

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

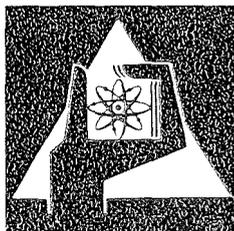
Juli 1976

KFK 2327

Institut für Experimentelle Kernphysik

**Ein dispersionstheoretisches Polterm Modell  
für die Reaktion  $eN \rightarrow e'\pi \Delta$  (1232)**

P. Levi



**GESELLSCHAFT  
FÜR  
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

**KARLSRUHE**

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK-2327

Institut für Experimentelle Kernphysik

Ein dispersionstheoretisches Polterm Modell  
für die Reaktion  $eN \rightarrow e'\pi\Delta(1232)^*$

Paul Levi

\*) von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe genehmigte  
Dissertation

Diese Arbeit wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Forschung und  
Technologie gefördert.

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe



## ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit wird für die  $\pi\Delta$ -Photo- und Elektroerzeugung ein dispersionstheoretisches Modell konstruiert, das auf schnell konvergierenden Dispersionsrelationen zu festem  $t$  gründet. Die Dispersionsintegrale werden durch niederenergetische Polbeiträge saturiert, wobei der Austausch des Nukleons und der  $\Delta$ -Resonanz Beiträge zu den unsubtrahierten Amplituden liefert, während das Pion zu der Subtraktionsfunktion beiträgt. Im Gegensatz zum elektrischen Born-Term Modell wird die volle Spinstruktur berücksichtigt. Die experimentell unbekannt Formfaktoren und Kopplungskonstanten werden nach einem Verfahren von Sakita und Wali, das auf der relativistischen  $U(6,6)$ -Gruppe basiert, berechnet.

Das empirische Hochenergieverhalten peripherer Reaktionen in der Nähe der Vorwärtsrichtung ( $s^2 \frac{d\sigma}{dt} \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} \text{const.}$ ) wird durch Superkonvergenzregeln garantiert.

Typische Probleme feldtheoretischer Modelle wie Mehrdeutigkeiten der Polgraphen (Spin 3/2-Austausch) und die Doppelzählung im Sinne der Dualität werden vermieden.

In der Photoerzeugung können wir mit diesem Modell im Schwellenbereich für alle  $t$  und für größere  $s$  in der Nähe der Vorwärtsrichtung die experimentellen Daten zufriedenstellend beschreiben. Darüberhinaus zeigen wir, daß für  $-t \leq \mu^2$  ( $\mu$  ist die Pionmasse) die ad hoc Annahmen des elektrischen Born-Term Modells (Vernachlässigung des Spins und gewisser niederenergetischer Graphen, nur elektrische Kopplungen) alleine deshalb zum Erfolg führen, weil die vernachlässigten Beiträge sich nahezu vollständig kompensieren. Für  $-t \geq \mu^2$  müssen beide Modelle ergänzt werden, wobei sich jedoch zeigt, daß das dispersionstheoretische Modell im allgemeinen eine Verbesserung gegenüber dem elektrischen Born-Term Modell liefert.

In der Elektroerzeugung treten zwischen dem elektrischen Born-Term Modell und unserem Modell Unterschiede auf, die für kleine  $|k^2|$  ( $-k^2 \leq 0.3 \text{ GeV}^2/c^2$ ), dabei ist  $k^2$  die Masse des virtuellen Photons, besonders deutlich sind. Ein eindeutiges Urteil zugunsten der einen oder anderen Näherung ist bislang nicht möglich, da es für kleine  $|k^2|$  keine Daten gibt und für größere  $|k^2|$  die vorhandenen experimentellen Ergebnisse zu große Fehler aufweisen.

A pole-term model based on dispersion relations  
for the reaction  $eN \rightarrow e'\pi\Delta(1232)$

ABSTRACT:

This paper reports on a pole-term model for the  $\pi\Delta$  photo- and electroproduction, which is formulated in the framework of fast convergent fixed- $t$  dispersion relations. The dispersion integrals are saturated by the low energy nucleon and  $\Delta$ -resonance contributions. The pole of the pion enters explicitly through a subtraction function. Contrary to earlier electric Born-term models the full spin structure of the vertices is taken into account. The experimentally unknown form factors and coupling constants have been computed using the method of Sakita and Wali, which is founded on the relativistic  $U(6,6)$  group. The model is compared to photo- and electroproduction data and some improvements are found in comparison with the electric Born-term model in the expected kinematic range of validity.

## INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. EINLEITUNG	1
2. WESENTLICHE ZÜGE DES POLTERM MODELLS	7
3. EFFEKTIVE VERTICES DER POLTERM NÄHERUNG	11
3.1 Phänomenologische Vertexfunktionen	11
3.2 Diskussion der Ergebnisse von Sakita und Wali (U(6,6)) für die $\gamma\Delta\Delta$ -Formfaktoren und die $\pi\Delta\Delta$ -Kopplungskonstanten	13
4. DARSTELLUNG DER ERGEBNISSE	19
4.1 Die $\pi\Delta$ -Photoerzeugung	19
4.2 Die $\pi\Delta$ -Elektroerzeugung	24
ANHANG	26
A1. Kinematik	26
A1.1 Der Wirkungsquerschnitt	26
A1.2 Regularisierte Zwei-Teilchen Helizitätsamplituden	29
A2. Isospinformatismus	33
A2.1 Phasenkonvention	33
A2.2 Isospinstruktur der Reaktionsamplituden	34
LITERATUR	36
VERZEICHNIS DER ABBILDUNGEN	40

## 1. EINLEITUNG

In den letzten Jahren wurden an den Elektronenbeschleunigern wie z.B. bei DESY und SLAC Versuche durchgeführt, bei denen Photonen oder Elektronen auf Nukleonen geschossen wurden. Die Experimentatoren untersuchten diejenigen Endzustände besonders gründlich, die neben den Nukleonen oder deren Resonanzen ( $N^*$ ,  $\Delta$ , ...) noch peripher erzeugte skalare Mesonen ( $\pi$ ,  $K$ ,  $\eta$ , ...) oder diffraktiv entstehenden Vektormesonen ( $\rho^0$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ , ...) aufweisen. Neben den erwähnten sogenannten exklusiven Prozessen wurden in einer Klasse von Versuchen inklusive Reaktionen  $eN \rightarrow e'X$  erforscht, wobei das Symbol X für die Gesamtheit der nicht registrierten auslaufenden Hadronen steht. Von den inklusiven Experimenten erhofft man z.B. Aufschluß über die Substruktur der Nukleonen (Partonen) zu gewinnen. Die exklusiven elektromagnetischen Reaktionen liefern zusätzliche Kenntnisse über die elektromagnetischen Eigenschaften der Resonanzen wie z.B. ihre Formfaktoren.

In dieser Arbeit konzentrieren wir uns auf die spezielle periphere Reaktion, bei der sich im Endzustand ein Pion und die erste Nukleonresonanz  $\Delta(1232)$  befindet, d.h. der Prozeß  $eN \rightarrow e'\pi\Delta$ . Das erste und einfachste Modell für die  $\pi\Delta$ -Erzeugung ist das elektrische Born-Term Modell. Es wurde von Stichel und Scholz [1] in einer speziellen Version, der sogenannten minimalen Erweiterung des Pion-Austauschgraphen (Abb. 1a;  $\gamma$ ) für die  $\pi\Delta$ -Photoproduktion geladener Pionen eingeführt. Diese Autoren ergänzen den Pion-Austauschgraph gerade um die minimale Anzahl von Born-Termen, die zur eichinvarianten Darstellung unbedingt benötigt werden (Graphen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  in Abb. 1a). Dabei berücksichtigen sie nur den Anteil des elektromagnetischen Stromes, der dem Bahndrehimpuls entspricht. Außerdem nehmen sie an, daß das Photon nur über die elektrische Ladung so an die Hadronen ankoppelt, daß allein die Isektoramplitude beiträgt, die zum Isospin 1 im t-Kanal gehört. Berends und Gastmans [2] übertrugen das Modell auf die Elektroproduktion, wobei sie die letzte Beschränkung aufhoben, d.h. drei Isospinamplituden zuließen. In der Literatur ist die Definition des elektrischen Born-Term Modells nicht eindeutig [1-6]. Wir benutzen den Terminus im Sinne von Berends und Gastmans.

Die gegebene Vorschrift erfaßt alle Feynman-Graphen, die in niedrigster Ordnung in der  $\pi N\Delta$  Kopplungskonstanten  $g^*$  und in  $e$  (elektrische Ladung) möglich sind (Abb. 1a); sie vernachlässigt die volle Spinstruktur der elektromagnetischen Vertizes und berücksichtigt nicht alle niederenergetischen Graphen. So werden die beiden Diagramme b) und c) in Abb. 1b, die für sich selbst eichinvariant sind, nicht verwendet.

Bei der Auswertung des Feynman-Graphen  $\beta$  in Abb. 1a treten Schwierigkeiten mit dem Spin 3/2 Propagator auf, da dessen Realteil mehrdeutig ist [7]. Diese Mehrdeutigkeit tritt zunächst in jedem feldtheoretischen Modell auf und rührt von der Tatsache her, daß es keine allgemein akzeptierte Vorschrift für die T-Produkte der Propagatoren von Teilchen gibt [8]. In dieser Arbeit wird die  $\Delta$ -Resonanz im Limes  $\Gamma_\Delta \rightarrow 0$  betrachtet, wobei  $\Gamma_\Delta$  die Breite der Resonanz ist. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da die  $\Delta$ -Resonanz unterhalb der Schwelle liegt. Wir verwenden Dispersionsrelationen und vermeiden dadurch die Notwendigkeit einen geeigneten Propagator auszuwählen.

In dem elektrischen Born-Term Modell ist der sogenannte Kontaktgraph (Abb. 1a;  $\delta$ ) von besonderer Bedeutung, da er in der Nähe der Schwelle der dominierende Graph ist und den im Schwellenbereich experimentell gemessenen steilen Anstieg des differentiellen Wirkungsquerschnittes richtig wiedergibt [9,10]. Der Kontaktterm kommt durch die minimale Substitution ( $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ie A_\mu$ ) in der phänomenologischen  $\pi N\Delta$  Ableitungskopplung  $L_{\pi N\Delta} = eg^* \bar{\psi}_N \psi_N \partial_\mu \phi_\pi$  zustande und trat zum ersten Mal im statischen Modell von Cutcosky und Zachariasen [11] auf. Auf seine Bedeutung für die richtige quantitative Beschreibung der  $\pi\Delta$ -Photoerzeugung im Schwellenbereich wurde von Stichel und Scholz besonders hingewiesen.

In der  $\pi\Delta$ -Photoproduktion beschreibt der Kontaktterm eine punktförmige Wechselwirkung des Photons mit dem  $\pi N\Delta$ -System. Man wäre vielleicht geneigt anzunehmen, daß auch in der Elektroproduktion dieselbe punktförmige Wechselwirkung auftritt, d.h., daß der Kontaktterm keinen Formfaktor  $F_c(k^2)$  bekommt, wobei  $k^2$  die Masse des virtuellen Photons ist. Aus Experimenten ist jedoch bekannt [10,12,13], daß das virtuelle Photon nicht mehr lokal angreift. Daher muß der Kontaktterm durch einen zusätzlichen Formfaktor  $F_c(k^2)$  beschrieben

ben werden. Die Feldtheorie gibt keine Vorschrift, wie diese Wechselwirkung von der Photoproduktion ( $k^2=0$ ) zur Elektroproduktion ( $k^2 \neq 0$ ) übertragen werden soll. Berends und Gastmans bestimmen  $F_c$  durch eine Anpassung an die Daten und fanden  $F_c \sim F_1^V$ , wobei  $F_1^V$  der isovektorielle Anteil des Pauli-Dirac Formfaktors ist.

Unser Modell gründet auf Dispersionsrelationen, wobei die Imaginärteile aus effektiven Lagrangefunktionen gewonnen werden. Der Kontaktterm ist reell, deshalb liefert er keinen Beitrag zu den Imaginärteilen der Dispersionsrelationen. Falls die Dispersionsrelationen richtig saturiert werden, muß der Effekt des feldtheoretischen Kontaktgraphen durch die Realteile der dispersionstheoretischen Amplituden beschrieben werden. In der Tat konnten wir zeigen, daß im Realteil, der durch Dispersionsrelationen berechneten Amplituden Beiträge auftreten, die die gleichen Eigenschaften wie der feldtheoretische Kontaktterm besitzen. Wenn man wie Berends und Gastmans den  $\Delta$ -Austausch im s-Kanal und den Nukleon Austausch im u-Kanal vernachlässigt, enthält der "dispersionstheoretische Kontaktterm" allerdings noch zusätzliche Beiträge, die von der Subtraktion herrühren. Sie fallen aber im allgemeinen numerisch nicht stark ins Gewicht. Damit konnte das Ergebnis von Berends und Gastmans ( $F_c(k^2) \sim F_1^V(k^2)$ ) plausibel gemacht werden. Einzelheiten hierüber sind in unserem Beitrag zur Stanford Konferenz 1975 [14] festgehalten und werden in dieser Arbeit nicht behandelt.

Eine mögliche nachträgliche Begründung für die ad hoc Annahmen des elektrischen Born-Term Modells (Vernachlässigung des Spins und niederenergetischer Graphen) ist durch die Tatsache gegeben, daß die vernachlässigten Beiträge das empirische Hochenergieverhalten für die periphere Elektroproduktion ( $s^2 \frac{d\sigma}{dt} \underset{s \rightarrow \infty, t \sim 0}{\sim} \text{const.}$ ) verletzen [4-6]. Diese Beiträge würden die gute numerische Übereinstimmung mit den Daten für  $t \sim 0$ , die selbst bei sehr hohen Energien gilt, zerstören. Die Begründung ist jedoch nicht konklusiv, da dieses Verhalten auch auf andere Weise erreicht werden kann, wie wir zeigen werden.

Zu den bislang aufgezählten Schwierigkeiten des elektrischen Born-Term Modells kommt die typische Schwierigkeit eines jeden feldtheoretischen Born-

Term Modells hinzu, nämlich die Verletzung der Dualität im Sinne von Dolen et al. |15|, Harari |16| und Freund |17|. Auch diese Schwierigkeit wird durch die Verwendung von Dispersionsrelationen überwunden.

Trotz der vielen Probleme bleibt zu betonen, daß das elektrische Born-Term Modell einschließlich einiger modifizierter Versionen |18-24| das einzige Modell ist, welches die experimentellen Daten in Vorwärtsrichtung ( $-t \sim \mu^2$ , wobei  $\mu$  die Pionmasse ist) brauchbar wiedergeben kann. Das ist sehr erstaunlich, da die gleichen Vorschriften in der  $\pi N$ -Elektroerzeugung sogar qualitativ versagen (kein Maximum des Wirkungsquerschnittes bei  $t \sim 0$ ). In dem von Cho und Sakurai |3| definierten elektrischen Born-Term Modell für die  $\pi N$ -Erzeugung wird der Spinanteil des Nukleonenstromes im Gegensatz zur Vorschrift von Stichel und Scholz voll berücksichtigt. Er ist zusammen mit dem Pion austausch für den steilen Anstieg des Wirkungsquerschnittes der  $\pi N$ -Erzeugung in Vorwärtsrichtung verantwortlich. Manweiler und Schmidt |25| konnten zeigen, daß die Cho und Sakurai'sche Formulierung des elektrischen Born-Term Modells in der  $\pi^+ n$ -Elektroproduktion bei hohen Energien aus einem dispersionstheoretischen Polterm Modell abgeleitet werden kann. Bei niedrigen Energien treten allerdings Modifikationen auf.

Manweiler und Schmidt konstruierten für die Isektoramplituden ein Modell, das von schnell konvergierenden Dispersionsrelationen zu festem  $t$  ausging. Subtraktionen wurden in denjenigen Amplituden ausgeführt, zu denen nach dem Regge-Pol Modell das  $\pi$ -Meson für  $s \rightarrow \infty$  in führender Ordnung beitragen kann. Diese Amplituden konvergieren für  $t \leq 0$  langsam. Die Dispersionsintegrale werden durch niederenergetische Beiträge saturiert, wobei neben dem Nukleon noch die  $\Delta(1232)$ -Resonanz als Zwischenzustand für die unsubtrahierten Amplituden betrachtet wird. Die  $\Delta$ -Resonanz wird für große  $s$  im Limes  $\Gamma_{\Delta} \rightarrow 0$  betrachtet. Daher sind alle Amplituden oberhalb der  $\Delta$ -Resonanz reell. Die Vernachlässigung der Imaginärteile ist für die Berechnung von physikalischen Observablen dann gerechtfertigt, wenn die Realteile dominieren und mit den Imaginärteilen nicht interferieren wie z.B. im Wirkungsquerschnitt. Die Erfahrung hat gezeigt, daß in den peripheren Elektroproduktionsprozessen bei kleinen  $t$ -Werten ( $-t \sim \mu^2$ ) die Imaginärteile der Amplituden, die in die Wirkungsquerschnitte eingehen, vernachlässigt werden dürfen. Für größere  $t$ -Werte kann man nicht erwarten, daß die Daten durch das

Modell gut beschrieben werden, da der exponentielle Abfall von  $\frac{d\sigma}{dt}$  in  $t$  nur durch ein endliches Polynom (3. Ordnung gemäß dem Spin 3/2 Austausch) approximiert wird. Die Subtraktionsfunktion selbst kann mit Hilfe von Dispersionsrelationen zu festem  $s$  berechnet werden [26]. Das richtige Hochenergieverhalten ( $s^2 \frac{d\sigma}{dt} \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} \text{const.}$ ) wird trotz der vollen Spinstruktur der Vertices durch die Superkonvergenzregeln erzwungen, welche bei hohen Energien die Beiträge des anomalen magnetischen Moments des Nukleons unterdrücken. Es sind gerade diese Terme, die das empirische Hochenergieverhalten der Amplituden verletzen. Die Eichinvarianz wird durch die Wahl explizit eichinvarianter Amplituden garantiert.

Man kann sich fragen, ob eine Übertragung dieser Vorschriften auf die  $\pi\Delta$ -Erzeugung uns in die Lage versetzt, das elektrische Born-Term Modell aus einem dispersionstheoretischen Modell wie in der  $\pi N$ -Erzeugung abzuleiten bzw. zu verbessern und es damit in einen allgemeineren Rahmen zu stellen. Um diesen Fragen nachzugehen, konstruierten wir ein dispersionstheoretisches Polterm Modell für die  $\pi\Delta$ -Erzeugung, das auch die isoskalaren Amplituden berücksichtigt und mit dem folgendes erreicht wird:

- a. Die Wirkungsquerschnitte haben das empirische Hochenergieverhalten  $s^2 \frac{d\sigma}{dt} \sim s^2 \alpha_{\text{eff}}(t)$ ,  $\alpha_{\text{eff}} \sim 0$ , welches für die peripheren Reaktionen in der Nähe der Vorwärtsrichtung gilt und schon ab etwa  $s = 3 \text{ GeV}^2$  einsetzt. Es ist dies eine empirische Regel, die im Energiebereich  $3 < s < 5 \text{ GeV}^2$  für alle diejenigen peripheren Prozesse gilt, zu denen der Pion austausch beiträgt (im Gegensatz zur  $\pi N$  Ladungsaustauschreaktion). Bei extrem hohen Energien müßte man erwarten, daß auch die  $\omega^-$  und  $A_2^-$  Trajektorien zum Durchbruch gelangen ( $\alpha_{\text{eff}} > 0$ ). In der Elektroproduktion wurden sie bislang noch nicht beobachtet. Erste Anzeichen zu den erwähnten Regge-Beiträgen gibt es beim Proton-Neutron Ladungsaustausch bei  $50 \text{ GeV}$  [27].
- b. Es gibt keine Mehrdeutigkeiten der Polgraphen.
- c. Das Problem der Doppelzählung im Sinne der Dualität wird vermieden.

- d. Keine ad hoc Annahmen wie im elektrischen Born-Term Modell (Vernachlässigung des Spins und einiger niederenergetischer Graphen, nur elektrische Kopplungen).

Bis auf die Formfaktoren des  $\gamma\Delta\Delta$ -Vertex und der Kopplungskonstanten des  $\pi\Delta\Delta$ -Vertex enthält unser Modell keine unbekannt Funktionen und Parameter. Um erste Anhaltspunkte für diese neuen Formfaktoren und Kopplungskonstanten zu erhalten, verwenden wir die Ergebnisse von Sakita und Wali [28] und Salam et al. [29]. Diese Autoren geben effektive Lagrangefunktionen mit  $k^2$ -abhängigen Formfaktoren für die uns interessierenden Fälle an. Ihre Ergebnisse sind aus einer relativistischen Erweiterung der SU(6) Symmetrie gewonnen. Aus der Erfahrung ist bekannt, daß diese Resultate eine erste brauchbare Näherung der wahren Formfaktoren und Kopplungskonstanten darstellen. Somit kann man erwarten, daß diese Ergebnisse auch für eine erste quantitative Vorhersage unseres Modells herangezogen werden können. Die Ergebnisse in der Photoproduktion zeigen, daß diese Vermutung gerechtfertigt ist. In der Elektroproduktion gestatten die experimentellen Daten noch keinen vollständigen Vergleich. Es treten im allgemeinen größere Diskrepanzen als in der Photoproduktion auf. Es war nicht mehr Ziel dieser Arbeit mit  $\chi^2$ -Anpassungen einen verbesserten Satz von Parametern der Vertices  $\gamma\Delta\Delta$  und  $\pi\Delta\Delta$  zu finden.

## 2. WESENTLICHE ZÜGE DES POLTERM MODELLS

Zunächst ist die Frage zu klären, welche Amplituden gut geeignet sind, das in der Einleitung definierte Modell analytisch zu formulieren. Wir nehmen an, daß die erzeugte  $\Delta$ -Resonanz als stabiles Teilchen behandelt werden kann, und daß der übliche Helizitätsformalismus für Reaktionen mit zwei Teilchen im Anfang- und Endzustand verwendet werden kann. Insbesondere wird das Prinzip der maximalen Analytizität ausgenutzt, welches besagt, daß die Singularitäten geeigneter invarianter Amplituden der S-Matrix durch die Unitaritätsrelationen und dem möglichen Austausch von physikalischen Teilchen erzeugt werden kann [30]. Gebraucht werden (invariante) Amplituden, die nur die Unitaritätsschnitte besitzen und deren Hochenergieverhalten nach dem Regge-Pol Modell leicht angegeben werden kann. Für unsere Diskussion des Hochenergieverhaltens (Subtraktion, Superkonvergenz) genügt es, die s-Abhängigkeit der Amplituden bis auf logarithmische Terme (Regge-Schnitte) zu kennen. Aus diesem Grunde betrachten wir für die Diskussion des asymptotischen s-Verhaltens nur die Regge-Pole.

Wir verwenden die regularisierten und paritätserhaltenden t-Kanal-Helizitätsamplituden  $G_{\Lambda'}^{1,2}$  (das Symbol  $\Lambda'$  steht für die Helizitätskombination  $\Lambda' = (\lambda_{\Delta}, \lambda_{\bar{N}}; \lambda_{\gamma})$ ), wie sie für den Fall massiver äußerer Teilchen von Cohen-Tannoudji et al. [31] und später von Ader et al. [32] für die Photo-Produktion definiert wurden. Im Anhang A1.2 ist eine Beschreibung dieser Amplituden zu finden. Die  $G_{\Lambda'}^{1,2}$  haben die gewünschten Analytizitätseigenschaften und zeigen für festes t (von der Ordnung  $-\mu^2$ ) ein einfaches Hochenergieverhalten

$$G_{\Lambda'}^{1,2}(s, t) \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} s^{\alpha(t)-m}, \quad (2.1)$$

wobei  $\alpha(t)$  die ausgetauschte Regge-Trajektorie ist und  $m = \max(|\lambda_{\gamma}|, |\lambda_{\Delta} - \lambda_{\bar{N}}|)$  den Helizitätsflip darstellt.

In der  $\pi\Delta$ -Erzeugung tragen die  $\pi$ ,  $A_1$  und  $A_2$ -Trajektorien ( $\alpha_{\pi}(0) < \alpha_{A_1}(0) < \alpha_{A_2}(0) \sim 0.5$ , [30]) zu den isovektoriellen Amplituden bei. Die  $\rho$ - und

B-Trajektorien ( $\alpha_B(0) < \alpha_\rho(0) \sim 0.5$ , [30,33]) werden im Falle eines isoskalaren Photons ausgetauscht. Das  $\omega$  und  $\phi$  können wegen der Isospinerhaltung am  $\bar{N}\Delta$ -Vertex nicht ausgetauscht werden. In der Elektroproduktion gibt es eine linear unabhängige Amplitude mit  $m = 0$  ( $\Lambda' = 1/2, 1/2; 0$ ). Für  $t \leq 0$  (Größenordnung  $-\mu^2$ ) wird zwar das entsprechende Dispersionsintegral im mathematischen Sinne konvergieren, aber um es durch niederenergetische Beiträge saturieren zu können, nehmen wir eine Subtraktion vor, zu der der Pionpol explizit beiträgt. Aufgrund von numerischen Rechnungen wissen wir, daß der Einfluß der Subtraktionsfunktion für die isoskalare Amplitude sehr gering ist, deshalb vernachlässigen wir die Subtraktionsfunktion für diese Amplituden.

Die Amplituden mit  $m=2$ , d.h. für  $\Lambda' = (\pm 3/2, \mp 1/2; \lambda\gamma)$ , sind superkonvergent. Ein besonderer Vorteil der Wahl von  $G_{\Lambda'}^{1,2}$  liegt darin, daß die Superkonvergenzrelationen in kompakter, einfacher Weise in die Dispersionsrelationen eingebaut werden können.

Für die konvergenten Amplituden ( $m=1$ ) lauten die Dispersionsrelationen bei festem  $t$ , wobei Isospin Indizes unterdrückt werden

$$G_{\Lambda'}^{1,2}(s, t, u) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im}_s G_{\Lambda'}^{1,2}(s', t, u')}{s' - s} ds' + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im}_u G_{\Lambda'}^{1,2}(s', t, u')}{u' - u} du'. \quad (2.2)$$

Die Superkonvergenzregeln für  $m=2$  sind

$$\int_0^{\infty} \text{Im}_s G_{\Lambda'}^{1,2}(s', t, u') ds' - \int_0^{\infty} \text{Im}_u G_{\Lambda'}^{1,2}(s', t, u') du' = 0 \quad (2.3)$$

Somit lauten die Dispersionsrelationen in denen (2.3) explizit berücksichtigt ist

$$G_{\Lambda'}^{1,2}(s, t, u) = \frac{1}{\pi s} \int_0^{\infty} \frac{s'}{s' - s} \text{Im}_s G_{\Lambda'}^{1,2}(s', t, u') ds' + \frac{1}{\pi u} \int_0^{\infty} \frac{u'}{u' - u} \text{Im}_u G_{\Lambda'}^{1,2}(s', t, u') du' - \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{u}\right) \frac{1}{2\pi} \left( \int_0^{\infty} \text{Im}_s G_{\Lambda'}^{1,2}(s', t, u') ds' + \int_0^{\infty} \text{Im}_u G_{\Lambda'}^{1,2}(s', t, u') du' \right) \quad (2.4)$$

Die beiden Dispersionsintegrale in den Superkonvergenzregeln (2.3) sind in unserem Modell (Saturation durch N- und  $\Delta$ -Austausch) in der Photoproduktion bis auf 5% gleich; in der Elektroproduktion allerdings nur bis 20%. In der Hoffnung, daß sich die Fehler in den beiden Integralen in (2.3) ungefähr gleich verteilen, haben wir in (2.4) im letzten Beitrag bei numerischen Rechnungen das arithmetische Mittel von (2.3) genommen.

Die subtrahierte Amplitude ( $m=0$ ) mit  $\Lambda' = (1/2, 1/2; 0)$  ist gegeben durch

$$G_{\Lambda'}^{1,2}(s, t, u) = G_{\Lambda'}^{1,2}(s_0, t, u_0) + \frac{s-s_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im}_s G_{\Lambda'}^{1,2}(s', t, u')}{(s'-s)(s'-s_0)} ds' + \frac{u-u_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im}_u G_{\Lambda'}^{1,2}(s', t, u')}{(u'-u)(u'-u_0)} du' , \quad (2.5)$$

mit der Subtraktionsenergie  $s_0$  und  $u_0 = \sum_{i=1}^4 m_i^2 - t - s_0$ .

Da  $G_{1/2, 1/2; 0}^2$  in der von uns betrachteten Reaktion wegen Paritätserhaltung identisch Null ist, tritt bei unserer Wahl der Amplituden eine subtrahierte Amplitude auf, nämlich  $G_{1/2, 1/2; 0}^1$ .

Nach diesen Vorbereitungen ist es gesichert, daß alle Integranden der 12 linear unabhängigen Amplituden (Elektroproduktion) gleichmäßig schnell, d.h. wie  $s^{\alpha_{\text{eff}}-2}$  für  $s \rightarrow \infty$  gegen Null konvergieren ( $\alpha_{\text{eff}} < 0.5$ ). Wir nehmen im folgenden an, daß die Integrale durch die niederenergetischen Beiträge der  $\pi$ -, N- und  $\Delta$ -Austausche ( $\Gamma_{\Delta} \rightarrow 0$ ) saturiert werden können (Abb. 1b). Aufgrund der Berücksichtigung der Superkonvergenzregeln (2.3) verhalten sich die Amplituden wie  $s^{-m}$ , so daß  $s^2 \frac{d\sigma}{dt} \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} \text{const.}$  gilt.

Es bleibt die Aufgabe, die Subtraktionsfunktion zu bestimmen. Devenish und Lyth [26] schlugen vor, den Subtraktionspunkt in der Nähe von  $s_0=0$  zu wählen, und dann  $\text{Re } G_{1/2, 1/2; 0}^1(s_0, t, u_0)$  mit Hilfe von Dispersionsrelationen bei festem  $s$  zu berechnen. Dieses Verfahren kann jedoch nicht direkt für  $G_{1/2, 1/2; 0}^1(s_0, t, u_0)$  angewandt werden, da sich diese Amplituden für  $t \rightarrow \infty$  wie  $t^{\alpha(s)+3/2}$  bzw. für  $u \rightarrow \infty$  wie  $u^{\alpha(s)+3/2}$  verhält, wobei  $\alpha(s)$  die führende Baryonen-Trajektorie ist.

Wir verlangen mindestens ein asymptotisches Verhalten wie  $t^{\alpha(s)-1/2}$  bzw.  $u^{\alpha(s)-1/2}$ . Diese Forderung wird durch die führenden Trajektorien  $\Delta_\delta$  ( $\alpha(s) = 0.15 + 0.91 s$ ) und  $N_\alpha$  ( $\alpha(s) = -0.39 + 1.01 s$ ) nahegelegt [30], solange  $s_0=0$  ist. Die s-Kanal regularisierten Helizitätsamplituden  $F_\Lambda^{1,2}$ ,  $\Lambda = (\lambda_\Delta; \lambda_N, \lambda_Y)$ , haben dagegen das gewünschte asymptotische Verhalten, nämlich  $t^{\alpha(s)-m'}$  für  $t \rightarrow \infty$  bzw.  $u^{\alpha(s)-m'}$  für  $u \rightarrow \infty$ . Der Helizitätsflip  $m' = \max(|\lambda_N - \lambda_Y|, \lambda_\Delta)$  kann nur die Werte 1/2 oder 3/2 annehmen, deshalb gelten für die  $F_\Lambda^{1,2}$  unsubtrahierten Dispersionsrelationen bei festem s:

$$F_\Lambda^{1,2}(s_0, t, u_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Im}_t F_\Lambda^{1,2}(s_0, t', u')}{t' - t} dt' + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Im}_u F_\Lambda^{1,2}(s_0, t', u')}{u' - u_0} du' \quad (2.6)$$

Wir berechnen  $G_{1/2, 1/2; 0}^1(s_0, t, u_0)$  mit Hilfe der Kreuzungsmatrix für regularisierte Helizitätsamplituden (A1.2, b) aus den  $F_\Lambda^{1,2}$ . Solange  $s_0$  nicht stark von Null abweicht ( $0.2 \text{ GeV}^2 \leq s_0 \leq 0.2 \text{ GeV}^2$ ) zeigt die Subtraktionsfunktion keine wesentliche  $s_0$ -Abhängigkeit ( $\leq 5\%$ ).

Wir suchen eine Saturation der Dispersionsintegrale (2.6), die für  $t \sim 0$  ( $s_0=0$ ) gilt. Daher berücksichtigen wir im t-Kanal den Pion-Austausch. Es ist nicht gerechtfertigt, die u-Kanal Beiträge vollständig zu vernachlässigen, da sonst außer den unitären Singularitäten Schnitte bzw. Pole auftreten können [26]. Aus der Gleichung (2.5) ist ersichtlich, daß das Dispersionsintegral einen unphysikalischen Pol ( $\Gamma_\Delta \rightarrow 0$ ) an den Stellen  $u_0 = M_R^2$  besitzen kann, wobei  $M_R$  die Massen des ausgetauschten Teilchens ist. In unserem Fall ist  $M_R$  die Masse des Nukleons ( $m$ ) oder der  $\Delta$ -Resonanz ( $M$ ). In der Elektroproduktion ist  $k^2 < 0$ , daher ist es möglich, daß der Pol sogar im physikalischen Bereich liegt, da aus  $u_0 = M_R^2$  folgt,  $t = M^2 + m^2 + \mu^2 + k^2 - M_R^2 \sim M^2 - K^2 < 0$  (für den Nukleonaustausch) falls  $-k^2 > M^2 = 1.52 \text{ GeV}^2$  ist.

### 3. EFFEKTIVE VERTICES DER POLTERM NÄHERUNG

Zur numerischen Berechnung der Dispersionsrelationen braucht man die explizite Form der auftretenden Vertices. Sie werden im ersten Abschnitt dieses Kapitels angegeben. Die experimentell unbekanntes Formfaktoren und Kopplungskonstanten werden, wie in der Einleitung erwähnt, nach Sakita und Wali [28] bestimmt. Die Ergebnisse dieser Autoren werden im zweiten Abschnitt wiedergegeben und diskutiert.

#### 3.1 Phänomenologische Vertexfunktionen

Die folgenden elektromagnetischen Vertices werden benötigt (wir verwenden die Metrik und die  $\gamma$ -Matrizen von Bjorken und Drell [34]; die Isospinnotation ist in A2.1 angegeben):

$\gamma_{NN}$ :

$$\langle N(p') | j_{\mu}(0) | N(p) \rangle = e \chi_N^{+-}(p') [F_1 \gamma_{\mu} + F_2 i \sigma_{\mu\nu} K^{\nu}] u(p) \chi_N \quad , \quad (3.1)$$

dabei ist  $k = p' - p$ ,  $e = \frac{4\pi}{\alpha}$ ,  $\alpha = \frac{1}{137}$ ;  $F_{1,2}$  sind die Pauli-Dirac Formfaktoren mit der Isospinzerlegung  $F_i = \frac{1}{2}(F_i^S + F_i^V \tau_3)$ ,  $i = 1, 2$ . Für die Nukleon Formfaktoren verwenden wir die Parametrisierung von Höhler et al. [35].

$\gamma_{N\Delta}$  [36]:

$$\begin{aligned} \langle \Delta(p') | j_{\mu}(0) | N(p) \rangle = & - \frac{e}{m} \bar{u}^{\nu}(p') [m C_3 (K_{\nu} \gamma_{\mu} - K_{\mu\nu}) + C_4 (p' \cdot K g_{\mu\nu} - K_{\nu} p'_{\mu}) \\ & + C_5 (g_{\mu\nu} p \cdot K - K_{\nu} p_{\mu})] \gamma_5 u(p) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_{\Delta}^{+} T_3 \chi_N \right) \quad , \quad (3.2) \end{aligned}$$

wobei  $m$  die Nukleonmasse ist und  $T_3$  in A2.4 definiert ist.

$\gamma_{\pi\pi}$ :

$$\langle \pi(p') | j_{\mu}(0) | \pi(p) \rangle = e Z_{\pi} F_{\pi}(p_{\mu} + p'_{\mu}) \quad , \quad (3.3)$$

wobei  $e Z_{\pi}$  die Ladung des Pions ist und der Pion-Formfaktor  $F_{\pi}$  durch die Parametrisierung von Kiehlmann und Schmidt |37| definiert ist.

$\gamma_{\Delta\Delta}$  |38|:

$$\langle \Delta(p') | j_{\mu}(0) | \Delta(p) \rangle = e \chi_{\Delta}^{+} \bar{u}_{\rho}(p') \Gamma_{\mu}^{\rho\sigma} u_{\sigma}(p) \chi_{\Delta} \quad , \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu}^{\rho\sigma} &= (G_1 \gamma_{\mu} + \frac{G_2}{2M} i\sigma_{\mu\nu} K^{\nu}) g^{\rho\sigma} + (G_3 \gamma_{\mu} + \frac{G_4}{2M} i\sigma_{\mu\nu} K^{\nu}) \frac{K^{\rho} K^{\sigma}}{2M^2} \\ &= \left[ (G_1 + G_2) g^{\rho\sigma} + (G_3 + G_4) \frac{K^{\rho} K^{\sigma}}{2M^2} \right] \gamma_{\mu} - \left[ G_2 g^{\rho\sigma} + G_4 \frac{K^{\rho} K^{\sigma}}{2M^2} \right] \frac{P_{\mu} + P'_{\mu}}{2M} \quad . \end{aligned}$$

Hierbei ist  $M$  die Masse der  $\Delta$ -Resonanz und die Isospinzerlegung der Formfaktoren ist von der Form  $G_i = \frac{1}{2}(G_i^S + G_i^V M_3)$ ,  $i = 1, \dots, 4$ ;  $M_3$  ist die übliche mit dem Faktor 2 multiplizierte Spin 3/2 Matrix |39|. Die Relationen der  $G_i(k^2)$  zu den statischen Multipolmomenten sind:

$$G_1(0) = Z_{\Delta}, \quad G_2(0) = \mu_{\Delta} - Z_{\Delta}, \quad G_3(0) = Q_{\Delta} - Z_{\Delta}, \quad G_4(0) = \sqrt{6} \mu'_{\Delta} - \mu_{\Delta} + Z_{\Delta} - Q_{\Delta} \quad ; \quad (3.5)$$

dabei ist  $eZ_{\Delta}$  die elektrische Ladung,  $\mu_{\Delta} |e/2M|$  das totale magnetische Dipolmoment,  $Q_{\Delta} |e/M^2|$  das elektrische Quadrupolmoment und  $\mu'_{\Delta} |e/2M^3|$  das magnetische Oktupolmoment der  $\Delta$ -Resonanz.

Die Kopplungen der starken Wechselwirkung sind:

$\pi NN$ :

$$\langle N(p') | j_{\pi}(0) | N(p) \rangle = -ig \bar{u}(p') \gamma_5 u(p) (\chi_N^{+} \vec{\tau} \cdot \vec{\phi} \chi_N) \quad , \quad (3.6)$$

mit  $g^2/4\pi = 14.4$ .

$\pi N \Delta$ :

$$\langle \Delta(p') | j_{\pi}(0) | N(p) \rangle = -ig^* \bar{u}_{\mu}(p') q^{\mu} u(p) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_{\Delta}^+ \vec{T} \cdot \vec{\phi} \chi_N \right), \quad (3.7)$$

mit  $g^{*2}/4\pi = 18.9 \text{ GeV}^{-2}$  und  $q$  dem Viererimpuls des Pions.

$\pi \Delta \Delta$  |40|:

$$\langle \Delta(p') | j_{\pi}(0) | \Delta(p) \rangle = -i \bar{u}_{\mu}(p') \gamma_5 u_{\nu}(p) \left[ g_1 g^{\mu\nu} + g_2 \frac{q^{\mu} q^{\nu}}{M^2} \right] \left( \frac{1}{3} \chi_{\Delta}^+ \vec{M} \cdot \vec{\phi} \chi_{\Delta} \right). \quad (3.8)$$

Für einlaufende Pionen  $\pi^0, \pi^{\pm}$  ist  $\vec{\phi}$  in (3.6-3.8) durch  $\vec{\phi}_0, \vec{\phi}_{\pi^{\pm}}$  zu ersetzen, dabei sind  $\vec{\phi}_0$  und  $\vec{\phi}_{\pi^{\pm}}$  im Anhang durch die Gleichung A2.2 definiert. Für auslaufende Pionen ist  $\vec{\phi} = \vec{\phi}^*$ .

Die experimentell unbekannt Parameter unseres Modells sind:  $G_i(k^2)$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) im  $\gamma \Delta \Delta$ -Vertex (3.4) und  $g_1, g_2$  im  $\pi \Delta \Delta$ -Vertex (3.8). Über die Formfaktoren des  $\gamma N \Delta$ -Vertex:  $C_3, C_4, C_5$  gibt es nur unvollständige Informationen, welche wir im nächsten Abschnitt besprechend werden.

### 3.2 Diskussion der Ergebnisse von Sakita und Wali (U(6,6)) für die $\gamma \Delta \Delta$ -Formfaktoren und die $\pi \Delta \Delta$ -Kopplungskonstanten

Um eine orientierende Näherung für die unbekannt Kopplungsgrößen zu finden, greifen wir auf die Überlegungen von Sakita und Wali [28] zurück, die sie im Rahmen der gebrochenen Symmetrie der U(6,6)-Gruppe anstellten. Diese Überlegungen sind ein Versuch, das erfolgreiche statistische Quarkmodell auf relativistische Situationen zu verallgemeinern. Wir gewinnen daher einen Einblick in die  $k^2$ -Abhängigkeit der Formfaktoren. Ein Teil der Ergebnisse kann direkt mit dem Experiment verglichen werden. In den Fällen, in denen es keine experimentellen Daten gibt, stehen vielfach andere theoretische Resultate zur Verfügung, die z.B. auf Superkonvergenzrelationen oder auf der Stromalgebra beruhen.

In dem Schema der U(6,6)-Gruppe sind die uns interessierenden elektromagnetischen und starken Vertices durch zwei Formfaktoren  $f_1(k^2)$ ,  $f_2(k^2)$  und eine Kopplungskonstante G beschrieben. Wir normieren die unbekannt Funktionen  $f_1$ ,  $f_2$  durch die Protonformfaktoren und G durch die  $\pi NN$  Kopplungskonstante g.

Bevor wir zu den uns interessierenden Resultaten kommen, vergleichen wir die Aussagen der U(6,6)-Gruppe mit den bekannten Kopplungsparametern, die in der  $\pi\Delta$ -Erzeugung auftreten, um eine Vorstellung über die Güte des Modells für raumartige  $k^2$  zu gewinnen.

Für die beiden Sachs-Formfaktoren des Neutrons gilt nach |28|:  $G_E^n \equiv 0$ ,  $G_M^n/G_M^p = -2/3$ . Diese Relationen entsprechen der "Dipolanpassung", die als erste Näherung brauchbar ist.

Wir diskutieren nun etwas ausführlicher die Ergebnisse für den  $\gamma N\Delta$ -Vertex. Die Ref. |28| sagt für die drei Formfaktoren des  $\gamma N\Delta$ -Vertex folgendes voraus:

$$C_3 = -\frac{\sqrt{2}}{H_B} (F_1^p + (m+M) F_2^p), \quad C_4 = \frac{m}{M} C_3, \quad C_5 = 0, \quad (3.9)$$

mit  $H_B = (K^2 - 4m^2/2m^2)$ .

Eine Multipolzerlegung des Vertex (3.2) |41,42| zeigt die physikalische Bedeutung dieses Ergebnisses. Beiträge zu dieser Entwicklung liefert das magnetische Dipolfeld ( $M_{1+}$ ), das elektrische Quadrupolfeld ( $E_{1+}$ ) und das skalare Quadrupolfeld ( $S_{1+}$ ), wobei für die Multipolfelder die CGLN Notation |43| gebraucht wurde. Wird nur das magnetische Dipolfeld berücksichtigt, so ist das Resultat:  $C_4 = \frac{m}{M} \frac{M}{W} C_3$ ,  $C_5 \equiv 0$  mit  $W = \sqrt{S}$ , d.h. die U(6,6)-Gruppe sagt für  $W=M$  einen reinen  $M_{1+}$  Übergang voraus. Experimentelle Messungen bestätigen die Dominanz des magnetischen Dipolübergangs im ersten Resonanzgebiet (s. z.B. |44,45|). Ergebnisse, die aus Analysen der Winkelverteilungen für die  $E_{1+}$  und  $S_{1+}$  Anregung der  $\Delta$ -Resonanz erhalten werden, weichen zwar etwas voneinander ab, stimmen aber alle in der Kleinheit der nichtmagnetischen Dipolanregung ( $|E_{1+}/M_{1+}| < 5\%$ ,  $|S_{1+}/M_{1+}| \sim 5\% \dots 10\%$ ) überein |46,47|. Diese Schwankungen rühren sowohl von den verschiedenen angewendeten Methoden (Isobarenmodell, Dispersionsrelationen), als auch von den experimentel-

len Unsicherheiten (z.B. nichtresonanter Untergrund, Breite der  $\Delta$ -Resonanz) her.

Für die Photoproduktion sind die Ergebnisse für  $E_{1+}/M_{1+}$  und die daraus folgenden Werte für  $C_3$  und  $C_4$  (für den Zusammenhang s. z.B. Ref. [48]) im ersten Teil der Tabelle 1 angegeben. Für  $k^2 = 0$  gibt es nur zwei unabhängige Formfaktoren des  $\gamma N\Delta$ -Vertex [36]; wir setzen (3.9) entsprechend  $C_5 = 0$ . Zum Vergleich haben wir auch die Werte der  $U(6,6)$ -Gruppe angegeben.

TABELLE 1: Verschiedene Analysen des  $\gamma N\Delta$ -Vertex.  $W = \sqrt{s}$ .

Photoerzeugung				
$C_3$	$C_4$	$E_{1+}/M_{1+}$	Autoren	
2.17	1.65	0	Sakita, Wali [28]	
2.49	0.39	-0.045	Gourdin, Salin [36]	
2.45	1.86	0	Mathews [49]	
2.05	1.56	0	Dalitz, Sutherland [50]	
2.22	0.4	-0.046	Walker [51]	
Elektroerzeugung				
$C_3$	$C_4$	$E_{1+}/M_{1+}$	$S_{1+}/M_{1+}$	Autoren
$\frac{2.05}{(1-K^2/0.54)^2}$	$\frac{m}{W} C_3$	0	0	Dufner, Tsai [42]

Wir sehen, daß die Vorhersage der  $U(6,6)$ -Gruppe in dem Bereich der diversen Analysen liegt.

Die  $k^2$ -Abhängigkeit von  $C_3(k^2)$  nach Gleichung (3.9) kann aus der Abb. 2 entnommen werden ((1)). Dabei wurde nicht  $C_3$  direkt aufgetragen, sondern der experimentell meßbare Multipolformfaktor  $G_M^{(*)}(k^2)$ , der, falls Gl. (3.9) gilt, mit  $C_3$  auf folgende Weise zusammenhängt  $G_M^{(*)} = 2/3m(m+M) \times (m+M)^2 - k^2 C_3$  [48].

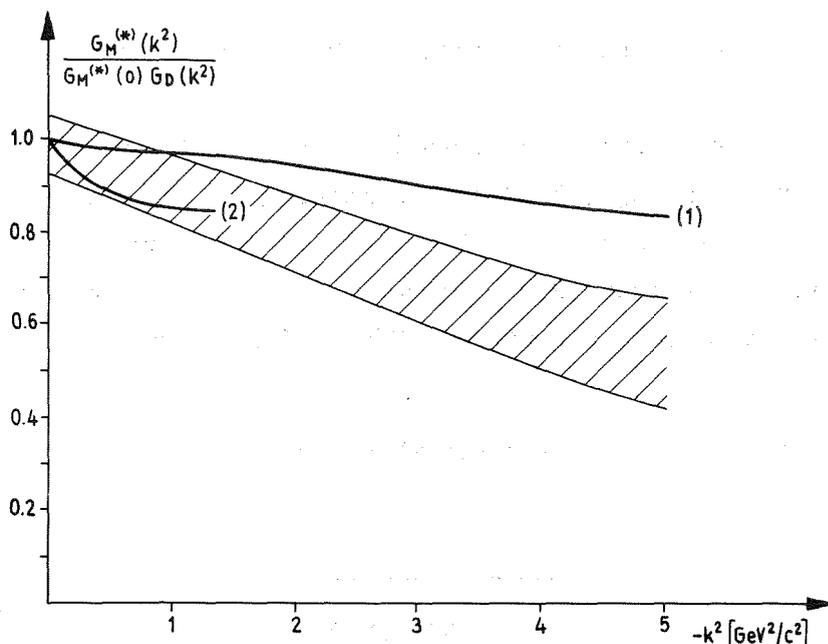


Fig. 2

Fig. 2: Übergangsformfaktor  $G_M^{(*)}$  [48].  $G_D = (1 - k^2/0.71)^{-2}$ . Die Kurve (1) entspricht Ref. [28], (2) folgt nach Ref. [42]. Das Band der experimentellen Daten wurde Ref. [52] entnommen.

Es ist ersichtlich, daß in dem  $k^2$ -Bereich, in dem es bisher für die  $\pi\Delta$ -Erzeugung Meßergebnisse gibt ( $-k^2 \leq 1.2 \text{ GeV}^2/c^2$  [10,12,13]), die Werte der U(6,6)-Gruppe für  $C_3$  mit dem Experiment verträglich sind. Die Information über  $C_4$  und  $C_5$  ist für  $k^2 \neq 0$  gering. Wegen des sehr kleinen Einflusses von  $C_5$  auf den Wirkungsquerschnitt der  $\pi N$ -Erzeugung wird dieser Formfaktor im allgemeinen vernachlässigt [48,53-55]. Eine übliche Parametrisierung von  $C_3$  und  $C_4$  für  $k^2 \leq 1.5 \text{ GeV}^2/c^2$  ist diejenige nach Ref. [42] (s. Tabelle 1 und (2) in Abb. 2). Für unser Modell hat sich gezeigt, daß die Parametrisierung von  $C_3$  und  $C_4$  nach Ref. [42] gut geeignet ist, alle betrachteten Reaktionen zu beschreiben, daher verwenden wir stets diese Parametrisierung des  $\gamma N \Delta^-$  Vertex.

Die  $\pi N \Delta$  Kopplungskonstante ist durch  $g^{*2}/4\pi = 13.1 \text{ GeV}^{-2}$  gegeben [28]. Diese Aussage ist zu vergleichen mit dem von uns verwendeten Wert  $g^{*2}/4\pi = 18.9 \text{ GeV}^{-2}$ , der aus der Breite des  $\Delta$ -Zerfalls folgt ( $\Gamma_\Delta = 120 \text{ MeV}$ ), bzw. mit

$g^{*2}/4\pi = 13.5 \text{ GeV}^{-2}$ , der von Höhler et al. [56] mit Hilfe von fixed-t Dispersionsrelationen aus den  $\pi N$  Daten gewonnen wurde. Diese Autoren führen die Diskrepanz auf einen Mangel des Isobarenmodells zurück. Wir haben den Wert  $g^{*2}/4\pi = 18.9 \text{ GeV}^{-2}$  bevorzugt, weil er auch von anderen Autoren [2,20], die auf diesem Gebiet gearbeitet haben, benutzt wurde.

Die aufgeführten Beispiele zeigen, daß die  $U(6,6)$ -Gruppe Werte liefert, die in den Rahmen der bisherigen phänomenologischen Resultate fallen, wobei man mit Fehlern der Größenordnung 20% - 40% rechnen muß.

Für den  $\gamma\Delta\Delta$ -Vertex gilt nach Ref. [28]:

$$\begin{aligned} G_1 &= Z_\Delta \frac{H_D}{H_B} F_1^P & G_2 &= Z_\Delta \frac{2M H_D}{H_B} F_2^P \\ G_3 &= Z_\Delta \frac{2}{H_B} F_1^P & G_4 &= Z_\Delta \frac{4M}{H_B} F_2^P \end{aligned}, \quad (3.10)$$

dabei ist  $Z_\Delta$  die Ladung der  $\Delta$ -Resonanz und  $H_D = (K^2 - 4M^2/2M^2)$ . Aus der Gleichung (3.5) folgt mit Hilfe von (3.10), daß das elektrische Quadrupolmoment und das magnetische Oktupolmoment der  $\Delta$ -Resonanz verschwindet. Erste Versuche die  $\gamma\Delta\Delta$ -Formfaktoren zu messen, wurden unternommen [57], jedoch liegen noch keine endgültigen Resultate vor. Die Experimentatoren untersuchten die Photodesintegration des Deuterons ( $\gamma d \rightarrow \Delta + \text{etwas}$ ) und benutzen die Tatsache, daß das Deuteron (wenn auch in sehr geringem Maße 2%-3%) Beimischungen von  $\Delta\Delta$ -Zuständen besitzt.

Eine theoretische Arbeit von Raszillier und Schiller [58] sagt ein verschwindendes Quadrupolmoment für  $\Delta^+$  voraus und findet für das magnetische Moment des  $\Delta^+$ 's in etwa das  $SU(6)$  Resultat ( $\mu_{\Delta^+} = \mu_p$ , [59]).

Für die Kopplungskonstanten des  $\pi\Delta\Delta$ -Vertex folgt nach Ref. [28]:

$$g_1 = \frac{9}{5} \left( \frac{m_\rho + 2M}{m_\rho + 2m} \right) \frac{m^2 (\mu^2 - 4M^2)}{M^2 (\mu^2 - 4m^2)} g_{\pi NN} = 30.9$$

$$g_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{4M^2}{\mu^2 - 4M^2} \right) g_1 \sim -1/2 g_1 = -15.45 \quad , \quad (3.11)$$

wobei  $m_\rho$  die Masse des  $\rho$ -Mesons ist.

Experimentelle Daten existieren für diesen Vertex nicht. In der Tabelle 2 sind die Vorhersagen der theoretischen Analysen für  $g_1$  und soweit in der zitierten Referenz berechnet, auch für  $g_2$  angegeben. Die Werte in der 4. und 5. Spalte sind in größerem Maße modellabhängig als die übrigen Angaben der Tabelle 2. Wir haben sie nur der Vollständigkeit halber zitiert.

TABELLE 2: Theoretische Analysen des  $\pi\Delta\Delta$ -Vertex

$g_1$	$g_2$	Autoren
36.2	-14.3	Kloet, Ragusa  40
41±6		Sutherland  60
25.7	-12.9	Jones, Scadron  61
14.2		Brunnet, Childers  62
50.0	0	Barbour, Malone  24
36±5		Laperashvili, Shoiket  63

Aus dieser Tabelle geht hervor, daß die einzelnen Werte stark streuen und der U(6,6)-Wert (3.11) im Bereich der einzelnen differierenden Vorhersagen liegt. In diesem Falle, wie auch beim  $\gamma\Delta\Delta$ -Vertex, halten wir uns an die Vorschrift der U(6,6)-Gruppe, um eine definierte Vorschrift für unser Modell zu besitzen.

Der Einfluß verschiedener Variationen der unbekanntenen Kopplungsparameter auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt wird im nächsten Kapitel beschrieben.

#### 4. DARSTELLUNG DER ERGEBNISSE

In dem Grenzfall verschwindender Masse  $k^2$  des virtuellen Photons beschreibt unser Modell die Photoerzeugung von  $\pi\Delta$ . In diesem Fall ist die experimentelle Information vollständiger als in der Elektroproduktion. Darüberhinaus sind die in unserem Modell verwandten Kopplungen für reelle Photonen besser bekannt als für virtuelle Photonen, in welchem Fall noch weitere unbekannte Formfaktoren hinzukommen. Daher diskutieren wir die Fälle  $k^2=0$  und  $k^2\neq 0$  getrennt.

In den beiden folgenden Abschnitten vergleichen wir die Resultate zum einen mit den experimentellen Daten und zum anderen mit dem elektrischen Born-Term Modell. Im Falle der Photoerzeugung diskutieren wir den Einfluß der einzelnen Kopplungsparameter auf die Vorhersagen und geben eine mögliche Verbesserung an.

##### 4.1 Die $\pi\Delta$ -Photoerzeugung

###### a. Vergleich mit den experimentellen Daten

Wir ziehen zum Vergleich mit dem Experiment typische Winkelverteilungen von der Schwelle bis zu den höchsten verfügbaren Energien ( $E_\gamma = 16$  GeV) heran. Dabei beschränken wir uns in  $t$  auf dem Bereich  $0 \leq |t| \leq 0.3$  GeV<sup>2</sup>/c<sup>2</sup>. In vielen Fällen ist allerdings das Modell nur für  $-t \sim \mu^2$  anwendbar.

In den Abbildungen 3a-e werden die Winkelverteilungen für die Erzeugung geladener  $\pi$ -Mesonen gezeigt. In den Abbildungen 3b und c liegt unser Ergebnis für alle  $t$ -Werte über den experimentellen Punkten von Ballam et al. [67]. Diese Autoren weisen allerdings darauf hin, daß die Normierung ihrer Daten 20% unter derjenigen von Boyarski et al. [68] liegt, welche mit unseren Ergebnissen besser übereinstimmen. Im Schwellenbereich (Abb. 3a) wird eine relativ gute Wiedergabe der wesentlichen Eigenschaften der Winkelverteilung für alle  $t$ -Werte gegeben. Bei höheren

Energien gilt die gute Übereinstimmung (Abb. 3d-e) nur in extremer Vorwärtsrichtung; für  $-t \geq \mu^2$  reicht unsere Approximation bis auf die Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$  (Abb. 3d) nicht mehr aus, die Daten zufriedenstellend zu beschreiben.

Die Reaktionen, bei denen neutrale Pionen erzeugt werden, sind in dem Sinne von Interesse, da weder der Pion-Austausch noch der Kontaktterm beitragen. Leider existieren nur für die Reaktion  $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$  Daten, die allerdings bisher unveröffentlicht sind [69]. In der Abb. 4a vergleichen wir unsere Aussagen mit diesen Daten. Für kleine  $t$ -Werte können wir die richtige Größenordnung des Wirkungsquerschnittes vorhersagen. Die Abb. 4b zeigt den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung neutraler Pionen bei hoher Energie.

In den Abbildungen 3 und 4 vergleichen wir unsere Aussagen auch mit denjenigen des elektrischen Born-Term Modells. Im Schwellenbereich (Abb. 3a) liefert unser Modell bei allen  $t$ -Werten eine wesentliche Verbesserung. Für höhere Energien (Abb. 3b-d) sind die Unterschiede in extremer Vorwärtsrichtung vernachlässigbar. Für größere  $t$ -Werte treten allerdings Unterschiede auf. Für die Reaktion  $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$  gibt das elektrische Born-Term Modell einen verschwindenden Wirkungsquerschnitt an (Abb. 4). Der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \Delta^+$  unterscheidet sich in beiden Modellen für alle  $t$ -Werte. Als ein Beispiel hierfür diene die Abb. 4b.

Eine geeignete Observable, die beiden Modelle genauer zu unterscheiden, ist die Asymmetrie  $\Sigma = (\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}) / (\sigma_{\perp} + \sigma_{\parallel})$  ( $\sigma_{\parallel}, \sigma_{\perp}$  sind in A1.12 erklärt) der polarisierten Photonen. In den Abbildungen 5a-c werden die Ergebnisse der beiden Modelle für  $\Sigma$  mit vorläufigen experimentellen Daten [70] verglichen. Bei der Betrachtung dieser Ergebnisse ist zu beachten, daß nach dem Theorem von Stichel [71,72] für  $s \rightarrow \infty$   $\Sigma = -1$  ist, falls nur der Austausch mit unnatürlicher Parität im  $t$ -Kanal zur Amplitude beiträgt, bzw.  $\Sigma = 1$  ist, bei dem Austausch von natürlicher Parität. In der Abb. 5d wird die  $t$ -Abhängigkeit von  $\sigma_{\parallel}$  und  $\sigma_{\perp}$  für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$  mit vorläufigen Daten [70] verglichen. Im Bereich  $-t \sim \mu^2$  stehen beide Modelle nicht im Widerspruch zu der spärlichen experimentellen Information; für größere  $t$ -Werte brechen beide Modelle sehr schnell zusammen. Für andere  $\pi\Delta$  Photoerzeugungsprozesse geladener Pionen gibt es auch nur

vorläufige Daten, wobei für  $\Sigma$  und  $\sigma_{\parallel}$ ,  $\sigma_{\perp}$  ähnliche Aussagen gelten, daher betrachten wir diese Reaktionen nicht mehr gesondert.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die experimentellen, gemittelten Wirkungsquerschnitte im allgemeinen durch unser Modell besser beschrieben werden, als durch das elektrische Born-Term Modell. Bei der Polarisation  $\Sigma$  ist wegen der großen experimentellen Fehler eine Entscheidung zugunsten des einen oder anderen Modells noch nicht möglich.

b. Vergleich der Amplituden der beiden Modelle

Eine weitere Möglichkeit, die beiden Modelle theoretisch zu vergleichen, besteht darin, die einzelnen Isospinamplituden zu betrachten. Alle sechs Reaktionen der  $\pi\Delta$ -Erzeugung lassen sich durch drei Isospinamplituden beschreiben, sofern, wie üblich, die isotensoriellen und höheren Isospinamplituden vernachlässigt werden (s. A2.2). Ein numerischer Vergleich der einzelnen Isospinamplituden zeigt für  $-t \leq \mu^2$  in beiden Modellen eine Dominanz der isovektoriellen Amplitude  $T^V(1)$  ( $T^S(1) \sim T^V(2) \sim 10^{-2} T^V(1)$ ). Aus einem detaillierten Vergleich der einzelnen Helizitätsamplituden zum t-Kanal Isospin 1 ist ersichtlich, daß für  $-t \leq \mu^2$  in den vier dominanten Helizitätsamplituden (1,3,4,6-te Helizitätskonfiguration der Tabelle 3) die Unterschiede maximal 10% betragen. Differenzen treten erst bei höheren t-Werten auf. So zeigt die folgende Tabelle 3 für  $-t = 5\mu^2$  und  $E_{\gamma} = 16$  GeV, daß die Isospinamplituden  $T^S(1)$ ,  $T^V(2)$  an Bedeutung gewinnen und deutliche Unterschiede zum elektrischen Born-Term Modell auftreten. Für andere Photonenenergien (oberhalb der Schwelle) zeigen sich keine wesentlich andere Aussagen.

TABELLE 3: Vergleich der Helizitätsamplituden für die t-Kanal Isospinamplituden.  $E_\gamma = 16 \text{ GeV}$ ,  $-t = 5\mu^2$ . E.B.T.M. steht für das elektrische Born-Term Modell.

Helizität $\Lambda' = (\lambda_\Delta, \lambda_N; \lambda_\gamma)$	$T^S(1)$		$T^V(1)$		$T^V(2)$	
	E.B.T.M.	Unser Modell	E.B.T.M.	Unser Modell	E.B.T.M.	Unser Modell
3/2, 1/2; 1	-0.14	0.02	-3.	-2.3	0,2	-0.1
3/2, 1/2; -1	-0.14	0.03	-0.9	-0.8	-0.2	0.3
1/2, 1/2; 1	0.11	-0.06	-2.6	-2.4	0.1	-0.1
1/2, 1/2; -1	-0.11	0.01	2.6	2.2	-0.1	0.7
-1/2, 1/2; 1	-0.08	-0.07	-0.5	-0.6	-0.1	0.1
-1/2, 1/2; -1	0.08	0	-1.7	-1.7	-0.1	0.3
-3/2, 1/2; 1	0	0	0	0	0	0
-3/2, 1/2; -1	0	0	0	0	0	0

Zu erwähnen ist, daß die beiden superkonvergenten Amplituden ( $\Lambda' = -3/2, 1/2; \pm 1$ ), die im elektrischen Born-Term Modell exakt gleich Null sind, bei uns ebenfalls für alle betrachteten t- und s-Werte verschwindend klein sind.

Um die Unterschiede der beiden Modell bei größeren t-Werten zu untersuchen, vernachlässigen wir in unserem Modell die Graphen b und c der Abb. 1b, so daß dann der gleiche Austausch von Teilchen wie im elektrischen Born-Term Modell erfaßt wird. Unterschiede können dann nur von der verschiedenen Behandlung der Vertices herrühren. Aus der Abb. 6 wird deutlich, daß das Weglassen der erwähnten niederenergetischen Graphen (Kurve (2)) zu einer Verschlechterung unseres Modells (1) führt. Zum Vergleich sind auch die Resultate des elektrischen Born-Term Modells eingezeichnet ((3)). Nimmt man, wie in unserem Modell, die Graphen b und c von Abb. 1b hinzu, so werden die unerwünschten Effekte kompensiert und eine verbesserte Approximation der Amplituden erreicht. Die Hauptbeiträge rühren von  $G_1$ ,  $G_2$  ( $\gamma\Delta\Delta$ -Vertex),  $C_3$  ( $\gamma N\Delta$ -Vertex) und  $g_1$  ( $\pi\Delta\Delta$ -Vertex) her.

Zusammenfassend können wir feststellen, daß für  $-t \leq \mu^2$  die Amplituden unseres Modelles und des elektrischen Born-Term Modells überein-

stimmen (bis auf maximal 10% Abweichungen). Für  $-t \leq \mu^2$  führen die drastischen Vernachlässigungen des elektrischen Born-Term Modells deshalb zum Erfolg, weil die nicht beachteten Beiträge sich fast vollständig gegenseitig wegheben. Diese Kompensation gilt aber für  $-t \geq \mu^2$  nicht mehr. Für  $-t \geq \mu^2$  müssen in beiden Fällen die Modelle ergänzt werden, wobei sich jedoch herausstellt, daß die Approximation unseres dispersionstheoretischen Modells im allgemeinen eine Verbesserung gegenüber dem elektrischen Born-Term Modell geliefert hat.

c. Variation der Kopplungsparameter

Wir haben gesehen, daß unser Polterm Modell in der "U(6,6)"-Version der Formfaktoren mit einigem Erfolg verwendet werden kann. Es ist daher interessant zu wissen, wie sensitiv die Ergebnisse gegenüber Variationen der unbekanntenen Kopplungsparameter sind. Es ist aber nicht Ziel dieser Arbeit, wie in der Einleitung erwähnt, durch  $\chi^2$ -Anpassung den besten Satz für die Kopplungskonstanten und Formfaktoren ( $k^2 \neq 0$ ) zu finden. Der Einfluß verschiedener Parametrisierungen und Variationen der Kopplungskonstanten des  $\gamma N\Delta$ -,  $\gamma\Delta\Delta$ - und  $\pi\Delta\Delta$ -Vertex auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt ist in Abb. 7 gezeigt. Die Abb. 7a verdeutlicht die Einwirkung der Parametrisierungen für  $C_3(0)$ ,  $C_4(0)$  ( $\gamma N\Delta$ -Vertex), wie sie im Kapitel 3, Tabelle 1 beschrieben wurden, auf  $\frac{d\sigma}{dt}$ . Die Kurven (1)-(3) entsprechen den Werten von  $C_3$  und  $C_4$ , wie sie in der 6., 1. und 2. Zeile der Tabelle 1 angegeben wurden. Die übrigen in der Tabelle gezeigten Analysen führen zu Kurven, die zwischen (2) und (3) liegen. Die Kurve (4) beschreibt den Fall, daß der  $\gamma N\Delta$ -Vertex ganz vernachlässigt wird. Wir sehen, daß die verschiedenen Analysen zu keinen wesentlichen Unterschieden in den Wirkungsquerschnitten führen.

Für die Kopplungskonstanten  $G_i(0)$  ( $i = 2,3,4$ ;  $G_1(0) = Z_\Delta$ , s. Gl. (3.10)) des  $\gamma\Delta\Delta$ -Vertex gibt es keine experimentelle Daten. Bei der Variation der  $G_i(0)$  ( $i = 2,3,4$ ) nahmen wir daher an, daß die Kopplungskonstanten Werte haben können, die sich von denjenigen der U(6,6)-Gruppe deutlich unterscheiden. In der Abb. 7b entspricht die Kurve (1) den Werten der Gl. (3.10). In den Kurven (2) und (4) wird  $G_i$  ( $i = 2,3,4$ ) um jeweils 20% bzw. 50% bezüglich Gl. (3.10) verringert; in (3) und (5) um die gleichen Prozente vergrößert. Die Kurve (6) ist das Ergebnis,

falls der  $\gamma\Delta$ -Vertex in unserem Modell unberücksichtigt bleibt. Aus der Abb. 7b ist ersichtlich, daß kleinere Werte der  $G_1$ 's, als sie durch die Werte der U(6,6)-Gruppe definiert werden, zu einer etwas besseren Übereinstimmung mit den Daten führen.

In der Abb. 7c ist der Einfluß der verschiedenen theoretischen Vorhersagen (Kap. 3, Tabelle 2) für die  $\pi\Delta\Delta$ -Kopplungskonstanten  $g_1, g_2$  auf die Winkelverteilung gezeigt. Die Kurven (1...6) gelten für Gl. 3.11 und die ersten 5 Zeilen in der Tabelle 2. Der Wert in der 6. Zeile liefert eine mit (2) nahezu übereinstimmende Kurve. Die Kurve (7) kommt zustande, falls der  $\pi\Delta\Delta$ -Vertex vernachlässigt wird. Dieser Abbildung entnehmen wir, daß die verschiedenen Variationen zu einer breiten Streuung der Ergebnisse führen, wobei die Kurven (1) und (2) am besten geeignet sind die beiden Prozesse zu beschreiben.

Schließlich geben wir noch ein Resultat an, das durch eine gemeinsame Variation der  $\gamma\Delta\Delta$ -Kopplungskonstanten ((2) in Abb. 7b) und der  $\pi\Delta\Delta$ -Kopplungskonstanten ((2) in Abb. 7c) erzielt wurde. Aus der Abb. 9, die das Resultat bei dieser Wahl der Kopplungsgrößen zeigt, ist ersichtlich, daß bis auf die Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^+\Delta^0$  in Abb. 8b eine Verbesserung gegenüber der ursprünglichen Fassung unseres Modells erzielt wurde.

#### 4.2 Die $\pi\Delta$ -Elektroerzeugung

Unsere bisherigen Ergebnissen für die Elektroproduktion sind nicht von der gleichen Qualität wie für die Photoerzeugung. Wir vermuten den Grund hierfür in der größeren Unbestimmtheit der Kopplungsparameter als für  $k^2=0$  und in dem starken Einfluß der Subtraktionsfunktion auf die Ergebnisse. In dieser Arbeit haben wir nicht mehr eine systematische Untersuchung unternommen, die zu einer Verbesserung des Modells für  $k^2 \neq 0$  führen könnte. Daher bringen wir nur einige typische Ergebnisse unseres vorläufigen Modells für die Reaktion  $ep \rightarrow e'\pi^+\Delta^0$ . Für den Prozeß  $ep \rightarrow e'\pi^-\Delta^{++}$  stimmen unsere Vorhersagen noch nicht mit dem Experiment überein. Andere Reaktionen, als die beiden erwähnten, wurden bislang experimentell nicht

untersucht.

Die Abb. 9 zeigt die  $k^2$ -Abhängigkeit der Observablen  $\sigma_{u,L,I,T}$  (s. A1.1). Auffallend ist der dramatische Anstieg unserer Resultate zwischen der Photoproduktion ( $k^2=0$ ) und  $-k^2 \sim 0.4 \text{ GeV}^2/c^2$ . Dieses Ansteigen wird alleine durch die Subtraktionsfunktion verursacht. Für größere  $|k^2|$  wird der  $k^2$ -Abfall der Observablen durch unser Modell richtig wiedergegeben.

Unterschiede zum elektrischen Born-Term Modell treten für alle  $k^2$ -Werte auf, besonders deutlich wird dies für kleine  $|k^2|$ -Werte. Leider gibt es in dem Bereich  $0 \leq -K^2 \leq 0.3 \text{ GeV}^2/c^2$  noch keine experimentellen Daten. Aus der  $\pi^+n$  Elektroerzeugung ist bekannt, daß der Wirkungsquerschnitt in diesem Bereich bis etwa zum Dreifachen ansteigt (s. z.B. Ref. [73]). Die Abbildungen 10 und 11 zeigen die  $t-t_{\min}$  bzw.  $\sqrt{s}$ -Abhängigkeit der zuvor erwähnten Observablen. Es ist offensichtlich, daß die Übereinstimmung unserer Resultate mit den experimentellen Daten für wachsende  $|k^2|$  zunimmt.

Ein Vergleich beider Modelle verdeutlicht, daß auch hier, wie bei der  $k^2$ -Abhängigkeit, bis auf  $\sigma_{I,T}$  in Abb. 10a für  $t \sim t_{\min}$ , deutliche Unterschiede auftreten. Ein eindeutiges Urteil zugunsten des einen oder anderen Modells ist noch nicht möglich, da es für kleine  $|k^2|$  ( $-K^2 \leq 0.3 \text{ GeV}^2/c^2$ ) noch keine Daten gibt und vorhandene Daten mit noch zu großen Fehlern behaftet sind.

ANHANG

A1 Kinematik

A1.1 Der Wirkungsquerschnitt

Das Übergangsmatrixelement T der  $\pi\Delta$ -Elektroerzeugung

$$e(e, m_e) + N(p_1, m) \rightarrow (e', m_e) + \pi(q, \mu) + \Delta(p_2, M) \quad (A1.1)$$

faktoriisiert in der Ein-Photon-Näherung (Abb. 12)

$$T = \frac{e}{K^2} \varepsilon_\mu(\lambda_e, \lambda_{e'}) \langle \pi \Delta(\lambda_\Delta) | J^\mu(0) | N(\lambda_N) \rangle, \quad (A1.2)$$

dabei ist  $\varepsilon_\mu(\lambda_e, \lambda_{e'}) = \bar{u}(e', \lambda_{e'}) \gamma_\mu u(e, \lambda_e)$  und  $J^\mu(0)$  der hadronische Anteil des elektromagnetischen Stromoperators.

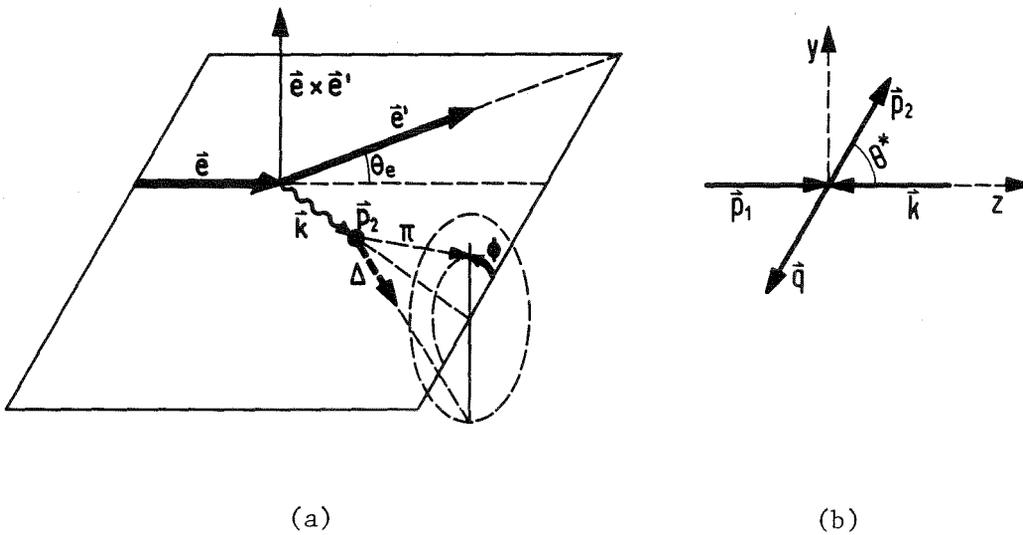


Fig. 12: In dieser Arbeit verwendete Konvention für kinematische Größen im Laborsystem (a) und im hadronischen Schwerpunktsystem (b).

Der Polarisationsvektor des virtuellen Photons  $\varepsilon_\mu$  kann nach einem Satz von drei unabhängigen Helizitätsvektoren  $e_\mu$  entwickelt werden

$$\varepsilon_\mu(\lambda_e, \lambda_{e'}) = \sum_\lambda a_\lambda(\lambda_e, \lambda_{e'}) e_\mu(\lambda) \quad . \quad (A1.3)$$

Mit Hilfe von  $e_\mu$  definieren wir die Helizitätsamplituden

$$M_{\lambda_\Delta; \lambda_N \lambda_\gamma} = e e_\mu(\lambda_\gamma) \langle \pi \Delta(\lambda_\Delta) | J^\mu(0) | N(\lambda_N) \rangle \quad (A1.4)$$

und für alle  $k^2$  die Dichtematrizen (s. Ref. [25])

$$\rho_{\lambda\lambda'}^u = (-1)^{\lambda+\lambda'} \sum_{\lambda_N \lambda_\Delta} M_{\lambda_\Delta; \lambda_N \lambda'}^* M_{\lambda_\Delta; \lambda_N \lambda} \quad . \quad (A1.5)$$

Für das virtuelle Photon ( $k^2 < 0$ ) ist die Dichtematrix gegeben durch

$$\rho_{\lambda\lambda'}^\gamma = \sum_{\lambda_e \lambda_{e'}} a_\lambda(\lambda_e, \lambda_{e'}) a_{\lambda'}^*(\lambda_e, \lambda_{e'}) \quad , \quad (A1.6)$$

mit den Matrixelementen:

$$\rho_{11}^\gamma = \rho_{-1-1}^\gamma = \frac{1}{2} \frac{k^2}{m_e^2} \frac{1}{\varepsilon-1}$$

$$\rho_{1-1}^\gamma = \rho_{-11}^{\gamma*} = -\frac{1}{2} \frac{k^2}{m_e^2} \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} e^{-2i\phi}, \quad \rho_{00}^\gamma = \frac{k^2}{m_e^2} \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$$

$$\rho_{10}^\gamma = -\rho_{-10}^{\gamma*} = \rho_{01}^{\gamma*} = -\rho_{0-1}^\gamma = \frac{1}{2} \frac{k^2}{m_e^2} \frac{1}{1-\varepsilon} [\varepsilon(1+\varepsilon)]^{1/2} e^{-i\phi} \quad .$$

Die Größe  $\varepsilon$  beschreibt den Polarisationsgrad der transversalen Photonen ( $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ) und ist gegeben durch  $\varepsilon^{-1} = 1 - (2k^2/k^2) \tan^2(\frac{1}{2} \theta_e)$ ; der Azi-

muthwinkel  $\phi$  ist in der Abbildung 12a definiert.

Das quadrierte T-Matrixelement für die unpolarisierte  $\pi\Delta$ -Erzeugung kann nun in der Form

$$\begin{aligned}
 |T|_{\text{gem.}}^2 &= \frac{e^2}{K^4} \frac{1}{4} \sum_{\lambda_e, \lambda_{e'}, \lambda_N, \lambda_\Delta, \lambda, \lambda'} a_{\lambda'}^*(\lambda_e, \lambda_{e'}) a(\lambda_e, \lambda_{e'}) M_{\lambda_\Delta; \lambda_N \lambda'}^* M_{\lambda_\Delta; \lambda_N \lambda} \\
 &= \frac{e^2}{K^4} \frac{1}{4} \text{Sp}(\rho \gamma' \rho^{uT})
 \end{aligned} \tag{A1.7}$$

geschrieben werden, dabei ist  $\rho_{\lambda\lambda'}^{\gamma'} = (-1)^{\lambda+\lambda'} \rho_{\lambda',\lambda}^{\gamma}$  und  $\rho^{uT}$  die transponierte Matrix. Die Spurbildung führt zu folgendem Ergebnis

$$\begin{aligned}
 \text{Sp}(\rho \gamma' \rho^{uT}) &= \frac{e^2}{4m_e^2 (-K^2)} \frac{1}{1-\epsilon} [\rho_{11}^u + \epsilon \rho_{00}^u - \epsilon \cos^2 \phi \rho_{1-1}^u + \\
 &\quad 2\sqrt{\epsilon(\epsilon+1)} \cos \phi \text{Re} \rho_{10}^u]
 \end{aligned} \tag{A1.8}$$

Der 4-fache differentielle Wirkungsquerschnitt läßt sich unter Vernachlässigung der Elektronenmasse in folgender faktorisierten Form schreiben:

$$\frac{d^4\sigma}{dE'_{\text{lab}} d\Omega_{\text{lab}} dt d\phi} = \Gamma \frac{d^2\sigma}{dt d\phi} = \Gamma \frac{1}{2\pi} [\sigma_u + \epsilon \sigma_L + \epsilon \cos 2\phi \sigma_T + \sqrt{2\epsilon(\epsilon+1)} \cos \phi \sigma_I] \tag{A1.9}$$

dabei ist  $\Gamma$  ein kinematischer Faktor, der das Photonenspektrum beschreibt

$$\Gamma = \frac{\alpha}{2\pi^2} \left(\frac{E'}{E}\right)_{\text{lab}} \frac{s-m^2}{2m} \frac{1}{(-K^2)} \frac{1}{1-\epsilon} \tag{A1.10}$$

und

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dt d\phi} &= \frac{m M}{32\pi^2 \sqrt{s} |\vec{k}| \text{C.M.} (s-m^2)} \left[ \rho_{11}^u + \epsilon \rho_{00}^u - \epsilon \cos 2\phi \rho_{1-1}^u + 2\sqrt{\epsilon(\epsilon+1)} \cos \phi \operatorname{Re} \rho_{10}^u \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ \sigma_u + \epsilon \sigma_L + \epsilon \cos 2\phi \sigma_T + \sqrt{2\epsilon(\epsilon+1)} \cos \phi \sigma_I \right] . \end{aligned} \quad (\text{A1.11})$$

Den letzten Ausdruck bezeichnet man oft als differentiellen Wirkungsquerschnitt für die  $\pi\Delta$ -Erzeugung mit virtuellen Photonen. Dabei beschreibt  $\sigma_u$  den Anteil der unpolarisierten transversalen Photonen,  $\sigma_L$  entspricht den rein longitudinalen Photonen;  $\sigma_T$  trägt der transversalen Polarisation Rechnung und  $\sigma_I$  ist der Interferenzterm zwischen der longitudinalen und transversalen Polarisation.

In der Photoproduktion verschwinden  $\sigma_L$  und  $\sigma_I$  und  $\frac{d^2\sigma}{dt d\phi}$  ist durch  $\sigma_u$  und  $\sigma_T$  gegeben.

Häufig werden auch die Wirkungsquerschnitte  $\sigma_{\parallel}$  und  $\sigma_{\perp}$  benützt. Sie beschreiben im Schwerpunktsystem transversale Photonen, die parallel oder senkrecht zur Produktionsebene polarisiert sind und stehen mit  $\sigma_u$  und  $\sigma_T$  in folgendem Zusammenhang:

$$\sigma_u = \frac{1}{2}(\sigma_{\parallel} + \sigma_{\perp}) , \quad \sigma_T = \frac{1}{2}(\sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}) . \quad (\text{A1.12})$$

## A1.2 Regularisierte Zwei-Teilchen Helizitätsamplituden

### a. Die Regularisierung der Helizitätsamplituden

In diesem Abschnitt geben wir die Regularisierungsvorschriften an, die wir in der Arbeit verwandten (Tabelle 4). Wir folgen dabei der Arbeit von Cohen-Tannoudji et al. [31]. Betrachtet wird der Prozeß  $\gamma_{\nu}(k) + p(p_1) \rightarrow \pi(q) + \Delta(p_2)$ , der im Limes  $k^2 \rightarrow 0$  in die Photoproduktionsreaktion übergeht. Die Mandelstamvariablen  $s, t, u$  werden in folgender Weise definiert:

$$s = (k+p_1)^2 , \quad t = (k-q)^2 , \quad u = (k-p_2)^2 . \quad (\text{A1.13})$$

TABELLE 4: Regularisierte Helizitätsamplituden des s- und t-Kanals für den Fall  $m_2^2 < m_1^2$ . Keine "Teilchen 2" Konvention [74].

<p>Notation:</p> $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 \quad \mu = \lambda_3 - \lambda_4 \quad \eta_{34} = (-1)^{3/2+\lambda}, \quad \eta_{31} = (-1)^{1+\lambda'}$ $\lambda' = \lambda_4' - \lambda_2' \quad \mu' = \lambda_3' - \lambda_1' \quad m_{12} = 3/2 - \max( \lambda ,  \mu ), \quad m_{42} = 1 - \max( \lambda' ,  \mu' )$ $m_{31} = 2 - \max( \lambda' ,  \mu' )$ $N^\pm = \begin{cases} N & \text{falls } N \text{ gerade} \\ N \pm 1 & \text{falls } N \text{ ungerade} \end{cases}$ $\phi_{ij} = [s - (m_i + m_j)^2]^{1/2}, \quad \psi_{ij} = [s - (m_i - m_j)^2]^{1/2}; \quad S_{ij} = \phi_{ij} \psi_{ij} \quad (i, j) = (1, 2), (3, 4).$ $\phi_{ij}' = [t - (m_i + m_j)^2]^{1/2}, \quad \psi_{ij}' = [t - (m_i - m_j)^2]^{1/2}; \quad T_{ij} = \phi_{ij}' \psi_{ij}' \quad (i, j) = (4, 2), (3, 1).$ $\hat{M}_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^s = \sin\left(\frac{\theta_s}{2}\right)^{- \lambda - \mu } \cos\left(\frac{\theta_s}{2}\right)^{- \lambda + \mu } M_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^s$ $\hat{M}_{\lambda_1' \lambda_2'; \lambda_3' \lambda_1'}^t = \sin\left(\frac{\theta_t}{2}\right)^{- \lambda' - \mu' } \cos\left(\frac{\theta_t}{2}\right)^{- \lambda' + \mu' } M_{\lambda_4' \lambda_2'; \lambda_3' \lambda_1'}^t$	
<p>Regularisierte und paritätserhaltende (die Indizes 1,2 bezeichnen positive bzw. negative Parität) Helizitätsamplituden.</p> $\text{s-Kanal: } \begin{array}{ccc} p & \gamma_V & \Delta \\ 1 & 2 & 3 \quad 4 \end{array}$ $F_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^1 = (\sqrt{s})^{ \lambda  +  \mu } (S_{12} S_{34})^a \left[ \hat{M}_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^s + \eta_{34} \hat{M}_{-\lambda_3 - \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^s \right]$ $F_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^2 = (\sqrt{s})^{ \lambda  +  \mu } (S_{12} S_{34})^\alpha \left[ \hat{M}_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^s - \eta_{34} \hat{M}_{-\lambda_3 - \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^s \right]$ $a = m_{12}^-, \quad \alpha = m_{12}^+ - 1$ <hr style="width: 20%; margin: 10px auto;"/> $\text{t-Kanal: } \begin{array}{ccc} \bar{\pi} & \gamma_V & \Delta \\ 4 & 2 & 3 \quad 1 \end{array}$ $G_{\lambda_3' \lambda_1'; \lambda_4' \lambda_2'}^1 = (\sqrt{t})^{ \lambda'  +  \mu' } T_{42}^{a'} \psi_{31}^{c'} \phi_{31}^{d'} \left[ \hat{M}_{\lambda_3' \lambda_1'; \lambda_4' \lambda_2'}^t + \eta_{31} \hat{M}_{-\lambda_3' - \lambda_1'; \lambda_4' \lambda_2'}^t \right]$ $G_{\lambda_3' \lambda_1'; \lambda_4' \lambda_2'}^2 = (\sqrt{t})^{ \lambda'  +  \mu' } T_{42}^{\alpha'} \psi_{31}^{\gamma'} \phi_{31}^{\delta'} \left[ \hat{M}_{\lambda_3' \lambda_1'; \lambda_4' \lambda_2'}^t - \eta_{31} \hat{M}_{-\lambda_3' - \lambda_1'; \lambda_4' \lambda_2'}^t \right]$ $a' = m_{42}^+ - 1, \quad c' = m_{31}^+ - 1, \quad d' = m_{31}^-$ $\alpha' = m_{42}^-, \quad \gamma' = d', \quad \delta' = c'$	

An dieser Stelle fügen wir noch ein paar Anmerkungen zur Regularisierung hinzu.

- (1) Die Amplituden  $G_{\Lambda'}^{1,2}(\Lambda' = \lambda_3' \lambda_1'; \lambda_4' \lambda_2')$  sind frei von kinematischen Verzweigungspunkten, Polen und Nullstellen. Die  $F_{\Lambda}^{1,2}(\Lambda = \lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2)$  besitzen jedoch noch eine kinematische  $\sqrt{s}$  Singularität. Dies rührt von der Tatsache her, daß die Amplituden der  $BF \rightarrow B'F'$  ( $B = \text{Baryon}, F = \text{Fermion}$ ) Reaktionen von dieser Singularität nicht befreit werden können [31].
- (2) Die Regularisierung an den Schwellen und Pseudoschwellen des s-Kanals ( $S_{12} = 0, S_{34} = 0$ ) und des t-Kanals ( $T_{42} = 0, T_{31} = 0$ ) hängen von der Definition von  $\sqrt{s}$  bzw.  $\sqrt{t}$  ab. Die hier angegebenen Ergebnisse beziehen sich auf eine positive Wurzelbestimmung ( $+\sqrt{s}, +\sqrt{t}$ ).
- (3) Bislang wurde angenommen, daß alle Massen  $m_i^2 \geq 0$  waren. In der Elektroproduktion jedoch ist das Photon raumartig ( $k^2 = m_2^2 < 0$ ). In diesem Fall haben wir die oben gegebenen Vorschriften beibehalten und in den entsprechenden Formeln die Photonmasse ( $m_Y = i\sqrt{|K^2|}$ ) als komplexe Variable betrachtet, in der analytisch fortgesetzt werden kann. An Hand von Beispielen überzeugten wir uns von der Gültigkeit dieses Verfahrens. Einen allgemein gültigen Beweis hierfür gibt es noch nicht. Ein anderer Ausweg bietet sich durch die Regularisierung der 5-Teilchen Amplituden ( $eN \rightarrow e'\pi\Delta$ ) an [75]. Dieser Formalismus ist jedoch umständlich und läßt sich nur schwerfällig explizit handhaben, so daß wir diese Methode ausgeschlagen haben.

b. Kreuzungsmatrix für regularisierte Helizitätsamplituden

Es seien  $F_{\Lambda}^{1,2}$  und  $G_{\Lambda'}^{1,2}$  die regularisierten Helizitätsamplituden für die zwei Reaktionen:

$$\begin{array}{ccc}
 p\gamma_V \rightarrow \Delta\pi & \text{und} & \bar{\pi}\gamma_V \rightarrow \Delta\bar{p} \\
 12 \quad 34 & & \bar{42} \quad \bar{31}
 \end{array}$$

Die Kreuzungsrelation, die die t-Kanal Amplituden durch die s-Kanal Amplituden ausdrückt, ist von der Gestalt:

$$G_{\Lambda'}(s, t) = X_{\Lambda', \Lambda}(s, t) F_{\Lambda}(s, t) \quad . \quad (A1.14)$$

- (1) X hat bis auf die Stelle  $s=0$  keine kinematischen Verzweigungspunkte.
- (2) X ist eine rationale Funktion von  $\sqrt{s}$  und t. Wir schreiben  $X = \frac{P(\sqrt{s}, t)}{Q(\sqrt{s}, t)}$ , wobei P und Q Polynome sind. Pole existieren an den Stellen  $s=0$ ,  $S_{12}=0$ ,  $S_{34}=0$ .

Explizit ist die Kreuzungsrelation (A1.14) gegeben durch:

$$G_{\lambda_3 \lambda_1'; \lambda_4 \lambda_2'}^1 = T_{42}^{a'} \psi_{31}^{c'} \phi_{31}^{d'} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4} (C_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^{\lambda_3 \lambda_1'; \lambda_4 \lambda_2'} + \eta_{31} C_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^{-\lambda_3' - \lambda_1'; \lambda_4 \lambda_2'}) \left[ \frac{F_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^1}{(S_{12} S_{34})^a} + \frac{F_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^2}{(S_{12} S_{34})^{\alpha'}} \right] \quad , \quad (A1.15)$$

$$G_{\lambda_3 \lambda_1'; \lambda_4 \lambda_2'}^2 = T_{42}^{\alpha'} \psi_{31}^{\gamma'} \phi_{31}^{\delta'} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4} (C_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^{\lambda_3 \lambda_1'; \lambda_4 \lambda_2'} - \eta_{31} C_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^{-\lambda_3' - \lambda_1'; \lambda_4 \lambda_2'}) \left[ \frac{F_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^1}{(S_{12} S_{34})^a} + \frac{F_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^2}{(S_{12} S_{34})^{\alpha'}} \right] \quad , \quad (A1.16)$$

$$\text{mit } C_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^{\lambda_3 \lambda_1'; \lambda_4 \lambda_2'} = -e^{i\pi(\lambda_2' - \lambda_3')} \frac{(\sqrt{t})^{|\lambda'| + |\mu'|}}{2(\sqrt{s})^{|\lambda| + |\mu|}} \times$$

$$\frac{\sin(\frac{\theta_s}{2})^{|\lambda - \mu|} \cos(\frac{\theta_s}{2})^{|\lambda + \mu|}}{\sin(\frac{\theta_t}{2})^{|\lambda' - \mu'|} \cos(\frac{\theta_t}{2})^{|\lambda' + \mu'|}} d_{\lambda_1 \lambda_1'}^{1/2} (-\chi_1) d_{\lambda_2 \lambda_2'}^1 (\chi_2) d_{\lambda_3 \lambda_3'}^{3/2} (\chi_3) d_{\lambda_4 \lambda_4'}^0 (-\chi_4) \quad .$$

Die Potenzen a, a', ... sind in der Tabelle 4 definiert. Für die  $d_{\lambda_i \lambda_i'}^j$

( $i = 1, \dots, 4$ ) verwenden wir die Phasenkonvention von Rose [76]. Die Kreuzungswinkel  $\chi_i$  sind in der Ref. [31] definiert.

## A2 Isospinformalismus

### A2.1 Phasenkonvention

Verwendet wird die Phasenkonvention von Condon-Shortly.

Isospin 1/2 (N):

$$\begin{aligned} \chi_p &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & \chi_n &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \chi_p^- &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & \chi_n^- &= -\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{A2.1}$$

Isospin 1( $\pi$ ):

$$\vec{\phi}_{\pi^\pm} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \pm 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{\phi}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{A2.2}$$

Isospin 3/2 ( $\Delta$ ):

$$\chi_{\Delta^{++}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{\Delta^+} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{\Delta^0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{\Delta^-} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{A2.3}$$

Die T-Matrizen sind  $4 \times 2$  Matrizen und stellen eine Verallgemeinerung der  $\tau$ -Matrizen (Isospin 1/2) dar. Explizit sind sie wie folgt definiert [77]:

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{3} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad T_2 = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i/\sqrt{3} \\ -i/\sqrt{3} & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \quad T_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2/\sqrt{3} & 0 \\ 0 & -2/\sqrt{3} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A2.4})$$

### A.2.2 Isospinstruktur der Reaktionsamplituden

Die Prozesse  $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$  lassen sich durch drei Isospinamplituden  $T^{s,v}(I)$  beschrieben, wobei  $I$  der totale Isospin ist und  $s, v$  isoskalaren bzw. isovektoriellen Photonen entsprechen (höhere Isotensoren werden vernachlässigt).

Die Übergangsamplituden sind durch folgende Linearkombination der  $s$ -Kanal ( $I = 1/2, 3/2$ ) oder  $t$ -Kanal ( $I = 1, 2$ ) Isospinamplituden gegeben.

$$\begin{aligned} T(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} T^s(1/2) - \frac{1}{\sqrt{6}} T^v(1/2) + \frac{2}{\sqrt{15}} T^v(3/2) \\ &= \sqrt{3} T^s(1) + \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{3} T^v(1) + T^v(2)) \end{aligned} \quad (\text{A2.5})$$

$$\begin{aligned} T(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0) &= \frac{1}{\sqrt{6}} T^s(1/2) - \frac{1}{\sqrt{18}} T^v(1/2) - \frac{4}{3\sqrt{5}} T^v(3/2) \\ &= T^s(1) + \frac{1}{\sqrt{2}} (-T^v(1) + \sqrt{3} T^v(2)) \end{aligned} \quad (\text{A2.6})$$

$$\begin{aligned} T(\gamma p \rightarrow \pi^0 \Delta^+) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} T^s(1/2) + \frac{1}{3} T^v(1/2) + \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} T^v(3/2) \\ &= \sqrt{2} T^s(1) + \frac{2}{\sqrt{3}} T^v(2) \end{aligned} \quad (\text{A2.7})$$

$$\begin{aligned}
 T(\gamma n \rightarrow \pi^- \Delta^+) &= \frac{1}{\sqrt{6}} T^S(1/2) + \frac{1}{\sqrt{18}} T^V(1/2) + \frac{4}{3\sqrt{5}} T^V(3/2) \\
 &= + T^S(1) + \frac{1}{\sqrt{2}} T^V(1) - \sqrt{\frac{3}{2}} T^V(2)
 \end{aligned} \tag{A2.8}$$

$$\begin{aligned}
 T(\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^-) &= \frac{1}{\sqrt{2}} T^S(1/2) + \frac{1}{\sqrt{6}} T^V(1/2) - \frac{2}{\sqrt{15}} T^V(3/2) \\
 &= + \sqrt{3} T^S(1) - \sqrt{\frac{3}{2}} T^V(1) - \frac{1}{\sqrt{2}} T^V(2)
 \end{aligned} \tag{A2.9}$$

$$\begin{aligned}
 T(\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} T^S(1/2) - \frac{1}{3} T^V(1/2) - \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} T^V(3/2) \\
 &= + \sqrt{2} T^S(1) - \frac{2}{\sqrt{3}} T^V(2)
 \end{aligned} \tag{A2.10}$$

LITERATURVERZEICHNIS

1. P. Stichel und M. Scholz, Nuovo Cim. 34 (1964) 1381
2. F.A. Berends und R. Gastmans, Phys. Rev. D5 (1972) 204
3. C.F. Cho und J.J. Sakurai, Phys. Rev. D2 (1970) 517
4. J.A. Campbell, R.B. Clark und D. Horn, Phys. Rev. D2 (1970) 217
5. D.J. Broadhurst, N. Dombey und B.J. Read, Phys. Lett. 34B (1971) 95
6. M. Miah, Nuovo Cim. 2A (1971) 197
7. N.N. Bogoliubow und D.V. Shirkov, Introduction to the theory of quantized fields, Interscience Publishers, INC., New York 1959
8. B.J. Read, Nucl. Phys. B52 (1973) 565
9. D. Lüke und P. Söding, Springer Tracts in Modern Physics 59 (1971) 39
10. C. Benz et al., Phys. Lett. 52B (1974) 481; DESY 76/09
11. R.E. Cutcosky und F. Zachariasen, Phys. Rev. 103 (1956) 1108
12. C. Driver et al., Nucl. Phys. B32 (1971) 45
13. I. Damman et al., Nucl. Phys. B54 (1972) 355
14. P. Levi und W. Schmidt, On pole-term models for  $eN \rightarrow e\Delta\pi$ , Beitrag zum Internationalen Symposium für Lepton und Photon Wechselwirkung bei hohen Energien, Stanford 1975
15. R. Dolen, D. Horn und C. Schmid, Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 402; Phys. Rev. 166 (1968) 1768
16. H. Harari, Phys. Rev. Lett. 20 (1968) 1395; Ann. of Phys. 63 (1971) 432
17. P.G.O. Freund, Phys. Rev. Lett. 20 (1968) 235
18. M.P. Locher und W. Sandhas, Zeitschr. f. Phys. 195 (1966) 461
19. F. Gutbrod und G. Kramer, Nucl. Phys. B49 (1972) 461
20. A.M. Bartel, W. Majerotto und D. Schildknecht, Nuovo Cim. 12A (1972) 703
21. A.M. Bartel und K. Wittmann, Zeitschr. f. Phys. 269 (1974) 399
22. M. Hontebeyrie, J. Procureur und Ph. Salin, Nucl. Phys. B55 (1973) 83

23. A. Actor, J.G. Körner und J. Bender, Nuovo Cim. 29A (1974) 369
24. I.M. Barbour und W. Malone, Nucl. Phys. B82 (1974) 477
25. W. Manweiler und W. Schmidt, Phys. Rev. D3 (1971) 2752  
W. Schmidt, DESY 71/22
26. R.C.E. Devensih und D.H. Lyth, Nucl. Phys. B59 (1973) 256
27. A. Babaev et al., CERN preprint (August 1975), wird in Nucl. Phys.  
veröffentlicht
28. B. Sakita und K.C. Wali, Phys. Rev. Lett. 14 (1965) 404;  
Phys. Rev. 139B (1965) 1355
29. A. Salam, R. Delbourgo und J. Strathdee, Proc. Royal Society A284  
(1965) 146
30. P.D.B. Collins und E.J. Squires, Springer-Tracts in Modern Physics 45 (1968)
31. G. Cohen-Tannoudji, A. Morel und H. Navelet, Ann. of Phys. 46 (1968)  
239
32. J.P. Ader, M. Capdeville und H. Navelet, Nuovo Cim. 56A (1968) 315
33. G. Höhler, J. Baacke, H. Schlaile und P. Sonderegger, Phys. Lett. 20  
(1966) 79
34. J.D. Bjorken und S.D. Drell, Relativistische Quantenmechanik,  
BI-Mannheim 1967
35. G. Höhler, E. Pietarinen, I.S. Stefanescu, F. Barkowski, G. Simon,  
V.H. Walther, R.D. Wendling, TKP 76/1, Universität Karlsruhe, wird veröffent-  
licht
36. M. Gourdin und Ph. Salin, Nuovo Cim. 27 (1963) 191 und 309;  
Ph. Salin, daselbst 32 (1964) 521
37. H.D. Kiehlmann und W. Schmidt, Nucl. Phys. B94 (1975) 67
38. M. Gourdin und J. Micheli, Nuovo Cim. 40A (1965) 225
39. L.I. Schiff, Quantum Mechanics, McGraw-Hill Book Company, New York  
1968
40. W.M. Kloet und S. Ragusa, Nucl. Phys. B19 (1970) 645
41. L. Durand, P. De Celles und R. Marr, Phys. Rev. 126 (1962) 1882

42. A.J. Dufner und Y.S. Tsai, Phys. Rev. 168 (1968) 1801
43. G.F. Chew, M.L. Goldberger, F.E. Low und Y. Nambu, Phys. Rev. 106 (1957) 1345
44. J.C. Alder et al., Nucl. Phys. B46 (1972) 573
45. M. Köbberling et al., Nucl. Phys. B82 (1974) 201
46. A.B. Clegg, Elektroproduction in the resonance region, Proc. of the 6<sup>th</sup> Conf. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Bonn 1973
47. R.C.E. Devensih und D.H. Lyth, Nucl. Phys. B93 (1975) 109
48. H.F. Jones und M.D. Scadron, Ann. of Phys. 81 (1973) 4
49. J. Mathews, Phys. Rev. 137B (1965) 444
50. R.H. Dalitz und D.G. Sutherland, Phys. Rev. 146 (1966) 1180
51. R.L. Walker, Phys. Rev. 182 (1969) 1729
52. J. Gayler, Lecture presented at the VIII All Soviet Union High Energy Physics School, Erevan, April (1975)
53. N. Zagury, Phys. Rev. 145 (1966) 1112; Nuovo Cim. 52A (1967) 506
54. F. Gutbrod und W. Simon, Nuovo Cim. 51A (1967) 602
55. R.C.E. Devenish, T.S. Eisenschitz und J.G. Körner, DESY 75/48
56. G. Höhler, H.P. Jacob und R. Strauss, Nucl. Phys. B39 (1972) 237
57. P. Benz und P. Söding, Phys. Lett. B52 (1974) 367
58. D.H. Schiller und I. Raszillier, Zeitschr. f. Phys. 222 (1969) 425
59. A. Pais, Rev. of Mod. Phys. 38 (1968) 215
60. D.G. Sutherland, Nuovo Cim. 48 (1967) 188
61. H.F. Jones und M.D. Scadron, Nuovo Cim. 48 (1967) 545
62. R.C. Brunnet und R.W. Childers, Nuovo Cim. 48A (1967) 890
63. L.V. Laperashvili und V. Shoiket, Sov. J. Nucl. Phys. 6 (1968) 772
64. S. Fukui et al., Nucl. Phys. B81 (1974) 378
65. ABBHBM-Kollaboration, Phys. Rev. 175 (1968) 1669

66. J.V. Allaby et al., Phys. Rev. 142 (1966) 887
67. J. Ballam et al., Phys. Rev. Lett. 22 (1969) 545
68. A.M. Boyarski et al., Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 695
69. F. Storim, DESY F1-73/1, unveröffentlicht  
P. Söding, in Sierra Nevada 1975, Proceedings, Winter meeting on fundamental Physics, Madrid 1975
70. D.J. Quinn et al., Contribution Nr. 91 to the 6<sup>th</sup> Conf. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Bonn 1973; siehe auch R. Talman, Proceedings derselben Konferenz
71. P. Stichel, Zeitschr. f. Physik 180 (1964) 170
72. J.P. Ader, M. Capdeville, G. Cohen-Tannoudji und Ph. Salin, Nuovo Cim. 56A (1968) 952
73. C. Driver et al., Nucl. Phys. B30 (1971) 245
74. M. Jacob und G.C. Wick, Ann. of Phys. 7 (1959) 404
75. H. Navelet und E. Pittet, Nuovo Cim. 7A (1972) 185
76. M.E. Rose, Elementary Theory of Angular Momentum, Wiley, New York 1975
77. S. Ragusa, Nuovo Cim. 53A (1968) 885

VERZEICHNIS DER ABBILDUNGEN

Das elektrische Born-Term Modell wird im Sinne der Definition von Ref. |2| gebraucht. Die Wahl der Kopplungsparameter  $G_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ;  $\gamma\Delta\Delta$ -Vertex) und  $g_1, g_2$  ( $\pi\Delta\Delta$ -Vertex), wie sie durch die Gleichungen (3.10) und (3.11) gegeben sind, wird in allen Abbildungen durch den Zusatz (U(6,6)) angezeigt.

Abb. 1 Feynman-Graphen des

- a. elektrischen Born-Term Modells
- b. dispersionstheoretischen Polterm Modells.

Abb. 2  $K^2$ -Abhängigkeit des magnetischen Übergangsformfaktors  $G_M^*(k^2)$  des  $\gamma N\Delta$ -Vertex (Ref. |48|).

Abb. 3 Winkelverteilung für die Photoerzeugung geladener Pionen.

- a.  $\Theta_\pi^*$ -Abhängigkeit für  $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$  ( $E_\gamma = 0.744$  GeV), wobei  $\Theta_\pi^*$  der Polarwinkel des  $\pi$ -Mesons im Schwerpunktsystem ist. Die experimentellen Daten sind aus den Referenzen |64|  $\Phi$ , |65|  $\Phi$ , |66|  $\Phi$  entnommen.
- b.  $t$ -Abhängigkeit für  $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$  ( $E_\gamma = 2.8$  GeV). Experimentelle Daten aus Ref. |67|.
- c.  $t$ -Abhängigkeit für  $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$  ( $E_\gamma = 4.7$  GeV). Experimentelle Daten aus Ref. |67|.
- d.  $t$ -Abhängigkeit für  $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$  und  $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$  ( $E_\gamma = 16$  GeV). Experimentelle Daten aus Ref. |68|.
- e.  $t$ -Abhängigkeit für  $\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^-$  und  $\gamma n \rightarrow \pi^- \Delta^+$  ( $E_\gamma = 16$  GeV). Experimentelle Daten aus Ref. |68|.

Abb. 4 Winkelverteilung für die Photoerzeugung ungeladener Pionen.

- a.  $t$ -Abhängigkeit für  $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$  ( $\sqrt{s} = 1.9$  GeV). Experimentelle Daten aus der unveröffentlichten Ref. |69|.
- b.  $t$ -Abhängigkeit für  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \Delta^+$  und  $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$  ( $E_\gamma = 16$  GeV).

Abb. 5 Asymmetrien  $\Sigma = (\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}) / (\sigma_{\perp} + \sigma_{\parallel})$  (s. A1.12) polarisierter Photonen. Die vorläufigen experimentellen Daten stammen aus Ref. |70|.

- a.  $\sqrt{-t}$ -Abhängigkeit für  $\gamma p \rightarrow \pi^{-} \Delta^{++}$  ( $E_{\gamma} = 6$  GeV)
- b.  $t$ -Abhängigkeit für  $\gamma p \rightarrow \pi^{-} \Delta^{++}$  ( $E_{\gamma} = 16$  GeV)
- c.  $\sqrt{-t}$ -Abhängigkeit für  $\gamma p \rightarrow \pi^{+} \Delta^0$  ( $E_{\gamma} = 16$  GeV)
- d.  $t$ -Abhängigkeit von  $\sigma_{\parallel}$  und  $\sigma_{\perp}$  für  $\gamma p \rightarrow \pi^{-} \Delta^{++}$  ( $E_{\gamma} = 16$  GeV).

Abb. 6 Vergleich der Resultate, die erzielt werden, falls bei der Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes folgende Annahmen zugrunde gelegt werden:

- (1) Polterm Modell unter Berücksichtigung aller Graphen der Abb. 1b
- (2) Polterm Modell unter Vernachlässigung der Graphen b und c in Abb. 1b
- (3) elektrisches Born-Term Modell.

Experimentelle Daten aus Ref. |68|.

Abb. 7 Einfluß der Variationen verschiedener Kopplungskonstanten. Die experimentellen Daten sind der Ref. |68| entnommen.

- a. Änderungen von  $C_3$  und  $C_4$  ( $\gamma N \Delta$ -Vertex). (1) Ref. |42|, (2) Ref. |28|, (3) Ref. |36|, (4) entspricht dem Fall  $C_3 = C_4 = 0$ .
- b. Änderungen von  $G_2, G_3, G_4$  ( $\gamma \Delta \Delta$ -Vertex). (1) Gl. (3.9). In (2) und (4) wird  $G_i$  ( $i=2, \dots, 4$ ) um jeweils 20% bzw. 50% bezüglich Gl. (3.10) verkleinert; in (3) und (5) um die gleichen Prozente vergrößert. (6) gilt, falls der  $\gamma \Delta \Delta$ -Vertex vernachlässigt wird.
- c. Änderung von  $g_1, g_2$  ( $\pi \Delta \Delta$ -Vertex). (1) Ref. |28|, (2) Ref. |40|, (3) Ref. |60| ( $g_1 = 41$ ), (4) Ref. |61|, (5) Ref. |62|, (6) Ref. |24|. (7) entspricht dem Fall  $g_1 = g_2 = 0$ . Falls in den Referenzen für  $g_2$  kein Wert angegeben wird, wurde  $g_2$  nach Ref. |28| bestimmt.

Abb. 8 Gemeinsame Variation der  $\gamma\Delta\Delta$ - und  $\pi\Delta\Delta$ -Kopplungskonstanten.  
— Der  $\gamma\Delta\Delta$ - und  $\pi\Delta\Delta$ -Vertex wurden nach Ref. |28| berechnet.  
- - Die Werte für  $G_{2,3,4}$  ( $\gamma\Delta\Delta$ ) wurden um 20% bezüglich Gl. (3.10) verringert;  $\pi\Delta\Delta$ -Vertex, Ref. |40|.  
Die experimentellen Daten in den Abbildungen 8a-c wurden denselben Referenzen wie in den Abbildungen 3a,d,e entnommen.

Abb. 9  $K^2$ -Abhängigkeit von  $\sigma_{u,L,I,T}$  für die  $\pi^+\Delta^0$ -Elektroerzeugung.  
 $s = 5.5 \text{ GeV}^2$ ,  $t-t_{\min} = -0.05 \text{ GeV}^2/c^2$ ,  $\epsilon = 0.72$ . Experimentelle Daten aus Ref. |12|.

Abb. 10  $(t-t_{\min})$ -Abhängigkeit von  $\sigma_{u,L,I,T}$  für die  $\pi^+\Delta^0$ -Elektroerzeugung.  
Experimentelle Daten aus Ref. |12|.

- a.  $s = 4.84$ ,  $K^2 = -0.3 \text{ GeV}^2/c^2$ ,  $\epsilon = 0.72$
- b.  $s = 5.5$ ,  $K^2 = -0.5 \text{ GeV}^2/c^2$ ,  $\epsilon = 0.72$
- c.  $s = 5.5$ ,  $K^2 = -0.675 \text{ GeV}^2/c^2$ ,  $\epsilon = 0.76$ ; ( $s$  in  $\text{GeV}^2$ ).

Abb. 11  $\sqrt{s}$ -Abhängigkeit von  $\sigma_{u,L,I,T}$  für die  $\pi^+\Delta^0$ -Elektroerzeugung bei  $t-t_{\min} = -0.05 \text{ GeV}^2/c^2$  und für drei verschiedene  $k^2$ -Werte. Experimentelle Daten aus Ref. |12|.

Abb. 12 Kinematische Notation im Labor- (a) und Schwerpunktsystem (b).

Elektrisches Born-Term Modell

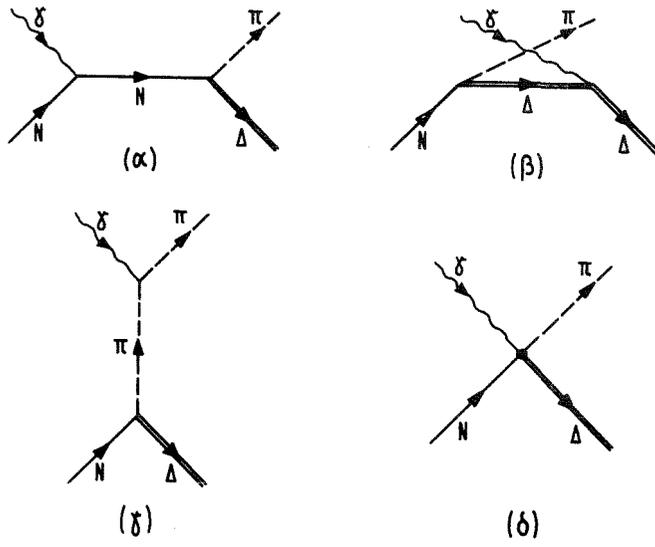


Fig. 1a

Polterm Modell

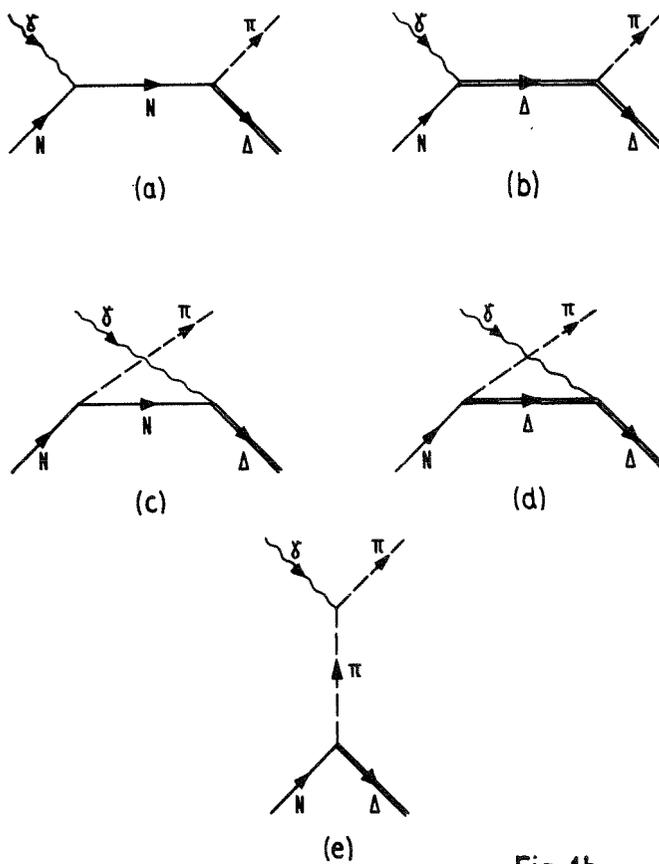


Fig. 1b

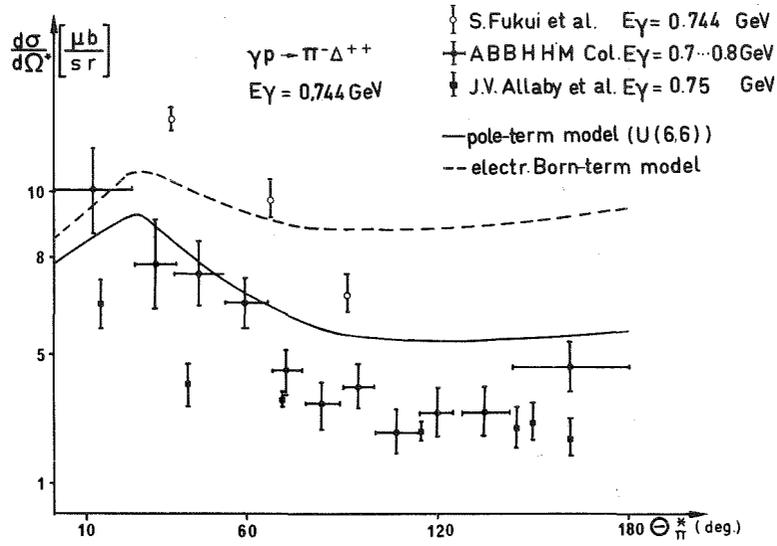


Fig. 3a

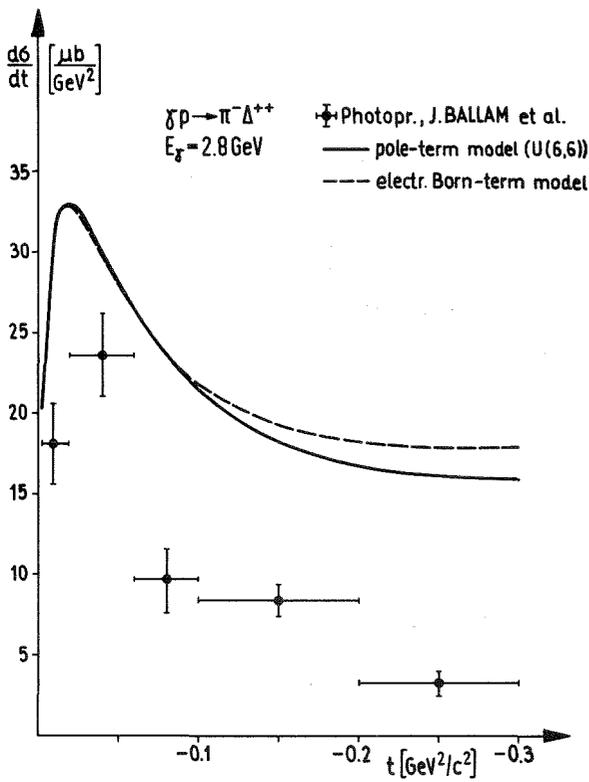


Fig. 3b

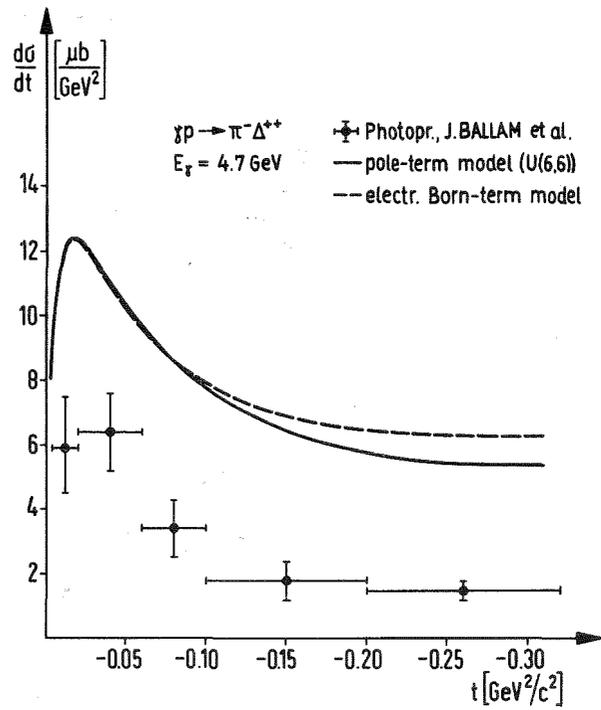


Fig. 3c

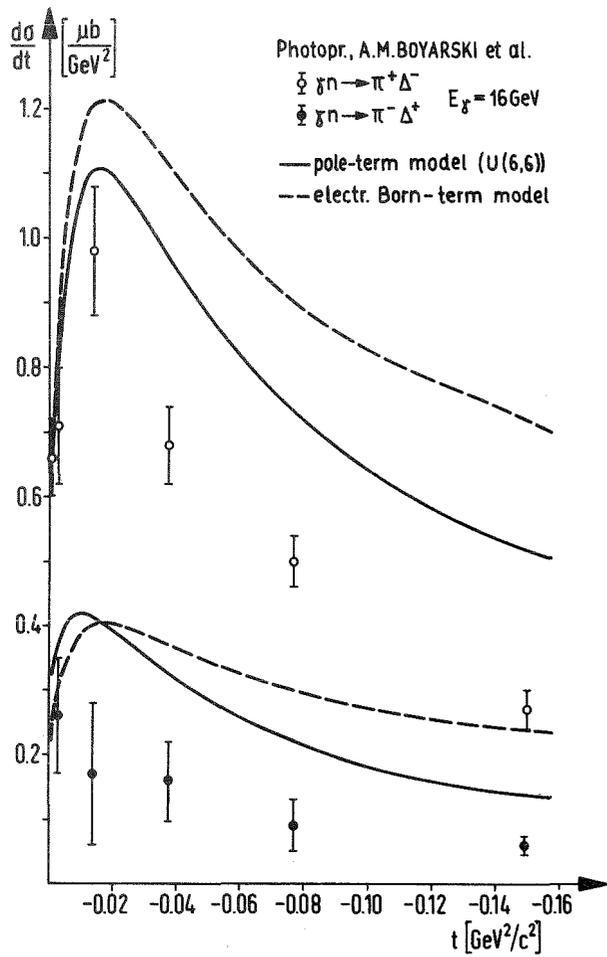


Fig. 3e

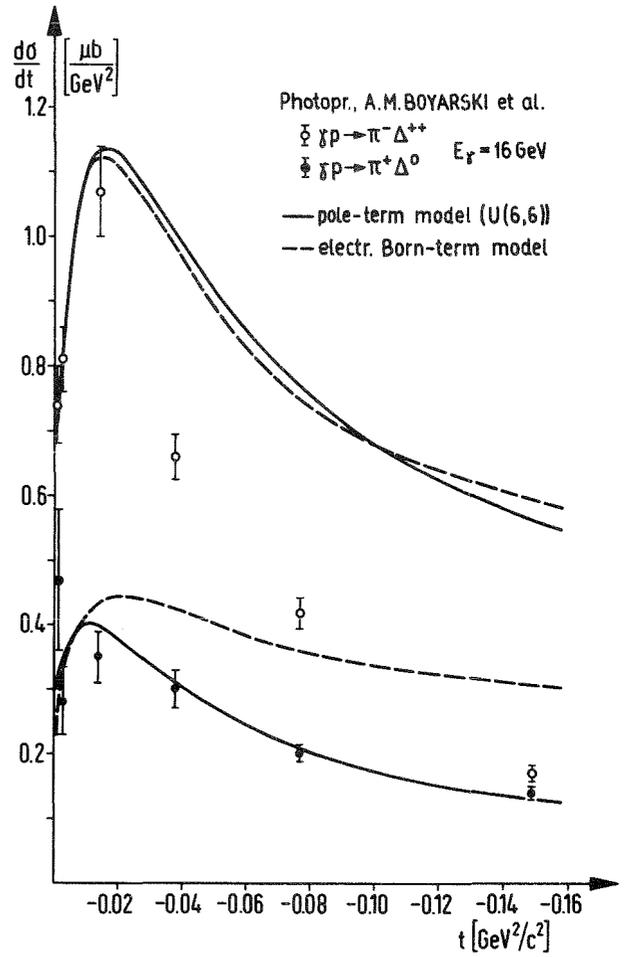


Fig. 3d

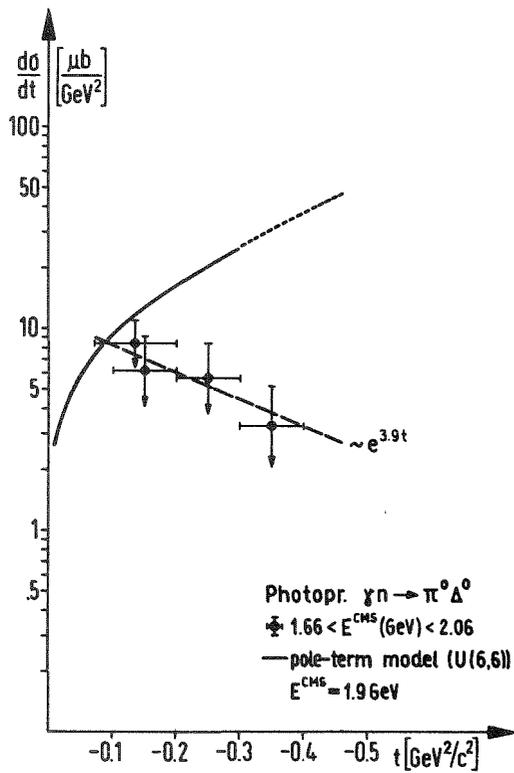


Fig. 4a

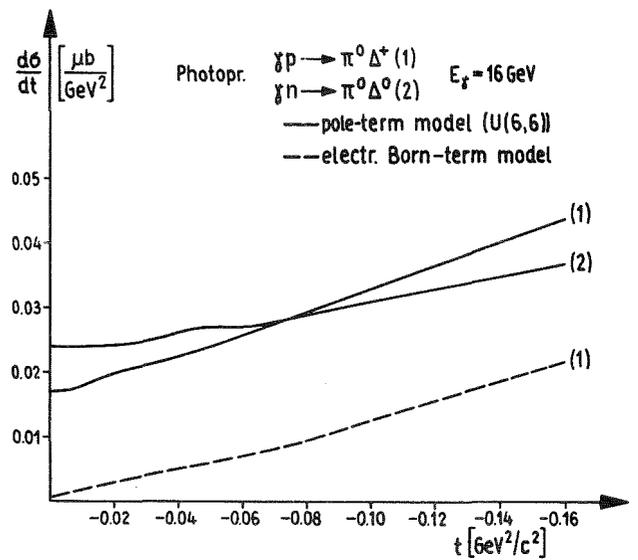


Fig. 4b

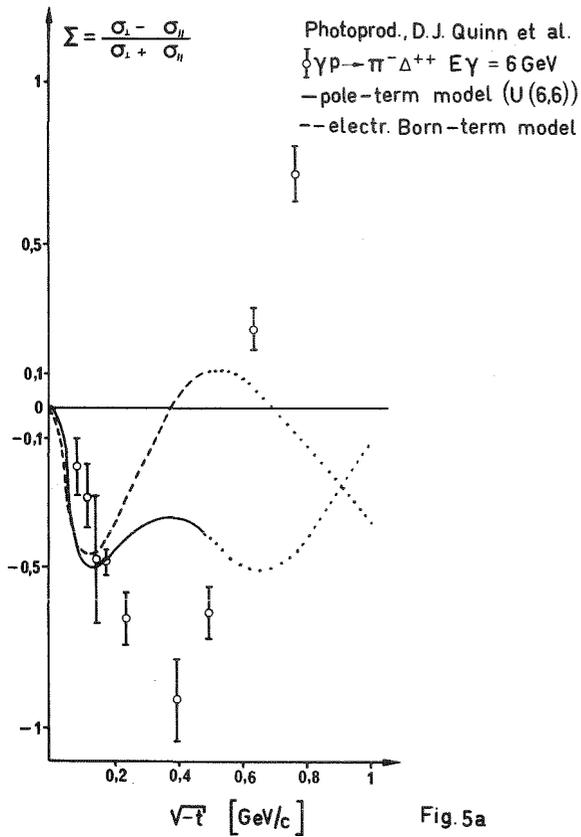


Fig. 5a

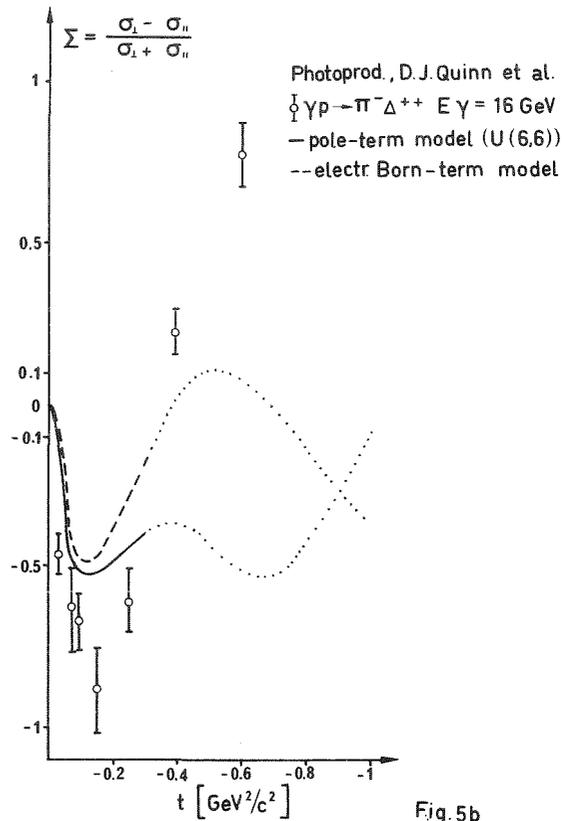


Fig. 5b

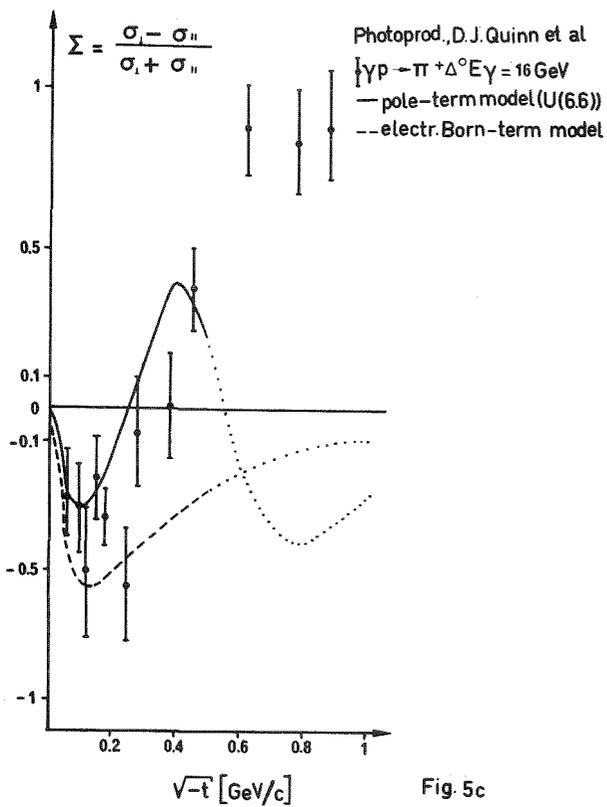


Fig. 5c

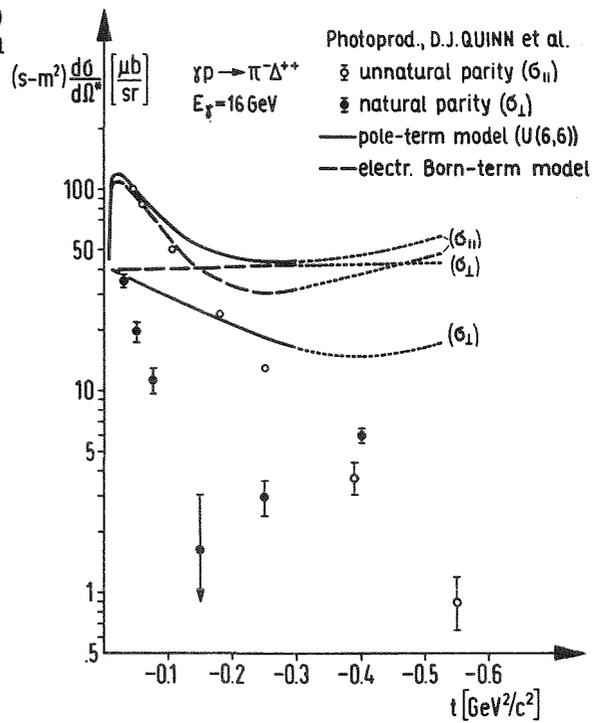


Fig. 5d

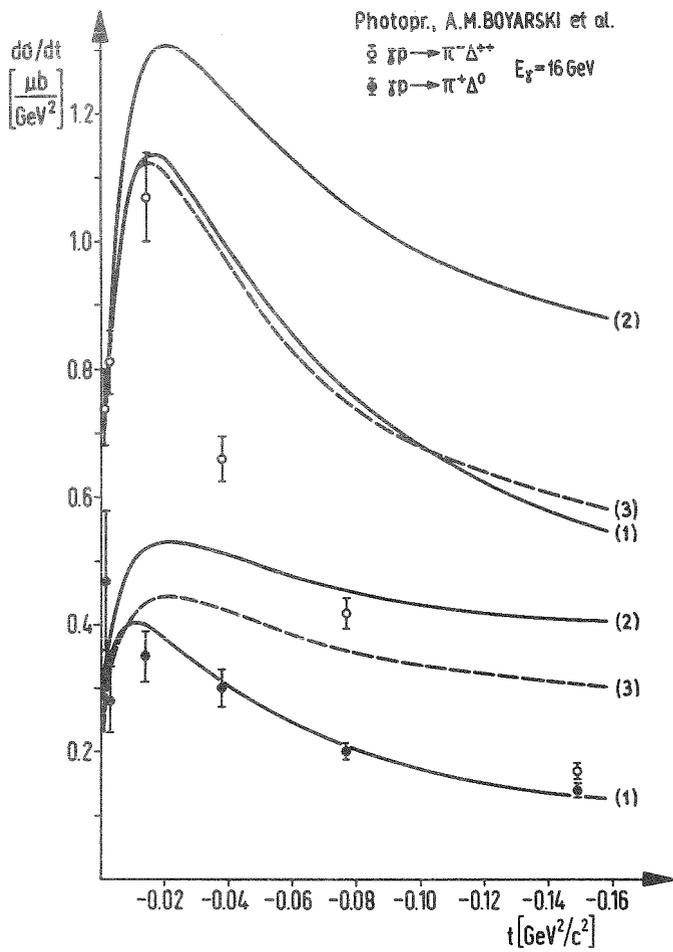


Fig. 6

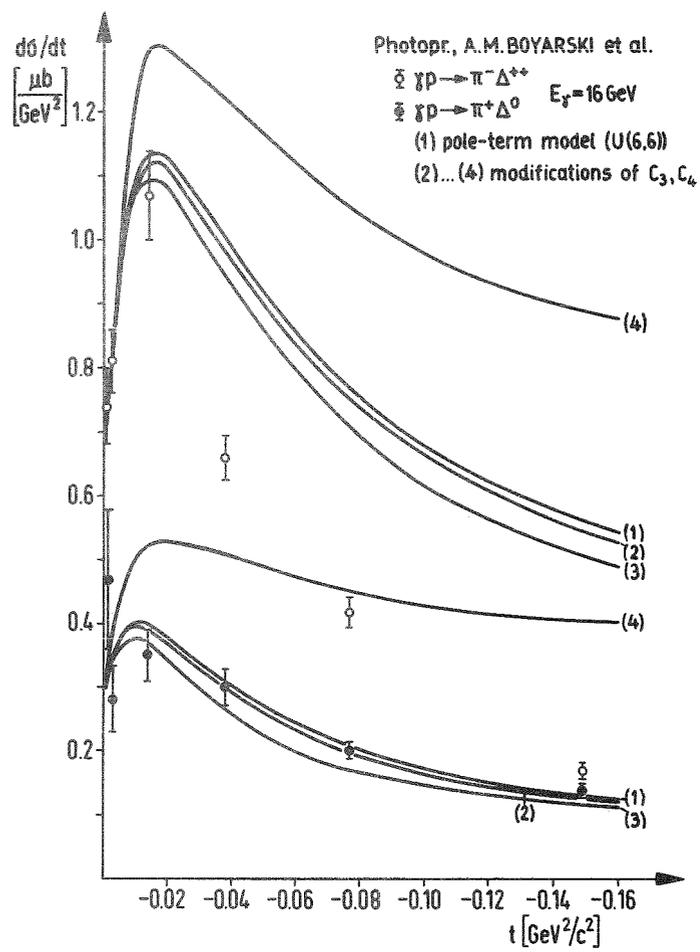


Fig. 7a

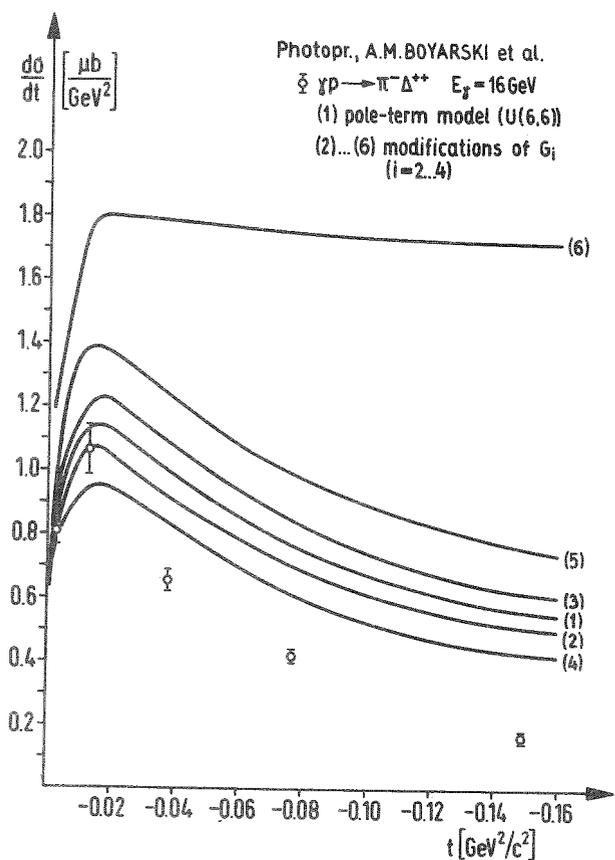


Fig. 7b

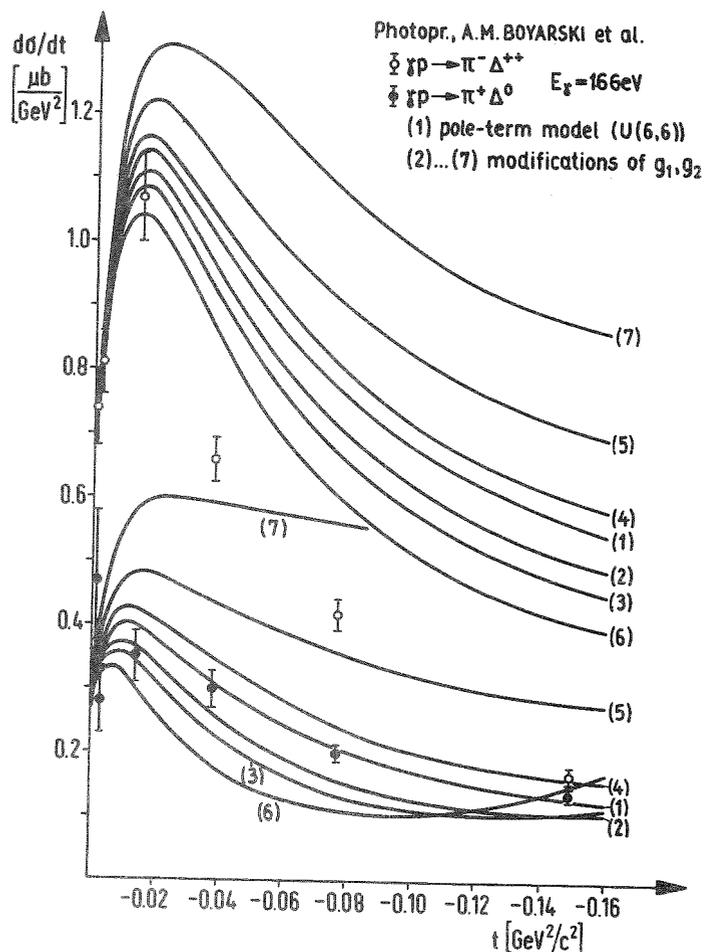
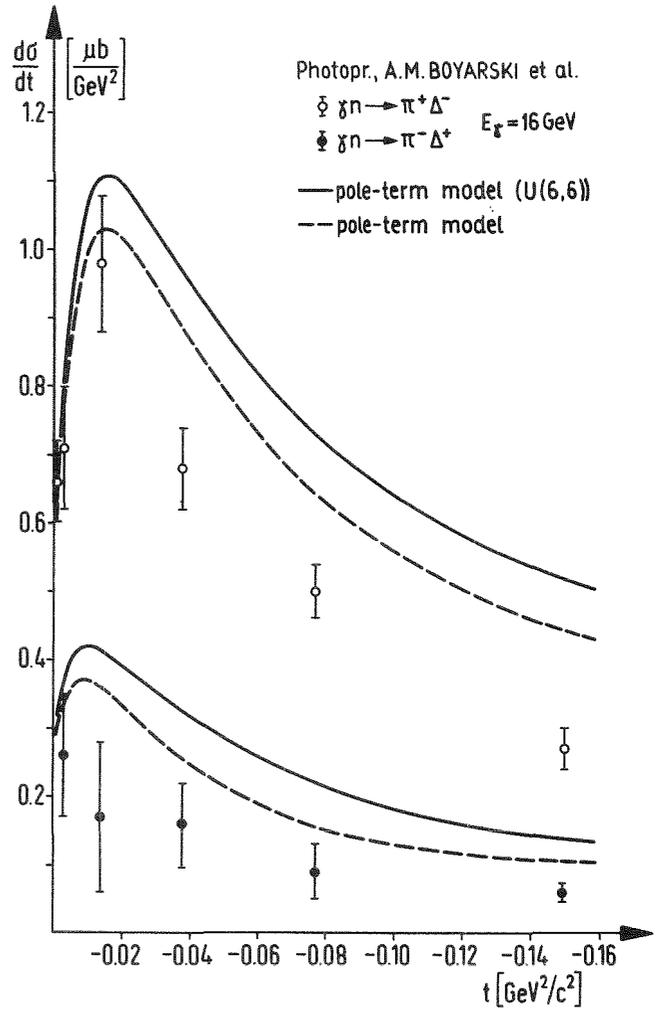
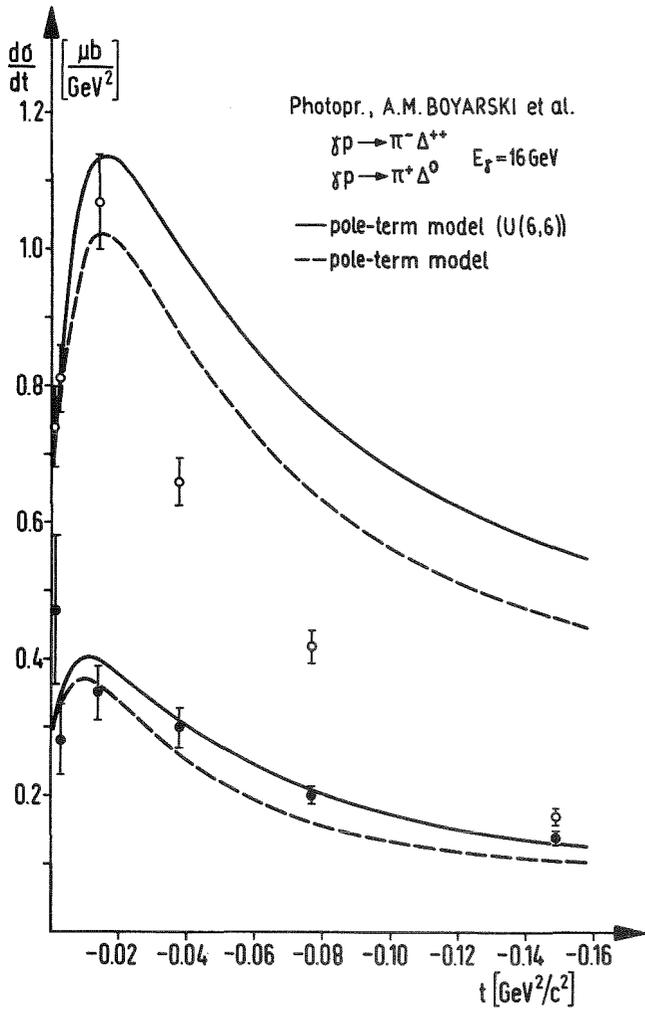
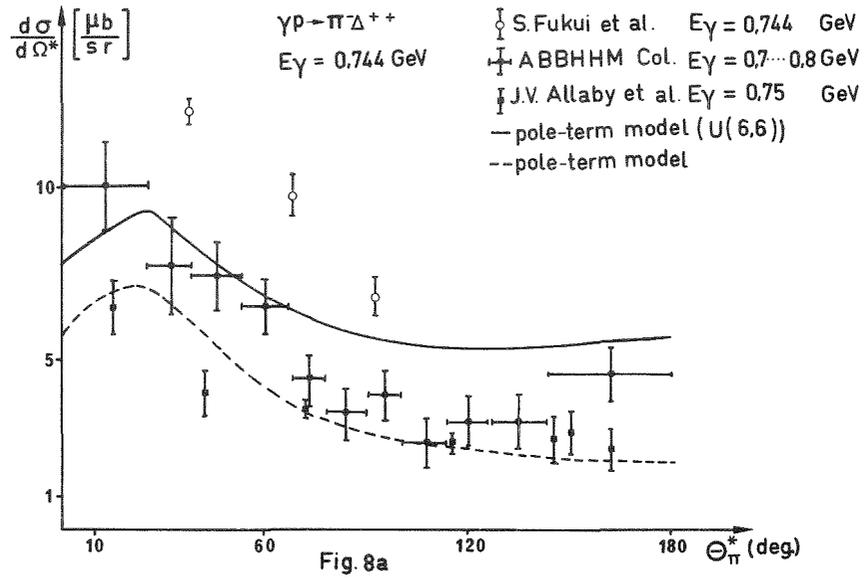


Fig. 7c



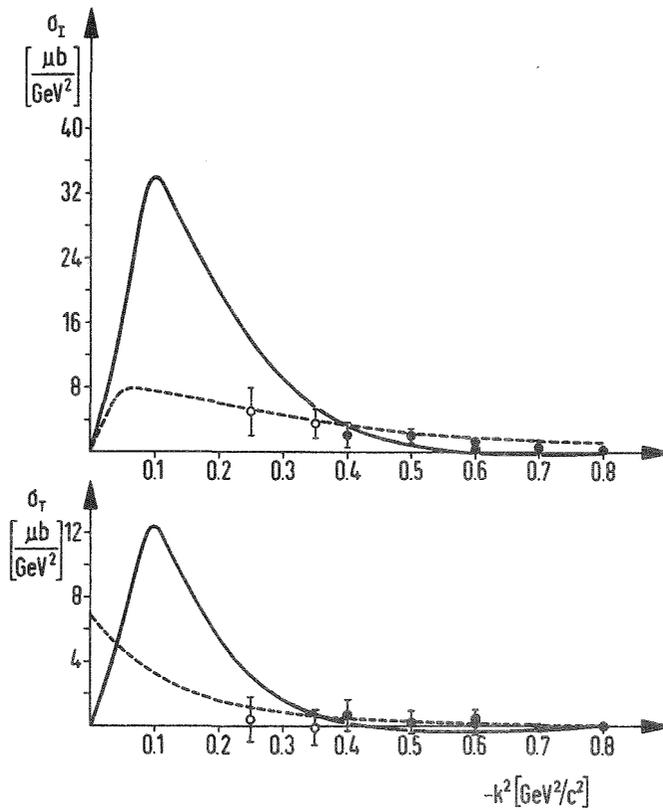
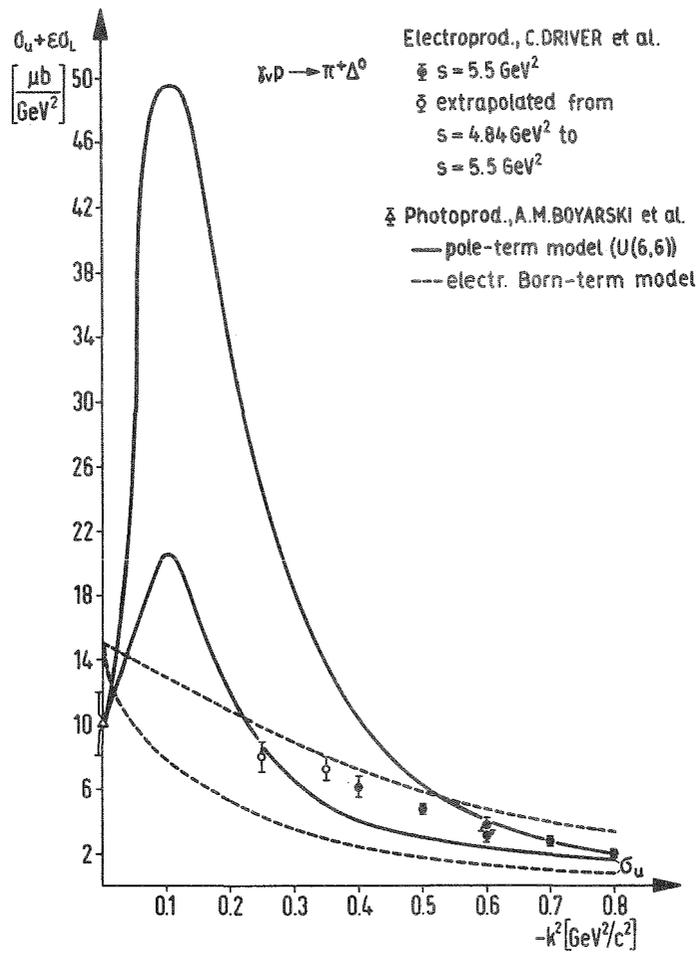


Fig. 9

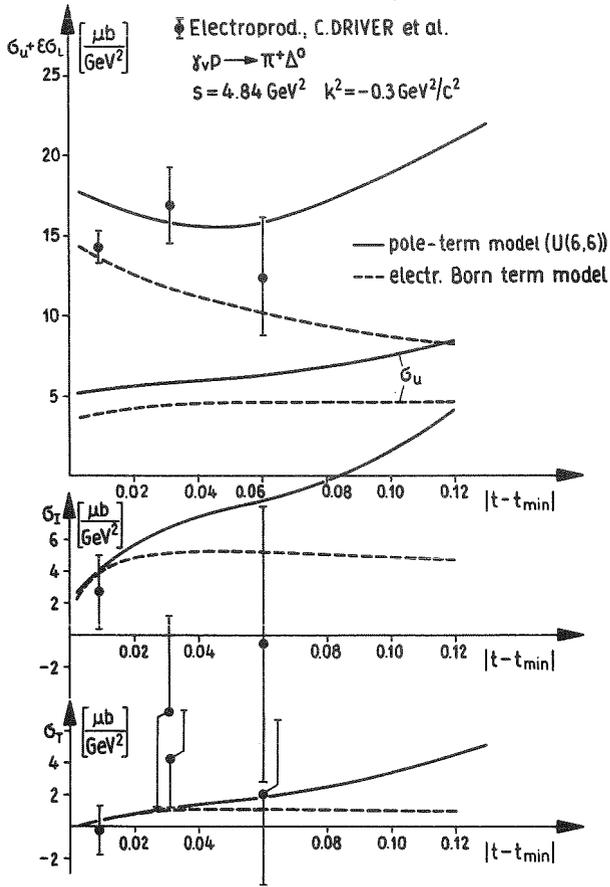


Fig. 10a

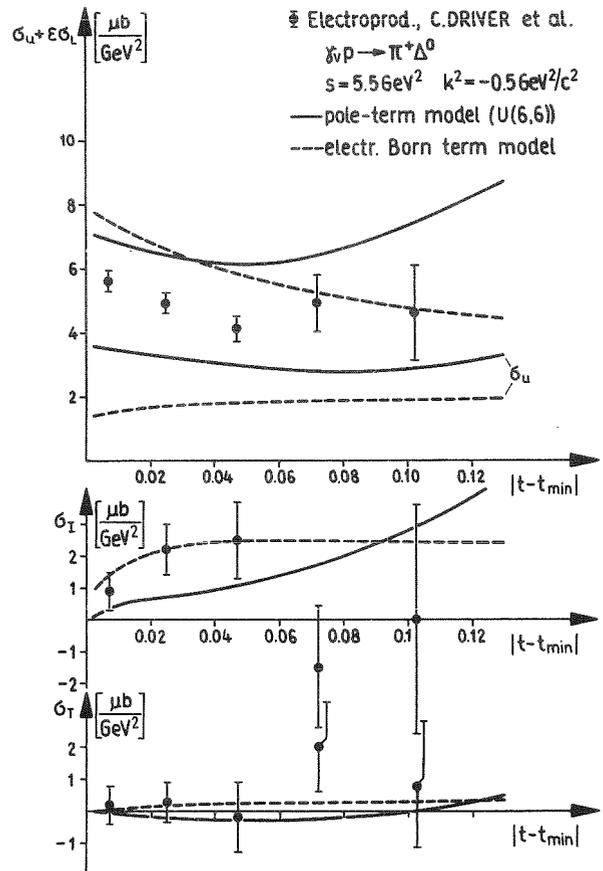


Fig. 10b

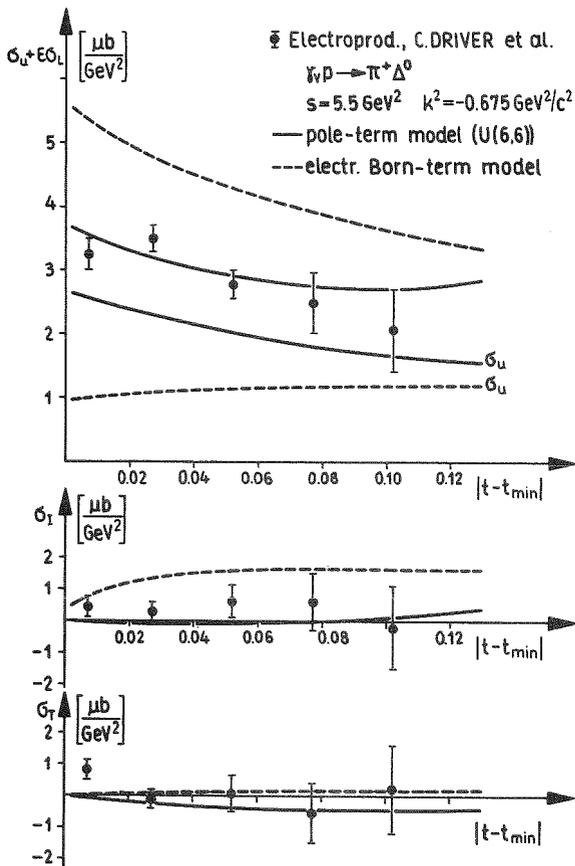


Fig. 10c

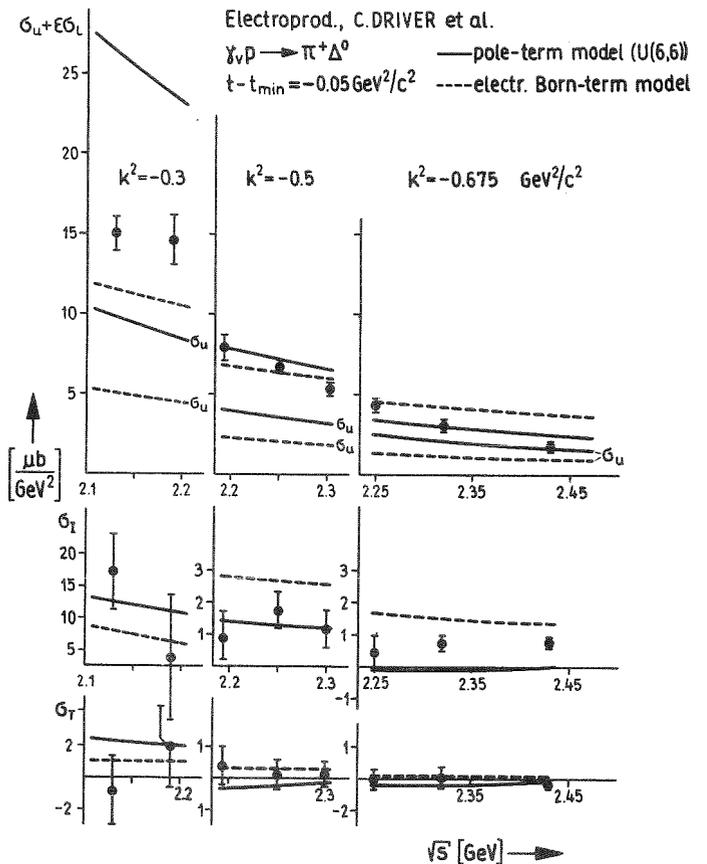


Fig. 11