

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

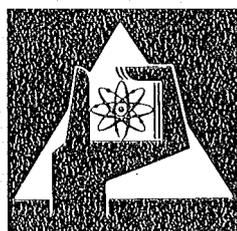
September 1975

KFK 2203

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik  
Projekt Spaltstoffflußkontrolle

**Die Plutoniumbestimmung in Kernbrennstoffen  
mit der Neutronenkoinzidenzmethode**

K. Böhnel



**GESELLSCHAFT  
FÜR  
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

**KARLSRUHE**

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 2203

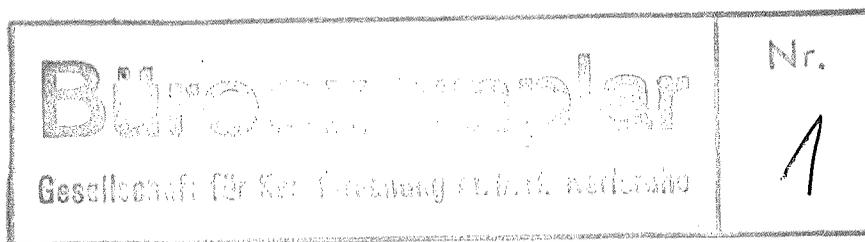
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Projekt Spaltstoffflußkontrolle

Die Plutoniumbestimmung in Kernbrennstoffen  
mit der Neutronenkoinzidenzmethode

---

K. Böhnel



Dissertation, genehmigt von der Fakultät für  
Maschinenbau der Universität Karlsruhe

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe



## Zusammenfassung

Zur quantitativen Bestimmung von Plutonium wird vielfach die Neutronenkoinzidenztechnik verwendet. Diese Methode, die auf der Messung der Spontanspaltrate beruht, wird experimentell und theoretisch untersucht. Als Verbesserung der bisher gebräuchlichen Geräte wird eine neuartige Koinzidenzeinheit beschrieben, die praktisch totzeitfrei arbeitet. Für Abfallproben wird ein Meßverfahren angegeben, das durch Rotation der Probe in einem asymmetrischen Detektor Ortsabhängigkeitseffekte vermeidet. Es werden Formeln für den statistischen Fehler entwickelt, sowie verschiedene Effekte von Detektortotzeiten diskutiert. Weiterhin wird gezeigt, daß die Multiplikation in der Probe eine wesentliche Fehlerquelle darstellt, insbesondere wenn der  $(\alpha, n)$ -Untergrund nicht beachtet wird.

Assay of nuclear material for plutonium by the neutron coincidence technique

---

## Abstract

In assays for plutonium the neutron coincidence technique is often used. This method which is based on measuring spontaneous fission rates is examined both experimentally and theoretically. A novel coincidence unit is described which works in effect without deadtime and which therefore has advantages over the currently used design. For waste samples a principle for measurement is described which avoids space dependence effects by rotating the probe in an asymmetric detector. Formulae are developed for the statistical error and various effects of deadtimes are discussed. Further it is shown that neutron multiplication in the sample is an important source of errors, especially when the  $(\alpha, n)$ -background is neglected.

## Inhaltsverzeichnis

- 0. Vorwort
- 1. Einleitung
- 2. Theorie der Neutronenkoinzidenzmessungen zur Bestimmung einer Spontanspaltrate mit einer idealen Apparatur
  - 2.1 Klassifizierung der Koinzidenzmessungen
  - 2.2 Herleitung der Grundformeln
  - 2.3 Verallgemeinerung der Grundformeln
  - 2.4 Das Detektorsystem mit thermischen Neutronen
- 3. Meßgeräte
  - 3.1 Aufbau der Detektoren
  - 3.2 Konventionelle Koinzidenzeinheit
  - 3.3 Schieberegisterlogik
  - 3.4 Multiplizitätszähler
  - 3.5 Vergleich des Multiplizitätszählers mit der konventionellen Koinzidenzeinheit
  - 3.6 Grenzen des Multiplizitätszählers
- 4. Totzeiteffekte
  - 4.1 Einfluß der Detektortotzeit auf die Zählrate

- 4.2 Einfluß der Detektortotzeit auf die Koinzidenzsignale
- 4.3 Totzeiten im Schieberegister
- 5. Statistik der Zählvorgänge
  - 5.1 Vereinbarungen für das Kapitel
  - 5.2 Frequenzverteilung von Nachweisen
  - 5.3 Das einfache Zählexperiment
  - 5.4 Varianz des unkorrelierten Koinzidenzsignals
  - 5.5 Varianz des korrelierten Signals
  - 5.6 Varianz des Nettosignals
- 6. Energieabhängigkeit der Detektorempfindlichkeit
- 7. Multiplikationseffekte
  - 7.1 Multiplikation von Untergrundneutronen
  - 7.2 Multiplikationseffekte schneller Neutronen
    - 7.2.1 Numerische Auswertung der Schnellspaltung
    - 7.2.2 Experiment zur Schnellspaltung
    - 7.2.3 Korrekturen bei Stabmessungen
  - 7.3 Multiplikationseffekte thermalisierter Neutronen
- 8. Matrixeffekte

- 8.1           Eigenschaften des benutzten Detektors
- 8.2           Übliche Meßverfahren für Abfall
- 8.3           Rotationsmittelung an Abfallbehältern
- 8.4           Stabmessungen
  
- 9.            Zusammenfassung

Anhang I    Erzeugende Funktionen

Anhang II   Varianz der Zahl der Impulse in einer Verzögerungsleitung

Anhang III  Homogene Quelle im homogenen Stab

Liste der Symbole und Abkürzungen

Literaturverzeichnis

V O R W O R T

---

Diese Arbeit wurde im Rahmen des Projekts Spaltstoffflußkontrolle am Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik der Gesellschaft für Kernforschung, Karlsruhe, durchgeführt. Dessen Direktor, Herrn Prof. Dr. K. Wirtz, und Herrn Prof. Dr. D. Stegemann, T.U. Hannover, danke ich für das fördernde Interesse an dieser Arbeit.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dipl.-Phys. M. Kühle für die vielen kritischen Diskussionen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, sowie für die Durchsicht des Manuskripts.

Den Kollegen aus den Werkstätten danke ich für die gute Zusammenarbeit, insbesondere den Herren R. Eggmann und H. Zimmermann, die meine Ideen in die greifbare Elektronik des Multiplizitätszählers umgesetzt haben.

An dieser Stelle möchte ich auch den Mitgliedern der Gruppe A1 in Los Alamos - deren Gast ich vier Monate war - für die vielen Diskussionen und Hinweise danken.

## 1. Einleitung

In den letzten Jahren hat die quantitative Bestimmung von Plutonium mit zerstörungsfreien Meßmethoden an Bedeutung gewonnen. Dafür sind nicht nur die in der Plutoniumverarbeitung wichtigen Aspekte der Prozeßführung und Qualitätskontrolle verantwortlich, sondern auch Auflagen im Zusammenhang mit der Endlagerung radioaktiven Abfalls und Verpflichtungen aus dem Nichtverbreitungsvertrag für Atomwaffen (NV-Vertrag). Letztere verlangen zum Beispiel, daß der Verbleib von Spaltmaterial mit Materialbilanzen nachgewiesen wird, deren einzelne Posten durch Messungen verifiziert werden. Dabei stellt sich die wichtige Frage nach der Genauigkeit dieser Angaben und nach deren Abhängigkeit von Meßobjekt und Meßmethode. In der vorliegenden Arbeit wird dieser Problemkreis für das Verfahren der Neutronenkoinzidenzmessungen untersucht.

Grundlage dieser Art von Messungen ist die Tatsache, daß es Plutoniumisotope gibt (in der Praxis vor allem Pu-240), die durch Spontanspaltung unter Neutronenemission zerfallen. Bei bekannter Isotopenzusammensetzung einer Probe kann man aus der Bestimmung der spontan-spaltenden Anteile auf die Gesamtmenge schließen.

Außer der Spontanspaltquelle können noch weitere Neutronenquellen vorhanden sein (z.B. aus  $(\alpha, n)$ -Reaktionen an den schweren Sauerstoffisotopen des  $\text{PuO}_2$ ). Ist deren Quellstärke relativ zur Spontanspaltung nicht bekannt, ist eine einfache Neutronenzählung nicht ausreichend. Vielmehr muß man zu den Methoden der Korrelationsanalyse der Neutronennachweise greifen. Diese beruhen darauf, daß bei der Spaltung Neutronen nicht nur einzeln, sondern auch mit höheren Multiplizitäten entstehen. Wir nennen Nachweisimpulse korreliert, wenn sie zu Neutronen einer Spaltung gehören. Verschiedene unkorrelierte Spaltungen und die Zusatzquelle liefern dazu unkorrelierte Nachweise. Die verzögerten Neutronen sind als quasi-poissonverteilte Quelle zu betrachten.

Während das äquivalente Problem der Rauschanalyse an Reaktoren sowohl im Zeitbereich wie im Frequenzbereich mit mehreren verschiedenen Meßmethoden untersucht wurde /1/, wendet man bisher in der Spaltstoffflußkontrolle wegen der im allgemeinen niedrigen Nachweisraten nur Methoden im Zeitbereich an, und zwar

- (a) Totzeitmethode /2-6/
- (b) Koinzidenzmessungen schneller Neutronen
- (c) Koinzidenzmessungen mit schnellen Neutronen und prompter  $\gamma$ -Strahlung
- (d) Koinzidenzmessungen mit thermalisierten Neutronen/7-55/

wobei bei (b) und (c) im wesentlichen die Geräte zur Messung der induzierten Spaltung verwendet werden /57-66/.

Die vorliegende Arbeit ist auf Methode (d) ausgerichtet, in vielen Fällen schließt sie die anderen jedoch ein.

Bisher wird das Verfahren meist in der Weise angewendet, daß die Meßprobe in einen Hohlzylinder aus Moderatormaterial (Polyäthylen oder Paraffin) gebracht wird, in dem Zählrohre für thermische Neutronen angeordnet sind. Die Nachweisimpulse werden einer Elektronik zugeführt, die folgendermaßen wirkt: Das erste vom Detektor nachgewiesene Neutron öffnet ein Tor, das etwa die Länge der mittleren Lebensdauer der Neutronen im System hat. Die während seiner Öffnungsdauer ankommenden Detektorimpulse werden in einem Zähler registriert. Nach dem Schließen des Tores kann der nächste Impuls das Tor wieder öffnen. Dem das Tor initiiierenden Neutron können Neutronen folgen, die mit ihm korreliert sind. Deshalb ist der Zählerinhalt größer als er bei unkorrelierten Nachweisen erwartet wird. Letzteren Wert erhält man, wenn man ein Tor gleicher Länge wie das erste dann öffnet, wenn alle mit dem ersten Neutron korrelierten Neutronen aus dem System verschwunden sind. Der Überschuß im ersten Zähler, der sich aus der Korrelation ergibt, ist ein Maß für die Spontanspaltrate.

Dieses Meßprinzip leidet darunter, daß nicht jeder Detektorimpuls zum Öffnen eines Tores verwendet werden kann. Aus den

Erfahrungen mit dem Rossi- $\alpha$ -Experiment an Reaktoren weiß man /67/, daß diese Tatsache das Verhältnis des korrelierten Signals zum unkorrelierten Untergrund verschlechtert. Von der dort zur Verbesserung angewendeten Elektronik erwartet man auch hier die entsprechende Wirkung. Die zur Messung der Zeitabhängigkeit benötigte Anzahl von Zählern ist jedoch groß. Es war deshalb zu prüfen, ob nicht der Verzicht auf die Information der Zeitabhängigkeit zu einem Gerät führen würde, das einen geringeren Aufwand erfordert, ohne die Vorteile einzubüßen.

Die für das bisher gebräuchliche Verfahren aufgestellten Gleichungen /9/ beschreiben es in einer Näherung, die für kleine Empfindlichkeiten gilt. Sie müssen aber gerade bei größeren Empfindlichkeiten zu Totzeitkorrekturen herangezogen werden. Parallel zur Verbesserung der Koinzidenzelektronik mußte auch die theoretische Beschreibung geändert und verbessert werden.

Neben der meßtechnischen Seite ist die Interpretation der Ergebnisse zu prüfen. Dazu ist der Einfluß von Gestalt und Zusammensetzung der Probe zu untersuchen. Ein wesentlicher Teil des Ergebnisses ist die Angabe des Fehlers, denn dieser spielt gerade in der Spaltstoffflußkontrolle eine wichtige Rolle bei der Aussage, ob Buchinventar und gemessenes Inventar signifikant voneinander abweichen oder nicht. Daraus folgen gegebenenfalls schwerwiegende Aktionen des Inspektors. Besonderes Augenmerk mußte deshalb auf die Untersuchung der folgenden Punkte gelegt werden:

- a) Statistische Genauigkeit: In der Praxis bestimmt die statistische Genauigkeit oft die Länge der Meßzeit und damit den Durchsatz von Proben. Sowohl an Cf-252- wie an Pu-240-Messungen wurde erkannt /11,12,40/, daß sich der statistische Fehler nicht immer durch Poissonverteilung und Gaußsche Fehlerfortpflanzung beschreiben läßt. Es war daher zu untersuchen, wie eine exakte Fehlerberechnung aussieht und wie weit sie gegebenenfalls durch die üblichen Formeln angenähert werden kann.

- b) Neutronenmultiplikation: Die Art der zu messenden Proben erstreckt sich von reinem Brennstoff in Stabform über Produktionschrott in Literdosen bis zu 200-l-Abfallfässern, die nur kleine Mengen Plutonium enthalten. Die Multiplikation der Neutronen ist entsprechend unterschiedlich. Bisher durchgeführte theoretische Abschätzungen bezogen sich /31/ nur auf den Multiplikationsfaktor und seinen Einfluß auf die Zählrate, nicht jedoch auf die Koinzidenzrate. Andere Arbeiten / 53/ bezogen sich auf das experimentelle Phänomen, ohne eine theoretische Deutung anzugeben. Eine solche wird aber benötigt.
- c) Ortsabhängigkeit: Die Geometrie der Meßobjekte und die chemisch-physikalische Zusammensetzung der das Spaltmaterial begleitenden inaktiven Matrix sind in weiten Bereichen variabel. In den bisher untersuchten Fällen geht man (explizit oder implizit) von einer Punktquelle in einem zylindersymmetrischen Detektor aus, in dem die Nachweiswahrscheinlichkeit vom Ort der Quelle abhängen kann. Es war deshalb zu ergründen, welchen Einfluß ausgedehnte Quellen und die Verwendung mehrerer Detektoren haben.

Diese Arbeit untersucht die dargelegten grundsätzlichen Probleme sowohl aus experimenteller wie aus theoretischer Sicht. In ihr wird nicht auf die im Einzelfall wichtigen Fragen, wie Auswahl der Zählrohre, zweckmäßigste Detektorgeometrie usw. eingegangen. Gleichwohl sollte sie auch hierzu einige theoretische Hinweise geben.

Es wird im allgemeinen vorausgesetzt, daß die Isotopenzusammensetzung des Plutoniums bekannt ist, so daß das Problem auf die Bestimmung der Spontanspaltrate begrenzt ist. Insofern ist die Übertragung der Ergebnisse auf die Messung anderer Spontanspalter ohne Schwierigkeiten möglich.

Ebenso lassen sich viele Untersuchungen auf die verwandten

Meßmethoden übertragen, die entweder die Multiplizität der  $\gamma$ -Strahlung beim Spaltprozeß oder induzierte Spaltungen verwenden /57-66/.

## 2. Theorie der Neutronenkoinzidenzmessungen zur Bestimmung einer Spontanspaltrate mit einer idealen Apparatur

In diesem Kapitel wird eine Theorie zur Beschreibung von Koinzidenzmessungen vorgeschlagen, die ein totzeitfreies Gerät voraussetzt. Der Formalismus ist weithin auf die Untersuchungen mit moderiertem Detektor ausgerichtet. In Kap. 3 wird gezeigt werden, wie für diesen Fall ein Gerät aussehen kann, das der Annahme gut genügt. Für den Fall schneller Koinzidenzen lassen sich die Gleichungen jedoch auch anwenden. Insbesondere sind die Aussagen über die Behandlung von ausgedehnter Quelle und mehreren Detektoren allgemein gültig.

### 2.1 Klassifizierung der Koinzidenzmessungen

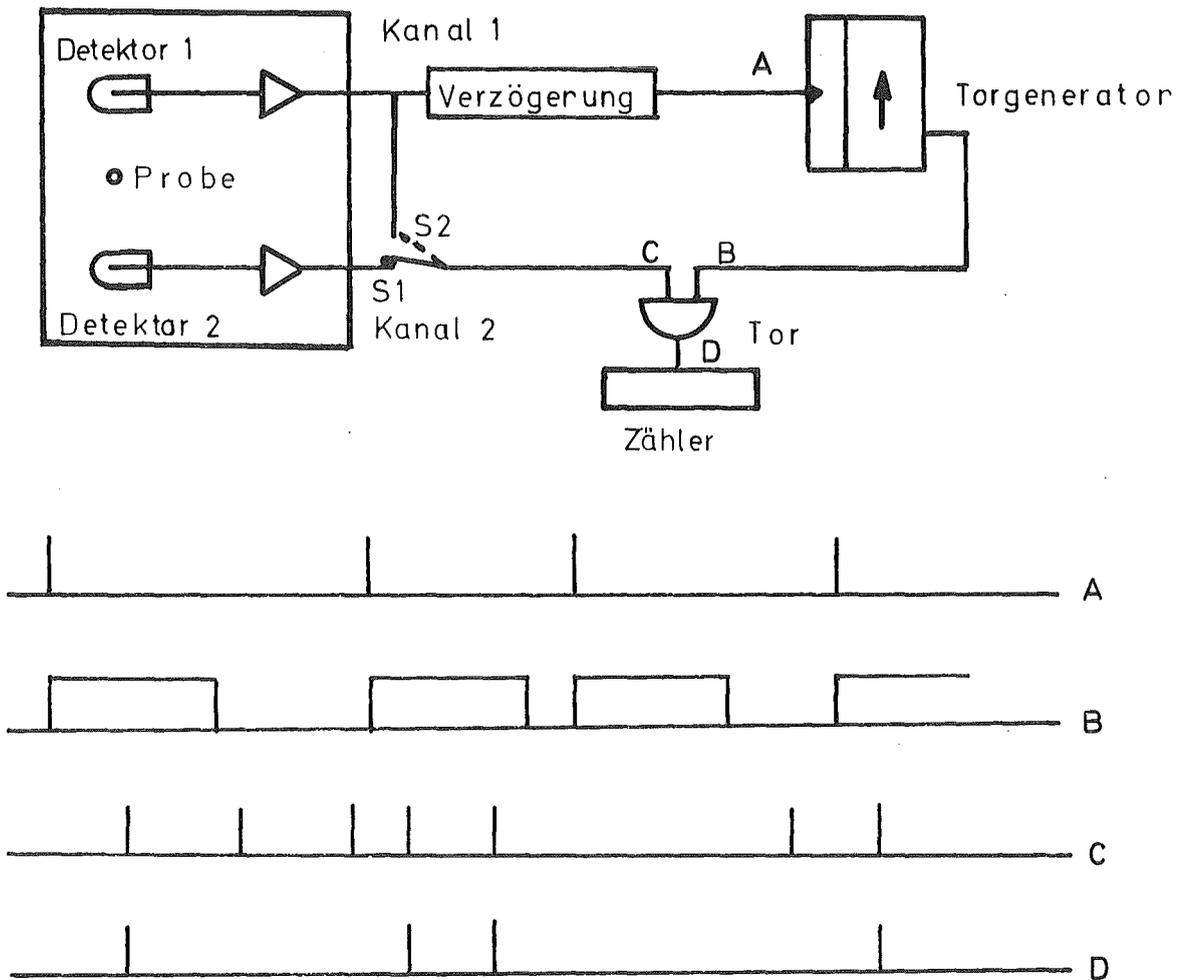
Wir verstehen allgemein unter Koinzidenzmessungen die Bestimmung der Anzahl von Impulspaaren, deren zwei Partner eine bestimmte durch die Apparatur vorgegebene Zeitrelation haben. Wir sprechen von "prompten Koinzidenzen" mit der Koinzidenzauflösungszeit  $\tau$ , wenn der zweite Partner innerhalb der Zeit  $\tau$  nach dem ersten erscheint. Ferner verwenden wir den Ausdruck "verzögerte Koinzidenzen", wenn zwischen dem Auftreten des ersten Partners und dem Meßintervall  $\tau$  eine Verzögerungszeit vorhanden ist.

Mit Koinzidenzmessungen kann man Impulsfolgen auf eine etwaige Zeitkorrelation der Impulse untereinander untersuchen. Eine solche ist vorhanden, wenn man auf Grund des Auftretens eines Impulses eine Aussage über das Auftreten eines oder mehrerer anderer Impulse machen kann. Dies äußert sich darin, daß die Koinzidenzrate von der Verzögerungszeit  $t$  abhängt. Bei un-

korrelierten Ereignissen erhält man eine von der Verzögerungszeit unabhängige Koinzidenzrate.

Betrachtet man nur einen Impulskanal, so spricht man von Autokorrelationsmessungen, bei zwei Kanälen von Kreuzkorrelationsmessungen. In diesem Sinne stellt die in Abb.2.1 skizzierte Anordnung bei Schalterstellung S1 eine Kreuzkorrelations-, bei S2 eine Autokorrelationsmessung dar.

Abb.2.1 Prinzipschaltung zur Koinzidenzmessung mit einem Beispiel einer Impulsfolge an 4 Punkten



Eine mögliche Einteilung der Methoden ist die nach der Energie der nachgewiesenen Neutronen. Beim ersten Typ weist man - ähnlich wie bei  $(\gamma, \gamma)$ -Koinzidenzen - die ungestreuten Quellneutronen mit mindestens zwei Detektoren nach und verwendet sehr kurze Koinzidenzauflösungszeiten ( $< 100$  ns). Diese Kreuzkorrelationstechnik hat den Vorteil, daß zufällige Koinzidenzen stark unterdrückt werden. Nachteilig ist, daß die verwendeten Detektoren meist auch  $\gamma$ -empfindlich sind und deshalb eine gute  $\gamma$ -Abschirmung gegen zu hohe  $\gamma$ -Zählraten notwendig wird. Nimmt man jedoch die bei der Spaltung entstehenden prompten  $\gamma$ -Strahlen zur Entscheidung hinzu und mißt Mehrfachkoinzidenzen, so kann man diesen Nachteil umgehen. Dabei bildet jedoch die Messung bei einem höheren vorhandenen  $\gamma$ -Untergrund ein Problem, ebenso das Vorhandensein von starken  $\gamma$ -Absorbern.

Beim zweiten zu behandelnden Typ werden die Neutronen in einer Moderatoranordnung gebremst und von Detektoren für thermische Neutronen nachgewiesen. Die Koinzidenzzeiten müssen entsprechend der mittleren Lebensdauer der Neutronen lang sein und liegen in der Praxis im Bereich von etwa 20  $\mu$ sec bis 200  $\mu$ sec. Ein Teil der darauf beruhenden Methoden kann als Messung verzögerter Koinzidenzen mit Verzögerungszeiten interpretiert werden, die im Bereich der mittleren Lebensdauer  $\bar{\tau}$  liegen. Empfehlenswert oder sogar unumgänglich ist die Anwendung dieser Nachweismethode, wenn die Probe, in der die Spaltungen stattfinden,  $\gamma$ -absorbierendes Material enthält oder hoher  $\gamma$ -Untergrund herrscht. Die Korrelationsmessungen dieses Typs ähneln in vieler Hinsicht den in Reaktoren durchgeführten Rossi- $\alpha$ -Messungen.

## 2.2 Herleitung der Grundformeln

Wir betrachten ein System, das aus einer Neutronenquelle und zwei Detektoren mit angeschlossener Elektronik besteht. Die Neutronenlebensdauer in ihm sei  $\bar{\tau}$ . Die Quelle habe einen Anteil, der aus Spaltungen herrührt, und einen solchen, dessen Nachweise durch die Poissonstatistik beschrieben werden,

und der z.B. aus  $(\alpha, n)$ - oder  $(\gamma, n)$ -Reaktionen der Quellrate  $s_p$  stammt. Der Spaltneutronenbeitrag sei durch die Spaltrate  $s_f$ , die Verteilung  $p(v_p)$  der prompten Neutronen und die Zahl  $\bar{v}$  der im Mittel entstehenden Neutronen gekennzeichnet.  $\bar{v}$  enthält dabei auch die verzögerten Neutronen. Von den Detektoren seien die zeitunabhängigen Empfindlichkeiten  $\epsilon_i$  bekannt, die angeben, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein in das System gebrachtes Neutron nachgewiesen wird (vgl. Gl.2.2.4). Im Fall einer Autokorrelationsmessung werde die Impulsfolge aus einem Detektor in zwei identische Impulsfolgen auf zwei Kanäle aufgeteilt, wobei dann gilt

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon \quad (2.2.1)$$

Außerdem sei die Wahrscheinlichkeit  $w_i(t)$  bekannt, daß der Detektor  $i$  zur Zeit  $t$  nach dem Eintritt des Neutrons ins System reagiert, wenn der Nachweis überhaupt in ihm geschieht.

$$\int_0^{\infty} w_i(t) dt = 1 \quad (2.2.2)$$

In dieser Wahrscheinlichkeit sind z.B. die Effekte von Flug- und Moderationszeiten enthalten.

Die Impulse des Kanals 1 seien die Bezugsimpulse, d.h. die ersten Partner der zu messenden Paare. Kanal 1 heiße "Triggerkanal" und Kanal 2 "Zählkanal".

Aus der Gesamtquellrate

$$s = s_p + \bar{v}s_f \quad (2.2.3)$$

berechnen sich die Zählraten  $n_i$  in den einzelnen Kanälen:

$$n_i = \epsilon_i \cdot s \quad (2.2.4)$$

Bei der Messung von verzögerten Koinzidenzen mit der Verzögerungszeit  $t$  und der Koinzidenzbreite  $\Delta t$  bestimmen wir

Impulspaare, deren zeitlicher Abstand im Intervall  $[t, t+\Delta t]$  liegt. Eine Anordnung nach Abb.2.1 kann zur Messung dienen, wenn  $\Delta t = dt \ll \bar{t}$ .

Unabhängig vom zeitlichen Abstand zu einem Bezugsimpuls wird im Mittel in der Koinzidenzauflösungszeit  $\Delta t$  entsprechend der mittleren Zählrate  $n_2$  die Zahl  $n_2 \Delta t$  von Impulsen gezählt. Bei einer Rate von  $n_1$  Bezugsimpulsen ergibt sich die zufällige Koinzidenzrate  $c_u$ , die im weiteren auch als unkorrelierter Untergrund bezeichnet wird, zu

$$c_u = n_1 \cdot n_2 \Delta t = \epsilon_1 \epsilon_2 \cdot s^2 \Delta t = \epsilon_1 \epsilon_2 (s_p + \bar{v} s_f)^2 \Delta t \quad (2.2.5)$$

Bei der Autokorrelationsmessung sei verhindert, daß die Korrelation jedes Impulses mit dem ihm selbst auf dem anderen Kanal äquivalenten (für  $t=0$ ) gemessen wird.

Wir betrachten nun ein Neutronenpaar, das zur Zeit  $t=0$  aus einer Spaltung entstanden ist. Die Wahrscheinlichkeit  $r(\tau, t) d\tau dt$ , daß ein Neutron zur Zeit  $\tau$  in Kanal 1, das andere  $t$  später in Kanal 2 nachgewiesen wird, ist

$$r(\tau, t) d\tau dt = 2\epsilon_1 w_1(\tau) d\tau \cdot \epsilon_2 w_2(\tau+t) dt, \quad (2.2.6)$$

wobei der Faktor 2 berücksichtigt, daß jedes der Neutronen als erstes nachgewiesen werden kann. Daraus erhält man die Wahrscheinlichkeit  $R_2(t) dt$ , daß die Neutronen mit einem zeitlichen Abstand  $t$  nachgewiesen werden.

$$R_2(t) dt = 2\epsilon_1 \epsilon_2 dt \int_0^{\infty} w_1(\tau) w_2(\tau+t) d\tau \cdot s \quad (2.2.7)$$

Diese Formulierung schließt ausdrücklich die Unabhängigkeit des Nachweises der zwei Neutronen ein. Totzeiten sind z.B. ausgeschlossen.

In einer Spaltung mit  $v_p$  prompten Neutronen gibt es

$\binom{v_p}{2} = \frac{v_p(v_p-1)}{2}$  Paare (vgl. Abb.2.2). Mit diesem Faktor, der noch über alle möglichen Multiplizitäten zu mitteln ist,

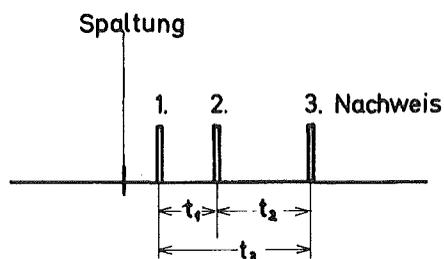


Abb. 2.2  
Möglichkeiten von Paaren  
bei 3 Nachweisen

ist  $R_2(t)$  zu multiplizieren, um den Erwartungswert der Zahl von Paaren mit dem Zeitabstand  $t$  der Impulse zu erhalten. Dabei müssen wir voraussetzen, daß das Spektrum der Neutronen nicht von ihrer Multiplizität abhängt, da andernfalls die Empfindlichkeiten in die Mittelung von  $\bar{v}$  und  $\frac{v_p(v_p-1)}{2}$  einbezogen werden müßten. Eine experimentelle Bestätigung dieser Annahme steht jedoch aus.

Für den durch die Spaltrate  $s_f$  hervorgerufenen korrelierten Anteil  $c_c$  des Koinzidenzsignals folgt

$$c_c(t, \Delta t) = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{v_p(v_p-1)}{2} s_f \int_t^{t+\Delta t} dt \int_0^\infty d\tau w_1(\tau) w_2(\tau+t) \quad (2.2.8)$$

und es gilt

$$\begin{aligned} c(t, \Delta t) &= \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left[ (\bar{v} s_f + s_p)^2 \Delta t + \frac{v_p(v_p-1)}{2} \cdot s_f \cdot \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} dt \int_0^\infty d\tau w_1(\tau) w_2(\tau+t)}_{=: A(t, \Delta t)} \right] \\ &= \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left[ (\bar{v} s_f + s_p)^2 \Delta t + \frac{v_p(v_p-1)}{2} \cdot s_f \cdot A(t, \Delta t) \right] \quad (2.2.9) \end{aligned}$$

für den Fall, daß jeder Nachweisimpuls in Kanal 1 als Bezugsimpuls für jeden der in Kanal 2 folgenden Impulse verwendet wird.

In dieser Gleichung tritt die interessierende Größe, nämlich die Spaltrate, separierbar nur im korrelierten Term auf,

während sie im unkorrelierten Untergrund mit der ebenfalls unbekanntem Untergrundquelle zusammen vorkommt. Die allgemein übliche Technik ist es, den Untergrundterm als den für große Zeiten einzigen Beitrag

$$c_u = c(\infty, \Delta t) \quad (2.2.10)$$

zu bestimmen. Dies beruht darauf, daß nach einer gegenüber der mittleren Lebensdauer großen Zeit keine mit dem Bezugsimpuls korrelierten Neutronen mehr im System vorhanden sind. Das heißt, daß die Antwortfunktion, wie auch immer sie im einzelnen beschaffen sein mag, für große Zeiten verschwindet.

$$w(t) = 0 \text{ für } t \gg \bar{t} \quad (2.2.11)$$

Andererseits kann man nach (2.2.5) den Untergrundterm auch aus der Zählrate direkt bestimmen. In der Praxis hat man das Produkt der Zahl  $n_1$  der zum Starten eines Zyklus (Öffnen eines Tores) tatsächlich verwendeten Impulse mit der Zählrate  $n_2$  zu bilden. Es gilt also

$$c_c(\Delta t) = c(0, \Delta t) - c(\infty, \Delta t) = \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot s_f \overline{v_p(v_p - 1)} A(0, \Delta t) \quad (2.2.12)$$

### 2.3 Verallgemeinerung der Grundformeln

Bei der bisherigen Ableitung haben wir ein Modell verwendet, in dem nur eine punktförmig angenommene Quelle existiert. In Wirklichkeit wird eine solche Annahme in vielen Fällen nicht gerechtfertigt sein. Dies gilt z.B. bei mit Plutonium- und Fabrikationsabfall gefüllten Dosen. In diesen Fällen muß die räumliche Verteilung des Spaltstoffs und die von der Position des Spaltstoffs abhängige Empfindlichkeit berücksichtigt werden.  $r$  bezeichne im folgenden den Ort des Spaltstoffs, im Fall eindimensionaler Zylindergeometrie speziell den Abstand von der Zylinderachse. Weiterhin kann die Empfindlichkeit vom Neutronenspektrum abhängen und deshalb für Spalt- und Untergrundneutronen verschieden sein. Mit diesen zwei

Annahmen führen wir folgende Größen ein:

$s_f(r)$	Dichte der Spaltquelle am Ort $r$	(2.3.1)
$s_p(r)$	Dichte der Untergrundquelle am Ort $r$	
$\epsilon_{if}(r)$	Empfindlichkeit des Detektors $i$ gegenüber Spaltneutronen, die am Ort $r$ entstehen	
$\epsilon_{ip}(r)$	entsprechend für Untergrundneutronen	
$w_i(t)$	sei der Einfachheit halber ortsunabhängig	

Wie aus Gl.(2.2.5) ersichtlich, ist der unkorrelierte Untergrund proportional dem Produkt der Zählraten. Das bedeutet, daß die Integration über das Volumen zunächst die Zählraten liefern muß und daß diese anschließend multipliziert werden. Anders beim korrelierten Signal. Naturgemäß entstehen korrelierte Neutronen aus einer Spaltung an einem Ort, so daß sich das korrelierte Gesamtsignal additiv aus allen korrelierten Teilsignalen zusammensetzt.

Mit diesen Überlegungen gelangen wir zu der die Ortsabhängigkeit einschließenden Gleichung

$$c(t, \Delta t) = \Delta t \cdot \prod_{i=1,2} \left[ \int \{ \epsilon_{if}(r) \bar{v} s_f(r) + \epsilon_{ip}(r) s_p(r) \} dr \right] + \overline{v_p(v_p-1)A(t, \Delta t)} \int \epsilon_{1f}(r) \epsilon_{2f}(r) s_f(r) dr \quad (2.3.2)$$

wobei sich die Integrale über das ganze System erstrecken. Bezogen auf die Empfindlichkeit ist also der unkorrelierte Untergrund ein Produkt von Integralen, das korrelierte Signal dagegen das Integral eines Produkts.

Es wurde schon vorgeschlagen/12,13,49/, die ortsabhängige Empfindlichkeit durch Bilden des Verhältnisses von korreliertem und unkorreliertem Untergrund zu eliminieren. Aus der hier abgeleiteten Gl. (2.3.2) ergibt sich jedoch, daß dies nur möglich ist, wenn

(2.3.3)

$$\int s_f(r) dr \cdot \int \epsilon_1(r) \epsilon_2(r) s_f(r) dr = \int \epsilon_1(r) s_f(r) dr \cdot \int \epsilon_2(r) s_f(r) dr$$

Bei einer Punktquelle ist dies der Fall.

Die zu (2.2.12) analoge Formel zur Bestimmung des korrelierten Signals heißt unter Einschluß der Ortsabhängigkeit

$$c_c(\Delta t) = c(0, \Delta t) - c(\infty, \Delta t) = \overline{v_p(v_p - 1) A(0, \Delta t)} \cdot \int \epsilon_{1f}(r) \epsilon_{2f}(r) s_f(r) dr$$

(2.3.4)

Führt man eine normierte Spaltstoffverteilung  $S_f(r)$  mit der Gesamtpaltrate  $F$  ein:

$$s_f(r) = F \cdot S_f(r) \quad \text{und} \quad \int S_f(r) dr = 1 \quad (2.3.5)$$

so kann man (2.3.4) umschreiben

$$c_c(\Delta t) = \overline{v_p(v_p - 1) A(0, \Delta t)} \int \epsilon_{1f}(r) \epsilon_{2f}(r) S_f(r) dr \cdot F = I \cdot F \quad (2.3.6)$$

mit einem Eichfaktor  $I$ .

Im allgemeinen wird es nicht möglich sein, die vor  $F$  stehenden Faktoren einzeln genügend genau zu bestimmen. Man geht deshalb i.a. so vor, daß man mit einem Eichpräparat (Standard) mit bekannter Gesamtpaltrate  $F$  das Meßinstrument eicht. Dazu muß der Standard dem Meßobjekt "genügend" ähnlich sein. Einige der damit zusammenhängenden Probleme werden in den folgenden Kapiteln im Detail erörtert.

Eine weitere Verallgemeinerung hat zu erfolgen, wenn Gemische von Isotopen betrachtet werden, die verschiedene Spaltbeiträge liefern. Man ersetzt dabei die Terme  $\bar{v} s_f$  und  $\chi_2 s_f = \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{2} s_f$  durch die entsprechenden Summen über alle Isotope, z.B. in der ortsunabhängigen Gleichung (2.2.9)

$$c(t, \Delta t) = \epsilon_1 \epsilon_2 \left[ \left( \sum_j \bar{v}_j s_{fj} + s_p \right)^2 \Delta t + \sum_j \frac{\bar{v}_j (\bar{v}_j - 1)}{2} s_{fj}^2 A(t, \Delta t) \right] \quad (2.3.7)$$

Den korrelierten Anteil kann man mit der Loschmidtzahl  $L$ , dem Atomgewicht  $A$ , der Spontanspalthalbwertszeit  $T_{1/2}^{SpSp}$  und der Masse  $m$  (jeweils für das Isotop  $j$ ) schreiben als

$$\begin{aligned}
 c_c(t, \Delta t) &= \sum_j m_j \cdot \underbrace{\frac{L}{A_j} \cdot \frac{\ln 2}{T_{1/2, j}^{SpSp}} \cdot \frac{\overline{v_p(v_p-1)}^{(j)}}{2}}_{=: pp_j} \cdot A(t, \Delta t) \quad (2.3.8) \\
 &= \sum_j m_j \cdot pp_j \cdot A(t, \Delta t) = pp_{Pu240} \left[ m_{Pu240} + \sum_j m_j \frac{pp_j}{pp_{Pu240}} \right] A(t, \Delta t) \\
 &= pp_{Pu240} \cdot \sum_j \mu_j \cdot A(t, \Delta t)
 \end{aligned}$$

Dabei ist  $pp_j$  die spezifische Paarproduktionsrate des Isotops  $j$  und  $\mu_j = m_j \cdot \frac{pp_j}{pp_{Pu240}}$  das sogenannte Pu-240-Äquivalent.\*

Eine eingehendere Diskussion der Forderungen an die Genauigkeit der Kerndaten in jenen Fällen, in denen sie benützt werden müssen, findet man in /80/.

#### 2.4 Das Detektorsystem mit thermischen Neutronen

Für die in der Praxis viel verwendeten Systeme, die viel Moderator enthalten und thermische Neutronen nachweisen, läßt sich - zumindest für grundsätzliche Überlegungen - die Annahme machen, daß die Antwortfunktion der Detektoren auf den Einschub eines Neutrons ins System durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden kann,

$$w(t) = \alpha e^{-\alpha t} \quad (2.4.1)$$

Damit erhalten wir aus Gleichung (2.3.2) für den korrelierten Anteil

$$c_c(t_0, \Delta t) = \frac{\overline{v_p(v_p-1)}}{2} e^{-\alpha t_0} (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \int \epsilon_1(r) \epsilon_2(r) s_f(r) dr \quad (2.4.2)$$

\* Dies wurde bisher fälschlicherweise über die Neutronenproduktion definiert /23, 39, 49/.

wobei  $t_0$  die Verzögerung ist, mit der das Koinzidenzintervall  $\Delta t$  auf den Bezugsimpuls folgt. Für die Punktquelle gilt somit

$$c_c(t_0, \Delta t) = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{v_p(v_p - 1)}{2} e^{-\alpha t_0(1 - e^{-\alpha \Delta t})} \cdot s_f \quad (2.4.3)$$

bzw.

$$c_c(t_0, \Delta t) \approx \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{v_p(v_p - 1)}{2} \alpha e^{-\alpha t_0} \cdot \Delta t \cdot s_f \quad \text{für } \Delta t \ll 1/\alpha \quad (2.4.4)$$

Abb. 2.3 zeigt dazu Beispiele.

Eine weitere, sehr formale Ableitung kann man unter Verwendung der im Anhang dargelegten „erzeugenden Funktionen“ für den Moderator mit Grundmode angeben.\* (Um die Ähnlichkeit zur späteren Ableitung mit Multiplikation zu betonen, wird  $\alpha_0$  für  $\alpha$  geschrieben.) Es gebe keine  $(\alpha, n)$ -Reaktionen und es werde eine Autokorrelationsmessung vorausgesetzt.

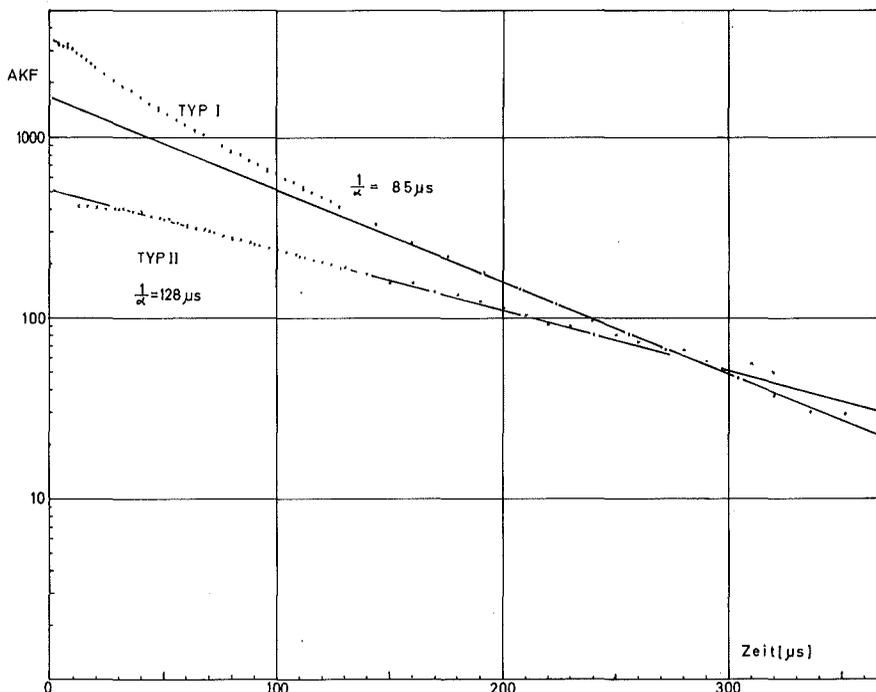


Abb. 2.3 Autokorrelationsfunktionen für Detektoren des Typs I und II (siehe auch nächstes Kapitel)

\* siehe Fußnote S.116

Ist  $\bar{n}$  die mittlere Neutronenzahl im System und  $\overline{n_0(t)}$  die mittlere Zahl von Neutronen zur Zeit  $t$  nach einem Impuls zur Zeit  $t=0$ , so gilt für die Wahrscheinlichkeit  $R_2(t)dt^2$ , daß in den Zeitintervallen  $(0,dt)$  und  $(t,dt)$  je ein Impuls gezählt wird,

$$R_2(t)dt^2 = \bar{n}\alpha_0 \epsilon dt \cdot \overline{n_0(t)} \epsilon \alpha_0 dt \quad (2.4.5)$$

Mit der EF  $a(t,u)$  für  $\overline{n_0(t)}$  folgt daraus (A 1.20)

$$\begin{aligned} R_2(t) &= s \cdot \bar{v} \cdot \epsilon \cdot \left. \frac{\partial a(t,u)}{\partial u} \right|_{u=1} \cdot \epsilon \cdot \alpha_0 \\ &= s \cdot \bar{v} \cdot \epsilon^2 \alpha_0 \cdot a'(t,1) \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

$$\begin{aligned} \text{Es ist } a'(t,1) &= \frac{1}{\bar{n}} \left[ \bar{f}''_{\infty}(1) \cdot g'_1(t,u) \cdot f(t,1) + f''_{\infty}(1) \cdot f'(t,1) \right] \\ &= \frac{1}{\bar{n}} \left[ \left( \frac{s\bar{v}}{\alpha_0} \right)^2 + \frac{s}{\alpha_0} \frac{v(v-1)}{2} e^{-\alpha_0 t} \right] \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

$$\text{wenn man } \bar{v} = \sum_{m=0}^{\infty} R(m) \cdot m$$

$$\overline{v(v-1)} = \sum_{m=0}^{\infty} m(m-1) \cdot R(m) \quad \text{setzt.} \quad (2.4.8)$$

Damit wird

$$R_2(t) = \epsilon^2 \left[ \left( \frac{s\bar{v}}{\alpha_0} \right)^2 + s \cdot \frac{\overline{v(v-1)}}{2} \alpha_0 e^{-\alpha_0 t} \right] \quad (2.4.9)$$

wobei der erste Term der von der Spontanspaltung selbst herführende unkorrelierte Untergrund ist.

Betrachtet man  $(\alpha, n)$ -Reaktionen als spezielle Spaltungen mit  $v=1$ , so tragen sie sehr wohl zum Untergrund, nicht jedoch zum korrelierten Signal bei und man erhält die Gl.(2.2.9) mit speziellem  $A(t, \Delta t)$ .

### 3. Meßgeräte

Die in dieser Arbeit berichteten Experimente beruhen auf dem Nachweis von thermalisierten Neutronen. Im folgenden unterscheiden wir zwischen dem Detektor und der Koinzidenzelektronik. Der Detektor umfasse dabei neben Moderator und Zählrohren auch die Verstärker und Diskriminatoren. Ihn verlassen ein oder zwei Impulsfolgen, die in der "Koinzidenzeinheit" einer Korrelationsanalyse unterworfen werden. Zum Detektor läßt sich wenig Grundsätzliches sagen, da er in hohem Maße dem einzelnen Meßproblem angepaßt werden muß, z.B. durch Optimalisierung der Moderatorgeometrie /18/. Hier werden deshalb nur zur Definition der Meßbedingungen die zwei verwendeten Detektortypen geschildert. Die Art der Korrelationsanalyse ist demgegenüber von prinzipieller Bedeutung. Es wird die Entwicklung eines neuen Meßprinzips beschrieben, das auf die Erfüllung der im vorigen Kapitel dargelegten Theorie abzielt und eine Verbesserung gegenüber den herkömmlichen Verfahren bedeutet.

#### 3.1 Aufbau der Detektoren

In den Versuchen wurden zwei in ihrem äußeren Erscheinungsbild verschiedene Detektoranordnungen verwendet.

Die erste Version besteht aus einem Polyäthylenblock von 1,2 m Höhe, der in Breite und Tiefe bis zu 63 cm erreichen kann. Änderungen der Anordnung sind leicht durchzuführen, da sie aus Stäben mit 3 cm x 3 cm und 1 cm x 1 cm Querschnitt zusammengesetzt ist. Für die Zählrohre von 2,5 cm Durchmesser existieren Stäbe mit geeigneten Bohrungen. Ebenso gibt es Polyäthylenstäbe, die Brennstäbe oder Neutronenquellen aufnehmen können. Zum Neutronennachweis dienen bis zu 16  $^3\text{He}$ -Zählrohre von 1 m Länge mit einem Fülldruck von 6 at. Jedes Zählrohr hat einen eigenen Verstärker mit nach-

schaltetem Diskriminator. Dieses Vorgehen bewirkt, daß infolge der pro Zählrohr relativ geringen Zählraten Totzeiteffekte weitgehend vermieden werden. Nach den Diskriminatoren werden die Signale gemischt, wobei ein oder zwei Gruppen von Zählrohren gebildet werden, so daß Auto- oder Kreuzkorrelationsmessungen durchgeführt werden können. Einen Blick auf diese Zählrohranordnung zeigt Abb. 3.1. Wir bezeichnen dieses Gerät als Typ I.

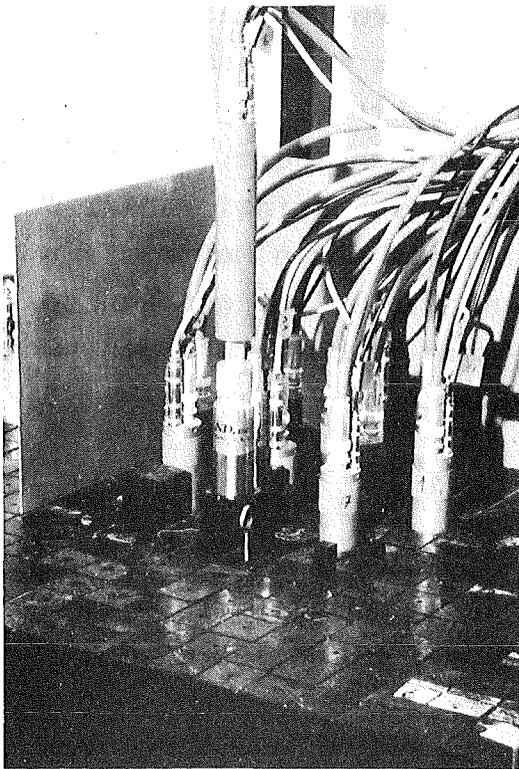


Abb. 3.1  
Ansicht des oberen Teils  
des Typ I-Detektors mit  
den Zählrohren und teil-  
weise herausgezogenen PE-  
Stäben

Es sei darauf hingewiesen, daß man sorgfältig darauf achten muß, daß der Diskriminator keine Doppelimpulse erzeugt. Auch eine kleine Wahrscheinlichkeit des Auftretens wirkt sich im korrelierten Signal stärker aus als in der einfachen Zählrate.

Das zweite Detektorarrangement ist von der Art, die verbreitet für die Messung plutoniumhaltigen Abfalls eingesetzt wird (Well counter). Wir bezeichnen es in dieser Arbeit als Typ II. Ein Paraffinzylinder

von 42 cm Durchmesser besitzt eine zentrale Höhlung von 16 cm für die Aufnahme der Meßprobe. In der verbleibenden Zylinderwand sind auf 2 Kreisen von 21 cm und 23 cm Durchmesser je 8 Zählrohre von 50 cm Länge angeordnet. Ein Kadmiumzylinder sorgt für eine gewisse Abschirmung des Raumuntergrunds. (vgl. Abb. 3.2a und 3.2b) Ein Drehteller besorgt nötigenfalls die Rotation der Meßprobe. Die Elektronik zur Signalerzeugung entspricht der vorhin beschriebenen, insbesondere besitzt jedes Zählrohr einen eigenen Verstärker und Diskriminator.

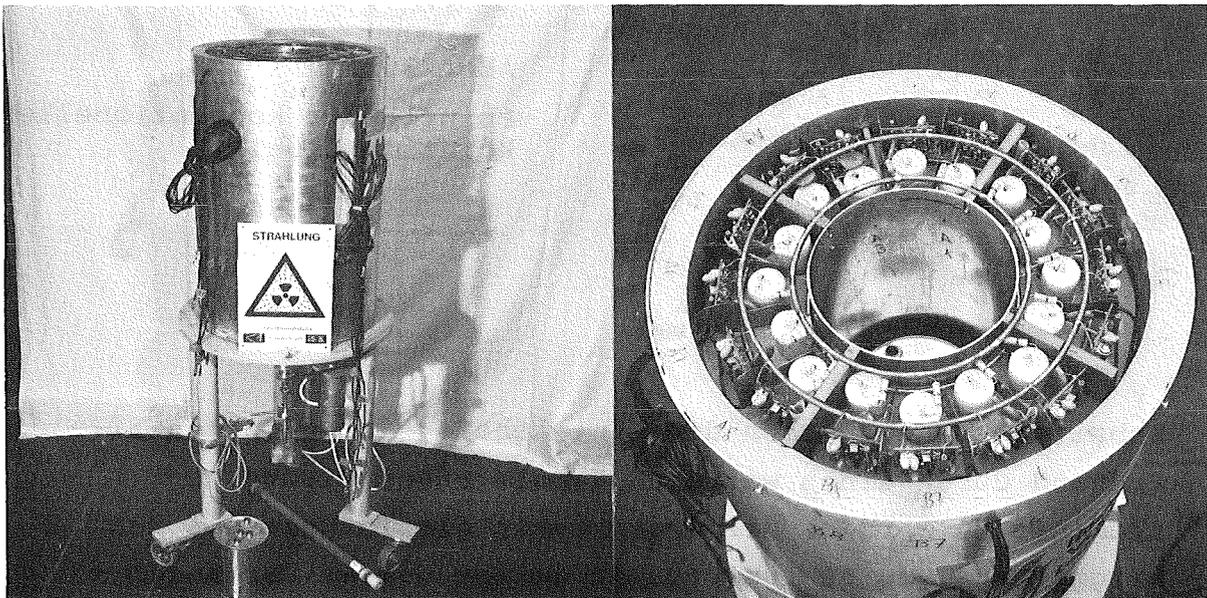


Abb. 3.2a

Abb. 3.2b

Abfallmeßgerät (ohne Deckel) in Seitenansicht  
und Aufsicht

### 3.2 Konventionelle Koinzidenzeinheit

Bisher wurde weithin (vgl. z.B. /9,49,50/) zur Messung der Koinzidenzen ein Gerät verwendet, das nach einer Entwicklung am Naval Research Laboratory /7,8/ u.a. in Brookhaven und Los Alamos mehrfach verbessert wurde. Es beruht auf dem in

Abb. 3.3 dargestellten Prinzip. Ein Triggerimpuls öffnet ein Tor, dessen Breite  $\Delta t$  ungefähr der mittleren Lebensdauer entspricht. Anschließend wird er um ein ganzes Vielfaches von  $\Delta t$  verzögert, um nach einer Zeit, die groß gegenüber der Lebensdauer ist, ein zweites Tor  $\Delta t$  zu öffnen. Damit werden scheinbar die zwei nach Gl. (2.2.12) notwendigen Größen  $c(0, \Delta t)$  und  $c(\infty, \Delta t)$  gemessen. Die Torgeneratoren, die zur Erhöhung der Genauigkeit auch mit einer Quarzfrequenz statt mit den gezeichneten Monoflops

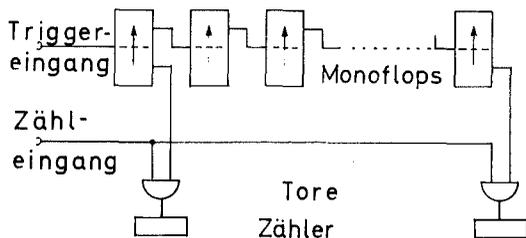


Abb. 3.3  
Prinzip der konventionellen  
Koinzidenzlogik

arbeiten können, haben die Eigenschaft, im gekippten Zustand durch einen weiteren Impuls nicht wieder getriggert zu werden. Sie legen damit die Totzeit auf dem Triggerkanal zu  $\Delta t$  fest. Damit genügt dieses Verfahren - im folgenden als das konventionelle bezeichnet - nicht den bei der Ableitung des Kapitels 2 gemachten Annahmen.

Von Strain (/ 9 / , Gl. A 18) wird die unserer Gleichung (2.5.3) entsprechende Formel mit

$$c'_c(t_0, \Delta t) = s_f \cdot e^{-\alpha t_0} (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \cdot \left[ \epsilon^2 \frac{v_p(v_p-1)}{2!} - \epsilon^3 \frac{v_p(v_p-1)(v_p-2)}{3!} + \dots \right] \quad (3.2.1)$$

angegeben, wobei die Terme ab dem zweiten in der Klammer Korrekturen auf Grund der Totzeit darstellen. Unter gewissen Annahmen (z.B. kleine Zählraten) läßt sich eine Korrektur angeben, die sich aus den experimentellen Meßwerten ergibt

$$c_c = \frac{c'_c}{1 - \frac{t_0 + \Delta t}{\Delta t} \cdot \frac{c'_u}{n'}} \cdot \frac{1}{(1 - t_0 n')^3} \quad (3.2.2)$$

Dabei sind  $c'_c$  und  $c'_u$  die korrelierte und unkorrelierte Koinzidenzrate des konventionellen Geräts, sowie  $n'$  die Zählrate.

Von Edelman /67/ wurde für die entsprechenden Rossi- $\alpha$  Messungen an Reaktoren gezeigt, wie man den Einfluß der Triggertotzeit weitgehend ausschalten kann. Diese Erfahrungen führten zunächst zur Anwendung der dort benutzten Schieberegisterlogik /38/.

### 3.3 Schieberegisterlogik

Das konventionelle Verfahren entspricht insofern nicht der Theorie, als das prompte Tor nicht von jedem ankommenden Impuls geöffnet wird. Man kann dieses Tor in kleinere Einheiten der Länge  $\delta t$  unterteilen, die nacheinander geöffnet werden und die den "Zählimpuls" den Weg in verschiedene Zähler freigeben. Abb. 3.4 zeigt eine Realisation unter Verwendung eines Schieberegisters. Ist der Abstand der Triggerimpulse größer als die Gesamt-"torzeit"  $\Delta t$ , so ist die Summe der Zählerinhalte gleich dem im ursprünglichen Fall gemessenen Inhalt des einen Zählers. Gibt es aber Triggerimpulse, die dichter als  $\Delta t$  aufeinanderfolgen, so können nun mehrere der kleinen Tore gleichzeitig geöffnet sein. Das entspricht einer Überlagerung von Toren entsprechend der Triggerfolge. Abb. 3.5 gibt ein ausführliches Schaltbild des gebauten Geräts wieder.

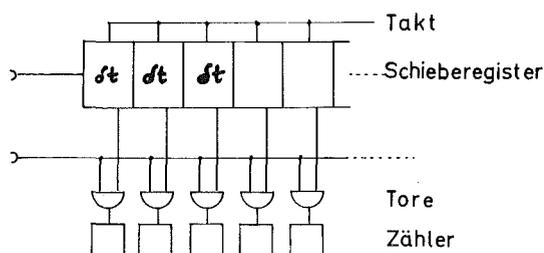


Abb. 3.4

Blockschaltbild des Zeitanalysators mit Schieberegisterlogik

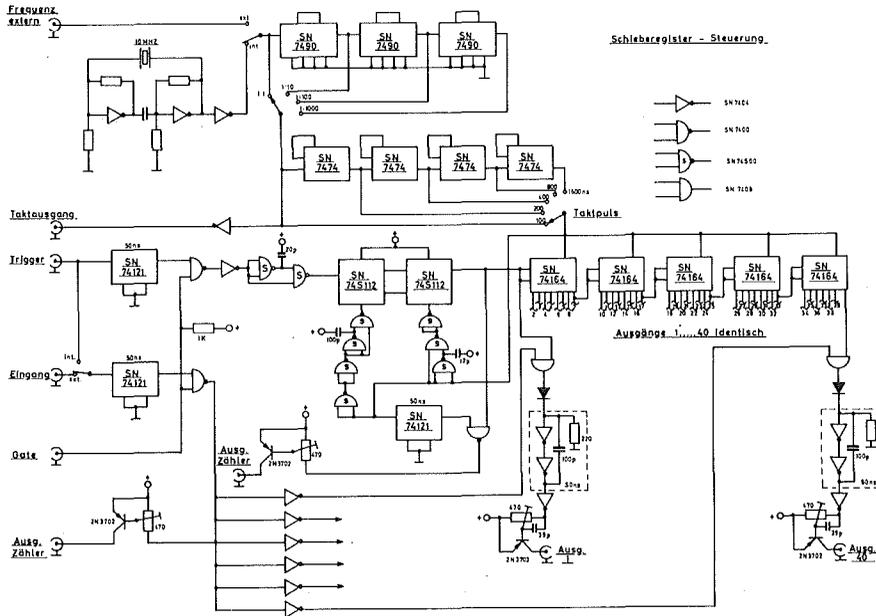


Abb. 3.5 Schaltbild der Schieberegisterlogik

Wird ein Impuls durch mehrere gleichzeitig offene Tore gezählt, so kann dies so interpretiert werden, daß er der zweite Partner zu all jenen Impulsen ist, die die Toröffnungen bewirkten. Im konventionellen Gerät ist das nur einer.

Die  $i_0$  Meßwerte  $y_i$  in den einzelnen Kanälen dieses Zeitanalysators werden auf Grund von Gl.(2.2.9) bei einem Schiebetakt  $f = \frac{1}{\delta t} \gg \frac{1}{t}$  beschrieben durch

$$y_i = c(t_i, \delta t) = \quad i = 1, i_0$$

$$= \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left[ (\bar{v}_s f + s_p)^2 + \overline{v_p (v_p - 1)} s_f \cdot \int_0^{\delta t} w_1(\tau) w_2(\tau + t_i) d\tau \right] \delta t \quad (3.3.1)$$

mit  $t_i = i\delta t$ . Dabei ist eine mittlere Zeitverschiebung von  $\frac{\delta t}{2}$  berücksichtigt, die durch die Wartezeit des Impulses im ersten Flip-Flop auf den nächsten Schiebetakt entsteht.

Für das thermalisierende System gilt entsprechend

$$Y_i = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \int (\bar{v} s_f + s_p)^2 + \frac{\bar{v}_p (\bar{v}_p - 1)}{2} s_f \alpha e^{-\alpha t_i} \int \Delta t \quad (3.3.2)$$

Eine Auswertung erfordert die Bestimmung der Fläche über dem konstanten Untergrund oder die Bestimmung einer charakteristischen Amplitude, wenn die Kurvenform nicht von der gemessenen Probe abhängt. Dieses Verfahren ist relativ umständlich, liefert jedoch zusätzlich z.B. die Information über das Zeitverhalten des Systems und bietet damit eine Kontrollmöglichkeit der Funktion des Geräts.

Für eine gute Zeitauflösung sind in diesem System jedoch viele Zähler notwendig, die das Gesamtsystem verteuern und komplizieren.

### 3.4 Multiplizitätszähler

Betrachtet man das im letzten Abschnitt beschriebene Zählsystem unter dem Aspekt der Zeitintegration gemäß Gl.(2.2.9), so entspricht die Summe der Zählerinhalte dem Integral  $c(0, n \delta t)$ . Bei der Ankunft eines "Zählimpulses" werden  $m$  der  $i_0$  Zähler um 1 weitergezählt ( $0 \leq m \leq i_0$ ). Die Menge der Zähler kann auf einen reduziert werden, wenn man bei der Ankunft eines Zählimpulses den Inhalt dieses einen Zählers um  $m$  erhöht. Da  $m$  die Zahl der im Schieberegister gesetzten Stufen und diese gleich der Differenz der in das Schieberegister übernommenen und der aus ihm wieder abgegebenen Impulse ist, kann man so vorgehen, daß man  $m$  fortlaufend bestimmt und im Augenblick des eintreffenden Zählimpulses mit einer Addierstufe einem Register hinzuzählt. In dem Prinzipschaltbild Abb. 3.6 ist ferner dargestellt, daß die den prompten Zyklus verlassenden Impulse verzögert werden und in einem verzögerten Zyklus gleichen Prinzips

die Bestimmung der "zufälligen Koinzidenzen"  $c(\infty, \Delta t)$  erfolgt. Dabei kann, um Bauteile zu sparen, die Schiebefrequenz untersetzt werden, was auch einer Verlängerung des verzögerten Zyklus zugute kommen kann. Ein Puffer hinter dem prompten Zyklus verhindert, daß beim Frequenzwechsel Impulse verloren gehen. Die Vorverzögerung ist wegen der Totzeiten in den Detektoren notwendig und wird an geeigneter Stelle ausführlicher erläutert.

In Abb. 3.7 ist die Schaltung des Prototyps in ihren wesentlichen Zügen wiedergegeben . Periphere Teile wie Timer, Taktgenerator, Ausgabe und Rechnerinterface sind weggelassen. Das Gerät ist für Zykluslängen von 10 bis 160  $\mu\text{sec}$  ausgelegt, wobei eine Maximalfrequenz des Taktes von 10 MHz möglich ist. Die Messung von Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen ist vorgesehen, so daß zwei getrennte Eingangsstufen vorhanden sind /55/.

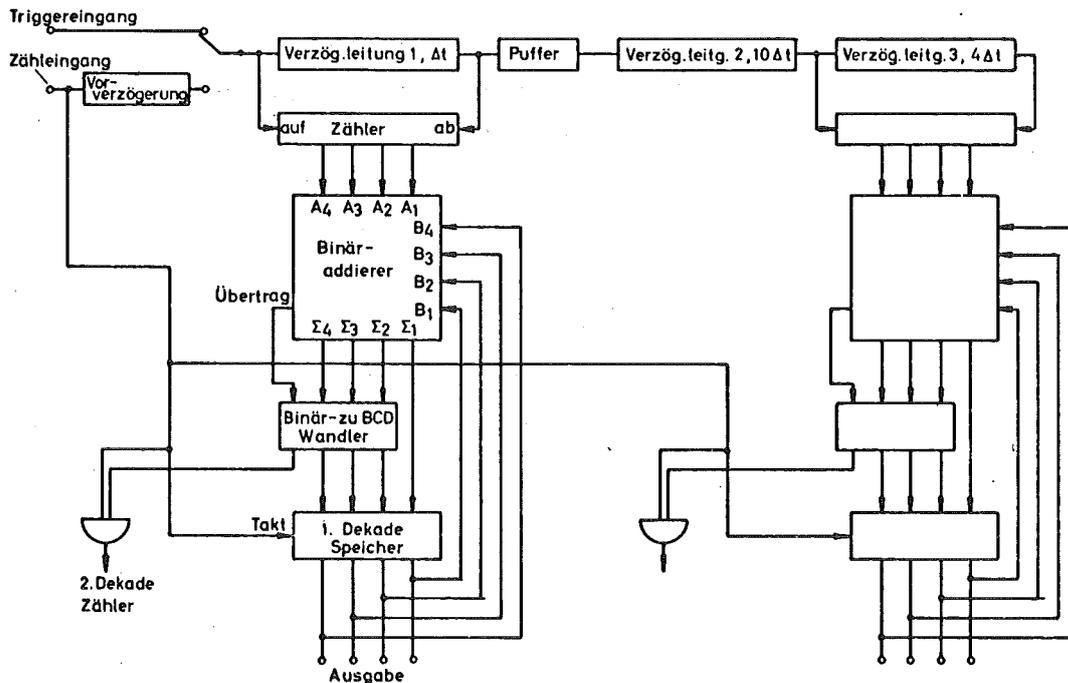
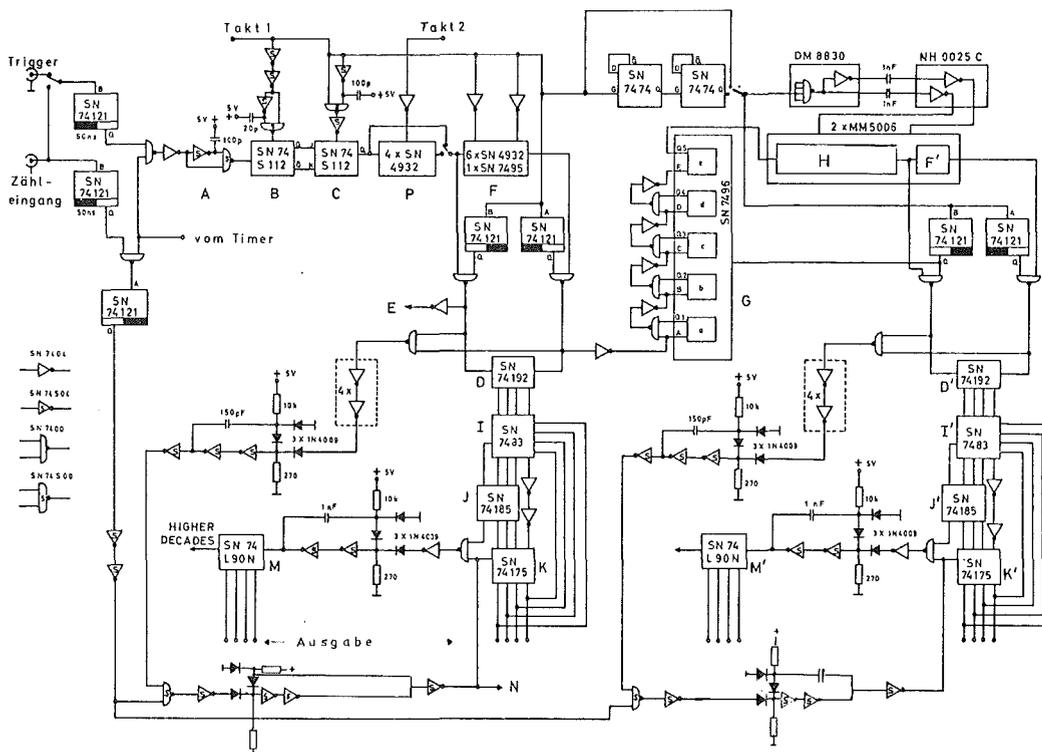


Abb. 3.6 Prinzipschaltbild des Multiplizitätszählers

Die Triggerimpulse werden zunächst auf eine Breite von weniger als 7 ns gebracht (A) (in Abb.3.7), bevor sie ein schnelles Flipflop (B) setzen. Dessen Inhalt wird vom Takt 1 in das zweite Flipflop (C) geschoben. Unmittelbar darauf wird B durch einen 7 ns-Impuls zurückgesetzt. Dies bewirkt eine vom Inhalt von B unabhängige Totzeit von 7 nsec pro Takt. Bei der eingezeichneten Schalterstellung bewirkt das Setzen von C ein Aufwärtszählen des Vor-Rückwärts-Zählers D und eine Erhöhung des Inhalts des Zählers E. Ist ein Impuls durch alle weiteren Stufen (F) des Schieberegisters geschoben, so wird der Vor-Rückwärts-Zähler D wieder um 1 zurückgesetzt. Um Interferenzen beim Auf- und Abzählen zu vermeiden, werden die verschiedenen Flanken des Takts ausgenutzt. Dadurch ergibt sich eine



**Abb.3.7** Schaltung der wesentlichen Teile des Multiplizitätszählers

effektive Länge des prompten Zyklus von 99,5 Stufen. Die Zahl der im Schieberegister gesetzten Stufen wird von D dem Eingang eines Binäraddierers I zugeführt. An dessen zweitem Eingang steht die letzte Dekade des "Gesamtzählers" an, der aus dem getakteten Speicherelement K und den höheren Dekaden M besteht. Der Ausgang des Addierers folgt nun dem Vor-Rückwärtszähler. Erscheint ein "Zählimpuls" am Takteingang des Speichers K, so übernimmt dieser die momentane Summe. Es wird also der Inhalt des Vor-Rückwärtszählers zu dem des Speicherelements addiert. Ein zwischengeschalteter Binär-zu-Dezimal-Wandler ermöglicht die Ausgabe im BCD-Code. Er gibt bei einem Überlauf auch ein Signal an die höheren Zähldekaden M. Um unrichtige Datenübertragungen während einer Änderung des Bitmusters am Eingang von K zu vermeiden, darf während der Übergangszeit kein Zählimpuls den Speicher K takten. Dies wird durch eine von den Taktflanken abgeleitete und den inhärenten Verzögerungen angepaßte Totzeit verhindert. Diese ist außerdem so gewählt, daß die Zählimpulse durch Überlagerung nicht verdoppelt werden können. Sie werden anschließend im Zähler N gezählt. Der verzögerte Zyklus ist grundsätzlich gleich aufgebaut. Die Verzögerungsleitung H zwischen promptem und verzögertem Zyklus sowie auch die Länge des letzteren bestimmende Schieberegister F' sind aus Gründen der Kompaktheit in MOS-Technik ausgeführt. Dies gibt bei den höchsten Taktfrequenzen Schwierigkeiten, weshalb eine Untersetzung um den Faktor 4 möglich ist. Dadurch wird auch der verzögerte Zyklus verlängert, so daß die verzögerte Koinzidenzrate um den Faktor 4 reduziert werden muß, bevor sie von der prompten Koinzidenzrate subtrahiert wird. Der bei Taktuntersetzung nötige Puffer G kann die Zeitkorrelation der Triggerimpulse zerstören. Diese ist aber im verzögerten Zyklus nicht mehr von Interesse. Die im Fall von Autokorrelationsmessungen benötigte Vorverzögerung

nung besteht aus einem mit der höchsten Frequenz getakteten Schieberegister P, das unabhängig von der Taktfrequenz auf Vielfache von 1,6  $\mu$ s einstellbar ist.

Die gewonnenen Zählerinhalte werden mit einer 7-Segment-Anzeige sichtbar gemacht. Sie können über einen Schnelldrucker ausgegeben oder über ein eingebautes Interface in einen Wang 600-Rechner übertragen werden.

Weiterhin ist eine - nicht eingezeichnete - Umschaltmöglichkeit vorhanden, die den Start eines neuen Zyklus bei laufendem Zyklus verhindert. Dies simuliert die konventionellen Geräte und erlaubt einen Vergleich der beiden Prinzipien.

Die hier beschriebene Schaltung erlaubt es, den prompten Zyklus wieder zu triggern, wenn das erste Flipflop nicht besetzt ist. Das bedeutet eine mittlere Totzeit von einer halben Taktzeit und damit im vorliegenden Fall eine Reduzierung derselben um den Faktor 200 gegenüber den konventionellen Schaltungen ohne Retriggermöglichkeit. Durch die Synchronisation mit dem Takt entsteht eine Zeitunschärfe im Beginn des prompten Zyklus, die z.B. eine reine Exponentialfunktion als Korrelationsfunktion zur Funktion  $f^*$  verschmiert:

$$f^*(t) = \begin{cases} 1/N (1 - e^{-\alpha t}) & \text{für } t \leq \delta t \\ f(\delta t) e^{-\alpha t} & \text{für } t > \delta t \end{cases} \quad (3.4.1)$$

mit geeigneter Normierung N

Der Einfluß der Totzeiten in der Elektronik wird später ausführlich diskutiert.

### 3.5 Vergleich des Multiplizitätszählers mit der konventionellen Koinzidenzeinheit

In verschiedenen Versuchen wurde unter Verwendung einer Kaliforniumquelle als Spontanspalter das neue Gerät mit dem konventionellen verglichen. Für letzteres wurden dabei auch die Korrekturen nach Gl. 3.2.2 durchgeführt.

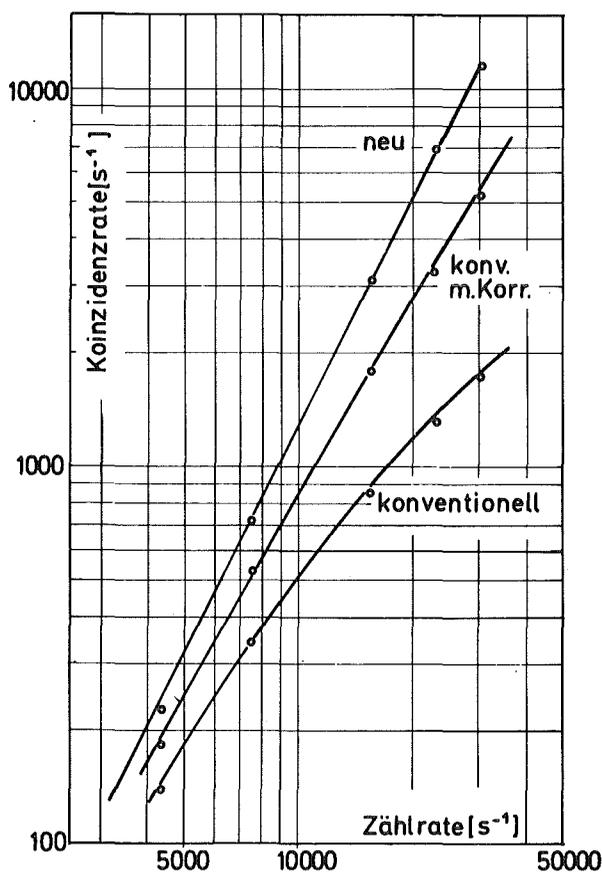


Abb. 3.8  
Korrelierte Koinzidenzrate  
als Funktion der Zählrate

Die Theorie verlangt für Autokorrelationsmessungen, daß das korrelierte Signal dem Quadrat der Empfindlichkeit proportional ist (z.B. Gl. 2.2.9), wenn man eine Punktquelle verwendet. In einem Detektor vom Typ I wurde dies nachgeprüft. Die Empfindlichkeit wurde durch Zu- bzw. Abschalten von Zählrohren verändert, die jedoch im Poly-

äthylenblock blieben. In Abb. 3.8 wird als Maß für die Empfindlichkeit  $\epsilon$  die Zählrate benutzt, die  $\epsilon$  proportional ist. Die Steigung 2 der Geraden im doppelt logarithmischen Maßstab zeigt die Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage. Für die konventionelle Schaltung wird dieses Verhalten nicht gefordert. Man erkennt, daß das korrelierte Signal relativ zum unkorrelierten Untergrund, der ja proportional zu  $\epsilon^2$  ist, mit steigender Empfindlichkeit abnimmt. Dies gilt auch, wiewohl in abgeschwächter Form, für die konventionellen Daten nach der Totzeitkorrektur. Man erkennt weiter, daß das korrelierte Signal bei der neu beschriebenen Schaltung größer ist als im konventionellen Gerät.

Eine weitere Forderung der Theorie ist die Unabhängigkeit des korrelierten Signals von der Untergrundzählrate. Im Experiment wurde eine kleine Kaliforniumquelle fest in den Detektor gebracht. Mit einer Am-Be-Quelle in verschiedenen Entfernungen vom Detektor wurde ein zusätzlicher Untergrund geschaffen, dessen Zählrate bis fast um den Faktor 40 über der des Kaliforniums lag. In Abb. 3.9 ist zu erkennen, daß die Effekte durch die noch vorhandenen Totzeiteffekte klein sind. Bei einer Erhöhung der Zählrate um  $1000 \text{ s}^{-1}$  erniedrigt

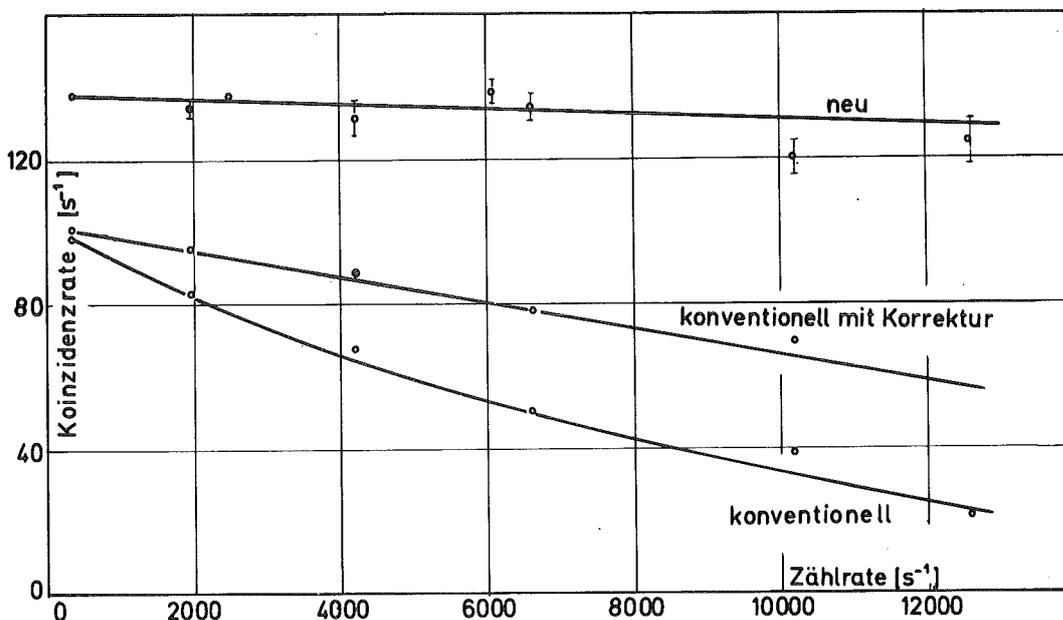


Abb. 3.9 Abhängigkeit des korrelierten Signals vom unkorrelierten Untergrund

sich das Signal um 0,9 %, wohingegen der Einfluß beim konventionellen Gerät 9 % und auch nach der Korrektur noch 3,5 % beträgt. Da man die Korrelationstechnik gerade dort einsetzt, wo die poissonverteilte Zusatzquelle nicht gut bekannt ist, ist die Unabhängigkeit des Signals von dieser Unsicherheit wichtig.

Die für die Spaltstoffbestimmung notwendige Beziehung ist der Zusammenhang zwischen Koinzidenzrate und Masse des vorhandenen Plutoniums, die Eichkurve. Sie wurde mit dem Satz 1 m langer Teststäbe gemessen, deren Daten in Tab. 7/III zu finden sind. Diese Stäbe wurden im Detektor vom Typ I untersucht. Sie waren dabei mit einer Cd-Umhüllung vor Spaltung durch thermische Neutronen geschützt. Das Ergebnis der Stäbe A-Pu 5 bis 8 ist in Abb. 3.10 eingetragen. Weitere Ergebnisse dieser Messung werden in Kap.7 präsentiert. Die mit dem Multiplizitätsszähler aufgenommene Kurve zeigt eine sehr gute Proportionalität, während die konventionelle Koinzidenzeinheit deutliche Nichtlinearität aufweist. Das bedeutet, daß das neue Gerät mit einem kleineren Satz von Standards auskommt, im Prinzip würde sogar ein einziger Stab zur Aufstellung der Eichkurve genügen.

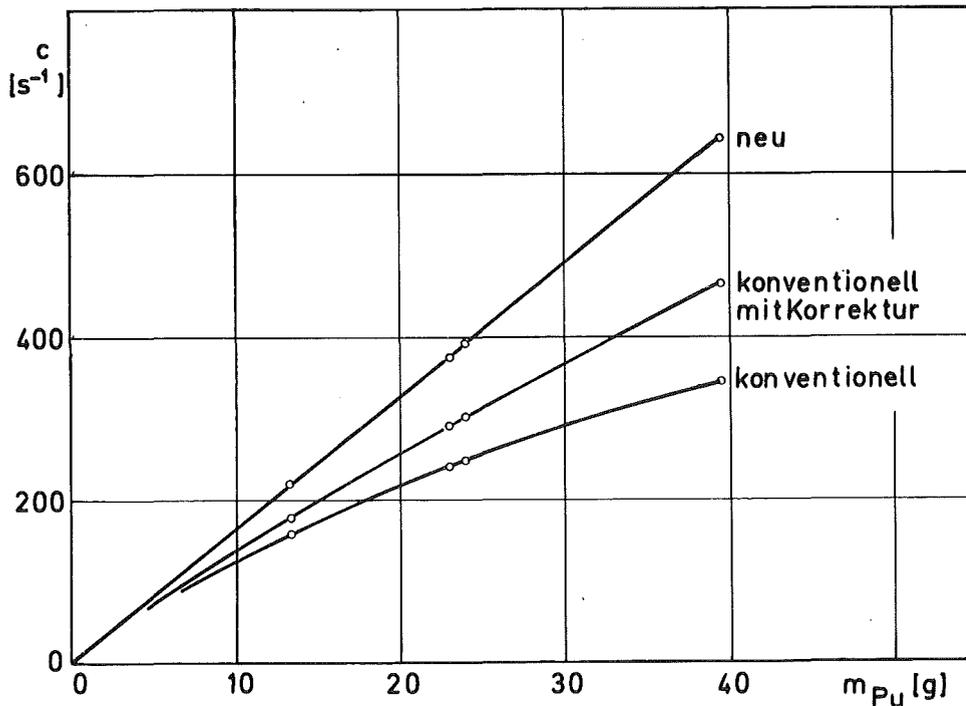


Abb. 3.10 Eichkurven für die untersuchten Koinzidenzeinheiten

### 3.6 Grenzen des Multiplizitätszählers

Bei der Anwendung des Multiplizitätszählers treten keine Nachteile im Vergleich mit den konventionellen Techniken auf. Geht man zu kleinen Plutoniummengen, so gibt es keine im Gerät liegende Grenze. Die Anwendbarkeit wird durch das kleine Signal und durch die dann notwendigen langen Meßzeiten eingeengt. Bei der Untersuchung von Proben mit großen Plutoniummengen gibt es eine in der Methode und eine im Gerät liegende Grenze. Das Signal-zu-Untergrundverhältnis SUV sinkt bei wachsender Plutoniummenge schließlich unter einen aus meßtechnischen Gründen akzeptierbaren Wert, der bei einigen Prozent liegen mag. Dieser wird mit den konventionellen Geräten schon früher erreicht. Das vorliegende Gerät hat eine Begrenzung dadurch, daß die Kapazität des Vor-Rückwärtszählers auf 4 Bit beschränkt ist. Bei zu hohen Zählraten tritt mit einer durch die noch abzuleitende Gl. 5.2.2 beschriebenen Wahrscheinlichkeit ein Überlauf auf und das Signal verringert sich. Ebenso würden sich bei zu hohen Zählraten die Totzeiten doch bemerkbar machen. Beide Effekte treten dann auf, wenn auch die prinzipielle Anwendbarkeit wegen des SUV in Frage gestellt wird.

#### 4. Totzeiteffekte

In den beschriebenen Meßeinrichtungen treten an verschiedenen Stellen Totzeiten auf. Im allgemeinen wird nur die Detektortotzeit und ihre Auswirkung auf die Zählrate betrachtet. Im vorliegenden Fall müssen jedoch folgende Punkte beachtet werden:

- a) Totzeiten treten in Detektor und Koinzidenzeinheit auf
- b) Die Auswirkungen von Totzeiten können nicht mit Poissonstatistik beschrieben werden.
- c) Detektortotzeiten haben Auswirkungen sowohl auf Zählrate wie Koinzidenzrate

Da durch Totzeiten Information verloren geht, bewirken sie eine Vergrößerung des Fehlers in einer vorgegebenen Meßzeit. Dies quantitativ zu erfassen ist Ziel dieser Untersuchungen. Daraus ergeben sich dann auch Möglichkeiten, Fehlerquellen zu beseitigen oder zu verkleinern. Die einzelnen Effekte werden gesondert diskutiert.

##### 4.1 Einfluß der Detektortotzeit auf die Zählrate

In einem thermalisierenden Detektor betrachten wir einen Detektorkanal (Zählrohr, Verstärker, Diskriminator) mit fester Totzeit  $\delta t$  (non-paralyzable deadtime). Dafür berechnen wir die Anzahl der Nachweise, die während  $\delta t$  auf einen Zählimpuls folgen. Die Totzeit und Nachweisrate seien "genügend klein". Wir verwenden nämlich die Näherung, daß der den Totzeitverlust verursachende Impuls willkürlich gewählt werden kann, also insbesondere keine Eigenschaft hat, die auf eine vorherige Totzeit Bezug nimmt oder mit seiner zeitlichen Position in der Neutronenfamilie zusammenhängt.

Die mittlere Zahl der Neutronen im System nach einem Impuls ist durch die in Abschnitt 2.4 verwendete Funktion

$$\bar{n}_0(t) = \frac{\bar{s}\bar{v}}{\alpha} + \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{2\bar{v}} e^{-\alpha t} \quad (4.1.1)$$

gegeben. Daraus erhält man die Zahl  $\delta z$  der in  $(0, \delta t)$  nachgewiesenen Neutronen

$$\delta z = \int_0^{\delta t} \epsilon \bar{n}_0(t) dt \approx n\delta t + \epsilon \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{2\bar{v}} \alpha \delta t = n\delta t + x \quad (4.1.2)$$

$$\text{mit } x = \alpha \delta t \cdot \epsilon \cdot \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{2\bar{v}} \quad (4.1.3)$$

$$\text{und der Nachweisrate } n \quad (4.1.4)$$

Bei einer Zählrate  $z$  ist also die Nachweisrate  $n$  um den Faktor  $1+\delta z$  höher. Im Gegensatz zu poissonverteilten Prozessen ist hier ein von der Quellstärke unabhängiger Beitrag  $x$  vorhanden, der berücksichtigt, daß wegen der Multiplizität der Spaltneutronen diese von der Totzeit besonders betroffen sind. Und zwar gehen jene der  $\frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{2\bar{v}}$  zweiten Partner zu Paaren verloren, die gemäß der durch  $\alpha$  gegebenen Aufspaltung in  $\delta t$  nachgewiesen werden.

Damit gilt

$$n = z (1+\delta z) = z + z \cdot n\delta t + z \cdot x$$

$$n = \frac{z}{1-z\delta t} \cdot (1+x) \quad (4.1.5)$$

$$z = \frac{n}{1+n\delta t+x} \quad (4.1.6)$$

Wir übernehmen die Beispiele und Werte aus Tab. 4/I und berechnen diejenige Zählrate  $\hat{n}$ , bis zu der der durch die Neutronenmultiplizität erzeugte Totzeiteffekt größer als der durch die Poissonverteilung der Spaltungen verursachte

ist. Das Ergebnis zeigt Tab. 4/I für  $\alpha=10^4 \text{ s}^{-1}$  und  $\epsilon=0,3$

Fall	Quelle	$\bar{\nu}$	$\frac{\overline{\nu(\nu-1)}}{\bar{\nu}}$	$\hat{n} = \frac{x}{\delta t}$	$\tilde{n}$	
1	$^{252}\text{Cf}$	3,73	3,06	4590	55000	
2	$^{240}\text{Pu}$	2,15	1,74	2610	42000	
3	$^{240}\text{Pu} + (\alpha, n)$	gleichviel Spalt- und $(\alpha, n)$ -Neutronen	1,36	0,86	1290	29000
4		doppelt so viele $(\alpha, n)$ -wie Spaltneutr.	1,22	0,57	855	24000

Tab. 4/I ( $\hat{n}$  wird auf Seite 37,  $\tilde{n}$  auf Seite 40 definiert)

Um den Totzeiteinfluß bei Detektoren mit mehreren Zählrohren zu verringern, kann man zu dem Konzept übergehen, nicht alle Zählrohre parallel an einen Verstärker zu schalten, sondern kleineren Zählrohrgruppen einen Verstärker und Diskriminator zuzuordnen. In diesem Fall ist Gl. 4.1.2 so zu modifizieren, daß die Empfindlichkeit  $\epsilon$  durch den Anteil  $\epsilon_i$  der Zählrohrgruppe  $i$  ersetzt wird. Bei  $N_g$  gleichen Gruppen ist dann

$$\epsilon_i = \frac{\epsilon}{N_g} \quad (4.1.7)$$

und es gilt für die Verluste pro Kanal

$$\delta z_i = \epsilon_i \left( \frac{\overline{\nu^2}}{\bar{\nu}^2} + \frac{\overline{\nu(\nu-1)}}{2\bar{\nu}} \right) = \frac{\delta z}{N_g} \quad (4.1.8)$$

und

$$n = N_g \cdot z_i (1 + \delta z_i) = z \left( 1 + \frac{\delta z}{N_g} \right) \quad (4.1.9)$$

Die Verluste entsprechen also einer um den Faktor  $N_g$  kleineren Totzeit als der verwendeten.

Die Totzeit der Mischstufe, in der die Signale der verschiedenen Diskriminatoren zusammengeführt werden, wird dem Gesamtsignal aufgeprägt. Sie wirkt in diesem Sinn wie eine Detektortotzeit. Da sie aber durch die Breite der Normimpulse (bei uns z.B. 100 nsec) bestimmt ist, kann sie wesentlich kleiner gemacht werden als die Totzeit der Verstärker.

#### 4.2 Einfluß der Detektortotzeit auf die Koinzidenzsignale

Wir sehen hier von den im vorigen Abschnitt besprochenen Zählrateneffekten ab und beschränken uns auf die zusätzlichen Koinzidenzrateneffekte und zwar bei der Autokorrelationstechnik mit einem Detektor (alle Zählrohre an einem Verstärker). Die Koinzidenzeinheit sei ideal, d.h. totzeitfrei. In diesem Fall ist während der auf den Triggerimpuls folgenden Totzeit  $\delta t$  sicher kein "Zählimpuls" zu finden. Da während  $\delta t$  also keine Koinzidenzen auftreten können - auch keine zufälligen -, erscheint der prompte Zyklus um die Totzeit verkürzt ( $w_2(t+\tau)$  aus Gl. (2.2.6) muß für  $t < \delta t$  Null gesetzt werden). Dieser Effekt wird verhindert /27/, indem man den prompten Zyklus um eine die Totzeit übersteigende Zeit später beginnen läßt. Dies geschieht durch die in Abb. 3.4 eingezeichnete Vorverzögerung. Dabei ist darauf zu achten, daß auch diese in der Ausführung wie das folgende Schieberegister retriggerbar ist. Das korrelierte Signal wird dann

$$c_c(t, \Delta t) = \varepsilon^2 \frac{1}{v_p(v_p - 1)} s_f \int_{t+\delta t}^{t+\delta t+\Delta t} dt \int_0^{\infty} d\tau w(t) w(t+\tau) \quad (6.2.1)$$

Eine solche Verschiebung hat bei totzeitfreien Detektoren (bei denen man sie allerdings nicht braucht) keinen Einfluß auf den verzögerten Zyklus. Die Gruppe im BNL /56/ hat jedoch bemerkt, daß bei hohen Zählraten das unkorrelierte Signal in promptem und verzögertem Zyklus verschieden beeinflusst wird. Dies rührt daher, daß bei einer Verschiebung um genau  $\delta t$  der Beginn des prompten Zyklus nie in eine Totzeit fallen kann, der des verzögerten jedoch sehr wohl. Eine quantitative Beschreibung fehlte bisher. Im folgenden wird eine unter vereinfachenden Annahmen gewonnene quantitative Abschätzung angegeben. Zu Beginn des prompten Zyklus wird

die "Zählimpulsrate"  $n_2$  in Gl.(2.2.5) durch die Nachweisrate  $n$  dargestellt. Nach Ablauf einer Totzeit  $\delta t$  ist sie wie im ganzen verzögerten Zyklus durch die Zählrate  $z$  gegeben, denn nun kann die Totzeit wirksam sein, die auf einen während  $\delta t$  erschienenen Impuls folgt. Wir interpolieren linear zwischen den beiden Werten (Abb. 4.1) und verwenden Gl. 4.1.6 zur Verknüpfung von  $n$  und  $z$ .

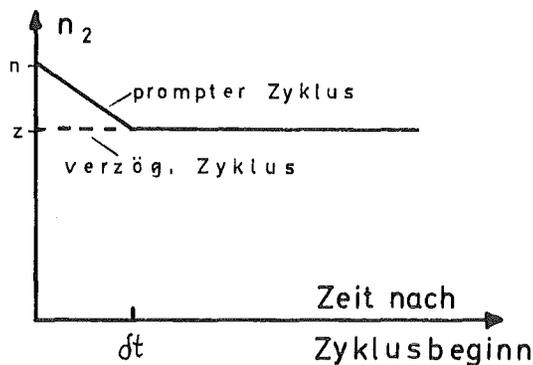


Abb. 4.1  
Verlauf der effektiven Zählrate  $n_2$  nach Zyklusbeginn

Zieht man vom prompten das verzögerte Signal ab, um gemäß(2.2.12) das korrelierte Signal zu ermitteln, erhält man somit einen Zusatzbeitrag  $c^*$  pro Zeiteinheit, der eine größere Menge Spaltmaterial vortäuscht

$$c^* = z \cdot \frac{1}{2} (n-z) \delta t = \frac{z^2}{2} (n\delta t + x) \delta t \quad (4.2.2)$$

Da der Effekt nur bei großen Zählraten auftritt, fällt  $x$  weg. Außerdem ist  $z \approx n$ . Damit folgt

$$c^* \approx \frac{n^3 \delta t^2}{2} = \frac{n\delta t^2}{2\Delta t} \cdot c_u \quad (4.2.3)$$

Mit der Quellreaktionsrate  $s$  gilt

$$\frac{c^*}{c_c} = \frac{(\bar{v}\epsilon s)^3 \frac{\delta t^2}{2}}{\epsilon^2 \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{2} (1-e^{-\alpha\Delta t}) s} = \frac{\bar{v}^3 \epsilon^2 s^2 \delta t^2}{\bar{v}(\bar{v}-1) (1-e^{-\alpha\Delta t})} = \frac{n^2 \cdot \bar{v} \cdot \delta t^2}{\epsilon \cdot \bar{v}(\bar{v}-1) (1-e^{-\alpha\Delta t})} \quad (4.2.4)$$

Wir nehmen  $1-e^{-\alpha\Delta t} = \frac{2}{3}$ ,  $\epsilon=15\%$  und  $\delta t=1\mu s$  als Beispiel an. und berechnen diejenige Zählrate  $\tilde{n}$ , bei der der Fehler 1%

ausmacht. Das Ergebnis steht in Tab. 4/I (S.38). Bei  $\text{PuO}_2$  (Fall 3) bedeutet dies etwa 130 g  $^{240}\text{Pu}$ , was in einem Abfallmeßgerät von  $\epsilon=15\%$  eine sehr große Menge wäre. Für  $^{252}\text{Cf}$  benötigte man etwa 120  $\mu\text{g}$ , was ebenfalls eine für Eichungen unübliche Quellstärke ergibt. Man schließt, daß dieser Effekt nur in extremen Fällen von Bedeutung ist. Des weiteren würde dieser Effekt verkleinert, wenn man (auf Kosten des SUV) die Vorverzögerung vergrößerte.

#### 4.3 Totzeiten im Schieberegister

In der in 3.4 beschriebenen Version einer Koinzidenzelektronik treten zwei Totzeiten bei der Übernahme des Triggerimpulses in das Schieberegister auf. Das erste Flipflop wird vom Takt regelmäßig (d.h. nicht nur, wenn es einen Impuls enthält) zurückgestellt und ist deswegen während 7 nsec pro Takt  $\Delta t$  nicht in der Lage, Impulse zu akzeptieren. Diese Totzeit ist von der Impulsfolge statistisch unabhängig und trifft deshalb mit gleichem Effekt korreliertes und unkorreliertes Signal. Eine weitere Totzeit entsteht durch die Synchronisation mit dem Takt: Ist das erste Flipflop besetzt, so kann es bis zum Ablauf der Taktzeit keine weiteren Impulse aufnehmen. In diesem Sinn wirkt es wie eine Detektortotzeit variabler Länge ( $0 < \delta t \leq \Delta t$ ) auf den Triggerkanal. Genau wie dort wird eine Verschlechterung des Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses bewirkt, da ein Abschneiden des Signals bei kleinen Verzögerungszeiten relativ stärker auf das korrelierte als auf das unkorrelierte Signal wirkt. Da der prompte Zyklus erst mit der nächsten Schieberegisterstufe beginnt, ist die für die Detektortotzeit erwähnte Vorverzögerung schon eingebaut. Beim verzögerten Zyklus treten keine Probleme auf, da die Impulse dort schon mit dem Takt synchronisiert sind.

## 5. Statistik der Zählvorgänge

Ein wesentlicher Teil des Ergebnisses von Messungen in der instrumentierten Spaltstoffflußkontrolle ist die Angabe der Unsicherheit, mit der der Meßwert behaftet ist. Diese wird nämlich für die Aussage benötigt, ob Unterschiede zwischen gemessenem und Buchinventar signifikant sind oder nicht. Einer der Fehler, die bei der Zählung von Nuklearprozessen auftreten, ist der statistische Fehler. Normalerweise gehorcht die Zahl der in einem Meßintervall registrierten Impulse einer Poissonverteilung. Bei der Zählung von Spontanspaltneutronen ist dies nicht der Fall. Darauf beruht gerade die Möglichkeit der Korrelationsanalyse. Man kann sich das Phänomen veranschaulichen, wenn man sich einen Detektor mit  $\epsilon=1$  in Verbindung mit einer Spaltquelle vorstellt, die genau 2 Neutronen pro Spaltung emittiert. Dann werden 2 Impulse pro Spaltung gezählt. Der Fehler des Zählergebnisses wird aber weiter von der statistischen Verteilung der Spaltungen bestimmt, da der jeweils zweite Impuls keine Information bringt. Dazu kommt weiter, daß die Signale keine Zähl- sondern Koinzidenzraten sind. Für die Anwendung auf das vorliegende Meßprinzip folgen drei Fragestellungen:

- a) Wie groß ist der statistische Fehler im normalen Zählexperiment?
- b) Wie groß sind die Fehler für die Signale im prompten und im verzögerten Meßzyklus?
- c) Wie groß ist der Fehler des als Differenz von promptem und verzögertem Signal gewonnenen Nettosignals?

In der Praxis sind dabei nicht nur die Plutoniumisotope zu berücksichtigen, sondern auch  $^{252}\text{Cf}$ . Dieses wird nämlich vielfach zu Eichzwecken verwendet. An Kalifornium und Plutonium wurde in Experimenten schon eine größere Varianz festgestellt /12, 40 / als man sie nach Poissonstatistik erwartet. Eine quantitative Fassung des Problems stand bisher aus /11/. Damit existierte die Gefahr, daß aus falscher Fehlerstatistik auf eine Abzweigung von Material geschlossen würde.

Zur Beschreibung von statistischen Phänomenen kann man sich der Wahrscheinlichkeitsverteilungen oder deren Momente bedienen. Der Weg über die Frequenzverteilung wird in Abschnitt 2 aufgezeigt. Im vorliegenden Fall, wo es im wesentlichen um die Berechnung von Varianzen geht, schien jedoch die letztere Methode angebrachter. An einigen Stellen der Analyse wird man eine Verwandtschaft der abgeleiteten Ausdrücke mit denen der statistischen Analyse des Reaktorrauschens feststellen /1,71/. Dabei werden auch implizit Methoden der Varianzanalyse behandelt, ohne ihre Verwendung für den speziellen Fall der Plutoniummessung zu untersuchen.

### 5.1 Vereinbarungen für dieses Kapitel

Die Unterscheidungen zwischen Untergrundneutronen und Spaltneutronen erübrigen sich, wenn man formal alle Quellereignisse als Spaltungen betrachtet (dazu muß z.B. die Nachweisempfindlichkeit für beide Klassen gleich sein). Durch diese Annahme werden die Wahrscheinlichkeiten  $q^*(\nu)$  für die einzelnen Multiplizitäten vom Verhältnis  $\frac{s_f}{s_p}$  der Spaltungen zum Untergrund abhängig, wie es in Abb.5.0 für  $\bar{\nu}s_f = s_p$  dargestellt ist.

$$q^*(\nu) = \frac{s_f}{s_f+s_p} \cdot p(\nu) + \frac{s_p}{s_f+s_p} \delta_{1\nu} \quad (5.1.1)$$

Dabei ist  $p(\nu)$  die Wahrscheinlichkeit, bei einer Spaltung  $\nu$  Neutronen zu finden,  $\delta_{1\nu}$  ist das Kroneckersymbol (d.h.  $\delta_{1\nu}=1$  genau dann, wenn  $\nu=1$ ).

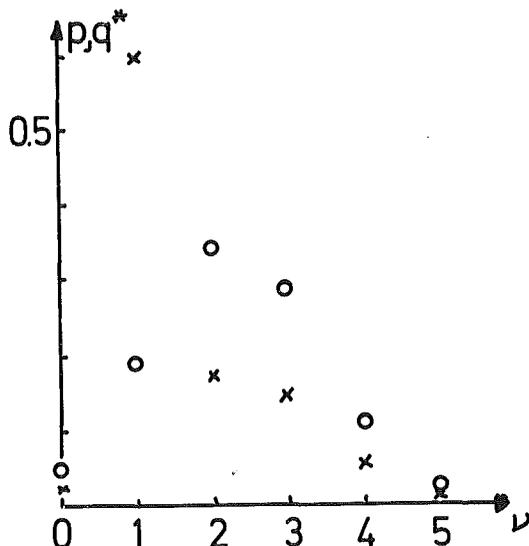


Abb.5.0

Wahrscheinlichkeit,  $\nu$  Neutronen in einem Quellereignis zu finden (O nur Spaltungen, x mit  $(\alpha, n)$ -Reaktionen)

Wird die Mittelung über diese Verteilung zunächst durch Mittelungsstrich mit einem zusätzlichen Stern angedeutet, so gilt

$$\bar{v}^* = \frac{s_f \bar{v} + s_p}{s_f + s_p} ; \quad \overline{v(v-1)}^* = \frac{v(v-1) s_f}{s_f + s_p} ; \quad s = s_f + s_p \quad (5.1.2)$$

Im weiteren Verlauf wird der Stern i.a. wieder weggelassen.

Eine von 1 verschiedene Nachweiswahrscheinlichkeit  $\epsilon$  bewirkt, daß von  $v$  entstandenen Neutronen nur  $\mu \leq v$  nachgewiesen werden, und zwar mit der Wahrscheinlichkeit  $p'(\mu) = \binom{v}{\mu} \epsilon^\mu (1-\epsilon)^{v-\mu}$ . Daraus folgt die Wahrscheinlichkeit  $R(\mu)$ , daß aus einer Spaltung  $\mu$  Neutronen nachgewiesen werden.

$$R(\mu) = \sum_{v=\mu}^{\infty} q^*(v) * \binom{v}{\mu} \epsilon^\mu (1-\epsilon)^{v-\mu} \quad (5.1.3)$$

Man zeigt, daß für die Momente der Verteilung  $R(\mu)$ , die zunächst mit einer Tilde  $\tilde{\phantom{x}}$  gekennzeichnet seien, folgende Beziehungen gelten (z.B. /72/ oder /73/)

$$\tilde{v} = \sum_{\mu} \mu R(\mu) = \epsilon \bar{v}^* \quad (5.1.4)$$

$$\widetilde{v(v-1)} = \epsilon^2 \overline{v(v-1)}^* \quad (5.1.5)$$

usw.

Anschaulich heißt das z.B. für Gl.(5.1.5), daß bei der Berechnung der Anzahl von Paaren  $(v(v-1))$  berücksichtigt wird, daß sowohl der erste wie der zweite Partner nur mit einer Wahrscheinlichkeit  $\epsilon$  nachgewiesen werden.

Diese einfachen Beziehungen erlauben es, zunächst mit  $\epsilon=1$  zu rechnen. Das Ergebnis wird dann als Funktion der Momente geschrieben, die man dann mit den entsprechenden Potenzen von  $\epsilon$  multipliziert. Dieses Verfahren wird des öfteren, z.B. bei den Gleichungen 5.3.17, 5.4.27 und 5.4.41, angewendet werden, wobei wir statt  $\tilde{v}$  wieder  $\bar{v}$  schreiben.

Wir setzen des weiteren voraus, daß die Empfindlichkeit für Untergrund- und alle Spaltneutronen gleich ist, daß wir in Autokorrelationstechnik arbeiten, und daß Detektor- und Koinzidenzeinheit ideal, d.h. totzeitfrei, sind. Ist die Zeitabhängigkeit der Detektorantwortfunktion von Belang, nehmen wir einen exponentiellen Verlauf an. Wir bezeichnen den Erwartungswert der Größe  $x$ , die in  $N$  Messungen  $x_i$  vorliege, mit  $E(x)$ , den Mittelwert mit  $\bar{x}$  und die Varianz mit

$$\text{var } x = \text{var}(x) = E((x - E(x))^2). \quad (5.1.6a)$$

Schreibt man

$$x_i = E(x) + \Delta x_i \quad (5.1.6b)$$

so gilt 
$$\text{var } x = E((\Delta x)^2) \quad (5.1.6c)$$

Für den Mittelwert gilt

$$E(\bar{x}) = E(x) \quad (5.1.7a)$$

und

$$\text{var } \bar{x} = \frac{\text{var } x}{N} \quad (5.1.7b)$$

## 5.2 Frequenzverteilung von Nachweisen

Wir betrachten zunächst die Verteilung der Zahl der in einem Intervall gemessenen Impulse. Während z.B. für den radioaktiven Zerfall diese Frequenzverteilung nur von der Länge des Intervalls abhängt, gilt dies für die Zählung von Spontanspaltneutronen nicht. Vielmehr ist die Wahrscheinlichkeit  $P_n(\Delta t)$ , in einem Intervall der Länge  $\Delta t$   $n$  Nachweise zu erhalten, davon abhängig, ob das Intervall mit einem Impuls beginnt oder ob ein willkürlicher Zeitpunkt gewählt wird. Kennzeichnen wir den ersten Fall mit einem Stern und den zweiten mit 2 Sternen, so gilt mit den im Anhang definierten erzeugenden Funktionen  $Z_\infty$  und  $\rho$  (Gl.A1.25 und A1.30) für einen thermalisierenden Detektor im Grundmode

$$P_n^{**}(\Delta t) = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n Z_\infty(n, \Delta t)}{d u^n} \right|_{u=0} \quad (5.2.1)$$

$$P_n^*(\Delta t) = \frac{1}{n!} \frac{d^n p(u, \Delta t)}{du^n} \Big|_{u=0} \quad (5.2.2)$$

Im weiteren wird die Wahrscheinlichkeit  $q(t, v, k, \Delta t)$  verwendet, daß zur Zeit  $t$  nach einer Spaltung mit  $v$  Neutronen  $k$  Neutronen in dem Intervall  $[\max(0, t-\Delta t), t]$  zu finden sind, sowie deren Integral

$$I(v, k) = \int_0^{\infty} q(t, v, k, \Delta t) dt \quad (5.2.3)$$

Für  $Z_{\infty}(u)$  gilt

$$Z_{\infty}(u) = e^{Q(u)} = e^{s \sum_{v=1}^{\infty} R(v) \sum_{k=1}^v (u^k - 1) I(v, k)} \quad (5.2.4)$$

und

$$\frac{d^{n+1} Z_{\infty}(u)}{du^{n+1}} = \sum_{i=1}^{n+1} \binom{n}{i-1} \frac{d^i Q(u)}{du^i} \cdot \frac{d^{n+1-i} Z_{\infty}(u)}{du^{n+1-i}} \quad (5.2.5)$$

Damit wird

$$P_0^{**} = Z_{\infty}(0) = \exp \left[ -s \sum_{v=1}^{\infty} R(v) \sum_{k=1}^v I(v, k) \right] \quad (5.2.6)$$

und, da

$$\frac{d^i Q}{du^i} \Big|_{u=0} = i! \cdot s \sum_{v=i}^{\infty} R(v) I(v, i) \quad \text{ist,} \quad (5.2.7)$$

$$P_n^{**} = \frac{1}{n!} \sum_{i=1}^n i \cdot s \sum_{v=i}^{\infty} R(v) I(v, i) \cdot P_{n-i}^{**} \quad (5.2.8)$$

Als Spezialfall erhält man daraus für einen einfachen radioaktiven Zerfall ( $R(1)=1$ ) die aus der Poissonverteilung abgeleiteten Wahrscheinlichkeiten  $P_n$ , bei einer Zählrate  $s$  in einem Intervall  $\Delta t$  sind genau  $n$  Impulse zu finden.

$$P_0 = e^{-s\Delta t} \quad (5.2.9)$$

da

$$I(v,1) = \Delta t \quad (5.2.10)$$

$$P_n = \frac{s \Delta t \cdot P_{n-1}}{n!} = \frac{(s \Delta t)^n}{n!} e^{-s \Delta t} \quad (5.2.11)$$

Der Weg, die weitere Analyse mit diesen Formeln zu bestreiten, wird wegen der Komplexität der Ausdrücke, die für  $P_n^*$  noch zunimmt, aufgegeben. Im Fall der Reaktoranalyse wurden die entsprechenden Rekursionsformeln numerisch bearbeitet /84/. Hier sei nur noch darauf hingewiesen, daß die  $I(v,k)$  aus der Impulsantwortfunktion  $w(t)$  des Systems berechnet werden können. Die Wahrscheinlichkeiten  $P_n^{**}$  sind meßbar (vgl. die Messung im Anhang II). Damit hat man eine Methode zur Bestimmung der Multiplizitätsverteilung  $R(v)$  aus dem Gleichungssystem (5.2.8), bei der der Zeitpunkt einer einzelnen Spaltung nicht bekannt sein muß.

### 5.3 Das einfache Zählexperiment

#### a) Poisson-Prozeß

Die in den folgenden Abschnitten verwendete Arbeitsweise werde zunächst am Beispiel des Nachweises einzeln entstandener Neutronen, z.B. aus einer  $(\alpha,n)$ -Quelle, demonstriert. Wir betrachten eine Neutronenquelle der Stärke  $s$  mit einem Detektor der Empfindlichkeit  $\epsilon$ . Während eines Zeitintervalls  $\Delta t$  zählen wir

$$N = n \Delta t = \epsilon s \Delta t = \epsilon S \quad (5.3.1)$$

Impulse aus  $S = s \Delta t$  Quellereignissen.

Machen wir den Fehler,  $\epsilon$  als Konstante zu betrachten, so bekommen wir für  $\Delta t=1$  unter Verwendung von  $\text{var } s = s$

$$\text{var } n = \text{var}(\epsilon s) = \epsilon^2 \text{var } s = \epsilon^2 E(s) = \epsilon E(n) \quad (5.3.2)$$

statt  $\text{var } n = E(n)$

Wir müssen  $\epsilon$  als Mittelwert der Detektorempfindlichkeit  $D$  für einen einzelnen Nachweisprozeß ansehen, wobei  $D=1$ , wenn das

Neutron nachgewiesen wird, und  $D=0$ , wenn das nicht der Fall ist. Für eine Messung während  $\Delta t=1$  gilt, daß  $D$   $s$ -mal "gemessen" wird und einen Mittelwert  $\bar{D}$  ergibt. Damit schreiben wir die Zufallsvariable  $n$  als Produkt der Zufallsvariablen  $s$  und  $\bar{D}$

$$n = s \cdot \bar{D} \quad (5.3.3)$$

Mit (5.1.6) erhalten wir

$$(5.3.4)$$

$$\text{var } n = \text{var}(s \cdot \bar{D}) = E(s)^2 \cdot \text{var } \bar{D} + E(D)^2 \cdot \text{var } s + \text{var } s \cdot \text{var } \bar{D}$$

Verwenden wir (5.1.7b) für große  $s$ , so ergibt sich

$$\text{var } n = E(s)^2 \cdot \frac{\text{var } D}{s} + E(D)^2 \cdot E(s) + E(s) \cdot \frac{\text{var } D}{s}$$

Da dann  $s \approx E(s)$  gilt und der letzte Term vernachlässigbar ist, gilt

$$\text{var } n = E(s) \cdot (\text{var } D + E(D)) \quad (5.3.5)$$

Kürzen wir "Wahrscheinlichkeit, daß" mit "prob" ab, so ist

$$\text{prob}(D=1) = \epsilon \quad \text{prob}(D=0) = 1-\epsilon$$

und es wird

$$\text{var } D = \text{prob}(D=1) \cdot 1^2 + \text{prob}(D=0) \cdot 0^2 - (\text{prob}(D=1) \cdot 1 + \text{prob}(D=0) \cdot 0)^2$$

$$\text{var } D = \epsilon(1-\epsilon) \quad (5.3.6a)$$

$$E(D) = \epsilon \quad (5.3.6b)$$

Aus (5.3.5) folgt dann

$$\text{var } n = E(s) (\epsilon(1-\epsilon) + \epsilon^2) = E(s) \cdot \epsilon = E(n) \quad (5.3.7)$$

Dieses Ergebnis gilt, wenn ein Quellereignis höchstens ein Nachweisereignis auslösen kann. Bei Spaltungen können aber pro Quellereignis u.U. mehrere Neutronen nachgewiesen werden, so daß (5.3.7) nicht anwendbar ist.

#### b) Spaltungen

Zur Ableitung der Varianz der Zählrate, die auf Spaltungen

zurückgeht, bieten wir zunächst eine sehr anschauliche Ableitung an. Dann führen wir die gleiche Prozedur wie im Abschnitt a) durch. Schließlich geben wir eine Ableitung sehr formaler Natur unter Verwendung der im Anhang definierten wahrscheinlichkeitserzeugenden Funktionen (EF) an, bevor wir zur experimentellen Verifizierung kommen. Wir schreiben im weiteren auch  $s$  für  $E(s)$ . In allen Fällen gehen wir von  $\epsilon=1$  aus und verallgemeinern am Schluß mit Hilfe der Gln.(5.1.4) und (5.1.5).

$\Delta t$  sei zunächst gleich der Zeiteinheit gesetzt.

$\alpha$ ) Weist man die Ereignisse eines Poissonprozesses (hier: Spaltungen) mit  $k$ -fach-Impulsen nach, so gilt

$$\text{var } n = \text{var } k \cdot s = k^2 \cdot \text{var } s = k^2 \cdot s = k \cdot n \quad (5.3.8)$$

Für den "relativen Fehler" gilt

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\sqrt{\text{var } n}}{n} = \sqrt{\frac{k}{n}} = \sqrt{\frac{1}{s}} \quad (5.3.9)$$

Das bedeutet, daß man die Genauigkeit einer Messung nicht dadurch steigert, daß man Mehrfachimpulse zählt oder den Zählerinhalt mit einer Konstanten multipliziert.

Faßt man die Spaltrate  $s$  als Überlagerung von voneinander unabhängigen Raten  $s_\nu$  mit dem Gewicht  $p(\nu)$  auf, die jeweils  $\nu$  Neutronen emittieren und somit pro Spaltung einen  $\nu$ -fach-Impuls im (langen) Meßintervall liefern, so gilt

$$s_\nu = p(\nu) \cdot s \quad n = \sum_{\nu} \nu s_\nu \quad (5.3.10)$$

$$\begin{aligned} \text{var } n &= \text{var} \sum_{\nu=0}^{\infty} \nu s_\nu = \sum \text{var}(\nu s_\nu) = \sum \nu^2 s_\nu = \\ &= \sum \nu^2 p(\nu) \cdot s = \overline{\nu^2} \cdot s = \frac{\overline{\nu^2}}{\nu} \cdot n \end{aligned}$$

$$\frac{\text{var } n}{n} = 1 + \frac{\overline{\nu^2 - \nu}}{\nu} = 1 + \frac{\overline{\nu(\nu-1)}}{\nu} \quad (5.3.11)$$

Es ist deutlich, daß die Varianz gegenüber der eines Poissonprozesses vergrößert ist. Der Zusatzterm ist die Zahl der zweiten Partner der geordneten Paare pro Zählimpuls.

β) Analog zu Gl.(5.3.3) interpretieren wir

$$n = \bar{v} \cdot s \quad (5.3.12)$$

als

$$n = \bar{M} \cdot s \quad \text{mit} \quad \bar{M} = \bar{v} \quad (5.3.13)$$

wobei M die Multiplizität der bei der Spaltung entstehenden Neutronen ist. Mit der Argumentation wie bei Gl.(5.3.4) ff ist

$$\begin{aligned} \text{var } n &= \bar{v}^2 \cdot \text{var } s + s^2 \text{ var } \bar{M} = \\ &= \bar{v}^2 \cdot \text{var } s + s^2 \cdot \frac{\text{var } M}{s} = \\ &= \bar{v}^2 \cdot s + s (\bar{v}^2 - \bar{v}^2) = \bar{v}^2 s \\ \frac{\text{var } n}{n} &= 1 + \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{\bar{v}} \end{aligned}$$

Dies ist wieder die Gl.(5.3.11), aus der sich für beliebige Nachweiswahrscheinlichkeit  $\epsilon$  mit Gl.(5.14) und (5.1.5) ergibt

$$\frac{\text{var } n}{n} = 1 + \epsilon \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{\bar{v}} \quad (5.3.14)$$

γ) Wir hatten bisher lange Meßzeiten vorausgesetzt: Die Neutronen aller während der Meßzeit stattgefundenen Spaltungen wurden während der Meßzeit nachgewiesen und es wurden keine Neutronen nachgewiesen, die schon vor Beginn der Meßzeit geboren waren. Verkleinern wir die Meßzeit soweit, daß nicht mehr alle entstandenen Neutronen nachgewiesen werden, so nähern wir uns dem Fall, daß höchstens ein Nachweisereignis pro Quellereignis auftritt. Deshalb erwarten wir eine Verkleinerung des Zusatzterms  $\frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{\bar{v}}$ .

Für beliebiges  $\Delta t$  verwenden wir die EF  $z_{\infty}(u, \Delta t)$  zur Ablei-

tung und setzen Grundmodeverhalten voraus. Aus (5.2.4) und (5.2.5) folgt

$$\begin{aligned} \text{var } N &= \text{var}(n\Delta t) = E(N^2) - E(N)^2 = E(N^2 - N) + E(N) - E(N)^2 = \\ &= \left[ \frac{d^2 z_\infty}{du^2} + \frac{dz_\infty}{du} - \left(\frac{dz_\infty}{du}\right)^2 \right]_{u=1} = \left[ \frac{d^2 \alpha}{du^2} + \frac{d\alpha}{du} \right]_{u=1} \end{aligned} \quad (5.3.15)$$

Unter Verwendung von

$$\frac{d\alpha}{du} \Big|_{u=1} = s \sum_{k=0}^v k \int_0^\infty q(t, v, k) dt = s \bar{v} \Delta t \quad (5.3.16)$$

$$\frac{d^2 \alpha}{du^2} \Big|_{u=1} = s \sum_{k=1}^v k(k-1) \int_0^\infty q(t, v, k) dt = s \overline{v(v-1)} \left( \Delta t - \frac{1 - e^{-\alpha \Delta t}}{\alpha} \right)$$

und unter Berücksichtigung der Empfindlichkeit erhält man

$$\text{var } N = N \left[ 1 + \varepsilon \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \cdot \left( 1 - \frac{1 - e^{-\alpha \Delta t}}{\alpha \Delta t} \right) \right] = N \left[ 1 + \varepsilon \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \cdot \gamma \right] \quad (5.3.17)$$

Dies geht für  $\Delta t \gg \frac{1}{\alpha}$  in (5.3.14) über.

Der Koeffizient  $\gamma$  ist in Abb. 5.1 als Funktion der in Vielfachen der Lebensdauer  $1/\alpha$  gemessenen Meßzeit dargestellt.

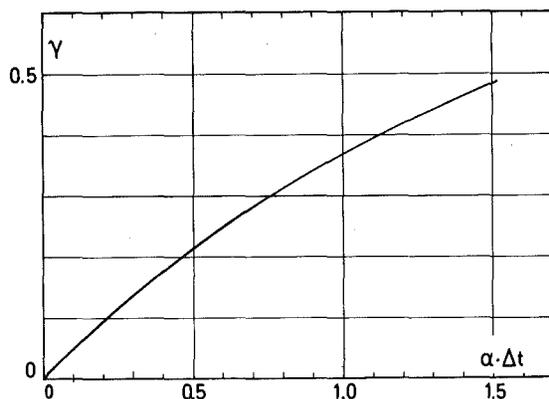


Abb. 5.1  
Abhängigkeit des Koeffizienten  $\gamma$  von der Meßzeit  $\Delta t$

Für eine Quelle, die nur einzelne Neutronen emittiert ( $\nu(\nu-1)=0$ ), ergibt sich die bekannte Form  $\text{var } N = N$ . Die Abhängigkeit von  $\epsilon$  kann man dahingehend interpretieren, daß die effektive Multiplizität bei sinkendem  $\epsilon$  abnimmt und daß damit zu einem nachgewiesenen Neutron immer weniger Partner ebenfalls nachgewiesen werden. Dadurch wird der Nachweisprozeß einem Poissonprozeß immer ähnlicher.

Die gewonnene Beziehung (5.3.14) wurde experimentell mit zwei  $^{252}\text{Cf}$ -Quellen überprüft (eine Quelle mit  $\sim 200$  Sp/sec, die andere mit  $\sim 10000$  Sp/sec). Sie wurden in einer Detektoranordnung deponiert, deren Empfindlichkeit durch die Zahl der angeschlossenen Zählrohre verändert werden konnte. Nimmt man die Zählrate als Maß für die Empfindlichkeit, so läßt sich (5.3.14) umschreiben

$$\frac{\text{var } N}{N} = 1 + n \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{\nu(\nu-1)}{\nu^2} \quad (5.3.18)$$

Das Ergebnis ist in Abb.5.2 dargestellt. Die eingezeichnete Gerade erwartet man für die kleinere Quelle. Deren Spaltrate wurde in einer als Durchflußzähler betriebenen Parallelplattenkammer bestimmt.

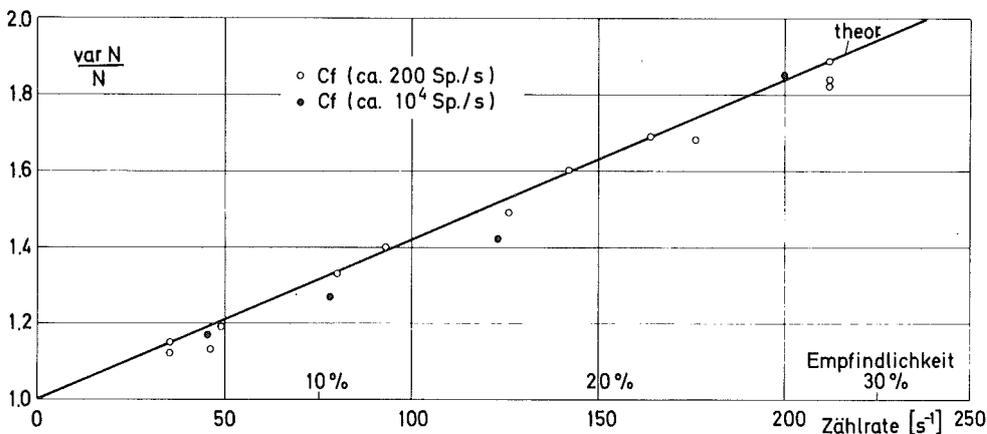


Abb. 5.2 Reduzierte Varianz der Zählrate als Funktion der Detektorempfindlichkeit

#### 5.4 Varianz des unkorrelierten Koinzidenzsignals

Wir betrachten eine Apparatur zur Bestimmung der Korrelation in der Impulsfolge, wie sie in Kap.34 beschrieben ist. Sie habe keine Totzeit. Die "Koinzidenzbreite"  $\Delta t$  sei durch eine Verzögerungsleitung VL (in Form des Schieberegisters) bestimmt. Die Analyse wird analog zum experimentellen Vorgehen aufgeteilt in die Untersuchung von promptem und verzögertem Zyklus sowie von deren Differenz. Wir beginnen mit dem verzögerten Zyklus. Wir schreiben Gl.(2.2.5) neu an (mit der Zählrate  $n$ )

$$c_u = n^2 \Delta t \cdot T = nT \cdot n \Delta t = \sum_{\ell=1}^{nT} Z_{\ell} \quad (5.4.1)$$

und interpretieren sie wie bei der Herleitung so, daß mit jedem der  $nT$  Impulse einer Impulsfolge  $F_1$  (auf dem "Zähl-eingang") die Zahl  $Z_{\ell}$  der gerade in der VL befindlichen Impulse der Folge  $F_2$  (Trigger) zum Gesamtsignal addiert wird.  $F_1$  und  $F_2$  seien miteinander nicht korreliert. Der Mittelwert von  $Z_{\ell}$  über die  $nT$  Messungen ist  $n\Delta t$ . Die Gleichung (5.1.7b) darf hier jedoch nicht angewendet werden, da die  $nT$  "Messungen" aus zwei Gründen nicht unabhängig sind. Erstens können Impulse von  $F_1$  so dicht aufeinanderfolgen, daß sich die Meßintervalle  $\Delta t$  überlagern und somit Impulse von  $F_2$  mehrmals gezählt werden können. Zweitens sind in der Folge  $F_2$  korrelierte Familien vorhanden, so daß selbst bei getrennten Intervallen Neutronen einer Familie zu mehreren Meßwerten beitragen und dadurch eine Abhängigkeit erzeugt wird. (Im Anhang II wird eine Messung zur Demonstration dieser Tatsache erläutert.)

Um die Korrelationen bei der Berechnung von  $\text{var } n\Delta t$  zu berücksichtigen, nehmen wir zunächst an, wir hätten  $N$  durch die Zeiten  $\{t_1, \dots, t_{\ell}, t_N\}$  charakterisierte Messungen. Bei  $t_i$  sei jeweils ein Meßintervall  $\Delta t$  zu Ende und es werden die Einzelmeßwerte  $Z_{\ell}$  zu  $\tilde{Z}$  aufaddiert.

$$\tilde{Z} = \sum_{\ell=1}^N Z_{\ell} = N \cdot n\Delta t \quad (5.4.2)$$

Neutronen, die aus Spaltungen stammen, die im Zeitintervall  $(t_{i-1}, t_i)$  stattfanden, sind zu solchen unkorreliert, die nicht in diesem Intervall entstanden sind. Wir zerlegen nun den Einzelmeßwert  $Z_\ell$  in voneinander unabhängige Beiträge  $K_{i \rightarrow \ell}$ , die aus Nachweisen von Neutronen bestehen, die im Intervall  $(t_{i-1}, t_i)$  entstanden, dabei ist  $t_0 = -\infty$ .

$$Z_\ell = \sum_{i=1}^{\ell} K_{i \rightarrow \ell} \quad (5.4.3)$$

Damit

$$\tilde{Z} = \sum_{\ell=1}^N \sum_{i=1}^{\ell} K_{i \rightarrow \ell} = \sum_{i=1}^N \sum_{\ell=i}^N K_{i \rightarrow \ell} \quad (5.4.4)$$

und

$$\tilde{Z}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{\ell=i}^N \sum_{m=j}^N K_{i \rightarrow \ell} K_{j \rightarrow m} \quad (5.4.5)$$

Für die Varianz des Gesamtergebnisses  $\tilde{Z}$  der N Messungen gilt

$$\text{var } \tilde{Z} = E(\tilde{Z}^2) - E(\tilde{Z})^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{\ell=i}^N \sum_{m=j}^N (E(K_{i \rightarrow \ell} K_{j \rightarrow m}) - E(K_{i \rightarrow \ell}) E(K_{j \rightarrow m})) \quad (5.4.6)$$

Der Erwartungswert des Produkts unabhängiger Größen (hier:  $i \neq j$ ) ist gleich dem Produkt der einzelnen Erwartungswerte

$$E(K_{i \rightarrow \ell} \cdot K_{j \rightarrow m}) = E(K_{i \rightarrow \ell}) \cdot E(K_{j \rightarrow m}) \quad \text{genau dann, wenn } i \neq j \quad (5.4.7)$$

also

$$E(K_{i \rightarrow \ell} \cdot K_{j \rightarrow m}) = E(K_{i \rightarrow \ell}) E(K_{j \rightarrow m}) + \delta_{ij} \left\{ E(K_{i \rightarrow \ell} K_{j \rightarrow m}) - E(K_{i \rightarrow \ell}) E(K_{j \rightarrow m}) \right\} \quad (5.4.8)$$

Damit wird

$$\begin{aligned} \text{var } \tilde{Z} &= \sum_{\ell=1}^N \sum_{i=1}^{\ell} \left[ E(K_{i \rightarrow \ell}^2) - E(K_{i \rightarrow \ell})^2 \right] + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{\ell=i}^{N-1} \sum_{m=\ell+1}^N \left\{ E(K_{i \rightarrow \ell} \cdot K_{i \rightarrow m}) - E(K_{i \rightarrow \ell}) E(K_{i \rightarrow m}) \right\} \\ &= \sum_{\ell=1}^N \sum_{i=1}^{\ell} \text{var } K_{i \rightarrow \ell} + 2 \underbrace{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{\ell=i}^{N-1} \sum_{m=\ell+1}^N \text{cov}(K_{i \rightarrow \ell}, K_{i \rightarrow m})}_{=: \nu_c} \quad (5.4.9) \end{aligned}$$

$$\text{var } \tilde{Z} = N \cdot \text{var } Z + v_c \text{ mit } Z = \frac{\tilde{Z}}{N} \quad (5.4.10)$$

Den ersten Term erwartet man für N unabhängige Messungen, der zweite Term enthält die Korrelationen und somit z.B. die Multiplizität der Spaltungen und die Antwortfunktion des Systems.

Mit Gl.(5.4.2) erhält man daraus

$$\text{var } \overline{n\Delta t} = \text{var } \frac{\tilde{Z}}{N} = \frac{1}{N^2} \text{var } \tilde{Z} = \frac{1}{N} \text{var } Z + \frac{v_c}{N^2} \quad (5.4.11)$$

N kann hier nicht ohne weiteres mit der Gesamtzahl nT Impulsen auf  $F_1$  identifiziert werden, vielmehr wird erst später eine Aussage über  $\{t_1, \dots, t_N\}$  gemacht. Wir berechnen nun den Kovarianzterm  $v_c$ . Dazu benutzen wir die erzeugende Funktion  $\zeta$  für das Paar  $(K_{k \rightarrow l}, K_{k \rightarrow m})$ , die im Anhang I bereitgestellt wird. Es ist

$$\zeta(t, t_{k-1}, t_k, u, v) = \exp \left\{ s \int_{t_{k-1}}^{t_k} \sum_{(i,j)} w(t_\ell - t', t_m - t', i, j) (u^i v^j - 1) dt' \right\} = e^B \quad (5.4.12)$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} E(K_{k \rightarrow l} K_{k \rightarrow m}) - E(K_{k \rightarrow l}) E(K_{k \rightarrow m}) &= \left[ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial u \partial v} - \frac{\partial \zeta}{\partial u} \frac{\partial \zeta}{\partial v} \right]_{u=v=1} \\ &= s \int_{t_{k-1}}^{t_k} \sum_{(i,j)} ij w(t_\ell - t', t_m - t', i, j) dt' \end{aligned} \quad (5.4.13)$$

und

$$\begin{aligned} v_c &= 2 \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{l=k}^{N-1} \sum_{m=l+1}^N \dots = 2 \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{m=l+1}^N \sum_{k=1}^l \dots = 2 \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{m=l+1}^N s \times \\ &\quad \int_{-\infty}^{t_\ell} dt' \sum_{(i,j)} ij w(t_\ell - t', t_m - t', i, j) \\ v_c &= 2 \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{m=l+1}^N s \int_0^\infty \sum_{(i,j)} ij w(t', t' + (t_m - t_\ell), i, j) dt' \end{aligned} \quad (5.4.14)$$

Das Integral ist der Mittelwert  $\overline{ij}$  des Produktes der Inhalte der VL zu den Zeiten  $t_m$  und  $t_l$ , die von derselben Spaltung stammen.

Setzt man  $\tau = t_m - t_l$ , so erhält man unter Verwendung der im Anhang angegebenen Mittelwerte  $\overline{ij}$

$$\begin{aligned}
 v(\tilde{\tau}) &:= \int_0^{\infty} \overline{ij} \, dt = \frac{v(v-1)}{2\alpha} e^{-\alpha\Delta t} e^{-\alpha\tilde{\tau}} (e^{2\alpha\tilde{\tau}} - 2e^{\alpha\Delta t} + 1) + v^2 \cdot (\Delta t - \tilde{\tau}) \quad \text{für } \tilde{\tau} \leq \Delta t \\
 &= \frac{v(v-1)}{2\alpha} e^{-\alpha\Delta t} e^{-\alpha\tilde{\tau}} (e^{\alpha\Delta t} - 1)^2 \quad \text{für } \tilde{\tau} > \Delta t
 \end{aligned}
 \tag{5.4.15}$$

Der Wert von  $V$  hängt explizit nicht mehr von  $l$  und  $m$  ab, sondern nur noch vom zeitlichen Abstand der Impulse.

Geht man nicht mehr von einem festen Zeitschema  $\{t_1, \dots, t_n\}$  aus, sondern mittelt über alle Möglichkeiten, so erhält man

$$\bar{v}_c = 2 \cdot s \cdot \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{m=l+1}^N \int_0^{\infty} v(\tau) p_{m,l}(\tau) d\tau
 \tag{5.4.16}$$

wobei  $p_{m,l}(\tau) d\tau$  die Wahrscheinlichkeit ist, daß der  $m$ -te Impuls im Intervall  $(\tau, \tau+d\tau)$  nach dem  $l$ -ten liegt.

Es gelang nun nicht, die Wahrscheinlichkeit  $p_{m,l}(\tau)$  allgemein anzugeben. Zu ihrer Berechnung bräuchte man die in (5.2.1) und (5.2.2) angegebenen Wahrscheinlichkeiten  $P_n^*$  und  $P_n^{**}$ .

Wir machen deswegen zwei Näherungen. Die erste geht von einer so niedrigen Spaltrate aus, daß sich die Familien der Folge  $F_1$  nicht überlagern, die zweite behandelt das andere Extrem sehr großer Spaltrate. Im ersten Fall schreiben wir 5.4.1 weiter um in

$$c_u = sT \cdot (\bar{v} \cdot n \Delta t)
 \tag{5.4.17}$$

und interpretieren dies so, daß  $sT$ -mal eine unabhängige  $M$ -fach Messung gemacht wird, wobei  $M$  selbst eine statistische Variable ist, nämlich die Zahl der bei einer der  $sT$  Spaltungen entstehenden Neutronen mit  $E(M)=\bar{v}$ . (Wir führen für die Multiplizität  $M$  ein, um von dem  $\bar{v}$  auf dem anderen Kanal zu unterscheiden.)

Wir identifizieren zunächst das  $N$  der Gl.(5.4.16) mit einem festen  $M$  ( $N=M$ ) und berechnen die Verteilung  $p_{m,\ell}(\tau)=p_{\ell+k,\ell}(\tau)$  für eine  $M$ -fach-Messung. Es gilt, da nach dem  $\ell$ -ten Impuls noch  $M-\ell$  Neutronen vorhanden sind

$$p_{\ell+k,\ell}(\tau) d\tau = \binom{M-\ell}{k} e^{-\alpha k \tau} (1-e^{-\alpha \tau})^{M-\ell-k} \cdot \alpha d\tau \quad (5.4.18)$$

$$1 \leq k \leq M-\ell$$

und

$$\sum_{\ell=1}^{M-1} \sum_{m=\ell+1}^M p_{m\ell}(\tau) = \sum_{\ell=1}^{M-1} \sum_{k=1}^{M-\ell} p_{\ell+k,\ell}(\tau) = \alpha e^{-\alpha \tau} \frac{M(M-1)}{2} \quad (5.4.19)$$

Setzt man dies in die Gl.(5.4.16) ein, so gilt

$$\begin{aligned} \bar{v}_c &= 2 s \sum_{\ell=1}^{M-1} \sum_{m=\ell+1}^M \int_0^{\infty} v(\tau) p_{m,\ell}(\tau) d\tau = \\ &= s \int_0^{\infty} v(\tau) e^{-\alpha \tau} \alpha d\tau \cdot M(M-1) \end{aligned} \quad (5.4.20)$$

Mit (5.4.15) und der Definition von  $\gamma$  (5.3.17)

$$\begin{aligned} \bar{v}_c &= s \cdot M \cdot (M-1) \cdot \left[ \frac{v(v-1)}{2\alpha} (\alpha \Delta t e^{-\alpha \Delta t} + 3e^{-\alpha \Delta t} - 3 + 2\alpha \Delta t) + \bar{v} \Delta t \cdot \gamma \right] \\ &= s \cdot M(M-1) \left[ \frac{v(v-1)}{2} (e^{-\alpha \Delta t} - 1 + 3\gamma) + \bar{v} \cdot \gamma \right] \Delta t \end{aligned} \quad (5.4.21)$$

Damit haben wir für den Fall, daß die Zählimpulse von einer Spaltung mit der Multiplizität  $M$  kommen, das Ergebnis:

$$\begin{aligned} \text{var } \tilde{Z}_M &= M \cdot s \cdot \bar{v} \Delta t \left(1 + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \gamma\right) + \bar{v}_c = \\ &= M \cdot s \cdot \bar{v} \Delta t \left(1 + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \gamma\right) + s \cdot M(M-1) \Delta t \left[ \frac{\overline{v(v-1)}}{2} (e^{-\alpha \Delta t} - 1 + 3\gamma) + \bar{v} \gamma \right] \end{aligned} \quad (5.4.22)$$

Wir bemerken, daß sich M auf den Zählkanal und v auf den Triggerkanal bezieht.

Denken wir uns die Gesamtheit der Spaltungen in Klassen verschiedener Multiplizität R(M) eingeteilt, vgl. (5.1.3),

$$s = \sum_{M=0}^{\infty} s_M = \sum_{M=0}^{\infty} R(M) s \quad (5.4.23)$$

so ist die Varianz der Gesamtmessung als Summe der Varianzen der einzelnen Meßklassen zu bilden. Aus (5.4.17) wird analog zur Entwicklung in Abschnitt 5.3

$$\begin{aligned} \text{var } c_u &= \text{var} \sum_{M=0}^{\infty} s_M^T \cdot \tilde{Z}_M^{(s_M^T)} = \sum_{M=0}^{\infty} \left\{ (s_M^T)^2 \cdot \frac{\text{var } \tilde{Z}_M}{s_M^T} + (s_M^T) \cdot (M \cdot n \Delta t)^2 \right\} = \\ &= s^T \cdot \sum_{M=0}^{\infty} R(M) \left\{ \text{var } Z_M + M^2 (n \Delta t)^2 \right\} \end{aligned} \quad (5.4.24)$$

Da beide Impulsfolgen von der gleichen Quelle kommen, ist  $E(M) = \bar{v}$ , usw., und für Autokorrelation gilt

$$\begin{aligned} \frac{\text{var } c_u}{s^T} &= \bar{v}^2 \cdot s \Delta t \left(1 + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \gamma\right) + s \cdot \overline{v(v-1)} \Delta t \left[ \frac{\overline{v(v-1)}}{2} (e^{-\alpha \Delta t} - 1 + 3\gamma) + \bar{v} \gamma \right] \\ &\quad + \bar{v}^2 (n \Delta t)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\text{var } c_u}{c_u} = 1 + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \gamma + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}^2} \frac{\overline{v(v-1)}}{2} \left\{ (e^{-\alpha \Delta t} - 1 + 3\gamma) + \bar{v} \gamma \right\} + \bar{v}^2 s \Delta t$$

$$(5.4.25)$$

Für die vorausgesetzten kleinen Spaltraten ist der letzte Term zu vernachlässigen und es folgt

$$\frac{\text{var } c_u}{c_u} = 1 + 2 \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \gamma + \left( \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \right)^2 \frac{e^{-\alpha \Delta t} - 1 + 3\gamma}{2} \quad (5.4.26)$$

Schreibt man die Empfindlichkeit mit (5.1.4 und 5.1.5), so gilt mit der Definition von  $\gamma$  in Gl.(5.3.17)

$$\frac{\text{var } c_u}{c_u} = 1 + 2\varepsilon \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \gamma + \varepsilon^2 \left( \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \right)^2 \frac{e^{-\alpha \Delta t} - 1 + 3\gamma}{2} \quad (5.4.27)$$

Die verwendete Näherung sollte auf die Messungen mit der  $^{252}\text{Cf}$ -Quelle anwendbar sein, die nur etwa 200 Spaltungen pro Sekunde hat. In Abb.5.3 sind die Meßwerte und die theoretischen Werte eingetragen, die man für  $\alpha \Delta t = 1$  erhält. Man findet eine zufriedenstellende Übereinstimmung, wenn man berücksichtigt, daß nach Abb.2.3 für den verwendeten Detektor die Impulsantwortfunktion keine reine Exponentialfunktion ist.

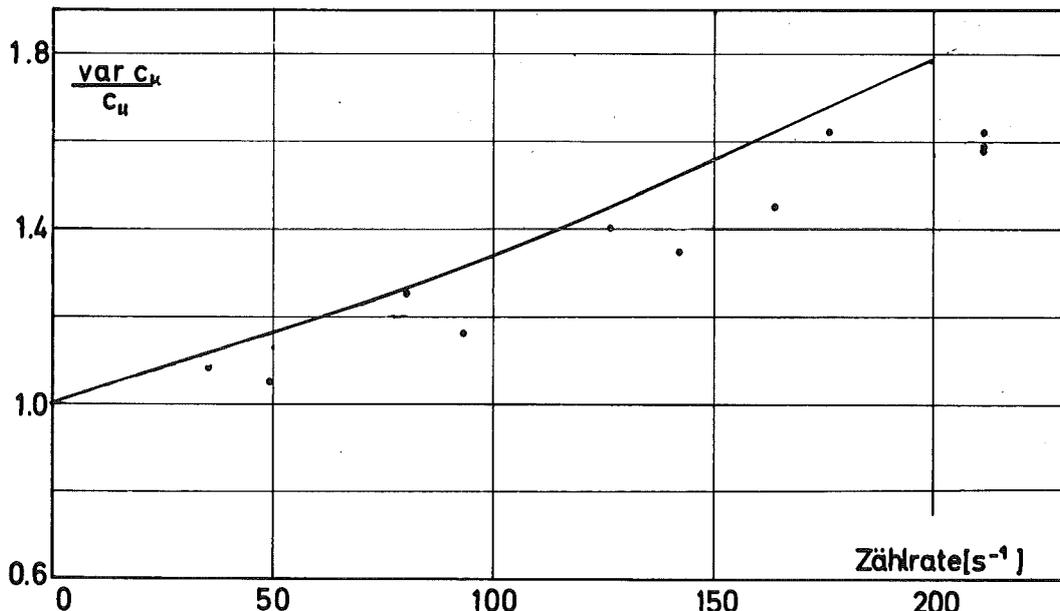


Abb.5.3: Reduzierte Varianz des unkorrelierten Untergrunds in Abhängigkeit von der als Maß für  $\varepsilon$  verwendeten Zählrate (die ausgezogene Kurve ist die theoretische).

Benutzt man die Werte für  $\frac{\overline{v(v-1)}}{\overline{v}}$  aus Tab.4/I für die dort definierten Spontanspaltquellen in Gl.(5.4.27), so ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} \frac{\text{var } c_u}{c_u} &= 1 + 2,25 \epsilon (1 + 0,98 \epsilon) \text{ für } {}^{252}\text{Cf} \text{ (Fall 1 der Tab.)} \\ &1 + 1,28 \epsilon (1 + 0,56 \epsilon) \text{ für } {}^{240}\text{Pu} \text{ (Fall 2)} \\ &1 + 0,63 \epsilon (1 + 0,28 \epsilon) \text{ für Fall 3} \\ &1 + 0,42 \epsilon (1 + 0,18 \epsilon) \text{ für Fall 4} \end{aligned} \quad (5.4.28)$$

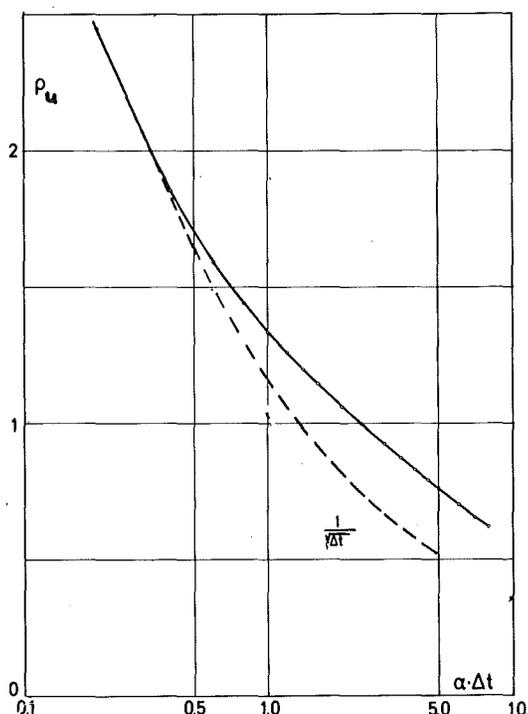
Während für Kalifornium und reines  ${}^{240}\text{Pu}$  bei realistischen Empfindlichkeiten von 30% durchaus merkbare Effekte entstehen, vergrößert sich die reduzierte Varianz nur um etwa 20%, wenn aus Spaltungen und  $(\alpha, n)$ -Quelle etwa gleichviel Neutronen entstehen.

Betrachten wir schließlich noch den relativen Fehler

$$\rho_u = \frac{\sigma(c_u)}{c_u} = \frac{\sqrt{\text{var } c_u}}{c_u}$$

der Messung des unkorrelierten Untergrunds. Nach Poissonstatistik erwartet man  $\rho_u \sim \frac{1}{\sqrt{\Delta t}}$  als Abhängigkeit von der Zykluslänge. Die auf Gl.(5.4.27) und dem Meßbeispiel beruhende Abb.5.4 zeigt, daß der Fehler bei wachsendem  $\Delta t$  sinkt, aber nicht in dem nach Poissonstatistik erwarteten Maß.

Abb. 5.4  
Relativer Fehler  $\rho_u$  des unkorrelierten Signals in Abhängigkeit von der Zykluslänge  $\Delta t$ .



Im zweiten Extremfall großer Spaltraten gehen wir davon aus, daß sich die Neutronenfamilien stark überlagern. Das wird dann der Fall sein, wenn die Spaltrate deutlich größer als die Zeitkonstante des Systems ist ( $s \gg \alpha$ ). Dies kann bei entsprechend kleiner Empfindlichkeit auch bei kleinen Zählraten der Fall sein. Für das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis gilt

$$\text{SUV} = \frac{c_c}{c_u} = \frac{\epsilon^2}{\epsilon^2} \frac{\frac{\overline{v(v-1)}}{2} (1-e^{-\alpha\Delta t}) s}{\overline{v}^2 s^2 \Delta t} = \frac{\overline{v(v-1)}}{\overline{v}^2} \frac{1-e^{-\alpha\Delta t}}{2} \cdot \frac{1}{s\Delta t} \quad (5.4.29)$$

Ist  $\Delta t = \frac{1}{\alpha}$ , so wird

$$\text{SUV} \approx \frac{\overline{v(v-1)}}{\overline{v}^2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\alpha}{s} \quad (5.4.30)$$

In den Fällen der Tab.4/I liegt der Effektivwert von  $\frac{\overline{v(v-1)}}{\overline{v}^2}$  etwa zwischen 0,84 und 0,45, so daß diese zweite Näherung ( $\frac{\alpha}{s} < 1$ ) für SUV-Werte von einigen Prozent gut sein sollte.

Wir nehmen an, daß die Impulsabstände einer Poissonverteilung gehorchen. Dies bedeutet, daß zwischen 2 korrelierten Impulsen "viele" unkorrelierte erscheinen. Formal ergibt sich dies aus (5.2.2) oder (5.2.1) und (5.2.8) für  $s \rightarrow \infty$ .

Dann gilt

$$p_{\ell m}(\tau) d\tau = \frac{(s\overline{v}\tau)^{m-\ell-1}}{(m-\ell-1)!} e^{-s\overline{v}\tau} s\overline{v} d\tau \quad (5.4.31)$$

Für die

$$N = s\overline{v}T \quad (5.4.32)$$

Impulse erhält man dann aus Gl.(5.4.20)

$$\begin{aligned} \overline{v}_c &= 2 \sum_{\ell=1}^{N-1} \sum_{m=\ell+1}^N s \int_0^{\infty} V(\tau) \frac{(s\overline{v}\tau)^{m-\ell-1}}{(m-\ell-1)!} e^{-s\overline{v}\tau} \overline{v} s d\tau \\ &= 2\overline{v}s^2 \int_0^{\infty} V(\tau) e^{-s\overline{v}\tau} \sum_{\ell=1}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-\ell-1} \frac{(s\overline{v}\tau)^k}{k!} d\tau \quad (5.4.33) \end{aligned}$$

Die Doppelsumme ist  $DS \approx (N-1) \left\{ 1 + \frac{N-2}{N-1} (s\bar{v}\tau) + \frac{N-3}{N-1} \frac{(s\bar{v}\tau)^2}{2!} + \dots \right\}$  (5.4.34)  
 und geht für sehr viele Zählimpulse in der Meßzeit ( $N \rightarrow \infty$ ) in  $N \cdot e^{s\bar{v}\tau}$  über, so daß man schreiben kann

$$\bar{v}_c \approx 2\bar{v}s^2 \int_0^\infty V(\tau) d\tau \cdot N \quad (5.4.35)$$

Da  $\int_0^\infty V(\tau) d\tau = \frac{\bar{v}^2}{2} \Delta t^2 = \left[ \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} + 1 \right] \frac{(\Delta t)^2 \bar{v}}{2}$  (5.4.36)

erhält man schließlich

$$\bar{v}_c = (\bar{v}s\Delta t)^2 \cdot N \cdot \left( \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} + 1 \right) \quad (5.4.37)$$

woraus sich mit (5.4.10) und (5.4.34)

$$\text{var } \tilde{Z} = N \text{ var } Z + \bar{v}_c = N \cdot Z \left[ 1 + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \gamma + \bar{v}s\Delta t \cdot \left( \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} + 1 \right) \right] \quad (5.4.38)$$

und

$$\text{var } \frac{\tilde{Z}}{n\Delta t} (nT) = \text{var } \frac{\tilde{Z}}{N} = \frac{1}{nT} \overline{n\Delta t} \cdot \left( 1 + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \gamma + \bar{v}s\Delta t \left( 1 + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \right) \right) \quad (5.4.39)$$

ergibt.

Schließlich folgt analog zu (5.3.5)

$$\begin{aligned} \text{var } c_u &= \text{var}(nT \cdot \overline{n\Delta t}) \approx (nT)^2 \text{var } \overline{n\Delta t} + nT \cdot \overline{n\Delta t}^2 = \\ &= c_u \left( 1 + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \gamma + \bar{v}s\Delta t \left( 2 + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.4.40)$$

Schreibt man die Empfindlichkeit mit, so gilt

$$\frac{\text{var } c_u}{c_u} = 1 + \epsilon \left( 2\bar{v}s\Delta t + \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \gamma \right) + \epsilon^2 \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} s\Delta t \quad (5.4.41)$$

als Näherung für große Spaltraten. Dann darf auch der 2. Term in der Klammer vernachlässigt werden, so daß man endlich

$$\frac{\text{var } c_u}{c_u} = 1 + n\Delta t \left( 2 + \epsilon \cdot \frac{\overline{v(v-1)}}{\bar{v}} \right) \quad (5.4.42)$$

erhält.

Der relative Fehler ist in dieser Näherung

$$\frac{\sqrt{\text{var } c_u}}{c_u} = \sqrt{\frac{1+n\Delta t(2+\epsilon\frac{\nu(\nu-1)}{\bar{\nu}})}{c_u}} = \frac{1}{\sqrt{nT}} \sqrt{(2+\epsilon\frac{\nu(\nu-1)}{\bar{\nu}}) + \frac{1}{n\Delta t}} \quad (5.4.43)$$

wobei  $c_u$  das in der Meßzeit aufgelaufene Signal des verzögerten Zyklus,  $n$  die Zählrate,  $\Delta t$  die Zykluslänge und  $T$  die Meßzeit ist. Der Fehler in der Koinzidenzrate wird also wesentlich von der Zählrate bestimmt.

### 5.5 Varianz des korrelierten Signals

Ein korreliertes Signal kann immer nur von Neutronen aus einer einzigen Spaltung kommen. Überlagern sich mehrere Neutronenfamilien, so tragen die nicht verwandten nur zum unkorrelierten Untergrund bei. Wir können also hier die Gesamtheit der Spaltungen ohne Rücksicht auf ihr zeitliches Auftreten behandeln. Dazu unterteilen wir sie in Klassen  $s_\nu$  von Spaltungen, die mit der Multiplizität  $\nu$  nachgewiesen werden. Eine einzelne solche Spaltung liefere den Beitrag  $K_\nu$ . Wäre die Zykluszeit  $\Delta t$  so groß, daß zu jedem Impuls alle 2. Partner als solche erkannt würden, so wäre  $K_\nu$  eine Konstante (nämlich  $\frac{\nu(\nu-1)}{2}$ ) und es gälte für die Varianz des entsprechenden Koinzidenzsignals  $c_{c\nu}$

$$\text{var } c_{c\nu} = \text{var}(s_\nu T \cdot K_\nu) = K_\nu^2 \cdot \text{var } s_\nu T = K_\nu^2 s_\nu T = K_\nu \cdot c_{c\nu} \quad (5.5.1)$$

Da aber i.a.  $\Delta t \approx 1/\alpha$  gewählt wird, tragen nicht immer alle Neutronen zum Signal bei und  $K_\nu$  ist eine statistische Größe. Unter den Bedingungen wie in (5.3.5) ( $\frac{1}{s} \ll 1$ ) wird

$$\begin{aligned} \text{var } c_{c\nu} &= \text{var}(s_\nu T \cdot K_\nu) = (s_\nu T)^2 \cdot \frac{\text{var } K_\nu}{s_\nu T} + K_\nu^2 \cdot s_\nu T \\ &= s_\nu T \cdot (\text{var } K_\nu + K_\nu^2) = c_{c\nu} \left( \frac{\text{var } K_\nu}{K_\nu} + K_\nu \right) \end{aligned} \quad (5.5.2)$$

Zuerst behandeln wir den Fall, daß die Zykluslänge  $\Delta t$  so groß ist, daß praktisch alle Neutronenfamilien in  $\Delta t$  aussterben ( $1 - e^{-\alpha \Delta t} \approx 1$ ). Dann gilt unter Verwendung von (5.5.1)

$$\begin{aligned} \text{var } c_c &= \sum_v \text{var } c_{cv} = sT \sum_v R(v) K_v^2 = sT \sum_v R(v) \left[ \frac{v(v-1)}{2} \right]^2 = \\ &= \frac{sT}{4} \sum_{v=2}^{\infty} R(v) [v(v-1)]^2 \end{aligned} \quad (5.5.3)$$

Dabei ist  $R(v)$  wieder die Wahrscheinlichkeit,  $v$  Neutronen nachzuweisen. Um anschließend die Empfindlichkeit leichter berücksichtigen zu können, schreiben wir

$$[v(v-1)]^2 = 2v(v-1) + 4v(v-1)(v-2) + v(v-1)(v-2)(v-3) \quad (5.5.4)$$

und erhalten

$$\begin{aligned} \text{var } c_c &= \frac{sT \cdot c_c}{4} \cdot \left[ 2\overline{v(v-1)} + 4\overline{v(v-1)(v-2)} + \overline{v(v-1)(v-2)(v-3)} \right] \\ &= c_c \cdot \left( 1 + 2 \frac{\overline{v(v-1)(v-2)}}{\overline{v(v-1)}} + \frac{1}{2} \frac{\overline{v(v-1)(v-2)(v-3)}}{\overline{v(v-1)}} \right) \end{aligned} \quad (5.5.5)$$

Mit ausgeschriebener Empfindlichkeit gilt demnach

$$\text{var } c_c = c_c \left( 1 + 2 \cdot \epsilon \cdot \frac{\overline{v(v-1)(v-2)}}{\overline{v(v-1)}} + \frac{1}{2} \epsilon^2 \frac{\overline{v(v-1)(v-2)(v-3)}}{\overline{v(v-1)}} \right) \quad (5.5.6)$$

Mit den Werten der Tab.4/I für die Momente ergibt sich (unabhängig vom  $(\alpha, n)$ -Untergrund!)

$$\frac{\text{var } c_c}{c_c} = 1 + 2,54 \cdot \epsilon + 0,56 \epsilon^2 \quad \text{für } {}^{240}\text{Pu} \quad (5.5.7a)$$

$$\frac{\text{var } c_c}{c_c} = 1 + 4,86 \epsilon + 2,25 \cdot \epsilon^2 \quad \text{für } {}^{252}\text{Cf} \quad (5.5.7b)$$

Man erkennt aus (5.5.5), daß Spaltungen mit weniger als 3 nachgewiesenen Neutronen nicht zur Abweichung der reduzierten Varianz von 1 beitragen. Dies wird dadurch erklärt, daß dabei pro Spaltereignis maximal ein Nachweisereignis stattfindet, nämlich die Registrierung eines Paares. Dann gilt für die Koinzidenzen ebenfalls Poissonstatistik.

Die Einführung der endlichen Zykluszeit in die Überlegungen bringt nicht nur den ersten Term in Gl. (5.5.2), sondern ändert auch den zweiten. Wir werden in der folgenden Behandlung des Problems zunächst allgemein formulieren, dann jedoch nach dem Term abbrechen, der den Nachweis von 3 Neutronen beinhaltet, und zwar mit dem Argument, daß weiterer Aufwand nur wenig zusätzliche Genauigkeit bringt. Wir definieren die Wahrscheinlichkeit  $r(t_2, t_3 \dots t_\mu)$ , daß die  $\mu$  nachgewiesenen Neutronen Impulse zu den Zeiten  $t_1=0, t_2, t_3 \dots t_\mu$  verursachen.

$$r(t_2, t_3 \dots t_\mu) dt_1 \dots dt_\mu = \alpha^{\mu-1} (\mu-1)! e^{-\alpha(t_2+t_3+\dots+t_\mu)} \quad (5.5.8)$$

für  $\mu \geq 2$

Wir bezeichnen die Wahrscheinlichkeit, daß zum 1. Impuls  $n_1$ , zum  $i$ -ten Impuls  $n_i$  korrelierte Nachfolger gehören, mit  $p_\mu(n_1, n_2 \dots n_{\mu-1})$ . (Zum letzten Impuls gibt es natürlich keine weiteren Partner.) Allgemein gilt

$$\begin{aligned} p_\mu &= 0, \text{ wenn } n_i > \mu - i && \text{für mindestens ein } i \\ p_\mu &= 0, \text{ wenn } n_i > n_{i+1} + 1 && \text{für mindestens ein } i \end{aligned} \quad (5.5.9)$$

denn wenn zum  $i$ -ten Impuls außer dem  $(i+1)$ -ten noch weitere Impulse innerhalb  $\Delta t$  folgen, gilt dies auch für den  $(i+1)$ -ten Impuls.

$$K_V = n_1 + \dots + n_{\mu-1} \quad (5.5.10)$$

$$E(K_V) = \sum_{\substack{\text{alle Möglich-} \\ \text{keiten} \\ (n_1, \dots, n_{\mu-1})}} (n_1 + \dots + n_{\mu-1}) p_\mu(n_1, \dots, n_{\mu-1}) \quad (5.5.11a)$$

$$\text{var } K_V + E(K_V)^2 = \sum (n_1 + \dots + n_{\mu-1})^2 p_{\mu}(n_1, \dots, n_{\mu-1}) \quad (5.5.11b)$$

Für Spaltungen mit 2 Nachweisen ( $\mu=2$ ) gilt

$$p_2(0) = \int_{\Delta t}^{\infty} r(t_2) dt_2 = e^{-\alpha \Delta t},$$

da der 2. Impuls weiter als  $\Delta t$  vom ersten entfernt sein muß, um nicht als Partner gezählt zu werden.

$$p_2(1) = 1 - e^{-\alpha \Delta t}$$

Daraus folgt nach (5.5.11a)

$$E(K_2) = 0 \cdot e^{-\alpha \Delta t} + 1 \cdot (1 - e^{-\alpha \Delta t}) = 1 - e^{-\alpha \Delta t} = \frac{\mu(\mu-1)}{2} (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \quad (5.5.12a)$$

wie man es erwartet. Außerdem wird gemäß (5.5.11b)

$$\text{var } K_2 + K_2^2 = 1 - e^{-\alpha \Delta t} = K_2 \quad (5.5.12b)$$

Für die Nachweise mit  $\mu=3$  betrachten wir die möglichen Konstellationen und kennzeichnen die Zeit des Nachweises durch eine Spitze und die anschließende Zykluszeit durch ein Rechteck. Jede Spitze in einem Rechteck gibt eine Koinzidenz an.

	Zeitmuster	Wert
$p_3(0,0)$		$e^{-3\alpha \Delta t}$
$p_3(0,1)$		$e^{-2\alpha \Delta t} (1 - e^{-\alpha \Delta t})$
$p_3(1,0)$		$(1 - e^{-2\alpha \Delta t}) e^{-\alpha \Delta t}$
$p_3(1,1)$		$e^{-\alpha \Delta t} (1 - e^{-\alpha \Delta t})^2 \quad (5.5.13)$
$p_3(2,0)$	keine Möglichkeit	0
$p_3(2,1)$		$(1 - e^{-\alpha \Delta t})^2$

Der letzte Wert ergibt sich z.B. aus

$$p_3(2,1) = \int_0^{\Delta t} dt_2 \int_{t_2}^{\Delta t} dt_3 r(t_2, t_3)$$

Mit den Wahrscheinlichkeiten aus (5.5.13) ergibt sich gemäß  
(5.5.11a) und (5.5.11b) (5.5.14a)

$$E(K_3) = \sum_{\substack{\text{alle} \\ (n_1, n_2)}} (n_1 + n_2) p_3(n_1, n_2) = 3(1 - e^{-\alpha \Delta t}) = \frac{\mu(\mu-1)}{2} (1 - e^{-\alpha \Delta t})$$

sowie

$$\begin{aligned} \text{var } K_3 + K_3^2 &= (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \left[ (5 - 2e^{-\alpha \Delta t}) e^{-2\alpha \Delta t} + - e^{-\alpha \Delta t} \right] \\ &= \frac{K_3}{3} [\dots] = K_3 \left[ 3 - 3e^{-\alpha \Delta t} + \frac{5 - 2e^{-\alpha \Delta t}}{3} e^{-2\alpha \Delta t} \right] \end{aligned} \quad (5.5.14b)$$

Verwenden wir in der Varianzberechnung nur die Terme  $c_c = c_{c2} + c_{c3}$ ,  
so gilt

$$\begin{aligned} \text{var } c_c &= \text{var } c_{c2} + \text{var } c_{c3} = s_2^T (\text{var } K_2 + K_2^2) + s_3 \cdot T \cdot (\text{var } K_3 + K_3^2) = \\ &= sT \cdot \left[ R(2) \cdot K_2 + R(3) \cdot K_3 \left( 3 - 3e^{-\alpha \Delta t} + \frac{5 - 2e^{-\alpha \Delta t}}{3} e^{-2\alpha \Delta t} \right) \right] = \\ &= sT \left( R(2)K_2 + R(3)K_3 + R(3)K_3 \cdot \gamma \right) = c_c + sTR(3) \cdot K_3 \cdot \gamma_3 \end{aligned} \quad (5.5.15)$$

mit

$$\gamma_3 = 2 - 3e^{-\alpha \Delta t} + \frac{5 - 2e^{-\alpha \Delta t}}{3} e^{-2\alpha \Delta t} \quad (5.5.16)$$

Benützen wir (5.1.3) für R(3) und beachten (5.1.2), so folgt  
unter Verwendung des vollständigen Terms für  $c_c$ ,

$$c_c = \varepsilon^2 \frac{v(v-1)}{2} (1 - e^{-\alpha \Delta t}),$$

die Beziehung

$$\frac{\text{var } c_c}{c_c} = 1 + \frac{\varepsilon}{v(v-1)} \sum_{v \geq 3} p(v) (1 - \varepsilon)^{v-3} v(v-1)(v-2) \cdot \gamma_3 = 1 + \hat{\gamma}_3 \cdot \gamma_3 \quad (5.5.17)$$

Die Größen  $\hat{\gamma}_3$  und  $\gamma_3$  sind in Abb. 5.5 und 5.6 dargestellt.  
Bei den üblichen Zykluslängen ( $\alpha \Delta t \approx 1$ ) ist  $\gamma_3$  in der Nähe

von 1,  $\hat{\gamma}_3$  erreicht bei  $\epsilon=0,3$  Werte von 0,3 für  $^{240}\text{Pu}$  und 0,4 für  $^{252}\text{Cf}$ , so daß deutliche Effekte zu beobachten sind. Die Würdigung der Ergebnisse im Licht der Experimente kann erst im nächsten Abschnitt geschehen, da var  $c_c$  nicht direkt meßbar ist.

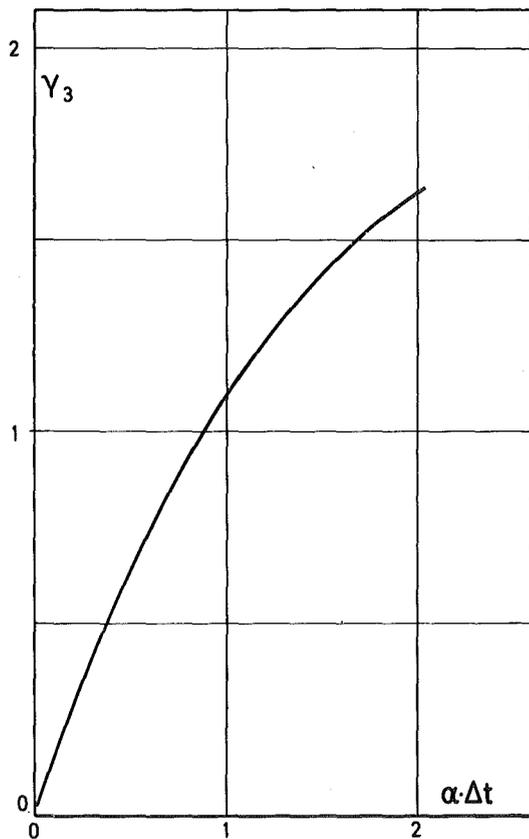


Abb. 5.5

siehe Text

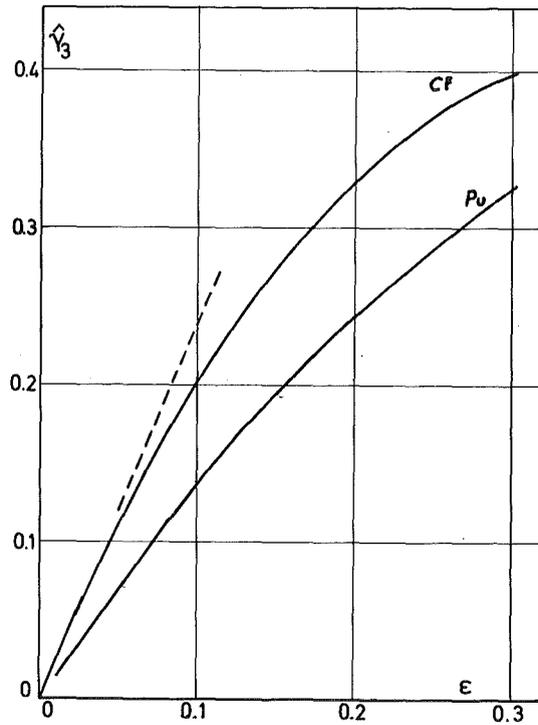


Abb. 5.6

siehe Text

## 5.6 Varianz des Nettosignals

Die Bestimmung des korrelierten Nettosignals geschieht bisher allgemein durch Differenzbildung der Signale aus promptem und verzögertem Zyklus, die in ein und derselben Messung bestimmt werden. Dabei können die beiden Zyklen gleich lang sein oder - wie in dieser Arbeit beschrieben - verschiedene Länge haben. Im folgenden wird die Varianz des Nettosignals auf Größen zurückgeführt, die in den vorhergehenden Abschnitten abgeleitet wurden. Auf die ebenfalls mögliche Berechnung des Untergrunds aus den Zählraten wird nicht weiter eingegangen, da dazu erst bestimmte Meßbedingungen definiert werden müßten.

### 5.6.1 Messung mit gleichlangen Zyklen

Im Fall der Messung, in dem verzögerter und prompter Zyklus gleich lang sind, gilt

$$c_{\text{prompt}} = c_c + \underbrace{\bar{v}_s T}_{A_1} \cdot \underbrace{v_s \Delta t}_{\bar{A}_2} = c_c + A \cdot \bar{A}_2 \quad (5.6.1)$$

$$c_{\text{verz}} = \underbrace{\bar{v}_s T}_{A_3} \underbrace{v_s \Delta t}_{\bar{A}_4} = A \cdot \bar{A}_4 \quad (5.6.2)$$

Die Terme  $A_1$  und  $A_3$  geben die Anzahl der Zyklen wieder, die insgesamt gestartet wurden. Die Impulsfolgen, die dazu führen, sind identisch und werden mit  $A$  bezeichnet.  $\bar{A}_2$  und  $\bar{A}_4$  haben gleichen Erwartungswert und gleiche Varianz, stammen aber aus verschiedenen Abschnitten der Triggerimpulsfolge. Es gilt

$$\begin{aligned} \text{var } c_{\text{netto}} &= \text{var}(c_{\text{prompt}} - c_{\text{verz}}) = \text{var } c_c + \text{var } A(\bar{A}_2 - \bar{A}_4) = \\ &= \text{var } c_c + E\left(A^2(\bar{A}_2 - \bar{A}_4)^2 - E(A)^2 E(\bar{A}_2 - \bar{A}_4)^2\right) = \\ &= \text{var } c_c + E(A^2 \bar{A}_2^2 - 2A^2 \bar{A}_2 \bar{A}_4 + A^2 \bar{A}_4^2) = \\ &= \text{var } c_c + 2E(A^2 \bar{A}_2^2) - 2E(A^2)E(\bar{A}_2)^2 \quad (5.6.3) \end{aligned}$$

Wir formen um

$$E(A^2) = E(A^2) - E(A)^2 + E(A)^2 = \text{var } A + E(A)^2 \quad (5.6.4)$$

$$\begin{aligned} \text{var } c_{\text{netto}} &= \text{var } c_c + 2E(A^2\bar{A}_2^2) - 2E(A)^2E(\bar{A}_2)^2 - 2 \text{var } A E(\bar{A}_2)^2 \\ &= \text{var } c_c + 2 \text{var } (A\bar{A}_2) - 2 \text{var } A \cdot E(\bar{A}_2)^2 \end{aligned} \quad (5.6.5)$$

Der letzte Term berücksichtigt, daß sich Schwankungen der "Zählimpulsfolge", die in beiden Zyklen gleich auftreten, bei der Differenzbildung aufheben. Demgemäß entfiere dieser Term, wenn  $A_1$  und  $A_3$  unabhängig wären, also z.B. in unabhängigen Messungen bestimmt würden. (Es stünde dann statt  $E(A^2)$  das Produkt  $E(A_1) \cdot E(A_2)$ .) Bei genügend kleiner  $\text{var } A$  wird der Term jedoch keine Rolle spielen. Die beiden ersten Terme geben formal die üblicherweise benützte Formel, wobei jedoch die von der Poissonstatistik abweichenden Werte zu benutzen sind. Wir erhalten somit mit der Notation der vorigen Abschnitte die Gleichung

$$\frac{\text{var } c_{\text{netto}}}{c_{\text{netto}}} = \frac{\text{var } c_c}{c_c} + \frac{2 \text{var } c_u}{c_c} - \frac{2 \text{var}(nT) \cdot n^2 \Delta t^2}{c_c} \quad (5.6.6)$$

in die die jeweiligen Näherungen einzusetzen sind.

Mit dem Signal-zu-Untergrundverhältnis  $\text{SUV} = \frac{c_c}{c_u}$  läßt sich (5.6.6) bei vernachlässigtem letztem Term umschreiben

$$\frac{\text{var } c_{\text{netto}}}{c_{\text{netto}}} = \frac{\text{var } c_c}{c_c} + \frac{2 \text{var } c_u}{c_c} = \frac{\text{var } c_c}{c_c} + \frac{2}{\text{SUV}} \frac{\text{var } c_u}{c_u} \quad (5.6.7)$$

Die Ergebnisse der Messung von  $c_{\text{netto}}$  mit der kleinen Cf-Quelle sind in Abb.5.7 aufgetragen, ebenso die Werte für den Untergrund, wie sie sich aus der in Abb.5.3 dargestellten Messung unter Berücksichtigung des SUV (Gl.(5.6.7)) ergeben.

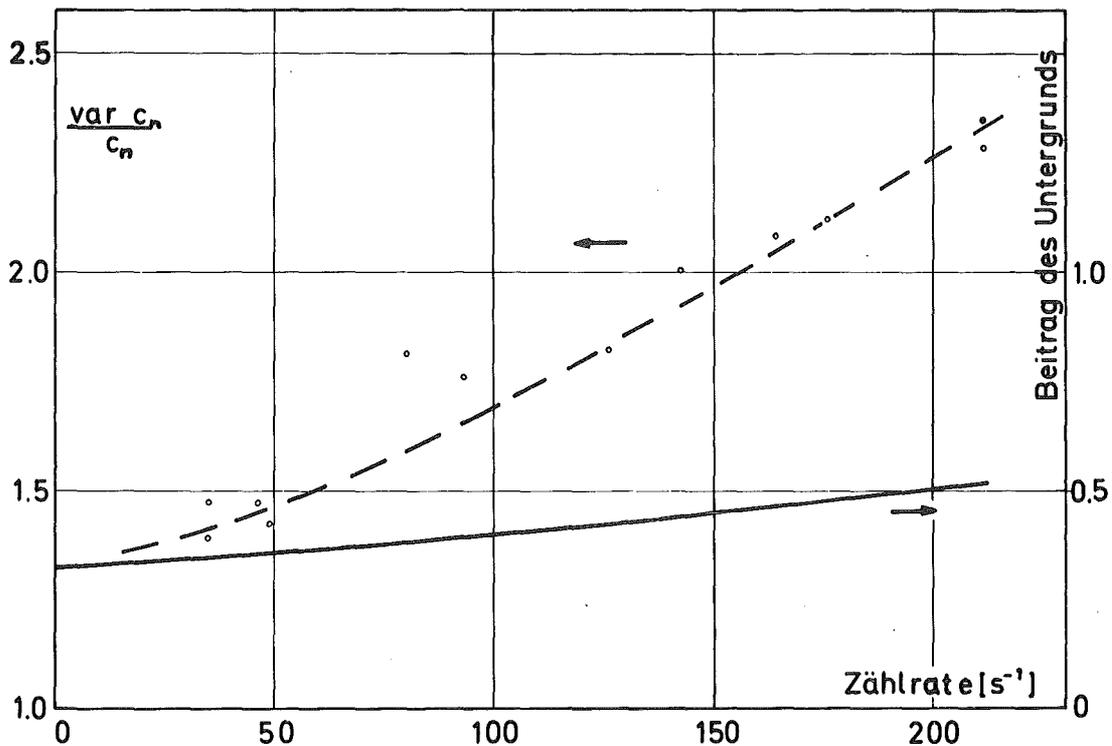


Abb. 5.7 Reduzierte Varianz des Nettosignals  $c_n$  (Kreise = Meßwerte mit kleiner Cf-Quelle, gestrichelte Kurve = Ausgleichskurve) mit zugehörigem Untergrundbeitrag (ausgezogene Kurve)

Der daraus resultierende Anteil für die Varianz des korrelierten Anteils ist in Abb. 5.8 mit der Ausgleichskurve M aufgetragen. Die Annahme sehr großer Zykluslänge liefert Kurve 1 nach Gl. (5.5.7b); mit  $\alpha\Delta t=1$  und Gl. (5.5.17) erhält man Kurve 2. Eine Ergänzung der letzten Näherung durch höhere Multiplizitäten würde sie dem Meßwert näher bringen.

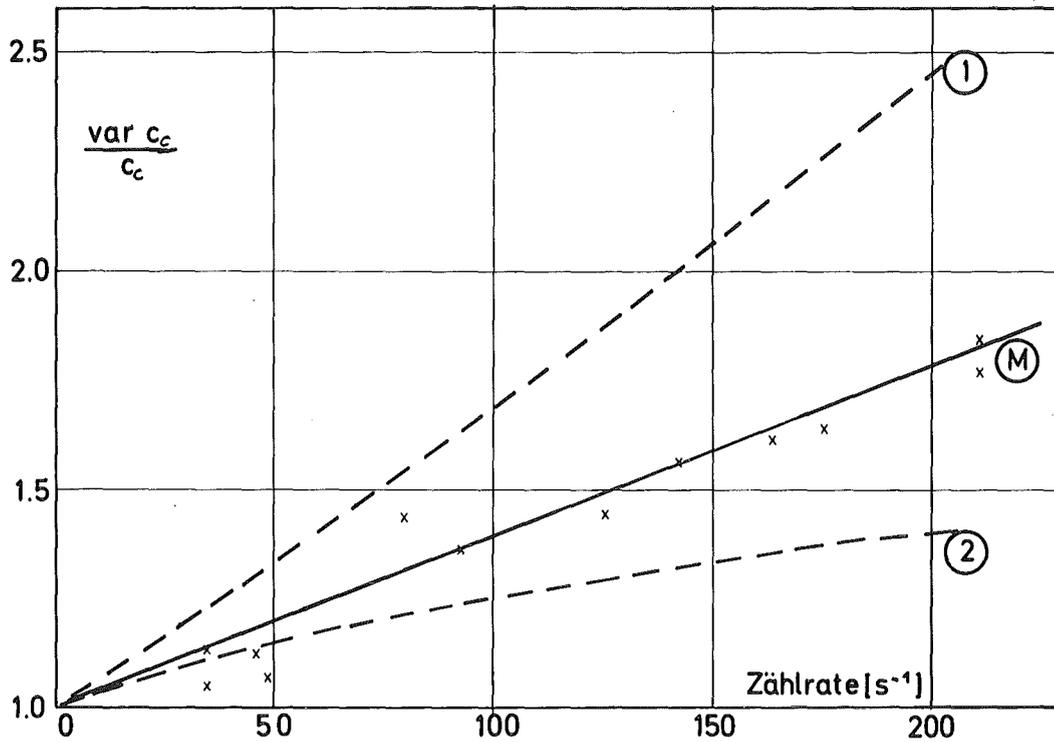


Abb.5.8 Reduzierte Varianz des korrelierten Signals  $c_c$ ,  
berechnet aus  $c_{\text{netto}}$

Es ist festzuhalten, daß bei der Bestimmung des Fehlers des korrelierten Signals die Einzelbeiträge von promptem und verzögertem Zyklus deutlich über den Werten liegen, die man erhält, wenn man die Koinzidenzraten fälschlicherweise wie Zählraten behandelt. In unseren Beispielen waren für die reduzierte Varianz Faktoren bis 2 zu finden.

### 5.6.2 Messung mit ungleichen Zykluslängen

Wird der verzögerte Zyklus länger ausgebildet als der prompte, so kann man die Ableitung analog zu der bei gleichlangen Zyklen durchführen. Unter der Annahme, daß die Korrektur mit var A vernachlässigt werden darf, gilt mit dem Dehnungsfaktor d

$$\begin{aligned}\Delta t_{\text{verz}} &= d \cdot \Delta t_{\text{prompt}} = d \cdot \Delta t \\ c_{\text{netto}} &= c_{\text{prompt}} - \frac{c_{\text{verz}}}{d}\end{aligned}\tag{5.6.8}$$

$$\text{var } c_{\text{netto}} = \text{var } c_c + \text{var } c_u |_{\Delta t_{\text{prompt}}} + \frac{1}{x^2} \text{var } c_u |_{\Delta t_{\text{verz}}}$$

Da (vgl. z.B. Abb.5.4) var  $c_u$  nicht  $\frac{1}{\Delta t}$  proportional ist, muß man mit  $d > d' \geq 1$  schreiben

$$\text{var } c_{\text{netto}} = \text{var } c_c + \text{var } c_u |_{\Delta t} \left(1 + \frac{d'}{d}\right) < \text{var } c_c + 2 \text{var } c_u |_{\Delta t}\tag{5.6.9}$$

Eine Verlängerung des verzögerten Zyklus verkleinert also den Fehler, jedoch nicht so stark, wie man es bei Behandlung der Koinzidenzrate als poissonverteiltes Ereignis erwartete.

## 6. Energieabhängigkeit der Empfindlichkeit

In der Praxis wird bei der Anwendung der Koinzidententechnik oft Kalifornium verwendet, um Detektoren zu eichen oder verschiedene Detektorkonfigurationen miteinander zu vergleichen. Die Ergebnisse werden dann auf  $^{240}\text{Pu}$ -Proben übertragen, deren Spaltneutronenspektrum jedoch von dem des Cf abweicht. Diese letztere Tatsache wird bisher nicht berücksichtigt. Hier wird an einem Beispiel gezeigt, wie sich die Energieabhängigkeit der Empfindlichkeit auf die Nachweiswahrscheinlichkeit von Spaltneutronen der verschiedenen Isotope auswirken kann. Da der Einfluß dieses Effekts stark vom Detektor und von der Meßmethode abhängt, muß die folgende Darstellung als Hinweis verstanden werden, im Einzelfall die Konsequenzen im Hinblick auf einen systematischen Fehler zu prüfen.

Der untersuchte Detektor (Typ I, vgl. Abschnitt 3.1 ) bestand aus einem Polyäthylenblock von 57 cm x 57 cm Querschnitt mit einer würfelförmigen zentralen Höhlung von 9 cm Kantenlänge, die von 16 Zählrohren in der in Abb. 6.2 skizzierten Weise umgeben war. Die Energieabhängigkeit wurde nach der von Korthaus angegebenen Methode /79/ zur Messung der Importance in Reaktoren bestimmt. Dazu wurden geeichte Neutronenquellen der Typen Am-Li, Am-F, Cf, Am-B, Am-Be ausgemessen. Die Zählrate  $z_i$  ergibt sich für die Quelle  $i$  mit der Quellstärke  $Q_i$  zu

$$z_i = Q_i \int_0^{\infty} \epsilon(E) \chi_i(E) dE \quad (6.1)$$

wobei  $\chi_i$  das zugehörige Quellspektrum ist. Mit den in /79/ angegebenen Verfahren und Quellspektren wurde Gl. (6.1) nach  $\epsilon(E)$  aufgelöst, <sup>\*</sup>wobei sich der in Abb. 6.1 gezeichnete

---

\* Herrn Dr. Korthaus danke ich für seine Hilfe bei der Anwendung der Auswerteprogramme.

Verlauf ergibt (Der in der Darstellung lineare Verlauf im oberen und unteren Energiebereich ist eine Randbedingung im Programm).

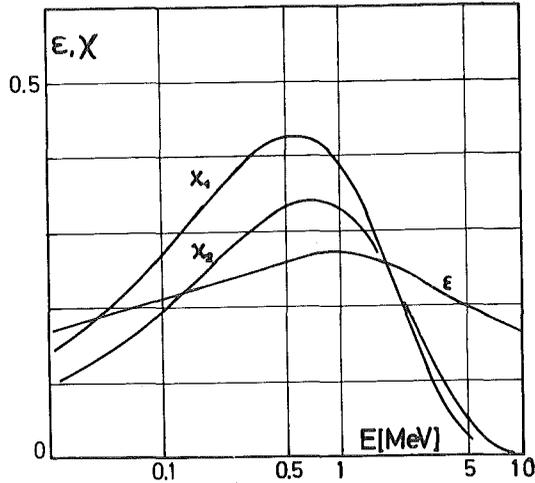


Abb. 6.1  
Energieabhängigkeit der Detektorempfindlichkeit und der Spaltspektren für  $\bar{\nu}=2$  ( $\chi_1$ ) und  $\bar{\nu}=3,73$  ( $\chi_2$ )

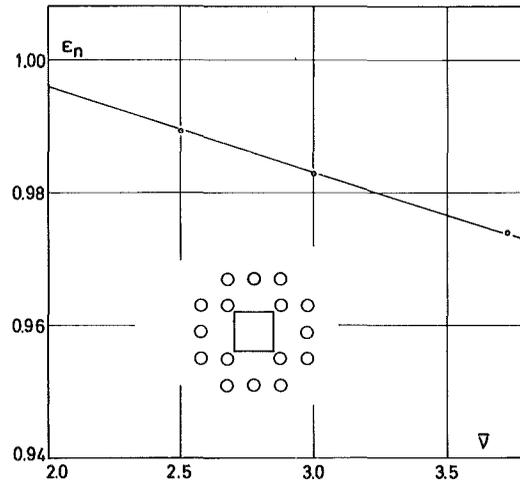


Abb. 6.2  
Einfluß der Spaltneutronenzahl  $\bar{\nu}$  auf die Empfindlichkeit  $\epsilon$  (Im Einschub ist die Zählrohranordnung um die zentrale Höhlung skizziert)

Die gemessene Energieabhängigkeit wurde nun in eine Abhängigkeit von der mittleren Zahl  $\bar{\nu}$  der bei der Spaltung entstehenden Neutronen transformiert. Dabei wird verwendet, daß man nach Terrell /74/ das Spaltspektrum gut durch eine Maxwellverteilung beschreiben kann

$$\chi(E) = \sqrt{E} e^{-\frac{E}{\theta}} \cdot \text{Norm}, \quad (6.2)$$

wobei die "Temperatur"  $\theta$  angenähert der Beziehung (A5 und A9 in /74/)

$$\theta = \frac{2}{3} (0,74 + 0,653 \sqrt{\bar{\nu} + 1}) \text{ [MeV]} \quad (6.3)$$

gehorcht. Die Spektren für  $\bar{\nu} = 2$  und  $\bar{\nu} = 3,73$  sind in Abb. 6.1 eingezeichnet. Die Beziehung

$$\epsilon(\bar{\nu}) = \int \epsilon(E) \cdot \sqrt{E} \cdot \exp\left(-\frac{E}{0,493 + 0,435\sqrt{\nu+1}}\right) dE \quad (6.4)$$

ist im interessanten Bereich hier eine Gerade. Der Unterschied für  $^{240}\text{Pu}$  und  $^{252}\text{Cf}$  ergibt sich zu etwa 2 % (relativ). Für dünnwandige Detektoren des "Well counter"-Typs (vgl. Abschnitt 3.1) wird man eine stärkere Abhängigkeit erwarten, die dann auch von der Matrix der Probe abhängen wird. In diesen Fällen wird z.B. bei der "add-a-source"-Technik /19/ Vorsicht angebracht sein, wenn man systematische Fehler vermeiden will.

## 7. Multiplikationseffekte

Wie schon in Kap. 2.3 gesagt, kann im allgemeinen das System Plutonium-Probenmatrix-Detektor nicht ohne die gegenseitige Beeinflussung der einzelnen Komponenten gesehen werden. Wir wollen zunächst diejenigen Effekte betrachten, die durch induzierte Spaltungen verursacht werden. Der Einfachheit halber verwenden wir ein Modell ohne Ortsabhängigkeit und schreiben für das korrelierte Signal

$$c_c = \frac{\overline{\nu(\nu-1)}}{2} s_f (1-e^{-\alpha\Delta t}) \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \quad (7.0.1)$$

Dabei können grundsätzlich alle Größen von Multiplikationseffekten betroffen sein.

- a)  $s_f$  Die Spaltrate erhöht sich durch Spaltungen, die von Untergrundneutronen im Plutonium oder im begleitenden Uran induziert werden.
- b)  $\overline{\nu(\nu-1)}$  Die effektive Multiplizität wird geändert, wenn Spontanspaltneutronen Spaltungen induzieren und damit die korrelierte Familie vergrößern.
- c)  $\alpha$  Die Antwortfunktion hängt von der Multiplikation des Systems ab.
- d)  $\epsilon$  Die Detektorempfindlichkeit hängt vom Spaltenspektrum des jeweils spaltenden Isotops ab.

Die damit umrissenen Probleme verlangen eine detaillierte Untersuchung, die sich nicht auf die Erhöhung der Neutronenzählrate beschränken kann, wie dies in bisherigen Untersuchungen meist der Fall war /31,49,54/. Die folgende Bearbeitung setzt im allgemeinen eine kleine Störung durch induzierte Spaltungen voraus. Vernachlässigt wird ein eventuell vorhandener

Effekt durch die unterschiedliche Empfindlichkeit des Detektors für Neutronen aus Spontan- oder induzierten Spaltungen, wie er in Kap. 6 behandelt wurde. Obwohl wir uns hier auf die Messung der Spontanspaltung beziehen, sind an geeigneter Stelle die Erweiterungen auf die sog. "random-driver"-Systeme und auf die Messungen von Spalt- $\gamma$ -Koinzidenzen möglich.

Die Gliederung der folgenden Abschnitte ist so, daß wir zunächst die Multiplikation von Einzelneutronen betrachten, durch die eine neue Spaltquelle erzeugt wird. Bei der Multiplikation von Spontanspaltneutronen unterscheiden wir zwei Fälle:

Tritt die induzierte Spaltung gleichzeitig mit der Spontanspaltung auf, d.h. ist die Zeitdifferenz zwischen beiden Ereignissen kurz gegen die Lebensdauer der Neutronen im System, so sind alle Neutronen gleichberechtigt. Dies trifft bei der Schnellspaltung zu. Wir wollen ein solches Ereignis eine Superspaltung nennen.

Anders ist die Lage, wenn das induzierende Neutron erst eine Zeit von der Größenordnung der Lebensdauer im System verweilt, bevor es die Spaltung bewirkt. Dies ist z.B. in moderierenden Systemen mit thermischer Spaltung der Fall. Hier besteht die Möglichkeit, daß Sekundärneutronen so spät nachgewiesen werden, daß sie wegen der endlichen Koinzidenzauflösungszeit nicht mehr als 2. Partner in Paaren mit Primärneutronen erkannt werden.

Wir wollen bei der folgenden Behandlung jene Ereignisse vernachlässigen, bei denen Neutronen z.B. während der Bremszeit aus dem umgebenden Moderator wieder in die Probe zurückkehren und eine Spaltung verursachen, ohne schon thermisch geworden zu sein.

### 7.1 Multiplikation von Untergrundneutronen

In einer Probe sei außer den Spontanspaltungen noch eine Quelle  $s_p$  von (poissonverteilten) Einzelneutronen vorhanden, die mit der Wahrscheinlichkeit  $p_f$  im Spaltmaterial eine Spaltung induzieren können. (Wir sehen hier zunächst davon ab, daß Spontanspaltneutronen auch multipliziert werden können.) Formal können wir die induzierten Spaltungen einem neuen "Isotop" mit der Desintegrationsrate  $s_p \cdot p_f$  zuordnen, während die Poissonquelle verkleinert wird. Im Sinn von Gl. (2.2.9) können wir nun schreiben:

$$c(t, \Delta t) = \epsilon_1 \epsilon_2 \left\{ (\bar{v} s_f + [1 + (\bar{v}_{ind} - 1) p_f] s_p)^2 \Delta t + \frac{(\bar{v}_p (\bar{v}_p - 1)^{sp} s_f + \bar{v}_p (\bar{v}_p - 1)^{ind} p_f \cdot s_p) A(t, \Delta t)}{\bar{v}_p (\bar{v}_p - 1)} \right\} \quad (7.1.1)$$

wobei "ind" und "sp" Größen der induzierten und Spontanspaltung kennzeichnen. Der Index  $p$  in  $\bar{v}_p (\bar{v}_p - 1)$ , der auf die prompten Neutronen hinweist, werde im folgenden weggelassen.

Muß man den Effekt experimentell bestimmen (z.B., weil der Standard eine von der Probe verschiedene Isotopenzusammensetzung hat), so kann man für kleinere Korrekturen die im folgenden beschriebene modifizierte Zusatzquellen-Technik (add-a-source-technique) anwenden, bei der keine Spaltquelle sondern eine Poissonquelle verwendet wird.

Bringt man an einer für die Quellneutronen "repräsentativen" Stelle von außen z.B. eine AmBe-Quelle der Quellstärke  $s_x$  an die Probe, ändert sich die Koinzidenzrate  $c$  um den Betrag  $\Delta c$  und es gilt

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\bar{v} (\bar{v} - 1)^{ind} p_f s_x}{\bar{v} (\bar{v} - 1)^{sp} s_f + \bar{v} (\bar{v} - 1)^{ind} p_f \cdot s_p} \quad (7.1.2)$$

Im allgemeinen wird der Term  $p_f s_p \ll s_f$  sein, so daß sich der Nenner vereinfacht. Man erhält dann

$$p_f \approx \frac{\Delta c}{c} \cdot \frac{s_f}{s_x} \frac{\sqrt{v-1}^{sp}}{\sqrt{v-1}^{ind}} \quad (7.1.3)$$

wobei für  $s_f$  der Wert eingesetzt werden kann, der ohne Korrekturen aus dem Vergleich mit dem Standard folgt.

Gelten die Näherungen nicht, d.h. liegt eine stärker multiplizierende Probe oder sehr hoher Poisson-Untergrund vor, wird man den Standard so anpassen müssen, daß nicht nur für  $s_f$  sondern auch für  $s_p$  und  $p_f$  schon gute Anfangsschätzungen vorliegen.

Wir betrachten den Effekt nun unter dem Gesichtspunkt, wie genau man die Plutoniumzusammensetzung kennen muß, um eine vorgegebene Forderung an die Genauigkeit der Messung erfüllen zu können. Das Problem bereitet das Isotop  $^{238}\text{Pu}$  mit seiner hohen Disintegrationsrate. Wir nehmen an, das Material enthalte die Isotope  $^i\text{Pu}$  ( $i = 238, 239, 240$ ), deren Halbwertszeiten wir mit  $T(i)$  und deren Spontanspalt-halbwertszeiten wir mit  $T^{SP}(i)$  bezeichnen. Ihr prozentualer Anteil sei jeweils  $a(i)$ .

Dann gilt für das Verhältnis von  $(\alpha, n)$ -Rate  $s_p$  zu Spontanspaltrate  $s_f$

$$\frac{s_p}{s_f} = \frac{\left( \frac{a(238)}{T(238)} + \frac{a(240)}{T(240)} + \frac{100-a(238)-a(240)}{T(239)} \right) \cdot K}{\frac{a(238)}{T^{SP}(238)} + \frac{a(240)}{T^{SP}(240)}} \quad (7.1.4)$$

wobei  $K$  die Produktion von Neutronen pro emittiertem  $\alpha$ -Teilchen ist und hier zu  $3,2 \cdot 10^{-8}$  angenommen wird.

Wir bekommen für das Verhältnis der von  $(\alpha, n)$ -Neutronen und Spontanspaltneutronen erzeugten Koinzidenzsignale.

$$\xi = \frac{s_p \cdot \overline{v(v-1)}_{\text{ind}} \cdot p_f}{s_f \cdot \overline{v(v-1)}_{\text{sp}}} \approx \frac{s_p}{s_f} \cdot \left( \frac{\overline{v}_{\text{ind}}}{\overline{v}_{\text{sp}}} \right)^2 \cdot p_f \quad (7.1.5)$$

da  $\overline{v(v-1)} \approx 2 \cdot 0,8 \cdot \overline{v}^2$

Im folgenden verwenden wir als Beispiel Plutonium mit 16,4 %  $^{240}\text{Pu}$ , wie wir es in späteren Experimenten vorfinden:

	$T^{\text{sp}}$ [a]	$\overline{v}$	$\frac{\overline{v(v-1)}}{2}$	$s_f$ [g <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]	$T_{1/2}$ [a]	$s_\alpha$ [g <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]	$s_p = s_{\alpha, n}$ [g <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]
$^{238}\text{Pu}$	$5,0 \cdot 10^{10}$	2,21	1,98	1100	87,8	$6,3 \cdot 10^{11}$	20110
$^{239}\text{Pu}$	$5,5 \cdot 10^{15}$	2,30	2,16	0,01	24180	$2,3 \cdot 10^9$	73
$^{240}\text{Pu}$	$1,32 \cdot 10^{11}$	2,15	1,87	418	6537	$8,4 \cdot 10^9$	270
$^{242}\text{Pu}$	$7,0 \cdot 10^{10}$	2,14	1,85	788	$3,87 \cdot 10^5$	$1,4 \cdot 10^8$	4,6

Tab. 7/I

Mit den Daten aus Tab. 7/I erhält man:

$$\xi = \frac{a(238) \cdot 0,9964 + a(240) \cdot 0,98 \cdot 10^{-2} + 0,363}{a(238) + a(240) \cdot 0,379} \cdot 35,5 \cdot p_f = \xi_0 \cdot p_f$$

(7.1.6)

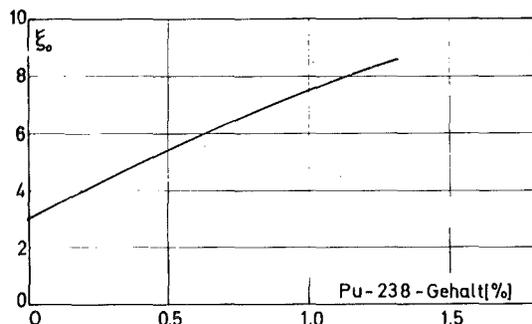


Abb. 7.1

In Abb. 7.1 ist  $\xi_0$  als Funktion der  $^{238}\text{Pu}$ -Konzentration aufgetragen. Man erkennt, daß bei einer Spaltwahrscheinlichkeit von nur 1 % das von den Spaltungen herrührende Koinzidenz-

signal 3 % des Spontanspaltmaterials entspricht, wenn kein  $^{238}\text{Pu}$  vorhanden ist. Bei 1 %  $^{238}\text{Pu}$  erhöht sich dieses Verhältnis auf 7,5 %.

Die relative Änderung des korrelierten Signals mit dem Pu-238-Gehalt ist also

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{d[s_f(1+\zeta)]}{d a(238)} \cdot \frac{\Delta a(238)}{(1+\zeta)s_f a(238) + a(240) \cdot 0,379} + \frac{[0,369 \cdot a(240) - 0,363] 35,5 \cdot p_f}{(1+\zeta)(a(240) \cdot 0,379 + a(238))} \quad (7.1.7)$$

und für das Plutonium des Beispiels

$$\frac{\Delta c}{c} \approx \left( \frac{1}{7} + 4 \cdot p_f \right) \Delta a(238) \quad \text{für kleine } \Delta a, \text{ etwa } 0 \leq \Delta a(238) \leq 1 \quad (7.1.8)$$

Dies bedeutet, daß eine Änderung des  $^{238}\text{Pu}$ -Gehalts um 1 % (absolut) das Koinzidenzsignal um 13 % auf Grund der Spontanspaltung und um  $4 \cdot p_f$  auf Grund der  $(\alpha, n)$ -Multiplikation ändert.

Andererseits ist der relative Fehler auf Grund einer Unsicherheit in  $p_f$  gegeben durch

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\zeta_0}{1+\zeta} \Delta p_f \approx \frac{\zeta_0}{10} \Delta p_f \quad (7.1.9)$$

Das bedeutet, daß eine rel. Genauigkeit von 0,5 % im Signal

$$\Delta p_f \leq \frac{\Delta c}{c \cdot \frac{\zeta_0}{10}} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{5} = 10^{-3} \quad (7.1.10)$$

fordert, was bei  $p_f = 1$  % (abs.) eine relative Genauigkeit von 10 % in der Kenntnis von  $p_f$  fordert. Dabei kann "Kenntnis"

z.B. Übereinstimmung mit dem Standard bedeuten.

Die hier behandelten Effekte sind unabhängig davon, ob die Spaltung von einem thermischen oder von einem schnellen Neutron erzeugt wurde. Einige in der Praxis mögliche Werte von  $p_f$  werden in den folgenden Abschnitten vorkommen.

## 7.2 Multiplikationseffekte schneller Neutronen

Zur Behandlung der Schnellspaltung betrachten wir eine der auf Seite 78 definierten Superspaltungen, bei denen Primär- und Sekundärneutronen gleichberechtigt sind. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Primärneutron eine Spaltung auslöst, sei  $p_f = q$ . Die Verteilung der Zahl  $\nu$  von bei einer Spaltung freiwerdenden Neutronen sei durch die Wahrscheinlichkeiten  $p(\nu)$  beschrieben, wobei der Index "sp" ein primäres Ereignis (Spontanspaltung) und "ind" eine induzierte Spaltung bedeutet.

Die Wahrscheinlichkeit  $Q_{1\nu}$ , daß aus 1 Primärneutron  $\nu$  Neutronen werden, ist

$$Q_{1\nu} = q \cdot p_{ind}(\nu) + (1-q) \cdot \delta_{1\nu} \quad (7.2.1)$$

Die Wahrscheinlichkeit  $Q_{k\nu}$ , daß statt  $k$  Primärneutronen  $\nu$  Neutronen den Brennstoff verlassen, setzt sich aus allen Wahrscheinlichkeiten zusammen, daß ein Neutron  $\mu_1$  Neutronen erzeugt und aus den anderen Primärneutronen  $\nu - \mu_1$  Neutronen werden.

$$\begin{aligned} Q_{k\nu} &= \sum_{\mu_1=0}^{\nu} Q_{1\mu_1} \cdot Q_{(k-1)(\nu-\mu_1)} & (7.2.2) \\ &= \sum_{\mu_1=0}^{\nu} \sum_{\mu_2=0}^{\nu-\mu_1} \dots \sum_{\mu_{k-1}=0}^{\nu-\mu_1-\mu_2-\mu_3-\dots-\mu_{k-2}} Q_{1\mu_1} Q_{1\mu_2} \dots Q_{1\mu_{k-1}} \\ &\quad \cdot Q_{1(\nu-\mu_1-\dots-\mu_{k-1})} \end{aligned}$$

Daraus berechnet sich nun die Verteilung  $P(v)$  für die Zahl der bei einer Superspaltung entstehenden Neutronen

$$P(v) = \sum_{k=0}^{k_{\max}} p_{\text{sp}}(k) \cdot Q_{kv} \quad (7.2.3)$$

wobei  $k_{\max}$  in der Praxis bei etwa 7 oder 8 liegt.

### 7.2.1 Numerische Auswertung der Schnellspaltung

Nach Terrell /74/ kann man die Verteilung der Neutronenemissionswahrscheinlichkeiten um den Mittelwert  $\bar{v}$  durch

$$p(v) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-\bar{v})^2}{2\sigma^2}} \quad (7.2.4)$$

beschreiben, wobei  $\sigma^2$  für viele Isotope bei 1,25 liegt. Im folgenden gehen wir von  $\bar{v}_{\text{sp}} = 2.21$  aus. (Der Wert für  $^{240}\text{Pu}$  weicht mit 2.15 nur unwesentlich von diesem  $^{238}\text{Pu}$ -Wert ab) Wir berechnen die Abhängigkeit der  $P(v)$  von der Schnellspaltwahrscheinlichkeit  $q$  und der Verteilung  $p_{\text{ind}}(v)$  für die induzierte Spaltung und untersuchen damit die Variation der Zahl von Paaren  $\frac{\widehat{v(v-1)}}{2}$  der Superspaltung. (^ deutet im folgenden die Mittelung über  $P(v)$  an).

Die mittlere Zahl  $\hat{v}$  der bei der Superspaltung entstehenden Neutronen ist durch

$$\hat{v} = \bar{v}_{\text{sp}} (1-q) + q \cdot (\bar{v}_{\text{ind}} + \bar{v}_{\text{sp}} - 1) \quad (7.2.5)$$

gegeben.

Die numerische Auswertung der Gl. (7.2.3) unter Berücksichtigung von (7.2.2) und (7.2.4) ergibt, daß die Abhängigkeit der Zahl der Paare  $\frac{\widehat{v(v-1)}}{2}$  von den beiden Parametern durch jeweils quadratische Zusammenhänge gut beschrieben werden kann. Im Bereich  $0 \leq q \leq 4\%$  und  $2.04 \leq \bar{v}_{\text{ind}} \leq 3.01$  werden die

Werte durch die Gleichung

$$\frac{\widehat{v(v-1)}}{2} = 1,967 + 0,59 \cdot q \cdot \bar{v}_{\text{ind}} (1+0,42q) (1+2,69\bar{v}_{\text{ind}}) \quad (7.2.6)$$

mit mehr als 0,2 % Genauigkeit beschrieben.

Für  $\bar{v}_{\text{ind}} = 3$  bedeutet dies

$$\frac{\widehat{v(v-1)}}{2} = 1,967 (1 + 8,2 q + 3,4 q^2) \quad (7.2.7)$$

oder, mit Worten, daß eine Schnellspaltwahrscheinlichkeit von 1 % etwa 8 % Effekt auf das korrelierte Signal hat.

Um praktische Fälle untersuchen zu können, muß man den Schnellspaltfaktor der Proben berechnen. Für die interessierenden Proben, nämlich Brennstofftabletten und Stäbe, wurde ein einfaches Modell erstellt. Darin besteht der Brennstoff aus  $(^{239}\text{Pu}/^{238}\text{U})\text{O}_2$  mit variablem U-/Pu-Verhältnis, dessen Dichte mit  $10 \text{ g/cm}^3$  und mit  $6 \text{ g/cm}^3$  angenommen wird. Da es auf das Produkt  $\Sigma \cdot \ell$  aus Wirkungsquerschnitt und linearer Dimension ankommt, können gegebenenfalls einfache Umrechnungen durchgeführt werden.

Die Spontanspaltung ist in Form einer gleichmäßig über das Volumen verteilten Quelle realisiert. Die Wirkungsquerschnitte werden durch Kondensation der im KFKINROO1-Satz /81/ vorhandenen Daten mit dem im ABN-Satz /82/ für  $v=2.4$  vorhandenen Spaltspektrum gewonnen. Es werden nur Spalt- und Einfangreaktionen berücksichtigt, wobei die inelastische Streuung als Absorption interpretiert werden kann, da sie Neutronen aus dem für  $^{238}\text{U}$ -Spaltungen wichtigen Spektralbereiche entfernt. Andere Streuungen werden nicht berücksichtigt. Aus der Kondensation ergeben sich die Werte  $\bar{v}(^{239}\text{Pu})=3,17$  und  $\bar{v}(^{238}\text{U})=2,85$ .

Mit dem im Anhang III beschriebenen Programm werden die aus dem

Modell folgenden Reaktionsraten berechnet. Die Spaltwahrscheinlichkeiten werden mit den  $\bar{\nu}$  in die Gl. (7.2.1)ff eingesetzt. Abb. 7.2 und 7.3 zeigen Ergebnisse von Parameterstudien für Reaktionswahrscheinlichkeiten (Spaltung + Einfang),

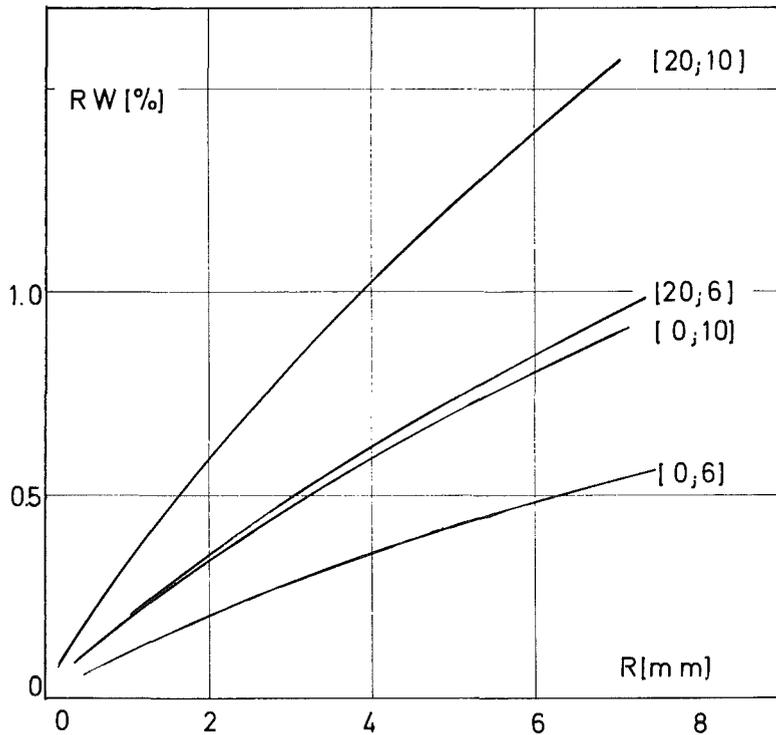


Abb. 7.2  
Reaktionswahrscheinlichkeiten RW für Neutronen in 7 cm langen Stäben in Abhängigkeit von deren Radien. Die Parameter bedeuten [% PuO<sub>2</sub>, Dichte des Oxids g/cm<sup>3</sup>]

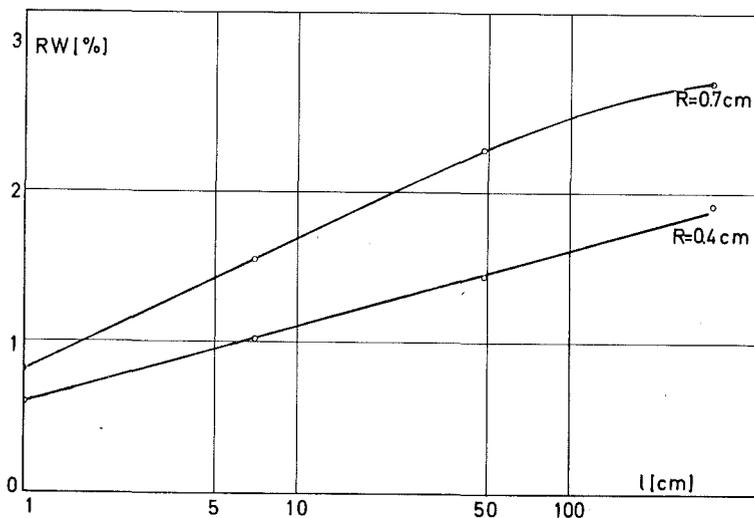


Abb. 7.3  
Reaktionswahrscheinlichkeiten für Neutronen in Oxidstäben mit 20% PuO<sub>2</sub> und 80% UO<sub>2</sub> mit der Dichte 10 g/cm<sup>3</sup>

Abb. 7.4 zeigt die Effekte, die man für Proben verschiedenen Durchmessers bei 1 cm und 7 cm Länge erwartet, wenn der Brennstoff 20 % Pu enthält und die Dichte  $6 \text{ g/cm}^3$  hat. Dabei ist die Koinzidenzrate und die Zählrate jeweils auf den Wert bezogen, der ohne Spaltung gefunden würde.

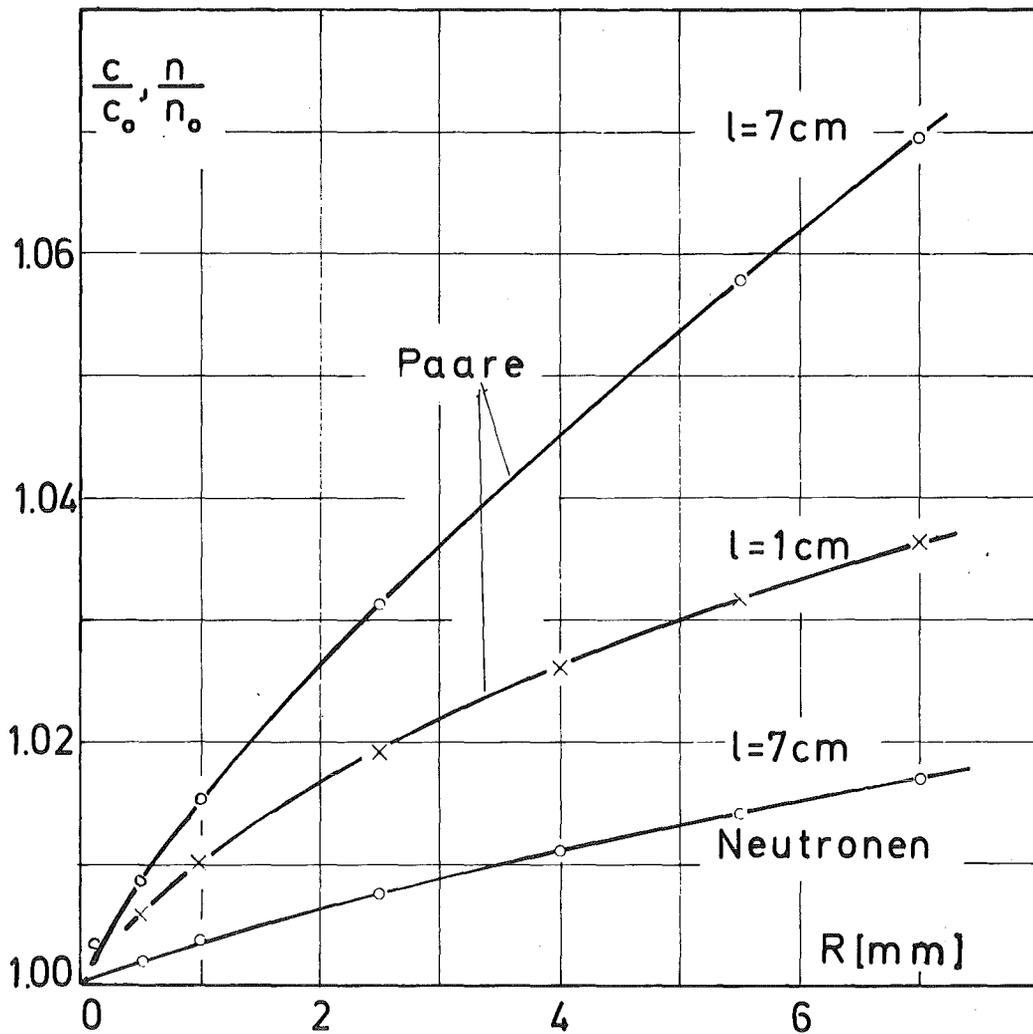


Abb. 7.4

Verhältnis von Koinzidenzrate (Paare) und Zählrate (Neutr.) im Fall mit Schnellspaltung zu dem reinen Spontanspaltwert. (Dichte:  $6 \text{ g/cm}^3$ , 20%  $\text{PuO}_2$ )

Im Vergleich zur Erhöhung der Koinzidenzrate durch die Spaltungen spielt ihre Erniedrigung durch die Verringerung der Empfindlichkeit durch Neutroneneinfang im Stab eine kleinere Rolle und wird hier nicht weiter diskutiert.

Die Modellrechnungen für Brennstofftabletten von 1 cm Durchmesser und 1 cm Höhe liefern die in Abb. 7.5 dargestellten Ergebnisse für die Abhängigkeit von der  $^{239}\text{Pu}$ -Konzentration. Während die Änderung der Neutronenzählrate unter 1 % bleibt, steigt die spezifische Koinzidenzrate um über 4 %. Das bedeutet, daß z.B. in Abfallmessungen ein systematischer Fehler entsteht, wenn Proben mit Tabletten im Vergleich zu Standards gemessen werden, die  $\text{PuO}_2$ -Pulver enthalten und weniger oder keine Schnellspaltung zeigen.

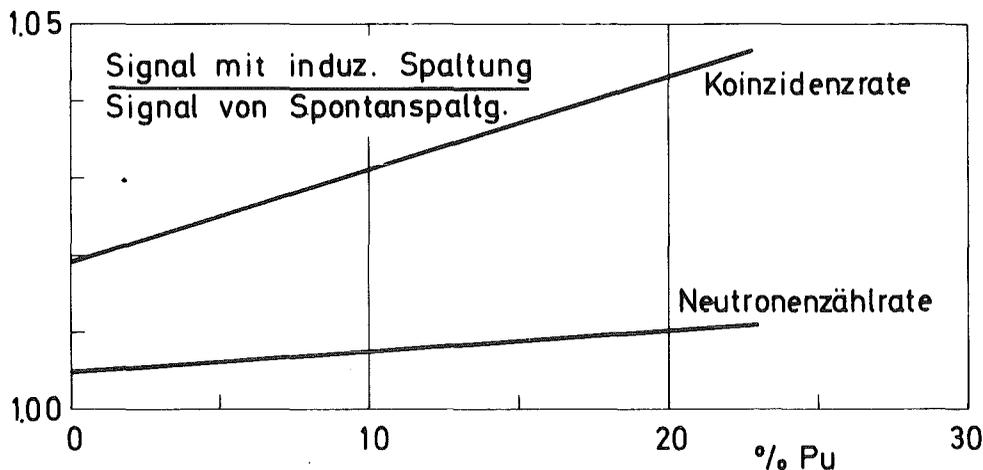


Abb. 7.5

Gerechneter Einfluß der Schnellspaltung auf Koinzidenz- und Zählrate in Abhängigkeit von der Pu-Konzentration

### 7.2.2 Experiment zur Schnellspaltung

Die experimentelle Überprüfung erfolgte in der in geschilderten Anordnung vom Typ I. Dabei wurde in einen der Polyäthylenstäbe eine Hülse aus Kadmium eingebaut, die die Proben aufnehmen konnte. Als solche dienten mit Brennstoff gefüllte Röhrchen von etwa 7 cm Länge mit Innendurchmessern von 3, 5, 8 und 10 mm. Das Spaltmaterial bestand aus  $\text{UO}_2/\text{PuO}_2$  mit 5,1 %  $\text{PuO}_2$ <sup>†</sup> in Natururanoxid in Form von kleinen Kugeln mit Durchmessern bis zu einigen hundert Mikrometer\*. Die mittlere Dichte betrug etwa  $6 \text{ g/cm}^3$ , bei den mit kleineren Kugeln gefüllten dünnen Proben etwa  $8 \text{ g/cm}^3$  (vgl. Tab. 7/II). Die Füllhöhe  $h$  wurde mit der  $\gamma$ -Emissionsmethode ( $\gamma$ -scan) gemessen. Der dazu verwendete Aufbau mit NaJ-Detektor hatte einen Kollimator von 1,8 mm Breite, er war nicht besonders optimiert. Die Auflösung war jedoch für den Meßzweck ausreichend (vgl. Abb. 7.6), da durch die lose Schüttung ohnehin keine reproduzierbare Füllhöhe vorhanden war. Die dadurch verursachten Schwankungen sind jedoch nur ein Teil der Unsicherheit, die durch verschiedene Kugelgrößen bewirkt werden können. Diese

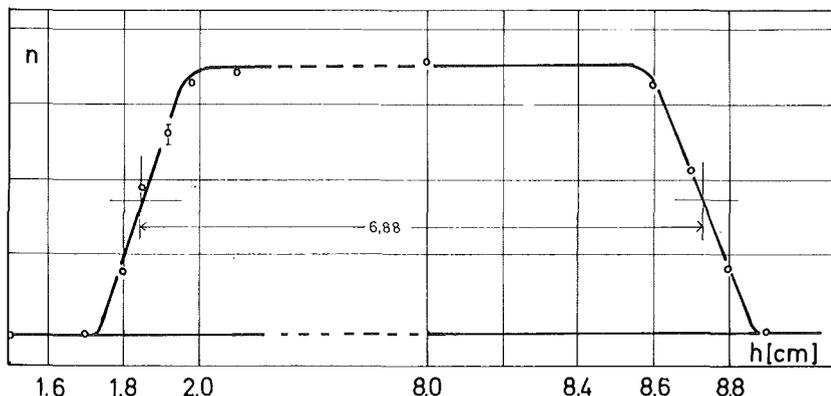


Abb. 7.6 Bestimmung der Füllhöhe der Proben mit  $\gamma$ -scan

\* Die Proben wurden dankenswerterweise vom Europäischen Institut für Transurane, Karlsruhe, angefertigt.

† Isotopenzusammensetzung s. Tab. 7/II, S.91

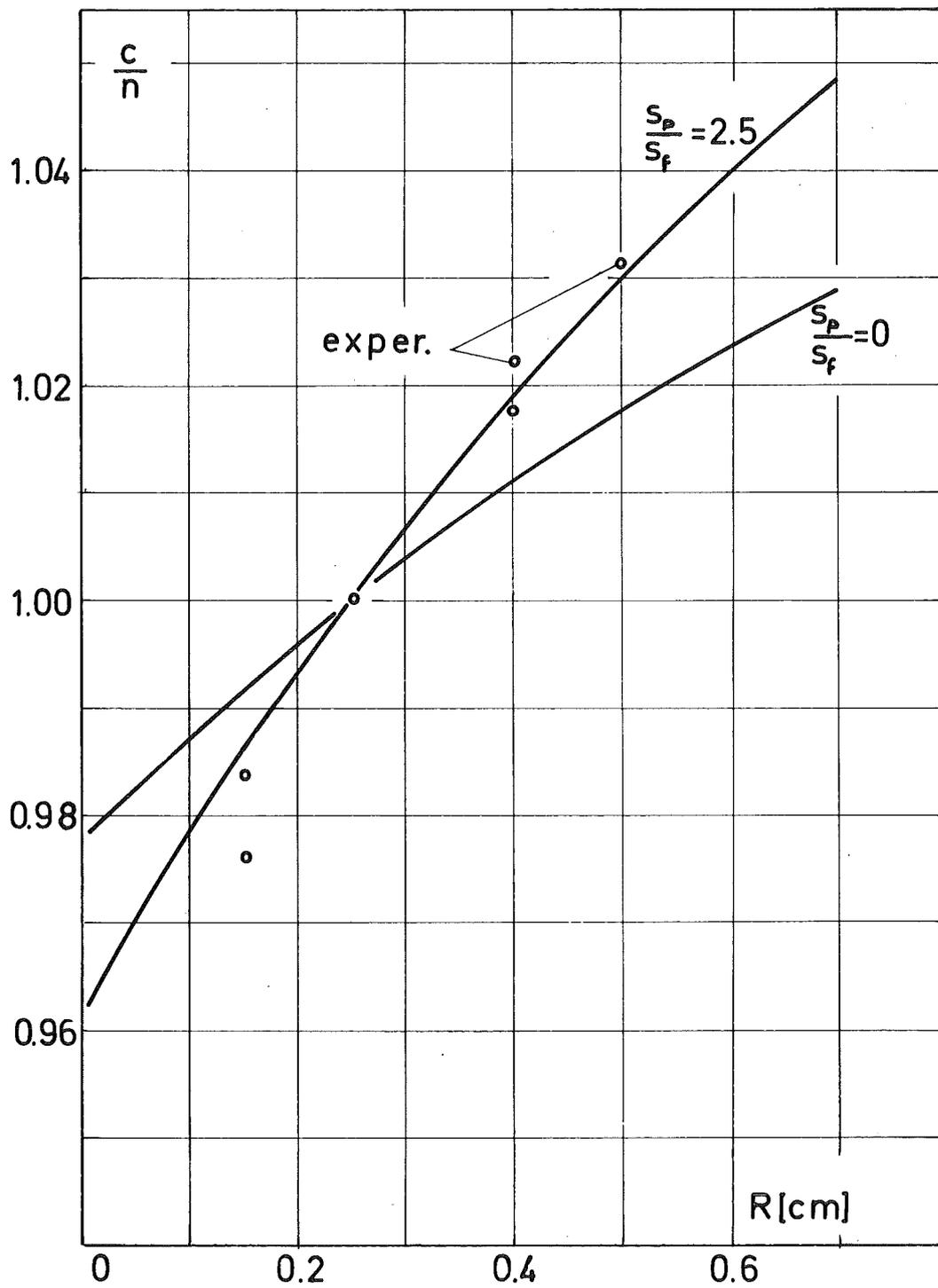


Abb. 7.7

Einfluß der Schnellspaltung auf das Verhältnis von Koinzidenzrate  $c$  zu Zählrate  $n$ . Die Kurven sind bei  $R = 2,5 \text{ mm}$  normiert.

Tab. 7/II

Daten der Testproben zur Untersuchung der Schnellspaltung

Probe	Durchmesser $\overline{[mm]}$	gemessene Füllhöhe $\overline{[mm]}$	Dichte (mit $h=7$ cm gerechnet) $\overline{[g/cm^3]}$	Masse Brennstoff (nach Hersteller) $m\overline{[g]}$	Zählrate/m	Koinzidenz- rate/m	$\frac{\text{Koin.rate}}{\text{Zählrate}}$	stat. Fehler
11	3	66,9	7,89	3,906	6,621	0,945	0,1425	$\pm 0,3\%$
12	5	68,6	5,92	8,142	6,503	0,949	0,1460	0,2
13	8		5,57	19,586	6,600	0,981	0,1486	0,2
14	10	68,7	6,02	33,122	6,538	0,985	0,1506	0,1
15	3	67,7	8,20	4,055	6,335	0,910	0,1436	0,4
16	5		5,95	8,178	6,361	0,928	0,1459	0,2
17	8		5,80	20,409	6,529	0,975	0,1493	0,2

-16-

Plutoniumzusammensetzung

Pu-238	Pu-239	Pu-240	Pu-241	Pu-242
0,366%	77,603%	16,434%	4,467%	1,13%

bezieht sich im wesentlichen auf die Abweichung der lokalen Dichte (ca.  $10 \text{ g/cm}^3$ ) von der Schmierdichte. Eine wesentliche Unsicherheit kommt durch die Ungenauigkeit der Angabe der Brennstoffeinwaage. Um davon unabhängig zu sein, wird die Zählrate als Maß für die Masse verwendet, die nicht so stark von der Multiplikation abhängt wie die Koinzidenzrate. Die Zählratenbestimmung kann mit guter Genauigkeit durchgeführt werden.

Abb. 7.7 zeigt den Einfluß der mit wachsendem Probenradius zunehmenden Schnellspaltwahrscheinlichkeit auf das Koinzidenzsignal. Die experimentellen Werte werden durch die berechneten Kurven gut wiedergegeben, wenn man die Multiplikation der  $(\alpha, n)$ -Neutronen berücksichtigt (2,5 mal so viele  $(\alpha, n)$ -Reaktionen wie Spontanspaltungen). Die Normierung bei  $R = 0,25 \text{ cm}$  hat den Zweck, experimentelle Werte, wie z.B. Empfindlichkeit und Detektorantwortfunktion, zu eliminieren.

### 7.2.3 Korrekturen bei Stabmessungen

Bei der Messung der Teststäbe zur Bestimmung der Eichgeraden der Apparatur treten Abweichungen von der Linearität auf. In Tab. 7/III ist in der 6. Spalte die spezifische Koinzidenzrate zu finden. In Spalte 7 sind diese Werte auf den Stab 5 normiert. Man erkennt Unterschiede von etwa  $\pm 4 \%$ . Diese Meßergebnisse sind auf Grund der verschiedenen Brennstoffzusammensetzung und -Dimensionen mit verschiedenen Schnellspaltfaktoren zu korrigieren. Thermische Spaltungen sollten wegen der Kadmiumumhüllung keine Rolle spielen. Die Meßgenauigkeit (Reproduzierbarkeit) war bei den Messungen besser als  $0.5 \%$ . Über die Genauigkeit der Angaben für den Brennstoff liegen keine verlässlichen Daten vor.

Zusammen- setzung	Bezeich- nung	$m_{Pu}$ g	$m_{U5}$	$\phi$ Pellet mm	$c_{\text{netto}}$	$c/m_{Pu}$	$c/m_{Pu}$ rel. zu Stab 5	$n$ =Zähl- rate	$n/m_{Pu}$	$\frac{10^5 \cdot c}{n}$	nur Spontan- spaltung	Spaltspektrum +(a,n)mit Spaltspektrum	Spaltspektrum +(a,n) in Gruppe 3
											korr. rel. zu Wert Stab 5	korr. rel. zu Wert Stab 5	korr. rel. zu Wert Stab 5
2% Pu +abg.	A-Pu 5	13,30	1,09	8,74	200,7	15,090	1,000	1713	128,80	11718	14,04 1,0	13,49 1,00	13,01 1,000
6% Pu +abg.	6	39,60	1,04	8,75	586,8	14,818	0,982	4987	125,93	11766	13,56 0,966	12,92 0,958	12,48 0,959
3,5% +abg.	7	23,60	1,08	8,80	343,2	14,542	0,964	2948	124,91	11642	13,44 0,958	12,87 0,954	12,42 0,955
3,5%+2%U235	8	22,90	10,47	8,80	339,9	14,843	0,984	2953	128,95	11510	13,70 0,976	13,09 0,971	12,64 0,972
2%+3,5%U235	9	12,90	18,65	8,77	203,2	15,752	1,044	1742	135,04	11665	14,59 1,039	13,98 1,037	13,51 1,038
2%+abg.	11	23,98	1,95	11,76	358,2	14,937	0,990	3031	126,40	11818	13,68 0,975	13,05 0,967	12,49 0,960
6%Pu+abg.	13	13,27	0,35	5,10	192,0	14,469	0,959	1656	124,79	11594	13,60 0,969	13,14 0,974	12,82 0,985
Mittel aus allen Messungen = $\bar{c}$						14,92					13,80	13,22	12,77
$\frac{\Delta \bar{c}}{\bar{c}}$						0,39					0,36	0,36	0,36
$\frac{\Delta \bar{c}}{\bar{c}} \%$						2,6					2,6	2,7	2,8
Mittel aus Messungen außer 1 u. 5 = $\bar{c}$						14,72					13,60	13,01	12,57
$\frac{\Delta \bar{c}}{\bar{c}}$						0,18					0,09	0,10	0,14
$\frac{\Delta \bar{c}}{\bar{c}} \%$						1,2					0,7	0,8	1,1

Tab. 7/III Messungen und Korrekturen zu Stäben mit bis zu 6 % Pu

Tab. 7/IV Korrekturfaktoren für Teststäbe

	A		B		C		Relativ jeweils zu Stab 5						
	nur Spontansp.		mit ( $\alpha, n$ )-Neutr. (Spaltspektrum)		mit ( $\alpha, n$ )-Neutr. in ABN-Gruppe 3		A		B		C		
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	
Stab 5	1,0746	1,0592	1,1183	1,0939	1,1593	1,1257	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
6	1,0922	1,0740	1,1465	1,1177	1,1874	1,1495	1,0164	1,0140	1,0252	1,0218	1,0242	1,0211	
7	1,0814	1,0649	1,1293	1,1031	1,1704	1,1350	1,0063	1,0054	1,0098	1,0084	1,0096	1,0083	
8	1,0834	1,0671	1,1332	1,1065	1,1736	1,1379	1,0082	1,0075	1,0133	1,0115	1,0123	1,0108	
9	1,0795	1,0634	1,1260	1,1005	1,1657	1,1313	1,0046	1,0040	1,0069	1,0060	1,0055	1,0050	
11	1,0912	1,0728	1,1446	1,1155	1,1951	1,1550	1,0154	1,0128	1,0235	1,0197	1,0309	1,0260	
13	1,0632	1,0464	1,1006	1,0739	1,1280	1,0975	,9894	,9879	,9842	,9817	,9730	,9749	

A: Es werden nur Spontanspaltneutronen betrachtet.

B: Die ( $\alpha, n$ )-Quelle erzeugt  $2.5/\bar{\nu}$  mal so viele Neutronen wie die Spaltung. Die ( $\alpha, n$ )-Neutronen werden jedoch mit Spaltspektrum gerechnet.

C: Die ( $\alpha, n$ )-Neutronen (wie in B) werden nur in Gruppe 3 des Spektrums angenommen (2.5-4 MeV)

I Modell verwendet inelast. Streuquerschnitt nicht.

II Inelast. Streuung wird als Absorption behandelt.

Die Schnellspaltfaktoren wurden nach dem schon beschriebenen Modell gerechnet. Für die Isotope U-235, U-238, Pu-239, Pu-240 wurden aus dem KFK INR-Satz Eingruppenwirkungsquerschnitte kondensiert. Dabei wurden 2 Spektren verwendet; nämlich das im ABN-Satz unter  $\nu=2,4$  tabellierte Spaltspektrum und ein Spektrum, das aus dem ersten durch Hinzufügen von Neutronen in der 3. Gruppe (2.4-4 MeV) entsteht und die  $(\alpha,n)$ -Neutronen berücksichtigt.

Weiterhin wurden sowohl die Spaltneutronen allein behandelt wie auch die Spaltungen durch  $(\alpha,n)$ -Neutronen berücksichtigt. In letzterem Fall wurde das Verhältnis  $(\alpha-n)$ -Rate/Spaltrate = 2,5 verwendet. Als weiterer Parameter wurde der inelastische Querschnitt einmal in den totalen Querschnitt einbezogen, der die Schwächung des Neutronenflusses bewirkt, das andere Mal nicht. In Tab. 7/IV sind die so berechneten Korrekturfaktoren aufgelistet. Obwohl der Korrekturbeitrag für die verschiedenen Modelle stark schwankt (6% bis 16% für Stab 5), ist der Effekt auf die verschiedenen Stäbe nicht sehr verschieden, wie man aus den auf den Stab 5 bezogenen Werten erkennt.

In Tab.7/III sind auch die korrigierten Werte eingetragen, die man ohne Einbeziehung des inelastischen Querschnitts erhält. Zur Erleichterung sind auch hier die auf den Stab 5 bezogenen Werte berechnet. Man sieht, daß die experimentellen Ergebnisse für Stab 5 und 9 deutlich abweichen. Eine Erklärung ist nicht bekannt.

Bildet man die mittlere quadratische Abweichung, so findet man keine Verbesserung (Tab.7/III), wenn man alle Stäbe berücksichtigt. Läßt man die Stäbe 5 und 9 weg, so ergibt sich eine Verbesserung, wenn man nur Spaltneutronen berücksichtigt. Im realistischsten Fall ( $\alpha,n$ -Neutronen mit richtigem Spektrum) erhält man jedoch keine Verbesserung, Es muß geschlossen werden, daß die Stabangaben für die hier angestrebte Auswertung nicht genau genug sind.

### 7.3 Multiplikationseffekte thermalisierter Neutronen

Wir gehen von einem System aus, das eine Quelle mit der Spontanspaltrate  $s$  besitze, die durch die Multiplizitätsverteilung  $\{R(v)\}$  der prompten Neutronen gekennzeichnet sei. Darin seien etwaige Schnellspalteffekte als die im vorletzten Abschnitt definierten Superspaltungen enthalten, ebenso wie die  $(\alpha, n)$ -Reaktionen und etwaige daraus entstehende Schnellspaltungen. Der Moderator sei so beschaffen, daß ein Neutronenimpuls exponentiell abklingt

$$\phi(t) = \phi_0 e^{-\alpha t} \quad (7.3.1)$$

Speziell bezeichne  $\alpha_0$  diejenige Abfallkonstante, die ohne Multiplikation vorhanden wäre. Wir behandeln ferner Quellneutronen und induzierte Neutronen als von gleicher Energie. Wir verwenden die schon in Kap. 4 angegebene Notation. Das mathematische Vorgehen lehnt sich an das in /70/ an, jedoch wird hier die Näherung der schwachen Multiplikation behandelt im Gegensatz zum fast kritischen Reaktor. Außerdem wird hier die dort ausgeschlossene Spontanspaltung ausschließlich als Quelle verwendet. Ein Neutron verschwindet in dem Zeitelement  $dt$  mit der Wahrscheinlichkeit  $\alpha_0 dt$  aus dem System, induziert dabei mit der Wahrscheinlichkeit  $P_f \alpha_0 dt$  eine Spaltung und mit  $\epsilon \alpha_0 dt$  einen Detektorimpuls. Die Multiplizität  $\nu$  der induzierten Spaltungen wird durch die Wahrscheinlichkeiten  $Q(v)$  charakterisiert. Während beim nicht-multiplizierenden Medium die EF für die Entwicklung eines Neutrons nach seiner Injektion in das System,  $g_1(t, u)$ , direkt aus der Definition ableitbar war, ist das im multiplizierenden Medium nicht mehr so einfach möglich.

Es sei  $\gamma_m(t, u)$  die EF für die Zahl  $n(t)$  der Neutronen zur Zeit  $t$  nach der Injektion von  $m$  Neutronen. Dabei gilt die Anfangsbedingung

$$\gamma_m(0, u) = u^m \quad (7.3.2)$$

Aus der Unabhängigkeit der in  $(0, dt)$  entstehenden Neutronen mit ihren Nachkommen und den im Intervall  $(dt, t+dt)$  entstehenden Neutronen folgt

$$\begin{aligned} \gamma_1(t+dt, u) = & \alpha_0 (1 - P_f) dt \cdot \gamma_0(t, u) + (1 - \alpha_0 dt) \gamma_1(t, u) \\ & + \alpha dt P_f \sum_{m=0}^{\infty} Q(m) \gamma_1(t, u)^m \end{aligned} \quad (7.3.3)$$

Die Mittelwerte bezüglich der Verteilung der induzierten Neutronen seien  $M_1 = \bar{v}^{(ind)}$ ,  $M_2 = \frac{v(v-1)}{2}^{(ind)}$ , u.s.w.

Mit der Entwicklung

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} Q(m) \gamma_1^m &= \sum Q(m) \cdot (\gamma_1 - 1 + 1)^m = \sum_{m=0}^{\infty} Q(m) \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} (\gamma_1 - 1)^k \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} M_k (\gamma_1 - 1)^k = 1 + \bar{v}^{(ind)} (\gamma_1 - 1) + \frac{v(v-1)}{2}^{(ind)} (\gamma_1 - 1)^2 + \dots \end{aligned}$$

und  $\alpha = \alpha_0 (1 - P_f \bar{v}^{(ind)})$

wird (7.3.3)

$$\frac{\partial (\gamma_1(t, u) - 1)}{\alpha \partial t} = - (\gamma_1 - 1) + \frac{P_f M_2}{1 - P_f \bar{v}^{(ind)}} (\gamma_1 - 1)^2 + \frac{P_f M_3}{1 - P_f \bar{v}^{(ind)}} (\gamma_1 - 1)^3 + \dots \quad (7.3.4)$$

Um zu einer einfacheren Darstellung zu gelangen, wird in /70/ an dieser Stelle die Näherung eines so großen  $P_f$  gemacht, daß das System nahezu kritisch ist. Im Gegensatz dazu wird hier angenommen, daß  $P_f$  so klein ist, daß Glieder der Größenordnung  $P_f^2$  vernachlässigt werden können. Physikalisch heißt das, daß die von induzierten Spaltneutronen erzeugten Spaltungen vernachlässigt werden. Dazu wird die Funktion  $G(t, u) := \gamma_1(t, u) - 1$  nach Potenzen von  $P_f$  entwickelt.

$$G(t,u) = G_0(t,u) + P_f G_1(t,u) + P_f^2 G_2(t,u) + \dots \quad (7.3.5)$$

mit der Anfangsbedingung  $G_0(0,u) = \gamma_1(0,u) - 1 = u - 1$

$$G_i(0,u) = 0 \text{ für } i \neq 0$$

Setzt man (7.3.5) in (7.3.4) ein und ordnet nach Potenzen von  $P_f$ , so erhält man

$$\frac{1}{\alpha} G_0' + G_0 = 0 \quad (7.3.6a)$$

und 
$$\frac{1}{\alpha} G_1' + G_1 = M_2 G_0^2 + M_3 G_0^3 + \dots \quad (7.3.6b)$$

woraus sich  $G_0(t,u) = (u-1)e^{-\alpha t}$  ergibt. (7.3.7)

Mit dem Ansatz

$$G_1(t,u) = Q(t,u) \cdot e^{-\alpha t} \quad (7.3.8)$$

ergibt sich schließlich in dieser Näherung

$$\gamma_1(t,u) = 1 + (u-1)e^{-\alpha t} + P_f \sum_{n=2}^{\infty} \frac{M_n}{n-1} (u-1)^n (1 - e^{-(n-1)\alpha t}) e^{-\alpha t} \quad (7.3.9)$$

wobei zu beachten ist, daß  $\alpha$  ebenfalls von  $P_f$  abhängt.

Daraus ist der zu erwartende Wert für  $\bar{n}(t)$  zu berechnen.

$$\bar{n}(t) = \left. \frac{\partial \gamma_1(t,u)}{\partial u} \right|_{u=1} = e^{-\alpha t}$$

Die ersten beiden Terme in Gl. (7.3.9) entsprechen  $g_1(t,u)$  mit dem Unterschied, daß hier nicht  $\alpha_0$  sondern  $\alpha$  verwendet wird. Das " $\hat{\phantom{x}}$ " soll diesen Unterschied symbolisieren.

$$\gamma_1(t,u) = \hat{g}_1(t,u) + P_f \cdot G_1(t,u)$$

Damit wird

$$\gamma_m(t,u) = \gamma_1(t,u)^m = \hat{g}_1(t,u)^m + m P_f G_1(t,u) \cdot \hat{g}_1(t,u)^{m-1} + O(P_f^2) \quad (7.3.10)$$

Analog zu  $f(t,u)$  definieren wir für das multiplizierende System die EF  $\varphi(t,u)$  und erhalten

$$\varphi(t+dt, u) = \left[ s dt \sum R(m) \gamma_m(t, u) + (1-s dt) \right] \cdot \varphi(t, u) \quad (7.3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln \varphi(t, u) = s \left[ \sum R(m) g_m(t, u) - 1 + s P_f \sum_{m=1}^{\infty} R(m) m \cdot G_1(t, u) \cdot g_1(t, u)^{m-1} \right]$$

Nach einiger Umrechnung:

$$\varphi(t, u) = \hat{f}(t, u) \cdot e^v$$

$$\text{mit } v = \frac{s P_f}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} R(m) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{M_n}{n-1} \kappa \quad (7.3.12)$$

$$\times \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(u-1)^{n+k}}{n+k} \binom{m}{k+1} \left[ (n+k) (1-e^{-(k+1)\alpha t}) - (k+1) (1-e^{-(n+k)\alpha t}) \right]$$

und

$$\varphi_{\infty}(u) = \hat{f}_{\infty}(t) \cdot \exp \left[ \frac{s P_f}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} R(m) \sum_{n=2}^{\infty} M_n \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(u-1)^{n+k}}{n+k} \binom{m}{k+1} \right] \quad (7.3.13)$$

$$\varphi'(t, 1) = \hat{f}'(t, 1) = \frac{s}{\alpha} \bar{v} (1-e^{-\alpha t})$$

$$\varphi'_{\infty}(1) = \frac{s}{\alpha} \bar{v}$$

$$\varphi''_{\infty}(1) = \frac{s}{\alpha} \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{2} + \left( \frac{s}{\alpha} \bar{v} \right)^2 + \frac{s P_f}{\alpha} \bar{v} \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{2} \text{ind} \quad (7.3.14)$$

Analog zu  $a(t,u)$  sei  $A(t,u)$  die EF für die Zahl  $n(t)$  der Neutronen zur Zeit  $t \geq 0$ , wenn bei  $t = 0$  ein Impuls nachgewiesen wurde.

Das führt zu:

$$\begin{aligned} A'(t, u) &= \frac{1}{\bar{n}} \left[ \varphi''_{\infty}(1) \cdot \gamma_1'(t, 1) \cdot f(t, 1) + \varphi'_{\infty}(1) \cdot \varphi'(t, 1) \right] \\ &= \frac{\alpha}{s \bar{v}} \left[ \left( \frac{s}{\alpha} \bar{v} \right)^2 + \frac{s}{\alpha} \left( \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{2} + P_f \bar{v} \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{2} \text{ind} \right) e^{-\alpha t} \right] \end{aligned} \quad (7.3.15)$$

und zur Korrelationsfunktion

$$R_2(t) = \epsilon^2 \frac{\alpha_0}{\alpha} \left[ (s\bar{v})^2 + \alpha s \left( \frac{\overline{v(v-1)}}{2} + P_f \bar{v} \frac{\overline{v(v-1)}^{(ind)}}{2} \right) e^{-\alpha t} \right] \quad (7.3.16)$$

mit  $\alpha = (1 - P_f \bar{v}^{(ind)}) \alpha_0$

Integriert man das korrelierte Signal über die Zykluslänge  $\Delta t$ , so erhält man

$$c_c = \epsilon^2 s (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \left\{ \frac{\overline{v(v-1)}}{2} + P_f (\bar{v}^{(ind)} \frac{\overline{v(v-1)}}{2} + \bar{v} \frac{\overline{v(v-1)}^{(ind)}}{2}) \right\} \quad (7.3.17)$$

Dessen Verhältnis zum Signal  $c_0$  ohne induzierte Spaltung ist dann

$$\frac{c_c}{c_0} = \frac{1 - e^{-\alpha \Delta t}}{1 - e^{-\alpha_0 \Delta t}} \cdot \frac{\overline{v(v-1)} + P_f (\bar{v}^{(ind)} \overline{v(v-1)} + \bar{v} \overline{v(v-1)}^{(ind)})}{\overline{v(v-1)}} \quad (7.3.18)$$

Mit  $\frac{1 - e^{-\alpha \Delta t}}{1 - e^{-\alpha_0 \Delta t}} \approx 1 - P_f \bar{v} \alpha_0 \Delta t \cdot \frac{e^{-\alpha_0 \Delta t}}{1 - e^{-\alpha_0 \Delta t}} =: 1 - P_f \cdot \bar{v} \cdot \gamma$

ist dann

$$\frac{c_c}{c_0} = 1 + P_f \frac{(\bar{v}^{(ind)} - \gamma \bar{v}) \overline{v(v-1)} + \bar{v} \overline{v(v-1)}^{(ind)}}{\overline{v(v-1)}} \quad (7.3.19)$$

Für  $\alpha_0 \Delta t = 1$  ist  $\gamma \approx 0,6$

Für die induzierte Spaltung kann man

$$\frac{\overline{v(v-1)}^{(ind)}}{\bar{v}^{(ind)} 2} = 0,8 \text{ setzen, so daß}$$

$$\frac{c_c}{c_0} = 1 + P_f (\bar{v}^{(ind)} - 0,6 \bar{v} + \frac{\bar{v}}{\overline{v(v-1)}} \cdot 0,8 \bar{v}^{(ind)} 2) \quad (7.3.20)$$

Werden die Spaltungen nur in  $^{239}\text{Pu}$  induziert, so gilt mit den Werten aus Tab. 4/I und  $\bar{\nu}_{\text{therm}}^{\text{ind}} = 2,88$

$$\frac{c}{c_0} = 1 + P_f \cdot 5,4 \quad \text{für Pu-Metall (ohne } (\alpha, n) \text{)} \quad (7.3.21a)$$

(Fall 2)

$$= 1 + P_f \cdot 9,8 \quad \text{für PuO}_2 \text{ mit gleichviel} \quad (7.3.21b)$$

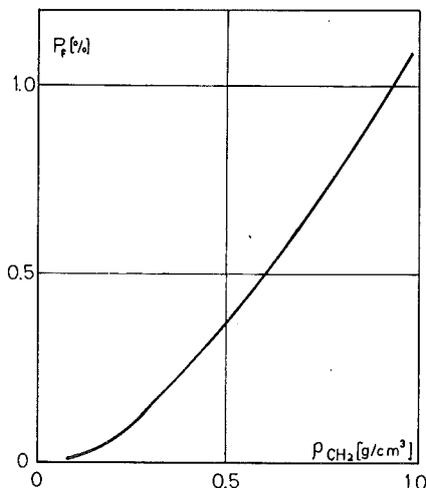
Neutronen aus  $(\alpha, n)$  wie  
Spaltung (Fall 3)

$$= 1 + P_f \cdot 13,8 \quad \text{für PuO}_2 \text{ mit doppelt so viel} \quad (7.3.21c)$$

$(\alpha, n)$ -wie Spaltneutronen  
(Fall 4)

Man erkennt, daß auch hier die Koinzidenzraten erheblich stärker als die Zählraten beeinflusst werden, wenn auch - wie zu erwarten - etwas schwächer als bei der Schnellspaltung.

Um einen Eindruck von der Größe des Multiplikationseffekts zu bekommen, wurden  $S_N$ -Rechnungen für folgendes



Modell mit dem Code DTK/69/ durchgeführt. Eine Probenkugel aus  $\text{PuO}_2$  (20%  $^{240}\text{Pu}$ ) von 1 cm Durchmesser befindet sich im Zentrum einer Polyäthylenkugel von 40 cm Durchmesser, deren Dichte variiert wird. In einer Quellrechnung wird die Wahrscheinlichkeit  $P_f$  berechnet, daß in der Probe entstehende Neutronen nach einem Moderatorstoß eine Spaltung verursachen. In Abb. 7.8 ist  $P_f$  als Funktion der Dichte  $\rho_{\text{CH}_2}$  aufgetragen.

Abb. 7.8

Spaltwahrscheinlichkeit  
 $P_f$  als Funktion der Dichte  
des die Probe umgebenden Moderators.

## 8. Matrixeffekte

In diesem Kapitel werden jene Effekte behandelt, die auf den nichtmultiplizierenden Eigenschaften der Probe beruhen. Von besonderer Bedeutung sind diese bei Messungen von Plutoniumabfall. Dieser fällt in vielen Fällen als kontaminiertes Reinigungsmaterial (Papiertücher u.s.w.) an und enthält dann viel Moderatormaterial. Er wird in Behältern von 2 l bis 200 l gesammelt, die die Meßproben darstellen. Von der Matrix werden die Spaltneutronen moderiert und absorbiert, so daß zwei Effekte auftreten. Einmal wird das Zeitverhalten des Systems, d.h. die mittlere Lebensdauer der Neutronen, geändert. Zum anderen ergeben sich Ortsabhängigkeiten der Nachweiswahrscheinlichkeit in der Weise, daß Neutronen aus den zentralen Zonen des Abfallbehälters schlechter als solche aus Randzonen nachgewiesen werden.

Im ersten Abschnitt wird kurz auf einige Eigenschaften des für die weiteren Untersuchungen verwendeten Detektors eingegangen. Dabei wird auch auf einen Effekt hingewiesen, der das Zeitverhalten betrifft. Dann wird nach einem kurzen Überblick über bisher angewandte Techniken zur Berücksichtigung der ortsabhängigen Empfindlichkeit ein Verfahren diskutiert, das es erlaubt, Messungen ohne detaillierte Matrixkenntnisse mit besserer Genauigkeit durchzuführen.

Anschließend werden noch einige Bemerkungen bezüglich der Ortsabhängigkeit in einem System zur Messung von Brennstäben angefügt.

### 8.1 Eigenschaften des benutzten Detektors

Der in Abschnitt 3.1 beschriebene Detektor (well counter) wurde zur Messung von 2-l-Dosen eingesetzt. Die Abb. 8.1 und 8.2 zeigen die Abhängigkeit der Zähl- und der Koinzidenzrate von der Füllung der Dose. Dabei wurde die Dichte  $\rho$  durch verschiedene Füllungen mit trockenem und wasserge-tränktem Zellstoff oder Paraffin variiert. Um eine Vorstel-lung von den Meßbedingungen zu haben, sind in der Tabel-le 8/I zwei der Ergebnisse auf  $^{240}\text{Pu}$  umgerechnet. Dabei wurde  $\frac{v(v-1)Cf}{2} / \frac{v(v-1)}{2} {}^{240}\text{Pu} = 5,68/1,87 \approx 3,04$  verwendet und die Spontanspaltrate von  $^{240}\text{Pu}$  mit  $417 \text{ s}^{-1}\text{g}^{-1}$  angesetzt.

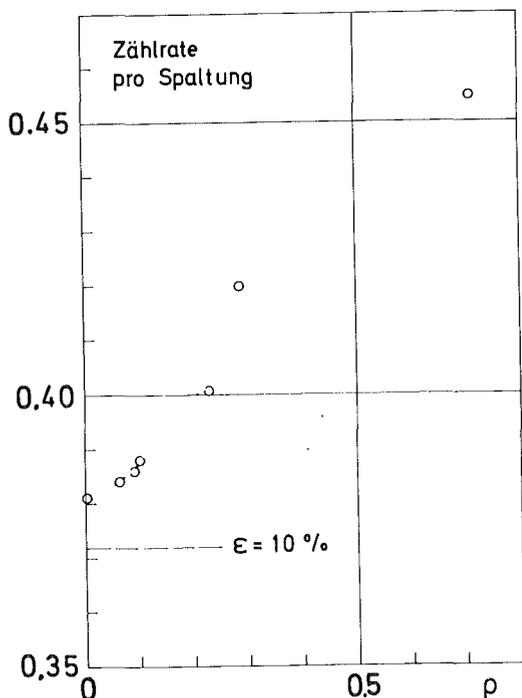


Abb. 8.1

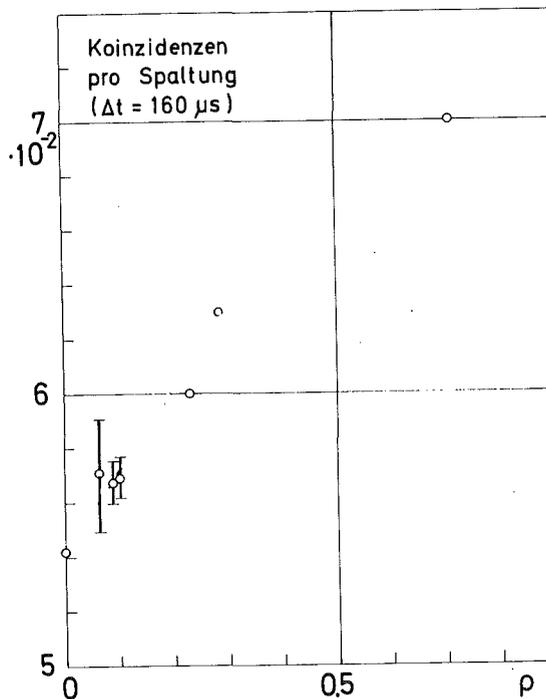


Abb. 8.2

Abhängigkeit der Zählrate und der Koinzidenzrate von der über die Probe gemittelten Dichte  $\rho$  [g/cm<sup>3</sup>] der wasserstoffhaltigen Matrix

Bei den verschiedenen Füllungen der Dose ergab sich ein Unterschied von 5 % bis 10 % in den Koinzidenzraten für die zentrale Quellposition und eine Position am Rand der Dose.

Tab. 8/I

Zykluslänge	Nettokoinzidenzsignal pro Spaltung		Nettokoinzidenzsignal pro Gramm $^{240}\text{Pu}$ und Sekunde	
	80 $\mu\text{s}$	160 $\mu\text{s}$	80 $\mu\text{s}$	160 $\mu\text{s}$
Probe				
$^{240}\text{Pu}$ im Zentrum der leeren Dose	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	5,6	7,4
$^{240}\text{Pu}$ im Zentrum der mit Paraffin gefüllten Dose	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	7,8	9,6

Aus Gl.(2.2.9)folgt, daß das Signal-zu-Untergrundverhältnis SUV unabhängig von der Empfindlichkeit sein sollte. Prüft man das nach, indem man das Verhältnis der Koinzidenzrate zur quadrierten Zählrate bildet, so findet man, daß  $c/n^2$  nicht unabhängig von der Dichte  $\rho$  des Moderators ist (Abb. 8.3). Das bedeutet, daß neben der Empfindlichkeit auch das Zeitverhalten vom Moderator abhängt. Durch Vergrößerung der Lebensdauer wird der Faktor  $1-e^{-\alpha\Delta t}$  und damit das Signal  $c$  kleiner. Durch Zugabe von Absorber (in unserem Fall Li) wird der umgekehrte Effekt erreicht.

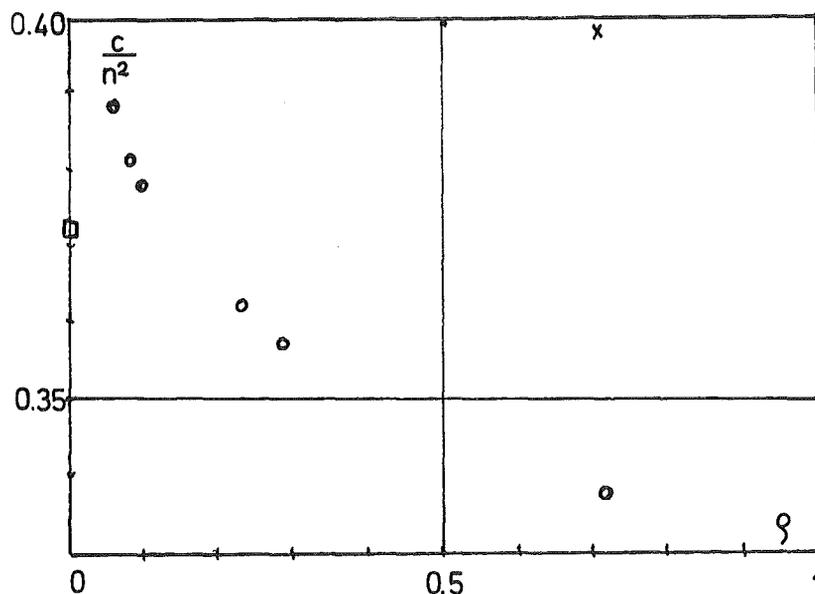


Abb. 8.3

Verhältnis des korrelierten Signals zum Quadrat der Zählrate beim Typ II-Detektor als Funktion der Moderatorordichte  $\rho$ .

o mit Papier, feuchtem Papier oder Paraffin gefüllte 2-1-Dosen

x mit Li-vergiftetem Paraffin gefüllte Dose

□ Quelle ohne Behälter

Als Konsequenz muß man betonen, daß bei Verwendung von Standards, die in der Matrix von der Meßprobe abweichen, das Zeitverhalten des Systems systematische Fehler erzeugen kann.

## 8.2 Übliche Meßverfahren für Abfall

Die praktische Bewältigung des Problems der Matrixabhängigkeit hängt stark von den Kenntnissen ab, die dem Messenden zur Verfügung stehen. Die besten Ergebnisse erzielt man, wenn man Produktionsstandards verwenden kann, die den Meßproben weitestgehend entsprechen. Dies bedeutet jedoch einen erheblichen Aufwand /39/.

Ein allgemeineres Verfahren ist das folgende:

Kennt man die Zusammensetzung der Matrix annähernd, so kann man an Standards den grundsätzlichen Verlauf von  $\epsilon(r)$ , bzw.  $\epsilon^2(r) \cdot A(\Delta t)$  bestimmen, indem man Spaltquellen an verschiedenen Orten im Standard ausmißt /22,49/. Für einen an der Oberfläche der Probe gelegenen Punkt kann man dann das Verhältnis der Empfindlichkeit zur mittleren Empfindlichkeit bestimmen. Dieses Verhältnis wird von kleineren Abweichungen der Probe vom Standard unabhängig sein und erlaubt den Anschluß einer Messung über eine zusätzliche Messung eines Eichpräparats an dem genannten Punkt. Eine Aussage über den Einzelfall ist nur möglich, wenn man annimmt, daß das Plutonium gleichmäßig verteilt ist. Kann man wenigstens die Annahme machen, daß das Material statistisch verteilt ist, so ist eine Aussage über die in einer größeren Zahl von Meßobjekten enthaltene Plutoniummenge möglich.

Ein Spezialfall des geschilderten Verfahrens ist die Quellzugabe-Technik /19/ (add-a-source-technique). Bei ihr wird unterstellt, daß der Empfindlichkeitsverlauf flach ist, bzw. daß man einen zugänglichen Punkt P kennt, an dem der Mittelwert

angenommen wird. Die Bestimmung verläuft folgendermaßen:

1. Messung: geeichte Spontanspaltquelle Q (Signal =  $s_0$ )
2. Messung: Meßprobe (Signal  $s'$ )
3. Messung: Quelle Q bei P (Signal  $s_1$ )

Die Matrixabhängigkeit ist aus dem Wert

$$s = s' \frac{s_0}{s_1}$$

(weitgehend) eliminiert. Dabei werden nicht nur Absorptionseffekte sondern teilweise auch Multiplikationseffekte berücksichtigt. Verwendet man als Eichquelle nicht Plutonium in der Zusammensetzung der Probe, so muß man umrechnen.

Durch die Quellenzugabe wird die Antwortfunktion des Systems nicht geändert. Deshalb erfolgt die Eichung mit dem richtigen Zeitfaktor  $A(t, \Delta t)$  und Effekte, die durch dessen Änderung entstehen, werden vermieden.

Die bisher verwendeten Methoden akzeptieren die in einem Detektor vorhandene Ortsabhängigkeit. Es wurde bisher nicht versucht, sie "einzebnen" und damit eine bessere Aussage über das Einzelobjekt zu ermöglichen. Bei kleinen Proben mag das wegen der geringen Ansprüche an die Genauigkeit bei Abfallmessungen sehr berechtigt sein, bei großen Fässern (z.B. 200 l) könnte jedoch Interesse bestehen, das einzelne Faß genauer zu untersuchen, auch wenn dies mit erhöhtem Zeitaufwand verbunden ist. Im folgenden Abschnitt wird deshalb eine solche Möglichkeit diskutiert.

### 8.3 Rotationsmittelung an Abfallbehältern

Die Ortsabhängigkeit der Empfindlichkeit wirkt sich meist so aus, daß das Signal für Spaltungen am Rand des Abfallbehälters größer ist als für solche im Zentrum. Das gleiche Problem wird bei  $\gamma$ -Messungen so gelöst/76-78/, daß die nicht-zentralen

Emitter während einer Messung durch Bereiche verschiedener Empfindlichkeit bewegt werden, so daß das zeitintegrierte Signal für die verschiedenen möglichen Emitterorte auf einem Radius möglichst wenig vom Gesamtmittelwert abweicht. In der (praktisch) zylindersymmetrischen Anordnung des üblicherweise verwendeten Neutronendetektors mit vielen Zählrohren ist eine Rotation der Probe jedoch nicht von Nutzen. Verwendet man nur einen Teil der Zählrohre, dann schafft man eine Geometrie, in der für Randpositionen Stellungen verschiedener Empfindlichkeit existieren.

Greifen wir ein einzelnes Zählrohr  $ZR_j$  heraus (vgl. Abb.8.4). Seine Empfindlichkeit läßt sich für eine Quellposition, die durch die Polarkoordinaten  $(r, \varphi_j)$  bezüglich  $ZR_j$  beschrieben wird (vgl. Abb. 8.4), allgemein schreiben als

$$\epsilon_j(r, \varphi_j) = A_j \cdot f(r, \varphi_j) \quad \text{mit} \quad 0 \leq r \leq R \quad (8.3.1)$$

Dabei setzen wir voraus, daß die Neutronennachweiswahrscheinlichkeit unabhängig von der Emissionsrichtung des Neutrons ist. Die  $A_j$  enthalten die absolute Empfindlichkeit des Zähl-

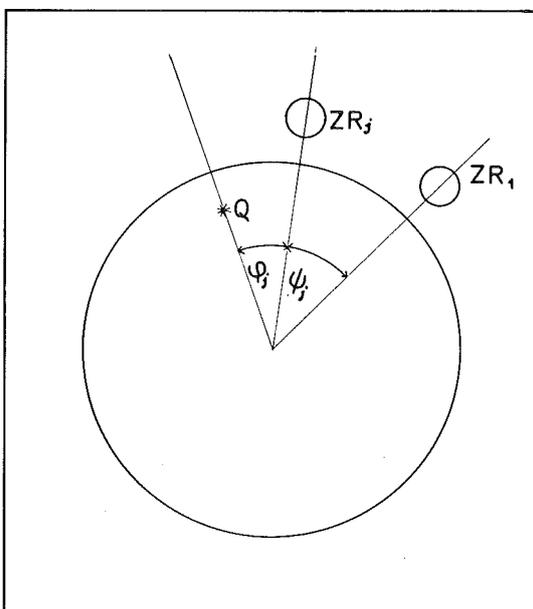


Abb. 8.4  
Zur Definition der Bezeichnungen im Text.

rohrs, die z.B. vom Quellspektrum und den Moderator-eigenschaften des Detektors abhängt. Rotiert die Probe, so wird die Empfindlichkeit über den Drehwinkel zeitabhängig.

Für zwei Zählrohre mit dem Winkelabstand  $\Psi$  können wir nun die über eine Umdrehung gemittelten Auto- und Kreuzkorrelationssignale angeben. Für den korrelierten Anteil gilt

$$c_{KK}(r, \Psi) = \int_0^{2\pi} f_1(r, \varphi) \cdot f_2(r, \varphi - \Psi) d\varphi \quad \text{für Kreuzkorrelation zwischen ZR}_1 \text{ und ZR}_2$$

(8.3.2)

sowie

$$c_{AK}(r, \Psi) = \int_0^{2\pi} [f_1(r, \varphi) + f_2(r, \varphi - \Psi)]^2 d\varphi \quad \text{für Autokorrelation der parallel geschalteten Zählrohre}$$

(8.3.3)

Wir normieren im folgenden so, daß

$$\int_0^{2\pi} f_1(0, \varphi) d\varphi = 2\pi \text{ ist} \quad (8.3.4)$$

und führen

$$x = \frac{4\varphi}{\pi} \quad (8.3.5)$$

ein sowie die Verhältnisse

$$V_1(\Psi) = \frac{c_{AK}(R, \Psi)}{c_{AK}(0, \Psi)} \quad \text{und} \quad V_2(\Psi) = \frac{c_{KK}(R, \Psi)}{c_{KK}(0, \Psi)} \quad (8.3.6)$$

Die zu klärende Frage ist, ob es Zählrohrkombinationen gibt (durch den Winkel  $\Psi_0$  gekennzeichnet), für die  $V_1(\Psi_0) = 1$  oder  $V_2(\Psi_0) = 1$  gilt, obwohl für den rotations-symmetrischen Detektor Rand- und Zentralposition verschiedene Signale liefern.

Zur Beantwortung wurden zunächst  $f(O, \varphi)$  und  $f(R, \varphi)$  an einer mit Paraffin gefüllten 2-1-Dose gemessen, in deren Vertikalkanäle eine Cf-Quelle eingebracht werden konnte. Abb. 8.5 zeigt das Ergebnis, das für 5 Zählrohre des Innenkreises des Detektors mit je 5 Positionen gemessen wurde. Die Abweichungen bei  $f(O, \varphi)$  von der Konstanz (Abb. 8.5) sind auf die durch die Kanäle

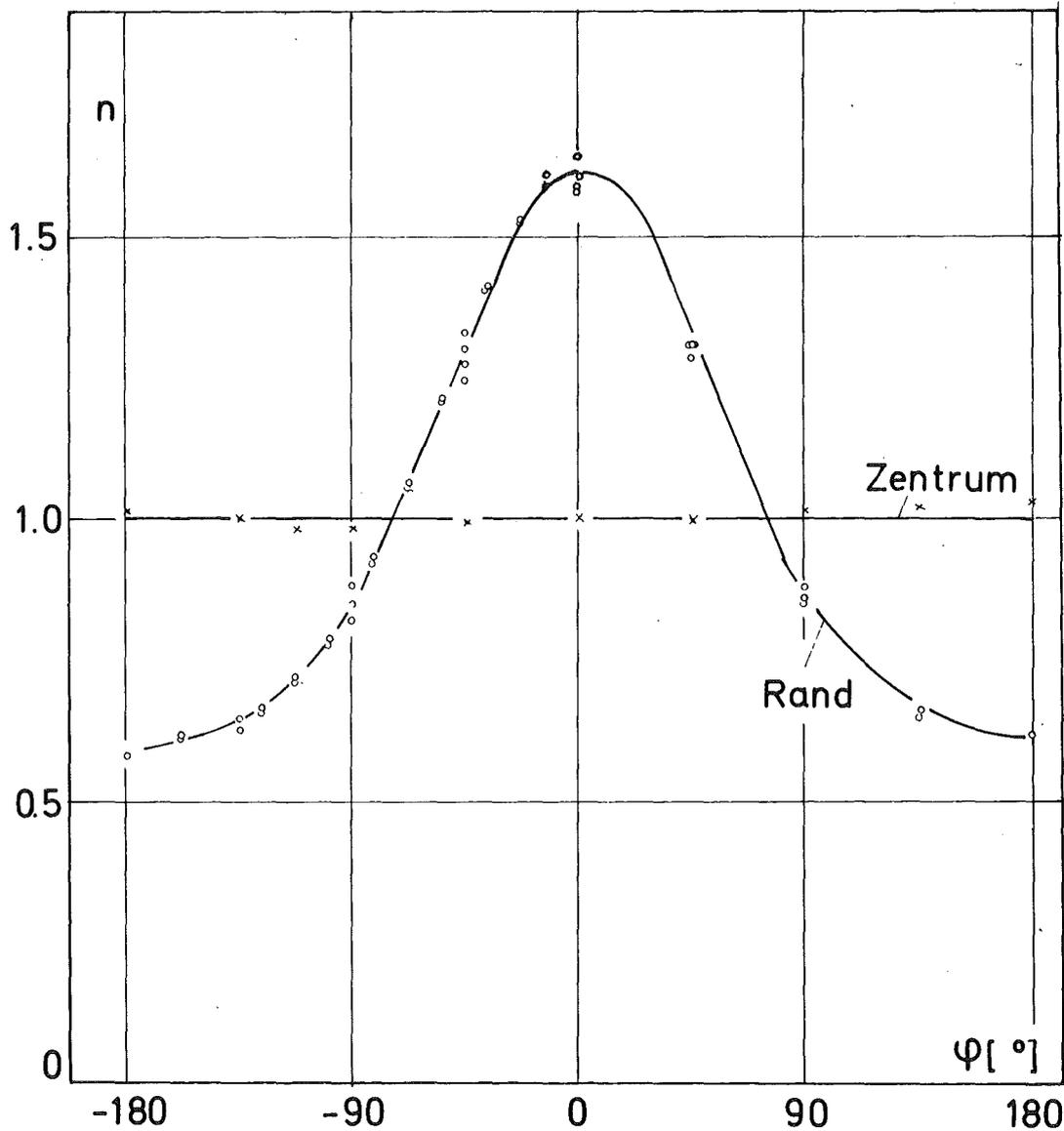


Abb. 8.5

Vom Drehwinkel  $\varphi$  der Probe abhängige Empfindlichkeit eines Zählrohrs für Rand- und Zentralposition des Emitters.

erzeugten Asymmetrien der Dose zurückzuführen. Die Funktion  $f(R, \varphi)$  läßt sich durch eine Gaußfunktion mit konstantem Untergrund darstellen

$$f(R, \varphi) = 0,6 + 1,01 e^{-\frac{\varphi^2}{2,88}} \quad (8.3.7)$$

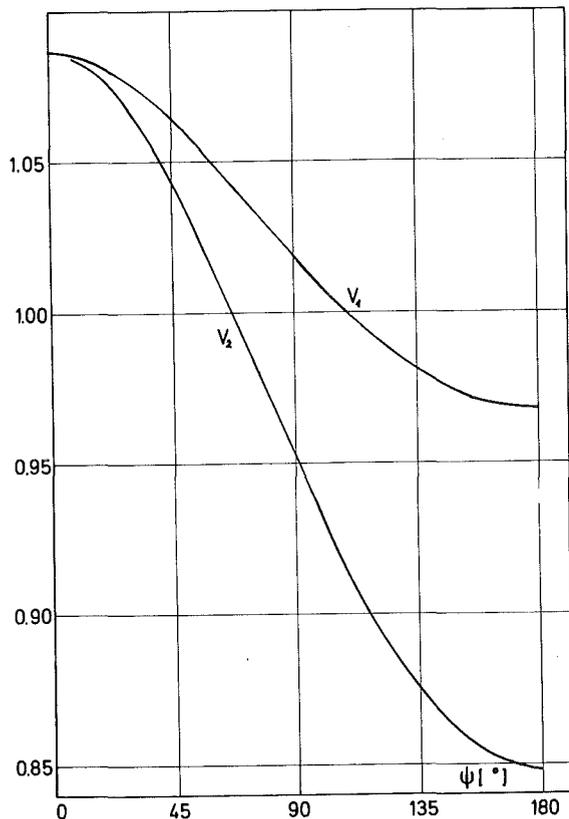


Abb. 8.6  
Verhältnis des Signals einer Probe am Rand des Behälters zu dem einer zentralen Probe für Auto- und Kreuzkorrelationsmessung mit 2 Zählrohren

Mit diesen Funktionen lassen sich die Verhältnisse  $V_1$  und  $V_2$  (Gl. 8.3.6) berechnen. Sie sind in Abb. 8.6 dargestellt. Es zeigt sich, daß sowohl für Auto- wie Kreuzkorrelationsmessungen eine Zählrohranordnung zu finden ist, für die das Signal im Zentrum und das am Rand gleich sind. In weiteren Rechnungen für Kombinationen von mehreren Zählrohren konnte mit (8.3.7) nachgewiesen werden, daß auch Gruppen von 4 Zählrohren noch eine Einebnung der Empfindlichkeit ermöglichen. Die größeren Zählrohrgruppen sind wegen der höheren Koinzidenzrate erwünscht.

Die Experimente wurden mit Dosen durchgeführt, die mit 176 g Zellstoff gefüllt waren. Eine enthielt Rohre zur Positionierung der Quellen, in der anderen wurden die Spontanspaltquellen direkt in die Füllung gebracht. Die praktische Durchführung litt unter dem Mangel an erzielbarer Genauigkeit. Da die Ortsabhängigkeitseffekte selbst weniger als 10 % betragen, hätte eine Genauigkeit von 1 % erzielt werden müssen. Da nur eine Koinzidenzeinheit zur Verfügung stand, bedeuten die Arbeiten mit zwei Zählrohren pro Kanal nur etwas mehr als 1 % Empfindlichkeit pro Kanal. Die vorhandenen Quellen hatten entweder zu große oder zu kleine Intensität, so daß die Messungen mehrere Stunden dauerten, während derer die Temperatur nicht konstant gehalten werden konnte.

Als Proben wurden zwei Cf-Quellen (ca. 170 und  $10^4$  Spaltungen pro Sekunde) und 36 g  $\text{PuO}_2\text{-UO}_2$  mit 5 %  $\text{PuO}_2$  in

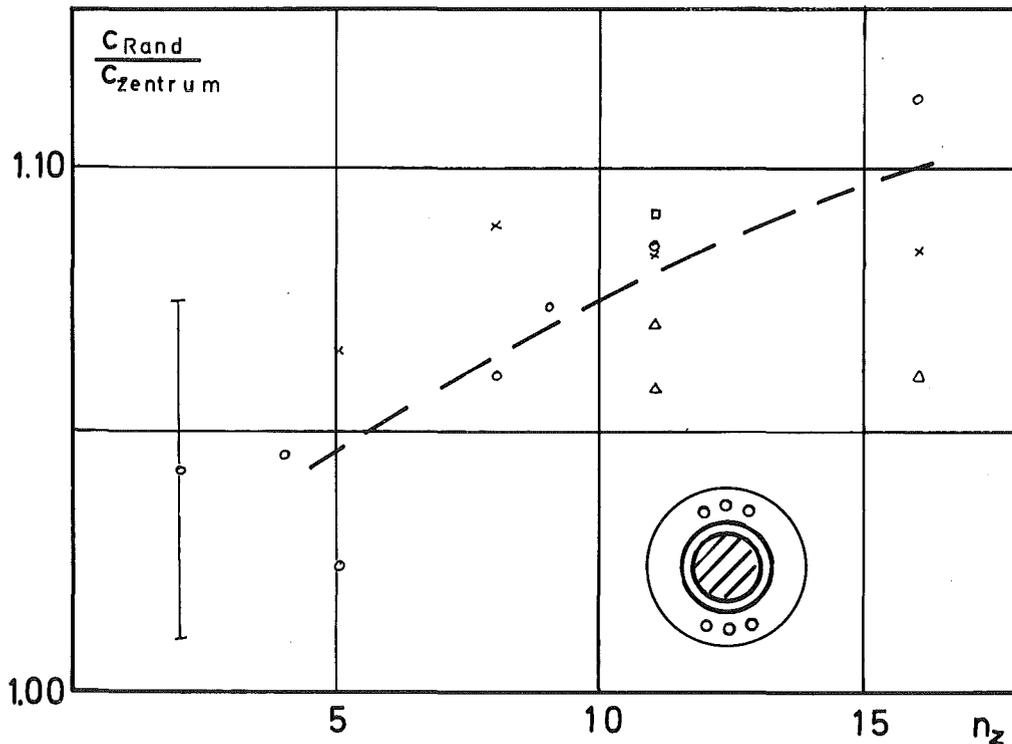


Abb. 8.7

Verhältnis der Koinzidenzraten einer Probe am Rand und im Zentrum der Dose als Funktion der Zahl  $n_z$  der verwendeten Zählrohre in einer Gruppe (in der Skizze der Anordnung ist  $n_z = 3$ ).

Form von 7 Einzelementen sowohl am Rand wie in der Mitte der Dose gemessen. Dabei wurden jeweils zwei Gruppen von  $n_z$  Zählrohren gebildet, die sich gegenüberstanden. Ab  $n_z=9$  gibt es Zählrohre, die beiden Gruppen angehören. Für  $n_z \leq 8$  handelt es sich um eine Kreuzkorrelationsmessung, bei  $n_z=16$  um Autokorrelation, dazwischen um eine Mischung der beiden Techniken. Das Ergebnis zeigt Abb. 8.7. Die Verringerung des Effekts der Ortsabhängigkeit ist zu sehen. Ob das Verhältnis gleich Eins gemacht werden könnte, ist experimentell in diesem Fall nicht zu entscheiden.

Eigentlich müßte man nicht nur die Nachweisempfindlichkeit für zwei Radien gleich machen, sondern alle Radien berücksichtigen. Es wird jedoch stark vom Einzelfall abhängen, wie gut die Einebnung der Ortsabhängigkeit gelingt. Zur routinemäßigen Ausnützung des Verfahrens wird ein größerer elektronischer Aufwand erforderlich. Um die Zählrohre gut auszunutzen, muß man mehrere Koinzidenzeinheiten in Verbindung mit mehreren möglichen Zählrohrgruppen verwenden. Den Vorteil einer ortsunabhängigen Messung muß man mit längerer Meßzeit bezahlen, da nicht mehr jedes nachgewiesene Neutron mit jedem anderen in Beziehung gesetzt wird und dadurch Information verloren geht.

### 8.3 Stabmessungen

Messungen an plutoniumhaltigen Stäben werden mit Geräten durchgeführt, die ähnlich unserem Detektortyp I aufgebaut sind, d.h. die über lange Zählrohre parallel zum Stab verfügen /24/. Die Ortsabhängigkeit äußert sich dabei so, daß Neutronen aus dem Stab im wesentlichen in den Zählrohrbereichen nachgewiesen werden, die ihrem Entstehungsort nahe liegen. Das korrelierte Signal entsteht demnach in jeweils kleinen Bereichen, während zum unkorrelierten Signal das ganze Zählrohr beiträgt. Um das SUV zu verbessern, wäre es also vorteilhaft, die langen Zählrohre durch mehrere kurze zu ersetzen und deren Signal in der entsprechenden Anzahl von Koinzidenzeinheiten zu messen.

## 9) Zusammenfassung und Folgerungen

---

Plutonium stellt ein strategisch wichtiges Material dar, dessen quantitativer Bestimmung in der Spaltstoffflußkontrolle besondere Bedeutung zugemessen wird. An einigen Stellen des Brennstoffzyklus ist das Plutonium nicht zur Probenentnahme für nachfolgende chemische Analysen zugänglich, wie z.B. am Ende des Produktionsprozesses und im Abfall. Hier werden zerstörungsfreie Meßmethoden angewendet. Eine davon ist die Neutronenkoinzidenzmessung, die ein Verfahren der Korrelationsanalyse der Neutronennachweise im Zeitbereich darstellt. Sie beruht darauf, daß bei der Spaltung anders als bei sonstigen Quellreaktionen auch zwei oder mehr Neutronen gleichzeitig entstehen. Gegenüber einer einfachen Neutronenzählung hat diese Meßtechnik den Vorteil, daß von der Spontanspaltung unabhängige Neutronenquellen vorhanden sein dürfen. Die Methode wird im allgemeinen dann gegenüber der Messung der charakteristischen beim  $\alpha$ -Zerfall entstehenden  $\gamma$ -Strahlung bevorzugt, wenn diese in der Probe stark geschwächt oder durch Untergrund- $\gamma$ -Strahlung, z.B. von Spaltprodukten, überdeckt wird. Bisher wurde das Verfahren meist zur Messung plutoniumhaltigen Abfalls in Behältern von wenigen Litern bis 200 l Inhalt angewendet, jedoch sind auch Anlagen zur Plutoniumbestimmung in Brennstäben gebaut worden. In diesen Fällen war die Meßgröße jeweils die Gesamtmenge des Plutoniums in der Probe, nicht jedoch seine räumliche Verteilung. Obwohl die Meßmethode schon seit einigen Jahren eingesetzt wird, sind die Angaben über die erzielte Genauigkeit spärlich und zum Teil unter sehr unterschiedlichen Bedingungen gewonnen. Bei Verwendung guter Standards werden für sauberes Material ("feedmaterial", Fertigprodukt) statistische Genauigkeiten von 1%-2% für die Einzelprobe angegeben /23,44/. Für Abfall in größeren Behältern werden Fehler von 20% /83,44/ Ortsabhängigkeitseffekten zugeschrieben. Für die Spaltstoffflußkontrolle ist jedoch der systematische Fehler wichtig, der sich für eine große Anzahl von Proben ergibt. Auch hier

ist die Literatur nicht ergiebig: In /43/ wird für 90 Schrottproben ein Unterschied von 1,8% zum (allerdings "geschätzten") Buchinventar angegeben, für 16 Abfallpakete eine Differenz von 1,1% zu Ge(Li)- $\gamma$ -Messungen. Es erschien deshalb wichtig, die Methode in bezug auf die möglichen Fehlerquellen eingehend zu untersuchen. Dabei wurde ein neues Meßgerät entwickelt, ein neues Meßverfahren geprüft und neue Erkenntnisse über die Ursachen von systematischen Fehlern gewonnen.

- a) Es wurde eine praktisch totzeitfreie Koinzidenzeinheit entwickelt, die eine weitgehende Unabhängigkeit des Koinzidenzsignals vom Neutronenuntergrund zeigt. Bei einer Erhöhung der Untergrundzählrate um  $1000 \text{ sec}^{-1}$  wird das Koinzidenzsignal, das einer Zählrate von ca. 300 Spontanspaltneutronen entspricht, um 0,9% verkleinert. Dieselbe Erhöhung des Untergrunds verursacht bei dem bisher weitverbreitet verwendeten Gerät infolge dessen inhärenter Totzeit einen zehnmal so großen Effekt. Ein weiterer Vorteil der neuen Elektronik ist ein der Menge Plutonium proportionales Signal. Dies verringert die zur Eichung benötigte Anzahl von Standards und verkleinert die bei gekrümmten Eichkurven auftretenden Interpolationsfehler. Die erzielten Verbesserungen überwiegen den etwas größeren elektronischen Aufwand, so daß man in Zukunft nur das neue Meßprinzip verwenden sollte.
- b) Bei der Messung von größeren wasserstoffhaltigen Proben ist das Meßsignal in der üblichen Anordnung stark vom Ort des Plutoniums in der Probe abhängig. Es wird ein neues Meßverfahren angegeben, das durch Rotation der Probe in einem nicht zylindersymmetrischen Detektor Ortsabhängigkeiten vermeidet. Zu seiner Anwendung wird es dann kommen, wenn Proben unerwarteterweise viel Plutonium zu enthalten scheinen und eine zeitintensive genauere Messung zu verantworten ist.

- c) Der zählstatistische Fehler ist nicht nur für die Einzelmessung interessant, sondern kann sich als systematischer Fehler in einer Meßreihe niederschlagen, wenn er bei den Eichmessungen falsch angegeben wird. Deshalb wurden Berechnungsvorschriften für den statistischen Fehler der Koinzidenzzählrate abgeleitet. Dabei wurde berücksichtigt, daß die Koinzidenzen infolge der Korrelation der Impulse nicht poissonverteilt sind. Sie zeigen, daß zur Erreichung eines bestimmten Fehlers z.T. bis zu doppelt so lange Meßzeiten notwendig sind wie bisher angenommen wurde.
- d) Es wird gezeigt, daß die Multiplikation der Neutronen in der Probe selbst eine der wesentlichen Quellen für systematische Fehler ist. Das Koinzidenzsignal wird nämlich wesentlich stärker als die einfache Zählrate beeinflußt. So ergeben sich z.B. für Brennstofftabletten mit linearen Abmessungen von 1 cm Erhöhungen der spezifischen Koinzidenzrate von 4%, während die spezifische Zählrate um weniger als 1% steigt. Hinzu kommt, daß auch die Untergrundneutronen, deretwegen man die Koinzidenzmethode anwendet, Spaltungen erzeugen, die zum korrelierten Signal beitragen.

Die experimentell und theoretisch gut abgesicherten Ergebnisse dieser Arbeit zeigen den Einfluß der einzelnen Meßbedingungen. Eine gerelle Aussage über die Genauigkeit der Methode ist daraus nicht ableitbar, da die Fehlerbeiträge wesentlich vom Einzelfall abhängen. Man kann jedoch sagen, daß es schwer ist, einen systematischen Fehler von 1% zu unterschreiten, wobei die Ungenauigkeiten in der Kenntnis von Isotopenzusammensetzung und Multiplikation den wesentlichen Fehlerbeitrag leisten.

In den folgenden zwei Beispielen soll die Anwendung der in dieser Arbeit entwickelten Gedanken gezeigt werden. Eine Entscheidung über die Einsetzbarkeit der Methode in einer Fabrik wird jedoch nur nach einem Großversuch unter den in der Praxis vorliegenden Randbedingungen und Forderungen möglich sein.

Wir greifen zwei Anwendungen heraus, die in einer Fabrik für Plutoniumbrennelemente typisch sind. Der Brennstoff habe folgende Spezifikationen

Material 20% Pu, 80% U-238

Pu-Zusammensetzung: 16% Pu-240, 0,5% Pu-238,  
Pu(239+241+242) 83,5%

Pelletdurchmesser: 0,7 cm

Pelletdichte: 9,2 g/cm<sup>3</sup>

Damit haben wir in 1 cm Länge 3,12 g Schwermetall, davon 0,624 g Plutonium.

#### a) Stabmessung

Zur Messung der Stäbe werden diese durch einen Detektor mit 20 Zählrohren geschoben, der jeweils 50 cm gleichzeitig ausmißt. Seine Empfindlichkeit sei  $\epsilon = 31,6\%$  ( $\epsilon^2 = 0,1$ ). Bei einer Abklingkonstanten  $\alpha = 10^4$  im Detektor sei die prompte Zykluslänge 120  $\mu\text{s}$ , die verzögerte 480  $\mu\text{s}$ . Um die Effekte von 1  $\mu\text{s}$  Totzeit kleiner als 1% zu halten, werden mindestens 10 Verstärkerkanäle verwendet (Gl.4.1.2). Mit der sich ergebenden Zählrate von 3570 s<sup>-1</sup> und der Nettokoinzidenzrate von 300 s<sup>-1</sup> ergibt sich bei einem Signal-zu-Untergrund-Verhältnis von 0,2 eine Meßzeit von 290 s, um auf 1% statistischen Fehler zu kommen (Gl.5.4.26).

Die Fehler  $\Delta a$  der Isotopenanteile gehen nach der Gleichung

$$\frac{\Delta M}{M} = 5,75 \Delta a \text{ (Pu-240)} + 16 \Delta a \text{ (Pu-238)}$$

in den relativen Fehler der Gesamtmenge ein. Unter normalen Laborbedingungen /84/ werden  $\frac{\Delta a(240)}{a(240)} = 0,5\%$  und  $\frac{\Delta a(238)}{a(238)} = 1\%$  erreicht, was  $\frac{\Delta M}{M} = 0,5\%$  ergibt. Bei den Multiplikationseffekten erhalten wir aus (7.1.6) und (7.2.7), daß sich das Signal um 14% ändert, wenn ein Neutron mit 1% Wahrscheinlichkeit eine Spaltung verursacht. Um unter 0,5% Fehler zu kommen, muß die Spaltwahrscheinlichkeit auf 0,03% (absolut) bekannt sein, was etwa 5-10% relativer Genauigkeit entspricht. Die beiden letzten Forderungen bedeuten, daß man praktisch Standards aus der gleichen Produktionscharge nehmen muß.

#### b) Abfall

Als Abfall betrachten wir ein Stück Brennstoff von 2 cm (ca. 1 g Pu) in einem Faß von 200 l, das mit wasserstoffhaltigem Material gefüllt ist. Dabei habe der Detektor die mittlere Empfindlichkeit  $\epsilon=0,1$  ( $\epsilon^2=0,01$ ) und das gleiche Zeitverhalten wie unter a). Trotz der geringen Zählrate ergibt sich, daß zur Vermeidung von Totzeitkorrekturen 2 Verstärkerkanäle benötigt werden. Bei Zähl- und Koinzidenzraten von  $45 \text{ s}^{-1}$  und  $1,2 \text{ s}^{-1}$  wird bei einem Signal-zu-Untergrundverhältnis von 5 nach etwa 2 Minuten ein statistischer Fehler von 10% erreicht. Das für die Stabmessung bezüglich Multiplikation und Isotopenzusammensetzung Gesagte gilt hier mit dem Zusatz, daß die Matrix sowohl Untergrund wie Multiplikation ändern kann, insbesondere wenn der Standard fein verteiltes Plutonium statt Pellets enthält. Ist es möglich, durch Rotationsmittelung mit einem Viertel der Zählrohre die Ortsabhängigkeit zu beseitigen, so entfallen für die Einzelprobe Unsicherheiten von etwa 20%, wobei die Meßzeit um den Faktor 16 steigt. Beim Vergleichsstandard ist auch darauf zu achten, daß die Moderator-dichte gleich ist. Nehmen wir an, daß die Neutronenabsorption zum größten Teil im Detektor geschieht und daß sich Änderungen von 20% (rel.) in der Matrixdichte mit 2% in der Abklingkonstanten bemerkbar machen, so erhalten wir einen Fehler von 1% in der Plutoniummenge. Da die Genauigkeitsforderungen für die Messung von Abfall wesentlich schwächer als für Produktmaterial sind, können wir eine befriedigende Messung erwarten.

## A N H A N G I

Erzeugende Funktionen\*

Wir betrachten zufällige Größen, deren Realisationen ganze Zahlen  $n$  oder Paare  $(i, j)$  ganzer Zahlen sind. Die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten, die von weiteren Parametern  $t$  (z.B. der Zeit) abhängen können, seien  $p(t, n)$  und  $w(t, i, j)$ . Beispiele sind die Zahl  $n$  der Neutronen in einem System oder das Paar  $(i, j)$ , in dem  $i$  die Zahl der Impulse in einer Verzögerungsleitung zur Zeit  $t_1$  und  $j$  diejenige zur Zeit  $t_2$  bedeuten.

Mit der Hilfsvariablen  $u$  wird die "erzeugende Funktion" (EF) eingeführt

$$f(t, u) = \sum_{n=0}^{\infty} p(t, n) u^n \quad \text{A 1.1}$$

Sie hat u.a. folgende Eigenschaften

$$1) \quad f(t, 1) = \sum p(t, n) = 1 \quad \text{A 1.2}$$

$$\frac{df(t, u)}{du} \Big|_{u=1} = \sum_n n p(t, n) = \overline{n(t)} \quad \text{A 1.3}$$

$$\frac{d^2 f(t, u)}{du^2} \Big|_{u=1} = \overline{n(t)(n(t)-1)} \quad \text{A 1.4}$$

2) Wenn  $f_1(u)$  und  $f_2(u)$  die EF für zwei voneinander unabhängige zufällige ganzzahlige Größen  $n_1$  und  $n_2$  sind, dann hat die Summe  $n=n_1+n_2$  die EF  $f(u) = f_1(u) \cdot f_2(u)$ . A 1.5

3) Es sei  $g_i(u)$  die mit bedingten Wahrscheinlichkeiten  $p(n/i)$  gebildete EF für die zufällige ganzzahlige Größe  $n$  unter einer Bedingung  $i$ , deren Wahrscheinlichkeit  $P_i$  ist.

Mit  $\sum_i P_i = 1$  lautet die EF für die Größe  $n$  ohne Bedingungen

$$f(u) = \sum_i P_i g_i(u) \quad \text{A 1.6}$$

\* Wir folgen hier - soweit möglich - der Argumentation in /68,70/, wo die EF im Fall des nahezu kritischen Reaktors abgeleitet werden.

Wir definieren analog zu den einparametrischen EF für den Fall zweier beobachteter Größen die EF

$$\varphi(t, u, v) = \sum_{i, j} w(t, i, j) u^i v^j$$

Summe über alle Paare  
(i, j), so daß  
 $\sum_{i, j} w(t, i, j) = 1$

A 1.7

Es gilt  $\varphi(t, 1, 1) = 1$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} \Big|_{u=v=1} = \sum_{i, j} i w(t, i, j) = \bar{i}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial v} \Big|_{u=v=1} = \bar{j}$$

A 1.8

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u \partial v} \Big|_{u=v=1} = \overline{i \cdot j}$$

Die Eigenschaften entsprechen denen der einparametrischen EF, z.B. gilt: Sind  $\varphi_1(u, v)$  und  $\varphi_2(u, v)$  die EF für die voneinander unabhängigen Messungen  $(i_1, j_1)$  und  $(i_2, j_2)$ , so ist  $\varphi_1(u, v) \cdot \varphi_2(u, v)$  die EF der Summe  $(i_1+i_2, j_1+j_2)$ .

Im folgenden werden einige EF konstruiert, die bei den Problemen dieser Arbeit eine Rolle spielen.

Eine Voraussetzung ist die Zeitunabhängigkeit des Detektorsystems, d.h. Moderator, Detektor und Elektronik ändern sich nicht mit der Zeit. Der Einfachheit halber wird angenommen, daß der moderierende Detektor durch den Grundmode (vgl. Kap. 2.4) beschrieben werden kann und daß  $\epsilon=1$ .

- a) Die Wahrscheinlichkeit, ein Neutron zur Zeit  $t$  nach seinem Entstehen noch im System zu haben, ist  $p(t, 1) = e^{-\alpha t}$ .  
Die EF für die Zahl der Neutronen im System, wenn zur Zeit  $t=0$   $m$  vorhanden waren, ist

$$g_m(t,u) = \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} e^{-\alpha k t} (1-e^{-\alpha t})^{m-k} u^k \quad (\text{A 1.9})$$

$$\text{speziell } g_1(t,u) = 1+(u-1)e^{-\alpha t} \quad (\text{A 1.10})$$

$$\text{Eigenschaft (3) hei\ss t hier } g_m(t,u) = g_1(t,u)^m \quad (\text{A 1.11})$$

- b) Es sei  $f(t,u)$  die EF f\u00fcr die Zahl der Neutronen zur Zeit  $t$  nach Einbringen einer Spaltquelle. Die Zahl der Neutronen zur Zeit  $t+dt$  setzt sich zusammen aus der Zahl derer, die von den in  $(0,dt)$  entstandenen abstammen, und der Zahl derer, die sich unabh\u00e4ngig davon in  $(dt,t+dt)$  entwickelt haben. Wegen der Zeitunabh\u00e4ngigkeit ist die EF f\u00fcr letztere wieder  $f(t,u)$ . Mit  $R(m)$  folgt wegen der Eigenschaften (2) und (3)

$$f(t+dt,u) = \int \bar{s} dt \cdot \sum R(m) g_m(t,u) + (1-s dt) g_0(t,u) \cdot f(t,u) \quad (\text{A 1.12})$$

und nach einiger Umrechnung

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln f(t,u) = s \sum_{m=1}^{\infty} R(m) \sum_{k=0}^{m-1} e^{-(m-k)\alpha_0 t} (u-1)^{m-k} \binom{m}{k} \quad (\text{A 1.13})$$

Mit der Anfangsbedingung (9) ergibt sich

$$f(t,u) = \exp \left[ \frac{-s}{\alpha_0} \sum_{m=1}^{\infty} R(m) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{1-e^{-(m-k)\alpha_0 t}}{(m-k)} (u-1)^{m-k} \binom{m}{k} \right] \quad (\text{A 1.14})$$

Die EF f\u00fcr die Zahl der Neutronen, die sich im System befinden, nachdem die Anfangstransienten abgeklungen sind, ist

$$f_{\infty}(u) = \exp \left[ \frac{-s}{\alpha_0} \sum_{m=1}^{\infty} R(m) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(u-1)^{m-k}}{(m-k)} \binom{m}{k} \right] \quad (\text{A 1.15})$$

- c) Die EF f\u00fcr die Zahl der Neutronen unmittelbar nach einem Impuls sei  $b(u)$ . F\u00fcr sie ben\u00f6tigt man die Wahrscheinlichkeit  $p(n)$ , da\u00df unmittelbar nach einem Impuls  $n$  Neutronen vorhanden sind. Sie ist gleich der Wahrscheinlichkeit,

daß eines von  $n+1$  Neutronen nachgewiesen wurde

$$\hat{p}(n) = \frac{p(n+1) \cdot (n+1) \alpha \epsilon}{\sum_{n=0}^{\infty} n p(n) \alpha \epsilon} = \frac{p(n+1) \cdot (n+1)}{\sum n p(n)} = \frac{p(n+1) (n+1)}{\bar{n}}, \quad (\text{A 1.16})$$

womit man erhält

$$\begin{aligned} b(u) &= \sum \hat{p}(n) \cdot u^n = \frac{1}{\bar{n}} \sum_{n=0}^{\infty} p(n+1) (n+1) u^n = \frac{1}{\bar{n}} \frac{d}{du} \sum_{n=1}^{\infty} p(n) u^n = \\ &= \frac{f'_{\infty}(u)}{\bar{n}} \end{aligned} \quad (\text{A 1.17})$$

d) Die EF für die Zahl von Neutronen zur Zeit  $t$  nach dem letzten Impuls sei  $c(t,u)$ . Dafür gilt

$$c(t,u) = \sum \hat{p}(n) \cdot g_n(t,u) = \sum p(n) g_1(t,u)^n \quad (\text{A 1.18})$$

Aus dem Vergleich mit  $b(u)$  folgt

$$c(t,u) = b(g_1(t,u)) = \frac{1}{\bar{n}} \cdot f'_{\infty}(g_1(t,u)) \quad (\text{A 1.19})$$

e)  $a(t,u)$  sei die EF für die Zahl  $n_0(t)$  von Neutronen zur Zeit  $t \rightarrow 0$  in einem System mit konstanter Spontanspaltquelle unter der Bedingung, daß zur Zeit  $t=0$  ein Impuls erfolgte.  $n_0$  setzt sich zusammen aus der Zahl der Neutronen, die sich aus den nach dem Impuls vorhandenen entwickelt haben, und der Zahl derer, die in  $(0,t)$  entstanden sind, so daß

$$a(t,u) = c(t,u) \cdot f(t,u) = \frac{1}{\bar{n}} \cdot f'_{\infty}(g_1(t,u)) \cdot f(t,u) \quad (\text{A 1.20})$$

Dabei gilt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t,u) = f_{\infty}(u) \quad (\text{A 1.21})$$

Die unter a) bis e) behandelten Fälle bezogen sich auf die Zahl von Neutronen zu bestimmten Zeitpunkten. Nun betrachten wir die Zahl von in bestimmten Zeitintervallen  $(t-\Delta t, t)$  nach-

gewiesenen Neutronen. Dies ist z.B. die Zahl der während einer Meßzeit  $\Delta t$  gezählten Impulse oder die Zahl der zur Zeit  $t$  in einer Verzögerungsleitung (VL) der Länge  $\Delta t$  befindlichen Impulse. Vorzugsweise werden wir letztere anschauliche Ausdrucksweise benutzen.

Neben den schon vorher verwendeten Annahmen vereinbaren wir weiter, daß die Multiplizitätsverteilung der Spaltung z.T. nicht explizit mitgenommen wird und  $(\alpha, n)$ -Reaktionen als Sonderfälle von Spaltungen gelten.

Für die weiteren Formulierungen ist es notwendig, die Wahrscheinlichkeit  $q(t, \nu, k, \Delta t)$  zu kennen, daß zur willkürlich gewählten Zeit  $t$  nach Einbringen von  $\nu$  Neutronen ins System  $k$  Impulse in der VL der Länge  $\Delta t$  sind.

Für  $t \leq \Delta t$  gilt

$$q(t, \nu, k, \Delta t) = \binom{\nu}{k} e^{-\alpha t(\nu-k)} (1-e^{-\alpha t})^k \quad (\text{A 1.22})$$

Für  $t > \Delta t$

$$\begin{aligned} q(t, \nu, k, \Delta t) &= \sum_{n=k}^{\nu} \binom{\nu}{n} e^{-\alpha(t-\Delta t)n} (1-e^{-\alpha(t-\Delta t)})^{\nu-n} \binom{n}{k} e^{-\alpha\Delta t(n-k)} (1-e^{-\alpha\Delta t})^k \\ &= \binom{\nu}{k} (e^{-\alpha(t-\Delta t)} - e^{-\alpha t})^k (1 + e^{-\alpha t} - e^{-\alpha(t-\Delta t)})^{\nu-k} \quad (\text{A 1.23}) \end{aligned}$$

f) Die EF für die Zahl  $n(t)$  von Impulsen in der VL zur Zeit  $t$  nach Einbringen der Spaltquelle ins System sei  $Z(t, u)$ .

Mit der gleichen Argumentation wie bei a) ergibt sich

$$Z(t+dt) = \left\{ s dt \sum_{\nu=0}^{\infty} R(\nu) \sum_{k=0}^{\nu} q(t, \nu, k) u^{k+(1-sdt) \cdot 1} \right\} Z(t)$$

und

$$\begin{aligned} \frac{d \ln Z(t)}{dt} &= s \sum_{\nu=1}^{\infty} R(\nu) \left\{ \sum_{k=0}^{\nu} q(t, \nu, k) (u^k - 1) \right\} \\ Z(t, u) &= \exp s \sum_{\nu=1}^{\infty} R(\nu) \sum_{k=0}^{\nu} (u^k - 1) \int_0^t q(t', \nu, k) dt' \quad (\text{A 1.24}) \end{aligned}$$

Nach Abklingen der Transienten gilt dann

$$Z_{\infty}(u) = \exp \left\{ s \sum_{\nu=1}^{\infty} R(\nu) \sum_{k=0}^{\nu} (u^k - 1) \int_0^{\infty} q(t, \nu, k) dt \right\} \quad (\text{A 1.25})$$

- g) Für die EF  $y(t, t_1, t_2)$  für die Zahl der Neutronen in der VL zur Zeit  $t$ , wenn von  $t_1$  bis  $t_2$  bis Neutronen produziert wurden, gilt

$$y(t, t_1, t_2) \cdot Z(t - t_2) = Z(t - t_1) \quad (\text{A 1.26})$$

$$y(t, t_1, t_2, u, \Delta t) = \exp s \sum_{\nu=0}^{\infty} R(\nu) \sum_{k=1}^{\nu} (u^k - 1) \int_{t-t_2}^{t-t_1} q(t', \nu, k) dt' \quad (\text{A 1.27})$$

- h) Wählt man als Zeitpunkt der Angabe, wieviele Impulse sich in der VL befinden, den eines Nachweises, so wird die Wahrscheinlichkeit  $r$  benötigt, daß zur Zeit  $t$  nach Einbringen von  $\nu$  Neutronen ins System ein Impuls triggert und  $k$  in der VL sind. Wählt man eines der  $\nu$  Neutronen aus, das dann mit der Wahrscheinlichkeit  $e^{-\alpha t} \alpha dt$  bei  $t$  stirbt, so erhält man

$$r(t, \nu, k, \Delta t) = \nu \cdot e^{-\alpha t} \alpha dt \cdot q(t, \nu - 1, k, \Delta t) \quad k \leq \nu - 1 \quad (\text{A 1.28})$$

und für die Wahrscheinlichkeit, daß beim Tod eines Neutrons  $k$  Impulse aus der Familie in der VL sind

$$r(\nu, k, \Delta t) = \nu \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} \alpha dt \cdot q(t, \nu - 1, k, \Delta t) \quad (\text{A 1.29})$$

Die zugehörige EF ist

$$\hat{\rho}(u) = \sum_{\nu=0}^{\infty} R(\nu) \sum_{k=0}^{\nu-1} r(\nu, k, \Delta t) u^k$$

- i) Die EF für die Gesamtzahl von Impulsen in der VL zur Zeit eines Impulses ist somit

$$\rho(u) = Z_{\infty}(u) \cdot \hat{\rho}(u) \quad (\text{A 1.30})$$

j) Es sei  $w(t_1-t, t_1+t_D-t, i, j)$  die Wahrscheinlichkeit, daß bei  $t_1$   $i$  und bei  $t_1+t_D$   $j$  Impulse in der VL sind, wenn bei  $t$  eine Spaltung stattgefunden hat.

Es sei  $\zeta_0(t, u, v)$  die EF für  $(i, j)$ , wenn zwischen 0 und  $t$  die Quelle eingeschaltet ist ( $t < t_1$ ).

Da gilt

$(i, j | \text{Spaltungen in } (0, t+dt)) = (i, j | \text{Sp.in}(0, t)) + (i, j | \text{Sp.in}(t, t+dt))$   
folgt

$$\zeta_0(t+dt) = \zeta_0(t) \times \left\{ s dt \sum_{(i,j)} w(t_1-t, t_1+t_D-t, i, j) u^i v^j + (1-s dt) u^0 v^0 \right\}$$

über alle möglichen  $(i, j)$ , abh. von  $t_1, t_D, t, \dots$

Daraus ergibt sich

$$\zeta_0(t) = \exp \left\{ s \int_0^t \sum_{(i,j)} w(t_1-t, t_1+t_D-t, i, j) (u^i v^j - 1) \right\} \quad (\text{A 1.31})$$

oder allgemeiner für eine zwischen  $t_a$  und  $t_e$  eingeschaltete Quelle

$$\zeta(t_1, t_a, t_e, u, v) = \exp \left\{ s \int_{t_a}^{t_e} \sum_{(i,j)} w(t_1-t, t_1+t_D-t, i, j) (u^i v^j - 1) dt \right\}$$

für  $t_e < t_1$  (A 1.32)

Es sei  $t_a = 0$   $t_e = \tau$   $t_1 = l \cdot \tau$   $t_D = (m-l)\tau$

$$\zeta_{lm}(u, v) = \exp \left\{ s \int_0^\tau \sum_{(i,j)} w(l \cdot \tau - t, m\tau - t, i, j) (u^i v^j - 1) dt \right\}$$

für  $m > l > 1$

$$t' = l\tau - t$$

$$= \exp \left\{ s \int_{(l-1)\tau}^{l\tau} dt' \sum w(t', (m-l)\tau + t', i, j) (u^i v^j - 1) dt \right\}$$

$$= \exp B_{lm} \quad (\text{A 1.33})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial u} = \frac{\partial B}{\partial u} e^B \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial u \partial v} = \frac{\partial^2 B}{\partial u \partial v} e^B + \frac{\partial B}{\partial u} \frac{\partial B}{\partial v} e^B = \frac{\partial^2 B}{\partial u \partial v} + \frac{\partial B}{\partial u} \frac{\partial B}{\partial v} \quad (\text{A 1.34})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial v} = \frac{\partial B}{\partial v} e^B$$

A N H A N G II

Varianz der Zahl der Impulse in einer Verzögerungsleitung

Wir betrachten das Experiment, in dem die Zahl  $N$  der Impulse in einer Verzögerungsleitung zu Zeiten  $t_i$  bestimmt wird, die äquidistant durch einen Impulsgenerator erzeugt werden.

$$\begin{aligned} t_i &= i \cdot \tau & i=0,1,2,\dots & \quad (A\ 2.1) \\ z \cdot \tau &= \Delta t \end{aligned}$$

Dabei kann  $\tau$  kleiner oder größer als die Länge  $\Delta t$  der VL sein. Ist es kleiner, so berechnen wir es nur für die Fälle, in denen  $z$  ganz ist.

Die praktische Durchführung geschieht mit dem in Abb. A2/I dargestellten Gerät, dessen wesentliche Teile die durch ein 200-stufiges Schieberegister ausgebildete VL, ein Zähler für die darin enthaltenen Impulse (SN 74193) und ein Decoder (SN 74154) sind. Letzterer gibt bei Ankunft eines Strobeimpulses (vom Generator) ein Signal auf einen Ausgang, das extern gezählt wird. Man erhält so eine Verteilung der gesuchten  $N$  und kann durch Mittelung über  $M$  Messungen das Mittel  $\overline{N}^{(M)}$  und durch mehrmalige Mittelwertbildung auch  $\text{var } \overline{N}^{(M)}$  bestimmen. Wir wählen  $M$  so groß, daß Effekte am Rand des Meßintervalls  $(0, M\tau)$  keine Rolle spielen.

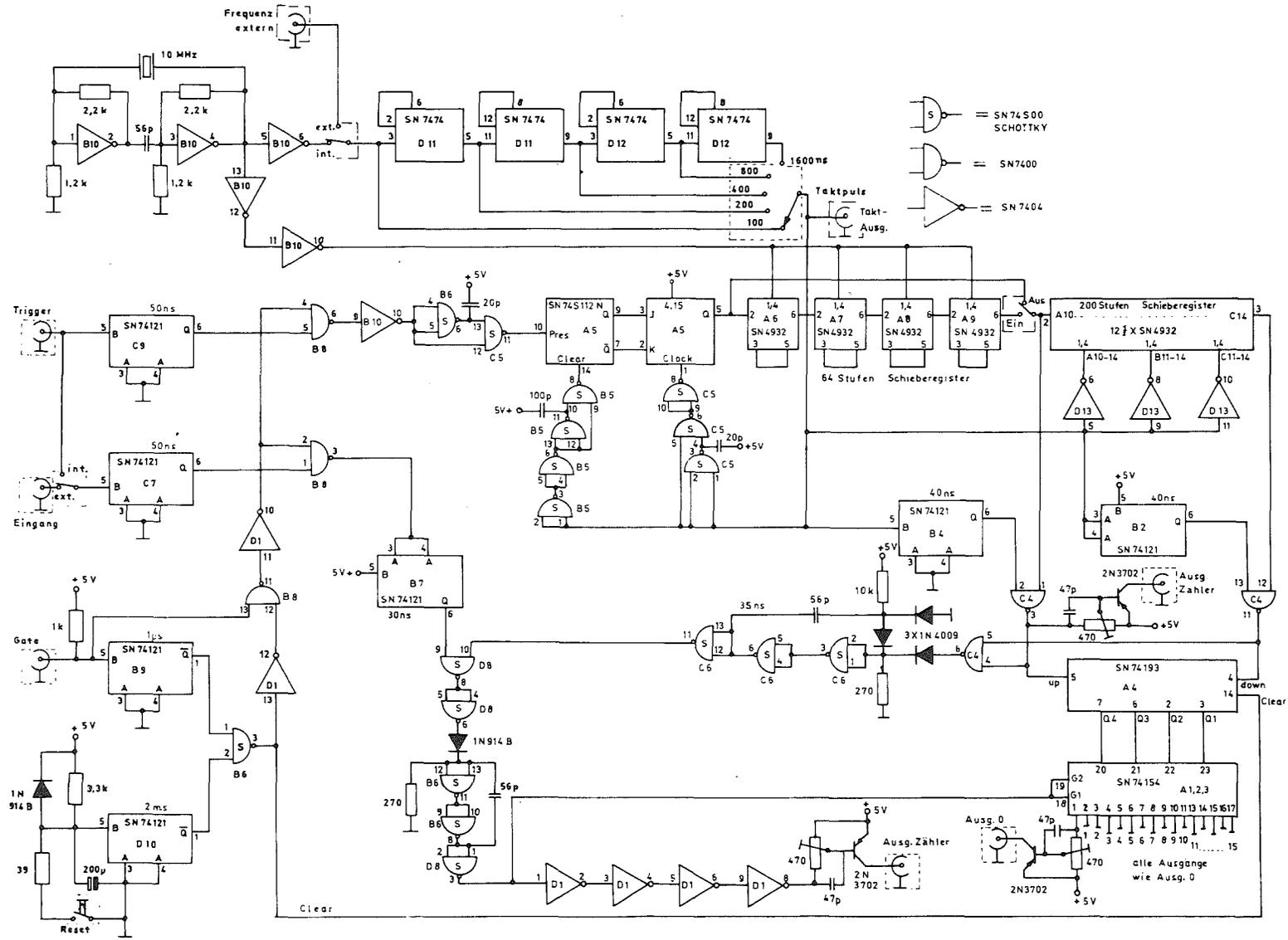
Dann kann die Argumentation in Abschnitt 5.4 beibehalten werden und man erhält für (5.4.17)

$$\overline{v}_C = 2 \cdot s \sum_{\ell=1}^{M-1} \sum_{m=\ell+1}^M \int_0^{\infty} V(\tau') p_{m,\ell}(\tau') d\tau' \quad \text{mit } p_{m,m+k}(\tau') = \delta(\tau' - k\tau) \quad (A\ 2.2)$$

Für große  $M$  kann man die 2. Summe bis  $\infty$  laufen lassen und findet

$$v_C = 2 \cdot s \sum_{\ell=1}^{M-1} \sum_{k=1}^{\infty} V(k\tau)$$

Abb. 2.1 Multiplizitätsanalysator zur Messung der Varianz einer Impulsverteilung



mit der Definition aus (5.4.15) und (5.4.16) und den Bezeichnungen aus A1, Beispiel 2

$$V(\tau) = \int_0^{\infty} \sum_{(i,j)} ij \cdot w(t', t'+\tau, i, j) dt' = \int_0^{\infty} \overline{ij}(t') dt'$$

Bei der Berechnung von  $\overline{ij}$  muß man die in der folgenden Tabelle aufgeführten Fälle möglicher relativer Lagen von Spaltung, Ende des ersten und zweiten Meßintervalls  $\Delta t$  betrachten, für die w angebar ist ( $t_1 \hat{=} t'$ ,  $t_2 \hat{=} t'+\tau$ ).

Fall	$ij$
(1) $t_1 > \Delta t, t_2 - t_1 \gg \Delta t$	$\frac{1}{v(v-1)} (e^{-\alpha(t_1-\Delta t)} - e^{-\alpha t_1}) (e^{-\alpha(t_2-\Delta t)} - e^{-\alpha t_2})$
(2) $0 < t_1 < \Delta t, t_2 - t_1 \gg \Delta t$	$\frac{1}{v(v-1)} (1 - e^{-\alpha t_1}) (e^{-\alpha(t_2-\Delta t)} - e^{-\alpha t_2})$
(3) $t_1 > \Delta t, t_2 - t_1 < \Delta t$	$\frac{1}{v(v-1)} (e^{\alpha \Delta t} - 1)^2 e^{-\alpha(t_2+t_1)} + \bar{v} (e^{-\alpha(t_1-\Delta t)} - e^{-\alpha t_1})$
(4) $t_2 > \Delta t, 0 < t_1 < \Delta t, t_2 - t_1 < \Delta t$	$\frac{1}{v(v-1)} (1 - e^{-\alpha t_1}) (e^{-\alpha(t_2-\Delta t)} - e^{-\alpha t_2}) + \bar{v} (e^{-\alpha(t_2-\Delta t)} - e^{-\alpha t_2})$
(5) $0 < t_2 < \Delta t, 0 < t_1 < \Delta t, t_2 - t_1 < \Delta t$	$\frac{1}{v(v-1)} (1 - e^{-\alpha t_1}) (1 - e^{-\alpha t_2}) + \bar{v} (1 - e^{-\alpha t_1})$

Anschließend integriert man für  $\tau > \Delta t$  und  $\tau < \Delta t$  und erhält insgesamt

$$\text{var } \overline{n\Delta t}^{(M)} = \frac{\text{var } n\Delta t}{M} + \frac{s}{\alpha} \cdot \frac{D}{M}$$

mit  $D = \varepsilon^2 \frac{1}{v(v-1)} (1 - e^{-\alpha \Delta t})^2 \frac{e^{-\alpha(\tau-\Delta t)}}{1 - e^{-\alpha \tau}}$  für  $z = \frac{\Delta t}{\tau} \leq 1$

$$D = \varepsilon \bar{v} \Delta t (z-1) + \varepsilon^2 \frac{1}{v(v-1)} \left[ (z-1)\Delta t + (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \right] \text{ für } z=2, 3, \dots$$

In Abb.A2/2 ist das Ergebnis der Messung dargestellt.

Für kleine Triggerfrequenzen sind die Abstände der Meßzeiten, zu denen die Zahl der Impulse in der VL festgestellt wird, so

groß, daß die Korrelation verschwindet und

$$\overline{\text{var } n\Delta t}^{(M)} = \frac{\text{var } n\Delta t}{M} \quad \text{für niedrige Frequenzen}$$

gilt. Für große Frequenzen wird annähernd

$$\overline{\text{var } n\Delta t} \sim \frac{\text{var } n\Delta t}{M} \cdot Z = \text{var } n\Delta t \cdot \frac{\Delta t}{M \cdot \tau} \sim \frac{\text{var } n\Delta t}{T}$$

d.h.  $\overline{\text{var } n\Delta t}$  nimmt mit der Meßzeit  $T=M\tau$  ab, unabhängig von der Zahl der darin ausgeführten Messungen.

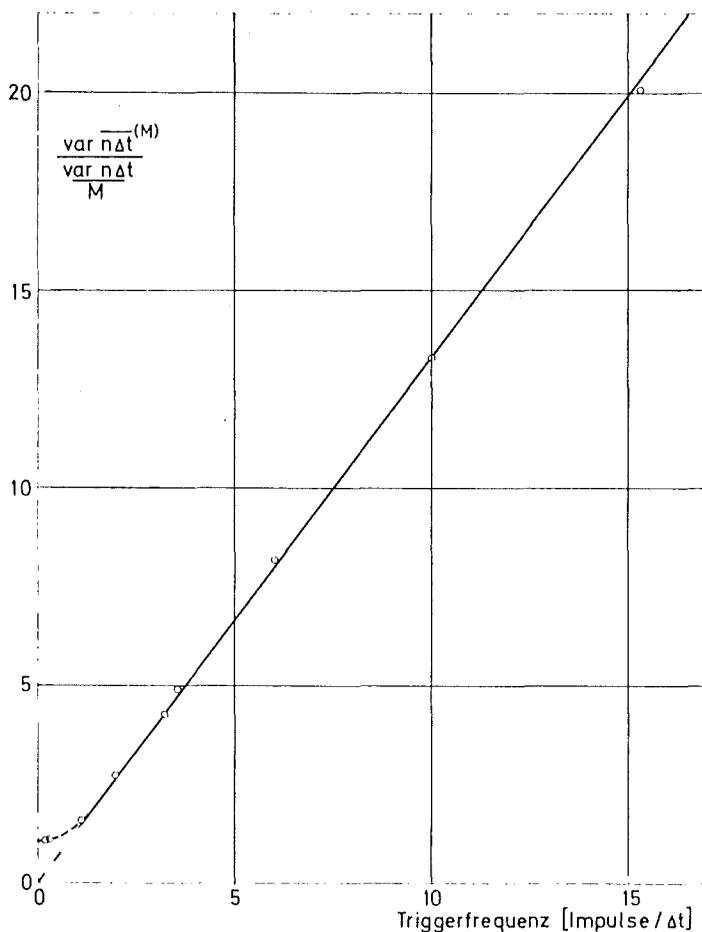


Abb. A 2/2

Verhältnis der Varianz des aus M mit der Triggerfrequenz aufeinanderfolgenden Messungen bestimmten Mittelwerts zu dem Wert, den man aus M unabhängigen Messungen erhielte.

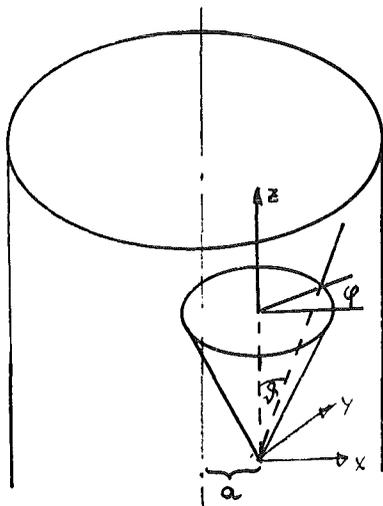
A N H A N G III

Homogene Quelle im homogenen Stab

Die Reaktionswahrscheinlichkeit für Neutronen in einem Stab, die in diesem homogen verteilt entstehen, ist durch

$$RR = 1 - \frac{2}{\pi R^2} \int_0^R a \, da \int_0^1 d \cos \vartheta \int_0^\pi d\varphi (1 - e^{-\Sigma \cdot \ell(a, \vartheta, \varphi)})$$

gegeben. Dabei gibt die Klammer die Wahrscheinlichkeit an, daß ein aus einem Volumenelement auf dem Radius  $a$  in Richtung  $(\varphi, \vartheta)$  fliegendes Neutron auf seinem Weg der Länge  $\ell$  im Stab eine Reaktion ausführt. Dabei ist die Flugbahn durch die



Gleichungen für Ebene und Kegel

$$y = x \cdot \tan \varphi$$

$$x^2 + y^2 = z^2 \cdot \tan^2 \vartheta$$

gegeben.

Der Stab wird von dem Zylinder  $(x+a)^2 + y^2 = R^2$  umrandet.

Es ergibt sich für die Länge der Flugbahn

$$\ell = \frac{\sqrt{R^2 - a^2 + a^2 \cos^2 \varphi} - a \cos \varphi}{\sin \vartheta}$$

Ist der Stab nach oben und unten begrenzt, so gilt

$$\ell \leq z / \cos \vartheta$$

mit dem Abstand  $z$  des Volumenelements zur Deckfläche.

Die Integration erfolgt numerisch.



- 5 G. Birkhoff,  
L. Bondár Computerized System for the  
Application of Fission Neutron  
Correlation Techniques in Nuclear  
Safeguards, EUR 4799 e (1972)
- 6 G. Birkhoff,  
L. Bondár,  
N. Coppo Variable Dead Time Neutron  
Counter for Tamperresistant  
Measurements of Spontaneous  
Fission Neutrons EUR 4801 e (1972)
- 7 R.J. Omohundro,  
F.A. Marchetti A Prototype Coincidence Neutron  
Counter for International Safe-  
guards and Arms Control Applications  
NRL Memorandum Report 2005 (1969)
- 8 C.V. Strain  
R.J. Omohundro NRL Memorandum Report 2107 (1970)  
(nach / 9 / )
- 9 C.V. Strain Potential and Limitations of  
Several Neutron Coincidence  
Equipments NRL Memorandum Report  
2127 (1970)
- 10 W.A. Higinbotham,  
C.V. Strain Safeguards Applications of a  
Spontaneous Fission Neutron  
Detector Systems BNL 14794(1970)
- 11 C. Strain General Instructions for Fission  
Neutron Counter (März 1971)  
unveröffentlicht
- 12 M. Zucker unveröffentlichtes Memo (6.5.71)
- 13 E.V. Weinstock unveröffentliches Memo (195.71)

- 14 G.R. Keepin (ed.) Coincidence Counting of Neutrons from the Spontaneous Fission of  $^{240}\text{Pu}$ ; LA-3974-MS, (1968) S.14
- 15 R.B. Walton Assay for Pu by Neutron Coincidence Counting; LA-4457-MS, (1970) S.26
- 16 J.E. Foley  $^{238}\text{U}$  Assay Using Neutron Coincidence Counting; LA-4605-MS, (1970) S.18
- 17 G.R. Keepin (ed.) Detectors for Pu-Assay by Passive Neutron Counting; LA-4315-MS, (1969) S.20
- 18 J.E. Foley Design of Neutron Coincidence Counters;  
LA-4605-MS, (1970) S.27  
LA-4705-MS, (1971) S.18
- 19 H.O. Menlove,  
R.B. Walton  $4\pi$  Coincidence Unit for One-Gallon Cans and Smaller Samples;  
LA-4457-MS, (1970) S.26
- 20 H.O. Menlove,  
B.R. Dennis,  
J.H. Menzel One Gallon Plutonium Scrap Cans;  
LA-4523-MS, (1970) S.30
- 21 J.E. Foley  $4\pi$  Coincidence Counter for 30-Gallon Barrels;  
LA-4705-MS, (1971) S.20  
LA-4794-MS, (1971) S.22  
LA-4883-PR, (1971) S.14  
LA-4994-PR (1972) S. 14

- 22 J.E. Foley, 4 $\pi$  Neutron Counter for Fifty-  
D.B. Smith, Five Gallon Drums;  
R.B. Walton LA-4457-MS, (1970) S.31  
LA-4523-MS, (1970) S.18  
LA-4605-MS, (1970) S.28
- 23 G.R. Keepin (ed.) Nondestructive Assay of SEFOR  
Fuel Rods; LA-4227-MS
- H.O. Menlove, Thermal Neutron Coincidence  
J.E. Foley, Detector for FFTF Fuel Rods  
R.A. Forster LA-4994-PR (1972) S. 13
- 24 H.O. Menlove, Neutron Coincidence Detector for  
R.A. Forster, FBR Fuel Pins LA-5091-PR (1972)  
D.B. Smith S. 7
- 25 J.E. Foley Neutron-Coincidence Assay of K-25  
Residues at MONAL-NLO; LA-4605-MS,  
(1970) S.34
- 26 G.R. Keepin (editor) Neutron Coincidence Assay of K-25  
Scrap at NLO; LA-4705-MS,  
(1971) S.26
- 27 L.V. East, Coincidence Unit  
M.M. Stephans, LA-4368-MS (1970) S. 16  
J.E. Swansen
- 28 L.V. East, New Coincidence Unit  
J.E. Foley LA-5091-PR (1972) S. 26  
LA-5197-PR (1972) S. 23
- 29 R.A. Forster, Deadtime Corrections for the  
H.O. Menlove Coincidence Counter; LA-5091-PR  
(1972) S. 25

- 30 R.A. Forster Neutron Coincidence Counting  
D.B. Smith by Monte Carlo; LA-5197-PR  
G.D. Turner (1972) S. 22
- 31 R.A. Forster Multiplication Effects in  $4\pi$   
Neutron Counter Assay of One-  
Gallon Cans; LA-4523-MS,  
(1970) S.21
- 32 R.H. Augustson et al. Development of Techniques for  
Active and Passive Assay of  
Fissionable Materials; ST II,  
S. 53
- 33 G.R. Keepin et al. Application Areas and Results  
of Non-Destructive Assay Measure-  
ments; ST II, S. 79
- 34 F. Brown et al. Application of Instrumental  
Methods to the Determination  
of Nuclear Fuel Materials for  
Safeguards; ST II, S. 125,
- 35 S.H.W. Tarrant, Development of a Portable  
D.R. Terrey Instrument for the Measurement  
of Neutrons and  $\gamma$ -Rays Emitted  
from Nuclear Fuel Materials,  
UKAEA Report COS9 (1969)
- 36 F. Brown et al. The Application of Safeguards  
Techniques to a Large Zero-  
Energy Reactor Facility; ST I,  
S. 125

- 37 D.A. Paynter et al. Portable Safeguards Instrumentation Packaging Techniques as Applied to Neutron Coincidence Counter; ST II, S. 479
- 38 K. Baumung et al. Investigations into Non-destructive Safeguards Techniques, ST II, S. 177
- 39 D.M. Bishop Catalogue of (Pu, U)O<sub>2</sub> Non-destructive Assay Working Standards NEDO-12381 (1973)
- 40 D.C. Wadekamper, L.T. Hagie Integrated Safeguards Experiment GEAP-12114-6 (1971), S.3
- 41 D.C. Wadekamper, D.M. Bishop, L.T. Hagie Integrated Safeguards Experiment GEAP-12114-7 (1971)
- 42 D.M. Bishop E.A. Aitken Plant Instrumentation Program GEAP-12114-1 (1970)  
-3 (1970)  
-5 (1970)
- 43 D.M. Bishop et al. Nondestructive Assay Measurement Standards:  
Need and Approach PF-73-26(1973)
- 44 D.M. Bishop et al. Operating Performance NEDO -12312 (1972)
- 45 L.T. Hagie et al. Measurement Errors in Several Pu-Assay Methods, GEAP-12283(1972)

- 46 S.C. Suda,  
W. Marcuse Integrated Safeguards Experiment  
at a Plutonium Fuels Laboratory  
BNL 50330 (1972)
- 47 J.E. Lovett  
D.B. James PIP-Report BHO-69-3 (1970)
- 48 K. Böhnel Neutronenkoinzidenzmessungen  
zur Plutoniumbestimmung (therm.)  
KFK 1618 (1972) S.64  
KFK 1852 (1973) S.63  
KFK 1980 (1974) S.2-44
- 49 R. Sher Operating Characteristics of  
Neutron Well Counters, BNL 50332  
(1972)
- 50 L.A. Kull Catalogue of Nuclear Material  
Safeguards Instruments BNL 17165  
(1972)
- 51 N.C. Rasmussen A Review of Passive Methods  
WASH-1147 (1970) S.96
- 52 G.R. Keepin LASL Safeguards Research and  
Development Program WASH-1147  
(1970) S.110
- 53 R.B. Perry et al. Effect of Induced Fission on Pu-  
Assay with a Neutron Well  
Coincidence Counter ANL-8029(1973)
- 54 R.B. Perry,  
R.W. Brandenburg,  
N.S. Beyer Trans ANS, 15 (1972), S.674

- 55 K. Böhnel Trans ANS, 15 (1972), S.671
- 56 W. Higinbotham persönliche Mitteilung
- 57 R.A. Prichett Methods of and Means for Assaying Material Having a Fissionable Component; US-Patent 3,018,374 (1962)
- 58 G.R. Keepin (ed.) Gamma Ray "Slab" Scintillation Detector; LA-4029-MS (1968) S.18 ; LA-4070-MS, (1968) S.20
- 59 T. Gozani et al. New Developments in Nuclear Material Assay Using Photo-nuclear Reactions; Safeguards Techniques II, S. 143, IAEA Vienna (1970)
- 60 T. Gozani,  
D.G. Costello Trans ANS 13, (1970) S. 746
- 61 W.J. Gallagher BHO-67-2 (1970), BHO-67-4 (1971), NMM-Meeting 1972, S.7
- 62 R.L. Bramblett GULF-RT-A-10511,  
GULF-RT-A-10697 (1971)  
GULF-RT-A-10817 (1971)  
GULF-RT-A-10819 (1971)  
GULF-RT-A-12028 (1972)
- 63 J.E. Foley,  
M.M. Thorpe Random Source Interrogation System (Thermal Neutron

- Detectors)  
LA-4705-MS (1971) S.9  
LA-4794-MS (1971) S.12  
LA-4883-PR (1971) S.9
- 64 J.E. Foley Random Driver (Fast Neutron  
Detectors)  
LA-4994-PR (1972) S.7  
LA-5091-PR (1972) S.14  
LA-5197-PR (1972) S.8  
LA-5291-PR (1973) S.1  
LA-5431-PR (1973) S.5  
LA-5557-PR (1973) S.3
- 65 D.B. Smith Random Driver Response  
(Multiplication)  
LA-5091-PR (1972) S.16
- 66 K. Böhnel Neutronenkoinzidenzmessungen  
(schnell)  
KFK 1852 (1973) S.65
- 67 M. Edelmann Neue Methoden zur Rossi- $\alpha$ -  
Messung INR-4/68-15, KFZ  
Karlsruhe (1968) (LA-tr-68-39)
- 68 H. Borgwaldt, Nukleonik 9 (1965) S.313  
D. Stegemann
- 69 C. Günther, Das eindimensionale Transport-  
W. Kinnebrock programm DTK, KFK 1381 (1971)
- 70 H. Borgwaldt Einheitliche Theorie der Korre-  
lationsexperimente in Null-  
leistungsreaktoren  
INR-4/66-5, KFZ Karlsruhe (1966)

- 71 D. Stegemann Bestimmung reaktorphysikalischer Parameter aus dem Reaktorraschen durch Analyse von Wahrscheinlichkeitsverteilungen KFK 542 (1967)
- 72 B.C. Diven et al. Phys. Rev. 101 (1956) S.1012
- 73 H. Nifenecker Nucl.Instr.Meth. 81 (1970) S.45
- 74 J. Terrell Phys.Rev. 127 (1962) S.880
- 75 R. Avenhaus Mathematische Statistik, Vorlesungsausarbeitung, KFZ-Karlsruhe (1971)
- 76 J.L. Parker,  
R.B. Walton,  
T.D. Reilly Gamma-ray Scanning System for Assay of 55-gab-Drums, LA-4457-MS (1970) S.19
- 77 K. Baumung Hülstenmonitor  
KFK 1618 (1971) S.68
- 78 W. Krappel Zerstörungsfreie Bestimmung von Brenn- und Brutstoff in kugelförmigen Kernreaktorbrennelementen mit Hilfe der Gamma-Spektrometrie, T. U. Hannover IK H 22/74 (1974)
- 79 E. Korthaus Messung der Energie- und Ortsabhängigkeit der Neutroneneinflußfunktion in schnellen kritischen Nullenergieanordnungen KFK 1141 (1970)

- 80 C. Weitkamp,                   The Role of Nuclear Data  
A.v. Baeckmann,                in Nuclear Material Safe-  
K. Böhnel, M.Küchle           guards, in Nuclear Data in  
L. Koch                         Science and Technology, Vol.I  
IAEA, Wien, 1973, S.197
- 81 E. Kiefhaber                   The INR KFK Set of Group  
                                  Constants, Nuclear Data Basis  
                                  and First Results. KFK 1572  
                                  (1972)
- 82 L.P. Abagjan et al.          Gruppenkonstanten schneller  
                                  und intermediärer Neutronen  
                                  für die Berechnung von Kern-  
                                  reaktoren. KFK-tr-144

Liste der Symbole und Abkürzungen

Bezeichnung	Bedeutung	Einführung Kapitel Seite	Verwendung lokal/global
$\alpha$	Abk. für Exponenten	5.2 46	L
$a(t,u)$	erzeug. Funktion für $n_0(t)$	AI 116	G
$A(t,\Delta t)$	Zeitabhängigkeit des korrel. Signals	2.2 14	G
A	Atomgewicht		
$A_1, A_2, A_3, A_4$	Terme bei der Berechnung d. Varianz des Nettosignals	5.6 69	L
$b(t,u)$	erzeug. Funktion	AI 119	L
B	Abk. für Exponenten	5.4 55	L
C	Zahl der Koinzidenzen in der Meßzeit T		G
$c(t,\Delta t)$	Koinzidenzsignal in der Koinzidenzauflösungszeit $\Delta t$ mit der Verzögerung t	2.2 14	G
$c_c$	korrelierter Anteil des Koinzidenzsignals	2.2 14	G
$c_u$	unkorrelierter Anteil des Koinzidenzsignals	2.2 13	G
$c_{\text{prompt}}$	$C(0,\Delta t)$ = Signal im prompten Zyklus	5.6 69	L
$c_{\text{verz}}$	$C(\infty,\Delta t)$ = Signal im verzögerten Zyklus	5.6 69	L
$c_{\text{netto}}$	$C_{\text{prompt}} - C_{\text{verz}}$ = aus den Messungen berechnetes korrel. Signal	5.6 69	L
$c_c'$	$C_c$ im konventionellen System	3.2 24	L
$c_u'$	$C_u$ im konventionellen System	3.2 25	L
$c_{c\nu}$	korrel. Signal aus den Spaltungen mit $\nu$ Neutronen	5.5 63	L

Bezeichnung	Bedeutung	Einführung Kapitel	Seite	Verwendung lokal/global
$C^*$	Unterschied im unkorrel. Signal zwischen prompten u. verzögertem Zyklus bei Totzeit	4.2	40	L
$\text{cov}(x,y)$	Kovarianz	5.4	54	L
d	Dehnungsfaktor	5.6	73	L
D	Detektorempfindlichkeit als Zufallsvariable	5.3	48	L
E	Energie			
EF	erzeugende Funktion	AI	116	G
$E(x)$	Erwartungswert	5.1	45	L
F	Gesamtmenge Spaltstoff	2.3	17	L
$f(t,u)$	erzeug. Funktion	AI	116	G
$f_{\infty}(t,u)$	erzeug. Funktion	AI	116	G
$f^*(t)$	durch Zeitunschärfe "verschmierte" Korrelationsfunktion	3.4	31	L
$g_i(t,u)$	erzeugende Funktion	AI	118	L
h	Höhe einer Probe	7.2	89	G
I	Instrumentenkonstante	2.3	17	L
$I(v,k)$	Wahrscheinlichkeit, von v Neutronen einer Spaltung k während eines Zyklus nachzuweisen	5.2	46	G
k	Multiplizität eines Nachweises	5.3	49	L
$K_v$	Beitrag einer Spaltung mit v Neutronen zum korrelierten Signal	5.5	63	L
$\overline{K_v}(x)$	$k_v$ gemittelt über x Spaltungen	5.5	63	L
$K_{i \rightarrow \ell}$	Beitrag zu Z	5.4	53	L
L	Loschmidtzahl	7.2	86	L

Bezeichnung	Bedeutung	Einführung		Verwendung lokal/global
		Kapitel	Seite	
$m$	Zahl der gesetzten Schieberegisterstufen	3.3	27	L
$m^{(j)}$	Masse (des Isotops $j$ )	2.3	18	G
$M$	Multiplizität einer Spaltung als Zufallsvariable	5.3	50	L
$n$	Nachweisrate, Zählrate im totzeitfreien Fall	2.2	12	G
$n'$	Zählrate im konventionellen Gerät	3.2	25	L
$n_i$	Nachweisrate im Detektorkanal $i$	2.2	12	G
$N$	Zahl der gezählten Impulse			G
$N_Z$	Zahl der Zählrohrgruppen	4.1	38	L
$\tilde{n}$	Nachweisrate, bei der der Unterschied infolge Totzeiteffekten zwischen den unkorrel. Signalen von promptem u. verzögertem Zyklus 1% ist.	4.2	40	L
$\hat{n}$	Nachweisrate, bei der zwei Beiträge zum Totzeiteffekt gleich sind.	4.1	37	L
$\bar{n}$	mittl. Zahl von Neutronen im System	AI	116	G
$n_0(t)$	Zahl v. Neutronen im System zur Zeit $t$ nach einem Impuls	AI	119	G
$\bar{n}_0(t)$	$n_0(t)$ gemittelt über viele Impulse	AI	119	G
$p(v)$	Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Spaltung $v$ Neutronen auftreten	5.1 2.2	43 12	G
$P_\mu(n_1, \dots, n_{\mu-1})$	Wahrscheinlichkeit, daß bei $\mu$ Impulsen zum 1. Impuls $n_1, \dots$ zum $(\mu-1)$ -ten Impuls $n_{\mu-1}$ Nachfolger in $\Delta t$ liegen.	5.5	65	L

Bezeichnung	Bedeutung	Einführung		Verwendung lokal/global
		Kapitel	Seite	
$p_{lm}(\tau)$	Dichte d. Wahrscheinlichkeit, daß der m-te Impuls zur Zeit $\tau$ nach dem l-ten folgt	5.4	56	L
$pp_j$	Paarproduktionsrate des Isotops j	2.3	18	L
$P_n^*(\Delta t)$	Wahrscheinlichkeit im Intervall $\Delta t$ n Impulse anzutreffen, wobei $\Delta t$ mit einem Impuls beginnt	5.2	45	L
$P_n^{**}(\Delta t)$	wie $P_n^*(\Delta t)$ , jedoch mit willkürlich gewähltem Anfangszeitpunkt von $\Delta t$	5.2	46	L
$P_n(\Delta t)$	$=P_n^*(\Delta t) = P_n^{**}(\Delta t)$ für den einfachen radioaktiven Zerfall	5.2	46	L
$\text{prob}(x)$	Wahrscheinlichkeit, daß x eintritt	5.3	48	L
$q(t, v, k, \Delta t)$	Wahrscheinlichkeit, im Intervall $[t-\Delta t, t]$ k Impulse aus einer Spaltung mit v Neutronen nachgewiesen zu haben.	5.1	46	G
$q^*(v)$	Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Spaltung v Neutronen auftreten, wenn $(\alpha, n)$ -Reaktionen als besondere Spaltungen betrachtet werden.	5.1	43	G
$Q_i$	Quellstärke der Eichquelle i	6.1	74	L
r	Ortskoordinate	-	-	G
R	Probenradius	-	-	G
$R(v)$	Wahrscheinlichkeit, daß aus einer Spaltung v Neutronen nachgewiesen werden.	5.1 2.4	44 20	G
$R_2(t)$	Dichte der Wahrscheinlichkeit, daß 2 Neutronen mit dem Zeitabstand t nachgewiesen werden.	2.2	13	L
RW	Reaktionswahrscheinlichkeit	-	-	G

Bezeichnung	Bedeutung	Einführung		Verwendung
		Kapitel	Seite	lokal/global
$r(\tau, t)$	Dichte d. Wahrscheinlichkeit, daß ein Neutron zur Zeit $\tau$ in Kanal 1, das zweite $t$ später in Kanal 2 nachgewiesen wird.	2.2	13	L
$r(t_2, \dots, t_\mu)$	Dichte der Wahrscheinlichkeit, daß $\mu$ nachgewiesene Neutronen Impulse zu den Zeiten $(0, t_2, \dots, t_\mu)$ erzeugen.	5.5	65	L
$s$	Disintegrationsrate	2.2	12	G
$s_f$	Spontanspaltrate	2.2	12	G
$s_{fj}$	Spontanspaltrate des Isotops $j$	2.3	17	L
$s_p$	Quellrate des poissonverteilten Untergrunds	2.2	12	G
$s_v$	Rate der Spaltungen, die $v$ Neutronen emittieren	5.3	49	L
$S$	Zahl der Spaltungen in der Meßzeit $T$ oder $\Delta t$			
$S_f(r)$	Normierte Spaltstoffverteilung	2.3	17	L
SUV	Signal-zu-Untergrund-Verhältnis	-	-	G
$t$	Zeit; oft die Zeit nach einem Impuls	-	-	G
$\tau$	mittl. Lebensdauer der Neutronen im System	2.1	11	L
$t_i$	charakt. Zeiten für die Kanäle im Zeitanalysator	3.3	26	L
$t_o$	Verzögerung vom Triggerimpuls bis zum Start des Zyklus	2.4	19	G
$T$	Meßzeit	5.4	53	G
$T_{1/2j}^{SpSp}$	Spontanspalthalbwertszeit	2.3	18	G
$v_c$	der durch die Korrelation bewirkte Anteil von var $Z$	5.4	55	L

Bezeichnung	Bedeutung	Einführung		Verwendung
		Kapitel	Seite	lokal/global
$v_c$	Mittelwert von $v_c$ über verschiedene Impulsfolgen	5.4	56	L
$V(\tau)$	Term bei der Berechnung von $v_c$	5.4	56	L
$\text{var}(x)$	Varianz von $x$			G
$w_i(t)$	Dichte d. Wahrscheinlichkeit, daß der Nachweis eines Neutrons zur Zeit $t$ nach seinem Entstehen in Kanal $i$ erfolgt.	2.2	12	G
$x$	Zählraten-unabhängiger Totzeitverlust	4.1	37	L
$y_i$	Meßwerte im Zeitanalysator	3.3	26	L
$z$	Zählrate			
$Z$	mittlerer Beitrag zum unkorrel. Signal bei einem Zählimpuls	5.4	55	L
$\tilde{Z}$	Unkorreliertes Signal aus der Messung mit einer speziellen Impulsfolge	5.4	53	L
$Z_\ell$	Beitrag zu $\tilde{Z}$	5.4	53	L
$\alpha$	Abklingkonstante des Neutronenflusses im Moderator ( $e^{-\alpha t}$ )	2.4	18	G
$\alpha_o$	wie $\alpha$ , mit der Betonung, daß keine Multiplikation in der Probe stattfindet	2.4	19	G
$\gamma$	Koeffizient bei der Berechnung von Varianzen	5.3	51	G
$\gamma(t,u)$	erzeugende Funktion	7.3	96	L
$\gamma_m(t,u)$	erzeugende Funktion	7.3	96	L
$\gamma_3, \gamma_3$	Koeff. bei der Varianzberechnung des korrel. Signals	5.5	67	L
$\delta_{ij}$	Kroneckersymbol	-	-	G

Bezeichnung	Bedeutung	Einführung		Verwendung
		Kapitel	Seite	lokal/global
$\delta t$	Unterteilung von $\Delta t$	3.3	25	L
$\delta t$	Totzeit	4.1	36	L
$\delta z$	Zählratenverlust	4.1	36	L
$\Delta t$	Koinzidenzauflösungszeit = Zyklusdauer	2.2	12	G
$\epsilon$	Detektorempfindlichkeit (Nachweis pro eingebrachtes Neutron)	2.2	12	G
$\epsilon_i$	$\epsilon$ für Detektorkanal i	4.1	38	L
$\epsilon_{if}(r)$	ortsabhängige Empfindlichkeit des i-ten Kanals für Spaltneutronen	2.3	16	L
$\epsilon_{ip}(r)$	wie $\epsilon_{ig}(r)$ für die poissonverteilten Untergrundneutronen	2.3	16	L
$\zeta_o(t,u,v)$	erzeugende Funktion	AI	122	L
$\rho(t,t_a,t_e,u,v)$	erzeugende Funktion	AI	122	L
$\mu$	Zahl d. aus einer Spaltung nachgewiesenen Neutronen	5.1	44	L
$\mu_j$	Pu-240-Äquivalent des Isotops j	2.3	18	L
$\nu$	Zahl der bei einer Spaltung entstehenden Neutronen			G
$\bar{\nu}, \bar{\nu}_j$	Mittelwert von $\nu$ über alle möglichen Multiplizitäten einer Spaltung (des Isotops j)	5.1	44	G
$\check{\nu}$	Mittelwert der nachgewiesenen Neutronen	5.1	44	L
$\bar{\nu}^*$	Mittelwert unter der Annahme, daß $(\alpha,n)$ -Reaktionen als Spaltungen interpretiert werden	5.1	44	L

Bezeichnung	Bedeutung	Einführung		Verwendung
		Kapitel	Seite	lokal/global
$\frac{\overline{v_p(v_p-1)}}{2}$ ,	Mittelwert der Zahl von Paaren prompter Neutronen	2.2	14	G
$\frac{\overline{v(v-1)}}{2}$				
$\rho$	Dichte			G
$\rho_u$	relativer Fehler des unkorrelierten Signals	5.4	60	L
$\sigma$	Standardabweichung			
$\tau$	Koinzidenzauflösungszeit	2.1	9	L
$\tau$	Abstand des m-ten vom $\ell$ -ten Impuls	5.4	56	L
$\varphi(t,u)$	erzeugende Funktion	AI	117	
$\varphi_\infty(t,u)$	erzeugende Funktion	AI	117	
$\chi(E)$	Quellspektrum	6	74	L