

KERNFORSCHUNGSZENTRUM

KARLSRUHE

April 1977

KFK 2448

Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Schneller Brüter

**Laser-Doppler-Messungen von
Energiedichtespektren in turbulenter
Kanalströmung**

G. Lörcher



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 2448

Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Schneller Brüter

Laser-Doppler-Messungen von Energiedichtespektren
in turbulenter Kanalströmung^{*}

von

G. Lörcher

Gesellschaft für Kernforschung mbH, Karlsruhe

^{*}Als Dissertation genehmigt von der Fakultät
für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit werden die Ergebnisse von Messungen in einer turbulenten Kanalströmung erläutert. Als Meßmethode wird die Laser-Doppler-Anemometrie verwendet; das Fluid ist Wasser.

Gemessen wird sowohl die Hauptströmungskomponente der Geschwindigkeit, als auch eine Komponente senkrecht dazu. Parameter sind die Reynoldszahl und der Wandabstand.

Ausgewertet werden insbesondere die Energiedichtespektren der Geschwindigkeitsschwankungen. Diese Spektren werden in der vorliegenden Arbeit im Detail betrachtet. Die Spektren werden dazu in drei Bereiche unterteilt.

Der Bereich niedriger Frequenzen bzw. Wellenzahlen wird mit einer Näherungsgleichung dargestellt und der darin enthaltene Parameter berechnet. Der in diesem Bereich vorhandene -1 -Verlauf wird ebenfalls ausgewertet.

Im Bereich mittlerer Wellenzahlen wird der theoretisch vorhergesagte Verlauf durch die Messungen bestätigt und es werden die beiden Grenzwerte dieses Bereiches als Funktion der Reynoldszahl dargestellt.

Im Bereich hoher Wellenzahlen kommt es zu einer starken Überlagerung des Nutzsignals durch Störungen, die sich größtenteils auf inhärente Eigenschaften der verwendeten Meßmethode zurückführen lassen. Auf die Ursachen und mögliche Maßnahmen zur Behebung dieses Mangels wird eingegangen.

Des Weiteren werden die Energieverhältnisse in den Spektren und die Frage der Existenz von Isotropie behandelt.

Die Ergebnisse liefern Energiedichtespektren in turbulenten Strömungen in Reynoldszahlbereichen, wo die üblichen "universellen" Beziehungen nicht mehr angenommen werden dürfen.

Die Auswertungen können zur Unterstützung von Rechenmodellen, die die turbulente Strömung numerisch simulieren, herangezogen werden. Diese Modelle setzen die Kenntnis der Energiedichtespektren voraus.

ABSTRACT

Laser-Doppler-Measurements of Power-Density-Spectra in a Turbulent Channel Flow

In this paper the results of measurements in a turbulent channel flow are presented. A Laser-Doppler-Anemometer is used. The fluid is water.

The velocity component in the direction of the main flow and one component perpendicular to it are recorded. Both the Reynolds-number and the distance to the wall are varied.

Particularly, the power-density-spectra of the velocity fluctuations are evaluated. These spectra are investigated in details distinguishing three different wavenumber ranges.

The range of lower wavenumbers, respectively frequencies are presented by an approximation equation and an empirical length-scale appearing in that equation is determined. A subrange having an -1 -exponent is also investigated.

The theoretically predicted shape of the spectrum in the intermediate wavenumber range is verified by the measurements. The two wavenumbers representing the lower respectively the upper limit of that range are determined as a function of Reynolds-number.

In the upper range, the spectra are contaminated by a significant amount of noise which is shown to be a consequence of the measurement-method itself. The reasons and possible method to eliminate the noise are discussed.

The spectral variation of the energy ratio for the different velocity directions and the existence of isotropy were considered.

The results are spectra in a Reynolds-number range where the validity of the common "universal" relations cannot be generally assumed. The deductions can be used to support models which are employed numerical simulations of turbulent flows and which require the knowledge of power-density-spectra.

INHALTSVERZEICHNIS

	<u>Seiten</u>
1. Einleitung	1
2. Meßmethode	8
3. Meßaufbau	11
3.1 Wasserkreislauf	11
3.2 Optischer Teil	14
3.3 Elektronischer Teil	16
3.4 Datenerfassung	17
4. Auswertemethoden	19
4.1 Geschwindigkeitswerte	19
4.2 Spektrale Auswertung der Geschwindigkeits- funktionen	20
4.2.1 Theoretische Grundlagen	20
4.2.1.1 Dreidimensionales Spektrum	20
4.2.1.2 Eindimensionales Spektrum	22
4.2.1.3 Spektrum im $-5/3$ Bereich	24
4.2.1.4 Spektrum im Bereich kleiner Wellenzahlen	25
4.2.1.5 Spektrum im Bereich großer Wellenzahlen	29
4.2.2 Praktische Berechnung der Spektren	32
5. Meßergebnisse	33
5.1 Geschwindigkeitsprofile und Schwankungsgrößen	33
5.2 E_{11} -Spektrum	39
5.2.1 Der $-5/3$ Bereich	40
5.2.2 Der Bereich kleiner Wellenzahlen	43
5.2.3 Der Bereich großer Wellenzahlen	56
5.2.4 Energieanteile im E_{11} -Spektrum	69
5.2.5 Erläuterungen zu den Darstellungen der Ergebnisse	71
5.3 E_{22} -Spektrum	81

5.3.1	Übersicht	81
5.3.2	Erläuterungen zu den Darstellungen der Ergebnisse	82
5.4	Vergleich der Spektren E_{11} und E_{22}	94
5.4.1	Gleichheit der Exponenten in beiden Spektren	94
5.4.2	Verhältnis E_{22}/E_{11}	97
5.4.3	Die Existenz von Isotropie	102
6.	Berechnung der Dissipation	103
7.	Schlußbemerkungen	104
8.	Literatur	108
9.	Formelzeichen	116
Anhang A	Beziehung zwischen Doppler-Frequenz und Geschwindigkeit	118
Anhang B	Messungen laminarer Strömungen im Rechteckkanal	121
Anhang C	Geometrischer Zusammenhang der Berechnung des Meßortes	124
Anhang D	Betrachtung des Brechungsindex in bezug auf die Herleitung des Frequenz-Geschwindigkeitsgesetzes	125
Anhang E	Test des Trackers	126
Anhang F	Herleitung der Multiplikationskonstanten $c_3(B)$	131
	Verzeichnis der Tabellen und Abbildungen	132

1. EINLEITUNG

In neuerer Zeit wurden numerische Modelle entwickelt [9, 43, 44], die inkompressible Strömungen über ein Differenzenverfahren simulieren. Diese Differenzenverfahren sind in der Lage, die Navier-Stokes-Gleichungen über der Zeit und räumlich dreidimensional zu integrieren.

Die dabei verwendeten Maschennetze erlauben wegen des begrenzten Speicherplatzes im Rechner nur eine begrenzte Auflösung, die nicht zur Darstellung aller wesentlicher Strömungsdetails ausreicht. Deshalb wird durch die Maschennetze nur die Strömung oberhalb einer bestimmten Turbulenzballengröße (Grobstruktur) dargestellt. Die kleineren Turbulenzballen werden durch ein "Feinstruktur-Modell" simuliert. Dieses Modell basiert auf der Annahme von Lokalisotropie in der Feinstruktur und einem bestimmten Verlauf des Spektrums der Geschwindigkeitsschwankungen.

Die Kenntnis der Spektren ist deshalb ein notwendiger Bestandteil solcher Modelle. Eine genaue Kenntnis des Verlaufs der Spektren kann zu einer Verbesserung der Konstanten des Feinstrukturmodells benutzt werden, deren Berechnung auf der Annahme von lokaler Isotropie und der Existenz des sogenannten "Kolmogorov-Spektrums" beruhen [26].

Aufgrund älterer Experimente weiß man, daß diese Annahmen bei hohen Reynoldszahlen und weitab von den Kanalwänden gültig sind. Unbekannt sind jedoch die genauen Grenzen für die Gültigkeit dieser Annahmen. In den Bereichen, wo diese Annahmen schließlich nicht mehr gelten, fehlt es bisher an einfachen empirischen Beziehungen, die die Anwendung von Feinstruktur-Modellen ermöglichen würden.

Durch die vorliegende Arbeit sollen daher Spektren aus Messungen in einer Kanalströmung ermittelt werden, wobei der Wandabstand und die Reynoldszahl Parameter sind.

Von besonderem Interesse im Rahmen dieser Arbeit ist die Klärung folgender Fragen:

- Aufstellung einer näherungsweise gültigen Gleichung zur Beschreibung des Bereiches kleiner Wellenzahlen. Ist der in der Gleichung enthaltene empirische Parameter anhand der Meßergebnisse berechenbar?
- Gibt es einen Bereich mit einem -1 Exponenten, wie ist seine Lage und Größe und gibt es für diesen Bereich eine empirische Beschreibung, die unabhängig ist von Wandabstand und Reynoldszahl?
- Existiert im Spektrum ein Bereich mit einem $-5/3$ Exponenten? Wenn ja, ab welcher Reynoldszahl?
- Sind die Grenzwellenzahlen dieses Bereiches bestimmbar?
- Wie ist der Verlauf der Spektren bei hohen Wellenzahlen?
- Ist Isotropie vorhanden?
- Wie groß ist die in den numerischen Modellen berechenbare Grenzwellenzahl zwischen Grob- und Feinstruktur im Spektrum und wie ist das Verhältnis des Energieinhaltes in der Grobstruktur zu dem der Feinstruktur?

Die Beantwortung der Fragen wird in den Schlußbemerkungen zusammenfassend gegeben. Es wird sich zeigen, daß der überwiegende Teil der Fragen erfolgreich und mit guter Genauigkeit beantwortet werden kann.

Wie in der folgenden kurzen Literaturübersicht gezeigt werden soll, stellt die Beantwortung dieser Fragen eine Erweiterung der bisherigen Kenntnisse über Geschwindigkeitsspektren dar. Spektren der verschiedenen Geschwindigkeitskomponenten bei verschiedenen Reynoldszahlen und Geometrien sind bereits von anderen Experimentatoren bestimmt worden [4, 5, 6, 7, 19, 21, 24, 28, 30b, 50_7]. Dabei ist die Auswertung der Spektren allerdings meist nicht in detaillierter Form vorgenommen worden. Im folgenden werden die Ergebnisse der Experimentatoren

nur in bezug auf die Spektren betrachtet, die weiteren dargestellten Ergebnisse sollen hier nicht behandelt werden.

Eine kurze Übersicht, die nicht vollständig sein kann, über die experimentellen Ergebnisse ist in Tabelle 1 gegeben. Die Angabe der Reynoldszahl bezieht sich, soweit sie überhaupt angegeben werden kann, auf die Definition mit der volumetrisch gemittelten Geschwindigkeit, dem Durchmesser (bei Rohren) bzw. dem hydraulischen Durchmesser sowie der kinematischen Zähigkeit ν . Die Angaben in der letzten Spalte beziehen sich auf die in den Darstellungen feststellbaren Bereiche, wobei das Zeichen (+) andeuten soll, daß der jeweilige Autor keinerlei Angaben über diesen Bereich macht. In Abb. 1 sind die Meßorte und Reynoldszahlen der verschiedenen Experimente dargestellt. Dabei sind nur die Meßorte eingetragen, für die auch Ergebnisse für die Spektren vorliegen.

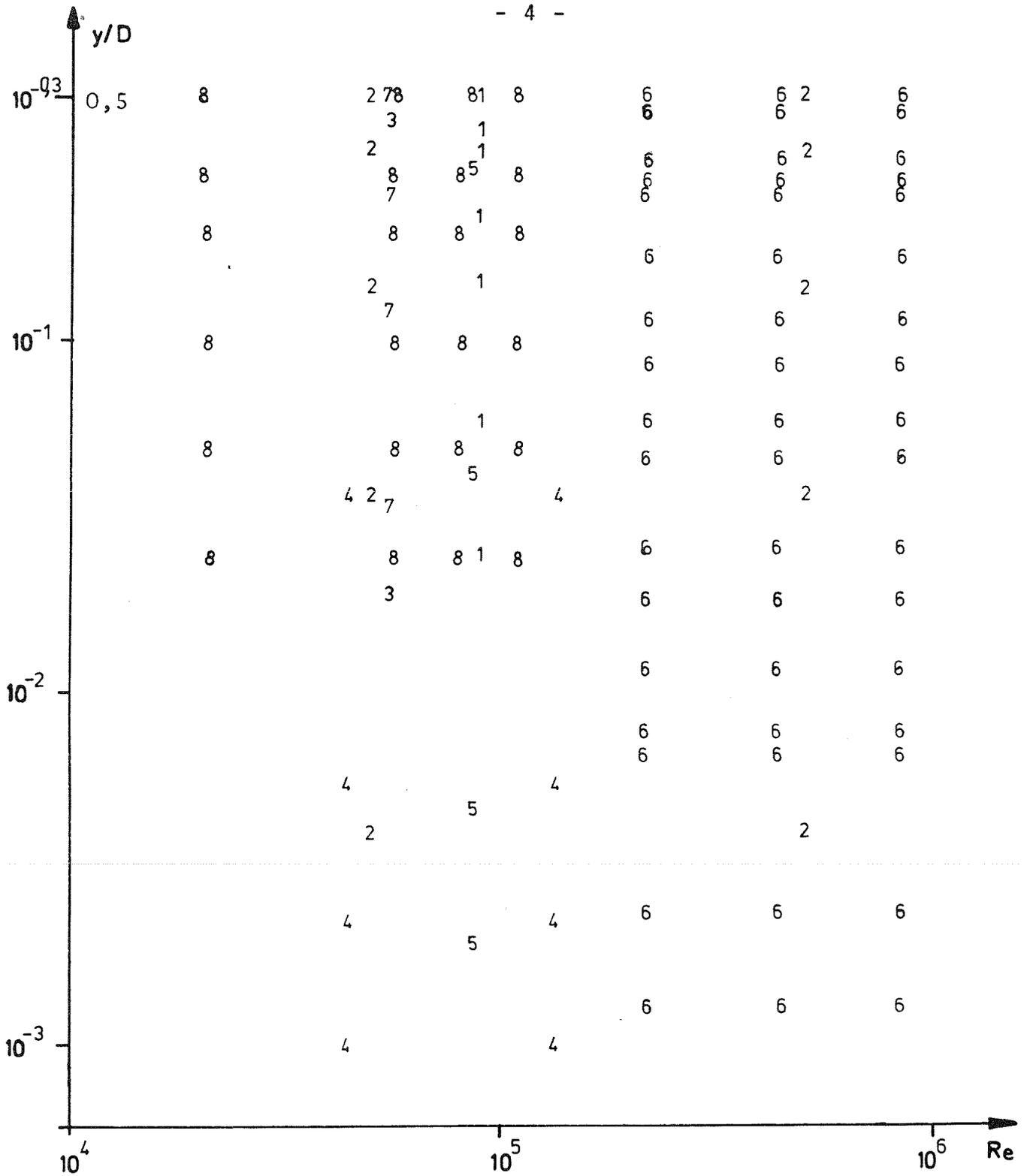
Tabelle 1

Übersicht über Messungen von Spektren

Literatur ⁽¹⁾	Re (x 10 ⁴)	Geometrie	Bereich	
			k ^{-5/3}	k ⁻¹
Lawn [30b_7]	9	Rohr	ja ⁽⁺⁾	wenig ⁽⁺⁾
Laufer [29_7]	5 u. 50	Rohr	ja ⁽⁺⁾	ja ⁽⁺⁾
Bremhorst [5_7]	5,45	Rohr	nein	ja
Clark [6_7]	4,43-13,3	Kanal	ja ⁽⁺⁾	nein
Hussain [24_7]	8,3	Kanal	wenig ⁽⁺⁾	wenig ⁽⁺⁾
Comte-Bellot [7_7]	21,2-85,6	Kanal	ja	nein
Hanjalić [19_7]	5,48	Kanal (rauh/glatt)	ja	ja
Wang Hua [50_7]	-	angestr. Platte	ja	ja
Helland [21_7]	-	Netz, Freistrah	ja	nein
Boston [4_7]	-	Atmosphäre	ja	nein

(+) Es werden vom Autor diese Bereiche nicht erwähnt.

(1) Wegen Platzmangels wird jeweils nur der erste Autor genannt.



- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1 Lawn | 5 Hussain u. Reynolds |
| 2 Laufer | 6 Comte-Bellot |
| 3 Bremhorst u. Bullock | 7 Hanjalić u. Launder |
| 4 Clark | 8 eigene Messungen |

Abb. 1 Meßorte und Reynoldszahl der verschiedenen Experimente

Zusätzlich sollen noch einige Bemerkungen zu den Ergebnissen angefügt werden. Hierbei wird die Kenntnis der in Kapitel 4.2.1 dargestellten Grundlagen vorausgesetzt. Angaben über Größe und Lage des $-5/3$ -Bereiches sind lediglich bei Comte-Bellot [7] in tabellarischer Form zu finden. Entsprechende Angaben bei $Re < 20 \cdot 10^4$ sind in der Literatur nicht vorhanden. Die von Comte-Bellot angegebenen Grenzwerte für diesen Bereich schwanken stark für die verschiedenen Wandabstände und Reynoldszahlen. Obwohl sie auch in den Spektren der Querkomponenten zur Hauptströmungsrichtung $-5/3$ -Bereiche festgestellt hat, äußert sie, daß diese Bereiche nicht ausreichend groß seien und deshalb praktisch nur in den Spektren der Hauptströmungsgeschwindigkeit $-5/3$ -Bereiche existieren. Ihren eigenen Angaben nach hat sie die Dissipation nach Meßergebnissen von Laufer [29] abgeschätzt.

Lawn [30b] macht keinerlei Angaben über die Größe des $-5/3$ -Bereiches. Lediglich bei der Berechnung der Dissipation gibt er an, daß der $-5/3$ -Bereich um die normierte Wellenzahl $k_1^+ = 15$ in Kanalmitte und $k_1^+ = 30$ in Wandnähe liegt.

Bremhorst und Bullock [5] haben bei einer Reynoldszahl ($Re = 5,45 \cdot 10^4$) gemessen, die einer Reynoldszahl entspricht, bei der auch in dieser Arbeit gemessen wurde. Ihre Ergebnisse zeigen jedoch nur einen -1 -Bereich. Sie machen keine Angaben über die Größe und Lage, und es ist praktisch nicht möglich, aus den Abbildungen solche Werte zu entnehmen.

Clark [6] hat aus den Spektren in seiner Veröffentlichung keine Daten in bezug auf bestimmte Bereiche entnommen. Er vergleicht mehr das Gesamtverhalten der Spektren in den verschiedenen Strömungsschichten, der viskosen Wandschicht ($y^+ < 12$), der Puffer-Schicht ($12 < y^+ < 70$) und der Zentralregion ($y^+ > 70$).

Hussain und Reynolds [24] stellen Spektren einer Reynoldszahl und verschiedener Wandabstände dar, um zu zeigen, daß

in ihrer experimentellen Anordnung keinerlei Einflüsse von Kanalvibrationen und Gebläse vorhanden sind.

Hanjalić und Launder [19] zeigen mit ihren Spektren, daß ein deutlicher -1-Bereich in der Nähe der Wand vorhanden ist, der mit der Entfernung von der Wand kleiner wird; umgekehrt wird ein -5/3-Bereich mit zunehmender Entfernung von der Wand deutlicher erkennbar. Auch hier wurden keine Aussagen über Größe und Lage der Bereiche gemacht.

Wang Hua und Nickerson stellen fest, daß der in Wandnähe vorhandene -1-Bereich mit zunehmender Entfernung von der Wand zum -5/3-Bereich wird, daß also die beiden Bereiche nicht gleichzeitig vorhanden sind.

Helland [21] wertet Messungen in einem Windkanal hinter einem Maschennetz und in einer Freistrahlsströmung aus. Er erfaßt den Verlauf der Spektren mit einer Gleichung nach von Kármán für kleine Wellenzahlen und bestimmt den darin auftretenden Parameter L (dies wird auch in dieser Arbeit durchgeführt, s. Kapitel 5.2.2). Die Werte sind jedoch wegen der andersartigen Geometrie nicht vergleichbar. In dieser Veröffentlichung wird festgestellt, daß selbst in einer von einem Maschennetz erzeugten homogenen Turbulenz die Isotropie-Annahme nicht bei beliebig kleinen Wellenzahlen gilt.

Boston und Burling [4] messen in der Atmosphäre und stellen einen deutlichen -5/3-Bereich fest. Ihre kleinsten Wellenzahlen reichen jedoch nicht unterhalb des -5/3-Bereiches, so daß keine Aussagen über den Verlauf bei kleinen Wellenzahlen möglich sind.

Die gesamten obengenannten Messungen sind mit Hitzdrahtsonden durchgeführt worden.

In neuerer Zeit werden auch Messungen mit der Laser-Dopplermethode von Spektren vorgestellt [15, 27b, 34]. Hierbei wurde gefunden, daß die Meßmethode für die Energiedichtespektren bei hohen Wellenzahlen nur ungenaue Ergebnisse

liefert. Es wurden Möglichkeiten der Korrektur diskutiert und Lösungsvorschläge gemacht. Es bedarf aber sicher noch weiterer umfangreicher Untersuchungen, um allgemeine Korrekturmöglichkeiten zu erstellen. In dieser Arbeit werden die Ursachen dieser Schwierigkeiten diskutiert und es wird eine - wenn auch grobe - Korrektur benutzt.

2. MESSMETHODE

Neben den üblichen Methoden für Strömungsmessungen mit Hitzdraht oder Heißfilm wurde in neuerer Zeit die sogenannte Laser-Doppler-Methode entwickelt. Sie erlaubt Messungen in strömenden Medien, ohne die Strömung selbst zu stören. Sollen die Strömungen innerhalb fester Wände und in der Strömung selbst gemessen werden, müssen die Wände und das Fluid lichtdurchlässig sein. Im Fluid müssen Teilchen vorhanden sein, die der Streuung der Lichtsignale dienen.

Diese Voraussetzungen sind bei einem Plexiglaskanal mit Wasser als Fluid gegeben, wobei oft die im normalen Trinkwasser enthaltenen Teilchen ausreichen. Messungen in anderen Medien, z.B. Luft, sind bezüglich der Zugabe von Streuteilchen oft problematisch und erfordern einen großen technischen Aufwand zur Herstellung und Injektion der Streuteilchen.

Die Meßmethode beruht auf dem Doppler-Effekt:

Bewegen sich ein Sender als Ausgangspunkt von Schallwellen oder elektromagnetischen Wellen und ein Empfänger relativ zueinander, so werden infolge der Relativbewegung die Wellen vom Empfänger mit einer anderen Frequenz als ihrer Sendefrequenz empfangen. Bewegen sie sich relativ aufeinander zu, so ist die Frequenz höher als die vom Sender ausgehende; bewegen sie sich mit einer Geschwindigkeit, die kleiner ist als die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle, relativ voneinander weg, so ist die Frequenz niedriger.

Bei den Messungen wird ein Laser als ruhender Sender verwendet; die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser elektromagnetischen Welle ist bekanntlich die Lichtgeschwindigkeit c , die sehr viel höher liegt als die in Strömungen normalerweise vorkommenden Geschwindigkeiten. Ein Laser hat den Vorteil, daß die Wellenlänge bzw. die Frequenz in einem sehr eng begrenzten Bereich zeitlich konstant ist, und daß dabei seine Ausgangsleistung noch genügend hoch ist.

Streuteilchen im Fluid sind bewegte Empfänger und zugleich Sender, die nach Reflexion das Licht wieder aussenden. Ein Photovervielfacher ist der ruhende Empfänger.

Der Photovervielfacher übernimmt die Umwandlung des Laserlichtes in eine meßbare elektrische Größe. Auf der Photokathode des Photovervielfachers werden aufgrund des Photoeffektes durch die Photonen des Lichtes Elektronen ausgelöst. Diese Auslösung erfolgt mit einer Verzögerungszeit von etwa 10 nsec, d.h. Frequenzen, die größer als 10^{+9} 1/sec sind, werden nicht aufgelöst. Da jedoch die Frequenzen des Lichtes auch nach Änderung durch die Bewegung noch in der Größenordnung des ursprünglichen Laserlichtes (10^{14} 1/sec) liegen, können sie nicht auf diesem Wege gemessen werden. Es wird deshalb ein Überlagerungsempfang angewendet, bei dem zwei Laserstrahlen aus verschiedenen Richtungen als Quelle dienen. Die entstehenden Streustrahlen mit verschiedenen Frequenzen werden überlagert und deren Differenzfrequenz ist meßbar. Mit Hilfe geometrischer Beziehungen und der bekannten Frequenz (bzw. Wellenlänge) des Laserlichtes läßt sich ein linearer Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit des Teilchens und der Differenzfrequenz herleiten (siehe Anhang A).

Es geht nur eine Komponente des Geschwindigkeitsvektors ein, und zwar die, die in der Ebene der beiden Laserstrahlen liegt und die senkrecht auf der Winkelhalbierenden (hier die optische Achse) steht. Welche der beiden verbleibenden Möglichkeiten (positive oder negative Komponente) vorliegt, kann wegen des quadratischen Zusammenhangs des Photostroms mit der Gesamtfeldstärke des Lichtes nicht aus der Beziehung hergeleitet werden.

Sollen Geschwindigkeiten mit wechselnden Vorzeichen gemessen werden, wobei auch Geschwindigkeiten mit dem Betrag Null vorkommen, wird eine Frequenzverschiebung beider Laserstrahlen vorgenommen (vgl. Abb. 4).

Bei Geschwindigkeiten vom Betrag Null hat dann das Streulicht eine Schwebfrequenz größer Null, während sie bei positiver Komponente eine größere Frequenz bzw. bei negativer Komponente eine kleinere hat (siehe auch Anhang A).

Der Zusammenhang zwischen Frequenz und Geschwindigkeit ist einfach und linear, er läßt sich exakt herleiten. Es ist deshalb bei dieser Meßmethode keine Eichung nötig.

Die Laser-Doppler-Methode ist schon von vielen Experimentatoren [z.B. 1, 3, 10, 11, 13, 14, 16, 28, 37, 38, 45, 51] angewendet worden. Messungen werden in den verschiedensten Fluiden, z.B. Wasser, Luft, Blut, Polymer-Lösungen bis zur Zweiphasen-Strömung und in Flammen durchgeführt. Dabei wird mit unterschiedlichem Aufbau der optischen Einrichtungen gearbeitet. Auch die Auswertemethoden sind je nach Aufgabestellung sehr verschieden. Neben der Auswertung über einen Tracker (siehe Kap. 3.3) werden meistens Filterbänke, Spektrums-Analysatoren und Zero-Counter (Nullstellen-Zähler) verwendet. Die weitere Entwicklung läßt sicher noch eine Erweiterung der Möglichkeiten der Anwendung dieser Methode zu. Es treten allerdings auch meßtechnische Schwierigkeiten auf, die später noch erläutert werden und für die bis heute noch keine ausreichende Lösung gefunden worden ist.

Einen guten Überblick über den derzeitigen Stand der Laser-Doppler-Methode stellen die Proceedings eines Laser-Doppler-Symposiums dar [54].

3. MESSAUFBAU

3.1 Wasserkreislauf

Die Messungen wurden in einem Rechteckkanal mit den Abmessungen $D = 1 \text{ cm}$ und $B = 6 \text{ cm}$ sowie einer Gesamtlänge von $L_K = 90 \text{ cm}$ durchgeführt. Der Meßort befindet sich an der Position $x/D = 60$ gemessen von Kanalbeginn. Der ebene Kanal wurde gewählt, weil die Feststellung des Meßortes einfacher ist. Durch die Abmessungen wird eine Plattengeometrie angenähert und die Messungen finden in ausgebildeter Strömung statt. Messungen bei laminarer Strömung (siehe Anhang B) zeigten bei $x/D = 60$ eine vollausgebildete Strömung und es kann angenommen werden, daß dies für den turbulenten Fall umso eher gilt.

Die Meßorte liegen in der Mitte der beiden langen Seiten und an den Orten $y/D = 0.5, 0.3, 0.2, 0.1, 0.05, 0.025$; y ist die Wandnormale (Abb. 2). Einzelne Messungen bei $y/D = 0.7$ und 0.8 wurden zur Kontrolle der Symmetrie der Meßorte durchgeführt. Signifikante Abweichungen sind nicht festzustellen.

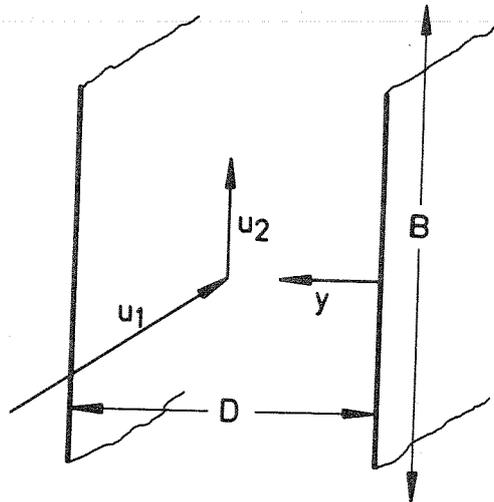


Abb. 2: Kanalgeometrie

Es wurde ein Kreislauf aufgebaut, der neben der Meßstrecke einen Behälter, eine Blendenmeßstrecke, eine Kühlvorrichtung und ein Drosselventil enthält (Abb. 3).

Die Pumpe hat eine Förderhöhe von 40 m Wassersäule. Bedingt durch die begrenzte Festigkeit der Plexiglasklebestellen des Kanals wird die minimale Drosselung so gewählt, daß der maximale Überdruck im Kanal 2 bar beträgt.

Die Reynoldszahl wird über die Volumendurchsatzmessung mit der Blendenmeßstrecke berechnet. Die Blendenmeßstrecke wurde von der Lieferfirma geeicht. Der Druckabfall wird mit einem U-Rohrmanometer gemessen. Mit diesem Volumendurchsatz und der Kanalgeometrie kann die Reynold-Zahl für den Kanal berechnet werden. Es werden folgende Definitionen verwendet:

$$Re = \frac{\bar{u}_v d_a}{\nu} \quad ; \quad Re_D = \frac{\bar{u}_v D}{\nu} \quad (3.1)$$

Es werden Messungen bei Reynold-Zahlen von $2.06 \cdot 10^4$, $5.46 \cdot 10^4$, $7.99 \cdot 10^4$ und $10.98 \cdot 10^4$ durchgeführt ($Re_D = 1.2 \cdot 10^4$, $3.19 \cdot 10^4$, $4.66 \cdot 10^4$ und $6.41 \cdot 10^4$).

Die volumetrisch gemittelten Geschwindigkeiten \bar{u}_v liegen zwischen 120,17 cm/sec und 640,5 cm/sec.

Die durch die Pumpe zugeführte Energie wird durch eine Kühlschleife so abgeführt, daß die Temperatur des Fluids stets konstant auf $20 \pm 1^\circ\text{C}$ gehalten wird.

Bei den ersten Messungen war der optische Aufbau sehr kompliziert und die Ausrichtung der Linsen schwierig. Deshalb wurde entschieden, daß zur Erreichung der verschiedenen Meßorte der Meßkanal und nicht die gesamte optische Einrichtung verschoben wird. Wegen der Kanalbreite von 1 cm sind allerdings nur kleine Verschiebungen notwendig. Die Bewegungen werden mit einer Tiefenuhr gemessen (siehe Anhang B).

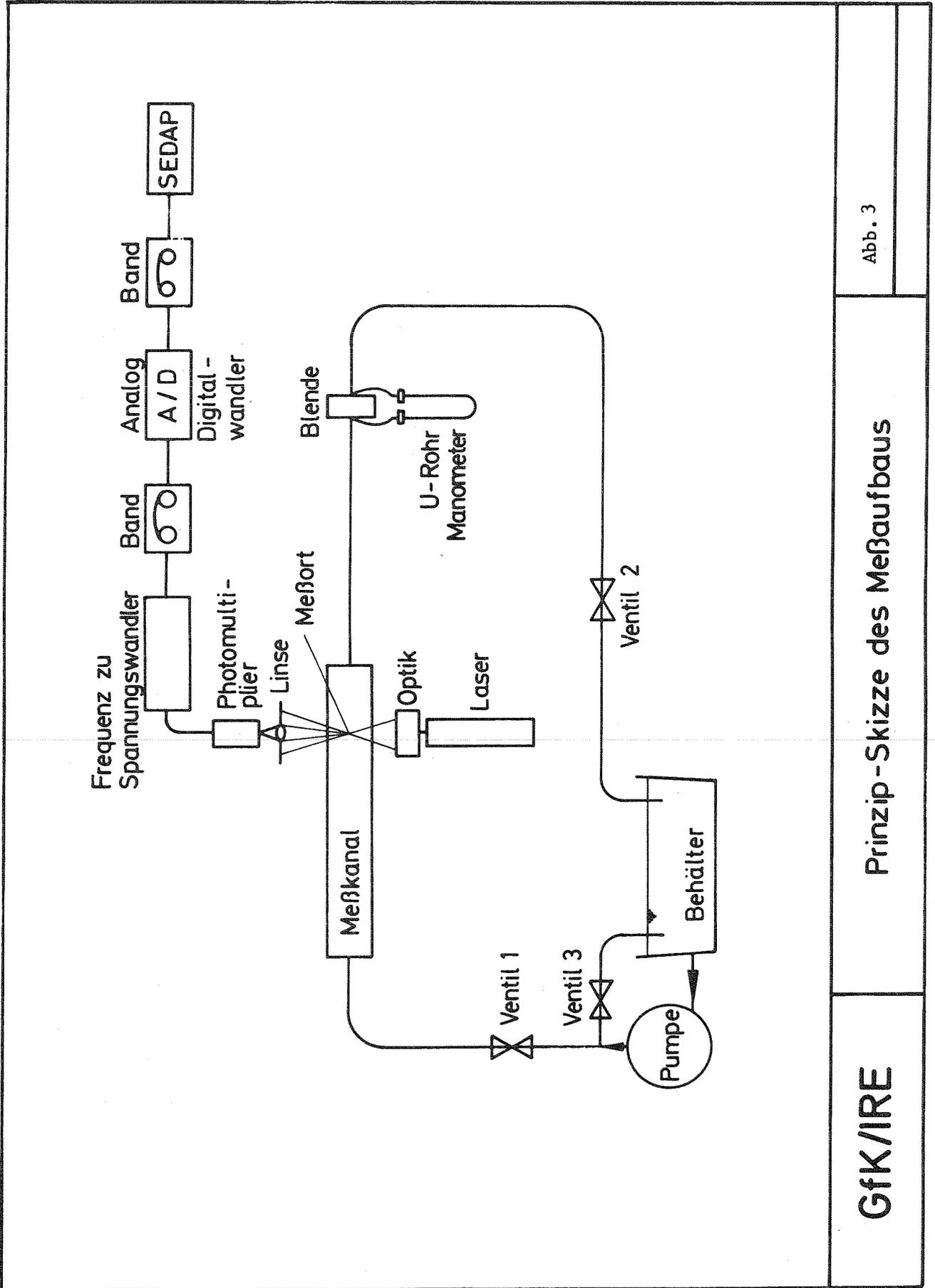


Abb. 3

Prinzip-Skizze des Meßaufbaus

GfK/IRE

Der Kanal wird so justiert, daß die optische Achse Flächen- normale der Kanalwand ist. Dazu wird die Reflexion auf der Plexiglasoberfläche benutzt, d.h. es wird darauf geachtet, daß der Strahl in sich selbst zurückreflektiert wird.

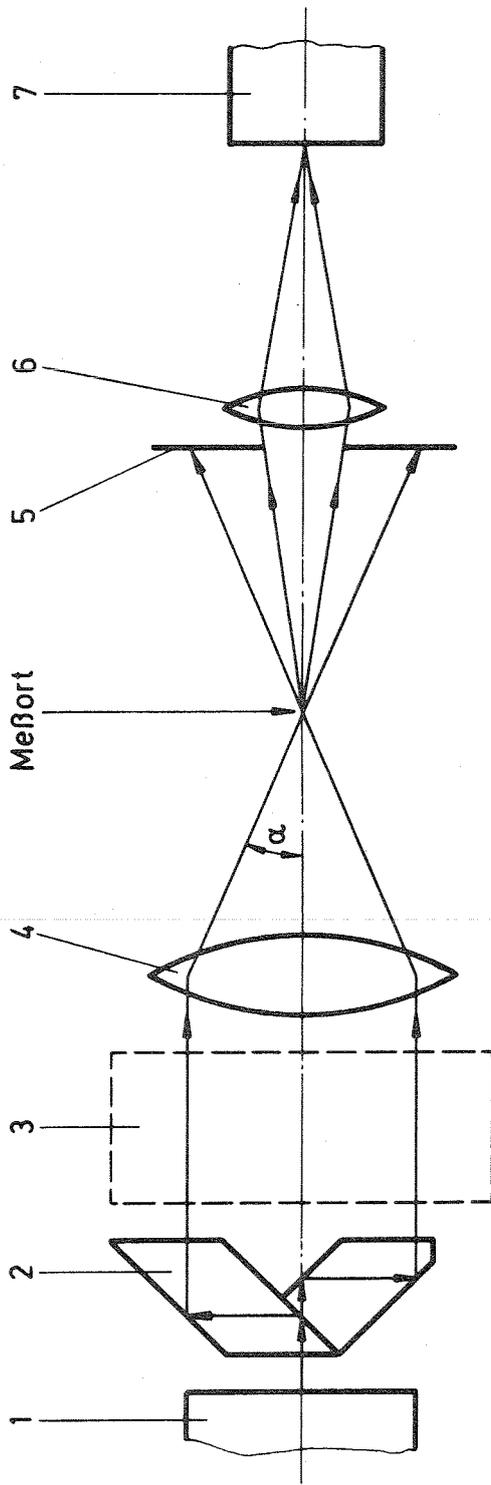
3.2 Optischer Teil

Die optische Einrichtung besteht aus einem Laser, einem Prisma zur Strahlteilung, einer Frequenzverschiebeeinheit (nur bei Messungen von Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zur Hauptströmung), einer Linse zur Überlagerung der beiden Strahlen im Meßort, einer Blende zum Ausblenden der ungestreuten Strahlen, einer Sammellinse und schließlich einem Photovervielfacher (Abb. 4).

Verwendet wird ein Helium-Neon-Laser mit 5 mW Ausgangsleistung und einer Wellenlänge von $\lambda_0 = 632,8$ nm im Rotlichtbereich. Ein Prisma, das genau auf diese Wellenlänge abgestimmt ist, übernimmt die Aufgabe der Strahlteilung und erzeugt 2 parallele Strahlen im Abstand von 50 mm. Die beiden Strahlen werden (evtl. nach einer Frequenzverschiebung) durch eine Linse fokussiert und erzeugen im Bereich der Fokussierung durch Überlagerung das Meßvolumen*. Die zweite Linse wird so eingesetzt, daß das Meßvolumen auf dem Photovervielfacher im Verhältnis 2:1 abgebildet wird. Zusammen mit der Bohrung des Behälters des Photovervielfachers von 0,2 mm \emptyset wird dadurch vermieden, daß Streustrahlen von anderen Orten als dem Meßort auf dem Photovervielfacher auftreffen.

Durch die Brechung der Strahlen beim Eintritt in das Fluid, entspricht eine Bewegung des Kanals um eine bestimmte Strecke nicht der gleichen Strecke des Meßortes. Es kann jedoch eine lineare Beziehung für das Verhältnis der Strecken angegeben werden (Anhang C). Beim Eintritt in das Fluid ändert sich auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes bzw. ihre Wellenlänge sowie der Winkel zwischen den einfallenden Strahlen. Wie im Anhang D gezeigt, ist dies jedoch für die Beziehung zwischen Frequenz und Geschwindigkeit ohne Bedeutung.

* in etwa ein Rotationselipsoid (0,6 zu 0,1 mm)



- 1) Laser
- 2) Prisma für Strahlteilung
- 3) Geschwindigkeitsadapter (nur für u_2 -Messungen)
- 4) Sammellinse für Überlagerung
- 5) Blende
- 6) Sammellinse der Streustrahlen
- 7) Photovielfacher

Abb.4 : Skizze des optischen Aufbaues

Messungen senkrecht zur Hauptströmung parallel zur Wand sind möglich, indem man die Ebene der beiden einfallenden Strahlen um 90° dreht. Da der Laser, die Blende, die Linsen und der Photomultiplier symmetrisch zur optischen Achse liegen, ist lediglich das Prisma um 90° zu drehen. Wegen des auftretenden Wechsels des Vorzeichens der Geschwindigkeit ist dabei zusätzlich eine Frequenzverschiebung notwendig. Sie wird mit dem "Strömungsrichtungsadapter" von DISA (Typ 55L02) durchgeführt. Die Streuteilchen werden in Form von TiO_2 -Pulver dem Wasserkreislauf zugegeben; die Teilchen sind von der Größenordnung $< 1 \mu m$, eine Größenordnung, bei der angenommen werden kann, daß die Teilchen den Geschwindigkeitsänderungen des Fluids folgen können, ohne jedoch der Brownschen Molekularbewegung zu folgen [23, 52_7].

Den Übergang von der optischen Seite, dem Lichtsignal, zur elektronischen Seite bildet der Photovervielfacher. Es wird schon hier eine Vorverstärkung durchgeführt, die von der angelegten Gesamtspannung abhängt und eine kleine Regelung zuläßt, bevor das Signal dem Tracker zugeführt wird. Die Verzögerungszeit des Photovervielfachers (etwa 10 nsec) ist genügend klein, um Frequenzen (bis zu 4 MHz), wie sie bei den Messungen auftreten, richtig zu erfassen.

3.3 Elektronischer Teil

Das vom Photovervielfacher kommende Signal wird einem Frequenz-zu-Spannungswandler mit Nachlauf - "Tracker" genannt - zugeführt, der die Frequenzen in dazu proportionale Spannungen umwandelt.

Der Tracker ist in der Signal-Processor-Einheit der Firma DISA (Typ 55L35) enthalten, die außerdem noch aus einem Vorverstärker mit Bandpassfilter und einer Unit-Meter-Einheit besteht.

Der Vorverstärker hat eine stufenlose, bis zu 100-fache Verstärkung und sein Bandpassfilter ist dem jeweiligen Meßbereich angepaßt. Der Tracker hat 7 Meßbereiche, die überlappend den Gesamtbereich von 0 bis 15 MHz überspannen. Er hat eine sogenannte "drop-out"-Schaltung, die zur Wirkung kommt, wenn kein oder ein ungenügendes Meßsignal vorhanden ist. In diesem Falle wird die zuvor vorhandene Spannung beibehalten, bis das Meßsignal wieder ausreichend groß ist. Der prozentuale Anteil des "drop-out" wird durch ein Meßinstrument angezeigt.

Die Unit-Meter-Einheit dient zum Ablesen der mittleren Ausgangsspannung, die der mittleren Geschwindigkeit entspricht.

Der Tracker wurde mit einem frequenzmodulierten Signal getestet (Anhang E). Der Meßbereich und das dynamische Verhalten des Trackers waren für die Messungen ausreichend.

3.4 Datenerfassung

Die der Frequenz bzw. der Geschwindigkeit proportionale Ausgangsspannung liegt an 2 parallelen Ausgängen an.

Sie wird der Datenerfassungsanlage, die am Institut für Reaktortechnik installiert ist, zugeführt. Es werden im Prinzip zwei verschiedene Wege der Erfassung verwendet.

Im einen Falle wird zunächst eine Analogbandaufzeichnung vorgenommen, anschließend bei zweimal oder viermal langsamerem Ablauf des Bandes digitalisiert und auf ein Digitalband aufgezeichnet. Dieser Weg wird verwendet, wenn mehrere Meßkanäle aufgezeichnet wurden oder wenn die Abtastfrequenz für die Digitalisierung zu hoch ist.

Im anderen Falle wird direkt digitalisiert und auf ein Digitalband aufgezeichnet. Auf die Notwendigkeit der verschiedenen Aufnahmetechniken und Abtastfrequenzen und deren Auswirkungen wird im Kapitel 4 noch näher eingegangen.

Es werden 800 Meßblöcke à 512 Werte, d.h. insgesamt 409 600 Werte, pro Meßort digitalisiert. Diese Blockzahl führt zu einem noch erträglichen Aufwand bei der Auswertung.

Bei konstanter Blockzahl, bzw. konstanter Anzahl der Werte, wird die Meßzeit durch die Abtastfrequenz bestimmt. Der Kehrwert der Abtastfrequenz multipliziert mit Anzahl der Werte ergibt die Meßzeit.

Bei einer Abtastfrequenz von 40 kHz, wie sie bei der Mehrzahl der Versuche verwendet wird, beträgt die Meßzeit pro Meßort 10,24 sec; eine Meßzeit, innerhalb derer die turbulenten Vorgänge bei den betrachteten Reynoldszahlen ausreichend statistischen Charakter haben dürften. Innerhalb dieser Meßzeit durchläuft das Fluid die Einlaufstrecke bei der kleinsten Reynoldszahl rund 20mal und bei der größten Reynoldszahl rund 100mal.

Mit dem im Institut für Reaktorentwicklung vorhandenen Rechenprogramm SEDAP [2] werden die auf den Digitalbändern gespeicherten Werte umkodiert und auf der IBM-Anlage des Kernforschungszentrums numerisch ausgewertet. SEDAP wurde entwickelt, um umfangreiche Meßdateien mit wenigen Anweisungen auswerten zu können. Die Multiplikation der umkodierten Werte mit einer Konstanten führt zu Werten, die einer Geschwindigkeit entsprechen, da ein linearer Zusammenhang zwischen Spannung und Frequenz sowie zwischen Frequenz und Geschwindigkeit besteht.

Mit Hilfe des in dem Rechenprogramm SEDAP enthaltenen Verfahrens "FFT" (Fast-Fourier-Transformation), das über den Eingabebefehl "Ledi" (Leistungsdichte) angesprochen werden kann, wird die Berechnung von Energiedichtespektren durchgeführt. Für die weiteren Auswertungen dieser Spektren wurde SEDAP um eine eigene Subroutine ergänzt.

Mit Hilfe von SEDAP können die Werte zudem über Zeichnungsautomaten ausgegeben werden.

4. AUSWERTEMETHODEN

4.1 Geschwindigkeitswerte

Zunächst liegen die Meßwerte nach der Umkodierung und Multiplikation mit einer dem verwendeten Trackerbereich entsprechenden Konstanten $c_3(B)$ (siehe Anhang F) als Geschwindigkeitswerte vor. Bei den Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zur Hauptströmung wird zusätzlich der der Verschiebungsfrequenz entsprechende Wert in Volt subtrahiert.

Damit werden die Mittelwerte der Geschwindigkeiten für jeden Meßort über die gesamte Meßzeit gebildet; ebenso die Wurzel aus den Mittelwerten der Geschwindigkeitsschwankungsquadrate (Schwankungs- oder rms-Werte). Zur Vermeidung numerischer Ungenauigkeiten (Anzahl der Meßwerte pro Meßort: 409 600) werden die Mittelungen über Teilsummenbildungen durchgeführt [44, S.150/151]. Die Geschwindigkeitsmittelwerte werden zum besseren Vergleich mit den Messungen anderer Autoren mit der sogenannten Schubspannungsgeschwindigkeit u_τ normiert. Die mit u_τ und der kinematischen Zähigkeit ν normierten Wandabstandswerte y^+ lassen außerdem Aussagen über die erreichten Wandabstände im Verhältnis zur Dicke der viskosen Unterschicht zu [22a].

Es gilt für die normierten Werte y^+ und u^+ sowie für u_τ :

$$y^+ = \frac{u_\tau}{\nu} y ; \quad u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} ; \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (4.1)$$

Zur Berechnung von u_τ wurde das sogenannte universelle logarithmische Geschwindigkeitsgesetz, die gemittelten Geschwindigkeitswerte und die dazu gehörenden Wandabstände verwendet.

Das Geschwindigkeitsgesetz wird mit folgenden Konstanten verwendet [aus Rehme, 39, nach Nikuradse, 35]:

$$u^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,5 \quad (4.2)$$

Es ist für $y^+ > 30$ gültig.

Da die Schubspannungsgeschwindigkeit u_τ sowohl in u^+ als auch in y^+ enthalten ist, kann sie nur durch eine Iteration berechnet werden. Die Messungen finden in der Mitte der langen Rechteckseiten und bei glatter Oberfläche statt, so daß das universelle Geschwindigkeitsgesetz gültig ist und u_τ mit genügender Genauigkeit berechenbar ist.

4.2 Spektrale Auswertung der Geschwindigkeitsfunktion

Die Berechnung von Energiedichtespektren, die Interpretation ihres Verlaufs sowie deren Abhängigkeit von Wandabstand und Reynoldszahl war Hauptziel der Messungen.

4.2.1 Theoretische Grundlagen

4.2.1.1 Dreidimensionales Spektrum

Der Geschwindigkeitsvektor \underline{u} ist eine Funktion des Ortsvektors \underline{x} und der Zeit t . Man kann sich ein turbulentes Geschwindigkeitsfeld $\underline{u}(\underline{x}, t)$ vorstellen als Überlagerung von Sinus- und Kosinusfunktionen mit \underline{x} als Ortsvariable.

$$\underline{u}(\underline{x}, t) = \sum_{\text{alle } \underline{k}} \underline{u}(\underline{k}, t) e^{i \underline{k} \cdot \underline{x}} \quad (4.3)$$

Hierbei ist \underline{k} der Wellenzahlvektor, der die Dimension 1/Länge hat.

Damit kann der jeweilige Anteil $E(k)$ der Energie des Geschwindigkeitsfeldes in einem Wellenzahlintervall bestimmt werden. $E(k)$ ist gleich der Summe aller Amplitudenquadrate $|\underline{u}|^2(\underline{k}, t)$ im Intervall $k-dk < |\underline{k}| < k+dk$. Dies ist dann das sogenannte dreidimensionale skalare Energiespektrum.

In einer turbulenten Strömung kann man sich folgenden Vorgang vorstellen [Hinze, 22a, Seite 174 ff_]:

Die zunächst entstehenden großen Turbulenzballen zerfallen in immer kleinere in einem Kaskadenprozeß bis sie schließlich so

klein geworden sind, daß die Zähigkeitskräfte insgesamt die Trägheitskräfte überwiegen und die kinematische Energie in Wärme umgewandelt wird (Dissipation).

Die großen Ballen besitzen den Hauptanteil der kinetischen Energie. Bedingt durch die Trägheitskräfte findet ein Energietransport statt, bei dem die größeren Ballen ihre Energie auf kleinere Ballen verteilen. Die kleineren Ballen sind dann unabhängig von äußeren Randbedingungen, die die großen Turbulenzballen auslösen. Deshalb kann angenommen werden, daß die kleineren Ballen unabhängig von Translationen und Rotationen des Koordinatensystems sind, man spricht von Isotropie. Ist die Bedingung nur ab einer bestimmten Ballengröße erfüllt, spricht man von Lokalisotropie. Während des Energieflusses von größeren Ballen zu kleineren Ballen und weiter zu noch kleineren wird auch durch Dissipation die Energie in Wärme umgewandelt. Es gibt einen Längen-Bereich, der als Gleichgewichtsbereich bezeichnet wird, in dem keine Produktion mehr stattfindet, sondern ein Energietransport zu kleineren Ballen sowie Dissipation. Da jedoch die Zähigkeitskräfte hauptsächlich bei kleineren Ballen wirksam sind, wird postuliert, daß es im Gleichgewichtsbereich einen Unterbereich gibt, in dem überwiegend Trägheitskräfte wirken. Dieser Bereich wird "inertial subrange" oder Trägheitsbereich genannt, da dort der Transport der Energie aufgrund von Trägheitskräften dominant ist. In diesem Bereich ist das Energiespektrum nur eine Funktion der Ballendurchmesser l bzw. der Wellenzahl k ($\sim \frac{1}{l}$) und des Energietransportes. Der Energietransport muß aber der gesamten Dissipation entsprechen, da man annehmen kann, daß sie bei größeren Ballen vernachlässigbar ist und nur in den kleinen Ballen stattfindet.

Durch eine Dimensionsanalyse hat Kolmogorov [26] einen Zusammenhang für diesen Bereich angegeben:

$$E(k) = \alpha \cdot \bar{\epsilon}^{2/3} \cdot k^{-5/3} \quad (4.4)$$

Die dimensionslose Konstante α , die sogenannte Kolmogorov-Konstante, ist empirisch zu bestimmen.

Gleichung (4.4) ist nur im Trägheitsbereich gültig. Das Energiedichtespektrum hat dort einen Exponenten von $-5/3$ oder in der doppel-logarithmischen Darstellung eine $-5/3$ Steigung; man kann deshalb vom "-5/3 Bereich" sprechen.

4.2.1.2 Eindimensionales Spektrum

Die Ortsfunktionen (s. Gl. 4.3) sind jedoch mit den heutigen Meßmethoden nicht meßbar. Man muß deshalb den Umweg über Zeitfunktionen wählen. Unter der Verwendung der Taylor-Hypothese wird deshalb die Ortsvariable x_1 durch das Produkt $t \cdot \bar{u}_1$ (u_1 ist die mittlere axiale Komponente des Geschwindigkeitsvektors \underline{u}) ersetzt. Es wird zunächst ein Energiespektrum als Funktion der Frequenz berechnet. Die Summe aller Energieanteile muß dann dem zeitlich gemittelten Schwankungsquadrat gleich sein:

$$\overline{u_1'^2} = \int_0^{\infty} E_{11}(f) df \quad (4.5)$$

Umgekehrt kann nun ein Zusammenhang zwischen der Frequenz und der Wellenzahlkomponente k_1 gebildet werden:

$$k_1 = \frac{2\pi}{\bar{u}_1} f \quad (4.6)$$

und ebenso gilt:

$$\overline{u_1'^2} = \int_0^{\infty} E_{11}(k_1) dk_1 \quad (4.7)$$

Damit kann folgende Umrechnungsmöglichkeit aufgestellt werden:

$$E_{11}(k_1) = \frac{\bar{u}_1}{2\pi} E_{11}(f) \quad (4.8)$$

In [Hinze, 22a, Seite 171_] ist für isotrope Turbulenz ein Zusammenhang zwischen dem dreidimensionalen skalaren $E(k)$ -Spektrum und dem eindimensionalen $E_{11}(k_1)$ -Spektrum gegeben:

$$E(k_1) = \frac{1}{2} k_1^2 \frac{\partial^2 E_{11}}{\partial k_1^2} - \frac{1}{2} k_1 \frac{\partial E_{11}}{\partial k_1} \quad (4.9)$$

Ebenso [Hinze, 22a, Seite 167_]:

$$E_{22}(k_1) = \frac{1}{2} E_{11}(k_1) - \frac{1}{2} k_1 \frac{\partial E_{11}}{\partial k_1} \quad (4.10)$$

Das $E_{22}(k_1)$ -Spektrum ist damit aus dem $E_{11}(k_1)$ -Spektrum berechenbar.

Mit dem allgemeinen Ansatz:

$$E_{11}(k_1) \sim k_1^n \quad (4.11)$$

folgt mit Gleichung (4.9) und (4.10):

$$E(k_1) = \frac{1}{2} (n^2 - 2n) E_{11}(k_1) \quad (4.12)$$

und

$$E_{22}(k_1) = \frac{1}{2} (1 - n) E_{11}(k_1) \quad (4.13)$$

Alle drei Spektren haben danach den gleichen Exponenten. In Abb. 5 ist der theoretisch zu erwartende Verlauf des $E_{11}(k_1)$ -Spektrums aufgetragen. Die einzelnen Bereiche, die durch die Grenzwellenzahlen k_{ia} und k_{ie} angedeutet sind, werden in den nächsten Abschnitten näher betrachtet.

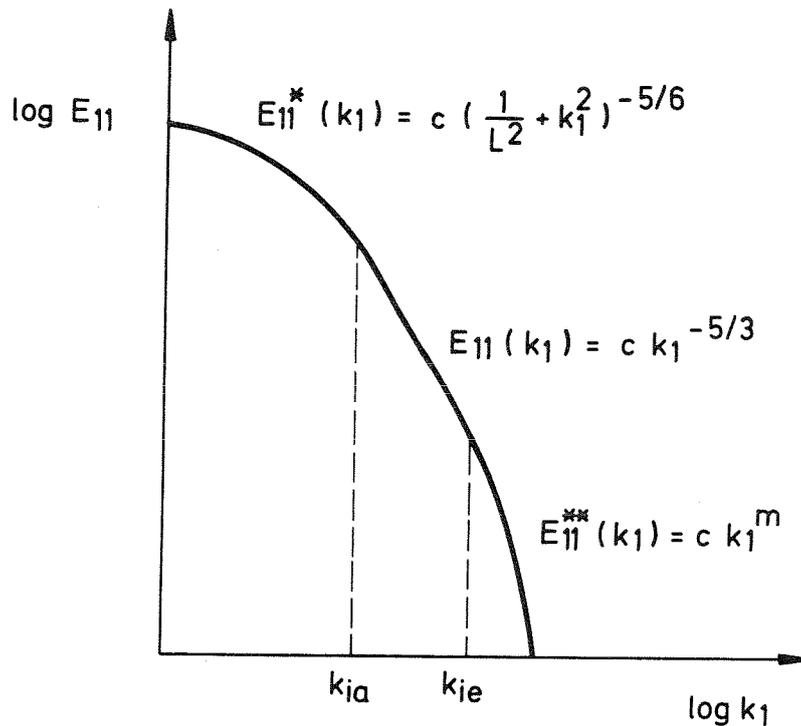


Abb. 5: Theoretisch erwarteter Verlauf des $E_{11}(k_1)$ -Spektrums

4.2.1.3 Spektren im -5/3 Bereich

Die Gleichungen (4.9) und (4.10) sind wie gesagt nur unter der Voraussetzung der Isotropie gültig. Diese Voraussetzung kann aber erst bei genügend großen Wellenzahlen, bei denen dann auch der -5/3 Bereich gilt, angenommen werden.

Im -5/3 Bereich gilt mit $n = -5/3$ (siehe Gleichung 4.4):

$$\frac{1}{2} (n^2 - 2n) = \frac{55}{18} ; \quad \frac{1}{2} (1 - n) = \frac{4}{3}$$

Damit können die Gleichungen der Spektren für den -5/3 Bereich aufgestellt werden:

$$E_{11}(k_1) = \underbrace{\alpha_1 \bar{E}^{2/3}}_c k_1^{-5/3} \quad (4.14)$$

und

$$E_{22}(k_1) = \frac{4}{3} \alpha_1 \bar{E}^{2/3} k_1^{-5/3} \quad (4.15)$$

mit $\alpha_1 = \frac{18}{55} \alpha$.

4.2.1.4 Spektren im Bereich kleiner Wellenzahlen

Der Bereich kleiner Wellenzahlen, in dem wir einen flacheren Verlauf des Spektrums als im $-5/3$ -Bereich erwarten, soll auf zweierlei Weise betrachtet werden. Einmal "integral", d.h. es wird durch eine einfache Gleichung die Form des Spektrums angenähert und insbesondere darauf geachtet, daß der Energieinhalt bis zu einer Wellenzahl im $-5/3$ -Bereich identisch mit den Meßergebnissen ist.

Zum anderen soll das Auftreten eines -1 -Exponenten näher betrachtet werden. Dieser -1 -Bereich kann durch die obengenannte einfache Gleichung nicht dargestellt werden; er ist zudem im Verhältnis zum gesamten Spektrum so kurz, daß auch eine für das gesamte Spektrum gültige Gleichung nicht einfach zu erstellen ist.

Integrale Betrachtung

Ausgehend von der von Kármán [21] vorgeschlagenen Gleichung für kleine Wellenzahlen für $E(k_1)$ kann mit Gleichung (4.9) folgende Gleichung für $E_{11}^*(k_1)$ aufgestellt werden:

$$E_{11}^*(k_1) = \alpha_1 \bar{E}^{2/3} \left(\frac{1}{L^2} + k_1^2 \right)^{-5/6} \quad (4.16)$$

Der in dieser Gleichung enthaltene Parameter L mit der Dimension einer Länge muß so gewählt werden, daß die gemessenen Spektren gut angenähert werden. Für $k_1^2 \gg \frac{1}{L^2}$ nimmt diese Gleichung die bekannte Form für den $-5/3$ Bereich an:

$$E_{11}^* \left(k_1^2 \gg \frac{1}{L^2} \right) = \alpha_1 \bar{E}^{2/3} k_1^{-5/3} = E_{11}(k_1) \quad (4.17)$$

Der Parameter L ist nur im Bereich der Wellenzahlen unterhalb des $-5/3$ Bereiches von Bedeutung. Da sowohl α_1 als auch $\bar{\epsilon}^{-2/3}$ innerhalb eines Spektrums konstant sind, sie aber jede für sich zunächst unbekannt sind, wird ein Koeffizient

$$C = \alpha_1 \bar{\epsilon}^{2/3} \quad (4.18)$$

definiert und in Gleichung (4.16) eingesetzt.

Man ist somit unabhängig von der Berechnung von α_1 oder $\bar{\epsilon}$. In Gleichung (4.16) ist dann nur noch der Parameter L festzulegen. Da die Gleichung die Form der gemessenen Spektren selbstverständlich nicht exakt wiedergibt, muß der Parameter L so bestimmt werden, daß das Integral über das Näherungsspektrum mit dem Integral über dem gemessenen Spektrum bis zu einer Wellenzahl im $-5/3$ Bereich übereinstimmt. Damit ist der Gesamtenergieinhalt bis zu dieser Wellenzahl für beide Spektren gleich.

Mit den Gleichungen (4.9) und (4.10) folgt:

$$E^*(k_1) = \frac{55}{18} \cdot \frac{k_1^4}{(\frac{1}{L^2} + k_1^2)^2} E_{11}^*(k_1) \quad (4.19)$$

und

$$E_{22}^*(k_1) = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{L^2} + \frac{4}{3} k_1^2}{\frac{1}{L^2} + k_1^2} E_{11}^*(k_1) \quad (4.20)$$

Da die beiden Gleichungen (4.9) und (4.10) nur unter der Voraussetzung der Isotropie gültig sind, ist die Aussagekraft der Gleichungen (4.19) und (4.20) sicher nur qualitativ.

Die Größe L kann als mittlere Turbulenzballengröße der Ballen betrachtet werden, die die Produktion der Turbulenz beinhalten.

Mit dem Parameter L kann eine Wellenzahl k_{ia} berechnet werden, die den $-5/3$ Bereich zu kleinen Wellenzahlen hin begrenzt.

Wir definieren hier k_{ia} als diejenige Grenzwellenzahl, bei der der Exponent bis auf 1 % den Wert $-5/3$ erreicht.

Mit

$$n^* = \frac{d \ln E_{11}^*(k_1)}{d \ln k_1}$$

folgt

$$n^* = -\frac{5}{3} \cdot \frac{k_1^2}{\frac{1}{L^2} + k_1^2} \quad (4.21)$$

Aus dieser Gleichung erhält man durch Umstellung:

$$k_{ia} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{-n^*}{n^* + 5/3}} \quad (4.22)$$

Mit $n^* = 0,99 \cdot (-5/3)$ folgt:

$$k_{ia} = \frac{1}{L} \sqrt{99} \quad (4.23)$$

Mit den berechneten Werten für L kann also eine Grenzwellenzahl k_{ia} berechnet werden, die den Beginn des $-5/3$ Bereiches festlegt.

k^{-1} -Bereich

Theoretische Arbeiten, die das Spektrum für anisotrope Turbulenz untersuchen, sagen im Spektrum bei kleinen Wellenzahlen einen Bereich mit dem Exponenten -1 voraus. Dies wird in Hinze [22a, S. 263 ff.] basierend auf einer älteren Arbeit von Tchen [46a] und einer neueren Veröffentlichung von Tchen [46b] dargestellt. Die Überlegungen führen in beiden Herleitungen zu derselben Gleichung:

$$E(k_1) = \text{Konstante} \frac{\bar{\varepsilon}}{\frac{du_1}{dy}} k^{-1} \quad (4.24)$$

wobei in der neueren Arbeit von Tchen [46b] für die Konstante der theoretische Wert:

$$\text{Konstante} = A = 3 \sqrt{6} \quad (4.25)$$

angegeben wird.

Die Gleichung (4.24) wurde für das dreidimensionale Spektrum hergeleitet, d.h., daß die Konstante $A = 3 \sqrt{6}$ nicht für das eindimensionale Spektrum gültig sein kann. Da man sich außerdem hier in dem Teil des Spektrums befindet, wo noch Anisotropie vorherrscht, gibt es weder für das Spektrum noch für die Konstante eine exakte Umrechnungsmöglichkeit.

Wegen der sehr komplizierten Gleichungen im anisotropen Fall waren für die Herleitung dieser Ergebnisse weitgehende Annahmen (z.B. näherungsweise Isotropie, Homogenität, parallele Strömung) erforderlich.

Der Grund des Auftretens eines -1-Exponenten liegt darin, daß [22a] "der Gradient $\frac{du_1}{dy}$ von gleicher Größenordnung wie der Gradient der turbulenten Schwankungsgrößen im betrachteten Wellenzahlbereich" ist; oder darin, daß [46b] "die turbulente Bewegung hauptsächlich vom Geschwindigkeitsgradienten ohne viskosen Einfluß in einem Unterbereich des Produktionsbereiches des Spektrums beeinflusst wird". Deshalb ist der Gradient in der Gleichung (4.24) auch von entscheidender Bedeutung. Damit wird aber durch diese Theorie in der Kanalmitte einer symmetrischen Strömung, wo $\frac{du_1}{dy} = 0$, kein -1-Bereich vorhergesagt.

Tatsächlich können -1-Bereiche in experimentellen Ergebnissen [29, 5, 19] festgestellt werden. In allen Fällen tritt der -1-Bereich nur in unmittelbarer Wandnähe deutlich auf.

Laufer [29] hat allerdings bei einer relativ hohen Reynoldszahl ($Re = 5 \cdot 10^5$) gemessen und sagt selbst nichts über diesen Bereich aus. Bremhorst und Bullock [5] ($Re \approx 5 \cdot 10^4$) finden einen -1-Bereich in ihren Spektren, jedoch keinen -5/3-Bereich. Beides sind Messungen in Rohrgeometrie.

Hanjalić und Launder [19] finden den -1-Bereich nur in ihren Spektren der wandnächsten Messungen; man kann in den von ihnen weiter von der Wand entfernt gemessenen Spektren noch kurze -1-Bereiche feststellen, die sie selbst jedoch ignorieren. Die Messungen wurden in einem Rechteckkanal ($Re \approx 6 \cdot 10^4$) mit einer rauhen und einer glatten Wand durchgeführt, wobei die dargestellten Spektren sich auf Meßorte nahe der glatten Wand beziehen.

Keiner der Experimentatoren macht nähere Angaben über Lage und Größe des -1-Bereiches.

Schließlich finden Wang Hua und Nickerson [50] bei Messungen an einer angeströmten Platte einen -1-Bereich in den Spektren, und zwar "bei Annäherung an die Wand, dort wo sonst bei den Messungen weit weg von der Wand ein -5/3-Bereich vorhanden ist". Daraus kann geschlossen werden, daß der inertial subrange (-5/3-Bereich) in Wandnähe zum -1-Bereich übergeht und nicht, daß beide existieren.

Trotz der Bestätigung durch Experimente lassen die schwierigen Herleitungen des Energiedichtespektrums im anisotropen Bereich wegen der zur Lösbarkeit der Gleichungen notwendigen Annahmen offen, ob nicht auch eine etwas andere physikalische Deutung einen -1-Bereich ergibt. Wie in Kapitel 5.2.2 noch gezeigt wird, sind in den eigenen Ergebnissen nämlich -1-Bereiche gefunden worden, die nicht mit der Theorie von Hinze [22a] und Tchen [46b] erklärbar sind. Dies gilt insbesondere für die experimentell gefundenen -1-Bereiche in Kanalmitte.

4.2.1.5 Spektren im Bereich großer Wellenzahlen

Der -5/3 Bereich wird zu größeren Wellenzahlen durch die obere Grenzwellenzahl k_{ie} begrenzt, danach beginnt der von den Zähigkeitskräften bestimmte Bereich. Zunächst soll der Exponent von k_1 für diesen Bereich erläutert werden. Ausgehend von der Berechnungsmöglichkeit von $\bar{\epsilon}$, dem zeitlichen Mittelwert der Dissipation am Meßort, kann der Exponent durch eine Ungleichung abgeschätzt werden.

Es gilt [aus Hinze, 22a, Seite 183 ff_7]:

$$\bar{\varepsilon} = 15 \nu \int_0^{\infty} k_1^2 E_{11}(k_1) dk_1 \quad (4.26)$$

Mit dem allgemeinen Ansatz für das Spektrum bei hohen Wellenzahlen:

$$E_{11}(k_1) \sim k_1^m \quad (4.27)$$

folgt für das Integral:

$$J \sim \int_{k_0 > 0}^{\infty} k_1^{m+2} dk_1 \quad (4.28)$$

Dieses Integral konvergiert nur für $m < -3$. Theoretische Überlegungen nach Heisenberg [20_7] lassen für diesen Bereich einen Wert von $m = -7$ erwarten. Andere, z.B. Pao [36_7], Lin [32_7], sagen hier ein exponentielles Abklingen des Spektrums voraus.

Zur Bestimmung der Wellenzahl k_{ie} , derjenigen Wellenzahl, die den $-5/3$ Bereich zu großen Wellenzahlen hin begrenzt, wird zunächst eine Proportionalität zur Reynoldszahl hergeleitet und der Proportionalitätsfaktor anhand von Messungen anderer Experimentatoren bestimmt.

Nach Kolmogorov [26_7] kennzeichnet die Länge η jene Ballen-größe, bei der die Zähigkeitskräfte und die Trägheitskräfte von gleicher Größenordnung sind. Die Grenzwellenzahl k_{ie} ist dieser Länge umgekehrt proportional:

$$k_{ie} \sim \frac{1}{\eta} \quad (4.29)$$

Aus der Dimensionsanalyse [aus Hinze, 22a, S.184_7] folgt für η :

$$\eta \sim \left(\frac{D^3}{\bar{\varepsilon}} \right)^{1/4} \quad (4.30)$$

Mit folgenden Proportionalitäten [44, S.14_7

$$\varepsilon \sim \frac{\bar{u}}{S} \cdot \frac{dp}{dx} ; \quad \frac{dp}{dx} = S \cdot \lambda_f \cdot \frac{\bar{u}^2}{D} ; \quad \lambda_f \sim Re_D^{-1/4} \quad (4.31)$$

folgt

$$\eta \sim D \cdot Re_D^{-11/16} \quad (4.32)$$

oder

$$k_{ie} \sim \frac{1}{D} Re_D^{11/16} \quad (4.33)$$

und damit

$$D \cdot k_{ie} \sim Re_D^{11/16} \quad (4.34)$$

Aus den Ergebnissen anderer Experimentatoren [6, 26_7 kann die Proportionalitätskonstante berechnet werden, und damit wird (4.34) zu

$$D \cdot k_{ie} = 2\pi \cdot 4,8 \cdot 10^{-3} \cdot Re_D^{11/16} \quad (4.35)$$

Nach [46b_7 ist für das Ende des -5/3-Bereiches durch theoretische Herleitung folgender Zusammenhang gegeben:

$$k_{ie} = b \cdot \frac{1}{n} \quad (4.36)$$

wobei der theoretische Wert für $b = 0,169$ ist.

Wie man aus Gleichung (4.35) sieht, ist die obere Grenzfrequenz k_{ie} des -5/3-Bereiches von der Kanalbreite abhängig. Eine Vergrößerung des Kanals um das doppelte würde z.B. eine

um rund 75 % niedrigere Grenzfrequenz bedeuten. Damit wäre der insgesamt aufzulösende Frequenzbereich ebenfalls kleiner, was eine geringere Abtastfrequenz ermöglichen würde. Andererseits müßte jedoch der Volumendurchsatz um das 4-fache vergrößert werden, um die gleichen Reynoldszahlen zu erreichen.

4.2.2 Praktische Berechnung der Spektren

Die Berechnung der Spektren wird, wie schon erwähnt, mit dem Rechenprogramm SEDAP [2] durchgeführt werden.

Es wird zunächst eine schnelle Fouriertransformation (FFT) [8] durchgeführt. Nach einer konjugiert-komplexen Multiplikation der einzelnen Fourierkoeffizienten entsprechen die Werte dann den Amplitudenquadraten.

Da der Speicherplatz begrenzt ist, erlaubt SEDAP nur die gleichzeitige Auswertung von maximal 16 Blöcken à 512-Werten. Bei 800 Meßblöcken ist das Endergebnis deshalb der Mittelwert von 50 Teilspektren. Zur Vermeidung numerischer Ungenauigkeiten wird zunächst jeweils über 10 Spektren gemittelt und anschließend über die so entstehenden 5 Spektren. Die Meßzeit für das einzelne Spektrum beträgt 0,2048 sec.

Bei einer Abtastfrequenz von 40 kHz beträgt die kleinste Frequenz 4,88... Hz, sie ergibt sich durch Division der Abtastfrequenz mit der Anzahl der Werte. Die größte Frequenz entspricht der Nyquist-Frequenz (halbe Abtastfrequenz), d.h. sie beträgt 20 kHz. Die Frequenzintervalle sind äquidistant unterteilt. Der Unterschied zweier benachbarter Frequenzen Δf entspricht der kleinsten Frequenz.

In SEDAP wird so normiert, daß eine Sinusfunktion mit der Amplitude A transformiert den Energiebeitrag $A^2/2$ liefert [2, Seite 147]. Dies ist jedoch nur gültig, wenn Δf gerade den Wert 1 hat. Im anderen Falle müssen die Spektrums- werte noch durch Δf dividiert werden.

Tests mit reinen Sinusfunktionen ergaben, daß SEDAP korrekte Werte liefert.

5. MESSERGEBNISSE

5.1 Geschwindigkeitsprofile und Schwankungsgrößen

Mit den Mittelwerten der Geschwindigkeiten, den dazugehörenden Wandabständen und der Gleichung (4.2) für das logarithmische Geschwindigkeitsgesetz wurde die Schubspannungsgeschwindigkeit u_τ für jede Reynoldszahl berechnet. Die mit den jeweiligen Werten für u_τ berechneten Werte für u^+ und y^+ sind in Abb. 6 für alle Reynoldszahlen dargestellt.

Die mit den Schubspannungsgeschwindigkeiten u_τ normierten Geschwindigkeitsprofile für die Hauptströmungsrichtung zeigt Abb. 7.

Die mittleren Geschwindigkeitswerte der Messungen senkrecht zur Hauptströmung und parallel zu den langen Seiten sind nicht wie erwartet Null, sondern zeigen leichte Abweichungen. Die Abweichungen, bezogen auf die lokalen Mittelwerte der Hauptströmungsgeschwindigkeiten, sind gering ($< 1 \%$) (Abb. 8).

Restdrall infolge der Krümmungen in den Zuleitungen kann wahrscheinlich ausgeschlossen werden, da die Messungen von laminaren Strömungen keine Abweichungen vom parabelförmigen Geschwindigkeitsprofil zeigten (Anhang B). Die offensichtliche Systematik der Abweichungen kann evtl. durch Sekundärströmungen in den Kanalecken erklärt werden. In [12, 22b, 35_7] wird gezeigt, daß solche Sekundärströme ihrerseits Sekundärwirbel hervorrufen können, die in der Symmetrieachse des Kanals eine leichte Strömung von der Kanalmitte zur Wand hin erzeugen. Bei vollständiger Symmetrie und Messung genau in Kanalmitte würde auch bei Auftreten der Sekundärströmung die \bar{u}_2 -Komponente gleich Null sein. Es ist jedoch durchaus möglich, daß die Meßebene nicht genau zwischen den kurzen Seiten des Kanals liegt (Verschiebungen bis etwa

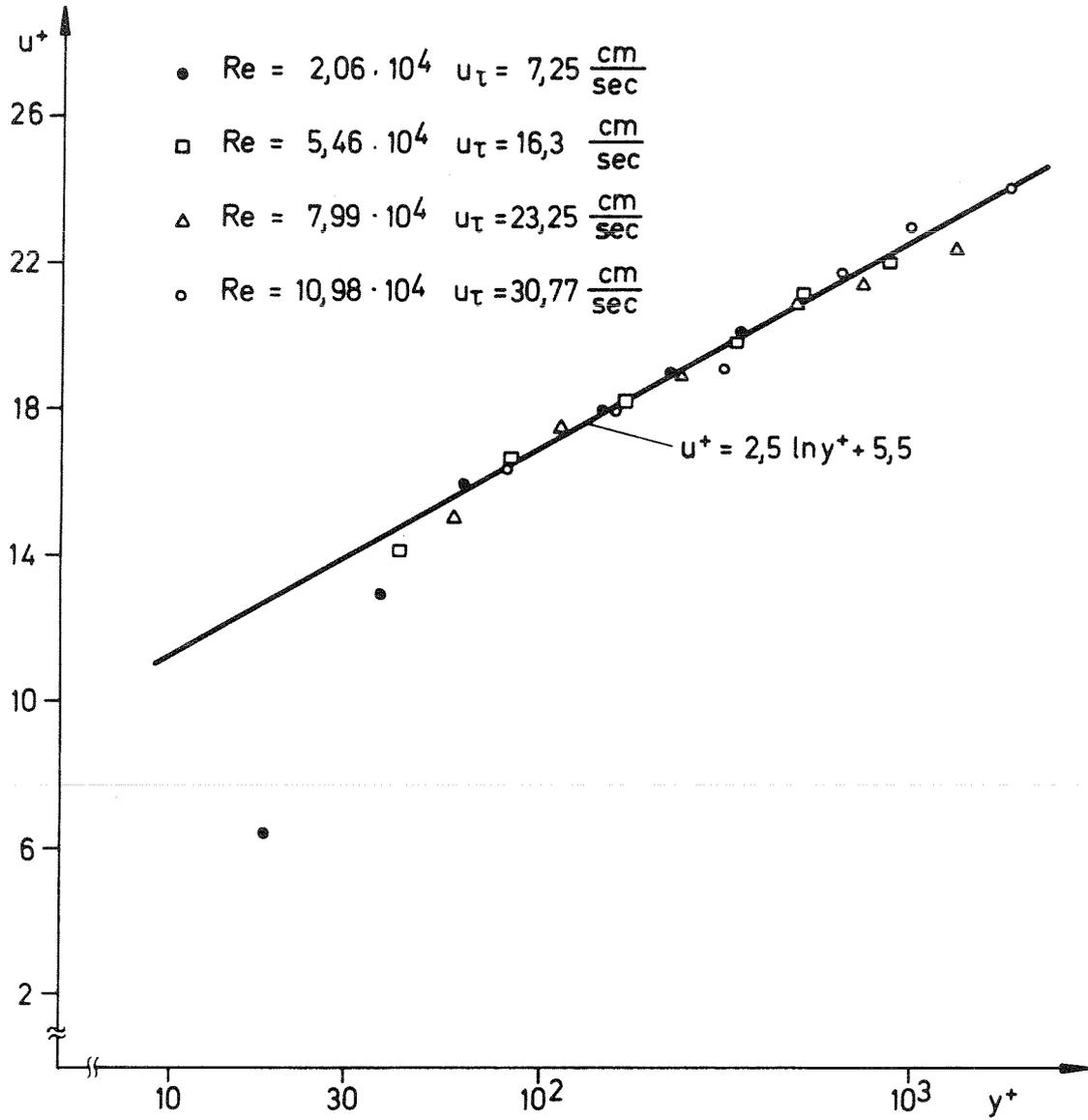


Abb. 6: Geschwindigkeitsprofile aller 4 Reynoldszahlen

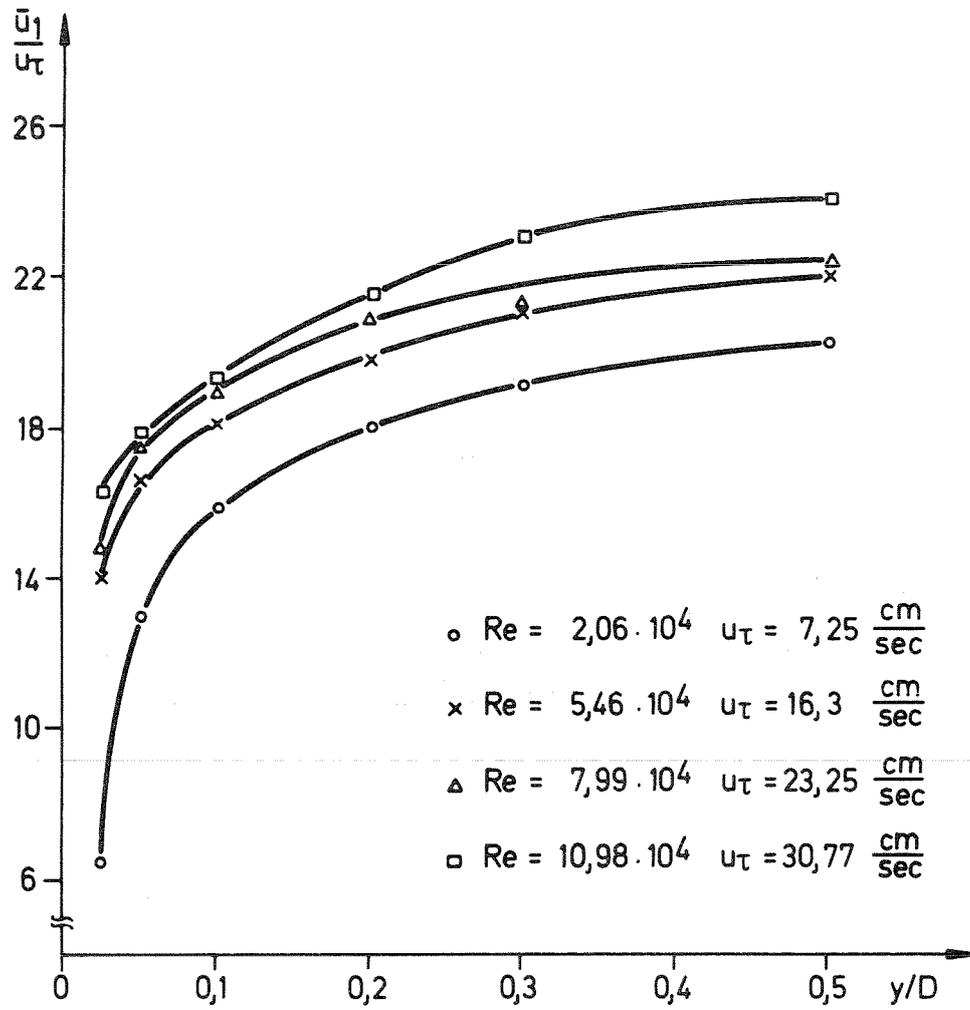


Abb. 7: Geschwindigkeitsprofil mit u_τ normiert

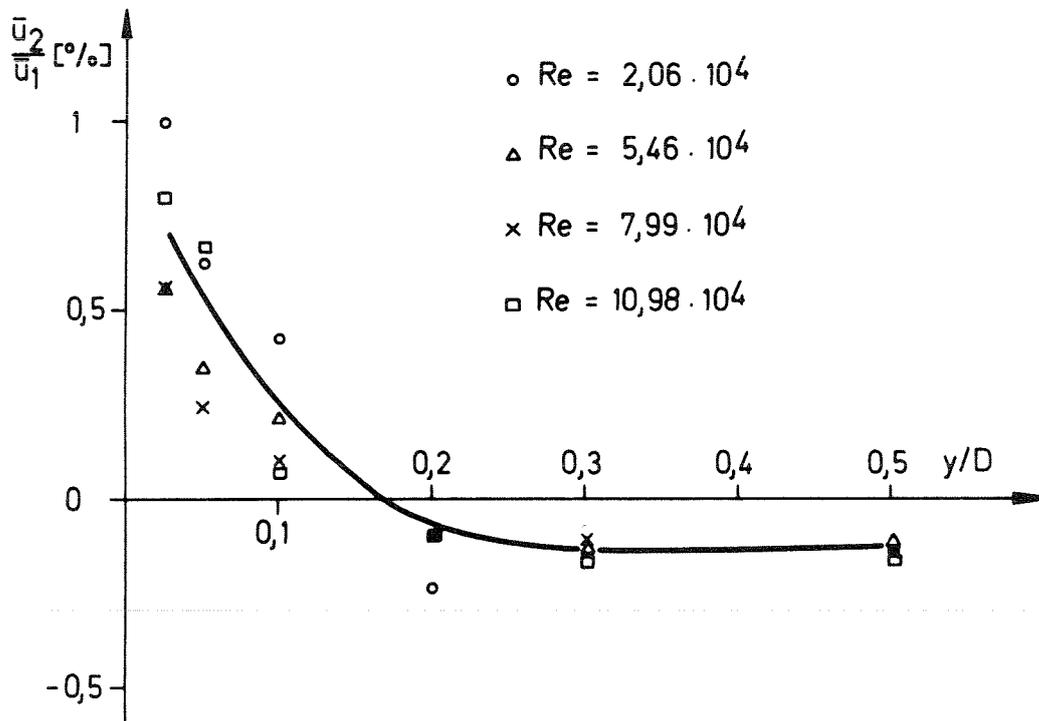


Abb. 8: Prozentualer Anteil der Geschwindigkeit \bar{u}_2 bezogen auf \bar{u}_1 .

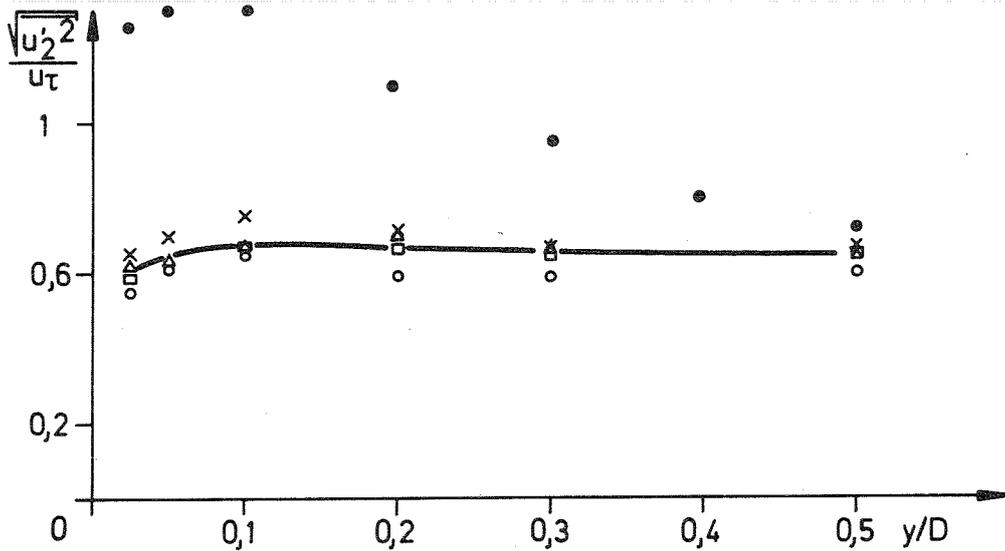
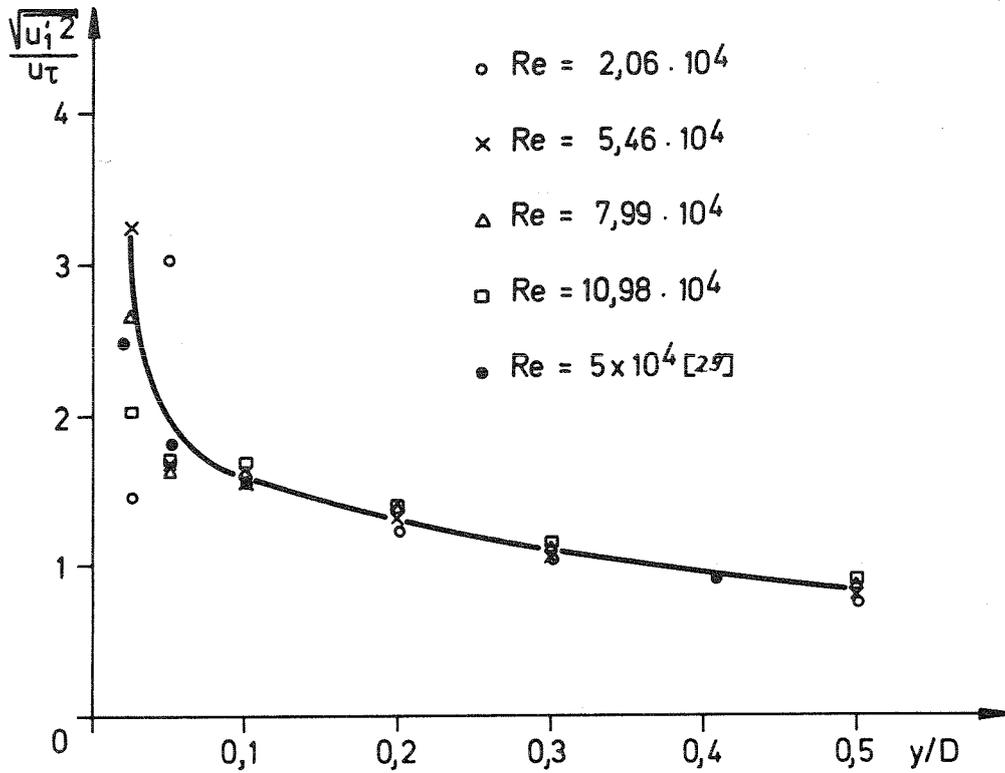


Abb. 9: RMS-Werte von u_1 und u_2 mit u_τ normiert.
Zum Vergleich sind die Werte von Laufer [29] eingezeichnet.

+ 0,3 cm sind möglich) und/oder daß die Strömung nicht exakt symmetrisch ist, da kleine Ungenauigkeiten bei der Einstellung (in bezug auf die langen Seiten des Kanals) auf Kanalmitte und bei der Fertigung des Kanals möglich sind.

Die Schwankungs-Werte (rms-Werte) beider Strömungsrichtungen sind in Abb. 9 dargestellt. Während die rms-Werte von u_1 mit den Ergebnissen anderer Experimentatoren [6, 7, 29] gut übereinstimmen, liegen die rms-Werte von u_2 in den wandnäheren Meßorten zu tief. Diese Abweichungen können nicht allein durch die Sekundärwirbel erklärt werden, durch die relativ niedrige Schwankungen von u_2 in Kanalmitte zur Wand hintransportiert werden. Andererseits sind gerade diese Messungen unproblematisch, da man infolge der Frequenzverschiebung stets in der Mitte des Trackerbereiches mißt und dort starke Schwankungen durchaus zulässig sind. Der drop-out war ebenfalls selbst bei wandnahen Meßorten gering (< 4 %). Auch scheiden irgendwelche Begrenzungen durch Geräteeigenschaften aus, da die absoluten Schwankungswerte mit höherer Reynoldszahl durchaus wie erwartet zunehmen. Es gibt also keine offensichtliche Ursache dieser Abweichung.

Wie man aus diesen Abbildungen sieht, liegen die minimalen Wandabstände bezüglich y^+ , bis auf einen Fall, nur im Bereich $y^+ > 30$.

Die Abstände von der Wand waren nicht klein genug, um in den Bereich zu kommen, wo infolge der Zähigkeitskräfte die Energie geringer wird. Außerdem kann man hier eine größere Schwankungsbreite der Meßwerte erkennen. In einigen Fällen weichen die Meßwerte stark nach unten ab. Es wird vermutet, daß dies auf Meßfehlern beruht. Die Schwierigkeiten rühren zum einen von den relativ großen Geschwindigkeitsschwankungen, die des öfteren zum "drop-out" (siehe Kapitel 4.2.1.5) führten, und zum anderen von starken Geschwindigkeitsgradienten, die auch innerhalb des Meßvolumens auftreten, her.

5.2 E₁₁-Spektrum

Die E₁₁-Spektren werden aus den Geschwindigkeitsmessungen in Hauptströmungsrichtung berechnet.

Um einen Überblick über den Verlauf der Spektren zu erhalten, wurden sie zunächst graphisch dargestellt. Die Darstellung als E₁₁(f) über f hat den Vorteil, daß evtl. Störfrequenzen leicht festzustellen sind, da alle Spektren den gleichen Frequenzbereich überstreichen.

Für Vergleiche mit anderen Messungen in anderen Geometrien und bei anderen Reynoldszahlen eignet sich die Darstellung als E₁₁(k₁) über k₁. Die Umrechnung auf E(f) und f ist in Kapitel 4 gegeben. Zur Normierung der Spektren werden folgende Definitionen gewählt:

$$E_{11}^+ (k_1^+) = \frac{E_{11}(k_1^+)}{\overline{u_1'^2} \cdot D} \quad (5.1)$$

und

$$k_1^+ = k_1 \cdot D \quad (5.2)$$

wobei $\overline{u_1'^2}$ der zeitliche Mittelwert des Geschwindigkeitsschwankungsquadrates der zum Spektrum gehörenden Geschwindigkeitswerte ist.

Die Spektren überspannen zum Teil einen Bereich von bis zu 5 Dekaden. Infolge der Quadrierung entspricht dies allerdings nur einem Meßbereich von 2 1/2 Dekaden oder 50 db. Bei einer mittleren Spannung von 5 Volt und einer Auflösbarkeit der Digitalanlage von 4,96 mVolt beträgt der Meßbereich 60 db. Der generelle Verlauf der Spektren entspricht den theoretischen Erwartungen zumindest bei kleinen Wellenzahlen und zeigt einen mehr oder weniger großen -5/3-Bereich. Bei großen Wellenzahlen entspricht dagegen der Verlauf nicht den theoretischen Erwartungen. Die Ursachen hierfür müssen mit der Meßmethode begründet werden.

5.2.1 Der -5/3 Bereich

Die theoretische vorhergesagte Existenz eines -5/3 Bereiches kann durch die Messungen bestätigt werden. Er kann in allen E_{11} -Spektren festgestellt werden. Teilweise ist er allerdings nur kurz und schwach angedeutet, insbesondere bei den Spektren der Messungen bei der kleinsten Reynoldszahl ($Re = 2,06 \cdot 10^4$).

Die gemessenen Spektren stellen keine glatten Kurven dar. Deshalb müssen die -5/3 Bereiche nach geeigneter optischer Glättung der Kurve der Zeichnung entnommen werden. Die Grenzwellenzahlen (bzw. Grenzfrequenzen) wurden zunächst so festgelegt, daß sie in jedem Falle noch im -5/3 Bereich liegen. Damit wurde verhindert, daß bei der folgenden Berechnung Verfälschungen durch einen zu weit ausgelegten Bereich entstehen.

Aus diesem Bereich wird der Koeffizient $c = \alpha_1 \cdot \bar{\epsilon}^{-2/3}$ aus Gleichung (4.14) als Mittelwert über dem gesamten Bereich berechnet.

Der Koeffizient wird mit zunehmender Wandnähe und zunehmender Reynoldszahl größer. Er kann der Tabelle 2 entnommen werden und ist in Abb.10 dargestellt.

Mit den Werten für c und ihrer Definition $c = \alpha_1 \cdot \bar{\epsilon}^{-2/3}$ kann der zeitliche Mittelwert der Dissipation $\bar{\epsilon}$ berechnet werden. Für α_1 wird der in der Literatur [7, 22a, 48] abgesicherte Wert $\alpha_1 = 0,5$ eingesetzt. (Man beachte $\alpha_1 = \frac{18}{55} \alpha$). Townsend [48, Seiten 98, 99] gibt eine Übersicht über die Ergebnisse verschiedener Experimentatoren und schließt, daß bei dem heutigen Stand des Wissens $\alpha_1 = 0,5 \pm 0,03$ beträgt.

In der Tabelle 2 sind die Werte für $\bar{\epsilon}$ ebenfalls eingetragen. Auf die Schwierigkeiten, $\bar{\epsilon}$ zu berechnen, wird im Kapitel 6 noch eingegangen.

Tabelle 2

Koeffizient c und Dissipation $\bar{\epsilon}$

$$c = \alpha_1 \bar{\epsilon}^{2/3} \quad ; \quad \alpha_1 = 0,5$$

y/D	Re = $2,06 \cdot 10^4$		Re = $5,46 \cdot 10^4$	
	c	$\bar{\epsilon} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^3} \right]$	c	$\bar{\epsilon} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^3} \right]$
0,5	24,160	335,876	90,181	2422,25
0,3	41,196	747,864	148,287	5107,40
0,2	63,022	1415,093	270,881	12609,95
0,1	110,683	3293,562	434,822	25645,55
00,05	173,423	6459,562	642,210	46032,02
0,025	207,385	8447,191	820,091	66426,00
y/D	Re = $7,99 \cdot 10^4$		Re = $10,98 \cdot 10^4$	
0,5	240,238	10531,93	323,436	16452,34
0,3	322,368	16370,91	515,656	33119,59
0,2	425,105	24790,68	688,860	51137,71
0,1	676,383	49754,61	1200,343	117625,8
0,05	889,072	74980,81	1560,961	174434,6
0,025	900,427	76421,81	1488,231	162386,7

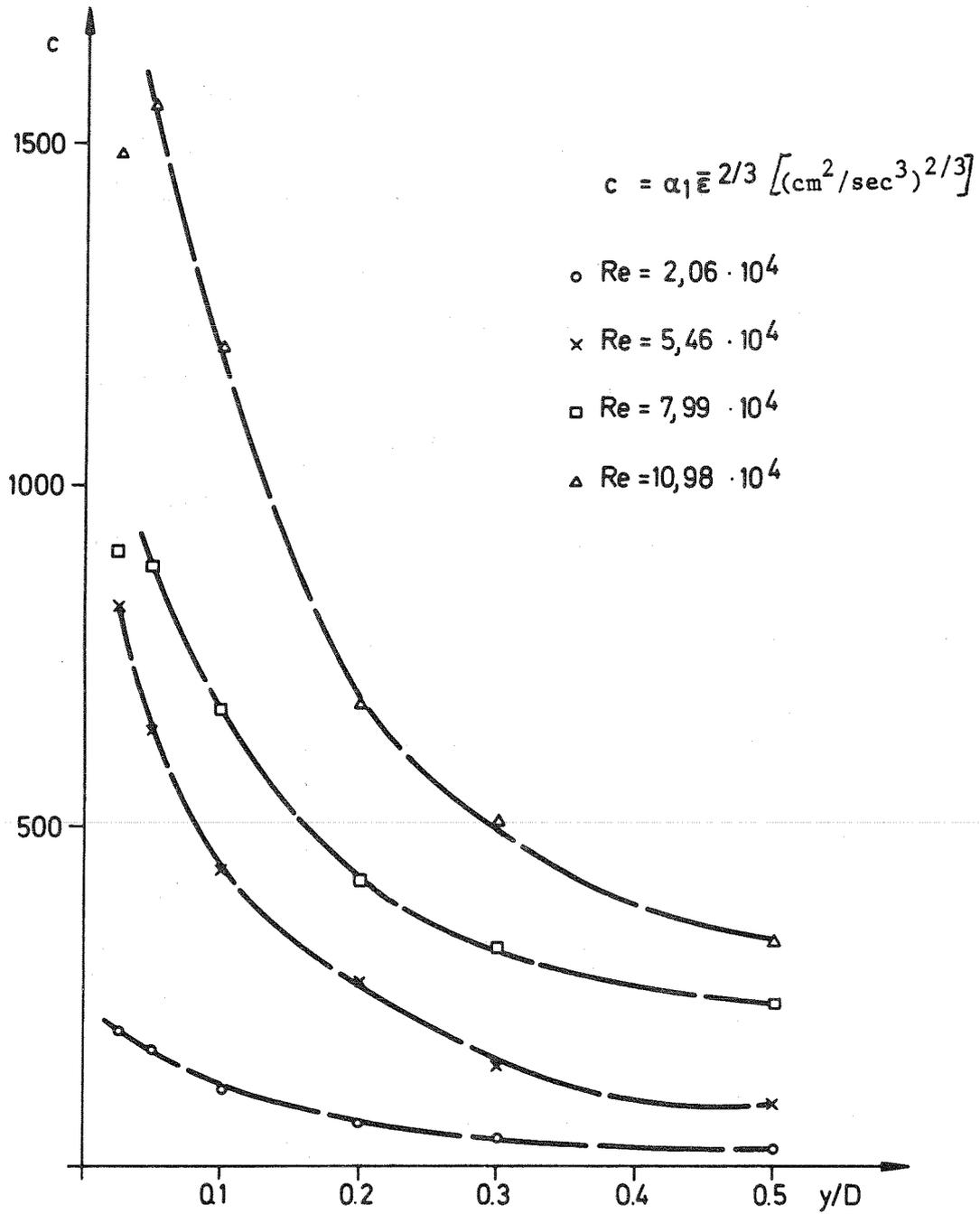


Abb. 10: Der Koeffizient c über dem Wandabstand mit der Reynoldszahl als Parameter

5.2.2 Der Bereich kleiner Wellenzahlen

Integrale Betrachtung

Bei der integralen Betrachtung soll dieser Bereich durch Gleichung (4.16) angenähert werden. Dabei begnügen wir uns mit einer angenäherten Wiedergabe der Form der gemessenen Spektren. Der Parameter L wird so bestimmt, daß der Energieinhalt des Näherungsspektrums mit dem des gemessenen Spektrums übereinstimmt, zumindest bis zu einer Wellenzahl im $-5/3$ -Bereich.

Die Werte für L sind in Tabelle 3 aufgelistet und in Abb. 11 dargestellt. Sie zeigen keine erkennbare Abhängigkeit vom Wandabstand. Die Werte für die beiden wandnähesten Meßorte zeigen allerdings starke Schwankungen. Bei der Betrachtung der Werte in Abhängigkeit von der Reynoldszahl läßt sich eine Tendenz zu größeren Werten bei größer werdender Reynoldszahl feststellen. Dies bedeutet, daß der Hauptenergieanteil bei größerer Reynoldszahl bei kleineren Wellenzahlen liegt.

Mit den Werten für L wird nach Gleichung (4.23) die Grenzwellenzahl k_{ia} berechnet, die man zur Festlegung des Beginns des $-5/3$ -Bereiches verwenden kann. Die Werte für k_{ia} sind in Tabelle 4 dargestellt, wobei $\overline{k_{ia}^6}$ eine Mittelung über alle k_{ia} einer Reynoldszahl und $\overline{k_{ia}^4}$ nur über 4 (ohne die beiden wandnahen Meßorte) bedeutet.

Die Werte $\overline{k_{ia}^4}$ werden über der Reynoldszahl doppel-logarithmisch dargestellt (Abb. 12) und durch eine Ausgleichsgerade approximiert. Es ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$D \cdot k_{ia} = 10^{3,07} Re_D^{-0,44} \quad (5.3)$$

Es war nicht möglich, diese Gleichung theoretisch zu begründen. Es ist anzunehmen, daß sie bei sehr hohen Reynoldszahlen nicht mehr gültig ist, da der $-5/3$ Bereich sicher nicht bis zu beliebig kleinen Wellenzahlen erweitert wird.

In dieselbe Abbildung ist auch die nach Gleichung (4.35) berechnete Kurve eingetragen.

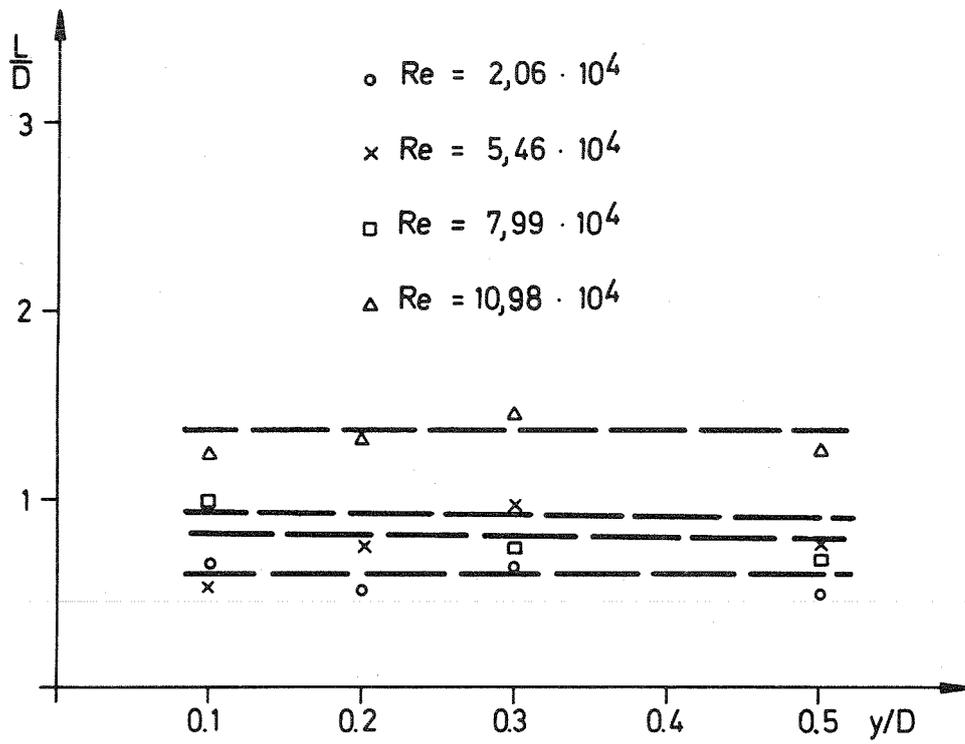


Abb. 11 L/D über dem Wandabstand mit der Reynoldszahl als Parameter

Tabelle 3

Berechnete Werte des Parameters $L \left[\frac{\text{cm}}{\text{m}} \right]$

y/D	0,025	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	L^4
Re							
$2,06 \cdot 10^4$	0,268	1,9	0,65	0,54	0,63	0,49	0,58
$5,46 \cdot 10^4$	2,5	0,48	0,593	0,748	0,966	0,77	0,77
$7,99 \cdot 10^4$	3,27	0,83	0,993	1,37	0,668	0,716	0,94
$10,98 \cdot 10^4$	1,53	1,00	1,2	1,3	1,43	1,26	1,3

-4 Mittelung über die Meßorte ohne die beiden wandnahen Orte

Tabelle 4

Grenzwellenzahlen kia $[\bar{1}/\text{cm}]$

$$kia = \frac{\sqrt{99}}{L} \quad (\text{für } 1\% \text{ Abweichung})$$

Re = 2,06 · 10 ⁴				Re = 5,46 · 10 ⁴		
y/D	kia	\overline{kia}^6	\overline{kia}^4	kia	\overline{kia}^6	\overline{kia}^4
0,5	20,31			12,92		
0,3	15,79			10,3		
0,2	18,43	18,7	17,46	13,2	13	13,33
0,1	15,31			16,78		
0,05	5,24			20,73		
0,025	37,12			3,98		
Re = 7,99 · 10 ⁴				Re = 10,98 · 10 ⁴		
y/D	kia	\overline{kia}^6	\overline{kia}^4	kia	\overline{kia}^6	\overline{kia}^4
0,5	13,9			7,9		
0,3	14,9			6,96		
0,2	7,26	10,18	11,52	7,65	7,88	7,7
0,1	10,02			8,29		
0,05	11,99			9,95		
0,025	3,04			6,5		

-6 Mittelung über alle Meßorte

-4 Mittelung über die Meßorte ohne die beiden wandnähesten Orte

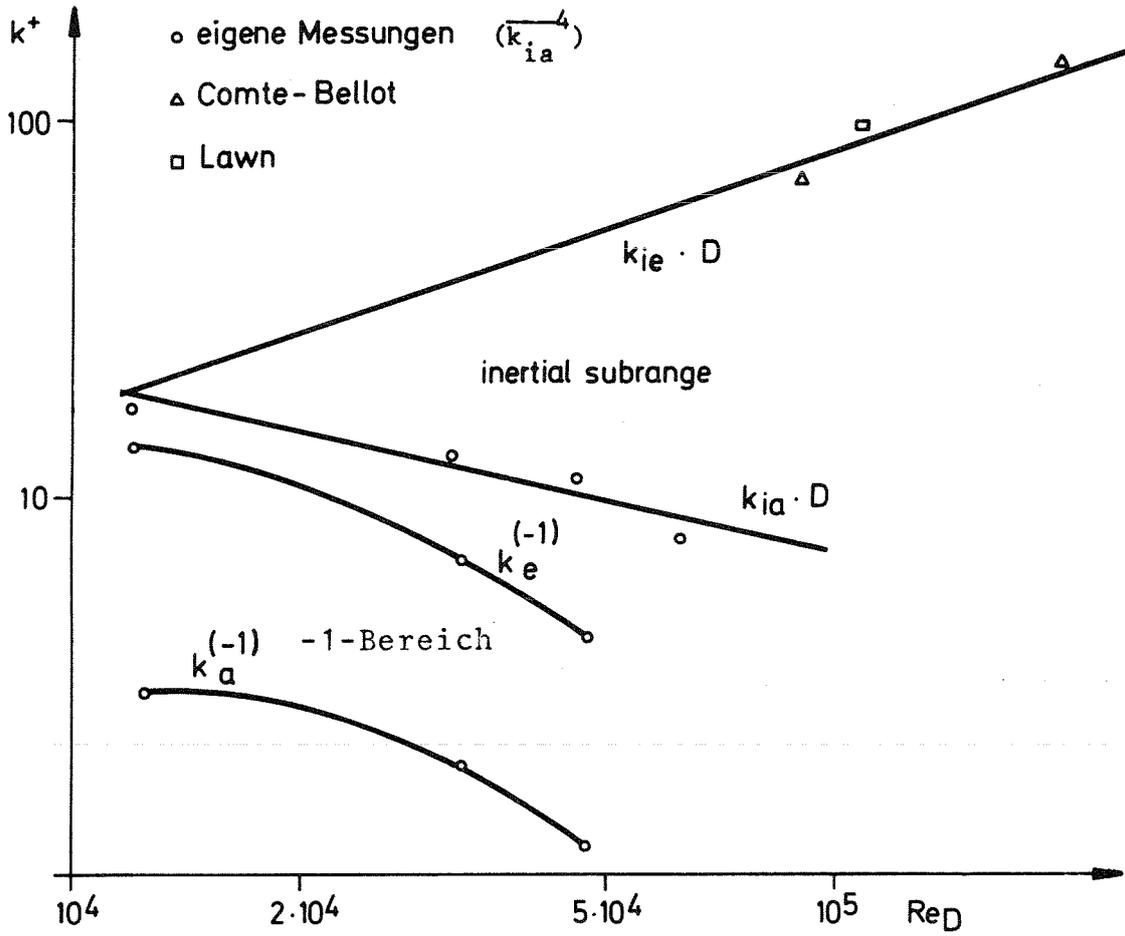


Abb. 12: Kurven der Grenzwellenzahl k_{ia} und k_{ie}
 $k_{ia} \cdot D$ nach Gl. (5.3)
 $k_{ie} \cdot D$ nach Gl. (4.35)
sowie der Grenzwellenzahl $k_a^{(-1)}$ und $k_e^{(-1)}$ des
-1-Bereiches

Mit dieser Gleichung (4.35) und Gleichung (5.3) ist es möglich, eine Reynoldszahl abzuschätzen, oberhalb der mit einem $-5/3$ -Bereich gerechnet werden kann.

Wenn die Bedingung $k_{ia} \cdot D = k_{ie} \cdot D$ erfüllt ist, folgt daraus:

$$\text{Re}_D = 1,16 \cdot 10^4 \quad (5.4)$$

oder

$$\text{Re} \approx 2 \cdot 10^4 \quad (5.5)$$

Berechnet man die Grenzwellenzahl k_{ie} nach Gleichung (4.35) und die Kolmogorovlänge $\eta = (\nu^3/\bar{\epsilon})^{1/4}$ mit den Werten für $\bar{\epsilon}$, deren Berechnung in Kapitel 5.2.1 dargestellt wird, so erhält man $b = 0,164$ für die 3 größten Reynoldszahlen ($b_{\text{theoretisch}} = 0,169$, siehe Kapitel 4.2.1.5). Bei der Reynoldszahl $\text{Re} = 2,06 \cdot 10^4$ ist $b = 0,142$; diese Abweichung ist durch die relativ niedrige Reynoldszahl erklärbar. Die gute Übereinstimmung bei den anderen Reynoldszahlen bestätigt die berechneten Werte für $\bar{\epsilon}$, bzw. die Verwendung von $\alpha_\eta = 0,5$ (siehe Kapitel 5.2.1) für die Berechnung von $\bar{\epsilon}$.

k^{-1} -Bereich

Wie schon erwähnt, zeigen die Spektren des Hauptströmungsgeschwindigkeitsvektors einen zum Teil sehr ausgeprägten -1 -Bereich. Diese Bereiche sind in den Abb. 20 bis 26 deutlich erkennbar.

Aus den Zeichnungen werden durch optische Glättung die Grenzwellenzahlen $k_a^{(-1)}$ für die untere Grenze und $k_e^{(-1)}$ für die obere Grenze des -1 -Bereiches sowie der dort gültige Koeffizient a des Ansatzes:

$$E_{11}(k_1^+) = a \cdot (k_1^+)^{-1} \quad (5.6)$$

entnommen. Die Werte für a sind in Abb. 13 als Funktion des Wandabstandes und mit der Reynoldszahl als Parameter dargestellt.

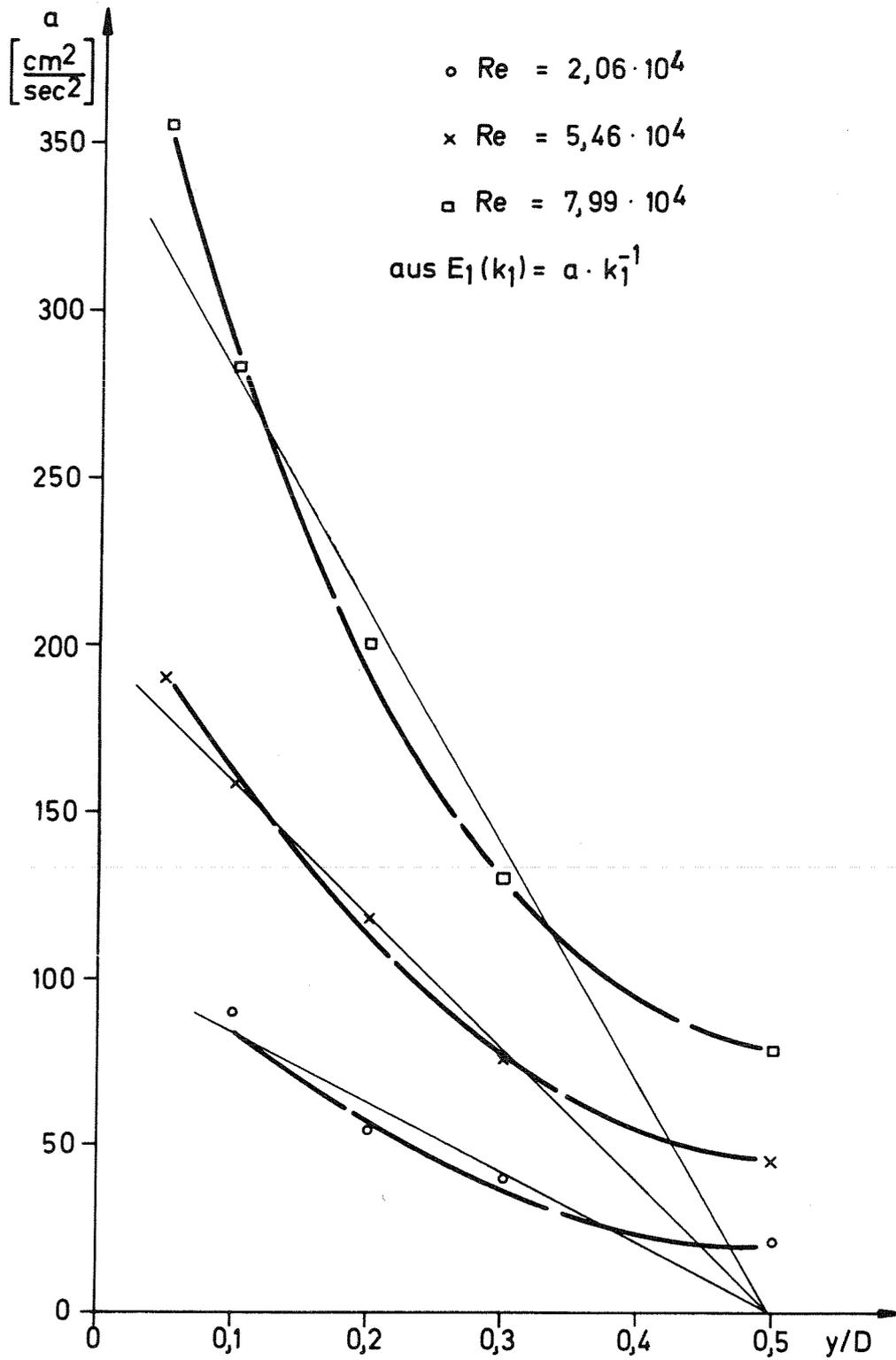


Abb. 13 Spektrumskoeffizient als Funktion des Wandabstandes und der Reynoldszahl als Parameter - Gleichung (5.12)

In den Spektren der Reynoldszahlen $Re = 2,06 \cdot 10^4$, $5,46 \cdot 10^4$ und $7,99 \cdot 10^4$ sind -1-Bereiche vorhanden, außer in den Spektren der wandnähesten Meßorte; bei der höchsten Reynoldszahl ($Re = 10,99 \cdot 10^4$) nur in Kanalmitte.

Die Grenzwellenzahlen $k_a^{(-1)}$ und $k_e^{(-1)}$ sind in der Abb. 14 über dem Wandabstand mit der Reynoldszahl als Parameter dargestellt.

Da die Grenzwellenzahlen jeder Reynoldszahl über dem Wandabstand nicht stark variieren, wurde der jeweilige Mittelwert für eine Reynoldszahl in die Abb. 12 zusammen mit den Grenzwellenzahlen für den -5/3-Bereich eingetragen. Zur Verdeutlichung der Abhängigkeit von der Reynoldszahl wurden sie in Abb. 14a halblogarithmisch dargestellt.

Den Abbildungen ist zu entnehmen, daß der -1-Bereich mit zunehmender Reynoldszahl kleiner wird und es ist deshalb auch folgerichtig, daß der -1-Bereich bei der höchsten Reynoldszahl nicht mehr richtig zu erkennen ist.

Diese Verkleinerung mit größer werdender Reynoldszahl und die Existenz auch bei Spektren aus Messungen in Kanalmitte deuten an, daß es sich hier um einen -1-Bereich handelt, der nicht allein mit der Theorie von Tchen erklärt werden kann. Trotzdem wurde diese Theorie verwendet, um die Konstante A (Gleichung (4.25)), die ja unabhängig von Wandabstand und Reynoldszahl sein soll, zu berechnen.

Man muß in diesem Falle jedoch genauer von einem Koeffizienten A_{11} sprechen, die für das eindimensionale Spektrum gültig ist.

Es gilt somit analog zu (4.24):

$$E_{11}(k_1^+) = A_{11} \frac{\bar{\varepsilon}}{d\bar{u}_1} k_1^{+-1} \quad (5.7)$$

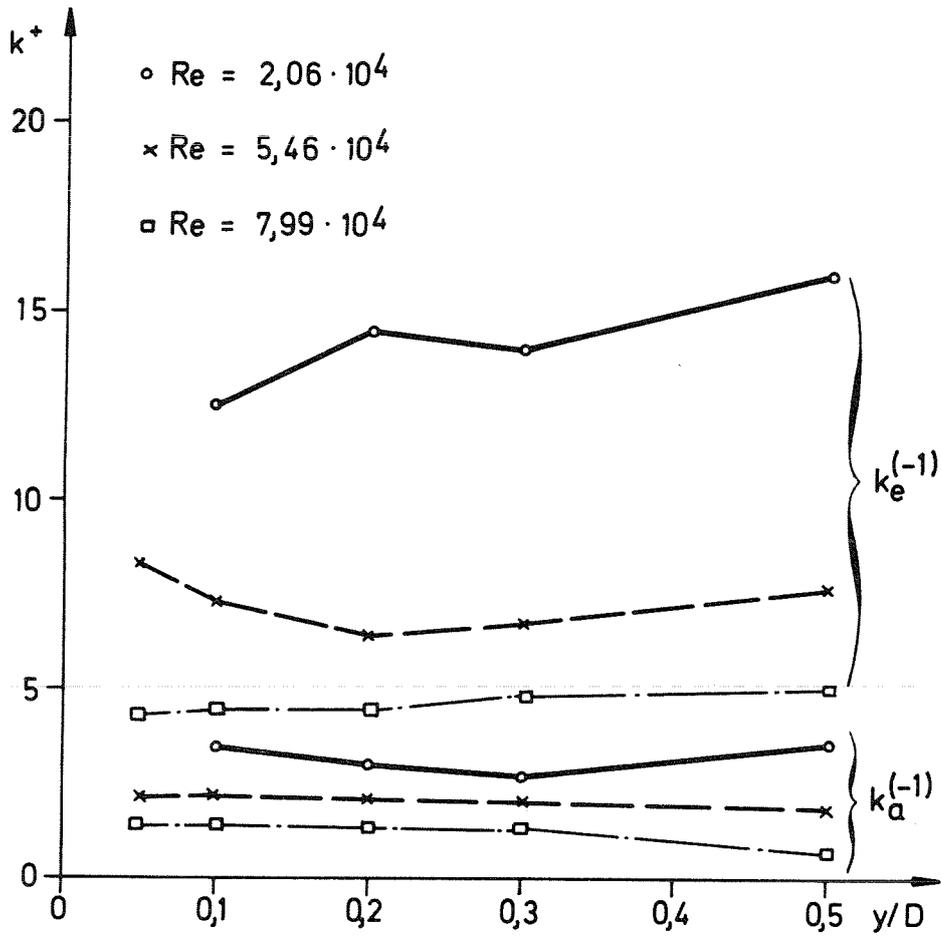


Abb. 14 Die Grenzwerte $k_a^{(-1)}$ und $k_e^{(-1)}$ des -1-Bereiches als Funktion des Wandabstandes und der Reynoldszahl als Parameter

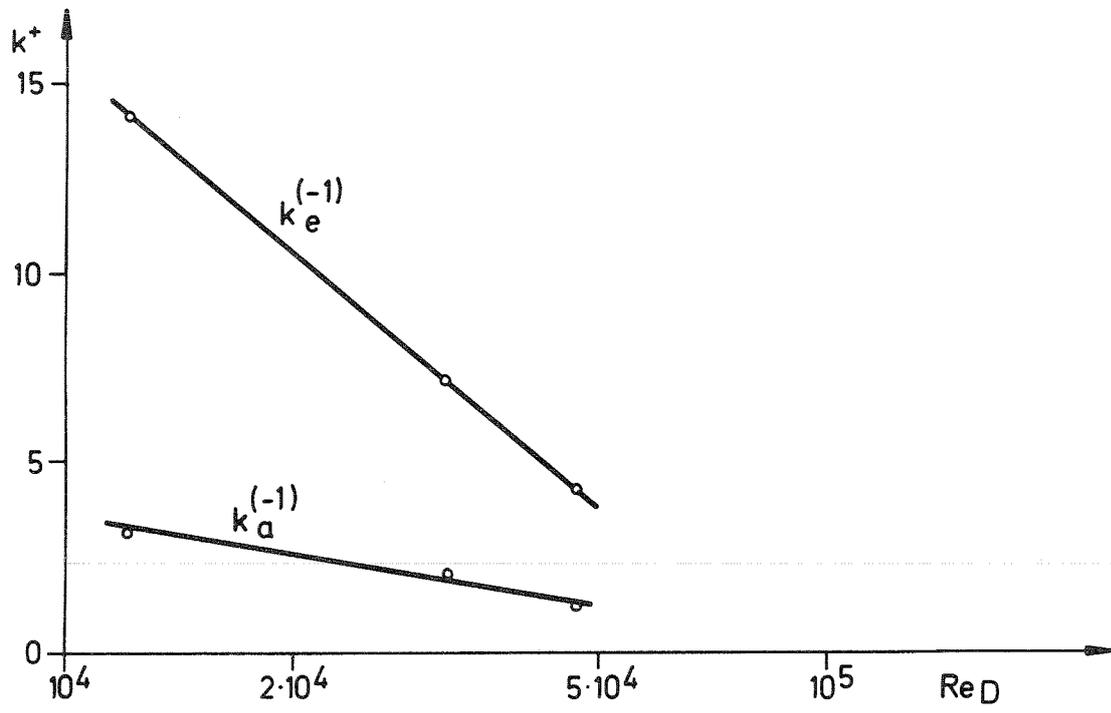


Abb. 14a Die Mittelwerte $k_a^{(-1)}$ und $k_e^{(-1)}$ über der Reynoldszahl (halblogarithmisch)

und daraus (siehe Gleichung (5.6) und (5.7)):

$$a = A_{11} \frac{\bar{\varepsilon}}{\frac{d\bar{u}_1}{dy}} \quad (5.8)$$

Bei der Berechnung von A_{11} werden 3 Wege beschriftet:

- 1) Im ersten Falle wird das aus dem $-5/3$ -Bereich mit $\alpha_1 = 0,5$ berechnete $\bar{\varepsilon}$ für das jeweilige Spektrum verwendet und die Ableitung $d\bar{u}_1/dy$ aus dem logarithmischen Wandgesetz (Gleichung (4.2)) berechnet. Es ergibt sich:

$$A_{11}^{(1)} = \frac{a}{\bar{\varepsilon}} \frac{u_\tau \cdot 2,5}{y} \quad (0 < y < \frac{D}{2}) \quad (5.9)$$

Der so berechnete Wert gilt in einem mittleren Bereich für y zwischen 0 und $D/2$, verliert aber in Kanalmitte seine Gültigkeit, da dort das Wandgesetz nicht mehr gültig ist; insbesondere sagt das Wandgesetz hier einen positiven Geschwindigkeitsgradienten voraus, während dieser tatsächlich Null ist.

- 2) Im zweiten Falle wird angenommen, daß die Produktion gleich der Dissipation ist.

$$P \approx \varepsilon$$

und
$$P = - \overline{u_1' u_2'} \partial \bar{u}_1 / \partial y \quad (5.10)$$

Es gilt
$$\overline{u_1' u_2'} = \left(\frac{2y}{D} - 1\right) u_\tau^2 \quad (5.11)$$

unter der Annahme, daß die gesamte Schubspannung eine Folge der turbulenten Reibung ist und man sich nicht im wandnahen Bereich befindet [42_7].

Hiermit erhält man:

$$A_{11}^{(2)} = a / \left(1 - \frac{2y}{D}\right) u_\tau^2 \quad (5.12)$$

Diese Gleichung gilt wohl für den Bereich des logarithmischen Wandgesetzes näherungsweise. In Kanalmitte aber ist die Produktion Null. Dort ist die Dissipation keineswegs Null, was durch die dort dominierende Diffusion in der Energiebilanz ausgeglichen wird.

Nach dieser Gleichung für $A_{11}^{(2)}$ fällt bei konstantem $A_{11}^{(2)}$ die Größe a linear ab bis zu $y/D = 0,5$, dort ist sie Null. In erster Näherung kann auch eine Gerade, die bei $y/D = 0,5$ durch Null geht durch die Werte der Meßergebnisse von a gelegt werden (Abb. 13). Dies deutet darauf hin, daß die Vernachlässigung der Diffusion bei der Herleitung von Gleichung (4.24) für die Diskrepanz mit den Meßergebnissen verantwortlich ist.

- 3) Im dritten Falle wird $\bar{\epsilon}$ wie im ersten Falle berechnet, die Ableitung $d\bar{u}_1/dy$ jedoch den gemessenen Geschwindigkeitsprofilen entnommen. Es gilt:

$$A_{11}^{(3)} = \frac{a}{\bar{\epsilon}} \left(\frac{d\bar{u}_1}{dy} \right)_{\text{Profil}} \quad (5.13)$$

Diese Methode hat den Vorteil, daß alle Werte den Messungen direkt entnommen werden; ihr Nachteil besteht darin, daß die Meßfehler relativ großen Einfluß haben.

Die auf diese 3 Arten berechneten Werte für $A_{11}^{(i)}$ sind in Tabelle 5 wiedergegeben.

Um nun eine Abschätzung der erhaltenen Werte zu ermöglichen, wurde der von Tchen [46b_7] angegebene Wert von $A = 3\sqrt{6}$ unter der mit Vorbehalt zu verstehenden Annahme von Isotropie nach Gleichung (4.12) umgerechnet ($n = -1$). Es folgt daraus

$$A_{11} = \frac{2}{3} A = 4,9 \dots \quad (5.14)$$

Vergleicht man diesen Wert mit den Ergebnissen für $A_{11}^{(i)}$, so kann man folgende Feststellungen machen:

Tabelle 5

$$E(k_1) = a \cdot k^{-1}; A_{11}^{(1)} = \frac{a u_\tau \cdot 2,5}{\varepsilon y}; A_{11}^{(2)} = a / (1 \cdot \frac{2Y}{D}) u_\tau^2; A_{11}^{(3)} = \frac{a \overline{du}_1}{\varepsilon dy}$$

y/D	Re = 2,06 · 10 ⁴			Re = 5,46 · 10 ⁴			Re = 7,99 · 10 ⁴		
	A ₁₁ ⁽¹⁾	A ₁₁ ⁽²⁾	A ₁₁ ⁽³⁾	A ₁₁ ⁽¹⁾	A ₁₁ ⁽²⁾	A ₁₁ ⁽³⁾	A ₁₁ ⁽¹⁾	A ₁₁ ⁽²⁾	A ₁₁ ⁽³⁾
0,3	3,23	1,9	3,4	2,05	0,72	2,02	1,54	0,6	1,18
0,2	3,49	1,73	4,0	1,92	0,75	2,09	2,34	0,62	2,33
0,1	4,95	2,14	5,6	2,53	0,75	2,14	3,3	0,65	3,19
0,05	-	-	-	3,38	0,8	3,6	5,5	0,73	5,33

Die experimentell bestimmten Werte für $A_{11}^{(i)}$ stimmen größenordnungsmäßig mit der theoretischen Vorhersage überein. Eine wesentlich bessere Übereinstimmung war nicht zu erwarten, da schon die Umrechnung von A in A_{11} unter der Bedingung der Isotropie gemacht wurde. Die relativen Abweichungen der gemessenen $A_{11}^{(i)}$ untereinander sind zum Teil beträchtlich, insbesondere liefert Methode 2), bei der Produktion und Dissipation gleichgesetzt wurde, sehr viel kleinere Werte, als die anderen Methoden.

Die Werte sind vom Wandabstand und der Reynoldszahl abhängig. Es muß daher noch eine theoretische Begründung für einen solchen -1-Bereich bei so relativ niedrigen Reynoldszahlen und auch bei Spektren von Messungen in Kanalmitte gefunden werden. Eine derartige erweiterte Theorie sollte neben der unmittelbaren Produktion $-\overline{u_1' u_2'} \cdot d\bar{u}_1/dy$ auch noch die Energiezufuhr infolge Diffusion berücksichtigen, die gerade in Kanalmitte dominiert.

5.2.3 Der Bereich großer Wellenzahlen

Der dem -5/3-Bereich folgende Bereich hoher Wellenzahlen kann durch die vorliegenden Messungen nicht vollständig abgedeckt werden.

Wie im Kapitel 4 gezeigt wurde, sollte der Exponent in diesem Bereich mindestens Werte < -3 haben. Bei den vorliegenden Messungen ist der Exponent in einigen Fällen, besonders in Kanalmitte, sogar $> -5/3$.

Dies ist auf meßtechnische Schwierigkeiten zurückzuführen, die direkt von der Laser-Doppler-Methode und der Art der Umwandlung der Signale in eine Analogspannung herrühren.

Im weiteren soll nun versucht werden, die Gründe für diese Abweichungen vom erwarteten Verlauf bei hohen Wellenzahlen näher zu erläutern.

In einer frühen Phase der Experimente wurden, da zunächst eine direkte Digitalisierung aus technischen Gegebenheiten nur bis 20 kHz möglich war, die Meßwerte zuerst auf ein Analogband aufgezeichnet. Die Digitalisierung erfolgte dann mit einer gegenüber der Aufnahmegeschwindigkeit halbierten Geschwindigkeit, um somit eine reale Abtastfrequenz von 40 kHz zu erreichen. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) ist bei Analogbändern schlecht (≈ 40 db); deshalb wurde vermutet, daß die Werte gegen Ende des Spektrums im Bereich des Rauschens des Analogbandes liegen [17, 23]. Um diese Möglichkeit nachzuprüfen, wurden zwei Methoden verwandt.

Zunächst wurden sogenannte Rauschspektren aufgenommen. Dazu wurde bei den Messungen die Bohrung, durch die sonst das Streulicht der Teilchen auf den Photovervielfacher auftrifft, verdeckt. Die Rauschspektren enthalten den Rauschanteil des Photoverstärkers bei Dunkelstrom, den des Trackers, der Zuleitungen sowie den des Analogbandes. Durch Subtraktion dieses Rauschspektrums konnte jedoch nur eine geringe Verbesserung erzielt werden. Im Bereich des $-5/3$ -Bereiches und bei kleinen Wellenzahlen lag das Rauschspektrum so tief, daß sich keine Änderung ergab.

Als zweites wurden, um ein besseres Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu erreichen, die beiden parallelen Ausgänge des Trackers gleichzeitig einerseits direkt und andererseits über ein 1 KHz Hochpaßfilter mit anschließender Verstärkung auf Analogband aufgezeichnet. Das Hochpaßfilter unterdrückt die niedrigen Frequenzen mit hohen Amplituden und ermöglicht so eine Verstärkung, ohne dabei den Meßbereich zu überschreiten. Zur Synchronisation der Meßwerte

wurde auf einer dritten Spur ein Zeitsignal aufgenommen. Beide Spektren hatten jedoch den gleichen Verlauf bei hohen Wellenzahlen, zumindest war der Unterschied sehr gering. Damit ist ausgeschlossen, daß die gefundenen Abweichungen eine Folge des Rauschens des Analogbandes sind.

Nach einer Verbesserung an der Meßeinrichtung konnten bei den letztlich ausgewerteten Versuchen die Meßwerte bei einer Abtastfrequenz von 40 kHz direkt digitalisiert werden.

Auch diese Spektren zeigen das gleiche Verhalten bei den hohen Wellenzahlen. Die Rauschspektren liegen so niedrig, daß sie in keinem Bereich des Spektrums durch ihre Subtraktion eine Änderung bewirken. Störungen infolge der Meßwerterfassungsanlage sind damit ausgeschlossen. Die Rauschspektren zeigen auch, daß der Meßbereich der Meßanlage genügend groß ist, und daß keine Störfrequenzen mit beeinflussender Amplitudengröße vorhanden sind.

Der Test des Trackers (Anhang E) zeigt, daß auch von ihm keine Einschränkungen ausgehen.

Die oben genannten Ergebnisse lassen insgesamt vermuten, daß das Rauschen von der Meßmethode selbst herrührt. Für ein derartiges "inhärentes Rauschen" sprechen die folgenden Beobachtungen:

Vergleicht man Spektren bei gleichen Reynoldszahlen aber verschiedenen Meßorten, so ist eine systematische Änderung der Form der Spektren bei hohen Wellenzahlen festzustellen.

In Abb. 15 sind die Spektren der Reynoldszahl $Re = 7,99 \cdot 10^4$ und den Wandabständen $y/D = 0,5, 0,2, 0,05$ dargestellt. Es wurde verzichtet, die gesamten Spektren zu zeigen und die Ordinatenachse nicht beschriftet, da die Spektren zur besseren Klarheit der Darstellung verschoben wurden.

Spektren in Kanalmitte haben nach dem $-5/3$ -Bereich einen größeren Exponenten als $-5/3$, zur Wand zu wird dieser Exponent kleiner, um schließlich bei den wandnahen Meßorten $< -5/3$ zu werden. Dies läßt sich mit Rauschen erklären, da ein Rauschen bei höherer Gesamtenergie, wie sie in den wandnahen Meßorten gegeben ist, weniger zum Spektrum beiträgt und also in Kanalmitte einen stärkeren Anstieg des Spektrums bewirkt als in Wandnähe.

Betrachtet man die Spektren gleicher Meßorte aber verschiedener Reynoldszahl, so fällt bei den beiden mittleren Reynoldszahlen ($Re = 5,46 \cdot 10^4$ und $7,99 \cdot 10^4$) auf, daß die Werte $E_{11}(k_1)$ bei den höchsten Wellenzahlen für diese beiden Reynoldszahlen gleich sind (Abb. 16, 17). Im gesamten übrigen Verlauf liegen die Spektren entsprechend der Reynoldszahlen jedoch übereinander. Bei beiden Messungen ist der Bereich des Trackers gleich, die Ausgangsspannungen sind entsprechend den Geschwindigkeitswerten verschieden. Die Geschwindigkeitswerte werden mit der gleichen Proportionalitätskonstanten $c_3(B)$, (Anhang F) berechnet. Daraus folgt, daß das Energiespektrum bei hohen Wellenzahlen weitgehend unabhängig von der Reynoldszahl ist und statt dessen dem von der Meßmethode induzierten Rauschen entspricht.

Dieses inhärente Rauschen kann mit der Entstehung der Lichtsignale erklärt werden:

Ein Teilchen im Meßvolumen sendet seine Signalfrequenz entsprechend seiner Geschwindigkeit aus. Sind mehrere Teilchen mit gleicher Geschwindigkeit im Meßvolumen, so ist die Gesamtamplitude, infolge der Phasenlage der Frequenzen, keineswegs die Summe aller Amplituden. Bei der Anwesenheit sehr

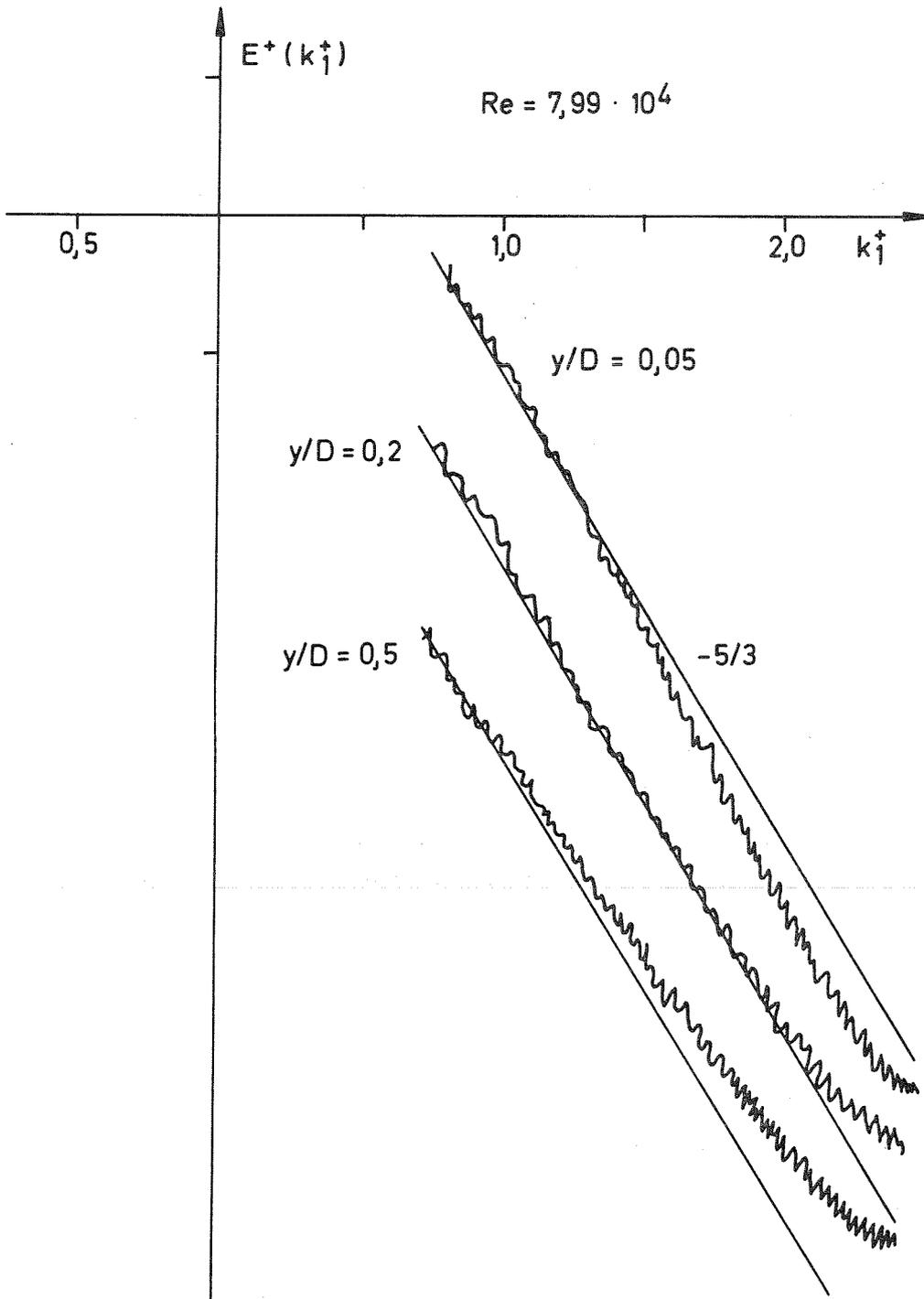


Abb. 15 Verlauf der Spektren bei hohen Wellenzahlen bei verschiedenen Wandabständen (nicht korrigiert) (Die Kurven sind senkrecht gegeneinander verschoben)

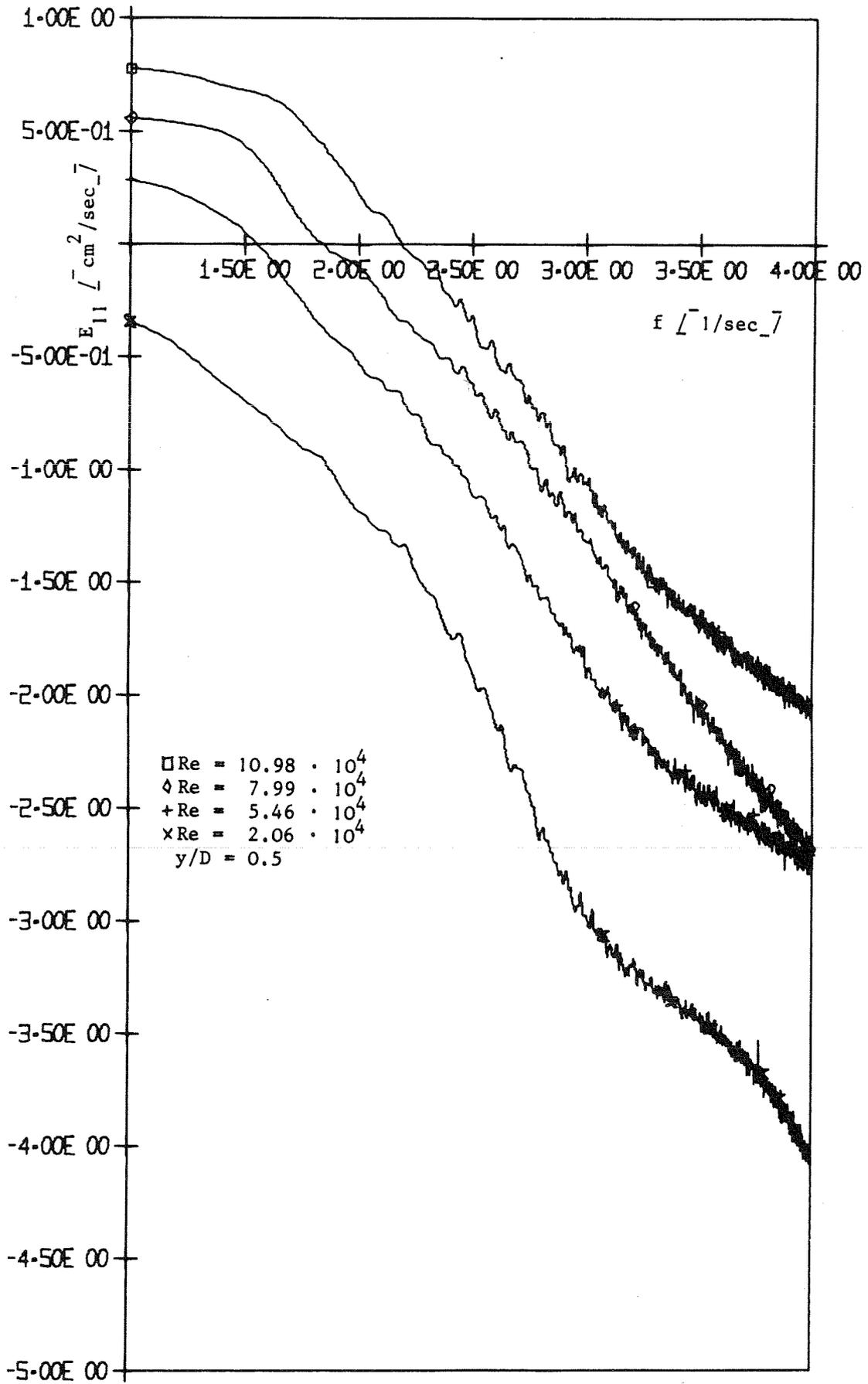


Abb. 16: $E_{11}(f)$ über der Frequenz f , alle 4 experimentell erfaßten Reynoldszahlen.

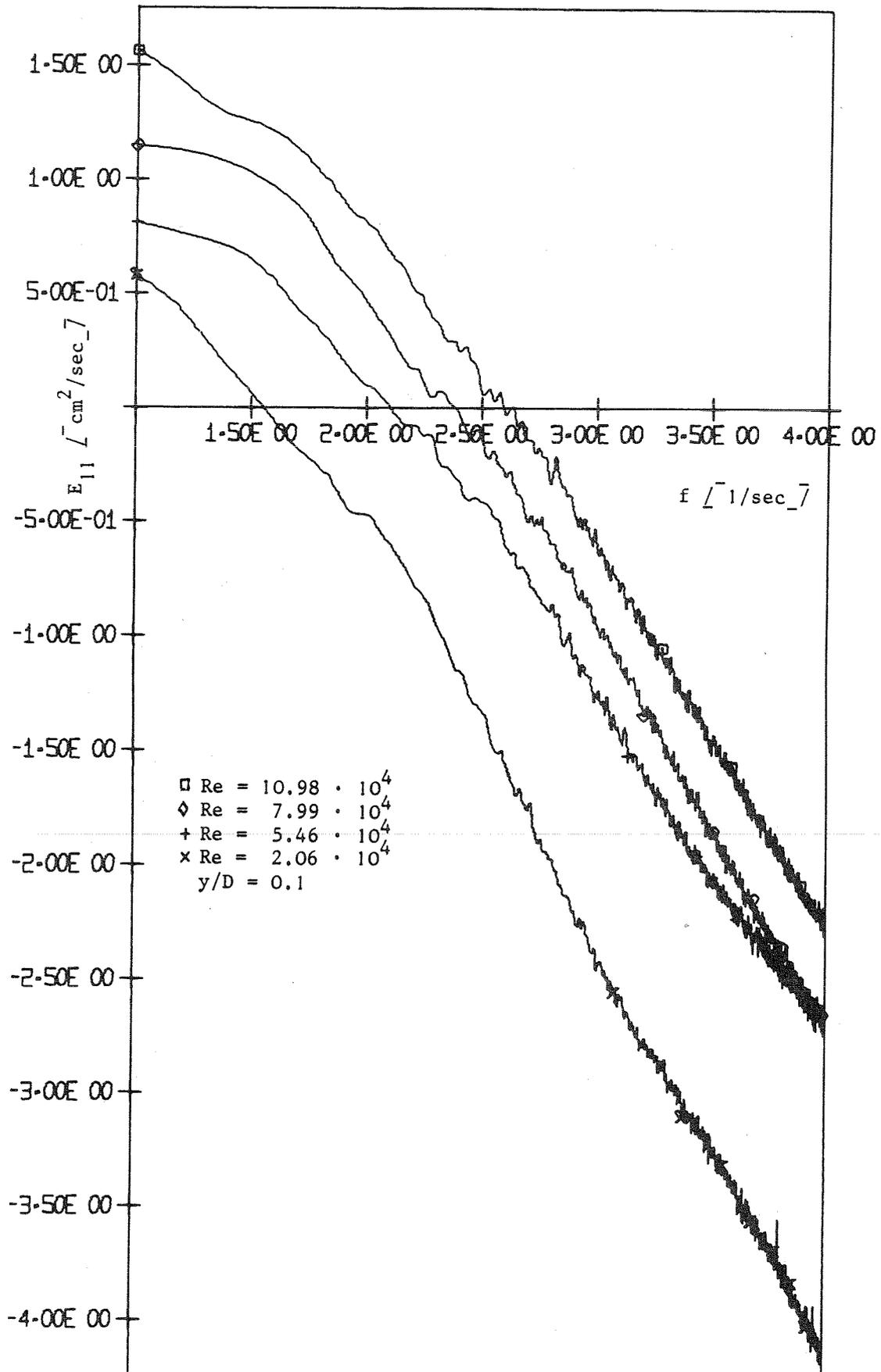


Abb. 17: $E_{11}(f)$ über f , alle 4 Reynoldszahlen

vieler Streuteilchen kann die Phasenlageverteilung so ungünstig sein, daß das Signal fast nur aus einer Gleichspannung besteht.

Sind andererseits im gesamten Fluid zu wenig Streuteilchen, so ist des öfteren überhaupt kein Streuteilchen im Meßvolumen und damit auch kein Signal vorhanden. Desgleichen wird durch relativ große Schmutzteilchen im Fluid zeitweise das ganze Meßvolumen verdeckt und ebenfalls ein Signalausfall erzeugt. Tritt während des Durchlaufs eines Teilchens durch das Meßvolumen ein weiteres Teilchen in das Meßvolumen ein, so entsteht ein "Phasensprung", der zu Meßfehlern der ansonsten gleichen Frequenzen der beiden Signale führt. Bei mehreren Teilchen, die ständig in das Meßvolumen ein- und ausströmen, treten häufig Phasensprünge auf, die kleine Frequenzänderungen vortäuschen.

Der Tracker mißt die Frequenzänderungen aufgrund der Phasensprünge und gibt sie als Spannungsänderungen weiter. Im Falle eines Signalausfalls oder einer zu geringen Amplitude des Signals verhindert eine sogenannte "drop-out"-Schaltung, daß der Tracker nach einer Frequenz sucht und damit wegdriftet. Er bleibt beim letzten Wert stehen und täuscht eine konstante Geschwindigkeit für die Zeitdauer des drop-out vor.

Diese drop-out-Schaltung erzeugt im zeitlichen Verlauf scharfe Kanten, die bei der Auswertung hohe Frequenzen entstehen lassen; die Phasensprünge täuschen ebenfalls hohe Frequenzen vor.

Ein optimaler Streuteilchenanteil ist nicht einfach zu finden. Normal verschmutztes Trinkwasser hat genügend Streuteilchen, um Messungen in Kanalmitte durchzuführen. Der am Tracker angezeigte drop-out ist jedoch hoch ($> 10\%$), und die Geschwindigkeitsänderung kann während des drop-out so groß werden, daß der Tracker dem danach sich einstellenden Signal nicht mehr folgen kann. In der Nähe der Wand, wo die Geschwindigkeitsfluktuationen relativ hoch sind, waren deshalb keine Messungen mit "reinem" Wasser möglich.

Die Zugabe von Streuteilchen setzt den drop-out-Anteil prozentual um mehr als die Hälfte ($\approx 4\%$) herab. Dabei wurde so verfahren, daß der Streuteilchenanteil solange erhöht wurde,

bis keine merkliche Änderung des drop-out-Anteils festzustellen war.

Es ist also nicht möglich, den drop-out völlig zu verhindern, einmal sind im Fluid immer größere Streuteilchen vorhanden, zum anderen kann durch Anwesenheit zu vieler Teilchen im Meßvolumen die Signalamplitude zu klein werden. Die Phasensprünge sind ebenfalls nicht zu verhindern. Wie schon erwähnt, sind bei den Spektren der beiden mittleren Reynoldszahlen die Werte bei den höchsten Wellenzahlen gleich. Die Reaktionen auf Phasensprünge und drop-out sind gleich, da der Bandpaß, der zu überdeckende Frequenzbereich und die Nachlaufeigenschaften gleich sind. Der prozentuale Anteil des drop-out ist ebenfalls gleich.

Drop-out und Phasensprünge treten statistisch unabhängig bei beiden Messungen auf. Da in beiden Fällen die Spektrumswerte bei hohen Wellenzahlen gleich sind, müßte eigentlich der zu messende Amplitudenanteil dort Null gewesen sein. Damit steht fest, daß diese Spektrumswerte von inhärentem Rauschen herrühren.

Würde man den Verlauf des Rauschspektrums kennen, so könnte man durch einfache Subtraktion die gemessenen Spektren korrigieren. Der genaue Verlauf ist jedoch unbekannt. Eine gesonderte Messung des Rauschanteils ist nicht vorstellbar. Es besteht zwar eine Möglichkeit, den drop-out zu detektieren, der Rechenaufwand wäre jedoch beträchtlich. Es wurde versucht, für kurze Zeitabschnitte (12 msec) durch zeichnerische Darstellung des Zeitsignals bei starker Auflösung solche drop-outs zu finden.

Hierzu wurde eine Messung mit normal verschmutztem Trinkwasser durchgeführt. In diesem Falle ist der drop-out-Anteil mit 12 % sehr hoch. Die gefundenen drop-out-Stellen sind von einer Zeitdauer, die einer Grundfrequenz von 3 kHz entsprechen. Dieser Frequenz entsprechen Wellenzahlen, die bereits in den $-5/3$ -Bereichen liegen.

Bei einem kleineren prozentualen drop-out-Anteil, wie er bei den sonstigen Versuchen vorlag, ist die Zeitdauer kleiner und damit die entsprechende Frequenz noch größer. Dies bedeutet, daß die Grundfrequenz der entstehenden Oberwellen größer als 3 kHz ist und das Rauschen infolge von drop-out also keinen Einfluß auf das Spektrum bei niedrigen Wellenzahlen hat.

Der Beitrag zum inhärenten Rauschen aufgrund der Phasensprünge ist ungeklärt. Es müssen deshalb Verfahren gesucht werden, die "von selbst" das inhärente Rauschen eliminieren.

Van Maanen [34] hat mit doppeltem Aufwand in der Meßtechnik das Problem anscheinend gelöst. Er mißt gleichzeitig in zwei Meßvolumina, die sehr dicht in der Richtung senkrecht zur Hauptströmung übereinanderliegen. Dabei sind 2 Photovervielfacher und 2 Tracker notwendig. Mit den Ausgängen der beiden Tracker wird eine Kreuzkorrelation durchgeführt. Die Ereignisse, die zum Rauschen führen, treten völlig unabhängig in den Meßvolumina auf und werden so durch die Kreuzkorrelation "herausgefiltert". Van Maanen hat damit erreicht, daß das Spektrum, das ohne diese Technik die gleiche Form hatte wie die hier gemessenen, im hohen Wellenzahlbereich stark abfällt. Bei seinen Messungen wird der Verlauf des Spektrums bis in den $-5/3$ Bereich ebenfalls nicht verändert. Nach Aussage von van Maanen ist allerdings bei Messungen senkrecht zur Hauptströmung durch diese Art der Messungen keine Verbesserung möglich, da hier die beiden Meßvolumina hintereinander in Hauptströmungsrichtung liegen und somit Phasensprung und "drop-out" sich wiederholen.

Diese Methode führt zu einer Verbesserung des Verlaufs der Spektren der Messungen in Hauptströmungsrichtung, bietet aber auch keine vollständige Lösung.

Zum einen ist es denkbar, daß sehr hochfrequente Geschwindigkeitsänderungen nur in einem der beiden Meßvolumina auftreten und daher durch die Kreuzkorrelation "herausgefiltert" werden. Dies würde das Energiespektrum bei hohen Wellenzahlen

stärker vermindern als es dem tatsächlichen Verlauf entspricht. Zum anderen ist bei den Messungen senkrecht zur Hauptströmung diese Technik nicht ausreichend.

Ein zweites, sehr einfaches Verfahren zur Elimination des Rauschanteils bestünde darin, die unerwünschten hohen Wellenzahlen (bzw. Frequenzen) durch ein Tiefpaßfilter mit geeigneter Grenzfrequenz einfach zu eliminieren. Es wird jedoch schwierig sein, die Grenzfrequenz zu bestimmen und es besteht die Gefahr, daß bei der Verwendung eines solchen Filters das Spektrum danach im hohen Wellenzahlbereich lediglich die Filterkennlinie wiedergibt.

Da die Gefahr besteht, durch ein Tiefpaßfilter das eigentliche Spektrum zu verfälschen und da der Aufwand in der Meßtechnik wie er von van Maanen angewendet wurde nicht möglich war, wurden zur Korrektur hier lediglich die Werte des Spektrums an seinem Ende vom gesamten Spektrum subtrahiert. Dies entspricht der Subtraktion von weißem Rauschen. Diese Art der Korrektur wird angewendet, weil das eigentliche Rauschspektrum nicht genau bekannt ist.

Es handelt sich bei dem inhärenten Rauschen sicher nicht um weißes Rauschen. Dies zeigen auch einige Spektren, deren Verlauf auch nach der Subtraktion noch nicht so wie erwartet ist. Das wird später noch gezeigt.

Wegen der relativen Kleinheit dieser Rauschanteile ändert die Subtraktion die Bereiche mit dem $-5/3$ Exponenten und darunter nicht. Durch die Subtraktion wird das Spektrum zwar nicht völlig richtig korrigiert, aber doch zumindest bei hohen Wellenzahlen in Richtung des erwarteten Verlaufs verbessert. Die $-5/3$ Bereiche sind danach besser erkennbar.

Die Abbildungen 18 und 19 zeigen Spektren der Reynoldszahl $7,99 \cdot 10^4$ bei $y/D = 0,5$ und $y/D = 0,1$. In jeder Abbildung sind zwei Spektren aufgetragen. Eines der Spektren wurde durch Subtraktion von weißem Rauschen korrigiert. Wie man deutlich sieht, sind bei kleinen Wellenzahlen bis in den

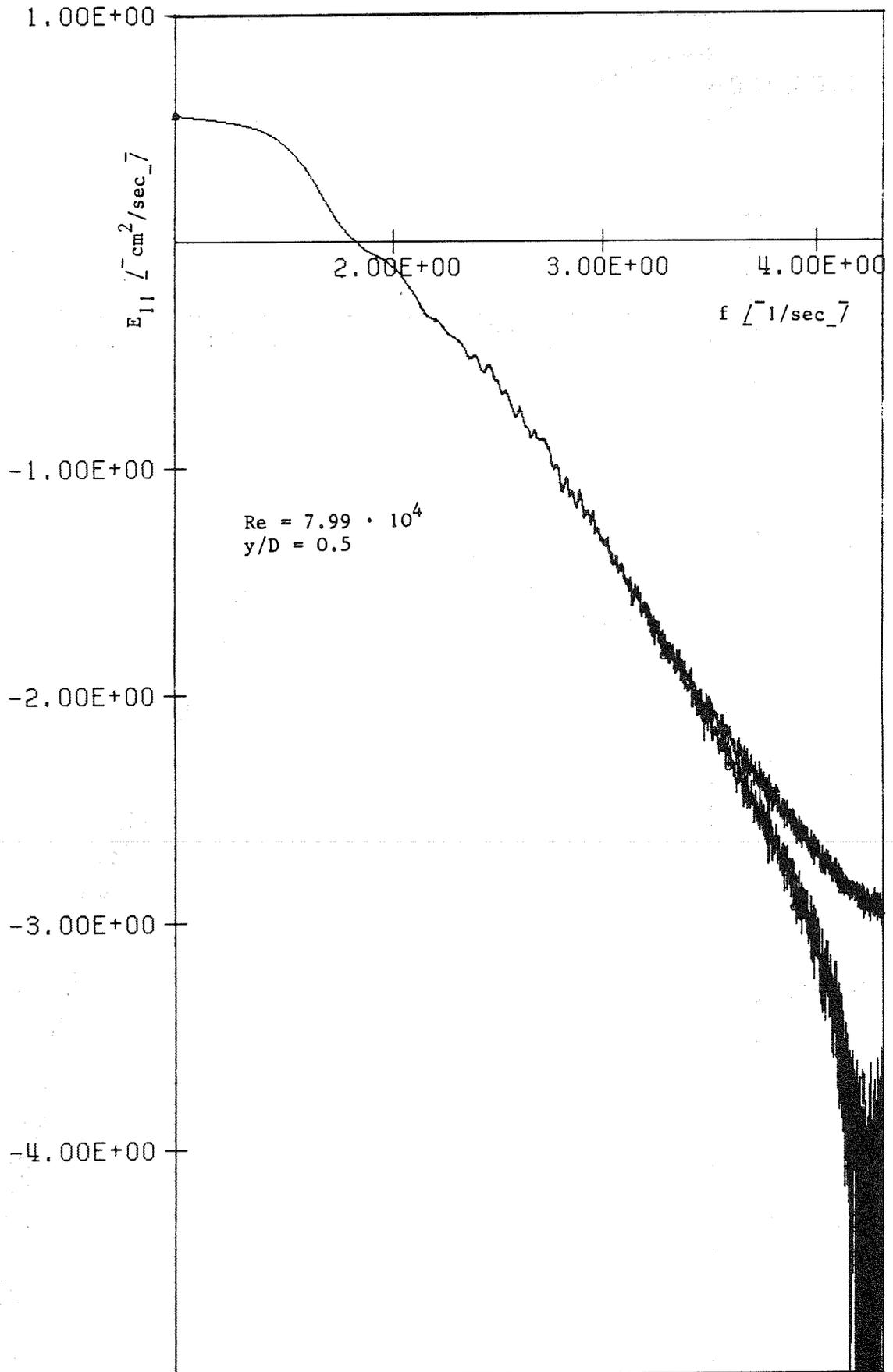


Abb. 18: $E_{11}(f)$ mit und ohne Korrektur

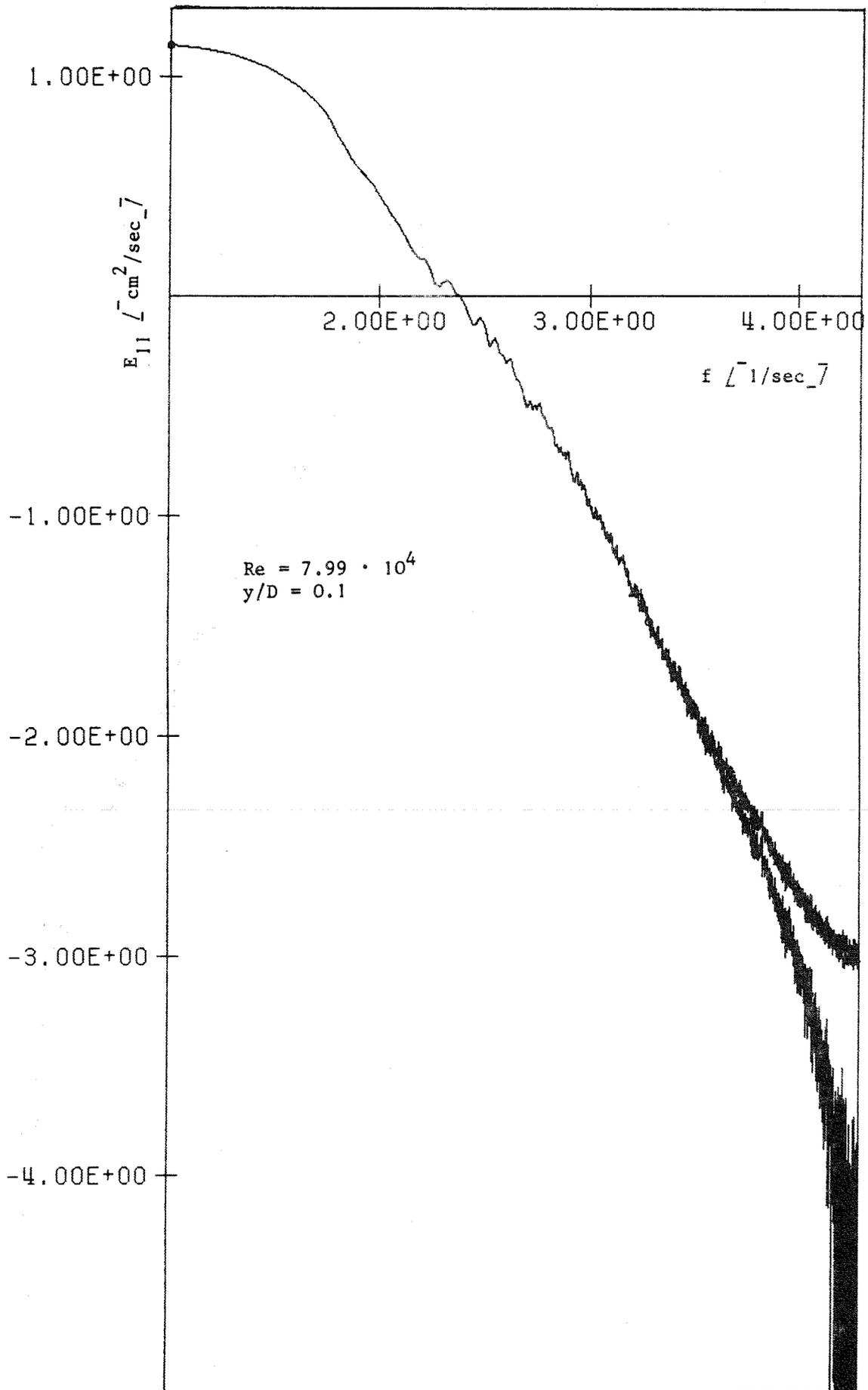


Abb. 19: $E_{11}(f)$ mit und ohne Korrektur

-5/3-Bereich hinein beide Spektren gleich. Dies verdeutlicht, daß die Subtraktion nur den Bereich hoher Wellenzahlen beeinflusst.

5.2.4 Energieanteile im E_{11} -Spektrum

Wie aus den Spektren leicht zu erkennen ist, liegt der Hauptanteil der Energie bei kleinen Wellenzahlen. Durch die doppellogarithmische Darstellung täuscht man sich jedoch leicht in den wahren Größenordnungen. Für Rechenmodelle zur Simulation von turbulenten Strömungen interessiert eine quantitative Angabe zum Vergleich zwischen den Ergebnissen dieser Rechenmodelle und den Messungen. Es wird gefragt, welcher Anteil der Energie noch von der Grobstruktur aufgelöst wird. Die Grenzwellenzahl zwischen Grob- und Feinstruktur ist von der Größe des Maschennetzes abhängig, ist also variabel.

Deshalb wurde nach Integration von $E_{11}(k_1)$ über k_1 aus der Integrationskurve diejenige Wellenzahl k_E festgestellt, bis zu der 90 % Gesamtenergie enthalten sind. Diese Wellenzahl k_E sollte numerisch erfaßt sein. Die Werte k_E sind in den in Kapitel 5.2.5 erläuterten Abbildungen 20 bis 27 eingetragen sowie in Tabelle 6 gegeben. Zum Vergleich ist der Bereich der Wellenzahlen k_T , der die Grenze zwischen Grob- und Feinstruktur markiert, entsprechend den in TURBIT [43] verwendeten Maschennetzgrößen ebenfalls in den Abbildungen eingetragen. Die normierte Wellenzahl k_T wird berechnet nach [31]

$$k_T = \frac{\pi}{h} \quad .(5.15)$$

mit $h = (\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3)^{1/3}$ und Δx_i den normierten Maschengrößen. Da die Wellenzahl k_T also vom Maschennetz abhängt, wird ein Bereich für k_T ($31 \leq k_T \leq 50$) eingetragen, der dem größten bis zum derzeit feinsten Maschennetz entspricht. Die Lage der Wellenzahl k_E und des Wellenzahlbereichs k_T im Spektrum wird im nächsten Kapitel diskutiert.

Tabelle 6

Grenzwellenzahl k_E (90 % Energieinhalt)

Re \ y/D	0,025	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5
$2,06 \cdot 10^4$	5,1	10,3	16,8	18,9	17	28
$5,46 \cdot 10^4$	7,4	25,0	22,1	23,8	19,6	25,6
$7,99 \cdot 10^4$	4,9	12,5	12,1	10,1	17,2	20,2
$10,98 \cdot 10^4$	7,7	11,6	10,3	11,9	11,9	13,7

5.2.5 Erläuterungen zu den zeichnerischen Darstellungen der Ergebnisse der E_{11} -Spektren

Es sollen nun einige Ergebnisse anhand zeichnerischer Darstellungen erläutert werden.

Die Abbildungen 20 bis 27 zeigen eine Auswahl von korrigierten normierten gemessenen Spektren E_{11}^+ über der normierten Wellenzahl k_1^+ . Gleichfalls eingetragen sind die aufgrund der Näherungsgleichung (4.16) berechneten Spektren E_{11}^* . Die Darstellung ist doppel-logarithmisch.

Es sind die Spektren aller Reynoldszahlen, jedoch nur die von den Meßorten $y/D = 0,5$ und $0,1$ dargestellt. Durch Pfeile sind die dazugehörenden Grenzwellenzahlen k_{ia} und k_{ie} des $-5/3$ -Bereiches gekennzeichnet. Dabei muß beachtet werden, daß diese Grenzwellenzahlen die Mittelwerte für jede Reynoldszahl darstellen, sie also nicht immer für das dargestellte Spektrum genau zutreffen. Weiter ist zu beachten, daß der allmähliche Übergang des E_{11}^* -Spektrums in die $-5/3$ Steigung dem Betrachter suggeriert, der $-5/3$ Bereich würde schon bei einer kleineren Wellenzahl beginnen.

Aus dem Vergleich der gemessenen Spektren E_{11}^+ mit den berechneten Spektren E_{11}^* bei kleinen Wellenzahlen wird deutlich, daß Gleichung (4.16) die Form der gemessenen Spektren nicht genau wiedergibt, also lediglich eine Näherungsgleichung ist.

Der in den Spektren meist recht gut vorhandene -1 -Verlauf ist in den Spektren ebenfalls eingetragen.

Um eine Vorstellung der Energieverhältnisse im Spektrum zu bekommen, ist die oben definierte Wellenzahl k_E in die Spektren eingezeichnet. Man darf sich nicht durch die logarithmische Darstellung täuschen lassen: bei Wellenzahlen größer als k_E beträgt der Anteil der Energie nur noch 10 % der Gesamtenergie. Der Wellenzahlbereich von k_T ist auf der Wellenzahlachse eingetragen. Vergleicht man die Wellenzahlen k_E und k_T , so sieht man, daß stets $k_E < k_T$ ist. Dies bedeutet, daß mehr als 90 % der Energie von der Grobstruktur in TURBIT aufgelöst wird. Dies steht im Widerspruch zu den bisherigen TURBIT-Ergebnissen, bei denen der Grobstrukturanteil mit nur 60 % angegeben wurde [43]. Neuere Verbesserungen [18] am Rechenmodell deuten jedoch darauf hin, daß auch in TURBIT diese Energieverhältnisse erreicht werden.

Bei der kleinsten Reynoldszahl ($2,06 \cdot 10^4$) liegt der Bereich von k_T bei Wellenzahlen über dem sehr kurzen $-5/3$ -Bereich. Bei den anderen Reynoldszahlen liegt der Bereich von k_T stets im $-5/3$ -Bereich an seinem oberen Ende.

Abb. 20 zeigt ganz deutlich, daß die Subtraktion von weißem Rauschen nicht immer befriedigende Ergebnisse liefert. Die Form des Spektrums nach dem Pfeil für k_{ia} und k_{ie} deutet die tatsächliche Form des inhärenten Rauschens an. Der "Buckel" bei der Überschneidung des E_{11}^* -Spektrums ist in allen Spektren mehr oder weniger vorhanden. (Die Werte für k_{ia} und k_{ie} liegen so dicht beieinander, daß für sie in den Abbildungen 20 und 21 nur ein Pfeil eingetragen ist.) Aus Abb. 22 ist ebenso zu ersehen, daß der "Buckel" des inhärenten Rauschens im Verhältnis zu den Meßdaten so groß ist, daß er auch im korrigierten Spektrum noch zu sehen ist. Bei der Abb. 23 täuscht dies einen sehr großen $-5/3$ -Bereich vor, ebenso in Abb. 24.

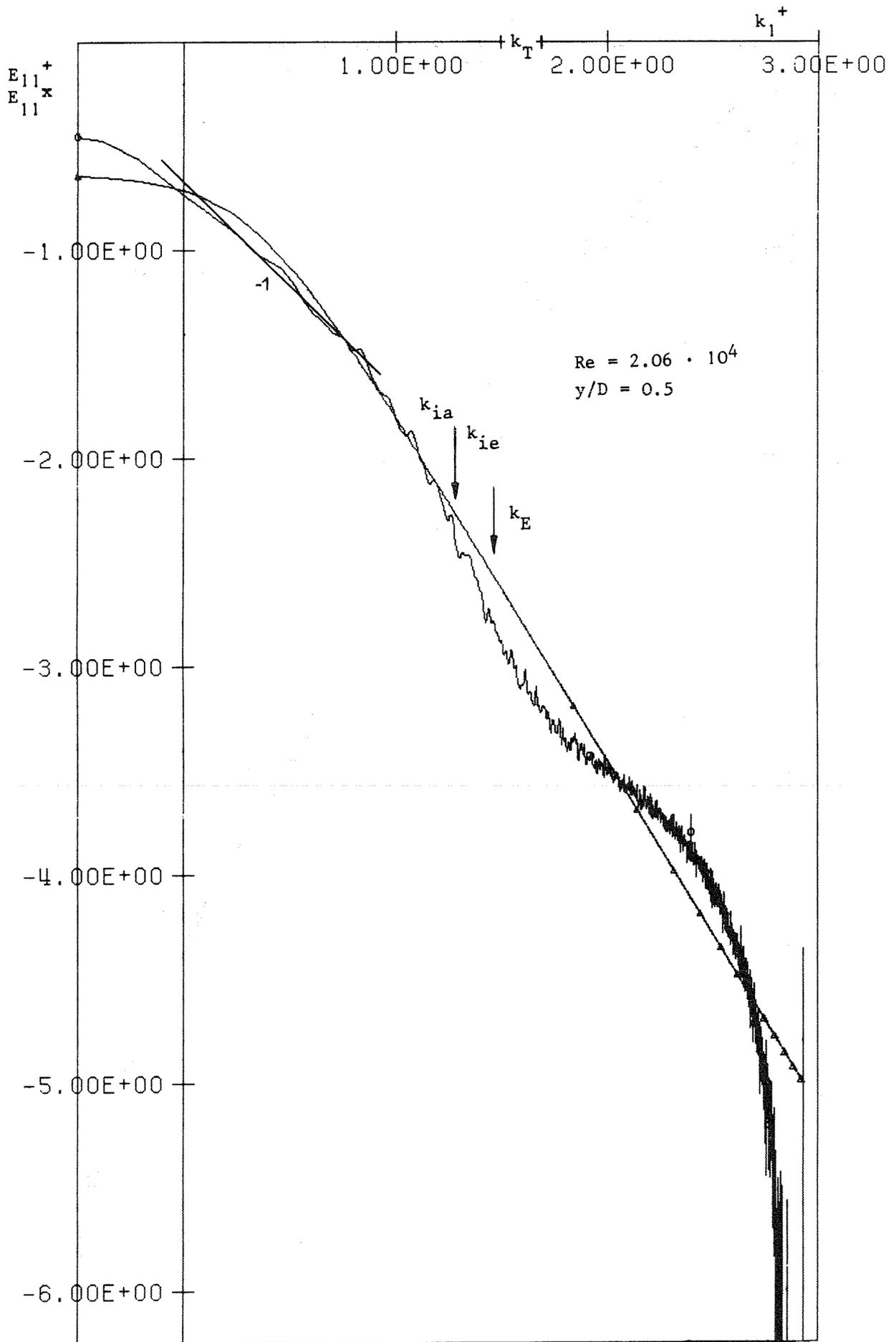


Abb. 20: $E_{11}^+(k_1^+)$ u. $E_{11}^x(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

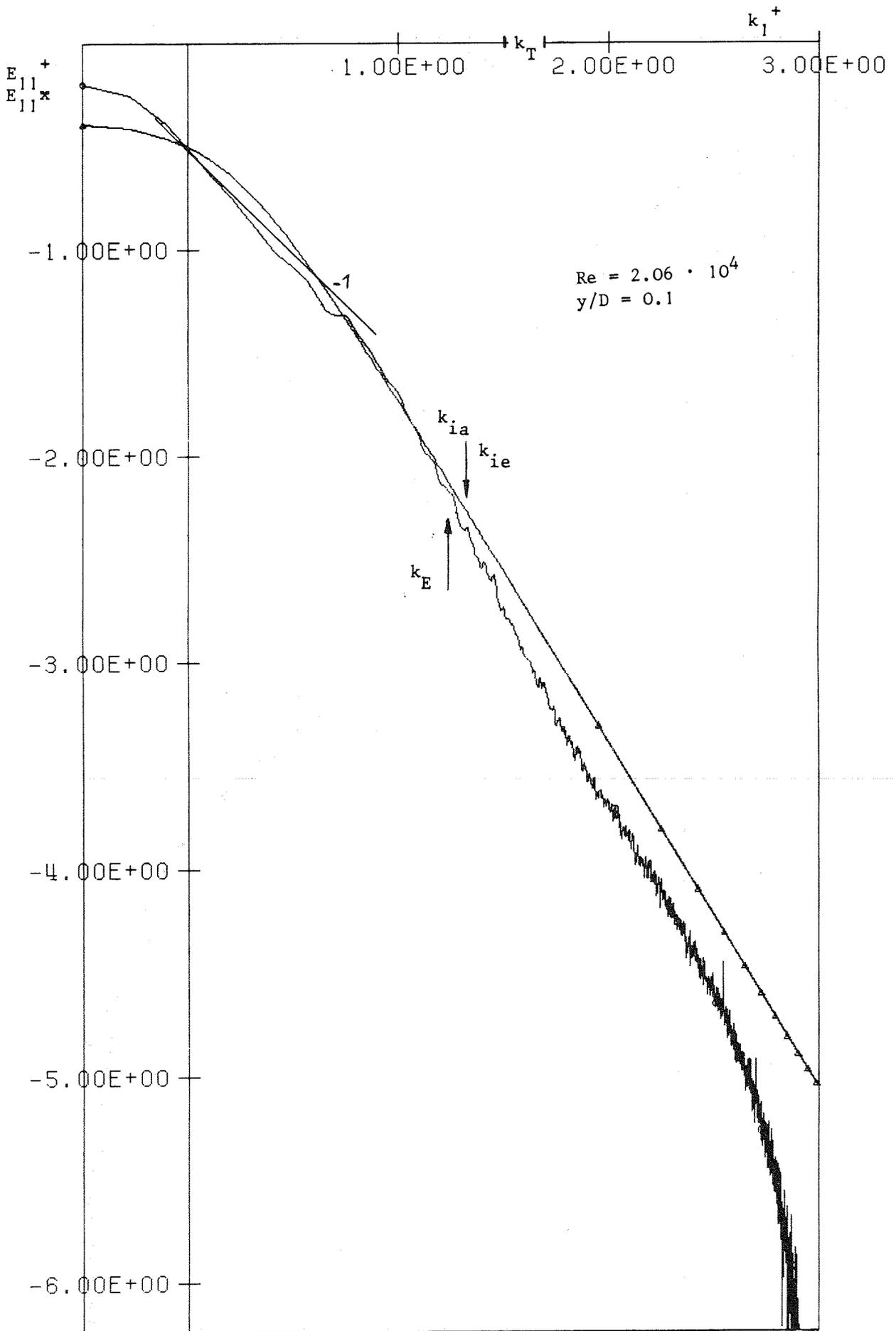


Abb. 21: $E_{11}^+(k_1^+)$ u. $E_{11}^x(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

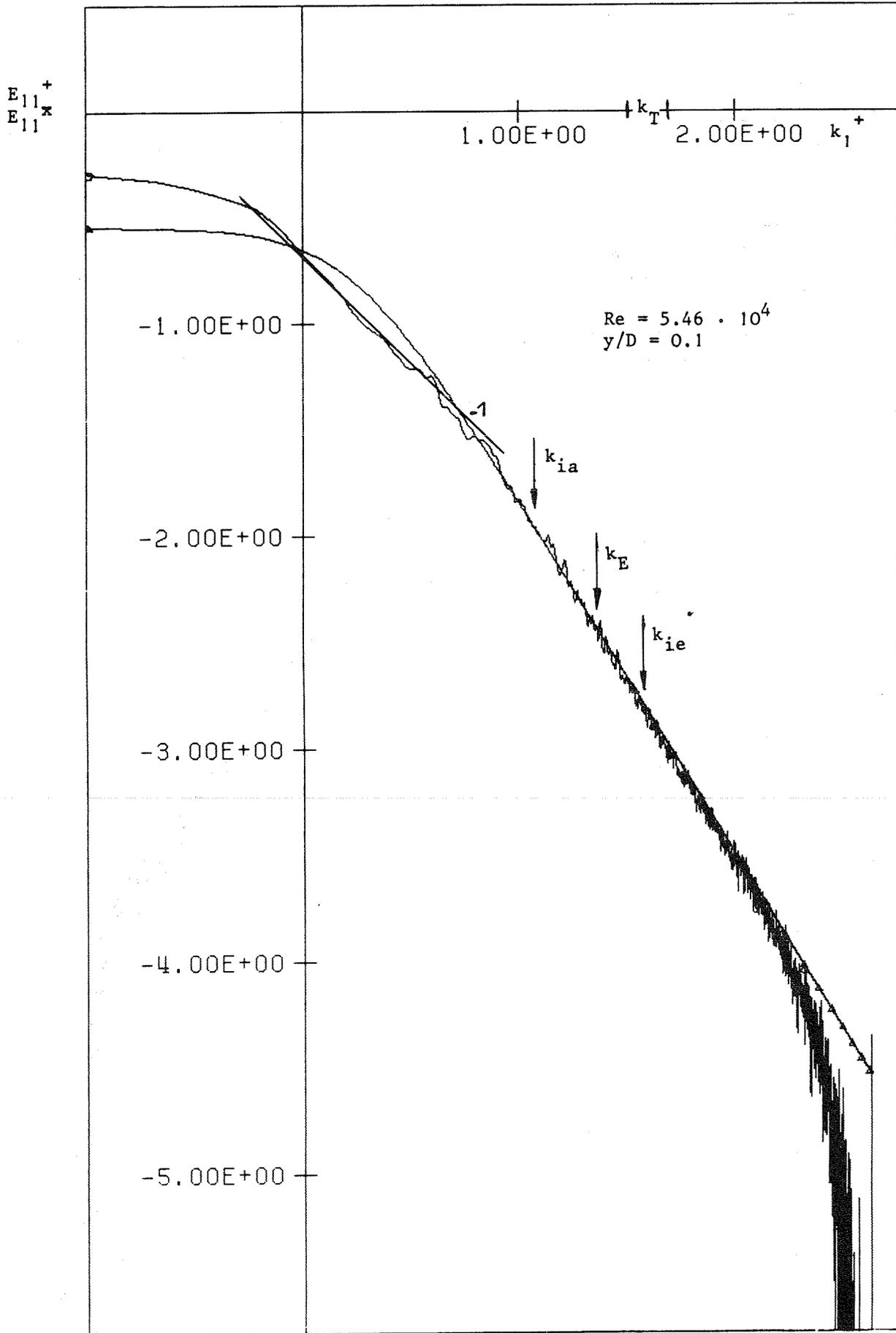


Abb. 23: $E_{11}^+(k_1^+)$ u. $E_{11}^\times(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

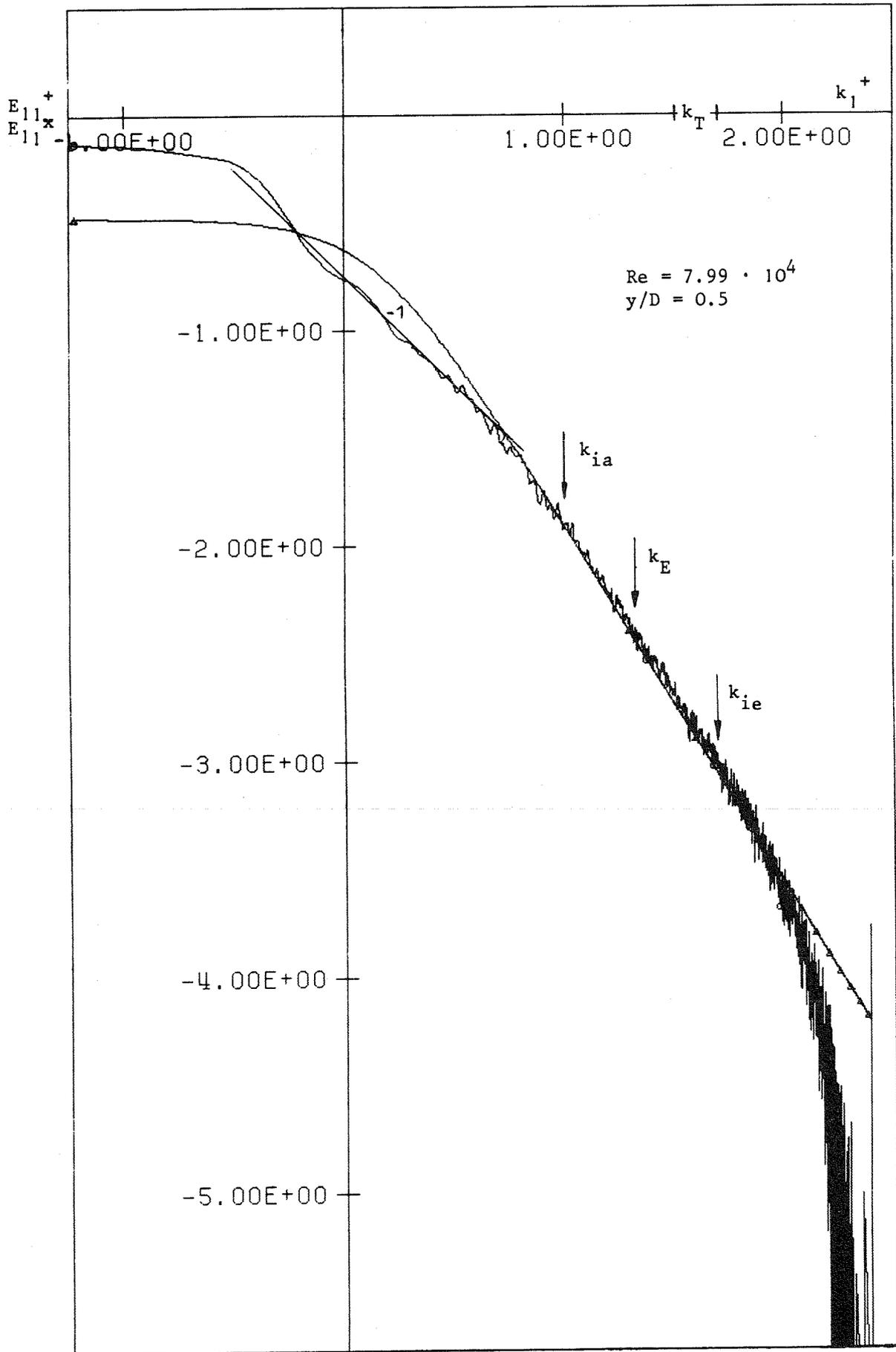


Abb. 24: $E_{11}^+(k_1^+)$ u. $E_{11}^-(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

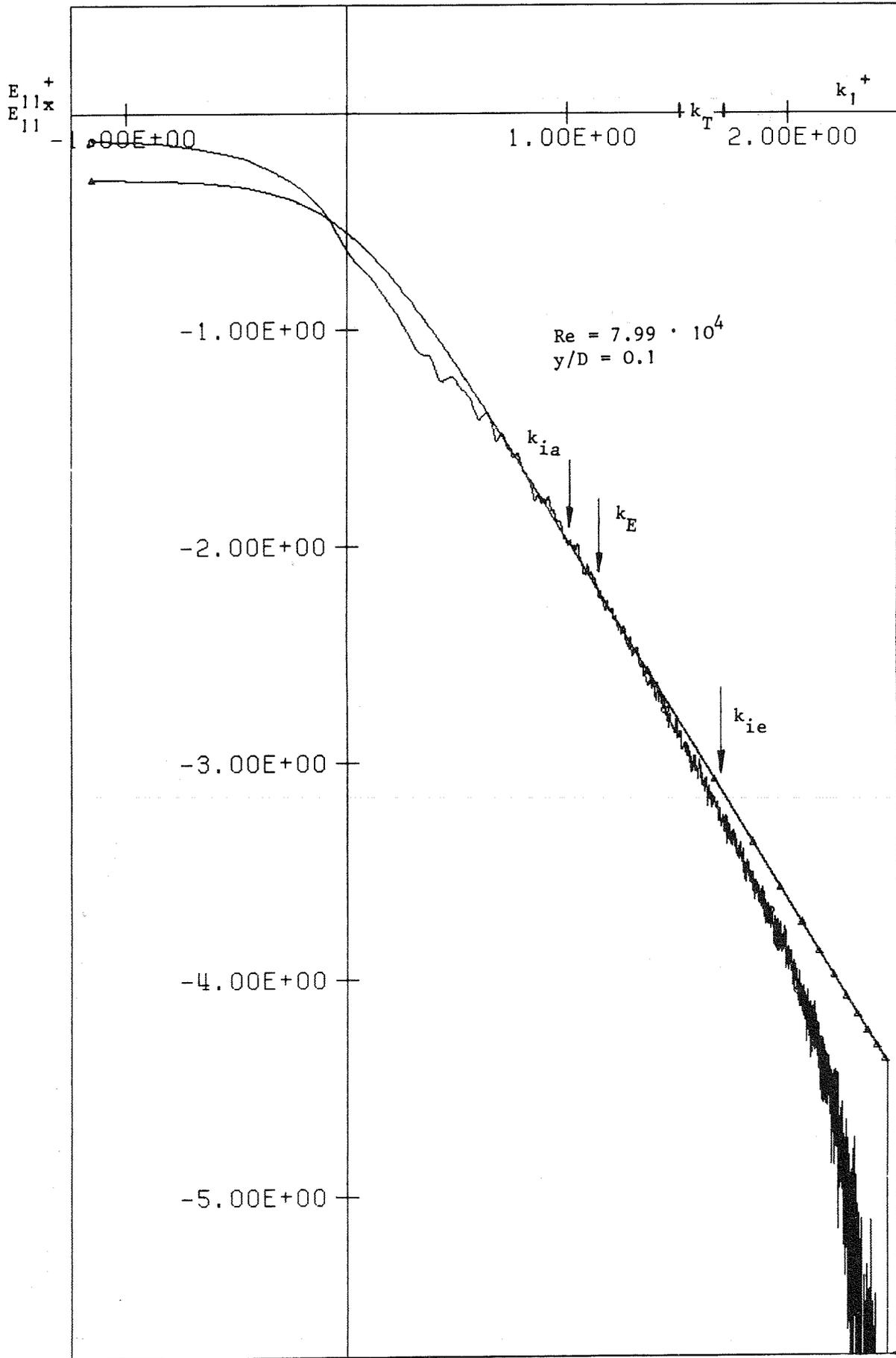


Abb. 25: $E_{11}^+(k_1^+)$ u. $E_{11}^*(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

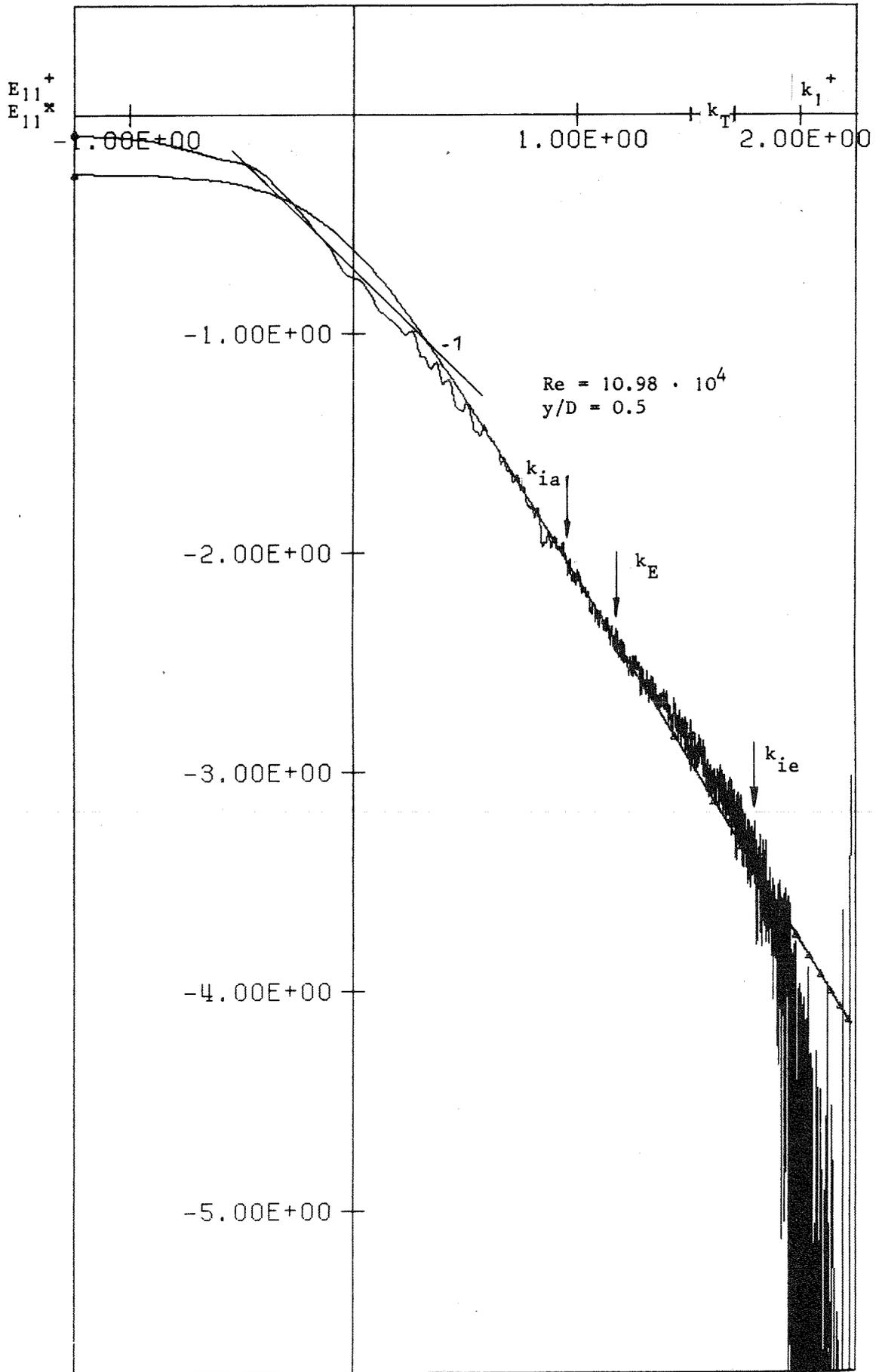


Abb. 26: $E_{11}^+(k_1^+)$ u. $E_{11}^*(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

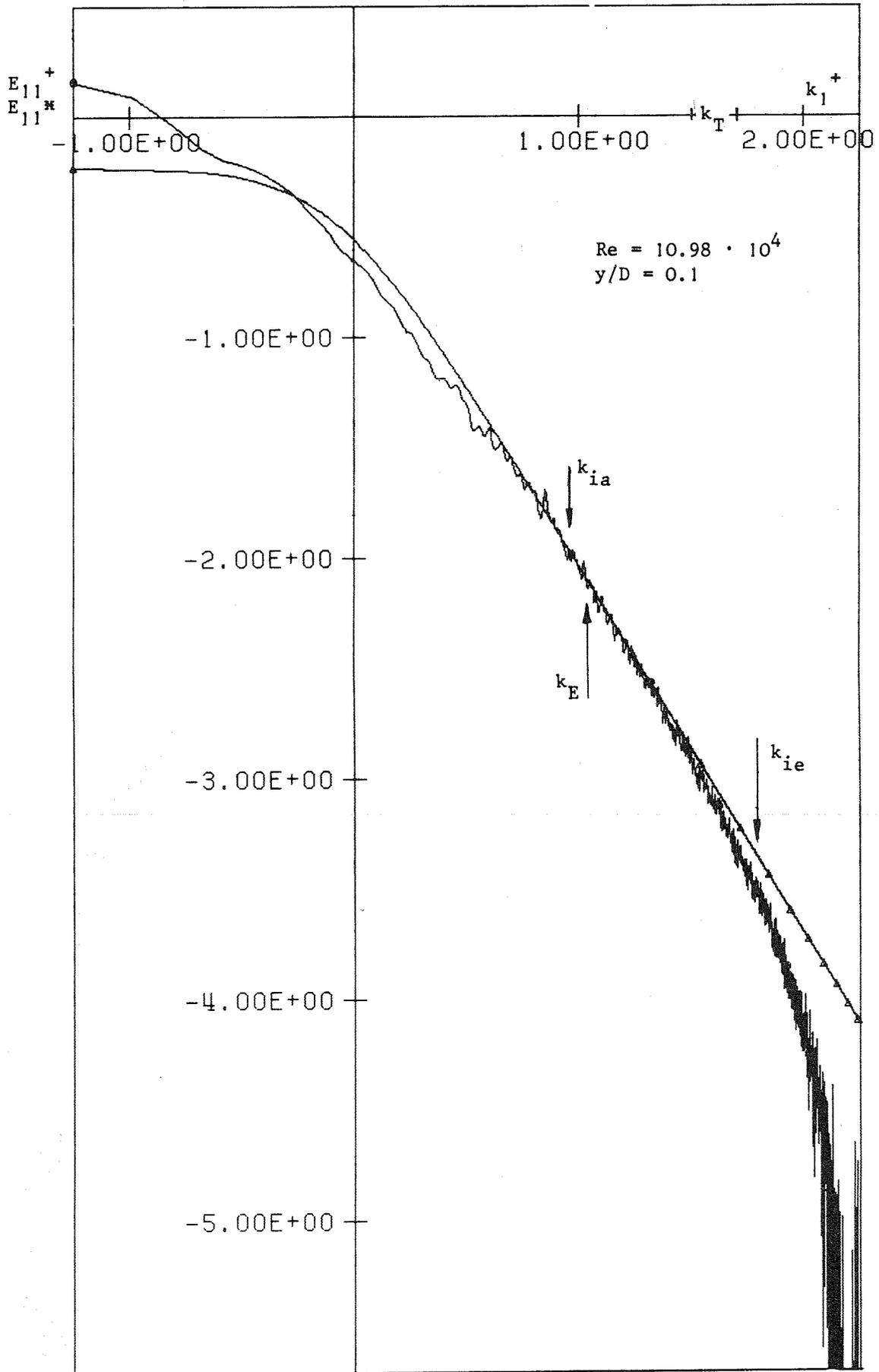


Abb. 27: $E_{11}^+(k_1^+)$ u. $E_{11}^x(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

Die Abb. 25 macht deutlich, daß bei größerem Gesamtenergieinhalt das inhärente Rauschen kaum noch Einfluß auf die Meßwerte hat. Hier wird auch deutlich, daß der $-5/3$ -Bereich sich leicht nach kleineren Wellenzahlen hin verschiebt, wenn die Meßorte näher an der Wand liegen.

Aus Abb. 26 ist der Buckel ebenso zu entnehmen, obwohl die Gesamtenergie im Spektrum größer ist. Dies verdeutlicht die Abhängigkeit des inhärenten Rauschens vom Trackerbereich. (Die Abb. 22, 23, 24 und 25 stellen Spektren dar, die aus Messungen berechnet wurden, bei denen der gleiche Trackerbereich verwendet wurde.)

Die Abb. 27 zeigt den gleichen Effekt der Verschiebung des $-5/3$ -Bereiches wie Abb. 25.

Schließlich wurden in Abb. 22 die Meßergebnisse von Bremhorst und Bullok [5_7] ($Re = 5,45 \cdot 10^4$) sowie von Lawn [30b_7] ($Re = 9 \cdot 10^4$) zum Vergleich eingetragen. Die Übertragung der in der Literatur gegebenen graphischen Wiedergabe gemessener Spektren ist jedoch recht problematisch. Zum einen ist das Ablesen der Werte aus den Darstellungen mit Fehlern behaftet, zum anderen ist es schwierig, die verschiedenen Normierungen umzurechnen. Dennoch ist die Übereinstimmung der eigenen Meßwerte mit denen anderer Experimentatoren bei kleinen bis mittleren Wellenzahlen gut. Bei hohen Wellenzahlen zeigt der Vergleich wiederum, daß die bisherige Korrektur bei hohen Wellenzahlen nicht ausreichend ist.

5.3 E_{22} -Spektrum

5.3.1 Übersicht

Die Spektren $E_{22}(k_1)$ werden aus den gemessenen Geschwindigkeiten senkrecht zur Hauptströmung und parallel zu den langen Seiten des Kanals berechnet. Die Umrechnung der Spektren $E_{22}(f)$ und der Frequenz f in $E_{22}(k_1)$ und in die Wellenzahl k_1 wird nach den Gleichungen (4.8) und (4.6) durchgeführt mit den mittleren Geschwindigkeiten \bar{u}_1 aus den entsprechenden Messungen für die Hauptströmungsrichtung. Eine Normierung wird nach den Gleichungen (5.1) und (5.2) vorgenommen.

Die Form der Spektren ist für kleine Wellenzahlen wie erwartet. Viele der Spektren weisen ein Maximum bei kleinen Wellenzahlen auf. Die Messungen der Rauschspektren zeigen, daß dies keineswegs auf einen Netzbrumm im Meßsignal zurückzuführen ist. Auch bei diesen Messungen lagen die Rauschspektren bei so niedrigen Werten, daß sie keinerlei Einfluß auf die Form des Spektrums hatten. Das Maximum steht vielmehr in Übereinstimmung mit der Theorie (s.Gl. 4.20) und es ist auch bei Messungen von Laufer [29] im E_{22} -Spektrum vorhanden.

Es waren zunächst kaum $-5/3$ -Bereiche festzustellen. Nach Gleichung (4.13) und unter der Voraussetzung der Isotropie wird jedoch erwartet, daß der Exponent bei gleichen Wellenzahlen wie im $E_{11}(k_1)$ -Spektrum einen $-5/3$ -Bereich und bei großen Wellenzahlen ebenfalls mindestens einen Wert < -3 hat. Auch bei diesen Spektren war der Exponent bei hohen Wellenzahlen oft $> -5/3$. Die Spektren von Messungen im gleichen Tracker-Bereich haben wie bei den E_{11} -Messungen die gleichen Werte am Ende der Spektren und mit der gleichen Argumentation wie im Kap.5.2.3 kann deshalb auf inhärentes Rauschen geschlossen werden (Abb.28,29).

Auch hier wird deshalb der Spektrumswert am Ende vom gesamten Spektrum subtrahiert. Dies bewirkt, daß nun die $-5/3$ -Bereiche besser zu erkennen sind. Auch bei diesen Spektren ist es offensichtlich, daß das Rauschspektrum nicht eigentliches weißes Rauschen ist.

5.3.2 Erläuterungen zu den zeichnerischen Darstellungen der Ergebnisse der E_{22} -Spektren

Die Abb. 30 bis 37 zeigen eine Auswahl der Ergebnisse für die Spektren $E_{22}^+(k_1^+)$. Es sind für jede Reynoldszahl die Spektren für die Meßorte $y/d = 0,5$ und $y/d = 0,1$ dargestellt. Alle Spektren wurden durch Subtraktion von weißem Rauschen korrigiert.

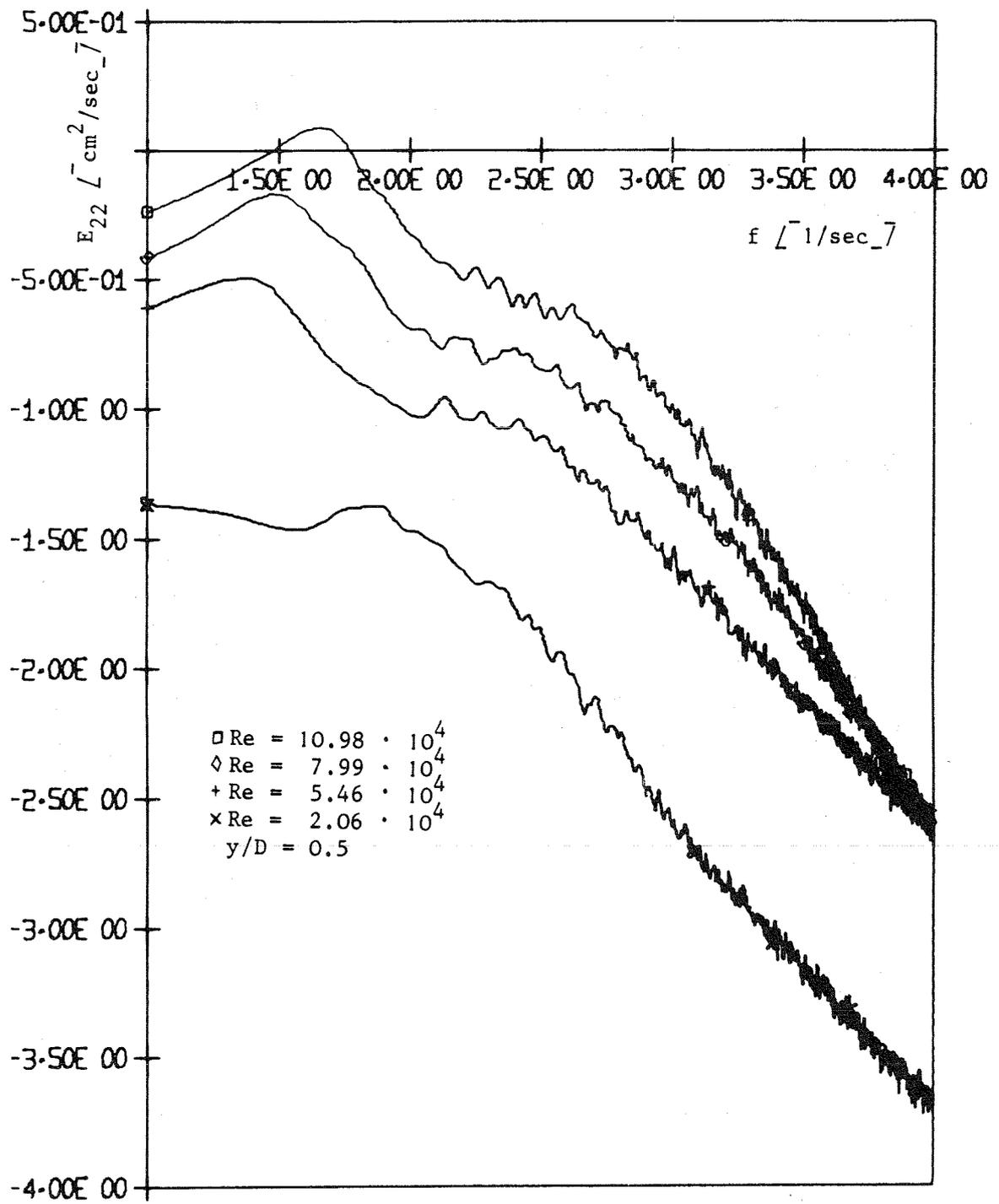


Abb. 28: $E_{22}(f)$ über f

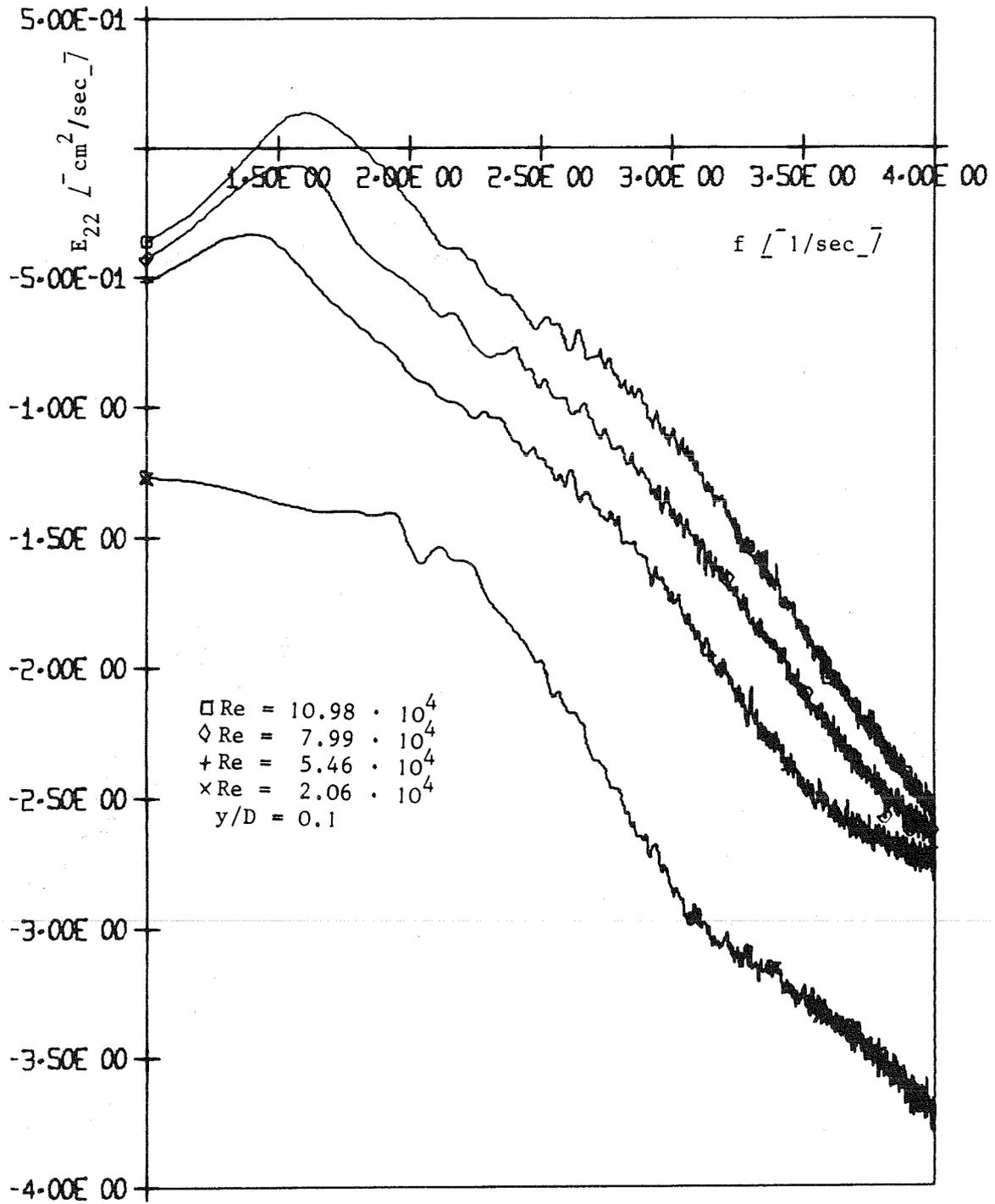


Abb. 29: $E_{22}(f)$ über f

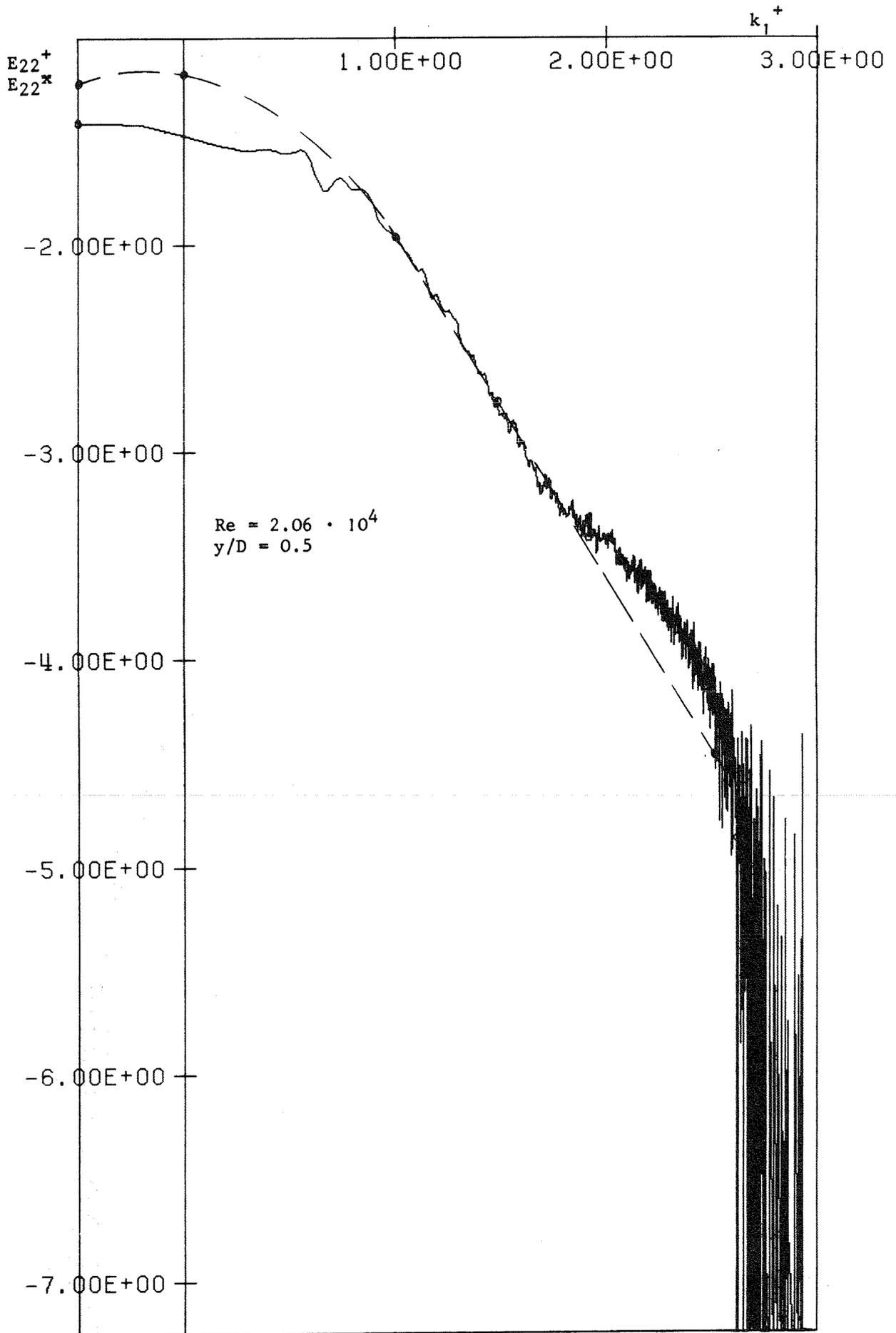


Abb. 30: $E_{22}^+(k_1^+)$ u. $E_{22}^x(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

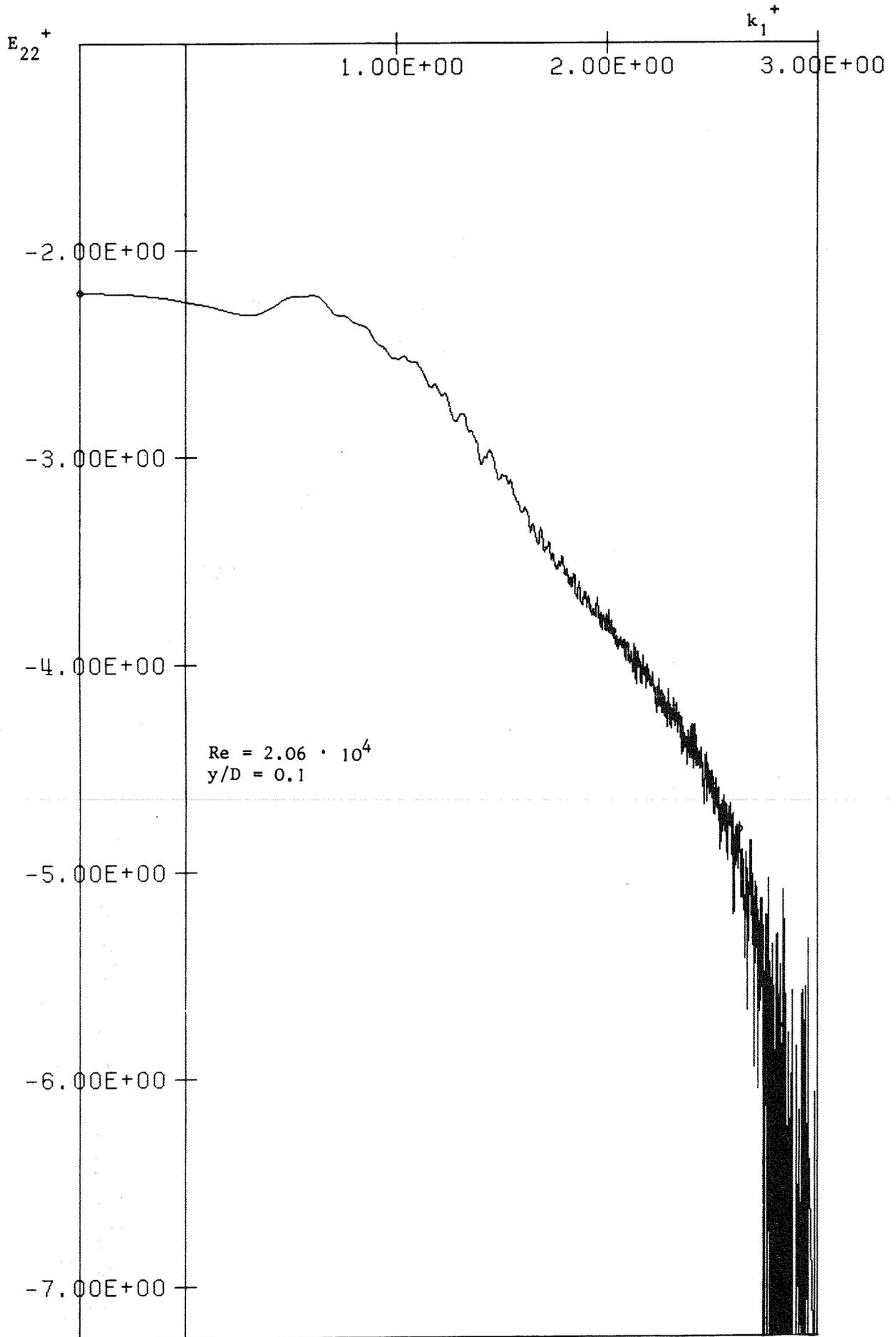


Abb.31: $E_{22}^+(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

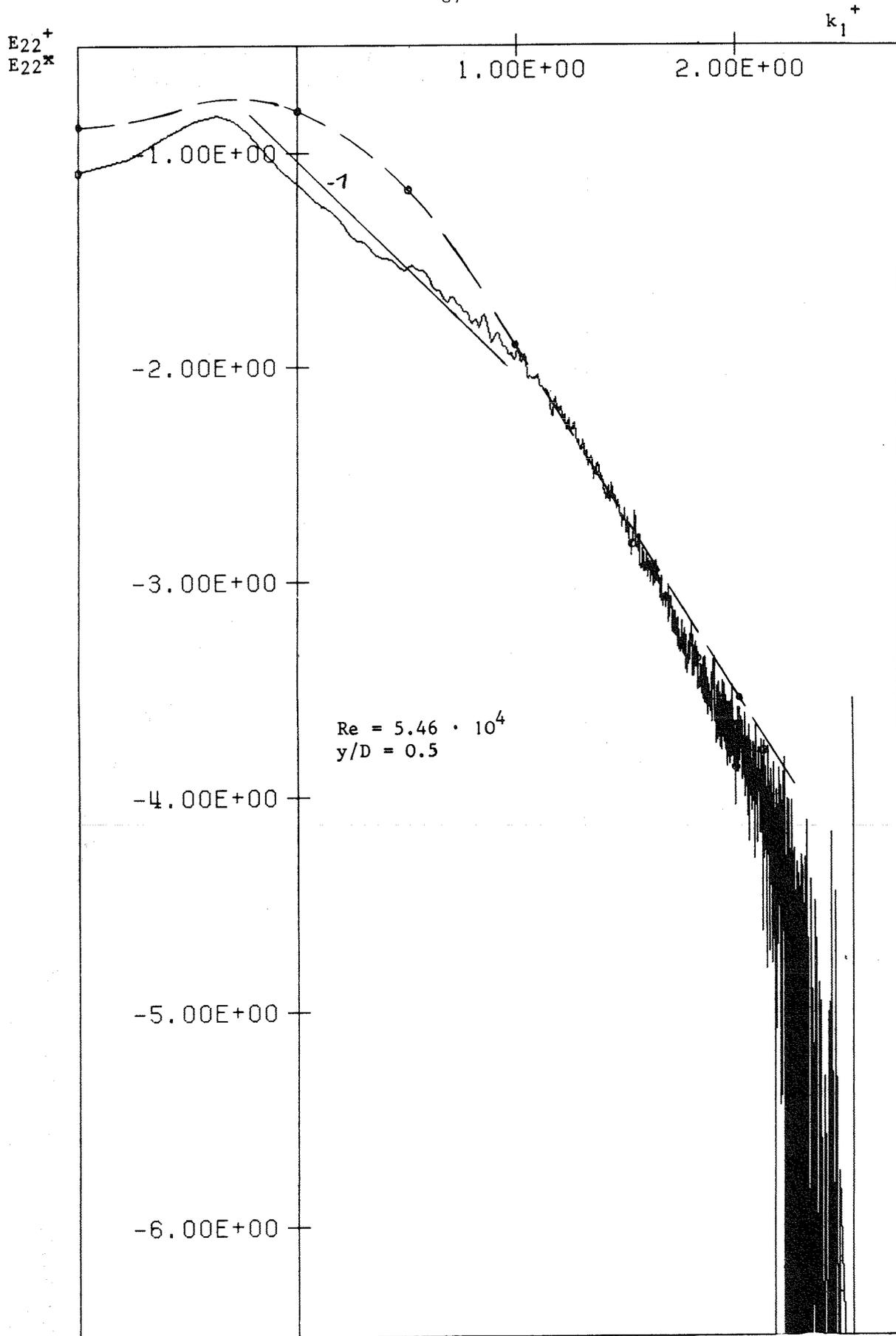


Abb. 32: $E_{22}^+(k_1^+)$ u. $E_{22}^x(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

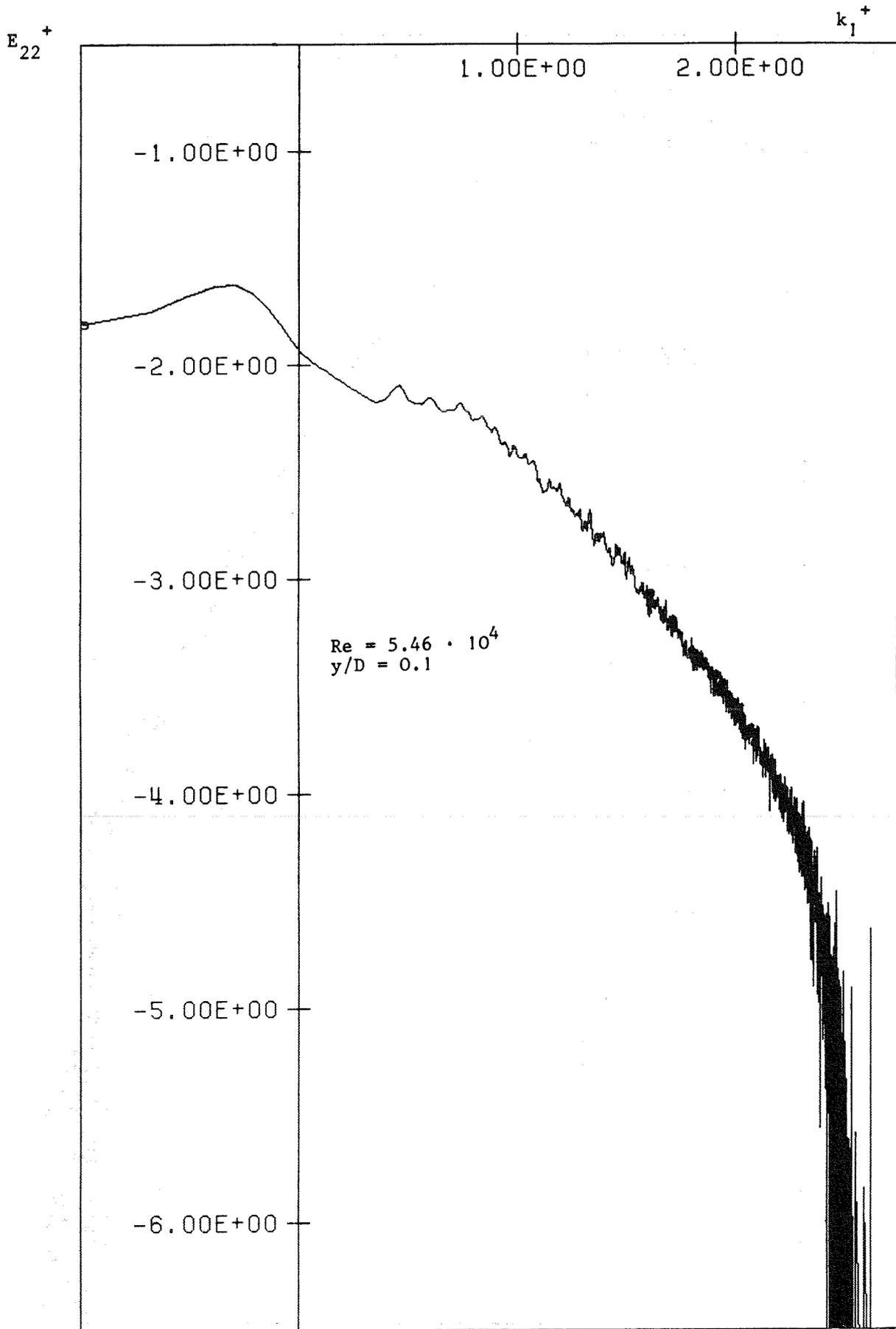


Abb. 33: $E_{22}^+(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

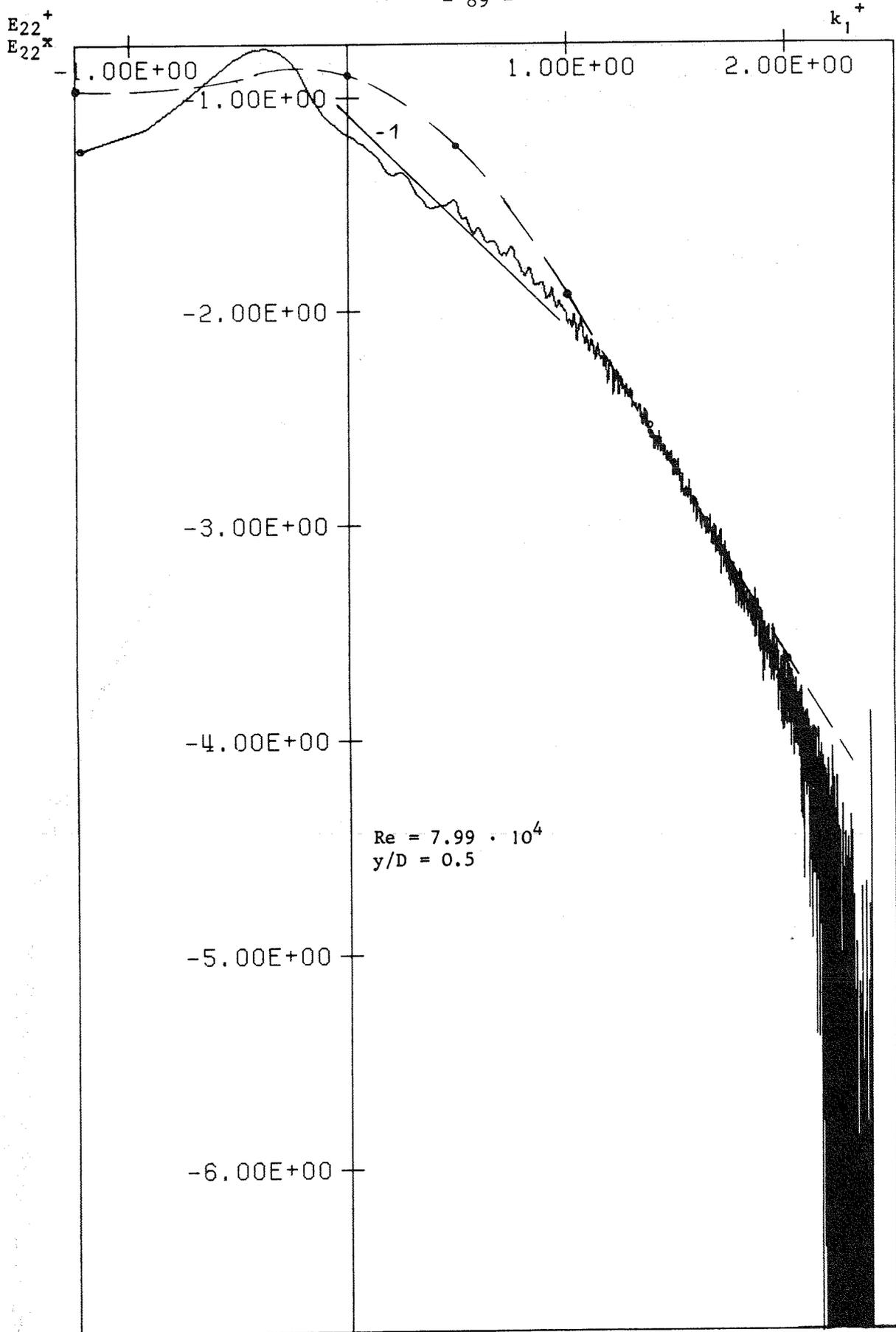


Abb. 34: $E_{22}^+(k_1^+)$ u. $E_{22}^x(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

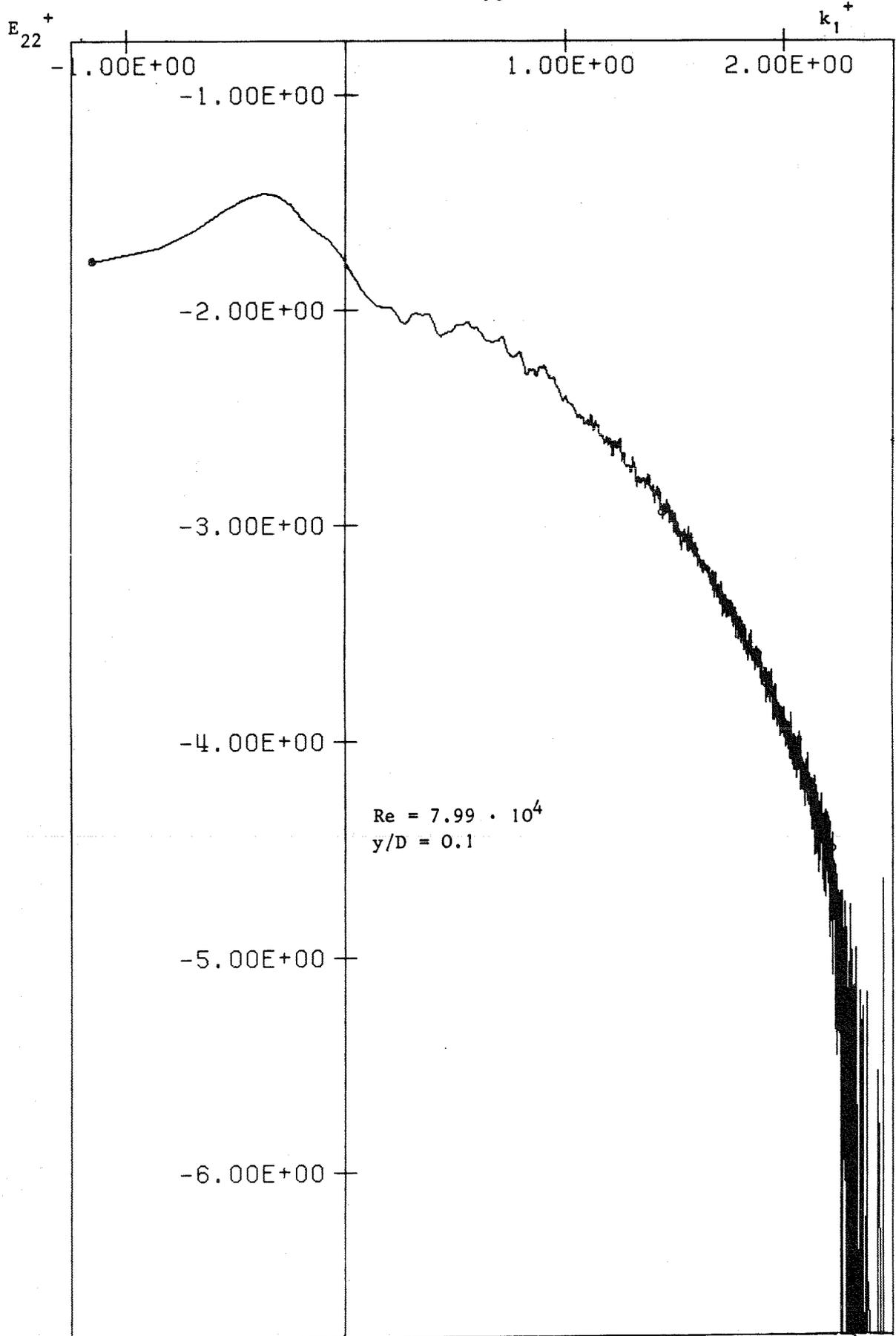


Abb. 35: $E_{22}^+(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

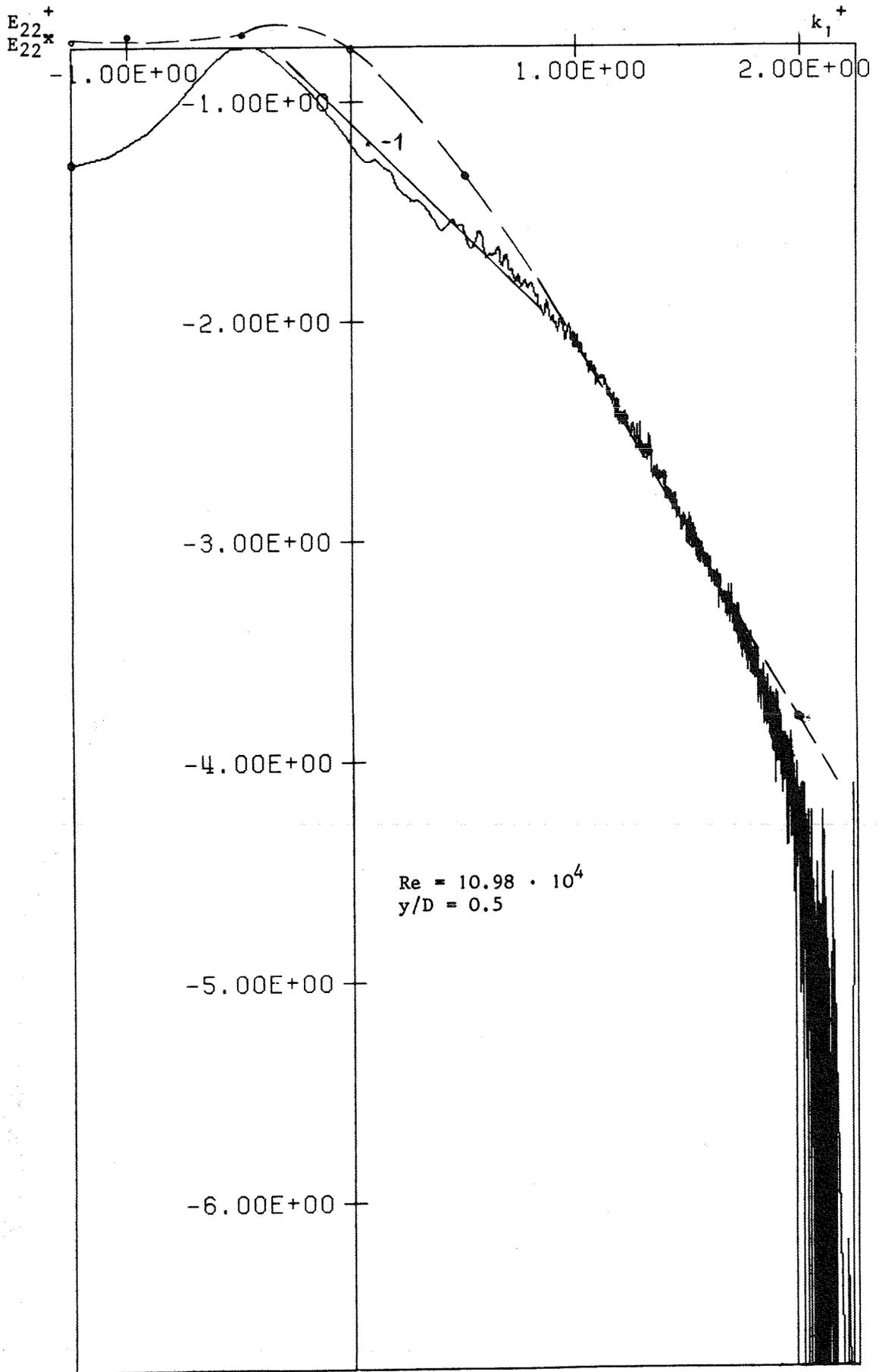


Abb. 36: $E_{22}^+(k_1^+)$ u. $E_{22}^x(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

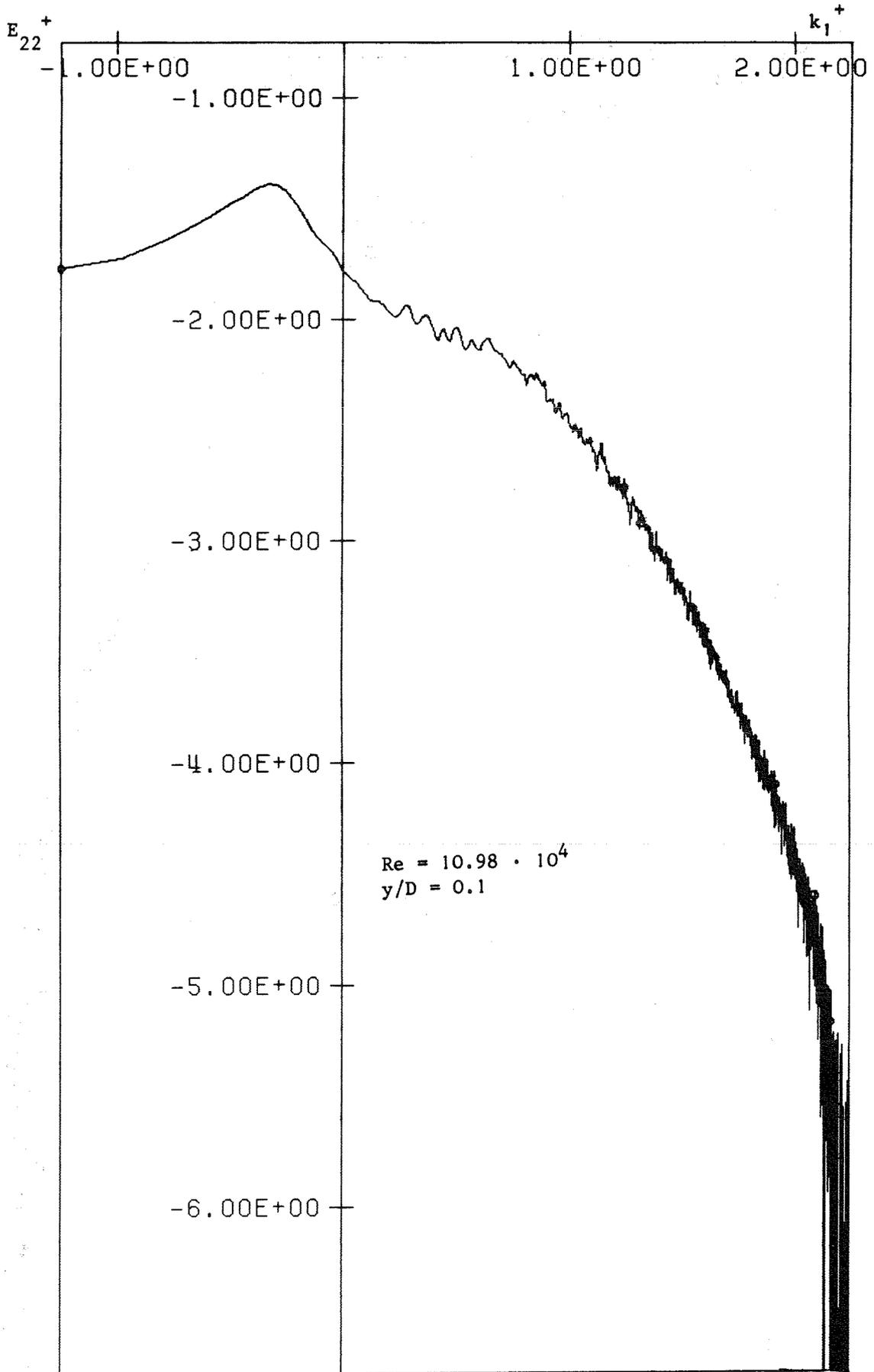


Abb. 37: $E_{22}^+(k_1^+)$ über k_1^+ (doppel-logarithmisch)

In die Darstellungen der Spektren beim Meßort $y/D = 0,5$ wurden als gestrichelte Kurve die nach Gleichung (4.20) berechneten Spektren $E_{22}^*(k_1^+)$ eingezeichnet. Der Koeffizient $c = \alpha_1 \varepsilon^{-2/3}$ wurde dabei so gewählt, daß das berechnete Spektrum in Höhe der Meßwerte im $-5/3$ Bereich liegt. Dies war nötig, da die Bedingung der Isotropie auch im $-5/3$ Bereich nicht genau erfüllt ist. Die gestrichelten Kurven sollen nur andeuten, wie der Verlauf unter der Bedingung der Isotropie auch bei kleineren Wellenzahlen wäre. (Die Gleichung 4.20 wird unter der Bedingung der Isotropie hergeleitet.)

Abb. 30 zeigt einen für diese Reynoldszahl ($2,06 \cdot 10^4$) überraschend langen und deutlichen $-5/3$ Bereich. Auch hier ist wieder der "Buckel" deutlich zu erkennen. Die berechnete Kurve liegt bei kleinen Wellenzahlen stets über der gemessenen, was durch mangelnde Isotropie bei kleinen Wellenzahlen erklärbar ist.

Die weiteren Abbildungen 32, 34 und 36 mit Darstellung der Spektren am Meßort $y/D = 0,5$ zeigen alle, daß bei kleinen Wellenzahlen die Bedingungen der Isotropie nicht exakt erfüllt sind. Aus der Abb. 32 ist zu entnehmen, daß ein "Buckel" auch hier durch inhärentes Rauschen entsteht, der in Abb. 29 sogar einen $-5/3$ Bereich bei hohen Wellenzahlen vortäuscht. Das Spektrum in Abb. 35 hat einen $-5/3$ Bereich und bei hohen Wellenzahlen einen Verlauf, wie er eigentlich bei allen Spektren erwartet wurde. Auch bei den E_{22} -Spektren wurde ein -1 Exponent in vielen Spektren festgestellt. Er ist in einigen der Spektren eingezeichnet.

Die Messung der E_{22} -Spektren dienen hauptsächlich der Klärung der Frage, ob und wie weit Isotropie in der Strömung vorhanden ist. Dazu kann neben dem Vergleich mit E_{22}^* (Gleichung 4.20) auch der Vergleich mit den E_{11} -Spektren herangezogen werden.

5.4 Vergleich der Spektren E_{11} und E_{22}

In diesem Kapitel soll der Grad der Isotropie durch Vergleich der Spektren $E_{11}(k_1)$ und $E_{22}(k_1)$ festgestellt werden. Im Kapitel 4.2.1.2 wurde bereits gezeigt, daß unter der Annahme von Isotropie die Exponenten beider Spektren bei gleichen Wellenzahlen gleich sind. Ebenso gibt die Gleichung (4.13) eine Beziehung zwischen den beiden Spektren an. Durch Umstellung von (4.13) folgt:

$$\frac{E_{22}}{E_{11}} = \frac{1}{2} (1 - n) \quad (5.16)$$

Streng genommen liegt nur dann Isotropie vor, wenn beide Bedingungen erfüllt sind, d.h. Gleichheit der Exponenten und Einhaltung des dazugehörigen bestimmten Verhältnisses. Physikalisch kann man erst bei relativ hohen Wellenzahlen Isotropie erwarten:

Bei kleinen Wellenzahlen wird allein der u_1 -Komponente Energie durch die Wechselwirkung der Reynolds-Spannungen mit dem mittleren Geschwindigkeitsgradienten zugeführt. Diese Energie wird dann erst allmählich infolge der Wirkung der Druckschwankungen der u_2 - (bzw. u_3 -) Komponenten zugeführt [40, S. 140]. Aus diesem Grunde wird bei kleinen Wellenzahlen das Verhältnis E_{22}/E_{11} kleiner sein als von Gleichung (5.16) vorhergesagt.

5.4.1 Gleichheit der Exponenten in beiden Spektren

Da die Isotropiebedingung bei kleinen Wellenzahlen nicht erfüllt sein kann und dort die Feststellung des Wertes der Exponenten schwierig ist und der Bereich hoher Wellenzahlen bei den vorliegenden Meßergebnissen unsicher ist, werden nur die $-5/3$ Bereiche untersucht; d.h. es wird geprüft, ob sie in beiden Spektren den gleichen Wellenzahlbereich überdecken.

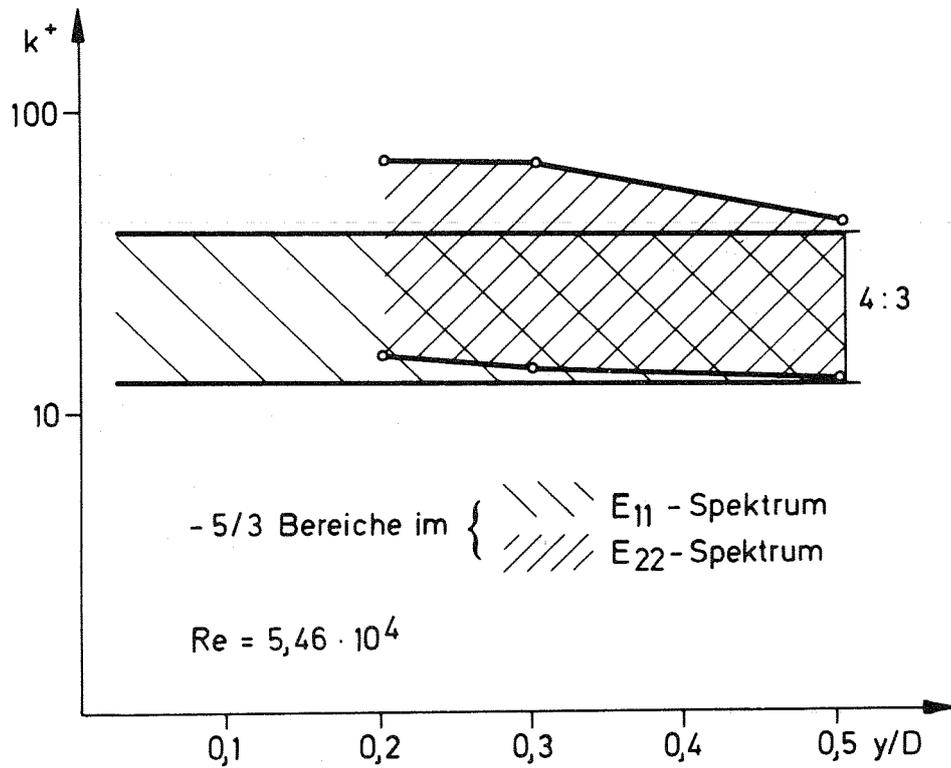
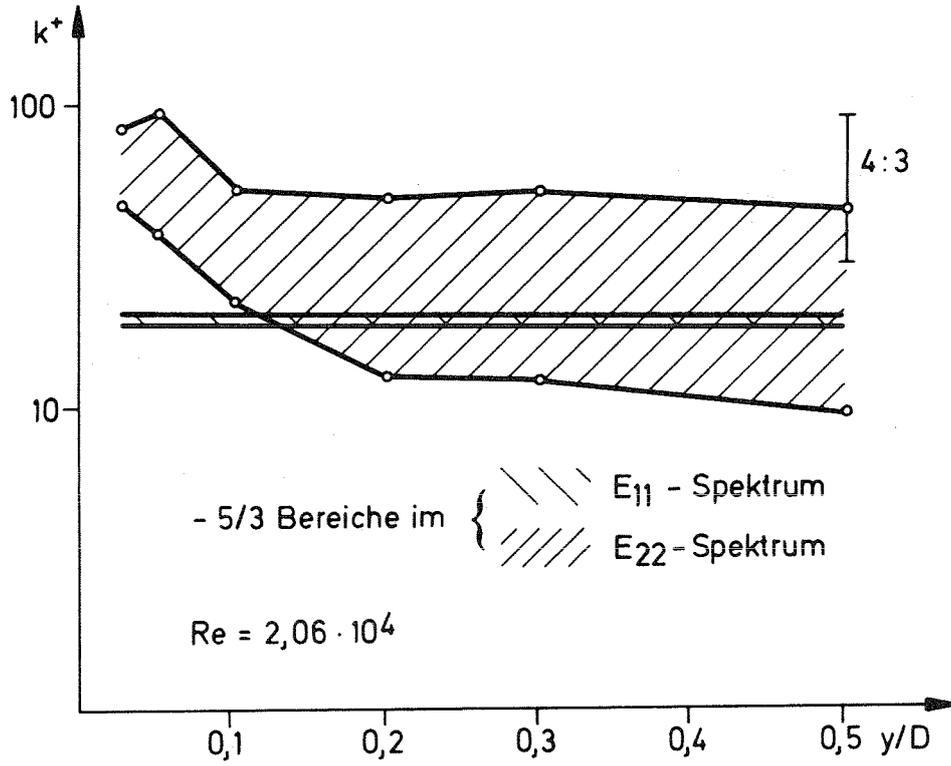


Abb. 38 -5/3-Bereiche und 4:3-Verhältnis
(Die Wellenzahlbereiche mit $E_{22}/E_{11} = 4:3$ sind mit (I) gekennzeichnet)

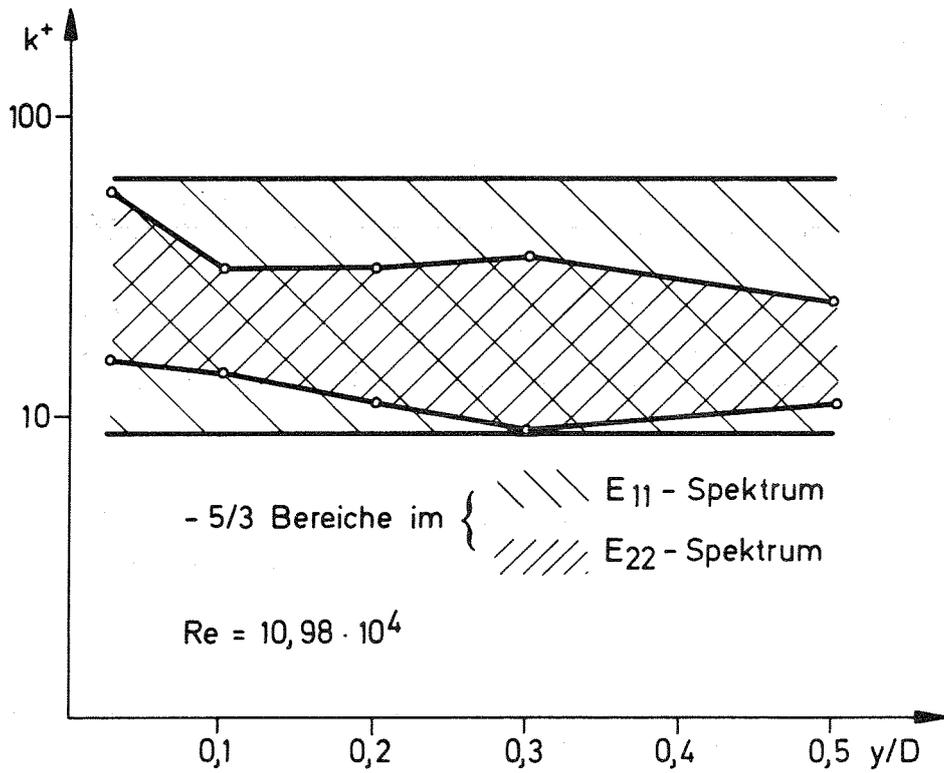
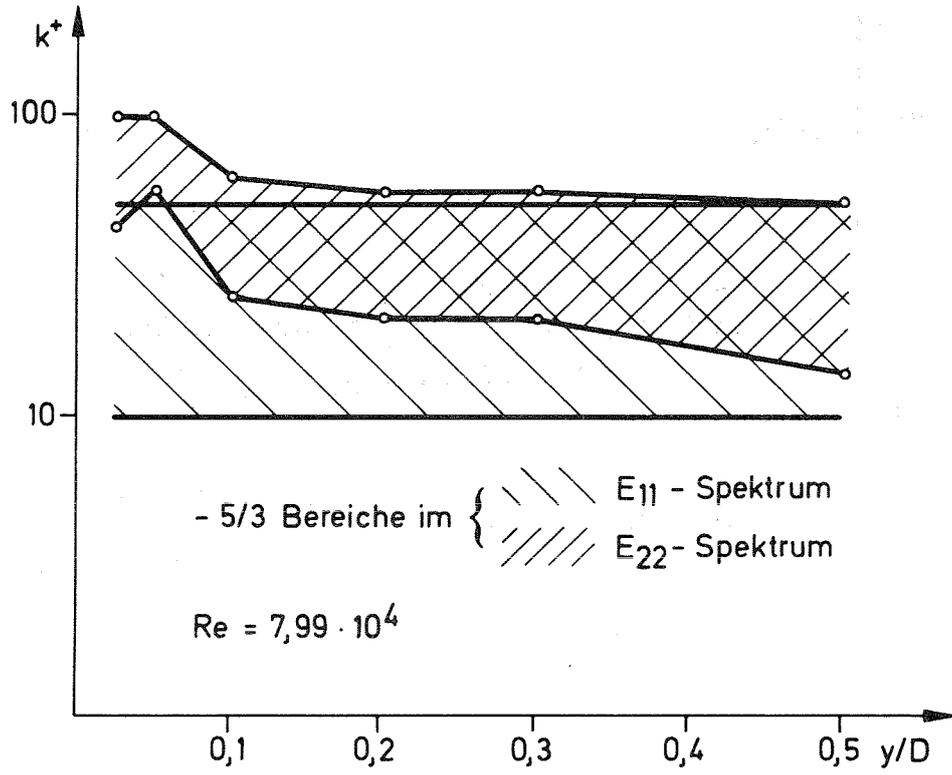


Abb. 39 -5/3-Bereiche der Spektren

Die Vergleiche zeigen, daß bei allen Reynoldszahlen in einigen Fällen der $-5/3$ -Bereich in der Tat bei gleichen Wellenzahlen liegt. Dies ist bei den Meßergebnissen in Kanalmitte stets der Fall, nahe der Wand liegen die $-5/3$ -Bereiche dagegen nicht im gleichen Wellenzahlbereich, sofern im E_{22} -Spektrum überhaupt ein $-5/3$ -Bereich existiert. Die Abb. 38 und 39 zeigen als durchgezogene waagrechte Linien den $-5/3$ -Bereich der E_{11} -Spektren mit den mit Gleichung (4.35) und (5.3) berechneten k_{ia} - und k_{ie} -Werten; der Bereich ist schraffiert. In diese Abbildungen sind auch die $-5/3$ -Bereiche der E_{22} -Spektren - hervorgehoben durch eine andere Schraffur - eingetragen. In der Abb. 38 sind die Bereiche des $4/3$ -Verhältnisses E_{22}/E_{11} , wie es bei dem $-5/3$ -Exponenten sein sollte, eingetragen (siehe nächsten Abschnitt).

5.4.2 Verhältnis E_{22}/E_{11}

Wie aus der Gleichung (5.16) zu ersehen ist, sollten die Spektren bei bestimmten Exponenten n ein bestimmtes Verhältnis haben. Bei dem Exponenten $n = 0$, wie er für $k_1 \rightarrow 0$ angenommen werden darf [41], sollte das Verhältnis 1:2 sein, im Falle $n = -1$ sollte es 1:1 sein, im Falle $n = -5/3$ 4:3 und im Falle $n < -3$ sollte es > 2 sein.

Um feststellen zu können, wie das Verhältnis bei jeder Wellenzahl ist, wurde E_{22}/E_{11} über k_1 aufgetragen. Die Forderung, daß das Verhältnis bei kleinen Wellenzahlen 1:2 ist, war in keinem Falle erfüllt, was die Aussage erhärtet, daß bei diesen Wellenzahlen keine Isotropie vorliegt. Das Verhältnis 1:1, wie es sich für den Exponenten -1 einstellen sollte, ist ebenfalls nicht über einen Wellenzahlbereich vorhanden. Das Verhältnis 4:3 ist nur bei den Reynoldszahlen $2,06 \cdot 10^4$ und $5,46 \cdot 10^4$ in Kanalmitte zu finden. Dabei ist nur bei der Reynoldszahl $5,46 \cdot 10^4$ der $-5/3$ -Bereich und der Bereich, in dem das Verhältnis 4:3 ist, übereinstimmend. Die Abb. 40 bis 43 zeigen die Verhältnisse E_{22}/E_{11} über den logarithmisch aufgetragenen Wellenzahlen. In den Darstellungen sind zur Verdeutlichung bei dem Verhältnis 4:3 durchgezogene Linien eingetragen. Das Verhältnis wurde aus den korrigierten Spektren gebildet. Die unübersichtlichen starken Schwankungen bei hohen Wellenzahlen entstehen aufgrund der vom Rauschen verursachten Schwankungen bei beiden Spektren in diesem Bereich.

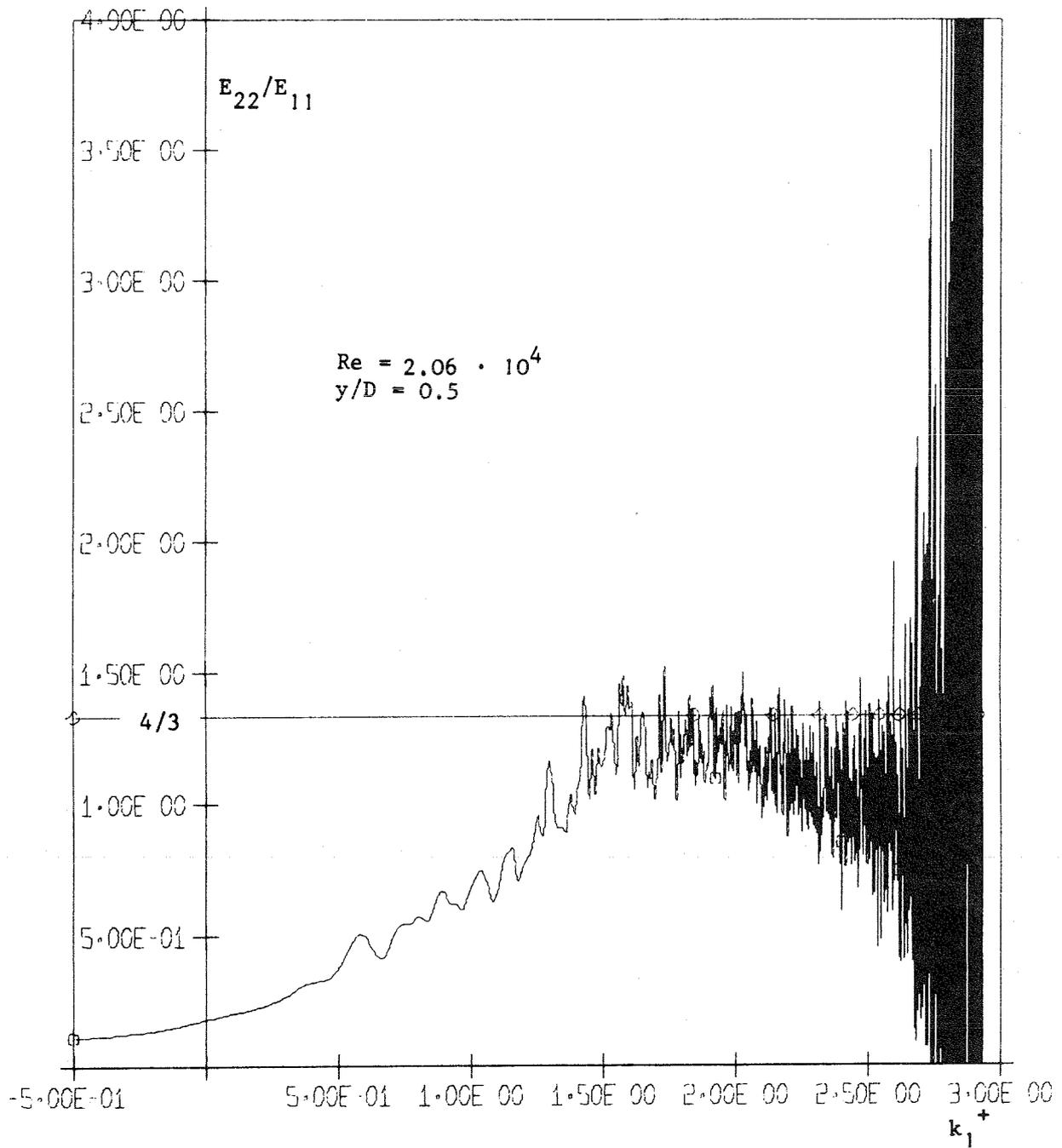


Abb. 40: E_{22}/E_{11} über k_1^+ (halblogarithmisch)

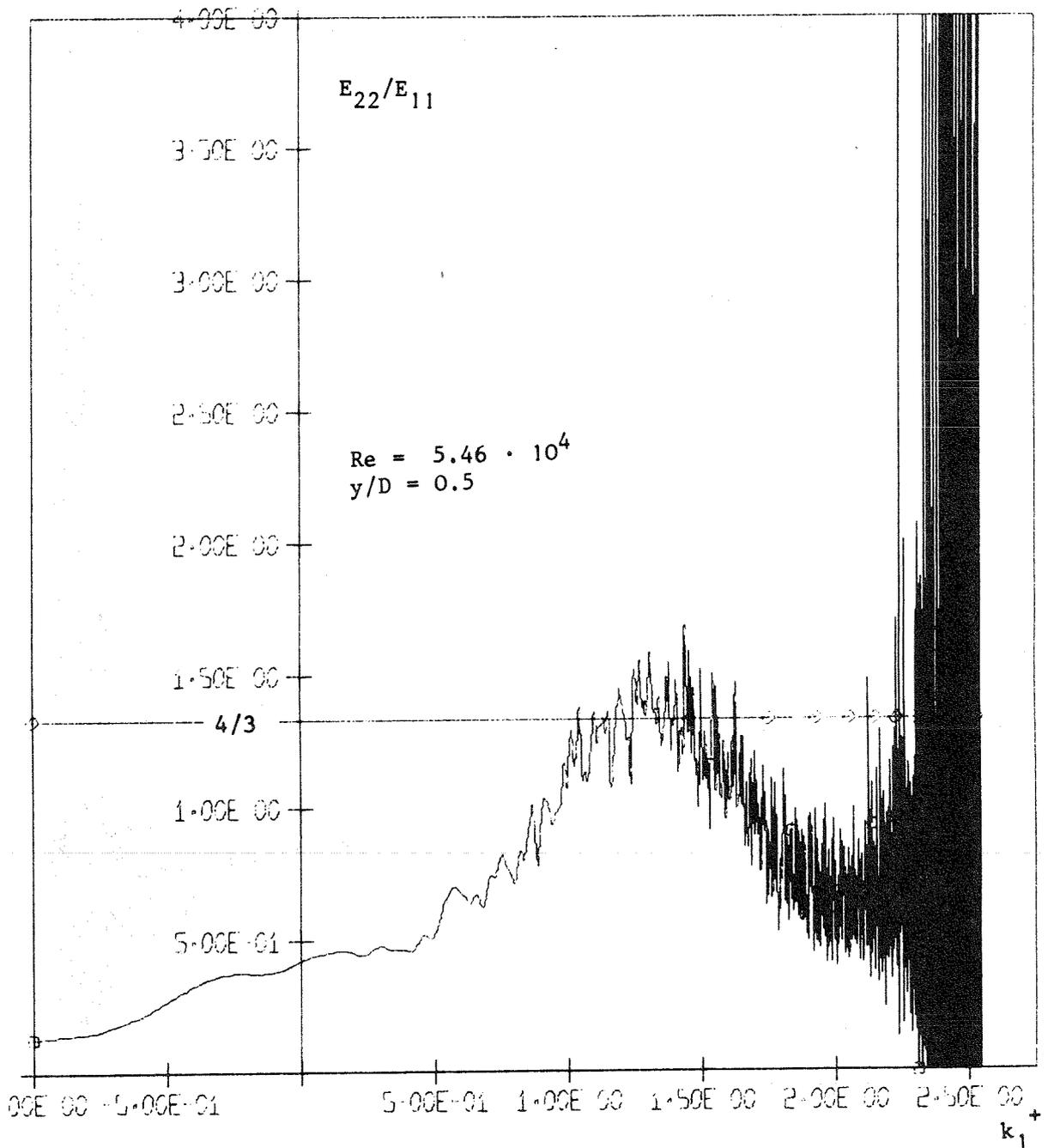


Abb. 41: E_{22}/E_{11} über k_1^+ (halblogarithmisch)

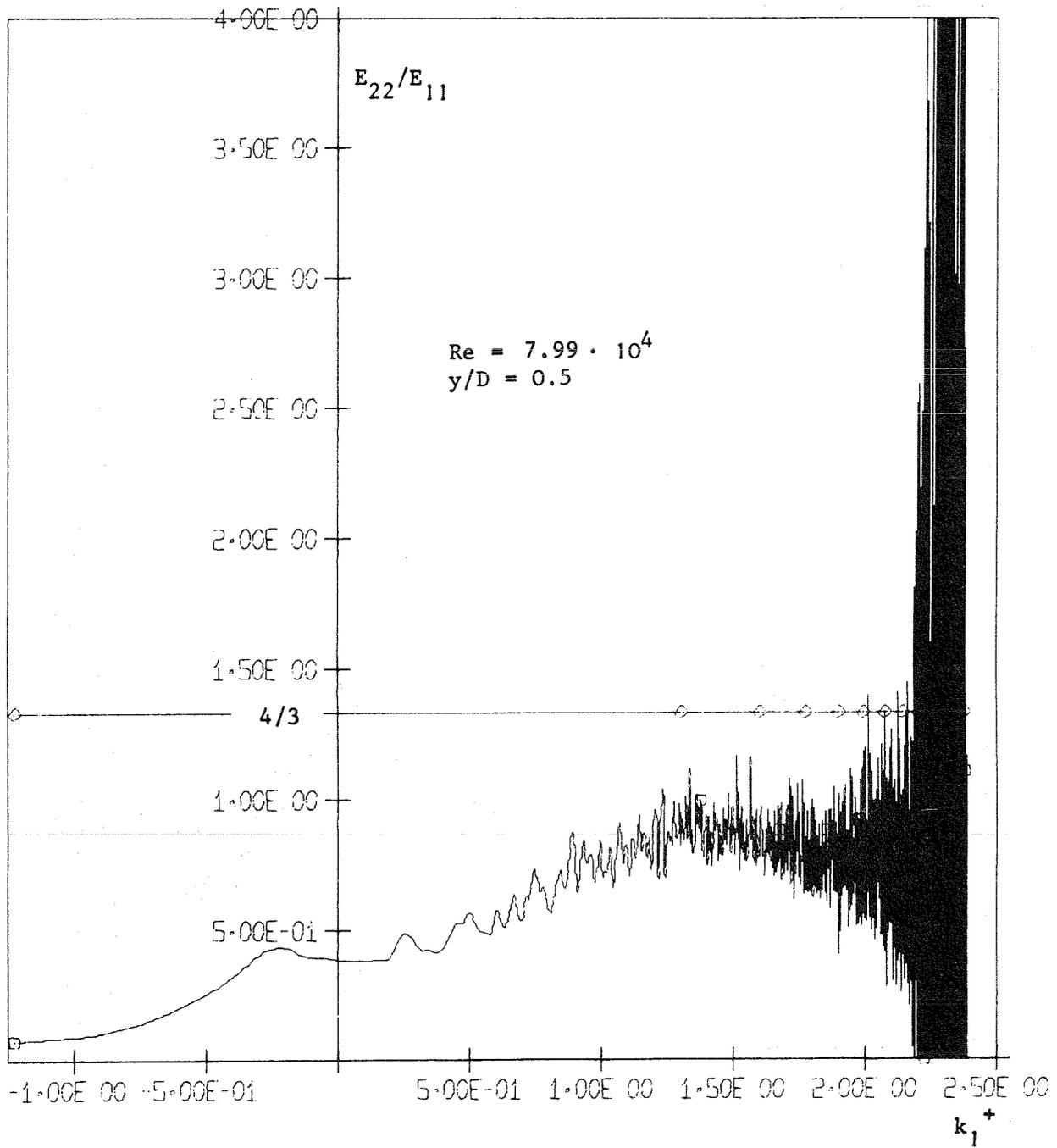


Abb. 42: E_{22}/E_{11} über k_1^+ (halblogarithmisch)

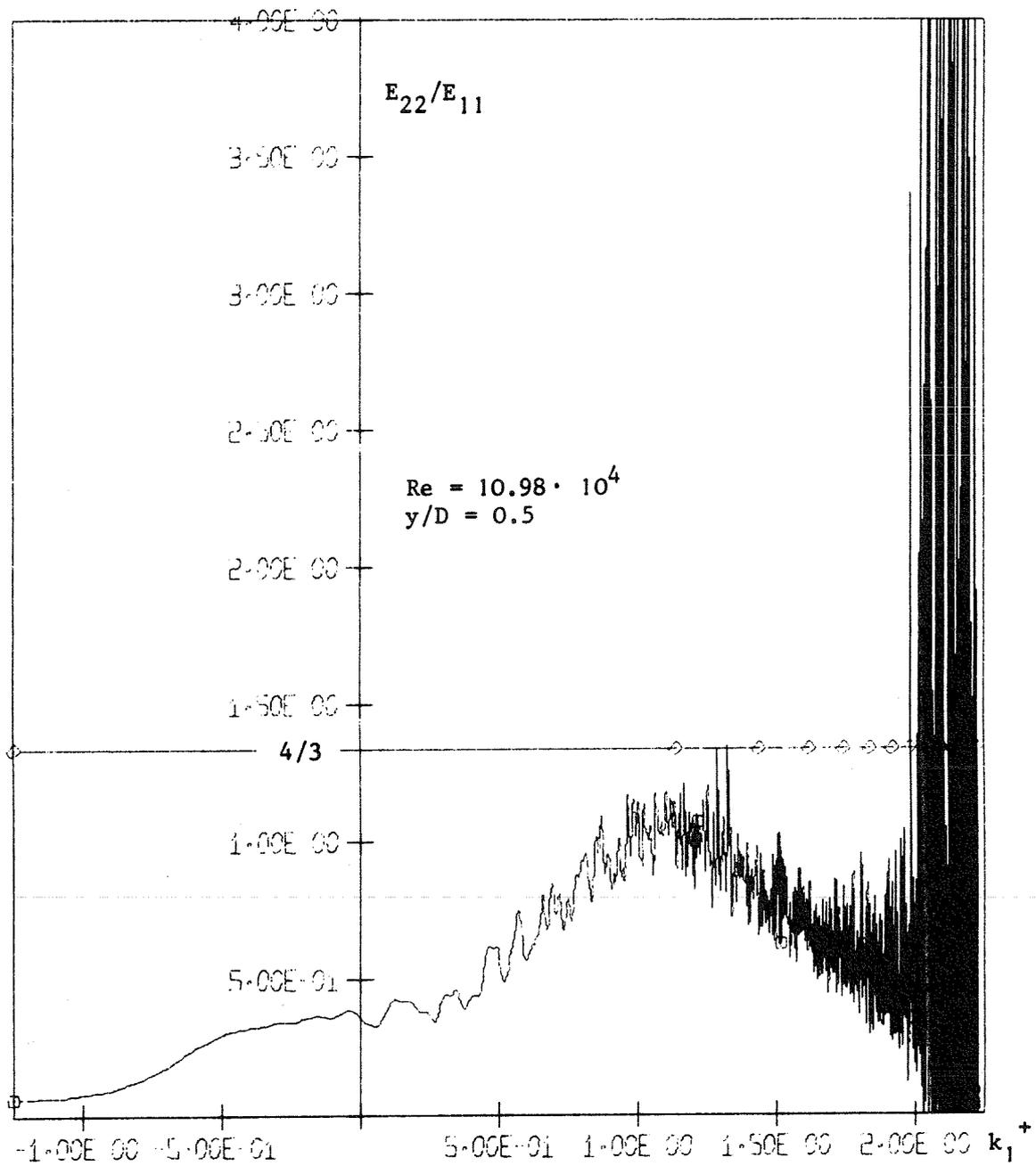


Abb. 43: E_{22}/E_{11} über k_1^+ (halblogarithmisch)

5.4.3 Die Existenz von Isotropie

Die Ergebnisse der letzten Kapitel sollen nun zusammenfassend zur Prüfung der Gültigkeit einer Isotropieannahme betrachtet werden.

Die Gültigkeit dieser Annahme ist deshalb so wichtig, weil viele Ergebnisse in der Turbulenztheorie hierauf beruhen. Oft genügt es jedoch, wenn nur Lokalisotropie vorliegt, das heißt, wenn die Isotropie-Annahme nur oberhalb einer bestimmten Grenzwellenzahl gilt.

Deutlich ist anhand der bisher diskutierten Ergebnissen zu ersehen, daß die Turbulenz nicht bei allen Wellenzahlen isotrop ist. Dies ist auch nicht zu erwarten, da die turbulente Produktion zunächst die u_1 -Komponente anregt und von dieser erst allmählich die Energie der u_2 - (bzw. u_3 -) Komponente übertragen wird; deshalb kann die Turbulenz bei kleinen Wellenzahlen nicht isotrop sein und folglich ist lediglich Lokalisotropie zu erwarten.

Die Tatsache, daß in den E_{11} -Spektren sowie zum großen Teil in den E_{22} -Spektren $-5/3$ -Bereiche vorliegen, die meist bei gleichen Wellenzahlen in beiden Spektren liegen, läßt vermuten, daß in den Spektren keine große Abweichung von Lokalisotropie vorliegt. Allerdings ist die Existenz solcher Bereiche nur eine notwendige Bedingung für die Gültigkeit der Annahme von Isotropie. Eine weitere Bedingung ist die Existenz eines $4/3$ -Verhältnisses der beiden Spektren in ihren $-5/3$ -Bereichen. Diese Bedingung ist nur in einem Falle ($Re = 5,46 \cdot 10^4$, $y/D = 0,5$) erfüllt und dort liegt also Lokalisotropie für Wellenzahlen oberhalb k_{ia} vor.

6. BERECHNUNG DER DISSIPATION $\bar{\epsilon}$

Die Berechnung der Dissipation ist sehr schwierig, da die notwendigen Terme nicht alle direkt gemessen werden können. Es gilt [22a] unter Verwendung der Summationskonvention:

$$\bar{\epsilon} = \nu \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}} \quad (6.1)$$

Im Falle homogener isotroper Turbulenz gilt:

$$\bar{\epsilon} = 15 \nu \overline{\left(\frac{\partial u'_1}{\partial x} \right)^2} = 15 \nu \frac{\overline{u_1'^2}}{\lambda_{xu}} \quad (6.2)$$

wobei λ_{xu} die sogenannte "Mikro-Länge" ist.

Die Berechnung der Dissipation ist von anderen Experimentatoren schon auf verschiedenen Wegen durchgeführt worden.

In [19 und 30b] wird sie auf 3 verschiedene Arten berechnet. Einmal über die Energiebilanz durch Messung der Produktion und der Diffusion. Die Dissipation ergibt sich dann aus der Bilanz: Produktion + Diffusion = Dissipation. Zum zweiten über die oben angegebene Mikro-Länge, also unter der Voraussetzung von Isotropie; und zum dritten in der Weise wie sie hier in Kapitel 5.2.1 dargestellt wird, d.h. aus dem -5/3-Bereich des Spektrums.

Dabei stimmen nach [19 und 30b] die berechneten Werte aus der Energiebilanz und die aus dem -5/3-Bereich berechneten am besten überein, so daß angenommen werden darf, daß die Methode, die Dissipation aus dem -5/3-Bereich zu berechnen, durchaus zu guten Ergebnissen führt. Die so berechneten Werte sind in Tabelle 2 dargestellt.

Eine vierte Möglichkeit, die Dissipation $\bar{\epsilon}$ aus Gleichung (4.26):

$$\bar{\epsilon} = 15 \nu \int_0^{\infty} k_1^2 E_{11}(k_1) dk_1$$

zu berechnen, kann hier nicht angewendet werden. Wie zu erkennen ist, gehen die hohen Wellenzahlen stark in die Berechnung ein, was auch der Physik entspricht, da der größte Anteil der Energie bei kleinen Ballen, d.h. großen Wellenzahlen, dissipiert wird. Bei den vorliegenden Messungen ist das Verhältnis Maximum zu Minimum von $E_{11}(k_1)$ rund $10^5:1$ und das Verhältnis Minimum zu Maximum von k_1^2 rund $1:1,6 \cdot 10^7$, d.h. das Maximum $E_{11}(k_1) \cdot k_1^2$ liegt bei den höchsten erfaßten Wellenzahlen. Da die Korrektur der Spektren nicht ausreichend ist, ist die Berechnung nach Gleichung (4.26) daher nicht möglich.

7. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Es sind Spektren von Geschwindigkeitsfluktuationen in Hauptströmungsrichtung und senkrecht dazu an verschiedenen Meßorten und bei verschiedenen Reynoldszahlen berechnet worden, erstmalig auch Spektren bei einer Reynoldszahl unterhalb $Re = 5 \cdot 10^4$. Die Messungen sind in einem Wasserkreislauf mit Plexiglasrechteckkanal und mit der Laser-Doppler-Methode durchgeführt worden. Zu den in der Einleitung genannten Fragen können gute Ergebnisse vorgewiesen werden, obwohl meßtechnische Schwierigkeiten, die eine eindeutige Bestimmung des Verlaufs der Spektren bei hohen Wellenzahlen verhindern, auftraten. Die Ergebnisse können zur experimentellen Unterstützung von Rechenmodellen, die die numerische Simulation turbulenter Strömung beinhalten, beitragen, da sie eine Erweiterung der Kenntnisse über die Spektren in turbulenten Strömungen bieten. Die bekanntlich für sehr hohe Reynoldszahlen gültigen "universellen" Beziehungen sind hier

systematisch bei Reynoldszahlen und Wandabständen überprüft worden, wo ihre Gültigkeit bisher nicht abgesichert war.

Auf die in der Einleitung angeführten Fragen soll nun zusammenfassend eingegangen werden:

- Der in der Näherungsgleichung (Gleichung 4.16) für kleine Wellenzahlen enthaltene Parameter L konnte aus den Spektren $E_{11}(k_1)$ berechnet werden. Er ermöglicht eine einfache formelmäßige Erfassung des Spektrumsverlaufs bei kleinen Wellenzahlen bis hin zum Ende des Trägheitsbereiches, insbesondere werden dadurch die Energieverhältnisse angepaßt.

Die Kenntnis des Parameters L und damit einer formelmäßigen Beschreibung des Energiespektrums erlaubt die verbesserte Berechnung der in den numerischen Modellen erforderlichen Feinstrukturkonstanten. Es wurde gefunden, daß bezüglich des Wandabstandes der Parameter L etwa konstant ist; mit steigender Re-Zahl nimmt er zu.

- Es werden in den E_{11} -Spektren -1 -Bereiche gefunden. Bei der größten Reynoldszahl ($Re = 10,98 \cdot 10^4$) allerdings nur in Kanalmitte und bei den anderen Reynoldszahlen nicht bei den wandnächsten Meßorten.

Es wurde die Größe und Lage des Bereiches in Abhängigkeit von der Reynoldszahl angegeben und festgestellt, daß die bisher vorliegende Theorie nicht völlig ausreichend ist, diesen Bereich zu erklären. Die "Konstante" wurde erstmalig experimentell (auf 3 Methoden) bestimmt, sie stimmt größenordnungsmäßig mit der theoretischen Vorhersage überein; die "Konstante" der bisherigen Theorie ist nicht konstant, sie hängt vielmehr vom Wandabstand und der Reynoldszahl ab.

- Der Trägheitsbereich im Spektrum, in dem der Exponent $-5/3$ beträgt, konnte in allen E_{11} -Spektren festgestellt werden, wenn auch bei der kleinsten Reynoldszahl ($Re = 2,06 \cdot 10^4$)

nur andeutungsweise. Diese Reynoldszahl ist demnach eine untere Grenze für die Existenz eines solchen Bereiches. Die Grenze liegt deutlich unter der bisher vermuteten ($Re \approx 10^5$) [44, S. 40_7].

In den E_{22} -Spektren ist der -5/3-Bereich ebenfalls vorhanden. Lediglich in den Spektren der wandnächsten Meßorten ist er nur andeutungsweise vorhanden oder fehlt ganz.

- Es konnten zwei Gleichungen für die jeweilige Abhängigkeit des Mittelwertes der Grenzwellenzahlen k_{ia}^+ bzw. k_{ie}^+ von der Reynoldszahl aufgestellt werden. Die Kurven der beiden Gleichungen haben einen Schnittpunkt. Bei der entsprechenden Reynoldszahl ($Re \approx 2 \cdot 10^4$) sind die beiden Grenzwellenzahlen identisch, also kein -5/3-Bereich mehr vorhanden.
- Es wurde festgestellt, daß die Laser-Doppler-Meßmethode bei hohen Wellenzahlen ein starkes inhärentes Rauschen verursacht, das das eigentliche Meßsignal stark verfälscht. Als Korrektur wurde die Subtraktion eines konstanten (weißen) Rauschanteils vorgeschlagen. Dies bewirkt eine deutliche Verbesserung der Ergebnisse. Sie ist jedoch nicht ausreichend, um eindeutige Aussagen über den Verlauf der Spektren bei Wellenzahlen oberhalb des -5/3-Bereiches (für $k^+ > k_{ie}^+$) zu machen.
- Ein isotroper Zustand der Turbulenz ist nur schwer festzustellen. Wenn überhaupt, dann ist die Isotropie-Annahme nur lokal, d.h. oberhalb einer bestimmten Grenzwellenzahl ($k^+ > k_{ia}^+$) gültig.
- Die Grenzwellenzahl k_T , die die Grenze zwischen Grob- und Feinstruktur in den von Schumann [44_7] numerisch simulierten Fällen markiert, liegt stets in den jeweiligen -5/3-Bereichen der Spektren. Dies bedeutet, daß tatsächlich für den energietragenden Bereich der Feinstruktur das angenommene Kolmogorov-Spektrum gültig ist.

- Die Ergebnisse zeigen, durch die Lage von k_E und k_T im Spektrum, daß der größte Teil, rund 90 %, der Gesamtenergie im Spektrum von der Grobstruktur aufgelöst wird. Zahlenmäßig widerspricht dies den Ergebnissen des Rechenmodells TURBIT [44], das kleinere Werte lieferte (60 %). Nach den in neuerer Zeit vorgenommenen Änderungen am Rechenmodell hat sich jedoch eine Vergrößerung des Anteils der Energie in der Grobstruktur ergeben (jetzt ca. 80 % [53]).

Die Laser-Doppler-Methode schien zu Beginn der Arbeiten wesentliche Vorteile gegenüber den Messungen mit Hitzdraht oder Heißfilm zu haben. Die Strömung wird durch keine Meßvorrichtung oder Meßfühler gestört. Es ist keine Eichung notwendig. Die Beziehung zwischen Meßeffect und den Geschwindigkeiten ist linear und ohne zeitlichen Drift. Die Ergebnisse zeigen jedoch auch, daß die Laser-Doppler-Methode entscheidende Nachteile hat. Sie sind im Grunde alle darauf zurückzuführen, daß Streuteilchen verwendet werden müssen. Die Teilchen treten in das Meßvolumen ein, neue Teilchen kommen hinzu und andere verlassen es wieder. Manchmal sind zu viele Teilchen im Meßvolumen, manchmal keines. Dies alles führt zu Phasensprüngen und/oder Signalausfall (drop-out), was die Meßergebnisse nicht unwesentlich verfälscht. Diese Probleme wurden im Kapitel 5.2.3 ausführlich besprochen.

Es ist eine weitere Entwicklung und Erweiterung dieser Meßmethode notwendig, um zu befriedigenderen Resultaten auch bei höheren Wellenzahlen zu kommen.

Dies schmälert jedoch nicht die Aussagen über die anderen Bereiche der Spektren, wo wertvolle Ergebnisse für die Form und Verhältnisse innerhalb der Spektren gewonnen werden konnten, die unmittelbar in die vorhandenen numerischen Modelle einfließen können.

8. LITERATUR

- [-1_] Adrian, R.J., Goldstein, R.J.: Analysis of a Laser Doppler Anemometer. J. of Physics E. (1971), Vol. 4, S. 505-511
- [-2_] Audoux, M., Katz, F.W., Olbrich, W., Schlechtendahl, E.G.: SEDAP, An Integrated System for Experimental Data Processing. KFK 1594 (1973)
- [-3_] Berman, N.S., Dunning, J.W.: Pipe Flow Measurements of Turbulence and Ambiguity Using Laser-Doppler Velocimeter. J. Fluid Mech. (1973), Vol. 61, Part 2, S. 289-299
- [-4_] Boston, N.E.J., Burling, R.W.: An Investigation of High-Wavenumber Temperature and Velocity Spectra in Air. J. Fluid Mech., Vol. 55, Part 3 (1972), S. 473-492
- [-5_] Bremhorst, K., Bullock, K.J.: Spectral Measurements of Temperature and Longitudinal Velocity Fluctuations in Fully Developed Pipe-Flow. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 13 (1970), S. 1313-1329
- [-6_] Clark, J.A.: A Study of Incompressible Turbulent Boundary Layers in Channel Flow. J. of Basic Eng. (T.ASME) 90 (1968), S. 455-467
- [-7_] Comte-Bellot, G.: Ecoulement turbulent entre deux parois paralleles. Publications Scientifiques et Techniques du Ministere de l'air, No 419 (1965)

- [-8_] Cooley, J.W., Tukey: An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series. Math. Comput. 19 (1965), S. 297-301
- [-9_] Deardorff, J.W.: A Numerical Study of Three-Dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Numbers. J. Fluid Mech. 41 (1970), S. 453-480
- [-10_] Durst, F., Whitelaw, J.H.: Optimizing of Optical Anemometers. Imperial College of Science and Technology, Department of Mechanical Engineering (1970)
- [-11_] Durst, F., Melling, A., Whitelaw, J.H.: Principles and Practice of Laser Doppler-Anemometry. Academic Press, London (1976)
- [-12_] Elder, J.W.: The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow. J. Fluid Mech. 5 (1959), S. 544-560
- [-13_] Farmer, W.M.: Determination of a Third Orthogonal Velocity Component Using two Rotationally Displaced Laser Doppler Velocimeter Systems. Applied Optics, Vol. 11, No. 4 (1972)
- [-14_] Foreman Jr., J.W., George, E.W., Lewis, R.D.: Measurement of Localized Flow Velocity in Gases with a Laser Doppler Flowmeter. Appl. Phys. Letters, Vol. 7 (August 1965), S. 77-78

- [-15_] George, W.K.: Limitations to Measuring Accuracy Inherent in the Laser Doppler Signal. The Accuracy of Flow Measurements by Laser Doppler Methods. Proceedings of the LDA-Symposium Copenhagen 1975, P.O.Box 70, DK 2740 Skovlunde (1976)
- [-16_] Goldstein, R.J., Kreid, D.K.: Measurement of Laminar Flow Development in a Square Duct Using a Laser Doppler Flowmeter. Journal of Applied Mechanics, Vol. 34, Series E (Dec. 1967), No. 4, S. 813-818
- [-17_] Grötzbach, G., Lörcher, G., Schumann, U.: Anwendung und experimentelle Absicherung der direkten numerischen Simulation turbulenter Strömungen. Reaktortagung Nürnberg (8.-11.4.75), S. 145-148
- [-18_] Grötzbach, G.: Untersuchungen der Austausch-
koeffizienten für Impuls und Enthalpie in
turbulenter Kanalströmung.
KFK 1275/3 (1975), S. 129.1-129.6
- [-19_] Hanjalić, K., Launder, B.E.: Fully Developed Asymmetric Flow in a Plane Channel. J. Fluid Mech., Vol. 51, Part 2, S. 301-335 (1972)
- [-20_] Heisenberg, W.: Zur statistischen Theorie der Turbulenz. Z. Physik, 124 (1948), S. 628 ff.
- [-21_] Helland, K.: Energy Transfer in High Reynolds Number Turbulence. Published on demand by: University Microfilms, University Microfilms Limited, High Wycomb, England (1974)

- [22a_] Hinze, J.O.: Turbulence, An Introduction to Its Mechanism and Theory. Mc Graw-Hill Book Company (1959)
- [22b_] Hinze, J.O.: Experimental Investigation on Secondary Currents in the Turbulent Flow Through a Straight Conduit. Appl. Sci. Res. 28, (1973), S. 453-465
- [23_] Hjemfelt, A.T., Mockrocks, L.F.: Motion of Discrete Particles in a Turbulent Fluid. App. Sci. Res. 16 (1965)
- [24_] Hussain, A.K.M.F., Reynolds, W.C.: Measurements in Fully Developed Turbulent Channel Flow. J. of Fluids Engineering, Dec. 1975, Transactions of the ASME
- [25_] von Kármán, Th.: Progress in Statistical Theory of Turbulence. J. of Marine Res. 1, (1948), S. 252-264
- [26_] Kolmogorov, A.N.: Equations of Turbulent Motion of an Incompressible Fluid. Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Phys. 6 (1942), S. 56-58. Übersetzt ins Englische in: Imperial College, Mech. Eng. Dept. Report No. ON/6 (1968)
- [27a_] Lading, L.: Differential Doppler Heterodyning Technique. Applied Optics, Vol. 10, No. 8 (1971)
- [27b_] Lading, L., Edwards, R.V.: The Effect of Measurement Volume on Laser Doppler Anemometer Measurements as Measured on Simulated Signals. The Accuracy of Flow Measurements by Laser-Doppler Methods. Proceedings of the LDA-Symposium Copenhagen 1975. P.O.Box 70, DK2740 Skovlunde (1976)

- ∟⁻28_7 Lanz, O., Johnson, C.C., Morikawa, S.:
Directional Laser Doppler Velocimeter.
Applied Optics, Vol. 10, No. 4 (1971)
- ∟⁻29_7 Laufer, J.: The Structure of Turbulence in
Fully Developed Pipe-Flow. NACA Report 1174
(1953)
- ∟⁻30a_7 Lawn, C.J.: The Determination of the Rate of
Dissipation in Turbulent Pipe-Flow.
J. of Fluid Mech., Vol. 48, Part 3 (1971),
S. 477-505
- ∟⁻30b_7 Lawn, C.J.: Application of the Turbulence
Energy Equation to Fully Developed Flow in
Simple Ducts. Central Electricity Generation
Board, RD/B/R 1575 (A, B, C)
- ∟⁻31_7 Lilly, D.R.: The Representation of Small-Scale
Turbulence in Numerical Simulation Experiments
(Goldstein, H.H. ed. :) Proc. of the IBM-
Scientific Computing Symposium on Environmental
Sciences (14.-16. Nov. 1966, New York), IBM Form
No. 320-1951 (1967), S. 195-210
- ∟⁻32_7 Lin, J.T.: Velocity Spectrum of Locally
Isotropic Turbulence in the Inertial Subrange
and Dissipation Ranges. Phys. Fluids 15 (1972),
S. 205-207
- ∟⁻33_7 Lörcher, G., Grötzbach, G.: LDA-Measurements
in Turbulent Incompressible Flows used for
Verification of Theoretical Turbulence Models,
Proceedings of the LDA-Symposium Copenhagen
(1975)

- [⁻34_] van Maanen, H.R.E., van der Molen, K., Blom, J.:
Reduction of Ambiguity Noise in Laser-Doppler
Velocimetry by a Crosscorrelation Technique
Kroninklijke (Shell-Laboratorium, Amsterdam)
(Shell Research B.V.), 1975
- [⁻35_] Nikuradse, J.: Untersuchungen über die Geschwin-
digkeitsverteilung in turbulenten Strömungen.
Thesis, Göttingen (1926), VDI Forsch. 281
- [⁻36_] Pao, Y.H.: Structure of Turbulent Velocity and
Scalar Fields at Large Wavemembers.
Phys. Fluids 8 (1965), S. 1063-1075
- [⁻37_] Pike, E.R., Jackson, D.A., Bowke, P.J.,
Page, D.I.: Measurement of Turbulent Velocities
from the Dopplershift in Scattered Laser Light.
J. of Scientific Instr. (1968), Series 2,
Vol. 1, S. 727-730
- [⁻38_] Post Experience Course "Optical Beam Methods
for Velocity Measurements". Imperial College
of Science and Technology, London (1972)
- [⁻39_] Rehme, K.: Turbulente Strömung in konzentrischen
Ringspalten. KFK 2099 (1975)
- [⁻40_] Rotta, J.C.: Turbulente Strömungen.
B.G. Teubner, Stuttgart (1972)
- [⁻41_] Rudd, M.J.: Velocity Measurements Made with a
Laser Doppler-Meter on the Turbulent Pipe Flow
of a Dilute Polymer Solution. J. Fluid Mech.,
Vol. 51, Part 4 (1972), S. 673-685

- [⁻42_] Schlichting, H.: Grenzschicht-Theorie.
Verlag G. Braun, Karlsruhe (1965)
- [⁻43_] Schumann, U.: Subgrid Scale Model for Finite
Difference Simulations of Turbulent Flows in
Plane Channels and Annuli. Journal of Comp.
Physics 18 (1975), S. 376-404
- [⁻44_] Schumann, U.: Ein Verfahren zur direkten
numerischen Simulation turbulenter Strömungen
in Platten- und Ringspaltkanälen und über
seine Anwendung zur Untersuchung von Turbulenz-
modellen. KFK 1854 (1973)
- [⁻45_] Stevenson, W.H.: Optical Frequency Shifting
by Means of a Rotating Diffraction Grating.
Applied Optics, Vol. 9, No. 3 (1970)
- [⁻46a_] Tchen, C.M.: J. Research Nat. Bur. Standards,
50, 51 (1953)
- [⁻46b_] Tchen, C.M.: Repeated Cascade of Homogeneous
Turbulence. The Physics of Fluids, Vol. 16,
No. 1 (1973)
- [⁻47_] Tennekes, H., Lumley, J.L.: A First Course
in Turbulence. The MIT Press (1973)
- [⁻48_] Townsend, A.A.: The Structure of Turbulent
Shear Flow. Cambridge University Press
(Sec. Ed. 1976)
- [⁻49_] Tradowsky, K.: Laser, Kamprath-Reihe.
Vogel-Verlag (1968)

- [⁻50_] Wang Hua, Nickerson, E.C.: Response of a Turbulent Boundary Layer to Lateral Roughness Discontinuities. U.S. Department of Defence, Washington, D.C. CER 71-72-HW-ECN 51
- [⁻51_] Yeh, J., Cumings, H.Z.: Localized Fluid Flow Measurements with a He-Ne-Laser Spectrometer. Appl. Phys. Letters, Vol. 4 (May 1964), S. 176-178
- [⁻52_] Zirkle, R.E.: Study of Techniques for Detection and Measurement of Clear Air Turbulence. Final Report AFGRL, 66 (1966)
- [⁻53_] Grötzbach, G.: persönliche Mitteilung (1976)
- [⁻54_] The Accuracy of Flow Measurements by Laser-Doppler Methods. Proceedings of the LDA-Symposium Copenhagen 1975, DK 2740, Skowlunde (1976)

9. FORMELZEICHEN

a	Spektrumskoeffizient des -1-Bereiches, $E_{11}(k_1) = a k_1^{-1}$
A	Konstante nach Tchen [46b_7] des 3-dim.-Spektrums
A_{11}	Koeffizient des 1-dim.-Spektrums des -1-Bereiches
B	Große Breite des Kanals
c	Konstante $c = \alpha_1 \cdot \bar{\epsilon}^{-2/3}$
D	Kleine Breite des Kanals, $D = 1$ cm
d_h	Hydraulischer Durchmesser $d_h = \frac{4F}{U} = 1,71$ cm
$\frac{dp}{dx}$	Betrag des Druckgefälles in Hauptströmungsrichtung
E	Dreidimensionales Spektrum
E_{11}	Spektrum der Geschwindigkeit $u_1(t)$
E_{22}	" " " $u_2(t)$
E^*	Dreidimensionales Spektrum für den Bereich kleiner Wellenzahlen
E_{11}^*	Spektrum für den Bereich kleiner Wellenzahlen von $u_1(t)$
E_{22}^*	" " " " " " von $u_2(t)$
E_{11}^+	Normiertes Spektrum von $u_1(t)$
E_{22}^+	Normiertes Spektrum von $u_2(t)$
f	Frequenz des Spektrums
Δf	Differenz zweier Frequenzen im Spektrum $\Delta f = \text{konstant}$
k_1	Wellenzahl $k_1 = \frac{2\pi}{u_1} f$
k_1^+	Normierte Wellenzahl $k_1^+ = k_1 \cdot D$
k_{ia}	Grenzwellenzahl für den Beginn des -5/3 Bereiches (inertial-subrange) (normiert)
k_{ie}	Grenzwellenzahl für das Ende des -5/3 Bereiches (normiert)
k_E	Grenzwellenzahl, bis zu der 90 % des Gesamtenergieinhalts liegt (normiert)
k_T	Grenzwellenzahl zwischen Grob- und Feinstruktur in TURBIT
L_k	Länge des Kanals $L_k = 90$ cm
L	Länge, die Parameter der Gleichungen ist, die den Verlauf der Spektren bei kleinen Wellenzahlen annähern.
m	Exponent in $E \sim k_1^m$ für große Wellenzahlen
n	Exponent in $E \sim k_1^n$ allgemein
n^*	Exponent in $E \sim k_1^{n^*}$ zur Berechnung von k_{ia} , $n^* = 1,65$
Re	Reynoldszahl $Re = \frac{\bar{u}_v d_h}{\nu}$
Re_D	" $Re_D = \frac{\bar{u}_v D}{\nu}$

$u_1(t)$	Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung
$u_2(t)$	Geschwindigkeit senkrecht zur Hauptströmungsrichtung und parallel zu den langen Seiten des Kanals
\bar{u}_v	Volumetrisch gemittelte Geschwindigkeit
\bar{u}_1	Zeitlich gemittelte Geschwindigkeit von u_1
\bar{u}_2	Zeitlich gemittelte Geschwindigkeit von u_2
u^+	Normierte Geschwindigkeit $u^+ = \frac{u_1}{u_\tau}$
$\overline{u_1'^2}$	Mittleres Geschwindigkeitsschwankungsquadrat von $u_1(t)$
$\overline{u_2'^2}$	" " " von $u_2(t)$
u_τ	Wandschubspannungsgeschwindigkeit
x	Koordinate mit $x = 0$ am Beginn des Kanals in Richtung der Hauptströmung
x/D	Normierte Länge in Hauptströmungsrichtung
y	Koordinate mit $y = 0$ an der Wand in Richtung senkrecht zu einer langen Seite des Kanals
y/D	Normierte Koordinate in Richtung senkrecht zur langen Seite des Kanals
α	Kolmogorovkonstante $\alpha \approx 1,5$
α_1	Kolmogorovkonstante für eindimensionales Spektrum E_{11} ; $\alpha_1 = \frac{18}{55} \alpha$
ϵ	Dissipation
η	Kolmogorovlänge
λ_f	Reibbeiwert
λ_0	Wellenlänge des Laserlichtes ($\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$)
ν	Kinematische Zähigkeit des Wassers
ρ	Dichte des Wassers

ANHANG A

Beziehung zwischen Dopplerfrequenz und Geschwindigkeit [44]

Trifft Licht mit der Frequenz f_0 und dem Einheitsvektor r_0 auf einen sich relativ zur Lichtquelle bewegenden Körper, wird durch das elektrische Feld der einfallenden Strahlen ein oszillierendes Feld induziert. Die Frequenz der Oszillation beträgt:

$$f_z = f_0 \left(1 + \frac{u \cdot r_0}{c} \right) \quad (A1)$$

wobei c = Lichtgeschwindigkeit und u der Geschwindigkeitsvektor des bewegten Körpers.

Der Körper sendet nun seinerseits mit dieser Frequenz f_z in Richtung des Einheitsvektors r_s und dieses Licht hat für einen ruhenden Beobachter die Frequenz:

$$f = f_z \left(1 + \frac{u \cdot r_s}{c} \right) \quad (A2)$$

Setzt man (A1) in (A2) ein, so folgt unter Berücksichtigung von $c^2 \gg u^2$:

$$f = f_0 \left(1 + \frac{u}{c} \cdot (r_0 + r_s) \right) \quad (A3)$$

Zwei Strahlen mit unterschiedlichen Einheitsvektoren r_1 und r_2 führen zu zwei verschiedenen Frequenzen:

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= f_0 \left(1 + \frac{u}{c} \cdot (r_1 + r_s) \right) \\ f_2 &= f_0 \left(1 + \frac{u}{c} \cdot (r_2 + r_s) \right) \end{aligned} \right\} \quad (A4)$$

Ist E_i die elektrische Feldstärke und e_0 deren Amplitudenmaximum, so gilt für die Gesamtfeldstärke nach der Überlagerung zweier Strahlen:

$$\underline{E}_g = E_1 + E_2 = e_0 \sin 2\pi f_1 t + e_0 \sin 2\pi f_2 t \quad (\text{A5})$$

Der Photostrom i entspricht dem Quadrat der Gesamtfeldstärke [447]:

$$i = (E_g)^2 = (E_1^2 + 2E_1E_2 + E_2^2) \quad (\text{A6})$$

Die entstehenden Quadrate der Sinusfunktionen enthalten Frequenzen, die mit dem Photovervielfacher nicht meßbar sind. Mit den Theoremen der trigonometrischen Funktionen gilt:

$$2E_1E_2 = e_0^2 \cos 2\pi(f_1 - f_2) \cdot t - \dots \quad (\text{A7})$$

Die Differenzfrequenz ist meßbar.

Da $\cos \epsilon = \cos(-\epsilon)$ gilt:

$$2E_1E_2 = e_0^2 \cos 2\pi |f_1 - f_2| \cdot t \quad (\text{A8})$$

Dies verdeutlicht den Verlust des Vorzeichens.

Die meßbare Frequenz beträgt somit:

$$f_1 - f_2 = f_0 \frac{u}{c} (r_1 - r_2) \quad (\text{A9})$$

Mit der geometrischen Beziehung zwischen r_1 und r_2 gilt:

$$r_1 - r_2 = 2 \sin \alpha$$

mit $2 \alpha =$ Winkel zwischen r_1 und r_2 .

Mit $f_D = f_1 - f_2$ und $\lambda_0 = c/f_0$ kann dann folgende Gleichung aufgestellt werden:

$$f_D = \frac{ku}{\lambda_0} 2 \sin \alpha \quad (\text{A10})$$

Der Betrag der Differenzfrequenz ist also dem Betrag der Geschwindigkeit direkt proportional, da α und λ_0 feste Größen sind.

Im Falle einer Frequenzverschiebung ist die Ausgangsfrequenz des einen Strahles f_{1V} und die des zweiten f_{2V} , mit

$$\begin{aligned} f_{1V} &= f_0 + \frac{1}{2} f_v \\ f_{2V} &= f_0 - \frac{1}{2} f_v \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

Damit wird f_D zu:

$$f_D = \frac{u}{\lambda_0} 2 \sin \alpha + f_v + \frac{1}{2} f_v \frac{u}{c} (\tau_1 + \tau_2 + 2\tau_3) \quad (\text{A12})$$

und schließlich gilt unter Berücksichtigung von:

$$\frac{u}{\lambda_0} 2 \sin \alpha + f_v \gg \frac{1}{2} f_v \frac{u}{c} (\tau_1 + \tau_2 + 2\tau_3)$$

($f_v = 750 \div 2500$ kHz) folgendes:

$$f_D = \frac{u}{\lambda_0} 2 \sin \alpha + f_v \quad (\text{A13})$$

Bei geeigneter Wahl von f_v ist die Frequenz f_D stets positiv.

Mit einer Wellenlänge von $\lambda_0 = 632,8$ nm des He-Ne-Lasers, einem Winkel von $\alpha = 11,53^\circ$ und bei einer Geschwindigkeit von 1 m/sec ist die entsprechende Frequenz nach (A10):

$$f_D = 631,98 \text{ kHz.}$$

Dies bedeutet, daß mit einem Tracker, dessen maximal zulässige Frequenz 15 MHz beträgt, Geschwindigkeiten bis zu 23,7 m/sec meßbar sind.

ANHANG B

Messungen laminarer Strömung im Rechteckkanal

Es wurden Messungen in laminarer Strömung bei einer Reynoldszahl von rund 10^3 durchgeführt.

Zur Messung der Geschwindigkeitsprofile war es zunächst notwendig, den jeweiligen Meßort genau zu ermitteln, was sich wegen der schwankenden Plexiglasdicke ($\Delta = 0,1$ cm) als schwierig erwies (der Abstand der Kanalseiten innen ist genauer toleriert). Der Zusammenhang zwischen dem gewünschten Abstand zweier Meßorte und der dazu notwendigen Verschiebung der Meßstrecke wird in Anhang C hergeleitet.

Von der angenommenen Mitte aus konnte festgestellt werden, daß das Geschwindigkeitsprofil symmetrisch ist. In einem weiteren Schritt wurde die Mitte des Kanals so gefunden, daß bei gleicher Entfernung von der Mitte gleiche Geschwindigkeitswerte gemessen wurden. In der Nähe der Wand ist der Geschwindigkeitsgradient so groß, daß auch für kleinere Bewegungen gut meßbare Geschwindigkeitsänderungen vorhanden sind. Dieses Verfahren wurde auch vor jeder Messung in turbulenter Strömung zur Einstellung der Meßorte angewandt.

Es wurden Geschwindigkeitsprofile in laminarer Strömung in mehreren Abständen vom Kanalbeginn über die schmale Seite des Rechteckkanals gemessen. Mit x = Entfernung vom Kanalbeginn und D = Abstand der langen Rechteckseiten wurden die Messungen an Stellen mit dem Verhältnis $\frac{x}{D} = 30, 45, 60, 67,5$ durchgeführt.

Mit den jeweiligen Meßdaten wurde eine Ausgleichsparabel berechnet, die als Näherungspolynom (2. Grades) unter der Forderung des Minimums der Summe der Abweichungsquadrate erstellt wurde.

An den Meßstellen $\frac{x}{D} = 60$ liegt die Ausgleichsparabel symmetrisch zur Kanalmitte. Die Rechnung zeigt lediglich eine

seitliche Verschiebung des Geschwindigkeitsmaximums von 0,03 mm zur angenommenen Kanalmitte. Dies spricht jedoch eher für die gute Einstellbarkeit des Meßkanals als für eine Abweichung vom parabolischen Geschwindigkeitsprofil. Die Ausgleichsparabel entsprach in beiden Fällen der Forderung, daß an der Wand die Geschwindigkeit zu Null wird. Daraus kann geschlossen werden, daß die Strömung voll ausgebildet ist.

Messungen an der Stelle $\frac{x}{D} = 45$ zeigen Abweichungen von der Ausgleichsparabel und die Ausgleichsparabel ging nicht an der Stelle der Wand durch Null. Das Profil ist daher nicht voll ausgebildet. Die Meßwerte und die Ausgleichsparabeln sind in den Abb. B1 und B2 dargestellt. Auf eine Angabe der Dimension der Ordinate wurde in den Abbildungen verzichtet, da die Werte eigentlich den Ausgangsspannungen des Trackers entsprechen, die jedoch direkt proportional zur Geschwindigkeit sind. Schlichting [38] gibt eine Beziehung für die Einlauflänge im Kanal an. Eine Berechnung mit den Verhältnissen wie sie hier vorliegen ergibt eine Einlauflänge von etwa 40 Kanalbreiten, dies entspricht einem $\frac{x}{D}$ -Verhältnis von 40.

Bei den Messungen in turbulenter Strömung liegen die Meßorte bei einem $\frac{x}{D}$ -Verhältnis von 60. Da dort die laminare Strömung voll ausgebildet ist, kann angenommen werden, daß dies im turbulenten Falle ebenso der Fall ist.

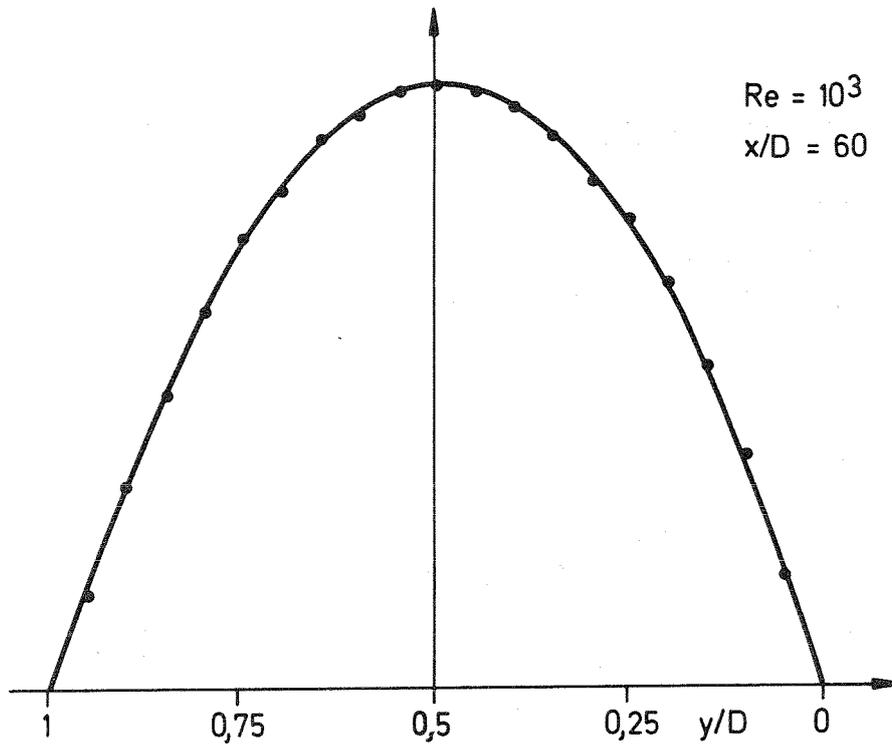


Abb. B1: Geschwindigkeitsprofil (laminar)

o Meßwerte
- Ausgleichsparabel

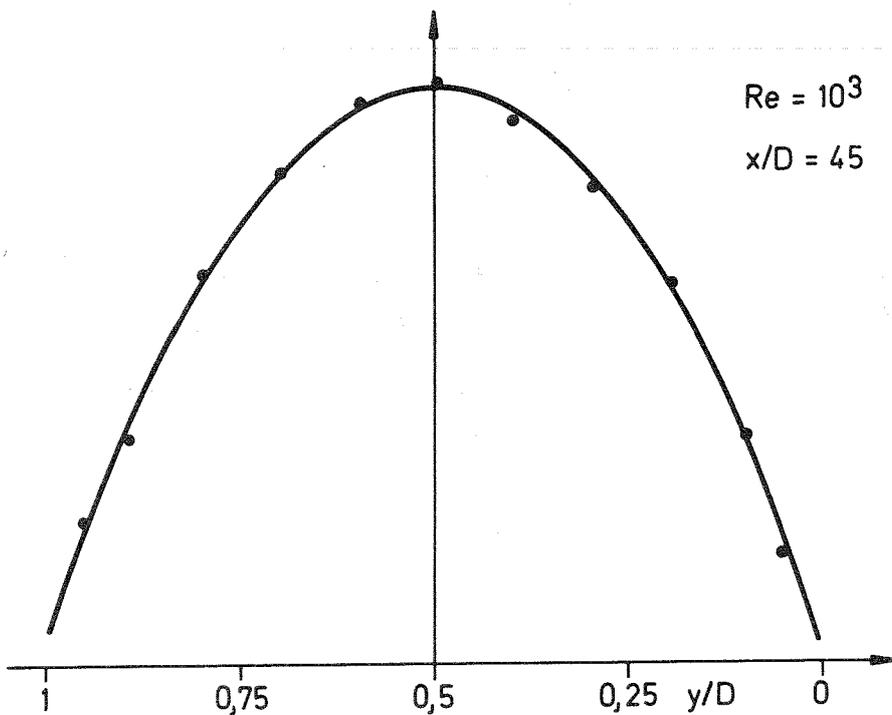


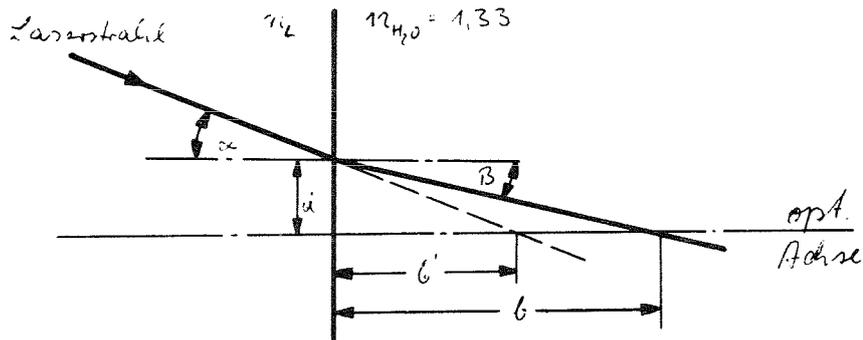
Abb. B2: Geschwindigkeitsprofil (laminar)

o Meßwerte
- Ausgleichsparabel

ANHANG C

Geometrischer Zusammenhang zur Berechnung des Meßortes

Tritt das Laserlicht aus dem Medium Luft in das Medium Wasser, wird der Strahl infolge des unterschiedlichen Brechungsindex zum Lot hin gebrochen (siehe Skizze).



Es gelten folgende geometrische Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{b'} &= \tan \alpha ; & \frac{d}{b} &= \tan \beta \\ \frac{b}{b'} &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \end{aligned} \right\} \quad (C1)$$

Mit $\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha$ folgt schließlich

$$\frac{b}{b'} = \left(\frac{n^2 - \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} \right)^{1/2} \quad (C2)$$

Mit $n = 1,33$ folgt, daß die Meßstrecke um $\Delta y = 0,745$ mm zu bewegen ist, um einen Meßortabstand von 1 mm zu erreichen.

Die Plexiglaswand spielt bei diesen Relativbewegungen keine Rolle.

ANHANG D

Betrachtung des Brechungsindex in bezug auf die Herleitung
des Frequenz-Geschwindigkeitsgesetzes

Infolge der Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes im Fluid gilt:

$$\lambda(\text{Fluid}) = \frac{\lambda_0}{n} \quad (\text{D1})$$

Der Winkel zwischen den einfallenden Strahlen ändert sich ebenfalls:

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \quad (\text{D2})$$

Setzt man (D1) und (D2) in die Gleichung (A10) für die Beziehung zwischen Frequenz und Geschwindigkeit ein, führt dies zu:

$$f_D = \frac{n}{\lambda_0} \cdot u \cdot \frac{2 \sin \alpha}{n} \quad (\text{D3})$$

Dies entspricht der Gleichung (A10)

$$f_D = \frac{u}{\lambda_0} 2 \sin \alpha \quad (\text{D4} \equiv \text{A10})$$

Dies bedeutet, der Brechungsindex wird eliminiert und geht nicht in die Berechnung ein.

ANHANG E

Test des Trackers

Der Tracker wurde zunächst mit Hilfe eines Frequenzgenerators, dessen Ausgangsfrequenz als Eingang für den Tracker verwendet wurde, überprüft. Die Ausgangsfrequenz des Generators wurde gleichzeitig mit einem digitalen Frequenzzählgerät gemessen. Mit dieser Anordnung wurde festgestellt, inwieweit die Eingangsfrequenz der proportionalen Ausgangsspannung entsprach. Die Übereinstimmung ist in den bei den Messungen verwendeten Tracker-Bereichen gut (relative Abweichung $< 0,5 \%$).

Die Meßsignale vom Photovervielfacher sind frequenzmodulierte Signale, d.h. die Frequenzen schwanken um einen Mittelwert entsprechend den Geschwindigkeiten, die ebenfalls um einen zeitlichen Mittelwert schwanken. Es ist nun von Interesse, ob der Tracker ein genügend großes dynamisches Verhalten zeigt, um diesen Geschwindigkeitsschwankungen entsprechend zu folgen.

Das frequenzmodulierte Signal wurde beim Test mit einem Frequenzgenerator (FG) als Steuereinheit für einen "voltage-controlled" Oszillator (VCO) erzeugt. Der Oszillator hat bei der Eingangsspannung von Null eine einstellbare Mittenfrequenz f_M , bei einer von Null verschiedenen Eingangsspannung eine dieser Spannung proportionale höhere Frequenz bzw. niedrigere Frequenz, je nach dem Vorzeichen der angelegten Spannung. Ist seine Eingangsspannung sinusförmig, so schwankt seine Ausgangsfrequenz der Amplitude der Eingangsspannung um einen Maximal- und Minimalwert und die Geschwindigkeit des Wechsels von Maximum zu Minimum wird von der Frequenz des Eingangssignals bestimmt.

Nach der Umwandlung des frequenzmodulierten Signals durch den Tracker muß die ursprüngliche Eingangsspannungsform wieder entstehen, wobei allerdings durch die Proportionalitätskonstanten die Amplitude nicht gleich der Amplitude der Eingangsspannung des Oszillators ist; die Frequenz muß jedoch

gleich sein. Der Beginn eines leicht sägezahnförmigen Ansehens der Ausgangsspannung des Trackers ist ein Zeichen dafür, daß der Tracker dem Signal nicht mehr exakt folgen kann und dadurch die Verzerrung auftritt.

Das frequenzmodulierte Signal kann dargestellt werden durch:

$$f_m(t) = f_M + x A \sin 2\pi f_F t \quad (E1)$$

Hier ist f_M die Mittenfrequenz, x eine Proportionalitätskonstante, A die Amplitude des Signals vom FG und f_F die Frequenz der Modellierung.

Die maximale Frequenzdifferenz ist damit:

$$\Delta f_m = 2 x A \quad (E2)$$

Die Zeit zwischen den beiden Extrema ist $\Delta t = \frac{1}{2} \frac{1}{f_F}$ und es kann folgendes Verhältnis aufgestellt werden:

$$\frac{\Delta f_m}{\Delta t} = 4 x A f_F \quad (E3)$$

Dieses Verhältnis, Größe der Frequenzänderung zu der dazu benötigten Zeit, ist durch die Eigenschaften des Trackers nach oben begrenzt. Es hängt nur vom Produkt der Amplitude und der Frequenz des Eingangssignals des Oszillators ab.

Es wurden Tests in den bei den Messungen verwendeten Meßbereichen durchgeführt. Ein Vergleich der Testergebnisse mit den Spektren zeigt, daß das dynamische Verhalten des Trackers in keinem Falle eine Begrenzung der Meßergebnisse hervorruft. Die maximal zulässigen Amplituden lagen bei den entsprechenden Frequenzen weit höher als die tatsächlich gemessenen.

Die bei den Versuchen festgestellte, noch auflösbare Amplitude von 0,8 mV entspricht bei einer mittleren Ausgangsspannung von 5 Volt -76 db, so daß auch von dieser Seite keine Begrenzung durch den Tracker erfolgt (Meßbereich der Digitalanlage -60 db).

In den Abbildungen E1 und E2 sind die maximalen Hübe über der Frequenz aufgetragen. Die gestrichelten Linien sollen andeuten, daß hier eine Begrenzung nicht durch Verzerrung des Trackers entstand, sondern das System Frequenzgenerator und Oszillator die Begrenzung herbeigeführt hat. Es sind jedoch keine so hohen Abweichungen vom Mittelwert bei den Geschwindigkeitsmessungen zu erwarten, so daß nicht interessant ist, wie hoch diese Kurve wirklich geht. Die strichpunktierten Kurven stellen den Verlauf der Fluktuationen aufgrund von Messungen dar. Es wird angenommen, daß bei niedrigen Frequenzen bis zu 25 % Abweichungen vom Mittelwert vorhanden sind, und danach die entsprechenden Verhältnisse der Ergebnisse. Eine beträchtliche Verschiebung der Kurve nach oben ist theoretisch noch möglich und damit ist abgesichert, daß durch den Tracker keinerlei Beschränkungen in dieser Hinsicht möglich sind.

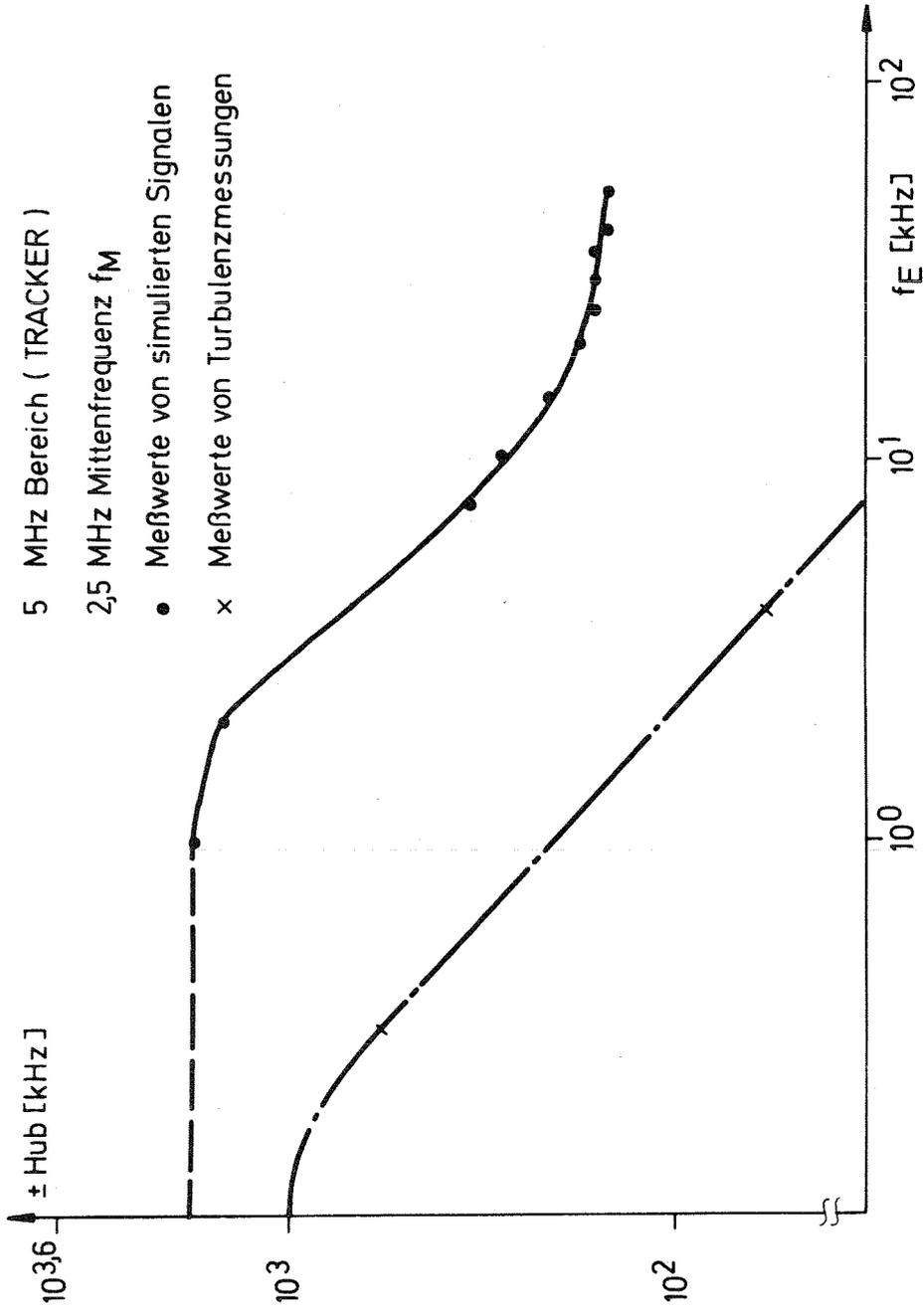


Abb. E1 Maximalhübe des Trackers im 5 MHz-Bereich und Meßwerte von Turbulenzmessungen

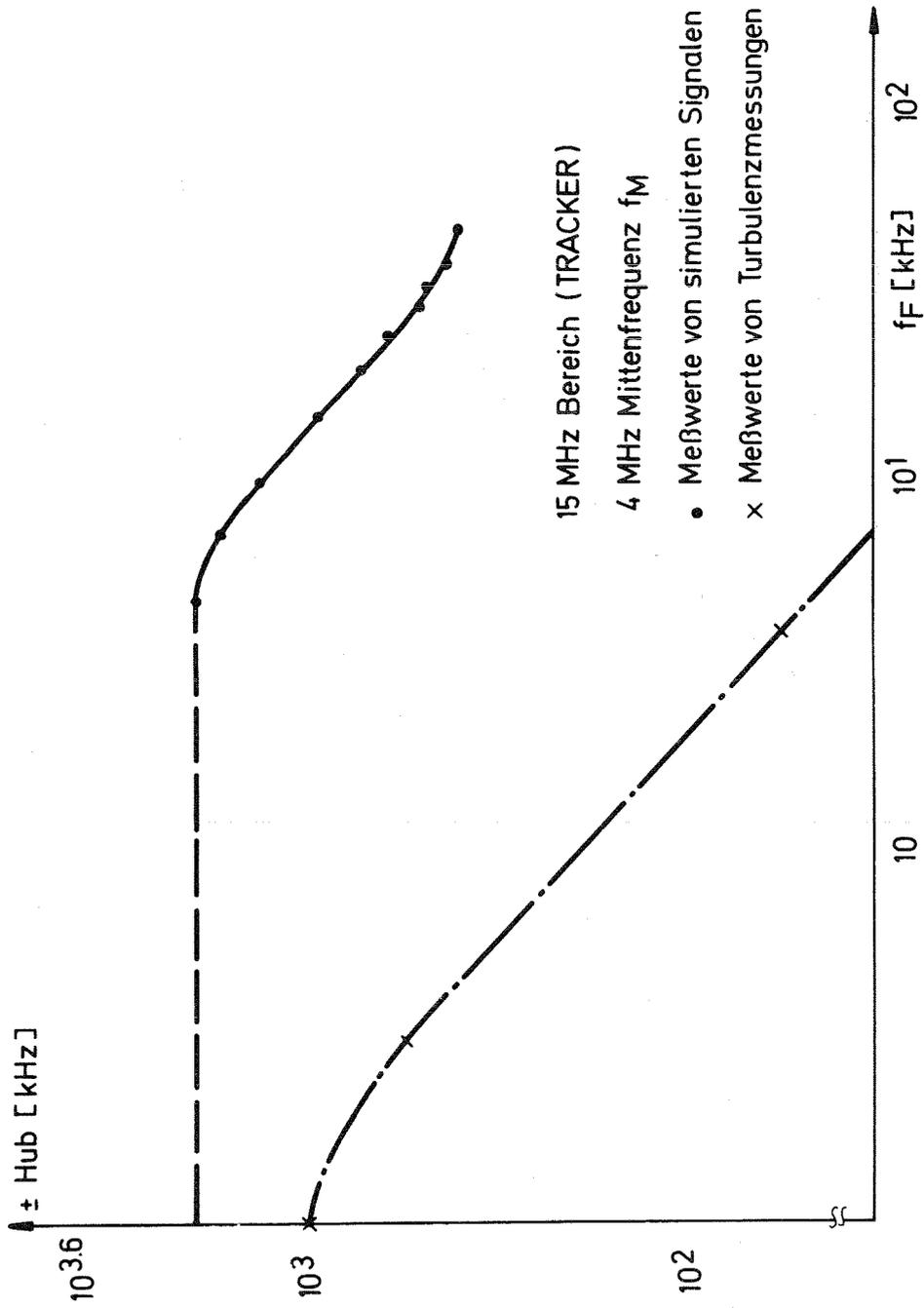


Abb. E2 Maximalhübe des Trackers im 15 MHz-Bereich und Meßwerte von Turbulenzmessungen

ANHANG F

Herleitung der Multiplikationskonstanten $c_3(B)$

Ist B die maximale Frequenz in Hz in einem Bereich des Trackers und V(t) die dabei vorhandene Ausgangsspannung des Trackers in mV, so gilt für die Berechnung der Dopplerfrequenz f_D :

$$f_D = \frac{B}{10^4} V(t) = c_1 V(t) \quad (F1)$$

Der Faktor c_1 ist innerhalb eines Bereiches des Trackers konstant. Er ist jedoch vom gewählten Bereich abhängig $c_1 = c_1(B)$ und hat die Dimension Hz/mV.

Für den Zusammenhang der Frequenz f_D mit der Geschwindigkeit u(t) gilt nach Gleichung (A10):

$$u(t) = \frac{\lambda_0}{2 \sin \alpha} f_D = c_2 f_D \quad (F2)$$

Der Faktor c_2 hat die Dimension cm.

Mit (F1) und (F2) gilt:

$$u(t) = c_1(B) \cdot c_2 \cdot V(t) \quad (F3)$$

bzw.

$$u(t) = c_3(B) V(t) \quad (F4)$$

Die für jeden Trackerbereich konstante Größe $c_3(B)$ hat die Dimension Hz·cm/mV.

Durch Multiplikation der umkodierten Meßwerte, die einer Ausgangsspannung in mV entsprechen, mit der entsprechenden Größe $c_3(B)$ erhält man die Geschwindigkeitswerte in cm/sec.

VERZEICHNIS DER TABELLEN UND ABBILDUNGEN

	<u>Seiten</u>
Tabelle	
1	Übersicht über Messungen von Spektren 3
2	Konstante c und Dissipation $\bar{\epsilon}$ 41
3	Berechnete Werte des Parameters L 45
4	Grenzwellenzahl k_{ia} 46
5	"Konstante" A_{11} des -1-Bereiches 55
6	Grenzwellenzahl k_E 70
Abbildung	
1	Meßorte und Reynoldszahl der verschiedenen Experimente 4
2	Kanalgeometrie 11
3	Prinzip-Skizze des Meßaufbaus 13
4	Skizze des optischen Aufbaus 15
5	Theoretisch erwarteter Verlauf des E_{11} -Spektrums 24
6	Geschwindigkeitsprofile aller 4 Reynoldszahlen 34
7	Geschwindigkeitsprofil mit u_τ normiert 35
8	Prozentualer Anteil der Geschwindigkeit \bar{u}_2 bezogen auf \bar{u}_1 36
9	RMS-Werte von u_1 und u_2 mit u_τ normiert 37
10	Der Koeffizient c über dem Wandabstand mit der Reynoldszahl als Parameter 42
11	L/D über dem Wandabstand mit der Reynoldszahl als Parameter 44
12	Kurven der Grenzwellenzahl k_{ia} und k_{ie} sowie $k_a^{(-1)}$ und $k_e^{(-1)}$ 47
13	Spektrumskoeffizient a (Gleichung (5.12)) 49
14	Die Grenzwerte $k_a^{(-1)}$ und $k_e^{(-1)}$ des -1-Bereiches 51
14a	Die Mittelwerte $k_a^{(-1)}$ und $k_e^{(-1)}$ über der Reynoldszahl 52
15	Verlauf der Spektren bei hohen Wellenzahlen 60
16	$E_{11}(f)$ über der Frequenz f , alle 4 experimentell erfaßten Reynoldszahlen 61

17	$E_{11}(f)$ über f , alle 4 Reynoldszahlen	62
18	$E_{11}(f)$ mit und ohne Korrektur ($y/D = 0,5$)	67
19	$E_{11}(f)$ mit und ohne Korrektur ($y/D = 0,1$)	68
20 ÷	$E_{11}^+(k_1^+)$ und $E_{11}^*(k_1^+)$ über k_1^+	73 ÷
27	(doppel-logarithmisch)	80
28	$E_{22}(f)$ über f ($y/d = 0,5$)	83
29	$E_{22}(f)$ über f ($y/D = 0,1$)	84
30 ÷	$E_{22}^+(k_1^+)$ über k_1^+	85 ÷
37	(doppel-logarithmisch)	92
38	-5/3-Bereiche und 4:3 Verhältnis	95
39	-5/3-Bereiche der Spektren	96
40 ÷	E_{22}/E_{11} über k_1^+	98 ÷
43	(halb-logarithmisch)	101

