



KfK 2728  
Dezember 1978

# **Rauscharme Messung einer HF-Amplitude auf der Basis der Nichtlinearität einer Reaktanz-Kennlinie**

R. Jäger  
Institut für Kernphysik

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Kernphysik

KfK 2728

RAUSCHARME MESSUNG EINER HF-AMPLITUDE AUF DER BASIS  
DER NICHTLINEARITÄT EINER REAKTANZ-KENNLINIE\*

Robert Jäger

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

\* von der Fakultät für Elektrotechnik der Universität (TH)  
Karlsruhe genehmigte Dissertation

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
ISSN 0303-4003

# Low-noise Measurement of an RF Amplitude on the Basis of the Non-linearity of a Reactance Characteristic

## Abstract

In the development of fast RF amplitude measurement systems the accuracy is limited above all by the statistical errors of measurement. This limitation is smaller in a non-d.c. measurement technique as compared with a d.c. technique and is constituted by the thermal noise of the equivalent resistances. This is the first report on such a measuring system utilizing the non-linear capacity characteristic of a varactor diode to demodulate the RF amplitude. An accuracy of the amplitude measurement of  $10^{-5}$  was achieved in the S band (2.7 GHz) at room temperature and a bandwidth of 100 kHz.

## Zusammenfassung

Die Meßgenauigkeit bei der Entwicklung schneller HF-Amplitudenmeßsysteme wird vor allem durch die statistischen Meßfehler begrenzt. Diese Begrenzung ist bei einem gleichstromfreien Meßverfahren kleiner als bei einem gleichstrombehafteten und liegt dann in dem Wärmerauschen der Verlustwiderstände. Die vorliegende Arbeit berichtet erstmals über ein solches Meßsystem, bei dem die nichtlineare Kapazitätskennlinie einer Varaktordiode zur Demodulation der HF-Amplitude eingesetzt wird. Bei Zimmertemperatur und einer Meßbandbreite von 100 kHz konnte dabei im S-Band (2,7 GHz) eine Amplitudenmeßgenauigkeit von  $10^{-5}$  erreicht werden.

## INHALTSVERZEICHNIS

1. <u>Einleitung</u>	1
2. <u>Mikrowellen-Meßsysteme</u>	4
2.1 Ausgangsbedingungen	4
2.2 Anforderungen an das Meßsystem	9
2.3 Meßmethoden	13
3. <u>Beschreibung der Meßgröße und die Wirkung statistischer Störungen</u>	19
3.1 Beschreibungsmodell für Signal und Störungen	19
3.2 Meßgenauigkeit aufgrund von Rauschstörungen	24
3.3 Optimaler Empfänger	28
4. <u>Varaktordemodulator als HF-Amplitudenmeßsystem</u>	35
4.1 Varaktor-Diode	36
4.1.1 Struktur und allgemeines Ersatzschaltbild	36
4.1.2 Vereinfachtes Ersatzschaltbild und Kapazitäts-Spannungs-Beziehung	38
4.2 Kapazitätskonversion bei Spannungs- bzw. Stromsteuerung	42
4.2.1 Konversionsbeziehung bei idealer Spannungssteuerung	42
4.2.2 Konversionsbeziehung bei Stromsteuerung	43
4.2.3 Experimentelle Ergebnisse	46
4.3 Frequenzanaloges Meßsystem	52
4.3.1 Schwingkreis mit externem Erregersystem	52
4.3.2 Parametrischer Schwingkreis	54

4.3.2.1	Systemgleichungen	54
4.3.2.2	Anwendung der harmo- nischen Balance	58
4.3.2.3	Näherungsweise Ermittlung der Schwingungsparameter	64
4.4	FM-Demodulator	74
5.	<u>Eigenschaften des Varaktordemodulators</u>	76
5.1	Rauschverhalten	76
5.1.1	Das Rauschen des parametrischen Leistungs-Frequenz-Konverters	76
a)	Theoretische Betrachtung	76
b)	Experimentelle Verifizierung	79
5.1.2	Das Rauschen des FM-Demodulators	82
5.2	Temperaturverhalten	84
5.3	45°-Bandbreite und Dynamikbereich	90
5.4	Zusammenfassende Tabelle der Eigenschaf- ten des Varaktordemodulators	91
6.	<u>Technische Realisierung des P/f-Konverters</u>	92
6.1	Grundsätzlicher Aufbau	92
6.2	Anpaßnetzwerk und dessen Ersatzschaltung	93
6.3	Ersatzelemente des parametrisch entdämpften Schwingkreises	100
6.4	Gesamte Ersatzschaltung des parametri- schen Systems und dessen Reflexionsfaktor	101
6.5	Vereinfachtes parametrisches System	104
7.	<u>Anhang</u>	112

## 1. Einleitung

Die Entdämpfung eines schwingungsfähigen Systems unter Ausnutzung des parametrischen Prinzips, das die Literatur bereits im vorigen Jahrhundert anhand mechanischer Schwingungsvorgänge behandelte <sup>43</sup>, erlebte mit der Realisation genügend verlustloser nichtlinearer Reaktanzen eine erfolgreiche Renaissance. Mittels parametrischer Leistungsumsetzung an diesen Bauteilen konnte man vor etwas mehr als 20 Jahren das seit Jahrzehnten aktuelle Problem der Entwicklung rauscharmer Empfangsstufen in nahezu idealer Weise lösen. Deshalb bestand die Erwartung, auf der Grundlage dieser Elemente auch ein Fortschritt in der Entwicklung rauscharmer HF-Amplituden-Meßeinrichtungen zu erreichen.

Mit der Forderung nach einem genauen Mikrowellen-Amplituden-Meßsystem, wie sie etwa in Kapitel 2 formuliert wird, ist ein Studium der Rauschprobleme und deren Wirkung auf die Meßgenauigkeit verbunden. Es hat sich dabei gezeigt (s. Kap. 3), daß mit den üblichen Gleichrichterdetektoren die geforderte Genauigkeitsgrenze nicht erreicht werden kann, da das Verhalten dieser Dioden durch starke statistische Schwankungseffekte bestimmt wird. Zu nennen sind hier das Schrotrauschen, das Rekombinationsrauschen, das Wärmerauschen und das Funkelrauschen <sup>33</sup>. Insbesondere bei niedrigen Modulationsfrequenzen der Mikrowellenamplitude stellt das zuletzt genannte Rauschphänomen die dominierende Rauschquelle dar <sup>36</sup> und beeinträchtigt daher zuerst die Meßgenauigkeit. Ein verbessertes Meßverfahren hat somit vor allem diesen Rauschanteil zu verdrängen.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Realisierung einer solchen Maßeinrichtung. Im Gegensatz zu den bisher eingesetzten Gleichrichterdetektoren wird hier erstmals vorgeschlagen, von der Nichtlinearität einer Reaktanz-Kennlinie zur Demodulation eines HF-Signals Gebrauch zu machen. Aufgrund der



günstigen Rauscheigenschaften solcher Bauelemente -im Idealfall geht sowohl das Schrot-, das Rekombinations- als auch das Funkelrauschen gegen Null - läßt sich die Meßgenauigkeit wesentlich steigern. Es konnte gezeigt werden, daß bei Kurzmessungen (Meßbandbreite  $> 500$  Hz) die Meßgenauigkeit einer solchen Meßeinrichtung im wesentlichen durch das Wärmerauschen der Verlustwiderstände begrenzt wird.

Ziel der Arbeit ist es, einen für das gegebene Meßproblem optimalen Empfänger zu entwickeln. Zur Verdeutlichung sei daran erinnert, daß bei der Definition der Meßgenauigkeit aufgrund von Rauschstörungen die Meßbandbreite eine entscheidende Rolle spielt. Da bei zu großer Bandbreite das Eigenrauschen der Meßeinrichtung zu stark bewertet wird und bei zu kleiner Bandbreite Einschwingvorgänge des Filters die Messung beeinflussen, wird für jedes Meßproblem ein optimales Meßfilter existieren. In Kapitel 2 wird daher zunächst das Meßproblem präzisiert und daraus die Anforderungen an das Meßsystem abgeleitet. Anhand eines Signalmodells kann dann in Kapitel 3 die Beschreibung von Signal und Störungen erfolgen. Mit den statistischen Eigenschaften dieser Signale, die durch die entsprechenden Leistungsdichten vollständig beschrieben werden, läßt sich die Systemfunktion des optimalen Empfängers herleiten. Mit dieser Systemfunktion kann schließlich die Meßgenauigkeit aufgrund der Rauschstörungen quantitativ berechnet werden.

In Kapitel 4 werden die theoretischen Grundlagen für die Messung eines Mikrowellensignals mit Hilfe der reaktiven Kennlinie einer Varaktordiode wiedergegeben. Die das System beschreibenden Differentialgleichungen sind dabei sowohl nichtlinear als auch zeitvariant. Als Hilfsmittel zur Lösung dieser Gleichungen dient dabei die harmonische Balance, ein

in der Regeltechnik wohlerprobtes Verfahren zur Ermittlung von Dauerschwingungen in nichtlinearen Systemen. Dieses Verfahren wurde hier erstmals zur Berechnung der Eigenfrequenzschwankungen eines parametrischen Systems herangezogen und beschreibt treffend die experimentellen Ergebnisse.

Die Begrenzung der Meßgenauigkeit aufgrund von Rauscheinflüssen ist nur für Kurzzeitmessungen relevant. Für Langzeitmessungen ist das Temperaturverhalten der Meßeinrichtung maßgebend. Daher wird in Kapitel 5 nicht nur das Rausch-, sondern auch das Temperaturverhalten des realisierten Systems betrachtet. Zum experimentellen Nachweis der theoretischen Ergebnisse werden Amplitudenschwankungen des Mikrowellensignals unter Benutzung eines Regelkreises im Frequenzbereich (PLL-Prinzip) auf - bei Amplitudenregelungen - unkonventionelle Weise ausgeregelt.

Kapitel 6 ist schließlich der technischen Realisierung des Meßsystems vorbehalten.

## 2. Mikrowellen-Meßsysteme

### 2.1. Ausgangsbedingungen

Seit geraumer Zeit werden Möglichkeiten für die Entwicklung einer neuen Generation von Elektronenmikroskopen untersucht. Der heutige Stand der Tieftemperaturtechnik und der Supraleitung ermöglicht es, diese Technologien zur Verbesserung der bisher üblichen Geräte einzusetzen. Der Einsatz der Tieftemperaturtechnik hat dabei in zweierlei Hinsicht Bedeutung. Zum einen wird die Forderung nach einer geringen thermischen Bewegung im Objekt erfüllt, die vor allem bei hohen Auflösungen maßgeblich ist, zum anderen kann dem Wunsch nach einer hohen Strahlenergie zur Untersuchung dickerer Objekte -bei gleichzeitig geringen Gerätedimensionen- durch den Einsatz supraleitender Mikrowellen-Linearbeschleuniger entsprochen werden. Ein Überblick über ein derartiges Vorhaben ist in <sup>1,2,3</sup> gegeben.

Unter der Voraussetzung sonst idealer Bedingungen ist die Auflösungsgrenze des Mikroskops durch die Energieunschärfe des Elektronenstrahls in der Objektebene gegeben. Diese Unschärfe wird zum einen durch die Energieverteilung der aus der Quelle emittierten Elektronen bestimmt, zum anderen durch die Konstanz der Beschleunigungsspannung. Während die Energieunschärfe  $\Delta E/E$  der aus der Quelle emittierten Elektronen mit wachsendem Absolutbetrag der Elektronenenergie abnimmt, und bei hohen Energien vernachlässigt werden kann, ist zur Amplitudenstabilisierung ein Hochfrequenzregelsystem erforderlich. Durch die Genauigkeit dieses Regelsystems wird bislang die Energieunschärfe - und damit die Auflösung - vorgegeben.

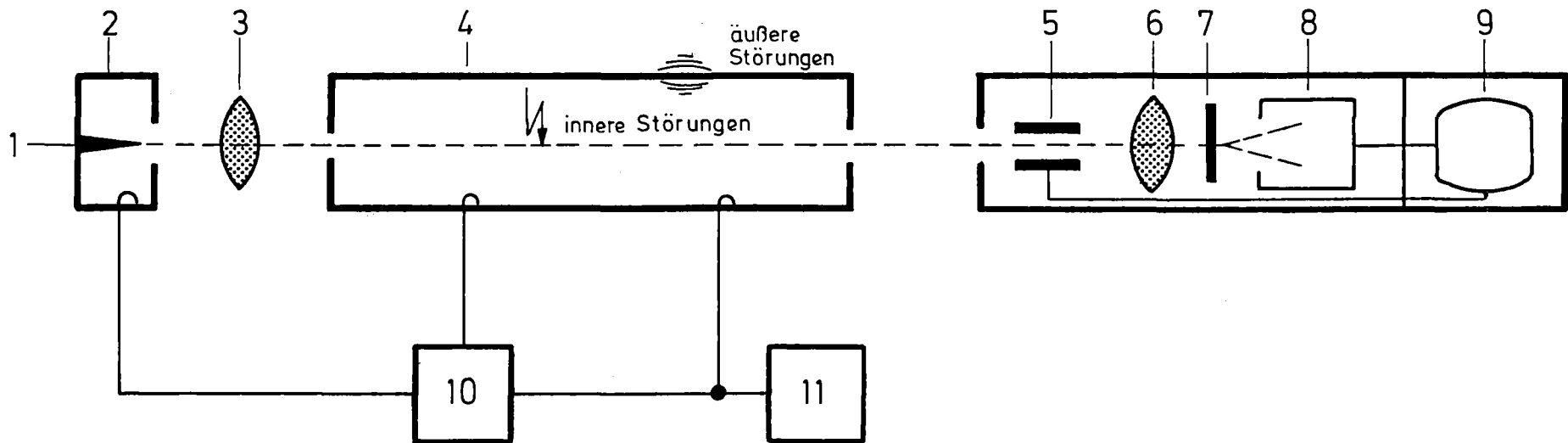
Da Interesse bestand, das Auflösungsvermögen eines Mikroskops mit Mikrowellenbeschleuniger zu erhöhen, mußte nach Wegen gesucht werden, um die Genauigkeit des nach <sup>4</sup> aufgebauten Regelsystems von  $\Delta U/U \approx 10^{-4}$  zu verbessern. Der wesentliche Schritt hierzu ist, ein geeignetes Amplitudenmeßsystem zu finden, da die Regelgenauigkeit entscheidend von den Eigenschaften der Meßeinrichtung bestimmt wird.

Ausgehend von einem stark vereinfachten Ersatzschaltbild für das Mikroskop (Abb. 2.1) lassen sich zunächst eine Reihe von Störgrößen aufzählen, die auf das System einwirken und daher den Betrieb des Mikroskops erschweren.

Die Erzeugung von Elektronen mit möglichst monochromatischer Energieverteilung und der geforderten durchschnittlichen Intensität von ca.  $6 \mu\text{A}$  gelingt mit Hilfe einer supraleitenden Mikrowellen-Feldemissionsquelle <sup>5</sup>. Diese Quelle erzeugt einen gepulsten Elektronenstrahl mit der Energieverteilung

$$E_Q = E_{Q_0} \cos \omega t \pm \Delta E_F ,$$

die durch die Zeitabhängigkeit des Mikrowellenfeldes und durch die natürliche Energieverteilung  $\Delta E_F$  der aus der Spitze austretenden Elektronen gegeben ist. In <sup>1</sup> wurde gezeigt, daß durch ein geeignetes Beschleunigersystem die Energieverteilung aufgrund der Zeitabhängigkeit des Mikrowellenfeldes eliminiert werden kann und daher die Energieverteilung in der Objektebene -bei idealem Beschleuniger- nur durch die natürliche Energieverteilung



- 1 Feldemissionsquelle
- 2 Mikrowellenkavität
- 3 Anpassungslinse und el. stat. Vorbeschleuniger
- 4 Mikrowellenbeschleuniger
- 5 Rasterdeflektoren
- 6 Linsensystem

- 7 Objekt
- 8 Elektronenauffänger
- 9 Bilddarstellung
- 10 HF - Generator mit Kontrolleinheiten
- 11 Meßeinrichtung zum Nachweis der Amplitudenkonstanz

Abb. 2.1: Vereinfachtes Ersatzschaltbild eines Rasterelektronenmikroskops

$\Delta E_F$  gegeben ist. Der absolute Wert dieser Verteilung liegt bei etwa  $0,16 \text{ eV}^6$  und kann bei einer Endenergie von  $>1\text{MeV}$  gegenüber der Energieverbreiterung durch den Beschleuniger vernachlässigt werden.

Die Funktion eines (Wanderwellen-) Hochfrequenz-Linearbeschleunigers beruht darauf, daß in der Beschleunigungsstrecke synchron mit den Elektronen wandernde elektromagnetisch Wellen auftreten, die longitudinale Feldkomponenten besitzen. Elektronen, die sich mit einer dieser Wellen in Phase befinden, können von der achsialen elektrischen Feldstärke so beschleunigt werden, als ob sie sich in einem konstanten Feld befinden würden<sup>7</sup>. Bei der Beschleunigung der Elektronen muß daher die Phasengeschwindigkeit der Welle gleich der Teilchengeschwindigkeit sein. Als Beschleuniger werden deshalb sog. "Rundzelröhren", d.h. ein durch Blenden strukturiertes System gekoppelter Hohlraumresonatoren verwendet, bei dem die Geschwindigkeit der Welle denen der Elektronen angepaßt werden kann.

Die Notwendigkeit, die Elektronenquelle mit dem Hochfrequenzbeschleuniger phasenstarr zu verkoppeln, führt zur Forderung nach einem leistungsfähigen Phasenregelsystem, das die Phasenbeziehung zwischen Quelle und Beschleuniger auf einem konstanten Wert hält.

Die Speisung des supraleitenden Resonators mit der erforderlichen HF-Leistung bei seiner Resonanzfrequenz unter Vermeidung einer extremen Fehlanpassung des Generators setzt aufgrund der hohen Güte der Resonatoren -in Laborversuchen wurden Werte  $>10^{10}$  erreicht<sup>8,9</sup>- einen Regelkreis voraus, der Verstimmungen zwischen Generator und Resonator eliminiert. Dies läßt sich prinzipiell dadurch erreichen, daß Frequenzschwankungen des Resonators -verursacht z.B. durch mechanische Einwirkungen, wie

Vibrationen des Bodens oder Druckänderungen und Blasenbildung des Heliumbades- durch eine Verstimmung entweder der Resonatorfrequenz oder der Generatorfrequenz kompensiert werden.

Um den Betrieb des Mikroskops zu gewährleisten, ist somit die Lösung der folgenden Aufgaben erforderlich:

1. Stabile Erregung des Resonators
2. Stabilisieren der Amplitude der beschleunigenden Spannung
3. Phasensynchronisation zwischen Elektronenquelle und Beschleuniger.

Die getrennte Erfüllung dieser Aufgaben hat sich bereits in einem früher entwickelten HF-System bewährt<sup>10</sup>. Hier soll vorausgesetzt werden, daß die Phasensynchronisation sowie die stabile Erregung des Resonators bei einer festen Frequenz, wie in<sup>11</sup> beschrieben, mit ausreichender Genauigkeit gelingt.

Ohne regelungstechnische Maßnahmen hängt die Konstanz der Beschleunigungsspannung im wesentlichen von den Eigenschaften des Mikrowellenbeschleunigers ab, da demgegenüber die Amplitudenschwankungen des Generators (gemessen wurden Werte von  $\Delta U/U < 10^{-4}$ ) vernachlässigbar gering sind. Feldbeeinflussende Phänomene im Innern des Resonators, wie z.B. Feldemission, Multipactoring und Oberflächeneffekte des Supraleiters<sup>12</sup> sowie Belastungsänderungen durch den Elektronenstrahl sind Störgrößen, die auf die Beschleunigungsamplitude einwirken und leicht Störungen in der Größenordnung von  $10^{-2}$  verursachen können<sup>13</sup>. Regelungstechnische Maßnahmen zur Amplitudenkonstanthaltung sind daher unumgänglich.

Die Anforderung an die Regelgenauigkeit ist -wie eingangs erwähnt- durch die angestrebte Auflösungsgröße d

des Mikroskops <sup>2</sup>

$$d = 1,1 \cdot \sqrt{C \lambda \Delta E / E}$$

gegeben. Darin bedeuten: E Elektronenenergie (5MeV),  
 $\Delta E$  Energieunschärfe,  $\lambda$  Elektronenwellenlänge ( $2,25 \cdot 10^{-13}$  m),  
C Fehlerkonstante ( $1,1 \cdot 10^{-2}$  m). Beim Entwurf des Mikroskops wird von einer erreichbaren Amplitudengenauigkeit von  $2 \cdot 10^{-5}$  und damit einer Auflösung von 0,27nm ausgegangen. Diese Konstanz muß während der gesamten Abbildungszeit von  $\leq 10$ min gewährleistet sein. Eine Verbesserung der bei <sup>4</sup> erreichten Regelgenauigkeit setzt ein geeignetes Amplitudenmeßsystem voraus. Bevor jedoch die verschiedenen Meßmethoden nach ihrer Eignung untersucht werden, soll eine Präzisierung der einzelnen Anforderungen erfolgen.

## 2.2. Anforderungen an das Meßsystem

Aus der Größe der zu erwartenden Störungen, der Bandbreite des Resonators und der gewünschten Regelgenauigkeit ergeben sich eine Reihe von Bedingungen, die das Meßsystem zu erfüllen hat:

Zusammen mit der Betriebsgüte des supraleitenden Resonators, die im wesentlichen durch die Wirklast des zu beschleunigenden Strahls und der zur Leistungseinspeisung erforderlichen Kopplung bestimmt wird (erwartete Betriebsgüte  $\approx 2 \cdot 10^7$ ) und der Betriebsfrequenz (ca. 2,7GHz) erhält man für die Bandbreite des Resonators einen Wert von etwa 100Hz. Die Notwendigkeit, innerhalb dieser Bandbreite Amplitudenstörungen von 1% um den Faktor  $10^3$  zu unterdrücken, führt -zur Erfüllung der Stabilitätsbedingung eines Proportionalregelkreises <sup>14</sup>- auf die Forderung nach einer 45<sup>o</sup>-Grenzfrequenz des Meßsystems von  $> 10^5$  Hz.



Damit der Regelkreis bei den vorausgesetzten Störungen in der Lage ist, in der Umgebung des Arbeitspunktes sicher einzurasten, muß die Meßstelle einen Dynamikbereich in der Größenordnung der Störungen -hier also  $>10^{-2}$ - besitzen.

Die Empfindlichkeit des Meßsystems ist durch die Bedingung gegeben, daß sich Amplitudenschwankungen von  $10^{-5}$  deutlich vom Eigenrauschen der Meßeinrichtung abheben. Hierzu ist nach Kap. 3.2 ein Signal-zu-Rauschleistungs-verhältnis von  $>103,5\text{dB}$  erforderlich.

Die Begrenzung der Meßgenauigkeit aufgrund von Rauscheinflüssen ist nur für Kurzzeitmessungen relevant, für Langzeitmessungen ist das Temperaturverhalten der Meßeinrichtung maßgebend. Bei einer Konstanz der Umgebungstemperatur von  $\pm 0,2^\circ$  wird eine Langzeitmeßgenauigkeit (10min) von  $<10^{-5}$  gefordert. Diese Anforderung verlangt eine Temperaturabhängigkeit der Meßstelle von  $<0,5 \cdot 10^{-4}/^\circ\text{C}$ .

Während die Genauigkeit von Absolutwertmessungen der Leistungen im Hochfrequenzgebiet durch die Präzision des Meßaufbaus, d.h. besonders durch Mehrfachreflexionen aufgrund von Fehlanpassungen begrenzt wird<sup>15,16</sup>, besitzen diese Fehlerquellen bei der relativen Leistungsmessung keinen einschränkenden Einfluß, sofern sie nur hinreichend konstant sind. Reflexionsfaktoränderungen, z.B. durch mechanische Erschütterungen des HF-Aufbaus, Temperaturabhängigkeit des Kabelwellenwiderstandes oder Änderungen der Belastung sind Einflußgrößen, die sowohl auf die Leistung in der Meßstelle als auch auf die Leistung im Resonator einwirken. Zur Verdeutlichung dieses Sachverhalts wird die Abb. 2.2 betrachtet.

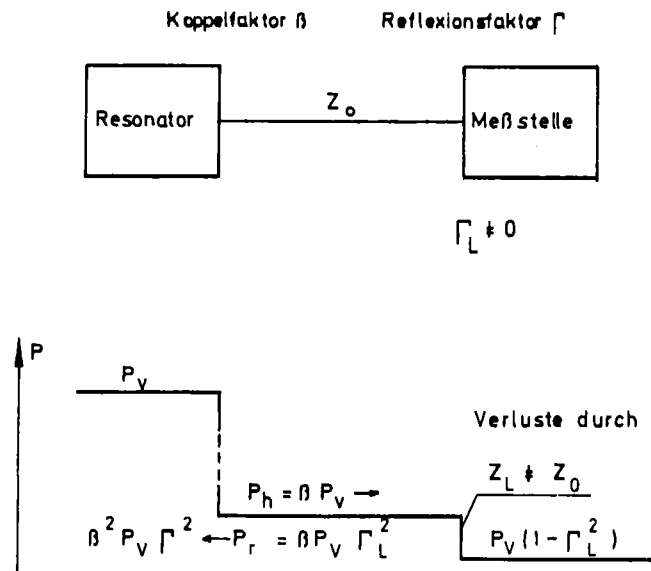


Abb. 2.2: Darstellung des Leistungsflusses bei einem von Null verschiedenen Reflexionsfaktor am Eingang der Meßstelle.

Betrachtet wird eine Änderung des Reflexionsfaktors  $\Gamma_L$  am Eingang der Meßstelle. Eine Änderung von  $\Gamma_L$  führt nicht nur zu einer Änderung der in der Last tatsächlich vorhandenen Leistung (die als Anzeigenänderung am Meßgerät sichtbar wird), sondern auch zu einer Änderung der Meßgröße im Resonator gemäß

$$\Delta P_V / P_V = \beta^2 P_V (\Delta \Gamma_L)^2 / P_V = \beta^2 (\Delta \Gamma_L)^2.$$

Die Rückwirkung des Meßsystems durch eine Änderung von  $\Gamma_L$  braucht sicher dann nicht berücksichtigt zu werden, wenn die dadurch verursachte Änderung der Resonatoramplitude innerhalb der Meßgenauigkeit liegt. Wird vorausgesetzt, daß die Änderung von  $\Gamma_L < 1\%$  ist, so erhält man wegen  $\Delta U / U = \Delta P / (2P)$  für den Koppelfaktor  $\beta = P_h / P_V$

$$\beta^2 < 0.5 \cdot 10^{-5} / 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-2}$$

Damit kann im folgenden die Rückwirkung der Messung auf die Meßgröße vernachlässigt werden. Für  $P_V = 40W$  ergibt sich schließlich für die zur Messung maximal zur Verfügung stehende Leistung

$$P_h = \beta P_V < 8W.$$

Probleme durch die Frequenzabhängigkeit der (z.B. induktiven) Signalauskopplung aus dem Resonator oder durch den Einfluß frequenzabhängiger Fehlanpassungen treten infolge der Frequenzkonstanz des Systems (Kap. 2.1) nicht auf.

In Tabelle 2.1 sind die Anforderungen an das Meßsystem nochmals zusammenfassend dargestellt.

Tabelle 2.1 Anforderungen an das Meßsystem

Eingangsimpedanz	50 $\Omega$
Zulässige Reflexionsfaktoränderung	<0.01
Betriebsfrequenz	2.7GHz
45°-Bandbreite	>100kHz
Dynamikbereich	>10 <sup>-2</sup>
Signal-zu-Rauschleistungsverhältnis	>103,5 dB
Temperaturabhängigkeit	<10 <sup>-4</sup> /°C
Langzeitstabilität	<10 <sup>-5</sup> /10min

### 2.3. Meßmethoden

Als Meßgröße ist die Beschleunigungsamplitude (d.h. die Spannung) des Mikrowellenbeschleunigungsresonators vorgegeben. Diese Größe läßt sich jedoch nur bei mittleren bis hohen Frequenzen<sup>\*</sup> unmittelbar messen. Im Mikrowellengebiet steht lediglich die Leistung als direkt meßbarer Parameter zur Verfügung. Da hier jedoch nur eine kleine relative Änderung der Spannungs-Amplitude interessiert und die Beziehung

$$\Delta U/U = \Delta P/(2P)$$

die beiden Größen miteinander verknüpft, sind Spannung und Leistung als gleichwertig zu betrachten.

Eine der gebräuchlichsten Methoden zur Leistungsmessung ist, die vorliegende Leistung in Wärme umzuwandeln und den daraus resultierenden Temperaturanstieg, z.B. mit Hilfe eines Bolometers oder eines Kalorimeters, zu messen<sup>17</sup>. Obwohl die Kalorimetrie gegenwärtig die genaueste Methode zur Messung von mittleren und hohen HF-Leistungen darstellt<sup>18</sup>, sind diese Meßsysteme wegen ihrer Trägheit -die Ansprechzeiten liegen zwischen einigen  $10^{-4}$  s und mehreren Sekunden<sup>19,20</sup> - hier nicht geeignet.

Neben der Detektion von HF-Signalen über verschiedene Wärmeeffekte benutzen die geläufigsten Demodulationsverfahren eine Halbleiter-Diode zur Gewinnung der HF-Amplitude. Bei Mikrowellen werden üblicherweise Schottky-Dioden eingesetzt, da sie sowohl eine höhere Grenzfrequenz als auch ein geringeres Eigenrauschen -verglichen mit normalen pn-Dioden- besitzen<sup>21</sup>. Die Rauscheigenschaften der noch in Betracht kommenden Tunnel- und Backward-Dioden<sup>19</sup> sind im Prinzip vergleichbar mit denen

\* ca. 300MHz bis 1GHz

der Schottky-Diode und werden daher nicht gesondert untersucht.

Eine weitere Möglichkeit zur Gleichrichtung eines HF-Signals ist mit einer Feldemissionsdiode gegeben <sup>22</sup>.

Die statistischen Fehlereinflüsse solcher Dioden sind jedoch aufgrund der zeitlichen Inkonstanz der Oberflächeneigenschaften um Größenordnungen ungünstiger als die der Schottky-Diode.

Eine ausgeprägte Nichtlinearität der Strom-Spannungskennlinie findet man auch bei den Josephson-Elementen <sup>23 - 26</sup> und den Supraleiter-Halbleiter-Übergängen <sup>27,28,29</sup>. Wegen der geringen maximal zulässigen Signalleistung (ca.  $10^{-8}$ W) und dem damit verbundenen relativ kleinen Signal- zu Rauschleistungsverhältnis sind diese Elemente für die vorliegende Meßaufgabe jedoch nicht geeignet.

Neben dem Wärmerauschen der Verlustwiderstände und dem Schrotrauschen der Konvektionsströme hat man bei den obigen Gleichrichterdemodulatoren vor allem mit dem Funkel- oder  $1/f$ - Rauschen zu rechnen, das theoretisch bisher nur unzulänglich zu erfassen ist. Generell kann jedoch gesagt werden, daß das Leistungsspektrum dieser Rauschgröße mit  $1/f$  zunimmt und näherungsweise durch

$$N_h(f) = c \frac{I^\beta}{f}, \quad \beta = 1 \dots 2$$

beschrieben wird. Der Faktor  $c$  hängt vom Diodengleichstrom  $I$  und dem Herstellungsverfahren ab. Für eine Si-Schottky-Diode wird in <sup>33</sup> eine typische Rauschleistungsdichte bei  $T = 290\text{K}$  und  $I = 10 \mu\text{A}$  von

$$N_h(f) = \frac{4 \cdot 10^{-16} \text{W}}{f}$$

angegeben. Dieses Rauschen dominiert daher bei tiefen Frequenzen der HF-Amplitudenschwankungen. In Kap. 3.3 wird gezeigt, daß diese Dichte die Meßgenauigkeit so stark beeinträchtigt, daß die gestellten Anforderungen durch einen Schottky-Dioden-Detektor nicht mehr erfüllt werden können.

Aus dem Zusammenhang zwischen der Rauschleistungsdichte des  $1/f$ -Rauschens und dem Gleichstrom  $I$  geht hervor, daß diese Dichte verschwindet, sobald der Gleichstrom gegen Null geht. Da dies auch für das Schrotrauschen zutrifft, hat man bei einem gleichstromfreien Meßverfahren lediglich mit der Rauschleistungsdichte des Wärmerauschens von

$$N_w = 4 \cdot 10^{-21} \text{Ws} \quad \Big| \quad 290\text{K}$$

zu rechnen, was eine wesentliche Steigerung der Meßgenauigkeit zuläßt.

Neben den statistischen Fehlern wird die Meßgenauigkeit noch von den sog. Einflußgrößen (wie z.B. die Temperatur, die Versorgungsspannung, mechanische Erschütterungen usw.) beeinträchtigt. Der Einfluß dieser Größen ist im wesentlichen lediglich meßtechnisch erfaßbar und wird in Kapitel 5.2 näher untersucht.

Zurück zur gleichstromfreien Meßmethode. Im Prinzip wird die nichtlineare Kapazitätskennlinie einer Varaktordiode zur Demodulation des HF-Signals herangezogen. Da die Aussteuerung der reaktiven Kennlinie lediglich im Sperrbereich der Diode erfolgt, fehlen die Konvektionsströme und damit auch die Quellen des Schrot- und  $1/f$ -Rauschens. Einzige Rauschquelle ist dann das Wärmerauschen der Verlustwiderstände.

Die prinzipiellen Aussteuerungsverhältnisse bei der Varaktor-Diode BXY 11E sind in der Abb. 2.3 dargestellt.

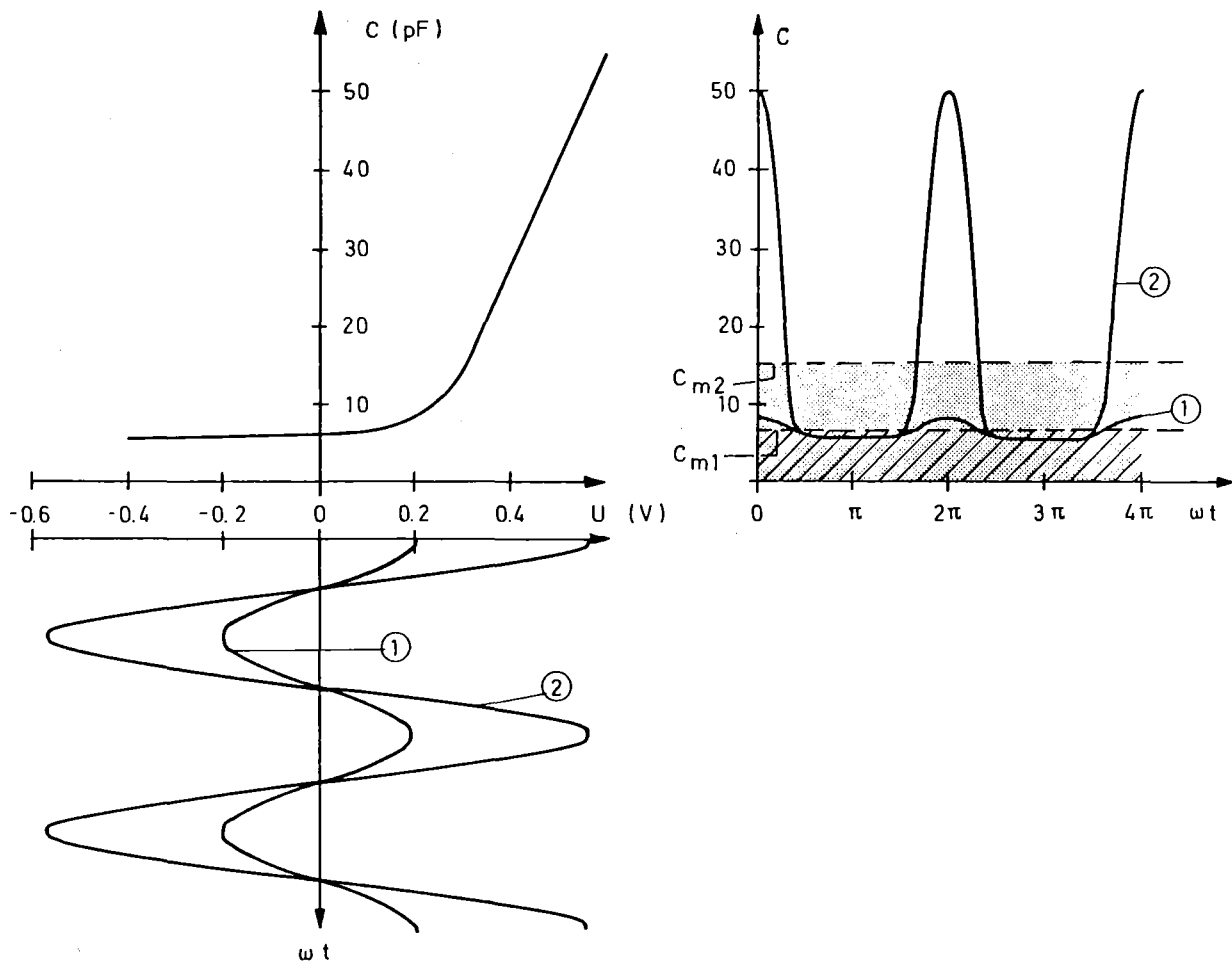


Abb. 2.3: Spannungs-Kapazitätskonversion

Durch die Periodizität des HF-Signals wird auch die Kapazität eine periodische Funktion und läßt sich deshalb in eine Fourier-Reihe entwickeln.

$$c(t) = \frac{c_0}{2} + \sum_i c_i \cos \frac{2\pi}{T} i t$$

Der Mittelwert  $C_0 = c_0/2$  hängt, wie auch die übrigen Fourierkoeffizienten, von der Amplitude des Signals ab und ist mithin ein Maß für die Größe der Aussteuerung. Demgemäß kann das Problem der HF-Amplitudenmessung prinzipiell auf eine Kapazitätsmessung reduziert werden. Unter der Voraussetzung, daß ein geeignetes Meßsystem für den arithmetischen Mittelwert der Kapazität existiert, ist damit die Möglichkeit gegeben, eine HF-Amplitude rauscharm zu detektieren. Es zeigt sich ferner, daß dieses System nicht nur günstige Rauscheigenschaften besitzt, sondern daß auch die Temperaturabhängigkeit der Diode -im wesentlichen verursacht durch die temperaturabhängige Diffusionsspannung- auf einfache Weise kompensiert werden kann (Kap. 5.2).

Bevor nun detaillierter auf den Varaktor-Demodulator und dessen Eigenschaften eingegangen wird, soll die Wirkung des Rauschens auf die Meßgenauigkeit quantitativ berechnet werden. Dabei wird von der Vorstellung ausgegangen, daß sowohl Meß- als auch Störgröße zumindest schwach stationäre Zufallsprozesse sind. Die statistischen Eigenschaften dieser Signale lassen sich dann vollständig durch ihre Leistungsdichten beschreiben.

An einem einfachen Signalmodell werden zunächst die Leistungsdichten erklärt. Anschließend wird die Übertragungsfunktion des optimalen Meßfilters berechnet, welche auf ein Minimum des mittleren quadratischen Meßfehlers führt. Mit Hilfe dieser



Übertragungsfunktion läßt sich schließlich die Meßgenauigkeit aufgrund von Rauschstörungen quantitativ angeben. Daraus wird dann gezeigt, daß der Gleichrichterdemodulator -wie bereits erwähnt- nicht geeignet ist, die eingangs geforderte Meßgenauigkeit zu gewährleisten. Zwangsläufig folgt daraus die Notwendigkeit, das gleichstromfreie Meßverfahren näher zu betrachten (Kap. 4).

### 3. Beschreibung der Meßgröße und der Wirkung statistischer Störungen

---

Eine geeignete Beschreibung des Meßsystems hinsichtlich des statistischen Verhaltens liefert die statistische Nachrichtentheorie<sup>30, 31</sup>. In Anlehnung daran wird zunächst ein Modell für die Beschreibung des Signals sowie der Rauschstörungen angegeben, mit welchen sich schließlich die Meßgenauigkeit aufgrund von Rauschstörungen quantitativ definieren läßt.

#### 3.1. Beschreibungsmodell für Signal und Störungen

Von dem Generator wird bei der Frequenz  $f_0$  die konstante Leistung  $m_i^2$  geliefert. Es wird angenommen, daß die Wirkung sämtlicher Störungen, die die Resonatoramplitude beeinflussen, durch eine Störfunktion  $i(t)$  beschrieben werden kann. Die amplitudenmodulierende Wirkung der Störfunktion läßt sich so auf den Generator umrechnen, und der Resonator kann dann als ideal betrachtet werden.

Falls die Störfunktion  $i(t)$  im Frequenzbereich eine konstante Leistungsdichte besitzt, so liegt am Eingang des Resonators das amplitudenmodulierte Signal  $x(t)$  (Abb. 3.1), welches - mit Ausnahme der Stelle  $f = f_0$  - ebenfalls durch eine konstante Leistungsdichte im Frequenzbereich beschrieben wird.

Durch die System- oder Übertragungsfunktion des Resonators, welche durch ein Bandpaß charakterisiert werden kann, entsteht das bandbegrenzte Signal  $s(t)$ , dessen Amplitude  $\hat{s}$  das eigentlich zu messende Signal darstellt.

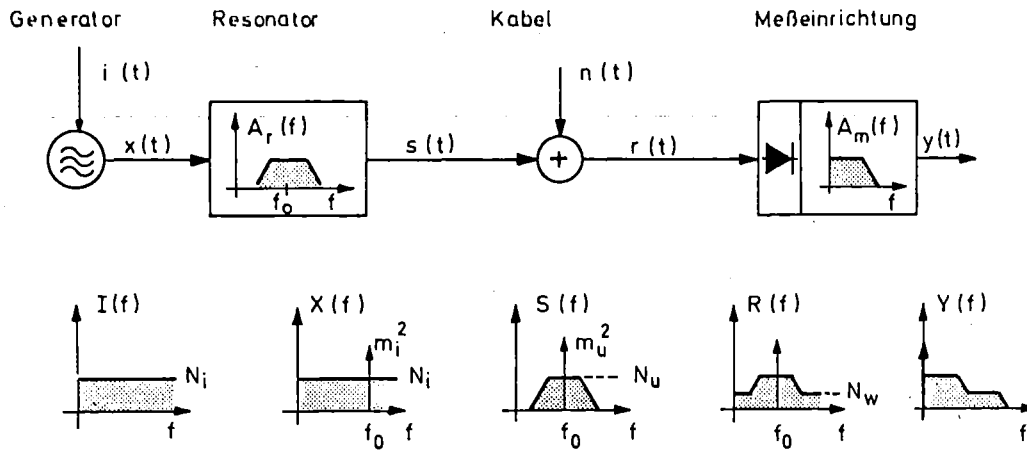


Abb. 3.1: Signalmodell und Leistungsdichte der einzelnen Signale

Es wird weiter angenommen, daß die Dämpfung des Kabels vernachlässigbar ist und daß sich die statistischen Störungen, die im wesentlichen durch die Meßeinrichtung verursacht werden, auf den Empfängereingang umrechnen lassen. Ferner mögen diese Störungen additiv dem Signal  $s(t)$  überlagert werden. Die Störungen sollen ebenfalls eine konstante Leistungsdichte haben und eine Gaußverteilung mit dem Mittelwert Null folgen. Das der Meßeinrichtung angebotene Signal  $r(t)$

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

weicht folglich mehr oder weniger von  $s(t)$  ab. Der Empfänger verarbeitet das Signal weiter, d. h. demoduliert es und bringt es auf eine anzeigengerechte Form. Am Ausgang des Empfängers tritt dann ein Signal  $y(t)$  auf, das durch das Rauschen gegenüber dem ursprünglich interessierenden Signal  $\hat{s}(t)$  gestört ist.

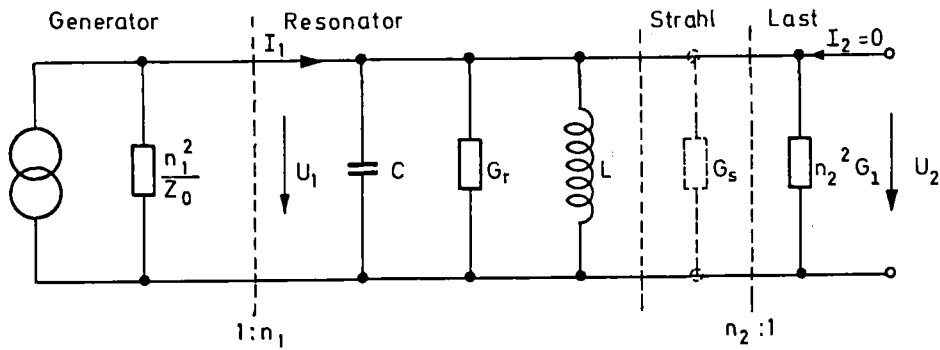


Abb. 3.2: Ersatzschaltbild des Resonators

Aus dem physikalischen Ersatzschaltbild des Resonators (Abb. 3.2) wird im weiteren die mathematische Beschreibung der zu messenden Größe hergeleitet.

Aus dem Ersatzschaltbild folgt für die Systemfunktion des Resonators

$$A(f) = \frac{U_2(f)}{I_1(f)} = \frac{1}{G(1+jQv)} \quad ; \quad G = \frac{n_1^2}{Z_0} + G_r + G_s + n_2^2 G_1$$

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} \quad ; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad ; \quad v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$$

In der Umgebung der Resonanzfrequenz ( $f \approx f_0$ ) läßt sich dafür schreiben:

$$A(f) = \frac{1}{G(1+jT(2\pi f - 2\pi f_0))}$$

$$T = \frac{2 \cdot Q}{\omega_0} \quad .$$

Durch eine inverse Fourier-Transformation ergibt sich für die zugehörige Impulsantwort

$$a(t) = \frac{1}{GT} \cdot e^{-\frac{t}{T} + j2\pi f_0 t} .$$

Die Antwort des Resonators auf das Eingangssignal

$$i_1(t) = i_{10}(t) e^{j2\pi f_0 t} \quad \circ \rightarrow \quad I_{10}(f-f_0) = I_1(f)$$

ist im Frequenzbereich durch

$$U_2(f) = A(f) \cdot I_1(f) = \frac{I_{10}(f-f_0)}{G(1+j2T\pi(f-f_0))} = U_{20}(f-f_0)$$

und im Zeitbereich durch

$$u_2(t) = u_{20}(t) e^{j2\pi f_0 t}$$

gegeben.  $u_{20}(t)$  ist dabei die interessierende Amplitude im Beschleuniger.

Rein formal läßt sich die Antwort des Resonators auf  $i_1(t)$  auch durch einen idealen Modulationsvorgang (Faltung im Frequenzbereich, Multiplikation im Zeitbereich) von  $u_{20}(t)$  mit der Modulatorzeitfunktion

$$m(t) = e^{j2\pi f_0 t}$$

entstanden denken, wobei die Spannung  $u_{20}(t)$  aus der Faltung von  $i_{10}(t)$  mit der Impulsantwort  $\frac{1}{GT} e^{-\frac{t}{T}}$  hervorgeht. Stellt man diesen Formalismus durch ein entsprechendes Ersatzschaltbild dar, so kommt man zur Abb. 3.3

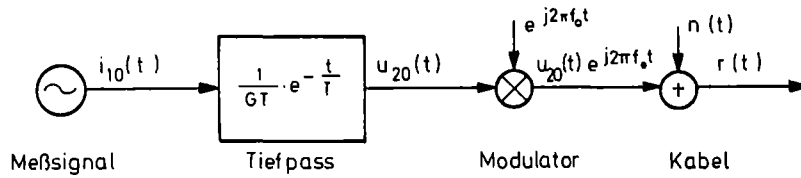


Abb. 3.3

Die interessierende Amplitude des Signals  $s(t)$  gewinnt man mit Hilfe eines Demodulators. Es wird zunächst angenommen, daß ein idealer Demodulator mit der Zeitfunktion  $d(t)$

$$d(t) = e^{-j2\pi f_0 t}$$

existiert. Die Wirkungen von Modulator und Demodulator heben sich damit gegenseitig auf. Man erhält so ein vereinfachtes Beschreibungsmodell für das Signal und die Störungen.

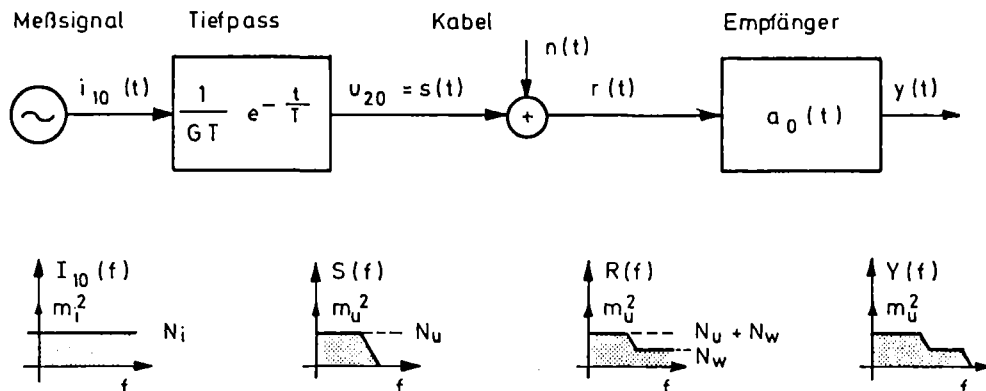


Abb. 3.4: Vereinfachtes Signalmodell und die Leistungsdichte der verschiedenen Signale

Mit diesem Modell läßt sich nun die Meßgenauigkeit aufgrund der Rauschstörungen berechnen.

### 3.2. Meßgenauigkeit aufgrund von Rauschstörungen

Es wird davon ausgegangen, daß der Empfänger ein lineares, zeitunabhängiges System darstellt und daher durch seine Impulsantwort  $a(t)$  vollständig charakterisiert ist. Ist  $a(t)$  absolut integrierbar, d. h.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |a(t)| dt < \infty,$$

liegt also ein stabiles System vor, so läßt sich der Empfänger durch die Fouriertransformierte der Impulsantwort, d. h. durch seine Systemfunktion

$$A(f) = A(s) \Big|_{s=f} \quad \bullet \text{---} \circ \quad a(t)$$

beschreiben.

Das statistische Verhalten des Signal- und Störprozesses ist - bei zumindest schwach stationären Prozessen - durch die Leistungsdichten der Signale gegeben. Diese Leistungsdichten erhält man durch die Fourier-Transformation der entsprechenden Korrelationsfunktionen<sup>32</sup>. So ist z. B. die Leistungsdichte des Signalprozesses  $L_s(f)$  und die Autokorrelationsfunktion (AKF) des Signalprozesses  $l_s(\tau)$  ebenso wie die Kreuzleistungsdichte  $L_{sn}(f)$  und die Kreuzkorrelationsfunktion  $l_{sn}(\tau)$  zwischen Signal und Störprozeß über die Fouriertransformation verknüpft.

$$l_s(\tau) = E[s(t) s(t-\tau)] \quad \circ \text{---} \bullet \quad L_s(f)$$

$$l_{sn}(\tau) = E[s(t) n(t-\tau)] \quad \circ \text{---} \bullet \quad L_{sn}(f)$$

Sind Signal und Rauschen statistisch voneinander unabhängig, so verschwindet auch deren Korrelation ( $l_{sn}(\tau) = 0$ ).

Voraussetzungsgemäß ist das Rauschen  $n(t)$  ein weißes, mittelwertfreies, gaußsches Rauschen mit der Leistungsdichte  $N_w$ . Der Empfänger reagiert daher auf das Eingangssignal

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

mit dem Ausgangssignal

$$y(t) = a_s(t) + z(t),$$

wobei durch das lineare System die Gaußverteilung des Rauschens lediglich in ihrer Varianz  $\sigma_z^2$ , nicht aber in ihrer Verteilung verändert wird. Für  $z$  gilt daher

$$f_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}}.$$

Da mittelwertfreies weißes Rauschen vorliegt, sind mittlere Leistung und Varianz identisch und berechnen sich aus der AKF für  $\tau = 0$

$$\sigma_z^2 = l_z(0) = N_w \int_{-\infty}^{+\infty} |a(t)|^2 dt = N_w \int_{-\infty}^{+\infty} |A(f)|^2 df.$$

Nimmt man an, daß der Empfänger aus dem Signal  $s(t)$  die Abtastwerte  $s_i = s(it_0)$  bildet, so ist jeder dieser Abtastwerte durch das Rauschen gestört (Das ursprüngliche Signal läßt sich nach dem Abtasttheorem vollständig durch einen idealen Tiefpaß mit der Bandbreite  $F_{Tp} = 1/t_0$  zurückgewinnen ).



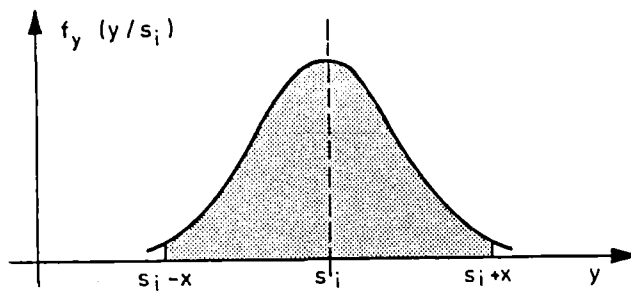


Abb. 3.5: Wahrscheinlichkeitsdichte des Signals am Empfänger-  
ausgang.

Für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_y(y)$  gilt mit der  
Transformation  $z = y - s_i$

$$f_y(y/s_i) = f_z(y-s_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_z} e^{-\frac{(y-s_i)^2}{2\sigma_z^2}} .$$

Durch Integration über den schraffierten Bereich  
(Gaußsches Fehlerintegral) folgt, daß 997 von 1000 Abtast-  
werten innerhalb  $s_i - x$  und  $s_i + x$  liegen, wenn  $x=3\sigma$  ist.  
Diese Größe wird üblicherweise als Meßunsicherheit oder  
Meßfehler bezeichnet. Die relative Meßunsicherheit  $\xi$  wird  
erhalten, wenn wir den Meßfehler durch den Mittelwert von  $y$ ,  
also  $s_i$ , dividieren

$$\xi = \frac{3\sigma_z}{s_i} .$$

Das Quadrat dieser Größe ist proportional dem reziproken  
Verhältnis von Signalleistung und mittlerer Rauschleistung

$$\xi^2 = \frac{9}{s_i^2 / \sigma_z^2} = \frac{9}{s_i^2} N_w \int_{-\infty}^{+\infty} |A(f)|^2 df .$$

Für eine Meßgenauigkeit von  $\xi = 2 \cdot 10^{-5}$  ist damit ein Signal-zu-Rauschleistungsverhältnis von

$$\frac{s_i^2}{\sigma_z^2} \Big|_{\text{dB}} = 10 \log \frac{9}{\xi^2} = 10 \log \frac{9}{4} \cdot 10^{10} = 103,5 \text{dB}$$

erforderlich.

Eine übliche Methode, das Rauschen zu charakterisieren, ist die Angabe der Rauschtemperatur  $T_r$ . Zwischen der Rauschleistungsdichte  $N_w$  und der Rauschtemperatur besteht die Beziehung

$$N_w = k T_r.$$

Damit erhält man für das Quadrat des relativen Meßfehlers

$$\xi^2 = 9 \frac{\sigma_z^2}{s_i^2} = 3,6 \cdot 10^{-20} \frac{\text{W}}{\text{Hz}} \cdot \frac{T_r}{T_0} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |A(f)|^2 df}{s_i^2}; T_0 = 290 \text{K}.$$

Als Signalleistung wurde bisher die Momentanleistung des Signals verwendet. Eine Momentanleistung läßt sich jedoch nur bei determinierten Signalen angeben. Bei Signalprozessen kann man sich mit dem Quadratmittel des Prozesses behelfen

$$P_s = s^2 = l_s(\tau=0).$$

Man erhält so einen mittleren Rauschabstand bzw. mittleren relativen Meßfehler, der je nach der Statistik des Signals mehr oder weniger von dem momentanen Fehler  $e(t)$

$$e(t) = y(t) - s(t)$$

abweichen kann.

Durch eine optimale Messung des Signals mit Hilfe eines für den Signalprozeß optimalen Empfängers läßt sich der momentane Fehler bzw. dessen Fehlervarianz

$$l_e(o) = E[(y(t) - s(t))^2]$$

minimieren. Bei den vorausgesetzten zumindest schwach stationären Prozessen, bei denen überdies das Empfangssignal  $r(t)$  im Intervall  $-\infty < t < \infty$  zur Verfügung steht, führt die Suche nach dem optimalen Empfänger auf ein Wiener-Filter <sup>31</sup>.

Da die Meßeinrichtung im Regelkreis nach regelungstechnischen Gesichtspunkten optimiert werden muß, kann lediglich die Meßeinrichtung zum Nachweis der Regelgenauigkeit (Abb. 2.1) nach den eben erwähnten Gesichtspunkten ausgelegt werden.

### 3.3. Optimaler Empfänger

Der optimale Empfänger hat die Aufgabe aus  $r(t)$  einen Wert  $y(t)$  zu bestimmen, der möglichst gut mit  $s(t)$  übereinstimmt. Um die Wirkung des dem Signal additiv überlagerten Rauschens (Abb. 3.4) zu begrenzen, muß es durch den Empfänger in seiner Bandbreite eingeengt werden. Wird die Bandbreite jedoch zu klein gewählt, so verfälschen Einschwingvorgänge des Filters den Signalverlauf. Es ist damit plausibel, daß eine optimale Bandbreite existiert, die etwas größer als die Bandbreite des zu messenden Signals sein wird.

Ein Maß für die Abweichung zwischen  $y(t)$  und  $s(t)$  ist der momentane Fehler  $e(t)$ . Wegen

$$y(t) = a(t) * r(t)$$

ist  $y$  proportional zu  $r$ . Den kleinsten Fehler  $e$  erhält man,

wenn (siehe Abb. 3.6)  $r$  und  $e$  orthogonal sind, d. h. wenn das Innenprodukt

$$\langle e, r \rangle = E[e \cdot r]$$

verschwindet (Orthogonalitätsprinzip). Dann wird (bei den vorausgesetzten linearen Systemen) der mittlere quadratische Schätzfehler

$$E[(e(t))^2] = I_e(o)$$

minimal.

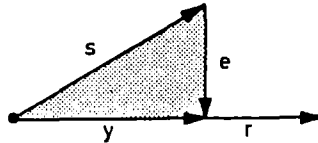


Abb. 3.6: Graphische Darstellung des Orthogonalitätsprinzips

Mit Hilfe des Orthogonalitätsprinzips läßt sich die Systemfunktion des optimalen Empfängers berechnen. Man erhält <sup>31</sup>

$$A_o(s) = \frac{1}{L_r^+(s)} \left[ \frac{L_{sr}(s)}{L_r^-(s)} \right]^+,$$

wobei mittelwertfreies weißes Rauschen und fehlende Korrelation zwischen Signal und Störungen vorausgesetzt wurde. "+" bzw. "-" bezeichnen den Teil einer Funktion, der in der rechten bzw. linken  $s$ -Halbebene analytisch, d. h. polfrei ist.

Für den minimalen mittleren quadratischen Schätzfehler kann man schreiben

$$l_e(o) = l_s(o) - \int_0^{\infty} a_o(\alpha) l_{sr}(\alpha) d\alpha .$$

Ausgehend von dem vereinfachten Beschreibungsmodell für Signal und Störungen (Abb. 3.4) erhalten wir für die Leistungsdichte des Prozesses  $i_{10}(t)$

$$L_i(f) = m_i^2 \delta_0(f) + N_i .$$

Da zumindest schwach stationäre Prozesse vorausgesetzt sind, erhält man für die Autokorrelationsfunktion (AKF) nach dem Theorem von Wiener-Khintchine

$$L_i(f) \bullet \text{---} \circ l_i(\tau) = m_i^2 + N_i \delta_0(\tau) .$$

Mit der Definition der Systemautokorrelationsfunktion des Tiefpasses

$$k_a(\tau) = a(\tau) * a(-\tau) = \frac{1}{2G^2T} e^{-\frac{|\tau|}{T}}$$

ergibt sich für die AKF des Signalprozesses  $s(t)$

$$l_s(\tau) = k_a(\tau) * l_i(\tau) = m_u^2 + \frac{N_u}{2T} e^{-\frac{|\tau|}{T}}$$

$$m_u^2 = \frac{m_i^2}{G^2} ; \quad N_u = \frac{N_i}{G^2} .$$

Die AKF des gestörten Empfangssignals  $r(t) = s(t) + n(t)$

$$l_r(\tau) = E[(s(t)+n(t))(s(t-\tau)+n(t-\tau))] = l_s(\tau) + l_{sn}(\tau) + l_{ns}(\tau) + l_n(\tau)$$

vereinfacht sich bei fehlender Korrelation zwischen Signal und Störungen zu

$$l_r(\tau) = l_s(\tau) + l_n(\tau).$$

Falls mittelwertfreies weißes Rauschen vorliegt, können wir für die AKF schreiben

$$l_r(\tau) = m_u^2 + \frac{N_u}{2T} e^{-\frac{|\tau|}{T}} + N_w \delta_0(\tau),$$

und für die Kreuzkorrelation (KKF) zwischen Signalprozeß und gestörtem Empfangssignal ergibt sich

$$l_{sr}(\tau) = E[s(t)(s(t-\tau)+n(t-\tau))] = l_s(\tau) + l_{sn}(\tau) = l_s(\tau).$$

Mit der Substitution  $j2\pi f = s$  folgt für  $L_r(s)$

$$L_r(s) = N_w \frac{s^2 - \frac{1}{T_1^2}}{s^2 - \frac{1}{T^2}}, \quad T_1^2 = \frac{T^2}{1 + \frac{N_u}{N_w}}$$

und entsprechend für  $L_{sr}(s)$

$$L_{sr}(s) = \frac{N_u}{T^2(s^2 - \frac{1}{T^2})}.$$

Beide Leistungsdichten gelten für alle  $s$  mit Ausnahme der Stelle  $s=0$ . Damit sind aber alle Größen zur Bestimmung der Systemfunktion des optimalen Filters

$$A(s) = \frac{1}{L_r^+(s)} \left[ \frac{L_{sr}(s)}{L_r^-(s)} \right]^+$$

bekannt. Aus der Aufteilung von  $L_r(s) = L_r^-(s) \cdot L_r^+(s)$  in

$$L_r^-(s) = N_w \cdot \frac{s - \frac{1}{T_1}}{s - \frac{1}{T}} \quad \text{und}$$

$$L_r^+(s) = \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{1}{T}}$$

folgt

$$\left[ \frac{L_{sr}(s)}{L_r^-(s)} \right]^+ = \frac{k}{T_1(s + \frac{1}{T})},$$

$$k = \frac{N_u T_1}{N_w T^2 (\frac{1}{T} + \frac{1}{T_1})}.$$

Für die optimale Systemfunktion erhält man daher

$$A_o(s) = \frac{k}{T_1(s + \frac{1}{T_1})} \bullet \circ a_o(t) = \frac{k}{T_1} e^{-\frac{t}{T_1}} = \frac{k}{T_1} e^{-\frac{t}{T} \sqrt{1 + \frac{N_u}{N_w}}}.$$

Das optimale Filter ist also wieder ein TP 1. Ordnung, jedoch mit einer um  $\sqrt{1 + \frac{N_u}{N_w}}$  (gegenüber dem Resonator) vergrößerten Eckfrequenz.

Mit der Varianz des Rauschens am Ausgang des optimalen Empfängers

$$\sigma_z^2 = N_w \int_{-\infty}^{+\infty} |A(f)|^2 df = \frac{k^2 N_w}{2T_1} = k^2 \cdot \frac{N_w}{2T} \sqrt{1 + N_u/N_w}$$

findet man für das Quadrat des relativen mittleren Meßfehlers ( $s_i^2 = m_u \bullet a_o(t) = k m_u$ ):

$$\xi^2 = \frac{9}{m_u^2} \cdot \frac{N_w}{2T} \sqrt{1 + \frac{N_u}{N_w}}.$$

Da die Konstante  $k$  sowohl das Signal als auch das Rauschen gleich stark bewertet, ist sie für das Signal- zu Rauschverhältnis ohne Bedeutung. Ihr Zahlenwert ist daher beliebig und kann insbesondere auch gleich 1 gewählt werden.

Besitzt das Amplitudenmeßsystem im Regelkreis und das Nachweissystem dieselbe Rauschleistungsdichte und ist die Regelmäßigkeit durch das Eigenrauschen des Amplitudenmeßsystems begrenzt, so besitzen Signalleistungsdichte und Rauschleistungsdichte am Eingang des Nachweissystems dieselbe Größenordnung. Für den relativen mittleren Meßfehler folgt daher

$$\xi^2 = \frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N_w}{m_u^2 T}$$

Diese Größe hängt, bei gegebener Signalleistung und Bandbreite des Resonators, lediglich von der Rauschleistungsdichte des Empfängers ab und eignet sich daher als Gütekriterium zur Beurteilung der Meßsysteme. Vorausgesetzt wurde allerdings eine konstante Rauschleistungsdichte, d.h. weißes Rauschen innerhalb des interessierenden Frequenzbereiches. Die Grenzen dieses Bereiches sind zum einen durch die Bandbreite des Optimalfilters und zum anderen durch die reziproke Meßzeit gegeben. Beträgt die Meßzeit z.B. 1s, so liegen Schwankungen mit  $f < 1\text{Hz}$  außerhalb des interessierenden Frequenzfensters und haben daher keinen Einfluß auf die Meßgenauigkeit. Unter Beachtung dieses Faktums besteht die Möglichkeit, den zu erwartenden Meßfehler bei Verwendung einer Schottky-Diode auch aufgrund des Funkelrauschens mit Hilfe obiger Gleichung abzuschätzen. Die maximale Leistungsdichte des Funkelrauschens wird an der unteren Frequenzgrenze  $f_u$  beobachtet und ist durch

$$N_h(f_u) = \frac{4 \cdot 10^{-16} \text{ W}}{f_u}$$



gegeben. An der hier interessierenden Frequenzgrenze von  $f_u = 1/(10 \text{ min})$  beträgt die maximal zu erwartende Dichte

$$N_h(1/(10 \text{ min})) = 2,4 \cdot 10^{-13} \text{Ws.}$$

Setzt man diese Dichte als konstant im interessierenden Frequenzbereich an, so ergibt sich mit  $m_u^2 = 3\text{mW}$  und  $T = 10^{-2}\text{s}$  ein maximal zu erwartender Fehler von

$$\xi \approx 2 \cdot 10^{-4}.$$

Dies entspricht in etwa der Regelgenauigkeit der bisher aufgebauten Regelsysteme.

Damit ist nachgewiesen, daß der Gleichrichterdemodulator nicht geeignet ist, die eingangs geforderte Meßgenauigkeit zu gewährleisten. Ursache hierfür ist die Rauschleistungsdichte des  $1/f$ -Rauschens. Wesentlich für die weiteren Betrachtungen ist nun, daß diese Dichte bei einem gleichstromfreien Meßverfahren verschwindet. Für die Meßgenauigkeit ergibt sich daher mit  $N_w = 4 \cdot 10^{-21} \text{Ws}$ ,  $m_u^2 = 3\text{mW}$  und  $T = 10^{-2}\text{s}$  ein Wert von

$$\xi \approx 3 \cdot 10^{-8},$$

was eine wesentliche Verbesserung gegenüber dem Gleichrichterdemodulator darstellt. In wie weit dieser Wert realistisch ist, geht aus der folgenden Beschreibung einer solchen gleichstromfreien Meßmethode (Varaktordemodulator) hervor.

#### 4. Varaktordemodulator als HF-Amplitudenmeßsystem

Bei der Amplitudendemodulation eines HF-Signals mit Hilfe einer Varaktordiode -wie in Kap. 2.3 prinzipiell erleutert- wird von dem folgenden Konzept ausgegangen:

- a) Die nichtlineare Kapazitätsdiode wird als frequenzbestimmendes Bauelement in eine Oszillatorschaltung eingesetzt, dessen Mittenfrequenz wesentlich kleiner ist, als die Frequenz des zu messenden HF-Signals. Man erhält so einen Leistungs/Frequenz-Konverter (P/f-Konverter) dessen Ausgangsfrequenz über den arithmetischen Mittelwert der Kapazität von der Amplitude des zu messenden HF-Signals abhängt.
- b) Um auch schnelle Änderungen der HF-Amplitude zu detektieren, wird die Signalfrequenz mit Hilfe eines FM-Demodulators in eine Signalspannung umgesetzt.

P/f-Konverter und FM-Demodulator zusammen werden dann als Varaktordemodulator bezeichnet.

Die Übertragungsfunktion dieses Systems soll im folgenden berechnet werden. Dazu wird zunächst die Varaktordiode und deren Ersatzschaltung detaillierter betrachtet und daran anschließend die Kapazitätskonversion bei Spannungs- bzw. Stromsteuerung\* näher untersucht. Während die Spannungssteuerung lediglich theoretisch interessant ist, können die Ergebnisse bei der Stromsteuerung in Kap. 4.2.3 experimentell verifiziert werden.

Mit der Übertragungsfunktion des P/f-Konverters, die in Kap 4.3 betrachtet wird und der Steilheit des FM-Demodulators läßt sich schließlich die Gesamtempfindlichkeit der Anordnung berechnen.

\* Spannungs- bzw. Stromsteuerung bedeutet hier, daß lediglich die harmonische Grundkomponente des entsprechenden Signals an der Varaktordiode wirksam ist; bei der Stromsteuerung z.B. ein rein sinusförmiger Strom ohne Oberwellen.

#### 4.1. Varaktor Diode

Die wesentlichen Elemente eines Varaktors sind die nicht-lineare Kapazität  $C(u)$  und der parasitäre Serienwiderstand  $R_s$ . Von den verschiedenen auf dem Markt erhältlichen Kapazitätsdioden, wie MIS-, Schottky-, Sperrschicht- und Speicher-varaktoren, zeigt der Speicher-Varaktor die stärkste Nicht-linearität und besitzt damit die größte Attraktivität. Von großem Vorteil ist überdies, daß die Ableitung der Kennlinie in der Umgebung des Nullpunktes die höchsten Werte annimmt, und daher auf eine externe Vorspannung verzichtet werden kann.

Das Verhalten der Diode läßt sich am einfachsten aus seiner Ersatzschaltung ableiten. Bezüglich allgemeiner Zusammenhänge sei auf die Literatur verwiesen <sup>33,34,35,36</sup>.

##### 4.1.1 Struktur und allgemeines Ersatzschaltbild

Das Dotierungsprofil eines Speichervaraktors ist aus Abb. 4.1 ersichtlich. Die hochdotierten Randgebiete der Diode ( $p^+$  bzw.  $n^+$ ) werden durch eine Zone schwacher (soft) Donatorenkonzentration getrennt (psn-Struktur).

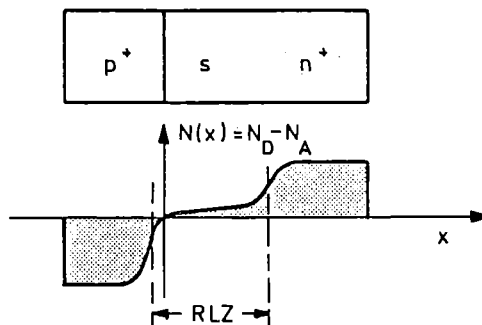


Abb. 4.1: Dotierungsprofil einer Varaktordiode

Die Zone schwacher Konzentration bewirkt, daß bei Aussteuerung in Sperrrichtung die Sperrschicht weit und die Kapazität klein wird. Im umgekehrten Fall, d. h. also bei positiven Vorspannungen wird in Abhängigkeit vom Dotierungsverlauf die Sperrschicht klein und damit die Sperrschichtkapazität groß. Steuert man nun lediglich den Bereich aus, innerhalb dessen es zu keinem nennenswerten Flußstrom kommt, so verhält sich der Übergang im wesentlichen als variable Sperrschichtkapazität.

In das allgemeine Ersatzschaltbild der Diode gehen außer den Elementen des Überganges (Sperrschichtkapazität, Diffusionsadmittanz) noch die Bahnwiderstände der p-n-Zone außerhalb der RLZ sowie die Gehäusereaktanzen ein (Abb. 4.2).

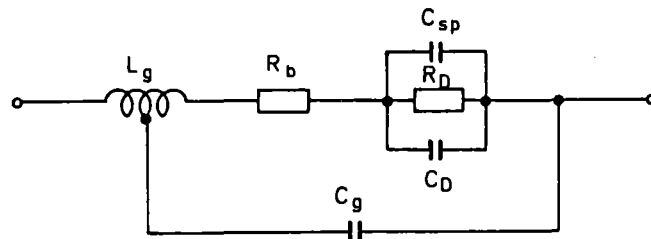


Abb. 4.2: Ersatzschaltbild der Varaktordiode

#### 4.1.2 Vereinfachtes Ersatzschaltbild und Kapazitäts-Spannungs-Beziehung

In Abb. 4.3 ist die Änderung der Diodenimpedanz beim Durchfahren des Fluß- und Sperrbereiches im Smith-Diagramm (Bezugswiderstand  $50\Omega$ ) dargestellt. Der Wert  $Z_1$  ist im wesentlichen durch

$$Z_1 = j\omega L + R_b = j\omega \cdot 0,45 \text{ nH} + 0,75\Omega$$

gegeben, da bei der Meßfrequenz (2,7 GHz) die Gehäusekapazität (ca. 0,4 pF) und im Flußbereich die Impedanz des Überganges vernachlässigt werden kann. Nach kleineren Strömen hin nimmt der Diffusionswiderstand und damit der Realteil des Gesamtwiderstandes zu, bis schließlich  $R_b$  so groß ist, daß die Sperrschichtkapazität immer mehr an Einfluß gewinnt, d. h. die Impedanz des Übergangs durch die Sperrschichtkapazität bestimmt wird.

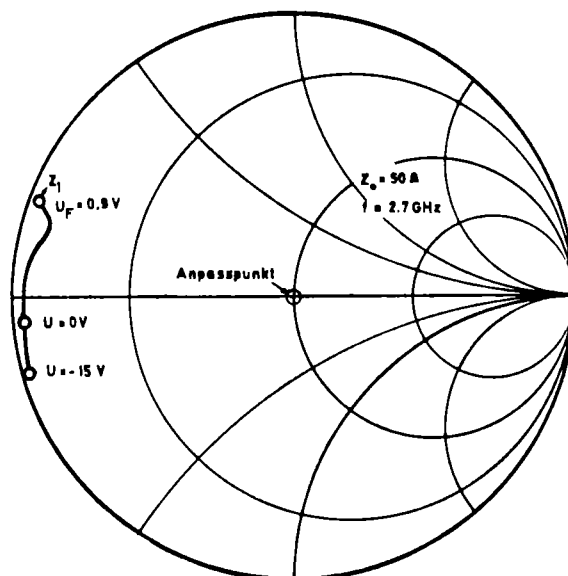


Abb. 4.3: Reflexionsfaktor des Varaktors BXY 11E bei einer Frequenz von 2,7GHz als Funktion der Vorspannung.

Für  $U = 0$  kann die Diffusionsadmittanz ganz vernachlässigt werden. Wie man aus der Abb. 4.3 weiter entnehmen kann, hängt der Bahnwiderstand von der Aussteuerung in den Sperrbereich ab. Je weiter nämlich die Sperrschicht in das Bahngebiet reicht, umso kleiner wird der Bahnwiderstand. In den meisten Fällen genügt es jedoch, mit einem konstanten Widerstand zu rechnen, der - bei nicht zu großen Aussteuerungen - durch den Arbeitspunkt festgelegt wird.

Aus Abb 4.5 geht schließlich hervor, daß bei Aussteuerungen bis etwa 0,6 V der Diffusionsleitwert keinen wesentlichen Einfluß auf die Eigenschaften der Diode besitzt. Das vereinfachte Ersatzschaltbild (Abb.4.4) besteht daher nur noch aus der Gehäuseinduktivität, dem Bahnwiderstand und der Sperrschichtkapazität, nach dem bei den üblich verwendeten Mikrowellengehäusen der Einfluß der Gehäusekapazität gegenüber  $C_{sp}$  (zumindest bei der verwendeten Diode) vernachlässigt werden kann.

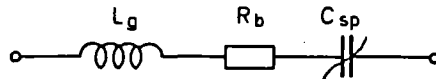


Abb. 4.4: Vereinfachte Ersatzschaltung des Varaktors

Ungeachtet der physikalischen Hintergründe läßt sich für die Kapazitäts-Spannungs-Beziehung in Abb. 4.5 die beiden Gleichungen

$$C(u) = C_c + \frac{\tilde{C}(o)}{\left(1 - \frac{u}{U_D}\right)^\gamma}$$

bzw.

$$C(u) = \frac{C(o)}{\left(1 - \frac{u}{U_D}\right)^m}$$

angeben, die das Verhalten der nichtlinearen Reaktanz näherungsweise beschreiben. Für die numerischen Werte der einzelnen Faktoren erhält man aus der Kennlinie

$$C_c \approx 5,4 \text{ pF}; \quad \tilde{C}(o) = 0,8 \text{ pF}; \quad \tilde{U}_D = 0,57 \text{ V}; \quad \gamma = 2 ;$$

$$C(o) = 6,2 \text{ pF}; \quad U_D = 0,5\text{V}; \quad m = 0,25;$$

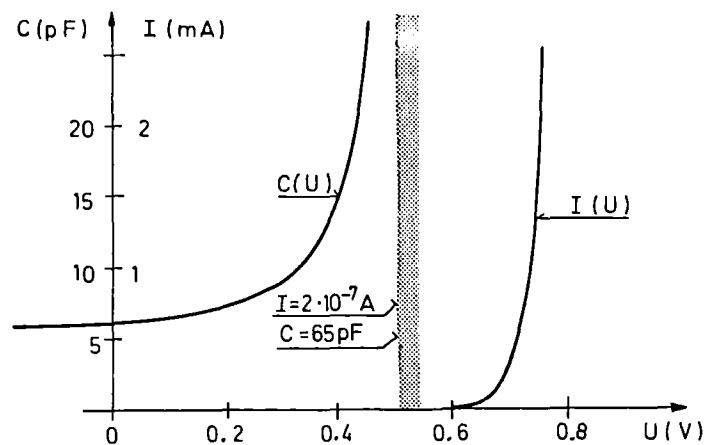


Abb. 4.5: Reaktanz- und Strom-Spannungs-Charakteristik der Diode BXY 11E.

Die Aussteuerung der Varaktorkennlinie mit dem Mikrowellensignal bewirkt nun eine Konversion der Mikrowellenamplitude in den Mittelwert der Kapazität. Dieser Mittelwert soll im Folgenden berechnet werden.



#### 4.2. Kapazitätskonversion bei Spannungs- bzw. Stromsteuerung

Der in Serie zur pegelabhängigen Reaktanz liegende Bahnwiderstand und der Innenwiderstand der Signalquelle verhindern eine theoretisch denkbare harmonische Spannungssteuerung der Diode. Die praktische Konsequenz ist, daß der Steuerungsmechanismus zwischen den Grenzfällen einer reinen Spannungs- und einer reinen Stromsteuerung liegen wird. Dementsprechend wird auch die Konversionsbeziehung zwischen diesen beiden Grenzfällen zu suchen sein.

##### 4.2.1 Konversionsbeziehung bei idealer Spannungssteuerung

Die spannungsabhängige Kapazität

$$C(u) = C_c + \frac{\tilde{C}(0)}{\left(1 - \frac{u}{U_D}\right)^\gamma} = C_c + \tilde{C}(u)$$

wird für eine periodische Spannungsänderung ebenfalls eine periodische Funktion, d. h. sie läßt sich durch eine trigonometrische Reihe beschreiben.

Mit der Spannung

$$u_p = U_p \cos \omega_p t$$

wird  $\tilde{C}(u)$  eine gerade Funktion in  $t$ , die sich mit der Substitution  $t = Tx/2\pi$  durch

$$c(x) = \frac{c_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} c_i \cos ix$$

darstellen läßt .

Die Fourierkoeffizienten erhält man aus

$$c_i = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} c(x) \cos ix \, dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{C(o) \cos ix}{(1 - \epsilon \cos x)^\gamma} \, dx$$

$$\epsilon = \frac{U_p}{U_D} < 1$$

Für ganzzahlige  $\gamma$  können die Koeffizienten geschlossen dargestellt werden. Der Mittelwert

$$c_0/2 = C_0 \text{ ist für } \gamma = 2$$

$$C_0 = \frac{C(o)}{(1-\epsilon^2)^{3/2}}$$

Eine Änderung der Amplitude  $U_p$  bewirkt demnach eine Änderung der Kapazität, wobei der Zusammenhang zwischen beiden Größen durch ein nichtlineares Übertragungsglied beschrieben werden kann, dessen Steilheit für  $\epsilon \rightarrow 1$  gegen unendlich geht. Der stets vorhandene Bahnwiderstand verhindert jedoch, daß der Wert  $\epsilon = 1$  erreicht werden kann.

#### 4.2.2 Konversionsbeziehung bei Stromsteuerung

Durch die äußere Beschaltung der Diode wird sichergestellt, daß lediglich ein Stromfluß bei der Grundwelle der Pumpfrequenz  $\omega_p$  möglich ist. Die Ersatzschaltung des Systems bei Stromsteuerung besteht daher aus der Signalquelle, einem Serienresonanzkreis und den Ersatzelementen der Diode, wobei die Gehäuseinduktivität der Diode dem Serienresonanzkreis zugeschlagen werden kann.

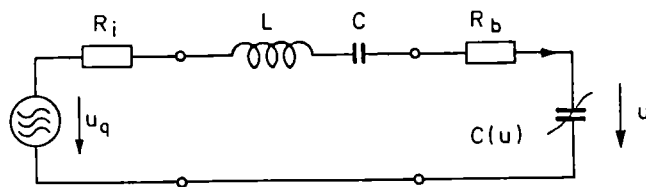


Abb. 4.6: Ersatzschaltung des Systems bei Stromsteuerung

Die Differentialgleichung des Systems

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q + \frac{u}{L} = \frac{u_q}{L} ; \quad R = R_i + R_b$$

ist wegen der nichtlinearen Spannungs-Ladungsbeziehung  $u = f(q)$  ebenfalls nichtlinear, wobei die Beziehung zwischen  $u$  und  $q$  aus der Kapazitätskennlinie

$$c = \frac{C(o)}{\left(1 - \frac{u}{U_D}\right)^m}$$

berechnet werden kann. Aus einer Integration folgt mit den Randbedingungen  $u = 0$  für  $q = 0$

$$q = \frac{C(o) U_D}{m - 1} \left[ \left(1 - \frac{u}{U_D}\right)^{1-m} - 1 \right]$$

Für die nichtlineare Ladungs-Spannungs-Beziehung gilt demnach

$$\frac{u}{U_D} = 1 - \left(1 - \frac{1 - m}{C(o)U_D} q\right)^{\frac{1}{1-m}}$$

Die Auswertung der nichtlinearen Differentialgleichung kann entweder auf numerischem Wege, z. B. mit Hilfe des Runge-Kutta-Verfahrens<sup>37</sup> oder mit einem analytischen Näherungsverfahren erfolgen. Das Ergebnis einer solchen Näherungsbetrachtung ist im wesentlichen (siehe Anhang), daß - Serienresonanz vorausgesetzt - der Zusammenhang zwischen der Ladung  $\hat{q}$  und der Quellenspannung  $U_q$  näherungsweise durch

$$U_q \approx \omega R \hat{q}$$

gegeben ist und damit auch aus einer linearen Theorie folgt. Die aussteuerungsabhängige Kapazität bewirkt lediglich, daß sich die Serienresonanz als Funktion der Aussteuerung ändert. Der Mittelwert der Kapazität läßt sich nun für beliebige  $m$  aus der Taylorentwicklung der Gleichung

$$c = \frac{C(o)}{\left(1 - \frac{u}{U_D}\right)^m}$$

errechnen. Bricht man die Entwicklung nach dem quadratischen Glied ab, so gilt für  $\frac{u}{U_D} < 1$

$$c \approx C(o) \left[ 1 + m \frac{u}{U_D} + \frac{m(2m+1)}{2!} \left(\frac{u}{U_D}\right)^2 \right]$$

Ersetzt man hier  $\frac{u}{U_D}$  durch die Näherung

$$\frac{u}{U_D} \approx \frac{1}{C(o)U_D} q - \frac{m}{2} \frac{1}{(C(o)U_D)^2} q^2$$

und integriert die so erhaltene Gleichung über eine Periode von  $q = \hat{q} \sin \omega t$  so folgt daraus

$$C_m \approx C(o) \left[ 1 + \frac{m(m+1)\hat{q}^2}{(2C(o)U_D)^2} \right]$$

wobei die Ladung  $\hat{q}$  wieder durch die Quellenspannung  $U_q$  ersetzt werden kann. Dieses Ergebnis soll nun experimentell verifiziert werden.

#### 4.2.3 Experimentelle Ergebnisse

Da beim Experiment lediglich die Mikrowellenleistung als direkt meßbare Größe zur Verfügung steht, muß zunächst der Zusammenhang zwischen der Mikrowellenladung  $\hat{q}$  und der gemessenen Leistung berechnet werden. Dazu wird von der Abb. 4.7 ausgegangen, die aus einem

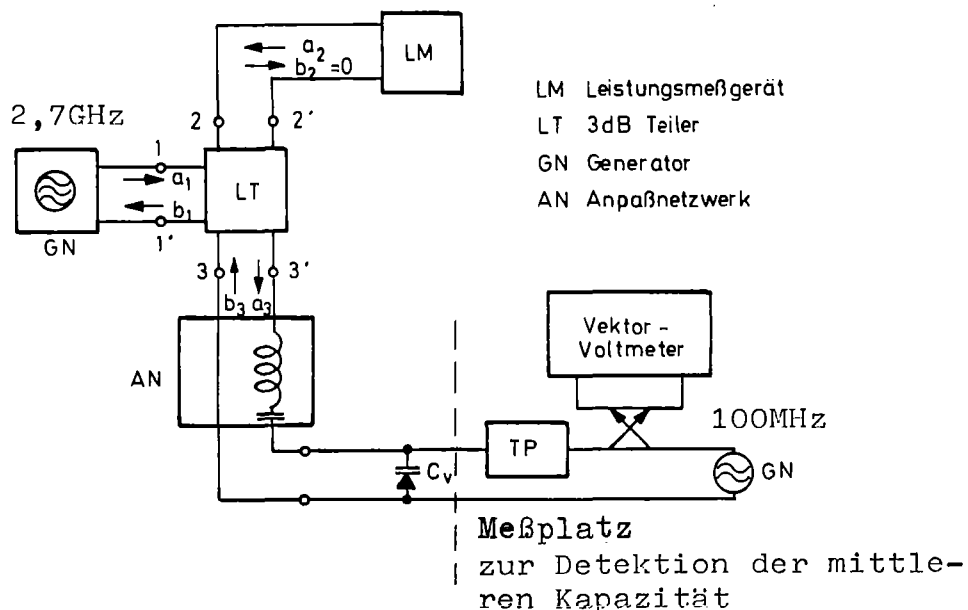


Abb. 4.7: Meßaufbau zur experimentellen Bestimmung des arithmetischen Mittelwerts der Kapazität als Funktion der Mikrowellenleistung.

Impedanzmeßplatz und dem eigentlichen HF-Aufbau besteht.

Durch den 3dB-Teiler wird gewährleistet, daß die am Tor 2 und 3 vorlaufenden Leistungen  $P_h$  gleich groß sind. Da am Tor 2 Anpassung herrscht, wird vom Meßgerät die gesamte von der hinlaufenden Welle getragene Leistung

$$P_h = \frac{1}{2} \frac{U_h^2}{Z_L}$$

gemessen.

Im allgemeinen ist der Verbraucher am Tor 3 fehlangepaßt, daher wird die rücklaufende Welle einen Teil der Leistung in den Generator zurückliefern. Dieser Anteil beträgt

$$P_r = \frac{1}{2} \frac{U_r^2}{Z_L}$$

Die im Verbraucher, d. h. im Bahnwiderstand der Diode umgesetzte Leistung ist gleich der Differenz zwischen hinlaufender und rücklaufender Leistung

$$P_o = P_h - P_r = \frac{1}{2Z_L}(U_h^2 - U_r^2) = P_h(1 - |\Gamma|^2)$$

und deshalb eine Funktion des Reflexionsfaktors  $\Gamma$ .

Aus der Ersatzschaltung des Systems an den Klemmen 33' (Abb. 4.8) erhält man für den Reflexionsfaktor

$$\Gamma = \frac{R_b - R_i + j\omega L + \frac{1}{j\omega} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_V} \right)}{R_b + R_i + j\omega L + \frac{1}{j\omega} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_V} \right)}$$

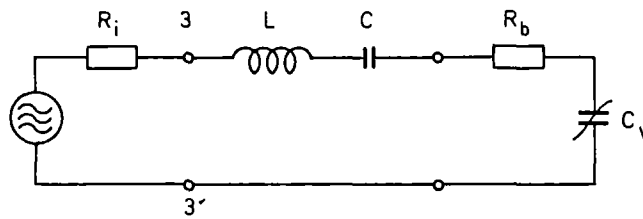


Abb. 4.8: Ersatzschaltung des Anpaßnetzwerks mit Varaktordiode (siehe auch Kap.6.2).

Für das Betragsquadrat von  $\Gamma$  gilt unter der Voraussetzung  $R_b = R_i$  und mit der Abkürzung  $\frac{1}{C} + \frac{1}{C_v} = \frac{1}{C'}$

$$|\Gamma|^2 = \frac{(1 - \omega^2 LC')^2}{(1 - \omega^2 LC')^2 + (2R_b \omega C')^2}$$

Aus der Kenntnis des Reflexionsfaktors läßt sich nun die für eine bestimmte Ladungsamplitude  $\hat{q}$  notwendige Leistung  $P_h$  errechnen, denn für den Zusammenhang zwischen der Ladung und der am Bahnwiderstand der Diode absorbierten Leistung gilt die Beziehung

$$P_o = (\omega \hat{q})^2 R_b.$$

Daraus folgt sofort für die Mikrowellenladung  $\hat{q}^2$

$$\hat{q}^2 = \frac{P_o}{\omega^2 R_b} = \frac{P_h (1 - |\Gamma|^2)}{\omega^2 R_b}$$

Diese Funktion in den Ausdruck für die mittlere Kapazität eingesetzt ergibt wegen  $C_v \approx C_m$  eine implizite Funktion in  $C_m$ . Unabhängige Variable ist

die Mikrowellenleistung  $P_h$ .

$$C_m \approx C(o) \left[ 1 + \frac{m(m+1)}{(2C(o)U_D)^2} \cdot \frac{P_h (1 - |\Gamma(C_m)|^2)}{\omega^2 R_b} \right]$$

Der Mittelwert der Kapazität läßt sich so als Funktion der Leistung errechnen. Das Ergebnis einer solchen Rechnung ist in Abb. 4.9 graphisch dargestellt und zeigt eine recht gute Übereinstimmung mit dem nach Abb. 4.7 experimentell ermittelten Verlauf.

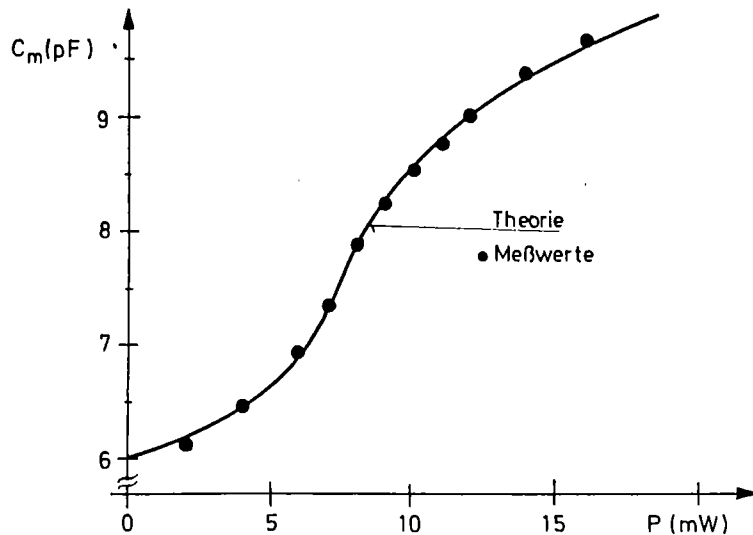


Abb. 4.9: Konversionsbeziehung zwischen Mikrowellenleistung und dem Mittelwert der Kapazität. (Theorie s. Seite 40)



Die Empfindlichkeit der Konversion ist nun einfach durch die Steigung dieser Kurve gegeben

$$S_P^C = \frac{\partial C_m / C_m}{\partial P / P} = \frac{1}{2} \frac{\partial C_m / C_m}{\partial U / U} = \frac{1}{2} S_U^C,$$

deren Verlauf in der Abb. 4.10 dargestellt ist.

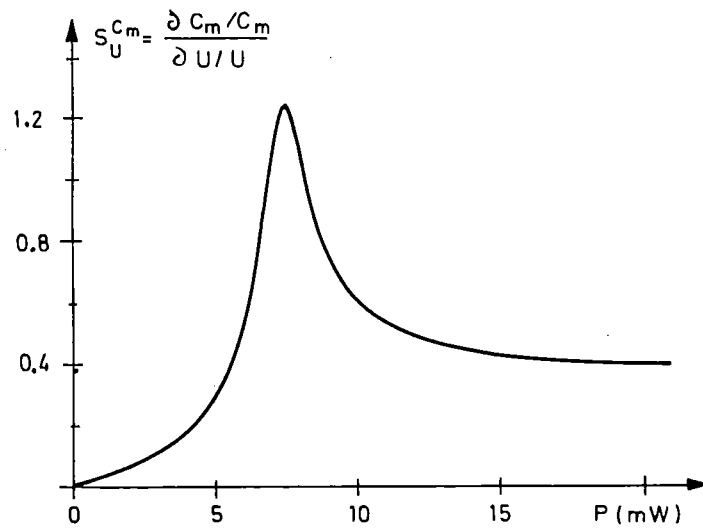


Abb. 4.10: Vollrelative Empfindlichkeit der Konversionsbeziehung.

Mit Hilfe dieser Größe, die man wegen ihrer Definition auch als vollrelative Empfindlichkeit bezeichnet, läßt sich der Zusammenhang zwischen der Amplitudenmeßgenauigkeit des Mikrowellensignals und der Kapazitätsmeßgenauigkeit angeben. Durch Umstellung der Definitionsgleichung erhält man die Beziehung

$$\frac{\partial U}{U} = 2 S_P^{C_m} \frac{\partial C_m}{C_m}$$

In der Umgebung von  $2 S_P^{C_m} = 1$  ist daher die Amplitudenmeßgenauigkeit direkt durch die Kapazitätsmeßgenauigkeit gegeben. Zusammenfassend läßt sich also festhalten, daß sich die Suche nach einem genauen Mikrowellen-Amplitudenmeßsystem auf die Suche nach einem leistungsfähigen Kapazitätsmeßsystem zurückführen läßt. Diesem Problem ist der folgende Abschnitt gewidmet.

### 4.3 Frequenzanaloges Meßsystem

Zur Messung von Kapazitäten sind Verfahren mit veränderlicher Frequenz, Verfahren mit konstanter Frequenz und die üblichen Brückenschaltungen möglich. Wegen der Störuneempfindlichkeit der Frequenzmessung bietet sich hier besonders das erstgenannte Verfahren an. Die zu messende Kapazität wird in diesem Fall als frequenzbestimmendes Bauteil einer Oszillatorschaltung eingesetzt. Die Entdämpfung des Schwingkreises kann dabei auf zweierlei Art geschehen; zum einen durch ein externes Erregersystem (Verstärker, negativer Widerstand) und zum anderen durch Ausnutzung des parametrischen Effektes.

#### 4.3.1 Schwingkreis mit externem Erregersystem

Als frequenzbestimmendes Netzwerk wurde eine Clapp-Schaltung gewählt, da die parasitären Kapazitäten des Erregersystems (MOS-FET-Tetrode) bei dieser Schaltung (Abb. 4.11) mit den geringsten Einfluß auf die Frequenzkonstanz haben<sup>38,39</sup>. Die Ausgangsfrequenz des Oszillators hängt über die Varaktorkapazität von der anliegenden Mikrowellenleistung ab. Für die Konversionsbeziehung dieses Leistungs-Frequenz-Konverters gilt wegen

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_m}}$$

der Verlauf nach Abb. 4.12

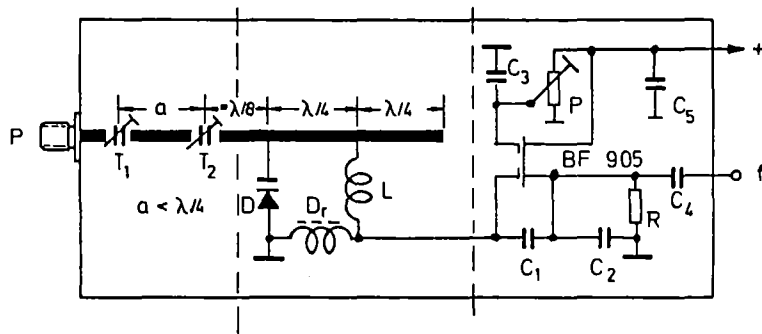


Abb. 4.11: Leistungs-Frequenz Konverter mit externer Entdämpfung

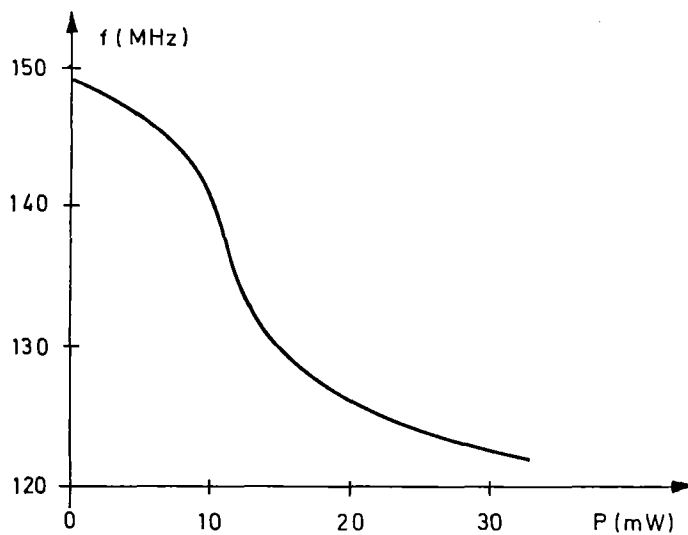


Abb. 4.12: Konversionsbeziehung des P/f-Konverters (experimentell ermittelt)

Die Untersuchungen des Systems zeigten, daß dieses Konzept lediglich bei reduzierten Genauigkeitsansprüchen (ca.  $5 \cdot 10^{-5}$ ) befriedigende Ergebnisse liefert. Ursache hierfür sind unvermeidliche Parameterschwankungen des Verstärkers und deren Einfluß auf die Frequenzkonstanz des Schwingkreises.

Wesentlich bessere Ergebnisse werden bei der Entdämpfung des Schwingkreises über den parametrischen Effekt erzielt. Da bei diesem System die Energie zur Entdämpfung direkt aus dem Mikrowellensignal entnommen wird, entfällt der externe, zur Entdämpfung notwendige Verstärker und damit die Abhängigkeit der Ausgangsfrequenz von dessen Eigenschaften.

#### 4.3.2 Parametrischer Schwingkreis

##### 4.3.2.1 Systemgleichungen

Systeme, deren Wirkungsweise auf der Grundlage der nichtlinearen Kapazitätskennlinie einer Halbleiterdiode beruhen, sei es z. B. als Frequenzvervielfacher, als Mischer oder auch als parametrischer Verstärker, werden ausführlich in der Literatur beschrieben<sup>40,41,42</sup>. Üblicherweise wird bei der Analyse dieser Systeme von einer linearisierten Theorie ausgegangen, welche den Vorteil besitzt, im Frequenzbereich rechnen zu können. Dieser Ansatz ist jedoch nicht dazu geeignet, Aussagen über die Schwingungsamplituden bei der parametrischen Selbsterregung und deren

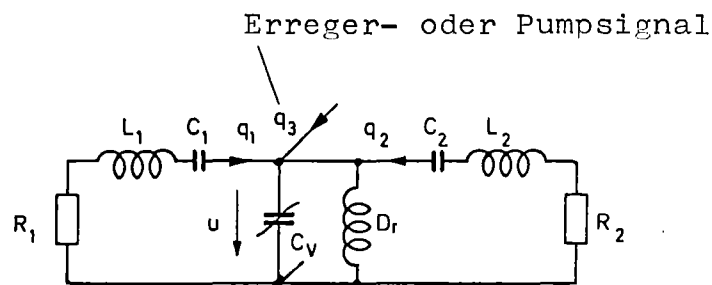
Einfluß auf die Schwingfrequenzen zu liefern. Da dieser Effekt die Konversionsbeziehungen wesentlich beeinflußt, soll hier von den nicht-linearen Differentialgleichungen des Systems ausgegangen werden.

Zugrunde gelegt wird das Netzwerk in Abb. 4.13, das durch das Differentialgleichungssystem

$$\ddot{q}_1 + D_1 \dot{q}_1 + \tilde{\omega}_1^2 q_1 + \frac{u}{L_1} = 0$$

$$\ddot{q}_2 + D_2 \dot{q}_2 + \tilde{\omega}_2^2 q_2 + \frac{u}{L_2} = 0$$

mit  $D_i = \frac{R_i}{L_i}$  und  $\tilde{\omega}_i^2 = \frac{1}{L_i C_i}$  ( $i=1,2$ ) beschrieben wird.



**Abb. 4.13:** Ersatzschaltung des parametrischen Systems

$$\omega_1 = 2\pi 150 \text{ MHz (Signalfrequenz)}$$

$$\omega_2 = 2\pi 2.5 \text{ GHz (Idler)}$$

$$C_2 \ll C_V$$

Die Nichtlinearität folgt aus der nichtlinearen Ladungs-Spannungs-Beziehung

$$\frac{u}{U_D} = 1 - \left(1 - \frac{1-m}{C(0)U_D} q\right)^{\frac{1}{1-m}}$$

die sich aus der Integration der differentiellen Kapazität

$$c(u) = \frac{C(0)}{\left(1 - \frac{u}{U_D}\right)^m}$$

mit der Randbedingung  $u = 0, q = 0$  ergibt (siehe Kap. 4.2.2).

Eine Potenzreihenentwicklung um den Punkt  $(u, q) = (0, 0)$  führt auf den Ausdruck

$$\frac{u}{U_D} = \frac{1}{C(0)U_D} q - \frac{m}{2!} \frac{1}{(C(0)U_D)^2} q^2 + \frac{m(2m-1)}{3!} \frac{1}{(C(0)U_D)^3} q^3 - + \dots$$

Bricht man die Taylorreihe nach dem dritten Glied ab, so gilt für  $\left|\frac{1-m}{C(0)U_D} q\right| \ll 1$  näherungsweise

$$\frac{u}{U_D} \approx \alpha q - \beta q^2 - \gamma q^3; \quad \alpha, \beta, \gamma > 0 \text{ für } m < 0,5$$

Wird diese Beziehung in die Differentialgleichungen eingesetzt, so erhält man wegen der Zeitabhängigkeit der Ladung  $q_3 = q_3(t)$  ein nicht-lineares zeitvariantes Differentialgleichungs-

system, das wegen

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

miteinander verkoppelt ist.

$$\ddot{q}_1 + D_1 \dot{q}_1 + \tilde{\omega}_1^2 q_1 + \frac{\alpha U_D}{L_1} q - \frac{\beta U_D}{L_1} q^2 - \frac{\gamma U_D}{L_1} q^3 = 0$$

$$\ddot{q}_2 + D_2 \dot{q}_2 + \tilde{\omega}_2^2 q_2 + \frac{\alpha U_D}{L_2} q - \frac{\beta U_D}{L_2} q^2 - \frac{\gamma U_D}{L_2} q^3 = 0$$

Setzt man Ladungssteuerung des Signals  $q_3$

voraus<sup>\*</sup>, so ist  $q_3 = \hat{q}_3 \sin \omega_3 t$

und damit die Gesamtladung  $q$

$$q = q_1 + q_2 + \hat{q}_3 \sin \omega_3 t$$

In <sup>44</sup> wird gezeigt, daß die harmonische Balance <sup>45</sup>, ein in der Regelungstechnik wohlerprobtes Verfahren zur Ermittlung von Dauerschwingungen in nichtlinearen Systemen, auch auf zeitvariante nichtlineare Systeme angewandt werden kann. Im folgenden wird, wegen des relativ geringen mathematischen Aufwandes, dieses Verfahren zur näherungsweise Lösung des Differentialgleichungssystems herangezogen.

\* siehe auch Kap. 6.4



#### 4.3.2.2 Anwendung der Harmonischen Balance

Die Beziehungen bei der Anwendung der Harmonischen Balance werden etwas einfacher, wenn man die Anteile

$\frac{\alpha U_D}{L_1} q_1$  bzw.  $\frac{\alpha U_D}{L_2} q_2$  den linearen Gliedern in den

Differentialgleichungen zuschlägt.

Man erhält dann

$$\ddot{q}_1 + D_1 \dot{q}_1 + \tilde{\omega}_1^2 q_1 + \alpha_1 (q - q_1) - \beta_1 q^2 - \gamma_1 q^3 = 0$$

$$\ddot{q}_2 + D_2 \dot{q}_2 + \tilde{\omega}_2^2 q_2 + \alpha_2 (q - q_2) - \beta_2 q^2 - \gamma_2 q^3 = 0$$

$$\alpha_i = \frac{\alpha U_D}{L_i} ; \quad \beta_i = \frac{\beta U_D}{L_i} ; \quad \gamma_i = \frac{\gamma U_D}{L_i} ;$$

$$\tilde{\omega}_i^2 = \tilde{\omega}_i^2 + \alpha_i .$$

Mit der Abkürzung

$$F_i = \alpha_i (q - q_i) - \beta_i q^2 - \gamma_i q^3$$

und anschließender Laplace-Transformation des Differentialgleichungssystems ergeben sich die äquivalenten Gleichungen im Frequenzbereich

$$q_1(s) = -L_1(s) \mathcal{L}\{F_1\}$$

$$q_2(s) = -L_2(s) \mathcal{L}\{F_2\}$$

$$L_i(s) = \frac{1}{s^2 + D_i s + \tilde{\omega}_i^2}$$

Damit sind die Größen  $q_1$  und  $q_2$  als abhängige Veränderliche einer Funktionalbeziehung dargestellt. Eine anschauliche Darstellung dieser Funktionalbeziehungen liefert das Strukturbild in Abb. 4.14.

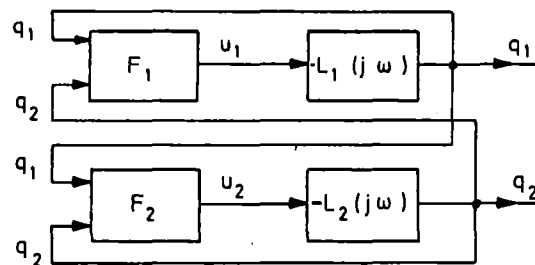


Abb. 4.14: Strukturbild des parametrischen Systems.

Die linearen Glieder der DGLn beschreiben Tiefpässe 2. Ordnung (mit eventueller Resonanzüberhöhung), deren Dämpfung für Frequenzen  $\omega_i > \tilde{\omega}_i$  mit 40 dB/Dekade ansteigt. Aus diesem Grunde und da das Grundsystem in entkoppelter Form vorliegt, ist man berechtigt, für die Größen  $q_1$  und  $q_2$  einen harmonischen Ansatz zu wählen, dem ein Gleichanteil überlagert ist.

$$q_1 = \hat{q}_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + \bar{q}_1 = \frac{1}{j^2} \hat{q}_1 \left[ e^{j(\omega_1 t + \phi_1)} - e^{-j(\omega_1 t + \phi_1)} \right] + \bar{q}_1$$

$$q_2 = \hat{q}_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2) + \bar{q}_2 = \frac{1}{j^2} \hat{q}_2 \left[ e^{j(\omega_2 t + \phi_2)} - e^{-j(\omega_2 t + \phi_2)} \right] + \bar{q}_2$$

Die Wirkung dieses Gleichanteils besteht nun in einer Verschiebung des Arbeitspunktes in Richtung negativer Vorspannungen<sup>41</sup>. Mathematisch bedeutet dies eine Verschiebung des Entwicklungszentrums bei der Reihenentwicklung der nichtlinearen Spannungs-Ladungsbeziehung und damit eine Änderung der Fourierkoeffizienten; die praktische Bedeutung liegt in einer Verringerung des erwünschten Effektes. Es ist daher sinnvoll, den Arbeitspunkt durch Kurzschluß des Gleichspannungsanteils festzuhalten (Drossel Dr in Abb. 4.13). Die bei der Wechsellaussteuerung entstehende Richtladung besitzt dann keinen Einfluß auf die Parameter des Systems und darf somit vernachlässigt werden.

Zur Berechnung der unbekanntenen Schwingungsparameter  $\hat{q}_i$  und  $\omega_i$  werden im folgenden die Gleichungen der Harmonischen Balance aufgestellt. Dazu werden zunächst die beiden Ausgangsgrößen der nichtlinearen Blöcke  $u_1$  und  $u_2$  bestimmt.

$$\begin{aligned} u_1 &= F_1(q_1, q_2, q_3, t) \\ &= \alpha_1(q_2 + q_3) - \beta_1(q_1 + q_2 + q_3)^2 - \gamma_1(q_1 + q_2 + q_3)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= F_2(q_1, q_2, q_3, t) \\ &= \alpha_2(q_1 + q_3) - \beta_2(q_1 + q_2 + q_3)^2 - \gamma_2(q_1 + q_2 + q_3)^3 \end{aligned}$$

Setzt man hier die Zeitabhängigkeit der Ladungen ein, so ergibt sich durch einfache trigonometrische Umformung eine Summe von harmonischen Funktionen. Vernachlässigt man nun wegen des Tiefpaßcharakters der linearen Blöcke alle Terme mit von  $\omega_1$  bzw.  $\omega_2$  abweichenden Frequenzen und setzt voraus, daß  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  gilt, so werden die Größen  $u_1$  und  $u_2$  näherungsweise durch

$$u_1 = \beta_1 \hat{q}_2 \hat{q}_3 \sin(\omega_1 t - \phi_2 - \frac{\pi}{2}) - \frac{3}{2} \gamma_1 \hat{q}_1 (\frac{\hat{q}_1^2}{2} + \hat{q}_2^2 + \hat{q}_3^2) \sin(\omega_1 t + \phi_1)$$

$$u_2 = \beta_2 \hat{q}_1 \hat{q}_3 \sin(\omega_2 t - \phi_1 - \frac{\pi}{2}) - \frac{3}{2} \gamma_2 \hat{q}_2 (\frac{\hat{q}_2^2}{2} + \hat{q}_1^2 + \hat{q}_3^2) \sin(\omega_2 t + \phi_2)$$

beschrieben. Zur Vereinfachung der Rechnung ist es zweckmäßig, die komplexe Rechnung einzuführen. Für die Größen  $q_i$  und  $u_i$  erhält man dann

$$\underline{q}_1 = \hat{q}_1 e^{j(\omega_1 t + \phi_1)}$$

$$\underline{q}_2 = \hat{q}_2 e^{j(\omega_2 t + \phi_2)}$$

$$\underline{u}_1 = \left[ \beta_1 \hat{q}_2 \hat{q}_3 e^{-j(\phi_2 + \frac{\pi}{2})} - \frac{3}{2} \gamma_1 \hat{q}_1 (\frac{\hat{q}_1^2}{2} + \hat{q}_2^2 + \hat{q}_3^2) e^{j\phi_1} \right] e^{j\omega_1 t}$$

$$\underline{u}_2 = \left[ \beta_2 \hat{q}_1 \hat{q}_3 e^{-j(\phi_1 + \frac{\pi}{2})} - \frac{3}{2} \gamma_2 \hat{q}_2 \left( \frac{\hat{q}_2^2}{2} + \hat{q}_1^2 + \hat{q}_3^2 \right) e^{j\phi_2} \right] e^{j\omega_2 t}$$

Aus dem Strukturbild liest man die Gleichungen

$$\underline{q}_1 = -L_1(j\omega_1) \underline{u}_1$$

$$\underline{q}_2 = -L_2(j\omega_2) \underline{u}_2$$

ab. Setzt man hier die komplexen Größen  $\underline{q}_i$  und  $\underline{u}_i$  ein, so ergeben sich die Gleichungen

$$\begin{aligned} -L_1^{-1}(j\omega_1) = & -\frac{3}{2} \gamma_1 \left( \frac{\hat{q}_1^2}{2} + \hat{q}_2^2 + \hat{q}_3^2 \right) \\ & + \beta_1 \hat{q}_3 \frac{\hat{q}_2}{\hat{q}_1} e^{-j(\phi_1 + \phi_2 + \frac{\pi}{2})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -L_2^{-1}(j\omega_2) = & -\frac{3}{2} \gamma_2 \left( \frac{\hat{q}_2^2}{2} + \hat{q}_1^2 + \hat{q}_3^2 \right) \\ & + \beta_2 \hat{q}_3 \frac{\hat{q}_1}{\hat{q}_2} e^{-j(\phi_1 + \phi_2 + \frac{\pi}{2})} \end{aligned}$$

Diese beiden komplexen Gleichungen lassen sich in 4 reelle Gleichungen zerlegen.

Wegen

$$L_i^{-1}(j\omega_i) = \tilde{\omega}_i^2 - \omega_i^2 + jD_i\omega_i$$

erhält man  $(\phi_1 + \phi_2 + \frac{\pi}{2} = \phi)$

$$-\frac{3}{2}\gamma_1 \left( \frac{\hat{q}_1^2}{2} + \hat{q}_2^2 + \hat{q}_3^2 \right) + \beta_1 \hat{q}_3 \frac{\hat{q}_2}{\hat{q}_1} \cos \phi = \omega_1^2 - \tilde{\omega}_1^2$$

$$-\frac{3}{2}\gamma_2 \left( \frac{\hat{q}_2^2}{2} + \hat{q}_1^2 + \hat{q}_3^2 \right) + \beta_2 \hat{q}_3 \frac{\hat{q}_1}{\hat{q}_2} \cos \phi = \omega_2^2 - \tilde{\omega}_2^2$$

$$\beta_1 \hat{q}_3 \frac{\hat{q}_2}{\hat{q}_1} \sin \phi = + D_1 \omega_1$$

$$\beta_2 \hat{q}_3 \frac{\hat{q}_1}{\hat{q}_2} \sin \phi = + D_2 \omega_2$$

wobei für den Zusammenhang zwischen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  die Beziehung  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$  gilt.

Mit diesen fünf Gleichungen lassen sich die fünf unbekanntenen Schwingungsparameter  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\hat{q}_1$ ,  $\hat{q}_2$  und  $\phi$  berechnen. Eine exakte Lösung des nicht-linearen Gleichungssystems ist nur durch ein numerisches Verfahren möglich. Unter Verwendung der Näherung  $\omega_i \approx \tilde{\omega}_i$  läßt sich jedoch auch ein analytischer Ausdruck für die interessierenden Zusammenhänge angeben.

#### 4.3.2.3 Näherungsweise Ermittlung der Schwingungsparameter

Unter der Annahme, daß die Frequenzen  $\omega_i$  der Dauerschwingungen nicht allzuweit von den Eigenfrequenzen  $\tilde{\omega}_i$  des ungedämpften linearen Systems liegen

$$\omega_i = \tilde{\omega}_i (1 - \lambda_i) \quad |\lambda_i| \ll 1$$

kann man für die beiden ersten Gleichungen des Gleichungssystems wegen

$$\omega_i - \frac{\tilde{\omega}_i^2}{\omega_i} = \omega_i - \frac{\tilde{\omega}_i}{1-\lambda_i} = \omega_i - \tilde{\omega}_i (1 + \lambda_i) = 2(\omega_i - \tilde{\omega}_i)$$

schreiben

$$2(\omega_1 - \tilde{\omega}_1) = -\frac{1}{\omega_1} \left[ \frac{3}{2} \gamma_1 \hat{q}_3^2 + \frac{3}{2} \gamma_1 \left( \frac{\hat{q}_1^2}{2} + \hat{q}_2^2 \right) \right] + \frac{\beta_1}{\omega_1} \hat{q}_3 \frac{\hat{q}_2}{\hat{q}_1} \cos \phi$$

$$2(\omega_2 - \tilde{\omega}_2) = -\frac{1}{\omega_2} \left[ \frac{3}{2} \gamma_2 \hat{q}_3^2 + \frac{3}{2} \gamma_2 \left( \frac{\hat{q}_2^2}{2} + \hat{q}_1^2 \right) \right] + \frac{\beta_2}{\omega_2} \hat{q}_3 \frac{\hat{q}_1}{\hat{q}_2} \cos \phi$$

Addition ergibt

$$\begin{aligned}
 2(\omega_1 + \omega_2) - 2(\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2) &= -\frac{3}{2} \hat{q}_3^2 \left[ \frac{\gamma_1}{\omega_1} + \frac{\gamma_2}{\omega_2} \right] \\
 - \frac{3}{2} \hat{q}_1^2 \left[ \frac{\gamma_1}{\omega_1} \left( \frac{1}{2} + \left( \frac{\hat{q}_2}{\hat{q}_1} \right)^2 \right) + \frac{\gamma_2}{\omega_2} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{q}_2}{\hat{q}_1} \right)^2 \right) \right] & \quad (*) \\
 + q_3 \cos \phi \left[ \frac{\beta_1}{\omega_1} \frac{\hat{q}_2}{\hat{q}_1} + \frac{\beta_2}{\omega_2} \frac{\hat{q}_1}{\hat{q}_2} \right] &
 \end{aligned}$$

Aus den weiteren Gleichungen des Gleichungssystems folgt

$$\frac{\hat{q}_2}{\hat{q}_1} = + \frac{D_1 \omega_1}{\beta_1 \hat{q}_3 \sin \phi}$$

$$\frac{\hat{q}_1}{\hat{q}_2} = + \frac{D_2 \omega_2}{\beta_2 \hat{q}_3 \sin \phi}$$

Multiplikation bzw. Division liefert

$$\sin^2 \phi = \frac{D_1 D_2 \omega_1 \omega_2}{\beta_1 \beta_2 q_3^2}$$

$$\left( \frac{q_2}{q_1} \right)^2 = \frac{D_1 \omega_1 \beta_2}{D_2 \omega_2 \beta_1}$$

Damit kann man unter Berücksichtigung von

$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  für Gleichung (\*) schreiben



$$\begin{aligned} \omega_3 - (\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2) &= -\frac{3}{4} \left[ \frac{\gamma_1}{\tilde{\omega}_1} + \frac{\gamma_2}{\tilde{\omega}_2} \right] \hat{q}_3^2 \\ &- \frac{3}{4} \left[ \frac{\gamma_1}{\tilde{\omega}_1} \left( \frac{1}{2} + \frac{D_1 \tilde{\omega}_1 \beta_2}{D_2 \tilde{\omega}_2 \beta_1} \right) + \frac{\gamma_2}{\tilde{\omega}_2} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{D_1 \tilde{\omega}_1 \beta_2}{D_2 \tilde{\omega}_2 \beta_1} \right) \right] \hat{q}_1^2 \\ &+ \frac{1}{2} (D_1 + D_2) \cot \phi \end{aligned}$$

Darin ist noch

$$\cot^2 \phi = \frac{1 - \sin^2 \phi}{\sin^2 \phi}$$

$$\cot \phi = \pm \frac{1}{\sqrt{D_1 D_2}} \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2}{\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2} \hat{q}_3^2 - D_1 D_2}$$

so daß man schließlich wegen

$$\frac{a}{\omega_i} = \frac{a}{\tilde{\omega}_i (1 - \lambda_i)} \approx \frac{a}{\tilde{\omega}_i}$$

erhält

$$\begin{aligned} \omega_3 &= \tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2 - \frac{3}{4} \left[ \frac{\gamma_1}{\tilde{\omega}_1} + \frac{\gamma_2}{\tilde{\omega}_2} \right] \hat{q}_3^2 \\ &- \frac{3}{4} \left[ \frac{\gamma_1}{\tilde{\omega}_1} \left( \frac{1}{2} + \frac{D_1 \tilde{\omega}_1 \beta_2}{D_2 \tilde{\omega}_2 \beta_1} \right) + \frac{\gamma_2}{\tilde{\omega}_2} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{D_1 \tilde{\omega}_1 \beta_2}{D_2 \tilde{\omega}_2 \beta_1} \right) \right] \hat{q}_1^2 \quad (**) \\ &+ \frac{1}{2} \frac{D_1 + D_2}{\sqrt{D_1 D_2}} \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2}{\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2} \hat{q}_3^2 - D_1 D_2} \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck eignet sich zur Berechnung der Amplitude  $\hat{q}_1$  als Funktion der Frequenz  $\omega_3$  oder der Amplitude  $\hat{q}_3$ . Bei konstanter Frequenz

$\omega_3 \approx \tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2$  folgt schließlich

$$\hat{q}_1^2 = - \frac{\frac{3}{4} \left[ \frac{\gamma_1}{\tilde{\omega}_1} + \frac{\gamma_2}{\tilde{\omega}_2} \right] \hat{q}_3^2 + \frac{1}{2} \frac{D_1 + D_2}{\sqrt{D_1 D_2}} \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2}{\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2} \hat{q}_3^2 - D_1 D_2}}{\frac{3}{4} \left[ \frac{\gamma_1}{\tilde{\omega}_1} \left( \frac{1}{2} + \frac{D_1 \tilde{\omega}_1 \beta_1}{D_2 \tilde{\omega}_2 \beta_2} \right) + \frac{\gamma_2}{\tilde{\omega}_2} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{D_1 \tilde{\omega}_1 \beta_1}{D_2 \tilde{\omega}_2 \beta_2} \right) \right]} = f(\hat{q}_3^2)$$

Eigenschwingungen des Systems treten nur auf, falls eine reelle Lösung für  $\hat{q}_1$  existiert. Dies ist aber nur möglich für Winkel  $\phi$  zwischen 0 und  $\pi/2$  oder zwischen  $\pi$  und  $3/(2\pi)$ , d.h. für das positive Vorzeichen vor der Wurzel. Wie man anhand der nichtlinearen Ausgangsgleichungen leicht nachprüfen kann, ist für  $\omega_1^2 - \omega_1^2 \approx 0$  sowohl  $\cos\phi$  als auch  $\sin\phi$  größer Null; das heißt aber, daß  $\phi$  zwischen 0 und  $\pi/2$  liegt und somit in der Tat das positive Vorzeichen gültig ist.

Das Gleichungssystem hat demnach die Form

$$\hat{q}_1^2 = -A\hat{q}_3^2 + B\sqrt{C\hat{q}_3^2 - D},$$

wobei der zulässige Lösungsbereich in Abb. 4.15 schraffiert dargestellt ist.

Eine notwendige Bedingung für die Existenz reeller Lösungen ergibt sich aus der Forderung, daß der

Radikand  $C\hat{q}_3^2 - D$  nicht Negativ sein darf. Daraus folgt:

$$\hat{q}_3^2 > \hat{q}_{31}^2 = D/C$$

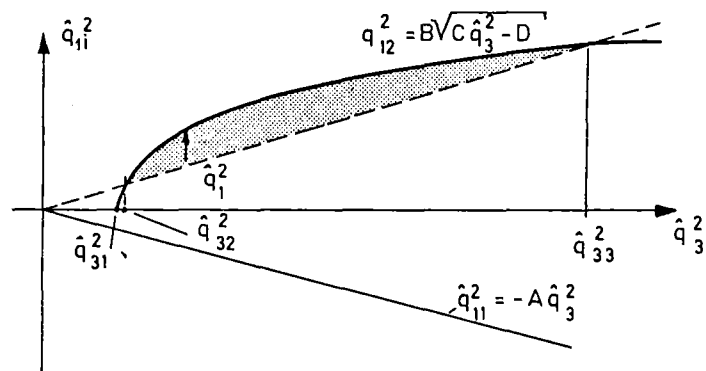


Abb. 4.15

Die hinreichende Bedingung ist durch  $\hat{q}_1^2 > 0$  (d.h.  $\hat{q}_3^2 > \hat{q}_{32}^2$ ) gegeben. Im Rahmen der Näherungslösung darf man jedoch  $\hat{q}_{31}^2 \approx \hat{q}_{32}^2$  setzen. Damit erhält man für die zur Selbsterregung notwendige minimale Amplitude  $\hat{q}_{3\min}^2$

$$\hat{q}_{3\min}^2 > \frac{D_1 D_2 \tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2}{B_1 B_2} = \frac{R_1 R_2 \tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2}{(B U_D)^2}$$

Eine physikalische Interpretation der oberen Begrenzung im Punkt  $\hat{q}_{33}^2$  (Abb. 4.15) ist nicht sinnvoll, da an dieser Stelle die Voraussetzung für

die Gültigkeit dieser Gleichungen nämlich

$$\left| \frac{1-m}{C(o)U_D} q \right| \ll 1$$

längst nicht mehr erfüllt ist.

An dieser Stelle sei eine kurze Betrachtung anhand der Gl (\* \*) eingeschoben. Wie aus dieser Beziehung sofort gefolgert werden kann, verschwindet die Amplitude  $\hat{q}_1^2$ , wenn die Fourier-Entwicklung der Ladungs-Spannungsbeziehung nach dem quadratischen Glied abgebrochen wird ( $\gamma_1, \gamma_2 = 0$ ). Eine Bestimmungsgleichung für die Amplitude existiert demnach nur, falls das kubische Glied berücksichtigt und damit die essentielle Nichtlinearität erfaßt wird.\*

Mit der nun bekannten Funktion  $\hat{q}_1^2 = f(\hat{q}_3^2)$  ergibt sich für die Abhängigkeit der Signalfrequenz  $\omega_1$  von der Amplitude  $\hat{q}_3$  aus der ersten Gleichung des nichtlinearen Gleichungssystems

$$\omega_1 \approx \tilde{\omega}_1 - \frac{1}{2\omega_1} \left[ \frac{3}{2} \gamma_1 \hat{q}_3^2 + \frac{3}{2} \gamma_1 \hat{q}_1^2 \left( 1 + \left( \frac{\hat{q}_2}{\hat{q}_1} \right)^2 \right) \right] + \frac{R_1}{2} \frac{\hat{q}_3}{\omega_1} \frac{\hat{q}_2}{\hat{q}_1} \cos \phi$$

Mit der Näherung  $q/\omega_1 \approx a/\tilde{\omega}_1$  sowie den Beziehungen für  $(\hat{q}_2/\hat{q}_1)^2$  und  $(\hat{q}_2/\hat{q}_1)$  ergibt sich endlich der gesuchte Zusammenhang

\* Ein entsprechendes Ergebnis hatte bereits VAN DER POL bei der Berechnung eines harmonischen Oszillators mit nichtlinearer Widerstandskennlinie erhalten <sup>53</sup>.

$$\omega_1 \approx \tilde{\omega}_1 - \frac{3}{4} \frac{\gamma_1}{\tilde{\omega}_1} \left[ \hat{q}_3^2 + \left( \frac{1}{2} + \frac{D_1 \tilde{\omega}_1 \beta_2}{D_2 \tilde{\omega}_2 \beta_1} \right) f(\hat{q}_3^2) \right] + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D_1}{D_2}} \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2}{\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2} \hat{q}_3^2 - D_1 D_2}$$

Aus Gründen, die noch zu erläutern sind (siehe Kapitel 6.5) gilt hier für die Beziehung zwischen der Ladungsamplitude  $\hat{q}_3$  und der Mikrowellenleistung  $P_3$

$$(\hat{q}_3 \cdot \omega_3)^2 = \eta \cdot P_3$$

Mit den Daten des untersuchten parametrischen Systems (Kap. 6.2, 6.3) läßt sich der in Abb. 4. 16 dargestellte Zusammenhang zwischen der Frequenz  $f_1$  und der Mikrowellenleistung  $P_3$  zeichnen. Mit dem Faktor  $\eta$ , der von seiner Dimension her einem Leitwert entspricht und deshalb im Folgenden als effektiver Pumpleitwert bezeichnet werden soll, wurde die Theorie so an das Experiment angepaßt, daß im Einsatzpunkt der Entdämpfung ( $P_3 = P_{3\min}$ ) gilt

$$\eta = \frac{R_1 R_2 \tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2}{(\beta U_D)^2} \frac{\omega_3^2}{P_{3\min}}$$

Mit dieser (zunächst willkürlich erscheinenden) Anpassung ergibt sich eine sehr gute praktische Übereinstimmung mit dem theoretischen Verlauf. Erhöht man die Dämpfung  $D_1$  um den Faktor 2, so gelangt man von Kurve 1 zu Kurve 2.

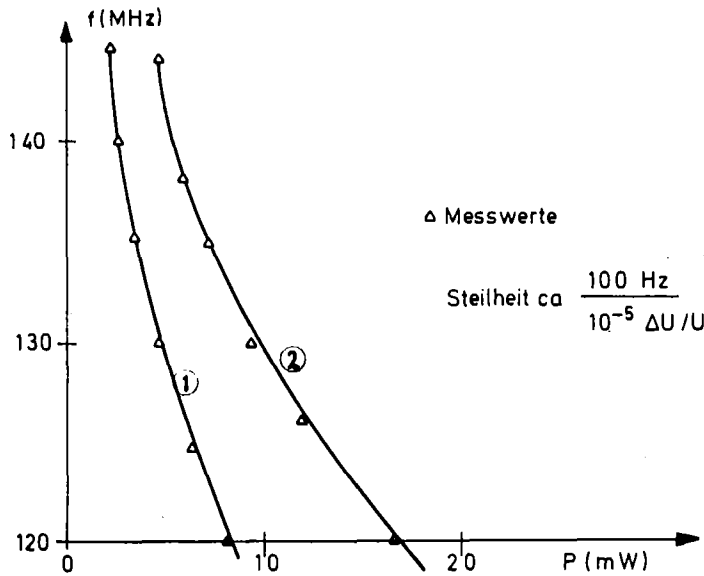


Abb. 4.16: Resonanzfrequenz des parametrisch entdämpften Schwingkreises als Funktion der Mikrowellenleistung.

Kurve 1:  $R_1=0.75\Omega$ , Kurve 2:  $R_1=1.5\Omega$   
(Systemparameter Seite 40,56,98 u.100)

Eine weitere wichtige Größe ist die Abhängigkeit der Ausgangsfrequ.  $\omega_1$  des Konverters von der Frequenz  $\omega_3$  des zu messenden Signals. Bei Frequenzschwankungen des Mikrowellengenerators kann diese Eigenschaft zu beachtlichen Fehlinterpretationen der Messung führen.

Aus der Näherung

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} \approx \frac{\tilde{\omega}_1}{\tilde{\omega}_2}$$

und der Beziehung

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$$

folgt für die gesuchte Abhängigkeit

$$\omega_1 \approx \omega_2 \frac{\tilde{\omega}_1}{\tilde{\omega}_2} = (\omega_3 - \omega_1) \frac{\tilde{\omega}_1}{\tilde{\omega}_2}$$

bzw.

$$\omega_1 \approx \frac{\tilde{\omega}_1}{\omega_2 + \omega_3} \omega_3$$

Dies gilt jedoch nur unter der Voraussetzung einer konstanten eingepprägten Amplitude  $q_3$ . Da die Eigenschaften des Anpaßnetzwerkes, welches die HF-Quelle mit der Varaktordiode verbindet, i.a. frequenzabhängig sind, wird sich ein von dieser Gleichung abweichendes Verhalten ergeben. Ein typischer Verlauf ist in Abb. 4.17 dargestellt.

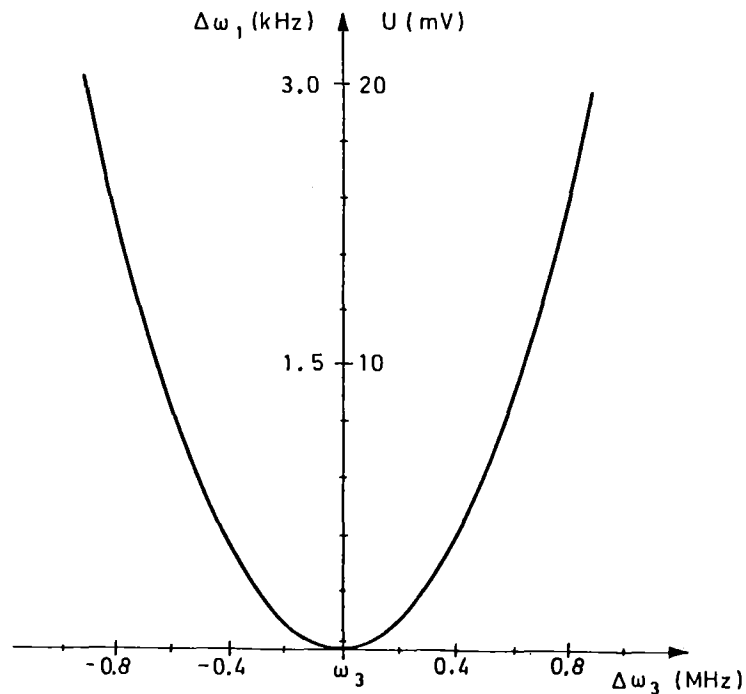


Abb. 4.17: Empfindlichkeit des Demodulators bezüglich Änderungen der Mikrowellenfrequenz (Anpassung bei  $\Delta\omega_3 = 0$ ). (experimentell ermittelt)

Es existiert demnach ein begrenzter Bereich, in dem die Abhängigkeit von der Mikrowellenfrequenz  $\omega_3$  gegen Null geht. Zweckmäßigerweise wird man den Arbeitspunkt des Systems so wählen, daß er in diesem Bereich liegt.

Als Ergebnis dieser Betrachtungen läßt sich festhalten, daß die Behandlung des Differentialgleichungssystems unter Verwendung des Strukturbildes und der Harmonischen Balance wesentlich mehr Informationen über das System liefert als dies mit einer linearen Theorie möglich ist. Die theoretischen Ergebnisse sind, zumindest bei der Berechnung der Eigenfrequenz, überdies exakter. Hierfür sind vor allem zwei Gründe maßgebend; zum einen die Berücksichtigung mehrerer Fourierkoeffizienten in der Ausgangsdifferentialgleichung und zum anderen die Wirkung der Aussteuerung bei der Signal- und Hilfsfrequenz, welche durch eine linearisierte Theorie prinzipiell nicht zu erfassen sind. Diese Aussteuerungen bewirken, daß im Vergleich zum Schwingkreis mit externem Erregersystem, eine Steigerung der Konversionssteilheit beobachtet wird, was als weiterer Vorteil des parametrischen Schwingkreises zu Buche schlägt.

Mit dem parametrischen Schwingkreis liegt ein frequenzanaloges HF-Leistungsmeßgerät vor, das nur noch indirekt die Kapazität als Zwischengröße benutzt. Daher kann das System auch als parametrischer Leistungs-Frequenzkonverter (mit der Übertragungskonstante  $K$ ) bezeichnet werden.



Eine Mikrowellen-Leistungsmessung läßt sich nun sehr einfach mit Hilfe einer Frequenzmessung durchführen. Für Langzeitmessungen ( $>10^{-1}$  s) genügt ein einfacher Frequenzzähler, sollen auch schnelle Änderungen der Meßgröße erfaßt werden, muß das frequenzanaloge Signal mit Hilfe eines FM-Demodulators in ein spannungsanaloges Signal umgesetzt werden. Wegen der besonderen Anforderung dieser Umsetzung wird im folgenden Abschnitt kurz auf den verwendeten FM-Demodulator eingegangen.

#### 4.4 FM-Demodulator

Ausgehend von dem Übertragungsfaktor K des Leistungsfrequenzkonverters und den Anforderungen an das Meßsystem (Tabelle 2.1) ergeben sich eine Reihe von Forderungen an die Frequenzmessung (Tabelle 4.1) die im wesentlichen durch einen phasengeregelten Oszillator als FM-Demodulator (PLL-Demodulator<sup>46,47,48</sup>) erfüllt werden können<sup>49</sup>.

In der Abb. 4.18 ist das Blockschaltbild des FM-Demodulators dargestellt, der in Verbindung mit dem Leistungsfrequenzkonverter den gesamten Varaktordemodulator ergibt. Die Anwendung des Überlagerungsprinzips erlaubt dabei auf einfache Weise eine Anpassung des FM-Demodulators an die Ausgangsfrequenz des P/f-Konverters und zwar über einen weiten Frequenzbereich.

Der FM-Demodulator wurde so ausgelegt, daß die Gesamt-empfindlichkeit des Varaktordemodulators  $1\text{mV}/(10^{-5}\Delta U/U)$  beträgt.

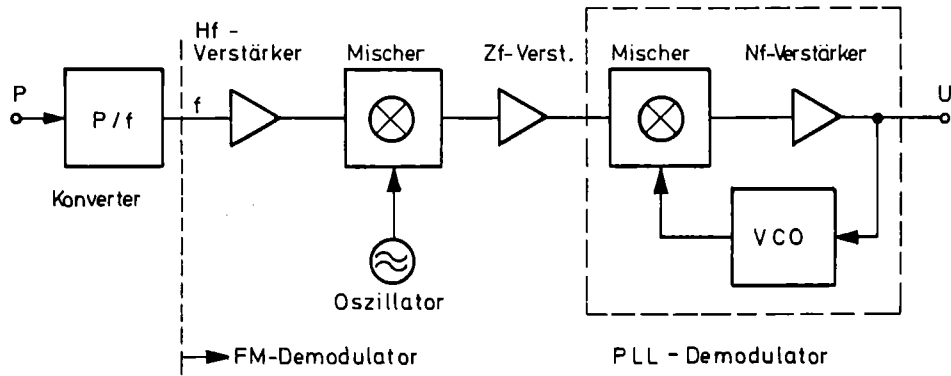


Abb. 4.18: Gesamter Varaktordemodulator, bestehend aus Leistungs-Frequenz-Konverter (P/f-Konverter) und FM-Demodulator.

Tabelle 4.1

Mittelfrequenz	100 ... 150 MHz
Frequenzhub	< 200 kHz
45°-Bandbreite	> 100 kHz
Modulationsindex	10 <sup>-3</sup> bis unendlich
Auflösung	< 100 Hz
Stabilität	< 100 Hz/10 min
Dynamikbereich des Ausgangssignals	> 70 dB

## 5. Eigenschaften des Varaktordemodulators

Nachdem in Kap. 4 die wesentlichen Grundlagen des Varaktordemodulators zusammengestellt wurden, soll nun dessen Rausch- und Temperaturverhalten unter Berücksichtigung der technischen Gegebenheiten untersucht werden.

### 5.1 Rauschverhalten

#### 5.1.1 Das Rauschen des parametrischen Leistungs-Frequenz-Konverters

##### a) Theoretische Betrachtung

Die parasitären Verluste im Bahnwiderstand der Diode und in den äußeren Kreisen führt - wie eingangs erwähnt - zu Rauschvorgängen. Außer dem Wärmerauschen der Verlustwiderstände tritt im Sperrbereich noch das Schrotrauschen des Reststromes  $I_s$  auf. Dieser Reststrom ist aber im allgemeinen in den Varaktordioden so klein, daß sein Schrotrauschen nur dann ins Gewicht fällt, wenn das Wärmerauschen durch Kühlung, z. B. auf Temperaturen des flüssigen Heliums, stark vermindert wird. Stärker wird das Schrotrauschen nur, wenn in Flußrichtung angesteuert wird. Im interessierenden Aussteuerungsbereich, d. h. für  $U < U_D \approx 0,6$  V wird das Rauschen des Flußstromes mit der Dichte

$$\overline{\left| \frac{i_n}{B} \right|^2} = 2eI < 2eI_{\max} \approx 2,6 \cdot 10^{-24} \text{ A}^2 \text{ s} \Big|_{I_{\max} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ A}}$$

vom Wärmerauschen

$$\overline{\left| \frac{i_n}{B} \right|^2} = \frac{4kT_0}{R} \approx 1,7 \cdot 10^{-20} \text{ A}^2 \text{ s} \Big|_{R=1\Omega, T_0=300\text{K}}$$

bei weitem übertroffen, so daß im folgenden lediglich das Wärmerauschen betrachtet wird. In Abb. 5.1 ist die Ersatzschaltung des parametrischen Systems nach Kap. 4.3.2 mit den Wärmerauschquellen als Stromquellen dargestellt. Das Wärmerauschen der Mikrowellenquelle wurde zunächst als vernachlässigbar angenommen. In den Widerständen  $R_1$  bzw.  $R_2$  ist der Bahnwiderstand der Diode bereits berücksichtigt. Die Kurzschlußrauschströme

$$\overline{|i_k|^2} = \frac{4kT}{R_k} \cdot B ; \quad k=1,2$$

sind jedoch unkorreliert, denn die Rauschquellen liegen bei verschiedenen Frequenzbändern. Darum ist

$$\overline{|i_R|^2} = \sum_{k=1}^2 \overline{|i_k|^2}$$

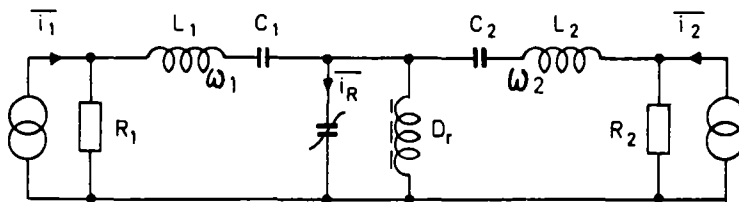


Abb. 5.1: Ersatzschaltung des parametrischen Systems mit Wärmerauschquellen.

Mit dem Quadrat des Signalstroms

$$i_s^2 = (\omega q_3)^2 = \eta \cdot P_3$$

ergibt sich aus der Definitionsgleichung der Meßgenauigkeit

$$\xi^2 = 9 \frac{\sigma_z^2}{s_i^2} = 9 \cdot \frac{\overline{|i_R|^2} / Z}{\overline{i_s^2} / Z} = 9 \frac{\overline{|i_R|^2}}{\overline{i_s^2}} \quad (= 9 \frac{\overline{|u_R|^2}}{U_s^2})$$

bzw.

$$\xi = 3 \sqrt{\frac{4kT_0 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}{\eta P_3}} \sqrt{B}$$

Für die Werte  $\eta = 8 \cdot 10^{-2} \text{S}$ ,  $P = 3 \text{mW}$   $R_1 = 0,75 \Omega$

$R_2 = 2,8 \Omega$  und  $T_0 = 300 \text{K}$  ( $4kT_0 = 1,6 \cdot 10^{-20} \text{W}_s$ )

läßt sich somit schreiben

$$\xi = 3 \cdot 10^{-8} \sqrt{B}$$

B ist dabei die Rauschbandbreite des Systems. Für einen einfachen RC-Tiefpaß mit der 3dB Bandbreite  $B_a = 1/(\pi 2T)$  ( $T = RC$ ), ergibt sich für den Fall der Erregung des Systems mit weißem Rauschen<sup>32</sup>

$$B = \frac{1}{2} \frac{1}{|A(0)|^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |A(f)|^2 df$$

Aus der Systemfunktion des RC-Tiefpasses

$$A(s) = \frac{1}{1+sT}$$

erhält man so für die Rauschbandbreite

$$B = \frac{1}{4T} = \frac{\pi}{2} B_a$$

Damit läßt sich die Meßgenauigkeit als Funktion der 3dB-Bandbreite des RC-Tiefpasses berechnen. Man erhält

$$\xi \approx 3.8 \cdot 10^{-8} \sqrt{B_a} \quad ,$$

was im Folgenden experimentell nachgewiesen werden soll.

b) Experimentelle Verifizierung

Für den experimentellen Nachweis des theoretischen Ergebnisses wird der Aufbau nach Abb. 5.2 betrachtet.

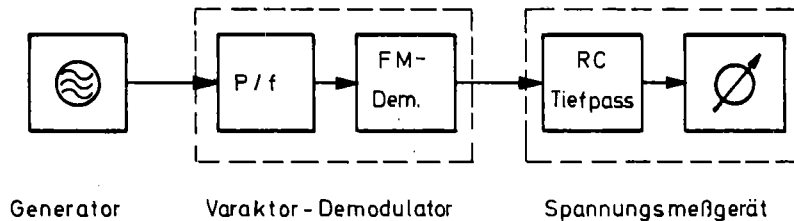


Abb. 5.2: Meßaufbau zum Nachweis der Rauscheigenschaften des Varaktor-Demodulators.

Die Ausgangsspannung des Varaktor-Demodulators kann sowohl von den Fehlern des Leistungs-Frequenz-Konverters als auch von denen des Frequenzdemodulators beeinflusst werden und ist daher durch

$$u(t) = U_0 + n(t) + h(t)$$

gegeben.  $n(t)$  charakterisiert das Rauschen und  $h(t)$  den systematischen Fehler. Bei konstanter Eingangsleistung ist  $U_0$  konstant, Systemfehler lassen sich so als Abweichung von  $U_0$  meßtechnisch erfassen.

Bei verschwindender Rauschleistungsdichte des Generators ( $N_u \rightarrow 0$ ) und vernachlässigbaren Rauscheinflüssen des FM-Demodulators (Kap. 5.1.2) wird  $n(t)$  im wesentlichen durch das Wärmerauschen des P/f-Konverters verursacht. Aus der Übertragungskonstanten des Demodulators und der Standardabweichung  $\sigma = U_{\text{eff}}$  des Rauschens am Ausgang des Demodulators läßt sich sofort die theoretische Meßgenauigkeit meßtechnisch nachprüfen. Es gilt nämlich

$$\xi^2 = \frac{3\Delta U_{\text{eff}}}{U_s} = \frac{3U_{\text{eff}}}{K_u}$$

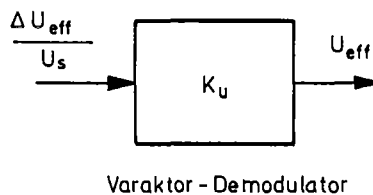


Abb. 5.3

Die Abb. 5.4 Kurve 1 zeigt, daß der theoretische Ansatz die Meßgenauigkeit (zumindest im oberen Frequenzbereich) ausreichend beschreibt. Daraus geht hervor, daß das Eigenrauschen dieses Demodulators im wesentlichen durch das Wärmerauschen der Verlustwiderstände gegeben ist. Die geforderte Meßgenauigkeit von  $2 \cdot 10^{-5}$  wird, wie daraus weiter hervorgeht, selbst bei einer Meßbandbreite von  $10^5$  Hz gewährleistet. Lediglich bei tieferen Frequenzen machen sich schließlich systematische Fehler bemerkbar (Kurve 2, siehe auch Kap. 5.1.2).

An dieser Stelle soll nun nochmals an die theoretische Meßgenauigkeit von  $3 \cdot 10^{-8}$  (siehe Seite 34) erinnert werden. Diese Genauigkeit wurde für eine Meßbandbreite von 100 Hz und eine Signalleistung von 3 mW errechnet. Verlängert man hier die experimentellen Ergebnisse aufgrund des Rauschens bis zu einer Bandbreite von 100 Hz, so ergibt sich lediglich ein Wert von  $4 \cdot 10^{-7}$ . Die Diskrepanz beruht auf der Tatsache, daß die wirksame Leistung um den Faktor  $\eta$  reduziert wurde.

Dieselben Ergebnisse erhält man, wenn die Bandbreite des Mikrowellensignals unter Verwendung eines supraleitenden Resonators auf wenige Hertz begrenzt wird. Damit ist die Annahme einer verschwindenden Rauschleistungsdichte des Generators gerechtfertigt. Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, daß auch die Rauscheinflüsse des FM-Demodulators vernachlässigt werden dürfen.

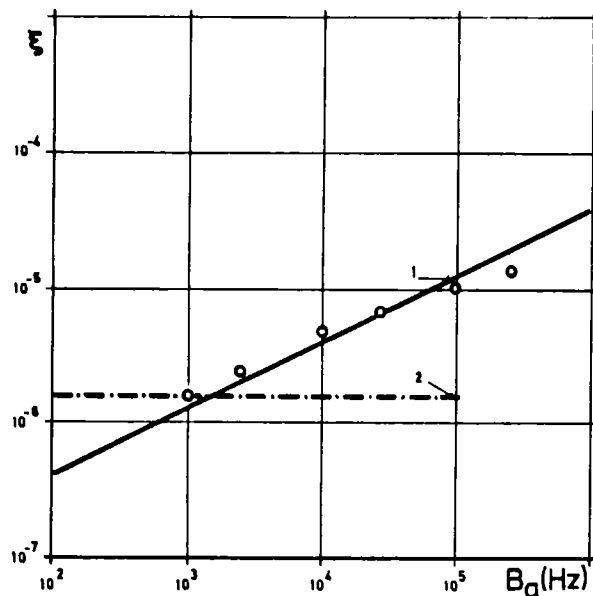


Abb. 5.4: Meßgenauigkeit des Varaktordemodulators in Abhängigkeit von der Bandbreite des NF-Tiefpasses.

Kurve 1: Wirkung des Rauschens

Kurve 2: Einfluß der systematischen Fehler  
o Meßergebnisse.



### 5.1.2 Das Rauschen des FM-Demodulators

Die Rauscheigenschaften des FM-Demodulators werden vor allem durch die Eigenschaften des spannungsgesteuerten Oszillators (VCO) und die der Referenzquelle bestimmt. Eine Frequenzschwankung dieser beiden Einheiten besitzt dieselbe Wirkung wie eine Änderung der Eingangsfrequenz und ist daher prinzipiell nicht von dieser zu unterscheiden. Die Brauchbarkeit des FM-Demodulators hängt daher entscheidend von der Frequenzkonstanz des Überlagerungsoszillators und des VCO's ab. Auf eine genauere theoretische Untersuchung soll hier verzichtet werden, lediglich die Meßergebnisse einer Rauschspannungsmessung nach Abb. 5.5a werden wiedergegeben.

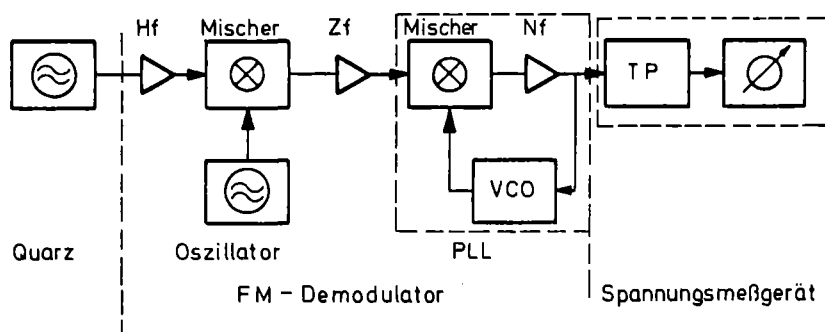


Abb. 5.5a: Meßaufbau zur Ermittlung der Rauscheigenschaften des FM-Demodulators

Der Einfluß des FM-Demodulators auf die Meßgenauigkeit, wie er in Abb. 5.5b dargestellt ist, folgt aus der Messung der effektiven Rauschspannung unter Verwendung der Gleichung

$$\xi = \frac{3U_{\text{eff}}}{K_u}$$

Damit ist nachgewiesen, daß auch die Rauscheinflüsse des FM-Demodulators gegenüber denen des P/f-Konverters zu vernachlässigen sind (vergl. Abb. 5.4).

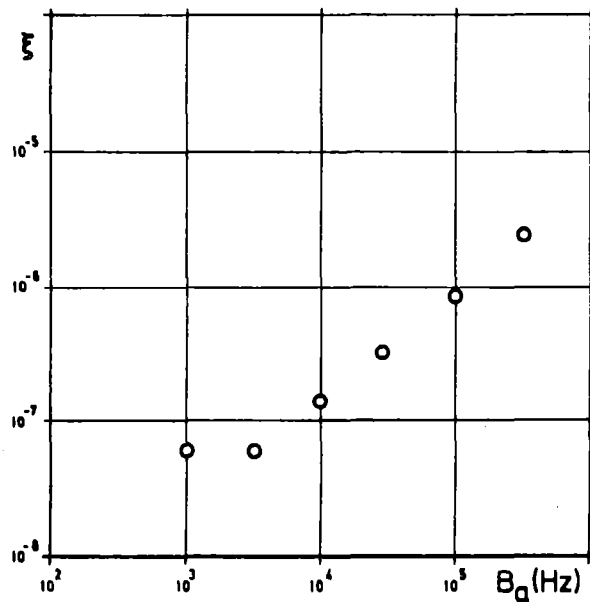


Abb. 5.5b: Meßfehler des FM-Demodulators als Funktion der NF-Bandbreite des Tiefpasses bedingt durch Frequenzschwankungen des Überlagerungsoszillators und des VCO's (experimentelle Werte).

Bevor nun die Temperaturabhängigkeit der Anordnung betrachtet wird, ist zu erwähnen, daß für Bandbreiten  $< 1\text{kHz}$  das Wärmerauschen  $n(t)$  gegenüber den systematischen Fehlern  $h(t)$  vernachlässigt werden kann. Diese Fehler werden hauptsächlich durch Frequenzschwankungen der Mikrowellenquelle verursacht. Bei einer Frequenzstabilität des Generators von  $< 10^{-5}$  ( $\approx 30\text{ kHz}$ ) wird nach Abb. 4.16 im optimalen Arbeitspunkt eine Änderung der Ausgangsspannung von ca.  $0,2\text{ mV}$  beobachtet. Bei einer Steilheit von  $K_u = 1\text{mV}/10^{-5} \cdot \frac{\Delta U}{U}$  liegt damit die Grenze der Meßgenauigkeit, die mit der vorhandenen Anordnung noch nachgewiesen werden kann, bei ca.  $2 \cdot 10^{-6}$  (Abb. 5.4, Kurve 2). Maßnahmen zur Verbesserung dieses Ergebnisses, wie z. B. die Entwicklung einer frequenzunabhängigen Anpaßschaltung oder die Verwendung eines supraleitenden Resonators zur Stabilisierung der Mikrowellenfrequenz<sup>50</sup> werden hier nicht betrachtet, da bislang noch die Temperaturabhängigkeit des P/f-Konverters überwiegt.

## 5.2. Temperaturverhalten

Die Temperaturabhängigkeit des Anpaßnetzwerkes und des parametrischen Schwingkreises bewirken prinzipiell einen Einfluß der Temperatur auf die Eigenschaften des P/f-Konverters. Für eine überschlägige Rechnung genügt es, allein die Temperaturabhängigkeit des Halbleiters zu betrachten, da demgegenüber der Temperaturgang der linearen Bauelemente des Anpaßnetzwerkes ( $< 50\text{ppm}/^\circ\text{C}$ ) und der Schwingkreisinduktivität (eingebrannte Keramikspule) vernachlässigt werden kann.

Geht man von der Kapazitätsgleichung

$$C = C_c + \frac{C(o)}{\left(1 - \frac{U}{U_D}\right)^\gamma}$$

der Varaktordiode aus und nimmt an, daß  $C_c$  im betrachteten Temperaturbereich praktisch konstant ist, so erhält man wegen

$$C(o) = \frac{K}{U_D^\gamma}$$

im Bereich  $U = 0$

$$dC = -\gamma C(o) \cdot \frac{dU_D}{U_D}$$

bzw.

$$\frac{dC/C}{dT} = -\gamma \frac{C(o)}{C_c + C(o)} \frac{dU_D/U_D}{T}$$

Die Diffusionsspannung hängt gemäß

$$\frac{dU_D}{dT} \approx -2 \frac{mV}{K}$$

von der Temperatur ab. Mit den Daten von Kap. 4.1.2 wird damit

$$\frac{dC}{C} = 9 \cdot 10^{-4} \frac{dT}{K}$$

Die Abhängigkeit der Frequenz von der Temperatur ist daher durch

$$\frac{df}{f} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{dC}{C} = -4,5 \cdot 10^{-4} \frac{dT}{K}$$

gegeben und steht in guter Übereinstimmung mit dem experimentell ermittelten Wert ( $\frac{df}{f} = -5,5 \cdot 10^{-4} \frac{dT}{K}$ ).

Die vollrelative Empfindlichkeit

$$\beta_u^f = \frac{\partial f/f}{\partial U/U} = 2 \frac{\partial f/f}{\partial p/p} = 2 \beta_p^f$$

beschreibt nun die Abhängigkeit der Amplitudenmeßgenauigkeit von dem Temperaturgang des Schwingkreises. Die Auflösung der obigen Gleichung nach  $\partial U/U$  ergibt

$$\frac{\partial U}{U} = \frac{\partial f/f}{\beta_u^f} = \frac{\partial f/f}{2\beta_p^f},$$

woraus zu ersehen ist, daß mit steigender Konversionssteilheit der Temperatureinfluß immer mehr zurückgedrängt wird.

Eine Verringerung der Temperaturabhängigkeit läßt sich durch weitere zusätzliche Maßnahmen erreichen. So kann z. B. der Temperaturkoeffizient des Resonanzkreises durch passend temperaturabhängige Kondensatoren vermindert werden oder der Temperaturgang läßt sich durch eine temperaturabhängige Vorspannungserzeugung im Gleichstromkreis der Varaktordiode verringern. Eine weitere Möglichkeit resultiert aus der Abhängigkeit der Konversionsbeziehung von der Dämpfung des Resonanzkreises. Durch einen geeignet gewählten Temperaturgang des Dämpfungsleitwertes (temperaturabhängiger Widerstand) der z. B. mit Hilfe eines Potentiometers abgleichbar ist, wird der Gesamttemperaturkoeffizient ebenfalls verringert. Die zuletzt genannte Methode bietet sich hier besonders an, da sie keine zusätzliche Vorspannung benötigt und doch einfach abgleichbar ist.

Der Nachweis über den Erfolg einer solchen Kompensationsmaßnahme gelingt nur dann, wenn Langzeitschwankungen der Mikrowellenquelle eliminiert werden können. Hierzu werden die Amplitudenregelkreise nach Abb. 5.6 a bis c betrachtet.

In Abb. 5.6 a ist ein konventioneller Amplitudenregelkreis dargestellt, bei dem die Regelgröße durch einen Gleichrichterdetektor in ein amplitudenanaloges Signal umgesetzt wird. Ersetzt man den Gleichrichter durch den Varaktordemodulator, so kommt man zur Abb. 5.6 b. Hier liegt die erfaßte Regelgröße am Ausgang des P/f-Konverters zunächst als Frequenz vor. Diese Größe wird durch den nachfolgenden FM-Demodulator in eine Spannung umgesetzt, so daß die Regelgröße schließlich wieder als amplitudenproportionales Signal vorliegt. Da die Übertragungseigenschaften der beiden Meßstellen in Abb. 5.6 a und b im interessierenden Frequenzbereich durch Proportionalglieder beschrieben werden kann, besteht zwischen den beiden ersten Regelkreisen kein grundsätzlicher Unterschied. Anders dagegen verhält es sich mit dem Kreis in Abb. 5.6 c. Da hier sowohl die Führungs- als auch die erfaßte Regelgröße Frequenzen sind, kann man in diesem Fall von einer Leistungsregelung im Frequenzbereich sprechen (PLL-Prinzip). Anstelle eines spannungsgesteuerten Oszillators (VCO) in den üblichen PLL-Kreisen wirkt hier der spannungsgesteuerte Amplitudenmodulator zusammen mit dem P/f-Konverter, dessen Ausgangsfrequenz von der anliegenden Mikrowellenleistung abhängt. Der Phasendetektor (PD) vergleicht die Phasenlage des Eingangssignals mit derjenigen des hochstabilen Referenzsignals und gibt ein zur Phasenverschiebung proportionales Ausgangssignal ab, welches die Mikrowellenleistung auf einem konstanten Wert hält.

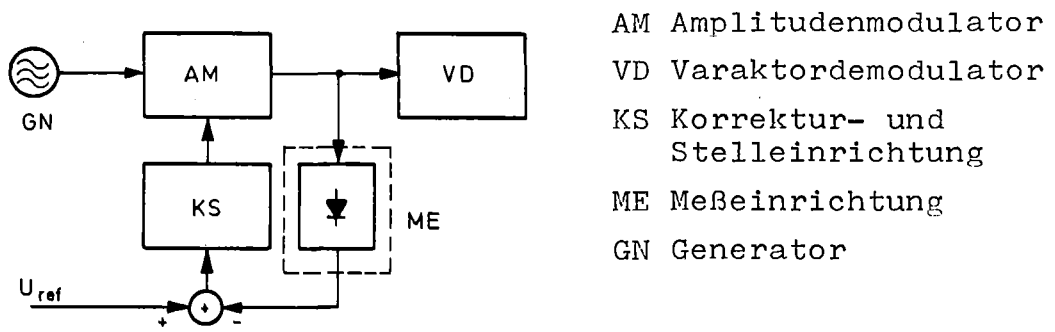


Abb. 5.6a: Konventioneller Amplitudenregelkreis

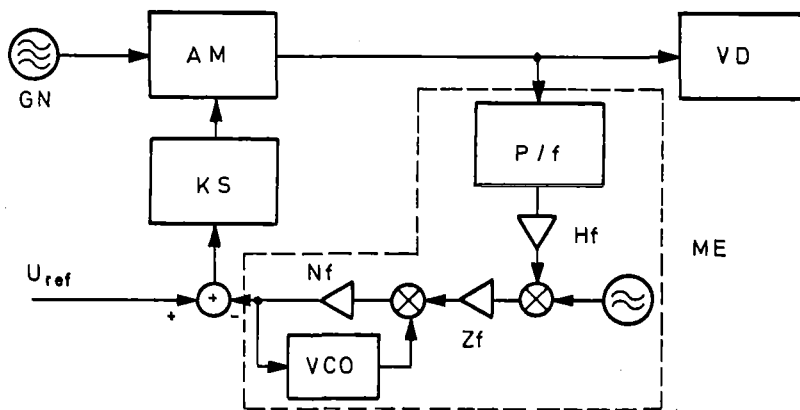


Abb. 5.6b: Amplitudenregelkreis mit Varaktordemodulator als Meßeinrichtung

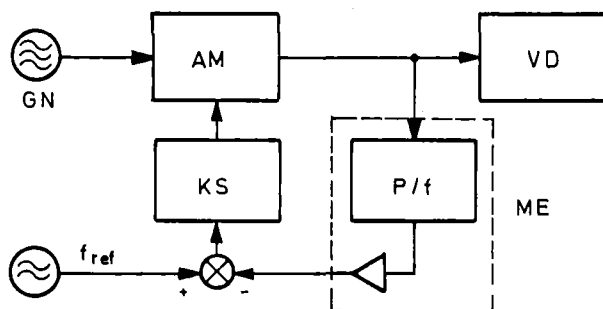


Abb. 5.6c: Amplitudenregelung im Frequenzbereich

Außer dem im Vergleich zu Abb. 5.6b sofort ins Auge fallende geringeren gerätetechnischen Aufwand sind sowohl das Integralverhalten als auch die Eigenschaften der Referenzgröße, wie weiter Variationsbereich bei gleichzeitig ausgezeichneter Stabilität, als Vorteile dieses Regelprinzips zu nennen. Bezüglich allgemeiner Zusammenhänge sei auf die Literatur <sup>46,47,48</sup> verwiesen.

Die Messung der geregelten Ausgangsleistung mit Hilfe des temperaturkompensierten Varaktordemodulators (Abb. 5.4) führt zu dem Ergebnis in Abb. 5.7. Die Kurven wurden mit einem y-t-Schreiber aufgenommen, der ein Frequenzfenster von ca. 0 ... 10 Hz verarbeiten kann. Daher läßt sich aus dem Kurvenverlauf folgern, daß ein nennenswertes 1/f-Rauschen nicht auftritt. Als weiteres Ergebnis dieser Messung läßt sich festhalten, daß bei einer Konstanz der Raumtemperatur von  $\pm 0,2^\circ$  eine Langzeitmeßgenauigkeit von  $\Delta U/U < 10^{-5}$  nachgewiesen wurde. Alterungserscheinungen konnten dabei nicht festgestellt werden.

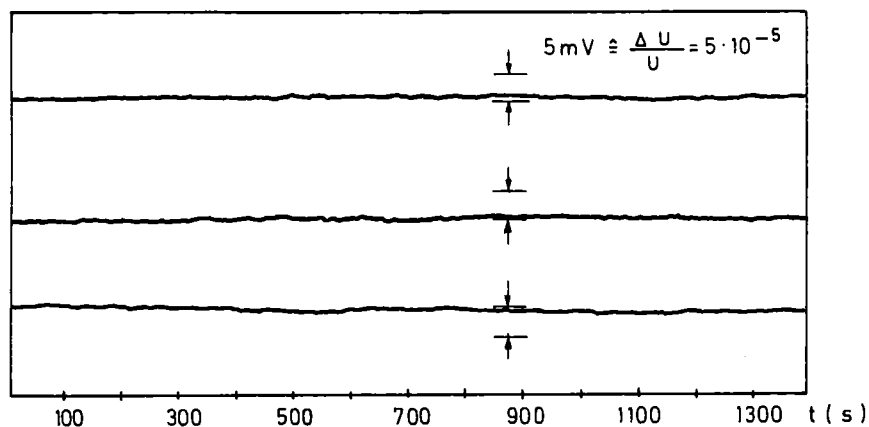


Abb. 5.7: Langzeitschwankungen des Varaktordemodulators



### 5.3. 45°-Bandbreite und Dynamikbereich

Die dritte wesentliche Anforderung an das Meßsystem betrifft die Bandbreite des Demodulators: Die Kombination P/f-Konverter, FM-Demodulator sollte aus den in Kap. 2.2 dargelegten Gründen eine 45°-Bandbreite von >100 kHz besitzen. Die praktische Grenze der Bandbreite wird durch das Übertragungsverhalten des FM-Demodulators bestimmt, da demgegenüber die Zeitkonstante des P/f-Konverters, gebildet aus der Varaktorkapazität und den ohmschen Serienwiderständen (Bahnwiderstand, Innenwiderstand der Signalquelle), vernachlässigt werden kann.

Die Bandbreite des FM-Demodulators wird durch die sog. FM-Übertragungsfunktion  $H_{FM}$  vorgegeben, die die Abhängigkeit der Demodulatorausgangsspannung von der Modulationsfrequenz der frequenzmodulierten Schwingung bei konstantem Frequenzhub angibt<sup>49</sup>. Der realisierte FM-Demodulator besitzt eine 45°-Bandbreite von ca. 500kHz.

Der Dynamikbereich des Meßsystems ist durch die Steilheit des P/f-Konverters und den maximal zulässigen Frequenzhub des FM-Demodulators vorgegeben und beträgt bei dem realisierten System

$$D = \frac{\Delta F_{\max}}{K_{P/f}} = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ Hz}}{100\text{Hz}/10^{-5}\Delta U/U} = 2 \cdot 10^{-2} .$$

Wie aus Abb. 4.15 hervorgeht, besitzt demgegenüber der P/f-Konverter einen praktisch verwendbaren Dynamikbereich von ca.  $D = 4$

5.4. Zusammenfassende Tabelle der Eigenschaften  
des Varaktordemodulators

Eingangsimpedanz	50 $\Omega$
Betriebsfrequenz	2,7 GHz
Eingangsspegel	4 ... 10 dBm
45° Bandbreite >	500 kHz
Dynamikbereich des P/f-Konverters <sup>1</sup>	4
des Varaktordemodulators <sup>2</sup>	$2 \cdot 10^{-2}$
Signal-zu-Rauschleistungsverhältnis (bei der optimalen Bandbreite)	ca. 120 dB
Langzeitstabilität <sup>3</sup>	$10^{-5}$
Steilheit	$1\text{mV}/10^{-5}\Delta U/U$

- 1 nutzbar durch Änderung der Referenzfrequenz
- 2 nutzbar bei konstanter Referenzfrequenz
- 3 beobachtet unter Laborbedingungen (Temperaturkonstanz während der Messung  $\pm 0.2^\circ\text{C}$ )

## 6. Technische Realisierung des P-f-Konverters

### 6.1 Grundsätzlicher Aufbau

Abb. 6.1 zeigt die grundsätzliche Schaltungsordnung eines parametrischen Systems mit nichtlinearer Kapazität. Dem System wird bei der Pumpfrequenz Wechsel-Energie zugeführt. Die Existenz eines negativen Leitwertes (bei entsprechender Abstimmung) bewirkt eine Entdämpfung des Schwingkreises bei der Signalfrequenz, die bis zur Selbsterregung führen kann.

Signalfrequenz und Pumpfrequenz verursachen einen Mischvorgang am nichtlinearen Element, so daß Summen- und Differenzfrequenzen  $\omega_{m,n} = m\omega_s + n\omega_p$ ;  $-\infty \leq m,n \leq +\infty$  entstehen. Damit nur Leistungen bei den gewünschten Frequenzen umgesetzt werden, müssen die Anpaßschaltungen eine entsprechende Selektivität besitzen, die vom Abstand der Spektrallinien abhängt.

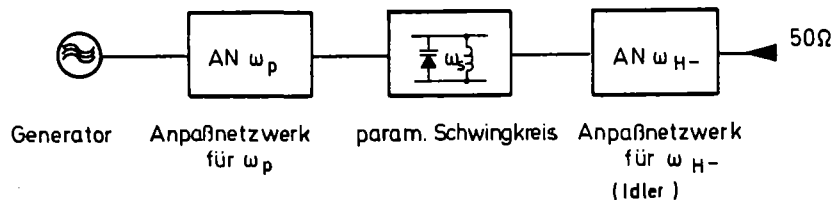


Abb. 6.1: Grundsätzliche Schaltung des parametrischen Systems

Bei genügend großem Abstand kann anstelle von Hohlleiterschaltungen die einfachere Streifenleitungstechnik verwendet werden. Die kleinen Abmessungen der Streifenleitungen - verglichen zur Wellenlänge - ermöglichen unmittelbar den Einbau der Mikrowellendiode, während die Ausdehnung der Hohlleiter (Größenordnung der Wellenlänge) einen besonders zu konstruierenden Übergang verlangen. Weitere Vorteile der Streifenleitungen sind der kleine Raumbedarf und das geringe Gewicht der Schaltungen, die hohe Zuverlässigkeit durch feste Verbindung der Bauelemente auf dem Substrat sowie die einfache und gute Reproduzierbarkeit. Der Nachteil liegt in den größeren Verlusten der Leitungen, die dazu führen, daß Schaltungen mit hoher Güte (z. B. Resonatoren) nicht realisiert werden können<sup>51</sup>. Von den verschiedenen Streifenleistungsarten wird die Mikrostrip-Leitung verwendet, da sie am einfachsten hergestellt werden kann. Außerdem ist es hier auf einfache Weise möglich, konzentrierte Elemente in die Schaltung einzufügen.

#### 6.2. Anpaßnetzwerk und dessen Ersatzschaltung

Maximale Leistungsübertragung von einem Netzwerk auf ein anderes wird bei Leistungsanpassung (konjugiert komplexe Anpassung) erhalten. Diese Bedingung kann durch eine Widerstandstransformation erfüllt werden, die sich entweder durch konzentrierte Elemente oder durch Leitungen bewerkstelligen läßt, wobei im Bereich mittlerer Frequenzen beide Methoden zum Ziel führen.

Ausgegangen wird von dem Netzwerk nach Abb. 6.2 Das Verhalten des Systems rechts der Klemmen 3-3' entspricht im wesentlichen dem eines Parallelresonanzkreises, der mit Hilfe des Trimmers  $T_1$  kapazitiv an die Leitung  $l_1$  angekoppelt ist. In <sup>52</sup> wird gezeigt, daß eine solche Anordnung durch einen Übertrager mit nachfolgendem Serienresonanzkreis ( entsprechend Abb. 6.3) repräsentiert werden kann. Die Verluste des Netzwerks an den Klemmen 1-1' in Richtung Varaktor lassen sich dabei in der Hauptsache durch einen Verlustleitwert  $G$  und einen Verlustwiderstand  $R_b$  erfassen.  $R_b$  resultiert aus den Serienverlusten des Anpaßnetzwerkes und dem Verlustwiderstand der Varaktordiode.

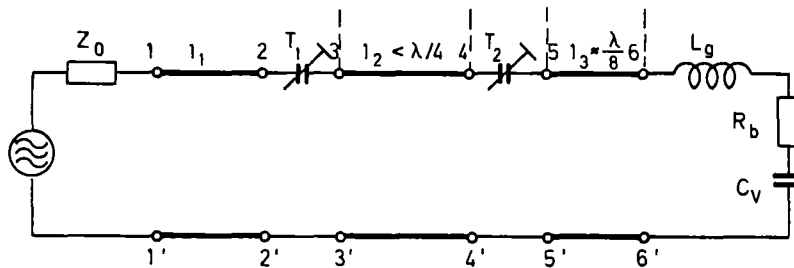


Abb. 6.2: Anpassnetzwerk

Die numerischen Werte der Ersatzelemente in Abb. 6.3 sollen im folgenden aus dem Verlauf des Reflexionsfaktors an der Stelle B-B' bestimmt werden. Dazu wird zunächst der Eingangswiderstand an dieser Stelle berechnet.

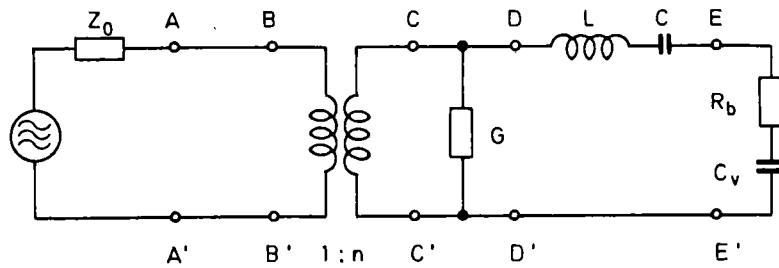


Abb. 6.3: Äquivalente Ersatzschaltung des Anpassnetzwerks.

Mit der Impedanz im Punkt CC' in Richtung Generator

$$R_C = n^2 \cdot Z_0$$

und den Impedanzen in den Punkten B bis E in Richtung Varaktor

$$Z_E = R_S - j \frac{1}{\omega C_V}$$

$$Z_D = R_S + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_V} \right) \right) = R_S + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C'} \right)$$

$$Z_C = \frac{1}{G + \frac{1}{R_S + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C'} \right)}}$$

$$Z_B = \frac{1}{n^2} Z_C$$

folgt für die normierte Impedanz  $Z'_B = \frac{Z_B}{Z_0}$  mit  $Z_0 = R_C / n^2$

$$Z'_B = \frac{1}{R_C} \cdot Z_C = \frac{R_S + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C'} \right)}{R_C \left( 1 + G \left( R_S + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C'} \right) \right) \right)}$$

Daraus erhält man für große Abweichungen von

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Z'_B = \frac{1}{R_C G} \left| I_m \{Z'_B\} \rightarrow \infty \quad (\text{Abb. 6.4 Punkt A}) \quad (*) \right.$$

In der Umgebung der Resonanzfrequenz läßt sich mit

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} \approx 2L(\omega - \omega_r) = 2L\Delta\omega$$

für  $Z'_B$  schreiben

$$Z'_B = \frac{1}{R_C} \cdot \frac{R_b + j2L\Delta\omega}{1 + GR_b + j2GL\Delta\omega}$$

Zerlegung in Real- und Imaginärteil liefert

$$Z'_B = \frac{R_b (1 + GR_b) + 4G(L\Delta\omega)^2}{R_C [(1 + GR_b)^2 + (2GL\Delta\omega)^2]} + j \frac{2L\Delta\omega}{R_C [(1 + GR_b)^2 + (2GL\Delta\omega)^2]}$$

Bei der Resonanzfrequenz ( $\Delta\omega=0$ ) ist damit

$$I_m \{Z'_B\} = 0$$

$$R_e \{Z'_B\} = \frac{R_b}{R_C (1 + GR_b)} \quad (\text{Punkt B}) \quad (**)$$

Für kleine Abweichungen von der Resonanzfrequenz darf  $2GL\Delta\omega$  gegenüber 1 vernachlässigt werden. Für den Imaginärteil von  $Z'_B$  folgt daraus

$$I_m\{Z_B\} = \frac{2L\Delta\omega}{R_C(1+GR_b)^2} \quad (\text{Punkt C}) \quad (***)$$

Aus dem Verlauf des Reflexionsfaktors und den Gleichungen (\*) bis (\*\*\*) sowie dem Serienverlustwiderstand  $R_b \ll 1/G$  der Anordnung, der für  $n = 1$  und Serienresonanz gemessen wurde, können die Elemente der Ersatzschaltung bestimmt werden.

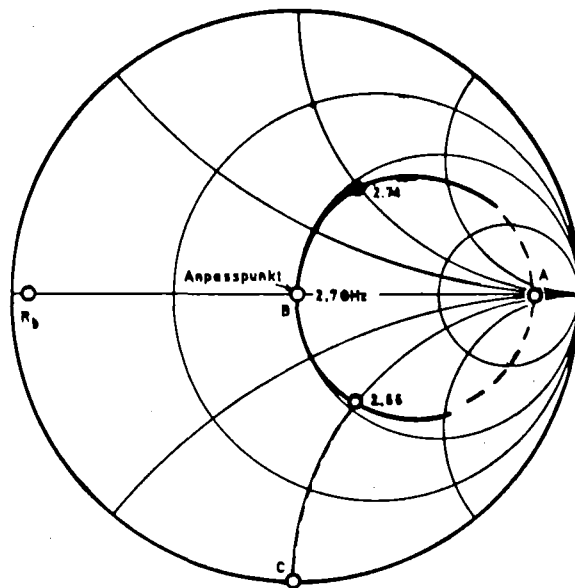


Abb. 6.4: Eingangswiderstand des Anpaßnetzwerks als Funktion der Mikrowellenfrequenz



Mit den Punkten A bis C folgt für  $R_b = 1,5\Omega$ :

$$R_C = 1,38\Omega; G = 5,8 \cdot 10^{-2} S; L = 3 \cdot 10^{-9} H.$$

Damit kann auch eine äquivalente Ersatzschaltung ohne Überträger (Abb. 6.5) angegeben werden. Diese Darstellung läßt sofort die Bandpaßcharakteristik des Anpaßnetzwerkes erkennen. Um den Gesamtaufbau des Systems möglichst einfach zu gestalten, möchte man gern auf weitere Filter zur Vergrößerung der Selektivität verzichten. Daher ist die Bandbreite des Anpaßnetzwerkes direkt ein Maß für den Abstand der Spektrallinien; die Resonanzfrequenz des parametrischen Systems ist damit weitgehend festgelegt.

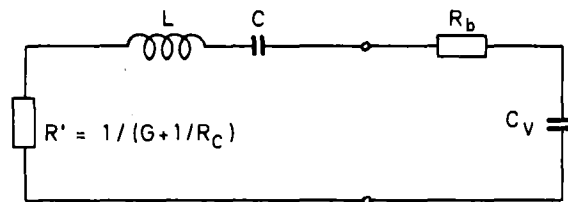


Abb. 6.5: Äquivalente Ersatzschaltung ohne Überträger.

Aus dem Verlauf des Reflexionsfaktors über der Frequenz (Abb. 6.6) folgt, daß die Signalfrequenz im Bereich um 150 MHz liegen sollte.

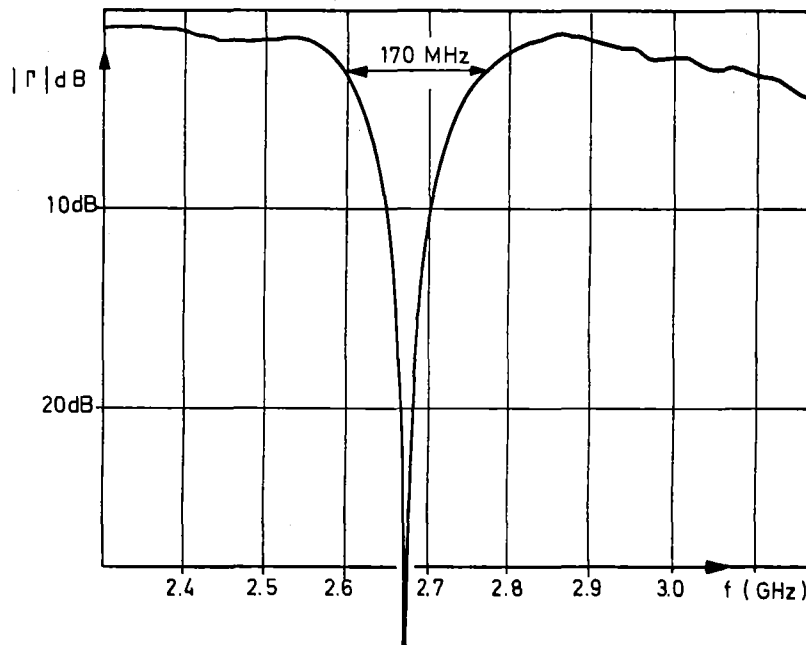


Abb. 6.6: Betrag des Reflexionsfaktors als Funktion der Mikrowellenfrequenz an den Klemmen 2 2' der Abb. 6.2

Nachdem die Elemente  $C_2 = 1/(\omega_r^2 L)$ ,  $L_2 = L$  und  $R_2 = R_b + R'$  in der Ersatzschaltung des parametrischen Systems entsprechend Abb. 4.13 festliegen, sind noch die Größen  $R_1$ ,  $L_1$  und  $C_1$  des zu entdämpfenden Resonanzkreises zu bestimmen.

### 6.3 Ersatzelemente des parametrisch entdämpften Schwingkreises

Konform mit Abb. 6.7 setzt sich der Resonanzkreis bei der Signalfrequenz  $\omega_s = \omega_1$  aus der Varaktorkapazität  $C_V$ , einer Streukapazität  $C_S$  parallel zu  $C_V$  und der Induktivität  $L$  zusammen. Daraus ist zu entnehmen, daß der numerische Wert der Kapazität  $C_1$  in Abb. 4.13 gegen unendlich geht. Als Induktivität wurde eine in Keramik eingebrennte Spule mit  $L = 8 \cdot 10^{-8} \text{H}$  verwendet. Aus einer Gütemessung gemäß Abb. 6.8 folgt schließlich für den Verlustwiderstand  $R_1 = 0,75 \Omega$  ( $Q = 107$ ) und für die Eigenfrequenz des linearen Systems  $\tilde{\omega}_1 \approx 2\pi 1,6 \cdot 10^8 \text{ Hz}$ .

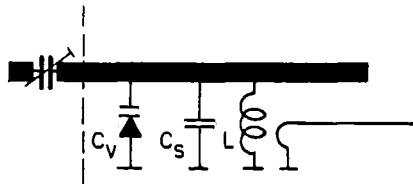


Abb. 6.7: Resonanzkreis bei der Signalfrequenz

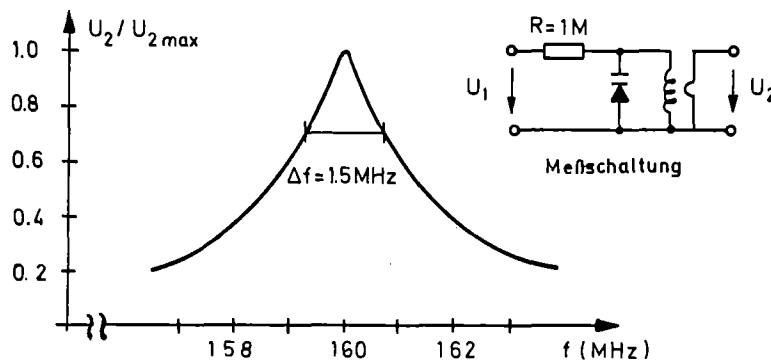


Abb. 6.8: Bandbreite des Resonanzkreises

#### 6.4 Gesamte Ersatzschaltung des parametrischen Systems und dessen Reflexionsfaktor

Die Ersatzschaltung des Gesamtsystems nach Abb. 6.9, bestehend aus Pumpkreis, Signalkreis und Hilfskreis, ist aus der Abb. 6.10 zu entnehmen. Der Bahnwiderstand der Diode ist dabei in den Dämpfungen der Serienresonanzkreise enthalten. Die Serienresonanzkreise bewirken, daß im wesentlichen eine Stromsteuerung vorliegt. Stromsteuerung in diesem Sinne bedeutet, daß durch die

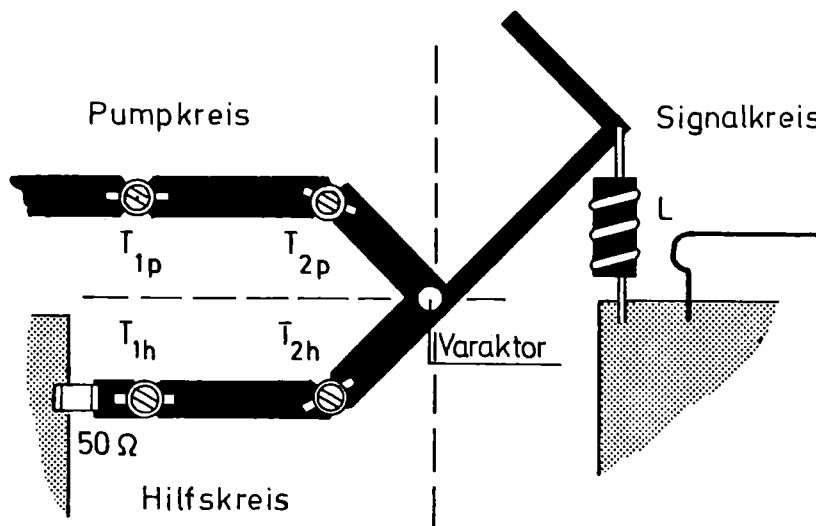


Abb. 6.9: Parametrisches System, aufgebaut mit Mikrostrip-Leitungen

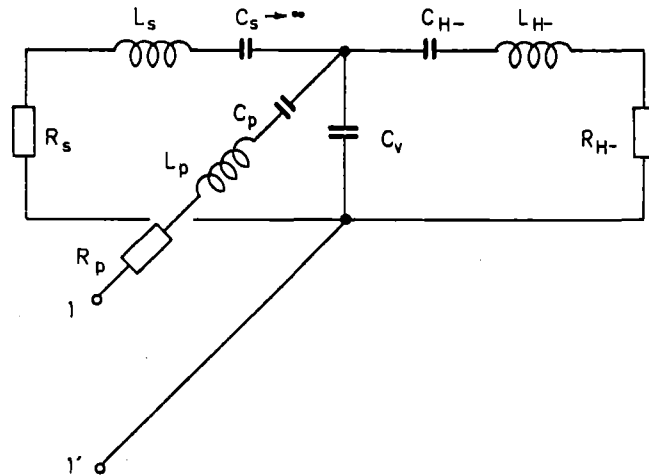


Abb. 6.10: Ersatzschaltung des parametrischen Systems (einschließlich Pumpkreis).

Beschaltung ein sinusförmiger Stromfluß erzwungen wird, die Spannung aber durchaus nicht sinusförmig zu sein braucht. Da lediglich die Klemmen 11' von außen zugänglich sind, kann nur hier der Reflexionsfaktor meßtechnisch erfaßt werden. Der Verlauf dieser Größe als Funktion der Frequenz ist in Abb. 6.11 wiedergegeben.

Beim Einsatz der parametrischen Schwingung wird der Mittelwert der Varaktorkapazität vergrößert, so daß der Reflexionsfaktor auf Kreisen konstanten Widerstandes mit erhöhtem Widerstandswert zu liegen kommt (Parallelschaltung einer zusätzlichen Kapazität).

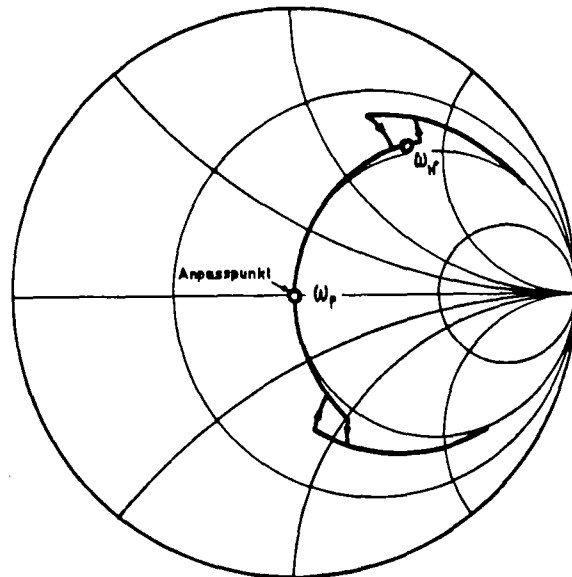


Abb. 6.11: Eingangswiderstand des parametrischen Systems an den Klemmen 1 1' der Abb. 6.10 als Funktion der Mikrowellenfrequenz (gemessen am System nach Abb. 6.9 ).

Da sich der Mittelwert der Kapazität mit der Größe der Aussteuerung ändert, wird auch der Realteil des komplexen Widerstandes an den Eingangsklemmen 1 1' von der Aussteuerung abhängen. Wegen der Frequenzabhängigkeit des Reflexionsfaktors (d. h. der Aussteuerung) werden im Zustand der parametrischen Erregung verschiedene Kreise konstanten Realteils berührt, so daß in diesem Fall der Verlauf des Reflexionsfaktors mehr einer Ellipse gleicht, konstant vorlaufende Leistung vorausgesetzt.

Aus dem Verlauf des Reflexionsfaktors ist weiter ersichtlich, daß auch Leistung bei der oberen Seitenfrequenz (zumindest über den Pumpkreis) umgesetzt wird. Die Wirkung dieser Leistungsumsetzung soll im folgenden

berechnet werden. Als praktisches Ergebnis dieser Rechnung ergibt sich, daß auf einen eigens ausgebildeten Hilfskreis bei der unteren Seitenfrequenz verzichtet werden kann, sofern einige Bedingungen eingehalten werden. Der Verzicht auf die Anpaßschaltung bei der unteren Seitenfrequenz bringt eine wesentliche Vereinfachung des Systems und damit eine Verringerung der Angriffspunkte der verschiedenen Einflußgrößen.

### 6.5 Vereinfachtes parametrisches System

Zunächst sei an die Gleichungen von Manley und Rowe erinnert, die den Leistungsansatz an der verlustlosen Reaktanz für ideale Bedingungen (eindeutige Kennlinie, keine Hystereseerscheinungen) beschreiben. Danach gilt

$$\sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{mP_{m,n}}{m\omega_1 + n\omega_2} = 0 \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{nP_{m,n}}{m\omega_1 - n\omega_2} = 0$$

Positive Werte von P kennzeichnen die in die Reaktanz eintretenden Leistungen, negative Werte die von der Reaktanz an einen Lastwiderstand abgegebene Leistung.

Werden Leistungen bei der Signalfrequenz  $\omega_s = \omega_1$  und bei der Pumpfrequenz  $\omega_p = \omega_3$  umgesetzt, so entstehen an der nichtlinearen Reaktanz Leistungen bei den Frequenzanteilen

$$\omega_{m,n} = m\omega_1 + n\omega_3,$$

$$-\infty \leq m,n \leq +\infty; \quad m,n \text{ ganz.}$$

Bei großer Pump- und kleiner Signalamplitude genügt es, lediglich die Werte

$$-1 \leq m, n \leq 1$$

zu betrachten. Aus den Gleichungen von Manley und Rowe folgt dafür

$$\frac{P_{H+}}{\omega_{H+}} + \frac{P_S}{\omega_S} - \frac{P_{H-}}{\omega_{H-}} = 0$$

$$\frac{P_{H+}}{\omega_{H+}} + \frac{P_P}{\omega_P} - \frac{P_{H-}}{\omega_{H-}} = 0$$

$$\omega_{H+} = \omega_P + \omega_S, \quad \omega_{H-} = \omega_P - \omega_S$$

Setzt man voraus, daß Leistungen bei der unteren und bei der oberen Seitenfrequenz nach Maßgabe von

$$P_{H+} = (1-k) P_{H-}$$

verbraucht wird, dann wird Leistung

$$(-P_S) = \left( \frac{\omega_S}{\omega_P} \right)^2 \frac{2-k(1-\frac{\omega_P}{\omega_S})}{2-k(1-\frac{\omega_S}{\omega_P})} P_P$$

an einen Verbraucher bei der Signalfrequenz  $\omega_S = \omega_1$  abgegeben, solange die Bedingung

$$\frac{2}{1-\frac{\omega_P}{\omega_S}} < k \leq 1$$



erfüllt ist. Für  $\omega_p \gg \omega_s$  bedeutet dies, daß die bei der unteren Seitenfrequenz umgesetzte Leistung größer sein muß als die bei der oberen Seitenfrequenz ( $k > 0$ ). Für  $k = 1$ , d. h.  $P_{H+} = 0$  wird  $(-P_S)$  maximal und beträgt dann

$$(-P_S)_{\max} = \frac{\omega_S}{\omega_P} P_P,$$

weshalb man für beliebige  $k$  zwischen 0 und 1 auch

$$(-P_S) = \frac{\omega_S}{\omega_P} \frac{2-k(1-\frac{\omega_S}{\omega_P})}{2-k(1-\frac{\omega_S}{\omega_P})} (-P_S)_{\max} = f(k)(-P_S)_{\max}$$

schreiben kann. Daher ist zur Entdämpfung des Schwingkreises (Kap. 4.3.2) für  $k < 1$  gegenüber dem Fall  $k=1$  eine erhöhte Pumpleistung notwendig, die Wirkung der Leistungsumsetzung bei der oberen Seitenfrequenz ( $k < 1$ ) läßt sich deshalb formal durch eine zusätzliche Dämpfung bzw. durch einen zusätzlichen Reflexionsfaktor bei der Pumpfrequenz ausdrücken.

Aus dem Verlauf des Reflexionsfaktors nach Abb. 6.11 gilt für das Verhältnis der beiden umgesetzten Seitenfrequenzleistungen

$$\frac{P_{H+}}{P_{H-}} = \frac{1-|\Gamma_{H+}|^2}{1-|\Gamma_{H-}|^2}$$

Wegen der Anpaßschaltung bei der unteren Seitenfrequenz ist  $\Gamma_{H-} = 0$  und damit

$$P_{H+} = (1-|P_{H+}|^2) P_{H-}$$

bzw.

$$k = |\Gamma_{H+}|^2$$

Mit  $\omega_p/\omega_s \approx 18$  und  $\Gamma_{H+} \approx 0,16$  folgt  
 $f(k) \approx 0,27$

Demnach ist zur Erzielung der Entdämpfungsbedingungen etwa das 4-fache an Pumpleistung gegenüber idealen Verhältnissen nötig.

Verzichtet man entsprechend Abb. 6.12 auf die Anpaßschaltung bei der unteren Seitenfrequenz, so wird  $\Gamma_{H-} \neq 0$ , da mit diesem Aufbau nicht gleichzeitig Anpassung bei der Pump- und der unteren Seitenfrequenz möglich ist. Vielmehr muß die Anpaßschaltung so abgestimmt werden, daß ein ausgewogener Leistungsumsatz bei diesen beiden Frequenzen stattfindet. Wegen  $k > 0$  ist Selbsterregung allerdings nur möglich für  $\Gamma_{H+} > \Gamma_{H-}$ . Aus dem Verlauf des Reflexionsfaktors an den Eingangsklemmen der Anpaßschaltung (Abb. 6.13) und der angedeuteten Konstellation der drei maßgeblichen Frequenzen kann man entnehmen, daß diese Bedingung im wesentlichen nur für Pumpfrequenzen mit einem Reflexionsfaktor in der oberen Halbebene erfüllt ist.

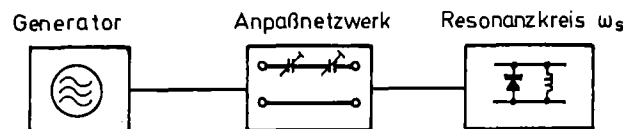


Abb. 6.12: Vereinfachtes parametrisches System

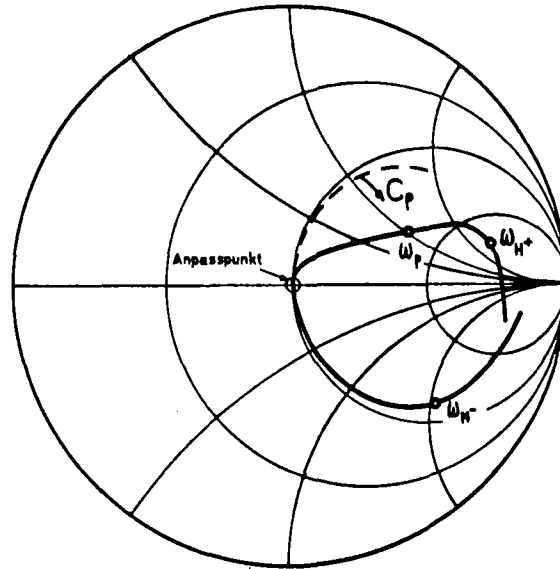


Abb. 6.13: Eingangswiderstand des vereinfachten parametrischen Systems als Funktion der Pumpfrequenz.

Der Einsatz der parametrischen Erregung (bei genügend großer Pumpleistung) bewirkt auch hier, daß durch den erhöhten Mittelwert der Varaktorkapazität der Realteil des Eingangswiderstandes an den Klemmen der Anpaßschaltung größer wird.

Die zusätzliche Dämpfung des Systems - sowohl durch den Leistungsumsatz bei  $\omega_{H+}$  als auch durch den von Null verschiedenen Reflexionsfaktor bei  $\omega_{H-}$  - läßt sich auch hier durch eine erhöhte Pumpleistung in Rechnung setzen

$$P = \tilde{\eta} \cdot P_p = f(k)(1 - |\Gamma_{\omega_p}|^2) P_p$$

wobei  $\tilde{\eta}$  sowohl von  $f(k)$  als auch durch den von Null verschiedenen Reflexionsfaktor bei der Pumpfrequenz bestimmt wird. Da der Zusammenhang zwischen Ladung und Leistung durch

$$P = (\omega \hat{q}_3)^2 \cdot R_b$$

gegeben ist, folgt schließlich für die Ladung

$$(\omega \hat{q}_3)^2 = \frac{f(k)(1 - |\Gamma_{\omega_p}|^2)}{R_b} P_p = \eta P_p$$

Der Zusammenhang zwischen dem Strom  $\omega_p q_p$  und der Leistung  $P_p$  bei der Mikrowellenfrequenz wird entsprechend Kap. 4.3.2.3 durch einen effektiven Pumpleitwert beschrieben, der aus der Leistungsumsetzung bei der oberen Seitenfrequenz ( $f(k) \neq 1$ ) und dem von Null verschiedenen Reflexionsfaktor bei der Pumpfrequenz resultiert. Bei bekannten Reflexionsfaktoren  $\Gamma_{H+}$ ,  $\Gamma_{H-}$  und  $\Gamma_{\omega_p}$  kann der effektive Pumpleitwert unabhängig von der in Kap. 4.3.2.3 angegebenen Beziehung berechnet werden.

Mit den Werten

$$|\Gamma_{H+}| = 0,7; |\Gamma_{H-}| = 0,68; |\Gamma_{\omega_p}| = 0,5$$

die sich aus der Abb. 6.13 ergeben und  $\omega_p / \omega_s = 18$  folgt

$$\frac{P_{H+}}{P_{H-}} = \frac{1 - |\Gamma_{H+}|^2}{1 - |\Gamma_{H-}|^2} = \frac{1 - 0,7^2}{1 - 0,68^2} = 0,95,$$

$$k = 1 - \frac{P_{H+}}{P_{H-}} = 5 \cdot 10^{-2},$$

$$f(k) = \frac{\omega_S}{\omega_P} \frac{2-k(1-\omega_D/\omega_S)}{2-k(1-\omega_S/\omega_P)} = 8 \cdot 10^{-2},$$

$$\tilde{\eta} = f(k) \cdot (1 - |\Gamma_{\omega_P}|^2) = 6 \cdot 10^{-2},$$

$$\eta = \frac{\tilde{\eta}}{R_b} = 8 \cdot 10^{-2} \frac{A}{V}.$$

Berechnet man  $\eta$  nach Kap. 4.3.2 gemäß

$$\eta = \frac{R_1 R_2 \tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2}{(\beta U_D)^2} \frac{\omega_3^2}{P_{3min}}$$

so erhält man für die Parameter

$$R_1 = 0,75 \Omega, \quad R_2 = 2,8 \Omega, \quad \tilde{\omega}_1 = 2\pi \cdot 150 \text{ Hz}, \quad \tilde{\omega}_2 = 2\pi \cdot 2,5 \text{ GHz}$$

$$\omega_3 = 2\pi \cdot 2,7 \text{ GHz}, \quad P_{3min} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ W}, \quad U_D = 0,5 \text{ V},$$

$$\beta = 1,3 \cdot 10^{22} (\text{A}_S)^{-22}$$

einen effektiven Pumpleitwert von

$$\eta = 9,3 \cdot 10^{-2} \text{ S}$$

Die relativ gute Übereinstimmung dieser beiden Werte stellt eine Bestätigung der theoretischen Überlegungen dar.

Der Umstand, daß der Leistungsumsatz bei den Seitenfrequenzen über den Generatorinnenwiderstand erfolgt, bewirkt eine gewisse Abhängigkeit der Entdämpfung von der Leitungslänge zwischen Generator

und Meßstelle, sofern Generatorinnenwiderstand und Leitungs-Wellenwiderstand voneinander abweichen. Um hier definierte Verhältnisse zu erhalten ist es zweckmäßig, einen Zirkulator am Eingang der Meßstelle anzuordnen, der die in Richtung Generator fließende Leistung absorbiert. Damit ergibt sich für den P/f-Konverter der Aufbau nach Abb. 6.14.

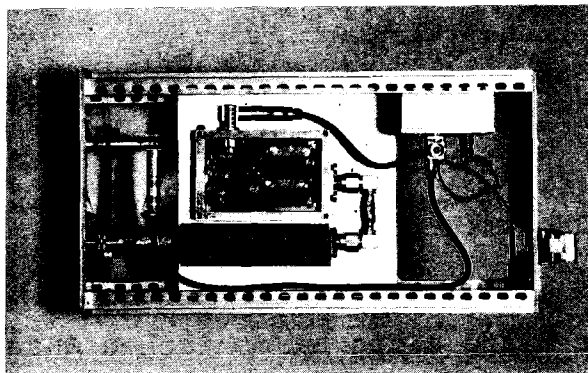


Abb. 6.14: Technisch realisierter Leistungs-Frequenz-Konverter.

ANHANG

Näherungsweise Lösung der Konversionsbeziehung bei Stromsteuerung  
(siehe Kapitel 4.2.2).

---

Die Differentialgleichung des Systems in Abb. 4.6

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q + \frac{u}{L} = \frac{u_q}{L}$$

mit

$$\frac{u}{U_D} = 1 - \left(1 - \frac{1-m}{C(o)U_D} q\right) \frac{1}{1-m} \approx \alpha'q - \beta'q^2 + \gamma'q^3 + \dots$$

soll im folgenden mit Hilfe eines harmonischen Ansatzes näherungsweise gelöst werden.

Bricht man die Taylorentwicklung der nichtlinearen Gleichung für

$$\left| \frac{1-m}{C(o)U_D} q \right| \ll 1 \text{ nach dem dritten Glied ab, so läßt sich die}$$

Differentialgleichung in der Form

$$\ddot{q} + D\dot{q} + \tilde{\omega}^2 q - \beta q^2 + \gamma q^3 = \frac{U_q}{L} \sin \omega t$$

schreiben, wobei die Abkürzungen

$$\frac{R}{L} = D, \quad \frac{1}{LC} + \frac{\alpha' U_D}{2} = \tilde{\omega}^2, \quad \frac{\beta' U_D}{L} = \beta, \quad \frac{\gamma' U_D}{L} = \gamma,$$

verwendet wurden.

Faßt man die zeitabhängige und nichtlineare Terme zu

$$F(q,t) = -\beta q^2 + \gamma q^3 - \frac{U}{L} q \sin \omega t$$

zusammen und unterwirft anschließend die Differentialgleichung der Laplace-Transformation, so folgt

$$s^2 q + s Dq + \tilde{\omega}^2 q + \mathcal{L}\{F(q,t)\} = 0$$

bzw.

$$q(s) = -L(s) \mathcal{L}\{F(q,t)\} \quad ,$$

$$L(s) = \frac{1}{s^2 + Ds + \tilde{\omega}^2}$$

Für diese Funktionalbeziehung gilt das Strukturbild in Abb. A 1.

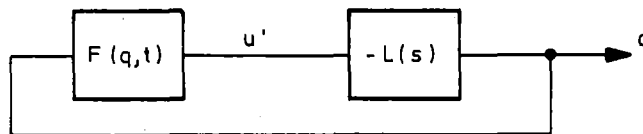


Abb. A1



Das Ziel der weiteren Betrachtung ist, einen algebraischen Ausdruck für die Größe  $q$  als Funktion der Erregeramplitude zu erhalten.

Wegen dem Tiefpaßcharakter des linearen Blockes kann man als harmonische Näherung für  $q$  schreiben

$$q = A \sin(\omega' t + \phi) .$$

Da hier eine erzwungene Schwingung vorliegt, ist die Frequenz  $\omega'$  identisch mit der Erregerfrequenz  $\omega$ , so daß als unbekannte Größen lediglich die Amplitude  $A$  und die Phase  $\phi$  zu berechnen sind. Setzt man die harmonische Näherung in die nichtlineare Beziehung ein, so ergibt sich die Ausgangsgröße des nichtlinearen Blockes durch einfache trigonometrische Umformung.

$$u' = - \frac{\beta A^2}{2} \left[ 1 - \cos(2\omega t + 2\phi) \right] + \frac{\gamma A^3}{4} \left[ 3\sin(\omega t + \phi) - \sin(3\omega t + 3\phi) \right] - \frac{U_q}{2} \sin \omega t$$

Wegen dem Tiefpaßcharakter des linearen Blockes darf man alle Terme mit von  $\omega$  abweichenden Frequenzen vernachlässigen mit Ausnahme des Gleichanteils. Nach Kapitel 4.3.2 läßt sich die Wirkung des Gleichanteils durch eine Drossel zwischen den Klemmen der Varaktordiode eliminieren, so daß dann gilt

$$u' = \frac{3}{4} \gamma A^3 \sin(\omega t + \phi) - \frac{U_q}{2} \sin \omega t$$

Geht man zur komplexen Rechnung über, so erhält man

$$\underline{q} = A e^{j(\omega t + \phi)}$$

$$\underline{u}' = \left( \frac{3}{4} \gamma A^3 e^{j\phi} - \frac{U_q}{2} \right) e^{j\omega t}$$

Aus dem Strukturbild ergibt sich die Beziehung

$$\underline{q} = -L(j\omega) \underline{u}'$$

bzw.

$$-L^{-1}(j\omega) = \frac{3}{4} \gamma A^3 - \frac{U_q}{L} \frac{1}{A} e^{-j\phi}$$

Diese komplexe Gleichung lässt sich wegen

$$L^{-1}(j\omega) = \tilde{\omega}^2 - \omega^2 + j\omega D$$

in die zwei reellen Gleichungen

$$\frac{3}{4} \gamma A^2 - \frac{U_q}{L} \frac{1}{A} \cos\phi = \omega^2 - \tilde{\omega}^2$$

$$\frac{U_q}{L} \cdot \frac{1}{A} \sin\phi = -\omega D$$

zerlegen, aus denen schließlich die beiden Unbekannten A und  $\phi$  berechnet werden können. Aus der zweiten Gleichung folgt sofort

$$\phi = -\arcsin\left(\frac{\omega R A}{U_q}\right)$$

Für den Zusammenhang zwischen A und  $U_q$  lässt sich mit

$$\cos\phi = \sqrt{1 - \sin^2\phi} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega R A}{U_q}\right)^2}$$

aus der ersten der beiden reellen Gleichungen folgern

$$\frac{3}{4} \gamma A^2 - \frac{U_q}{L} \cdot \frac{1}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega R A}{U_q}\right)^2} = \omega^2 - \tilde{\omega}^2$$

Setzt man nun noch voraus, daß die Erregerfrequenz in der Umgebung der Eigenfrequenz des ungedämpften linearen Systems liegt, so ergibt sich für  $\omega^2 - \tilde{\omega}^2 = \Delta\omega^2$

$$U_q^2 = \left( \frac{3}{4} \gamma U_D A^3 - \Delta\omega^2 LA \right)^2 + (\omega RA)^2$$

Unter der Voraussetzung  $\Delta\omega \rightarrow 0$  und  $\left| \frac{1-m}{C(o)U_D} A \right| \ll 1$  folgt mit

$$\gamma = \frac{m(2m-1)}{3!} \frac{1}{(C(o)U_D)^3}$$

$$\frac{3}{4} \gamma U_D A^3 = \frac{3}{4} U_D \frac{m(2m-1)}{3!(1-m)^3} \left( \frac{1-m}{C(o)U_D} A \right)^3 \ll \omega RA$$

Für den Zusammenhang zwischen  $U_q$  und  $A$  gilt so

$$U_q \approx \omega RA = \omega R \hat{q}$$

Bei großen Aussteuerungen, wenn sich also  $\frac{1-m}{C(o)U_D}$  an 1 nähert, wird die Approximation der Kennlinie durch die  $D$  Taylorreihe immer ungenauer. In diesem Fall ist es sinnvoller, die Kennlinie

$$\frac{u}{U_D} = 1 - \left( 1 - \frac{1-m}{C(o)U_D} q \right)^{\frac{1}{1-m}}$$

wegen  $m = 0,25$  durch

$$\frac{u}{U_D} \approx \frac{1}{C(o)U_D} q$$

anzunähern.

Die Differentialgleichung des Systems ist daher durch

$$\ddot{q} + D\dot{q} + \tilde{\omega}q = \frac{U_q}{2} \sin \omega t$$

gegeben. Mit dem harmonischen Ansatz

$$q = A e^{j(\omega t + \phi)}$$

folgt

$$\underline{u}' = A e^{j(\omega t + \phi)} - \frac{U_q}{L} e^{j\omega t}$$

und damit für  $-L^{-1}(j\omega)$

$$-L^{-1}(j\omega) = 1 - \frac{U_q}{LA} e^{-j\phi}$$

Die entsprechenden reellen Gleichungen lauten

$$1 - \frac{U_q}{LA} \cos \phi = \omega^2 - \tilde{\omega}^2$$

$$\frac{U_q}{LA} \sin \phi = -\omega D$$

Für  $\phi$  ergibt sich daraus

$$\phi = \arcsin \left( -\frac{\omega RA}{U_q} \right)$$

und für den Zusammenhang zwischen  $U_q$  und A

$$1 - \frac{U_q}{LA} \sqrt{1 - \left( \frac{\omega RA}{U_q} \right)^2} = \omega^2 - \tilde{\omega}^2$$

bzw.

$$U_q^2 = \left[ (1 - (\omega^2 - \tilde{\omega}^2)) \cdot LA \right]^2 + (\omega RA)^2$$

wegen  $\omega R \gg L$  und  $\Delta\omega = \omega^2 - \tilde{\omega}^2 \rightarrow 0$  ergibt sich auch hier

$$U_q \approx \omega R A = \omega R \hat{q}$$

## V e r z e i c h n i s der wichtigsten Formelzeichen

$A(f) = A(s=f)$	Systemfunktion
$A_o(f)$	Systemfunktion des optimalen Empfängers
$a(t)$	Impulsantwort
B	einfache Bandbreite
$B_r$	einfache Rauschbandbreite
C	Kapazität; Konstante
$C(u)$	spannungsabhängige Kapazität
$C_{sp}$	Sperrschichtkapazität
$C_D$	Diffusionskapazität
$C_g$	Gehäusekapazität
$C_m$	arithmetischer Mittelwert der zeitabhängigen Kapazität
$c(t)$	zeitvariante Kapazität
$c_i$	Fourier-Koeffizienten der periodischen Kapazität
D	Dämpfung; Dynamikbereich
d	Auflösungsgrenze des Elektronenmikroskopes
$d(t)$	Demodulatorzeitfunktion
E	Energie
$\Delta E$	Energieänderung
$E[n(t)]$	Erwartungswert der Größe $n(t)$
$e(t)$	Fehlerfunktion
$F = 2B$	doppelte Bandbreite
f	Frequenz
$f_o$	Mittenfrequenz
G	Leitwert
$h(t)$	systematischer Fehler
I	Strom
$I_o$	Sättigungsstrom
$i(t)$	zeitabhängiger Stromfluß; Störfunktion
$i_n, i_R$	Rauschstrom
$i_s$	Signalstrom

$K_u$	Spannungsübertragungsfunktion des Varaktor-Demodulators
$k$	Boltzmann-Konstante
$L$	Induktivität
$L_g$	parasitäre Zuleitungsinduktivität
$L_s(f)$	Leistungsdichte
$l_s(\tau)$	Korrelationsfunktion
$m(t)$	Modulatorzeitfunktion
$m_u^2$	Signalleistung des zu messenden Signals
$N_A$	Akzeptorendichte
$N_D$	Doratorendichte
$N_h$	Rauschleistungsdichte des Funkelrauschens
$N_u$	Rauschleistungsdichte des Generators
$N_w$	Rauschleistungsdichte des weißen Rauschens
$n$	Konstante
$n(t)$	Störsignal
$n^+$	hochdotierte n-Zone
$P$	Leistung
$\Delta P$	Leistungsänderung
$P_n$	Rauschleistung
$P_h$	Leistungsfluß in Richtung Verbraucher
$P_r$	reflektierte Leistung
$P_o$	vom Verbraucher absorbierte Leistung
$p^+$	hochdotierte p-Zone
$Q$	Güte
$q$	zeitvariante Ladung, Elementarladung
$\hat{q}$	Amplitude der zeitvarianten Ladung
$q_1$	Ladungsfluß bei der Signalfrequenz
$q_2$	Ladungsfluß bei der Hilfsfrequenz
$q_3$	Ladungsfluß bei der Pumpfrequenz
$\bar{q}$	Gleichanteil der zeitvarianten Ladung

$R$	Widerstand
$R_b$	Bahnwiderstand
$R_D$	Diffusionswiderstand
$R_i$	Innenwiderstand
$r$	differentieller Widerstand
$r(t)$	gestörtes Empfangssignal
$S$	Steilheit, Empfindlichkeit
$s(t)$	Bandbegrenztes HF-Signal
$\hat{s}$	Amplitude des bandbegrenzten HF-Signals
$s_i^2$	Signalleistung am Ausgang des Empfängers
$T$	Temperatur
$T_o$	Bezugstemperatur (290 K)
$T_r$	Rauschtemperatur
$t$	Zeit
$U$	Spannung
$U_D$	Diffusionsspannung
$U_s$	Signalspannung
$u$	zeitvariante Spannung
$u_p$	zeitvariante Pumpspannung
$u_q$	zeitvariante Quellenspannung
$v$	Verstimmung
$X(t)$	Amplitudenmoduliertes HF-Signal
$Y(t)$	Ausgangssignal des Empfängers
$Z$	Komplexer Widerstand
$Z_o$	Wellenwiderstand der verwendeten Leitung
$Z_L$	Lastwiderstand
$\alpha, \beta, \gamma$	Fourierkoeffizienten
$\beta$	Koppelfaktor
$\Gamma$	Reflexionsfaktor
$\delta$	Dirac-Impuls



$\varepsilon = \frac{U_P}{U_D}$	normierte Pumpamplitude
$\eta$	effektiver Pumpleitwert
$\lambda$	Wellenlänge
$\xi$	Meßgenauigkeit
$\sigma$	Standartabweichung
$\sigma^2$	Varianz
$\omega$	Kreisfrequenz
$\omega_1 = \omega_s$	Signalfrequenz
$\omega_2 = \omega_H$	Hilfsfrequenz (Idler)
$\omega_3 = \omega_p$	Pumpfrequenz

LITERATURVERZEICHNIS:

- 1 Dietrich, J.; Herrmann, K.-H.; Passow, C.  
A proposal for a high voltage electron microscope with  
superconducting microwave linear accelerator and super-  
conducting lenses  
Optik 42 (1975), No. 5, 439 - 462
- 2 Strojnik, A.; Passow, C.  
A conventional lens for a 5 MV electron microscope  
Optik 50 (1978), No. 2, 169 - 173
- 3 Takaoka, A.; Kakumi, U.  
Acceleration of electrons by 5 cell superconducting linear  
accelerator  
Japan.J. Appl. Phys. Vol. 16 (1977), S. 1719-20
- 4 Mc Ashan, M.S.; Schwettmann, H.A.; Suelzle, L.; Turneure, I.P.  
Mittag, K.  
Demonstration of the superconducting electron accelerator  
Appl. Phys. Letters 22 (1973), S. 605
- 5 Zimmer, H.  
Harmonic generation of microwave produced by a field emission  
cathode in a superconducting cavity  
Appl. Phys. Letters 7 (1965), 297
- 6 Passow, C.  
Calculations of the energy spread of an electron beam  
generated by a high voltage microwave illumination system  
TAL Int. Publ. Comp., Jerusalem (1976), S. 375

- 7 Kollath, R.  
Teilchenbeschleuniger  
Verlag Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1955
- 8 Hahn, H.  
Anwendungen supraleitender Resonatoren  
Brookhaven National Laboratory  
private Mitteilung
- 9 Kneisel, P.; Stoltz, O.; Halbritter, J.  
Investigations of a superconducting beam tube niobium cavity  
at S-band  
IEEE Trans Nuclear Science, NS-20 (1973), S.63-67
- 10 Hochschild, G.; Schulze, D.; Spielböck, F.  
Electronic tuning and phase control of superconducting  
helical resonators  
IEEE Trans. Nuclear Science, NS-20 (1973), S.116-18
- 11 Hochschild, G.  
Phasensynchronisierung supraleitender Beschleunigungsresonatoren  
Dissertation (Universität Karlsruhe 1974)  
KfK 2094 (Kernforschungszentrum Karlsruhe 1975)
- 12 Kühn, W.  
Feldabhängige Widerstände und feldbegrenzende Phänomene  
in supraleitenden Hochfrequenzresonatoren  
Dissertation (Universität Karlsruhe 1971)
- 13 Halbritter, J.  
private Mitteilungen
- 14 Föllinger, O.  
Regelungstechnik  
(Elitera-Verlag, Berlin 1972)

- 15 Schleifer, W.D.  
Genauigkeitsbetrachtungen von Meßaufbauten im HF-Gebiet  
Mikrowellen-Journal (1975), S. 167-70
- 16 Dunwoodie, D.E.; Lacy, P.  
HF-Meßfehler und ihre Reduzierung  
Mikrowellen-Journal (1975), S. 185-88
- 17 Laverghetta, T.S.  
Microwave measurements and techniques  
Artech. House (1976), Dedham, Massachusetts
- 18 Luskow, A.A.  
Leistungsmessung im Mikrowellengebiet  
Mikrowellen Magazin (1976), S. 94-98
- 19 Groll  
Mikrowellen-Meßtechnik  
Verlag Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig 1969
- 20 Richards, P.L.  
Superconducting devices for millimeter and submillimeter  
wavelengths  
De Gruyter-Verlag, Berlin-New York 1977
- 21 Renz, E.  
PIN- und Schottky-Dioden  
Hüthig Verlag, Heidelberg 1976
22. Passow, C.  
private Mitteilungen

- 23 Petley, B.W.  
Einführung in die Josephson-Effekte  
Hüthig Verlag 1974
- 24 Richards, P.L.; Auracher, F.; Van Duzer, T.;  
Millimeter and submillimeter wave detection and mixing with  
superconducting weak links  
IEEE, Vol. 61, No. 1 (1973), S. 36-45
- 25 Fack, H.; Kose, V.; Schrader, H.-J.  
Berechnung der Kennlinien von Punktkontakt-Josephson-  
Elementen mit HF-Einstrahlung  
Meßtechnik (1971), S. 31-38
- 26 Broom, R.F.  
Some temperature-dependent properties of niobium tunnel  
junctions  
IBM Zürich Research Laboratory (1976)
- 27 Padovani, F.A.; Summer, G.  
Experimental study of gold-gallium-arsenide Schottky  
barriers  
J. Appl. Phys. 36, (1975), S. 3744-47
- 28 Mc Call, M.; Millea, M.F.; Silver, A.H.  
The superconductor-semiconductor Schottky barrier diode  
detector  
Appl. Phys. Lett. Vol. 23, No. 5 (1973), S. 263-64
- 29 Silver, A.H.  
Superconducting low noise receivers  
IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-11, No. 2 (1975),  
S. 794-97

- 30 Kroschel, K.  
Statistische Nachrichtentheorie I  
Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1973
- 31 Kroschel, K.  
Statistische Nachrichtentheorie II  
Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York (1974)
- 32 Wolf, H.  
Nachrichtenübertragung  
Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York (1974)
- 33 Unger, H.G.; Hardt, W.  
Hochfrequenz-Halbleiterelektronik  
S. Hirzel-Verlag, Stuttgart 1972
- 34 Milke, H.  
Dioden, Theorie - Fertigung - Anwendung  
Hüthig-Verlag, Heidelberg 1976
- 35 Shurmer, H.V.  
Microwave semiconductor devices  
R. Oldenburg Verlag München  
Pitman Publishing London (1971)
- 36 Mortenson, K.E.  
Variable capacitance diodes  
Artech House, Inc. (1974) Dedham, Massachusetts
- 37 Phillippow, E.  
Nichtlineare Elektrotechnik  
Akademische Verlagsgesellschaft Leipzig 1971
- 38 Shea, R.F.  
Transistortechnik  
VEB Verlag Technik, Stuttgart (Berliner Union 1951)

- 39 Slavin, A.J.  
A MOSFET oscillator suitable for measurements of small  
changes in capacitance or inductance at cryogenic temperatures  
Cryogenics (1972), S. 121-24
- 40 Pentfield, P.; Rafuse, R.  
Varactor Applications  
The M.I.T. Press, Cambridge, Mass. 1962
- 41 Steiner, K.H.; Pungs, L.  
Parametrische Systeme  
S. Hirzel-Verlag, Stuttgart, 1965
- 42 Decroly, I.C. u. a.  
Parametric Amplifiers  
Mc Millan London 1973
- 43 Melde, F  
Über Erregung stehender Wellen eines fadenförmigen Körpers  
Ann. der Physik u. Chemie, Ser. 2, Vol. 109, 193-215, 1859
- 44 Bürklin, H.; Föllinger, O.; Schmieg, H.  
Anwendung der harmonischen Balance auf nichtlineare Systeme  
mit zeitveränderlichen Parametern  
Regelungstechnik Heft 12 (1977), S. 370-74
- 45 Föllinger, O.  
Nichtlineare Regelungen I  
R. Oldenburg Verlag München und Wien 1969
- 46 Best, R.  
Theorie und Anwendung des Phase-Locked Loops  
AT Verlag Stuttgart (1976)

- 47 Wiegele, B.; Schmidt, G.  
Das Phasenregelkreisprinzip  
AEU Band 30 (1976), Heft 11, S. 433-41
- 48 Blanchard, A.  
Phase - Locked - Loops  
John Wiley & Sons (1976)
- 49 Wassener, H.-J.  
FM-Demodulator mit großem Dynamikbereich für Meßzwecke  
im UKW-Gebiet  
Diplomarbeit (Universität Karlsruhe 1977)
- 50 Stein, S.R.  
The superconducting cavity stabilized oscillator  
High Energy Physics Laboratory  
Stanford University (1974), HEPL 741
- 51 Wolff, J.  
Einführung in die Mikrostrip-Leitungstechnik I  
Vorlesungsumdruck (Gesamthochschule Duisburg 1974)
- 52 Friedburg, H.  
HF-Meßtechnik  
Vorlesungsumdruck (Universität Karlsruhe 1970)
- 53 Van der Pol, B.  
The nonlinear theory of electric oscillations  
Proc. IRE 22, 1051-1056; 1934