

KfK 2654
Juni 1978

Wärmetransport und Wärmeübergang mit Helium in rotierenden Kanälen

Ch. Schnapper
Institut für Technische Physik

Kernforschungszentrum Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE GMBH

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KfK 2654

Institut für Technische Physik

Wärmetransport und Wärmeübergang mit Helium
in rotierenden Kanälen

Christoph Schnapper

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH

⁺ von der Fakultät für Physik der Universität (TH)
Karlsruhe genehmigte Dissertation

A b s t r a c t

WÄRMETRANSPORT UND WÄRMEÜBERGANG MIT HELIUM IN ROTIERENDEN KANÄLEN

Im Hinblick auf die Kühlung von großen Turbogeneratoren mit supraleitender Erregerwicklung wurden Wärmetransport und Wärmeübergang mit Helium in rotierenden, radial ausgerichteten Kanälen experimentell untersucht.

Wärme muß von der Peripherie des Rotors zum Zentrum transportiert werden. Hierzu wurden Messungen mit Thermosiphonrohren und Thermosiphonschleifen von verschiedenem Durchmesser durchgeführt. Formeln zur Charakterisierung des thermodynamischen Zustandes von Helium in einem rotierenden Thermosiphon und zur Berechnung des Massenstromes in einer Thermosiphonschleife werden angegeben. In einer dünnen Thermosiphonschleife ($d = 1,22$ mm) stimmen gemessener und berechneter Massenstrom im Rahmen der Meßgenauigkeit überein. Bei größerem Durchmesser ($d = 3$ mm) werden Abweichungen beobachtet. Der Wärmetransport durch gerichtete Konvektion in Thermosiphonschleifen ist effektiver als durch innere Konvektion in Thermosiphonrohren.

Bei plötzlich veränderter Wärmelast stellt sich der stationäre Zustand in einer Thermosiphonschleife schneller ein als in einem Thermosiphon.

Für den Wärmeübergang an Helium in rotierenden Kanälen ist der thermodynamische Zustand des Heliums am Ort der beheizten Oberfläche entscheidend. Hiervon hängt es ab, ob der Wärmeübergang durch Konvektion mit einphasigem Helium, durch unterkühltes Sieden oder durch Filmsieden erfolgt. Auch in einem sehr großen Zentrifugalfeld kann der Wärmeübergang an einphasiges Helium mit natürlicher Konvektion und mit erzwungener Konvektion durch ganz ähnliche Formeln beschrieben werden, wie sie für Thermosiphonrohre im Schwerfeld bzw. für Wärmeübergang an nicht-rotierendes Helium bekannt sind.

A b s t r a c t

Heat Transport and Surface Heat Transfer with Helium in Rotating Channels

Heat transport and surface heat transfer with helium in rotating, radially arranged channels was experimentally studied with regard to cooling of large synchronous generators with superconducting windings, in which heat must be transported from the periphery of the rotor to the axis.

Measurements with thermosiphons and thermosiphon loops of different channel diameters were performed, and results are presented. Formulas are given which characterize the thermodynamic state of the helium in a rotating thermosiphon, and which describe the mass flow rate in a thermosiphon loop. For thin loops ($d = 1.22$ mm), calculated and observed mass flow are in agreement. At larger channel diameters ($d = 3$ mm), deviations are observed. Heat transport by directed convection in thermosiphon loops is found to be more efficient than by internal convection in thermosiphons.

Following a sudden change in heat load, the steady state is reached sooner in thermosiphon loops than in thermosiphons.

The thermodynamic state of the helium at the site of the heated surface is decisive for the surface heat transfer coefficient. Heat can be transferred by convection of single-phase helium, by subcooled nucleate boiling, and by film-boiling. Also, in a very large centrifugal field ($a/g = 3140$) single-phase heat transfer with natural and forced convection is described by formulas quite similar to those which are applicable to thermosiphons in gravitation field or to heat transfer to non-rotating helium.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Apparatur	4
2.1 Der rotierende Kryostat	5
2.2 Das Datenerfassungssystem	8
2.3 Temperaturmessung	10
2.3.1 Kontaktierung der Kohlewiderstände	10
2.3.2 Kalibrierung	12
2.3.3 Fehlerquellen	14
2.3.3.1 Kompression der Kohlewiderstände durch die Zentrifugalkraft	14
2.3.3.2 Strahlung	14
2.3.3.3 Wärmeentwicklung durch Meßstrom	14
2.3.3.4 Temperaturzyklen	15
2.3.3.5 Thermospannung	15
2.3.4 Meßgenauigkeit	15
3. Wärmetransport in rotierenden Heliumkanälen	17
3.1 Wärmetransport in offenen Thermosiphonrohren	17
3.1.1 Modell	17
3.1.2 Experimentelle Ergebnisse	23
3.1.2.1 Temperaturverteilung ohne Heizung	23
3.1.2.2 Temperaturverteilung mit Wärmestrom	27
3.1.2.3 Zeitlicher Temperaturverlauf beim Ein- und Ausschalten eines Wärme- stromes	34
3.2 Wärmetransport in Thermosiphonschleifen	36
3.2.1 Modell: gerichtete Konvektion	37
3.2.2 Experimente mit Thermosiphonschleifen	42
3.2.2.1 Stationärer Wärmestrom	43
3.2.2.2 Anlaufverhalten von Thermosiphonschleifen	51
3.3 Vergleich: Thermosiphon und Thermosiphonschleife	54

	Seite
4. Wärmeübergang	55
4.1 Aufbau und Meßmethode	57
4.1.1 Meßeinsatz "Wärmeübergang"	57
4.1.2 Temperaturdifferenz zwischen Wand und Fluid	58
4.1.3 Wärmestromdichte	60
4.1.4 Strömungsgeschwindigkeit	60
4.2 Natürliche Konvektion	63
4.3 Zwangskonvektion	67
4.3.1 Theorie	67
4.3.2 Meßergebnisse	68
4.4 Zusammenfassung: Wärmeübergang	70
5. Literaturverzeichnis	73
6. Verzeichnis der Symbole	76
7. Anhang	78

1. Einleitung

Der Einsatz einer supraleitenden Wicklung im Rotor großer Synchron-
generatoren wird zur Zeit in vielen Industrieländern für technisch
möglich und wirtschaftlich sinnvoll gehalten. Man verspricht sich
davon ein günstigeres spezifisches Leistungsgewicht (Verhältnis der
umgesetzten Leistung zum Rotorgewicht). Dies ermöglicht entweder
kompaktere Generatoren, die mit weniger Material hergestellt werden
können und einfacher zu transportieren sind, oder man kann noch
größere Leistungseinheiten bauen, als mit konventioneller Technik
möglich ist (ca. 3000 MVA). Weil die Gleichstromverluste in der
Erregerwicklung entfallen, erwartet man eine Steigerung des Wirkungs-
grades von gegenwärtig 98,5 auf 99-99,5 % /1/. Um diesen Betrag wird
der Wirkungsgrad des gesamten Kraftwerkes erhöht. Mögliche höhere
Investitionen betreffen aber nur den im Vergleich zum gesamten Kraft-
werk billigen Generator, so daß man insgesamt mit Kostenvorteilen
rechnen kann. Auch bezüglich der Stabilität im Netz ist der supra-
leitende Generator von Vorteil, weil er einen großen Luftspalt und
kein magnetisches Eisen besitzt und daher eine kleine synchrone
Reaktanz hat. Laständerungen wirken sich nur wenig auf den magne-
tischen Fluß aus /2/.

Elektrokonzerne, Forschungsinstitute, nationale und internationale
Behörden betreiben die Entwicklung mit Studien z.B. /3-5/, durch
Aufbau kleinerer Maschinen und durch Untersuchung von Komponenten.
Einen Überblick über die weltweit laufenden Entwicklungen und den
Stand der Technik im Jahre 1977 findet man auf S. 670 in dem Bei-
trag von G. Bogner in /6/.

Eine wesentliche Komponente ist das Kühlsystem. Der Rotor eines
großen Synchrongenerators mit supraleitender Wicklung hat eine
"kalte" Länge von ca. 7 m und einen "kalten" Durchmesser von ca. 1 m.
Er rotiert mit der Netzfrequenz von 50 bzw. 60 Hz. Die Zentrifugal-
beschleunigung an der Peripherie entspricht ca. 5000-facher Erd-
beschleunigung g. Damit in einem stabilisierten Multifilament-NbTi-
Leiter die erforderliche Stromdichte von ca. 200 A mm^{-2} erreicht
werden kann, darf die Temperatur auch im ungünstigsten Fall nicht
wesentlich über 4,2 K ansteigen (S. 661 in /6/). Nach /2/ müssen in

einem 3000 MVA-Generator im stationären Betrieb ca. 200 W und im Kurzschlußfall kurzzeitig ca. 2000 W bei Heliumtemperatur abgeführt werden. Hinzu kommen noch ca. 50000 W im Dämpferschild bei einer Temperatur von 60 - 80 K.

Probleme, die bei einem rotierenden Kühlsystem auftreten, sind einmal der Wärmetransport mit Helium. Wärme muß vom Supraleiter an der Peripherie abgeführt werden zum Zentrum, denn nur dort kann Helium eingespeist und entzogen werden. Für diesen Wärmetransport gibt es mehrere Möglichkeiten:

- man kann das Helium durch ein geschlossenes Rohrsystem schicken und durch eine Druckdifferenz von außen eine Strömung erzeugen (e r z w u n g e n e Konvektion).
- man kann "im Prinzip" den gesamten Rotor mit Helium füllen und die supraleitende Wicklung in dieses Helium b a d tauchen.
- man kann das Heliumbad auf einen Raum nahe der Rotationsachse beschränken und nur einzelne Kanäle zur Peripherie führen. Wird dort Wärme zugeführt, bewirkt dies eine n a t ü r l i c h e Konvektion, die von Auftriebskräften im Zentrifugalfeld verursacht wird.

Wird nur ein einfaches Rohr vom Zentrum radial nach außen geführt, so sprechen wir von einem Thermosiphon oder Thermosiphonrohr. In diesem Fall befindet sich kaltes und erwärmtes Helium in dem selben Kanal, der Wärmetransport erfolgt durch i n n e r e Konvektion. Bildet der Kanal vom Zentrum zur Peripherie eine Schleife, so ist eine gerichtete Konvektion möglich. Im einen Schenkel strömt Helium vom Zentrum zur Peripherie, wird dort erwärmt und fließt im anderen Schenkel zurück. Man spricht von einer Thermosiphonschleife. Ein Thermosiphon bzw. eine Thermosiphonschleife sind o f f e n, wenn Massenaustausch mit dem Heliumbad möglich ist, und g e s c h l o s s e n, wenn Wärme nur über einen Wärmetauscher mit dem Heliumbad ausgetauscht wird.

Zum Problem Wärmetransport wurden folgende Fragen untersucht:

- welchen Einfluß hat die Rotation auf den thermodynamischen Zustand (Druck, Temperatur) des Heliums?
- wie wird Wärme in einem offenen Thermosiphon abgeführt?

- wie wird Wärme in einer Thermosiphonschleife abgeführt?
- wie reagieren Thermosiphon und Thermosiphonschleife auf eine Änderung des Wärmestromes?

Ein weiteres Problem stellt der Wärmeübergang dar. Der Wärmeübergangskoeffizient h hängt vom thermodynamischen Zustand des Kühlmittels (Druck, Temperatur, ein- oder zweiphasig) und von der Art der Konvektion ab (natürliche Konvektion oder erzwungene Konvektion).

Die Experimente zum Problem Wärmeübergang sollen klären, inwieweit und unter welchen Voraussetzungen Modellgesetze, die für nicht-rotierende Medien aufgestellt wurden, auf Helium in rotierenden Kanälen übertragen werden können.

Strömungs- und Wärmeübergangsprobleme werden gerne mit einfach handhabbaren Modellsubstanzen untersucht, wobei ähnliche Vorgänge durch dieselbe Kennzahl charakterisiert sind (Beispiel: Strömung durch die Reynoldszahl Re , Wärmeübergang durch die Nusseltzahl Nu etc.). Eine Modellsubstanz, mit der man alle Einflüsse auf Wärmetransport und Wärmeübergang mit Helium in rotierenden Kanälen nachbilden könnte, ist nicht bekannt, weil man in einem Bereich arbeitet, in dem die Eigenschaften des Helium (z.B. Dichte, spezifische Wärme etc.) stark variieren. Außerdem sollen die Experimente mit Helium schon möglichst direkt Kühlsysteme für große Rotoren simulieren.

Man weiß, daß durch die hohe Zentrifugalkraft das Helium komprimiert wird und dabei an der Peripherie Druck und Temperatur ansteigen. Unter bestimmten Randbedingungen (z.B. adiabatisch oder isotherm) kann man diese Änderung berechnen (z.B. /7 - 10/ und Kap. 3.1.1). Aufgrund der hohen Zentrifugalkraft erwartet man relativ große Auftriebskräfte schon bei kleinen Temperaturunterschieden /11/. In strömendem Helium sollte auch die Corioliskraft den Strömungswiderstand vergrößern und den Wärmeübergang verbessern /12, 13/.

In Studien wurden bereits recht raffinierte Kühlkonzepte entworfen, z.B. /14 - 16/. Doch fehlen noch zuverlässige Berechnungsgrundlagen und experimentelle Beweise für die Funktionsfähigkeit solcher Systeme. Experimentell lagen 1975, bei Beginn dieser Arbeit, nur einige Temperatur- und Wärmeübergangsmessungen in Thermosiphonrohren vor, und

zwar bei Zentrifugalbeschleunigungen $a/g \leq 1620$ /7/. In der Zwischenzeit wurden ähnliche Messungen von Scurlock und Thornton /17/ und von Ogata und Nakayama /18/ publiziert. Vor wenigen Monaten wurde von Haseler, Scurlock und Utton veröffentlicht, daß Helium in rotierenden Thermosiphonrohren isentrop komprimiert wird (vgl. Kap. 3.1), wobei eine Zentrifugalbeschleunigung bis zu 4100-facher Erdbeschleunigung erreicht wurde /19/.

Nicht ein spezielles Kühlkonzept, sondern grundlegende, verallgemeinerungsfähige Untersuchungen waren das Ziel dieser Arbeit. Sie sind beschränkt auf radiale Kanäle und auf Probleme, die für die Kühlung von supraleitenden Läufern relevant sind.

2. Apparatur

Für Untersuchungen am Helium in rotierenden Kanälen kamen praktisch nur Temperaturmessungen in Frage. Druckaufnehmer, die bei Heliumtemperatur unter der großen Zentrifugalbeschleunigung zuverlässig arbeiten und außerdem nicht zu schwer sind, sind zur Zeit nicht verfügbar. So mußten alle Erkenntnisse über Wärmetransport, Strömungswiderstand, Strömungsgeschwindigkeit etc. durch Schlußfolgerungen aus Temperaturmessungen und der Kenntnis der thermodynamischen Zustandsgleichung des Heliums gewonnen werden. Alle thermodynamischen Berechnungen wurden mit den Werten von McCarty /20/ und mit Hilfe eines Rechenprogrammes 'HELTHERM' durchgeführt.

mit dem Flüssig-Stickstoff-Behälter. Der äußere Vakuum-Behälter ist in radialer Richtung 0,4 m lang. Die Meßeinsätze haben einen äußeren Radius von 0.36 m.

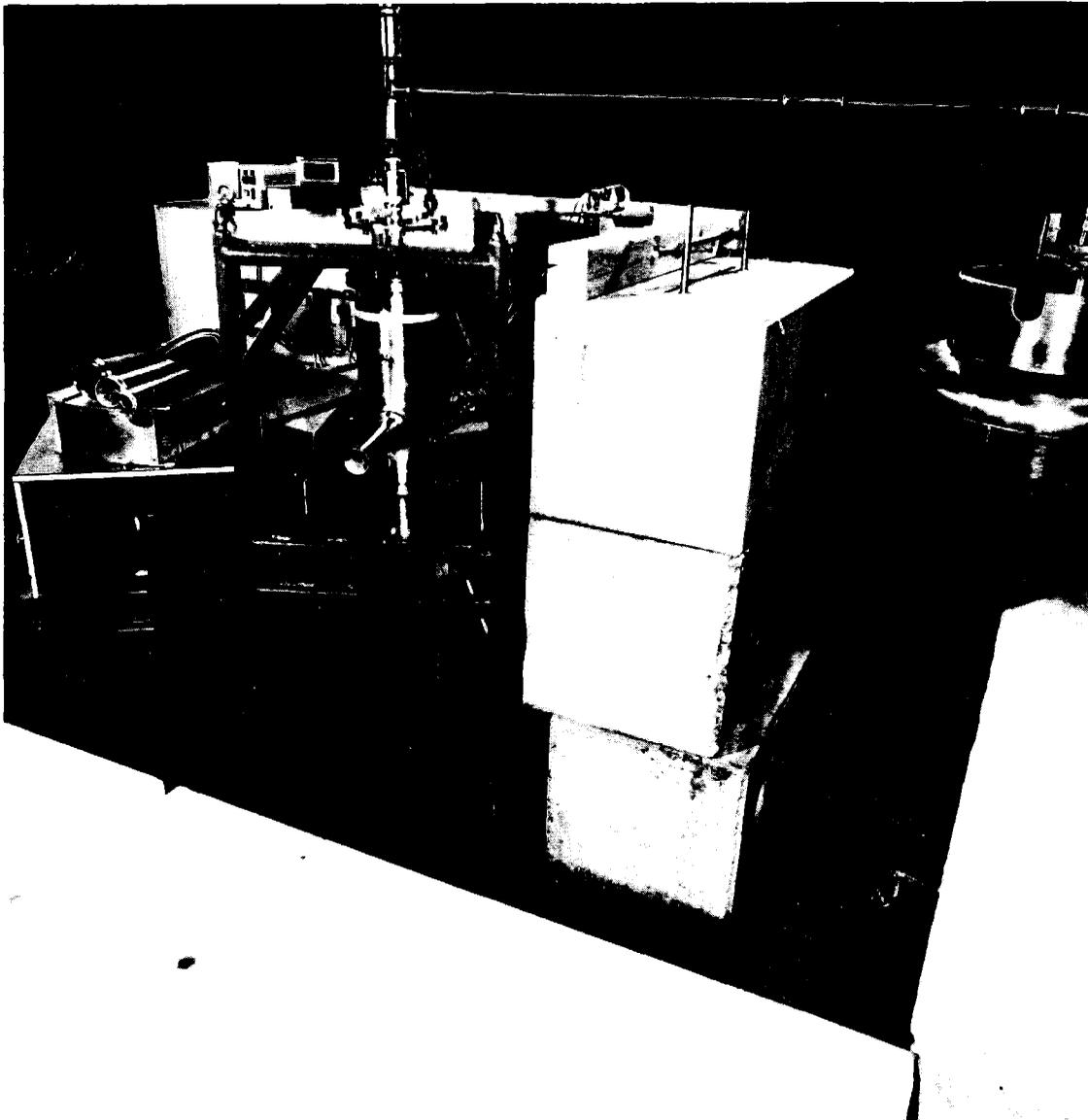


Abb. 2: Foto des Rotor-Kryostaten

Der rotierende Kryostat wird von einem 10 kW DC-Motor angetrieben. Jede Drehzahl bis zu 50 Hz kann eingestellt werden. Am äußeren Ende der Meßeinsätze beträgt dann die Umlaufgeschwindigkeit $u = 113 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und die Zentrifugalbeschleunigung $a = 3,55 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-2} = 3626g$.

Die radialen Arme des Kryostaten rotieren in einem Dämpferkasten, mit dem der Luftreibungswiderstand und die Lärmentwicklung vermindert wird.

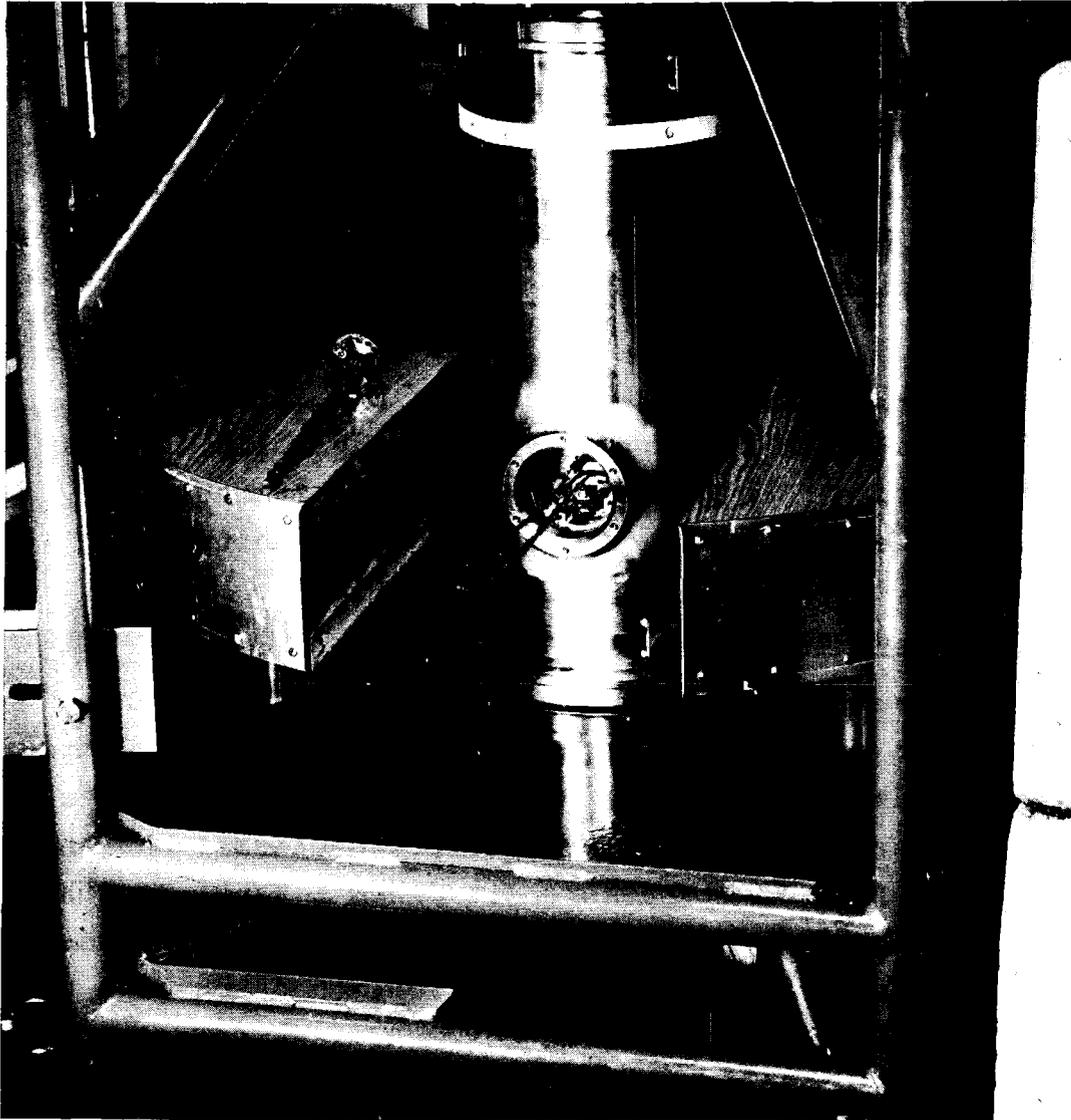


Abb. 3: Rotorkryostat, Ausschnitt mit Thermosiphonschleife.

Daneben: Thermosiphonrohr

Vakuummantel, LN_2 - und Heliumbehälter sind durch Rohre und Distanzscheiben aus Glasfaser-verstärktem Kunststoff so gegeneinander abgestützt, daß die Behälter beim Abkühlen unabhängig voneinander schrumpfen können und dennoch konzentrisch bleiben. Vor der Montage wurden die einzelnen Behälter mit ange-

flanschten Armen dynamisch ausgewuchtet. Eine kleine, nach der Montage noch vorhandene Unwucht wurde am Außenbehälter ausgeglichen. Die Meßeinsätze mit entsprechenden Gegengewichten wurden jeweils vor dem Einbau statisch ausgewuchtet.

Mit einer Diffusionspumpe wird der Vakuumraum des Kryostaten im Stillstand evakuiert. Anschließend werden der LN₂- und der Heliumbehälter mit LN₂ abgekühlt. Wenn dann der Heliumbehälter mit Helium gefüllt worden ist, wirkt er als Kryopumpe. Die Diffusionspumpe kann abgekoppelt werden.

Durch einen feststehenden Vakuummantelheber mit isoliertem Vor- und Rücklauf, der axial in den Heliumbehälter hineinragt, kann auch während der Rotation flüssiges Helium nachgefüllt und das Abgas abgeführt werden. Die Dichtung zwischen Heliumraum und Atmosphäre besorgt eine rotierende Gleitringdurchführung.

2.2 Das Datenerfassungssystem

Mit dem Datenerfassungssystem kann gleichzeitig die Drehzahl, die Stromstärke der Heizung und an maximal 10 Stellen die Temperatur bestimmt werden. Die Ausgabe der Meßwerte erfolgt digital durch einen Fernschreiber und einen Lochstreifenstanzer und analog durch einen 12-fach Punktdrucker. Mit einem 6-Kanal-Speicheroszillograph können auch schnelle Vorgänge aufgezeichnet werden. Die digitale Ausgabe kann manuell oder periodisch durch eine Uhr gesteuert werden. Ein Blockschaltbild der Meßdatenerfassungsanlage zeigt Abb. 4. Als Temperaturfühler wurden Kohlewiderstände gewählt (Allen Bradley, 100 Ω 1/8 W), weil sie im interessierenden Temperaturbereich sehr empfindlich sind und weil sie klein, sehr einfach zu handhaben und billig sind. Die Widerstandsmessung erfolgt mit Gleichstrom. Die Spannungssignale werden auf dem Rotor für jeden Widerstand getrennt vorverstärkt (200-fach) und dann über Schleifringe übertragen. Die Widerstandswerte werden mit einer Genauigkeit von $\pm 0.8 \Omega$ gemessen und in willkürlichen, zum Widerstand linearen Einheiten angezeigt. Die Drehzahl wird mit einer rotierenden Lochscheibe und einer Lichtschranke gemessen.

Das Datenerfassungssystem wurde geliefert von PTAG, Graz

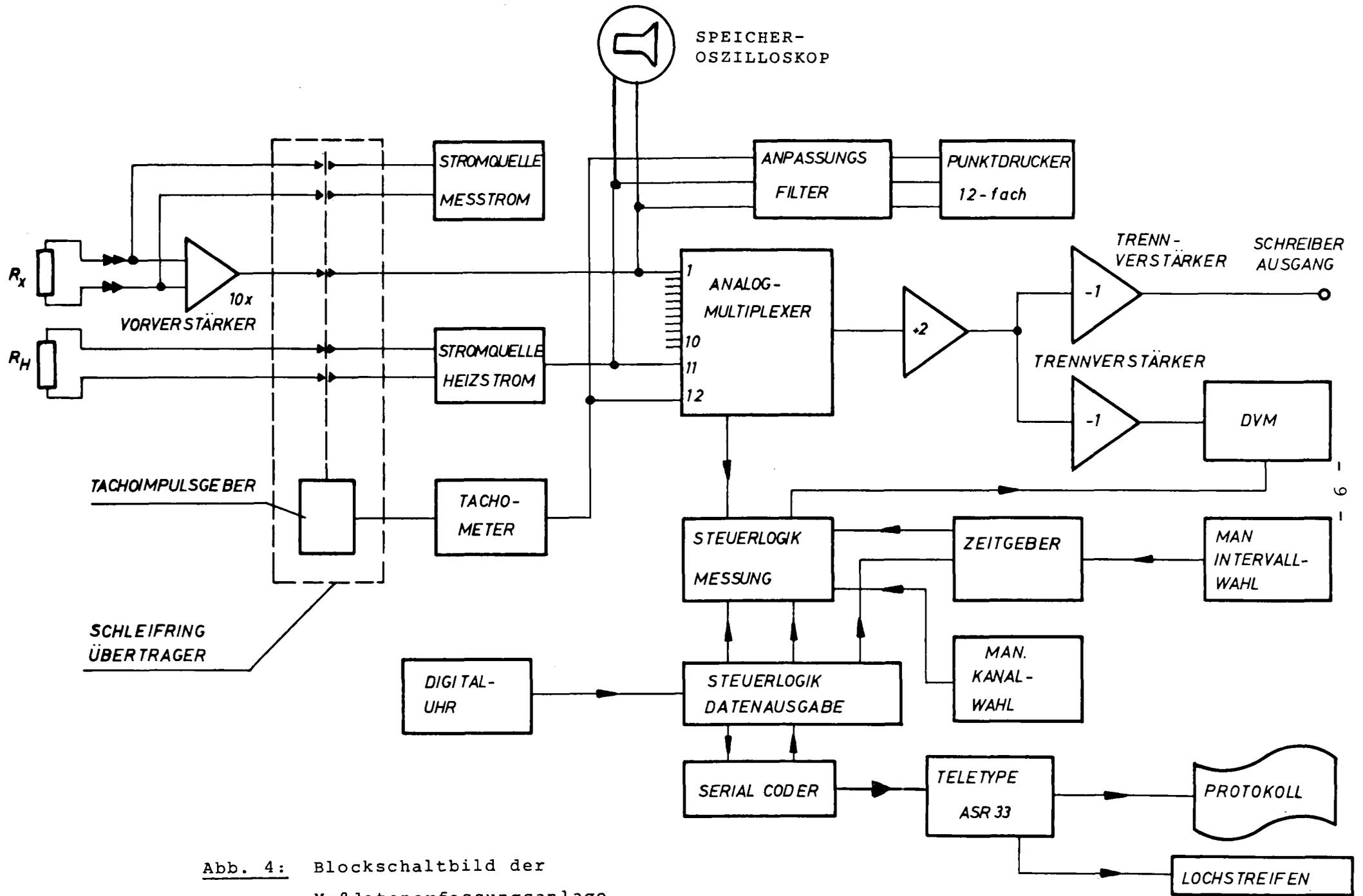


Abb. 4: Blockschaltbild der Meßdatenerfassungsanlage

2.3 Temperaturmessung

2.3.1 Kontaktierung der Kohlewiderstände

In den verschiedenen Meßeinsätzen wurden die Kohlewiderstände auf unterschiedliche Weise angebracht. In dem Thermosiphon mit großem Heliumvolumen (i.D. = 15 mm, Vergl. Abb. 5 links) konnten die Thermometer in dünnen, quer zur Thermosiphonachse liegenden Kupferröhrchen placiert werden. Sie liegen im Heliumraum, beanspruchen aber keinen allzu großen Teil des Querschnitts. Bei dünneren Rohren kann man diese Technik nicht mehr anwenden; die Thermometer würden einen erheblichen Teil des Querschnittes einnehmen und die Konvektion im Thermosiphon stark stören. Hier wurden die Thermometer an der äußeren Rohrwand angebracht (Abb. 5, rechts). Um einen guten thermischen Kontakt zu gewährleisten, wurden die Thermometer mit Kupferdraht am Heliumkanal befestigt und dann mit quarzhaltigem Epoxidharz⁺ angeklebt. Auch die elektrischen Anschlüsse der Widerstände wurden um den Kanal herumgeführt und vergossen.

Beim Meßeinsatz "Wärmeübergang" (siehe Kap. 4 und Abb. 30 und 31) wurden Thermometer auch in direkten Kontakt zum Helium gebracht. Dies erforderte eine Stromdurchführung vom Vakuum ins flüssige Helium auf engstem Raum. Für eine konventionelle Durchführung aus Glas war kein Platz vorhanden. Die elektrischen Cu-Leitungen (lackisoliert \varnothing : 0.1 mm) wurden gemeinsam in ein dünnes, ca. 5 cm langes Stahlröhrchen verlegt und dann mit Epoxidharz eingegossen. Einige solche Durchführungen - insbesondere mit vielen (12-14) Leitungen - wurden beim Abkühlen undicht. Andere Durchführungen, die das erste Abkühlen überstanden, erwiesen sich auch bei mehreren Kaltfahr-Zyklen als dicht.

⁺ Stycast GT 25

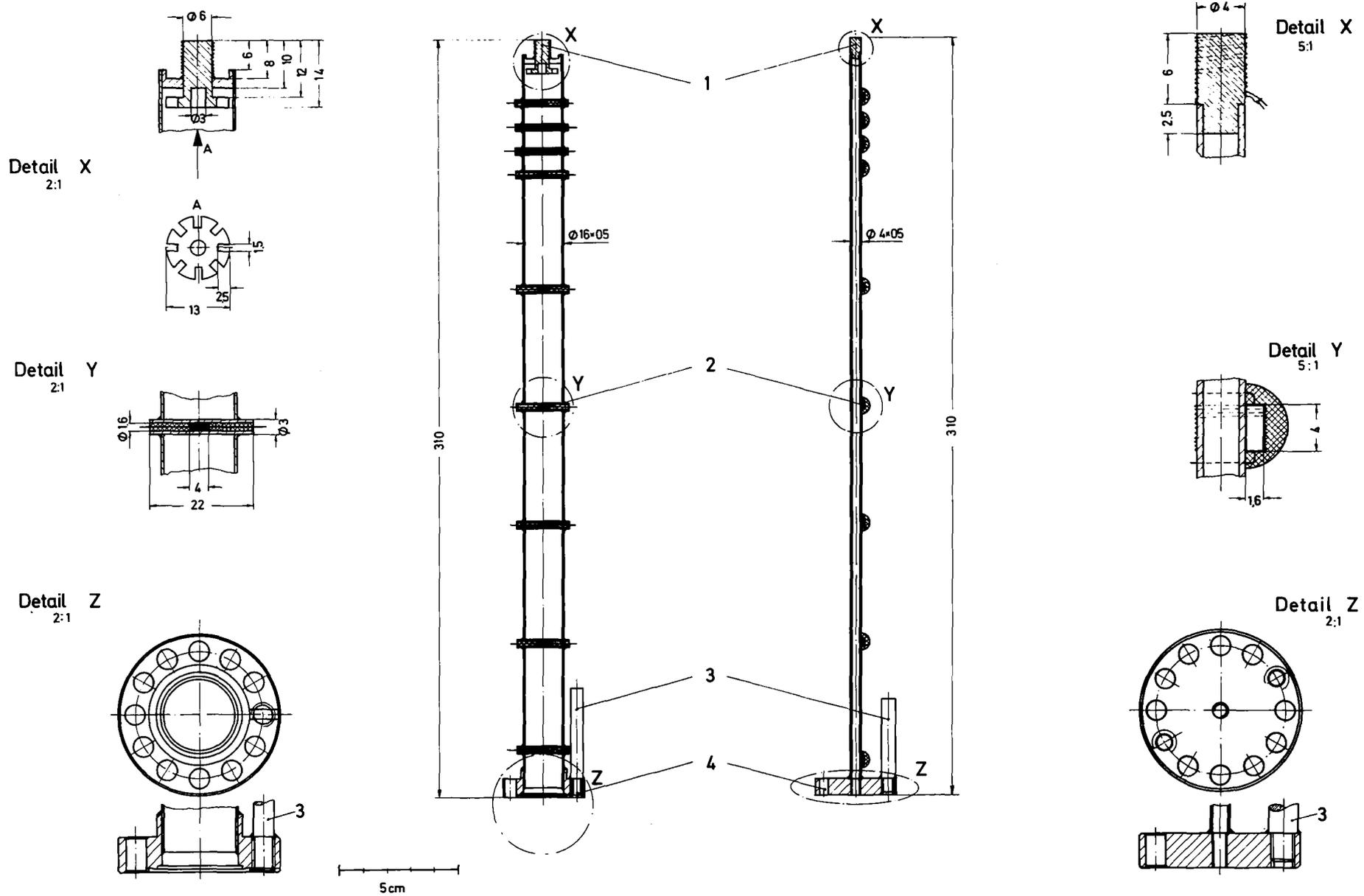


Abb. 5: Thermosiphon $d = 15$ mm bzw. $d = 3$ mm

- 1. Heizung
- 2. Thermometer
- 3. Kupferstab
- 4. Flansch

Der Wärmestrom, der durch die Zuleitungen an die Thermometer gelangt, muß vernachlässigbar klein sein. Hierzu werden die Cu-Meßleitungen vom Eingang der rotierenden Vorverstärker (~300 K) zunächst zum LN₂-Behälter geführt und dort thermisch angekoppelt. Dann führen sie zu einer Steckerleiste, die am Heliumbehälter befestigt ist. Das Gegenstück, die Buchsenleiste ist Teil eines jeden Meßeinsatzes und wird beim Anflanschen auf die Steckerleiste gesetzt. Von hier zu den Thermometern führen Konstantanleitungen, die mehrmals um einen heliumgekühlten Kupferstab gewickelt und dort angeklebt sind. Die Temperatur des Kupferstabes wurde gemessen. Sie beträgt 6 K. Damit kann man den Wärmestrom abschätzen, der durch die Zuleitungen an ein Thermometer gelangt. Er ist kleiner als 10⁻⁷ W.

In einem Vorversuch wurde ermittelt, daß der elektrische Widerstand der Konstantanleitungen bei Heliumtemperatur um den Faktor 0.904 kleiner ist als bei Zimmertemperatur. Er wird vor dem Einbau der Meßeinsätze bestimmt und bei der Auswertung berücksichtigt.

$$R_{\text{Thermometer}} = R_{\text{Messung}} - R_{\text{Zuleitung bei 300 K}} \cdot 0,904 \quad (2.1)$$

2.3.2 Kalibrierung

In einem speziellen Kalibrierkryostaten wurden mehrere Serien von Allen Bradley-Widerständen mit Hilfe einer geeichten Ge-Diode kalibriert. Dieses Verfahren ist jedoch zeitraubend und für die vielen Thermometer, die insgesamt benötigt wurden unverhältnismäßig aufwendig.

Es hat sich gezeigt, daß Kohlewiderstände aus derselben Charge ähnlich verlaufende Kennlinien haben. Vor jeder Messung wurden daher sämtliche Thermometer kalibriert, indem eine charakteristische Kennlinie an einen Fixpunkt ($T_0 = 4.22$ K; Sieden unter Atmosphärendruck bei Stillstand bzw. langsamer Rotation) angepaßt wurde.

Im Bereich zwischen 4 und 8 K wird die Kennlinie von Kohlewiderständen recht gut beschrieben durch die Gleichung

$$\ln R = \frac{a}{T} + b \quad (2.2)$$

Bei der Auswertung von Kennlinien, die mit dem Kalibrierkryostaten gemessen wurden, zeigte sich, daß die Konstante b für alle Widerstände aus derselben Charge nur wenig variierte.

Nimmt man für b einen repräsentativen Mittelwert und bestimmt a so, daß die Kurve durch den Fixpunkt T_0, R_0 geht, so hat man am Fixpunkt exakte Übereinstimmung zwischen der an die Kalibrierpunkte angepaßten Kennlinie und der durch den Fixpunkt gelegten charakteristischen Kennlinie.

Je mehr die Temperatur vom Fixpunkt abweicht, desto mehr können die beiden Kennlinien differieren. Tabelle 1 zeigt die mittlere und die maximale Temperaturdifferenz zwischen charakteristischer und kalibrierter Kennlinie von 11 kalibrierten Thermometern.

Tabelle 1: Kalibrierte und charakteristische T-R-Kennlinie.
Fehler der Absolut-Temperatur

Temperatur	5 K	6 K	8 K
Temperaturabweichung im Mittel $\langle \Delta T \rangle$	0.003 K	0.008 K	0.022 K
maximal ΔT_{\max}	0.004 K	0.012 K	0.035 K

Bei Temperaturdifferenzen macht man im Bereich 4 - 8 K einen Fehler von maximal 1,5 %, wenn man anstelle der kalibrierten Kennlinie die charakteristische verwendet.

2.3.3 Fehlerquellen

Als mögliche Ursachen für systematische Fehler bei der Temperaturmessung wurden folgende Effekte in Betracht gezogen:

2.3.3.1 Kompression der Kohlewiderstände durch die Zentrifugalkraft

Dean und Richards /21/ haben den Einfluß von hydrostatischem Druck bis 70 bar auf einen Kohlenwiderstand bei 4,2 K untersucht. Sie fanden eine lineare Abhängigkeit des Widerstandes vom Druck.

$$\frac{\Delta R}{R} = - 2,22 \cdot 10^{-9} \text{ N}^{-1} \text{ m}^2 \cdot \Delta p \quad (2.3)$$

Im Meßeinsatz "Wärmeübergang" stehen die Kohlewiderstände unter dem hydrostatischen Heliumdruck von maximal 7 bar. Nach (2.3) würde dies zu der vernachlässigbaren Temperaturdifferenz $\Delta T = 3 \cdot 10^{-3}$ K führen.

Thornten /7/ hat ausgeführt, daß die Ergebnisse von Dean und Richards nicht auf Kohlewiderstände mit ihrer festen Umhüllung übertragen werden können. Aus statischen Simulationsexperimenten zieht Thornten den Schluß, daß mehrere Belastungszyklen, die einer Zentrifugalbeschleunigung von 10^5 g entsprechen, den Widerstandswert ganz geringfügig bleibend verändern und daß im Bereich bis 2000 g keine beobachtbare Änderung des Widerstands auftritt.

2.3.3.2 Strahlung

Alle Meßeinsätze sind von einem Strahlungsschirm umgeben, der an das Helium angekoppelt ist und eine Temperatur von ca. 8 K hat. Die Strahlungsleistung, die von diesem Schirm auf einen Kohlewiderstand fällt, beträgt ca. $3 \cdot 10^{-10}$ W und ist vernachlässigbar.

2.3.3.3 Wärmeentwicklung durch Meßstrom

Größer als der Wärmestrom durch die elektrischen Zuleitungen und durch Strahlung ist die Wärmeproduktion durch den Meßstrom.

$\dot{Q} \approx 10^{-6}$ W. Eine Abschätzung zeigt, daß dadurch die Temperatur an der Kohleschicht eines außen kontaktierten Widerstandes nur etwa 1 mK höher ist als an der Innenseite der Wand. Dies liegt innerhalb der Meßgenauigkeit. Auch experimentell wurde kein Unterschied zwischen einem außen kontaktierten und einem von LHe umspülten Widerstand festgestellt.

2.3.3.4 Temperaturzyklen

Die Reproduzierbarkeit des Widerstandswertes bei 4,2 K nach dem Aufwärmen auf 300 K und wieder Abkühlen wird von verschiedenen Autoren unterschiedlich angegeben mit 0,2 % /7/ bzw. 5 % /22/. Da aber nach jedem Kaltfahren die Kennlinie an einen Fixpunkt angepaßt wird, werden mögliche Widerstandsänderungen kompensiert. Auch andere Fehler, die von der Heliumtemperatur unabhängig sind (Temperaturgradient durch schlechte Kontaktierung, bleibende Veränderung durch Kompression, falsche Korrektur des Zuleitungs-Widerstandes etc.), werden in erster Näherung eliminiert.

2.3.3.5 Thermospannung

Kontakte und Lötstellen der elektrischen Zuleitungen wurden möglichst symmetrisch verlegt und jeweils auf die gleiche Temperatur gebracht. Dadurch konnten Thermospannungen vermieden werden. Ein Umpolen der Meßleitungen am Eingang der Vorverstärker führte zu keiner Änderung der Anzeige.

2.3.4 Meßgenauigkeit

Die Genauigkeit, mit der die absolute Temperatur gemessen wird, hängt ab von der Genauigkeit, mit der die Kohlewiderstände im Kalibrierkryostaten kalibriert werden, und von der Genauigkeit, mit der die Siedetemperatur (Fixpunkt) im Rotor-Kryostaten bekannt ist. Hinzu kommt noch der Fehler durch die Anpassung einer charakteristischen - anstelle der kalibrierten - Kennlinie und der Fehler bei der Widerstandsmessung. Nur die beiden letztgenannten sind auch für die Fehler von Temperaturdifferenzen maßgeblich. Das Ergebnis einer Fehleranalyse ist in Tabelle 2 zusammengefaßt.

Tabelle 2: Meßfehler der absoluten Temperatur und von Temperaturdifferenzen
(Einheit: K)

Temperatur	4	5	6	8	10
Fehler der absoluten Temperatur	0,012	0,018	0,026	0,051	0,09
Fehler einer Temperaturdifferenz $\Delta T = 0,01$	0,002	0,004	0,007	0,017	0,03
$\Delta T = 0,1$	0,002	0,004	0,007	0,017	0,03
$\Delta T = 0,3$	0,003	0,005	0,008	0,018	0,03
$\Delta T = 1$	0,006	0,009	0,012	0,023	0,04
$\Delta T = 3$	0,024	0,030	0,037	0,051	0,07

3. Wärmetransport in rotierenden Kanälen

In diesem Kapitel wird untersucht, wie der Wärmetransport mit Helium in rotierenden Kanälen funktioniert. In Thermosiphonrohren und Thermosiphonschleifen sind verschiedene Transportmechanismen vorherrschend, sie werden daher in getrennten Abschnitten behandelt. Insbesondere folgende Fragen wurden untersucht:

- wie hängt der thermodynamische Zustand des Helium von der Drehzahl und der Wärmelast ab?
- wie hängt der Wärmetransport von der Anordnung der Kanäle und ihrer Geometrie ab (z.B. Thermosiphonrohr, Schleife, Rohrdurchmesser)?
- wie schnell reagiert der Wärmetransport auf eine Änderung der Wärmelast?

3.1 Wärmetransport im offenen Thermosiphon

3.1.1 Modell:

Helium in einem radial ausgerichteten Kanal, der in der Nähe der Rotationsachse mit einem Helium-Reservoir verbunden ist (Abb. 6), wird durch die Zentrifugalkraft komprimiert und erfährt eine Zustandsänderung. Wenn keine Wärme zugeführt und keine Entropie erzeugt wird, beträgt die (isentrope) Enthalpieerhöhung:

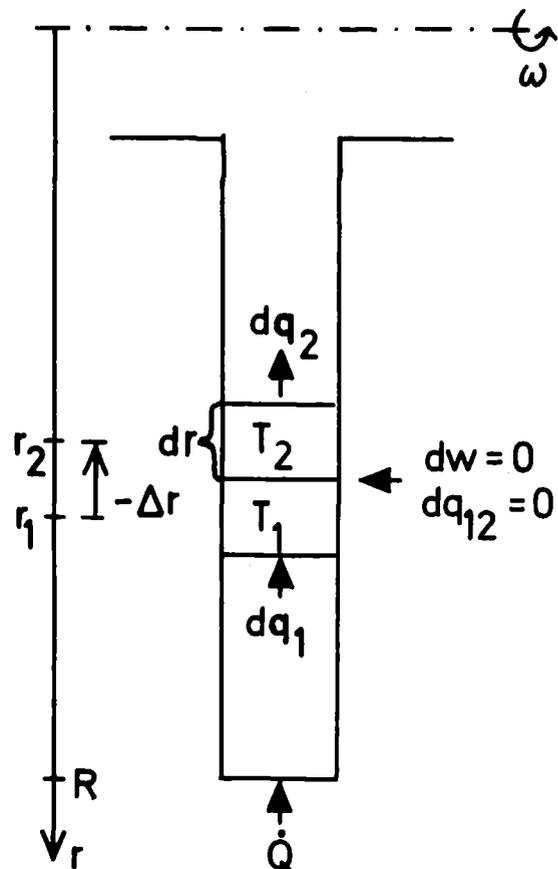


Abb. 6: Offener Thermosiphon

$$\Delta h = \int_{r'=0}^r v dp = \int_{r'=0}^r v \rho \omega^2 r' dr' = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 = \frac{1}{2} u^2 \quad (3.1)$$

Damit verbunden ist eine Druck- und eine Temperaturerhöhung.

Im Enthalpie-Entropie-Diagramm (Abb. 7) bilden die Zustandspunkte des Heliums eine senkrechte Strecke $\overline{AA'}$ über dem Zustand im Zentrum A ($P_0=1,01 \text{ bar}, T=4,22\text{K}$). Mit Hilfe der Zustandsgleichung von McCarty /20/° kann man die Temperatur als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit berechnen. Falls Helium im Zentrum bei einem Druck von $P_0 = 1,01 \text{ bar}$ siedet, erhält man die ausgezogene Kurve der Abb. 8.

Wird nun an der Peripherie ($r = R$) Wärme zugeführt, so kann diese durch Wärmeleitung in der Rohrwand, durch Wärmeleitung in der Heliumsäule und durch Heliumkonvektion zum Reservoir abgeführt werden, wo sie durch Verdampfen bei konstantem Druck entzogen wird.

Analog zu einer Überlegung von Landau-Lifshitz /23/ kann in einem Thermosiphon eine Konvektion dann auftreten, wenn keine stabile Schichtung vorliegt, d.h. wenn die spezifische Entropie des Heliums zur Peripherie hin zunimmt. (Herleitung im Anhang A1)

$$\frac{ds}{dr} > 0 \quad (3.2)$$

Mit folgender Annahme kann man den stationären Zustand des von einem Wärmestrom durchflossenen Heliums noch näher charakterisieren: Der Zustand soll von der Radialkomponente r , nicht aber von Komponenten senkrecht dazu abhängen. Dies bedeutet, daß senkrecht zur Radialrichtung keine Druck- und Temperaturgradienten berücksichtigt werden und jedem Radius r eindeutig ein Zustand zugeordnet wird. (Real: ein über den Kanalquerschnitt und ein Intervall dr gemittelter Zustand). Betrachtet wird ein Abschnitt des Thermosiphons als ein thermodynamisches System, welches aus zwei Untersystemen mit der Temperatur T_1 bzw. T_2 bestehe und eine Masseneinheit Helium enthalte.

Die innere Energie u bleibt im stationären Gleichgewicht unverändert, d.h.

$$du = 0 = dq + dw \quad (3.3)$$

Im stationären Fall leistet und empfängt das System auch keine Arbeit: $dw = 0$.

Wärme wird nur in radialer Richtung zu- und abgeführt ($dq_{12} = 0$), und zwar pro Zeiteinheit dieselbe Wärmemenge $dq_1 = -dq_2$. Die Wärme werde dem System quasistatisch zugeführt, und alle irreversiblen Prozesse wie Entropieerzeugung durch Reibung und Temperatúrausgleich sollen sich innerhalb des Systems abspielen, d.h. $dq_1 = T_1 ds_1$ und $-dq_2 = T_2 ds_2$ und wegen (3.3)

$$T_1 ds_1 = T_2 ds_2 \quad (3.4)$$

Dies gilt für alle Abschnitte des Thermosiphons, also auch im Zentrum ($r = 0$), wo der Druck und damit die Siedetemperatur T_0 konstant gehalten werden.

$$T_{(r)} \cdot ds_{(r)} = T_0 ds_{(r=0)} = \text{const} \quad (3.5)$$

Bei konstantem Wärmestrom ist dann die Enthalpiedifferenz zwischen zwei benachbarten Thermosiphonabschnitten

$$dh = Tds + vdp = T_0 ds_{(r=0)} + \omega^2 r dr \quad (3.6)$$

und durch Integration erhält man

$$\begin{aligned} h(r) - h(0) &= T_0 (s_{(r)} - s_{(0)}) + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \\ &= T_0 (s_{(r)} - s_{(0)}) + \frac{1}{2} u^2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Gleichung (3.7) beschreibt die spezifische Enthalpie h als Funktion der spezifischen Entropie s und der Umfangsgeschwindigkeit u .

Im h-s-Diagramm liegen Punkte konstanter Umfangsgeschwindigkeit auf Kurven mit der Steigung

$$\left(\frac{\delta h}{\delta s}\right)_u = \text{const} = T_0 \quad (3.8)$$

d.h. auf Parallelen zur Isobaren $P = P_0$, denn

$$\left(\frac{\delta h}{\delta s}\right)_u = 0 = T_0 = \left(\frac{\delta h}{\delta s}\right)_{P_0} = \left(\frac{\delta h}{\delta s}\right)_u = \text{const} \quad (3.9)$$

Der Abstand zwischen zwei solchen Kurven mit verschiedener Umfangsgeschwindigkeit bei gleichem s ist

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2} (u_2^2 - u_1^2) \quad (3.10)$$

Einige Kurven konstanter Umfangsgeschwindigkeit sind zusammen mit Isobaren und Isothermen im h-s-Diagramm (Abb. 7) aufgetragen.

Ohne äußeren Wärmestrom sollte sich die Temperatur ausgleichen und das Helium im Thermosiphon die Temperatur des Reservoirs annehmen. Die Zustandspunkte würden auf der Isothermen $T = T_0$ (Kurve AA" in Abb. 7) liegen. Dies kann jedoch nur durch Wärmeleitung, nicht aber durch Konvektion erreicht werden, denn Gleichung (3.2) ist nicht erfüllt.

Die Wärmeleitfähigkeit von Helium und VA-Stahl ist aber so klein, daß bei allen untersuchten Thermosiphonrohren der kleine, in den Thermometern produzierte Wärmestrom einen Temperatenausgleich verhindert.

Mit zunehmendem Wärmestrom tritt Konvektion auf, und im Zentrum verdampft ein Teil des Heliums bei konstantem Druck P_0 . Der Zustand im Zentrum wird dann nicht mehr durch den Siedepunkt (A), sondern durch einen Punkt auf der Isobaren im Zweiphasengebiet beschrieben (B - C). Helium, welches mit einer bestimmten Umfangsgeschwindigkeit u rotiert, kann die Zustände auf der entsprechenden Kurve konstanter Umfangsgeschwindigkeit annehmen. Wenn der Wärmetransport durch Konvektion erfolgt, muß auch noch (3.2) beachtet werden, so daß Kurven wie AA', BB', CC', CC'' und CC''' mögliche Zustände in einem Thermosiphon beschreiben.

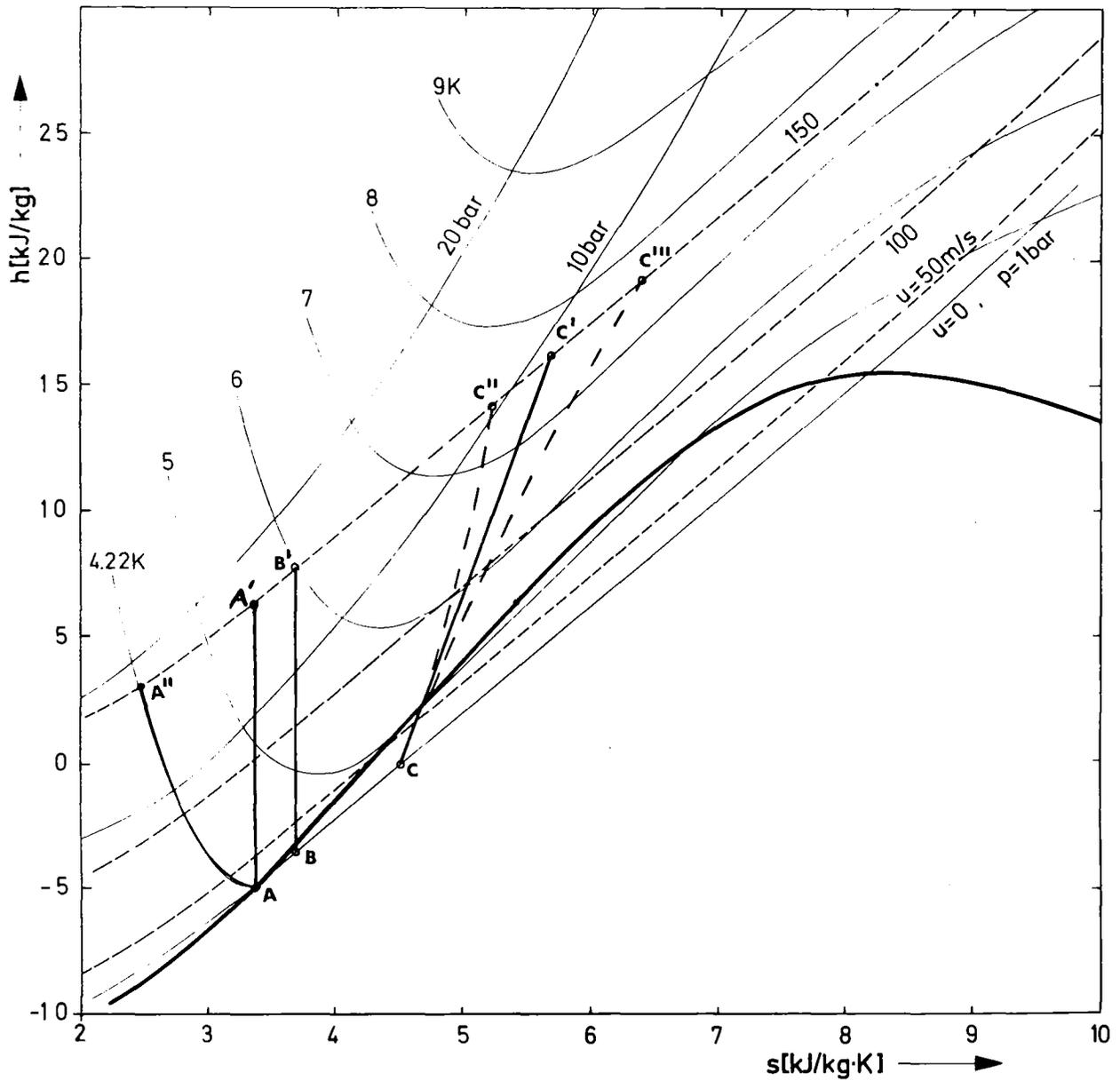


Abb. 7

Enthalpie-Entropie-Diagramm von Helium mit Isothermen, Isobaren und Kurven gleicher Umfangsgeschwindigkeit.

A: Siedepunkt bei Atmosphärendruck

$\overline{AA'}$: Isentrope Zustandsänderung

$\overline{AA''}$: Isotherme Zustandsänderung

$\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{CC''}$, $\overline{CC'''}$: Mögliche Zustände im Thermosiphon mit Wärmestrom

Dicke Linie: Phasengrenze (Siedelinie für $s < 5.4$ kJ/kg·K

Taulinie für $s > 5.4$ kJ/kg·K)

Eine genaue Berechnung, welche Temperatur bei welchem Wärmestrom im Thermosiphon auftritt, ist mit diesem Modell nicht möglich ohne nähere Kenntnis des Transportmechanismus. Dennoch kann man einige nachprüfbare Aussagen machen: Folgt man einer Kurve konstanter Umfangsgeschwindigkeit, so nimmt mit wachsender Entropie s die Temperatur zunächst zu, erreicht ein Maximum und durchläuft dann ein flaches Minimum. Dies ist besonders ausgeprägt für Kurven konstanter Umfangsgeschwindigkeit, die die Phasengrenze schneiden. Hier wird die Maximaltemperatur gerade am Schnittpunkt mit der Siedelinie und die Minimaltemperatur beim Schnittpunkt mit der Taulinie erreicht.

Beispiel: Kurve konstanter Umfangsgeschwindigkeit $u = 50$ m/s in Abb.7: Mit wachsender spezifischer Entropie s wächst die Temperatur an, vom Schnitt mit der Isothermen $T = 4,22$ K bis zum Schnittpunkt von $u = 50$ m/s mit der Phasengrenze (Siedelinie) bei $T = 5$ K. Dies ist die Maximaltemperatur, denn im Zweiphasengebiet entfernt sich die Kurve $u = 50$ m/s wieder von der $T = 5$ K - Isothermen d.h. sie schneidet Isothermen mit geringerer Temperatur. Nach dem zweiten Schnitt mit der Phasengrenze (Taulinie) bei $s = 7,9$ kJ/kg·K und $T = 4,4$ K erreicht sie wieder höhere Temperaturen und schneidet die $T = 5$ K - Isotherme.

Die Maximaltemperatur wächst mit der Umfangsgeschwindigkeit. Dies sieht man z.B. in Abb. 13: Die Kurve $u = 22$ m/s schneidet die Phasengrenze bei $T = 4,45$ K, die Kurve $u = 35$ m/s bei $T = 4,72$ K und $u = 44$ m/s bei $T = 4,87$ K.

Fazit: Unter gewissen Voraussetzungen kann man den thermodynamischen Zustand von Helium in einem rotierenden Thermosiphon beschreiben als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit und der spezifischen Entropie. Mit Hilfe der Zustandsgleichung (bzw. h - s -Diagramm) folgt dann der Zustand aus einer Temperaturmessung.

In einem festen Abstand von der Rotationsachse (d.h. konstante Umfangsgeschwindigkeit) kann mit zunehmendem Wärmestrom die Temperatur zunächst zunehmen, einen Maximalwert erreichen und dann wieder abnehmen.

Die Maximaltemperatur wächst mit der Umfangsgeschwindigkeit.

3.1.2 Experimentelle Ergebnisse

Bei Messungen an vier offenen Thermosiphonrohren wurde jeweils bei einer fest eingestellten Drehzahl die Heizleistung an der Peripherie variiert und die Temperatur in verschiedenen Abständen von der Rotationsachse bestimmt. In Tabelle 3 sind die Variablen und die eingestellten Werte zusammengefaßt:

Tabelle 3

Variable	Werte
Kanaldurchmesser d mm	1.35; 3.0; 6.0; 15.0
Drehzahl f Hz	16.6; 33.3; 50 und Zwischenwerte
Heizleistung \dot{Q} W	0 bis 3
Abstand der Thermometer v. d. Rotationsachse r m	0.07 bis 0.33

3.1.2.1 Temperaturverteilung ohne Heizung

In Abb. 8 ist die stationäre Temperaturverteilung, die sich ohne Heizen in den vier Rohren einstellt, dargestellt als Funktion des Radialabstandes bzw. der Umfangsgeschwindigkeit.

Abb. 8:

Stationäre Temperatur im rotierenden Thermosiphon als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit

—: T_{is} , Temperatur berechnet unter der Annahme isentroper Kompression

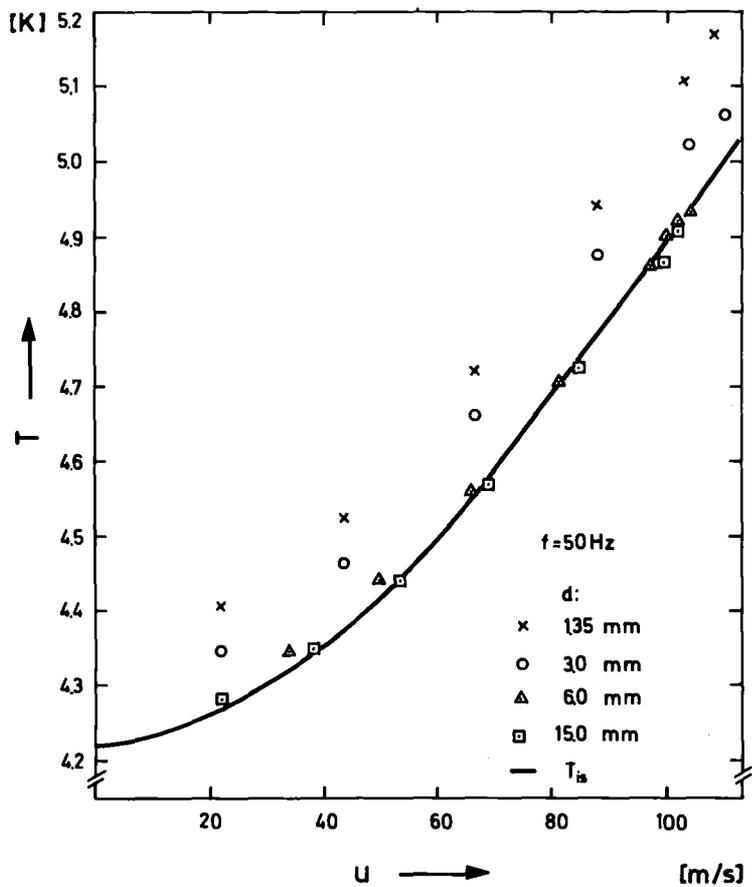


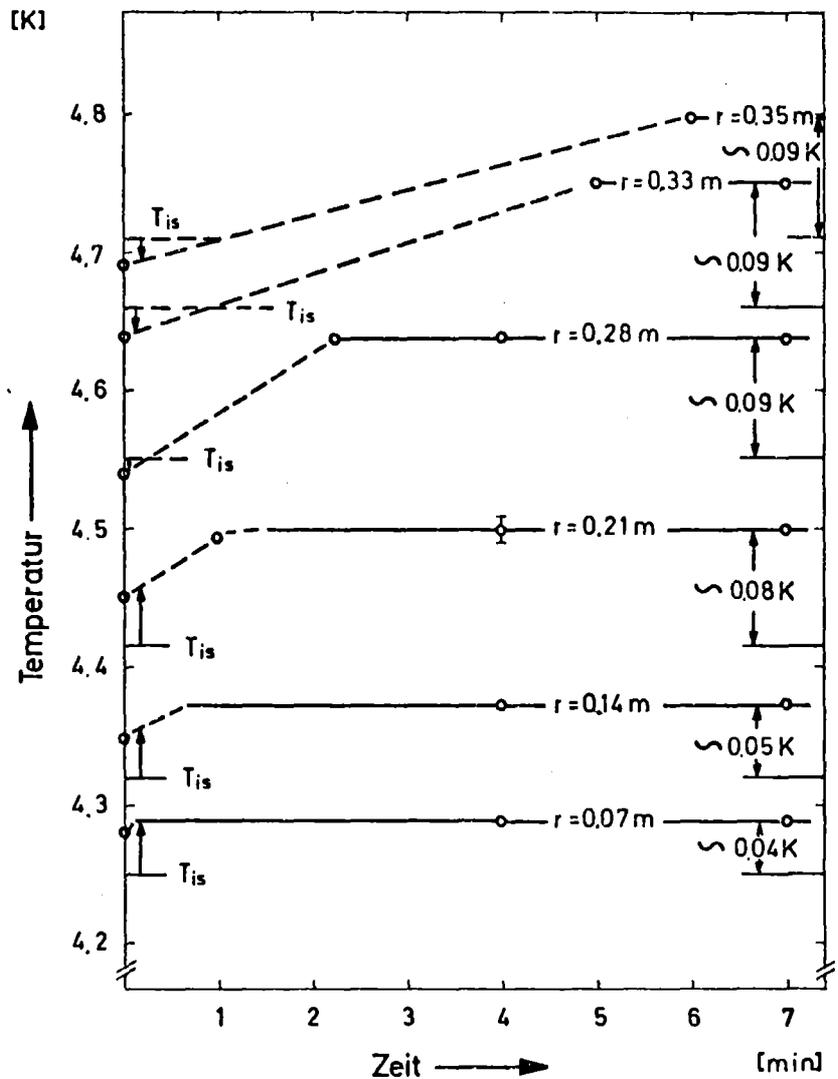
Abb. 9:

Temperatur im Thermosiphon in Abhängigkeit von der Zeit nachdem eine feste Drehzahl $f = 37.5$ Hz eingestellt wurde.

$d = 3$ mm

$r =$ Abstand von der Rotationsachse

T_{is} : Temperatur, berechnet unter der Annahme isentroper Kompression



Während die Temperaturen im 6 mm- und im 15 mm-Rohr dem errechneten Temperaturanstieg durch isentrope Kompression entsprechen, liegen sie im 3 mm- und im 1.35 mm-Rohr deutlich höher.

Weitere Beobachtungsergebnisse zeigen, daß hierbei neben der Beschleunigungsarbeit durch den Rotor Wärme nötig ist, um den stationären Zustand zu erreichen. Er stellt sich entweder im Laufe der Zeit ein, oder, wenn die Heizung an der Peripherie ein- und wieder ausgeschaltet wurde.

Abb. 9 zeigt ein Beispiel für die Temperaturverteilung als Funktion der Zeit, nachdem eine feste Drehzahl eingestellt wurde. Während nahe an der Rotationsachse die erhöhte Temperatur schnell erreicht ist, steigen die Temperaturen in der Nähe der Peripherie von Werten unterhalb T_{is} linear mit der Zeit langsam an, bis sie nach der Zeit t_{stat} ihren stationären Wert erreicht haben. Diese Zeit wächst mit zunehmendem Radialabstand und mit der Drehzahl.

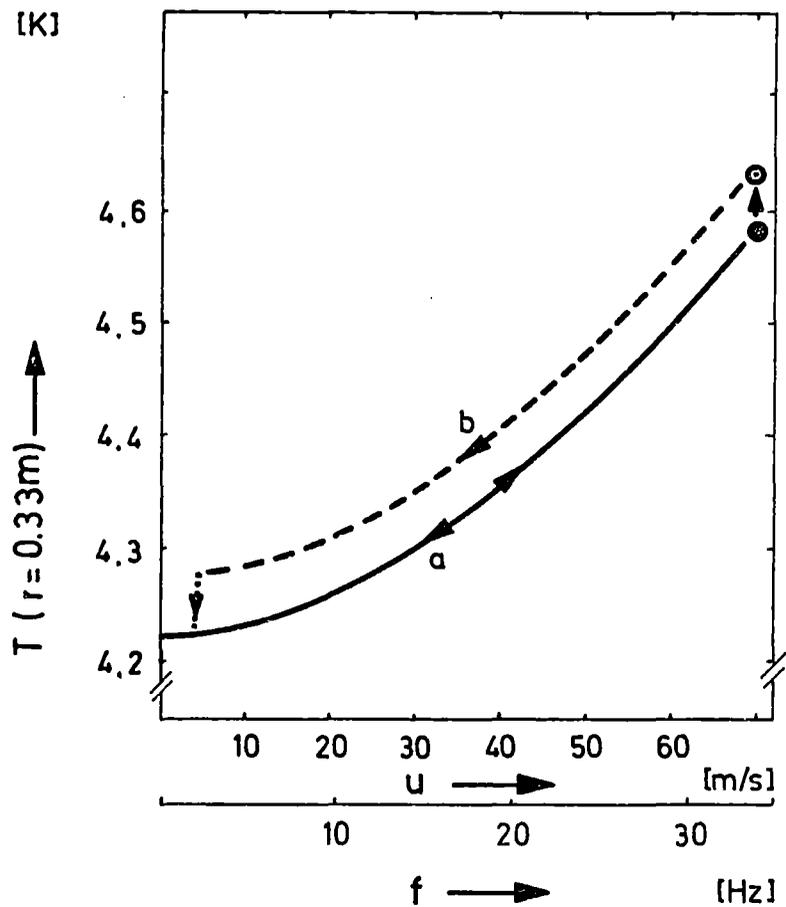
Wie sich die stationäre Temperatur durch Heizen an der Peripherie erreichen läßt, zeigt Abb. 10. Die Temperatur im Radialabstand $r = 0.33$ m ist über der Drehzahl bzw. der Umfangsgeschwindigkeit aufgetragen. Während des Beschleunigens entspricht die beobachtete Temperatur der Temperatur T_{is} . Wenn nicht geheizt wird, beobachtet man auch beim Abbremsen T_{is} (Kurve a). Wird jedoch bei konstanter Drehzahl an der Peripherie geheizt, so stellt sich nach dem Abschalten der Heizung die stationäre, höhere Temperatur ein, unabhängig von Heizleistung und -dauer. Auch während des Abbremsens des Rotors ist die Temperatur höher als T_{is} , aber bei $f \approx 2$ Hz fällt die Temperatur plötzlich auf T_{is} (Kurve b). Dabei steigt die Abgasrate kurzfristig stark an. Offenbar kann im dünnen, schnell rotierenden Thermosiphon im Gleichgewicht Helium nicht ohne Erwärmung vom Zentrum zur Peripherie gelangen. Bei Kühlkonzepten, die dünne Thermosiphonrohre vorsehen, sollte man dieses Phänomen beachten und evtl. näher untersuchen.

Abb. 10:

Temperatur im Radial-
abstand $r = 0.33 \text{ m}$
als Funktion der Dreh-
zahl

- a : Beschleunigen und
Abbremsen ohne
Heizen
- b : Abbremsen, nachdem
an der Peripherie
geheizt worden war

$d = 3 \text{ mm}$



Eine mögliche Ursache könnten kleine, unvermeidliche Leckwärmeströme sein. Hierauf wird im nächsten Abschnitt noch eingegangen.

Fazit: Ohne Heizung beobachtet man in dicken Thermosiphonrohren die Temperaturverteilung, die man unter der Annahme isentroper Kompression erwartet. In dünnen Thermosiphonrohren werden höhere Temperaturen gemessen.

3.1.2.2 Temperaturverteilung mit Wärmestrom

Durch einen Wärmestrom wird die Heliumtemperatur im Thermosiphon über die stationäre Temperatur hinaus erhöht. Für das $d = 3\text{-mm}$ -Rohr ist in Abb. 11 die Temperaturdifferenz gezeigt in Abhängigkeit vom Radialabstand r und für verschiedene Drehzahlen f und Wärmestromdichten \dot{q} . Der Temperaturanstieg ist an der Peripherie größer als im Zentrum. Dies deutet darauf hin, daß im gesamten Thermosiphon Wärmeaustausch bzw. Durchmischung erfolgt. Würde nämlich ein Strom von kaltem Helium (z.B. in der Mitte des Rohres) zur Peripherie gelangen, dort erwärmt und ohne Wärmeaustausch mit dem kalten Strom (z.B. an der Wand entlang) zur Rotationsachse zurückfließen, so müßte man an allen Thermometern denselben (oder gar keinen) Temperaturanstieg beobachten.

Abb. 11:

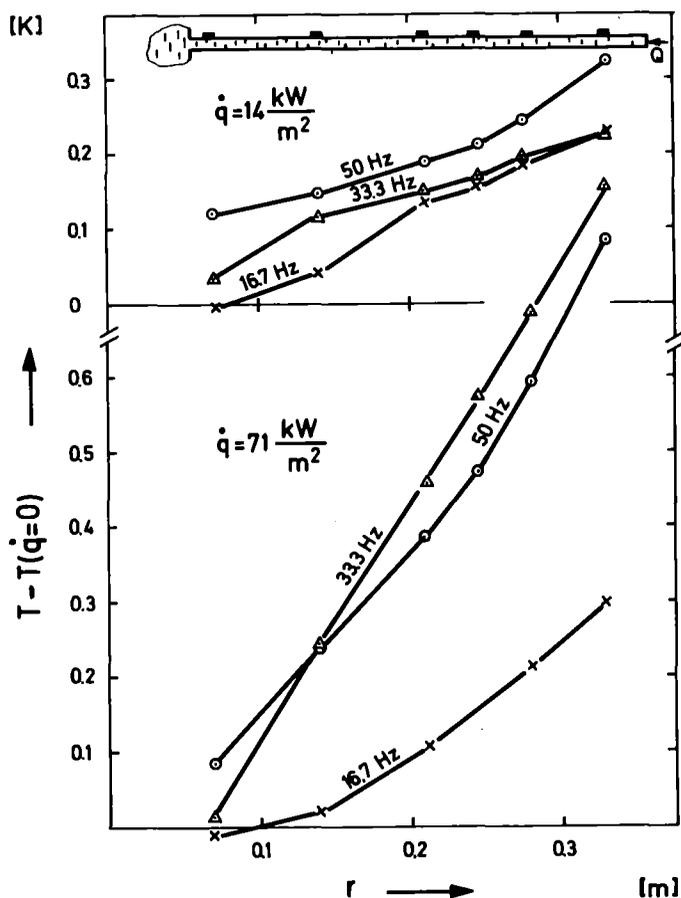
Temperaturanstieg im
beheizten Thermosiphon
als Funktion des
Radialabstandes r .

$d = 3\text{ mm}$

Parameter:

Wärmestromdichte \dot{q}

Drehzahl f

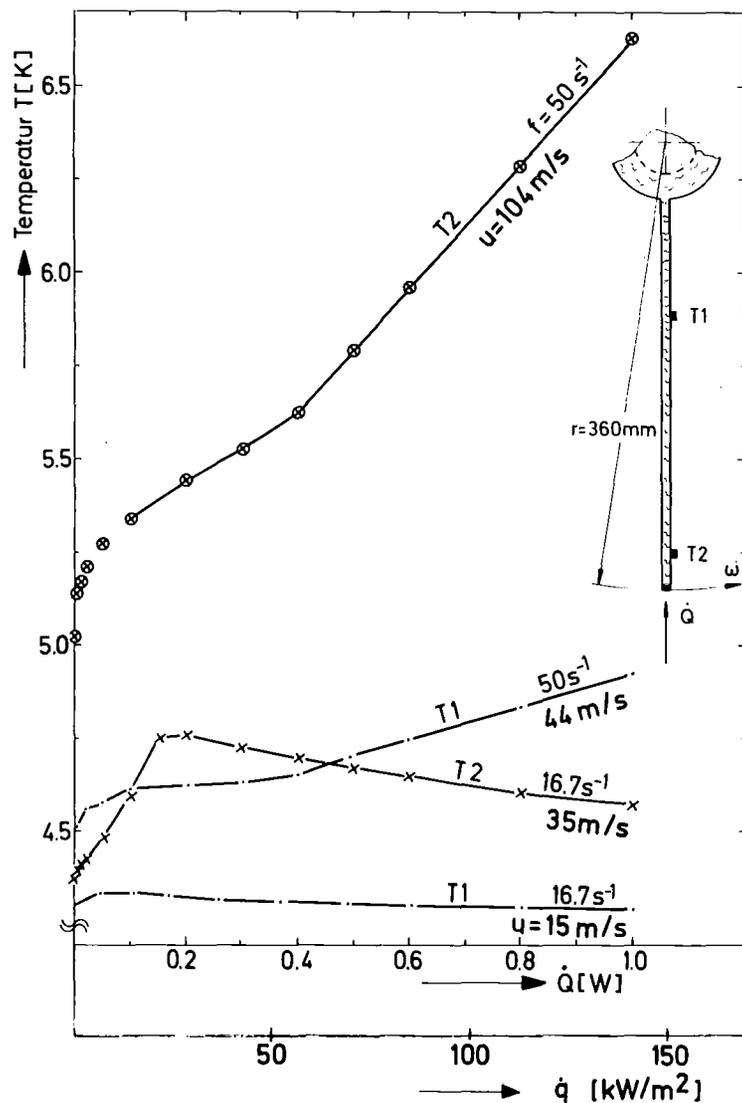


In Abb. 12 ist die Temperatur im 3 mm-Rohr an zwei verschiedenen Stellen ($r = 0.14$ und $r = 0.33$) und bei zwei Drehzahlen ($f = 16.7$ Hz und $f = 50$ Hz) dargestellt als Funktion der Wärmestromdichte. Die Kurven zeigen sehr unterschiedlichen Verlauf. Die beiden unteren Kurven, die einer Umfangsgeschwindigkeit von 15 m/s bzw 35 m/s entsprechen, zeigen ein ausgeprägtes Maximum. Die dritte Kurve entspricht einer etwas höheren Umfangsgeschwindigkeit ($u = 44$ m/s). Zumindest bei den untersuchten Wärmestromdichten wurde hierbei kein Maximum gefunden. Auch bei noch höherer Geschwindigkeit steigt die Temperatur monoton mit der Wärmestromdichte. Allen Kurven ist ein steiler Temperaturanstieg bei kleinen Wärmestromdichten gemeinsam.

Abb. 12:

Temperatur im
Thermosiphon in
Abhängigkeit vom
Wärmestrom.

$d = 3$ mm



In Abb. 12 scheint es schwierig, einen Zusammenhang zwischen den verschiedenen Temperaturkurven zu finden. Eher verständlich wird dies, wenn man die gemessenen Temperaturen in einem h-s-Diagramm auf Kurven gleicher Umfangsgeschwindigkeit einträgt. Dies zeigt Abb. 13. Die Umfangsgeschwindigkeiten $u = 22, 44, 66, 77, 88$ und 104 m/s entsprechen konstanter Drehzahl $f = 50$ Hz und verschiedenen Abständen von der Rotationsachse. Mit zunehmendem Wärmestrom wächst die Entropie im gesamten Thermosiphon an, und zwar an den äußeren Punkten stärker als in Zentrumsnähe. Das Kriterium für die Existenz einer Konvektion (Gleichung 3.2: $\frac{ds}{dr} \geq 0$) ist erfüllt.

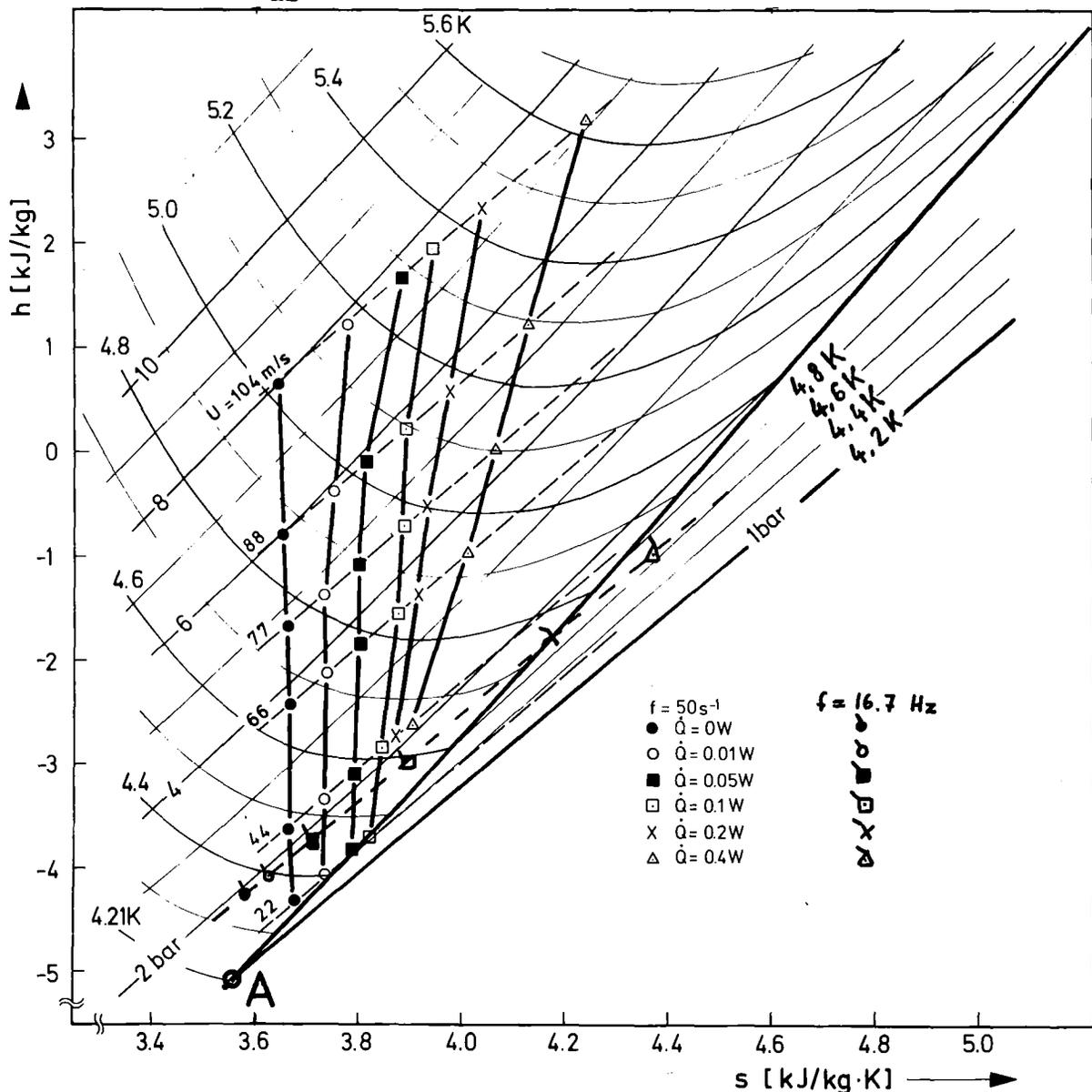


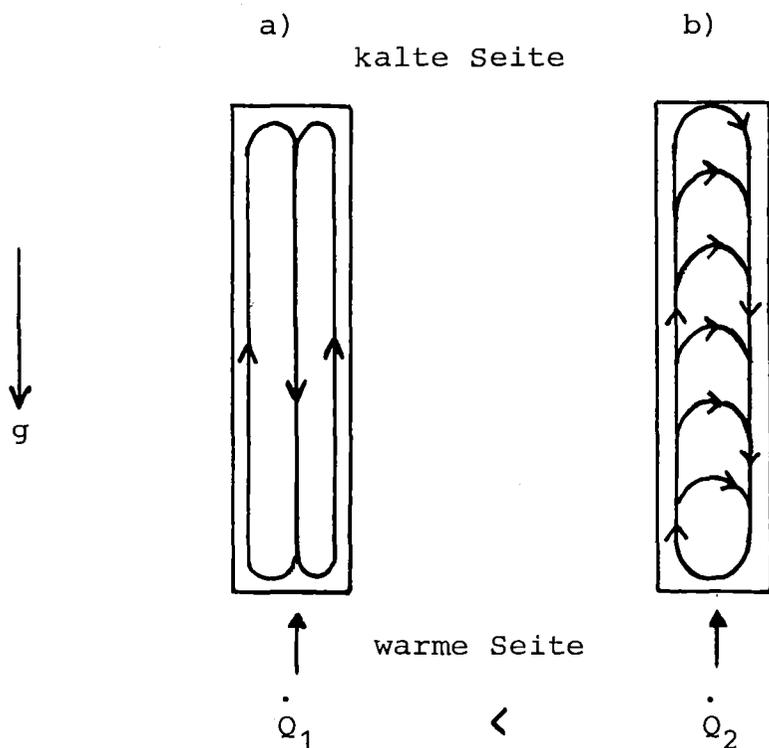
Abb. 13: Enthalpie-Entropie-Diagramm. Zustand des Heliums im Thermosiphon mit Wärmestrom. Durchmesser: $d = 3$ mm; Parameter: Wärmestrom, Drehzahl.

Die Temperaturverteilung im Thermosiphon wird in dieser Darstellung annähernd durch Geraden beschrieben ($\frac{ds}{dh} \approx \text{const.}$). Für die technische Anwendung bedeutet dies, daß man unter dieser Voraussetzung aus der Kenntnis der Temperatur an zwei Stellen auf den Zustand im gesamten Thermosiphon schließen kann.

Bei kleinen Wärmestromdichten ist die Entropie im gesamten Thermosiphon fast konstant, d.h. schon sehr kleine Abweichungen von $\frac{ds}{dr} = 0$ reichen aus, um eine Konvektion in Gang zu setzen. Aber selbst ohne Heizen ist die Entropie höher als am Normal-Siedepunkt (Punkt A, 4,21 K, 1 bar).

Man sieht: Kleine Wärmeströme - offenbar schon die sehr kleinen Leck-Wärmeströme - führen zu einer Entropieerhöhung im Thermosiphon, sie erzeugen aber fast keinen Entropiegradienten ($\frac{ds}{dr} \approx 0$). Das Helium befindet sich immer noch (annähernd) in isentropem Gleichgewicht. Erst bei größeren Wärmeströmen tritt ein deutlicher Entropiegradient auf ($\frac{ds}{dr} > 0$).

Mit einem Laser-Interferometer hat Koster /24/ Strömungsverhalten in einem zweidimensionalen geschlossenen Thermosiphon im Schwerfeld untersucht. Dabei wurden unter vielen anderen auch die folgenden Strömungsbilder gefunden:



Es ist wohl nicht gerechtfertigt, solche Strömungsbilder direkt auf offene Thermosiphonrohre im Zentrifugalfeld (mit ortsabhängiger Beschleunigung!) zu übertragen.

Immerhin könnte man damit die beobachtete Temperaturverteilung erklären: Bei kleinen Wärmeströmen (Bild a) fließt erwärmtes Helium an der Wand entlang und wird dabei isentrop entspannt. Man sieht also Helium in isentropem Gleichgewicht aber mit einer Entropie, die größer ist als die im Zentrum. Bei größeren Wärmeströmen (Bild b) durchmischen sich kaltes und erwärmtes Helium, die Entropie an der warmen Seite (= Peripherie) ist größer als an der kalten Seite (= Zentrum).

Wie die Strömung im rotierenden Thermosiphon genau aussieht, kann man mit wenigen, an der Wand angebrachten Thermometern natürlich nicht feststellen.

Entsprechend Kap. 3.1.1 erwartet man eine Maximaltemperatur am Schnittpunkt der Siedelinie mit der Kurve konstanter Umfangsgeschwindigkeit. Mit anderen Worten: An einem bestimmten Ort r steigt mit zunehmendem Wärmestrom die Temperatur des Heliums so lange an, bis es an dieser Stelle verdampfen kann. Zwischen dem Zentrum und dem Ort r befindet sich dann zwei-phasiges Helium. Wenn der Wärmestrom noch weiter erhöht wird, steigt der Dampfgehalt an, die Dichte wird kleiner, der Druck und damit die Sättigungstemperatur nehmen ab. Die Temperaturkurve T_2 , $f = 16,7$ Hz in Abb. 12 zeigt ein solches Verhalten. In Abb. 13 sind dieselben Meßwerte im h - s -Diagramm auf der Kurve gleicher Umfangsgeschwindigkeit $u = 35$ m/s eingezeichnet. Diese schneidet die Siedelinie bei $T = 4,72$ K. Die beobachtete Maximaltemperatur beträgt $4,75$ K. Tabelle 4 zeigt einen Vergleich von gemessenen und berechneten Maximaltemperaturen in verschiedenen Thermosiphonrohren. Abgesehen vom kritischen Bereich ist die Übereinstimmung besser als $0,03$ K, was als Stütze für die Modellvorstellung gelten kann.

Tabelle 4:

D(mm)	\dot{Q} (W)	r(m)	f(Hz)	u(m/s)	Theorie	T _{max} (K) Messung
1.35	0.02	0.33	16.7	34.5	4.72	4.75
1.35	0.03	0.33	25	51.8	5.01	5.17
1.35	0.04	0.14	33.3	29.3	4.60	4.60
3.0	0.10	0.14	16.7	14.7	4.32	4.32
	0.15	0.28	16.7	29.3	4.60	4.63
	0.20	0.33	16.7	34.5	4.72	4.75
	0.40	0.14	33.3	29.3	4.60	4.57
6.0	0.2	0.16	8.3	8.4	4.25	4.26
	0.5	0.21	8.3	11.0	4.29	4.27
	0.5	0.11	18.4	12.7	4.30	4.31

Den Einfluß des Kanaldurchmessers auf den Wärmetransport demonstriert Abb. 14. Für konstante Drehzahl $f = 50$ Hz ist die Temperatur im Abstand $r = 0,33$ m über der Wärmestromdichte dargestellt. Im 15 mm- und 6 mm-Rohr ist der Temperaturanstieg relativ klein und vom Durchmesser unabhängig. In den dünnen Rohren steigt die Temperatur stärker an. Bei Wärmestromdichten über $7,5 \text{ kW/m}^2$ ist der Temperaturanstieg im 1,35 mm-Rohr noch größer als im 3 mm-Rohr. Der Thermosiphon wird weniger "effektiv", wenn der Durchmesser klein ist.

Um eine gleichmäßige, möglichst direkt Kühlung zu erreichen, möchte man lieber viele dünne Kanäle mit viel Oberfläche wählen, als wenige dicke Kanäle. Man muß dabei aber Kompromisse eingehen und eventuell eine höhere Heliumtemperatur in Kauf nehmen.

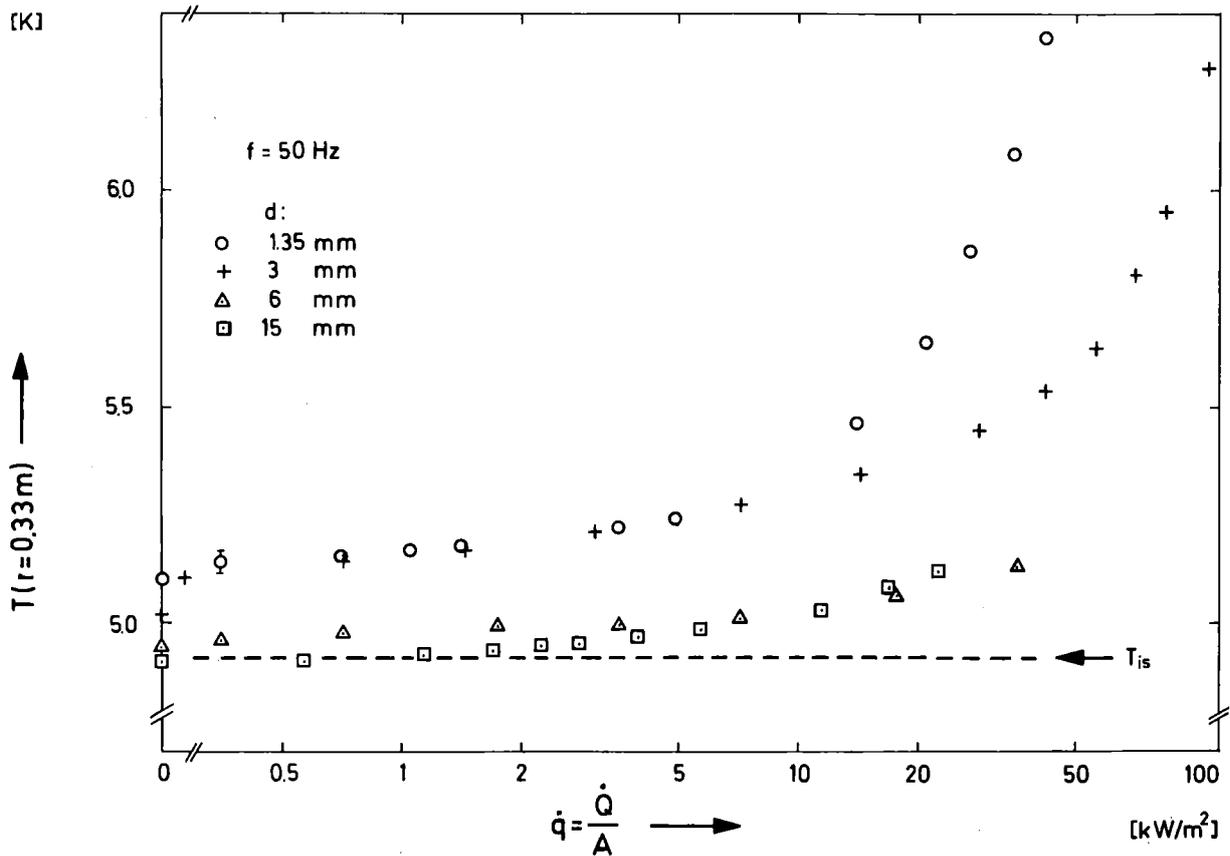


Abb. 14: Temperatur im Radialabstand $r = 0.33\text{ m}$ in Thermosiphonrohren mit verschiedenen Durchmessern in Abhängigkeit von der Wärmestromdichte.

Fazit: Der Wärmetransport mit Helium in rotierenden offenen Thermosiphonrohren erfolgt durch innere Konvektion, die im Detail recht kompliziert sein kann. Man kann die beobachtete Temperaturverteilung in einem Thermosiphon weitgehend verstehen, wenn man die Änderung des thermodynamischen Zustandes des Heliums als Funktion von Umfangsgeschwindigkeit und spezifischer Entropie in Betracht zieht. Bei konstanter Umfangsgeschwindigkeit kann die Temperatur mit zunehmendem Wärmestrom ein Maximum durchlaufen. Die Maximaltemperatur kann berechnet werden.

Die Messungen geben dem Konstrukteur erste Anhaltspunkte, mit welcher Temperatur man bei vorgegebenem Kanaldurchmesser, Drehzahl und Wärmestrom rechnen kann.

3.1.2.3 Zeitlicher Temperaturverlauf beim Ein- und Ausschalten eines Wärmestromes

Gegenstand von Kapitel 3.1.2.2 war der stationäre Zustand des wärmestromdurchflossenen Thermosiphons. Hier soll untersucht werden, wie sich dieser Zustand einstellt. Zwei typische Beispiele für die Temperatur im Thermosiphon ($d = 3 \text{ mm}$) als Funktion der Zeit nach dem Ein- und Ausschalten der Heizung - Signal H1, $\dot{Q} = 1 \text{ W}$ - zeigen die Oszillogramme in Abbildung 15. T1 und T2 sind Signale der Thermometer in 0.14 m bzw. 0.28 m Radialabstand. Bei 50 Hz (oberes Oszillogramm) erreicht die Temperatur etwa 4 s nach dem Einschalten den stationären Wert und

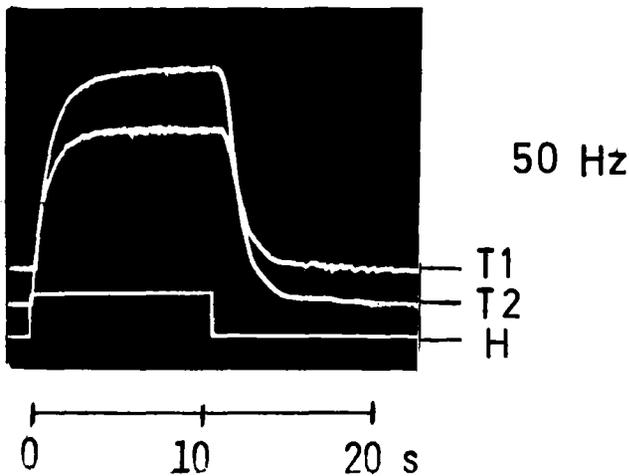


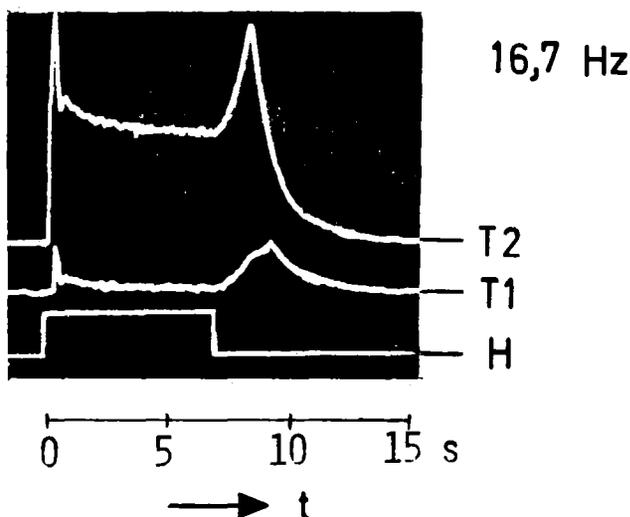
Abb. 15

Oszillogramm

T1, T2: Temperatursignale im Thermosiphon nach dem Ein- und Ausschalten eines Wärmestromes

H : Signal der Heizung ($\dot{Q} = 1 \text{ W}$)

Durchmesser: 3 mm



nimmt nach dem Ausschalten etwa mit derselben Zeitkonstante wieder ab. (Achtung: die Signale T1 und T2 überschneiden sich!)

Ganz anders ist der Temperaturverlauf bei 16.7 Hz: Die Temperatur am äußeren Meßfühler steigt von $T_2 = 4.34$ K auf einen Maximalwert $T_{2 \max} = 4.65$ K, sinkt dann wieder und erreicht nach ca. 4 s den stationären Wert $T_2 = 4.48$ K. Nach dem Abschalten steigt die Temperatur erneut an (obwohl nicht geheizt wird!!) bis zum Maximum, fällt dann ab und erreicht nach ca. 8 s wieder die Gleichgewichtstemperatur. Auch näher am Zentrum beobachtet man einen ähnlichen Verlauf, wobei die stationäre Temperatur mit und ohne Heizung $T_1 = 4.29$ K und die Maximaltemperatur $T_{1 \max} = 4.35$ K beträgt.

Solche Temperaturspitzen werden nur bei niedrigen Umfangsgeschwindigkeiten beobachtet. Der Effekt kann erklärt werden, wenn man annimmt, daß die Zustandsänderung des Heliums beim Ein- und Ausschalten eines Wärmestromes längs Kurven gleicher Umfangsgeschwindigkeit erfolgt. Im Beispiel erwartet man dann eine Maximaltemperatur von $T_{2 \max} = 4.60$ K (Umfangsgeschwindigkeit $u_2 = 29$ m/s) und $T_{1 \max} = 4.32$ K ($u_1 = 15$ m/s).

3.2 Wärmetransport in Thermosiphonschleifen

Während im Thermosiphon zur Peripherie und zum Zentrum hin strömendes Helium in demselben Rohr fließen muß, sind in einer Thermosiphonschleife - als Extremfälle - zwei Mechanismen denkbar:

a) Die Schleife verhält sich so wie zwei voneinander unabhängige Thermosiphonrohre, d.h. es gibt keinen Massenstrom von einem in den anderen Schenkel; der Wärmetransport erfolgt durch innere Konvektion. Experimentell sollte man dann in beiden Schenkeln eine Temperaturverteilung wie in Kapitel 3.1 finden.

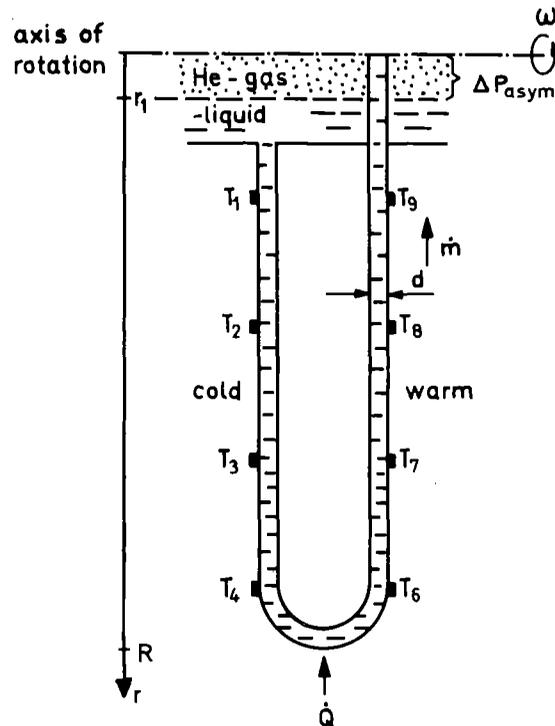


Abb. 16

Thermosiphonschleife (schematisch)

T : Thermometer

\dot{m} : Massenstrom

\dot{Q} : Wärmestrom

b) Der Wärmetransport in der Schleife erfolgt durch gerichtete Konvektion. Kaltes, schweres Helium strömt in einem Schenkel zur Peripherie. Dort wird es von der Wärmequelle erwärmt und gelangt, nunmehr mit geringerer Dichte, im anderen Schenkel wieder zum Zentrum. Der Wärmetransport durch Wirbel in der Strömung (innere Konvektion) wird vernachlässigt. Bei dieser Konvektion sollte man mit zunehmendem Wärmestrom in einem Schenkel einen Temperaturanstieg, im anderen aber keine Temperaturveränderung beobachten. Aus dem Wärmestrom

und der Enthalpiedifferenz Δh bzw. der Temperaturdifferenz ΔT an je zwei Punkten, die von der Rotationsachse den gleichen Abstand haben, kann man den Massenstrom bestimmen:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{\Delta h} \quad (3.11)$$

Solange einphasiges Helium fließt, und solange der Druckabfall durch Strömungsreibung klein ist, gilt:

$$\Delta h = c_{p(T_{is}, P_{is})} \cdot \Delta T \quad (3.12)$$

3.2.1 Modell: gerichtete Konvektion

Betrachtet wird ein stationärer Massenstrom \dot{m} durch eine Thermosiphonschleife, welcher durch Auftriebskräfte im Zentrifugalfeld erzeugt wird (Abb. 16). Zwei nicht strömende Heliumsäulen, eine mit kaltem und eine mit erwärmtem Helium würden an der Peripherie unterschiedliche hydrostatische Drücke erzeugen. Diese Druckdifferenz treibt den Massenstrom an und wird durch den Druckabfall infolge der Strömungsreibung kompensiert:

$$\Delta P_{\text{hydr}} = P_{\text{kalt}} - P_{\text{warm}} = \Delta P_{\text{reib}} \quad (3.13)$$

Es ist

$$P_{\text{kalt}} = \int_{r=0}^{r_1} \rho_g(r) \omega^2 r dr + \int_{r_1}^R \rho_{fl}(r) \omega^2 r dr \quad (3.14)$$

und je nachdem, ob die Schleife symmetrisch oder asymmetrisch ist, d.h. beide Schenkel in flüssiges Helium münden bzw. ein Schenkel bis in den Gasraum an der Rotationsachse reicht, gilt

$$P_{\text{warm}} = \int_{r=0}^{r_1} \rho_g(r) \omega^2 r dr + \int_{r_1}^R \rho_{fl, \text{warm}}(r) \omega^2 r dr$$

(symmetrisch) (3.15)

$$P_{\text{warm}} = \int_{r=0}^{r_1} \rho_{\text{fl,warm}}(r) \omega^2 r \, dr + \int_{r_1}^R \rho_{\text{fl,warm}}(r) \omega^2 r \, dr \quad (3.16)$$

(asymmetrisch)

Aus (3.13) wird dann

$$\Delta P_{\text{hydr}} = \int_{r_1}^R (\rho_{\text{kalt}} - \rho_{\text{warm}}) \omega^2 r \, dr - \Delta P_{\text{asym}} \quad (3.17)$$

In symmetrischen Schleifen ist $\Delta P_{\text{asym}} = 0$, in asymmetrischen

$$\begin{aligned} \Delta P_{\text{asym}} &= \int_{r=0}^{r_1} (\rho_{\text{fl,warm}} - \rho_{\text{g}})(r) \omega^2 r \, dr \\ &\approx \frac{1}{2} \omega^2 r_1^2 \rho_{\text{fl}}(r=0) \end{aligned} \quad (3.18)$$

wobei ρ_{gas} gegenüber ρ_{fl} vernachlässigt wurde.

Setzt man $\rho_{\text{kalt}} - \rho_{\text{warm}} = \Delta\rho = -\beta\rho \cdot (T_{\text{kalt}} - T_{\text{warm}}) =$

$\beta\rho\Delta T$ und (3.12) und (3.11) ein in (3.17), ergibt sich

$$\Delta P_{\text{hydr}} = \frac{\omega^2}{\dot{m}} \int_{r_1}^R \dot{Q}(r) \cdot \left(\frac{\rho \cdot \beta}{c_p}\right) r \, dr - \Delta P_{\text{asym}} \quad (3.19)$$

$\dot{Q}(r)$ ist derjenige Wärmestrom, der vom Massenstrom im Radialabstand r mitgeführt wird. Wird alle Wärme an der Peripherie zugeführt, so kann man $\dot{Q}(R)$ vor's Integral ziehen. Der Ausdruck $\rho \cdot \beta/c_p$ hängt nur vom Zustand des Heliums ab. Er wurde unter der Annahme isentroper Kompression berechnet und ist für verschiedene Zustände im Zentrum in Abb. 17 aufgetragen als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit.

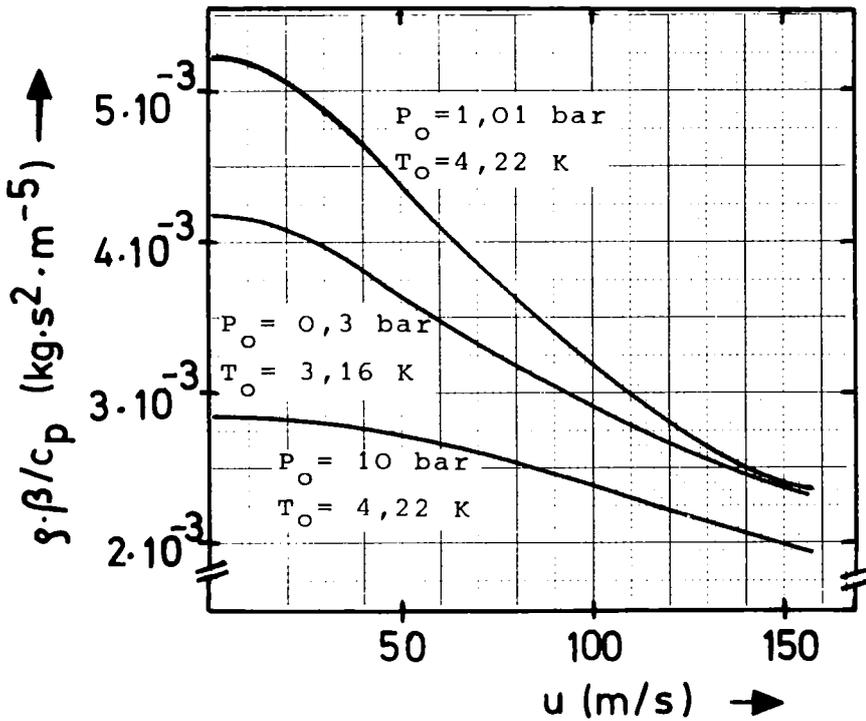


Abb. 17:

$g \cdot \beta / c_p$ als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit
Parameter: Zustand im Zentrum P_o, T_o

In einer turbulenten Rohrströmung wird der Druckabfall beschrieben durch /25/:

$$\Delta P_{\text{reib}} = \zeta_o \frac{8 \dot{m}^2 L}{\pi^2 \rho d^5} \quad (3.20)$$

mit

$$\zeta_o = 0,184 \cdot \text{Re}^{-0,2} = 0,184 \left(\frac{4}{\pi} \frac{\dot{m}}{\eta d} \right)^{-0,2} \quad (3.21)$$

Hierbei wird vernachlässigt, daß durch die Corioliskraft eine Sekundärströmung erzeugt wird, die möglicherweise den Strömungswiderstand erhöht (siehe Abschnitt 3.2.2.1). Auch Einlauf- und Krümmungseffekte werden vernachlässigt. (3.19), (3.20) und (3.21) in (3.13) ergibt:

$$\underbrace{\left[\omega^2 \int_{r_1}^R \left(\frac{\rho \beta}{c_p} \right) r \, dr \right]}_A \cdot \dot{Q} = \underbrace{\left[0,142 \frac{\eta^{-0,2}}{\rho^{-1}} L d^{-4,8} \right]}_B \dot{m}^{2,8} + \Delta P_{\text{asym}} \dot{m} \quad (3.22)$$

Gl. 3.22 ist die Grundlage für die folgenden Berechnungen. In symmetrischen Schleifen kann \dot{m} und ΔT direkt berechnet werden:

$$\dot{m} = \left(\frac{A}{B} \right)^{1/2,8} \cdot \dot{Q}^{1/2,8}$$

$$= 2,01 \cdot \omega^{0,714} \left[\int_{r_1}^R \frac{\rho \cdot \beta}{c_p} r \, dr \right]^{0,357} \cdot \bar{n}^{-0,0714} \cdot \bar{p}^{0,357} \cdot L^{-0,357} \cdot d^{1,714} \cdot \dot{Q}^{0,357}$$

(3.23)

und

$$\Delta T = \frac{1}{c_p} \left(\frac{B}{A} \right)^{0,357} \cdot \dot{Q}^{0,643}$$

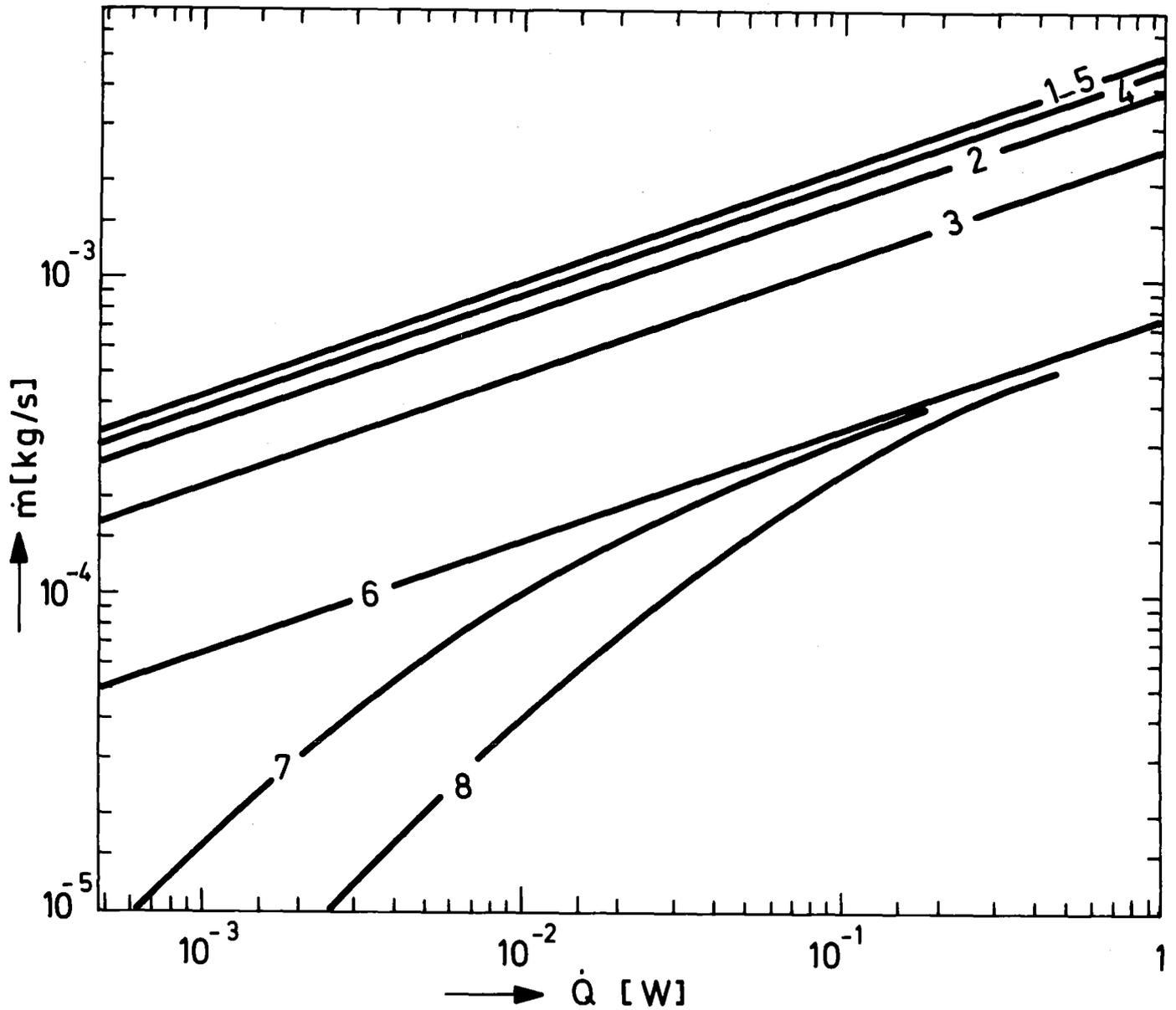
Für einen Rotor mit $R = 0,5$ m bzw. $0,35$ m und $f = 50$ Hz ergibt das Integral in Gl. 3.22 :

$$A'_{(R)} = \omega^2 \int_{r_1=0}^R \frac{\rho \cdot \beta}{c_p} r \, dr$$

die Werte

Zustand im Zentrum :	$P_0 = 1,01$ bar $T_0 = 4,22$ K	$P_0 = 0,3$ bar $T_0 = 3,16$ K	$P_0 = 10,1$ bar $T_0 = 4,22$ K
$A'_{(0,5m)} \left \frac{kg}{m^3} \right $	39.5	35.8	28.8
$A'_{(0,35m)} \left \frac{kg}{m^3} \right $	22.	19.	--

Abb. 18 zeigt berechnete Massenströme \dot{m} als Funktion des Wärmestromes \dot{Q} für verschiedene Drehzahlen (Kurven 1;2 und 3), verschiedene Zustände im Zentrum (Kurven 1; 4 und 5), verschiedene Rohrdurchmesser (Kurven 1 und 6) und verschiedene Heliumstände r_1 in einer asymmetrischen Schleife (Kurven 6; 7 und 8). Der Einfluß der Asymmetrie ist besonders auffallend. Bei kleinen Wärmeströmen und einem LHe-Level von nur 4 cm kann der Massenstrom um eine Größenordnung kleiner sein, als in der entsprechenden symmetrischen Schleife.



Massenfluß durch Thermosiphonschleife

Länge: 1 m Maximaler Radialabstand: 0.5 m

Kurve:	f (Hz)	d (mm)	P ₀ (bar)	T ₀ (K)	Helium-Level R ₁ (m)	
1	50	3	1.01	4.22	0	} symmetrisch
2	33.3	3	1.01	4.22	0	
3	16.7	3	1.01	4.22	0	
4	50	3	10.	4.22	0	
5	50	3	0.3	3.16	0	
6	50	1	1.01	4.22	0	} asymmetrisch
7	50	1	1.01	4.22	0.02	
8	50	1	1.01	4.22	0.04	

Abb.: 18 Berechneter Massenfluß

3.2.2 Experimente mit Thermosiphonschleifen)

An den rotierenden Kryostaten wurden verschiedene Thermosiphonschleifen angeflanscht. Abb. 19 skizziert Schleifen mit 3 mm Rohrdurchmesser.

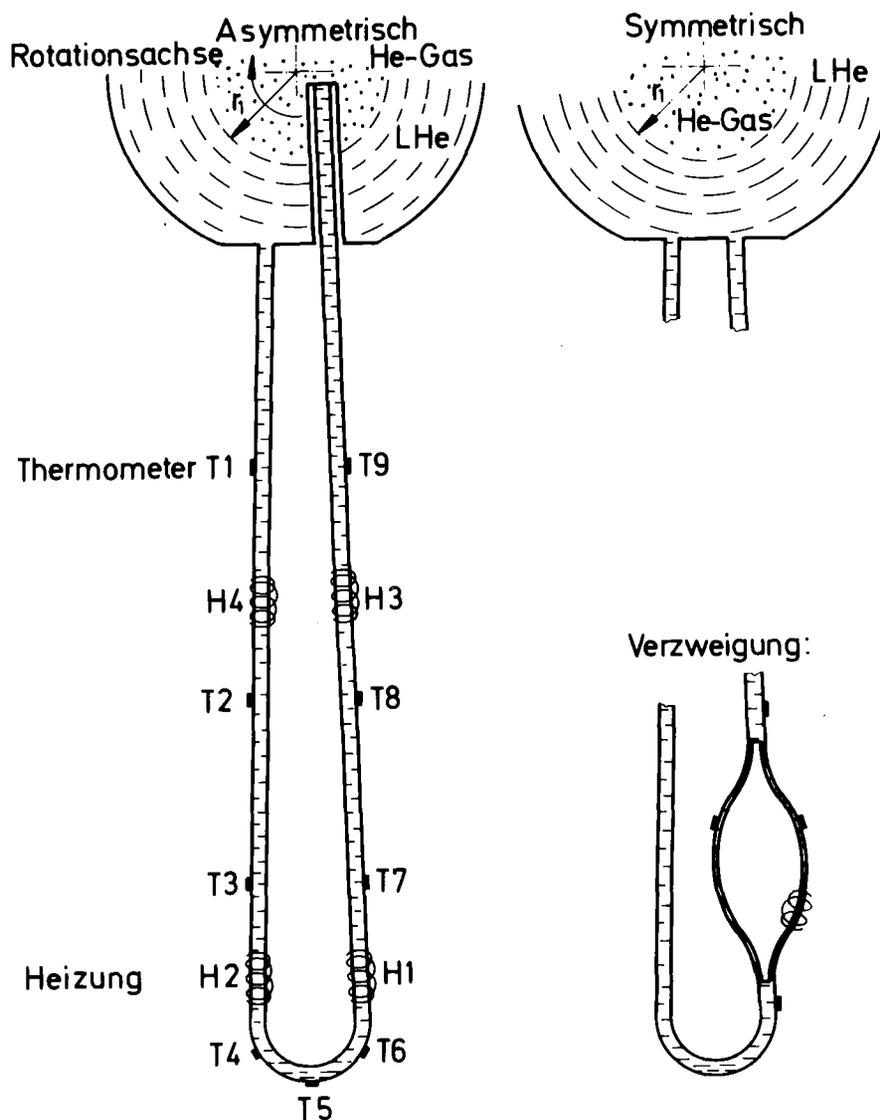


Abb. 19: Skizze der Thermosiphonschleifen

Variiert wurde

- der Rohrdurchmesser. Nach Herstellerangaben hatten die Rohre 3 bzw. 1,35 mm Innendurchmesser. Eine Messung des Strömungswiderstandes mit Heliumgas an dem dünneren Rohr ergab jedoch einen effektiven Durchmesser von

$1,216 \pm 0,005$ mm; mit Wasser wurde gravimetrisch $d = 1,23 \pm 0,01$ mm gemessen.

- die geometrische Anordnung: symmetrisch und asymmetrisch. Der maximale Radius beträgt $r_{\max} = 0,36$ m, und die Heizung H1 befindet sich bei $R = 0,345$ m.
- die Drehzahl
- der Wärmestrom

Außerdem wurde eine verzweigte Schleife untersucht, in der ein Abschnitt des 5 mm dicken Kanales durch zwei dünne Rohre ($d = 1.22$ mm) in Parallelschaltung ersetzt wurde.

3.2.2.1 Stationärer Wärmestrom

Abb. 20 zeigt die Temperaturen in der symmetrischen Schleife als Funktion der Wärmestromdichte. Die Temperaturen in einem Schenkel bleiben konstant bei T_{is} (in Abb. 20 durch Pfeile markiert), während sie im anderen Schenkel mit zunehmendem Wärmestrom ansteigen. Dies bedeutet, daß Wärme durch gerichtete Konvektion abgeführt wird. Qualitativ entspricht eine solche Temperaturverteilung der Erwartung.

In einer asymmetrischen Schleife (Abb. 21) ist der Temperaturverlauf bei hohen Wärmestromdichten ähnlich. Bei $\dot{q} \leq 20$ kW/m² beobachtet man aber in beiden Schenkeln höhere Temperaturen als T_{is} . Offensichtlich ist hier die gerichtete Strömung noch nicht ausgebildet, weil die Dichteunterschiede zwischen warmem und kaltem Helium nicht groß genug sind, um die Druckdifferenz ΔP_{asym} zu überwinden. Die Wärme wird wie im Thermosiphon durch innere Konvektion abgeführt.

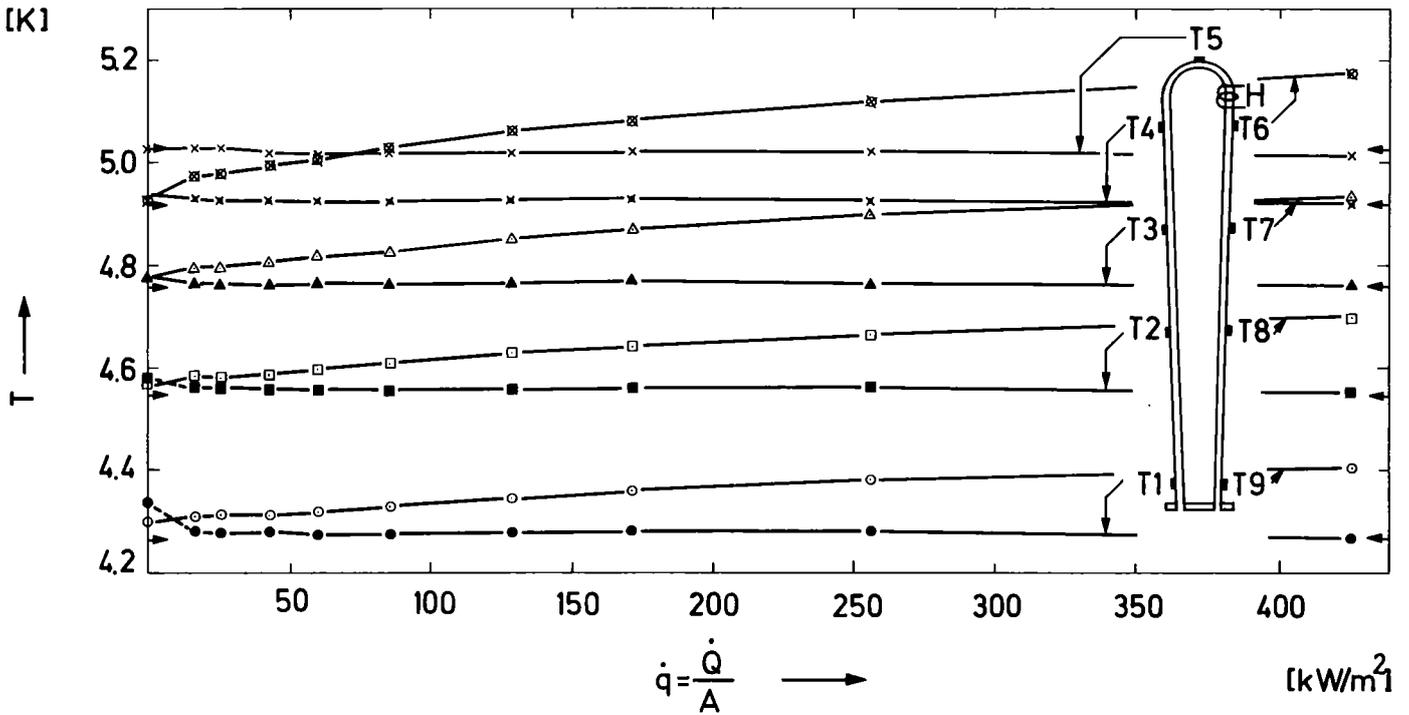


Abb. 20 Temperaturen in einer symmetrischen Thermosiphon-
schleife $d = 1,22$ mm; $f = 50$ Hz

→: T_{is} , Temperatur, die man aufgrund isentroper
Kompression erwartet.

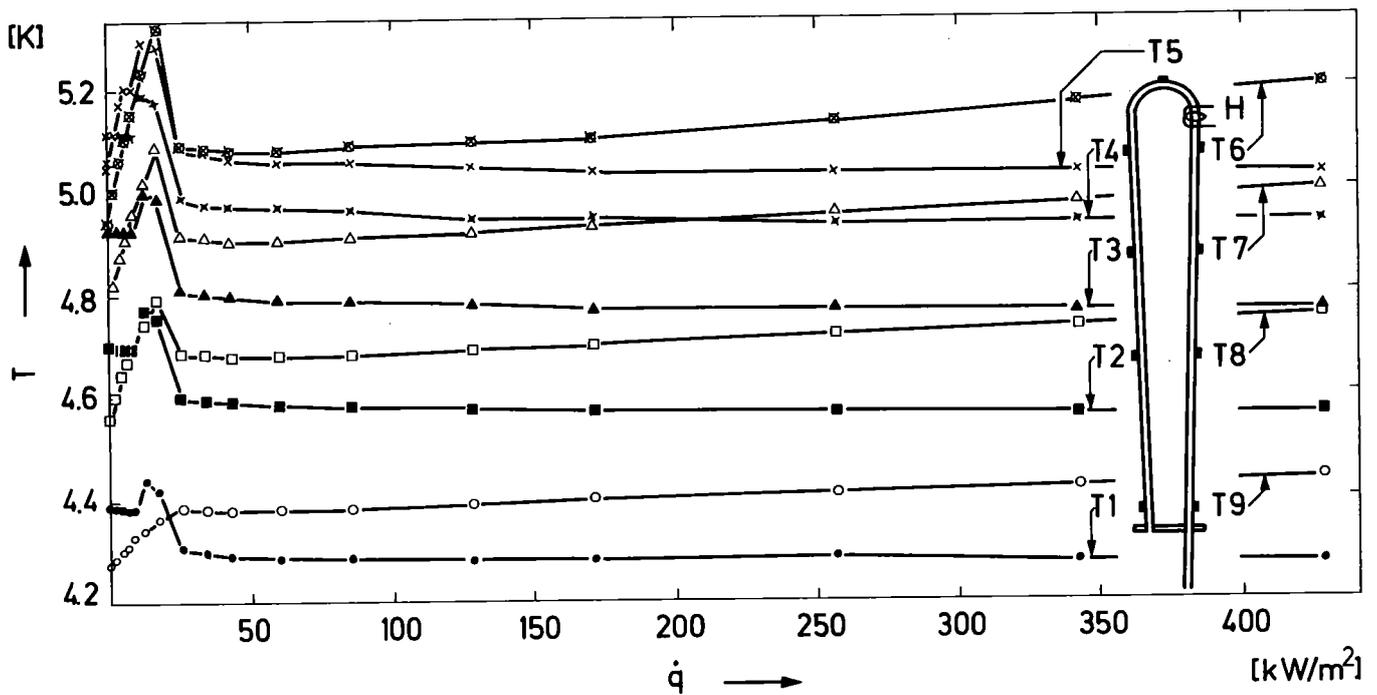


Abb. 21 Temperaturen in einer asymmetrischen Thermosiphon-
schleife $d = 1,22$ mm; $f = 50$ Hz

Die thermodynamischen Zustände, die das Helium in der Schleife durchläuft, sind in Abb. 22 im h-s-Diagramm dargestellt.

Auf dem Weg zur Peripherie wird es vom Normalsiedepunkt (Punkt A) isentrop komprimiert.

Geht man davon aus, daß die Corioliskraft den Strömungswiderstand nicht wesentlich erhöht, so ist der Druckabfall infolge der Strömungsreibung klein gegenüber der Druckänderung durch die Kompression im Zentrifugalfeld. Ein pessimistisches Beispiel: Der Druckabfall eines Massenstromes $\dot{m} = 1 \text{ g/s}$ in der gesamten 1,22-mm-Schleife (Länge = 0,64 m) beträgt nach (3.20):

$\Delta P_{\text{reib}} = 0,22 \text{ bar}$. Wenn man diesen Druckabfall in erster Näherung vernachlässigt, liegen Zustandspunkte von Helium mit demselben Radialabstand auf derselben Isobaren. Der Zustand, den das Helium auf dem Weg zum Zentrum annimmt, wird dann durch die Temperaturmessung bestimmt. Abb. 22 zeigt, daß das Helium hierbei nahezu isentrop entspannt wird. Mit (3.11) bzw. (3.12) kann man dann aus dem Wärmestrom und aus der Enthalpie- bzw. Temperaturdifferenz zwischen je zwei Punkten mit demselben Radialabstand den Massenstrom bestimmen.

In Abb. 23 ist der Massenfluß durch die symmetrische und die asymmetrische Schleife über dem Wärmestrom aufgetragen.

Zum Vergleich sind Kurven eingezeichnet, die mit Gleichung (3.22) für die symmetrische Schleife (Kurve 1) und die asymmetrische Schleife mit Heliumgas bis $r_1 = 3 \text{ cm}$ (Kurve 3) bzw. $r_1 = 4 \text{ cm}$ (Kurve 4) berechnet wurden. Bei der symmetrischen Schleife entspricht die Proportionalität $\dot{m} \sim \dot{Q}^{0.357}$ etwa der Beobachtung. Die Meßwerte in der asymmetrischen Schleife folgen dem Trend der berechneten Kurve 3 bzw. 4. Der Radius des He-Gasraumes konnte zwar nicht gemessen werden, doch sind $r_1 = 3 \text{ cm}$ bzw. $r_1 = 4 \text{ cm}$ realistische Werte. Das sehr einfache Modell von Kapitel 3.2.1 ist also in der Lage, bei einer gerichteten Konvektion den Massendurchsatz in einer Thermosiphon-schleife zu beschreiben. Der Fehler ist innerhalb 30 %.

Abb. 22

Enthalpie-Entropie-Diagramm;
Zustand des Heliums
in einer
Thermosiphonschleife

$d = 1,22 \text{ mm}$

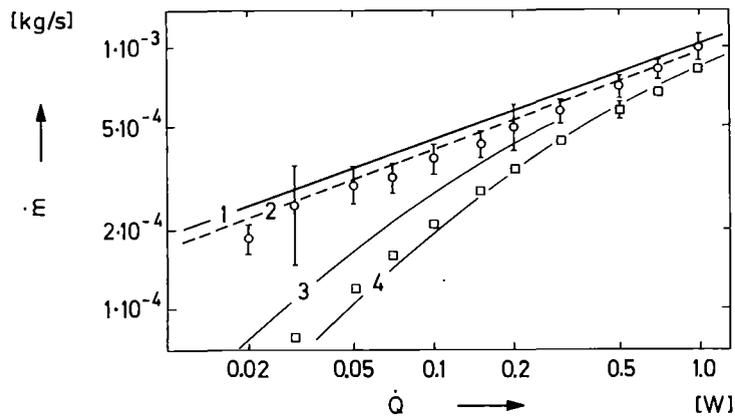
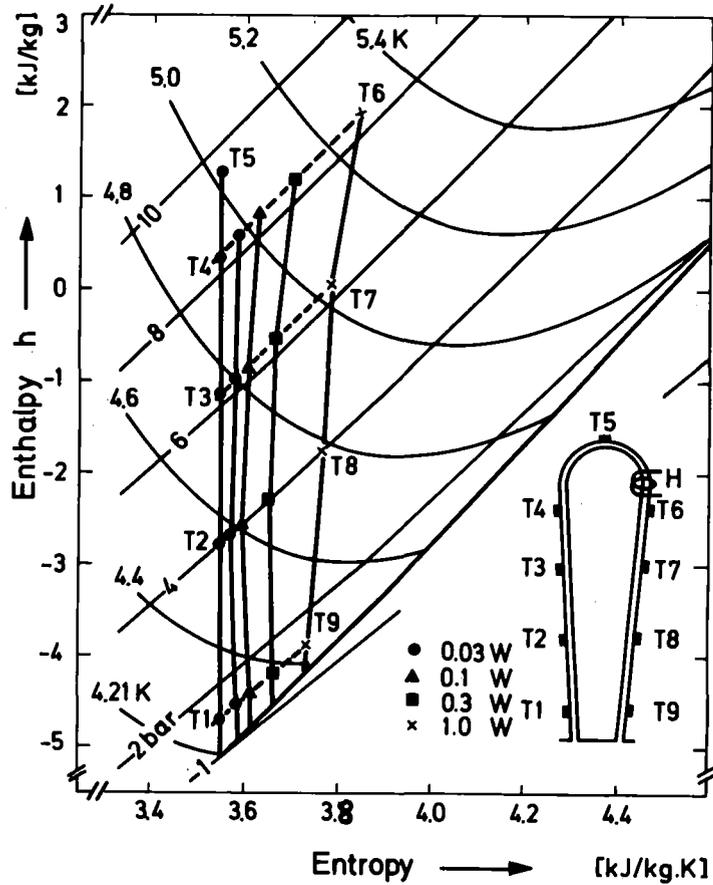


Abb. 23 Massenstrom durch Thermosiphonschleife, $d = 1,22 \text{ mm}$

○ symmetrisch

Kurve 1: Theorie ohne
Kurve 2: Theorie mit

} Berücksichtigung von Sekun-
därströmung nach /12/

□ äsymmetrisch

Kurve 3: Theorie mit $r_1 = 3 \text{ cm}$

Kurve 4: Theorie mit $r_1 = 4 \text{ cm}$

Genaugenommen sind in der symmetrischen Schleife die gemessenen Massenströme etwas kleiner als nach (3.22) berechnet. Eine Ursache dafür könnte sein, daß durch die Corioliskraft eine Sekundärströmung erzeugt wird. Mori et al. /12/ haben den Einfluß solcher Sekundärströme auf den Strömungswiderstand in einem radialen Rohr für ein inkompressibles Fluid in turbulenter Strömung untersucht. Aus ihren Formeln (siehe Gl. 36 in /12/) erwartet man eine Zunahme des Strömungswiderstandes um

$$\zeta / \zeta_0 = 1,054 \cdot \alpha^{1/5} \cdot \left(1 + \frac{0,066}{\alpha}\right)$$

mit $\alpha = [\text{Re} / (\Gamma \cdot \chi)^{2,5}]^{1/6}$

$$\chi = \left(1 + \frac{6,49}{\Gamma^2}\right)^{1/2} - \frac{2,55}{\Gamma}$$

und $\Gamma = \frac{2 \eta}{d^2 \cdot \rho \cdot \omega} \cdot \text{Re} \quad (3.28)$

Bei $f = 50$ Hz beträgt in der 1.22 mm-Schleife diese Zunahme bei $\dot{m} = 10^{-3}$ kg/s: $\zeta/\zeta_0 = 1.25$ und bei $\dot{m} = 10^{-4}$ kg/s: $\zeta/\zeta_0 = 1.46$. Der Massenstrom wird dadurch verringert. Aus der Herleitung von (3.22) folgt:

$$\dot{m}' = \dot{m} (\zeta / \zeta_0)^{-0,357} \quad (3.29)$$

Eine entsprechende Kurve (Nr. 2) ist in Abb. 23 eingetragen. Sie beschreibt die Meßpunkte noch besser als Kurve 1. Die Messung ist nicht genau genug, um die Theorie von Mori et al. zu bestätigen oder zu widerlegen. Vor zwei Jahren erregte die Vermutung Aufsehen, daß der Strömungswiderstand infolge von Rotationskräften um einen Faktor 100 anwachsen könne /26/. Dies kann sicher ausgeschlossen werden. Die Messung läßt allenfalls einen Faktor $\zeta/\zeta_0 = (\dot{m}/\dot{m}')^{2,8} \approx 2,0$ zu.

In der asymmetrischen Schleife mit 3 mm Rohrdurchmesser beobachtet man bei 50 Hz einen ähnlichen Temperaturverlauf (Abb. 24) wie in der 1.22 mm-Schleife (Abb. 21). Abweichungen von der gerichteten Strömung und dem Modell von Kap. 3.2.1 stellt man aber bei der symmetrischen 3 mm-Schleife fest (Abb. 25). Hier ist der Tempe-

Abb. 24:

Temperatur in
asymmetrischer
Thermosiphonschleife
 $d = 3 \text{ mm}$

-.-: zum Vergleich:

Temperatur im
Thermosiphonrohr

Drehzahl: 50 Hz

---: T_{is}

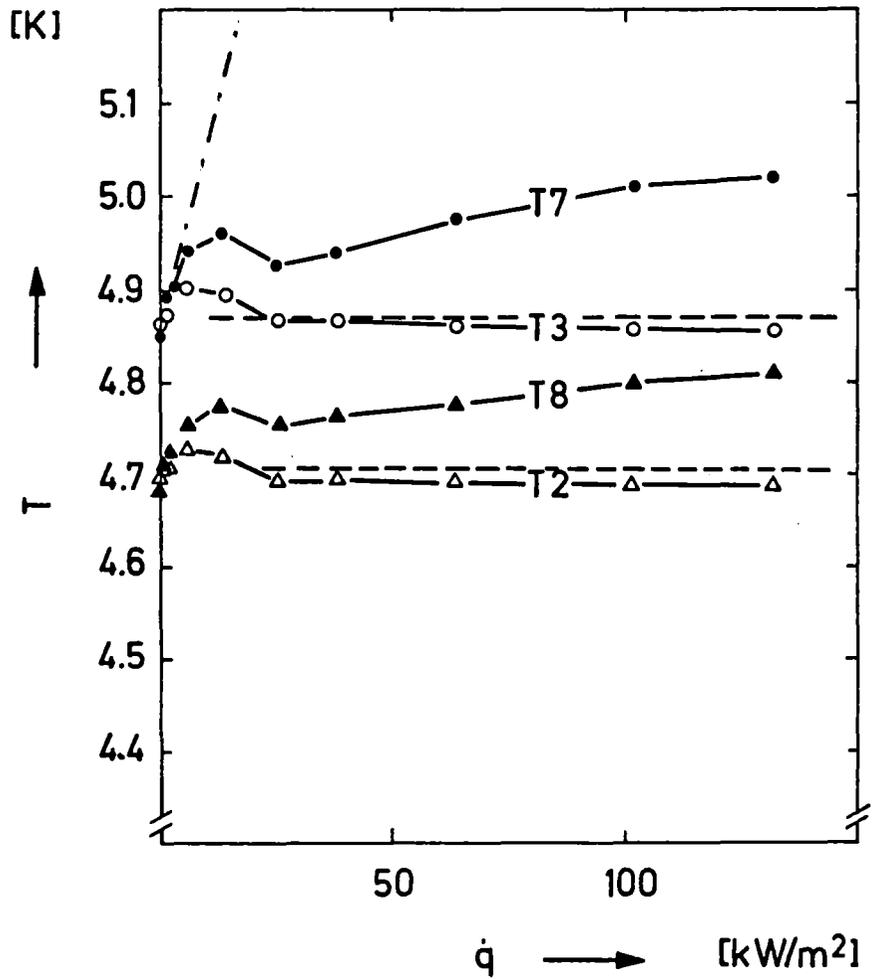


Abb. 25:

Temperatur in
symmetrischer
Thermosiphonschleife
 $d = 3 \text{ mm}$

Drehzahl: 50 Hz

---: T_{is}

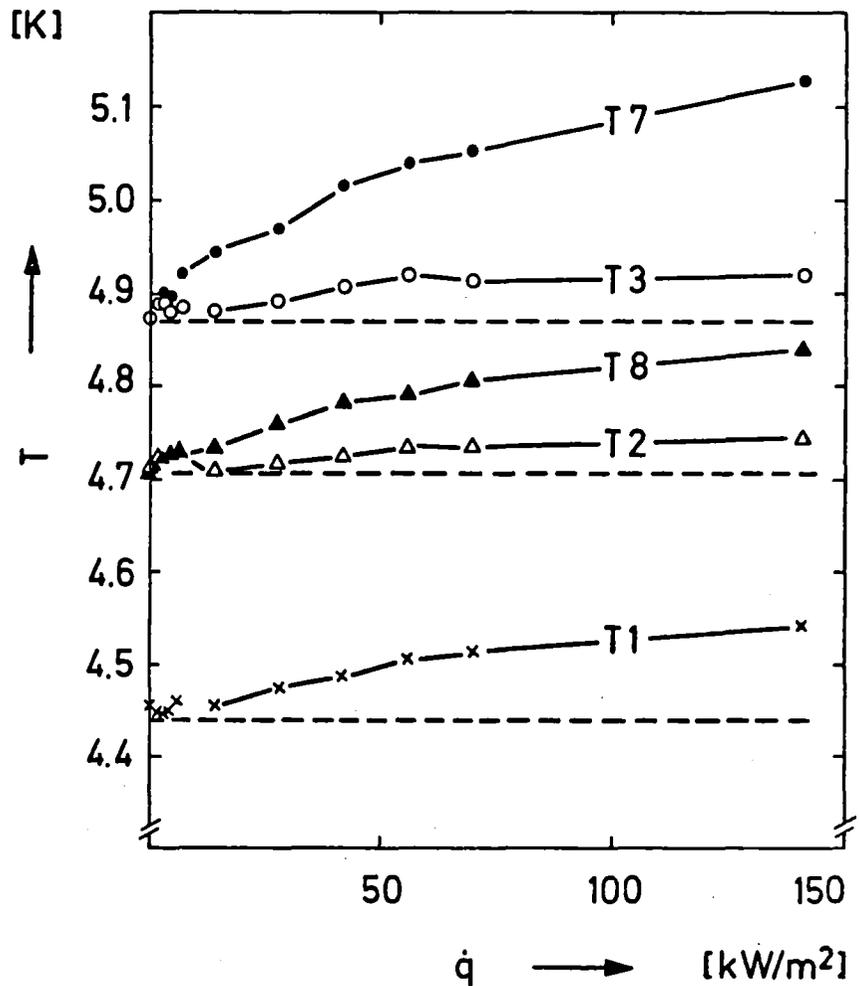


Abb. 26:

Thermodynamischer Zustand
in Thermosiphonschleife

$$d = 3 \text{ mm}$$

⊙ 50 Hz, asymmetrisch
 $\dot{q} = 132 \text{ kW/m}^2$

△ 50 Hz, symmetrisch
 $\dot{q} = 141 \text{ kW/m}^2$

× 25 Hz, symmetrisch
 $\dot{q} = 141 \text{ kW/m}^2$

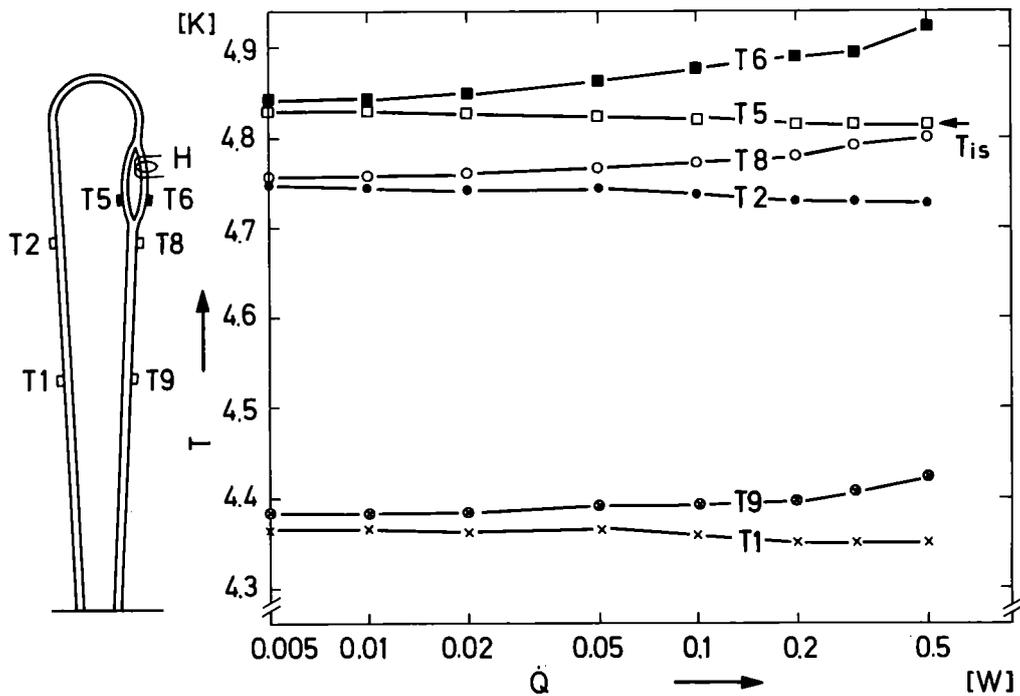
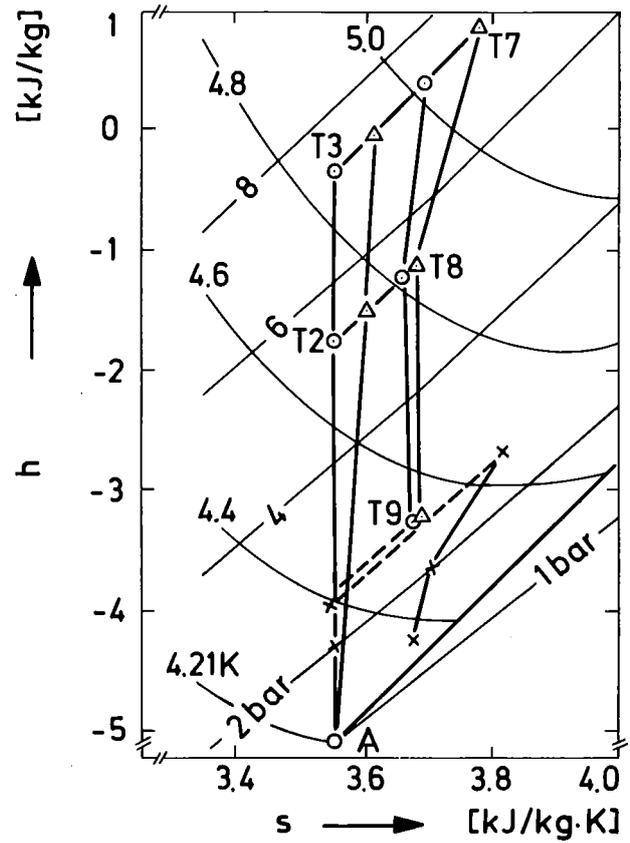


Abb. 27: Temperaturen in Thermosiphonschleife mit Verzweigung.

raturanstieg an der Peripherie wesentlich größer als näher am Zentrum ($T_7 - T_3 > T_8 - T_2$) und auch in jenem Schenkel, in dem Helium von Zentrum zur Peripherie strömt, steigt die Temperatur an (T_2 und T_3). Trägt man die gemessenen Temperaturen wieder auf Isobaren im h - s -Diagramm ein (Abb. 26), so sieht man, daß das Helium auf dem Weg zur Peripherie und zurück zum Zentrum nicht mehr isentrop komprimiert bzw. entspannt wird. Noch wesentlich ausgeprägter ist diese nicht-isentrope Entspannung bei niedriger Drehzahl (Beispiel: 25 Hz in Abb. 26). Offenbar spielt hier beim Wärmetransport nicht nur gerichtete Konvektion, sondern auch innere Konvektion (z.B. Wärmetransport in Wirbeln o.ä.) eine Rolle. Die Temperatur an der Peripherie ist höher als man nach dem Modell von Kap. 3.2.1 erwartet. Aus der Temperatur- bzw. Enthalpiedifferenz kann man nicht mehr den Massenfluß berechnen.

Miteiner verzweigten Thermosiphonschleife sollte in einem weiteren Experiment hauptsächlich untersucht werden, ob ein Wärmestrom im einen Zweig einen Einfluß auf die Temperatur im anderen Zweig (T_5) hat. Wie Abb. 27 zeigt, ist dies nicht der Fall.

Fazit: Der Helium-Massenstrom bei gerichteter Konvektion durch eine rotierende Thermosiphonschleife kann berechnet werden (Gl. 3.22). Dabei ist eine Asymmetrie der Schleife wichtig. Der Einfluß einer Sekundärströmung infolge Corioliskräften ist klein.

Temperaturmessungen an der Schleife mit kleinem Kanaldurchmesser ($d = 1,22$ mm) ergeben einen Massenstrom, der mit der Rechnung im Rahmen der Meßgenauigkeit übereinstimmt.

Abweichungen werden bei der Schleife mit größerem Kanaldurchmesser ($d = 3$ mm) beobachtet. Neben dem Wärmetransport durch gerichtete Konvektion spielt dabei Wärmetransport durch innere Konvektion eine Rolle.

3.2.2.2 Anlaufverhalten von Thermosiphonschleifen

Beim Einschalten eines Wärmestromes in der symmetrischen Schleife wurde beobachtet, daß die Strömung zufällig mal in der einen, mal in der anderen Richtung in Gang kam, obwohl die Heizung nicht symmetrisch angebracht war. Als Ursache dafür kommen statistisch vorhandene, kleine Dichteunterschiede oder eine kleine, unkontrollierbare, von Leck-Wärmeströmen angetriebene Konvektion in Frage. Nachdem die Strömung aber angelaufen ist, wurde durch eine Änderung des Wärmestromes die Strömungsrichtung nicht mehr verändert.

In asymmetrischen Schleifen ist die Strömungsrichtung eindeutig. Hier kann flüssiges Helium nur in einem Schenkel nachfließen.

Die Temperatursignale in der symmetrischen 1,22-mm-Schleife als Funktion der Zeit nach dem Einschalten eines Wärmestromes von $\dot{Q} = 0,1 \text{ W}$ ($\dot{q} = 86 \text{ kW/m}^2$) zeigt Abb. 28 a und b.

Nach einer Verzögerungszeit τ steigen die Temperaturen bis zu einem Maximum T_{max} und erreichen - nach einem zweiten Maximum - nach der Zeit t_{stat} ihren stationären Wert.

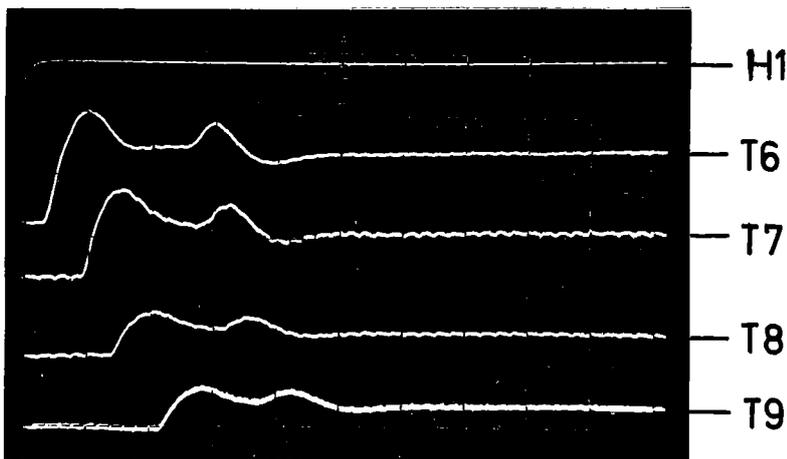
Bei kleinerer Drehzahl ($f = 25 \text{ Hz}$; Abb. 28 a) dauert es länger, bis die Strömung in Gang kommt, und die maximale Temperatur ist höher, als bei höherer Drehzahl ($f = 41,7 \text{ Hz}$; Abb. 28 b). Dies ist verständlich, denn die Zentrifugalbeschleunigung und damit die Auftriebskraft nimmt mit der Drehzahl zu.

Abb. 28 c zeigt ein entsprechendes Oszillogramm für die asymmetrische Schleife mit 3 mm Kanaldurchmesser bei $f = 50 \text{ Hz}$ und einem Wärmestrom von $\dot{Q} = 1 \text{ W}$ ($\dot{q} = 141 \text{ kW/m}^2$).

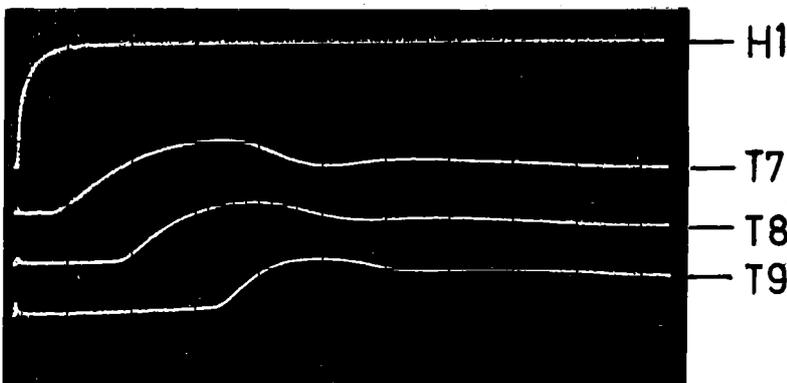
Aus den Differenzen der Laufzeit τ kann man auf die momentane mittlere Strömungsgeschwindigkeit schließen. In Tab. 5 sind die charakteristischen Werte der Oszillogramme zusammengefaßt. Aus der vorletzten Spalte kann man erkennen, wie die Strömungsgeschwindigkeit zunimmt. In der letzten Spalte ist zum Vergleich die stationäre Geschwindigkeit angegeben, die aus der Temperaturdifferenz bzw. aus dem Massenfluß bestimmt wurde.



a)
 $d = 1.22 \text{ mm}$
symmetrisch
 $f = 25 \text{ Hz}$



b)
 $d = 1.22 \text{ mm}$
symmetrisch
 $f = 41.7 \text{ Hz}$



c)
 $d = 3 \text{ mm}$
asymmetrisch
 $f = 50 \text{ Hz}$

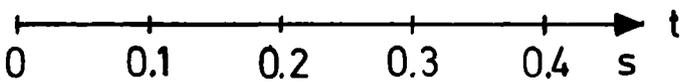


Abb. 28 Temperatursignale in Thermosiphonschleifen nach dem Einschalten eines Wärmestromes.

Tabelle 5: Anlaufverhalten der Strömung in einer Thermosiphonschleife

$\dot{Q} W $	d mm	f Hz	Thermo- meter	Abst. von Heizg. mm	T_o K	T_{max} K	T_{stat} K	τ s	t_{stat} s	\bar{w} (Laufzeit) m/s	w_{stat} m/s
0.1	1.22	25	T6	15	4.44	4.76	4.56	0.10	0.6	0.5	1.7
			T7	65	4.39	4.62	4.47	0.20	0.6		
			T8	135	4.33	4.51	4.40	0.27	0.6		
			T9	275	4.26	4.40	4.33	0.35	0.7		
0.1	1.22	41.7	T6	15	4.73	4.91	4.84	0.05	0.5	0.8	2.15
			T7	65	4.61	4.72	4.67	0.11	0.5		
			T8	135	4.47	4.55	4.51	0.16	0.5		
			T9	275	4.27	4.35	4.31	0.24	0.6		
1	3	50	T7	25	4.84	5.13	5.03	0.03	0.25	1.0	(2.1)
			T8	75	4.69	4.94	4.83	0.08	0.25		
			T9	175	4.46	4.59	4.55	0.13	0.3		

3.3 Vergleich: Thermosiphon und Thermosiphonschleife

In rotierenden Thermosiphonrohren wird Wärme durch innere Konvektion, in Thermosiphonschleifen überwiegend durch gerichtete Konvektion abgeführt. Generell ist gerichtete Konvektion effektiver. Außerdem erreicht bei plötzlich auftretendem Wärmestrom die Thermosiphonschleife schneller als der Thermosiphon den stationären Zustand. Hierzu folgendes

Beispiel:

Drehzahl: $f = 50 \text{ Hz}$; Kanaldurchmesser: $d = 3 \text{ mm}$

Abstand von Rotationsachse: $r = 0,33 \text{ m}$

Wärmestrom: $\dot{Q} = 1 \text{ W}$ ($\dot{q} = 141 \text{ kW/m}^2$)

	Thermosiphon	Thermosiphon- schleife
Temperaturanstieg durch Wärmestrom	$\Delta T = 1,6 \text{ K}$ (Abb. 12)	$\Delta T = 0,17 \text{ K}$ (Abb. 24)
Einstellzeit t_{stat}	ca. 4 s (Abb. 15a)	ca. 0,3 s (Abb. 28c)

Beim Thermosiphon sind dicke Rohre effektiver, bei Thermosiphonschleifen ist die gerichtete Konvektion in dünnen Kanälen mehr ausgeprägt, sodaß dünne Kanäle effektiver sind.

Insbesondere bei Thermosiphonschleifen hat man viele Möglichkeiten, den Wärmetransport, den Massenfluß und die Art der Konvektion zu beeinflussen z.B. durch Kanaldurchmesser, Länge, Ort der Wärmezufuhr, Asymmetrie. Das einfache Modell von Kap. 3.2.1 liefert erste Berechnungsgrundlagen.

4. Wärmeübergang

Neben der Frage, wie Wärme in einem Rotor mit Helium von der Peripherie zum Zentrum transportiert werden kann, ist der Wärmeübergang von der supraleitenden Wicklung an Helium von entscheidender Bedeutung. Er wird beschrieben durch den Wärmeübergangskoeffizienten

$$h = \frac{\dot{q}}{T_w - T_b} \quad (4.1)$$

oder durch die dimensionslose Nusselt-Zahl

$$Nu = \frac{h \cdot l}{k} \quad (4.2)$$

wobei für l die charakteristische Länge, hier also der Kanaldurchmesser bzw. in nicht kreisförmigen Kanälen der hydraulische Durchmesser $d_h = 4 A/U$ eingesetzt wird.

Man darf erwarten, daß der Wärmeübergang unter Rotation sich von dem in einem ruhenden Heliumbad oder einer Heliumströmung unterscheidet. Erstens wird durch die Kompression im Zentrifugalfeld der Zustand des Heliums verändert. An der Wicklung eines großen Generators wird es stets überkritisch sein /27/. Zweitens wirkt die enorme Zentrifugalbeschleunigung, die schon bei kleinen Temperatur- bzw. Dichteunterschieden starke Auftriebskräfte und Konvektion verursacht. Drittens tritt in einer Strömung in radialer Richtung infolge der Corioliskraft eine Sekundärströmung auf, was ebenfalls den Wärmeübergang beeinflussen kann.

Aus Abschnitt 3.1 ist bekannt, daß Helium - insbesondere in dicken Thermosiphonrohren bei kleinen Wärmestromdichten - isentrop komprimiert wird. Dadurch wird der Zustand des Heliums außerhalb der Grenzschicht (englisch: bulk-helium) bestimmt. (Zustandsänderung A-A'-B im h-s-Diagramm, Abb. 29). Die Heliumeigenschaften in der Grenzschicht nahe der beheizten Oberfläche (englisch: helium-film[†]) sind anders, doch ist der Druck derselbe. Eine Änderung des

[†]Nicht verwechseln mit "Film-Sieden"!

Abb. 29:

Zustand von Helium im Bulk und in der Grenzschicht (Film) an einer beheizten Oberfläche im rotierenden Thermosiphon.

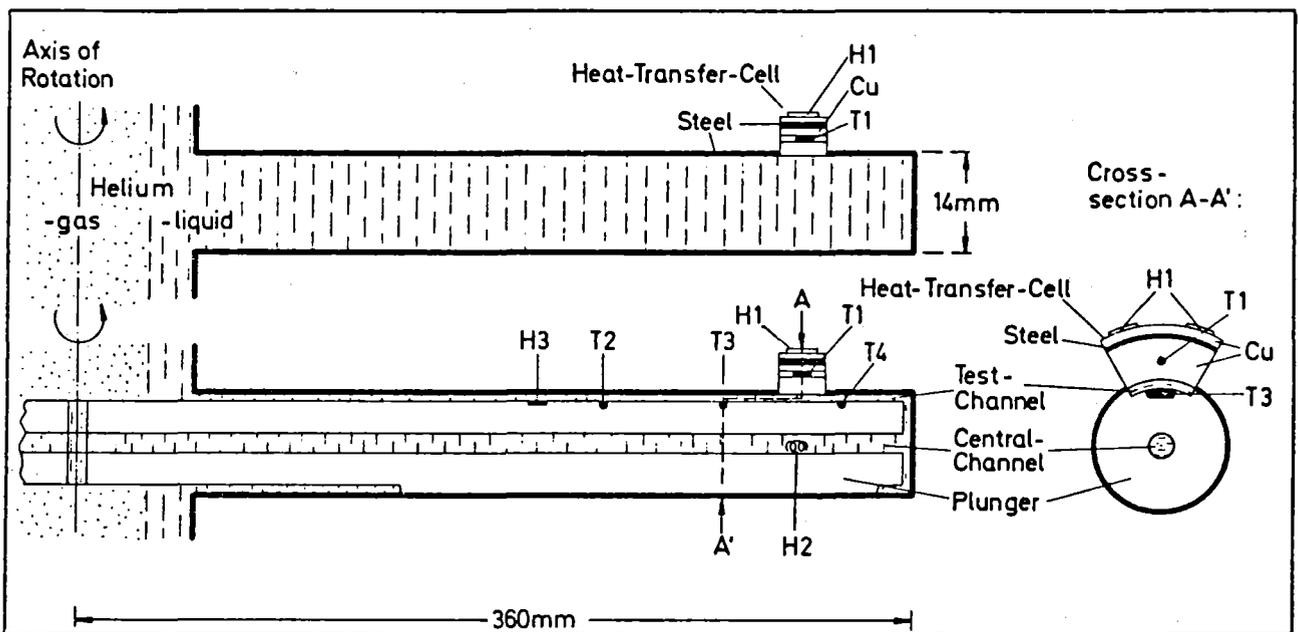
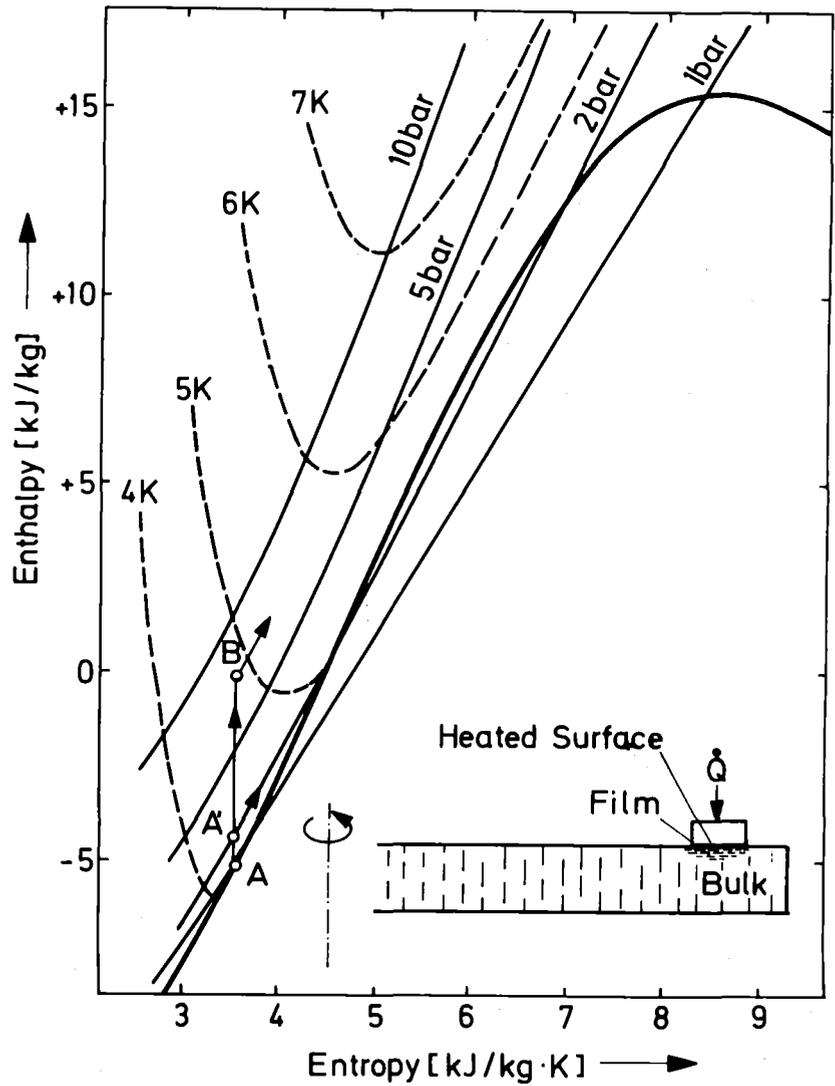


Abb. 30: Meßeinsatz Wärmeübergang; schematischer Querschnitt
 T1 - T4: Thermometer H1 - H3: Heizungen

Wärmestromes bewirkt bei konstanter Drehzahl eine isobare Zustandsänderung der Grenzschicht-Eigenschaften. Aus Abb. 29 sieht man, daß das Bulk-Fluid stets unterkühlt ist. Die Grenzschicht aber kann unterkühlt, gesättigt oder gasförmig sein. Der Unterschied zwischen Bulk-Temperatur und der entsprechenden isobaren Siedetemperatur wächst mit der Umfangsgeschwindigkeit (vergl. Gl. 3.1 und Abb. 29). Wenn aber der Druck an der geheizten Fläche den kritischen Druck übersteigt, verschwindet der Phasenübergang.

Experimentell wurden zwei Arten des Wärmeüberganges untersucht:

- Natürliche Konvektion: Die Konvektion wird allein vom Wärmestrom hervorgerufen. Bestimmt wird der Wärmeübergangskoeffizient als Funktion von Wärmestrom und Drehzahl.
- Erzwungene Konvektion: Durch eine "Pumpe" wird eine Heliumströmung erzeugt. Hierbei wurden Wärmestrom, Drehzahl und Strömungsgeschwindigkeit variiert.

4.1 Aufbau und Meßmethode

4.1.1 Meßeinsatz "Wärmeübergang"

Die Wärmeübergangsmessungen wurden durchgeführt, mit einem Thermosiphon von 14 mm Innendurchmesser, der in 0.312 m Abstand von der Rotationsachse eine Wärmeübergangs-Meßzelle trägt (Abb. 30 oben).

Diese besteht aus einem OFHC-Kupfer-Block mit einem Thermometer (T1) und einem elektrischen Heizer, zwei Dehnmeßstreifen. Um einen homogenen Wärmestrom zu gewährleisten, befinden sich zwischen Heizer und Kupferblock ein gut wärmeleitendes Kupferblech und ein schlecht leitendes VA-Stahlblech. Aus der Leistung des Heizers und dem Temperaturanstieg im Kupferblock kann man den Wärmeübergangskoeffizienten bestimmen.

Der Kanaldurchmesser des Thermosiphon kann durch einen Verdrängerkörper (plunger) verringert werden. Dieser besteht aus glasfaserverstärktem Kunststoff und läßt in radialer Richtung an der Seite, an der sich die Wärmeübergangszelle befindet, einen Testkanal frei,

der annähernd rechteckig, 1 mm hoch und etwa 6,8 mm breit ist (Abb. 30 unten). Der hydraulische Durchmesser des Testkanals beträgt $d_h = 1,74$ mm.

Der Verdrängerkörper hat zusätzlich einen zentralen Kanal und in der Nähe der Peripherie eine Heizung H2. Diese wirkt als Pumpe, die in der "Thermosiphonschleife" eine Heliumströmung erzwingt: Durch den Testkanal zur Peripherie und durch den zentralen Kanal zurück zur Rotationsachse. Die Strömungsgeschwindigkeit im Testkanal wird bestimmt aus der Laufzeit von kurzen Wärmepulsen, die von der Heizung H3 abgegeben und von den Thermometern T2, T3 und T4 registriert werden. Abb. 31 zeigt den Meßeinsatz "Wärmeübergang" vor dem Einbau in den Rotorkryostaten.

4.1.2 Temperaturdifferenz zwischen Wand und Bulk-Fluid

Wenn die Heizung H1 ausgeschaltet ist, nimmt der Kupferblock die Temperatur des Heliums an. Wird bei H1 geheizt, so zeigt T1 infolge des Temperaturgradienten im Kupferblock eine etwas höhere Temperatur als die Wandtemperatur an.

$$T_w = T_1 - \Delta T_{Cu} \quad (4.3)$$

Mit Hilfe der Wärmeleitfähigkeit von "Cold drawn high purity"-Kupfer bei 4 K, $k = 400 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ /28/ ergibt eine einfache Rechnung:

$$\Delta T_{Cu} = 0,06 \left[\frac{\text{K}}{\text{W}} \right] \cdot \dot{Q}_1 \quad (4.4)$$

Bei allen Wärmeübergangsmessungen an einphasigem Helium machte die Korrektur höchstens 3% der Temperaturdifferenz $T_w - T_b$ aus. Nur beim Sieden war die Abweichung größer (bis 9%).

Durch den Wärmestrom steigt auch die Bulk-Heliumtemperatur etwas an. Bei der Messung ohne Verdrängerkörper (natürliche Konvektion, $d = 14$ mm) ist dieser Temperaturanstieg sehr klein verglichen mit $T_w - T_b$. Er wurde aus der Wärmetransportmessung im 15 mm-Thermosiphon (Kap. 3, Abb. 14) entnommen.

$$T_b = T_1 (\dot{Q}=0) + 1,27 \cdot 10^{-5} \left[\frac{\text{K}\cdot\text{m}^2}{\text{W}} \right] \cdot \dot{q} \quad (4.5)$$

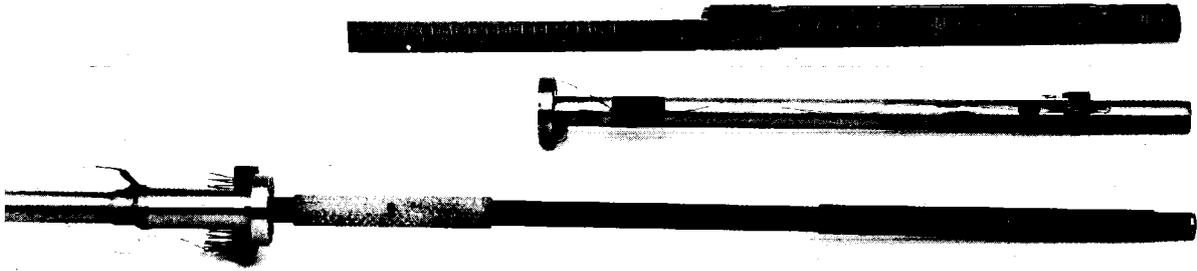


Abb. 31: Photographie des Meßeinsatzes Wärmeübergang

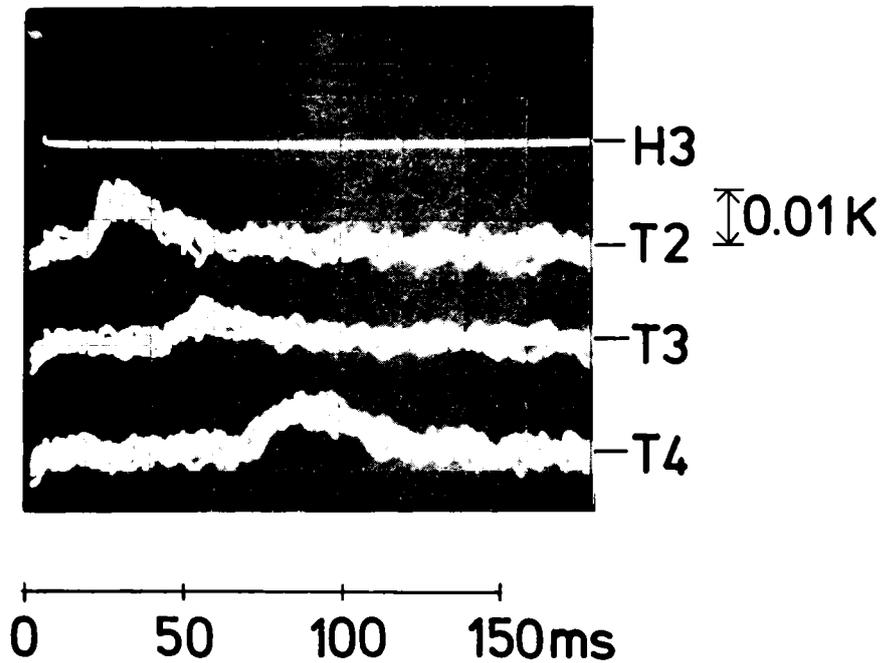


Abb. 32: Oszillogramm von Wärmepuls H3 und Temperatursignalen T2, T3 und T4.

$f = 33.3 \text{ Hz}$ $w = 2 \text{ m/s}$

Bei Messungen mit Verdrängerkörper wird der Temperaturanstieg im Bulk-Helium mit den Thermometern T3 und T4 registriert und der Mittelwert genommen:

$$T_b = T_{1(\dot{Q}=0)} + 0,5 \cdot (\Delta T_3 + \Delta T_4) \quad (4.6)$$

Abkürzung: $\Delta T = T_{(\dot{Q}_1 > 0)} - T_{(\dot{Q}_1 = 0)}$

$T_W - T_b$ folgt aus (4.3) bis (4.6).

4.1.3 Wärmestromdichte

Ein Anteil DQ des Wärmestromes \dot{Q}_1 , der von der Heizung H1 erzeugt wird, fließt nicht durch die Cu-Wand der Meßzelle ins Helium, sondern durch die Wand des VA-Rohres. Die Wärmestromdichte durch die Cu-Wand ist daher etwas kleiner als \dot{Q}_1/A (A = Cu-He-Grenzfläche), nämlich

$$\dot{q}_1 = \frac{\dot{Q}_1}{A} (1 - DQ) \quad (4.7)$$

DQ hängt ab von der Wärmeübergangszahl h und von der Wärmeleitfähigkeit von VA-Stahl, $k = 0,3 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ /28/.

Mit Hilfe einer Modellrechnung, die im Anhang beschrieben ist, wurde DQ berechnet und als Korrektur bei der Auswertung berücksichtigt.

Bei gutem Wärmeübergang ($h > 8000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$, z.B. bei Blasensieden) beträgt der Anteil nur 2,5 % und erreicht bei schlechtem Wärmeübergang ($h \sim 600 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$, z.B. natürliche Konvektion bei kleinem Wärmestrom) etwa 9 %.

4.1.4 Strömungsgeschwindigkeit

Die Strömungsgeschwindigkeit einer Zwangsströmung wird gemessen über die Laufzeit einer Temperaturfront. Diese wird von einem Wärmepuls an der Heizung H3 erzeugt und an den Thermometern T2, T3 und T4 beobachtet.

Um statistische Schwankungen zu eliminieren, wurden nacheinander im Abstand von ca. zwei Sekunden mehrere Wärmepulse abgegeben und die Signale mit einem Speicheroszillographen übereinander geschrieben. Ein typisches Oszillogramm zeigt Abb.32. In der Ecke links oben ist das Signal der Spannung an der Heizung H3 zu sehen, ein Rechteck-Puls von 3,6 ms Dauer. Darunter die Signale der Thermometer T2, T3 und T4.

Für die Laufzeitbestimmung wurde jeweils der Zeitpunkt gewählt, an dem die Temperatur anzusteigen beginnt. Weil nur Zeitdifferenzen zwischen zwei Thermometern berücksichtigt werden (und nicht etwa die Zeitdifferenz zwischen Heizpuls und Temperaturanstieg), muß man den Mechanismus der Wärmeübertragung von der Heizung zum Helium und vom Helium an die Thermometer nicht genau kennen. Zwei Voraussetzungen müssen jedoch gewährleistet sein: Eine von dem Wärmepuls verursachte Störung der Strömung (Temperaturerhöhung bewirkt Auftrieb und Abbremsung!) und die Wärmediffusion in Strömungsrichtung sollten vernachlässigbar sein.

Der Auftrieb in der Strömung und die Diffusionsgeschwindigkeit hängen beide ab von der Temperaturerhöhung und damit von der Energie des Wärmepulses. Die Pulsenergie sollte also möglichst klein sein. Andererseits muß die Temperaturerhöhung noch beobachtbar sein. Das Problem konnte gelöst werden, indem die Heizung H3 in direkten Kontakt zum Helium gebracht und die Ansprechempfindlichkeit der Thermometer verbessert wurde. Hierfür wurden die Allen-Bradley-Widerstände zunächst in den Verdrängerkörper eingegossen. Dann wurde die Pertinax-Isolierung abgearbeitet, sodaß die Kohleschicht und die elektrischen Zuleitungen der Widerstände in direktem Kontakt zum Helium stehen. So konnte außerdem eine glatte Wand des Strömungskanals hergestellt werden.

Zwar waren die Leistungen der Heizung H3 und H2 vergleichbar, doch wurde stets darauf geachtet, daß die Pulsdauer τ klein genug war, damit die "störende" Energie Q_3 klein ist gegen die antreibende Q_2 :

$$Q_3 = \frac{U^2}{R} \cdot \tau \ll Q_2 = \dot{Q}_2 \cdot \frac{L}{w} \quad (4.8)$$

L = Länge der Meßstrecke = 0.1 m

Im Beispiel von Abb.32 ist $Q_3 = 2,4 \text{ mWs} \ll Q_2 = 25 \text{ mWs}$

Ganz grob kann man aus Abb. 32 auch den Einfluß der Wärmediffusion erkennen. Die Länge des Wärmepulses und auch der Zeitunterschied zwischen Beginn des Temperaturanstiegs und Temperaturmaximum sind bei T4 größer als bei T2. Beide Größen sind aus dem Oszillogramm aber nur sehr ungenau zu ermitteln.

Der Fehler, der durch die Diffusion entsteht und der eine etwas zu große Strömungsgeschwindigkeit vortäuscht, wurde in Kauf genommen. Ebenso der Fehler, der durch Abbremsung entsteht und eine zu kleine Geschwindigkeit vortäuscht. Im Rahmen der statistischen Schwankungen und der Ablesegenauigkeit ist die Laufzeit zwischen T2 und T3 bei allen Messungen ebenso groß wie zwischen T3 und T4. Dies deutet darauf hin, daß beide Effekte, Abbremsung und Diffusion, sich im wesentlichen aufheben oder zweitrangig sind.

Die Strömungsgeschwindigkeit kann man so auf etwa 15 % genau bestimmen.

Da die Strömungsgeschwindigkeit nicht linear mit der Heizleistung zunimmt (sondern $\sim \dot{Q}^{0.357}$ nach (3.22)) und da außerdem (4.8) erfüllt sein mußte, konnte die Geschwindigkeit in der Praxis nur zwischen 1,2 und 2,6 m/s verändert werden.

Zur Wärmeübergangsmessung bei Zwangsströmung wurde zunächst eine feste Drehzahl eingestellt und dann die Heizleistung bei H2 solange variiert, bis die gewünschte Strömungsgeschwindigkeit gemessen wurde. Dann wurden die Wärmepulse bei H3 ausgeschaltet und der Wärmestrom in der Meßzelle H1 schrittweise erhöht.

4.2 Natürliche Konvektion

Bei niedriger Drehzahl, $f = 1$ Hz, Abb. 33 links, ist der Einfluß der Zentrifugalkraft gering und der Bulk-Helium-Zustand an der Meßzelle ist nahe an der Siedelinie. Man erwartet daher ähnliche Verhältnisse wie bei Badkühlung ohne Rotation. Beobachtet wird eine starke Zunahme der Wärmestromdichte mit der Temperaturdifferenz ($\dot{q} \sim \Delta T^{2,1}$ bzw. $\sim \Delta T^{2,6}$) im Bereich des Blasensiedens und bei einer kritischen Wärmestromdichte von $\dot{q}_c = 4000$ W/m² bzw. 5000 W/m² beim Kanaldurchmesser $d_h = 1.74$ bzw. $d = 14$ mm erfolgt der Übergang zum Filmsieden. Der Übergang von Film- zum Blasensieden findet bei kleinerer Wärmestromdichte statt (Hysterese).

Beim Blasensieden hängt der Wärmeübergang stark von der Oberflächenrauigkeit ab. Zum Vergleich sind zwei Kurven eingezeichnet, die Deev et al. /29/ beim Blasensieden in nicht rotierendem Helium mit rauher und polierter Oberfläche gemessen haben. Die hier gefundenen Werte liegen dazwischen.

Bei der höheren Drehzahl von 16,7 Hz beträgt der Heliumdruck an der Meßzelle $P = 0.174$ MPa. Die entsprechende Sättigungstemperatur ist $T_{sat} = 4.84$ K. Man beobachtet drei Bereiche: Bei niedriger Wärmestromdichte ist das Helium in der Grenzschicht unterkühlt (einphasig, flüssig), der Wärmeübergang erfolgt durch natürliche Konvektion, die von Auftriebskräften im Zentrifugalfeld ($\sim \omega^2 r \cdot \beta \cdot \Delta T$; $\omega^2 r/g = 350$) angetrieben wird. Der Wärmeübergangskoeffizient ist deutlich kleiner als beim Blasensieden bei $f = 1$ Hz. Sobald die Wandtemperatur höher ist als die Sättigungstemperatur, setzt unterkühltes Blasensieden ein, das Helium in der Grenzschicht ist zweiphasig und der Wärmeübergang wird drastisch besser. Eine Erhöhung der Wärmestromdichte von 1200 W/m² auf 10500 W/m² erhöht die Wandtemperatur von 4.83 K auf nur 4.92 K. Auch die kritische Wärmestromdichte ist höher als bei $f = 1$ Hz (8000 W/m² bzw. 12000 W/m² für $d_h = 1.74$ mm bzw. $d = 14$ mm).

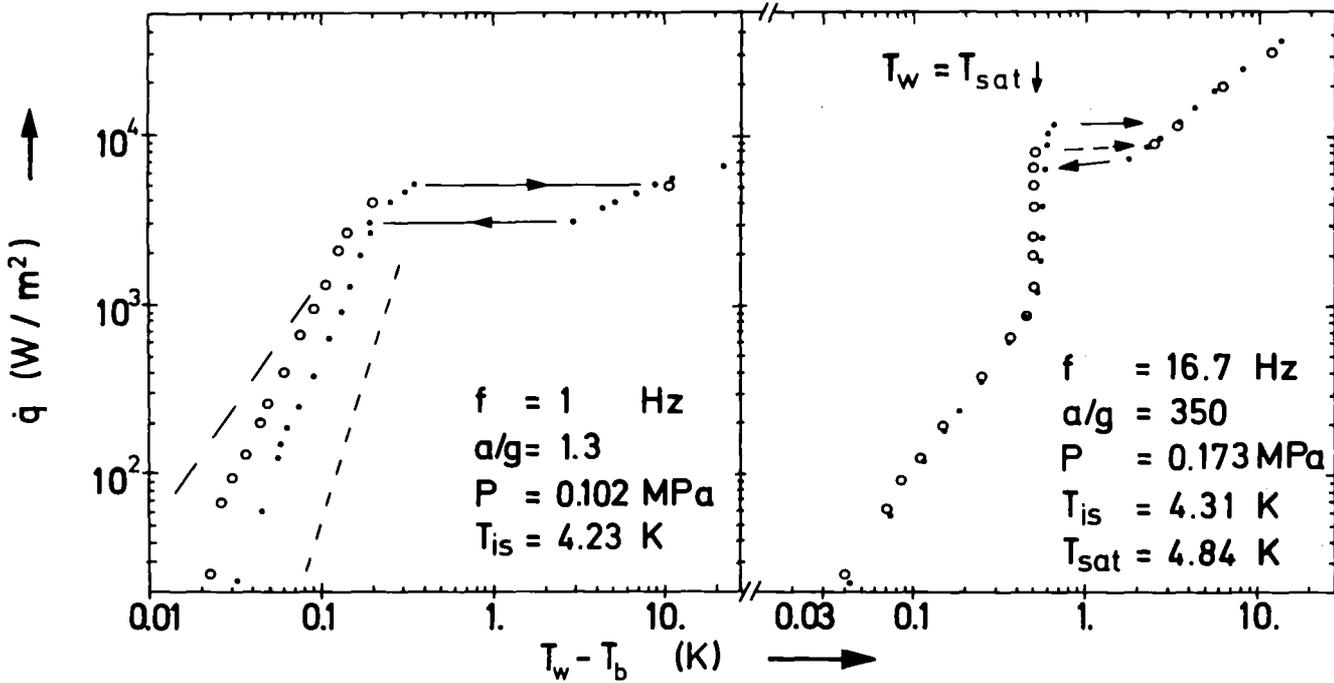


Abb. 33: Wärmeübergang bei natürlicher Konvektion an siedendes und unterkühltes Helium

• $d = 14 \text{ mm}$ ◦ $d_h = 1.74 \text{ mm}$

Zum Vergleich: Daten in nicht-rotierendem Helium mit
 — — rauher bzw. - - - polierter Heizfläche /29/ .

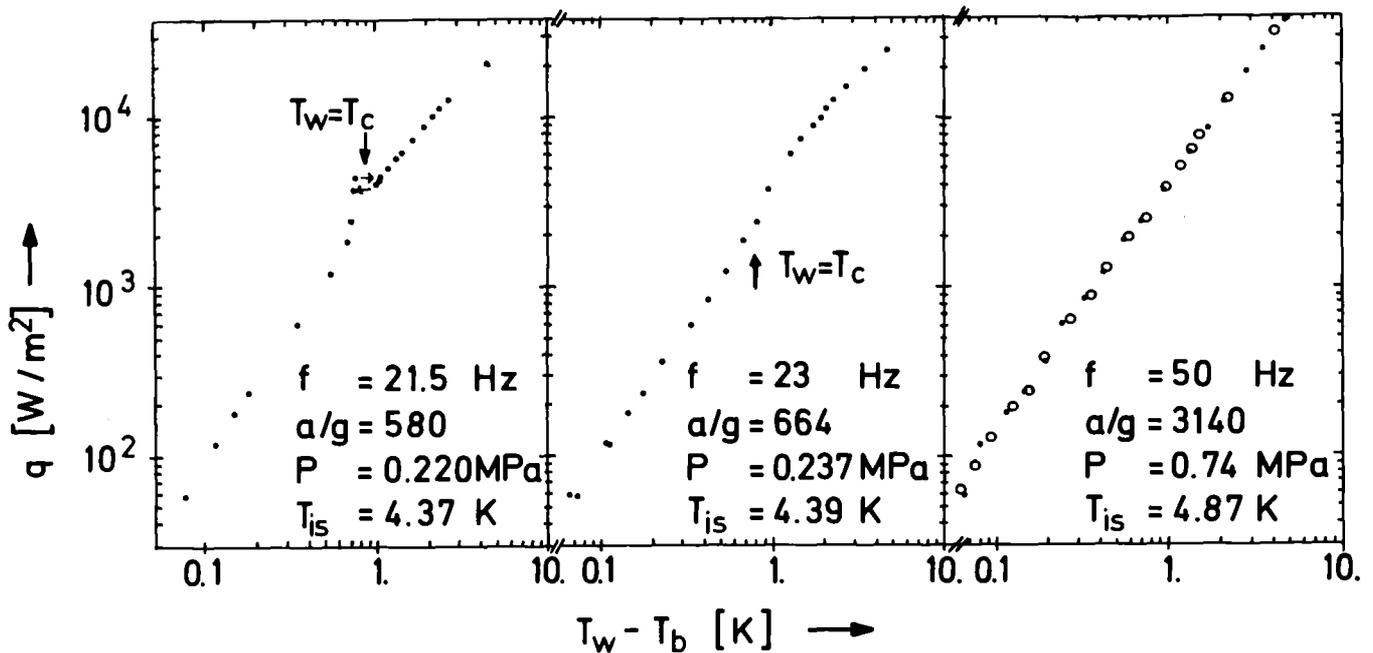


Abb. 34: Wärmeübergang bei natürlicher Konvektion mit Helium unter annähernd kritischem bzw. überkritischem Druck.

($P_c = 0.227 \text{ MPa}$, $T_c = 5.20 \text{ K}$)

• $d = 14 \text{ mm}$ ◦ $d_h = 1.74 \text{ mm}$

Auch im Bereich des Filmsiedens ist der Wärmeübergang besser als bei 1 Hz. Es fällt auf, daß - abgesehen von der kritischen Wärmestromdichte - die Kurven vom Kanaldurchmesser unabhängig sind.

Abb. 34 zeigt \dot{q} über $(T_W - T_b)$ -Kurven, wenn das isentrop komprimierte Helium an der Meßzelle unter ungefähr kritischem bzw. überkritischem Druck steht ($P_c = 0.227$ MPa). Bei 21,5 Hz ist der Druck noch unterkritisch und unterkühltes Blasensieden kann auftreten. Die kritische Wärmestromdichte ist kleiner als bei 16,7 Hz.

Wenn die Drehzahl geringfügig erhöht wird ($f = 23$ Hz), ist der Druck überkritisch und Blasensieden tritt nicht mehr auf. Der Wärmeübergang erfolgt durch Konvektion von einphasigem Helium.

Wenn die Drehzahl noch mehr als verdoppelt wird ($f = 50$ Hz) ändert sich der Wärmeübergangskoeffizient kaum mehr, obwohl dabei der Druck verdreifacht und die Zentrifugalbeschleunigung fast verfünffacht wird. Der Wärmeübergang ist unabhängig vom Kanalquerschnitt.

Für die Beschreibung des Wärmeüberganges bei natürlicher Konvektion mit einphasigem Fluid wird meist eine Korrelation zwischen den dimensionslosen Größen Nu und Ra gesucht. Ein einfacher Ansatz, der sich im nichtrotierenden Thermosiphon bewährt hat, ist

$$Nu = a \cdot Ra^b \quad (4.9)$$

Die Rayleighzahl ist definiert als

$$Ra = \frac{l^3 \cdot \rho^2 \cdot a \cdot \beta \cdot c_p \cdot (T_W - T_b)}{\eta \cdot k} \quad (4.10)$$

wobei für die Beschleunigung $a = \omega^2 r$ eingesetzt wird. Die Materialgrößen c_p, η, k, β und ρ werden für einen mittleren Grenzschicht-Zustand berechnet, d.h. bei dem Druck, der durch isentrope Kompression bestimmt ist und bei der mittleren Grenzschicht-Temperatur (engl.: film-temperature) $T_f = \frac{1}{2} (T_W + T_b)$.

Solange die Film Temperatur T_f nicht in der Nähe der pseudokritischen Temperatur ist, liegen die Meßpunkte annähernd auf einer Geraden im doppellogarithmischen Nu über Ra -Diagramm (Abb. 35). Die Meßpunkte umfassen einen Ra -Zahlenbereich von 6 Größenordnungen, wobei die Meßpunkte im dünnen Thermosiphon $d_h = 1,74$ mm im Bereich $10^8 < Ra < 10^{11}$ und die im 14 mm-Thermosiphon im Bereich $10^{10} < Ra < 10^{14}$ liegen.

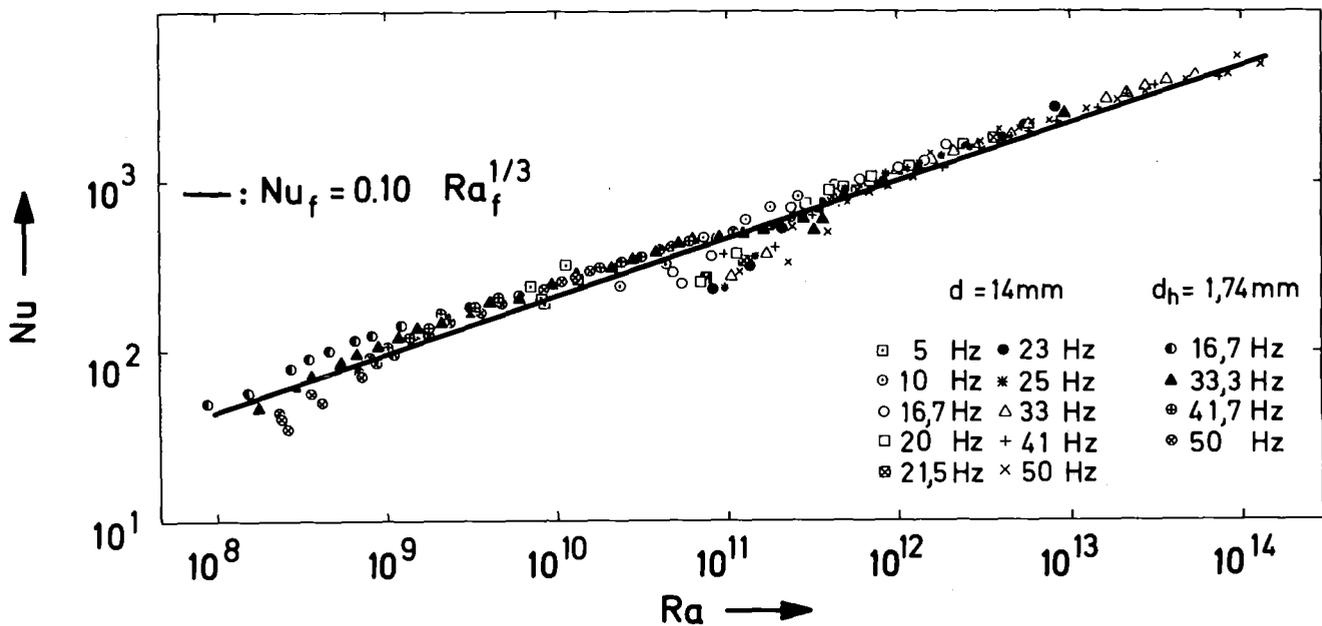


Abb. 35: Nu über Ra - Darstellung der Wärmeübergangsmessungen mit einphasigem Helium bei natürlicher Konvektion.

Nahe der pseudokritischen Temperatur variieren c_p, ρ, β, η und k sehr stark und die Nu - und Ra -Zahlen werden berechnet für einen Zustand, der nicht repräsentativ ist für die ganze Grenzschicht zwischen Wand und Bulk-Fluid. Solche Punkte wurden für einen Fit nicht herangezogen.

Der Fit ergibt

$$\text{Nu}_f = 0.078 \cdot \text{Ra}_f^{0.344} \quad (4.11)$$

Wenn man davon ausgeht, daß der Wärmeübergang unabhängig vom Kanaldurchmesser ist, muß der Exponent b den Wert $b = 1/3$ annehmen. Mit der Korrelation

$$\text{Nu}_f = 0.10 \cdot \text{Ra}_f^{1/3} \quad (4.12)$$

werden die Daten innerhalb 17% beschrieben wobei nur ein Parameter angepaßt wurde.

Eine ähnliche Formel wird oft für den Wärmeübergang bei natürlicher Konvektion in gewöhnlichen Fluids im Schwerfeld angegeben /30/:

$$\text{Nu} = 0.13 \cdot \text{Ra}^{1/3} \quad (4.13)$$

Auch die Daten von Scurlock und Thornton /17/ und von Ogata und Nakayama /18/, die bei anderer Geometrie und niedrigerer Zentrifugalbeschleunigung gemessen wurden, weichen von der Beziehung (4.12) nur wenig ab.

4.3 Zwangskonvektion

4.3.1 Theorie

In nicht-rotierenden Kanälen haben Giarratano et al /31/ für den Wärmeübergang mit einphasigem und überkritischem Helium in turbulenter erzwungener Strömung folgende Korrelation gefunden:

$$\text{Nu} = 0.0259 \cdot \text{Re}^{0.8} \cdot \text{Pr}^{0.4} \cdot \left(\frac{T_w}{T_b}\right)^{-0.716} \quad (4.14)$$

Zunächst wird angenommen, daß durch die Rotation nur der Zustand des Heliums verändert wird, daß aber Auftriebskräfte im Zentrifugalfeld oder Sekundärströmung durch Corioliskräfte keinen Einfluß haben. D.h. Nu , Re und Pr werden auf jenen Bulk-Helium-Zustand bezogen, der aufgrund isentroper Kompression an der

Wärmeübergangsfläche existiert. Die Nusselt-Zahl und damit auch der Wärmeübergangskoeffizient h hängt dann nur sehr wenig von der Drehzahl, aber stärker ($\sim w^{0.8}$) von der Strömungsgeschwindigkeit ab. Die gemessenen Werte werden mit dieser Relation verglichen.

Mori et al. /12/ geben zwei verschiedene Formeln an für die Änderung der Nusselt-Zahl infolge von Sekundärströmungen. Für $Pr = 0.7$ erhält man aus ihrer Formel (75) für den "praktischen Gebrauch":

$$Nu/Nu_0 = 1,12 \cdot \alpha'^{1/4} \cdot \left(1 + \frac{0,094}{\alpha'}\right)$$

mit

$$\alpha' = \left[Re / (\Gamma \cdot \chi')^2 \right]^{1/5}$$

$$\chi' = \left(1 + \frac{5,14}{\Gamma^2} \right)^{1/2} - \frac{2,27}{\Gamma} \quad (4.15)$$

und Γ wie in Gl. (3.28)

oder für "extrem große Reynoldszahl und Drehzahl":

$$Nu/Nu_0 = 1,157 \cdot \alpha^{1/5} \cdot \left(1 + \frac{0,059}{\alpha}\right)$$

mit α, χ und Γ wie in (3.28)

(4.16)

4.3.2 Meßergebnisse

In Abb. 36 ist die Wärmestromdichte über der Temperaturdifferenz aufgetragen für drei verschiedene Drehzahlen. Die Strömungsgeschwindigkeit beträgt 2 m/s. Die Meßpunkte lassen keine Abhängigkeit von der Drehzahl erkennen. Die quantitative Übereinstimmung mit Gl. 4.14 (durchgezogene Linie) ist gut.

Durch Sekundärströmung würde man nach Gl. (4.15) und Gl. (4.16) einen besseren Wärmeübergang, d.h. höhere Wärmestromdichte erwarten:

Drehzahl:	16.7 Hz	50 Hz
Gl. (4.15): Nu/Nu_0	1.55	1.73
Gl. (4.16): Nu/Nu_0	1.37	1.52

Dies wird nicht beobachtet.

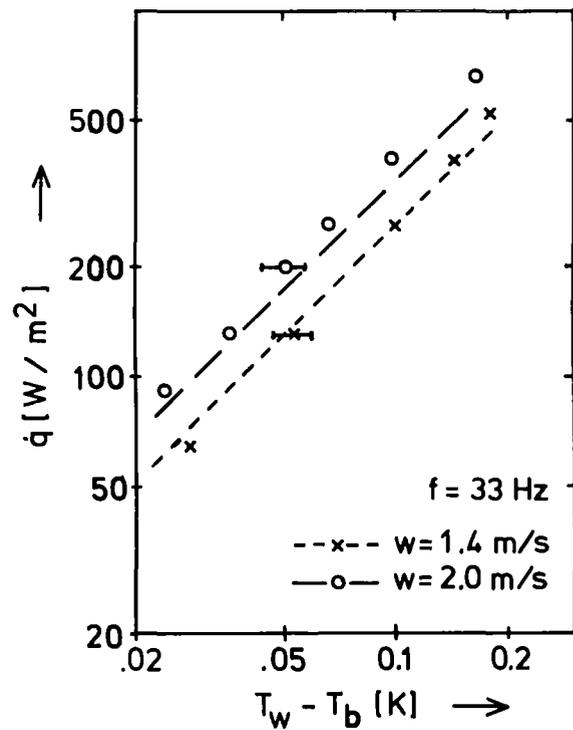
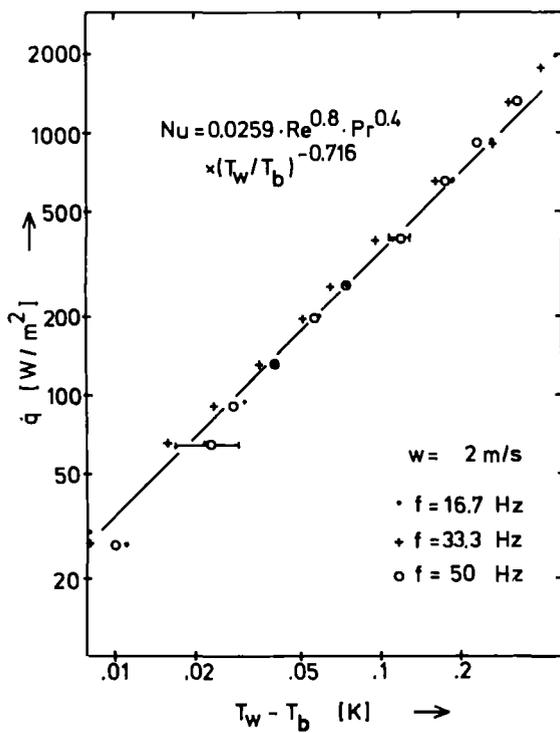


Abb. 36:

Wärmeübergang bei Zwangskonvektion
Parameter: Drehzahl

Abb. 37:

Wärmeübergang bei Zwangskonvektion
Parameter: Strömungsgeschwindigkeit

Abb. 37 zeigt die Wärmestromdichte über der Temperaturdifferenz für zwei verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten. Wiederum ist die Übereinstimmung mit Gl. 4.14 zufriedenstellend. Eine Verbesserung durch Sekundärströmung wird nicht beobachtet. Man würde $Nu/Nu_0 = 1,7$ nach (4.15) bzw. $Nu/Nu_0 = 1,5$ nach (4.16) erwarten.

4.4 Zusammenfassung: Wärmeübergang

Der Wärmeübergang an Helium in radial ausgerichteten rotierenden Kanälen hängt im wesentlichen davon ab, in welchem thermodynamischen Zustand sich das Helium am Ort der beheizten Fläche befindet. Dieser ist bestimmt durch die Kompression im Zentrifugalfeld und durch den Wärmestrom. Vom Heliumzustand hängt es ab, ob die Wärme abgeführt wird durch

- Konvektion mit einphasigem Helium (flüssig oder überkritisch)
- unterkühltes Blasensieden
- Filmsieden

Wärmeübertragung durch natürliche Konvektion mit einphasigem Helium wird beschrieben durch eine Formel, die ganz ähnlich vom Thermosiphon im Schwerfeld bekannt ist.

Der Wärmeübergang mit einphasigem Helium bei erzwungener turbulenter Strömung wird beschrieben durch dieselbe Formel, wie in nicht-rotierenden Kanälen. Lediglich die Zustandsänderung durch isentrope Kompression muß bei der Berechnung von Re-, Pr- und Nu-Zahl berücksichtigt werden. Eine Verbesserung des Wärmeüberganges durch Sekundärströmung wurde nicht beobachtet. Ein Modell, das für ein inkompressibles Fluid in kreisförmigen Kanälen entwickelt wurde, kann offenbar nicht auf kompressibles Helium in rechteckigen Kanälen übertragen werden.

In Abb. 38 sind die verschiedenen Bereiche des Wärmeüberganges mit Helium in rotierenden Kanälen noch einmal zusammengefaßt und mit dem Bereich für Helium-Badkühlung verglichen. Man sieht insbesondere, daß der Wärmeübergang mit natürlicher Konvektion im Bereich $a/g = 600 \dots 3140$ in doppellogarithmischer Darstellung gut durch eine Gerade beschrieben wird:

$$\frac{\dot{q}}{[\text{W/m}^2]} = 4,13 \cdot 10^3 \left(\frac{T_w - T_b}{[\text{K}]} \right)^{1,44} \quad (4.17)$$

Diese Gleichung ist einfacher zu handhaben als Gl. 4.12 .

Das Flußdiagramm von Abb. 39 zeigt, wie man bei der Lösung von Wärmeübergangsproblemen in rotierenden Kanälen vorgehen kann.

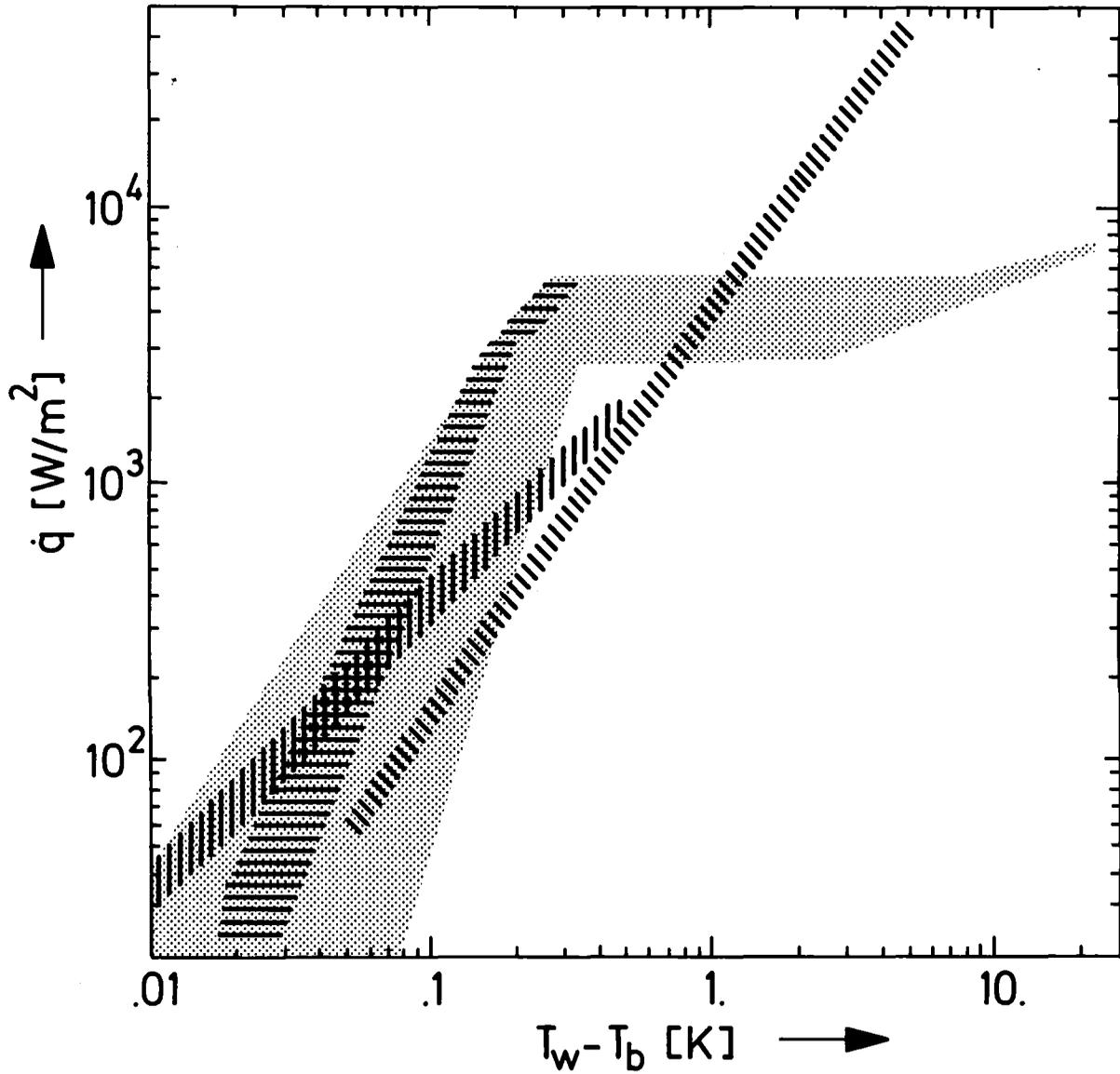


Abb. 39: Wärmeübergang; Vergleich der Bereiche von

- ⋮⋮⋮ Blasensieden (Pool-Boiling) nach /29/
- ≡≡≡ Blasensieden bei langsamer Rotation
- |||| erzwungene Konvektion
- /// natürliche Konvektion; $a/g = 600 \dots 3140$

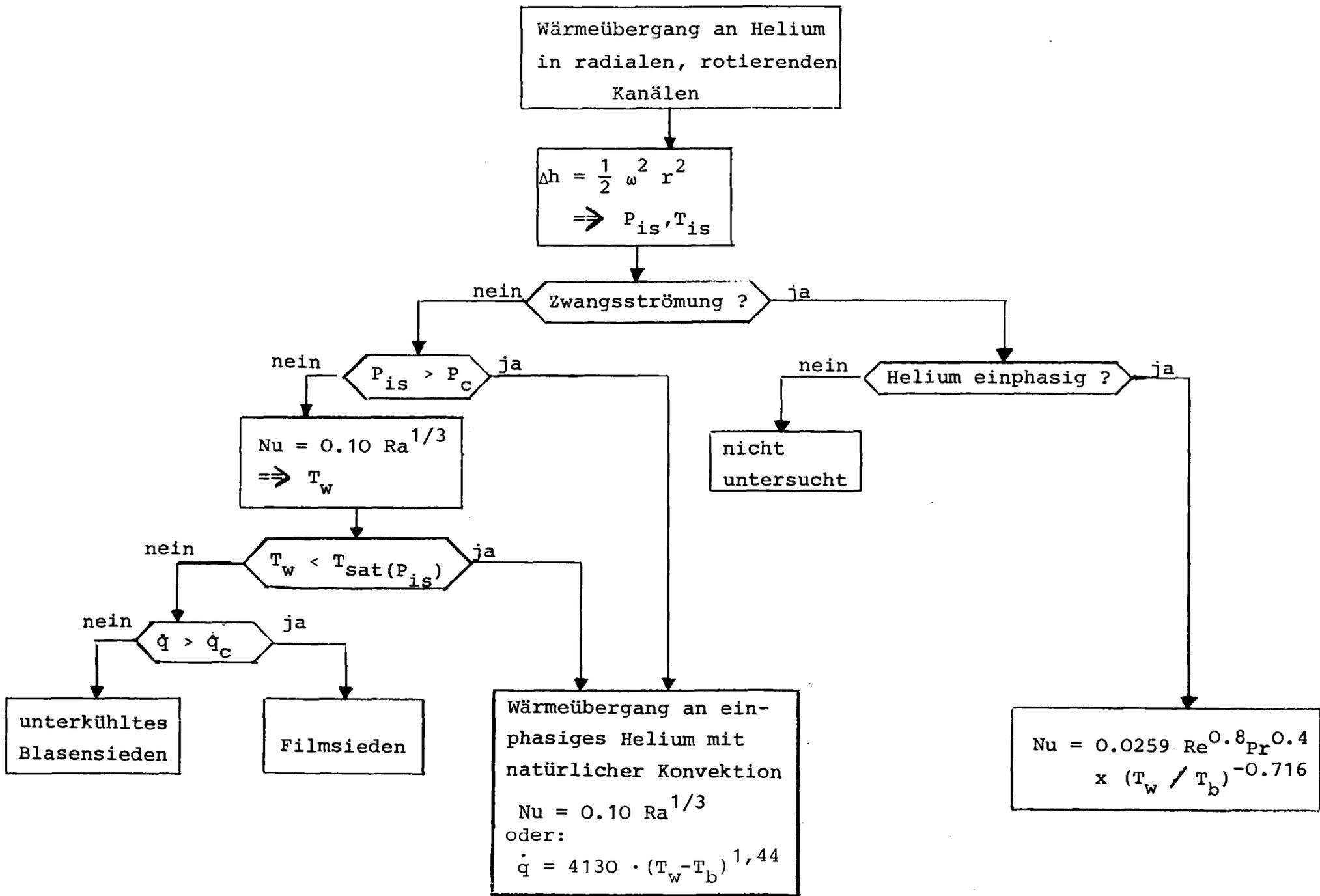


Abb.39: Flußdiagramm zur Berechnung des Wärmeüberganges in rotierenden Kanälen

5. Literaturverzeichnis

- |1| A. Hofmann, P. Komarek, Kerntechnik, Bd 20,175,(1978)
- |2| G. Bogner, D. Kullmann, Elektrical Machines with Superconductors, Part 3, Turbogenerators, Siemens Forschungs- und Entwicklungsberichte, 5 (1976), Nr. 1 pp. 10 - 16
- |3| M. Rabinowitz, Cryogenic Power Generation, Cryogenics 17 (1977), 319 - 330
- |4| P. Dubois (Hrsg.), Superconducting Generators, Comparison with Conventional Generators, Current development programs, Areas for european collaboration; Commission des Communautés Européennes, Contract 073 73 12 ECIF (1975)
- |5| J.S. Joyce et al., Will Large Turbine-Generators of the Future Require Superconducting Field Turbogenerators?, American Power Conference, Chicago, April 18, 1977
- |6| B.B. Schwartz, S. Foner (Editors), Superconductor Applications: SQIDs and Machines, Plenum Press, New York-London, (1977)
- |7| G.K. Thornton, Thesis, University of Southampton (UK), 1974
- |8| I.L. Zotov, Analiz termicheskogo sostoyaniya sverkhprovodyashchikh rotorov elektricheskikh mashin XIV Congres International du Froid, Moskau 1975 (Deutsch: Kernforschungszentrum Karlsruhe KFK-tr-534, 1977)
- |9| A. Bejan, Refrigeration for Rotating Superconducting Windings of large AC Electrical Machines, Cryogenics 16 (1976), 153
- |10| L.E. Haseler et al., Copper conduction precooling of helium refrigerant in rotating superconducting machines, Cryogenics 16, (1976), p. 337
- |11| A. Hofmann, Thermally induced convection of helium in a rotating frame, 6th International Cryogenic Engineering Conference, Grenoble, 1976

- |12| Y. Mori, T. Fukada, W. Nakayama, Convective heat transfer in a rotating radial circular pipe, Int. J. Heat Mass Transfer 14, pp. 1807 - 1824, (1971)

- |13| H. Ito, K. Nanbu; Flow in Rotating Straight Pipes of Circular Cross Section, J. Basic Engineering 1971, p. 383

- |14| T.E. Laskaris, A cooling concept for improved field winding performance in large superconducting ac generators, Cryogenics 17, 1977, 201

- |15| A. Hofmann, H. Köfler, C. Schnapper, Thermodynamics of a self pumping cooling cycle for superconducting generator applications. Cryogenics 17, (1977), 429

- |16| P.W. Eckels, A.S. Ying, A helium Cooling System for large Superconducting A.C. Generators, ASME Winter Annual Meeting, Atlanta, Georgia (USA), 1977

- |17| R.G. Scurlock, G.K. Thornton, Pool Heat Transfer to Liquid and Supercritical Helium in High Centrifugal Acceleration Fields, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 20, 31 - 40, (1977)

- |18| H. Ogata, W. Nakayama, Heat Transfer to Subcritical and Supercritical Helium in Centrifugal Acceleration Fields, Cryogenics, 17, 461 - 470, (1977)

- |19| L.E. Haseler, R.G. Scurlock, D.B. Utton, Thermodynamics of helium in the rotating frame between 3.0 and 6.0 K, Cryogenics 17, (1977), 703

- |20| R.D. McCarty, J. Phys. Chem. Ref. Data 2, (1973), 923

- |21| J.W. Dean, R.J. Richards, Int. Advances in Cryogenic Engineering 13, (1968), p. 505

- |22| I.N. Kalinika, Temperature Dependence of the Resistance of Carbon Thermometers, Cryogenics 4, (1964), p. 327

- |23| L.D. Landau, E.M. Lifschitz, Lehrbuch der theoretischen Physik, Bd. VI, Akademie Verlag Berlin, 1966, Seite 9f

- |24| Koster, Kernforschungszentrum Karlsruhe, IRB; Private Mitteilung

- |25| V. Arp, Forced flow single phase helium cooling systems, Adv. Cryog. Eng. 17, 342 - 351, (1972)

- |26| G.K. Thornton, The Solution of the Steady-State and Transient Behaviour of a Rotating, Helium-filled Thermosiphon Loop, Int. Cryogenic Engineering Conference, Mai 1976, Grenoble

- |27| L.E. Haseler, R.G. Scurlock, G.K. Thornton, Thermodynamic considerations for the refrigeration of rotating superconducting machinery, Cryogenics 16, 331, (1976)

- |28| G.G. Haselden, Cryogenic Fundamentals, Academic Press London and New York, 1971, p. 322

- |29| V.I. Deev et al., Cryogenics 17, pp. 557 - 562, (1977)

- |30| M. Jakob, Heat Transfer 1, John Wiley & Sons, (1949), p. 429

- |31| P.J. Giarratano, V.D. Arp, R.V. Smith, Cryogenics 11, p. 385, (1971)

6. Verzeichnis der Symbole

a, b	Koeffizienten
A	Kanalquerschnitt bzw. beheizte Oberfläche
a	Zentrifugalbeschleunigung = $\omega^2 r$ m/s ²
c _p	spezifische Wärme J/kg·K
d	Kanaldurchmesser m
d _h	hydraulischer Kanaldurchmesser = $4 A/U$ m
f	Drehzahl Hz
h	spezifische Enthalpie J/kg
h	Wärmeübergangskoeffizient $h = \dot{q}/(T_W - T_b)$ W/m ² ·K
k	Wärmeleitfähigkeit W/m·K
l	charakteristische Länge m
L	Kanallänge m
Nu	Nusseltzahl = $h \cdot l/k$
P	Druck Pa oder 10 ⁵ Pa = 1 bar
Pr	Prantl-Zahl = $c_p \cdot \eta/k$
\dot{Q}	Wärmestrom W
\dot{q}	Wärmestromdichte = \dot{Q}/A W/m ²
r	Radialkomponente bzw. Abstand von Rotationsachse m
R	Elektrischer Widerstand Ω
R	Radiale Abmessung des Meßeinsatzes m
	in Kap. 3.2: Radialkomponente der Wärmequelle m
Ra	Rayleighzahl = $l^3 \cdot \rho^2 \cdot a \cdot \beta \cdot c_p \cdot (T_W - T_b) / (\eta \cdot k)$
Re	Reynoldszahl = $w \cdot l \cdot \rho / \eta$
s	spezifische Enthalpie J/kg·K
t	Zeit s
T	Temperatur K
u	Umfangsgeschwindigkeit m/s
u	spezifische innere Energie J/kg
v	spezifisches Volumen = $1/\rho$ m ³ /kg
w	Strömungsgeschwindigkeit m/s

Griechische Symbole

β	Volumenausdehnungskoeffizient	$ K^{-1} $
Δ	Differenz	
ζ	Reibungskoeffizient für turbulente Strömung	
η	dynamische Zähigkeit	$ kg/m \cdot s $
ρ	Dichte	$ kg/m^3 $
τ	Verzögerungszeit	$ s $
ω	Winkelgeschwindigkeit	$ s^{-1} $

Indizes

o	Eigenschaft bei Stillstand bzw. im Zentrum
b	bulk
c	kritisch
f	bezogen auf Film-Temperatur $T_f = \frac{1}{2}(T_w + T_b)$
fl	flüssig
g	gasförmig
is	berechnet unter der Annahme isentroper Kompression
sat	Sättigung
stat	stationär
w	Wand

6. Anhang A1

Behauptet wird: Konvektion kann auftreten, wenn $\frac{\partial s}{\partial r} \geq 0$ (3.2)

Man betrachtet ein Fluidelement im Thermosiphon, welches sich an der Stelle r_1 im Gleichgewicht befindet, mit dem spezifischen Volumen $v(P_1, s_1)$, P_1 = Gleichgewichtsdruck und s_1 = Gleichgewichtsentropie im Radius r_1 (Abb. 6). Verschiebt man dieses Fluidelement adiabatisch um $-\Delta r$ nach r_2 , so hat es dort das spezifische Volumen $v'(P_2, s_1)$.

Das Fluidelement war an der Stelle r_1 nur dann im stabilen Gleichgewicht, wenn bei dieser Verschiebung eine rücktreibende Kraft auftritt. D.h. das Fluidelement muß bei r_2 eine größere Zentrifugalkraft erfahren als dasjenige, welches es dort aus seiner Gleichgewichtslage verdrängt. Dieses hat das spezifische Volumen $v''(P_2, s_2)$.

$$\omega^2 r_2 \cdot A \cdot dr \cdot \frac{1}{v'} > \omega^2 r_2 \cdot A \cdot dr \cdot \frac{1}{v''} \quad (\text{A 1.1})$$

$$\Delta v = v''(P_2, s_2) - v'(P_2, s_1) > 0 \quad (\text{A 1.2})$$

Reihenentwicklung nach $\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{\partial s}{\partial r} \cdot (-\Delta r)$ ergibt:

$$\Delta v = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_P \cdot \frac{\partial s}{\partial r} \cdot (-\Delta r) > 0 \quad (\text{A 1.3})$$

Eine thermodynamische Beziehung lautet

$$\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_P = \frac{T}{c_p} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{T}{c_p} \cdot v \cdot \beta \quad (\text{A 1.4})$$

T , c_p und v sind stets positiv. Wenn auch der Volumenausdehnungskoeffizient positiv ist, gilt mit (A 1.3):

$$\text{Fluid ist stabil, wenn } -\frac{\partial s}{\partial r} > 0 \quad (\text{A 1.5})$$

bzw.: Konvektion kann auftreten, wenn

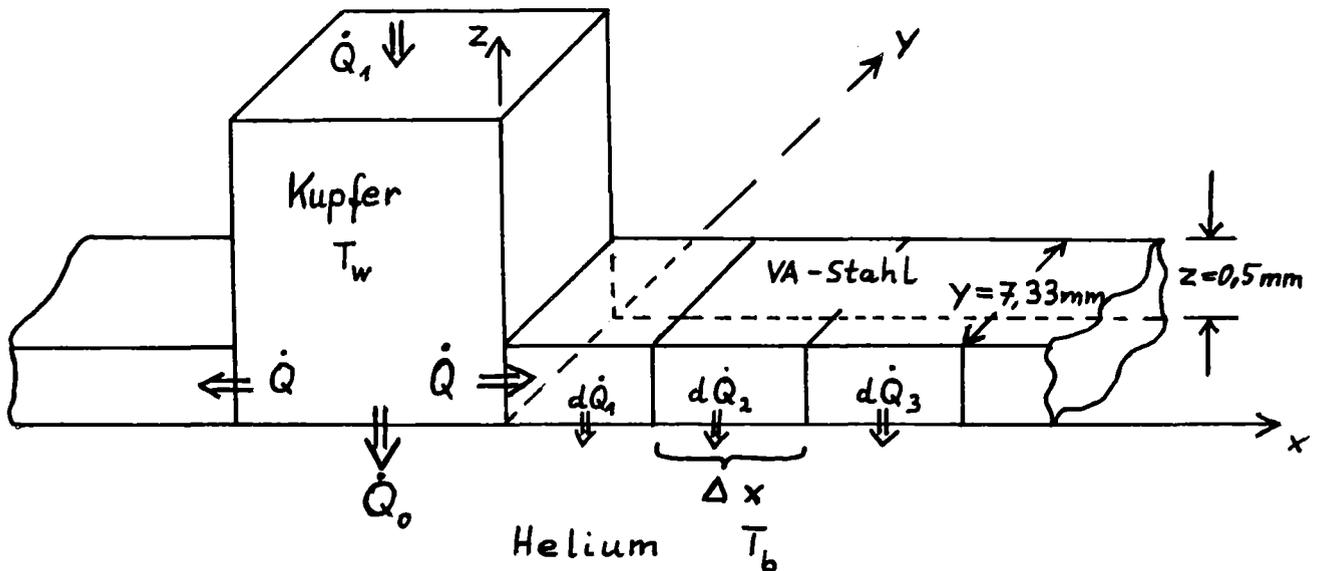
$$\frac{\partial s}{\partial r} \geq 0 \quad (\text{3.2})$$

q.e.d.

Anhang 2

Wärmeleitung durch Stahlrohr - Wand

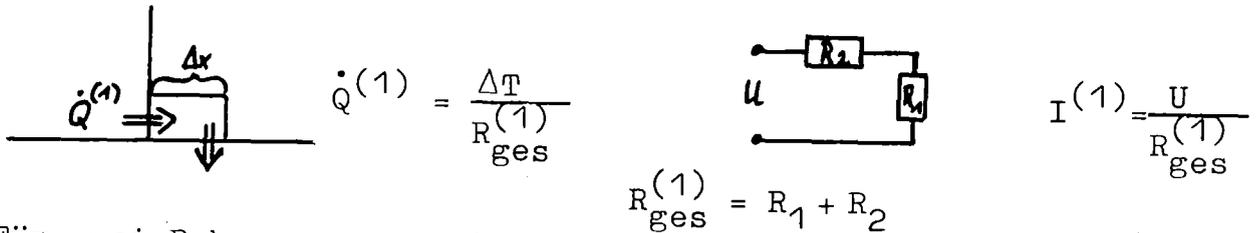
Bei der Wärmeübergangsmessung fließt ein Teil des von der Heizung H1 erzeugten Wärmestromes indirekt durch die Wand des Stahlrohres ins Helium. Man mißt daher einen etwas zu großen Wärmeübergangskoeffizienten. Mit Hilfe der Wärmeleitfähigkeit von Stainless Steel bei 4 K, $k = 0,3 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ /28/ kann man diesen Wärme-Fehlstrom abschätzen:



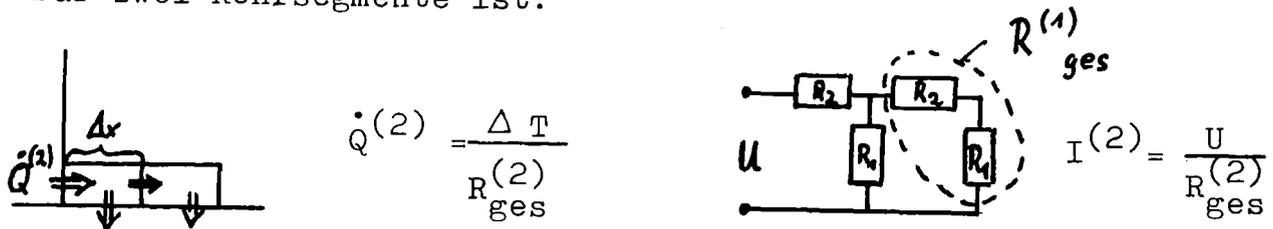
Das Problem wird in einer eindimensionalen Näherung behandelt. Die Größe des Wärmestromes \dot{Q} , der nach einer Seite in die Stahlrohrwand eindringt, erhält man mit einer Analogierechnung, bei der folgende Größen analog sind:

Wärmestrom	\dot{Q}	Stromstärke	I
Temperaturdifferenz zwischen Cu-Block und Bulk-Fluid	ΔT	Spannung	U
Wärmeübergangswider- stand	$R_1 = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} = \frac{1}{h \cdot y \cdot \Delta x}$	Widerstand	R_1
Wärmeleitungswiderstand	$R_2 = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} = \frac{\Delta x}{k \cdot y \cdot z}$	Widerstand	R_2

Für den Wärmestrom durch ein Rohrsegment der Länge Δx gilt dann:



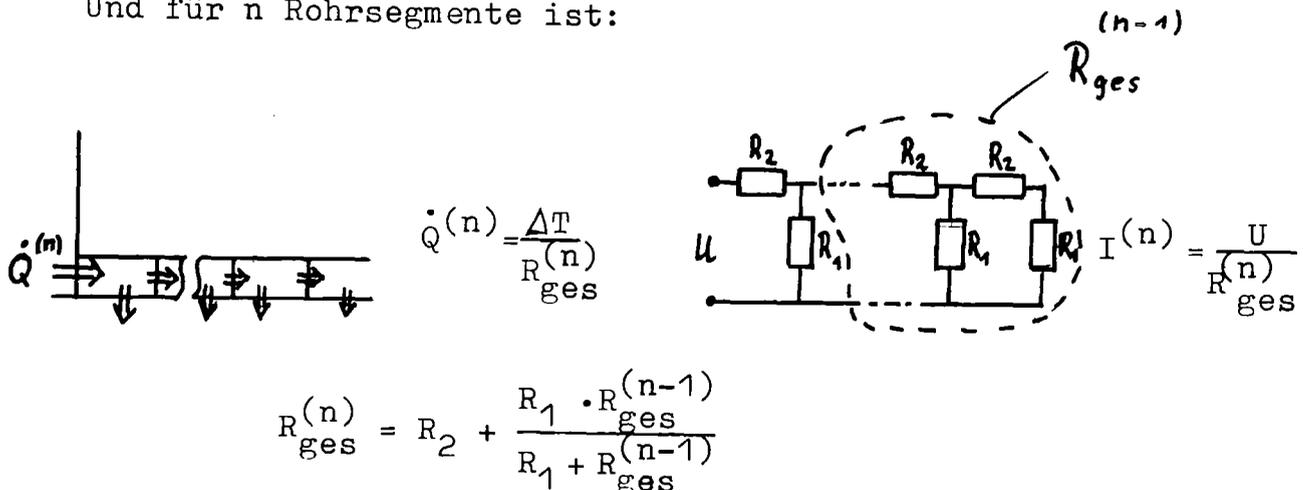
Für zwei Rohrsegmente ist:



Zu $R_{ges}^{(1)}$ wird R_1 parallel und R_2 in Serie geschaltet:

$$R_{ges}^{(2)} = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_{ges}^{(1)}}{R_1 + R_{ges}^{(1)}}$$

Und für n Rohrsegmente ist:



Mit genügend feiner Unterteilung Δx wurde so der Leck-Wärmestrom numerisch berechnet. Mit Verdrängerkörper fließt ein Wärmestrom nur in $\pm x$ - Richtung, da in y - Richtung keine Wärmesenke vorhanden ist. Ohne Verdrängerkörper fließt er in $\pm x$ und $\pm y$ - Richtung.