

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

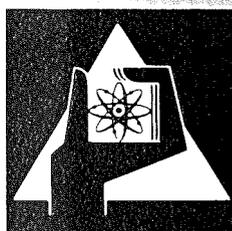
August 1977

KFK 2501

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik
Projekt Schneller Brüter

**Integrale Transporttheorie mit linearer
Anisotropie der Streuung zur Berechnung der
Neutronenverteilung in endlichen
Plattenanordnungen Schneller Reaktoren**

R. Böhme



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 2501

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik
Projekt Schneller Brüter

Integrale Transporttheorie mit linearer
Anisotropie der Streuung zur Berechnung
der Neutronenverteilung in endlichen
Plattenanordnungen Schneller Reaktoren

R. Böhme

Dissertation, genehmigt von der Fakultät für
Maschinenbau der Universität Karlsruhe

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

Integrale Transporttheorie mit linearer Anisotropie der Streuung zur Berechnung der Neutronenverteilung in endlichen Plattenanordnungen Schneller Reaktoren

Zusammenfassung

Aus der integralen Form der Transportgleichung wurde eine Methode zur Berechnung der Neutronenverteilung in der Umgebung von Grenzschichten in den Plattenanordnungen von schnellen Nulleistungsreaktoren entwickelt. Leckage parallel zu den Plattenebenen wird mit einer Momentenmethode behandelt. Lineare Anisotropie der Streuung und die Ortsabhängigkeit von effektiven Wirkungsquerschnitten im Resonanzgebiet werden durch geeignete Approximationen berücksichtigt.

Mit diesem Verfahren wurden Reaktionsratenmessungen nahe der Core-Blanket-Grenze in einer SNEAK-Anordnung ausgewertet, in der Zonen des Reaktors SNR 300 nachgebildet wurden. Bei Anwendung des Wirkungsquerschnittssatzes KFKINR konnte Übereinstimmung mit dem Experiment für die Ortsabhängigkeit der ^{239}Pu -Spaltrate und der ^{238}U -Einfangrate erzielt werden. Zur Aufklärung der Diskrepanzen, die in den äußeren Blanketschichten und in einem U-Metall-Blanket gefunden wurden, ist eine weitere Verbesserung der nuklearen Daten von ^{238}U notwendig.

Application of Integral Transport Theory with Linearly-Anisotropic Scattering to the Calculation of the Neutron Distribution in Finite Plate Arrays of Fast Reactors

Abstract

A method was derived to calculate from integral transport theory the neutron flux density close to boundaries between plate lattice regions of fast zero power reactors. Leakage parallel to the plate planes is treated by a momentum method. Linearly anisotropic scattering and the space dependence of effective cross sections in the resonance region are taken into account by suitable approximations. The method was applied to evaluate reaction rate measurements in the vicinity of the core-blanket-boundary of a SNEAK-assembly mocking up parts of the reactor SNR 300. Using the cross section set KFKINR agreement with the experiment was achieved for the space dependence of the ^{239}Pu fission rate and the ^{238}U capture rate. Further improvements of the nuclear data of ^{238}U are required for solving discrepancies found in the outer blanket regions and in a U-metal blanket.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
1.1 Das Problem der Vorhersage von Neutronenfeldern in der Nähe von Grenzflächen in schnellen Reaktoren	1
1.2 Ziel der Arbeit und Ausgangssituation	3
1.3 Lösungsweg	7
2. Theorie	
2.1 Modell zur Berechnung der Flußdichteverteilung in der Nähe von Grenzflächen in Plattenanordnungen	9
2.2 Ausgangsgleichungen, Anwendung auf Plattengeometrie	10
2.3 Übergang zu Stoßwahrscheinlichkeiten und zur Multigruppendarstellung	13
2.3.1 Isotropie bei Streuung über Gruppengrenzen	17
2.3.2 Beispiel zur Anisotropiekorrektur in der Flußgleichung	20
2.4 Berechnung von effektiven Wirkungsquerschnitten in der Nähe von Grenzflächen	21
2.4.1 Effektive Wirkungsquerschnitte bei Anisotropie der Streuung	21
2.4.2 Wichtungsvorschrift bei der Berechnung effektiver Gruppenquerschnitte	23
2.4.3 Einführung einer Näherung für die Quelldichteverteilung	25
2.5 Behandlung der Leckage	27
2.5.1 Ortsabhängigkeit der Quelldichteverteilung	28
2.5.2 Leckagekorrektur im Fall isotroper Streuung und ihre physikalische Interpretation	29
2.5.3 Leckagebehandlung bei linearer Anisotropie der Streuung	31
2.5.4 Behandlung der Ortsabhängigkeit der Quelldichte in den Randzonen	35

2.6	Reduktion des Gleichungssystems	37
2.6.1	Notwendigkeit der Reduktion	37
2.6.2	Gleichung für die Flußdichte bei linearer Anisotropie der Streuung	38
2.7	Bemerkungen zum Rechenprogramm GITAN	39
2.7.1	Programmaufbau	39
2.7.2	Zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeit in das Testgitter	41
3.	Experimente und Vergleich mit der Theorie	42
3.1	Beschreibung der Meßmethode	42
3.1.1	Meßanordnung	43
3.1.2	Auswertung der Aktivierung	43
3.1.3	Erläuterung zur Darstellung der experimentellen Ergebnisse und Fehlerbetrachtung	45
3.2	Beschreibung der untersuchten Anordnungen	47
3.2.1	SNEAK-9C-2	49
3.2.2	SNEAK-9B	49
3.3	Experimente in SNEAK-9C-2	50
3.3.1	Vorbereitende Rechnungen zum Experiment SNEAK-9C-2	51
3.3.2	Vergleich von experimentellen Ergebnissen mit Rechnungen	55
3.4	Experimente in SNEAK-9B	59
3.4.1	Allgemeine Tendenz der Ortsabhängigkeit der Reaktionsraten	60
3.4.2	Ortsabhängigkeit der Reaktionsraten	61
3.4.3	Feinstruktur der Reaktionsraten pro Kern	61
3.4.4	Spektralindizes	63
3.4.5	Bestimmung der integralen ^{238}U -Einfangrate im Blanket	64

4. Schlußfolgerungen aus dem Vergleich	69
4.1 Fehlerquellen bei der Interpretation von Meßergebnissen in der Nähe von Grenzflächen	69
4.1.1 Nukleare Daten	69
4.1.2 Fehler bei der Erfassung der Versuchs- bedingungen	70
4.1.3 Einfluß der Anisotropie der Streuung	70
4.2 Anwendung des GITAN-Programmes zur Inter- pretation von Meßergebnissen	70
4.2.1 Relative Ratenverteilung	70
4.2.2 Spektralindizes	71
5. Zusammenfassung	73
Referenzen	
Verzeichnis der verwendeten Symbole	Z1 - Z4
Verzeichnis der Abbildungen	
Anhang A Zur Berechnung der Stoßwahrscheinlichkeiten in Plattengeometrie	A1 - A5
Anhang B Leckageverluste in unendlich ausgedehnten Plattengittern	B1 - B4
Anhang C Berechnung der Komponenten des Stromes	C1 - C3
Anhang D Ausführung der Wirkungsquerschnittsberechnung	D1 - D3
Anhang E Herleitung der Ausgangsgleichungen aus der Boltzmann-Gleichung	E1 - E3

1. Einleitung

1.1 Das Problem der Vorhersage von Neutronenfeldern in der Nähe von Grenzflächen in schnellen Reaktoren

Bei neutronenphysikalischen Berechnungen für schnelle Reaktoren erlauben es die heute verfügbaren Diffusions- und Transportmethoden, die physikalischen Vorgänge in ausgedehnten Reaktorzonon mit großer Genauigkeit zu berechnen und damit auch einige der wichtigsten physikalischen Parameter (k_{eff} , Reaktivitätskoeffizienten) mit sehr guter Zuverlässigkeit vorherzusagen.

Die Vorhersagegenauigkeit in der Nähe von Grenzflächen ist jedoch stark dadurch beeinträchtigt, daß alle bisher angewandten Verfahren Näherungen enthalten, die dort wesentlich schlechter erfüllt sind als im Inneren ausgedehnter Zonen. Diese Ungenauigkeit wirkt sich insbesondere auf die Berechnung von Leistungsverteilung und Brutrate aus, da ein erheblicher Teil der Leistung und des erbrüteten Spaltstoffs - beim SNR 300 für beide Größen über 15 % - in Bereichen erzeugt wird, die weniger als eine mittlere freie Neutronenweglänge (≈ 4 cm) von der Grenzschicht zwischen Reaktorkern und Brutmänteln entfernt sind.

Bei der Kernauslegung von zukünftigen großen Leistungsreaktoren wird in Betracht gezogen, in den Reaktorkern interne Brutzonen einzufügen, um den Kühlmittelverlustkoeffizienten klein zu halten und gleichzeitig die Brutrate zu erhöhen. Mit solchen Konstruktionen ist noch eine erhebliche Vergrößerung der Grenzflächenbereiche verbunden.

Eine genauere Kenntnis der physikalischen Verhältnisse an den Grenzflächen würde nicht nur eine Vorhersage wichtiger Kenngrößen erleichtern, sondern auch in mehrfacher Hinsicht eine verbesserte Auslegung und Betriebsplanung erlauben:

Zum Druck eingereicht am :

- a) Die vom Abbrand der Coreelemente und vom Spaltstoffaufbau in den Brutzone abhängigen Leistungsgradienten wären bei der thermohydraulischen Auslegung und zur Festlegung von maximalen Standzeiten genauer bekannt.
- b) Die Auslegung von Reflektoren und Abschirmung könnte dem zu erwartenden Ausfluß besser angepaßt werden.

Eine oft angewandte Methode zur Verbesserung der Vorhersage physikalischer Eigenschaften schneller Leistungsreaktoren sind Messungen in schnellen Nullenergieanlagen /1/.

Zur Interpretation dieser Experimente und zur Übertragung ihrer Ergebnisse auf Leistungsreaktoren ist jedoch in ganz besonderem Maße ein theoretisches Verständnis der neutronenphysikalischen Vorgänge an Grenzflächen erforderlich, da sich in diesen Gebieten der Unterschied zwischen der Plättchenheterogenität der kritischen Anordnungen und der Brennelementstruktur der Leistungsreaktoren sehr stark auswirkt.

Diese Situation wird von Ingram angesprochen, wenn er im Zusammenhang mit dem MOZART-Experiment (Simulation des japanischen Prototyps Monju) in ZEBRA / 2/ feststellt: "Es ist eindeutig verfrüht, zu versuchen, die Resultate des kritischen Experiments dazu zu verwenden, die Reaktionsratenverteilung im Leistungsreaktor vorherzusagen."

Zum gleichen Ergebnis führten bisherige Ansätze zur Interpretation der SNEAK Experimente für den SNR 300. Aus diesem Grund gehört die Lösung des Grenzflächenproblems wie es sich bei der Auswertung kritischer Experimente stellt - Grenzflächen zwischen heterogenen Plättchenzonen oder zwischen heterogenen und homogenen Zonen - zur Zeit zu den wichtigsten Aufgaben in der Physik schneller Reaktoren.

1.2 Ziel der Arbeit und Ausgangssituation

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es, eine theoretische Methode zu entwickeln, mit der die experimentell in Nulleistungsreaktoren ermittelte Reaktionsratenverteilung in der Nähe von Grenzflächen interpretiert werden kann, so daß aus dieser Analyse Schlüsse auf die Verteilung von Reaktionsraten in Leistungsreaktoren gezogen werden können.

Beiträge zum "International Symposium on Physics of Fast Reactors, Tokyo, October 16-19, 1973" zeigten, daß die Messungen von Reaktionsratenverteilungen in Nulleistungsreaktoren in der Umgebung von Grenzflächen zwischen heterogenen Zonen und in den Brutblankets nicht eindeutig interpretiert werden konnten / 3 /. In mehreren Fällen - jedoch nicht durchweg - wurde eine Unterschätzung der gemessenen Reaktionsraten durch Diffusionsrechnungen in den Blanketschichten nahe der Grenzflächen (5% - 10%) und in den tieferen Blanketschichten (10% - 20%) gefunden, die durch Anwendung von Transportverfahren für homogene Reaktorzonon nur teilweise verringert werden konnte.

Die Diskrepanzen zwischen gemessenen und berechneten Ratenverteilungen in Nulleistungsreaktoren konnten in früheren Arbeiten auf zwei wesentliche Ursachen zurückgeführt werden:

- A) Die im Experiment tatsächlich gegebene Anordnung von Detektoren und die von ihnen hervorgerufenen Störungen konnten in Rechnungen nur unvollständig berücksichtigt werden .
- B) Es existierte kein Berechnungsverfahren, das in der Nähe von Grenzflächen oder in Gebieten mit starken Flußgradienten die Berücksichtigung der Ortsabhängigkeit effektiver Neutronenwirkungsquerschnitte im Resonanzgebiet und der in Plattenanordnungen besonders stark ausgeprägten Zellheterogenität erlaubte /4/.

Alle verfügbaren Methoden zur Berechnung der Heterogenität enthielten die Annahme, daß die Flußverteilung im betrachteten Gebiet faktorisiert werden kann: einer globalen Verteilung ist eine mit der Gitterstruktur periodische Feinverteilung überlagert. Diese Annahme setzt voraus, daß die relative Änderung der globalen Verteilungsfunktionen im Bereich einer Gitterzelle $\ll 1$ ist. Zur Berechnung der Feinverteilung wurden vorwiegend Stoßwahrscheinlichkeitsverfahren angewandt, bei denen Isotropie der Streuung angenommen wird. Weitere Annahmen bei dem bisher benutzten Verfahren sind:

1. Das Gitter ist unendlich ausgedehnt.
2. Das Leckage kann durch Korrekturen der Art $D_{\kappa} B_{\kappa}^2$ am totalen Querschnitt berücksichtigt werden, wobei D_{κ} (richtungsabhängige) Diffusionskonstanten und B_{κ}^2 die Bucklings der globalen Flußverteilung bezüglich der Koordinate κ sind.
3. Anisotropie der Streuung wird teilweise durch Einführung eines Transportquerschnitts berücksichtigt.

Keine dieser Annahmen ist a priori in der Nähe von Grenzflächen gerechtfertigt.

Vielmehr ist aus früheren Arbeiten bekannt, daß in der Nähe von Grenzflächen folgende Parameter einen wichtigen Einfluß haben:

- a) Ortsabhängigkeit effektiver Gruppenwirkungsquerschnitte im Resonanzgebiet

In der Nähe von Grenzflächen sind die Neutronenspektren selbst in homogenen Reaktorzonen stark ortsabhängig. In heterogen aufgebauten Reaktorzonen ist zusätzlich die von der Zellstruktur hervorgerufene Ortsabhängigkeit vorhanden.

Effektive Wirkungsquerschnitte im Resonanzgebiet der Art

$$\bar{\sigma}_{\text{eff}}(\vec{r}) = \frac{\int_{\Delta E} \sigma(E) \phi(\vec{r}, E) dE}{\int_{\Delta E} \phi(\vec{r}, E) dE}$$

werden deshalb sowohl von der Zellstruktur als auch von der Grenzfläche zwischen heterogenen Reaktorzonen beeinflusst. In der Nähe von Grenzflächen zwischen homogenen Zonen berechneten Huschke /5 / und Mildrum und Karam /6 / die Ortsabhängigkeit von effektiven Querschnitten im Resonanzgebiet. In heterogenen, unendlich ausgedehnten Gittern können ortsabhängige effektive Wirkungsquerschnitte mit Stoßwahrscheinlichkeitsverfahren /7-9/ ermittelt werden. Die Berechnung von effektiven Querschnitten in der Umgebung von Grenzflächen zwischen heterogenen Zonen wurde bisher nicht durchgeführt.

b) Winkelverteilung der Neutronen

Die Winkelverteilung der Neutronenflußdichte ist in Plattenanordnungen stark anisotrop /10/. Das erfordert bei Anwendung von Berechnungsverfahren mit Winkeldiskretisierung (S_N , P_N , Mehrfachstoßwahrscheinlichkeit) eine hohe Auflösung N für die Winkelvariable. Die Berücksichtigung der Ortsabhängigkeit von effektiven Gruppenwirkungsquerschnitten ist im allgemeinen nicht möglich. Bei der Berechnung von heterogenen Anordnungen muß deshalb eine so feine Aufteilung der Energievariablen und der Ortsvariablen gewählt werden, daß die Anwendbarkeit wegen des sehr großen Speicherplatzbedarfs auf Zellrechnungen beschränkt bleibt. Mit dem Monte-Carlo-Code KAMCCO /11/ berechnete Reaktionsratendichten in der Umgebung von Grenzflächen konnten bisher wegen ungenügender statistischer Genauigkeit nicht zur Interpretation von Experimenten herangezogen werden.

c) Ortsabhängigkeit der Diffusionseigenschaften und der transversalen Flußverteilung

Die Berechnung richtungsabhängiger Diffusionskonstanten D_K zur Bestimmung der Leckage bereitet in der Nähe von Grenzflächen Schwierigkeiten, weil die Medien zu beiden Seiten der Trennschicht die Diffusionseigenschaften beeinflussen /12/. Für die Grenzschicht zwischen heterogenen Zonen war bisher keine Möglichkeit zur Leckagekorrektur bekannt /13/.

Die Zielsetzung dieser Arbeit konnte also folgendermaßen präzisiert werden:

1. Es mußte eine Methode entwickelt werden, mit der eine nicht faktorisierte Verteilung der Neutronenflußdichte und der Reaktionsratendichte in beliebig heterogen aufgebauten Plattenanordnungen berechnet werden kann.
2. Eine verbesserte Berücksichtigung der Anisotropie der Streuung und der Winkelverteilung der Neutronen war einzuführen.
3. Es war eine Berechnungsmethode für die Leckage zu entwickeln, die sowohl die Plättchenheterogenität der kritischen Anordnung als auch die Veränderung der Diffusionseigenschaften in der Nähe der Grenzfläche berücksichtigt.
4. Die Methode war durch Nachrechnung von gemessenen Reaktionsratendichten in Spalt- und Brutmaterialien in der Nähe von Grenzflächen in kritischen Anordnungen zu überprüfen. Bei der Messung waren die durch die Meßeinrichtung eingebrachten Störungen klein zu halten, erkennbare Störungen mußten in den Rechnungen berücksichtigt werden.

1.3 Lösungsweg

Zur Lösung der hier genannten theoretischen Probleme wurde folgender Weg gewählt:

1. Die theoretische Basis sollte eine Approximation zur integralen Transportgleichung sein, bei der lineare Anisotropie der Streuung konsequent behandelt wird.

Begründung: Stoßwahrscheinlichkeitsmethoden, bei denen eine Integration der Boltzmann-Gleichung über die Winkelvariable durchgeführt wird, sind grundsätzlich gut zur Berechnung von Reaktionsratenverteilungen in anisotropem Fluß geeignet, weil die explizite Berechnung der Winkelverteilung der Neutronen nicht erforderlich ist.

Bisher wurden diese Methoden jedoch lediglich für Zellrechnungen eingesetzt, in denen Isotropie der Streuprozesse angenommen wurde. ¹⁾ Anisotropie der Streuung wurde durch Transportkorrekturen bei der Leckageberechnung berücksichtigt /15/. Der Versuch einer expliziten Behandlung der Anisotropie der Streuung /16/ führte bereits bei Zellrechnungen zu einer Vervielfachung des erforderlichen mathematischen Aufwands.

2. Die Arbeiten von Wintzer / 7 / und McGrath und Fischer / 8 /, bei denen mit Hilfe der Stoßwahrscheinlichkeitsmethode effektive Wirkungsquerschnitte im Resonanzgebiet in unendlichen Zellgittern berechnet wurden, sollten zum Ansatz genommen werden, um eine Berechnungsmethode für die Ortsabhängigkeit dieser Querschnitte in der Nähe von Grenzflächen zu entwickeln.

1) In einer Arbeit /14/ wird ohne nähere Angabe berichtet, daß die Berücksichtigung linearer Anisotropie der Streuung im "MURAL"-Code möglich ist.

3. Die transversale Leckage sollte unter Berücksichtigung von Heterogenität und Grenzflächeneinfluß berechnet werden.

4. Zur neu entwickelten Theorie mußte schließlich ein Rechenprogramm (GITAN = Berechnung von Neutronenfeldern nahe Grenzflächen mit integraler Transporttheorie bei Anisotropie der Streuung) geschrieben werden, das bei der Auswertung von Experimenten routinemäßig angewandt werden kann.

2. Theorie

2.1 Modell zur Berechnung der Flußdichteverteilung in der Nähe von Grenzflächen in Plattenanordnungen

Die Grenzflächen in kritischen Anordnungen, die in der vorliegenden Arbeit behandelt werden, befanden sich zwischen Reaktorzonen, die aus sich wiederholenden Plättchenfolgen aufgebaut waren. Die Grenzfläche verlief parallel zu den Plättchenebenen (Abb. 1). Zur theoretischen Behandlung wurde die Grenzschicht und ihre Umgebung im Bereich weniger freier Neutronenweglängen durch eine Testzone dargestellt, in der die Flußdichteverteilung explizit berechnet werden sollte. Von den weiter entfernten Zellen zu beiden Seiten der Grenzschicht wurde angenommen, daß sich in ihnen die Flußdichteverteilung näherungsweise wie in unendlich ausgedehnten Plattengittern berechnen läßt. Insbesondere sollte die Faktorisierbarkeit in globale Verteilungsfunktion und Feinstruktur gegeben sein.

In transversaler Richtung ρ , senkrecht zur Normale z , wurde zunächst unendliche Ausdehnung der Platten angenommen.

Die Berechnung der Flußdichteverteilung im Bereich der Grenzschicht konnte danach mathematisch als Randwertproblem aufgefaßt werden: als Randwerte waren die Neutronenfeldverteilungen in den weit von der Grenzschicht entfernten Gitterzellen bekannt. In ähnlicher Weise wurde von L. Mayer /17/ und von P. McGrath und W.K. Foell /18/ eine Kopplung von Diffusionsrechnungen mit Stoßwahrscheinlichkeitsverfahren erfolgreich angewandt.

2.2 Ausgangsgleichungen, Anwendung auf Plattengeometrie

Von verschiedenen Autoren /15,16/ wurde gezeigt, daß die integrale Form der zeitunabhängigen Boltzmann-Gleichung bei linearer Anisotropie der Streuung, d.h.

$$\Sigma_s(\vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_s^0(E' \rightarrow E) + \frac{3}{4\pi} (\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) \Sigma_s^1(E' \rightarrow E) \quad (1)$$

in zwei Gleichungen zerfällt.

Die Gleichungen zur Bestimmung der skalaren Flußdichte

$$\phi(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) d\Omega$$

und des Stromdichtevektors

$$\vec{J}(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) d\Omega$$

lauten

$$\phi(\vec{r}, E) = \int_0^\infty dR \int_{4\pi} d\Omega e^{-\vec{\Sigma}R} \psi(\vec{r}', \vec{\Omega}, E) \quad (2)$$

$$\vec{J}(\vec{r}, E) = \int_0^\infty dR \int_{4\pi} d\Omega \cdot \vec{\Omega} \cdot e^{-\vec{\Sigma}R} \psi(\vec{r}', \vec{\Omega}, E) \quad (3)$$

Die Quelldichte $\psi(\vec{r}', \vec{\Omega}, E)$ ist durch den Ausdruck

$$\begin{aligned} \psi(\vec{r}', \vec{\Omega}, E) = & \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dE' \left\{ \Sigma_s^0(\vec{r}', E' \rightarrow E) \cdot \phi(\vec{r}', E) \right. \\ & \left. + 3 \Sigma_s^1(\vec{r}', E' \rightarrow E) (\vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}', E')) \right\} + \psi_f + \psi_g \end{aligned} \quad (4)$$

gegeben.

Die Bedeutung der verwendeten Symbole ist im Anhang Z erklärt.

Das Gleichungssystem (2) bis (4) erlaubt die korrekte Berechnung der skalaren Flußdichte bei linearer Anisotropie der Streuung. Die Winkelverteilung des Vektorflusses $\phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ kann dabei beliebig sein. Da auf diesen für die vorliegende Arbeit wichtigen Punkt in früheren Veröffentlichungen nicht eingegangen wurde, ist die Ableitung des Gleichungssystems in Anhang E ohne Entwicklung des Vektorflusses durchgeführt worden.

Übergang zur Plattengeometrie

In diesem Abschnitt wird eine spezielle Form des Gleichungssystems (2) bis (4) hergeleitet, mit der das der Arbeit zugrunde gelegte Modell bearbeitet werden kann.

Bei unendlicher Ausdehnung der Platten in Richtungen senkrecht zur Normale z wird aus Symmetriegründen $J_x = 0$, $J_y = 0$ und $\vec{\Omega} \cdot \vec{J} = \mu J_z$, wobei μ der Cosinus des Winkels ist, den der Richtungsvektor $\vec{\Omega}$ mit der z -Achse bildet (Abb. 2).

Unter Beachtung der Beziehungen

$$\begin{aligned}dR d\Omega &= \frac{1}{\mu} d\mu dz d\varphi \\R &= \left| \frac{z' - z}{\mu} \right| \\ \widetilde{\Sigma R} &= \left| \frac{1}{\mu} \int_{z'}^z \widetilde{\Sigma}(z') dz' \right| = \left| \frac{1}{\mu} \widetilde{\Sigma z} \right|\end{aligned}$$

und mit der Annahme, daß keine Fremdquellen im System vorhanden sind, ergibt sich:

$$\begin{aligned} \Phi(z, E) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 dz' \int_0^1 \frac{d\mu}{\mu} e^{-\frac{1}{\mu} \tilde{\Sigma} z'} \psi(z', E, \mu) \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^{\infty} dz' \int_0^1 \frac{d\mu}{\mu} e^{-\frac{1}{\mu} \tilde{\Sigma} z'} \psi(z', E, -\mu) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} J_z(z, E) &= J_z^+(z, E) - J_z^-(z, E) \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 dz' \int_0^1 d\mu e^{-\frac{1}{\mu} \tilde{\Sigma} z'} \psi(z', E, \mu) \\ &- \frac{1}{2} \int_0^{\infty} dz' \int_0^1 d\mu e^{-\frac{1}{\mu} \tilde{\Sigma} z'} \psi(z', E, -\mu) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \psi(z', E, \mu) &= \int_0^{\infty} dE' \left[(\Sigma_s^0(z', E' \rightarrow E) + \gamma_f'(z', E) \nu(z', E) \Sigma_f(z', E')) \right. \\ &\cdot \Phi(z', E') + 3 \Sigma_s^1(z', E' \rightarrow E) \mu J_z(z', E') \left. \right] \end{aligned} \quad (7)$$

Bei Isotropie der Streuung ist die Quelldichte ψ unabhängig vom Winkel μ . In diesem Fall kann aus den Gleichungen (5) und (7) der Formalismus der Erststoßwahrscheinlichkeitsmethode abgeleitet werden.

Um die Lösungen des Systems (5) bis (7) mit vertretbarem Aufwand berechnen zu können, müssen nunmehr die Orts- und die Energievariable diskretisiert werden. Die Diskretisierung der Ortsvariablen führt auf eine Stoßwahrscheinlichkeitsmethode, die der Energievariablen zur Multigruppenform.

2.3 Übergang zu Stoßwahrscheinlichkeiten und zur Multigruppendarstellung

Das Gitter werde senkrecht zur Ortskoordinate z in neutronenoptisch dünne Schichten $(1, 2, \dots, n, m, \dots)$ mit den Volumina ⁺⁾ V_1, \dots, V_n, V_m unterteilt. Innerhalb einer Schicht n seien die Neutronenwirkungsquerschnitte $\Sigma_{x,n}(z, E)$ räumlich konstant. Die Ortsabhängigkeit der Quelldichte $\psi(z, E, \mu)$ innerhalb einer Schicht sei gering, so daß ψ bei der Integration der Gleichungen (5) und (6) über das Volumen der Schichten mit guter Näherung aus dem Mittelwert der Flußdichte und dem Mittelwert der z -Komponente der Stromdichte

$$\Phi_n(E) = \frac{1}{V_n} \int_{V_n} \Phi(z, E) dz$$

und

$$J_{z,n}(E) = \frac{1}{V_n} \int_{V_n} J_z(z, E) dz$$

berechnet werden kann.

Zur üblichen "flat flux approximation" ist hier eine äquivalente Annahme über den Mittelwert der z -Komponente der Stromdichte gemacht worden.

Beide Approximationen sind in neutronenoptisch dünnen Regionen zulässig. Ihr Gültigkeitsbereich kann in praktischen Fällen durch Verfeinerung der Teilung der z -Koordinate untersucht werden.

Für die Mittelwerte der Neutronenflußdichte und der Stromdichtekomponente ergeben sich:

$$V_n \Sigma_n(E) \Phi_n(E) = \sum_m V_m S_m^0(E) P_{mn}^{00}(E) + 3 \sum_m V_m S_m^1(E) P_{mn}^{10}(E) \quad (8)$$

$$V_n \Sigma_n(E) J_{z,n}(E) = \sum_m V_m S_m^0(E) P_{mn}^{01}(E) + 3 \sum_m V_m S_m^1(E) P_{mn}^{11}(E) \quad (9)$$

⁺⁾ Schichtdicken z_1, \dots, z_n, z_m . Volumen pro Einheitsfläche $V_n = z_n$.

mit

$$S_m^0(E) = \int_0^\infty dE' \left(\Sigma_{s,m}^0(E' \rightarrow E) + \chi_{f,m}(E) V_m(E') \Sigma_{f,m}(E') \right) \Phi_m(E') \quad (10)$$

$$S_m^1(E) = \int_0^\infty dE' \left(\Sigma_{s,m}^1(E' \rightarrow E) \cdot J_{z,m}(E') \right) \quad (11)$$

$$P_{mn}^{ij}(E) = \text{sign}(i,j) \cdot \frac{1}{2} \Sigma_n(E) \frac{1}{V_m} \left| \int_{z'_{inm}}^{z'_{inn}} dz' \int_0^1 dz \int_0^1 d\mu \mu^{(i+j-1)} e^{-\frac{1}{\mu} \tilde{\Sigma} z} \right| \quad (12)$$

$i, j = 0, 1$

$$i=j \quad \text{sign}(i,j) = 1$$

$$i \neq j \quad \text{sign}(i,j) = \begin{cases} 1 & m \text{ links von } n \\ 0 & m = n \\ -1 & m \text{ rechts von } n \end{cases}$$

Bei überwiegender isotroper Streuung ergeben sich einfachere Ausdrücke für Flußdichte und Stromdichte, die in Kapitel 2.4 zur Berechnung effektiver Wirkungsquerschnitte im Resonanzgebiet verwendet werden:

$$\Phi_m(E') \approx \frac{\sum_n P_{nm}^{00}(E') S_n^0(E') V_n}{\sum_m(E') V_m} \quad (13)$$

$$J_{z,m}(E') \approx \frac{\sum_n P_{nm}^{01}(E') S_n^0(E') V_n}{\sum_m(E') V_m} \quad (14)$$

$$S_m^0(E) \approx \int_0^\infty dE' \sum_n S_n^0(E') V_n \left\{ \frac{\Sigma_{s,m}^0(E' \rightarrow E)}{V_m \Sigma_m(E')} P_{nm}^{00}(E') + \chi_{f,m}(E) \frac{V_m(E') \Sigma_{f,m}(E')}{\Sigma_m(E')} P_{nm}^{00} \right\} \quad (15)$$

$$S_m^1(E) \approx \int_0^\infty dE' \sum_n S_n^0(E') V_n \left\{ \frac{\Sigma_{s,m}^1(E' \rightarrow E)}{V_m \Sigma_m(E')} P_{nm}^{01}(E') \right\} \quad (16)$$

Hier wird zunächst davon ausgegangen, daß es möglich ist, die Integrationen $\int dE$ und $\int dE'$ über schmale Energiebereiche ΔE_g und ΔE_k auszuführen und zu einer Formulierung der integralen Transportgleichung in Multigruppenschreibweise zu gelangen, bei der die Gruppenmittelwerte der $P_{mn}^{ij}(E)$ mit effektiven totalen Gruppenwirkungsquerschnitten berechnet werden können /8/.

Die Berechnung der Größen P_{nm}^{ij} nach Gleichung (12) aus effektiven totalen Gruppenwirkungsquerschnitten wird in Anhang A gezeigt. Im wesentlichen ergeben sich die P_{mn}^{ij} aus Summen und Differenzen von Exponentialintegralen der Ordnung $i + j + 3$. Deshalb wird im folgenden die in Plattengeometrie gültige Bezeichnung

$$P_{mn}^{E_{i+j+3,k}} \triangleq \frac{1}{\Delta E_k} \int_{\Delta E_k} P_{mn}^{ij}(E) dE$$

gewählt.

In Multigruppenschreibweise ergibt sich aus (8) bis (11) für die Gruppenmittelwerte von Flußdichte und Stromdichte:

$$V_n \Sigma_n^k \Phi_n^k = \sum_m \left\{ P_{mn}^{E_{3,k}} \sum_g \left(\Sigma_{s,m}^{0,g \rightarrow k} + \chi_{fm}^k v_m^g \Sigma_{f,m}^g \right) \Phi_m^g V_m \right. \\ \left. + 3 P_{mn}^{E_{4,k}} \sum_g \Sigma_{s,m}^{1,g \rightarrow k} J_{z,m}^g V_m \right\} \quad (17)$$

$$V_n \Sigma_n^k J_{z,n}^k = \sum_m \left\{ P_{mn}^{E_{4,k}} \sum_g \left(\Sigma_{s,m}^{0,g \rightarrow k} + \chi_{fm}^k v_m^g \Sigma_{f,m}^g \right) \Phi_m^g V_m \right. \\ \left. + 3 P_{mn}^{E_{5,k}} \sum_g \Sigma_{s,m}^{1,g \rightarrow k} J_{z,m}^g V_m \right\} \quad (18)$$

Die Quellterme in den unendlich ausgedehnten Gittern zu beiden Seiten der Testzone sind bei der Summation über m eingeschlossen.

In Analogie zur Erststoßwahrscheinlichkeitsmethode sollen die hier entwickelten Beziehungen zwischen Produktionsrate (rechte Seite von Gleichung (17)) und totaler Stoßrate (linke Seite von Gleichung (17)) als Stoßwahrscheinlichkeitsgleichungen bei linearer Anisotropie der Streuung bezeichnet werden. Im Falle isotroper Streuung sind die P_{mn}^{E3} die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein in Region m erzeugtes Neutron seinen nächsten Stoß in Region n erleidet. Jedoch wird diese Wahrscheinlichkeit korrigiert, wenn das produzierende Neutronenfeld anisotrop ist ($J_z \neq 0$) und gleichzeitig die Streuprozesse im Laborsystem anisotrop verlaufen ($\Sigma_s^1 \neq 0$). Durch Anisotropie des Vektorflusses allein werden die P_{mn}^{E3} nicht korrigiert. Die Bilanzgleichung für einen unendlich ausgedehnten Reaktor wird trotz der Korrektur eingehalten. Das folgt aus der Summation von Gleichung (17) über alle Regionen n unter Berücksichtigung von

$$\sum_n P_{mn}^{E3,k} = 1 \quad \sum_n P_{mn}^{E4,k} = 0 \quad (\text{aus Gl. 12})$$

Gleichung (18) ist eine modifizierte Form des Fick'schen Gesetzes, bei der ein Transportquerschnitt Σ_{tr}^k auftritt, der dem einer P-1-Näherung entspricht.

$$\Sigma_{tr,n}^k = \sum_n^k \left(1 - \sum_m \sum_g \frac{\sum_{s,m}^{1,g \rightarrow k} J_{z,m}^g V_m}{\sum_n^k J_{z,n}^k V_n} \right) \cdot P_{mn}^{E5,k}$$

In beiden Gleichungen stellen die Σ_s^1 -proportionalen Terme die in der Diffusionstheorie üblichen Transportkorrekturen dar, während die isotropen Transportoperatoren $\nabla \frac{1}{3\Sigma_t} \nabla$ in den P^{E3} von Gleichung (17) und ∇ in den P^{E4} von Gleichung (18) enthalten sind.

2.3.1 Isotropie bei Streuung über Gruppengrenzen

Das Gleichungssystem (17) und (18) erfordert zur Lösung die Kenntnis der Streumatrix $\Sigma_s^{0,g \rightarrow k}$ und der ersten Momente $\Sigma_s^{1,g \rightarrow k}$. Diese sind in den in Standardverfahren verwendeten Gruppensätzen für die meisten in schnellen Reaktoren vorkommenden Materialien nicht oder nur teilweise vorhanden. Es liegt deshalb nahe, eine Vereinfachung vorzunehmen, die auch in Standardverfahren üblich ist /19/. Sie besteht in der Annahme, daß die anisotrope Streuung in eine Gruppe durch die anisotrope Streuung aus dieser Gruppe approximiert werden kann. Dies ist in der voranstehenden Formulierung gleichwertig mit den Annahmen:

1. Die Streuprozesse von Gruppe g nach Gruppe k werden für $g \neq k$ isotrop angenommen.
2. Die Anisotropie der elastischen Streuung innerhalb einer Gruppe wird berücksichtigt, jedoch wird statt $\Sigma_s^{1,g \rightarrow g}$ das erste Moment des elastischen Streuquerschnitts $\Sigma_{s,e}^{1,g} = \bar{\mu}^g \Sigma_{s,e}^g$ eingesetzt.

Die durch die Approximationen eingeführten Fehler werden hier nicht ausführlich untersucht. In natriumgekühlten schnellen Reaktoren bestimmt vor allem die p-Wellen-Streuung an schweren Kernen bei Neutronenenergien > 100 keV die Korrekturen für Anisotropie. Für diese Streuprozesse sind die Approximationen zulässig /19/. Dagegen ist bei vorwiegender s-Wellen-Streuung an leichten Kernen eine exakte Behandlung der Anisotropie notwendig /20/.

Mit diesen Approximationen kann Gleichung (18) in einer einfachen Form geschrieben werden:

$$V_n \tilde{\sum}_{tr,n}^k J_{z,n}^k = \sum_m P_{mn}^{E4,k} \int_g (\sum_{s,m}^{g \rightarrow k} + \chi_{f,m}^k V_m^g \tau_{f,m}^g) \Phi_m^g V_m \quad (19)$$

$$\tilde{\sum}_{tr,n}^k = \sum_n^k - \frac{3}{V_n} \cdot \sum_m P_{mn}^{E5,k} \bar{\mu}_m^k \frac{\sum_{s,e,m}^k J_{z,m}^k}{J_{z,n}^k} \cdot V_m \quad (20)$$

Unter Verwendung der Reziprozitätsbeziehung $P_{nm} \sum_n V_n = P_{mn} \sum_m V_m$

wird

$$\tilde{\sum}_{tr,n}^k = \sum_n^k \left\{ 1 - \sum_m \left(\frac{\bar{\mu}_m^k \sum_{s,e,m}^k}{\sum_m^k} \right) \frac{J_{z,m}^k}{J_{z,n}^k} \cdot 3 P_{nm}^{E5,k} \right\} \quad (20')$$

Für homogene Zonen und mit der Annahme, daß die Stromkomponente $J_{z,m}$ linear vom Abstand $(\bar{z}_m - \bar{z}_n)$ der Zonen m und n abhängt, $J_{z,m} = J_{z,n} + \alpha (z_m - z_n)$, geht $\tilde{\sum}_{tr,n}$ in den Transportquerschnitt der Diffusionsnäherung über. Das erste Moment des Terms

$$\sum_m P_{mn}^{E5,k} \bar{\mu}_m^k \sum_{s,e,m}^k J_{z,m}^k V_m$$

von Gleichung (20) verschwindet und es wird:

$$\sum_m P_{mn}^{E5,k} V_m \longrightarrow \sum_m P_{nm}^{E5,k} V_n = \frac{1}{3} V_n$$

$$\tilde{\sum}_{tr,n}^k \longrightarrow \sum_n^k - \bar{\mu}^k \sum_{s,e}^k$$

Auch im heterogenen Gitter kann die Stromkomponente in m näherungsweise durch eine lineare Beziehung mit den mittleren Stromdichten in den umgebenden Platten n verknüpft werden:

$$J_{z,m}^k \approx J_{z,n}^k (1 + \varepsilon_{nm}) + \alpha (z_m - z_n)$$

ϵ_{nm} berücksichtigt die Feinstruktur der Verteilung der Mittelwerte der Stromdichte. Diese ist schwächer ausgeprägt als die Feinstruktur der Flußdichte, weil P_{mn}^{E4} mit wachsendem Abstand zwischen m und n schwächer abnimmt als P_{mn}^{E3} .

In den Gittern schneller Reaktoren mit schwach ausgebildeter Feinstruktur gilt $\epsilon_{nm} \ll 1$. Das erste Moment liefert bei der Summation über m in den Halbräumen zu beiden Seiten der Grenzfläche Beiträge mit unterschiedlichem Vorzeichen, die sich weitgehend kompensieren, wenn die Materialeigenschaften der Reaktorzonen nicht sehr verschieden sind. Für den Transportquerschnitt ergibt sich deshalb näherungsweise:

$$\tilde{\Sigma}_{tr,n}^k \approx \Sigma_n^k \left\{ 1 - \sum_m \frac{\bar{u}_m^{-k} \gamma_m^k}{\Sigma_m^k} \cdot 3 P_{nm}^{E_{s,k}} \right\}$$

2.3.2 Beispiel zur Anisotropiekorrektur in der Flußgleichung

Mit der in (19) gefundenen Darstellung der axialen Stromkomponente kann nun der 2. Term von Gleichung (17) umgeschrieben werden.

Nach Ersetzung von m durch l in (17), n durch l in (19) und Vertauschen der Reihenfolge der Summationen wird

$$\begin{aligned} \sum_m 3 P_{mn}^{E_{4,k}} \bar{\mu}_m^{-k} \tau_{s,e,m}^k \bar{J}_{z,m}^k V_m &= \\ = \sum_m \left\{ \sum_l 3 \frac{\bar{\mu}_l^{-k} \sum_{s,e,l}^k}{\sum_{r,l}} P_{ml}^{E_{4,k}} \cdot P_{ln}^{E_{4,k}} \right\} S_m^{o,k} V_m &= \\ = \sum_m \delta P_{mn}^k S_m^{o,k} V_m \end{aligned}$$

Aus bekannten Querschnitten in l und den Matrizen $P_{mn}^{E_{4,k}}$ läßt sich δP_{mn}^k berechnen. Dann ergibt sich (19) in der Form:

$$V_n \sum_n \Phi_n^k = \sum_m (P_{mn}^{E_{3,k}} + \delta P_{mn}^k) \cdot S \left(\sum_m^{g \rightarrow k} + \chi_{f,m}^k V_m^g \tau_{f,m}^g \right) \Phi_n^g V_m$$

Die Berücksichtigung der Anisotropie der Streuung durch Einführung des Terms

$$\delta P_{mn}^k = \sum_l 3 \frac{\bar{\mu}_l^{-k} \sum_{s,e,l}^k}{\sum_{r,l}} P_{ml}^{E_{4,k}} \cdot P_{ln}^{E_{4,k}}$$

bewirkt eine andere Korrektur der $P_{mn}^{E_{3,k}}$ als die oft praktizierte Ersetzung von Σ durch $\Sigma - \bar{\mu} \Sigma_s$ bei der Berechnung der Stoßwahrscheinlichkeitsmatrix. Für den Fall von dünnen Regionen m und n, die sich im neutronenoptischen Abstand χ befinden, wird das in Abb. 3 gezeigt. Alle $P_{mn}^{E_{3,k}}$ werden vermindert, wenn die Platten m und n weniger als ≈ 0.6 freie Weglängen entfernt sind. Sie werden vergrößert bei größerem optischem Abstand. Durch Ersetzen

von Σ durch $\Sigma - \bar{\mu}_s Z_s$ wird dieser Effekt um ca. 100 % überschätzt.

In unendlich ausgedehnten periodischen Gittern, die aus optisch dünnen Zellen aufgebaut sind, können zur Berechnung von Heterogenitätskorrekturen die P_{mn} einander entsprechender Platten n und n' addiert werden. Da $\sum P_{ln}^{E4} \approx 0$, wird in diesen Fällen $\int P_{mn} \approx 0$, eine Transportkorrektur muß nicht ausgeführt werden.

2.4 Berechnung von effektiven Wirkungsquerschnitten in der Nähe von Grenzflächen

Zur Berechnung von effektiven Neutronenwirkungsquerschnitten im Energiebereich aufgelöster Resonanzen wird ein Verfahren von McGrath und E.A. Fischer / 8/ angewandt, dessen Grundzüge von D. Wintzer / 7/ entwickelt wurden. Das Verfahren ermöglicht die Berechnung von ortsabhängigen effektiven Gruppenquerschnitten in heterogenen Gittern aus Wirkungsquerschnittstabellen und Abschirmfaktoren vom Typ des ABN-Satzes /21/.

2.4.1 Effektive Wirkungsquerschnitte bei Anisotropie der Streuung

Die Methode mußte unter zwei Gesichtspunkten erweitert werden:

1. Durch die Berücksichtigung der Anisotropie der Streuung werden neue Wichtungsvorschriften eingeführt.
2. Das Programm zur Berechnung effektiver Gruppenwirkungsquerschnitte in heterogenen Gittern enthält Näherungen, die nur in neutronenoptisch dünnen Zellen gültig sind.

Die notwendigen Änderungen im Berechnungsverfahren sind im Anhang D beschrieben. Die durch Berücksichtigung der Anisotropie eingeführten Erweiterungen werden im folgenden diskutiert.

Die Gleichungen (13) bis (16) können nach der NR-Näherung über den Lethargiebereich Δu_g einer Energiegruppe integriert werden.

Mit
$$\langle f(u) \rangle_g = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{\Delta u_g} f(u) du$$

und

$$\begin{aligned} \Phi_m^g &= \Delta u_g \langle \phi_m(u) \rangle_g \\ S_m^{i,g} &= \Delta u_g \langle S_m^i(u) \rangle_g \\ F_{z,m}^g &= \Delta u_g \langle F_{z,m}(u) \rangle_g \end{aligned}$$

wird

$$\begin{aligned} S_m^{0,k} &= \sum_g \left(\Sigma_{s,m}^{g \rightarrow k} + \chi_{f,m}^k \nu_m^g \Sigma_{f,m}^g \right) \Phi_m^g \\ S_m^{1,k} &= \sum_g \Sigma_{s,m}^{1,g \rightarrow k} F_{z,m}^g \\ V_n \sum_n^k \Phi_n^k &\approx \sum_m V_m S_m^{0,k} P_{nn}^{00,k} \\ V_n \sum_n^k F_{z,n}^k &\approx \sum_m V_m S_m^{0,k} P_{nn}^{01,k} \end{aligned}$$

Die effektiven Wirkungsquerschnitte Σ_m^g und $\Sigma_{x,m}^g$ sind nach der Vorschrift aus / 8/ zu berechnen:

$$\Sigma_{x,m}^g = \frac{\sum_n S_n^{0,g} V_n \left\langle \frac{\Sigma_{x,m}(u)}{\Sigma_m(u)} P_{nm}^{00}(u) \right\rangle_g}{\sum_n S_n^{0,g} V_n \left\langle \frac{1}{\Sigma_m(u)} P_{nm}^{00}(u) \right\rangle_g} \quad (21)$$

Eine ähnliche Vorschrift ergibt sich für die Berechnung der Querschnitte $\sum_{S,m}^{1,g \rightarrow k}$ und $\sum_m^{1,g}$

$$\sum_{S,m}^{1,g \rightarrow k} = \frac{\sum_n S_n^{0,g} V_n \left\langle \frac{\sum_{S,m}^{1,g \rightarrow k}(u) P_{nm}^{01}(u)}{\sum_m(u)} \right\rangle_g}{\sum_n S_n^{0,g} V_n \left\langle \frac{1}{\sum_m(u)} P_{nm}^{01}(u) \right\rangle_g} \quad (22)$$

$$\sum_m^{1,g} = \frac{\sum_n S_n^{0,g} V_n \left\langle P_{nm}^{01}(u) \right\rangle_g}{\sum_n S_n^{0,g} V_n \left\langle \frac{1}{\sum_m(u)} P_{nm}^{01}(u) \right\rangle_g} \quad (22')$$

Die P_{nm}^{00} in der Gleichung zur Berechnung der Flußdichte (17) können in guter Approximation mit den effektiven Querschnitten der zwischen n und m liegenden Regionen berechnet werden. Entsprechend (22') sollten die P_{nm}^{01} mit den stromgewichteten totalen Querschnitten \sum berechnet werden.

Die effektiven Querschnitte werden nach einer rationalen Approximation der Terme in den eckigen Klammern bestimmt /7/. Die $S_n^{0,g}$ und die $P_{nm}(u)$ können dabei mit groben Näherungsformeln berechnet werden.

2.4.2 Wichtungsvorschrift bei der Berechnung effektiver Gruppenquerschnitte

Werden die Formeln (21) und (22) zur Berechnung effektiver Wirkungsquerschnitte auf homogene Zonen angewandt, dann ergeben sich bei räumlich konstant angenommener Quelldichteverteilung $S_n^{0,g}$ die "flußgewichteten" /22/ Querschnitte:

$$\sum_{x, \text{hom}}^g = \frac{\left\langle \frac{\sum_x(u)}{\sum(u)} \right\rangle_g}{\left\langle \frac{1}{\sum(u)} \right\rangle_g}$$

Sie gewährleisten im homogenen Medium die Erfüllung der Bilanzgleichung

$$\sum_{hom} g \phi_{hom}^g = \left(\sum_{s,hom} g + \sum_{a,hom} g \right) \cdot \phi_{hom}^g = S_{hom}^{o,g}$$

Die "stromgewichteten" Querschnitte nach (22) sind für $S_n^{o,g} = S_{hom}^{o,g} = \text{const.}$ nicht definiert, weil $J_z = 0$.

Andererseits wird von Küsters gezeigt, daß bei der Berechnung von höheren Momenten l des Vektorflusses, ${}^l\phi_{hom}$, in homogenen Medien Wichtungsvorschriften der Art

$$\sum_{hom} {}^l g = \frac{\left\langle \frac{1}{\sum^l(u)} \right\rangle_g}{\left\langle \frac{1}{\sum^{l+1}(u)} \right\rangle_g} \quad (23)$$

auftreten.

Wichtungsvorschriften dieser Art sind in den Berechnungsvorschriften (21) und (22) inhärent enthalten. Eine globale Ortsabhängigkeit der Quelldichte $S^o \sim (1 + \alpha_1 z + \alpha_2 z^2 + \dots)$ kann z.B. vor der Summation über die Quellen durch Einführung höherer Momente der P-Operatoren

$$P_{nm}^{oi,g} \rightarrow P_{nm}^{oi,g} + \alpha_1 Z P_{nm}^{oi,g} + \alpha_2 Z^2 P_{nm}^{oi,g}$$

berücksichtigt werden. Dies wird in Kapitel 2.5 ausführlich dargelegt. In homogenen, unendlich ausgedehnten Zonen, können die Momente $Z^l P_{nm}$ berechnet und aufsummiert werden.

Es gilt

$$\sum_m Z^l P_{nm}^{oi} = \begin{cases} 0 & i+l \text{ ungerade} \\ \sim \frac{1}{\sum^l} & i+l \text{ gerade} \end{cases}$$

Folglich sind die homogenen totalen Querschnitte bei Ortsabhängigkeit der Quelldichteverteilung nach folgenden Vorschriften zu berechnen:

$$\sum_{\text{hom}}^g = \frac{\left\langle 1 + \frac{2}{3} \alpha_2 \frac{1}{\sum^2(u)} + \dots \right\rangle_g}{\left\langle \frac{1}{\sum(u)} + \frac{2}{3} \alpha_2 \frac{1}{\sum^3(u)} + \dots \right\rangle_g}$$

$$1 \sum_{\text{hom}}^g = \frac{\left\langle \frac{1}{\sum(u)} + \frac{\text{const.}}{\sum^3(u)} + \dots \right\rangle_g}{\left\langle \frac{1}{\sum^2(u)} + \frac{\text{const.}}{\sum^4(u)} + \dots \right\rangle_g}$$

Wenn also bei der Berechnung effektiver Querschnitte die Quelldichteverteilung S_n^0 mit genügender Genauigkeit bekannt ist, ergibt sich aus den Berechnungsvorschriften (21) und (22) ein Querschnittssatz, der Wichtungsvorschriften entsprechend (23) enthält.

2.4.3 Einführung einer Näherung für die Quelldichteverteilung

Nach 2.4.1 werden effektive Querschnitte für einzelne Zonen aus den Reaktionswahrscheinlichkeiten durch Wichtung mit der Quellverteilung $S_m^{0,g}$ gewonnen. Da die Quelldichteverteilung zur Zeit der Berechnung effektiver Querschnitte meistens nicht bekannt ist, ist ein Iterationsverfahren erforderlich.

Die $S_m^{0,g}$ können jedoch approximativ aus den mikroskopischen Potentialquerschnitten

$$S_m^{0,g} \approx \sum_{\text{Isotope}} \sigma_p^{v,g} \cdot N_m^v$$

berechnet werden / 8/.

Die Elimination der iterativen Ermittlung der Quelldichten S_m^{0g} und der effektiven Querschnitte beschleunigt das Berechnungsverfahren wesentlich.

Mit der Näherung werden die Einflüsse der heterogenen Quelldichtevertellung auf die effektiven Querschnitte gut erfaßt, die globale Verteilung der Quellen wird dagegen nicht berücksichtigt. Der Querschnittssatz nach (21) ist demnach - im Sinne von Küsters - ein inkonsistenter, flußgewichteter Querschnittssatz bezüglich der globalen Verteilungsfunktion.

Eine genaue Erfassung der Ortsabhängigkeit der Quelldichtevertellung in den Randzonen und im Testgitter ist ohne Schwierigkeiten möglich. In den untersuchten Fällen mit globaler Ortsabhängigkeit der S_m^{0g} weichen jedoch die effektiven Querschnitte Σ_m^g , $\Sigma_{x,m}^g$ von den ohne globale Ortsabhängigkeit der Quelldichtevertellung berechneten nur um wenige Promille ab (Kapitel 3.3.1). Die konsequent berücksichtigte Feinstruktur der Quellvertellung im heterogenen Gitter hat dagegen einen weitaus stärkeren Einfluß auf die effektiven Querschnitte, so daß die teilweise Vernachlässigung der globalen Krümmung von geringerer Bedeutung ist.

Weiterhin erschien die zusätzliche Berechnung von stromgewichteten Querschnitten $^1\Sigma_m$ und $\Sigma_{s,m}^1$ nach (22) für diese Arbeit zu aufwendig, da diese Querschnittstypen letztlich nur zur Berechnung der Korrekturen für die Anisotropie der Streuung benötigt werden. Es wurde deshalb angenommen, daß die in Kapitel 2.5 beschriebenen Leckagekorrekturen und die Anisotropiekorrekturen mit flußgewichteten totalen Querschnitten Σ_m^g und dem flußgewichteten ersten Moment des Streuquerschnitts mit ausreichender Genauigkeit berechnet werden können, weil in Energiebereichen oberhalb 100 keV Neutronenenergie, in denen beide Korrekturen bedeutend sind, der Einfluß der Resonanzabschirmung nicht stark ausgeprägt ist.

2.5 Behandlung der Leakage

Die Möglichkeit einer einfachen Leakagekorrektur - etwa nach der Methode von Benoist /15/ - wird mit der Abkehr vom Zellkonzept aufgegeben. Die Wahrscheinlichkeit der Leakage von Quellneutronen ist vom Entstehungsort abhängig und die Definition von Diffusionskonstanten - z.B. aus dem Quadrat der Wege zwischen Entstehungsort der Neutronen und erstem Stoß /23/ - führt zu unterschiedlichen Zellmittelwerten zu beiden Seiten einer Grenzfläche.

Hier wird eine Momentenmethode entwickelt, die die Berechnung der transversalen Leakage im Testgebiet und der Leakage aus den Randgittern ermöglicht. Eine mittlere Diffusionskonstante muß nicht definiert werden, sie kann im Falle unendlich ausgedehnter Gitter jedoch berechnet werden.

Bei der Ableitung des Gleichungssystems (17) und (18) aus (2) bis (4) war angenommen worden, daß die Quelldichteverteilungen in Energiegruppe k ¹⁾ $S_m^{0,k}$ und $S_m^{1,k}$ unabhängig vom Abstand von der Symmetrieachse sind. In allen realistischen Anordnungen ist das nicht der Fall.

Für diese Fälle wird nun der Ansatz gemacht, daß die Quelldichteverteilung der Neutronen einer Energiegruppe in Gebieten, die lineare Dimensionen von der mittleren freien Weglänge der Neutronen haben, in den zylindrischen Ortsvariablen separierbar ist.

1) In diesem Kapitel wird der Energiegruppenindex k nur dann angeschrieben, wenn es zum Verständnis notwendig ist.

2.5.1 Ortsabhängigkeit der Quelldichteverteilung

2.5.1.1 Quelldichteverteilung im Testgebiet

Im Punkt \vec{r}' mit dem Abstand ϱ von der Symmetrieachse gelte für die isotrope Quelldichte S^0 (Abb. 2) die Entwicklung:

$$S^0(\vec{r}') \approx S^0(z', \varrho=0) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} B_\varrho^2 \varrho^2\right) \quad (24)$$

Die energiegruppen- und ortsabhängigen Entwicklungskoeffizienten B_ϱ^2 werden in Analogie zur Eingruppenbeschreibung als lokale radiale Bucklings bezeichnet. Bei der Analyse von mehrdimensionalen Diffusionsrechnungen für typische SNEAK-Anordnungen zeigte sich, daß wegen der geringen Abhängigkeit von B_ϱ^2 von z' die Angabe von drei Werten zur Leckagekorrektur ausreichend genau war. Die Entwicklungskoeffizienten wurden an je einem Ortspunkt im linken und rechten Randgitter und an der Grenzfläche selbst aus zweidimensionalen Diffusionsrechnungen ermittelt.

2.5.1.2 Quelldichteverteilung in den Randzonen

Die Gitter zu beiden Seiten des Testgebiets werden bei der Berechnung der Stoßwahrscheinlichkeitsmatrizen als halbseitig unendlich ausgedehnte Gitter von Einheitszellen verschiedenen Typs behandelt. Wie bei der Behandlung der radialen Leckage im Testgebiet wurde deshalb angenommen, daß die Verteilung der isotropen Quelldichte in den Randzonen zusätzlich zur Feinstruktur eine globale Ortsabhängigkeit der Art

$$S_q^0(\vec{r}') \approx S_q^0(z_0, \varrho=0) \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{4} B_\varrho^2 \varrho^2 + \left(\frac{\nabla S}{S}\right)(z'-z_0) - \frac{1}{2} B_z^2 (z'-z_0)^2 \right\} \quad (25)$$

zeigt. Als Entwicklungskoeffizienten wurden energiegruppenabhängige Bucklings in den Quellzonen und lineare Entwicklungskoeffizienten $\nabla S/S$ definiert. Zwischen linearen und quadratischen

Entwicklungskoeffizienten besteht im Mehrgruppenbild kein einfacher Zusammenhang, so daß sowohl B_z^2 als auch $\nabla S/S$ als Randbedingungen zur Lösung des Grenzschnittproblems angegeben werden müssen. Als Abszissenwerte z_0 werden Ortspunkte gewählt, die mindestens eine freie Neutronenweglänge von der Grenzschnitt entfernt sind. An diesem findet der Übergang von den Randgittern zum Testgebiet statt. Die Entwicklungskoeffizienten können dort einfachen Diffusionsrechnungen entnommen werden.

2.5.2 Leckagekorrektur im Fall isotroper Streuung und ihre physikalische Interpretation

Werden die Ansätze für die Ortsabhängigkeit der Quelldichten vor Ausführung der Integration in Gleichung (7) eingeführt^{*)}, so ergeben sich bei Isotropie der Streuung sehr einfache Ausdrücke zur Leckagekorrektur. Mit q werden Regionen in den Randgittern indiziert, mit m und n werden Regionen im Testgebiet gekennzeichnet. Aus (17) wird z.B.

$$\begin{aligned}
 V_n z_n^k \phi_n^k &= \sum_m \left\{ P_{mn}^{E_{3,k}} - \frac{1}{4} B_{g,m}^2 (Z^2 P_{mn}^{E_{1,k}} - Z^2 P_{mn}^{E_{3,k}}) \right\} S_m^{0,k} V_m \\
 &+ \sum_q \left\{ P_{qn}^{E_{3,k}} - \frac{1}{4} B_{g,q}^2 (Z^2 P_{qn}^{E_{1,k}} - Z^2 P_{qn}^{E_{3,k}}) \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{\nabla S}{S} \right) (Z P_{qn}^{E_{3,k}} - z_0 P_{qn}^{E_{3,k}}) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} B_{z,q}^2 (Z^2 P_{q,n}^{E_{3,k}} - 2z_0 Z P_{q,n}^{E_{3,k}} + z_0^2 P_{q,n}^{E_{3,k}}) \right\} S_q^{0,k} V_q
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

Die Korrekturen erfordern die Berechnung der ersten und zweiten Momente der Stoßwahrscheinlichkeiten, $Z P_{mn}^{Er}$ und $Z^2 P_{mn}^{Er}$.

*) Zunächst sei die z -Achse identisch mit der Symmetrieachse, also $\rho^2 = R^2 - z^2$, $s' = 0$.

Die Momente ergeben sich aus

$$|Z^l P_{mn}^{Er}| = \frac{\sum_n}{2V_m} \left| \int_{z_{in}} dz \int_{z'_{in}} dz' \int_0^1 d\mu (z'-z)^l \mu^{r-4} e^{-|\frac{1}{\mu} \tilde{\Sigma} z|} \right| \quad (27)$$

$l = 0, 1, 2; r \geq 1$

Die Integration kann bei ortsunabhängigen Wirkungsquerschnitten in m und n ausgeführt werden. Die Ergebnisse der Integration sind in Anhang A aufgeführt.

Im unendlich ausgedehnten Gitter mit Leckagekorrektur in Richtung φ und z wird (17) zu:

$$V_n \sum_n \Phi_n = \sum_m \left\{ P_{mn}^{E3} - \frac{1}{4} B_g^2 (Z^2 P_{mn}^{E1} - Z^2 P_{mn}^{E3}) - \frac{1}{Z} B_z^2 (Z^2 P_{mn}^{E3}) \right\} S_m^0 V_m \quad (28)$$

Für zwei dünne Platten m und n im homogenen Medium mit dem totalen Querschnitt Σ sind die Stoßwahrscheinlichkeit P_{mn}^{E3} und die 2. Momente als Funktion ihres Abstandes in Abb. 4 dargestellt.

Die Leckagekorrekturen haben hier eine anschauliche physikalische Bedeutung. Sie sind mit den stoßwahrscheinlichkeitsgewichteten Mittelwerten der Quadrate der Komponenten κ des Vektors $R \vec{\Omega}$ zwischen Startpunkt und Zielpunkt verknüpft. Sie können zur Definition von ortsabhängigen Diffusionskonstanten $D_{\kappa, m}$ benützt werden, aus denen sich die zellgemittelten D_{κ} der Zellcodes ergeben (s. Anhang B):

$$\overline{g}_m^2 = \frac{\sum_n (Z^2 P_{mn}^{E1} - Z^2 P_{mn}^{E3})}{\sum_n P_{mn}^{E3}} = \frac{4D_{g, m}}{\Sigma_m} \quad (29.1)$$

$$\overline{Z}_m^2 = \frac{\sum_n Z^2 P_{mn}^{E3}}{\sum_n P_{mn}^{E3}} = \frac{2D_{z, m}}{\Sigma_m} \quad (29.2)$$

$$\overline{R}_m^2 = \frac{\sum_n Z^2 P_{mn}^{E1}}{\sum_n P_{mn}^{E3}} = \frac{6D_{R, m}}{\Sigma_m} \quad (29.3)$$

Die Summen in (29.1) bis (29.3) lassen sich im Falle eines homogenen, unendlich ausgedehnten Gitters leicht berechnen. Sie führen auf

$$\overline{g^2} = \frac{4}{3\overline{\Sigma^2}} \quad \overline{z^2} = \frac{2}{3\overline{\Sigma^2}} \quad \overline{R^2} = \frac{2}{\overline{\Sigma^2}}$$

Im heterogenen Gitter ergibt die Summation von Gleichung (28) über die Zielpunkte n die Bilanzgleichung:

$$(\text{Stoßrate im Gitter}) = (\text{Quellrate im Gitter}) - \sum_m \frac{\sum_x D_{x,m} B_x^2}{\Sigma_m} S_m^0 V_m$$

2.5.3 Leckagebehandlung bei linearer Anisotropie der Streuung

Ein einfacher Zusammenhang zwischen den Korrekturen für Leckage bei Isotropie der Streuung und bei Anisotropie der Streuung besteht nur in homogenen Zonen: $1/\overline{\Sigma^2}$ ist durch $1/\overline{\Sigma \cdot (\Sigma - \overline{\mu} \Sigma_s)}$ zu ersetzen. Für heterogene Plattengitter müssen die Korrekturterme aus den Ausgangsgleichungen (2) und (3) abgeleitet werden.

Wird für die radiale Verteilung der isotropen Quelldichte in einer Energiegruppe k in Zone m der Ansatz

$$S_m^0(\varrho) = S_m^0(\varrho=0) \left(1 - \frac{1}{4} B_g^2 \varrho^2 \right)$$

gemacht, dann ergibt sich schon allein aus der Anschauung an Ortspunkten in Zone n, die nicht auf der Symmetrieachse liegen, ein endlicher Neutronenstrom in Richtung der senkrechten Verbindungslinie von der Symmetrieachse zum Aufpunkt in n (Abb. 2)

Die Approximation $\vec{\Omega} \vec{J} = \Omega_z J_z$ für Plattengitter mit unendlicher Ausdehnung in radialer Richtung ist dort nicht gültig.

Deshalb müssen zunächst die Komponenten der Stromdichte bei vorgegebener radialer Verteilung der isotropen Quelldichte berechnet werden. Danach kann mit bekannten Stromdichtekomponenten die anisotrope Quelldichte berechnet werden, die schließlich auf die Korrekturterme für Leakage führt.

Die Komponenten der Stromdichte könnten aus Gleichung (3) bei Vorgabe der isotropen Quelldichteverteilung iterativ berechnet werden. Hier wird ein anschaulicher Weg zur Berechnung gewählt. Zur Vereinfachung des Problems wird von B_ϱ^2 eine vernachlässigbare Abhängigkeit von der Z-Koordinate angenommen. Für die Z-Komponente der Stromdichte wird die gleiche Abhängigkeit vom Abstand von der Symmetrieachse angesetzt, wie für die isotrope Quelldichte:

$$J_{z,m}(\varrho) = J_{z,m}(\varrho=0) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} B_\varrho^2 \varrho^2 \right)$$

In Richtung der Verbindungslinie wird eine Stromkomponente J_ϱ definiert. Da diese Komponente für $\varrho = 0$ verschwindet, wird für ihre radiale Abhängigkeit der einfache Ansatz

$$J_{\varrho,m}(\varrho) = \varrho \cdot (\text{const. in } m)$$

gemacht. Eine Komponente in azimuthaler Richtung existiert aus Symmetriegründen nicht.

Mit diesen Annahmen werden nunmehr die Komponenten der Stromdichte nach Gleichung (3) berechnet. Die Durchführung der Rechnung wird in Anhang C beschrieben.

Als Ergebnis wird festgestellt, daß die Annahmen über die ϱ -Abhängigkeit der Komponenten der Stromdichte bis auf Glieder höherer Ordnung in B_ϱ^2 vollständig und ohne Widerspruch zur Annahme über die Verteilung der isotropen Quellen sind.

Die Komponenten der Stromdichte in Punkten, die die senkrechte Entfernung ϱ von der Symmetrieachse haben, $J_{k,n}(\varrho)$, ergeben sich aus den Werten der isotropen Quelldichte $S_m^0 = S_m^0(\varrho=0)$ und der Stromdichte auf der Symmetrieachse $J_{z,m} = J_{z,m}(\varrho=0)$ zu:

$$V_n J_{z,n}^k(\varrho) \tilde{\sum}_{tr,n}^{z,k} = \left(1 - \frac{1}{4} B_\varrho^2 \varrho^2\right) \cdot S_m \left\{ P_{mn}^{E_{4,k}} S_m^{0,k} V_m \right. \\ \left. - \frac{1}{4} B_\varrho^2 \left(Z^2 P_{mn}^{E_{2,k}} - Z^2 P_{mn}^{E_{4,k}} \right) S_m^{0,k} V_m \right. \\ \left. - 3 \bar{\mu}_m^k \sum_{s,e,m}^k \left(Z P_{mn}^{E_{3,k}} - Z P_{mn}^{E_{5,k}} \right) \left(\frac{J_\varrho}{\varrho} \right)_m^k \cdot V_m \right\} \quad (30)$$

$$V_n J_{\varrho,n}^k(\varrho) \tilde{\sum}_{tr,n}^{\varrho,k} = \varrho \cdot \frac{1}{4} B_\varrho^2 S_m \left\{ \left(Z P_{mn}^{E_{2,k}} - Z P_{mn}^{E_{4,k}} \right) S_m^{0,k} V_m \right. \\ \left. + 3 \bar{\mu}_m^k \sum_{s,e,m}^k \cdot \left(Z P_{mn}^{E_{3,k}} - Z P_{mn}^{E_{5,k}} \right) J_{z,m}^k V_m \right\} \quad (31)$$

Die richtungsabhängigen Transportquerschnitte sind

$$\tilde{\sum}_{tr,n}^{z,k} = \sum_n^k \left\{ 1 - S_m \bar{\mu}_m^k \frac{\sum_{s,e,m}^k}{\sum_m^k} \frac{J_{z,m}^k}{J_{z,n}^k} \cdot 3 P_{mn}^{E_{5,k}} \right\}$$

$$\tilde{\sum}_{tr,n}^{\varrho,k} = \sum_n^k \left\{ 1 - S_m \bar{\mu}_m^k \frac{\sum_{s,e,m}^k}{\sum_m^k} \frac{\left(\frac{J_\varrho}{\varrho} \right)_m^k}{\left(\frac{J_\varrho}{\varrho} \right)_n^k} \cdot \frac{3}{2} \left(P_{mn}^{E_{3,k}} - P_{mn}^{E_{5,k}} \right) \right\}$$

Da $(ZP_{mn}^{E2,k} - ZP_{mn}^{E4,k})$ eine Abhängigkeit vom Abstand der Regionen n und m zeigt, die bei größeren optischen Entfernungen der von $P_{mn}^{E5,k}$ 1) entspricht, gilt für die Stromkomponente in radialer Richtung die gleiche Argumentation wie für die Z-Komponente: ihre Feinstruktur wird nur schwach ausgeprägt sein, das erste Moment gibt kleine Beiträge und das Verhältnis $(J_g/g)_m^k / (J_g/g)_n^k$ kann zur Berechnung eines mittleren Straucosinus $\tilde{\nu} \approx 1$ gesetzt werden.

Wird die anisotrope Quelldichte $\vec{\Omega} \cdot \vec{J}$ mit den Stromkomponenten $J_{z,n}^k, J_{g,n}^k$ berechnet, so ergibt sich für die skalare Flußdichte ϕ_n^k :

$$\begin{aligned} \phi_n^k \sum_n^k V_n &= \sum_m \left\{ P_{mn}^{E3,k} - \frac{1}{4} B_g^2 (Z^2 P_{mn}^{E1,k} - Z^2 P_{mn}^{E3,k}) \right\} S_m^{0,k} V_m \\ &+ \sum_m^3 \frac{1}{\mu_m^k} \sum_{s,e,m}^k \left\{ P_{mn}^{E4,k} - \frac{1}{4} B_g^2 (Z^2 P_{mn}^{E2,k} - Z^2 P_{mn}^{E4,k}) \right\} J_{z,m}^k V_m \\ &- \sum_m^3 \frac{1}{\mu_m^k} \sum_{s,e,m}^k \left\{ Z P_{mn}^{E2,k} - Z P_{mn}^{E4,k} \right\} \left(\frac{J_g}{g} \right)_m^k V_m \end{aligned} \quad (32)$$

$$S_m^{0,k} = \sum_g \left(\sum_{s,m}^{g \rightarrow k} + \chi_{f,m}^k \nu_m^g \sum_{f,m}^g \right) \phi_m^g \quad (33)$$

Die Gleichungen (32) und (33) ersetzen nunmehr Gleichung (17), Gleichungen (30) und (31) ersetzen Gleichung (18).

1) Für große Abstände und neutronenoptisch dünne Regionen gilt:

$$Z P_{mn}^{E2} \approx \frac{\chi_m}{2} z E_0(\chi) = \frac{\chi_m}{2} \frac{1}{z} e^{-\chi} \quad \text{mit} \quad \chi = \bar{\Sigma} \cdot z$$

$$Z P_{mn}^{E4} \approx \frac{\chi_m}{2} z E_2(\chi) = \frac{\chi_m}{2z} (-2E_3(\chi) + e^{-\chi})$$

$$P_{mn}^{E5} \approx \frac{\chi_m}{2} E_3(\chi)$$

2.5.4 Behandlung der Ortsabhängigkeit der Quelldichte in den Randzonen

Um die Abhängigkeit der Quelldichteverteilung in den halbseitig unendlich ausgedehnten Gittern zu beiden Seiten der Grenzfläche zu erfassen, wurde in ihnen die Faktorisierung der Flußdichteverteilung in Mikrostruktur und globale Verteilung auch in Z-Richtung durchgeführt.

Für die globale Verteilung im halbseitig unendlich ausgedehnten Gitter gelte in Energiegruppe k bei Berücksichtigung von Gliedern bis zur Ordnung B_x^2 :

$$(J_{g/q})(z) \approx (J_{g/q})(z_0)$$

$$J_z(z) \approx J_z(z_0) \left(1 - \frac{B_z^2}{(\nabla S/S)} (z-z_0) \right)$$

$$S^0(z) \approx S^0(z_0) \left(1 + \frac{\nabla S}{S} (z-z_0) - \frac{1}{2} B_z^2 (z-z_0)^2 - \frac{1}{4} B_g^2 g^2 \right)$$

Der Punkt z_0 sei soweit von der Grenzfläche entfernt, daß in seiner Umgebung die Faktorisierung durchgeführt werden kann. Die Beiträge der Randgitter (Index q) zur Stoßrate im Testgebiet (Index n) können nach Modifikation der Operatoren in den Gleichungen (30) (31) und (32) berechnet werden. Es wird z.B.:

$$P_{qn}^{E3} S_q^0 \Rightarrow \left\{ P_{qn}^{E3} + \frac{\nabla S}{S} (Z P_{qn}^{E3} - z_0 P_{qn}^{E3}) - \frac{1}{2} B_z^2 (Z^2 P_{qn}^{E3} - 2 z_0 Z P_{qn}^{E3} + z_0^2 P_{qn}^{E3}) - \frac{1}{4} B_g^2 (Z^2 P_{qn}^{E1} - Z^2 P_{qn}^{E3}) \right\} S_q^0$$

$$P_{qn}^{E4} J_{z,q} \Rightarrow \left\{ P_{qn}^{E4} + \frac{B_z^2}{(\nabla S/S)} (Z P_{qn}^{E4} - z_0 P_{qn}^{E4}) \right\} J_{z,q}$$

Die isotrope Quelldichte im Randgitter S_q^0 kann direkt aus den Ergebnissen von Zellrechnungen bestimmt werden. Näherungen für die Komponenten der Stromdichte erhält man, wenn die modifizierten Gleichungen (30) und (31) auf ein unendlich ausgedehntes Gitter angewandt werden. Bei schwach ausgebildeter Feinstruktur der Flußdichte führt der Ansatz $S_q^0 \sim \sum_q \Phi_{\text{global}}$ unter Berücksichtigung von Gliedern bis zur Ordnung B_x^2 auf:

$$J_{z,q} \approx - S_q^0 \frac{1}{\sum_{r,q}} \left(\frac{\nabla S}{S} \right) \sum_{q'} \frac{P_{qq'}^{E_5}}{\sum_{q'}} = - \left(\frac{\nabla S}{S} \right) S_q^0 \frac{D_{z,q}}{\sum_{r,q}}$$

$$\left(J_{\frac{y}{\rho}} \right)_q \approx S_q^0 \frac{1}{\sum_{r,q}} \cdot \frac{1}{2} B_y^2 \sum_{q',2} \frac{1}{\sum_{q'}} (P_{qq'}^{E_3} - P_{qq'}^{E_5}) = \frac{1}{2} B_y^2 S_q^0 \frac{D_{y,q}}{\sum_{r,q}}$$

Unter Verwendung dieser Beziehungen ist es möglich, das Randwertproblem unter Vorgabe der Quelldichten S_q^0 aus einer konventionellen Zellrechnung und den $\left(\frac{\nabla S}{S} \right)$, B_z^2 und B_y^2 aus einer homogenen Berechnung des Reaktors zu lösen. Werden die Randwerte in beiden halbseitig unendlich ausgedehnten Gittern vorgegeben, muß zusätzlich ein Normierungsfaktor angegeben werden, der die unterschiedlichen Amplituden der globalen Verteilungen berücksichtigt. Die Lösung des Problems ist wegen der Linearität des Gleichungssystems die Superponierung der Lösungen für die Fälle $S_{\text{links}}^0 = 0$ und $S_{\text{rechts}}^0 = 0$.

2.6 Reduktion des Gleichungssystems

2.6.1 Notwendigkeit der Reduktion

Das vollständige Gleichungssystem, das bei linearer Anisotropie der Streuung zu lösen ist, lautet in Operatorschreibweise

$$\vec{\varphi} = P^{00} \vec{\varphi} + P_z^{10} \vec{j}_z + P_s^{10} \vec{j}_s \quad (34.1)$$

$$\vec{j}_z = P_z^{01} \vec{\varphi} + P_{zz}^{11} \vec{j}_z + P_{sz}^{11} \vec{j}_s \quad (34.2)$$

$$\vec{j}_s = P_s^{01} \vec{\varphi} + P_{zs}^{11} \vec{j}_z + P_{ss}^{11} \vec{j}_s \quad (34.3)$$

Die strenge Lösung ist weder für das Eigenwertproblem noch für das Randwertproblem zu erhalten, sofern ausgedehnte Gitter und mehrere Energiegruppen bearbeitet werden sollen: der Platzbedarf für die Speicherung der P-Matrizen und deren Manipulation übersteigt die Kapazität der verfügbaren Rechner.

Es wurde nunmehr versucht, durch geeignete Approximationen zu einer Gleichung zu gelangen, mit der die im Experiment zu ermittelnden physikalischen Größen berechnet werden können. Das bedeutet: Die skalare Flußdichte, aus der Reaktionsraten berechnet werden können, muß explizit bestimmt werden, während die Kenntnis der Stromdichtekomponenten nicht notwendig ist.

Deshalb werden hier folgende Näherungen vorgenommen:

1. In den Gleichungen für die Komponenten der Stromdichte (34.2) und (34.3) werden die Transportquerschnitte $\tilde{\Sigma}_{tr,n}$ eingeführt. Bei der Berechnung der mittleren Streucosinus werden die Approximationen

$$\begin{aligned} \sum_m \left(\frac{\bar{\mu} \Sigma_{se}}{\Sigma} \right)_m \cdot \bar{J}_{z,m} \cdot P_{nm}^{E5} &\approx \bar{J}_{z,n} \sum_m \left(\frac{\bar{\mu} \Sigma_{se}}{\Sigma} \right)_m P_{nm}^{E5} \\ \sum_m \left(\frac{\bar{\mu} \Sigma_{se}}{\Sigma} \right)_m \cdot \left(\frac{\bar{J}_g}{g} \right)_m (P_{nm}^{E3} - P_{nm}^{E5}) &\approx \left(\frac{\bar{J}_g}{g} \right)_n \sum_m \left(\frac{\bar{\mu} \Sigma_{se}}{\Sigma} \right)_m (P_{nm}^{E3} - P_{nm}^{E5}) \end{aligned}$$

vorgenommen, die in homogenen Medien und bei schwach ausgebildeter Feinstruktur zulässig sind.

2. Die Komponenten der Stromdichte werden in die Gleichung für die Flußdichte (32) eingesetzt. Bei der Leckagekorrektur werden Glieder bis zur Ordnung B_x^2 berücksichtigt.

2.6.2 Gleichung für die Flußdichte bei linearer Anisotropie der Streuung

Das Einsetzen der genäherten Berechnungsvorschriften für die Stromkomponenten (30) und (31) in die Flußgleichung führt - unter Einschluß der Randzonen bei der Summenbildung über m und l - zu

$$\begin{aligned} \sum_n \phi_n V_n &= \sum_m S_m^0 V_m \left\{ P_{mn}^{E3} + \sum_l \left(\frac{3\bar{\mu} \Sigma_{s,e}}{\Sigma_{tr}} \right)_l P_{ml}^{E4} \cdot \left[P_{ln}^{E4} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{4} B_s^2 (Z^2 P_{ln}^{E2} - Z^2 P_{ln}^{E4}) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} B_s^2 \left[(Z^2 P_{mn}^{E1} - Z^2 P_{mn}^{E3}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_l \left(\frac{3\bar{\mu} \Sigma_{s,e}}{\Sigma_{tr}} \right)_l (Z P_{ml}^{E2} - Z P_{ml}^{E4})(Z P_{ln}^{E2} - Z P_{ln}^{E4}) \right] \right\} \quad (34) \end{aligned}$$

Wird Gleichung (34) zur Berechnung eines unendlichen Gitters mit vorgegebenen globalen Bucklings B_z^2 verwendet, so ist der rechten Seite der Gleichung der Term

$$- \frac{1}{2} B_z^2 \left[Z^2 P_{mn}^{E3} + \sum_l \left(\frac{3\bar{\mu} \Sigma_{s,e}}{\Sigma_{tr}} \right)_l \cdot 2 \cdot Z P_{ml}^{E4} \cdot Z P_{ln}^{E4} \right]$$

hinzuzufügen.

Dieser Term und weitere $\frac{\nabla S}{S}$ -proportionale sind auch bei der Lösung des Randwertproblems zu berücksichtigen, wie in 2.5.4 gezeigt wurde.

Gleichung (34) hat wieder die einfache Form der Stoßwahrscheinlichkeitsgleichung

$$\sum_n^g \phi_n^g V_n = \sum_m (P_{mn}^{E_3, g} + \delta P_{mn}^g) S_m^{0, g} V_m$$

$$S_m^{0, g} = \sum_k \left(\sum_m^{k \rightarrow g} \phi_m^k + \chi_{f, m}^g \nu_m^k \sum_{f, m}^k \phi_m^k \right)$$

Die Vorgeschichte der Quellneutronen wird in dieser Approximation genähert berücksichtigt. Ein in Region m gestartetes Neutron gelangt entweder direkt zur Region n oder es trägt zum Strom in l bei. Bei Anisotropie der Streuung bewirken die Ströme in l eine Veränderung der Stoßrate in n. Die weiter zurückliegende Vorgeschichte eines Quellneutrons wird approximativ durch richtungsabhängige Transportquerschnitte erfaßt.

Bis auf Glieder höherer Ordnung in B_x^2 ist die Leckagebehandlung der in Zellcodes üblichen äquivalent (s. Anhang B). Im Unterschied zu dieser ist sie bei linearer Anisotropie der Streuung und in der Umgebung von Grenzflächen gültig.

2.7 Bemerkungen zum Rechenprogramm GITAN

2.7.1 Programmaufbau

Die in den voranstehenden Kapiteln beschriebenen Formeln wurden in FORTRAN IV programmiert. Der Code ist aus einem Root-Segment und drei Overlay-Segmenten aufgebaut. Die Overlay-Segmente ermöglichen die Ausführung folgender Schritte:

- 1) Berechnung effektiver Querschnitte nach (21)
- 2) Lösung der Stoßwahrscheinlichkeitsgleichung für isotrope Streuung in den unendlich ausgedehnten Gittern (von KAPER /8 / weitgehend übernommen)
- 3) a) Berechnung der P_{mn} -Matrix einschließlich aller Korrekturen für Anisotropie der Streuung und Leckage
b) Lösung der Stoßwahrscheinlichkeitsgleichung (34) im endlichen Gitter
c) Berechnung von Reaktionsraten

Die Speicherplatzzuweisung erfolgt dynamisch bei Programmausführung. Der Code erfordert 140 K Kernspeicher plus Datenspeicher. Ein typisches Problem (ca. 30 Regionen im Testgebiet, links und rechts davon Zellen aus je 2 Regionen, 26 Energiegruppen) benötigt einschließlich Programmspeicher ca. 480 K Kernspeicher und wird auf der Anlage IBM 370-168 in ca. 3 min. gelöst.

Eingabedaten sind ein Gruppenkonstantensatz, der mikroskopische Querschnitte und Selbstabschirmfaktoren enthält, und Informationen über Geometrie und Materialzusammensetzung. Als Randbedingungen sind die isotropen Quelldichten in den halbseitig unendlich ausgedehnten Gittern, S_q^0 , die Entwicklungskoeffizienten $\frac{\nabla S}{S}$, B_z^2 , B_φ^2 an den Grenzen von Quellgebieten und der Testzone und B_φ^2 in der Testzone selbst für jede Energiegruppe einzugeben.

Als Sonderfall und für Kontrollzwecke kann bei Eingabe von B_z^2 im Testgitter das Eigenwertproblem in unendlich ausgedehnten Gittern gelöst werden.

2.7.2 Zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeit in das Testgitter

Die Stoßwahrscheinlichkeiten und ihre Momente für Übergänge aus den Randgittern in das Testgebiet ergeben sich durch Summation über unendlich viele Zellen in einem Halbraum. Es gilt

$$Z^l P_{qn} = \sum_{s=1}^{\infty} Z^l P_{qs,n} \quad l = 0,1,2$$

Mit q wird ein Plattentyp im unendlichen Gitter bezeichnet. Die mit q_s und q_{s+1} bezeichneten Platten befinden sich im Abstand einer Zelldicke. Die Addition wurde für die P_{qn}^{E3} , P_{qn}^{E4} und P_{qn}^{E5} nach einer von Olson /24/ entwickelten Näherungsmethode durchgeführt. Die ersten und zweiten Momente wurden dagegen für den Fall homogener Quellgebiete analytisch berechnet. Es wurde angenommen, daß die relativen Korrekturterme für homogene und optisch dünne Quellgitter gleich sind:

$$\frac{Z^l P_{qn}}{P_{qn}} \approx \frac{Z^l P_{hom,n}}{P_{hom,n}} \quad l = 1,2$$

Diese Annahme ist für eine aus optisch dünnen Zellen aufgebaute Randzone genügend genau.

3. Experimente und Vergleich mit der Theorie

3.1 Beschreibung der Meßmethode

Die Reaktionsraten wurden durchweg aus der Aktivierung von Spaltstoff und Brutstoff bestimmt. Das Verfahren ist ausführlich in vorangehenden Publikationen beschrieben /25,35/. Die Methode gewährleistet hohe örtliche Auflösung. Diese ist notwendig, weil sich die Auswirkungen von Resonanzen der Wirkungsquerschnitte oft nur über Schichtdicken von wenigen Millimetern erstrecken. Wegen der Konzentration der Spaltquellen auf die Platten aus Spaltmaterial zeigt aber auch die örtliche Verteilung des schnellen Neutronenflusses eine ausgeprägte Mikrostruktur. Die Aktivierung von Brennstoff bietet außerdem die Möglichkeit, Ratenmessungen in einem weitgehend ungestörten Gitter auszuführen. Die durch andere Detektoren eingebrachten Störungen sind bei der Analyse der Experimente weitaus schwieriger zu erfassen.

Prinzipiell wurde versucht, die mittlere Materialzusammensetzung der Platten durch das Einbringen von Sonden nur geringfügig zu verändern. Die Aktivierungsdetektoren wurden deshalb in Form von dünnen Scheiben (12 mm ϕ , 0.1 bis 0.25 mm dick) gefertigt, die den Brennstoff an wenigen Punkten im Gitter ersetzen. In den SNEAK-Anordnungen 9B und 9C-2 wurde als Brennstoff gesintertes Mischoxid PuO_2/UO_2 ¹⁾ verwendet. Die Erweiterung der üblichen Meßtechnik auf diesen Brennstoff war wegen der schwierigen Handhabung von Plutonium sehr aufwendig. Die Herstellung von Aktivierungsdetektoren und Brennstoffplatten zur Aufnahme der Sonden gelang in Zusammenarbeit mit dem UKAEA Plutonium Fuels Laboratory, Winfrith.

1) 26 % PuO_2 mit ca. 8 % ^{240}Pu im Pu
+ 74 % UO_2 natürliches Uranoxid

3.1.1 Meßanordnung

Die Brennstoffplättchen (Abb. 5) wurden mit Bohrungen von 12.1 mm Durchmesser versehen. Die Bohrungen dienten der Aufnahme von zylinderförmigen Füllstücken aus Brennstoff und der scheibenförmigen Aktivierungsdetektoren. Diese wurden aus gesintertem Uranoxid und Plutoniumoxid unterschiedlicher Isotopenzusammensetzung geschliffen.

Alle freien Oberflächen des gesinterten Mischoxids wurden zur Vermeidung starker Kontamination mit einer ca. 10 μm dicken Nickelschicht überzogen. In mehreren Experimenten in der Anordnung SNEAK-9B wurden Detektoren aus Uranmetall und einer Pu-Al-Legierung verwendet. Durch Kontrollmessungen wurde festgestellt, daß die durch diese Folien verursachte Störung gegenüber den üblichen Meßfehlern vernachlässigbar war.

3.1.2 Auswertung der Aktivierung

a) Spaltraten

Die Sonden aus Brennstoff wurden in der Meßposition im Reaktor ca. 2 Stunden lang bei einer Reaktorleistung von ca. 1 kW aktiviert.

Nach einer Abkühlzeit von mehreren Stunden wurde mit der Messung der Sondenaktivierung begonnen. Zuerst wurde die relative Verteilung von Spaltprodukten auf eine Serie von Sonden einer einheitlichen Materialzusammensetzung aus der γ -Aktivität ($E_{\gamma} > 660 \text{ keV}$) ermittelt.

Die relative Spaltproduktausbeute in der Umgebung der Grenzfläche ist trotz der Veränderung des einfallenden Neutronenspektrums weitgehend konstant / 26/. Deshalb ist die γ -Aktivität der Spaltprodukte in einer Sonde proportional zur Zahl der Spaltprozesse, die in dem Detektor während der Aktivierung stattfanden.

Durch Aktivierung von Sonden mit unterschiedlicher Isotopenzusammensetzung am gleichen Ort im Reaktor wurde die relative Verteilung der Spaltraten pro Kern, $R_f^i(\vec{r}) = \int_{\text{alle } E} \sigma_f^i(E) \phi(\vec{r}, E) dE$, für die Isotope $i = {}^{239}\text{Pu}$ (Abkürzung: 49), ${}^{235}\text{U}$ (Abkürzung: 25), ${}^{238}\text{U}$ (Abkürzung: 28) bestimmt.

Einige Meßpunkte lagen jeweils an Ortspunkten, an denen die absoluten Spaltraten der Isotope ${}^{239}\text{Pu}$, ${}^{235}\text{U}$ und ${}^{238}\text{U}$ während der Bestrahlung bekannt waren: nämlich nahe beim aktiven Belag von gleichzeitig in den Reaktor eingesetzten kalibrierten Spaltkammern. Durch Anschluß der relativen Verteilungen an diese Meßpunkte wurden schließlich absolute Spaltraten an den Meßpunkten im Gitter erhalten.

b) Einfangrate in ${}^{238}\text{U}$

Sonden aus natürlichem Uranoxid oder abgereichertem Uranmetall wurden gleichzeitig mit den Spaltstofffolien aktiviert. Zur Bestimmung des ${}^{239}\text{Np}$ -Gehalts der Sonden wurde die Intensität der emittierten 277 keV-Photonen mit einem Ge(Li)-Detektor gemessen. Der Ge(Li)-Detektor war nach der Methode von Seufert und Stegemann / 27 / kalibriert worden. Aus dem ${}^{239}\text{Np}$ -Gehalt der Sonden wurde unter Berücksichtigung der γ -Selbstabsorption die Einfangrate pro Kern ${}^{238}\text{U}$ (Abkürzung: 28) berechnet: $R_C^{28}(\vec{r}) = \int_{\text{alle } E} \sigma_C^{28}(E) \phi(\vec{r}, E) dE$

3.1.3 Erläuterung zur Darstellung der experimentellen Ergebnisse und Fehlerbetrachtung

a) Traversenmessungen

In den folgenden Abschnitten wird die Ortsabhängigkeit der Reaktionsraten pro Brennstoffkern

$$R_x^i(\vec{r}) = \int_{\text{alle } E} \sigma_x^i(E) \phi(\vec{r}, E) dE$$
$$i = 25(^{235}\text{U}), 28(^{238}\text{U}), 49(^{239}\text{Pu})$$
$$x = f(\text{Spaltung}), c(\text{Einfang})$$

mit ihrer berechneten Ortsabhängigkeit verglichen.

Die Meßkurven wie die berechneten Werte werden relativ zu einem entsprechenden Wert im Zentrum der Anordnung angegeben, d.h. $\frac{R_x^i(z)}{R_x^i(z_0)}$ wird verglichen.

In dieser Art der Darstellung sind die Meßwerte unabhängig von experimentellen Kalibrierfehlern und im Experiment erforderlichen Korrekturen. Die Genauigkeit einzelner Punkte der Traversen ist in dieser Darstellungsart hauptsächlich von der Zählstatistik und der Stabilität der γ -Meßanlage bedingt. Zusätzliche Fehler werden durch den Aufbau der Meßanordnung hervorgerufen. Insbesondere bereitete die exakte Positionierung einzelner Detektoren in der für die Messung eingebrachten Bohrung (s. Abb.5) Schwierigkeiten. Aus wiederholten Messungen am gleichen Ort können folgende Meßfehler (2σ -Bereich) der Traversenmessungen geschätzt werden:

Tabelle 1 Geschätzte Fehler der Traversenmessung (2σ)

Ort der Messung	R_f^{49}	R_f^{25}	R_f^{28}	R_c^{28}
1. im Bereich der Core/Blanket-Grenze:				
a) Brennstoffmitte und zwischen ungestörten Platten	1,5% 2) 0,7% 1)	0,7%	1%	1%
b) Oberfläche der mit Detektoren bestückten Brennstoffplatten	1% 1)	1%	2%	2%
2. im tieferen Blanket zwischen ungestörten Platten	--	1%	1.5-2%	2-3%

- 1) PuO_2 -Sinterstücke
 2) Pu-Al-Legierung

b) Spektralindizes

Die Traversenmessungen können hauptsächlich Aufschlüsse über methodische Fehler bei der Berechnung schneller Reaktoren liefern. Dagegen gestattet der Vergleich der Spektralindizes, d.h. der am gleichen Ort \vec{r} gemessenen Reaktionsraten pro Kern verschiedener Isotope Schlüsse auf Fehler in den zur Berechnung verwandten nuklearen Daten.

$$\text{Spektralindex} \quad \frac{\sigma_x^i}{\sigma_y^j}(\vec{r}) = \frac{R_x^i(\vec{r})}{R_y^j(\vec{r})} = \frac{\int \text{alle } E \quad \sigma_x^i(E) \phi(\vec{r}, E) dE}{\int \text{alle } E \quad \sigma_y^j(E) \phi(\vec{r}, E) dE}$$

Als Bezugswert wurde durchweg die Spaltrate pro Kern ^{235}U , R_f^{25} , gewählt. Diese ist im Gegensatz zur neutronenökonomisch bedeutsamen ^{239}Pu -Spaltrate gut für die vergleichende Betrachtung der Ergebnisse von Rechnung und Messung geeignet:

- Die ^{235}U -Spaltrate zeigt im untersuchten Gebiet keine merkliche Feinstruktur.
- Sie kann an vielen Ortspunkten mit hoher Genauigkeit mit geringem Aufwand gemessen werden.
- Die Kalibrierung der ^{235}U -Spaltrate kann als gesichert angesehen werden.

Die Fehler für die Kalibrierung der Spaltkammern, mit denen die absolute Spaltrate pro Kern gemessen wurde, und des Meßsystems für die Einfangrate in ^{238}U mittels einer ^{243}Am -Folie wurden nach einem Vergleich der Standards verschiedener Laboratorien abgeschätzt /28 / und in Tabelle 2 aufgeführt.

Zur Zeit der Analyse der Experimente in der Anordnung SNEAK-9B war die Kalibriertechnik weniger entwickelt, so daß die in Tabelle 2 gegebenen Werte geringfügig überschritten werden können.

Tabelle 2 Geschätzte Kalibrierfehler der Spektralindizes

	$\frac{-49}{\sigma_f} / \frac{-25}{\sigma_f}$	$\frac{-28}{\sigma_f} / \frac{-25}{\sigma_f}$	$\frac{-28}{\sigma_c} / \frac{-25}{\sigma_f}$
Fehler in %	1.5	1.5	2.5

3.2 Beschreibung der untersuchten Anordnungen

In zwei kritischen Nullenergieanordnungen wurden die Reaktionsraten an der Core-Blanket-Grenzschicht experimentell ermittelt. Die Experimente wurden mit der hier entwickelten Approximation zur integralen Transportgleichung (GITAN-Programm) nachgerechnet und die Ergebnisse verglichen.

Die Core- und Blanketzone der nahezu zylindersymmetrischen Anordnungen SNEAK-9C-2 /29/ und SNEAK-9B /30/ sind aus Einheitszellen aufgebaut, die in Abb. 6 dargestellt sind. Die quaderförmigen Zellen befinden sich in einer Matrix aus quadratischen Stahlröhren mit den Gitterabmessungen 5,44 cm x 5,44 cm. Die Zellen selbst sind aus Platten unterschiedlicher Materialzusammensetzung aufgebaut. In beiden Anordnungen wurde als Spaltstoff Plutonium verwendet. Die Experimente wurden im zentralen Element der Anordnungen im Übergangsbereich von der Corezone zum oberen axialen Blanket ausgeführt. Die axialen Blankets beider Anordnungen unterschieden sich wesentlich. SNEAK-9C-2 war von einem 30,5 mm dicken Blanket aus Uranmetall (0,4 % abgereichert) umgeben, in SNEAK-9B wurde versucht, den Brutmantel eines schnellen Leistungsreaktors zu simulieren. In der Anordnung SNEAK-9C-2 waren die Diffusionskonstanten von Core und angrenzendem Blanket stark verschieden, in der Anordnung SNEAK-9B dagegen nahezu gleich. Das Neutronenspektrum im Zentrum der Anordnung SNEAK-9B war wesentlich weicher als das von SNEAK-9C-2: Im Zentrum des kleinen Cores von SNEAK-9C-2 war der gemessene Spektralindex $\frac{\bar{\sigma}_f^{28}}{\bar{\sigma}_f^{25}} \approx 0,046$, im Zentrum von SNEAK-9B dagegen nur $\approx 0,030$.

Bei der Nachrechnung der experimentellen Ergebnisse wurde die durch die Stahlmatrix und die Plättchenhüllen eingeführte Zellstruktur vernachlässigt. Die Materialzusammensetzung der Plättchen wurde so verändert, daß die mittlere Materialposition in Schichten parallel zur Grenzfläche eingehalten wird. Die Auswirkungen dieser Homogenisierung wurden von Kiefhaber /31/ ausführlich untersucht.

3.2.1 SNEAK-9C-2

Die Anordnung SNEAK-9C-2 /29/ war wegen ihres einfachen Aufbaus aus PuO_2/UO_2 -Brennstoffplättchen, Natrium-gefüllten Stahlschachteln und abgereichertem Uranmetall zum Testen des GITAN-Rechenprogramms und zur Ausführung von physikalischen Experimenten besonders geeignet.

3.2.2 SNEAK-9B

Die Anordnung SNEAK-9B /30/ war in der mittleren Materialzusammensetzung dem geplanten Leistungsreaktor SNR 300 ähnlich. Die axialen Blankets bestanden aus 26 Einheitszellen, das Core aus 44 Einheitszellen (Abb. 6) pro Element. Um die mittlere Materialkomposition der eines Leistungsreaktors anzunähern, war ein relativ komplizierter Aufbau der Zellen notwendig, der zu einer unsymmetrischen Lage des Brennstoffplättchens in der Einheitszelle führte.

Ein wesentlicher Teil der Experimente in SNEAK-9B war die Bestimmung des Verhältnisses von Neutroneneinfang im Isotop ^{238}U zu Spaltung im Isotop ^{239}Pu in einer Anordnung mit Plutonium-Brennstoff. Aus dem Vergleich des gemessenen Verhältnisses mit Rechnungen sollte abgeschätzt werden, wie genau die Bruttoreate ähnlich aufgebauter Leistungsreaktoren vorhergesagt werden kann.

Wegen des beträchtlichen Aufwands konnten Messungen der Reaktionsraten nur an wenigen Ortspunkten ausgeführt werden. Die Reaktionsratenmessungen waren auf das zentrale axiale Element der Anordnung beschränkt. Der Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen muß deshalb für ein Modell gemacht werden, in dem die Anordnung als Plattenreaktor aufgefaßt wird, bei dem die radiale Leckage durch geeignete Korrekturen berücksichtigt wird.

Bisher war die Analyse des SNEAK-9B Experiments hauptsächlich auf globale Traversenmessungen gestützt, die mit der Annahme einer Faktorierbarkeit von Feinstruktur und globaler Verteilung korrigiert worden waren. Zur Korrektur wurde die experimentell ermittelte Feinstruktur der Einfangrate im ^{238}U in der zentralen Corezelle und in den ersten Zellen des Blankets verwendet. Mit der für die Behandlung von Grenzschichten entwickelten integralen Transporttheorie ist nunmehr die vollständige Nachrechnung des Experiments erstmals möglich. Wesentliche Ergebnisse daraus werden in Kapitel 3.4.5 vorgestellt.

3.3 Experimente in SNEAK-9C-2

Zunächst wurde untersucht, welche Approximationen bei der Entwicklung des GITAN-Codes die berechneten Reaktionsratenverteilungen in der Nähe der Core-Blanket-Grenze merklich beeinflussen.

In einem zweiten Schritt konnte dann der Vergleich von berechneten und gemessenen Reaktionsraten vorgenommen werden.

Sowohl in den numerischen Studien als auch im Vergleich mit den Experimenten wurde, wenn nicht anders angegeben, der gegenwärtig zur Berechnung dieses Typs von schnellen Reaktoren bestgeeignete 26-Gruppen-Wirkungsquerschnittssatz KFKINR /32/ verwendet. In einigen Fällen wurden die Auswirkungen unterschiedlicher Gruppenwirkungsquerschnittssätze auf die berechneten Resultate durch Anwendung des MOXTOT-Satzes /33/ geprüft. Zusätzliche Korrekturen für breite Resonanzen des elastischen Streuquerschnitts /44/ wurden nicht angebracht.

3.3.1 Vorbereitende Rechnungen zum Experiment SNEAK-9C-2

3.3.1.1 Effektive Wirkungsquerschnitte

Die Anordnung eignete sich besonders gut zum Testen der Wirkungsquerschnittsphase des GITAN-Programmes. Im fast homogenen Blanket aus abgereichertem Uranmetall sollten die effektiven Wirkungsquerschnitte im Resonanzgebiet mit zunehmender Entfernung von der Grenzschicht in die Wirkungsquerschnitte übergehen, die mit Standardverfahren für unendlich ausgedehnte Medien (NUSYS-Verfahren) berechnet werden. Im Core sollten die effektiven Querschnitte erreicht werden, die mit Zellcodes berechnet werden.

Am Beispiel des effektiven Absorptionsquerschnittes Σ_a im Energiebereich 46.5 eV bis 100 eV - d.h. starker Resonanzabsorption der schweren Kerne - wird die Genauigkeit der hier angewandten Rechenmethode demonstriert. In der ersten Zeile von Tab. 3 sind die mit dem NUSYS-Verfahren für die homogene Coremischung und das Blanket berechneten Absorptionsquerschnitte eingetragen.

Die in der nächsten Zeile aufgeführten Querschnitte wurden für die homogene Mischung mit dem in 2.4 und im Anhang D beschriebenen Verfahren aus identischen Ausgangsdaten berechnet. Die Abweichung bis zu 2 % vom Standardverfahren beruht hauptsächlich auf unterschiedlichen Interpolationsmethoden für Abschirmfaktoren. Sie bewirkt, daß der Spektralindex (Einfang in ^{238}U)/(Spaltung in ^{235}U) = $\frac{\sigma_c^{28}}{\sigma_f^{25}}$ im Uranmetallblanket der Anordnung SNEAK-9C-2 mit den Zellcodes und dem hier angewandten Verfahren ca. 1 % größer gerechnet wird als mit dem NUSYS-Verfahren.

In Zeile 3 und 4 sind die effektiven Absorptionsquerschnitte der heterogenen Anordnung in 10 cm Abstand von der Core-Blanket-Grenze (C/B), in der dem Blanket nächsten Corezelle und in der ersten 1.5 mm dicken Uransicht des Blankets aufgeführt. Die Querschnitte in 10 cm Abstand von der Grenzschicht sind mit

Tabelle 3 Einfluß der Berechnungsmethode auf effektive Wirkungsquerschnitte
im Resonanzgebiet
Beispiel: Σ_a (KFK-INR, Gruppe 18) in SNEAK-9C-2 [cm⁻¹]

		CORE 9C-2				BLANKET 9C-2		Quelldichte ¹⁾	σ_o -Berechnung ³⁾
		PuO ₂ /UO ₂ 10 cm von C/B ²⁾	Na 1 cm von C/B	PuO ₂ /UO ₂ 1 cm von C/B	Na an C/B	U(abg.) an C/B	U(abg.) 10 cm von C/B		
1	homogene Diffusionsr.	.1186		.1186		.04028	.04028	--	$\sigma_p(^{238}\text{U})$ $\sigma_t^\infty(\text{sonstige})$
2	homogen, GITAN-Code	.1202		--		--	.04051	--	
3	heterogen, GITAN-Programm	.2329	.1380-2	.2528	.1375-2	.05094	.04051	geschätzt	$\sigma_t^{\text{eff}}(^{238}\text{U}), \sigma_t^\infty(\text{sonst})$ $\sigma_t^\infty(\text{alle})$ $\sigma_t^\infty(\text{alle})$
4		.2349	.1380-2	.2546	.1375-2	.04979	.03950	geschätzt	
5		.2572	.1383-2	.2710	.1377-2	.04372	.04062	geschätzt	
6		.2577	.1383-2	.2684	.1381-2	.04380	.04062	berechnet	

1) Schätzung - entsprechend Abschnitt 2.4.3.

Berechnung der Quelldichte mit genäherten Wirkungsquerschnitten

2) C/B = Core-Blanket-Grenze

3) s. Anhang D

denen von unendlich ausgedehnten Gittern identisch. Die Veränderung der effektiven Einfangquerschnitte des Isotops ^{238}U in der Nähe der Grenzfläche ist in Abb. 7 graphisch dargestellt. Im dichten Uranblanket ergeben sich bereits im Abstand von ca. einer freien Weglänge konstante effektive Wirkungsquerschnitte. Das entspricht den Ergebnissen der Arbeiten von Huschke / 5/ und Kiefhaber /31/.

Die Veränderung der effektiven Wirkungsquerschnitte des ^{238}U im Resonanzbereich bewirkt den in Abb. 8 gezeigten Verlauf in der Ortsabhängigkeit des Spektralindex (Einfang in ^{238}U) / (Spaltung in ^{235}U) = $(\bar{\sigma}_c^{28} / \bar{\sigma}_f^{25})$. Zum Vergleich werden in dieser Abbildung auch die mit ortsunabhängigen Querschnitten und mit Querschnitten von unendlichen Gittern berechneten Ratenverhältnisse gezeigt.

Wegen des harten Neutronenspektrums im Core der Anordnung SNEAK-9C-2 erfolgen nur wenige Prozent der Spaltprozesse in den aufgelösten Resonanzen des ^{239}Pu . Deshalb steigt das Verhältnis (^{239}Pu -Spaltung) / (^{235}U -Spaltung) = $\bar{\sigma}_f^{49} / \bar{\sigma}_f^{25}$ nahe der Grenzschicht lediglich um 4 %.

Werden die Untergrundquerschnitte σ_0 und die Stoßwahrscheinlichkeiten mit dem in Zeile 3 von Tabelle 3 ermittelten effektiven Querschnitt von ^{238}U berechnet, ergeben sich die in Zeile 4 aufgeführten Absorptionsquerschnitte. Die Auswirkung dieser Approximation auf die Ratenverhältnisse ist vernachlässigbar klein. Dagegen zeigt die Berechnung von σ_0 mit durchweg nicht-abgeschirmten Querschnitten von ^{238}U eine deutliche Erhöhung des Plutoniumquerschnitts im Corebereich (Zeile 5). Ebenfalls vernachlässigbar ist der Einfluß einer genaueren Bestimmung der Quelldichten für die Querschnittsberechnung (Zeile 6).

Aus den vorangehenden Analysen kann geschlossen werden, daß im Resonanzbereich eine prinzipielle Unsicherheit von 1 - 2 Prozent bei der Berechnung von effektiven Gruppenwirkungsquerschnitten besteht. Diese bewirkt im Uranmetallblanket von SNEAK-9C-2 eine Unsicherheit im berechneten Spektralindex $\bar{\sigma}_c^{28} / \bar{\sigma}_f^{25}$ von ca. 1 %.

3.3.1.2 Einfluß der Randbedingungen und der Anisotropie der Streuung

In Abb. 8 wird gezeigt, daß nur geringe Auswirkungen von 10 % höheren Quelltermen im rechten Randgitter auf das Verhältnis $\bar{\sigma}_c^{-28}/\bar{\sigma}_f^{-25}$ zu erwarten sind. Im gesamten Testgebiet liefern nämlich die Neutronen aus dem linken anregenden Gitter den Hauptbeitrag. In noch stärkerem Maße gilt das für das Verhältnis (Spaltung in ^{238}U)/(Spaltung in ^{235}U) = $\bar{\sigma}_f^{-28}/\bar{\sigma}_f^{-25}$.

Der Einfluß der Anisotropie der Streuung wurde durch Annahme eines mittleren Streucosinus $\bar{\mu} = 0$ im Testgebiet untersucht (Abb. 8). Die Annahme isotroper Streuung bewirkt eine Erhöhung des Verhältnisses $\bar{\sigma}_f^{-28}/\bar{\sigma}_f^{-25}$ bis zu 4 % im Corebereich. Eine verstärkte Abnahme des schnellen Neutronenflusses im Blanket mit wachsendem Abstand von der Core-Blanket-Grenze reduziert $\bar{\sigma}_f^{-28}/\bar{\sigma}_f^{-25}$ auf Werte, die weit unter den mit anisotroper Streuung berechneten liegen.

Die verstärkte Abnahme der schnellen Neutronen im Blanket bei Annahme isotroper Streuung zeigt merklichen Einfluß auf den Spektralindex $\bar{\sigma}_c^{-28}/\bar{\sigma}_f^{-25}$, weil die schnellen Neutronen vom Core die hauptsächlichlichen Quellen für die langsameren im Blanket sind.

Diffusionsrechnungen mit dem üblichen Transportquerschnitt $\Sigma_{tr} = \Sigma - \bar{\mu}\Sigma_s$ ergeben im Blanket einen ähnlichen Abfall des Verhältnisses $\bar{\sigma}_f^{-28}/\bar{\sigma}_f^{-25}$ wie die Rechnung mit anisotroper Streuung. Dieses Verhalten ist mit der Äquivalenz der Transportkorrektur der Diffusionstheorie und einer δ -förmigen Vorwärtsstreuung zu erklären: $\bar{\mu}$ für ^{238}U nimmt oberhalb 1 MeV wegen Anregung der p-Wellen-Streuung beträchtliche Werte an, der Transportquerschnitt $\Sigma - \bar{\mu}\Sigma_{se}$ wird ca. $1/2 \cdot \Sigma$ und ermöglicht ein tiefes Eindringen der schnellen Neutronen aus dem Core in das Blanket.

Als Ergebnis dieser Untersuchungen kann festgestellt werden, daß die Anisotropie der Streuung von wesentlicher Bedeutung für die Ortsabhängigkeit der Ratenverhältnisse an der Core-Blanket-Grenze ist. Dagegen ist eine ungenaue Eingabe von Randbedingungen im Blanket der Anordnung von geringer Bedeutung.

3.3.2 Vergleich von experimentellen Ergebnissen mit Rechnungen

In Abb. 9 bis 12 sind die gemessenen und die berechneten Reaktionsratenverhältnisse nahe der Core-Blanket-Grenze aufgezeichnet. Die eingezeichneten Meßwerte wurden im Core zwischen der Natriumschachtel und dem PuO_2/UO_2 -Brennstoffplättchen der Einheitszelle gemessen.

In Abb. 9 fällt die beträchtliche Diskrepanz zwischen gemessenem und berechnetem Spektralindex $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ auf. Das Verhältnis Rechnung zu Experiment (C/E) steigt von ca. 0.9 im Corebereich auf Werte über 1.1 im Blanket (Abb. 10). Diese Änderung im Verhältnis C/E ist allein auf die zu schwache Abnahme der berechneten ^{238}U -Spaltrate im Blanket zurückzuführen.

Die Annahme isotroper Streuung im Testgebiet beschreibt die Ortsabhängigkeit des Spektralindex $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ im Core und nahe der Grenzschicht mit kleineren Abweichungen, führt aber im Blanket zu einer Unterschätzung des Spektralindex.

Die beträchtlichen Differenzen zwischen Rechnung und Experiment in der Umgebung der Grenzfläche sind nicht spezifisch für diese. Sie treten bereits im Corezentrum auf und sind auf Fehler im Wirkungsquerschnittssatz zurückzuführen. Das wird bei der Nachrechnung des Experiments mit dem Querschnittssatz MOXTOT besonders deutlich. Darin unterscheiden sich die Streuquerschnitte des Isotops ^{238}U merklich von den im KFKINR-Satz verwendeten ¹⁾.

1) Beim Übergang vom MOXTOT-Satz zum KFKINR-Satz wurde der inelastische Streuquerschnitt von ^{238}U reduziert und das Spektrum der inelastisch gestreuten Neutronen härter gemacht.

Die Abweichungen der Rechnungen vom Experiment werden im Corebereich fast verdoppelt, im Blanket wird der Abfall der ^{238}U -Spaltrate stark überschätzt (Abb.10).

Die Analyse der Ortsabhängigkeit der Spektralindizes nahe der Grenzfläche zeigt die deutliche Verbesserung, die durch Einführung des KFKINR-Satzes erzielt wurde. Sie läßt aber auch die Notwendigkeit weiterer Korrekturen der nuklearen Daten im KFKINR-Satz erkennen.

Die Ortsabhängigkeit des Verhältnisses $\bar{\sigma}_c^{-28}/\bar{\sigma}_f^{-25}$ wird in Abb. 11 gezeigt. Die Feinstruktur des Verhältnisses $\bar{\sigma}_c^{-28}/\bar{\sigma}_f^{-25}$ ist wegen des harten Neutronenspektrums im Core nur schwach ausgeprägt (Rechnung 1-2 %, Messung \sim 3 %) und wird deshalb in dieser Anordnung nicht ausführlich diskutiert.

Von der Rechnung wird die Abnahme des effektiven Querschnitts für ^{238}U -Einfang nahe der Core-Blanket-Grenze im Core qualitativ richtig wiedergegeben. Sowohl der zu gering berechnete Betrag des Sprunges nahe der Grenzfläche als auch der vom Experiment stark abweichende Verlauf im Blanket deuten an, daß der Anteil niederenergetischer Neutronen in diesem Gebiet in den Rechnungen unterschätzt wird. ¹⁾

Eine noch höhere örtliche Auflösung der Experimente würde wichtige Hinweise auf die effektiven Wirkungsquerschnitte geben, die die Diskrepanzen nahe der Grenzfläche hervorrufen.

Die Diffusionsrechnung kann die Abnahme der ^{238}U -Einfangrate in der Nähe der Grenzfläche nicht wiedergeben.

1) Nach Extrapolation zur Grenzfläche, d.h. Vernachlässigung der von der Grenzfläche bewirkten Ortsabhängigkeit effektiver Querschnitte, wird ein Sprung im Spektralindex $\bar{\sigma}_c^{-28}/\bar{\sigma}_f^{-25}$ von $(9.5 \pm 2)\%$ gemessen, jedoch nur zu $(6.5 \pm 1)\%$ berechnet.

Dagegen wird die deutliche Ortsabhängigkeit von $\frac{\sigma_c^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ im Core weder von der GITAN-Rechnung noch von der Diffusionsrechnung angezeigt. Dies ist wahrscheinlich auf eine Unterschätzung der Rückstreuung aus dem Blanket zurückzuführen, d.h. auf fehlerhafte Streuquerschnitte von ^{238}U .

Das Verhältnis $\frac{\sigma_f^{-49}}{\sigma_f^{-25}}$ ist im gesamten Corebereich konstant 1.08 ± 0.02 . Es liegt ca. 5 % über dem berechneten Wert. Diese Abweichung entspricht der bereits früher in kleinen Plutoniumcores gefundenen Diskrepanz /34/.

Aus Messungen der Ortsabhängigkeit der Reaktionsraten pro Kern in der der Core-Blanket-Grenze nächstgelegenen Corezelle (Tab. 4) wird deutlich, daß diese Abhängigkeit im Gebiet starker Gradienten nicht aus einer Berechnung der globalen Verteilung und einer Feinstrukturrechnung mit Zellcodes synthetisiert werden kann. Die mit Zellcodes berechneten Spalt-raten pro Kern an den beiden Oberflächen des Brennstoffplättchens sind gleich. Die Synthese ergibt also den gleichen Gradienten zwischen homologen Punkten des Gitters und zwischen den beiden Oberflächen des Brennstoffplättchens. Dagegen zeigt das Experiment, daß nahezu die gesamte Abnahme der Reaktions-raten im Brennstoff selbst und nicht in den Na-gefüllten Schachteln erfolgt. Dieses Verhalten wird auch mit dem GITAN-Code berechnet.

Je nach Wahl der Meßposition in der Einheitszelle können im Experiment nahe der Core-Blanket-Grenze Meßwerte erzielt werden, die mehrere Prozent vom Verlauf der durch die Mittelwerte im Brennstoff gegebenen globalen Traverse abweichen und Diskrepanzen zwischen globaler Rechnung und Messung vortäuschen.

Tabelle 4 SNEAK-9C-2

Relative Abnahme der Spaltraten in der obersten Corezelle
 (in 10^{-2} cm^{-1} , 0 bis 1.25 cm Entfernung von der Grenzfläche)

	Experiment		Integr. Transport- rechnung GITAN		Diffusionsrechnung + Zellcode
	global	im PuO_2/UO_2	global	im PuO_2/UO_2	global \equiv im PuO_2/UO_2
R_f^{49}	8 ± 3	13 ± 5	5.3	9.3	4.8
R_f^{28}	12 ± 3	21 ± 3	10.5	17.5	9.1
R_f^{25}	--	--	5.3	7.9	4.9

Schließlich soll an einem Beispiel die Leistungsfähigkeit des entwickelten Codes demonstriert werden: Unmittelbar an der Blanketgrenze der Anordnung wurde der Spektralindex $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ gemessen. Im Experiment wurde an der Grenze des unteren axialen Blankets (Plattenfolge Na/PuO₂-UO₂/U depl.) ein (6±1.5)% höherer Spektralindex gemessen als an der Grenze des oberen axialen Blankets (Folge PuO₂-UO₂/Na/U depl.). Die Berechnung des Spektralindex für die veränderte Plattenfolge ergab mit dem GITAN-Code in Übereinstimmung mit dem Experiment eine Differenz des Spektralindex von 4.8 %. An diesem Beispiel wird deutlich, wie detailliert experimentelle Ergebnisse in unmittelbarer Umgebung der Grenzfläche durch das GITAN-Programm interpretierbar geworden sind.

3.4 Experimente in SNEAK-9B

Die Ortsabhängigkeit der gemessenen und der mit dem KFKINR-Querschnittssatz berechneten Reaktionsraten pro Kern in der Umgebung der Core-Blanket-Grenzschicht ist in den Abbildungen 13 bis 16 dargestellt. Die Meßwerte sind relativ zu einem Ortspunkt ca. 0.3 mm innerhalb des abgereicherten Uranmetallplättchens der zentralen Corezelle angegeben.

Die Spaltratenverhältnisse sind in den Abbildungen 17 bis 19 dargestellt.

Die berechneten Werte wurden in mehreren Schritten mit dem GITAN-Transportprogramm erzeugt. Zunächst wurden die Mittelwerte der Reaktionsraten in den Brennstoffzonen in einer Entfernung bis zu 15 cm von der Core-Blanket-Grenzschicht berechnet. Danach wurde die Feinstruktur der Verteilung in 0.2 cm dicken Schichten am Außenrand und im Zentrum der Brennstoffplättchen ermittelt.

Die berechneten Traversen wurden in den ca. 15 cm von der Grenzschicht entfernten Corezellen an die experimentellen Daten angepaßt, um vom Querschnittssatz hervorgerufene Fehler weitgehend zu eliminieren.¹⁾ Eine für den homogenen Reaktor mit Diffusionstheorie berechnete Traverse wurde in die Abbildungen aufgenommen. Sie wurde mit effektiven Wirkungsquerschnitten, die aus Zellrechnungen gemittelt wurden, berechnet.

Zur Erleichterung des Vergleichs wurden die Meßwerte des Spektralindex $\frac{\sigma_c^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ in der Abbildung 19 mit dem Faktor 1.035 multipliziert.

3.4.1 Allgemeine Tendenz der Ortsabhängigkeit der Reaktionsraten

In den Abbildungen 13 bis 16 wird im Corebereich $z \leq 45$ cm eine deutliche örtliche Verschiebung der experimentell gefundenen Werte um ca. 1 cm in Richtung des oberen axialen Blankets von der für den homogenen Reaktor berechneten Traverse gemessen. Diese Verschiebung wurde auch bei den Traversenmessungen mit Spaltkammern festgestellt. Ihre Ursache ist der asymmetrische Aufbau der Anordnung: die Quellzonen der Spaltneutronen, d.h. die PuO_2/UO_2 -Schichten, liegen nicht symmetrisch in den Corezellen, sondern sind um ca. 1 cm in Richtung der positiven z-Achse versetzt. Für die Berechnung der Reaktionsraten mit dem Transportprogramm bedeutet dies, daß die Anregung vom Unendlichgitter am Punkt $z = 30$ cm ca. 2 % höher gewählt werden muß als im symmetrischen Fall. Wäre das untere axiale Blanket vermessen worden, wäre ein gegensätzlicher Effekt festgestellt worden.

1) Die Spaltrate pro Kern ^{238}U wurde bei $z \approx 35$ cm angepaßt.

3.4.2 Ortsabhängigkeit der Reaktionsraten

Der Vergleich der gemessenen und berechneten Traversen im Testgebiet (Abb. 13 bis 16) zeigt innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen weitgehende Übereinstimmung. Die Spaltrate von ^{239}Pu wurde nur mit Detektoren aus einer Pu-Al-Legierung im abgereicherten Uran gemessen. Die Meßwerte sind 1.5 bis 2 % ungenau. Nur die Spaltrate des ^{238}U in den UO_2 -Schichten des Blankets wird von der Transportrechnung um 3 - 4 % überschätzt. Auch die Diffusionsrechnung gibt in dieser Anordnung - unter Berücksichtigung einer örtlichen Verschiebung der Traversen - den globalen Verlauf der Mittelwerte der Spaltrate von ^{235}U und der Einfangrate von ^{238}U gut wieder. Diese Übereinstimmung ist wegen der annähernd gleichen Diffusionseigenschaften von Core und Blanket dieser Anordnung verständlich. Die Transportquerschnitte sind im Blanket im Mittel nur ca. 5 % höher als im Core.

3.4.3 Feinstruktur der Reaktionsraten pro Kern

Deutliche Feinstruktur der Ratenverteilung wird für die Spaltrate des Isotops ^{238}U im Corebereich und für die Einfangrate von ^{238}U gemessen und berechnet. Die Spaltraten von ^{239}Pu und ^{235}U zeigen keine ausgeprägte Feinstruktur.

3.4.3.1 Feinstruktur der ^{238}U -Spaltung

Die Feinstruktur der ^{238}U -Spaltrate (Abb. 15) und im Verhältnis $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ (Abb. 18) kann durch die Transportrechnung im Rahmen der experimentellen Fehlergrenzen beschrieben werden. Bemerkenswert ist wiederum die starke Abnahme der ^{238}U -Spaltrate in den UO_2 -Schichten des Blankets im Vergleich zur globalen Abnahme.

In unmittelbarer Umgebung der Grenzfläche kann das Transportprogramm die gemessene Reaktionsratenverteilung sehr gut wiedergeben.

3.4.3.2 Feinstruktur des ^{238}U -Einfangs

Die Feinstruktur in der Verteilung der ^{238}U -Einfangrate (Abb. 16 und Abb. 19) wird hauptsächlich von Neutronen mit Energien im Bereich aufgelöster Resonanzen des ^{238}U ($E < 20 \text{ keV}$) hervorgerufen. Wegen des weicheren Neutronenspektrums der Anordnung SNEAK-9B ist sie hier wesentlich stärker ausgeprägt als in SNEAK-9C-2. Da die Resonanzneutronen eine geringe freie Weglänge im Uran haben, werden nur direkt an der Oberfläche der Brennstoffschichten hohe Einfangraten gemessen. Alle Aktivierungs sonden, die sich weiter als ca. 0,25 mm von der Plättchenoberfläche entfernt befanden, zeigten Einfangraten, die nahe beim gerechneten Mittelwert über das Brennstoffplättchen lagen.

Wegen der starken Veränderung der ^{238}U -Einfangrate in der Nähe der Brennstoffoberflächen wird der unmittelbare Vergleich von gemessenen und berechneten Raten an diesen Punkten schwierig. In vielen Experimenten wurde festgestellt, daß die Einfangrate in den Oberflächenschichten, besonders den dem Blanket zugewandten, 1 bis 3 % höher gemessen als berechnet wird. Diese Meßergebnisse sind durch die Versuchsbedingungen (z.B. Positionierung, Spalte, Schachtelwand, protektive Schutzfolien) immer noch so stark beeinflusst, daß einige Prozent Abweichung zwischen Rechnung und Messung erklärbar sind. Diese Aussage wird durch wiederholte Messungen am gleichen Ortspunkt bekräftigt.

Die Mittelwerte der Einfangraten im Brennstoff und die Meßwerte im Inneren des Brennstoffs können dagegen mit Abweichungen $\leq 2 \%$ berechnet werden. Ein signifikanter Schluß auf fehlerhafte Behandlung der effektiven Wirkungsquerschnitte im Resonanzgebiet ist wegen der experimentellen Unsicherheiten zur Zeit nicht möglich.

Bemerkung:

Die starken Abweichungen der Meßpunkte in den Blanketzellen II, III und VI von den Rechnungen sind durch experimentelle Fehler zu erklären. Weil die Zahl der zur Verfügung stehenden UO_2 -Plättchen mit Bohrungen zur Aufnahme von Aktivierungsdetektoren gering war, wurden an diesen Stellen Urandioxid-Plättchen einer Testserie mit nicht exakt bekannten Materialdaten statt der Originalplättchen eingesetzt. In einer zusätzlichen Rechnung wurde, entsprechend der verfügbaren Information, angenommen, daß der UO_2 -Gehalt dieser Plättchen 10 % höher ist als der der SNEAK-Plättchen. Die berechneten Korrekturfaktoren (-1/2%) sind jedoch klein gegen die Diskrepanz zwischen Rechnung und Messung (-3%). Nur eine Analyse der an dieser Stelle verwendeten Urandioxydplättchen könnte an diesen Punkten Aufklärung bringen.

3.4.4 Spektralindizes

Der Vergleich der gemessenen mit berechneten Spektralindizes (Abb. 17 bis Abb. 21) zeigt deutlich geringere Diskrepanzen als in der Anordnung SNEAK-9C-2. Die Ursachen dafür können mit der Wahl des Wirkungsquerschnittssatzes erklärt werden. Der KFKINR-Satz wurde speziell zur Berechnung von Neutronenspektren präpariert, die dem des SNR 300 ähnlich sind. Im Gegensatz zur Anordnung SNEAK-9C-2 ist in SNEAK-9B eine Ähnlichkeit der Neutronenspektren mit dem des SNR 300 gegeben.

In den tieferen Blanketschichten von SNEAK-9B, in denen das Neutronenspektrum wesentlich weicher wird, treten stärkere Abweichungen auf (vgl. 3.4.5). Dies ist im Verhältnis $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ bereits in geringer Entfernung von der Grenzfläche festzustellen.

Die Anwendung des MOXTOT-Querschnittssatzes ergibt im Corebereich für den Spektralindex $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ eine 12%-Diskrepanz zwischen Rechnung und Messung. Die Änderungen im Spektralindex $\frac{\sigma_c^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ sind dagegen gering: die Ortsabhängigkeit wird von beiden Querschnittssätzen richtig wiedergegeben. Aus der scheinbaren Verbesserung im berechneten Wert des Spektralindex kann wegen der unzulänglichen Kalibrierungstechnik zur Zeit der Ausführung des Experiments (1972) kein wesentlicher Schluß gezogen werden.

Die Annahme von Isotropie der Streuung ($\bar{\mu} = 0$) im Testbereich wirkt sich nur unbedeutend auf das Verhältnis $\frac{\sigma_c^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ aus, die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung im Spektralindex $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ wird durchweg verschlechtert.

3.4.5 Bestimmung der integralen ^{238}U -Einfangrate im Blanket

Die Verteilung der Einfangrate in ^{238}U im Core und Blanket wurde zur Bestimmung der Brutrate benötigt. Die Traversen entlang der z-Achse wurden in homologen Ortspunkten in Corezellen und Blanketzellen gemessen. Im Corebereich wurde als Referenzpunkt eine Folie an der Oberfläche des Plättchens aus abgereichertem Uran gewählt. Durch Messung der Feinverteilung im PuO_2/UO_2 -Plättchen und im Uranplättchen wurde von diesem Meßpunkt auf den Mittelwert in der Zelle geschlossen. Im Blanket wurde ähnlich verfahren. In einem Aluminiumrahmen (Al 25 %) wurde ein ^{238}U -Detektor zwischen dem Brutstoff UO_2 und dem mit Natrium gefüllten Plättchen aktiviert.

Der Schluß auf die mittlere Reaktionsrate im Uranoxid wurde in den bisher veröffentlichten Arbeiten /36, 37/ nach Analyse der Feinstrukturmessungen in den Blanketzellen I, II, IV und VI vorgenommen, die jedoch teilweise fehlerhaft sind.

Die Nachrechnung der Verteilung der Einfangrate mit dem GITAN-Programm zeigt nunmehr folgende Korrekturmöglichkeiten auf:

- a) Beim Vergleich der Meßergebnisse mit homogenen Rechnungen wurde bisher nur die Asymmetrie im Aufbau der axialen Blankets berücksichtigt. Messungen im unteren axialen Blanket waren nicht durchgeführt worden. Bei der Nachrechnung des Experiments mit dem GITAN-Code konnte nunmehr auch die vom asymmetrischen Aufbau der Corezone herrührende unterschiedliche Anregung des oberen bzw. unteren axialen Blankets berücksichtigt werden. Mit der Annahme einer zur Lage der PuO_2/UO_2 -Plättchen symmetrischen Flußverteilung im Core wurden die Integrale der Einfangrate in den ersten fünf Zellen des oberen und des unteren axialen Blankets berechnet. Danach ist zu schließen, daß die aus dem Experiment im oberen axialen Blanket bestimmte Einfangrate um $(1.5 \pm 0.5)\%$ verringert werden muß, wenn ein Vergleich mit einem symmetrisch aufgebauten Reaktor durchgeführt werden soll. (Die Fehlerschätzung von 0,5 % berücksichtigt, daß beim Vergleich die Anregung der Testgitter aus den tieferen Blanketschichten konstant angenommen wurde).
- b) In den Blanketzellen läßt sich die experimentell in dem Aluminiumrahmen über den UO_2 -Plättchen ermittelte Einfangrate durch GITAN-Rechnungen mit dem Mittelwert im UO_2 korrelieren (Tab. 5). Die Übereinstimmung zwischen korrigierten Meßwerten und berechneten Mittelwerten ist trotz der beträchtlichen Veränderung im Neutronenspektrum bis zu 20 cm Abstand von der Core-Blanket-Grenze (halbe Blanketdicke) im Bereich der experimentellen Fehlergrenzen ¹⁾. In den weiter außen liegenden Blanketschichten sind die korrigierten experimentell ermittelten Einfangraten beträchtlich größer als die berechneten.

1) Bisher war aus den Meßergebnissen in den 5 - 10 cm von der Grenze entfernten Blanketzellen mittels des KAPER-Zellprogramms eine pauschale Korrelation zwischen den unter dem UO_2 liegenden Detektoren und dem Mittelwert im UO_2 im gesamten Blanket abgeleitet worden.

Tabelle 5 Relative Einfangrate pro Kern ^{238}U im Blanket von SNEAK-9B

Entfernung vom Core (cm)	1.3	2.8	4.4	6.0	7.5	9.1	13.8	20.0	26.3	32.6	38.8
Zelle Nr.	I	II	III	IV	V	VI	IX	XIII	XVII	XXI	XXV
Meßwert im benachbarten Al 25%	.577	.559 (.553)	--	.523 (.523)		.484	.419	.333	.241	.162	.089
Mitte UO_2 (E)	.550			.483 (.483)	.473 .463						
Transportrechn. im Al 25%	.579	.562	.542	.523	.502	.481	.414	.319	.227	.139	.053
Mittelwert UO_2 (C)	.550	.530	.509	.487	.465	.443	.374	.284	.201	.124	.051
Korrektur für Werte im Al 25%	-5.3%	-6.1%	-6.6%	-7.2%	-7.8%	-8.4%	-10.8%	-12.3%	-13.0%	-12.1%	-3.9%
Korrigierte Meßwerte E (korr)	.548	.527 (.521)		.488 (.488)		.446	.378	.297	.213	.145	.086
C/E (korr) ⁻¹ (%)	+0.4	+0.6 (+1.7)		-0.2 (-0.2)		-0.7	-1.1	-4.4	-6.1	-16.5	-68.
$C/E - 1$ (%)	0.0			+0.8	-1.7 +0.5						

Die Diffusionsrechnung für ein homogenes Blanket ergibt nahezu die gleiche Ortsabhängigkeit im Blanket wie die GITAN-Rechnung.

Wird die Traverse der korrigierten Meßwerte zur Ermittlung der Brutrate verwendet, so ergibt sich die integrale Einfangrate von ^{238}U im Blanket $(3 \pm 1)\%$ niedriger als bisher angenommen.

Das Integral der gemessenen Einfangrate übersteigt jedoch sowohl das mit der integralen Transporttheorie berechnete als auch das mit der Diffusionstheorie erhaltene um ca. 4 %, weil die Beiträge der Blanketschichten in mehr als 20 cm Abstand von der Core-Blanket-Grenzschicht bedeutend größer sind als berechnete. Eine experimentelle Überprüfung der in diesen Gebieten angewandten Korrekturfaktoren erscheint geboten, auch ist die Einführung eines mit einem typischen Blanketspektrum gewichteten Gruppensatzes /43/ zu erwägen. Aus der Analyse der experimentell ermittelten Einfangraten im Blanket der Anordnung SNEAK-9B mit dem Transportprogramm können folgende Schlüsse gezogen werden:

1. Wegen des unsymmetrischen Aufbaus der Anordnung SNEAK-9B muß beim Vergleich der im oberen axialen Blanket gewonnenen Meßergebnisse mit Rechnungen das experimentell ermittelte Integral um $(1,5 \pm 0,5)\%$ reduziert werden.
2. Die in tieferen Blanketschichten gemessenen Einfangraten im Strukturmaterial sind nicht eindeutig mit den Mittelwerten im Brutstoff zu korrelieren. Aus den Feinstrukturmessungen in den dem Core benachbarten Blanketzellen und integralen Transportrechnungen ist zu schließen, daß die integrale Einfangrate des ^{238}U im oberen axialen Blanket bei Normierung nahe der Core-Blanket-Grenze $(4 \pm 1)\%$ niedriger berechnet als gemessen wird. In vorangehenden Publikationen /37/ war von einer Unterschätzung der gemessenen Einfangrate von ca. 8 % ausgegangen worden.

3. Das Verhältnis gerechnete Brutrate im Core zu gemessener Brutrate im Core liegt bei 1.06 ± 0.035 /36/. Die Diskrepanz wird hauptsächlich vom zu hoch berechneten Spektralindex $\sigma_c^{-28} / \sigma_f^{-49}$ hervorgerufen. Die Nachrechnung des Experiments im Blanket mit dem GITAN-Code führt auf ein Verhältnis von gerechneter Brutrate des axialen Blankets zu gemessener von 1.01 ± 0.05 . Die Verbesserung des Verhältnisses gegenüber dem im Core bestimmten ist auf eine Unterschätzung der in den äußeren Blanketschichten gemessenen ^{238}U -Einfangrate durch die Rechnungen zurückzuführen.

4. Schlußfolgerungen aus dem Vergleich

Die wichtigsten Erkenntnisse aus dem Vergleich von Reaktionsratenmessungen in den Anordnungen SNEAK-9C-2 und SNEAK-9B mit Rechnungen werden hier zusammengefaßt.

4.1 Fehlerquellen bei der Interpretation von Meßergebnissen in der Nähe von Grenzflächen

Die in früheren Vergleichen festgestellten Diskrepanzen zwischen Meßwerten nahe der Core-Blanket-Grenze und Rechnungen können vorwiegend auf folgende Fehlerquellen zurückgeführt werden.

4.1.1 Nukleare Daten

Fehler in den nuklearen Eingabedaten wirken sich in der Umgebung der Grenzfläche besonders deutlich aus, wenn die Neutronenspektren und Diffusionseigenschaften in den aneinandergrenzenden Regionen stark verschieden sind. Sie können durch die verbesserten Rechenmethoden nicht beeinflußt werden.

Die Ortsabhängigkeit der effektiven Wirkungsquerschnitte in der Nähe der Grenzfläche muß bei der Interpretation von Experimenten berücksichtigt werden. Das GITAN-Programm ermöglicht dies auch im Falle heterogener Anordnungen. Zur Analyse der in tieferen Blanketschichten gemessenen Reaktionsratenverteilung ist der hier angewandte Wirkungsquerschnittssatz nur bedingt geeignet, weil bei seiner Erstellung das Neutronenspektrum eines Corebereichs als Wichtungsfunktion verwendet wurde.

4.1.2 Fehler bei der Erfassung der Versuchsbedingungen

In den beiden untersuchten Anordnungen ist zur Interpretation der experimentellen Daten die Berücksichtigung der im Experiment tatsächlich vorliegenden Materialverteilung notwendig. Mit dem GITAN Programm ist dies nunmehr möglich. Die Annahme einer homogenen Verteilung in den Reaktorzellen kann in der Nähe der Core-Blanket-Grenze Fehler im berechneten Ratenverlauf von mehreren Prozent vortäuschen.

4.1.3 Einfluß der Anisotropie der Streuung

Die Berücksichtigung der Anisotropie der Streuung ist bei der Nachrechnung der Experimente erforderlich. Die Annahme von Isotropie der Streuung führt zu einer beträchtlichen Überschätzung der Abnahme der Spaltrate pro Kern ^{238}U in der Nähe der Core-Blanket-Grenze, die Diffusionstheorie unterschätzt diese Abnahme.

4.2 Anwendung des GITAN-Codes zur Interpretation von Meßergebnissen

4.2.1 Relative Ratenverteilung

In der Anordnung SNEAK-9B, deren Neutronenspektrum dem des Leistungsreaktors SNR 300 ähnlich ist, konnten nur für die Ortsabhängigkeit der Spaltrate pro Kern ^{238}U signifikante Differenzen zwischen Messung und GITAN-Rechnung in der Umgebung der Grenzfläche festgestellt werden. Die örtliche Verteilung der Spaltrate pro Kern ^{239}Pu und ^{235}U kann innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen von 1 - 2 % bei Anwendung des

26-Gruppen-Wirkungsquerschnittssatzes KFKINR berechnet werden. Das gilt ebenso für die Mittelwerte der Einfangrate pro Kern ^{238}U in den Brennstoffplatten.

Die Verteilung der ^{238}U -Spaltrate in unmittelbarer Umgebung der Grenzfläche wird mit dem GITAN-Code richtig berechnet, in den tieferen Schichten des Blankets treten Abweichungen auf, die von Fehlern in den nuklearen Daten verursacht sein können.

4.2.2 Spektralindizes

Die beträchtliche Abweichung der Meßergebnisse von dem mit Standardverfahren berechneten Spektralindex $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ wird durch Anwendung des Transportcodes nur unwesentlich reduziert. Sie ist auf Fehler in den nuklearen Eingabedaten zurückzuführen. Eine deutliche Beziehung besteht zwischen der Härte des Neutronenspektrums und der Abweichung des berechneten Spektralindex vom gemessenen. Wird der gemessene Index selbst als Maß für die Härte des Spektrums verwendet, so erhält man im Bereich der Grenzschicht unabhängig von der betrachteten Anordnung folgendes Bild:

$\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$	0.045	0.03 - 0.02	0.01
Rechnung/ Experiment	0.90	1.00 \pm 0.05	1.10

Durch Reduktion der Vorwärtsstreuung im Bereich der Grenzschicht kann die Diskrepanz verringert, jedoch nicht beseitigt werden. Die Ratenverhältnisse $\frac{\sigma_f^{-49}}{\sigma_f^{-25}}$ und $\frac{\sigma_c^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$ bleiben dadurch nahezu unverändert. Für sie ergeben sich in der Nähe der Grenzschicht ähnliche Verhältnisse von Rechnung zu Experiment (C/E) wie im Corezentrum:

	C/E (9C-2)	C/E (9B) +)
$\frac{-49}{\sigma_F} / \frac{-25}{\sigma_F}$	0.95 ± 0.02 (0.95 im Core- zentrum)	1.00 ± 0.02 (0.97 im Core- zentrum)
$\frac{-28}{\sigma_C} / \frac{-25}{\sigma_F}$	0.97 ± 0.03 (0.98 im Core- zentrum)	1.035 ± 0.03 (1.035 im Core- zentrum)

+) unter Berücksichtigung der Neukalibrierung der Standards im Jahre 1975

5. Zusammenfassung

Eine Methode zur Interpretation von Reaktionsratenmessungen in der Umgebung von Grenzflächen in schnellen Nulleistungsreaktoren wurde entwickelt.

Zu der neu entwickelten Theorie wurde ein Rechenprogramm geschrieben, mit dem bisher nicht zuverlässig interpretierbare Experimente in verschiedenen SNEAK-Anordnungen ausgewertet werden konnten. Damit ist es möglich geworden, aus den in Nulleistungsreaktoren gewonnenen Erkenntnissen Schlüsse auf die Verteilung von Reaktionsraten in der Nähe von Grenzflächen in Leistungsreaktoren zu ziehen.

Aus der integralen Form der Boltzmanngleichung wurde eine Approximation in Multigruppenformulierung für Plattengeometrie abgeleitet, die folgende Merkmale aufweist:

1. Die Verteilung der skalaren Neutronenflußdichte in einer beliebigen Anordnung neutronenoptisch dünner Platten kann berechnet werden.

Eine Faktorenzerlegung der Neutronenfeldverteilung in globale Abhängigkeit und Feinstruktur ist nicht erforderlich. Effektive ortsabhängige Neutronenwirkungsquerschnitte im Resonanzbereich werden aus den routinemäßig verwendeten Multigruppenquerschnittssätzen gewonnen, die auch bei der Auslegung von Leistungsreaktoren eingesetzt werden.

2. Lineare Anisotropie der Streuung wird in einer Näherung berücksichtigt, die in schnellen Reaktoren gültig ist. Über die Anisotropie des Vektorflusses sind keine Annahmen notwendig.
3. Zur Erfassung der Leckage parallel zu den Plattenebenen wurde eine Momentenmethode entwickelt, die auch in der Nähe von Grenzflächen gültig ist.
4. Die Methode konnte zur Interpretation von Reaktionsratenmessungen in der SNEAK-Anlage angewandt werden.

An der Core-Blanket-Grenze von zwei schnellen kritischen Nullenergieanordnungen in der SNEAK-Anlage wurden die Spaltraten von ^{239}Pu , ^{235}U , ^{238}U und die Einfangrate von ^{238}U durch Sondenaktivierung gemessen. Die mit Plutoniumbrennstoff betriebene Anordnung SNEAK-9B simulierte in Aufbau der zentralen Corezone und des axialen Blankets den Leistungsreaktor SNR 300.

Die wesentlich kleinere Anordnung SNEAK-9C-2 wurde zum Studium integraler Daten des Plutoniumbrennstoffs betrieben. Das Core war von einem Blanket aus abgereichertem Uran umgeben.

Die experimentell ermittelte Ortsabhängigkeit der Reaktionsraten in der Umgebung der Grenzfläche einschließlich der Feinverteilung im Brennstoff wurde mit der berechneten Abhängigkeit verglichen.

Die Diskrepanzen zwischen Experimenten und den früher angewandten Berechnungsmethoden konnten auf zwei Ursachen zurückgeführt werden.

1. Fehler in den verwendeten Sätzen nuklearer Daten wirken sich wegen der starken Änderung des Neutronenspektrums nahe der Core-Blanket-Grenze besonders deutlich aus.

2. Die korrekte Erfassung der im Experiment gegebenen Verhältnisse kann in Berechnungen mit Standardverfahren nicht erreicht werden. Die hier entwickelte Berechnungsmethode erlaubt die konsequente Berücksichtigung der im Experiment vorliegenden Rand- und Nebenbedingungen.

Die Anwendung des KFKINR-Satzes zur Berechnung der Ortsabhängigkeit der Reaktionsratenverteilung in der Umgebung der Core-Blanket-Grenze einer dem SNR 300 ähnlichen Anordnung ergab im Rahmen der experimentellen Fehler (ca. 2 %) Übereinstimmung mit dem Experiment für die normierte örtliche Verteilung der Spaltraten pro Kern ^{239}Pu und ^{235}U sowie die Feinverteilung der ^{238}U -Spaltrate.

Der Wirkungsquerschnittssatz KFKINR ist demnach zur Berechnung der durch Spaltung erzeugten Leistung in Reaktoren vom Typ des SNR 300 auch in der Nähe von Grenzschichten geeignet.

Die starke Ortsabhängigkeit der ^{238}U -Einfangrate in der Umgebung der Core-Blanket-Grenze der Anordnung SNEAK-9B konnte mit dem neu entwickelten Verfahren berechnet werden. Die im Brennstoff gemessene Verteilung stimmt mit den Rechnungen innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen von 1-2 % überein, die Überhöhung der ^{238}U -Einfangrate an den Oberflächen des Brennstoffs wird geringfügig unterschätzt.

Der Abfall der ^{238}U -Spaltrate im simulierten Brutblanket wird mit wachsendem Abstand von der Grenzfläche unterschätzt. Die schlechte Übereinstimmung zwischen gemessener und berechneter ^{238}U -Einfangrate in den tieferen Schichten eines simulierten Brutblankets ist wegen ihrer Bedeutung für das Brutvermögen unbefriedigend. Für eine sichere Vorhersage der Brutrate des SNR 300 ist daher noch eine Verbesserung der Kerndaten von ^{238}U erforderlich.

Referenzen

- /1/ E.A. Fischer, H. Küsters
Int. Symp. on Physics of Fast Reactors
Tokyo, Oct. 16-19, 1973, Vol.I, A2, p.36
- /2/ G. Ingram et al.
Int. Symp. on Physics of Fast Reactors
Tokyo, Oct. 16-19, 1973, Vol.I, A16, p. 289
- /3/ C.G. Campbell et al.
Int. Symp. on Physics of Fast Reactors
Tokyo, Oct. 16-19, 1973, Vol.I, A14, p. 259
- /4/ R.G. Palmer
Trans. Am. Nucl. Soc., 14 (1971) p. 799
- /5/ H. Huschke
"Die Behandlung der Ortsabhängigkeit der energetischen
Resonanzabschirmung an Grenzflächen homogener Zonen
im Reaktor"
KFK 1353 (1971)
- /6/ C.M. Mildrum and R.A. Karam
in Kallfelz and Karam, Ed.
"Advanced Reactors: Physics, Design and Economics",
Pergamon Press (1975), p. 491
- /7/ D. Wintzer
"Zur Berechnung von Heterogenitätseffekten in
periodischen Zellstrukturen thermischer und
schneller Kernreaktoren"
KFK 743 (1969)
- /8/ P.E. McGrath, E.A. Fischer
"Calculation of Heterogeneous Fluxes, Reaction Rates
and Reactivity Worths in the Plate Structure of Zero
Power Fast Critical Assemblies"
KFK 1557 (1972)
- /9/ P.H. Kier and A.A. Robba
Rabble, A Program for Computation of Resonance
Absorption in Multiregion Reactor Cells
ANL-7326 (1967)
A.P. Olson
Rabid, An Integral Transport Theory Code for Neutron
Slowing Down in Slab Cells
ANL-7645 (1970)

- /10/ D. Meneghetti
"Physics of Fast and Intermediate Reactors"
Wien 1962, Vol. I, p. 457
und E. Kiefhaber
in KFK 1274/1 p. 122-1 (1974)
- /11/ G. Arnecke, H. Borgwaldt, V. Brandl, N. Lalovic
"KAMCCO, ein reaktorphysikalischer Monte-Carlo
Neutronentransportcode"
KFK 2190 (1976)
- /12/ R.E. Alcouffe
Nucl. Sci. Eng. 56, 321 (1975)
- /13/ E.M. Gelbard
Nucl. Sci. Eng. 54, 327 (1974)
- /14/ J. MacDougall
Int. Symp. on Physics of Fast Reactors,
Tokyo, Oct. 16-19, 1973, Vol. III, A32, p. 1172
- /15/ P. Benoist, Nucl.Sci.Eng. 30, 85 (1967)
P. Benoist, Nucl.Sci.Eng. 34,285 (1968)
A. Jonsson, R. Goldstein
ANS-Transactions 17, 485 (1973)
- /16/ T. Takeda and T. Sekiya
J. Nucl. Sci. Technol. 9, 697 (1972)
- /17/ L. Mayer
Journal of Nucl. Energy, 24, 337 (1970)
- /18/ P.E. McGrath, W.K. Foell
Nucl. Sci. Eng. 45, 237 (1971)
- /19/ G.I. Bell, S. Glasstone
"Nuclear Reactor Theory"
Van Nostrand Reinhold Co., New York (1970), p. 209-211
- /20/ D.C. Gibbs et al.
Trans. Am. Nucl. Soc., 17, 470 (1973)
H. Wiese, persönliche Mitteilung
- /21/ L.P. Abagjan, N.O. Bazazjanc, I.I. Bondarenks,
M.N. Nikolaev
"Gruppenkonstanten schneller und intermediärer
Neutronen für die Berechnung von Kernreaktoren"
KFK-tr-144 (Übersetzung, 1963)

- /22/ H. Küsters
"Konsistente Darstellung von Gruppenkonstanten
zur Berechnung physikalischer Eigenschaften
Schneller Reaktoren"
(private Mitteilung)
- /23/ D.C. Leslie
Reactor Science and Technology, 16, 1 (1962)
- /24/ A.P. Olson
Mathematics of Computation, 23, 106 (1969)
- /25/ H. Küsters, comp.:
"Progress in Fast Reactor Physics in the Federal
Republic of Germany"
KFK 1632 (1973)
- /26/ W. Scholtyssek
in KFK 1272/1, 121-14 (1972) und
in KFK 1273/1, 121-7 (1973)
- /27/ H. Seufert und D. Stegemann
Nucl. Sci. Eng. 28, 277 (1967)
- /28/ M. Pinter et al.:
"Intercomparison of absolute fission rate and ²³⁸U
capture rate measurements in the Mol-Σ secondary
intermediate-energy standard neutron field"
Conf. on Nuclear Cross Sections and Technology,
Washington DC, USA (March 1975)
- /29/ W. Scholtyssek
KFK-Report 2361 (1977)
- /30/ G. Jourdan, comp.
"Physics Investigation of Sodium Cooled Fast Reactors,
SNEAK-Assembly 9B, Part 1"
KFK 2012 (1974)
und P. Fehsenfeld et.al.
KFK-Bericht in Vorbereitung
- /31/ E. Kiefhaber
"Comments on the Calculation of Reaction Rate Traverses"
KFK 1314 (1970)
E. Kiefhaber
"Check of Nuclear Data and Methods of Calculation by
Integral Experiments"
KFK 1422 (1971)

- /32/ E. Kiefhaber
"The KFKINR-Set of Group Constants; Nuclear Data Basis and First Results of its Application to the Recalculation of Fast Zero-Power Reactors" KFK 1572 (1972)
- /33/ E. Kiefhaber et.al.
Proceedings of the International Conf. on the Physics of Fast Reactor Operation and Design, BNES, London, June 24-26 (1969), p. 94
- /34/ E.A. Fischer, P.E. McGrath, comp.:
"Physics Investigations of Two Pu-Fueled Fast Critical Assemblies: SNEAK-7A and 7B", KFK 1939 (1974)
- /35/ R. Böhme, H. Seufert
Nucl. Applications & Technology, 7, (1969), p. 494
- /36/ R. Böhme, F. Helm, S. Pilate, M. Pinter, W. Scholtyssek
in J.M. Kallfelz and R.A. Karam, Ed.:
"Advanced Reactors, Physics, Design and Economics" p. 364, Pergamon Press 1975
- /37/ R. Böhme, P. Fehsenfeld, G. Jourdan, W. Scholtyssek
in KFK 1274/4 (1975) p. 121-1
- /38/ K.H. Beckurts, K. Wirtz
"Neutron Physics", Springer 1964, p. 425
- /39/ P. Benoist,
"Théorie du coefficient de diffusion des neutrons dans un réseau comportant des cavités"
Rapport CEA-R 2278 (1964)
- /40/ E. Eisemann
in "Advanced Reactors: Physics, Design and Economics"
Pergamon Press, 1975, J.M. Kallfelz and R.A. Karam, Ed., p.206
- /41/ I. Broeders-Siep
"Beitrag zur gegenseitigen Resonanzabschirmung von ^{238}U und ^{239}Pu "
KFK 1890 (1974)
- /42/ J.Y. Barré et.al.
Int. Symp. on Physics of Fast Reactors,
Tokyo, Oct. 16-19, 1973, Vol. I, A 21, p. 396
- /43/ R. Corcuera, A. Khairallah
Nucl. Sci. Eng. 53, 420 (1974)

/44/ D. Thiem, comp.
"Die NUSYS-Phasen 41501-41505.
Flächentreue Approximation von Treppenfunktionen
und ihre Anwendung in nuklearen Berechnungen
(Iteratives REMO-Verfahren)"
KFK 1576 (1972)

Zusammenstellung der verwendeten Symbole

1. Transporttheorie

$\vec{\Omega}$ Richtungsvektor

\vec{r} Ortsvariable

$R = |\vec{r}' - \vec{r}|$ Abstand der Ortspunkte \vec{r} und \vec{r}'

E Neutronenenergie

$u = -\ln E/E_0$ Lethargie

$\int_{4\pi} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{+1} d\mu$ Integration über alle Raumrichtungen

$\vec{\Sigma R} = \int_0^R \Sigma(\vec{r} - s\vec{\Omega}) ds$ neutronenoptischer Abstand der Punkte \vec{r} und \vec{r}'

$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) dV d\Omega dE$ Vektorfluß im Energieintervall dE , im Volumenelement dV und Raumwinkel-element $d\Omega$ um $\vec{\Omega}$

$\Phi(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) d\Omega$ skalare Flußdichte

$\vec{J}(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) d\Omega$ Vektor der Stromdichte

$\Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) dV d\Omega dE$ Quelldichte der Neutronen

2. Neutronenwirkungsquerschnitte

$\sigma_x^i(E)$ mikroskopischer Wirkungsquerschnitt des Isotops i vom Typ x

$i \triangleq$ 49 (^{239}Pu), 25 (^{235}U), 28 (^{238}U)

$x \triangleq$ t (total), p (potential), s (Streuung), se (elastische Streuung), si (inelastische Streuung), f (Spaltung), a (Absorption), c (Einfang)

$N^i(\vec{r})$ Teilchenzahldichte des Isotops i am Ort \vec{r}

$\Sigma(\vec{r}, E)$ totaler makroskopischer Wirkungsquerschnitt

$\Sigma_x(\vec{r}, E)$ makroskopischer Wirkungsquerschnitt vom Typ x

$\Sigma_s(\vec{r}, E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega})$ Streuquerschnitt, der ein Neutron der Energie E' aus Richtung $\vec{\Omega}'$ in Richtung $\vec{\Omega}$ mit der Energie E streut

$\mu_0 = \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}$ Cosinus des Streuwinkels

$\nu(\vec{r}, E)$ mittlere Zahl von freiwerdenden Spaltneutronen

$\chi_f(\vec{r}, E)$ normiertes Spektrum der Spaltneutronen

λ Eigenwert, bei Randwertproblemen $\lambda = 1$

3. Mittelwerte über Energiegruppen g, h und Platten n, m

$\int_{\Delta E_g} dE = \int_{\Delta u_g} du = \Delta u_g \left\langle \frac{1}{g} \right\rangle$ Integration über die Energievariable zwischen den Gruppengrenzen E_g und $E_g + \Delta E_g = E_{g-1}$

\sum_g Summation über alle Energiegruppen g

\sum_n Summation über alle Platten n

$\chi_n = \sum_n z_n$ neutronenoptische Dicke der Platte n

V_n Volumen der Platte n pro Flächeneinheit

z_n Plattendicke, i.a. $z_n = V_n$

$\Phi_m^g \in \vec{\varphi}$ skalare Flußdichte

$\vec{J}_m^g \in \vec{j}$ Vektor der Stromdichte

$S_m^{0,g}$ isotrope Quelldichte

$S_m^{1,g}$ gerichtete Quelldichte

Σ_m^g totaler Wirkungsquerschnitt, flußgewichtet

$^1\Sigma_m^g$ totaler Wirkungsquerschnitt, stromgewichtet

$\Sigma_{x,m}^g$ Wirkungsquerschnitt für Reaktionsart x

ν_m^g mittlere Zahl der bei Spaltung in Gruppe g freiwerdenden Neutronen

$\chi_{f,m}^g$ Integral des Spektrums der Spaltneutronen über Gruppe g

$\Sigma_{s,m}^{g \rightarrow h}$ differentieller Streuquerschnitt in Gruppe g, bei dem das gestreute Neutron in Gruppe h erscheint

$\Sigma_{s,m}^g = \sum_h \Sigma_{s,m}^{g \rightarrow h} = \Sigma_{s,e,m}^g + \Sigma_{s,i,m}^g$ Streuquerschnitt

$\Sigma_{s,m}^{1,g \rightarrow h}$ 1. Moment des Streuquerschnitts

$\bar{\mu}_m^g = \frac{\sum_h \Sigma_{s,e,m}^{1,g \rightarrow h}}{\Sigma_{s,e,m}^g}$ Mittelwert des Cosinus des Streuwinkels

4. Stoßwahrscheinlichkeitsmatrizen P und δP

- P^{∞} verknüpft die skalare Flußdichte mit der isotropen
Quelldichte
- P^{10} die Stromdichte mit der isotropen
Quelldichte
- P^{01} die skalare Flußdichte mit der gerichteten
Quelldichte
- P^{11} die Stromdichte mit der gerichteten
Quelldichte
- $P_{mn}^{E_{i+j+2},g} \in P$ Berechnungsvorschrift für die P-Elemente

$$\left. \begin{array}{l} Z P_{mn}^{E_{k,g}} \\ Z^2 P_{mn}^{E_{k,g}} \end{array} \right\} \in \delta P \quad \text{Momente der Elemente von P}$$

5. Entwicklungskoeffizienten der globalen isotropen Quelldichte-
verteilung

$B_x^z; \quad x = 1, 2$ orts- und energieabhängige
Bucklings bezüglich der Koordinaten x

$\frac{\nabla S}{S} = \frac{\nabla_z S}{S} \Big|_{z_0}$ relative Änderung der Quelldichte in den
Randzonen in z-Richtung am Punkt z_0

6. Reaktionsraten und Spektralindizes

$R_x^i(\vec{r}) = \int_0^{\infty} \sigma_x^i(E) \phi(\vec{r}, E) dE$ Reaktionsrate vom Typ x pro
Kern des Isotops i

$\frac{\bar{\sigma}_x^i}{\bar{\sigma}_y^j} = R_x^i(\vec{r}) / R_y^j(\vec{r})$ Spektralindex = Reaktionsraten-
verhältnis pro Kern der Isotope
i und j

Liste der Abbildungen

Abb. Nr.

- 1 Skizze einer Grenzschicht in Plattengeometrie
 - 2 Skizze des Koordinatensystems
 - 3 Korrektur der P für Anisotropie der Streuung
 - 4 Korrektur der P für Leakage
 - 5 Anordnung der Detektoren im Brennstoff
 - 6 Einheitszellen der SNEAK-Anordnungen 9B und 9C-2
- SNEAK-9C-2-Grenzfläche:
- 7 Ortsabhängigkeit von Σ
 - 8 Einfluß der Approximationen auf Spektralindizes
 - 9 $\sigma_f^{-28} / \sigma_f^{-25}$
 - 10 $\sigma_f^{-28} / \sigma_f^{-25}$, Vergleich Rechnung und Messung
 - 11 $\sigma_c^{-28} / \sigma_f^{-25}$
 - 12 $\sigma_c^{-28} / \sigma_f^{-25}$, Vergleich Rechnung und Messung
- SNEAK-9B-Grenzfläche:
- 13 R_f^{49} (relativ)
 - 14 R_f^{25} (relativ)
 - 15 R_f^{28} (relativ)
 - 16 R_c^{28} (relativ)

- 17 $\sigma_f^{-49} / \sigma_f^{-25}$
- 18 $\sigma_f^{-28} / \sigma_f^{-25}$
- 19 $\sigma_c^{-28} / \sigma_f^{-25}$
- 20 $\sigma_f^{-28} / \sigma_f^{-25}$, Vergleich Rechnung und Messung
- 21 $\sigma_c^{-28} / \sigma_f^{-25}$, Vergleich Rechnung und Messung

Anhang A

Zur Berechnung der Stoßwahrscheinlichkeiten in
Plattengeometrie

1. In Plattenanordnungen, in denen der totale Querschnitt
stückweise konstant ist, lassen sich die Stoßwahrschein-
lichkeiten und deren Momente als Summe von Termen
schreiben, die vom Typ $f(z, \chi) = z^l E_n(\chi)$ sind; $l = 0, 1,$
 $n = 1, 2.$

Die Exponentialintegrale

$$E_n(\chi) = \int_0^1 e^{-\frac{\chi}{\mu}} \cdot \mu^{n-2} d\mu \quad n \geq 1$$

können mit der Rekursionsformel

$$E_n(\chi) = \frac{1}{n-1} [e^{-\chi} - \chi \cdot E_{n-1}(\chi)] \quad n > 1$$

auf das "Exponentialintegral"

$$- Ei(-\chi) = E_1(\chi)$$

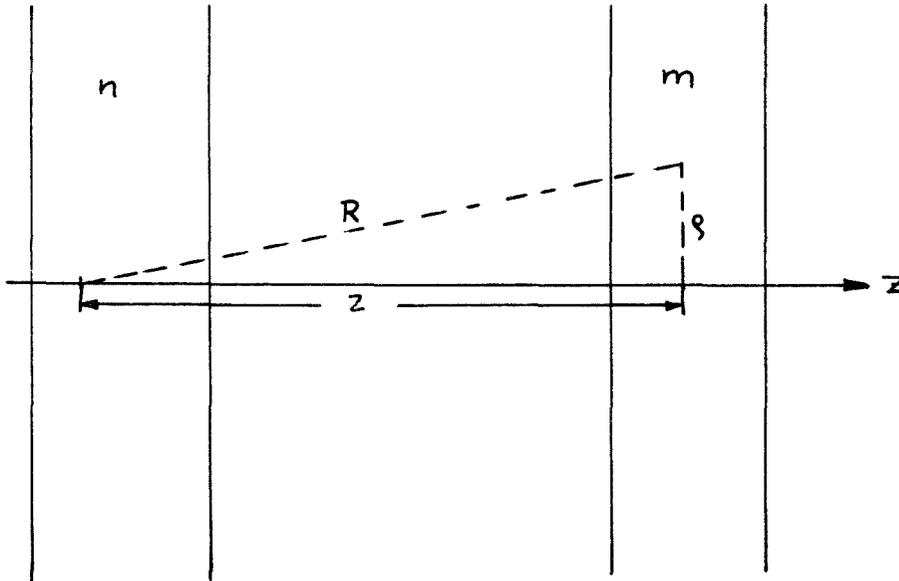
zurückgeführt werden; Definition $E_0(\chi) = \frac{e^{-\chi}}{\chi}$. Die
Exponentialintegrale sind tabelliert /38/. In FORTRAN und
PL 1 ist $E_1(\chi)$ in den mathematischen Bibliotheken verfügbar.

2. Für die Berechnung der Stoßwahrscheinlichkeiten und ihrer
Momente ist häufig die Integration $\int \chi^m E_n(\chi) d\chi$; $m = 0, 1, 2;$
 $n = 1, 2;$ auszuführen.

Mit $dE_n(\chi)/d\chi = -E_{n-1}(\chi)$ ergibt sich durch wiederholte
partielle Integration:

$$\int_a^b \chi^m E_n(\chi) d\chi = \left[- \sum_{l=0}^m \frac{\chi^{l+1}}{(l+1)!} E_{n+m+1-l}(\chi) \right]_a^b \quad (A1)$$

3. Die Integrationen (A 1) wurden für die skizzierte geometrische Anordnung durchgeführt:



i Platten mit den Dicken z_i und den totalen Querschnitten Σ_i befinden sich zwischen Startplatte m und Zielplatte n .

Die optischen Dicken χ_i sind $\chi_i = \sum_1 z_i$, der geometrische Abstand der Platten ist $z_0 = \sum_1 z_i$, der neutronenoptische Abstand ist $\chi_0 = \sum_1 \chi_i$.

Zur Abkürzung der Schreibarbeit werde eingeführt ($l = 0, 1, 2$):

$$\widetilde{z^l f(\chi)}^n = z_0^l f(\chi) - (z_0 + z_n)^l f(\chi_0 + \chi_n)$$

$$\widehat{z^l f(\chi)} = z_0^l f(\chi_0) - (z_0 + z_n)^l f(\chi_0 + \chi_n) - (z_0 + z_m)^l f(\chi_0 + \chi_m) + (z_0 + z_n + z_m)^l f(\chi_0 + \chi_n + \chi_m)$$

Die Stoßwahrscheinlichkeiten ergeben sich für $n \neq m$ in der bekannten Form

$$|P_{mn}^{E_k}| = \frac{1}{2\chi_m} \widehat{E_k(\chi)}$$

Das 1. Moment bezüglich Z wird:

$$|Z P_{mn}^{E_k}| = \frac{1}{2\chi_m} \left[\widehat{z E_k} + \left(\frac{1}{\Sigma_m} + \frac{1}{\Sigma_n} \right) \widehat{E_{k+1}} \right]$$

Das 2. Moment bezüglich Z wird:

$$|Z^2 P_{mn}^{E_k}| = \frac{1}{2\chi_m} \left[\widehat{z^2 E_k} + 2 \cdot \left(\frac{1}{\Sigma_m} + \frac{1}{\Sigma_n} \right) \widehat{z E_{k+1}} + 2 \left(\frac{1}{\Sigma_m^2} + \frac{1}{\Sigma_m \Sigma_n} + \frac{1}{\Sigma_n^2} \right) \widehat{E_{k+2}} \right]$$

Für $n = m$ ergeben sich folgende Berechnungsvorschriften

$$P_{nn}^{E_k} = \begin{cases} 0 & (k \text{ gerade}) \\ E_{k-1}(0) - \frac{1}{\chi_n} [E_k(0) - E_k(\chi)] & (k \text{ ungerade}) \end{cases}$$

$$Z P_{nn}^{E_k} = \begin{cases} \frac{E_k(0)}{\Sigma_n} - \frac{1}{\chi_n} \left[-z_n E_k(\chi_n) + \frac{2}{\Sigma_n} (E_{k+1}(0) - E_{k+1}(\chi_n)) \right] & (k \text{ gerade}) \\ 0 & (k \text{ ungerade}) \end{cases}$$

$$Z^2 P_{nn}^{E_k} = \begin{cases} 0 & (k \text{ gerade}) \\ \frac{2E_{k+1}(0)}{\Sigma_n^2} - \frac{1}{\chi_n} \left[-z_n^2 E_k(\chi_n) + \frac{4}{\Sigma_n} (-z E_{k+1}(\chi_n)) + \frac{6}{\Sigma_n^2} (E_{k+2}(0) - E_{k+2}(\chi_n)) \right] & (k \text{ ungerade}) \end{cases}$$

$$E_k(0) = (k-1)^{-1} \quad k \geq 1$$

Das 2. Moment bezüglich R ergibt sich zu:

$$R^2 P_{mn}^{E_k} = Z^2 P_{mn}^{E_{k-2}}$$

und die Momente bezüglich $\rho = \sqrt{R^2 - Z^2}$ werden

$$\sqrt{(R^2 - Z^2)} \Omega_{\rho} P_{mn}^{E_k} = Z P_{mn}^{E_{k-1}} - Z P_{mn}^{E_{k+1}}$$

$$(R^2 - Z^2) P_{mn}^{E_k} = Z^2 P_{mn}^{E_{k-2}} - Z^2 P_{mn}^{E_k}$$

Vorzeichenregel für $\phi_{mn}^{lk} = Z^l P_{mn}^{E_k}$, $l = 0, 1, 2$; $k = 1, 2, \dots$

$$(l + k) \text{ ungerade: } \phi_{mn}^{lk} \geq 0$$

$$(l + k) \text{ gerade: } \begin{array}{ll} \phi_{mn}^{lk} < 0 & m \text{ rechts von } n \\ \phi_{mn}^{lk} = 0 & m = n \\ \phi_{mn}^{lk} > 0 & m \text{ links von } n \end{array}$$

4. Reziprozitätsgesetz und Summenregel

Alle ϕ_{mn}^{lk} erfüllen das Reziprozitätsgesetz

$$\left| \chi_m \phi_{mn}^{lk} \right| = \left| \chi_n \phi_{nm}^{lk} \right|$$

Für die $P_{mn}^{E_k}$ gilt die Summenregel

$$\sum_n P_{mn}^{E_k} = \frac{1 - (-1)^k}{2} \cdot \frac{1}{k-2}, \quad k \geq 3$$

5. Für optisch und geometrisch dünne Schichten n und m mit dem mittleren Abstand χ vereinfachen sich die Formeln wesentlich:

$$P_{mn}^{E_k} \approx \frac{1}{2} \chi_n E_{k-2}(\chi)$$

$$z P_{mn}^{E_k} \approx z^P_{mn} E_k$$

$$z^2 P_{mn}^{E_k} \approx z^2 P_{mn} E_k$$

6. Die Summenbildung in heterogenen unendlich ausgedehnten Gittern wird im Anhang B durchgeführt. Für homogene Zonen lassen sich die Momente ohne Schwierigkeiten aufsummieren:

$$\sum_n |z P_{mn}^{E_k}| = \frac{1}{\Sigma} \frac{1}{k-1}$$

$$\sum_n |z^2 P_{mn}^{E_k}| = \frac{1}{\Sigma^2} \frac{2}{k}$$

$$\sum_n |P_{mn}^{E_k}| = \frac{1}{k-2}$$

Die Erwartungswerte werden

$$\overline{|z|} = \frac{1}{\Sigma} \frac{k-2}{k-1} \quad \overline{z^2} = \frac{2}{\Sigma^2} \frac{k-2}{k}$$

Für den wichtigen Fall $k = 3$ ergibt sich

$$\overline{|z|} = \frac{1}{2\Sigma} \quad \overline{z^2} = \frac{2}{3\Sigma^2}$$

Da

$$\overline{\rho^2} = \frac{\sum_n (z^2 P_{mn}^{E_1} - z^2 P_{mn}^{E_3})}{\sum_n P_{mn}^{E_3}}$$

wird

$$\overline{\rho^2} = \frac{4}{3\Sigma^2}$$

und

$$\overline{R^2} = \frac{2}{\Sigma^2}$$

7. Die Stoßwahrscheinlichkeiten und deren Momente für den Übergang von homogenen Quellzonen in das heterogene Testgitter erhält man als Grenzwert für $z_n, \chi_n \rightarrow \infty$. Es ist zu beachten, daß

$$\lim_{z, \chi \rightarrow \infty} z^l E_k(\chi) = 0 \text{ für } l = 0, 1, 2$$

$$k = 1, 2$$

Anhang B

Leckageverluste in unendlich ausgedehnten Plattengittern

Im Ansatz wurde angenommen, daß die Neutronen, die in Region n zur Stoßrate beitragen (Dicke Z_n , Querschnitt Σ_n) von Quellen S_m in Region m stammen, die durch Leckage vermindert sind:

$$S'_m = S_m \left(1 - \frac{1}{2} B_z^2 Z^2 - \frac{1}{4} B_\rho^2 \rho^2 \right)$$

Z ist der axiale Abstand zwischen Aufpunkt auf der Symmetrieachse und Quellpunkt, ρ der Abstand des Quellpunkts von der Symmetrieachse. Im unendlichen Gitter erhält man dann das Verhältnis von Leckage zu Gesamtquelle aus

$$1 - \frac{\sum_m S'_m Z_m}{\sum_m S_m Z_m} = \frac{1}{2} B_z^2 \overline{Z^2} + \frac{1}{4} B_\rho^2 \overline{\rho^2} = \frac{\widetilde{D}_z}{\widetilde{\Sigma}} B_z^2 + \frac{\widetilde{D}_\rho}{\widetilde{\Sigma}} B_\rho^2$$

Beim Übergang zur Stoßwahrscheinlichkeitsformulierung in Plattengeometrie wird

$$\sum_m S'_m Z_m \sum_n P_{mn}^{E3} = \sum_m S_m Z_m \sum_n \left\{ P_{mn}^{E3} - \frac{1}{2} B_z^2 Z^2 P_{mn}^{E3} - \frac{1}{4} B_\rho^2 (Z^2 P_{mn}^{E1} - Z^2 P_{mn}^{E3}) \right\}$$

Die Summation über die 2. Momente der P_{mn}^{Ek} wird also auf die Leckagekorrekturen in unendlichen Gittern führen:

$$\frac{\widetilde{D}_z}{\widetilde{\Sigma}} = \frac{1}{2} \overline{Z^2} \quad \frac{\widetilde{D}_\rho}{\widetilde{\Sigma}} = \frac{1}{4} \overline{\rho^2}$$

1. Isotrope Streuung

Für dünne Zonen m und n ergeben sich die 2. Momente der Stoßwahrscheinlichkeiten zu

$$Z^2 P_{mn}^{Ek} = \frac{1}{2} Z_n \sum_n Z^2 E_{k-2}(\chi)$$

mit χ = neutronenoptischer Abstand von m und n
 z = geometrischer Abstand von m und n

Aus der Summation über die Aufpunkte in n wird eine Integration:

$$\sum_n \rightarrow \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Sigma(z) dz \cdot z^2 \cdot E_{k-2} \left(\left| \int_0^z \Sigma(z') dz' \right| \right)$$

Nach Ausführung der partiellen Integration mit $-\frac{dE_{k-1}(\chi)}{d\chi} = \Sigma(z) E_{k-2}(\chi)$ ergibt sich:

$$\sum_n z^2 P_{mn}^{E_k} = \sum_n z_n z E_{k-1}(\chi) = 2 \sum_n \frac{1}{\Sigma_n} z P_{mn}^{E_{k+1}}$$

Mit der Annahme, daß im unendlichen Gitter der Fluß ϕ endlich ist und die Feinstruktur der Quellen S_m durch $S_m \sim \Sigma_m \phi_m$ gegeben ist, läßt sich die Mittelung über die Startpunkte m ausführen. Das Ergebnis ist der Mittelwert der Quadrate der Wegkomponenten, die von den Neutronen zwischen Start und Ziel zurückgelegt werden.

$$\begin{aligned} \sum_m z_m \Sigma_m \phi_m \cdot \sum_n z^2 P_{mn}^{E_k} &= \sum_n z_n \sum_m z \cdot z_m \Sigma_m E_{k-1}(\chi) \cdot \phi_m \\ &\Rightarrow \sum_n z_n \int_{-\infty}^{+\infty} \Sigma(z') dz' E_{k-1}(\chi') z' \phi(z') \end{aligned}$$

Mit $-\frac{dE_k}{d\chi} = \Sigma(z') E_{k-1}(\chi')$ wird

$$\sum_m z_m \Sigma_m \phi_m \sum_n z^2 P_{mn}^{E_k} = 2 \sum_n z_n \sum_m \phi_m \frac{P_{nm}^{E_{k+2}}}{\Sigma_m} = 2 \sum_m z_m \phi_m \sum_n \frac{P_{mn}^{E_{k+2}}}{\Sigma_n}$$

Die Summation der im Anhang A gegebenen Ausdrücke für $z^2 P_{mn}^{E_k}$ für dicke Regionen n und m ist wesentlich schwieriger durchschaubar, führt aber zum gleichen Resultat.

$$\overline{z^2} = \frac{\sum_m z_m S_m \sum_n z_n^2 P_{mn}^{E_2}}{\sum_m z_m S_m \sum_n P_{mn}^{E_3}} = \frac{2}{3} \frac{\sum_m z_m \Phi_m \sum_n \frac{3 P_{mn}^{E_5}}{z_n}}{\sum_m z_m \sum_n \Phi_m} = 2 \frac{\tilde{D}_z^{iso}}{\tilde{\Sigma}}$$

$$\overline{g^2} = \frac{4}{3} \frac{\sum_m z_m \Phi_m \sum_n \frac{1}{z_n} \cdot \frac{3}{2} (P_{mn}^{E_3} - P_{mn}^{E_5})}{\sum_m z_m \sum_n \Phi_m} = 4 \frac{\tilde{D}_g^{iso}}{\tilde{\Sigma}}$$

Mit \tilde{D}_x^{iso} werden hier richtungsabhängige Diffusionskonstanten bei isotroper Streuung eingeführt, die formal weitgehend mit den von Benoist /39/ und Eisemann /40/ ermittelten für unendlich ausgedehnte Gitter übereinstimmen. $3 P_{mn}^{E_5}$ bzw. $3/2 (P_{mn}^{E_3} - P_{mn}^{E_5})$ sind die von Benoist definierten gerichteten Stoßwahrscheinlichkeiten. Damit ist gezeigt, daß die hier vorgenommene Behandlung der Leckage weitgehend in Übereinstimmung mit der üblichen Leckagebehandlung in unendlich ausgedehnten Gittern ist.

2. Berücksichtigung der Anisotropie der Streuung

Für optisch dünne Regionen gilt

$$z P_{ln}^{E_4} \approx \frac{1}{2} \chi_n z E_2(\chi)$$

Die Summation über n ist sofort möglich. Sie liefert

$$\sum_n z P_{ln}^{E_4} = \sum_n \frac{1}{\sum_n} P_{ln}^{E_5}$$

Aus dem Korrekturglied für axiale Leckage (34) wird deshalb nach Summation über alle Zielpunkte n

$$L_{m,z} = \frac{1}{2} B_2^2 \sum_n \left\{ z^2 P_{mn}^{E_3} + 2 \cdot \sum_l z P_{ml}^{E_4} \cdot z P_{ln}^{E_4} \left(\frac{3 \sum_s^1}{\sum_{\neq} z} \right)_l \right\}$$

$$L_{m,2} = \frac{1}{2} B_z^2 \left\{ \sum_n \frac{2}{\Sigma_n} Z P_{mn}^{E4} + \sum_l 2 \cdot \left(\frac{3 \sum_s^1}{\sum_k} \right)_l Z P_{ml}^{E4} \left(\sum_n \frac{1}{\Sigma_n} P_{ln}^{E5} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} B_z^2 \sum_n \frac{2}{\Sigma_n} Z P_{mn}^{E4} \cdot \left\{ 1 + \frac{3 \sum_{s,n}^1 \sum_k \frac{1}{\Sigma_k} P_{nk}^{E5}}{1 - 3 \sum_k \left(\frac{\Sigma_s^1}{\Sigma_k} \right) P_{nk}^{E5}} \right\}$$

(Das Verhältnis der Ströme $J_{z,k}/J_{z,1}$ wurde ≈ 1 angenommen.)

Die Summation über alle Startpunkte mit der Annahme $S_m \sim \Sigma_m \phi_m$ führt wieder auf ein Verhältnis von Leakage zu Quellstärke:

$$\frac{\tilde{D}_z}{\tilde{\Sigma}} B_z^2 = \frac{\sum_m \Sigma_m S_m L_{m,2}}{\sum_m \Sigma_m S_m} = B_z^2 \frac{\sum_m \Sigma_m \phi_m \sum_n \frac{1}{\Sigma_n} P_{mn}^{E5} \left(1 + \frac{\tilde{\mu}_n \Sigma_{s,n}}{\Sigma_n} \right)}{\sum_m \Sigma_m \phi_m}$$

Die richtungsabhängige Diffusionskonstante bei anisotroper Streuung wird

$$\tilde{D}_z = \frac{1}{3} \frac{\sum_m \Sigma_m \phi_m \sum_n \frac{3}{\Sigma_n} P_{mn}^{E5} \left(1 + \frac{\tilde{\mu}_n \Sigma_{s,n}}{\Sigma_n} \right)}{\sum_m \Sigma_m \phi_m}$$

mit
$$\tilde{\mu}_n \Sigma_{s,n} = \sum_{s,n}^1 \frac{3 \sum_k \frac{\Sigma_n}{\Sigma_k} P_{nk}^{E5}}{1 - 3 \sum_k \frac{\Sigma_{s,k}^1}{\Sigma_k} P_{nk}^{E5}}$$

Ein entsprechender Ausdruck ergibt sich für \tilde{D}_ρ , wenn $3 P_{mn}^{E5}$ durch $\frac{3}{2} (P_{mn}^{E3} - P_{mn}^{E5})$ ersetzt wird.

Anhang C

Berechnung der Komponenten des Stromes

Das zugrunde gelegte Koordinatensystem ist in Abb. 2 skizziert. Ein Quellpunkt \vec{r}' in der Ebene Z befinde sich im senkrechten Abstand u von der Symmetrieachse. Seine kartesischen Koordinaten seien $(s \cdot \sin \varphi, s \cos \varphi, Z)$. Der Aufpunkt in der Ebene Z = 0 mit den kartesischen Koordinaten $(0, 0, 0)$ hat den senkrechten Abstand S' von der Symmetrieachse. Die Symmetrieachse verläuft parallel zur z-Achse durch die Punkte $(s' \sin \varphi', s' \cos \varphi', Z)$ und $(s' \sin \varphi', s' \cos \varphi', 0)$. Der Vektor vom Quellpunkt zum Aufpunkt hat die Komponenten

$$\left(-\frac{Z}{\mu} \sqrt{1-\mu^2} \sin \varphi, -\frac{Z}{\mu} \sqrt{1-\mu^2} \cos \varphi, -Z \right).$$

Nach dem Cosinus-Satz ist

$$u^2 = S^2 + S'^2 - 2SS' (\cos \varphi \cos \varphi' + \sin \varphi \sin \varphi') \quad (C 1)$$

mit $S = \frac{Z}{\mu} \sqrt{1-\mu^2}$

Die Verteilung der isotropen Quellen wird durch

$$S^0(\vec{r}') = S^0(z, 0) (1 - \alpha^2 u^2) \quad (C 2)$$

mit $\alpha^2 = \frac{1}{4} B_0^2$

approximiert.

Das zweite Argument bezeichne den kürzesten Abstand des Punktes \vec{r}' von der Symmetrieachse. Die Stromkomponenten im Quellpunkt werden unter Beachtung der Symmetrieverhältnisse durch die Näherungen

$$J_z(\vec{r}') \approx J_z(z, 0) \cdot (1 - \alpha^2 u^2) \quad (C 3)$$

$$J_x(\vec{r}') \approx \beta(z, 0) \cdot (s \cdot \sin \varphi - s' \cdot \sin \varphi') \quad (C 4)$$

$$J_y(\vec{r}') \approx \beta(z, 0) \cdot (s \cos \varphi - s' \cos \varphi') \quad (C 5)$$

berücksichtigt.

Für die x -Komponente des Stromes im Punkt $(0,0,0)$

erhält man:

$$\begin{aligned}
 -J_x(0, s') &= \frac{1}{4\pi} \iiint \frac{1}{\mu} d\mu d\varphi dz e^{-\tilde{\Sigma}R} \Omega_x \left[(-S^0(z) + 3 \sum_s^1 \mu J_z(z, 0)) \cdot \right. \\
 &\quad \cdot \left. \left\{ 1 - \alpha^2 \cdot (s^2 + s'^2 - 2ss' \cos\varphi \cos\varphi' - 2ss' \sin\varphi \sin\varphi') \right\} \right. \\
 &\quad \left. + 3 \sum_s^1 \beta(z, 0) \cdot \sqrt{1 - \mu^2} \cdot (s - s' \sin\varphi' \sin\varphi - s' \cos\varphi' \cos\varphi) \right] \quad (C 6)
 \end{aligned}$$

Beim Einsetzen von

$$\begin{aligned}
 \Omega_z &= -\mu \\
 \Omega_x &= -\sin\varphi \cdot \sqrt{1 - \mu^2} \\
 \Omega_y &= -\cos\varphi \cdot \sqrt{1 - \mu^2}
 \end{aligned}$$

und Integration über φ von 0 bis 2π ergibt sich

$$\begin{aligned}
 -J_z(0, s') &= \frac{1}{2} \iint d\mu dz e^{-\frac{1}{\mu} \tilde{\Sigma}z} \left[(S_z^0(z) - 3 \sum_s^1 \mu J_z(z)) \cdot \right. \\
 &\quad \cdot \left. \left(1 - \alpha^2 z^2 \left(\frac{1}{\mu^2} - 1 \right) - \alpha^2 s'^2 \right) - 3 \sum_s^1 \beta(z, 0) \frac{z}{\mu} (1 - \mu^2) \right] \quad (C 7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -J_x(0, s') &= \frac{1}{2} \iint \frac{1}{\mu} d\mu dz e^{-\frac{1}{\mu} \tilde{\Sigma}z} \left[(S^0(z) - 3 \sum_s^1 \mu J_z(z)) \cdot \right. \\
 &\quad \cdot \left. \alpha^2 s' \frac{\sin\varphi'}{\cos\varphi'} \cdot \frac{z}{\mu} (1 - \mu^2) + 3 \sum_s^1 \beta(z, 0) \cdot (1 - \mu^2) \cdot \frac{1}{2} s' \frac{\sin\varphi'}{\cos\varphi'} \right] \quad (C 8)
 \end{aligned}$$

Da $-\frac{J_x(0,s')}{s' \cdot \sin \varphi'} = -\frac{J_y(0,s')}{s' \cdot \cos \varphi'} \equiv \beta(0,s')$
unabhängig von s' und φ' wird, gilt

$$\beta(0,s') = \beta(0,0) = J_{\rho/\rho}(0)$$

und entsprechend $\beta(z,s') = \beta(z,0) = \beta(z,\rho) = J_{\rho/\rho}(z)$
wenn nunmehr mit ρ ganz allgemein der kürzeste Abstand
eines beliebigen Ortspunktes von der Symmetrieachse und
mit J_ρ die Stromkomponente in dieser Richtung bezeichnet
wird.

Die Integration über μ von 0 bis 1 ergibt die Beiträge
der Quellen in Ebene dz zum Strom in einem um s' von der
Symmetrieachse entfernten Punkt \vec{r} .

Unter Hinzufügung von Gliedern höherer Ordnung in (α^2)
ergibt sich in Übereinstimmung mit dem Ansatz

$$-\vec{J}_z(0,s') = (1 - \alpha^2 s'^2) \frac{1}{2} \int dz \left\{ [E_2 - \alpha^2(z^2 E_0 - z^2 E_2)] \cdot S^0(z,0) \right. \\ \left. - [E_3 - \alpha^2(z^2 E_1 - z^2 E_3)] \cdot 3 \sum_s^1 J_z(z,0) \right. \\ \left. - [z E_1 - z E_3] \cdot 3 \sum_s^1 J_{\rho/\rho}(z) \right\} \quad (C 9)$$

und

$$J_\rho(0,s') = s' \cdot \frac{1}{2} \int dz \left\{ [z E_0 - z E_2] \cdot S^0(z,0) \cdot \alpha^2 \right. \\ \left. - [z E_1 - z E_3] \cdot 3 \cdot \sum_s^1 J_z(z,0) \cdot \alpha^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot [E_1 - E_3] \cdot 3 \sum_s^1 J_{\rho/\rho}(z) \right\} \quad (C 10)$$

Die nächsten Integrationen über die Quellpunkte und
Aufpunkte führen zu Gleichung (30,31).

Anhang D

Ausführung der Wirkungsquerschnittsberechnung

Die $\Sigma_{x,n}^g$ konnten nicht mit der Querschnittsphase der Programme KAPER oder ZERA direkt berechnet werden. In beiden Programmen werden Korrekturen und eine Normierung der Art vorgenommen, daß beim Übergang zu neutronenoptisch sehr dünnen Regionen die Wirkungsquerschnitte der homogenen Mischung erreicht werden. Dies führt dazu, daß die effektiven Querschnitte einzelner Regionen bei der Berechnung eines Grenzschichtproblems ohne globale Ortsabhängigkeit der Quelldichte S mit wachsendem Abstand von der Grenzschicht nicht asymptotisch in die Wirkungsquerschnitte von unendlich ausgedehnten Gittern übergehen. Das muß aber gefordert werden, weil in großem Abstand von der Grenzschicht Beiträge zum Zähler und Nenner von (21) vom Gitter jenseits der Grenzschicht vernachlässigbar sind.

Von den Standardverfahren unterscheidet sich die Berechnung effektiver Wirkungsquerschnitte im Bereich der Grenzschicht hauptsächlich in zwei Punkten:

1. σ_0 -Berechnung

Die Größen $A_{x,m,n}^g = \left\langle \frac{\Sigma_{x,n}(u)}{\Sigma_n(u)} P_{mn}(u) \right\rangle_g$
mit Lethargie $u = -\ln E/E_0$

werden als Summe von mikroskopischen Reaktionskoeffizienten für jedes Isotop v , das mit der Konzentration N_n^v in der Region n vorhanden ist, berechnet.

$$A_{x,m,n}^g = \sum_v A_{x,m,n}^{vg}$$

$$A_{x,m,n}^{v,g} = \left\langle \frac{\sigma_x^v(u)}{\sigma_t^v(u) + \sigma_{o,n}^v} P_{mn}(u) \right\rangle_g$$

Von dem auf das Isotop v bezogenen Fremdatomquerschnitt

$$\sigma_{o,n}^v = \frac{\Sigma_n(u)}{N_n^v} - c_t^v(u)$$

wird in der Nähe der Resonanzenergie des Isotops v eine vernachlässigbare Abhängigkeit von der Lethargie angenommen. Zur Berechnung von $\sigma_{o,n}^v$ müssen geeignete Annahmen über die effektiven Querschnitte aller anderen Isotope gemacht werden, die jedoch zu Beginn einer Querschnittsberechnung nicht bekannt sind. Hier wurden zwei Ausgangsschätzungen für σ_o untersucht. In den meisten Rechnungen wurde σ_o aus den Mittelwerten der totalen Querschnitte bei unendlicher Verdünnung $\langle \sigma_t^\infty(u) \rangle_g$ bestimmt, lediglich für das Uranisotop ^{238}U wurde der Potentialquerschnitt verwendet. Diese Wahl entspricht der in Standardverfahren üblichen. (Im Programm KAPER wird bei der σ_o -Berechnung durchweg $\langle \sigma_t^\infty(u) \rangle_g$ verwendet).

Alternativ dazu wurde ein iteratives Verfahren untersucht, das einem von Broeders-Siep /41/ vorgeschlagenen näherungsweise entspricht: Mit den in den üblichen Verfahren benutzten σ_o wird ein totaler Querschnitt für das Isotop ^{238}U berechnet. Die $\sigma_{o,n}^v$ und $P_{mn}(u)$ werden in der darauffolgenden Wiederholung der Querschnittsberechnung mit diesem effektiven Querschnitt berechnet.

2. Rationale Approximation der Reaktionskoeffizienten

Die Reaktionskoeffizienten werden nach einer rationalen Approximation berechnet:

$$\left\langle \frac{\sigma_x^\nu(u)}{\sigma_t^\nu(u) + \sigma_{0,n}^\nu} P_{mn}(u) \right\rangle_g = \left\langle \sum_{i=1, I} \frac{a_i \sigma_x^\nu(u)}{b_i + \sigma_t^\nu(u)} \right\rangle_g = \sum_{i=1, I} \frac{a_i \sigma_{x, \text{eff}}^\nu(\sigma_0 = b_i)}{\sigma_{b, \text{eff}}^\nu(\sigma_0 = b_i) + b_i}$$

Die Approximation kann durch Subtraktion eines konstanten Terms P_{mn}^+ von $P_{mn}(u)$ verbessert werden. Für die Querschnittsberechnung im Grenzschichtbereich wurde für P_{mn}^+ die Erststoßwahrscheinlichkeit gewählt, die mit den Querschnitten berechnet wird, aus denen die $\sigma_{0,n}$ ermittelt werden:

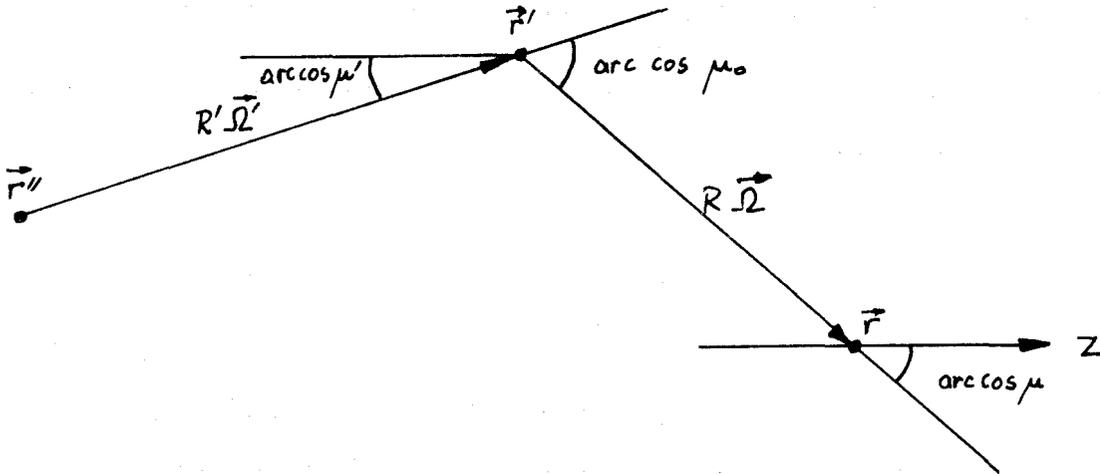
$$A_{x,m,n}^{g,\nu} = \left\langle \frac{\sigma_x^\nu(u)}{\sigma_t^\nu(u) + \sigma_{0,n}^\nu} (P_{mn}(u) - P_{mn}^+) \right\rangle_g + P_{mn}^+ \left\langle \frac{\sigma_x^\nu(u)}{\sigma_t^\nu(u) + \sigma_{0,n}^\nu} \right\rangle_g$$

Ein asymptotischer Übergang der effektiven Querschnitte in die Querschnitte von unendlichen Gittern bei wachsendem Abstand von der Grenzfläche ist damit gewährleistet.

Anhang E

Herleitung der Ausgangsgleichungen aus der Boltzmanngleichung

Der Betrachtung wird das in der Skizze gezeigte Koordinatensystem zugrunde gelegt.



Von der zeitunabhängigen integralen Transportgleichung wird ausgegangen:

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) = \int_0^{\infty} dR e^{-\Sigma R} \Psi(\vec{r} - \vec{\Omega}R, \vec{\Omega}, E) \quad (\text{E } 1)$$

$$\Psi(\vec{r}', \vec{\Omega}, E) = \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(\vec{r}', \vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) \Phi(\vec{r}', \vec{\Omega}', E') + \psi_f + \psi_g \quad (\text{E } 2)$$

Die Spaltquelle ψ_f wird isotrop angenommen. Der Streuquerschnitt werde in Legendre Polynome von $\mu_0 = \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'$ entwickelt.

$$\Sigma_s(\vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \Sigma_s^l(E' \rightarrow E) P_l(\mu_0) \quad (\text{E } 3)$$

Diese Entwicklung setzt voraus, daß der differentielle Streuquerschnitt nur vom Cosinus μ_0 des Winkels zwischen eintreffendem und gestreutem Neutron abhängt.

Die Entwicklungskoeffizienten werden

$$\begin{aligned}\Sigma_s^0 &= 2\pi \int_{-1}^{+1} \Sigma_s(E' \rightarrow E, \mu_0) d\mu_0 = \Sigma_s \\ \Sigma_s^1 &= 2\pi \int_{-1}^{+1} \Sigma_s(E' \rightarrow E, \mu_0) \mu_0 d\mu_0 = \bar{\mu}_0 \Sigma_s \\ \Sigma_s^l &= 2\pi \int_{-1}^{+1} \Sigma_s(E' \rightarrow E, \mu_0) P_l(\mu_0) d\mu_0\end{aligned}$$

Unter Beachtung des Additionstheorems für Kugelfunktionen

$$P_l(\mu_0) = P_l(\mu) \cdot P_l(\mu') + \sum_{m=1}^l a_m(\mu, \mu') \cos m(\varphi - \varphi') \quad (E 4)$$

kann der Streuquerschnitt Σ_s in (E3) geschrieben werden:

$$\begin{aligned}\Sigma_s(E' \rightarrow E, \mu_0) &= \frac{1}{4\pi} \left\{ \Sigma_s^0 + 3 \Sigma_s^1 (\mu \cdot \mu' + \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu'^2} \cos(\varphi - \varphi')) \right. \\ &\quad \left. + \frac{5}{4} \Sigma_s^2 (3\mu^2 - 1)(3\mu'^2 - 1) + \dots \right\} \quad (E 5)\end{aligned}$$

Es wird nun angenommen, daß sich die Entwicklung (E5) nach dem Glied $l = 1$ abbrechen läßt. Diese Näherung wird gewöhnlich nicht in Diffusionsnäherungen gemacht. Sie sollte aber zumindest zum Studium des Einflusses der Anisotropie der Streuung ausreichend genau sein.

Schreibt man den Richtungsvektor $\vec{\Omega}$ in kartesischen Koordinaten

$$\vec{\Omega} = \left\{ \sqrt{1-\mu^2} \cos \varphi, \sqrt{1-\mu^2} \sin \varphi, \mu \right\}$$

und führt den skalaren Fluß $\phi(\vec{r}, E)$

$$\phi(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) d\Omega$$

und den Stromvektor $\vec{J}(\vec{r}, E)$

$$\vec{J}(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \vec{\Omega}' \cdot \phi(\vec{r}', \vec{\Omega}', E) d\Omega'$$

ein, so ergeben sich die Komponenten von $\vec{J}(\vec{r}', E')$ zu

$$\vec{J}(\vec{r}', E') = \left\{ \int \sqrt{1-\mu'^2} \cos \varphi' \phi(\vec{r}', \vec{\Omega}', E') d\mu' d\varphi'; \right. \\ \left. \int \sqrt{1-\mu'^2} \sin \varphi' \phi(\vec{r}', \vec{\Omega}', E') d\mu' d\varphi'; \int \mu' \phi(\vec{r}', \vec{\Omega}', E') d\mu' d\varphi' \right\} \quad (E 6)$$

Das Skalarprodukt $\vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}', E')$ wird

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}', E') = \int d\mu' d\varphi' \phi(\vec{r}', \vec{\Omega}', E') [\mu\mu' + \sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\mu'^2} \cos(\varphi-\varphi')] \quad (E 7)$$

Die Einführung der Entwicklung (E3) in Gleichung (E2) unter Beachtung von (E7) führt auf

$$\psi(\vec{r}', \vec{\Omega}', E) = \int_0^\infty dE' \frac{1}{4\pi} \left\{ \Sigma_s^o(\vec{r}', E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}', E') + 3 \Sigma_s^1(\vec{r}', E' \rightarrow E) \right. \\ \left. \cdot (\vec{\Omega}' \cdot \vec{J}(\vec{r}', E')) + \lambda \chi(\vec{r}', E) \nu(\vec{r}', E') \Sigma_f(\vec{r}', E') \phi(\vec{r}', E') \right\} \\ + \psi_q(\vec{r}', \vec{\Omega}', E) \quad (E 8)$$

Die Integration von Gleichung (E1) über $\vec{\Omega}$ ergibt

$$\phi(\vec{r}, E) = \int_0^\infty dR \int_{4\pi} d\Omega e^{-\vec{\Sigma}R} \cdot \psi(\vec{r}', \vec{\Omega}', E) \quad (E 9)$$

Die Komponenten des in (E8) benötigten Stromvektors

$$\vec{J}(\vec{r}', E') = \vec{J}(\vec{r} - \vec{\Omega}R, E')$$

kann man durch Integration von (E1) nach Multiplikation mit $\vec{\Omega}'$ erhalten

$$\vec{J}(\vec{r}', E') = \int_0^\infty dR' \int_{4\pi} d\Omega' e^{-\vec{\Sigma}R'} \psi(\vec{r}'', \vec{\Omega}', E') \quad (E 10)$$

mit

$$\psi(\vec{r}'', \vec{\Omega}', E') = \psi(\vec{r} - \vec{\Omega}R - \vec{\Omega}'R', \vec{\Omega}', E')$$

Das Gleichungssystem erlaubt die korrekte Berechnung der Flüsse und Ströme, solange die Streuung linear anisotrop ist. Gleichzeitig kann die Anisotropie des Vektorflusses $\phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ beliebig sein. Deshalb ist die integrale Form der Transportgleichung in dieser Näherung gut zur Behandlung solcher Aufgaben geeignet, in denen stark anisotrope Felder berechnet werden müssen.

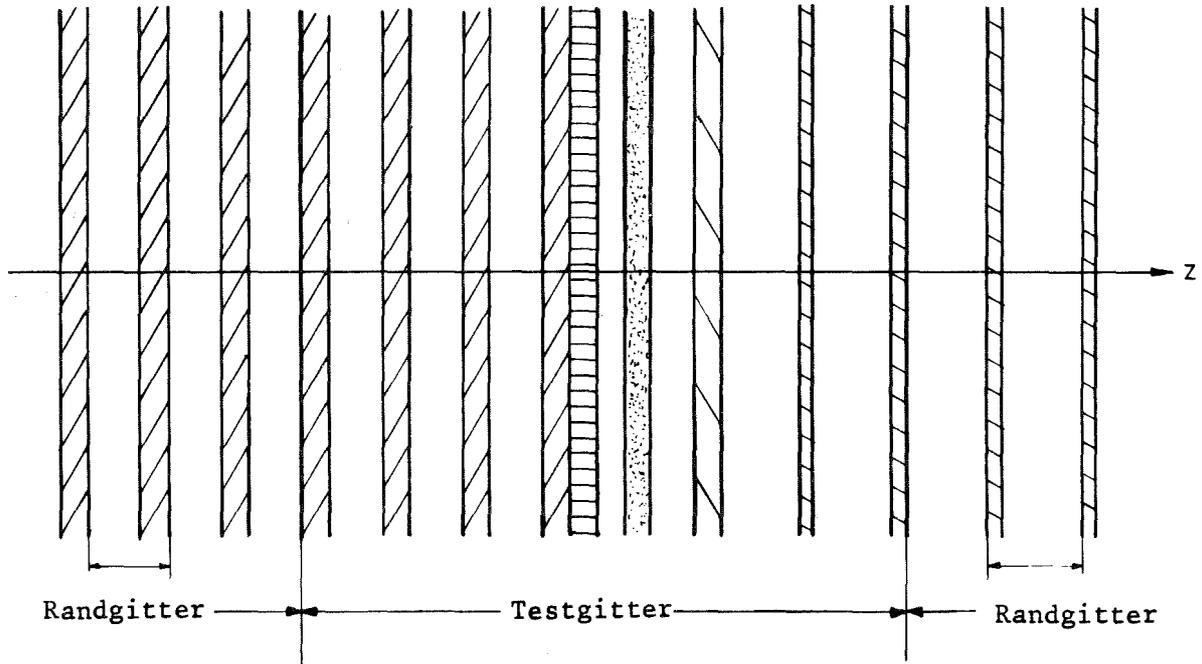


Abb. 1 Modell einer Grenzschicht in Plattengeometrie

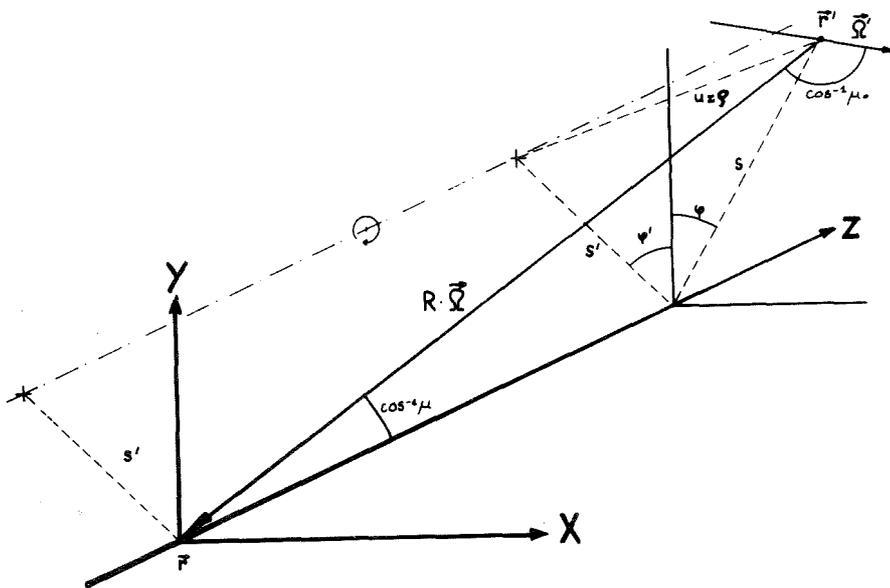


Abb. 2 Skizze des Koordinatensystems

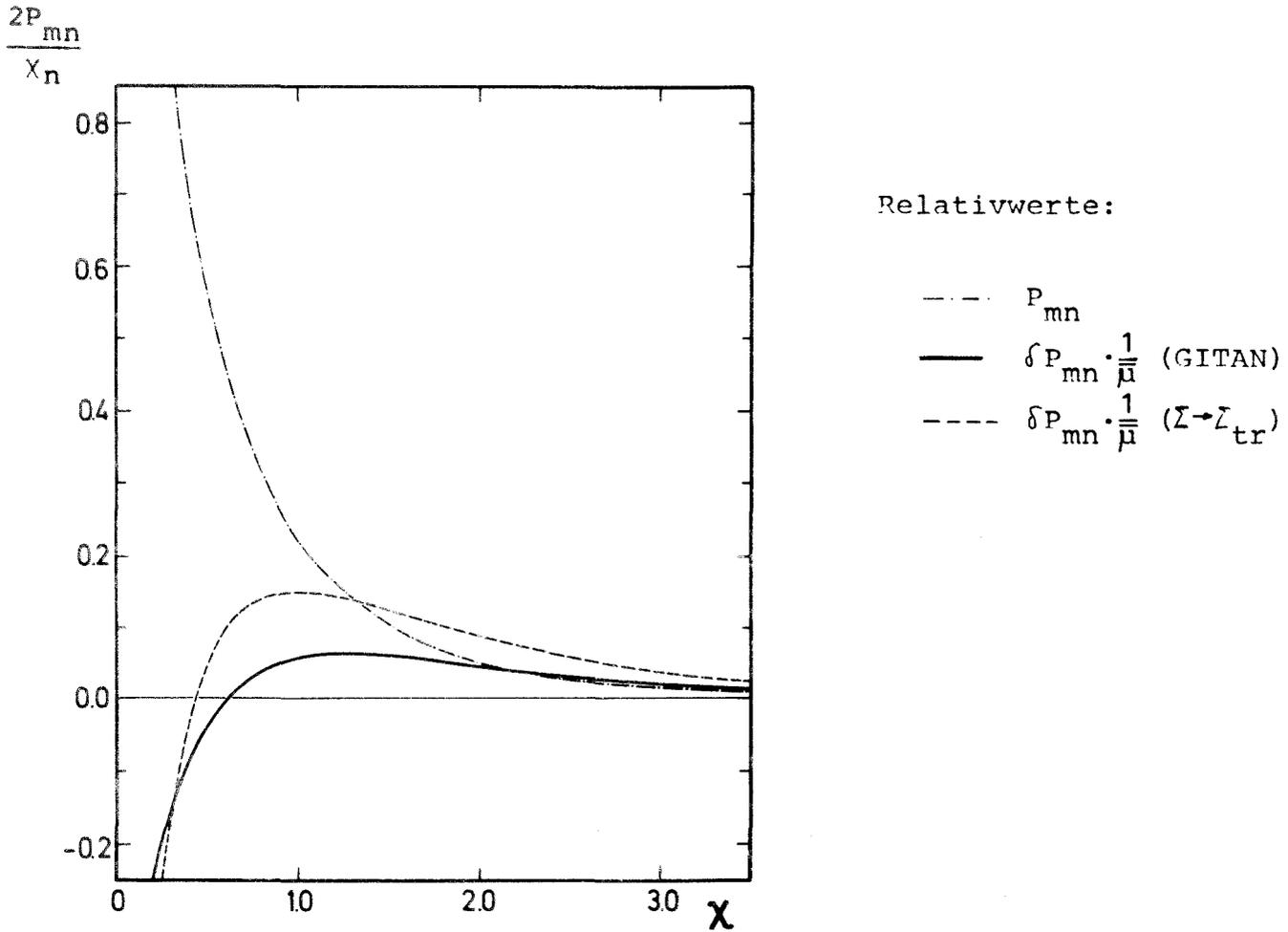


Abb. 3 Änderung der Stoßwahrscheinlichkeit bei Anisotropie der Streuung
 Homogenes Medium, dünne Platten im neutronenoptischen Abstand χ
 Plattendicken $\chi_m, \chi_n \ll 1$

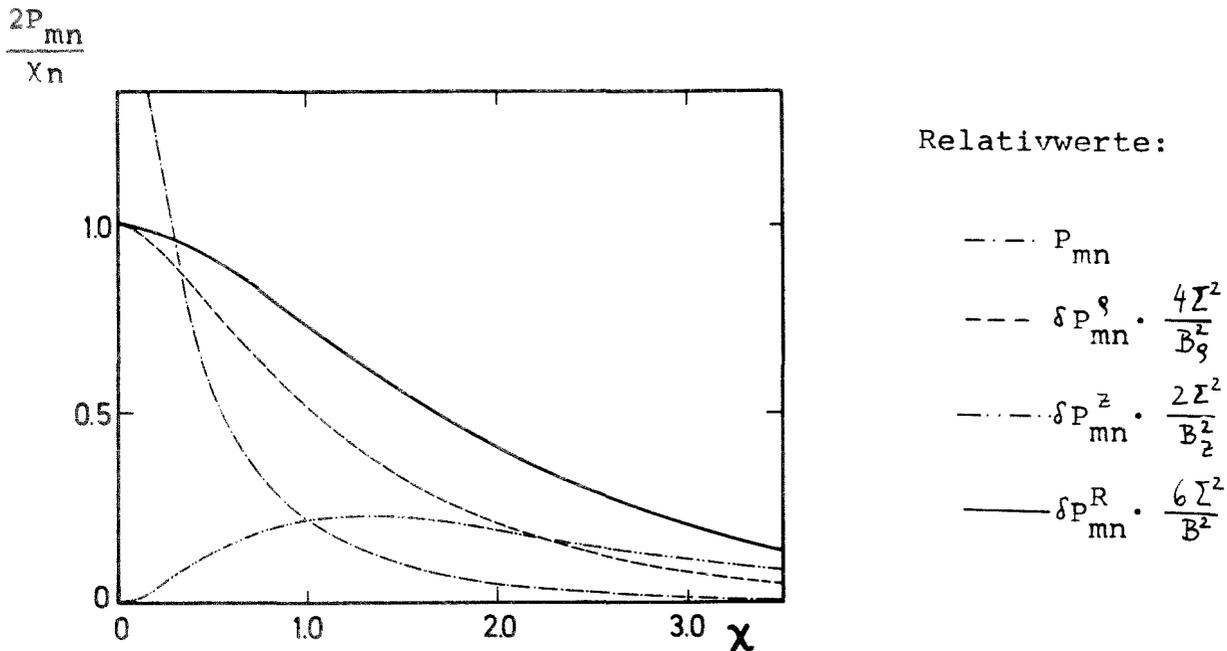


Abb. 4 Änderung der Stoßwahrscheinlichkeit bei Leckage
 Homogenes Medium, dünne Platten im neutronenoptischen Abstand χ
 Plattendicken $\chi_m, \chi_n \ll 1$

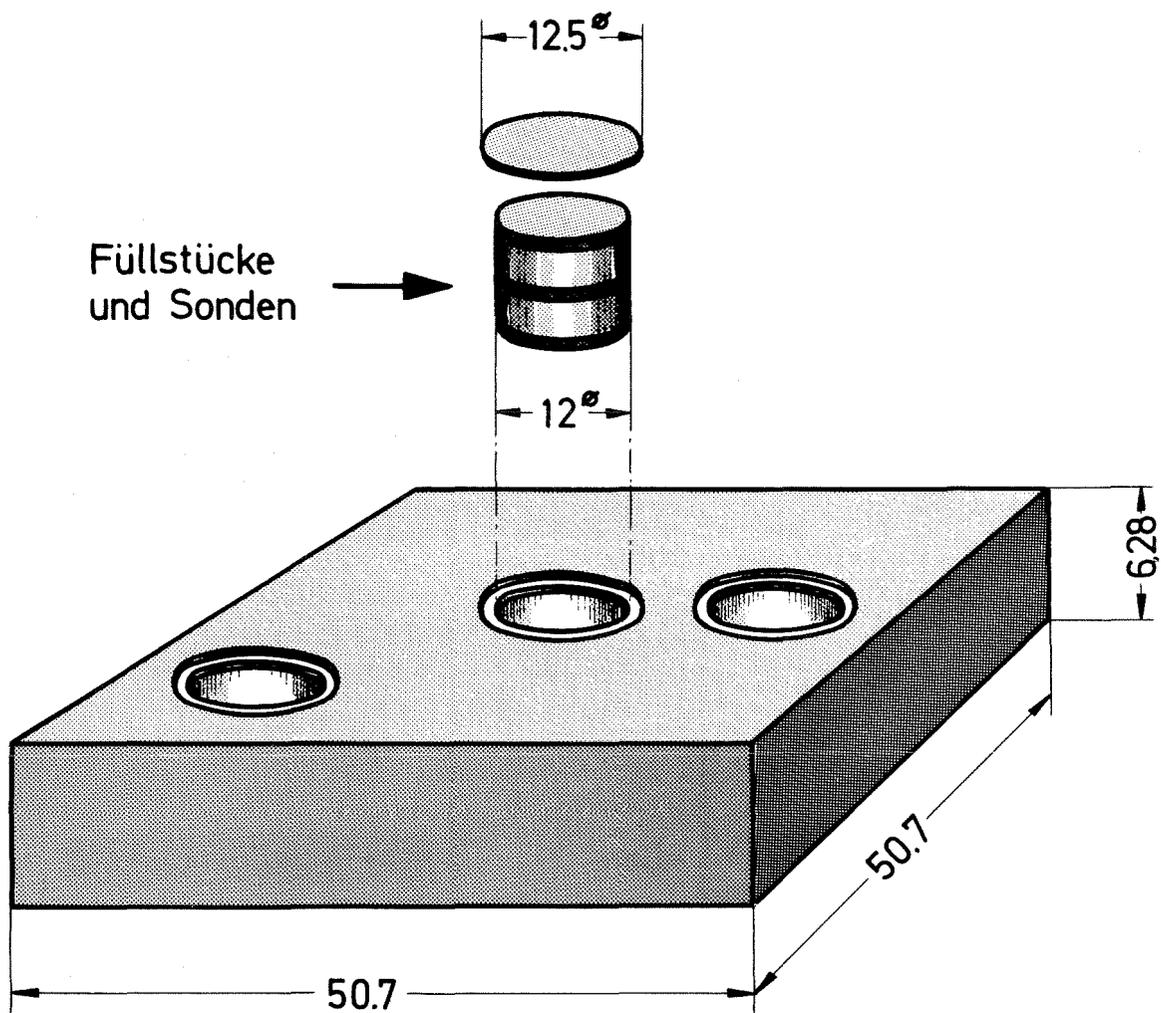


Abb. 5 Spezialplättchen und Füllstücke aus Mischoxid
 PuO_2/UO_2 in Stahlhülle 0.3 mm

SNEAK-9B

SNEAK-9C2

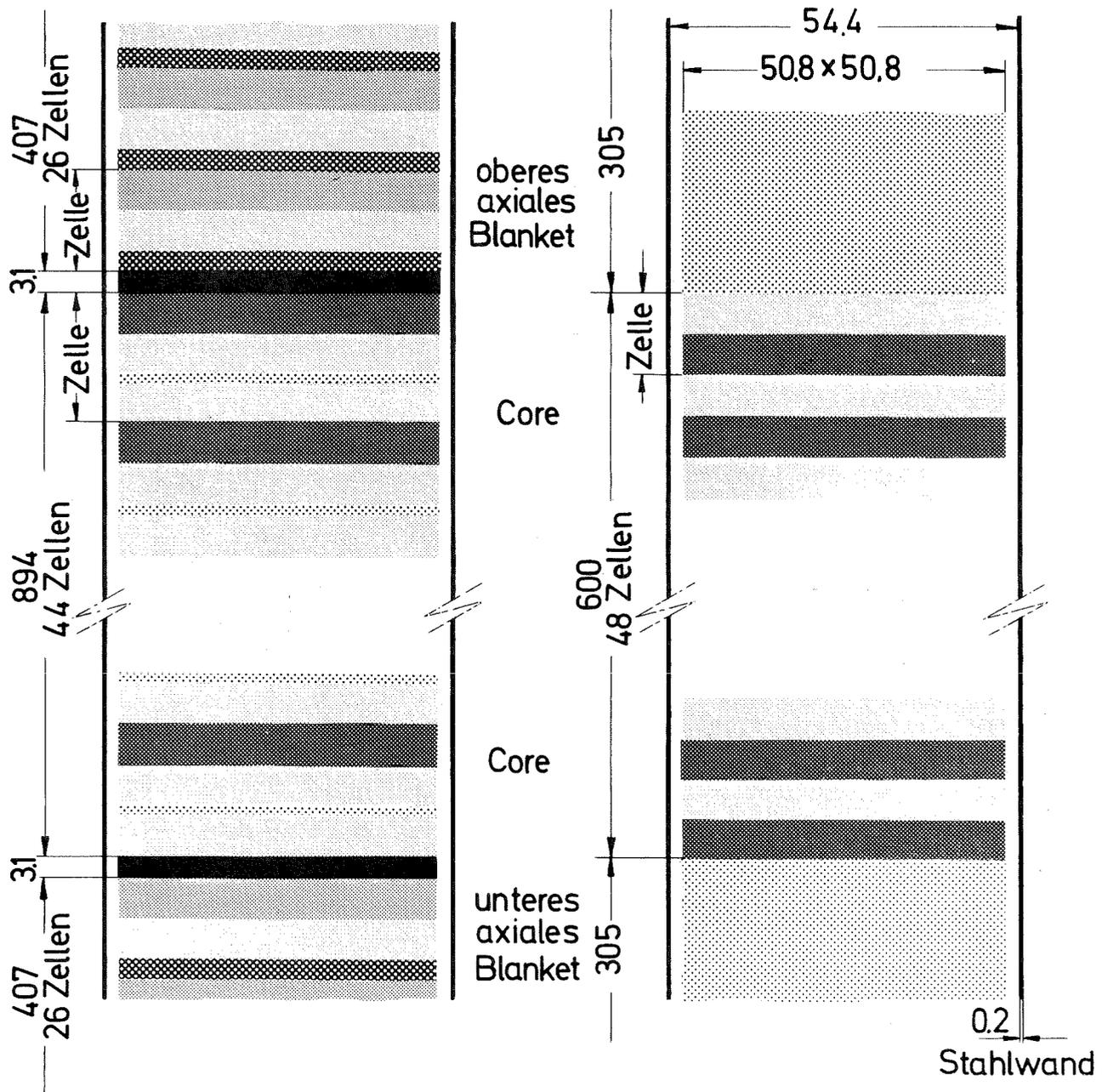
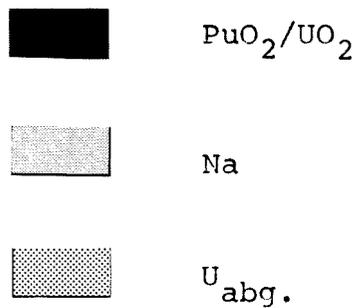
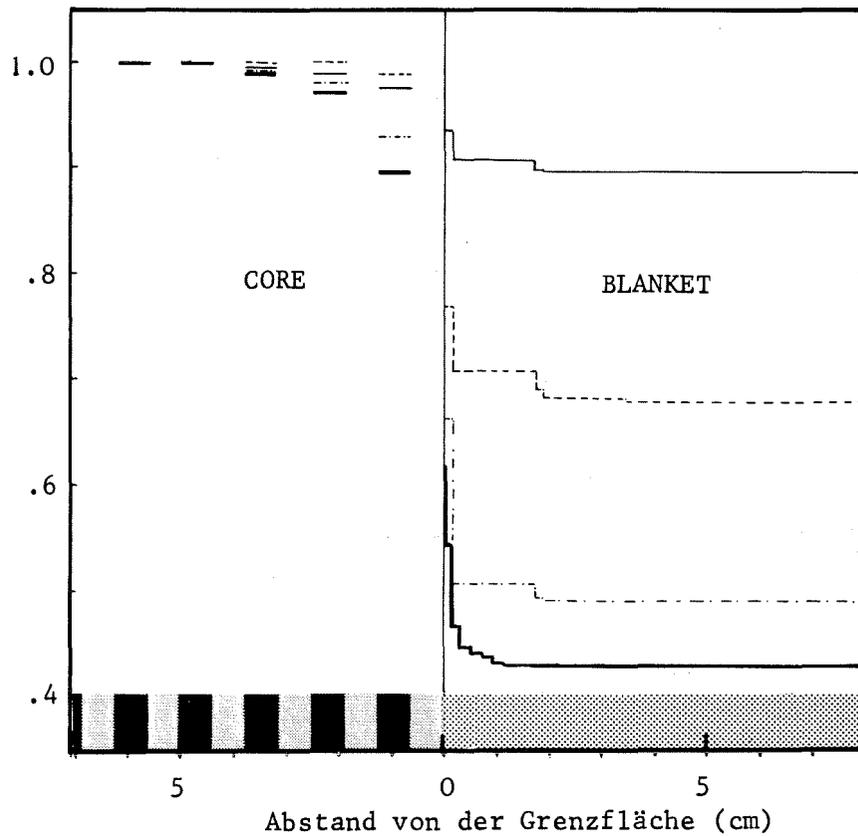


Abb. 6 Grenzsichten in den SNEAK-Anordnungen 9B und 9C-2

Erläuterung:

-  PuO₂/UO₂ in Stahlschachtel
-  UO₂ in Stahlschachtel
-  Uran-Metall (0.4% ²³⁵U)
-  Natrium in Stahlschachtel
-  Aluminiumrahmen (25%, 75% Leervolumen)
-  Aluminiumrahmen (40%, 60% Leervolumen)

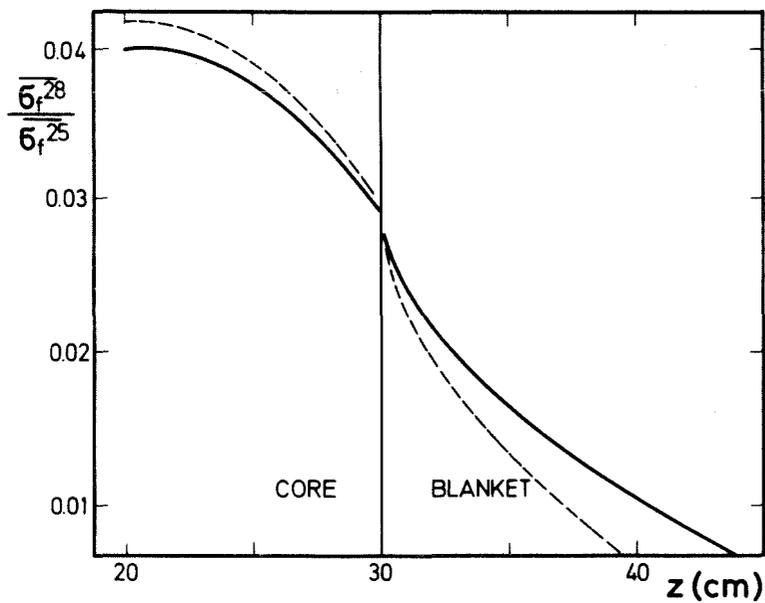
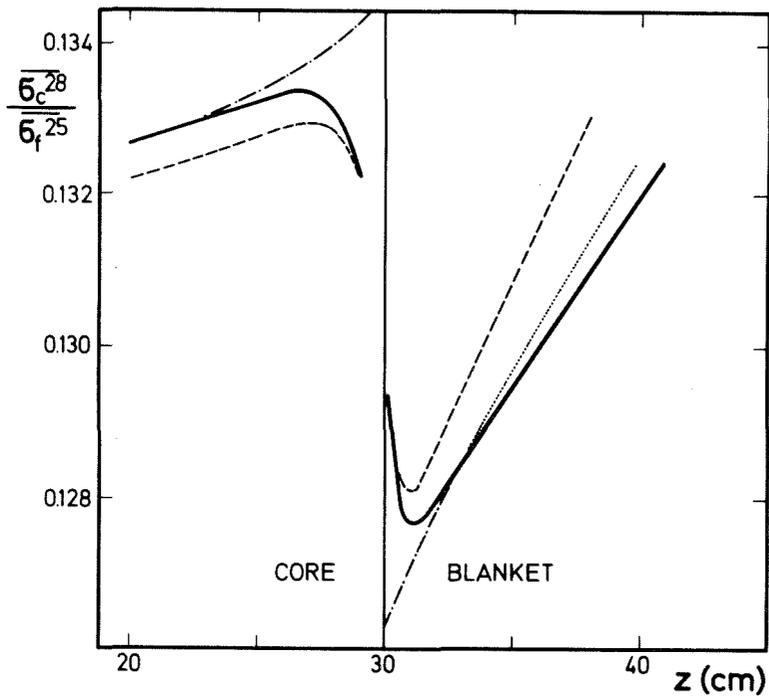
$\sigma_c^{28} / \sigma_c^{28} (\infty\text{-Gitter})$



Energiegruppen:
 — 11 (10 - 21.5 keV)
 --- 13 (2.15 - 4.65 keV)
 - - - 15 (0.465 - 1.0 keV)
 — 18 (46.5 - 100 eV)

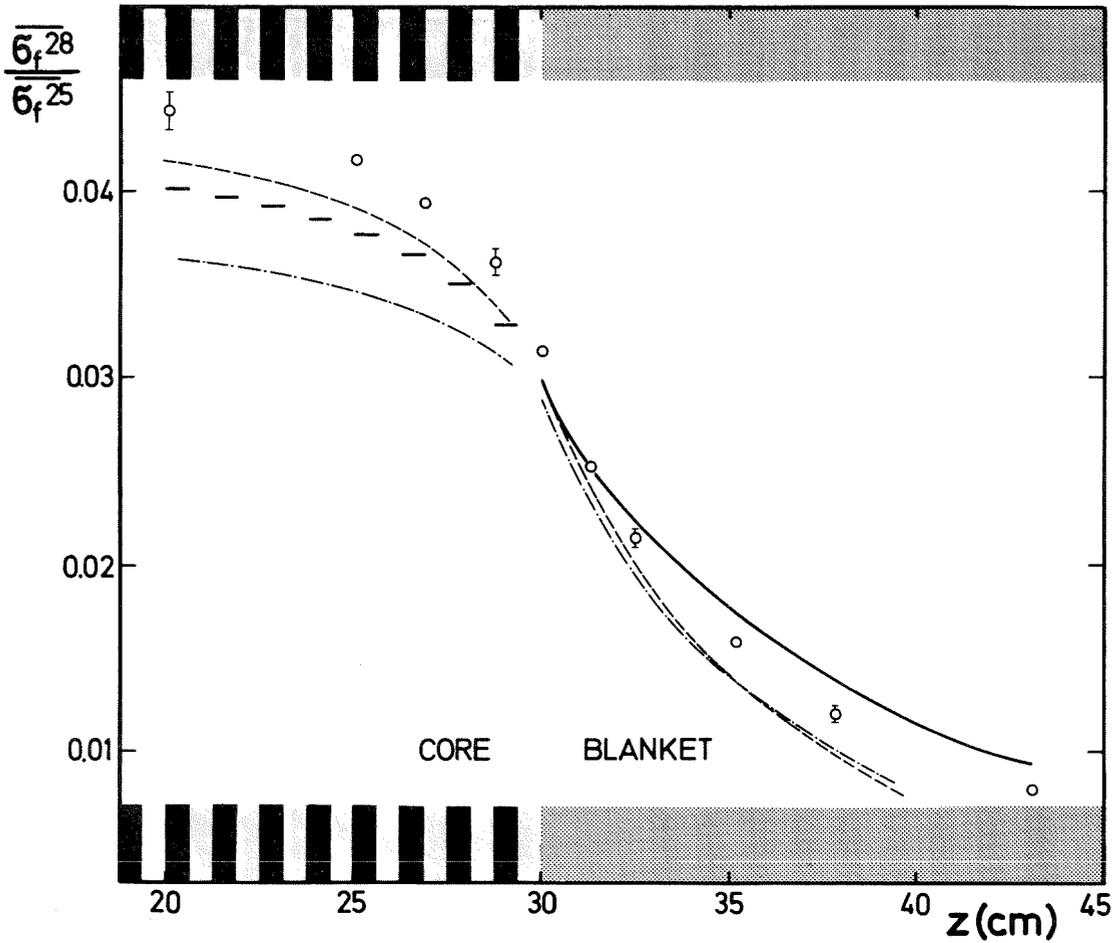
Abb. 7 SNEAK-9C-2

Ortsabhängigkeit des effektiven Einfangquerschnitts von ^{238}U



- GITAN-Rechnung
- Isotropie der Streuung im Testgitter
- · - · Wirkungsquerschnitte zonenweise konstant
- 10 % erhöhte Quelldichte im rechten Randgitter

Abb. 8 SNEAK-9C-2
Einfluß der Approximationen auf die Spektralindizes



■ PuO₂/UO₂

□ Na

▨ U_{abg.}

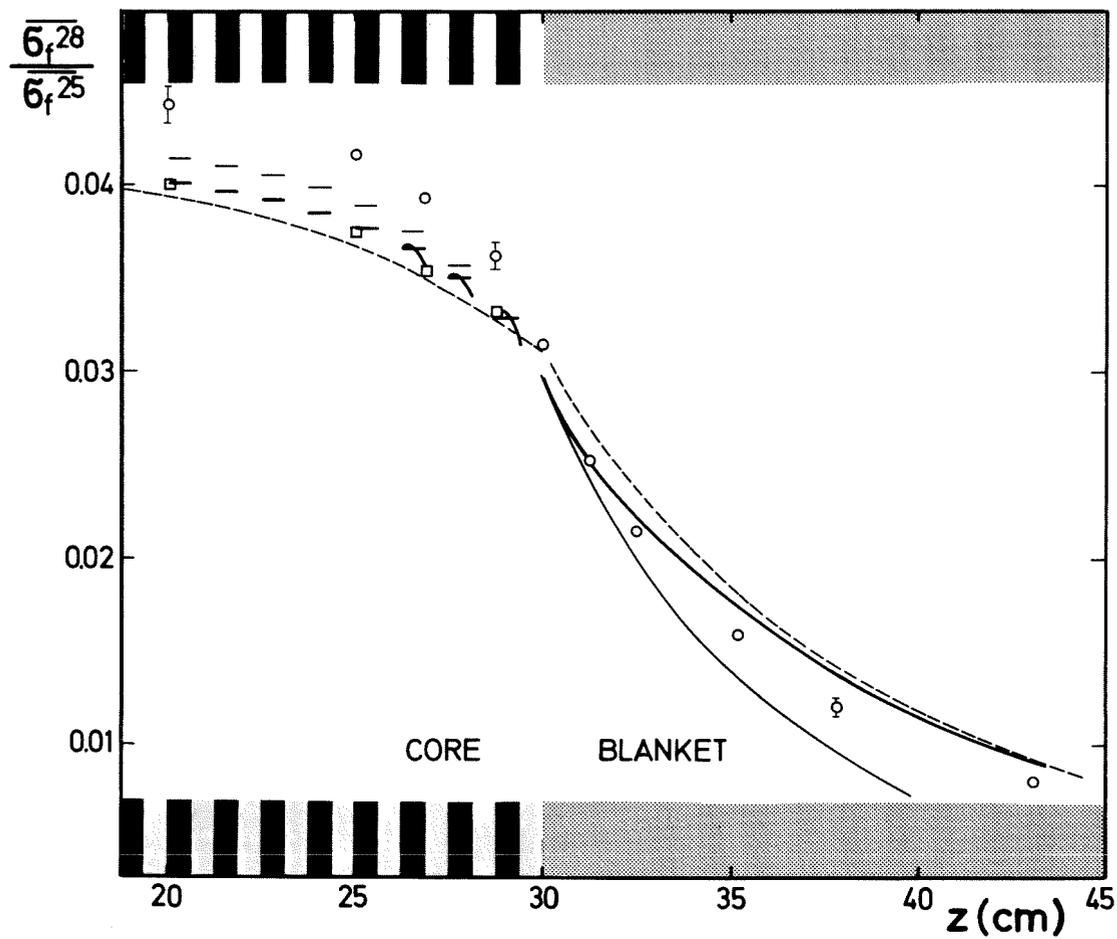
○ Experiment

— GITAN-Rechnung

- - - GITAN-Rechnung (MOXTOT-Satz)

- · - · Isotropie der Streuung im Testbereich

Abb. 9 A SNEAK-9C-2
 Spektralindex $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$



 PuO₂/UO₂

 Na

 U_{abg.}

○ Experiment

□ Experiment x 0.9

GITAN-Rechnungen

— Mittelwert

~ Feinstruktur

— Isotropie der Streuung im Testbereich

--- Diffusionsrechnung

Abb. 9 B SNEAK-9C-2
Spektralindex $\frac{\sigma_f^{28}}{\sigma_f^{25}}$

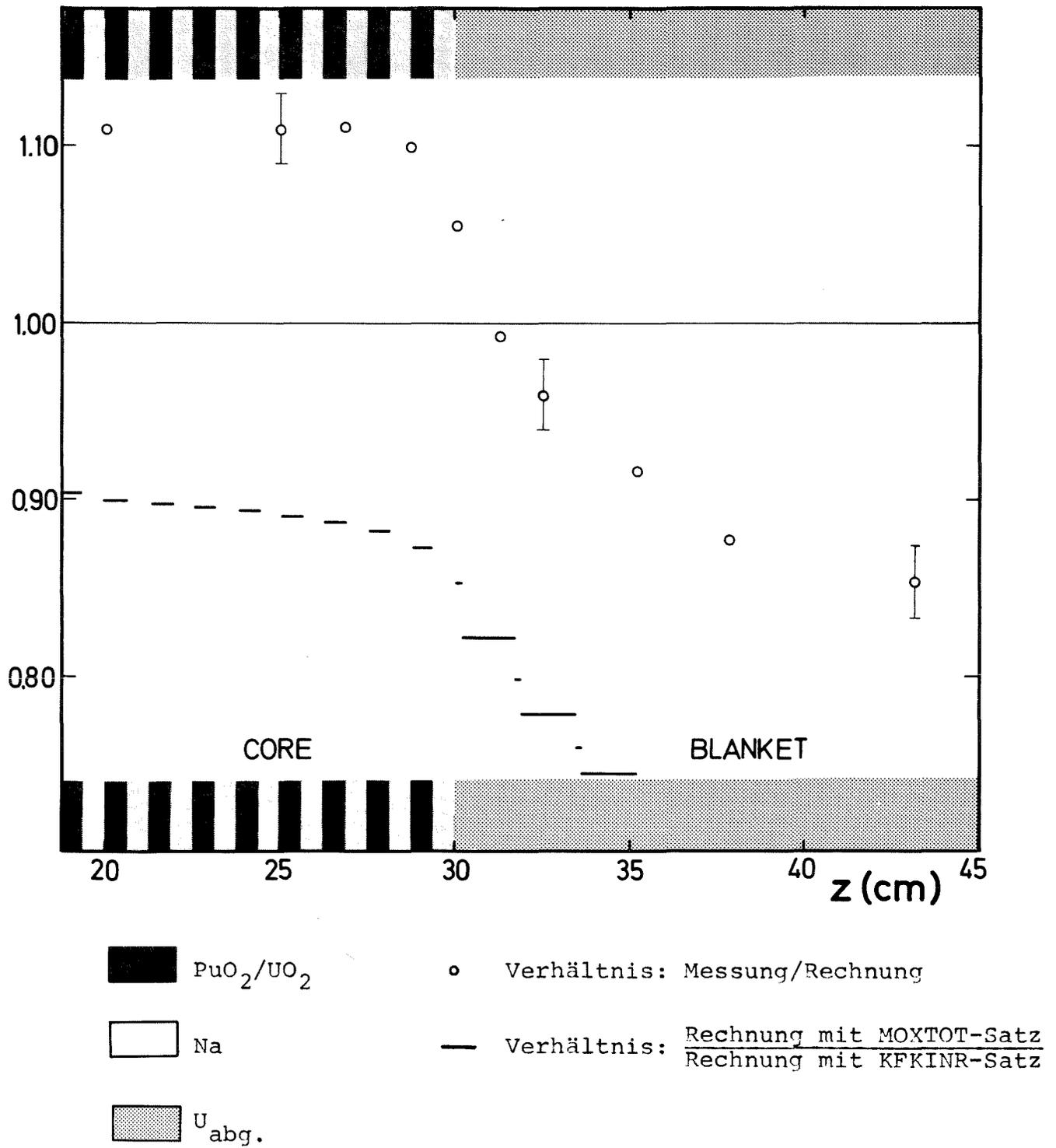
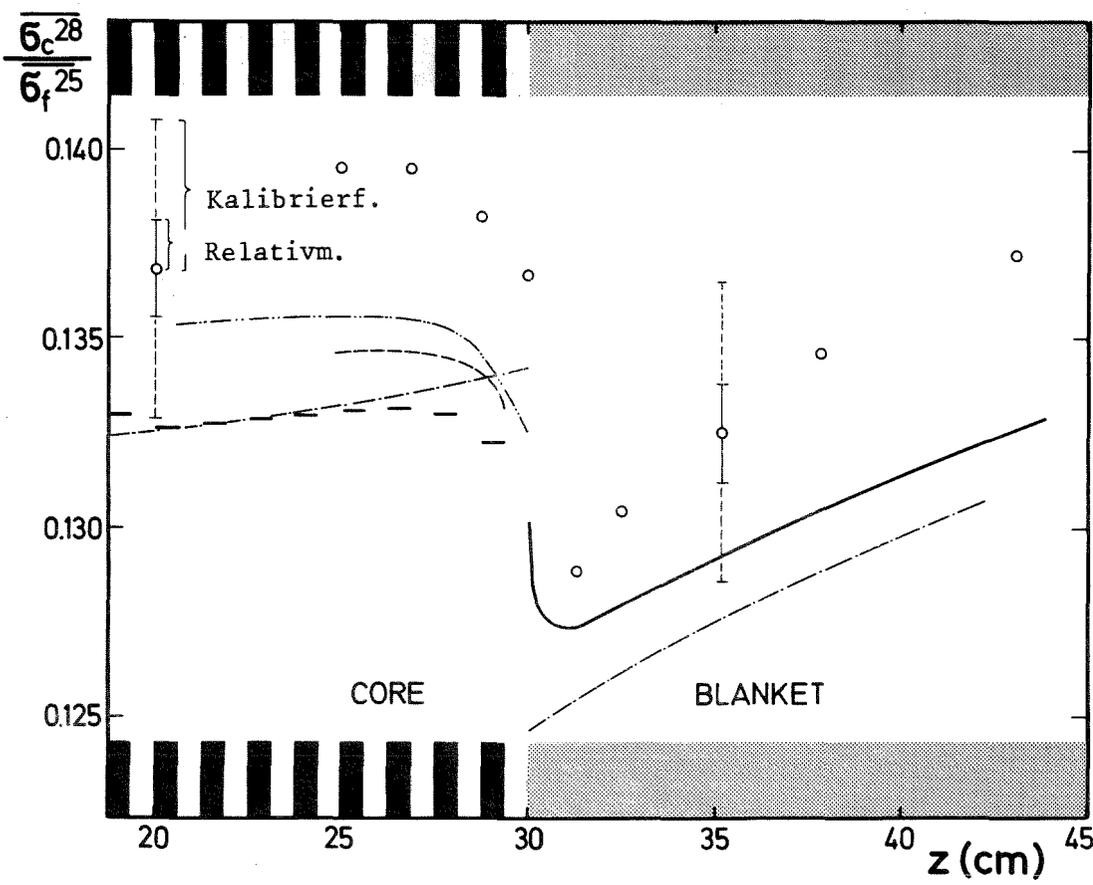


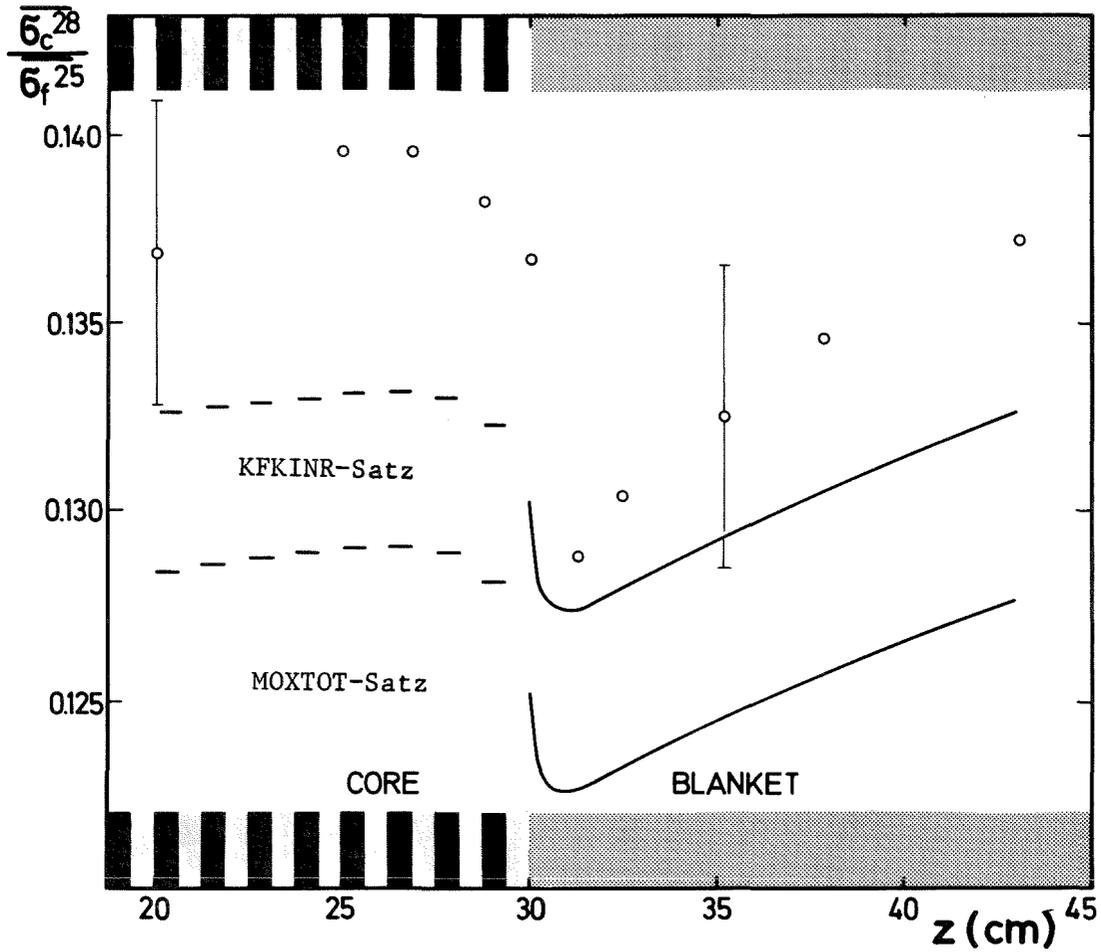
Abb. 10 SNEAK-9C-2

Verhältnis von gemessenem zu berechnetem Spektralindex
 $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$



- PuO₂/UO₂
- Na
- U_{abg.}
- Meßwerte
- GITAN-Rechnung
- Mittelwerte im Brennstoff
- an der Brennstoffoberfläche
- im Na
- .-.- Diffusionsrechnung

Abb. 11 A SNEAK-9C-2 Spektralindex $\frac{\sigma_c^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$



■ PuO₂/UO₂

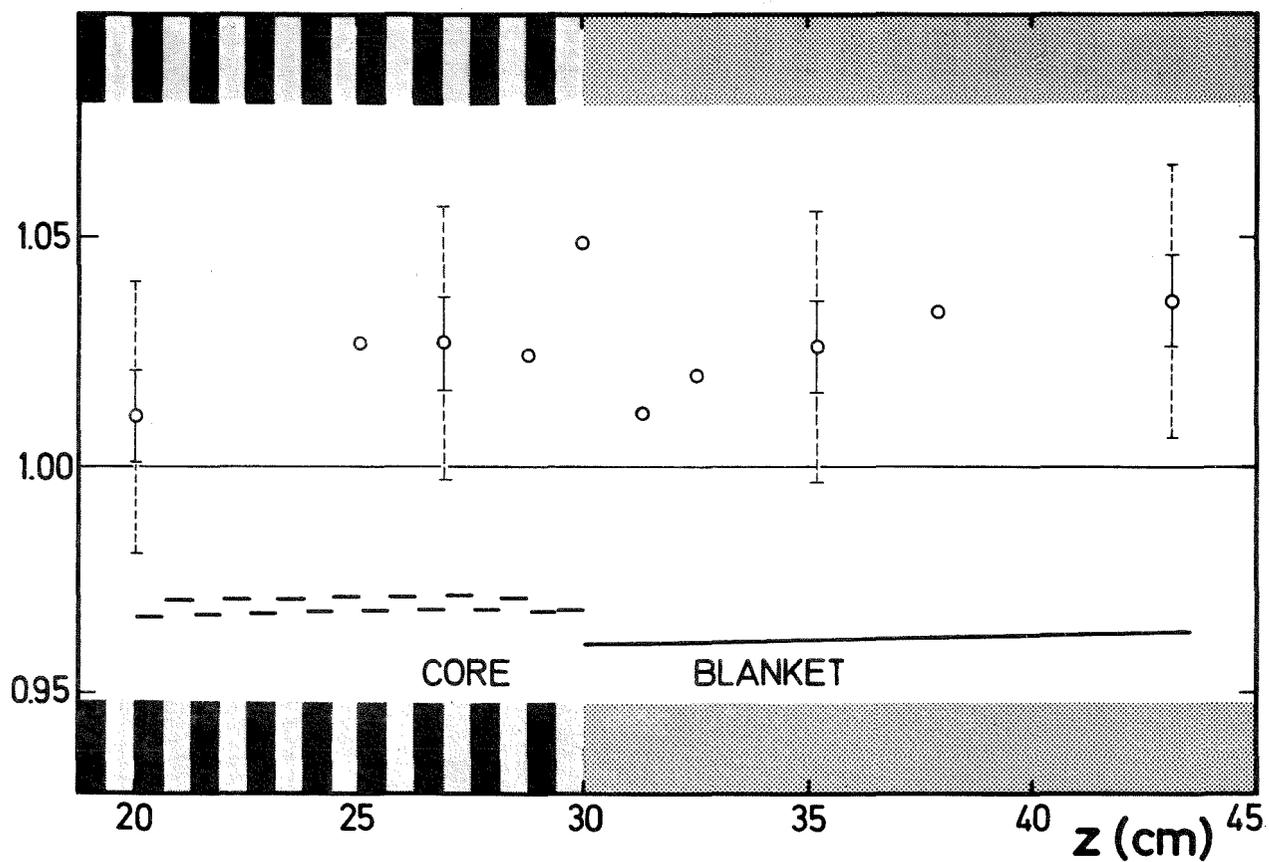
○ Meßwerte

□ Na

— GITAN-Rechnungen

▨ U_{abg.}

Abb. 11 B SNEAK-9C-2
 Spektralindex $\frac{\sigma_c^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$



- PuO₂/UO₂
- Natrium
- U-Metall (abger.)
- Verhältnis Experiment/Rechnung
- Verhältnis $\frac{\text{Rechnung (MOXTOT-Satz)}}{\text{Rechnung (KFKINR-Satz)}}$

Abb. 12 SNEAK-9C-2
 Verhältnis von gemessenem zu berechnetem Spektralindex
 $\sigma_c^{-28} / \sigma_f^{-25}$

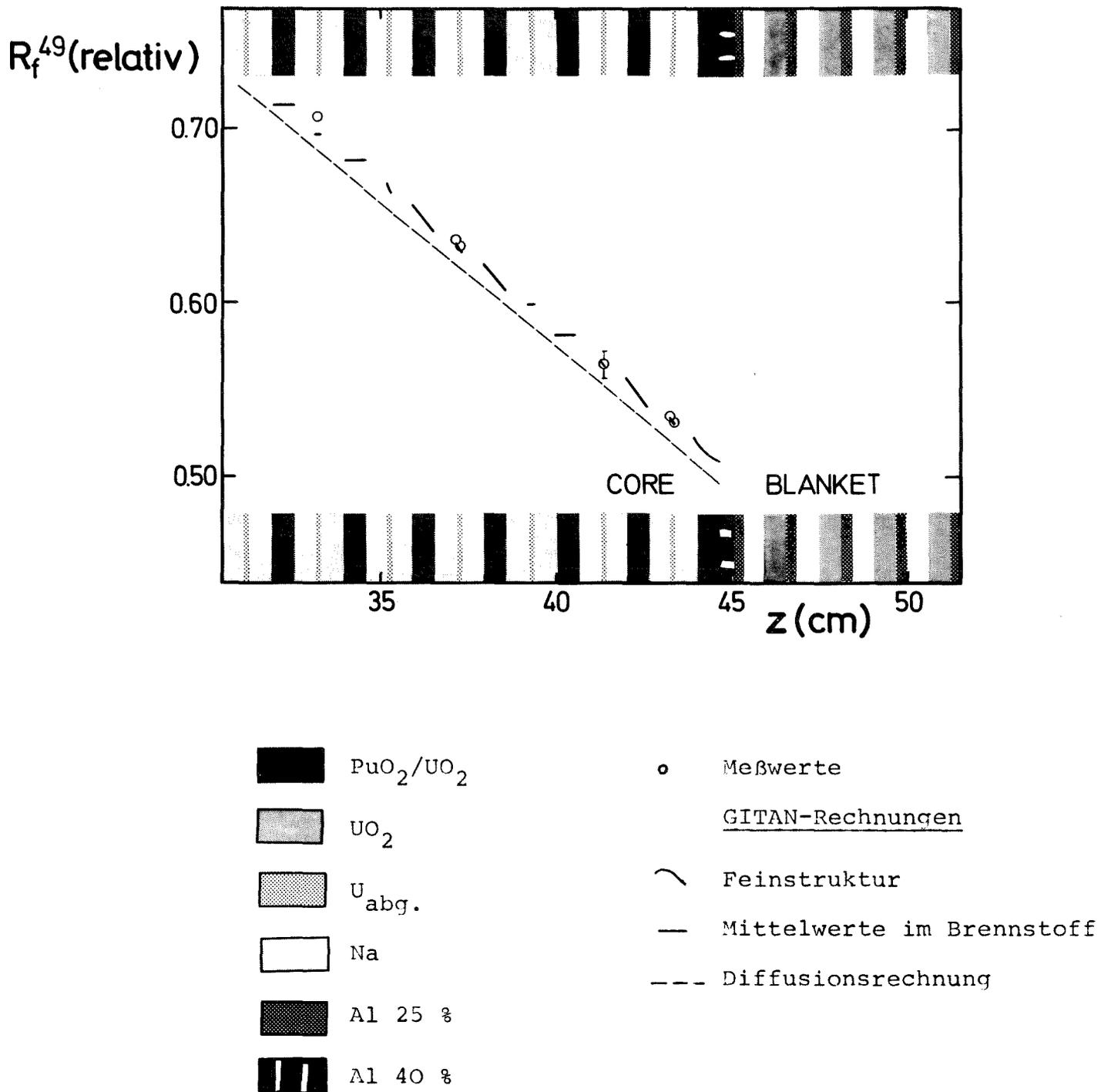


Abb. 13 SNEAK-9B
 Spaltrate pro Kern ^{239}Pu (relativ)

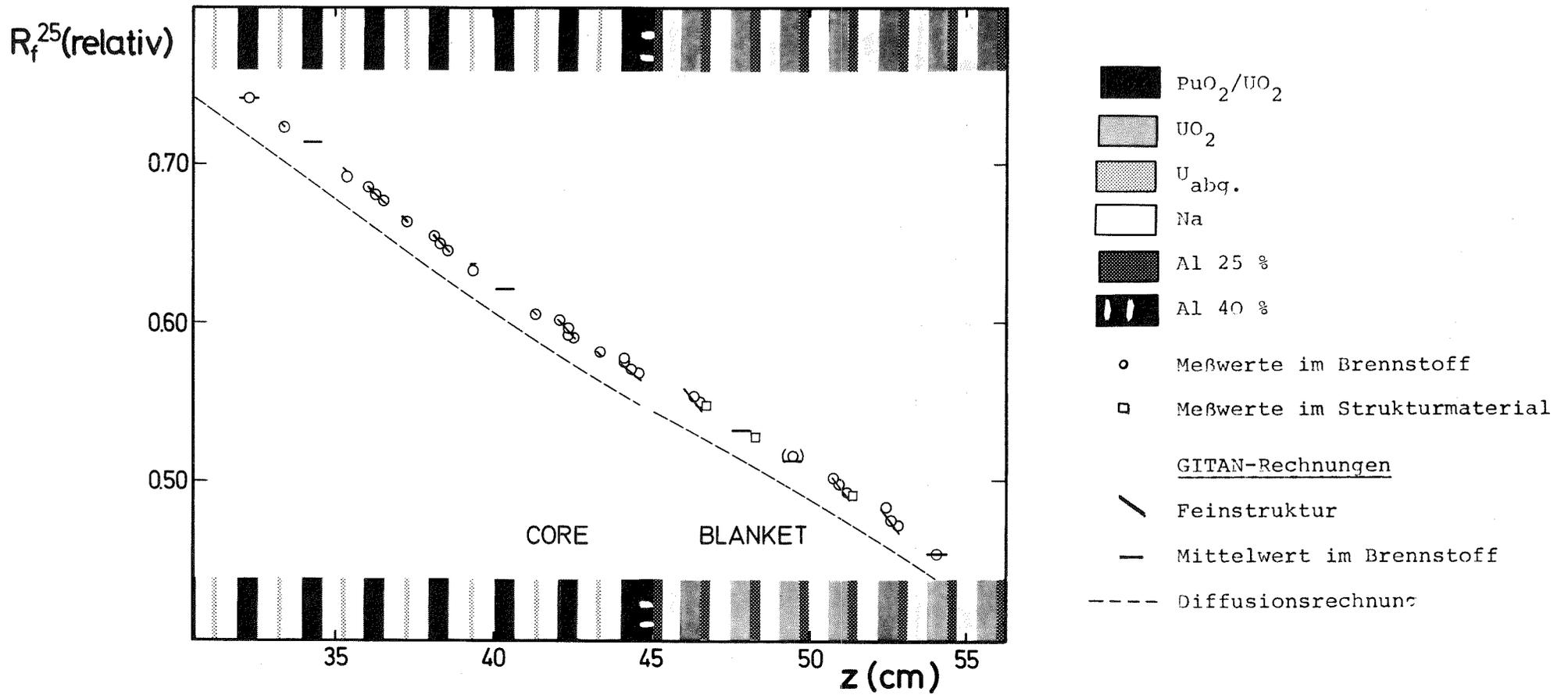


Abb. 14 SNEAK-9B
Spaltrate pro Kern ^{235}U (relativ)

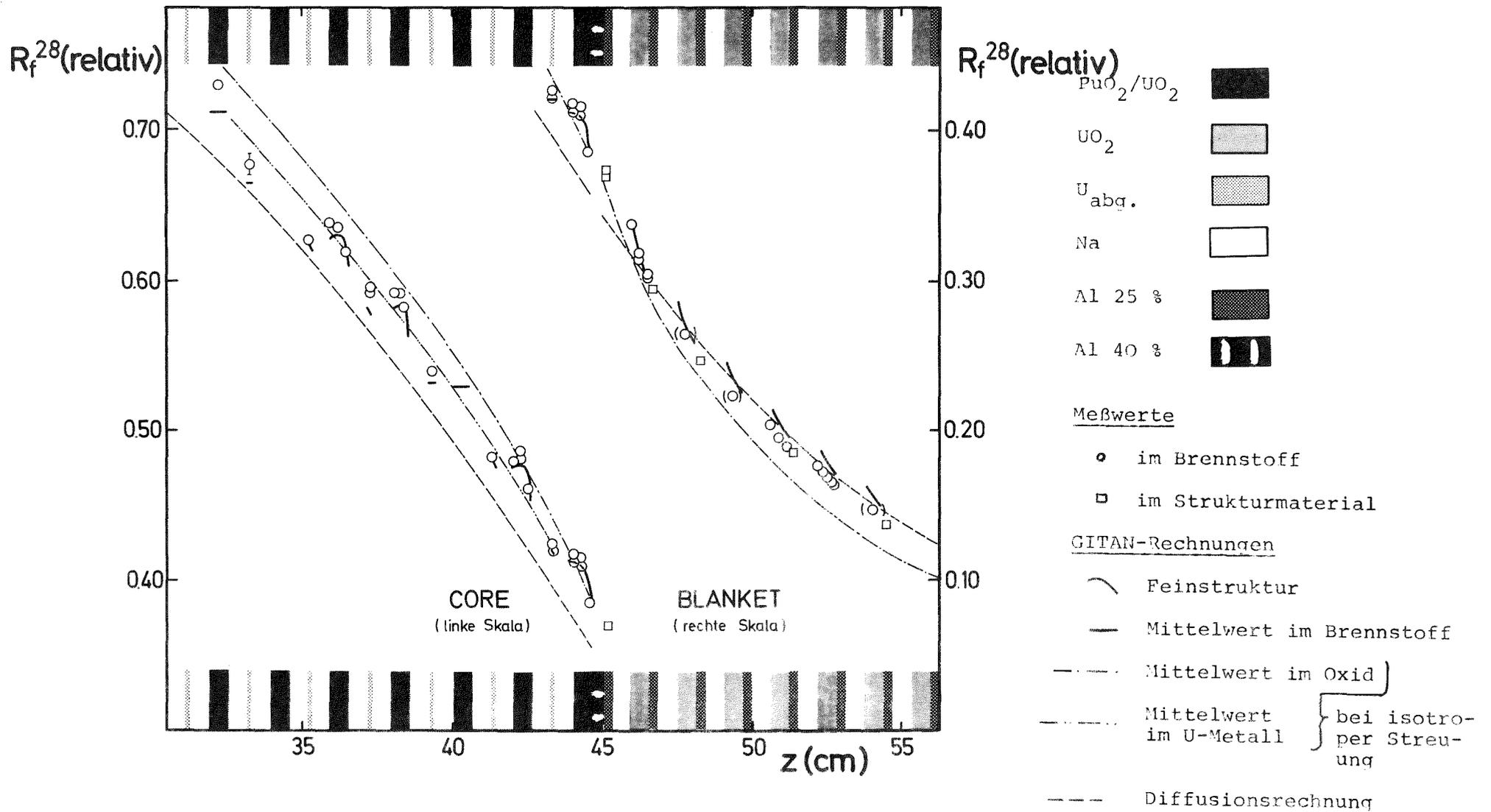


Abb. 15 SNEAK-9B
 Spaltrate pro Kern ^{238}U (relativ)

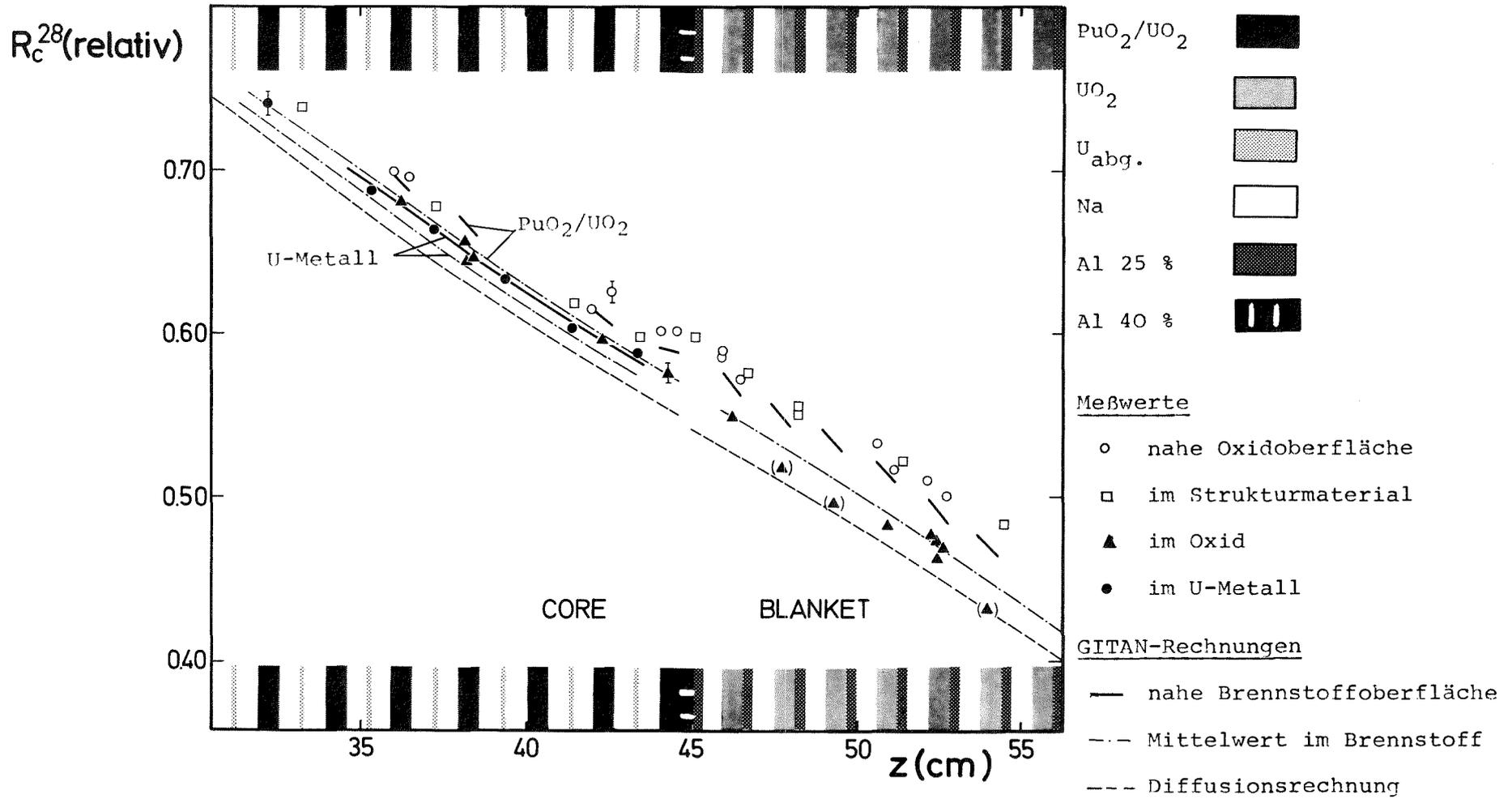
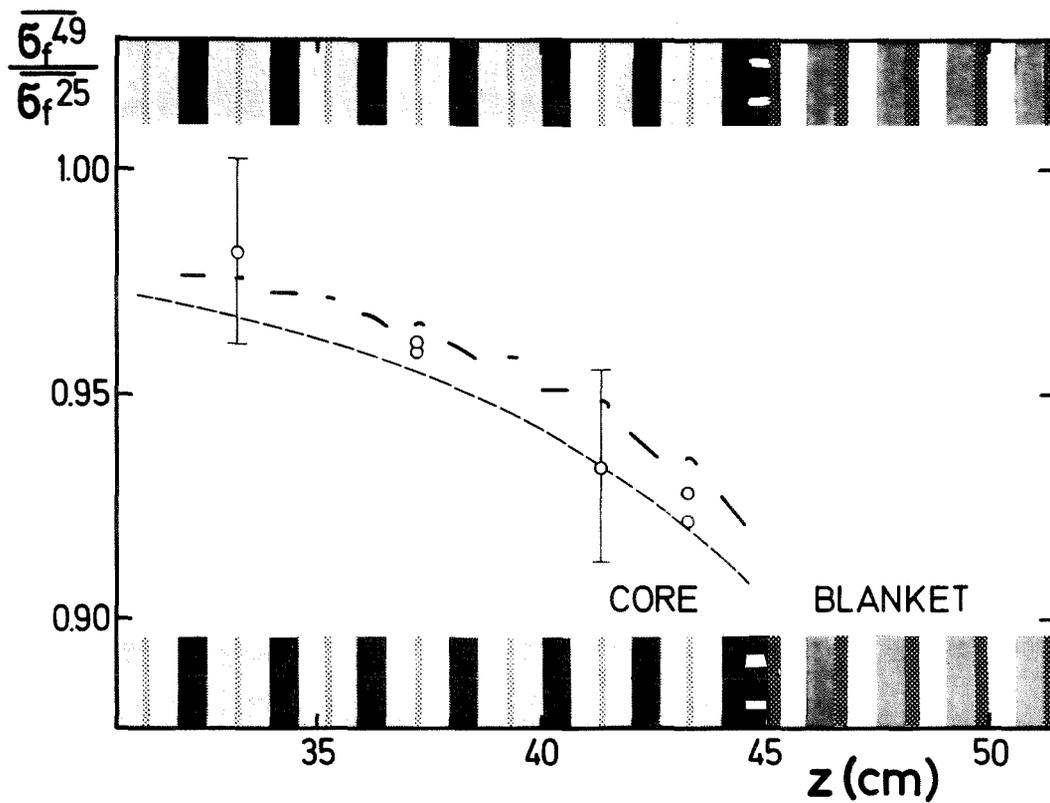


Abb. 16 SNEAK-9B
Einfangrate pro Kern ^{238}U (relativ)



 PuO₂/UO₂

 Meßwerte

 UO₂

 GITAN-Rechnungen

 U_{abg.}

 Feinstruktur

 Na

 Mittelwerte im Brennstoff

 Diffusionsrechnung

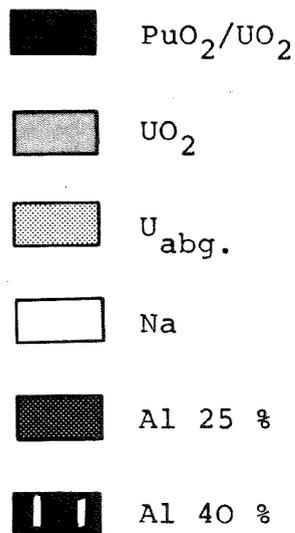
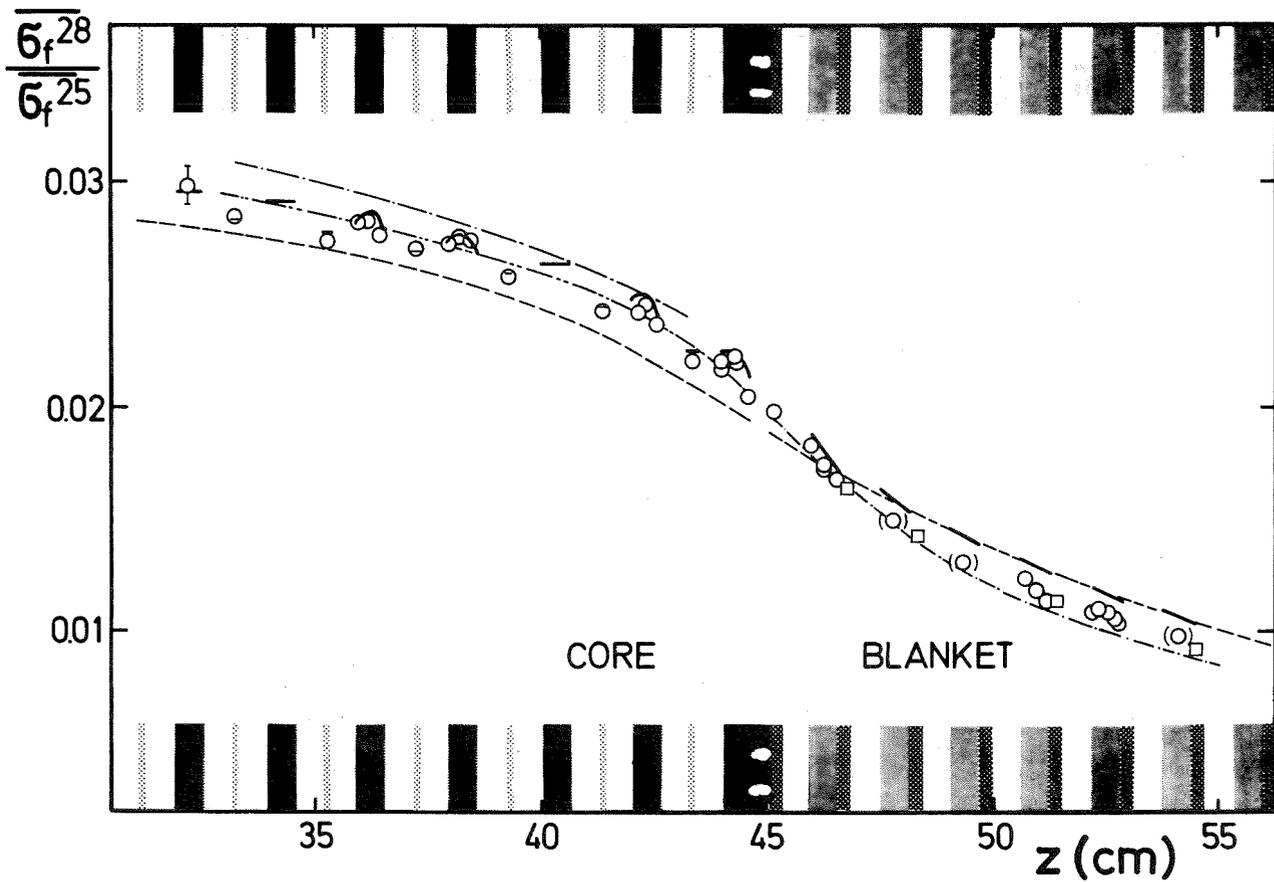
 Al 25 %

 Al 40 %

Abb. 17

SNEAK-9B

Spektralindex $\frac{\sigma_f^{-49}}{\sigma_f^{-25}}$



Meßwerte

- im Brennstoff
- im Strukturmaterial

GITAN-Rechnungen:

- ~ Feinstruktur
 - Mittelwert im Brennstoff
 - - - Mittelwert im Oxid
 - · - · Mittelwert im U-Metall
 - Diffusionsrechnung
- } bei isotroper Streuung

Abb. 18 SNEAK-9B
Spektralindex $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$

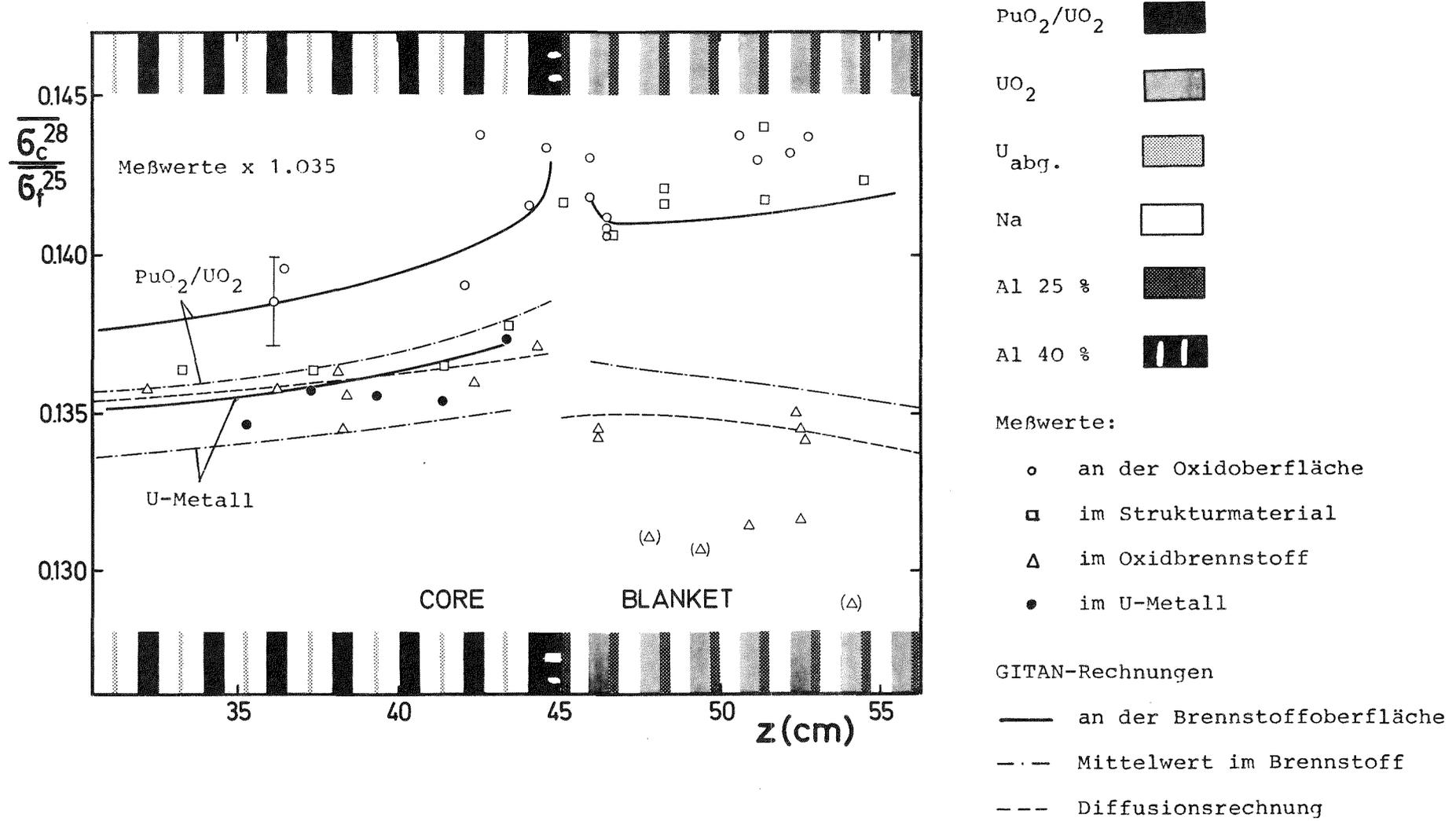
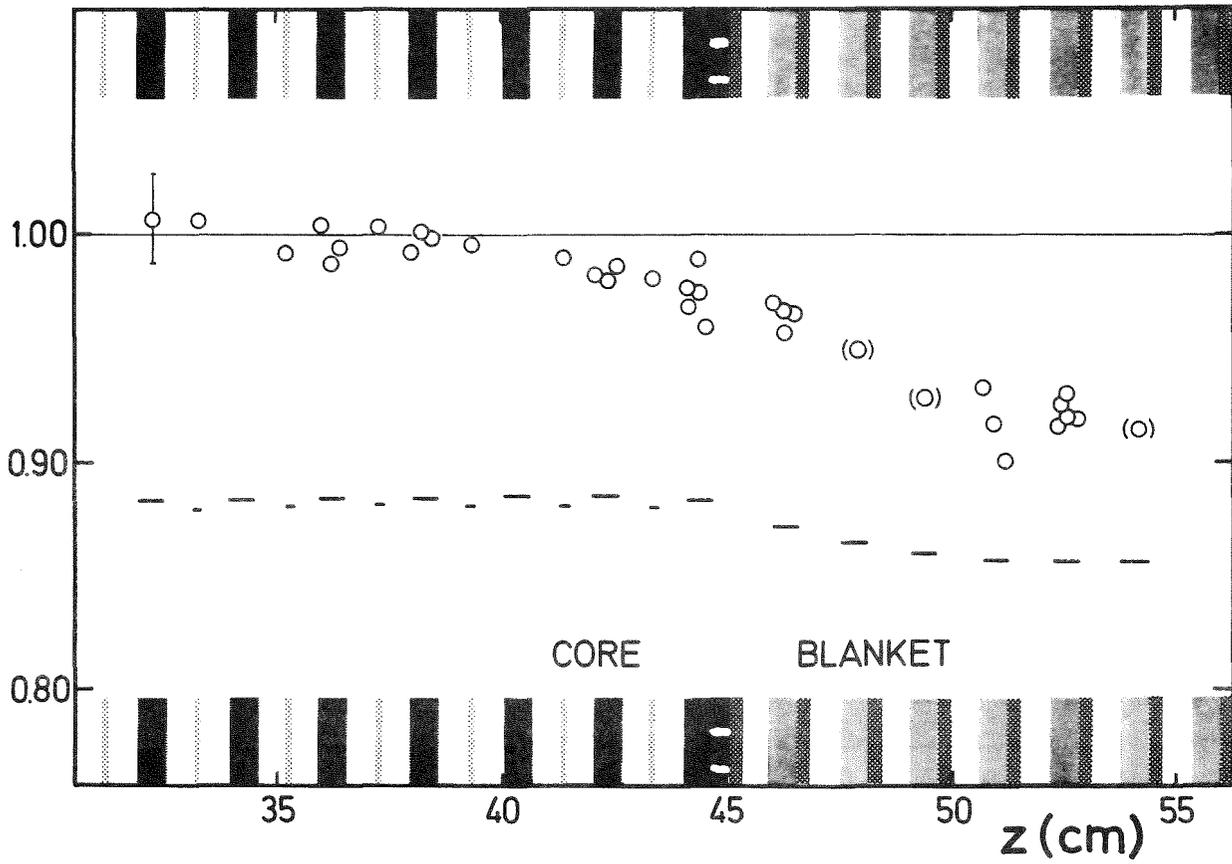


Abb. 19 SNEAK-9B

Spektralindex $\frac{6_c^{28}}{6_f^{25}}$



 PuO_2/UO_2

\circ Verhältnis $\frac{\text{Messung}}{\text{Rechnung}}$

 UO_2

— Verhältnis $\frac{\text{Rechnung (MOXTOT-Satz)}}{\text{Rechnung (KFKINR-Satz)}}$

 $\text{U}_{\text{abg.}}$

 Na

 Al 25 %

 Al 40 %

Abb. 20 SNEAK 9B

Verhältnis von gemessenem zu berechnetem Spektralindex
 $\frac{\sigma_f^{-28}}{\sigma_f^{-25}}$

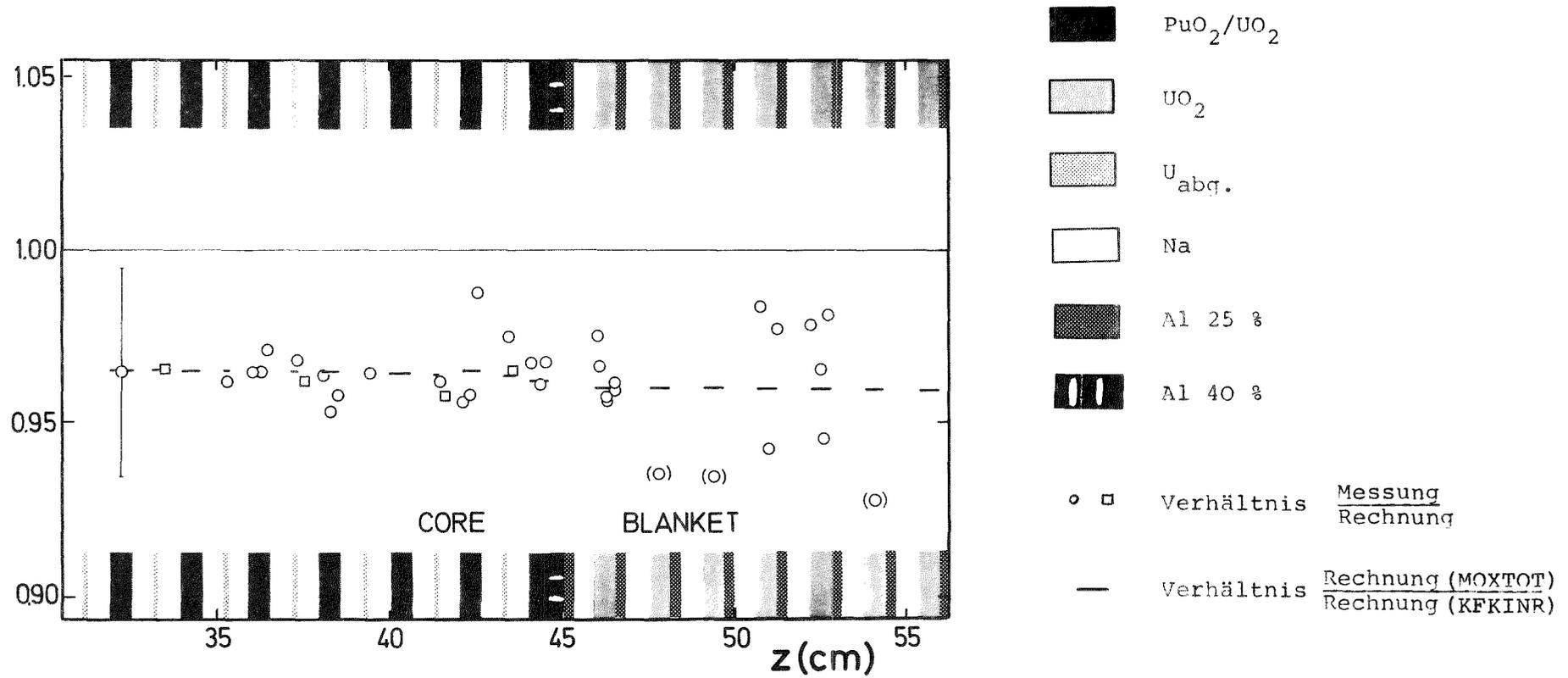


Abb. 21 SNEAK-9B

Verhältnis von gemessenem zu berechnetem Spektralindex $\frac{\sigma_c^{28}}{\sigma_f^{25}}$