

KERNFORSCHUNGSZENTRUM

KARLSRUHE

Juni 1977

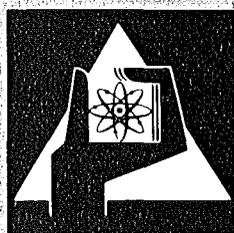
KFK 2430

Institut für Experimentelle Kernphysik

**Winkelverteilung der Neutron-Proton-Final-
State-Interaction in der Reaktion**



R. Schlüfter



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 2430

Institut für Experimentelle Kernphysik

WINKELVERTEILUNG DER NEUTRON-PROTON-FINAL-STATE-INTERACTION
IN DER REAKTION $d + d \rightarrow d + p + n^{+)}$

R. Schlüfter

+)
von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe
genehmigte Dissertation

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe

Übersicht

Winkelverteilung der neutron-proton-final-state-interaction in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$

Die Reaktion $dd \rightarrow dpn$ wurde bei einer Deuteroneneinschußenergie von 52 MeV in kinematisch vollständigen Experimenten untersucht. Die Kinematik der Reaktion wurde dabei so gewählt, daß die n-p final state interaction beobachtet werden konnte. Die gemessenen Spektren ließen sich gut mit dem Modell von Watson Migdal beschreiben, sofern kinematische Bereiche vorlagen, in denen allein eine n-p final state interaction aufgrund der Kinematik zu erwarten war.

Erstmals wurde eine Winkelverteilung der n-p final state interaction in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$ ermittelt. Die gemessene Winkelverteilung läßt sich quantitativ aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt der elastischen Deuteron-Deuteron-Streuung vorher-sagen.

Auf der Basis einer Bornschen Näherung wurde ein Modell entwickelt, das die Gestalt der Spektren über den gesamten gemessenen Bereich beschreibt.

Abstract

Angular distribution attributed to the neutron-proton final state interaction in the reaction dd-dpn

The reaction dd-dpn was investigated at deuteron bombarding energy of 52 MeV in kinematically complete experiments. The kinematical conditions were chosen to observe the effect of the n-p final state interaction. The shape of the measured spectra are well reproduced in terms of the Watson Migdal Model in kinematical regions where only n-p final state interaction is predominant.

An angular distribution was obtained for the interacting n-p pairs with zero relative energy in the n-p subsystem. The measured angular distribution can be described quantitatively very well by a relation which connects the np final state interaction of the break up reaction with the angular distribution of the elastic dd-reaction.

A model based on a Born approximation is presented which allows to describe the shape of the measured spectra over the whole range.

Zusammenfassung

Das Hauptziel dieser Arbeit bestand in einer systematischen experimentellen Untersuchung der Deuteronenaufbruchsreaktion $d+d \rightarrow d+p+n$ in kinematisch vollständigen Experimenten bei einer Deuteroneneinschußenergie von 52 MeV. Es wurden Deuteron und Proton in Koinzidenz nachgewiesen.

Im Gegensatz zu den bisher vorliegenden Untersuchungen bei 6 - 37 MeV [1] konnten aufgrund der hohen Einschußenergie von 52 MeV der kinematische Bereich kleiner Relativenergien des Neutron-Proton-Paars und der Bereich geringer Impulsüberträge auf eines der auslaufenden Nukleonen erstmals deutlich voneinander getrennt werden. Damit wurde eine korrekte Analyse der Meßdaten mit dem Reaktionsmodell der Neutron-Proton final-state-interaction (np-FSI) oder dem Modell der quasifreien Streuung (QFS) möglich. Der gemessene differentielle Wirkungsquerschnitt im Bereich kleiner Relativenergien der Neutron-Proton-Paare ($T_{np} < 2$ MeV) läßt sich im Gegensatz zu anderen Autoren mit dem Modell der np-FSI mit der aus der freien np-Streuung bekannten np-Triplett-Streulänge $a_{np,t} = (5,41 \pm 0,01)$ fm beschreiben, sofern im Bereich der np-FSI keine weiteren Reaktionsmechanismen vorliegen.

Zur genaueren Untersuchung der np-FSI wurde erstmals eine Winkelverteilung der np-FSI in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$ gemessen. Die gemessene Winkelverteilung der Dreiteilchenreaktion läßt sich quantitativ aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt der elastischen Deuteron-Deuteron-Streuung vorhersagen.

Neben der experimentellen Untersuchung der np-FSI wurde versucht, das Verständnis der dominanten Reaktionsmechanismen in der Dreiteilchenreaktion $dd \rightarrow dpn$ zu vertiefen und die Anwendbarkeitsbereiche der Reaktionsmodelle der np-FSI und der QFS gegeneinander abzugrenzen.

Die Messungen zeigen, daß die Anwendung des Modells der np-FSI als auch des der QFS eine sehr gute Trennung der kinematischen

Bereiche erfordert. Dies gelingt selbst bei der Einschußenergie von 52 MeV nur für einen kleinen Bereich des Phasenraums der Reaktion. Im Gegensatz zur np-FSI ändert sich der differentielle Wirkungsquerschnitt im Bereich der QFS selbst bei geringen Beiträgen anderer Reaktionsmechanismen äußerst empfindlich. Beiden Modellen gemeinsam ist, daß sie nur einen engen Bereich der gemessenen Spektren beschreiben.

Es wurde daher ein Modell entwickelt, bei dem als Folge der Antisymmetrisierung alle direkten Reaktionsmechanismen erfaßt sind. In einer Näherung mit ebenen Wellen gelingt es bereits, die gemessenen Spektren über den gesamten Bereich phänomenologisch zu beschreiben.

Inhaltsverzeichnis

| | Seite |
|---|-------|
| Einleitung | 1 |
| I. Elementare Grundlagen der Behandlung von Dreikörperreaktionen | 3 |
| I.1 Kinematik der Dreiteilchenreaktion | 3 |
| I.2 Wirkungsquerschnitt und Phasenraumfaktor | 5 |
| I.3 Einfache Reaktionsmodelle | 8 |
| I.3.1 Stufenzerfall und final-state-interaction (FSI) | 10 |
| I.3.2 Die quasifreie Streuung (QSF) | 12 |
| II. Experimentelle Anordnung und Durchführung der Messungen | 15 |
| II.1 Prinzip der Messungen | 15 |
| II.2 Elektronik | 16 |
| III. Datenaufbereitung | 19 |
| III.1 Verarbeitung der Rohdaten | 19 |
| III.2 Aufbereitung der Meßdaten für die theoretische Analyse | 20 |
| III.2.1 Darstellung des gemessenen Wirkungsquerschnitts | 21 |
| III.2.2 Vergleich der Meßdaten mit Modellrechnungen | 22 |
| IV. Die Reaktion $d+d \rightarrow d+p+n$ - Meßergebnisse und Diskussion - | 24 |
| IV.1 Neutron-Proton FSI und Nukleon-Deuteron-QFS in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$ | 24 |
| IV.1.1 Erste Messungen | 24 |
| IV.1.2 Meßreihe zur Untersuchung der Neutron-Proton FSI | 31 |
| IV.1.3 Diskussion der Winkelverteilung der Neutron-Proton FSI | 34 |
| IV.2 Phänomenologische Beschreibung der Meßdaten in Bornscher Näherung | 37 |

| | Seite |
|---|-------|
| IV.2.1 Qualitative Beschreibung | 37 |
| IV.2.2 Quantitative Beschreibung | 40 |
| | |
| Anhang | |
| A. Beschreibung der Aufbruchsreaktion $dd \rightarrow dpn$ in Bornscher Näherung | 1 |
| B. | 7 |
| B.1 Teilchendiskriminierung | 7 |
| B.2 Abzug der zufälligen Koinzidenzen | 10 |
| B.3 Simulation der gemessenen kinematischen Kurve | 12 |
| B.4 Zeitverhalten und Lichtausbeute von NaJ(Tl) | 14 |

Einleitung

Aus der Theorie der Kernreaktionen ist bekannt, daß aus Zweikörperstreuendaten nicht die volle Information über die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung erhalten werden kann. Aus diesem Grund hat die Untersuchung von Dreikörperreaktionen mit wenigen Nukleonen in zunehmendem Maße sowohl theoretisch als auch experimentell Interesse gefunden [2,3].

Wesentliche Ergebnisse zum Verständnis der Dynamik der Dreinukleonenaufbruchsreaktion $dp \rightarrow ppn$ liegen durch die Arbeiten von Faddeev, Amado und Sandhas vor. Numerische Rechnungen auf der Basis dieser Dreikörpertheorien [4,5] führten zu einer ausgezeichneten Beschreibung der experimentellen Daten. Es ist daher nicht verwunderlich, daß sich in den letzten Jahren das Interesse der Viernukleonenreaktion $dd \rightarrow dpn$ zuwendet.

Der Grad der Schwierigkeit der theoretischen Beschreibung des Viernukleonensystems gegenüber der Beschreibung des Dreinukleonensystems entspricht jedoch dem Grad der Schwierigkeit, den die Beschreibung von Dreinukleonensystemen gegenüber Zweinukleonensystemen hat. Daher sind für das Viernukleonensystem erst Ansätze einer exakten Theorie vorhanden [6,7]. Die Viernukleonenreaktion wird dabei mikroskopisch auf das Problem der Nukleon-Nukleon-Streuung reduziert. Numerische Rechnungen existieren bisher jedoch nur für die Quasizweitteilchenreaktion $d(d,p)t$ und $d(d,n)^3\text{He}$.

Die Analyse der vorliegenden experimentellen Daten der Aufbruchsreaktion $dd \rightarrow dpn$ im Bereich von 6 - 37 MeV [1] geschieht daher bisher mit den einfachen Reaktionsmodellen der Neutron-Proton final state interaction und der quasifreien Nukleon-Deuteron-Streuung (Nd-QSF). Bei allen Untersuchungen standen dabei Einzelaspekte im Vordergrund. Glaubten einige Autoren, bei der Analyse der np-FSI aus einer Abweichung vom Modell der FSI neben np-Triplett-Beiträgen ($^3S_1, T = 0$) einen Singulett-Beitrag ($^1S_0, T = 1$), der aufgrund der Erhaltung des Isospins in dieser Reaktion nicht möglich sein sollte, schließen

zu müssen |8,9|, führten andere bei der Untersuchung der quasifreien Nukleon-Deuteron-Streuung Abweichungen vom Modell der QSF auf starke off-shell Beiträge zum Matrixelement zurück |10|.

Eine kritische Analyse der Reaktionskinematik |11| wirft die Frage auf, ob in dem bisher untersuchten Energiebereich die kinematischen Bereiche, in denen eine np-FSI oder QSF beobachtet wird, soweit getrennt werden konnten, daß eine Anwendung der Modelle möglich sein wird.

In der vorliegenden Arbeit wird die Aufbruchsreaktion $d + d \rightarrow d + p + n$ mit 52 MeV Deuteronen in kinematisch vollständigen Experimenten untersucht. Bei allen Messungen werden Deuteronen und Protonen in Koinzidenz nachgewiesen. Das Interesse konzentriert sich auf folgende physikalische Fragestellungen:

1. Inwieweit lassen sich in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$ bei der wesentlich höheren Einschußenergie von 52 MeV die Bereiche der np-FSI und der QSF trennen?
2. Inwieweit läßt sich die Reaktion mit dem Modell der np-FSI oder mit dem Modell der QFS beschreiben?
3. Inwieweit besteht zwischen der elastischen Deuteron-Deuteron-Streuung und der Aufbruchsreaktion $dd \rightarrow dpn$ ein Zusammenhang?
4. Inwieweit wird der differentielle Wirkungsquerschnitt im Bereich der QFS bzw. FSI durch andere Reaktionsmechanismen beeinflusst?

I. Elementare Grundlagen der Behandlung von Dreikörperreaktionen

I.1 Kinematik der Dreiteilchenreaktion

In einer Dreiteilchenreaktion



bestimmen die neun Komponenten der Impulse der auslaufenden Teilchen $\vec{p}_3, \vec{p}_4, \vec{p}_5$ eindeutig, sofern alle Massen bekannt sind, den Endzustand der Reaktion. Energie- und Impulserhaltung reduzieren die Zahl der Freiheitsgrade auf fünf unabhängige Variable. Vier dieser fünf Variablen können im Experiment durch die Aufstellung zweier Detektoren unter den Polarwinkeln θ_3, θ_4 und den Azimutalwinkeln ϕ_3, ϕ_4 festgelegt werden.

Bestimmt man als fünfte Variable etwa die kinetische Energie T_3 des Teilchens 3, so ist die Kinematik der Reaktion bis auf eine mögliche Zweideutigkeit der Lösung [12] festgelegt. Wird zusätzlich die kinetische Energie T_4 des Teilchens 4 gemessen, so kann diese Information zur Trennung der beiden Lösungen der Kinematik und zur Reduzierung des Untergrundes an zufälligen Koinzidenzen benutzt werden. Die echten Koinzidenzen zwischen den Teilchen 3 und 4 verteilen sich dabei in einer T_3 - T_4 -Ebene längs einer kinematisch erlaubten Kurve $T_4 = f(T_3)$. Da an jedem Punkt dieser Kurve auch die kinetische Energie T_5 des unbeobachteten Teilchens 5 eindeutig bestimmt ist (s. Abb. 1), spricht man auch von kinematisch vollständigen Experimenten im Unterschied zu kinematisch unvollständigen Experimenten, bei denen nur eines der drei auslaufenden Teilchen nachgewiesen wird.

Abbildung 1 und Abbildung 2 zeigen als Beispiel einer Lösung der Dreiteilchenkinematik die ideale kinematische Kurve der Dreiteilchenreaktion $d + d \rightarrow d + p + n$ für ein Winkelpaar $\theta_3 = \theta_4 = 43,5^\circ, \phi_3 - \phi_4 = 180^\circ$ und einer Einschußenergie

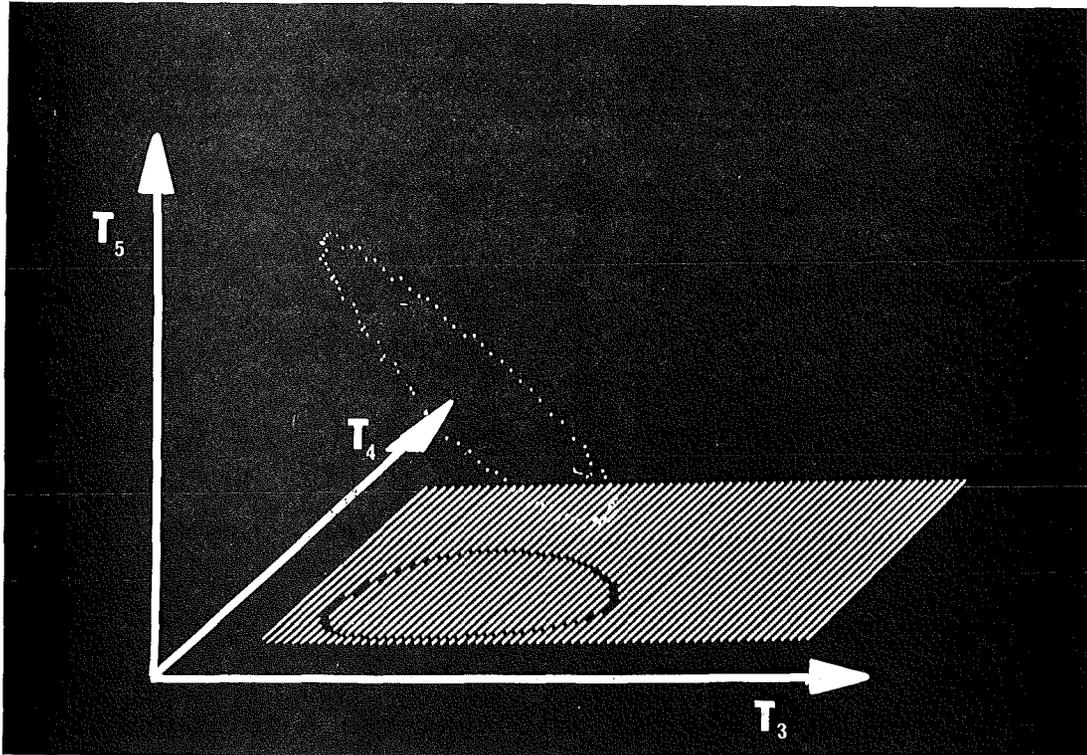


Abb. 1

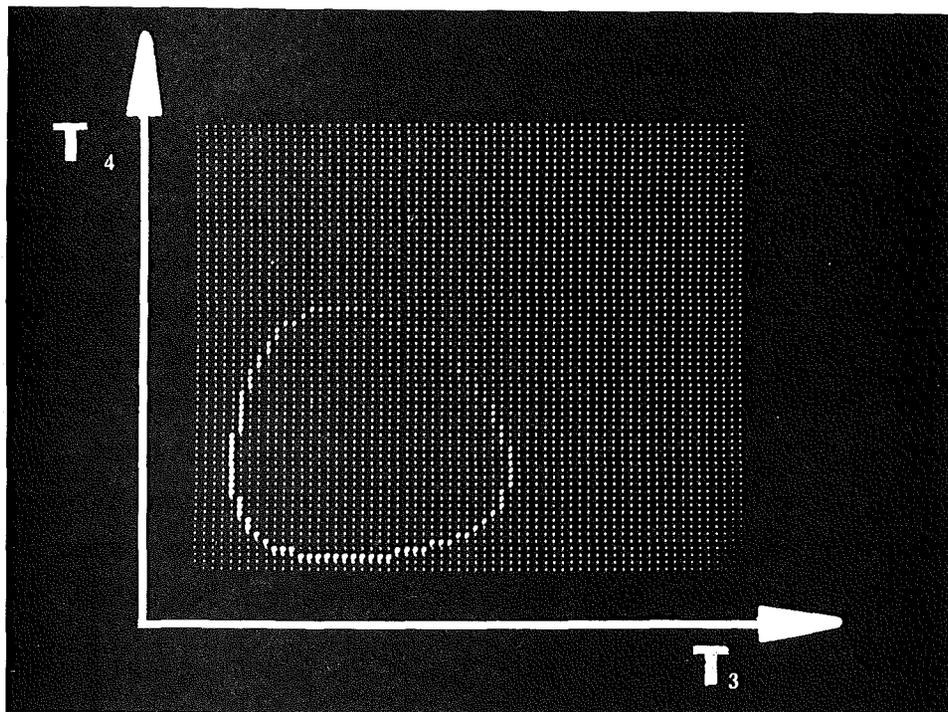


Abb. 2

Darstellung der idealen kinematischen Kurve in der Reaktion $d+d \rightarrow d+p+n$ für Laborwinkel $\theta_3 = \theta_4 = 43,5^\circ$, $\phi_3 - \phi_4 = 180^\circ$ und einer Einschußenergie $T_d = 52 \text{ MeV}$

$T_d = 52$ MeV. Die Darstellung der kinematischen Kurve erfolgte mit Hilfe der Display-Einheit eines 4-K-Vielkanalanalysators. Abbildung 1 zeigt dreidimensional den Verlauf der kinematischen Kurve in dem durch die kinetischen Energien T_3, T_4, T_5 der drei Teilchen im Endzustand aufgespannten Raum. Abbildung 2 dagegen die Projektion derselben kinematischen Kurve auf die durch die kinetischen Energien T_3, T_4 gegebenen Ebene. Die Helligkeitsverteilung längs der kinematischen Kurve ist in diesem Fall ein Maß für die kinetische Energie T_5 des im Experiment nicht nachgewiesenen dritten Teilchens.

I.2 Wirkungsquerschnitt und Phasenraumfaktor

Der differentielle Wirkungsquerschnitt einer Dreiteilchenreaktion ist eine Funktion von fünf unabhängigen Variablen und kann in der Form

$$\sigma(T_i, \Omega_3, \Omega_4) = \frac{d^3\sigma}{dT_i d\Omega_3 d\Omega_4} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{m_1}{p_1} |T_{fi}|^2 \rho(T_i) \quad (2)$$

($i = 3, 4$)

geschrieben werden.

T_{fi} ist dabei das Übergangsmatrixelement, $\Omega_3(\theta_3, \phi_3)$ und $\Omega_4(\theta_4, \phi_4)$ kennzeichnen die Raumwinkel, unter denen die beiden Zähler aufgestellt werden.

ρ ist der Phasenraumfaktor, der die statistische Verteilung der Teilchen im Endzustand beschreibt. Bei der gewählten Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von einer Teilchenenergie T_i ist er im Fall $T_i = T_3$ relativistisch gegeben durch die Beziehung

$$\rho(T_3) dT_3 d\Omega_3 d\Omega_4 = \frac{1}{h^6} \frac{m_3 m_4^2 p_3 p_4^3}{(\vec{p}_4 m_4 - \vec{p}_5 m_3) \vec{p}_4} dT_3 d\Omega_3 d\Omega_4 \quad (3)$$

Dabei sind m_i die Massen, p_i, T_i die Impulse und kinetischen Energien der Teilchen im Laborsystem ($i = 3, 4, 5, c = 1$).

Um den eingangs eingeführten Wirkungsquerschnitt (2) aus dem Experiment bestimmen zu können, müssen die gemessenen zweidimensionalen Koinzidenzspektren auf eine der beiden Energieachsen T_i (3,4) projiziert werden. Dabei geht wertvolle Information verloren. Bei der Analyse zweidimensionaler Koinzidenzspektren ist es daher von Vorteil, den Wirkungsquerschnitt und damit den Phasenraumfaktor als Funktion des Bogenelements dS der kinematischen Kurve zu bestimmen. In diesem Fall gilt mit (3) für den Phasenraumfaktor die Beziehung:

$$\rho(T_3, T_4) dS d\Omega_3 d\Omega_4 = \rho(T_3) \frac{dS}{dT_3} \quad (4)$$

Die physikalische Information über den Reaktionsmechanismus enthält das quadrierte Matrixelement $|T_{fi}|^2$ der Beziehung (2). Um es zu gewinnen, wird der Wirkungsquerschnitt durch den Phasenraumfaktor $\rho(T_3, T_4)$ dividiert.

Abbildung 3 zeigt als Beispiel ein simuliertes Experiment (vgl. Anhang C.III) der Reaktion $dd \rightarrow dpn$ für 52 MeV Deuteronen unter festen Winkeln $\theta_p = 56^\circ$, $\theta_d = 30,7^\circ$, $\phi_d - \phi_p = 180^\circ$, bei dem Deuteronen und Protonen in Koinzidenz nachgewiesen wurden. Dabei wurde ein konstantes Matrixelement T_{fi} angenommen, so daß Abbildung 3a die statistische Verteilung, d.h. den Phasenraumfaktor der dp -Koinzidenzen in der $T_p - T_d$ - Ebene darstellt. Abbildung 3b zeigt hingegen die echte Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts der Reaktion $dd-dpn$ unter den oben angegebenen Winkeln. Die Ereignisse liegen längs der kinematischen Kurve, wie sie bereits Abbildung 2 zeigte. Die Ereignisse bevölkern diese Kurve in noch zu diskutierender charakteristischer Weise.

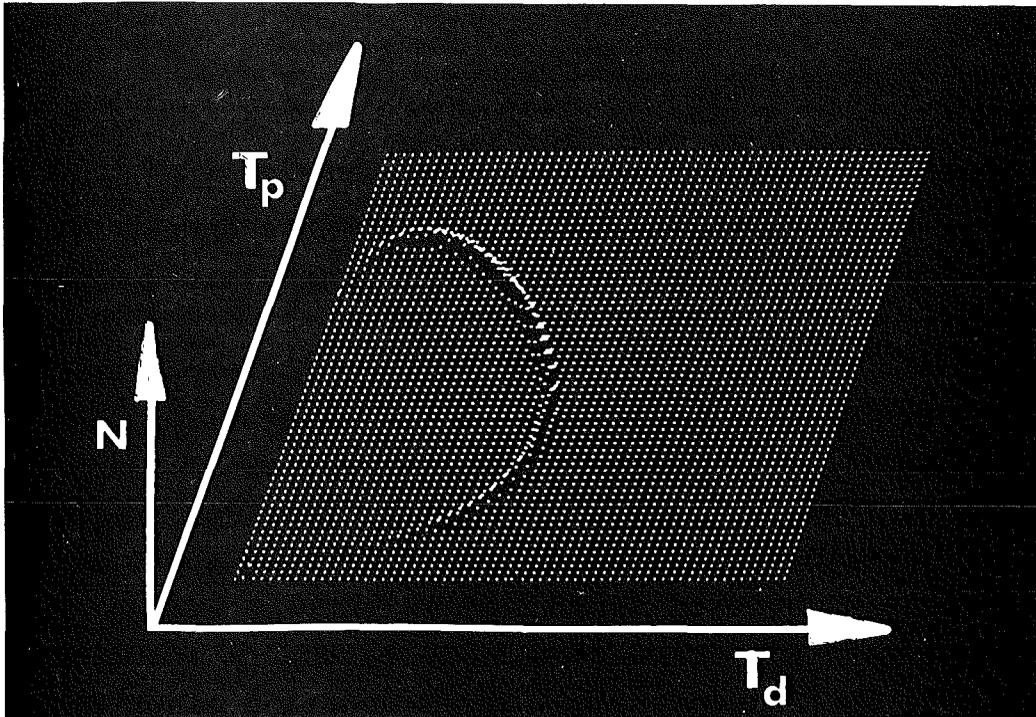


Abb. 3a

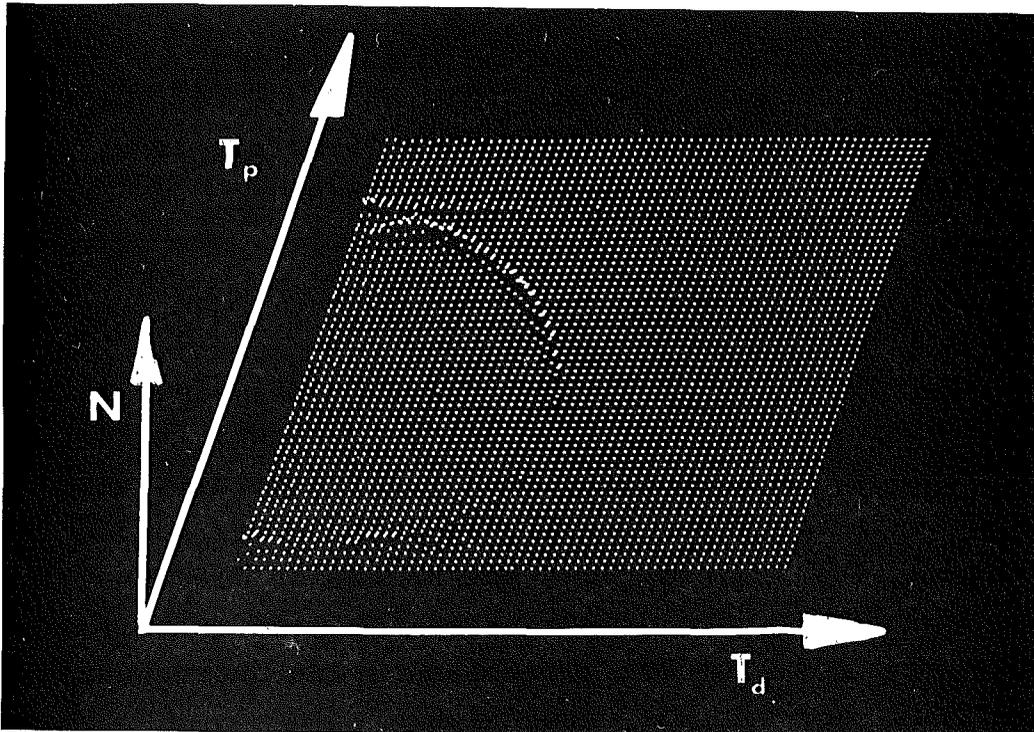


Abb. 3b

Zweidimensionale Darstellung von d-p-Koinzidenzen in der Reaktion dd-dpn für 52 MeV Deuteronen unter festen Winkeln $\theta_p = 56^\circ$, $\theta_d = 30,7^\circ$, $\phi_p - \phi_d = 180^\circ$. Abbildung 3a zeigt eine simulierte Verteilung der Koinzidenzen unter der Annahme eines konstanten Matrixelements. Alle apparativen Größen wurden berücksichtigt. Abb. 3b zeigt die dazugehörige gemessene Verteilung der d-p-Koinzidenzen

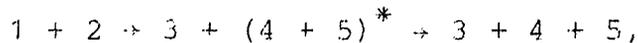
I.3 Reaktionsmechanismen

Die Berechnung des Matrixelements T_{fi} der Beziehung (2) erfordert in der Reaktion $d+d \rightarrow d+p+n$ vom Standpunkt der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung eine Vierteilchentheorie.

Ansätze zur Beschreibung der Reaktion existieren bisher nicht. Die experimentellen Ergebnisse wurden daher bisher mit einfachen Reaktionsmodellen analysiert. Es zeigte sich [1,13], daß die Modelle der Endzustandswechselwirkung (final-state-interaction FSI) und der quasifreien Streuung (QFS) sich zur Beschreibung von Teilchenphänomenen der Aufbruchsreaktion eignen. Diese beiden wichtigsten Reaktionsmodelle werden im folgenden kurz skizziert. Ihre Anwendbarkeit ist Gegenstand einer späteren Diskussion.

I.3.1 Stufenzerfall und final-state-interaction

Watson [14] hat als erster als einen Grenzfall einer Dreiteilchenreaktion das Modell des Stufenzerfalls



diskutiert. In diesem Modell wird die Reaktion als Aufeinanderfolge zweier unabhängiger Prozesse betrachtet. In der ersten Stufe wird ein Zwischenzustand $(4 + 5)^*$ gebildet, der in der zweiten Stufe zerfällt. Die Wechselwirkung der beiden Teilchen des Paares $(4 + 5)$ in der zweiten Stufe ist die final-state-interaction (FSI). Die Grundannahme für eine quantitative Formulierung ist eine Produktzerlegung des Übergangsmatrixelements T_{fi} der Dreikörperreaktion

$$|T_{fi}|^2 = |T_{fi}^0|^2 F_{45}(T_{45}) \quad (5)$$

Dabei beschreiben der sogenannte Enhancementfaktor $F_{45}(T_{45})$ die FSI, d.h. die Wechselwirkung von zwei (45) der drei Streupartnern in der zweiten Stufe und T_{fi}^0 die Wechselwirkung, die zur Bildung dieses Paares führte (Abb. I.3A).

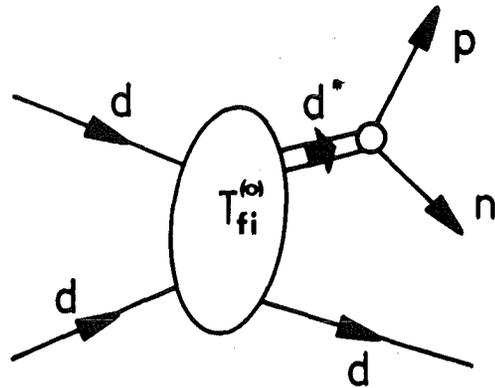


Abb. I.3A

Grafische Darstellung des Separationsansatzes der n-p-FSI in der Reaktion dd-dpn. T_{fi}^0 ist die Amplitude, die die Bildung des n-p-Paares beschreibt, das im Endzustand miteinander wechselwirkt, charakterisiert durch die Funktion $F_{np}(T_{np})$ der FSI.

I.3.2 Neutron-Proton-final-state-interaction

Im Fall der Neutron-Proton-final-state-interaction (n-p-FSI) lautet der Enhancement-Faktor $F_{np}(T_{np})$, der mit Hilfe der Jost-Funktion [15] gewonnen werden kann:

$$F_{np}(T_{np}) = \frac{(\kappa^2 + \alpha^2)^2 \frac{r_{o,i}^2}{4}}{\left(-\frac{1}{a_i} + \frac{r_{o,i}}{2}\right)^2 + \kappa^2} \quad (6)$$

Es ist $\hbar\kappa = \sqrt{T_{np}/M}$ (M = Nukleonenmasse) der Impuls von Neutron und Proton im gemeinsamen Zweiteilchenschwerpunktsystem, a_i und $r_{o,i}$ sind Streulänge und effektive Reichweite der n-p-Singulett- bzw. n-p-Triplettstreuung, während α eine Funktion von a_i und $r_{o,i}$ ist

$$\alpha = \frac{1}{r_{o,i}} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2r_o}{a_i}}\right) \quad (7)$$

Der Enhancementfaktor $F_{np}(T_{np})$ ist im wesentlichen nichts anderes als die effektive Reichweitennäherung, d.h. eine Parametrisierung der freien niederenergetischen Neutron-Proton-Streuung im S-Zustand. Das Modell der final-state-interaction enthält damit den Wirkungsquerschnitt der freien np-Streuung als Faktor. Von der Produktionsamplitude T_{fi}^o wird im allgemeinen angenommen, daß sie im Bereich der np-FSI, d.h. im Bereich kleiner Relativenergien T_{np} konstant ist und insbesondere nicht von der Relativenergie T_{np} abhängt.

Setzt man für die Streulänge a_i und die effektive Reichweite $r_{o,i}$ die aus der freien n-p-Streuung bekannten Werte

$$\begin{aligned} a_{np,s} &= (-23.68 \pm 0.03) \text{ fermi} & r_{o,s} &= (2.67 \pm 0.02) \text{ fermi} \\ a_{np,t} &= (5.41 \pm 0.01) \text{ fermi} & r_{o,t} &= (1.75 \pm 0.01) \text{ fermi} \end{aligned}$$

in die Beziehung (6) ein, so erhält man die in Abb. I.3.B dargestellte Abhängigkeit der Enhancementfaktoren $F_{np}^s(T_{np})$ (Singulett-Streuung) bzw. $F_{np}^t(T_{np})$ (Triplett-Streuung) von der Relativenergie T_{np} .

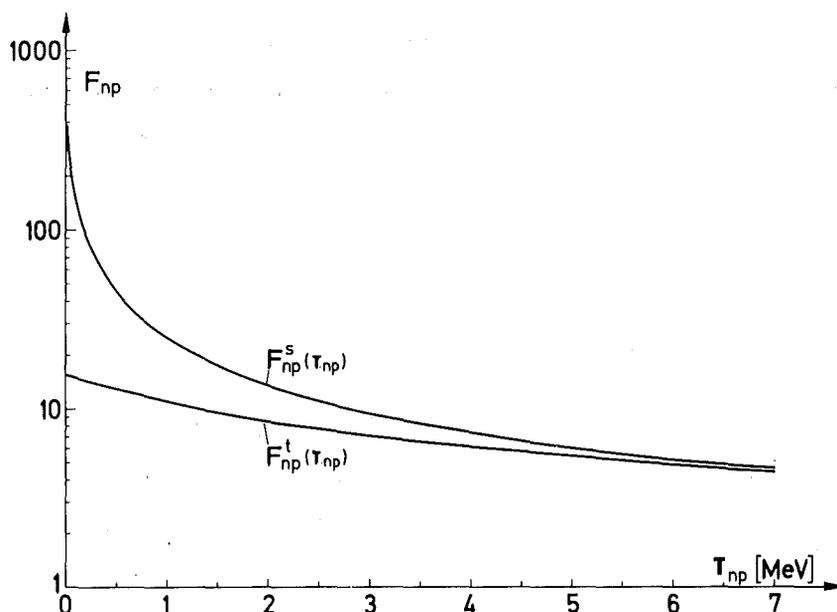


Abb. I.3.B

Die Enhancementfaktoren F_{np}^s, F_{np}^t des Modells der final-state-interaction als Funktion der Relativenergie des Neutron-Proton-Paars T_{np} . Die Enhancementfaktoren wurden mit den angegebenen Streulängen der freien n-p-Streuung berechnet.

Berücksichtigt man sowohl die np-Singulett- als auch die np-Triplett-FSI, so gelangt man zu folgendem Ansatz für den Wirkungsquerschnitt der Dreiteilchenreaktion [16]:

$$\frac{d^5\sigma}{dT_{45}d\Omega_{45}d\Omega_3^{CM}} = \left[X_{np}^s(\theta_3^{CM}) F_{np}^s(T_{45}) + X_{np}^t(\theta_3^{CM}) F_{np}^t(T_{45}) \right] \rho(T_{45}) \quad (8)$$

Die Faktoren $X_{np}^{s,t}$ sind den als verschieden anzunehmenden Wirkungsquerschnitten für die Bildung der Paare im Singulett- und Triplett-Zustand direkt proportional. Über ihre absolute Größe macht das Modell keine Aussage. Es ist deshalb zur Bestimmung absoluter Wirkungsquerschnitte ungeeignet. Die Faktoren $X_{np}^{s,t}$ können jedoch durch Bestanpassung des Ansatzes (8) an experimentelle Spektren bestimmt werden. Für die Reaktion dp-ppn zeigte sich [16], daß der Ansatz (8) eine geeignete Parametri-

sierung der Daten darstellt. Sofern das Modell der final-state-interaction auch auf die Reaktion $dd-dpn$ anwendbar ist, ergibt sich so die Möglichkeit, eventuelle Singulett-Beiträge zur np -FSI zu separieren.

I.3.2 Die quasifreie Streuung

Einen weiteren einfachen Grenzfall einer Dreiteilchenreaktion beschreibt das Modell der quasifreien Streuung [17]. Im Rahmen dieses Modells wird ebenfalls angenommen, daß beim Aufbruch nur zwei der drei auslaufenden Teilchen miteinander wechselwirken. Von dem dritten Teilchen nimmt man an, daß ihm bei der Reaktion kein Impuls übertragen wird (Abb. I.3.I).

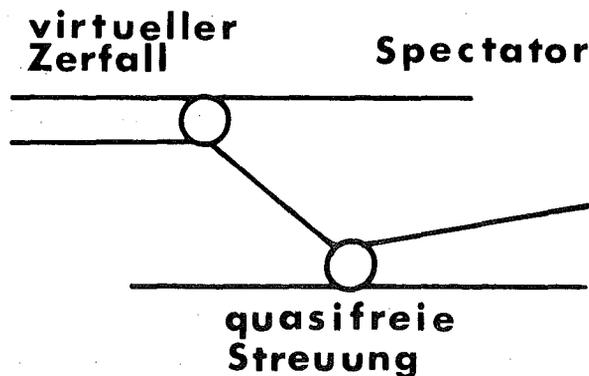


Abb. I.3.I

Grafische Darstellung der quasifreien Streuung

In der Reaktion $dd-dpn$ kann sowohl eine quasifreie dn - als auch dp -Streuung beobachtet werden. Das restliche Proton bzw. Neutron ist dabei Zuschauer (spectator) der Reaktion.

Im Laborsystem unterscheidet man den Fall

- a) des Geschosßspectators, wenn ein Teil des Geschosses
- b) des Targetspectators, wenn ein Teil des Targets

nicht an der quasifreien Streuung teilnimmt. Abbildung I.3.II

veranschaulicht die vier möglichen Beiträge der quasifreien Streuung in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$

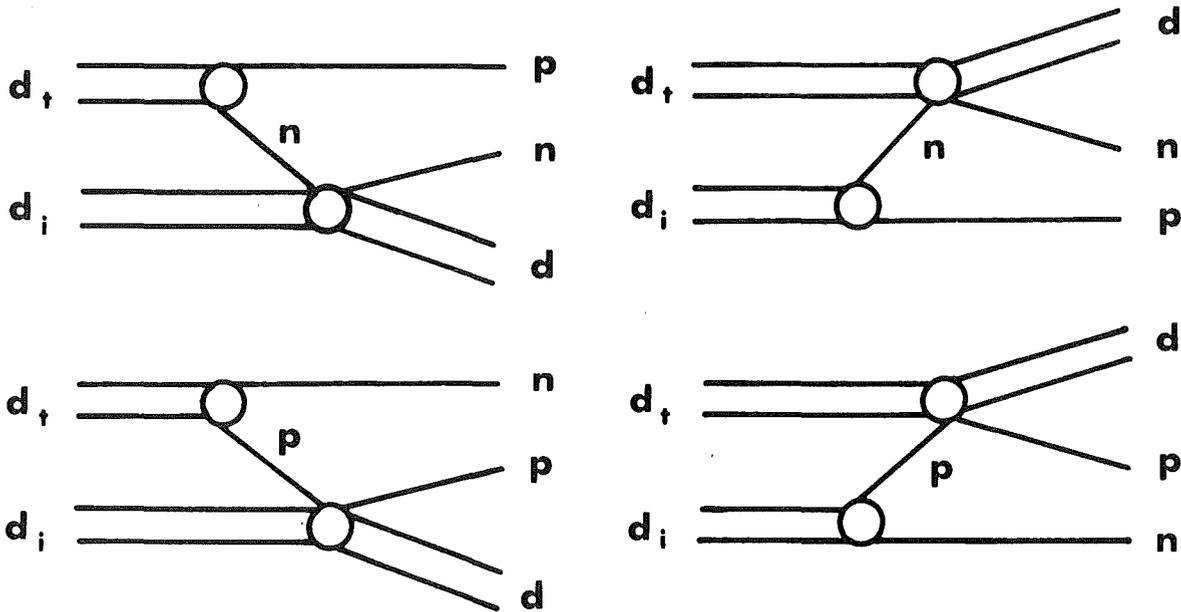


Abb. I.3.II Grafische Darstellung der vier möglichen Beiträge der quasifreien Nukleon-Deuteron-Streuung in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$. d_t bezeichnet das Target-, d_i das einlaufende Deuteron.

Die Stoßnäherung (impulse-approximation) liefert für den differentiellen Wirkungsquerschnitt der Dreiteilchenreaktion die Beziehung

$$\frac{d^3\sigma}{dT_i d\Omega_p d\Omega_d} = F |\varphi_d(k)|^2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{dp} \quad (9)$$

Der Faktor F ist dabei dem Phasenraum proportional und im allgemeinen nur schwach energieabhängig. $\varphi_d(k)$ ist die Deuteronenwellenfunktion im Impulsraum und $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{dp}$ der off-shell Wirkungsquerschnitt der d-p-Streuung.

Bei der Diskussion der Meßergebnisse wird ein Vergleich der experimentell ermittelten und der mit der Beziehung (9) be-

rechneten Wirkungsquerschnitte durchgeführt. Da der Wirkungsquerschnitt (off-shell) für die quasielastische Nukleon-Deuteron-Streuung nicht bekannt ist, wird in der Rechnung der Zweiteilchen-Wirkungsquerschnitt (on-shell) der elastischen d-p-Streuung verwendet, dessen Energie und Winkelabhängigkeit mit Hilfe der Streuphasenrechnungen von Ebenhöf [18] bestimmt wurde.

II. Experimentelle Anordnung und Durchführung der Messungen

Wesentliche Teile der verwendeten experimentellen Anordnung und der Elektronik wurden schon an anderer Stelle [16,19,20] ausführlich behandelt. Hier soll deshalb nur eine kurze Zusammenfassung gegeben werden.

II.1 Prinzip der Messung

Die Experimente wurden am Karlsruher Isochronzyklotron mit einem externen Deuteronenstrahl von 52 MeV durchgeführt. Mit Hilfe eines Systems von magnetischen Linsen wurde der Strahl auf einen $2 \times 2 \text{ mm}^2$ großen Fleck am Targetort fokussiert. Als Target diente deuterisiertes Polyäthylen der Massenbelegung 3.5 mg/cm^2 . Im Experiment wurden Deuteronen und Protonen aus

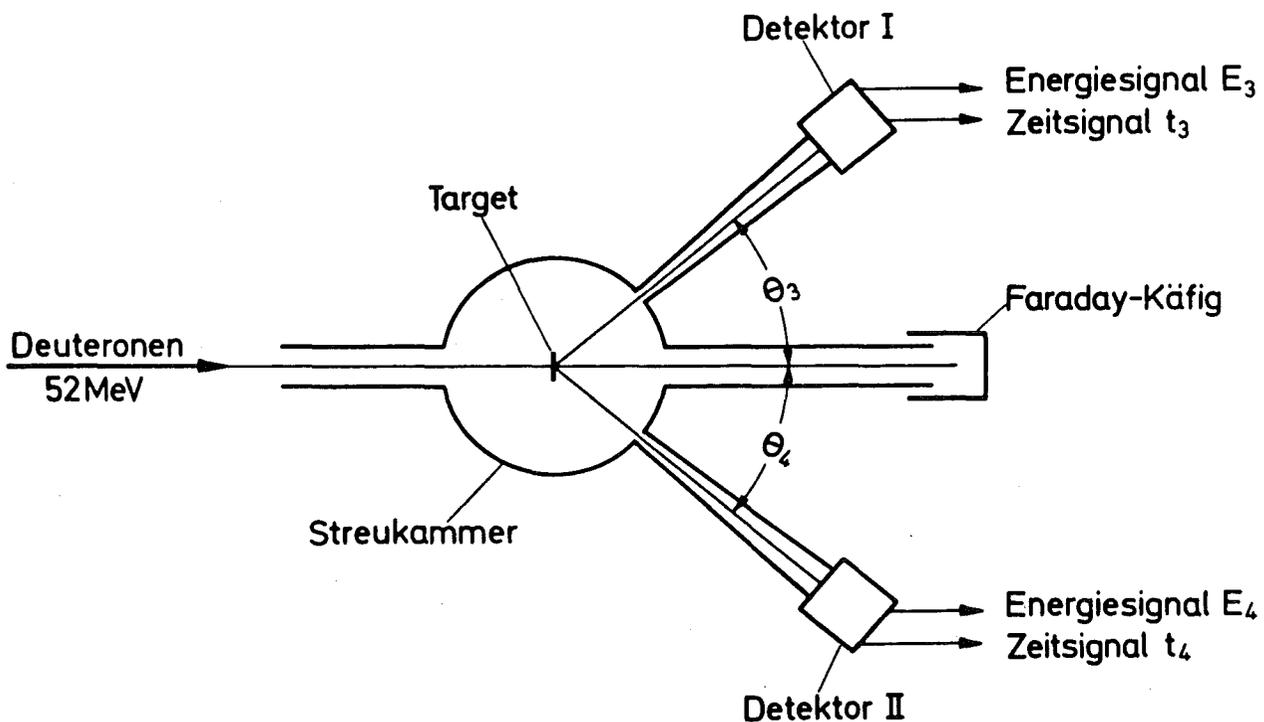


Abb. II.1.A Schematische Darstellung der Meßanordnung

der Reaktion $d+d \rightarrow d+p+n$ in den beiden Detektoren I und II Abb. II.1.A in Koinzidenz nachgewiesen. Die Zähler befinden sich in 70 cm Abstand vom Targetort auf Armen, die frei um eine zylindrische Streukammer mit einem Durchmesser von 305 mm drehbar sind. Die Zähleranordnung und der Deuteronenstrahl lagen in einer Ebene, so daß nur koplanare Reaktionen beobachtet wurden.

Von jedem der in den Detektoren nachgewiesenen Teilchen wurden die Energie und die dazugehörige Flugzeit gemessen. Die Intensität des primären Deuteronenstrahls wurde mit Hilfe eines Faraday-Käfigs bestimmt. Um den Energieverlust der nachzuweisenden Teilchen gering zu halten, fliegen die Teilchen durch evakuierte Rohre, die die Streukammer mit den Detektoren^{*)} verbinden. Die Winkelauflösung betrug mit den in den Experimenten verwendeten Blenden $0.5^\circ - 0.7^\circ$. Die Genauigkeit der Winkeleinstellung war besser als 0.2° .

II.2 Elektronik

Wie bereits in Abschnitt II.1 erwähnt wurde, werden von jedem Koinzidenzereignis vier unabhängige Parameter, die Energien und die Flugzeiten der koinzidierten Teilchen, gemessen und registriert. Die gleichzeitige Messung von Energie und Flugzeit ermöglicht dabei die Unterscheidung der verschiedenen geladenen Teilchen.

Die Anordnung der verwendeten Elektronik ist in Abb. II.2.A schematisch dargestellt. Die beiden Photomultiplier (PM) liefern je ein Energiesignal E und ein schnelles Zeitsignal t . Die Zeitsignale t_3 bzw. t_4 werden je auf einen elektronischen Kreis (im folgenden als "Flugzeitkreis" bezeichnet) gegeben, an deren Ausgang ein der Flugzeit der Teilchen proportionales

*) Als Detektoren dienten NaJ(Tl)-Kristalle der Firma Harshaw Typ 4 HA 4 1 "x1" in Verbindung mit Photomultipliern vom Typ RCA 8850 (vgl. dazu Anhang C.IV).

Analogsignal τ_3 bzw. τ_4 auftritt. Zusätzlich wird die Hochfrequenz des Zyklotrons (33 MHz) über einen Diskriminator in eine Folge von Nadelimpulsen (Zeitabstand 30 nsec) umgewandelt und ebenfalls auf diese Flugzeitkreise gegeben. Aus dieser Impulsfolge wählen die Zeitsignale t_3 bzw. t_4 korrelierte Zyklotronimpulse HF_3 bzw. HF_4 aus. Die so ausgezeichneten HF-Signale werden auf eine schnelle Koinzidenz gegeben, deren Auflösungszeit (10 - 20 nsec) kleiner als der Abstand der Zyklotronimpulse ist (30 nsec). Ein Ereignis wird registriert, wenn beide Zeitsignale das gleiche HF-Signal ausgewählt haben.

Die vier verstärkten Analogsignale E_3 , E_4 , τ_3 , τ_4 , die ein Koinzidenzereignis charakterisieren, gelangen jeweils über ein lineares Gate zu einem Analog zu Digital Umwandler (ADC) und werden dort in digitale Signale umgewandelt.

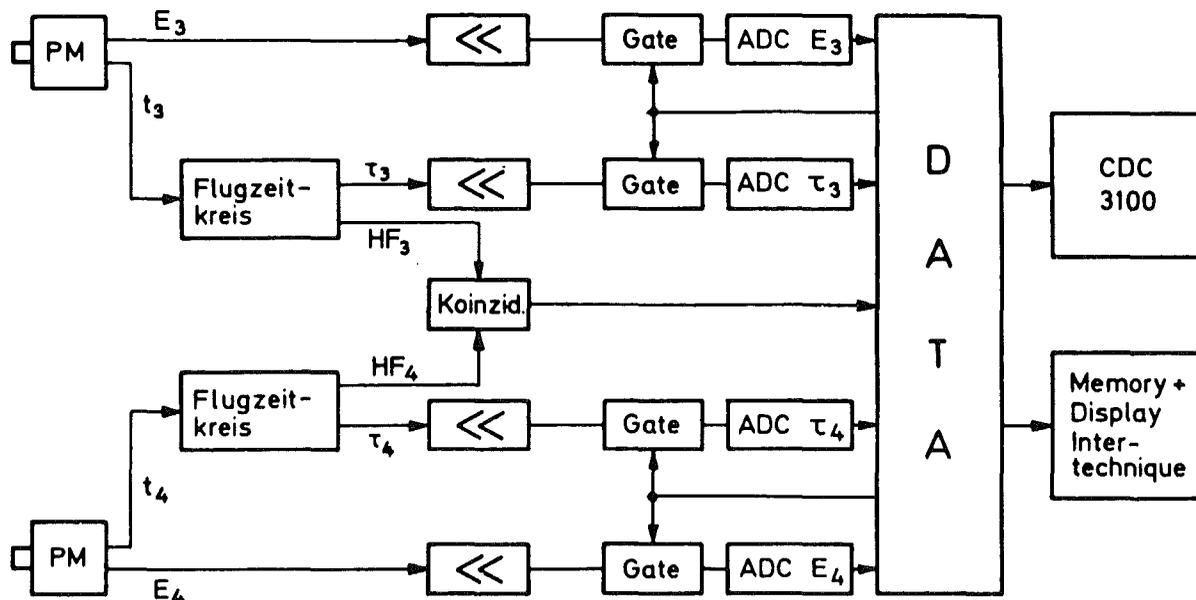


Abb. II.2.A Blockschaltbild der verwendeten Elektronik

Die vier ADC's bilden die Eingangsstufe des Meßsystems "DATA" [19]. Das System DATA übernimmt die Datenübertragung und Steuerung des Datenflusses zu einem CDC 3100 Computer, wo alle Daten auf Magnetband abgespeichert werden. Auf dem Sichtgerät

eines Vielkanalanalysators können während der Messung gleichzeitig wählbare Darstellungen der gemessenen Koinzidenzereignisse betrachtet werden. Beispiele solcher Darstellungen finden sich als sogenannte map-displays in dieser Arbeit (z.B. Abbildung III.2.A oder Abb. IV.1.C).

III. Datenaufbereitung

Das folgende Kapitel gibt eine Beschreibung des Verfahrens, nach dem die Meßdaten ausgewertet wurden. Dazu war die Neu- und Weiterentwicklung geeigneter Rechenprogramme nötig [21]. Alle Rechnungen wurden an der IBM-Rechenanlage 360/165 des Karlsruher Kernforschungszentrums durchgeführt.

III.1 Verarbeitung der Rohdaten

Nach Abschluß der Messungen ist jedes Koinzidenzereignis mit vier Parametern, den Energien T_3 , T_4 und den dazugehörigen Flugzeiten τ_3 , τ_4 linear auf Magnetband abgespeichert. Die Verarbeitung dieser sogenannten Rohdaten vollzieht sich in mehreren Schritten.

1. Die Teilchenidentifizierung bildet den ersten Teil der Datenverarbeitung. Die gleichzeitige Messung von Energie und Flugzeit erlaubt eine Trennung der gesuchten Deuteron-Proton-Koinzidenzen von allen anderen Koinzidenzen, die sich aus Reaktionen mit den Targetkernen ergeben.
2. Im zweiten Teil der Datenverarbeitung werden echte von zufälligen Deuteron-Proton-Koinzidenzen getrennt.
3. Im dritten und letzten Schritt erfolgt die Darstellung des gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitts in der für die Analyse der Daten geeigneten Form.

Die Ausführung der ersten beiden Schritte wird im Anhang C an Hand eines Beispiels diskutiert. Einen knappen Überblick über die Darstellung des gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitts gibt der folgende Abschnitt.

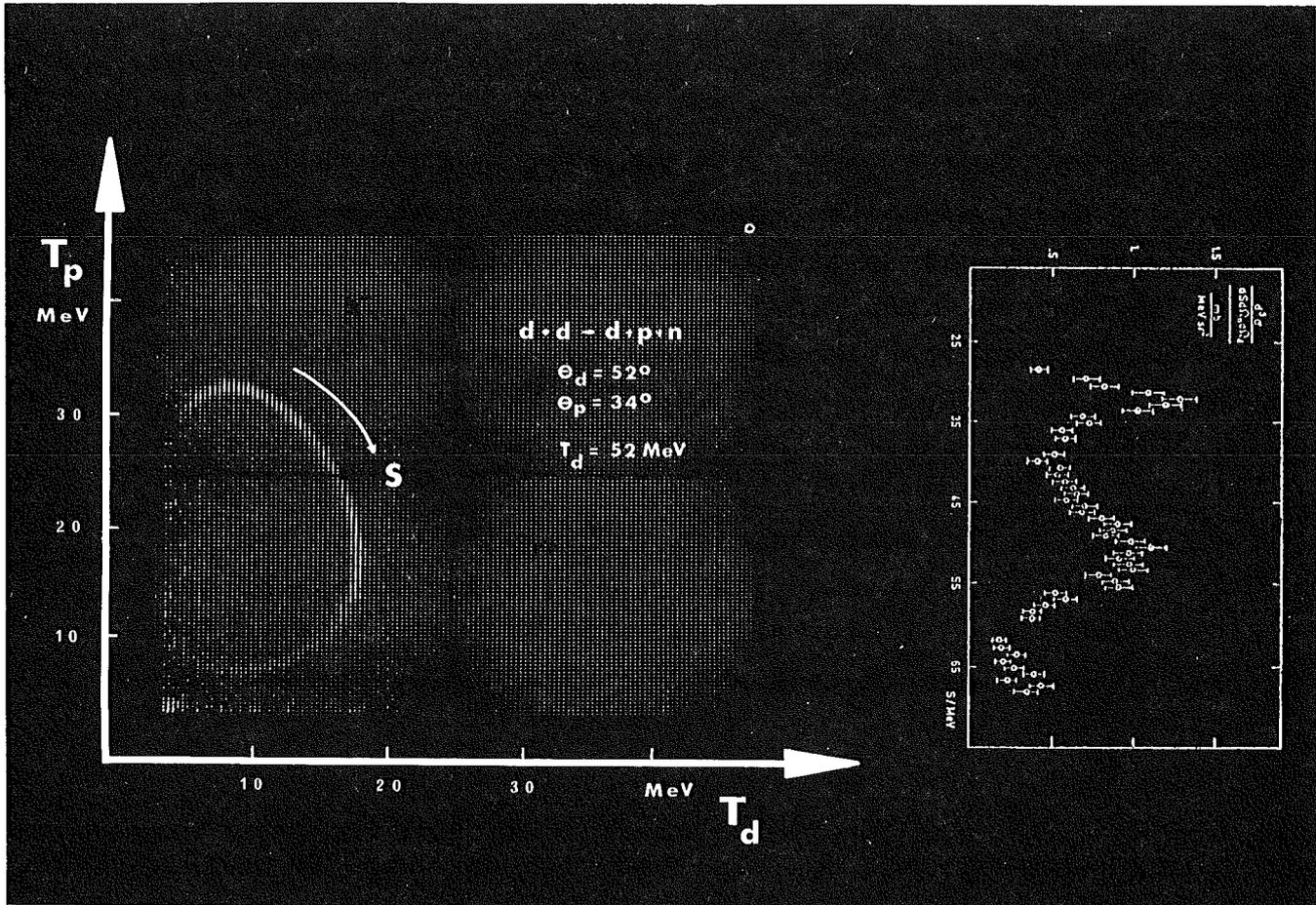


Abb. III.2.A Deuteron-Proton-Koinzidenzen aus der Reaktion $d(d,dp)n$. Die Deuteronen und Protonen wurden unter Winkeln $\theta_d = 52^\circ$ und $\theta_p = 34^\circ$ nachgewiesen. In dem zweidimensionalen Koinzidenzspektrum auf der linken Seite verteilen sich die gemessenen Koinzidenzen längs der kinematisch erlaubten Kurve. Auf der rechten Seite ist der gemessene Wirkungsquerschnitt auf die Bogenlänge S projiziert.

III.2 Aufbereitung der Meßdaten für die theoretische Analyse

Das Ergebnis der ersten beiden Schritte der Datenverarbeitung ist ein zweidimensionales Deuteron-Proton-Koinzidenzspektrum, wie es beispielsweise im linken Teil der Abb. III.2.A als map-

display abgebildet ist. Die Deuteron-Proton-Koinzidenzen sind hier als Funktion der Energien T_d und T_p dargestellt. Sie verteilen sich längs der durch die Winkel und Einschußenergie vorgegebenen kinematischen Kurve. Jeweils an der Stelle maximaler Energie T_d bzw. T_p ist eine Häufung von Koinzidenzereignissen zu erkennen. Sie lassen sich im Fall maximaler Deuteronenenergie auf eine Neutron-Proton-Endzustandswechselwirkung und für den Fall maximaler Protonenenergie auf eine quasifreie Deuteron-Neutron-Streuung zurückführen. Im rechten Teil der Fig. III.2.A ist der differentielle Wirkungsquerschnitt entlang der kinematischen Kurve als Funktion der Bogenlänge S dargestellt. In dieser Art der Darstellung sind die Maxima besonders deutlich zu erkennen.

III.2.1 Darstellung des gemessenen Wirkungsquerschnitts

Die Darstellung des Wirkungsquerschnitts als Funktion der Bogenlänge

$$s = \int \sqrt{(dT_d)^2 + (dT_p)^2} dT_p \quad (10)$$

hat gegenüber einer Projektion auf eine der Energieachsen T_d bzw. T_p den Vorteil der lückenlosen, linearen Darstellung der zweidimensionalen Spektren über den gesamten kinematisch möglichen Bereich. Der auf die Bogenlänge projizierte Wirkungsquerschnitt läßt sich aus dem auf die Energieachsen projizierten Wirkungsquerschnitt durch folgende Beziehung berechnen:

$$\frac{d^3\sigma}{ds d\Omega_p d\Omega_d} = \frac{d^3\sigma}{dT_i d\Omega_p d\Omega_d} \cdot \frac{dT_i}{ds} \quad (11)$$

Wobei der auf die Energieachsen projizierte Wirkungsquerschnitt gegeben ist durch

$$\frac{d^3\sigma}{dT_i d\Omega_p d\Omega_d} = \frac{N_K}{\Delta T_i \Delta \Omega_p \Delta \Omega_d} \cdot \frac{1}{N_d N_V \cdot d} \quad (12)$$

(i = p, d)

| | | |
|------------------------------------|---|---|
| mit N_K | = | Teilchenzahl pro Kanal T_p, T_d |
| $\Delta T_p, \Delta T_d$ | = | Kanalbreite in MeV |
| $\Delta \Omega_p, \Delta \Omega_d$ | = | Raumwinkel der Detektoren |
| N_d | = | Zahl der einfallenden Deuteronen |
| N_V | = | Zahl der D-Atome des benutzten CD_2 -Targets pro Volumeneinheit |
| d | = | Targetdicke |

Der Differentialquotient

$$\frac{dT_i}{dS} = \frac{dT_i}{\sqrt{(dT_p)^2 + (dT_d)^2}} \quad (13)$$

(i = p, d)

beschreibt die Umrechnung auf konstante Intervalle der Bogenlänge S.

Bei allen Koinzidenzmessungen wurden gleichzeitig mit einem unter $\theta_M = 28,9^\circ \pm 0,5^\circ$ stehenden Monitor-detektor Deuteronen aus der elastischen Deuteron-Deuteron-Streuung nachgewiesen. Der differentielle Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion berechnet sich aus der Monitorzählrate N_M und dem Raumwinkel $\Delta \Omega_M$ zu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N_M}{\Delta \Omega_M} \cdot \frac{1}{N_d \cdot N_V \cdot d} \quad (14)$$

Da der Wirkungsquerschnitt der elastischen dd-Streuung bei der Energie $T_d = 52$ MeV mit guter Genauigkeit bekannt ist [25], kann das Produkt $(N_d \cdot N_V \cdot d)$ in (14) aus der gemessenen Monitorzählrate bestimmt werden.

III.2.2 Vergleich der Meßdaten mit Modellrechnungen

Zum Vergleich der gemessenen Verteilung des differentiellen Wirkungsquerschnitts längs der kinematisch erlaubten Kurven mit den in Kapitel I.3 und IV.2 dargestellten Modellen werden

die theoretischen Ansätze zunächst mit dem endlichen Auflösungsvermögen der benutzten Meßanordnung (Winkelauflösung und Targetdicke) gefaltet. Da die Modelle nur phänomenologisch die Gestalt der Spektren beschreiben, werden die theoretischen Verteilungen mit Hilfe eines least-square-fit Programms derart an die experimentellen Daten angepaßt, daß die Größe

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(\sigma_{\text{exp}} - \sigma_{\text{theor}})^2}{\Delta\sigma^2} \quad (15)$$

ein Minimum annimmt. σ_{exp} und σ_{theor} sind die gemessenen bzw. die mit dem Ansatz (2) und den in Kapitel I.3 bzw. IV.2 gegebenen Matrixelementen berechneten Wirkungsquerschnitte. $\Delta\sigma$ ist der experimentelle Meßfehler und N die Zahl der berücksichtigten Meßpunkte. Alle Rechnungen werden mit Hilfe von Rechenprogrammen ausgeführt, deren Funktion in Anhang C oder in |22| kurz beschrieben sind.

IV. Die Reaktion $dd \rightarrow dpn$ - Meßergebnisse und Diskussion -

Die Reaktion $d+d \rightarrow d+p+n$ wurde mit 52 MeV Deuteronen in kinematisch vollständigen Experimenten untersucht. Bei den Messungen, bei denen Deuteronen und Protonen in Koinzidenz nachgewiesen wurden, standen die Detektoren stets unter solchen Winkeln, daß Neutron-Proton-Paare mit einer Relativenergie $T_{np} = 0$ MeV beobachtet werden konnten. Die Aufbruchsreaktion kann in diesem Fall im Bereich kleiner Relativenergien T_{np} als eine quasi Zweikörperreaktion der Form

$$d + d \rightarrow d + (n+p)_{T_{np} = 0} \quad (16)$$

angesehen werden.

Da in beiden Detektoren sowohl Protonen als auch Deuteronen gleichzeitig nachgewiesen werden (s. Anhang B1), wird in einer Messung die Aufbruchsreaktion für zwei kinematisch verschiedene Bereiche des Phasenraums der Reaktion untersucht. Gemeinsam ist jedoch beiden Bereichen, daß aufgrund der kinematischen Bedingung (16) eine Relativenergie des Neutron-Proton-Paars $T_{np} \approx 0$ MeV vorliegt. Die Schwerpunktswinkel des np-Subsystems sind dabei näherungsweise im Schwerpunktsystem symmetrisch zu 90° (fast-elastischer Stoß eines Deuterons an einem quasi Deuteron d^*).

IV.1 Neutron-Proton final-state-interaction und quasifreie Nukleon-Deuteron Streuung in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$

IV.1.1 Erste Messungen

Abbildung IV.1.1.A zeigt in zweidimensionaler Darstellung die Koinzidenzspektren der Aufbruchsreaktion $dd \rightarrow dpn$ für ein Winkelpaar $\theta_3 = 30,7^\circ$ und $\theta_4 = 56^\circ$, $\phi_3 - \phi_4 = 180^\circ$. Die

*) Der Q-Wert der Reaktion ($Q = -2,224$ MeV) ist gegenüber der Einschußenergie von 52 MeV vernachlässigbar klein.

Deuteron-Proton Koinzidenzen sind als Funktion der kinetischen Energien T_3 und T_4 der im Detektor 3 bzw. 4 nachgewiesenen Deuteronen und Protonen dargestellt. Die Koinzidenzereignisse verteilen sich jeweils längs der durch die Kinematik gegebenen Kurve (s. Kapitel I).

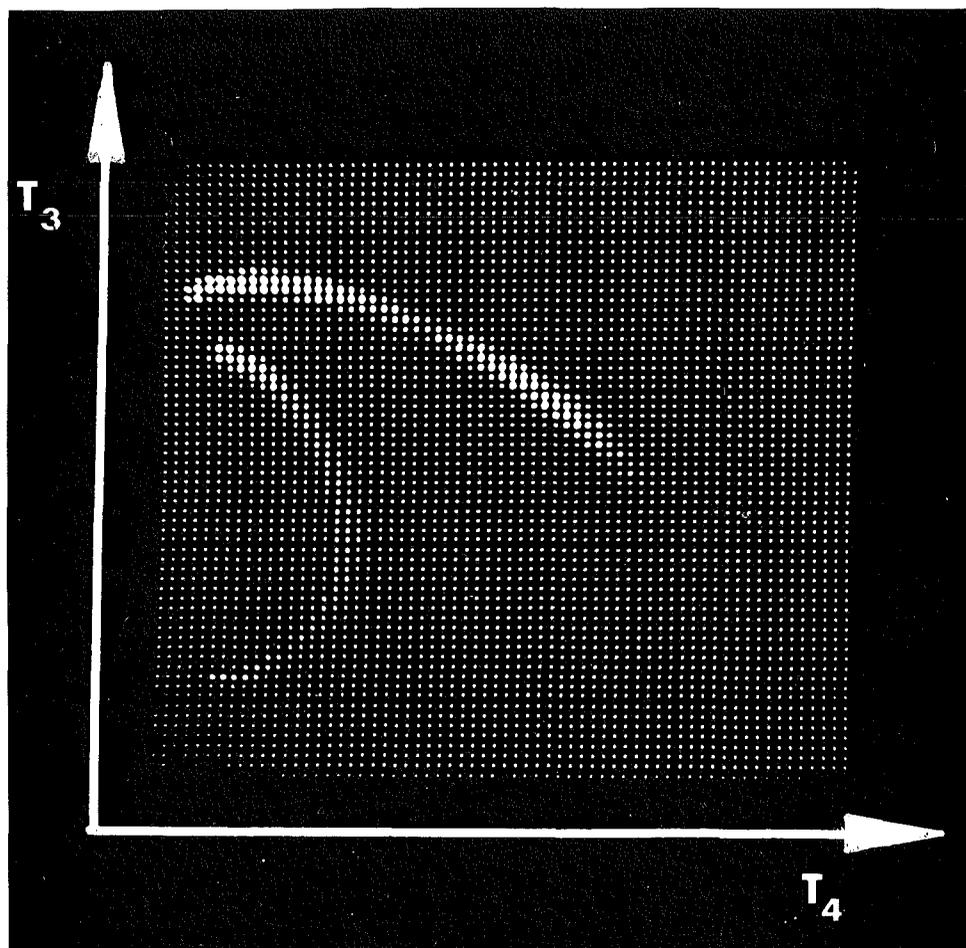


Abb. IV.1.A Zweidimensionale map-display Darstellung von d-p-Koinzidenzen für Detektorenwinkel $\theta_3 = 30,7^\circ$ und $\theta_4 = 56^\circ$, $\phi_3 - \phi_4 = 180^\circ$

Bei der an Umfang kleineren der beiden gemessenen kinematischen Kurven handelt es sich um Koinzidenzereignisse von Protonen unter dem Winkel $\theta_3 = 30,7^\circ$ mit Deuteronen unter dem Winkel $\theta_4 = 56^\circ$. Bei der großen kinematischen Kurve dagegen um Koinzidenzereignisse von Deuteronen unter dem Winkel $\theta_3 = 30,7^\circ$ mit Protonen unter dem Winkel $\theta_4 = 56^\circ$.

Entlang der gemessenen kinematischen Kurven erkennt man in der

Abbildung IV.1.1.A Bereiche, in denen sich die Koinzidenzereignisse häufen. Die Analyse der Kinematik zeigt, daß sie dort auftreten, wo entweder die Energie eines Neutrons oder eines Protons klein oder aber ungefähr der Hälfte der Einschußenergie entspricht oder aber die Relativenergie der Neutron-Proton-Paare klein werden. Dieses Ergebnis rechtfertigt zunächst rein qualitativ die Annahme der Zweistufenprozesse aus Kapitel I. Inwieweit die Modelle die Gestalt der Spektren wiedergeben, kann jedoch nur eine Analyse der Projektion der Meßdaten auf die zugehörigen kinematischen Kurven entscheiden.

Abbildung IV.1.1.B zeigt zunächst die Verteilung des differentiellen Wirkungsquerschnitts in Abhängigkeit von der in Kapitel II.2.1 eingeführten Bogenlänge S für das Winkelpaar $\theta_d = 30,7^\circ$, $\theta_p = 56^\circ$, $\phi_d - \phi_p = 180^\circ$. Der Schwerpunktswinkel des Neutron-Proton-Paars beträgt $\theta_{cm}^{np} = 116,7^\circ$. Auch in dieser Darstellung zeigt das Spektrum dominante Maxima im Bereich kleiner Relativenergien des Neutron-Proton-Paars ($0 \text{ MeV} \leq T_{np} \leq 2 \text{ MeV}$) und im Bereich kleiner Energien des unbeobachteten Neutrons ($T_{n,min} = 1,5 \text{ MeV}$). Dieser zweite Bereich wurde mit dem in Kapitel I.3.2 gegebenen Ansatz der quasifreien Streuung verglichen (durchgezogene rechte Kurve). Es zeigt sich, daß das Modell die Verteilung des zweiten Peaks gut beschreibt. Der Vergleich der experimentellen Daten im Bereich des ersten Peaks, dem Bereich kleiner Relativenergien des Neutron-Proton-Paars, mit dem in Kapitel I.3.1 gegebenen Ansatz der Neutron-Proton-final-state-interaction ist jedoch nicht zufriedenstellend. Eine reine np-Triplett-FSI, wie sie in dieser Reaktion aufgrund der Erhaltung des Isospins erwartet wird, kann die gemessene Verteilung nicht wiedergeben (durchgezogene linke Kurve).*)
Läßt man die Triplett-Streulänge $a_{np,t}$ als freien Parameter zu, so ergibt sich bei einem least-square-fit der Daten eine Triplett-Streulänge $a_{np,t} = (7,43 \pm 0,5) \text{ fm}$, die erheblich von der aus der freien np-Streuung bekannten Streulänge von $(5,41 \pm 0,01) \text{ fm}$

*) Wegen des Isospins $T = 0$ der Deuteronen im Eingangskanal kann im Endzustand das np-Paar ebenfalls nur im Isospinzustand $T = 0$, d.h. im Spintriplettzustand gebildet werden.

abweicht. Eine Anpassung der experimentellen Daten an die durch (8) gegebene Beziehung einer inkohärenten Überlagerung von np-Singulett- und np-Triplett-Beiträgen der final-state-interaction führt zu einem np-Singulett-Beitrag, der nahezu dem Triplett-Beitrag entspricht.

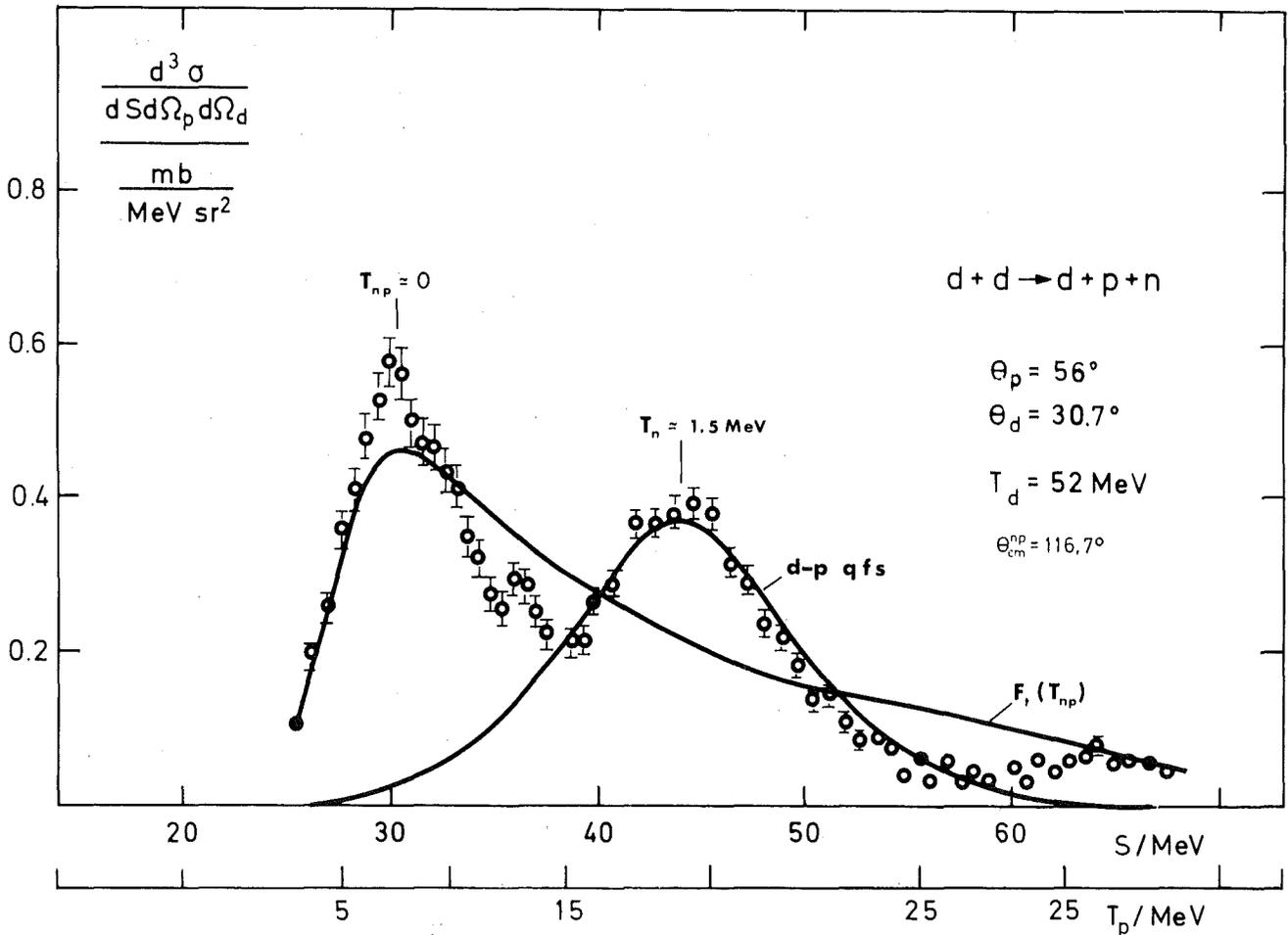


Abb. IV.1.B Darstellung des auf die Bogenlänge S projizierten gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitts für ein Winkelpaar $\theta_p = 56^\circ$, $\theta_d = 30,7^\circ$. Die linke Kurve ($F_t(T_{np})$) stellt eine Anpassung der Meßdaten an das Modell der n-p-final-state-interaction für eine feste n-p-Triplett Streulänge $a_{np,t} = 5,4 \text{ fm}$ im Bereich kleiner Relativenergien T_{np} des Neutron-Proton-Paars dar. Die rechte Kurve zeigt die Anpassung der Meßdaten an das Modell der quasifreien Streuung mit einem Neutron als Target-Spectator.

Abbildung IV.1. C zeigt die Verteilung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für das Winkelpaar $\theta_p = 30,7^\circ$, $\theta_d = 56^\circ$, $\theta_{cm}^{np} = 63,6^\circ$. Das Spektrum entspricht dem in Abbildung IV.1.1.A gezeigten Koinzidenzspektrum entlang der an Umfang kleineren kinematischen Kurve. Auch hier liegt im Bereich kleiner Relativenergien des Neutron-Proton-Paars ein Maximum des differentiellen Wirkungsquerschnitts vor. Das Ansteigen des Wirkungsquerschnitts für kleine Bogenlängen S kann von der Kinematik der Reaktion her als eine quasifreie Neutron-Deuteron-Streuung mit einem Proton als Geschößspectator verstanden werden. Die Beschreibung des Peaks gelingt jedoch nicht überzeugend mit dem Modell der quasifreien Streuung (unterbrochene linke Kurve). Der Bereich kleiner Relativenergien des Neutron-Proton-paars läßt sich hingegen gut mit dem Modell der FSI beschreiben. Die Anpassung an die experimentellen Daten gelingt mit der aus der freien np-Streuung bekannten Triplett-Streulänge.

Der auffallende Unterschied in der Form der Maxima im Bereich kleiner Relativenergien T_{np} der beiden Spektren kommt durch den sogenannten kinematischen Lupeneffekt zustande. Die Relativenergie T_{np} des Neutron-Proton-Paars ändert sich im letzten der beiden diskutierten Spektren (Abb. IV.1 C) im Bereich der Relativenergie $T_{np} < 2$ MeV nur langsam mit der kinetischen Energie des Protons T_p . Im Maximum des Peaks entspricht die Kanalbreite $T_p \approx 500$ keV einem Energieintervall $T_{np} \approx 20$ keV.

Dieser Lupeneffekt wird nur in kinematisch vollständigen Experimenten beobachtet. Er gestattet eine genaue Analyse der Messungen, da Singulett- und Triplett-FSI im Bereich kleiner Relativenergien wesentlich voneinander abweichen (vgl. Kap. I.3.1). Um dies zu verdeutlichen, wurde in das Spektrum (Abb. IV.1.C) eine Verteilung eingezeichnet, die einer reinen Singulett-FSI entspricht.

Gegenüber den bisher vorliegenden Messungen bei wesentlich kleinerer Einschußenergie werden zum ersten Mal in beiden Spektren die kinematischen Bereiche der quasifreien Streuung und der np-FSI deutlich getrennt. Es zeigt sich, daß der differentielle Wirkungsquerschnitt bei der Relativenergie $T_{np}=0$ MeV

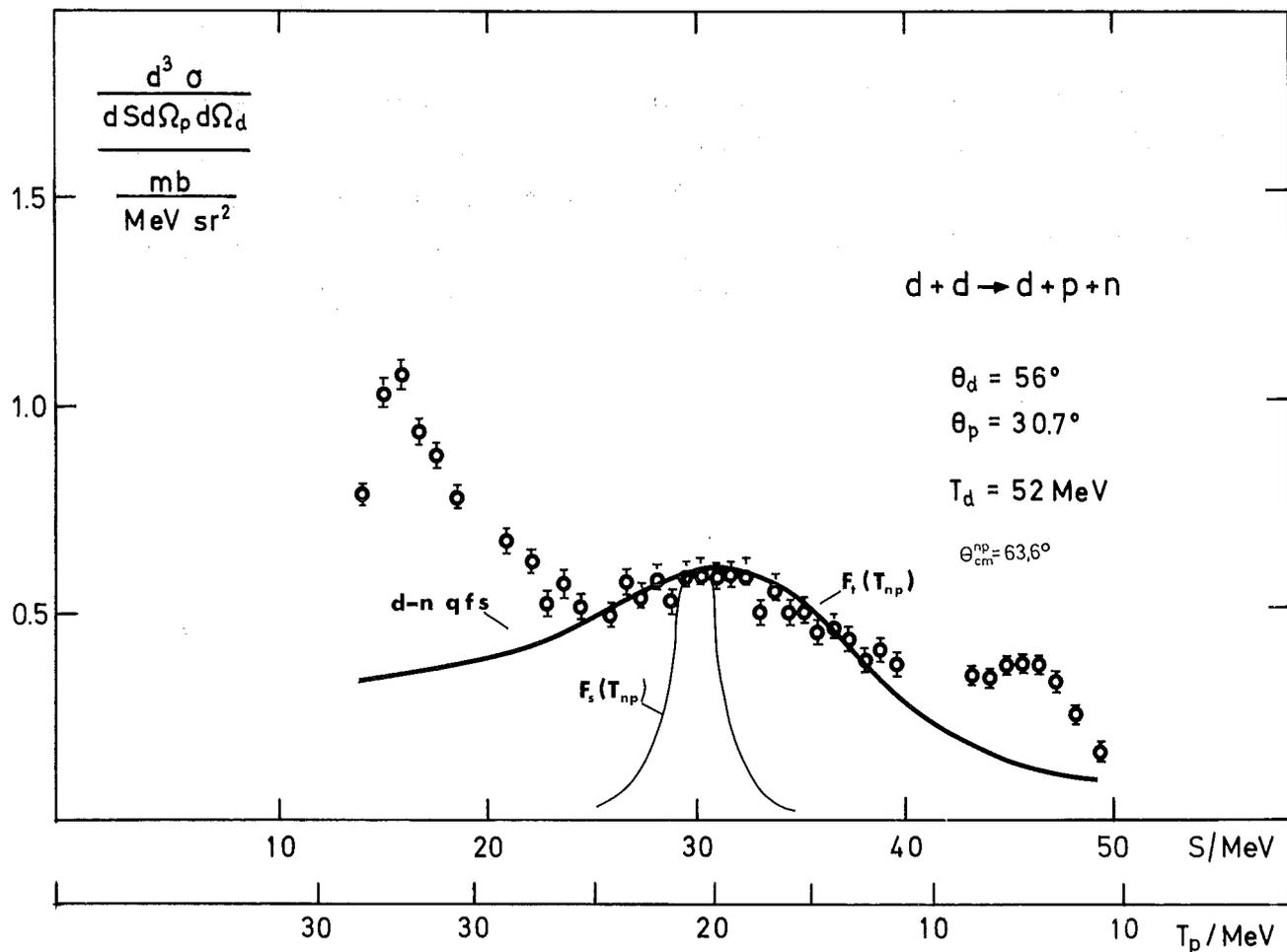


Abb. IV.1.C Darstellung des auf die Bogenlänge S projizierten gemessenen Wirkungsquerschnitts für ein Winkelpaar $\theta_p = 30,7^\circ$, $\theta_d = 56^\circ$. Die rechte Kurve stellt die Anpassung der Meßdaten an das Modell der FSI für eine feste Tripletstretlänge $a_{np,t} = 5,4 \text{ fm}$ dar. Darunter ist zum Vergleich die Verteilung der n-p-FSI unter der Annahme einer reinen Singulett-Streuung ($F_s(T_{np})$) eingezeichnet. Die linke Kurve zeigt den Verlauf des Wirkungsquerschnitts unter der Annahme einer quasifreien d-n-Streuung mit einem Proton als Geschosßspectator.

für beide Winkelpaare gleich groß ist. Dies spricht für einen Stufenprozeß über eine quasielastische Deuteron-Deuteron-Streuung, da die Schwerpunktswinkel der np-Paare zueinander spiegelsymmetrisch bezüglich $\theta_{cm}^{np} = 90^\circ$ sind. Andererseits ist die Gestalt der Spektren im Bereich kleiner Relativenergien T_{np} grundsätzlich voneinander verschieden. Die Frage nach einer

Isospinverletzung der Reaktion $dd \rightarrow dpn$ kann mit dem Modell der FSI aufgrund dieser Spektren nicht beantwortet werden, da trotz der guten Trennung der kinematischen Bereiche ein Einfluß der quasifreien Streuung auf die Spektrumsgestalt im Bereich der FSI nicht ausgeschlossen werden kann.

IV.1.2 Meßreihe zur Untersuchung der np-FSI in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$

Abbildung IV.1.D zeigt die Meßreihe, die in Anschluß an das im vorhergehenden Abschnitt diskutierte Experiment durchgeführt wurde. Dargestellt sind die differentiellen Wirkungsquerschnitte über der Bogenlänge S der kinematischen Kurven. Die Nachweiswinkel der Protonen und Deuteronen sind so gewählt, daß eine Relativenergie $T_{np} = 0$ des Neutron-Proton-Paars möglich ist.

Die Spektren der Meßreihe sind in Abbildung IV.1.D so angeordnet, daß in einer Reihe die Spektren stehen, bei denen die Schwerpunktswinkel des Neutron-Proton-Paars gegenüber $\theta_{cm}^{np} = 90^\circ$ spiegelbildlich nahezu gleich sind. Von Reihe zu Reihe sind die Spektren dagegen so angeordnet, daß sich der Schwerpunktswinkel des Neutron-Proton-Paars zum Symmetriewinkel $\theta_{cm}^{np} = 90^\circ$ hin nähert.

Allen Spektren gemeinsam ist, daß der differentielle Wirkungsquerschnitt für zu $\theta_{cm}^{np} = 90^\circ$ symmetrische Schwerpunktswinkel des Neutron-Proton-Paars an der Stelle $T_{np} = 0$ MeV für alle Spektren gleich groß ist. Die Gestalt der Spektren weicht jedoch stark voneinander ab. Bei einem Schwerpunktswinkel $\theta_{cm}^{np} = 90^\circ$ wird die Gestalt des Spektrums nur noch von einem Maximum des differentiellen Wirkungsquerschnitts im Bereich kleiner Relativenergien bestimmt.

Analysiert man die Messungen im Bereich kleiner Relativenergien des Neutron-Proton-Paars, so gelingt eine zunehmend bessere Beschreibung der Meßdaten mit dem Modell der FSI, je näher der Schwerpunktswinkel θ_{cm}^{np} am Symmetriewinkel $\theta_{cm}^{np} = 90^\circ$ liegt. Zur Anpassung wurden nur Meßpunkte in einem Energiebereich $T_{np} < 2$ MeV verwendet. Für den Schwerpunktswinkel $\theta_{cm}^{np} = 90^\circ$ gelingt eine Beschreibung der Meßdaten, ohne daß im Rahmen der Meßgenauigkeit ein Singulett-Beitrag an der np-FSI angenommen werden muß (Abb. IV.1.E).

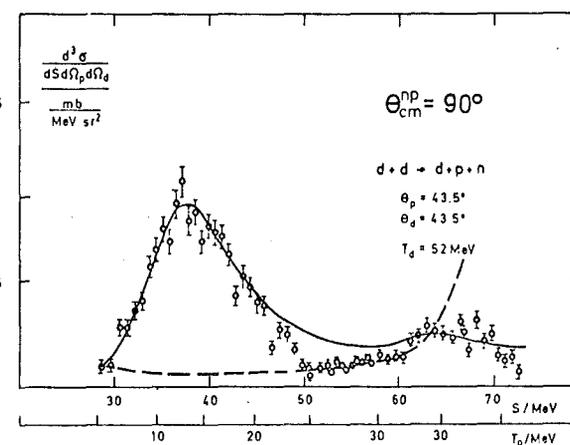
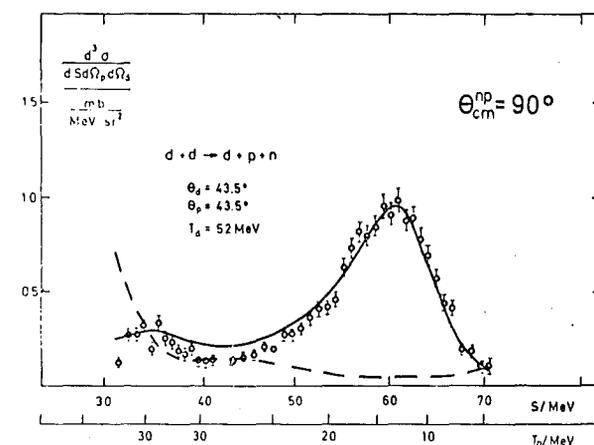
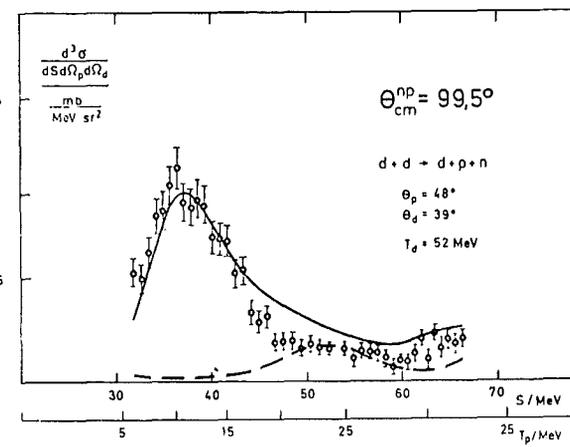
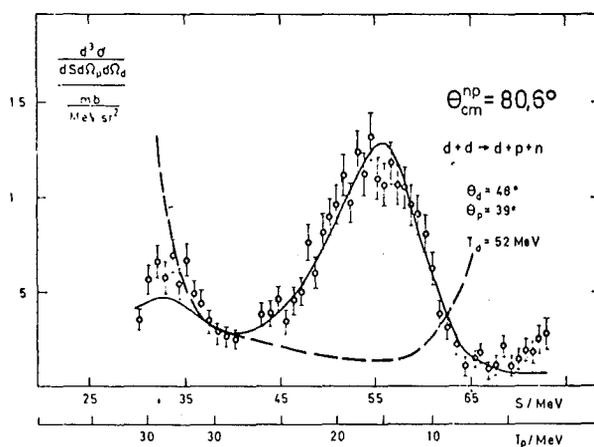
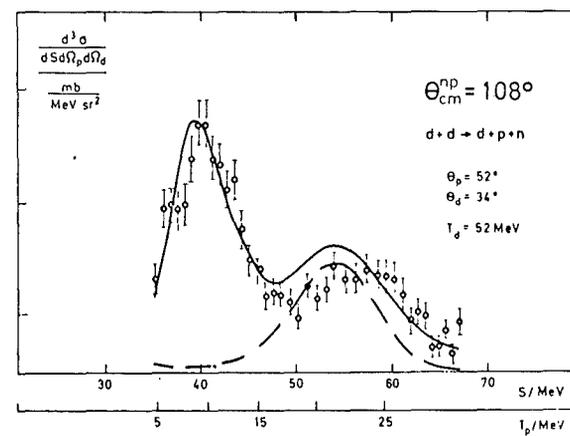
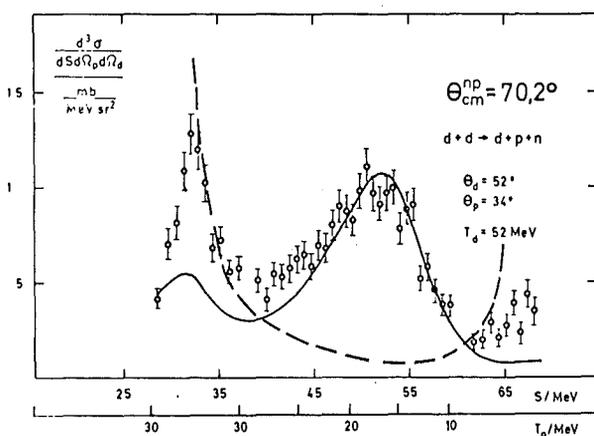
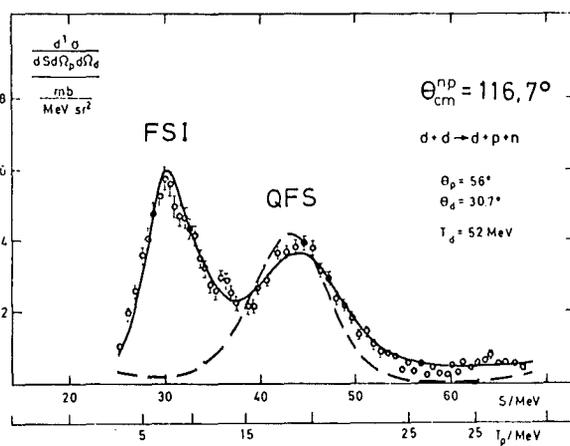
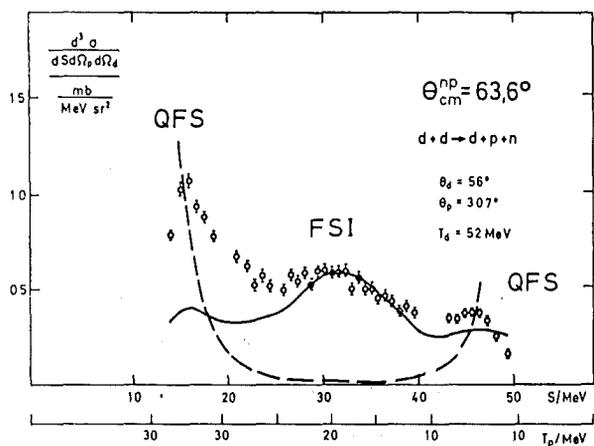


Abb. IV.1.D

Abb. IV.1.D Meßergebnisse zur Untersuchung der Neutron-Proton final-state-interaction in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$ unter verschiedenen Winkelpaaren θ_d und θ_p . Die auf die erlaubte kinematische Kurve projizierten Wirkungsquerschnitte sind über der Bogenlänge S und der Energie T_p des nachgewiesenen Protons. Die eingezeichneten Kurven geben das Ergebnis der Analyse wieder, die mit einem Modell in Born'scher Näherung durchgeführt wurde.

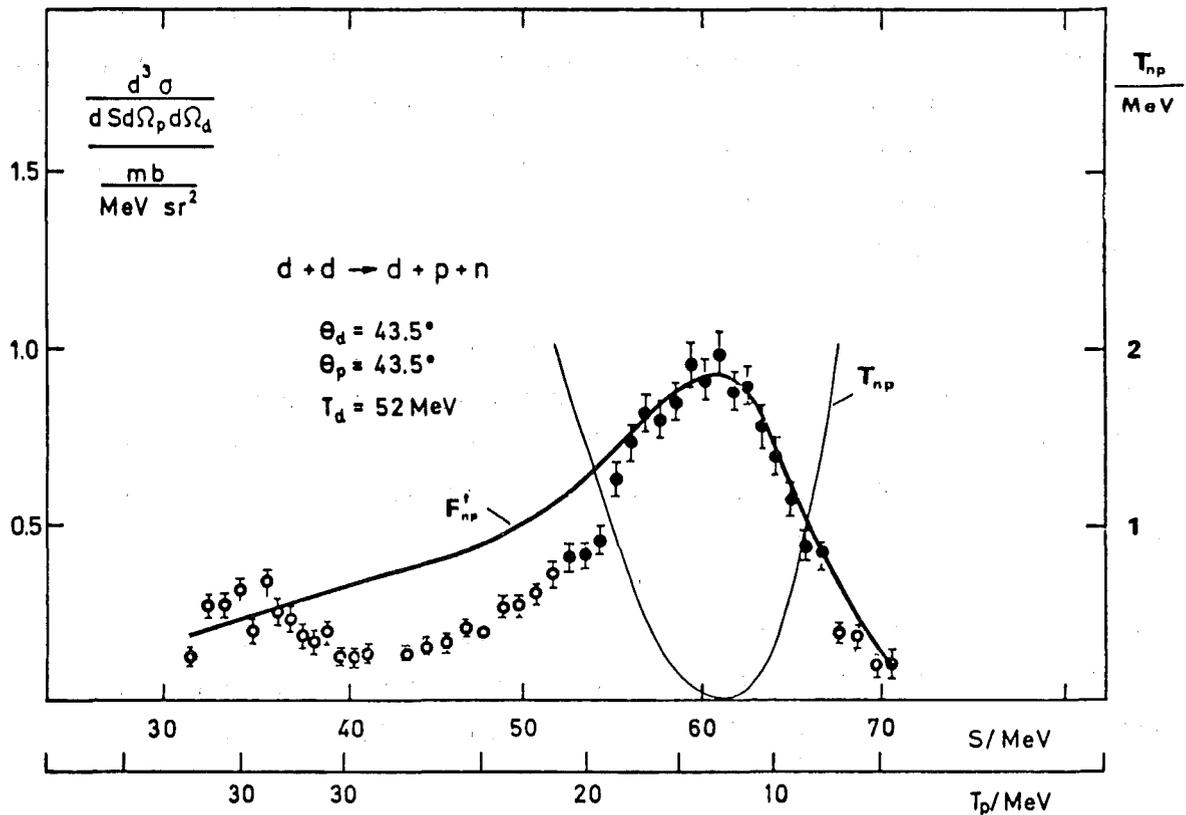


Abb. IV.1.E Verteilung des differentiellen Wirkungsquerschnitts der Reaktion ${}^2\text{H}(d,dp)n$ aufgetragen über der Bogenlänge S für ein Winkelpaar $\theta_p = \theta_d = 43,5^\circ$, $\phi = 180^\circ$. Die eingezeichnete Kurve gibt das Ergebnis der Analyse wieder, bei der eine n-p-Triplett-final-state-interaction angenommen wurde. Nur die schwarz gezeichneten Punkte wurden in die least-square-fit-Rechnungen einbezogen.

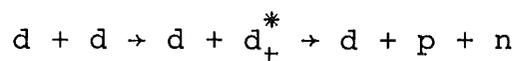
Es zeigt sich damit, daß auch im Fall von Vier-Nukleonen-Systemen das Modell der FSI unter bestimmten Bedingungen eine geeignete Parametrisierung der Meßdaten darstellt. Dies ist in Hinblick auf die Bestimmung der Neutron-Neutron-Streulänge aus der Reaktion $dd \rightarrow ppnn$ von Bedeutung |13, 23, 24|.

IV.1.3 Diskussion der Winkelverteilung der Neutron-Proton-final-state-interaction

Abb. IV.1.F zeigt die in der Reaktion $d+d \rightarrow d+p+n$ gemessene Winkelverteilung der n-p-FSI. Aufgetragen ist der differentielle Wirkungsquerschnitt der Reaktion für eine Relativenergie $T_{np} = 0$ MeV des Neutron-Proton-Paares über dem Schwerpunktswinkel θ_{np} des n-p-Subsystems der in Abb. IV.1.D gezeigten Meßreihe.

Die hier gezeigte Winkelverteilung ist die erste gemessene Verteilung der n-p-FSI in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$. Die obere durchgezogene Kurve in der Abb. IV.3.A zeigt den Verlauf des Wirkungsquerschnitts der gemessenen elastischen dd-Streuung für 52 MeV Deuteronen |25|.

Als erstes Ergebnis fällt auf, daß der Verlauf der Winkelverteilungen der beiden Reaktionen einander gleichen. Faßt man die Dreiteilchenreaktion ${}^2\text{H}(d,dp)$ als inelastische Streuung der Form



auf, wobei d_t^* ein n-p-Paar mit $T_{np} = 0$ im Spintriplettzustand bedeuten soll, so erscheint es anschaulich verständlich, einen Zusammenhang mit der elastischen Streuung $dd \rightarrow dd$ zu vermuten. In beiden Fällen wird das n-p-System in einem Spintriplettzustand gebildet, sofern man für die Dreiteilchenreaktion eine Isospinerhaltung annimmt. Der Q-Wert der Reaktion ($Q = -2,224$ MeV) ist dabei klein gegenüber der Energie des

Schwerpunktsystems von 26 MeV.

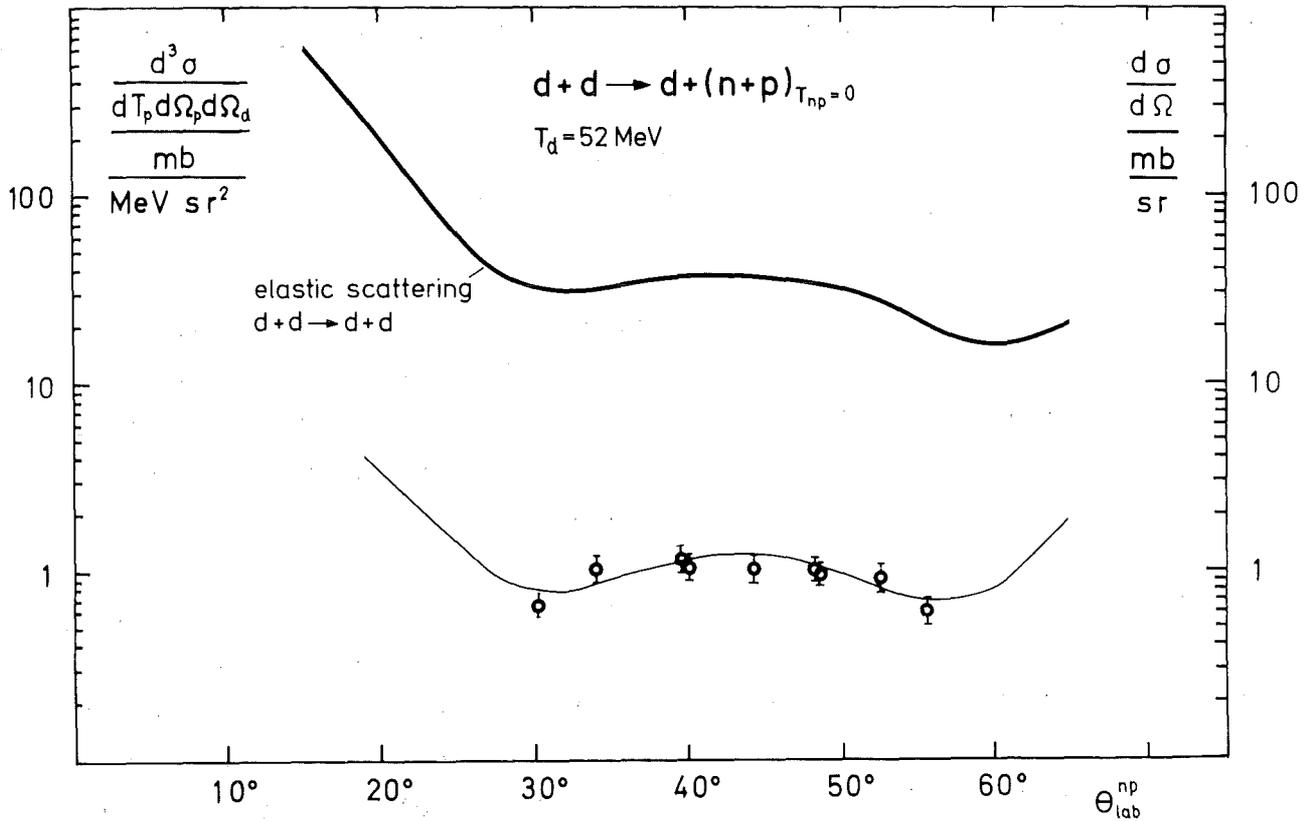


Abb. IV.1.F Winkelverteilung der n-p-Triplett-final-state interaction (FSI) bei der Energie $T_d = 52 \text{ MeV}$. Die Laborwirkungsquerschnitte für die Relativenergie $T_{np} = 0$ sind aufgetragen als Funktion des Produktionswinkels θ_d des n-p-Subsystems im Schwerpunktsystem. Die durchgezogene obere Kurve ist die gemessene Verteilung der elastischen dd-Streuung [25]. Die durchgezogene untere Kurve gibt den berechneten Wirkungsquerschnitt der n-p-Triplett-FSI wieder, der quantitativ aus dem Vergleich mit der elastischen dd-Streuung gewonnen wurde.

Für den Deuteronenaufbruch am Proton ${}^1\text{H}(d,pp)$ wurde gezeigt [16], daß sich zwischen der Dreiteilchenreaktion $dp \rightarrow pd_t^* \rightarrow ppn$ und der elastischen dp -Streuung eine quantitative Beziehung herleiten läßt, die es erlaubt, den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $dp \rightarrow p d_t^*$ zu berechnen. In Analogie zu den in [16] durchgeführten Berechnungen wurde für die Reaktion $dd \rightarrow dd_t^* \rightarrow dpn$ die folgende Beziehung aufgestellt:

$$\frac{d^3\sigma}{dT_p d\Omega_p d\Omega_d} = \frac{\rho_3}{\rho_2} \left| \frac{\psi_K(r=R)}{\varphi_d(r=R)} \right|^2 \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_d \quad \text{IV.3.1}$$

ρ_3 , ρ_2 sind hierbei die Phasenraumfaktoren der Dreiteilchen-aufbruchsreaktion und der elastischen Streuung. $\varphi_d(r)$, $\psi_K(r)$ entsprechen den Wellenfunktionen des gebundenen und ungebundenen Neutron-Proton-Paars. $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_d$ ist der gemessene Wirkungsquerschnitt der elastischen dd -Streuung.

Mit der Beziehung IV.3.1, die keinen freien Parameter enthält, ist die untere durchgezogene Kurve in Abb. IV.1.F berechnet worden. Es besteht eine gute Übereinstimmung zwischen den Meßdaten und der berechneten Kurve. Sowohl die absolute Höhe des Wirkungsquerschnittes als auch die Winkelabhängigkeit der Aufbruchsreaktion kann mit der Beziehung IV.3.1 angegeben werden.

Die Berechnung des Quotienten $\left| \frac{\psi_K(r)}{\varphi_d(r)} \right|^2$ wurde mit Hilfe der Hulthen Deuteronenwellenfunktion φ_d [29] und der in Anhang A gegebenen Wellenfunktion des freien np -Paars durchgeführt. Für die Relativenergie $T_{np} = 0$ und einem Radius $R = 2,12$ fm ergab sich ein Wert $\left| \frac{\psi_K(R)}{\varphi_d(R)} \right|^2 = 3,85 \cdot 10^{-37} \text{ cm}^3$.

Die Beziehung IV.3.1 kann als eine Erweiterung des Watson-Migdal-Modells der Neutron-Proton-Endzustandswechselwirkung angesehen werden. Da der Faktor $\left| \psi_K(r) \right|^2$ dem Enhancementfaktor F_{np}^t für die np -Tripletts FSI proportional ist [16], erhält man bei diesem Ansatz die gleiche Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von der Relativenergie T_{np} des Neutron-Proton-Paars wie beim Watson Modell (vergl. Kapitel I.1.3). Zusätzlich kann aber die absolute Größe der Wirkungsquerschnitte für die np -Tripletts-FSI in Abhängigkeit von der Einschußenergie und dem Nachweiswinkel vorausgesagt werden. Das Matrixelement der elastischen dd -Streuung entspricht dabei der als konstant angesehenen Aufbruchsamplitude des Watson Modells.

IV.2 Phänomenologische Beschreibung der Meßdaten in Born'scher Näherung

IV.2.1 Qualitative Beschreibung

Die oben geführte Diskussion verdeutlicht, daß mit den Modellen der FSI und der QFS allenfalls Teilbereiche, jedoch nie der gesamte gemessene kinematische Bereich der Reaktion zu beschreiben ist. Daher wird im folgenden ein Modell skizziert, das es zum ersten Mal gestattet, phänomenologisch die vorhandenen Meßdaten der Reaktion ${}^2\text{H}(d,dp)n$ geschlossen zu analysieren. Eine ausführliche Beschreibung des Modells wird im Anhang A gegeben.

Ist im Eingangskanal die Wellenfunktion gegeben durch

$$\psi_i(12,34) = \psi_d(12) \psi_d(34) \psi_i(12,34) M_{\chi_I}(12,34)$$

wobei ψ_d die Deuteronenwellenfunktion und $\psi_i(12,34)$ die raumabhängige Wellenfunktion der Relativbewegung der beiden Deuteronen und $M_{\chi_I}(12,34)$ die Viernukleonenspin-eigenfunktion mit der totalen Spinquantenzahl I und der magnetischen Quantenzahl M darstellen, so ergibt sich für das Übergangsmatrixelement M der folgende Ausdruck

$$M = \langle \phi_{f,\text{total}}^* | T | \psi_i(12,34) \rangle$$

$$\phi_{f,\text{total}} = \frac{1}{2} (1-P_{13})(1-P_{24}) \psi_f(12,34)$$

mit $T = t_{12} + t_{14} + t_{23} + t_{24}$,

wobei t_{ij} die Nukleon-Nukleon-t-Matrix und p_{ij} ein Austauschoperator für die Teilchen i und j ist.

Den Indizes 1,3 entsprechen Protonen, denen von 2,4 Neutronen. Das Matrixelement muß aufgrund identischer Teilchen antisymmetrisiert werden, um alle direkten Reaktionsmechanismen zu erfassen. Für die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung wurde eine zero-

range Näherung gewählt. Damit ergibt sich das Übergangsmatrixelement als Summe von sieben Matrixelementen, deren zugrunde liegende Reaktionsmechanismen in Abb. IV.2.A dargestellt sind.

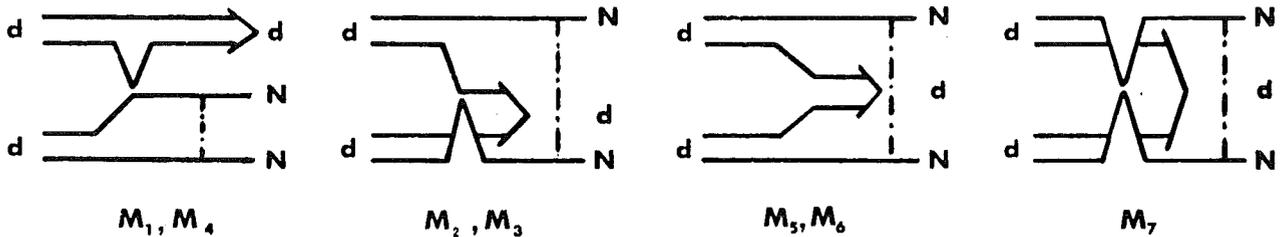


Abb. IV.2.A Schematische Darstellung aller möglichen direkten Reaktionsmechanismen. Die gestrichelte Linie deutet die mögliche n-p-FSI an.

Den einzelnen Matrixelementen entsprechen Reaktionsabläufe, die sich in einer Näherung mit ebenen Wellen zum Teil als die bekannten Graphen der quasifreien Streuung deuten lassen (Abb. IV.2.B). So entspricht das Matrixelement M_4 einer quasifreien dp-Streuung mit Targetspectator und das Matrixelement M_1 dem einer quasifreien dp-Streuung mit Geschoßspectator. Die Matrixelemente M_2 und M_3 entsprechen einer quasifreien dn-Streuung mit Geschoßspectator bzw. mit Targetspectator. Die Streuung erfolgt dabei unter Nukleonenaustausch. Die Matrixelemente M_5 und M_6 sind eine Folge der Antisymmetrisierung. Als Graphen lassen sie sich als eine Art Doppelspectator deuten. Das Matrixelement M_7 beschreibt die Bildung eines Deuterons aus den nicht miteinander wechselwirkenden Nukleonen. Ihm entspricht in dieser Näherung keiner der bekannten Graphen.

Die gestrichelten Kurven in Abb. IV.1.D in Kapitel IV.1 sind das Ergebnis von Rechnungen mit dem hier diskutierten Modell. Das Modell beschreibt in dieser Form die Gestalt der Spektren im Bereich der quasifreien Streuung, jedoch nicht den Bereich der np-FSI. Auch der Abfall des Wirkungsquerschnitts zu kleinen Bogenlängen S kann durch das Modell nicht beschrieben werden.

Modifiziert man die zugrunde gelegte ebene Welle zu

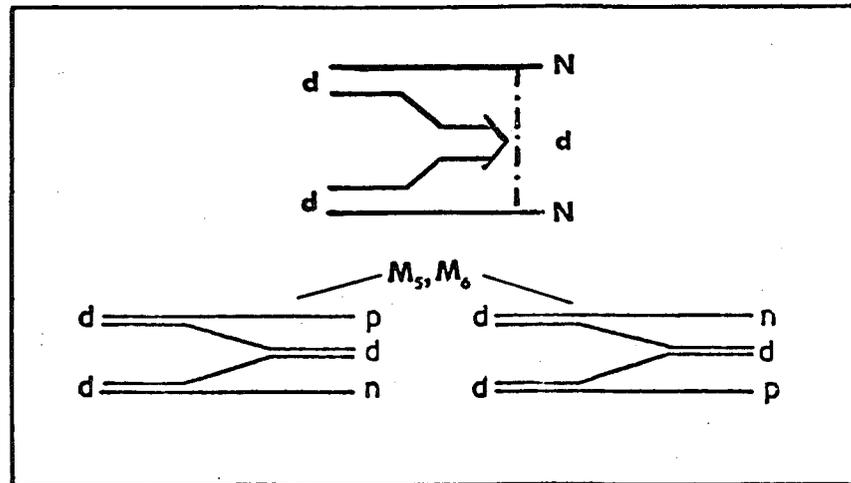
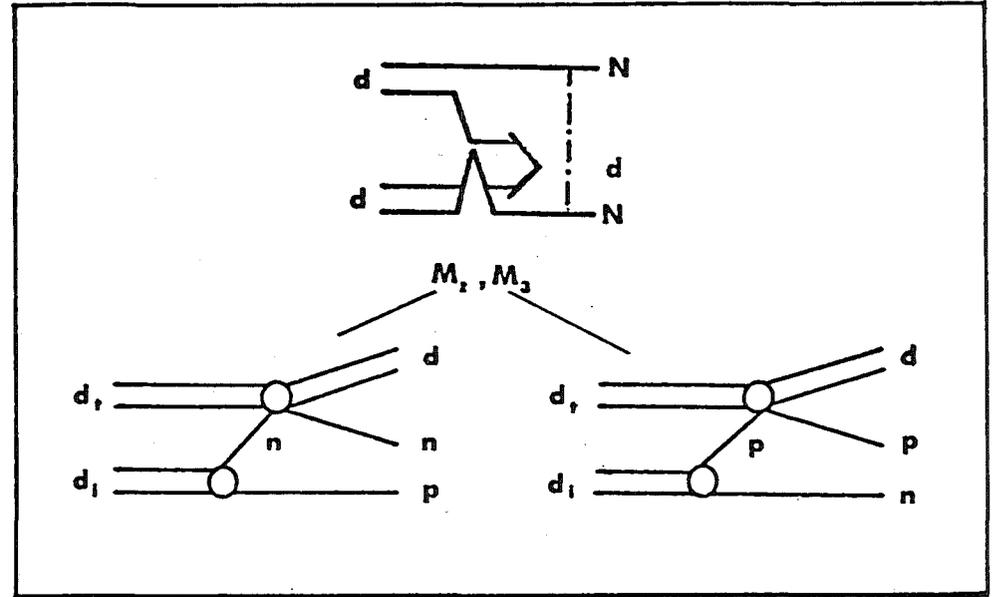
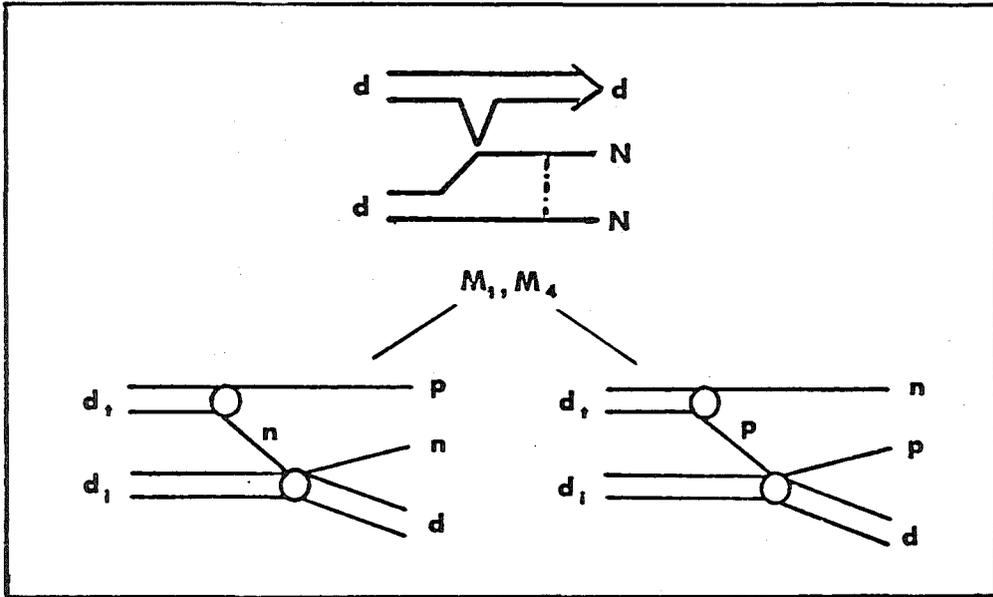


Abb. IV.2.B Graphische Darstellung des im Text diskutierten Vergleichs der Reaktionsmodelle

$$e^{ikr} - |j_0(kr) - \psi_{\kappa, l=0}(r)|$$

mit

$$\psi_{\kappa, l=0} = e^{i\delta_0} \{ j_0(kr) \cos \epsilon_0 - n_0(kr) \sin \delta_0 (1 - e^{-\gamma r}) \} \quad *)$$

so gelingt es, den Verlauf des Wirkungsquerschnitts entlang der gesamten gemessenen kinematischen Kurve qualitativ gut wiederzugeben (durchgezogene Kurven in Abb. IV.1.D). Die Anpassung an die absolute Höhe ist die einzige freie Größe dieser Rechnung.

IV.2.2 Quantitative Beschreibung

Über die in dieser Arbeit dargelegten Messungen hinaus wurde das Modell auf eine Meßreihe, die die Untersuchung der QFS in derselben Reaktion zum Gegenstand hatte, angewandt.

Abb. IV.2.C zeigt die gemessene Winkelverteilung der quasifreien dp-Streuung [26]. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist dargestellt über dem Schwerpunktswinkel der quasifreien Streuung. Die durchgezogene Kurve zeigt den Verlauf des Wirkungsquerschnitts nach dem hier geschilderten Modell (ohne Endzustandswechselwirkung) unter alleiniger Berücksichtigung des in diesem Fall dominanten Matrixelements M_4 in Stoßnäherung. Die Rechnung enthält keinen freien Parameter.

Die Beschreibung der Winkelverteilung gelingt im Bereich großer Wirkungsquerschnitte absolut. Im Bereich kleiner Schwerpunktswinkel weicht der berechnete Wirkungsquerschnitt jedoch stark vom experimentellen Wert ab.

*) Die cut-off-Funktion $(1 - e^{-\gamma r})$ wird eingeführt, um für $r=0$ eine Singularität von $n_0(kr)$ zu vermeiden. In dem hier vorliegenden Fall von Relativitätsenergien $T_{np} < 10$ MeV genügt die Annahme einer reinen S-Streuung ($l=0$). Die Phasenverschiebung δ_0 kann über die Triplett-Streulänge a_{np} ausgedrückt werden [27].

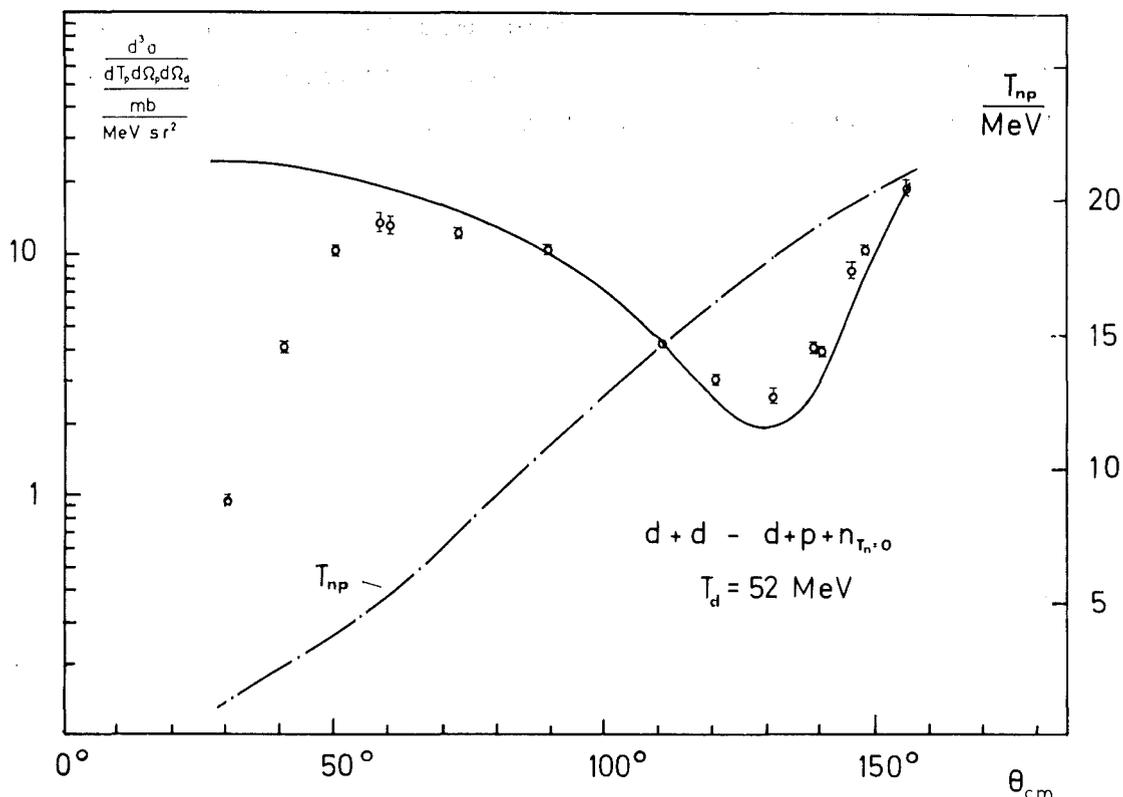


Abb. IV.2.C Quasifreie Deuteron-Proton-Streuung in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$. Aufgetragen ist der differentielle Wirkungsquerschnitt als Funktion des Schwerpunktswinkels der quasifreien dp -Streuung. Die durchgezogene Kurve entspricht einer Rechnung des im Text diskutierten Modells. Entsprechend dem Ordinatenmaßstab an der rechten Bildseite zeigt die gestrichelte Linie den Verlauf der Relativenergie des Neutron-Proton-Paars an der Stelle $T_n = 0 MeV$.

Wird bei der Modellrechnung die np -FSI berücksichtigt, so zeigt es sich, daß den Matrixelementen M_1 bis M_4 Terme abgezogen werden müssen, deren Größe von der Relativenergie des Neutron-Proton-Paars abhängt (vergl. Anhang S, Gleichung A8). Mit kleiner werdender Relativenergie T_{np} muß der Wirkungsquerschnitt nach dieser Rechnung abnehmen. Genau dieses Verhalten zeigt der gemessene Wirkungsquerschnitt. Der Wirkungsquerschnitt geht ein gegen ein Minimum für kleine Relativenergien des np -Paars (gestrichelte Kurve in Abb. IV.2.C). Es ist damit zu erwarten, daß eine

Erweiterung des modifizierten Modells zu einer Stoß-
näherung in erster Näherung den gesamten Verlauf der
Winkelverteilung absolut beschreibt.

Anhang ABehandlung der Reaktion $dd \rightarrow dpn$ in Born'scher Näherung

Vom Standpunkt der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung stellt die Reaktion $dd \rightarrow dpn$ eine Viernukleonenreaktion dar. Bezeichnet man die Protonen als Nukleon 1 und 3, die Neutronen als Nukleon 2 und 4, so kann die Ortswellenfunktion des Anfangszustandes beschrieben werden durch

$$\psi_i(12,34) = \psi_d(12) \psi_d(34) \psi_i(12,34)^M \chi_I(12,34) \quad \text{A 1}$$

mit der Deuteronenwellenfunktion ψ_d ; der Wellenfunktion $\psi_i(12,34)$, der Relativbewegung der beiden Deuteronen und der Spineigenfunktion $\chi_I^M(12,34)$ der vier Nukleonen mit der Gesamtspinquantenzahl I und der magnetischen Quantenzahl M .

Unter Berücksichtigung der Antisymmetrisierung ergibt sich das Übergangsmatrixelement zu

$$M = \langle \phi_{f,\text{total}} | T | \psi_i(12,34) \rangle \quad \text{A 2}$$

$$\phi_{f,\text{total}} = \frac{1}{2}(1 - P_{13})(1 - P_{24}) \psi_f$$

$$\text{mit } T = t_{13} + t_{14} + t_{23} + t_{34}$$

t_{ij} = entspricht der Nukleon-Nukleon t -Matrix und

P_{ij} = einem Austauschoperator für die Teilchen i und j

ψ_f = ist die Wellenfunktion des Endzustandes

In einer Nullreichweitennäherung ergibt sich das Übergangsmatrixelement als Summe von acht Teilmatrixelementen der Form

$$M_1 = \int e^{\frac{1}{2} K r_2} \varphi_d^2(r_2) dr_2 \int e^{-\frac{1}{2} K r_1} \psi_k^*(r_1) \varphi_d(r_1) dr_1$$

$$M_2 = \int e^{-\frac{1}{2} K r_2} \varphi_d^2(r_2) dr_2 \int e^{\frac{1}{2} K r_1} \psi_k^*(r_1) \varphi_d(r_1) dr_1$$

$$M_3 = \int e^{\frac{1}{2}(K_0 - K)r_2} \varphi_d^2(r_2) dr_2 \int e^{-\frac{1}{2}(K_0 - K)r_1} \psi_k^*(r_1) \varphi_d(r_1) dr_1$$

$$M_4 = \int e^{-\frac{1}{2}(K_0 - K)r_2} \varphi_d^2(r_2) dr_2 \int e^{\frac{1}{2}(K_0 - K)r_1} \psi_k^*(r_1) \varphi_d(r_1) dr_1$$

A3

$$M_5 = \varphi_d(0) \int e^{-\frac{1}{2} K r_1 - \frac{1}{2}(K_0 - K)r_2} \psi_k^*(r_1 + r_2) \varphi_d(r_1) \varphi_d(r_2) dr_1 dr_2$$

$$M_6 = \varphi_d(0) \int e^{\frac{1}{2} K r_1 + \frac{1}{2}(K_0 - K)r_2} \psi_k^*(r_1 + r_2) \varphi_d(r_1) \varphi_d(r_2) dr_1 dr_2$$

$$M_7 = \psi_k^*(0) \int e^{\frac{1}{2}(K_0 - K)r_1 + \frac{1}{2} K r_2} \varphi_d(r_1 + r_2) \varphi_d(r_1) \varphi_d(r_2) dr_1 dr_2$$

$$M_8 = \psi_k^*(0) \int e^{-\frac{1}{2}(K_0 - K)r_1 - \frac{1}{2} K r_2} \varphi_d(r_1 + r_2) \varphi_d(r_1) \varphi_d(r_2) dr_1 dr_2$$

Diesen Matrixelementen entsprechen die in Fig. A 1 grafisch dargestellten Reaktionsmechanismen erster Ordnung

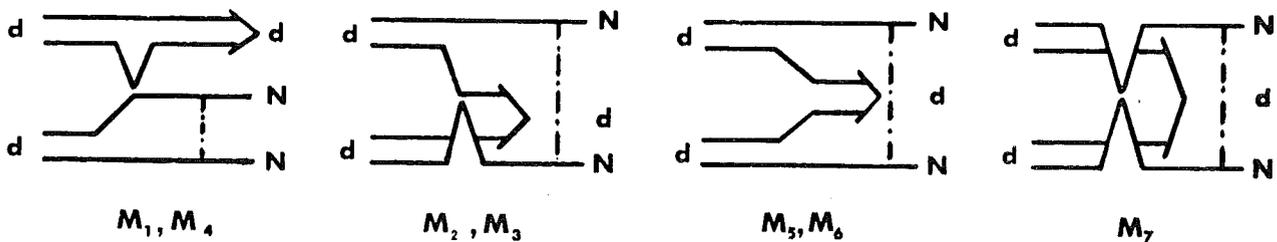


Fig. A 1 Grafische Darstellung der Reaktionsmechanismen erster Ordnung in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$

Ohne Berücksichtigung der Neutron-Proton-Endzustandswechselwirkung lassen sich mit

$$\psi_{\kappa}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = e^{i\frac{1}{2}(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)} \quad \text{A 4}$$

\vec{k}_1, \vec{k}_2 Wellenzahlvektoren des auslaufenden
Protons bzw. Neutrons

in einer Näherung mit ebenen Wellen einige der Matrixelemente
als Produkt des Deuteronenformfaktors [28] und der Deuteronen-
wellenfunktion im Impulsraum angeben zu

$$M_1 = F_2\left(\frac{1}{2}K\right) \cdot F_1\left(\frac{1}{2}K_0 - k_2\right)$$

$$M_2 = F_2\left(\frac{1}{2}K\right) \cdot F_1\left(\frac{1}{2}K_0 - k_1\right)$$

$$M_3 = F_2\left(\frac{1}{2}K_0 - K\right) F_1(k_1)$$

$$M_4 = F_2\left(\frac{1}{2}K_0 - K\right) F_1(k_2)$$

$$M_5 = \psi_d(0) F_1(k_1) F_1\left(\frac{1}{2}K_0 - k_2\right)$$

$$M_6 = \psi_d(0) F_1(k_2) F_1\left(\frac{1}{2}K_0 - k_1\right)$$

A 5

mit

$$F_1(\vec{k}) = \int \psi_d(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} = N \frac{\beta^2 - \alpha^2}{(\alpha^2 + k^2)(\beta^2 + k^2)}$$

$$F_2(\vec{k}) = \int \psi_d(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} dr = \frac{N^2}{K} \left| \arctg \frac{k}{2\alpha} - 2 \arctg \frac{k}{\alpha + \beta} + \arctg \frac{k}{2\beta} \right|$$

wobei für ψ_d die Hulthén-Wellenfunktion des Deuterons [29]
gewählt wurde.

Den Matrixelementen $M_1 - M_4$ entsprechen im Fall einer Stoß-
näherung die bekannten Graphen der quasifreien Streuung [17]
(vergl. Kapitel I.3.2). Die Matrixelemente lassen sich als
eine Art Doppelspectator deuten (vergl. Kapitel IV.2). Sie
sind eine Folge der Antisymmetrisierung.

Um das Matrixelement M_7 analytisch lösen zu können, muß die
Deuteronenwellenfunktion als Summe von Gaußfunktionen der
Form

$$\psi_d = \sum_{j=1}^n c_j \cdot e^{-d_j r^2} y_{00}$$

gegeben werden. Sie ist mit Hilfe der Methode der kleinsten
Quadrate an die Hulthén-Wellenfunktion angepaßt worden.

Es wurden sieben Gaußfunktionen verwendet. Die Parameter c_j , d_j sind in Tabelle I angegeben.

Tabelle I:

| j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-------|------|-------|------|-------|-------|--------|--------|
| c_j | 2.21 | -3.52 | 1.77 | 0.094 | 0.228 | 0.0854 | 0.0178 |
| d_j | 3.36 | 2.5 | 1.73 | 0.391 | 0.137 | 0.0356 | 0.01 |

M_7 ergibt sich damit zu

A 6

$$M_7 = \sum_{i,j,k=1}^7 \left[\frac{\pi}{4(d_1 d_j + d_k(d_1 + d_j))} \right]^{\frac{3}{2}} \exp \left[-\frac{1}{16(d_1 d_j + d_k(d_1 + d_j))} \{ (d_j + d_k) \vec{k}_0^2 + (d_1 + d_j + 4d_k) \vec{k}^2 - 2(d_j + 2d_k) \vec{k}_0 \vec{k} \} \right]$$

Bei dieser Rechnung liefert dieses Matrixelement keinen signifikanten Beitrag zum Gesamtmatrixelement.

Unter der Voraussetzung konstanter t-Matrizen

$$t_{ij}^0 = t^0(\text{const})$$

ergibt sich das Übergangsmatrixelement, summiert über alle Spinzustände im Endzustand und gemittelt über den Anfangszustand, zu

$$\sum_{\text{if}} |M|^2 = \frac{1}{9} \cdot |t_0|^2 \left(|M_0^T|^2 + 3|M_1^T|^2 + 3|M_1^S|^2 + 5|M_2^T|^2 \right)$$

mit

$$M_0^T = \frac{1}{4} \left(5(M_1^{\text{FSI}} + M_2^{\text{FSI}} + M_3^{\text{FSI}} + M_4^{\text{FSI}} + M_5^{\text{FSI}} + M_6^{\text{FSI}} + M_7^{\text{FSI}} + M_8^{\text{FSI}}) \right)$$

$$M_1^T = (M_1^{\text{FSI}} + M_2^{\text{FSI}}) - (M_3^{\text{FSI}} + M_4^{\text{FSI}})$$

$$M_1^S = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left((M_2 + M_4 + M_6) - (M_1 + M_3 + M_5) \right)$$

$$M_2^T = \frac{1}{2} \left| \begin{array}{l} (M_1^{\text{FSI}} + M_2^{\text{FSI}} + M_3^{\text{FSI}} + M_4^{\text{FSI}}) \\ -(M_5^{\text{FSI}} + M_6^{\text{FSI}} + M_7^{\text{FSI}} + M_8^{\text{FSI}}) \end{array} \right|$$

M_1^T entspricht einem Matrixelement mit dem Gesamtspin 1 und Spintriplettzustand des np-Paars; M_1^S dem mit einem Spinsingulettzustand usw.

Aufgrund der Isospinerhaltung der Reaktion ${}^2\text{H}(d,dp)n$ wurde nur die np-Endzustandswechselwirkung im Spintriplettzustand berücksichtigt. Daher wurde in M_1^S , bei dem das np-Paar im Spinsingulettzustand vorliegt, eine Endzustandswechselwirkung nicht berücksichtigt. Die Endzustandswechselwirkung des freien Neutron-Proton-Paars läßt sich durch die aus der freien Neutron-Proton-Streuung in Kapitel IV.2 gegebene Wellenfunktion berücksichtigen. Die Streuphase ist durch die Triplet-Streulänge a_t und die effektive Reichweite $r_{o,t}$ gegeben zu

$$\kappa \text{ctg} \delta_o = -\frac{1}{a_t} + \frac{1}{2} r_{o,t} \kappa^2 \quad \text{A 7}$$

Die durch die Beziehung A 4 gegebene ebene Welle wird dahin geändert, daß gilt

$$\psi_{\kappa}(r_1-r_2) = e^{i\kappa r} - |j_o(\kappa r) - \psi_{\kappa,l=0}(r)|$$

Die Matrixelemente erhalten damit folgende Form:

$$\begin{aligned} M_1^{\text{FSI}} &= M_1 - M_1' \\ M_2^{\text{FSI}} &= M_2 - M_2' \\ M_3^{\text{FSI}} &= M_3 - M_3' \\ M_4^{\text{FSI}} &= M_4 - M_4' \\ M_5^{\text{FSI}} &= M_5 - M_5' \\ M_6^{\text{FSI}} &= M_6 - M_6' \end{aligned}$$

A 8

wobei die Terme M_i^{FSI} ($i = 1,6$) durch die Beziehung A 5 und

$$M_1^i = \int e^{i\frac{1}{2} K r_2} \int \frac{1}{d} \psi_d^2(r_2) dr_2 \int J_0(\frac{1}{2} K r_1) (J_0(K r_1) - \psi_{\kappa, l=0}^*(r_1)) \psi_d(r_1) dr_1$$

$$M_3^i = \int e^{i\frac{1}{2} |K_0 - K| r_1} \int \frac{1}{d} \psi_d^2(r_1) dr_1 \int J_0(\frac{1}{2} |K_0 - K|) (J_0(K r_2) - \psi_{\kappa, l=0}^*(r_2)) \psi_d(r_2) dr_2$$

$$M_5^i = \psi_d(0) \prod_{i,j=1}^7 c_i c_j 4\pi \sqrt{\frac{\pi}{4d_1}} \sum_l \frac{(2l+1)(-1)^l}{l} P_l(\cos(\theta)) \\ \times \int J_l(\frac{1}{2} |K_0 - 2K| r_2) e^{-(d_1 + d_j) r_2^2} r_2^2 \\ \times \int J_l(\frac{1}{2} Kx) \frac{1}{\sqrt{r_2 x}} I_{l+\frac{1}{2}}(2d_1 + 2x) e^{-d_1 x^2} \psi_{\kappa}^*(x) x^2 dx dr_2$$

$$M_2^i = M_1^i$$

$$M_4^i = M_3^i$$

$$M_6^i = M_5^i$$

gegeben sind. Das Matrixelement M_7^{FSI} ergibt sich bei dieser Rechnung zu

$$M_7^{\text{FSI}} = \psi_{\kappa, l=0}(r) \Big|_{r=0} \cdot M_7$$

wobei M_7 durch die Beziehung A 6 gegeben ist. M_7^{FSI} ist in dieser Form dem Enhancementfaktor F_{np} des Watson-Modells der final-state interaction proportional.

Der Wirkungsquerschnitt der Aufbruchsreaktion ist damit gegeben zu

$$\frac{d^3 \sigma}{d\Omega_d d\Omega_p dT_p} = \frac{2\pi}{h} \frac{m_d}{E_0} \frac{1}{\text{if}} \sum |M|^2 \rho_f$$

ρ_f entspricht dem in Beziehung (3) gegebenen Phasenraumfaktor.

Anhang B

B.1 Teilchendiskriminierung

Ein wesentlicher Vorteil der in Abb. II.2.A wiedergegebenen elektronischen Anordnung zur Registrierung der Energien und Flugzeiten koinzident nachgewiesener Teilchen besteht in der Möglichkeit, nachträglich alle Reaktionskanäle, soweit sie vom System erfaßt wurden, auszuwerten. So ist es z.B. in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$ möglich, sowohl pd- als auch dp-Koinzidenzen auszuwerten. Die so ausgewählten Koinzidenzen verteilen sich bei unsymmetrischen Detektorwinkeln entlang unterschiedlicher kinematischer Kurven. Das Prinzip der Teilchenidentifizierung ist schon an anderer Stelle beschrieben worden [19]. Ein Beispiel aus den vorliegenden Messungen zeigt Abbildung B.1.A.

In diesem Fall wurden Deuteron-Proton- sowie auch Proton-Proton-Koinzidenzen unter Winkeln $\theta_3 = 56^\circ$ und $\theta_4 = 30,7^\circ$ beobachtet. In der ersten Reihe der Abb. B.1.A wird im mittleren Bild die zweidimensionale Darstellung der sogenannten Rohdaten in der E_3 - E_4 -Ebene als map-display gezeigt. Deutlich sind zwei kinematische Kurven zu erkennen, längs der sich die gesuchten dp- bzw. pd-Koinzidenzen der Reaktion dd - dpn verteilen. Die zu den Achsen parallelen Bänder sind zufällige Koinzidenzen von Protonen mit Deuteronen fester Energie. Die Deuteronen fester Energie stammen jeweils aus der elastischen Deuteron-Deuteron-Streuung. Das linke und rechte Bild der ersten Reihe zeigt das Energie-Flugzeit-Spektrum der in den Detektoren I bzw. II koinzident nachgewiesenen Teilchen. Ereignisse, die von geladenen Teilchen der Masse m stammen, liegen bei dieser Darstellung auf Hyperbeln der Form $E \sim m/\tau^2$ *) . Von unten aufsteigend sind deutlich die getrennten Hyperbeln für Protonen, Deuteronen und im rechten Bild von Tritonen zu erkennen, die in Reaktionen des Deuteronenstrahls mit den Kohlenstoffkernen und Deuteronen

*) Die gemessene Flugzeit τ entspricht bis auf eine additive Konstante der Flugzeit zwischen Target und Detektor.

des verwendeten CD_2 -Targets erzeugt wurden. In der darauffolgenden zweiten Reihe ist die Auswahl der dp-Koinzidenzen dargestellt. Mit Hilfe eines Rechenprogramms [30] werden aus der Gesamtheit aller Koinzidenzen Ereignisse ausgewählt, die in einem durch die Auflösung der Apparatur um die Protonen (linkes Bild) bzw. Deuteronenhyperbel (rechtes Bild) liegen. Das mittlere Bild zeigt das E_3 - E_4 -Spektrum nach dieser Teilchendifkriminierung. Beobachtet wird nur noch eine der beiden kinematischen Kurven und ein erheblich reduzierter Untergrund an zufälligen Koinzidenzen. Für den nächsten Schritt, den Abzug der zufälligen Koinzidenzen, wurde ein speziell entwickeltes Rechenprogramm benutzt (Anhang B.2), das aus dem E_3 - E_4 -Spektrum ein Spektrum der zufälligen Koinzidenzen generiert. Subtrahiert man beide Spektren voneinander, so erhält man das endgültige Spektrum der echten dp-Koinzidenzen der Reaktion dd-dpn. In der dritten Reihe der Abb. B.1.A sind links das generierte Zufälligkeitsspektrum und rechts das echte dp-Spektrum zu sehen.

In Reihe vier und fünf folgt die Darstellung der Auswertung der zweiten kinematischen Kurve, die völlig analog zu dem eben geschilderten Verfahren verläuft.

Wählt man in entsprechender Weise Proton-Proton-Koinzidenzen der beiden Detektoren aus, so ergibt sich die Möglichkeit, die Vierteilchenreaktion der Form $dd \rightarrow ppnn$ kinematisch unvollständig zu untersuchen.

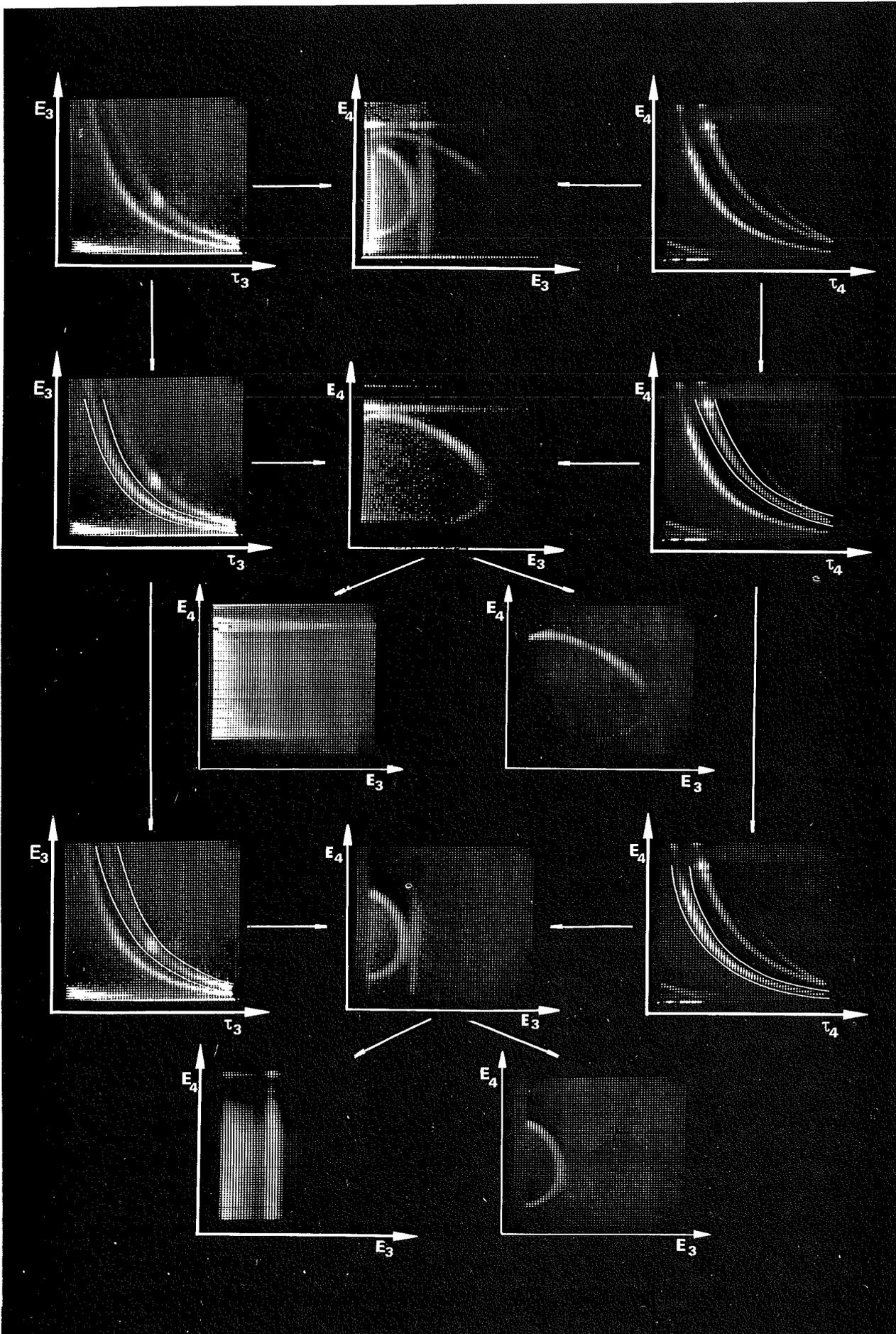


Abb. B.1.A Darstellung der Rohdatenreduktion in der Reaktion $dd \rightarrow dpn$

B.2 Abzug der zufälligen Koinzidenzen

Auch nach der Teilchendiskriminierung enthält das Spektrum der dp-Koinzidenzen neben den entlang der kinematischen Kurve verteilten echten dp-Koinzidenzen noch solche Koinzidenzen, die zufälliger Natur sind. Die zweidimensionale Verteilung dieser Koinzidenzen ergeben sich dabei aus den Einzelspektren der beiden Zähler. So können z.B. elastisch gestreute Deuteronen, die in einem der beiden Zähler nachgewiesen werden, in zufälliger Koinzidenz mit im anderen Zähler nachgewiesenen Protonen des Kontinuums registriert werden. In zweidimensionaler Darstellung führt dies zu einem Band, deren Breite durch die Energieauflösung des elastischen Deuteronenpeaks gegeben ist, parallel zur Energieachse des Protonenzählers (Abb. B.2.A). Die Zahl der zufälligen Koinzidenzen $N_z(x,y)$ in einem zweidimensionalen Energiekanal mit den Koordinaten x, y - x bezeichnet die Reihenzahl, y die Zeilenzahl - kann aus dem Inhalt der Zeilensumme $N_y = \sum_1^n N(y, x_i)$ und dem Inhalt der Reihensumme $N_x = \sum_1^n N(y_i, x)$ durch folgenden Ausdruck bestimmt werden:

$$N_z = N_x \cdot N_y \cdot C_{\text{norm}}$$

B 1

sofern die Koinzidenzauflösung unabhängig von den Energien E_3, E_4 der nachgewiesenen Teilchen ist.

Der Normierungsfaktor C_{norm} ergibt sich als Quotient der Summe aller gemessenen zufälligen Koinzidenzen eines Testfeldes und der Summe der mit Beziehung berechneten zufälligen Koinzidenzen ($C_{\text{norm}} = 1$) des Testfeldes.

Bei der Summation der Koinzidenzereignisse auf die Energieachsen wird angenommen, daß im Bereich der kinematischen Kurve keine zufälligen Koinzidenzen vorliegen. Das mit Hilfe der Beziehung B.1 generierte Zufälligenpektrum wird vom Ausgangspektrum der dp-Koinzidenzen abgezogen. Nach diesem Abzug ergibt sich ein Spektrum, das nahezu nur noch echte dp-Koinzidenzen enthält.

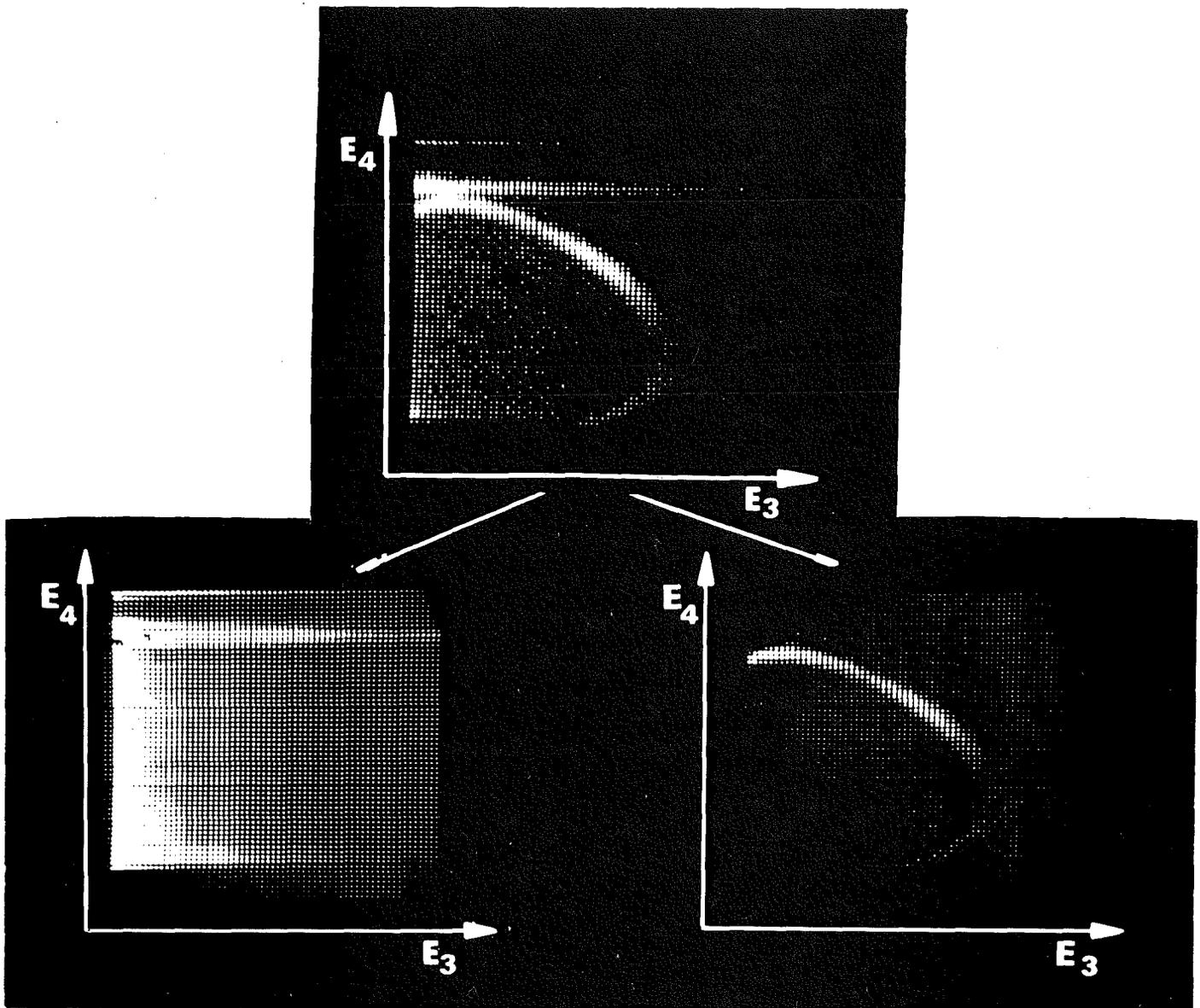


Abb. B.2.A Abzug der zufälligen Koinzidenzen (s. Text)

B.3 Simulation der gemessenen kinematischen Kurve

Bei der Generation des Spektrums der zufälligen Koinzidenzen wird als Ausgangsspektrum das teilchendiskriminierte zweidimensionale dp-Koinzidenzspektrum ohne den Bereich der echten Koinzidenzen verwendet. Der Bereich der echten Koinzidenzen ist dabei durch die Lage der kinematischen Kurve und der experimentellen Auflösung bestimmt. Sie ist durch den endlichen Raumwinkel der Detektoren, deren Energieauflösung in Abhängigkeit von der Teilchenart und Energie (s. Anhang B.4) eventuellen Totschichten und Mehrfachstreuung im Target bedingt. Obwohl sich jeder dieser Effekte genau bestimmen läßt, bereitet die genaue Begrenzung des Bereichs der echten dp-Koinzidenzen große Schwierigkeiten. Die durch die experimentelle Auflösung gegebene kinematische Kurve wurde daher mit Hilfe einer Monte-Carlo-Rechnung simuliert. Bei den Rechnungen wurde eine Mehrfachstreuung im Target vernachlässigt. Zur Veranschaulichung dient Abbildung B.3.A.

Zunächst werden der Targetort und die Eintrittskordinaten der Protonen bzw. Deuteronen im Zähler ausgewürfelt. Sie werden durch Polarkoordinaten r_p, α_p bzw. r_d, α_d definiert. Eine Gleichverteilung der Eintrittskordinaten auf der Stirnfläche der Detektoren wird durch die Beziehung

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{p,d} &= Z \cdot 2\pi \\ r_{p,d} &= Z^1 \cdot R_{p,d} \end{aligned} \right\} 0 \leq Z \leq 1$$

erreicht, wenn mit einem Zufallsgenerator die Zahl Z ausgewürfelt wird. Aus der Kenntnis der Koordinaten lassen sich die Polarwinkel θ_p, θ_d und die Azimutalwinkel ϕ_p, ϕ_d bestimmen.

Der kinematische Ort eines Koinzidenzereignisses wird dann Kanal für Kanal derart bestimmt, daß z.B. für die Achse T_3 innerhalb eines Kanalintervalls gleichverteilt eine Energie $T_3 \pm \Delta T_3/2$ ausgewürfelt wird und mit Hilfe der Kinematik die zugehörige Energie T_4 bestimmt wird. Sie wird entsprechend

der Energieauflösung des Zählers mit einer Gaußverteilung verschmiert. Abbildung 3.A in Kapitel I zeigt das Ergebnis einer derartigen Monte-Carlo-Rechnung.

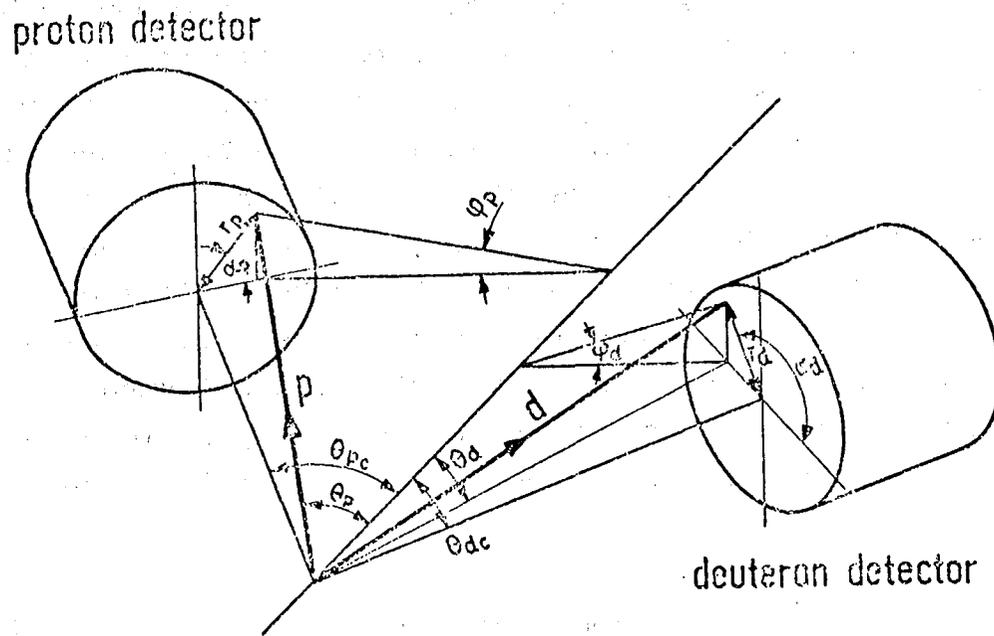


Abb. B.3.A Nomenklatur für das Monte-Carlo-Programm zur Simulation der gemessenen kinematischen Kurve

B.4 Zeitverhalten und Lichtausbeute von NaJ (Tl)

Bei den in dieser Arbeit diskutierten Messungen sollte ein möglichst großer Bereich der Kinematik der Reaktion $dd - dpn$ erfaßt werden. Dies erfordert Detektoren, die einen Nachweis von Deuteronen und Protonen über einen großen Energiebereich gestatten. Von besonderem Interesse ist dabei der Nachweis möglichst kleiner Energien (< 2 MeV). Da die Teilchendiskriminierung über die Flugzeit geschieht, muß der Detektor darüber hinaus eine gute Zeitauflösung haben. Im allgemeinen wurden daher bisher zu Flugzeitmessungen Plastiksintillatoren verwendet, die mit Abklingzeiten von 1 - 2 nsec gute Zeitauflösungseigenschaften besitzen. Die gute Zeitauflösung wird jedoch mit einer schlechten Energieauflösung sowie einer Nichtlinearität der Lichtausbeute von der Teilchenenergie erkauft.

Entgegen bisheriger Annahmen sind trotz der langen Abklingzeit von 250 nsec auch NaJ(Tl)-Kristalle zur Flugzeitmessung bei kleinen Energien (< 2 MeV) geeignet. Sie besitzen dabei eine wesentlich bessere Energieauflösung. Für die Messungen wurden NaJ(Tl)-Kristalle der Firma Harshaw vom Typ 4HA4 1" x 1" in Verbindung mit Photomultipliern vom Typ RCA 8850 verwendet.

Abbildung B.4.A zeigt die Energie-Flugzeitspektren einer Messung, bei denen die Detektoren unter Winkeln $\theta = 38^\circ$ (linkes Spektrum) und $\theta = 49^\circ$ (rechtes Spektrum) standen. In beiden Spektren werden Protonen und Deuteronen deutlich voneinander getrennt. Im rechten Spektrum werden daneben noch ^3He und Tritonen nachgewiesen. Für dieses Spektrum wurde die Energieverstärkung erst um den Faktor 3 (mittleres Bild) und dann um den Faktor 10 erhöht (unteres Bild). Dieses letzte Bild zeigt, daß selbst bei niedrigen Energien (die Schwelle lag bei 0,6 MeV Protonen bzw. Deuteronen) eine ausgezeichnete Trennung der Teilchen über die Flugzeit möglich ist. Der Flugweg betrug dabei nur 60 cm!

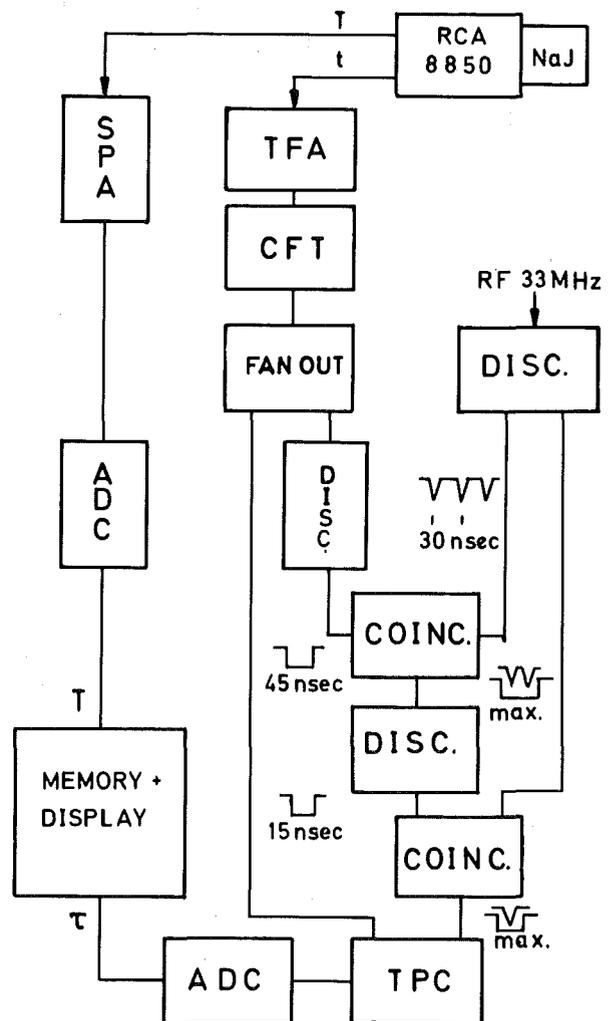
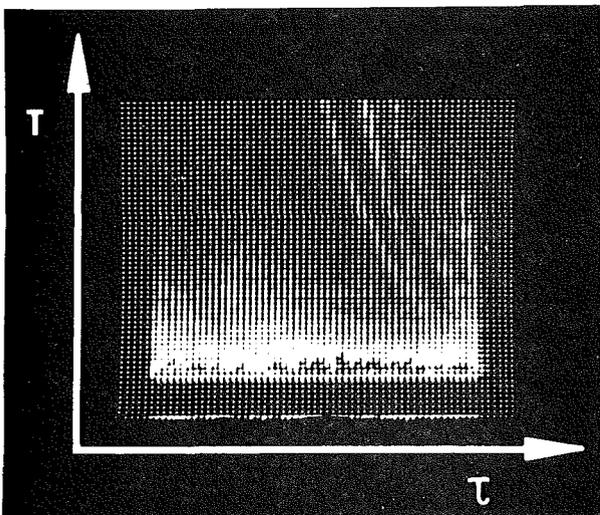
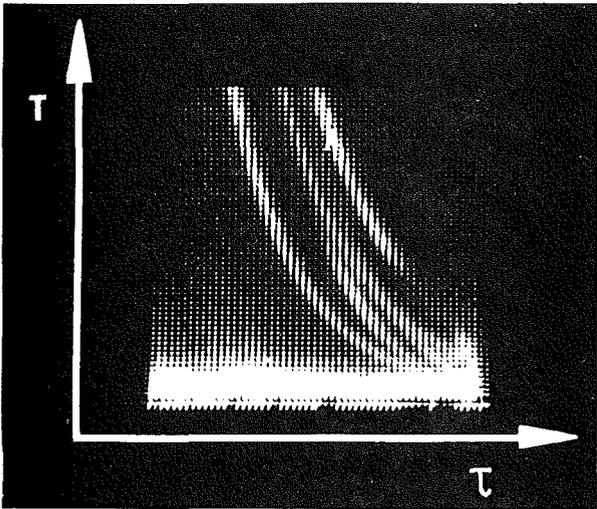
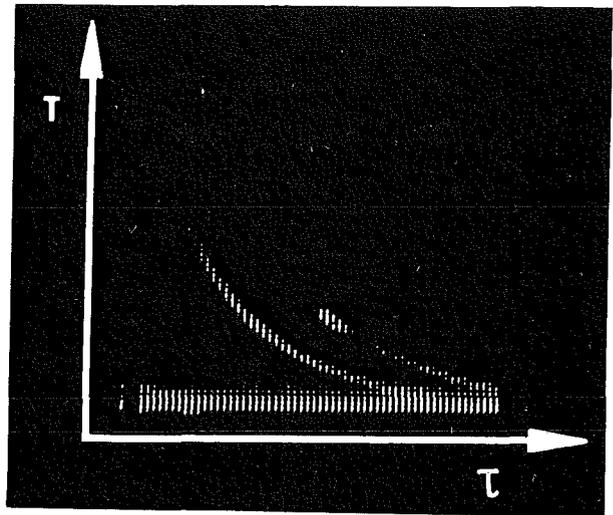
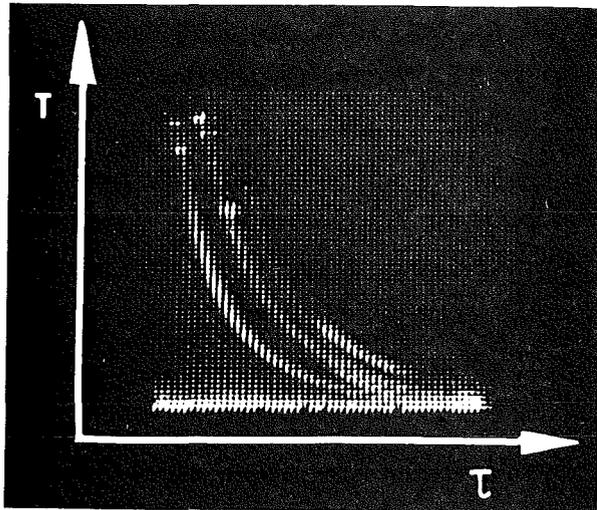


Abb. B 4.A : Energie-Flugzeitspektren von Messungen mit 52 MeV Deuteronen und einem deuterierten Polyäthylentarget (s.Text)

Die Verwendung von NaJ(Tl)-Kristallen ermöglicht gegenüber Plastiksintillatoren eine erheblich einfachere Energieeichung der Spektren, da zwischen der Lichtausbeute und der Energie der nachgewiesenen Teilchen ein linearer Zusammenhang besteht. Die Auswertung der Flugzeitspektren dieser Arbeit ergab darüber hinaus, daß in dem untersuchten Energiebereich von 3 - 45 MeV die Lichtausbeute für Protonen und Deuteronen nahezu identisch ist (Abb. B.4.B).

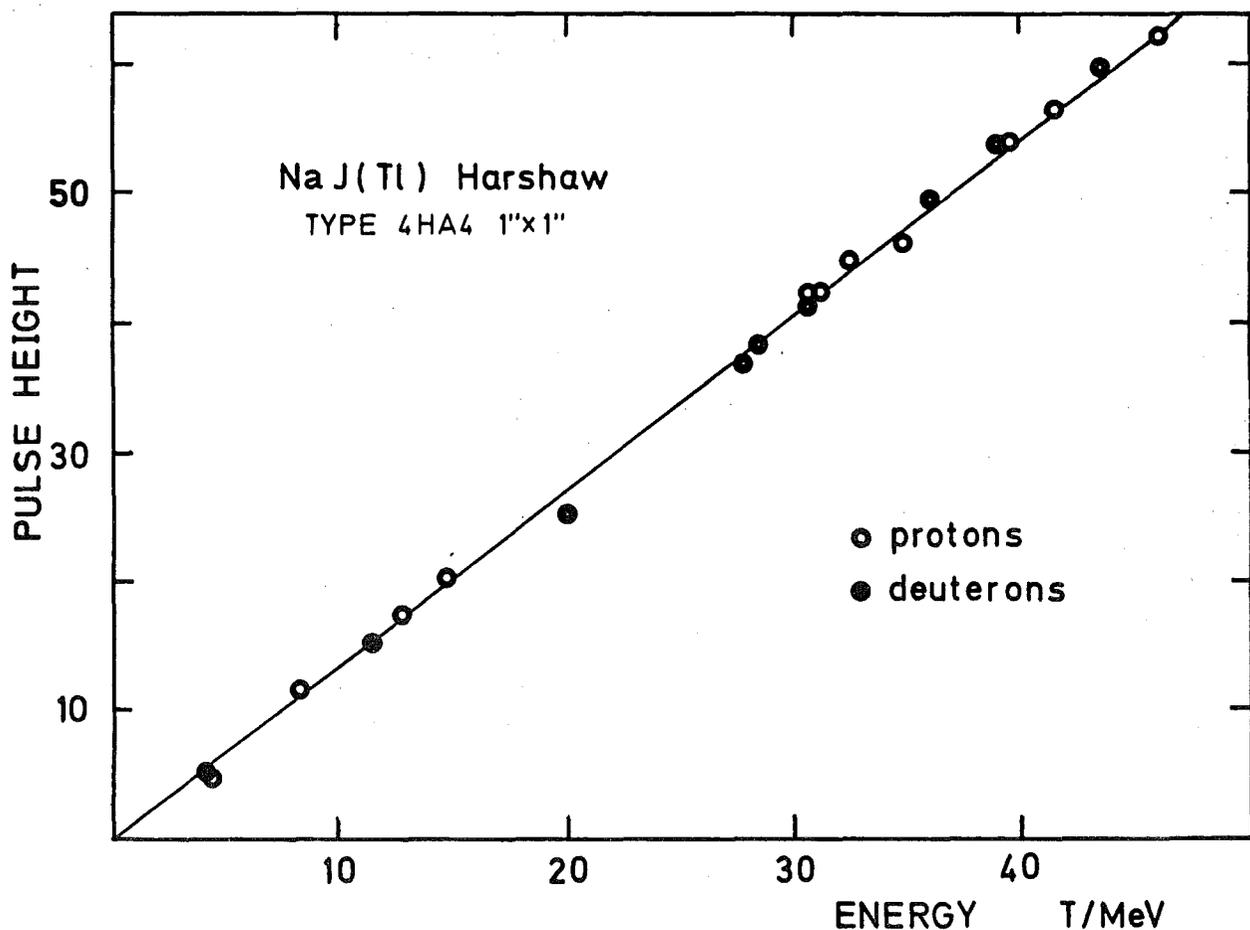


Abb. B.4.B Abhängigkeit der Lichtausbeute für Protonen und Deuteronen von der Energie der nachgewiesenen Teilchen für NaJ(Tl)-Kristalle vom Typ Harshaw 4 HA 4 1" x 1"

Literaturverzeichnis

- | 1 | W. Kluge
Fortschritte der Physik, 22 (1974) 691-774
- zusammengefaßte Autorenliste Tabelle 5 -
- | 2 | "Few Particle Problems in the Nuclear Interaction",
Los Angeles Conference 1972, North-Holland Publ. Company,
Amsterdam 1972
- | 3 | "Few Body Problems in Nuclear and Particle Physics",
Quebec Conference 1974, Les Presses de L'Université
Laval, Quebec 1975
- | 4 | W. Ebenhöh
Nuclear Physics, A191 (1972) 97
- | 5 | W.M. Kloet, J.A. Tjon
Nuclear Physics, A210 (1973) 380
- | 6 | E.O. Alt, P. Grassberger und W. Sandhas
Phys. Rev., C1 (1970) 85-98
- | 7 | W. Sandhas, 'Few Body Problems in Nuclear and Particle
Physics', New Delhi Conference 1975 (to be published)
- | 8 | W. v. Witsch et al.
Phys. Rev., C2 (1970) 2144-2148
- | 9 | R.B. Theus et al.
Bull. Am. Soc., 16 (1971) 540
- | 10 | I.M. Duck, V. Valkovic und G.C. Phillips
Phys. Rev. Letters, 29 (1972) 875
- | 11 | R. Schlüfter
Diplomarbeit, Karlsruhe 1972
- | 12 | G.G. Ohlsen
Nuclear Instr. Meth., 37 (1965) 240
- | 13 | W. Kluge, R. Schlüfter und W. Ebenhöh
Nuclear Physics, A228 (1974) 29
- | 14 | K.M. Watson
Phys. Rev., 88 (1952) 1163
- | 15 | M.C. Goldberger, K.M. Watson
Collision Theory, Wiley, New York 1964
- | 16 | K. Wick
Dissertation, Karlsruhe 1970
- | 17 | G.F. Chew, F.E. Low
Phys. Rev., 113 (1959) 1640

- | 18 | W. Ebenhöh
Nuclear Physics, A191 (1972) 97
- | 19 | H. Brückmann et al.
KFK-Report, 897 (1968)
- | 20 | H. Matthäy
Dissertation, Karlsruhe 1971
- | 21 | R. Schlüfter
Programm Julie (unveröffentlicht)
- | 22 | K. Wick
Programm Theodor (unveröffentlicht)
- | 23 | M. Chemarin et al.
Nuclear Phys., A202 (1973) 71
- | 24 | R.E. Warner et al.
Nuclear Phys., A243 (1975) 189
- | 25 | H. Brückmann, E.L. Haase, W. Kluge und L. Schänzler
Z. f. Physik, 230 (1970) 383-399
- | 26 | J. Bialy et al.
in | 2 | S. 608
- | 27 | C. Barnard et al.
Nuovo Cimento, 65B (1970) 117
- | 28 | G.F. Chew
Phys. Rev., 74 (1948) 809-816
- | 29 | P. Marmier, E. Sheldon
Physics of Nuclei and Particles, Vol. II, Academic
Press New York and London 1969
- | 30 | W. Kluge
Programm Teilchenidentifizierung (unveröffentlicht)