



KfK 2858
September 1979

**Beitrag zur mechanischen
Auslegung zylindrischer
Brennstäbe von Kernreaktoren
unter Berücksichtigung der
Mehrdimensionalität der
Struktur auf der Basis der
Finit-Element-Methode**

H. Fabian
Projekt Schneller Brüter
Fachgebiet Reaktortechnik der
Technischen Hochschule Darmstadt

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Projekt Schneller Brüter
Fachgebiet Reaktortechnik der
Technischen Hochschule Darmstadt

KfK 2858

BEITRAG ZUR MECHANISCHEN AUSLEGUNG
ZYLINDRISCHER BRENNSTÄBE VON KERNREAKTOREN
UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DER MEHRDIMENSIONALITÄT DER STRUKTUR
AUF DER BASIS DER FINIT-ELEMENT-METHODE

VON
HERMANN FABIAN

Vom Fachbereich Maschinenbau
der Technischen Hochschule Darmstadt
zur Erlangung des Grades eines Doktor Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation D 17

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

ZUSAMMENFASSUNG

Beitrag zur mechanischen Auslegung zylindrischer Brennstäbe von Kernreaktoren unter Berücksichtigung der Mehrdimensionalität auf der Basis der Finit-Element-Methode

Eine kritische Betrachtung der derzeit praktizierten Brennstabauslegung zeigt, daß im wesentlichen von eindimensionalen Modellen ausgegangen wird. Ergänzend dazu werden in dieser Arbeit zwei-dimensionale Aspekte der Stabauslegung diskutiert. Zu diesem Zweck werden die Finit-Element-Programme: ZIDRIG und FINEL entwickelt, die folgende Eigenschaften aufweisen:

- zweidimensional in $r-\varphi$ bzw. $r-z$ Ebene
- nichtlineares Materialverhalten (z. B. Kriechen, Plastizität)
- nichtlineares Verformungsverhalten (große Verformungen)
- instationäres Verhalten (z. B. Kriechen, zeitabhängige Belastung)

Für das Hüllrohr wird der Einfluß von Fertigungstoleranzen, integralen Rippen und Endstopfen sowie das Verhalten beim Kühlmittelverluststörfall (ballooning) berechnet. Die Brennstofftablette wird mit ihren realen Abmessungen unter Berücksichtigung des Plastifizierens und der Ribbildung analysiert. Schließlich wird die mechanische Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hüllrohr, die z. B. zu einer bambusartigen Verformung des Stabes führt, betrachtet.

ABSTRACT

Contribution to the Structural Analysis of Cylindrical Fuel Rods of Nuclear Reactors with Consideration of Multidimensional Behaviour, Based on Finite-Element-Method

A critical review of the state-of-the-art in fuel rod structural analysis shows, that in general analyses are based on one-dimensional models. Complementary this investigation considers the two-dimensional aspects of the fuel rod design. Therefore the FEM-codes: ZIDRIG and FINEL have been developed, which show the following features:

- two-dimensional in $r-\varphi$ or $r-z$ -plane
- materials nonlinearities (e.g. creep, plasticity)
- geometrical nonlinearities (large deflections)
- time dependent behaviour (e.g. creep, time dependent external loads)

For the cladding the influences of manufacturing tolerances, integral ribs and end-plugs as well as the behaviour during LOCA (ballooning) have been calculated. The pellets have been analysed with their real dimensions and with consideration of plasticity and cracks. Finally the mechanical pellet-cladding-interaction is considered, i.e. bamboo like deformation.



Inhaltsübersicht

Seite

	Zusammenfassung	-
1.	Einleitung	1
2.	Einführung zur Brennstabauslegung	4
2.1.	Konstruktive Gestaltung eines zylindrischen Brennstabes	4
2.2.	Beanspruchung von Brennstäben	5
2.2.1.	Primär vorgegebene Belastung	6
2.2.2.	Langzeitverhalten des Brennstabes	9
2.2.3.	Beanspruchung durch Anlagenstörungen	10
2.2.4.	Beanspruchung durch Fertigungsfehler	10
2.3.	Auslegungskriterien für einen Brennstab	11
2.4.	Stand der Rechnungen zur Brennstabauslegung und Einordnung der eigenen Arbeit	12
2.4.1.	Allgemeines zu den Auslegungsrechnungen	12
2.4.2.	Große Brennstabauslegungs-codes	15
2.4.3.	Spezielle Stabauslegungsrechnungen	17
3.	Mehrdimensionale Programme zur Auslegung des Brennstabes	18
3.1.	Entwicklung eigener Programme	18
3.2.	Mechanische Modelle des Brennstabes	19
3.3.	Aufgaben der Programmsysteme im Rahmen der Stabauslegung	20
4.	Finit-Element-Methode (FEM) als Basis der Brennstabberechnung	22
4.1.	Abgrenzung der FEM gegenüber alternativen Berechnungsverfahren	22
4.2.	Lineare Strukturberechnung mittels der FEM	24
4.3.	Wahl der Elementtypen	26
4.4.	Nichtlineare Strukturberechnung	28
4.4.1.	Allgemeines zu den nichtlinearen Einflußgrößen	28
4.4.2.	Behandlung des Materialkriechens in der mehrdimensionalen FEM-Rechnung	29
4.4.2.1.	Mehrachsige Spannungs-Dehnungs-Beziehung	31
4.4.2.2.	Kriechgesetze	34
4.4.2.3.	Inkremete der Kriechdehnung	35
4.4.3.	Große Strukturverformungen	36

	Seite	
4.5.	Instationäre Belastungen	37
4.6.	FEM als Basis der Brennstabauslegungs- programme	38
5.	Kurzbeschreibung der Programmsysteme ZIDRIG und FINEL	41
5.1.	Allgemeines zur Programmdarstellung	41
5.2.	Programmablauf der Hauptprogramme	41
5.3.	Ablauf des nichtlinearen Programmteiles	45
5.3.1.	Berechnung der Länge des Zeitschrittes beim Kriechen	45
5.3.2.	Berechnung der Lastinkremente beim Kriechen	46
5.4.	Programmgestaltung	49
5.4.1.	Strukturrechnung	49
5.4.2.	Vorrechnung	51
5.4.2.1.	Aufbau des Grundgleichungssystems	51
5.4.2.2.	Berücksichtigung der Randbedingungen und Lösen des Gleichungssystems	52
5.4.3.	Rückrechnung	52
5.4.4.	Nichtlineare Rechnung	53
5.4.4.1.	Nichtlineares Materialkriechen	53
5.4.4.2.	Große Verformungen	54
5.4.5.	Rechnungsende	55
5.5.	Bemerkungen zur Programmanwendung	55
6.	Anwendung des Programmes ZIDRIG zur Auslegung eines Brennstabes	56
6.1.	Brennstabmodell und Anwendungsbeispiele	56
6.2.	Rechengenauigkeit des Programmes ZIDRIG	57
6.3.	Thermoelastische Spannungsverteilung im Hüll- rohr bei nicht rotationssymmetrischer Geometrie und Belastung	59
6.3.1.	Einfluß der Toleranzen der Stabgeometrie	59
6.3.2.	Einfluß der Brennstabordnung	60
6.4.	Langzeitverhalten	62
6.4.1.	Einfluß der zeitlichen Diskretisierung	62
6.4.2.	Einfluß der Ovalität auf das mechanische Ver- halten des Hüllrohres - Behandlung großer Ver- formungen	66
6.4.3.	Vergleich der Standzeit eines ovalen Hüllroh- res nach ZIDRIG mit speziellen Theorien	71

	Seite	
6.4.4.	Einfluß der Ovalität und Exzentrizität auf die Standzeit eines Hüllrohres	72
6.4.5.	Vergleich der Standzeit von Hüllrohren verschiedener Konturen	73
6.5.	Auslegung eines Hüllrohres mit integralen Rippen	76
6.5.1.	Konstruktionsziele des berippten Hüllrohres und Stand der Auslegungsrechnungen	76
6.5.2.	Darstellung eines berippten Hüllrohres in ZIDRIG	77
6.5.3.	Spannungsverteilung in einem berippten Hüllrohr	79
6.5.4.	Einfluß von Form und Anzahl der Rippen auf die Spannungen und Deformationen des Hüllrohres	82
6.5.5.	Einfluß von integralen Rippen auf die Standzeit eines Hüllrohres	86
6.5.6.	Auswertung von Standzeitexperimenten an Hüllrohren mit integralen Rippen	88
6.5.7.	Zusammenfassende Betrachtung zur Auslegung von berippten Hüllrohren mit ZIDRIG	89
7.	Anwendung des Programmes FINEL zur Auslegung eines Brennstabes	91
7.1.	Brennstabmodell und Anwendungsbeispiele von FINEL	91
7.2.	Beanspruchung des Brennstabhüllrohres durch den Einfluß der Endstopfen	92
7.2.1.	Problemstellung und Rechenmodell	92
7.2.2.	Deformation und Spannungen im Randbereich des Hüllrohres	92
7.2.3.	Technische Beurteilung des Randeinflusses auf die Auslegung eines Hüllrohres	98
7.2.4.	Abschlußbemerkung zur Beanspruchung des Hüllrohres durch den Einfluß des Endstopfens	100
7.3.	Mechanisches Verhalten von Hüllrohren bei Kühlmittelverluststörungen	102
7.3.1.	Allgemeines zur Problematik	102
7.3.2.	Datenfälle zur Simulation der Kühlmittelverluststörungen	103
7.3.3.	Modell- und programmtechnische Aspekte in FINEL	105
7.3.4.	Deformationsverhalten eines Hüllrohres bei zeitlich und räumlich konstanter Belastung	106

	Seite	
7.3.5.	Verhalten des Hüllrohres bei zeitlich und räumlich variabler Belastung	111
7.3.6.	Bemerkungen zur Analyse des Verhaltens eines Hüllrohres beim Kühlmittelverluststörfall mit FINEL	120
7.4.	Mechanische Analyse einer Brennstofftablette mit FINPEL	122
7.4.1.	Allgemeines zur Problematik	122
7.4.2.	Programmtechnische Gestaltung von FINPEL	123
7.4.3.	Thermoelastisches Verhalten einer Brennstofftablette	125
7.4.4.	Fließ- und bruchmechanische Behandlung der Tablette	129
7.4.5.	Einfluß des Plastifizierens und der Ribbildung auf das mechanische Verhalten der Tablette	132
7.4.6.	Zusammenfassende Bemerkung zur mechanischen Analyse einer Brennstofftablette	136
7.5.	Wechselwirkung zwischen Hüllrohr und Brennstoff	140
7.5.1.	Problemstellung für ein Brennstabprogramm	140
7.5.2.	Geometrisches und mechanisches Modell des Brennstabes	141
7.5.3.	Beanspruchung des Hüllrohres im Kontaktfall	142
7.5.4.	Bemerkungen zur zweidimensionalen Berechnung der mechanischen Wechselwirkung	147
8.	Kritische Anmerkungen zur mehrdimensionalen Berechnung von zylindrischen Brennstäben	150
Anhang A	Lineare thermoelastische Beziehungen in der FEM	154
A.1.	Beschreibung der elastischen Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen in einem Element	154
A.2.	Elementsteifigkeitsmatrix	158
A.3.	Beschreibung der Gesamtstruktur aus den Elementbeziehungen	160
A.4.	Behandlung der thermischen Verzerrungen	161

		Seite
Anhang B	Berechnung des rotationssymmetrischen Brennstabes unter beliebiger Belastung	165
B.1.	Allgemeine Problemstellung	165
B.2.	Erweiterung und Ableitung der Elementansätze	165
B.2.1.	Beschreibung der Kräfte und Verschiebungen	165
B.2.2.	Grundgleichungen der Strukturberechnung	166
B.2.3.	Darstellung und Berechnung einer beliebigen Belastung	169
B.3.	Analyse einer dreidimensionalen Hüllrohrbelastung	170
B.3.1.	Variation der Belastung in Umfangsrichtung	170
B.3.2.	Verhalten des Hüllrohres unter der lokalen Belastungsspitze durch ein Abstandhaltergitter und eine Temperaturspitze	174
B.4.	Bemerkungen zur dreidimensionalen Berechnung des Hüllrohres mit FINFOU	181
Anhang C	Zusammenstellung der verwendeten Datensätze	182
Literaturverzeichnis		188

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der mechanischen Auslegung von zylindrischen Brennstäben eines Kernreaktors. In einer kritischen Betrachtung zu Beginn dieser Arbeit wird herausgestellt, daß für eine komplette Auslegung mehrdimensionale Analysen unumgänglich sind. Aus einem Vergleich der derzeit vorhandenen Programme zur Brennstabauslegung ergibt sich, daß, abgesehen von einigen wenigen speziellen Detailrechnungen, bisher fast ausschließlich eindimensionale Codes eingesetzt werden. Mit dieser Arbeit wird die aufgezeigte Lücke geschlossen. Es werden Auslegungsprogramme erstellt, welche die Mehrdimensionalität der Struktur berücksichtigen.

In Anbetracht der komplizierten Materialbeziehungen und der extremen Belastungen eines Brennstabes fordert der Rechenaufwand eines jeden Auslegungsprogrammes einen Kompromiß zwischen der Komplexität der Strukturanalyse und des Materialverhaltens. In der vorliegenden Arbeit werden zwei weitgehend parallel aufgebaute räumlich zweidimensionale Programme - ZIDRIG und FINEL - erstellt. In ZIDRIG wird der Stab im modifizierten ebenen Schnitt betrachtet, wobei Geometrie, Belastung und Materialeigenschaften in radialer und azimuthaler Richtung praktisch beliebig variieren können. In FINEL wird der Stab als rotationssymmetrische Struktur im Längsschnitt mit unabhängigen Variablen in radialer und axialer Richtung berechnet. Durch die Beschreibung einer unsymmetrischen Belastung in einer Fourierreihe wird in einer halbanalytischen Version dieses Programmes sogar die Berechnung einer dreidimensionalen Belastung ermöglicht.

Um die technologische Relevanz der Rechnung sicherzustellen, werden die

- elastischen
- thermischen
- kriechbedingten und außerdem für die Brennstofftablette die
- plastischen und
- rißbedingten Dehnungen, sowie insgesamt die
- großen Verformungen der Struktur berücksichtigt. Weiterhin ist die Zeit als unabhängige Variable enthalten, so daß
- instationäre Belastungen und Langzeiteffekte in die Analyse einbezogen werden können.

Die Programme sind für den Gesamtkomplex 'Brennstabauslegung' konzipiert und werden deshalb für folgende Zwecke eingesetzt:

- mehrdimensionale Berechnung des Stabverhaltens unter Berücksichtigung der realen Belastung und Geometrie
- Auslegung und Auswertung flankierender Experimente
- Erarbeitung realistischer mechanischer Stabmodelle für eindimensionale Codes

Als Lösungsmethode wird, bedingt durch die Forderungen nach Mehrdimensionalität der Berechnung und Variabilität in der Anwendung der Programme die Finit-Element-Methode gewählt. Sie wird bisher in noch keinem der bekannten Brennstabcodes angewendet. Durch das stabspezifische Materialverhalten, insbesondere durch das nichtlineare und zeitabhängige Kriechen und den instationären Verlauf der Belastungen wird die Methode hier für Berechnungen eingesetzt, die über den üblichen Rahmen der technischen Anwendung hinausgehen. Im angewendeten Lösungsverfahren werden:

- alle über die linear elastischen Dehnungen hinausgehenden Terme als Vordehnungen,
- die Zeitabhängigkeiten auf inkrementellem Wege und
- die großen Verformungen durch Bezug auf die jeweils aktuelle Geometrie berücksichtigt.

Die Rechnung kann aus mechanischer Sicht, wie folgt, klassifiziert werden:

- räumlich zweidimensional
- nichtlinear, hinsichtlich des Materialverhaltens
- nichtlinear, bezüglich des Verformungsverhaltens
- instationär

Vom methodischen Vorgehen und vom Programmablauf her sind damit die Voraussetzungen gegeben, um weitere Materialeffekte, wie z.B. das Schwellen, das Nachsintern, die Porosität oder die Korrosion und die Anisotropie in die Analyse einzubeziehen.

Die speziell für die Auslegung des Brennstabes konzipierten Programme sind hinsichtlich der Beschreibung der Geometrie und Belastung ganz auf die zylindrische Struktur abgestimmt und bieten so den Vorteil einer einfachen Handhabung. Um den großen Rechenaufwand einer mehrdimensionalen, nichtlinearen und zeitabhängigen Strukturanalyse zu reduzieren und gleichzeitig

die Güte der Lösung zu erhöhen, wurde hier eine Formel zur Berechnung der jeweils optimalen Länge des Zeitinkrementes entwickelt. Aus demselben Grund wird der Neuaufbau der Steifigkeitsmatrix zur Berücksichtigung von großen Verschiebungen verformungsabhängig gesteuert. Beide Finessen wurden mit gutem Erfolg angewendet. Die Genauigkeit der Rechnung kann durch eine Verfeinerung der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung gesteigert werden. Sie liegt aber selbst bei einer relativ groben Einteilung günstiger als die durch die Werkstoffdaten hervorgerufenen Unsicherheiten, wie durch Vergleich mit experimentell ermittelten und mit speziellen Theorien berechneten Werten bestätigt wird.

Mit den beiden Programmen werden verschiedene Aspekte der Stabauslegung diskutiert, die sich im einzelnen aus dem Verhalten des Hüllrohres, der Brennstofftablette und durch die mechanische Wechselwirkung zwischen Hüllrohr und Tabletten ergeben. Entsprechend der sicherheitstechnischen Bedeutung steht die Berechnung des Hüllrohres im Vordergrund. Der Einfluß der aus der Geometrie des Stabes entstehenden Probleme wird an folgenden Punkten untersucht:

- fertigungsbedingte Toleranzen, wie Ovalität und Exzentrizität
- integrale Rippen bei verschiedener Anzahl und Form
- Verschweißung mit dem Endstopfen.

Hinsichtlich der Belastung wird der Extremfall des -Kühlmittelverlustes mit dem stark instationären Verlauf und den hohen Werten von Druck und Temperatur, sowie den großen Verformungen (ballooning) diskutiert.

Dabei zeigt sich, daß die Standzeit eines Hüllrohres ganz entscheidend von der Größe der zugelassenen Toleranz abhängt. Die mit der ersten Oberwelle ($\cos 2\varphi$) an Innen- und Außenseite variierende Kontur erweist sich als die am schlechtesten konditionierte Struktur. Durch sie kann u.U. eine Reduktion der Standzeit um mehr als 50% bewirkt werden. Gegenüber dem Einfluß der Ovalität ist die Exzentrizität praktisch vernachlässigbar. Ein Hüllrohr mit integralen Rippen hat im allgemeinen keine größere Standzeit als ein glattes Rohr. Abhängig von der Form, Anzahl und Lage der Rippen schwankt ihr Einfluß auf die Standzeit um $\pm 25\%$. Durch die Verschweißung von Hüllrohr und Endstopfen ent-

steht in einer sehr schmalen Zone unmittelbar an der Innenseite des Rohrendes eine Spannungssingularität. Während diese durch lokales Plastifizieren abgebaut wird, kann bei großen Verformungen das durch die Aufwölbung oberhalb der Schweißnaht entstehende Spannungsmaximum zum Defekt führen. Die Qualität der Vorhersage des Stabverhaltens bei einem Kühlmittelverlust hängt in erster Linie von der Genauigkeit der Materialdaten, hier insbesondere der Parameter des Kriechgesetzes, und der Druck- und Temperaturverläufe ab. Zur Bestimmung der Standzeit spielt das methodische Vorgehen eine untergeordnete Rolle. Die Analyse der Verformung allerdings, die für die Versperrung des Kühlkanals sehr wichtig ist, erfordert insbesondere bei lokalen Temperaturspitzen, eine räumlich zweidimensionale Theorie. Der Maximalwert der entstehenden Beule wird dabei kleiner, der Bereich der Aufweitung größer als nach einer eindimensionalen Theorie berechnet.

Für die Brennstofftablette wird hier erstmals eine komplette mechanische Analyse des realen Pellets durchgeführt, bei der neben dem Plastifizieren auch die Rißbildung berücksichtigt wird. Die Verformung führt zu einer bambusartigen Kontur der Tablette. Das Reißen beeinflusst zwar die axiale Längung, nicht aber das 'ridging'. Insgesamt wird allerdings die radiale Aufweitung vergrößert. Eine Einsenkung an den Stirnseiten verringert die axiale Längung, die Radialverschiebung dagegen nicht.

Vom Brennstab her gesehen, führt diese Tablettenkontur im Kontaktfall durch die mechanische Wechselwirkung ebenfalls zu einer bambusartigen Verformung des Hüllrohres. Nach einer thermoelastischen Analyse entstehen im Hüllrohr im Bereich der Aufwölbung in Höhe der Tablettenkanten um den Faktor 2,8 höhere Spannungen als in Höhe der Tablettenmittelebene.

Die gewonnenen Ergebnisse, die durch Vergleiche mit Experimenten, soweit vorhanden, bestätigt wurden, unterstreichen einerseits die Notwendigkeit einer mehrdimensionalen Berechnung und andererseits das große Anwendungsspektrum der Programme zur Brennstabauslegung. Mit dieser Arbeit können nun auch leicht mehrdimensionale Fragestellungen in die Gesamtanalyse des Brennstabverhaltens einbezogen werden, so daß die Sicherheit der Auslegung des Brennstabes ganz wesentlich erhöht wird.

1. Einleitung

Die friedliche Nutzung der Kernenergie steht, bei allen politischen Aspekten, für die derzeitige und zukünftige Sicherung der Energieversorgung außer Zweifel. Neueste Energiemarktprognosen weisen für die Kernenergie als Primärenergieträger eine Steigerung des Anteils von derzeit etwa 10% auf mehr als 30% im Jahre 1985 aus [Bmw 77]. Neben dem Vorteil, eine optimale Ausnutzung der weltweit zur Verfügung stehenden Primärenergiequellen zu ermöglichen, bietet sie den Anreiz eines deutlichen Kostenvorteiles gegenüber konventionellen Systemen der Energieerzeugung. Bedingt durch das große radioaktive Inventar eines Kernreaktors unterliegt die Anlage jedoch notwendigerweise sehr hohen sicherheitstechnischen Anforderungen.

Mit dem wachsenden Einsatz von Kernreaktoren führten wirtschaftliche Überlegungen zu größeren Leistungseinheiten. Parallel werden immer neue Entwicklungsschritte verfolgt, deren Motive primär im Trend zu höheren Sicherheitsanforderungen und in der Verbesserung von Anlageteilen im Hinblick auf das Betriebsverhalten oder die Fertigung zu sehen sind.

Der radioaktive Brennstoff einer Reaktoranlage befindet sich in den Brennelementen, die in den weitaus meisten Typen heutiger Leistungsreaktoren [Lpr 76] aus einzelnen zylindrischen Brennstäben bestehen. In einem Kernreaktor der derzeitigen Leistungsklasse von ca. 1.300 MW enthält das Reaktorcore 193 Brennelemente mit je 236 Brennstäben, also insgesamt mehr als 45.000 Einzelstäbe [FreK 69]. Dem einzelnen Brennstab kommt innerhalb des Reaktorcores große Bedeutung zu. Er ist entscheidend mitverantwortlich sowohl für den wirtschaftlichen als auch den sicheren Betrieb des Reaktors. Konstruktion und Dimensionierung des Brennstabes werden unter Einbeziehung der anlagebedingten Auslegungsparameter optimiert. Die Ausnutzung des eingesetzten Brennstoffes schlägt sich ebenso in einer Wirtschaftlichkeitsbetrachtung der Gesamtlage nieder wie die Realisierbarkeit des gesamten Brennstabkonzeptes. Nach der heutigen Sicherheitsphilosophie stellt das Brennstabhüllrohr die wichtige erste Sicherheitshülle gegen die Freisetzung radioaktiven Materials dar. Die mechanische Integrität des Brennstabes muß über die ganze Lebensdauer der Komponente hinweg unter allen Reaktorbetriebsbedingun-

gen einschließlich der Auslegungsstörfälle gewährleistet sein. Die zur Auslegung eines Brennstabes notwendige Rechnung hat dabei zweierlei Ziele zu erfüllen. Sowohl der physikalische Zustand als auch die mechanische Festigkeit eines Brennstabes muß für jede Betriebsbedingung unter Beachtung der räumlichen und zeitlichen Abhängigkeiten beurteilt werden. Die jeweils zu berücksichtigenden Einflußgrößen sind mechanischer, physikalischer, chemischer und auch thermodynamischer Art, zudem sehr komplex und beeinflussen sich gegenseitig. Eine allgemeine Auslegungsrechnung kann sich mit Rücksicht auf den rechentechnischen Aufwand lediglich auf die wesentlichen physikalischen Phänomene und eine relativ einfache mechanische Beschreibung stützen. Als mechanisches Modell dient dabei fast ausschließlich der ebene Schnitt durch einen rotationssymmetrischen Brennstab. Die Brennstabauslegung wird derzeit hauptsächlich mit diesem aus mechanischer Sicht eindimensionalen Modell durchgeführt. Trotz der genannten Einschränkung erreicht der rechentechnische Aufwand bereits eine wirtschaftlich eben noch vertretbare Grenze.

In Anbetracht des konstruktiven Aufbaues und der Beanspruchung des Brennstabes ist es über dieses Berechnungsmodell hinaus jedoch unumgänglich, zur Lösung einer Reihe von Einzelfragen ein verbessertes mechanisches Modell zu wählen, zumal die tatsächlich auftretenden Fehler überwiegend lokalen Ursprunges sind. Eine Lösung dieser Probleme erfordert eine mehrdimensionale Analyse. Allerdings hat eine mehrdimensionale Strukturberechnung einen wesentlichen größeren rechentechnischen Aufwand zur Folge. Deshalb muß sich die Beschreibung des Materialverhaltens zwangsläufig auf die wichtigsten Effekte beschränken.

Im Rahmen dieser Arbeit steht die Analyse mehrdimensionaler Auslegungsfragen im Vordergrund. Als geeignete Lösungsmethode erwies sich die Finit-Element-Methode. Hierbei müssen sowohl die Zeitabhängigkeit der Beanspruchungen als auch die Nichtlinearität der Materialeigenschaften und die großen Deformationen berücksichtigt werden.

Nach einer Einführung in die Problematik und Praktik der Auslegung eines Brennstabes wird das methodische Vorgehen zur Lösung des mehrdimensionalen und nichtlinearen Problems erörtert. Daran schließt sich eine Kurzdarstellung der erarbeiteten Computer-

programme an. Abschließend werden einige repräsentative Auslegungsfragen zu mehrdimensionalen Problemstellungen diskutiert. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist somit in einer Vervollständigung und einer qualitativen Verbesserung der ingenieurmäßigen Auslegung von Brennstäben zu sehen. Sie soll damit einen Beitrag zur Erhöhung der Wirtschaftlichkeit und Verbesserung der Sicherheit einer Kernreaktoranlage leisten.

2. Einführung zur Brennstabauslegung

Um ein besseres Verständnis für die Problematik der Brennstabauslegung zu vermitteln, sind auf den folgenden Seiten der konstruktive Aufbau, die reaktorbedingten Aufgaben und Anforderungen sowie die Auslegungsziele des Brennstabes in den wichtigsten Zügen dargestellt. Dabei beschränken sich die Ausführungen im wesentlichen auf die Merkmale, die unter dem Aspekt der mehrdimensionalen Auslegung in dieser Arbeit diskutiert werden.

Die derzeit im Betrieb oder Bau befindlichen und geplanten Leistungsreaktoren, vgl. [Lpr 76], sind zum überwiegenden Teil Leichtwasserreaktoren (LWR): Druckwasserreaktor (DWR) und Siedewasserreaktor (SWR). Genauso wie diese besitzen die Brutreaktoren (SBR), der schnelle natriumgekühlte Brutreaktor (SNR) und der schnelle gasgekühlte Brutreaktor (SGR), zylindrische Brennstabelemente. Diesem zylindrischen Brennstabtyp gelten die in dieser Arbeit ausgeführten Betrachtungen.

2.1. Konstruktive Gestaltung eines zylindrischen Brennstabes

Der Aufbau der Brennstäbe dieser beiden Grundtypen von Kernreaktoren, Leichtwasserreaktor und Schneller Brutreaktor, fällt prinzipiell gleich aus, sie unterscheiden sich jedoch hinsichtlich ihrer Geometrie und Belastung.

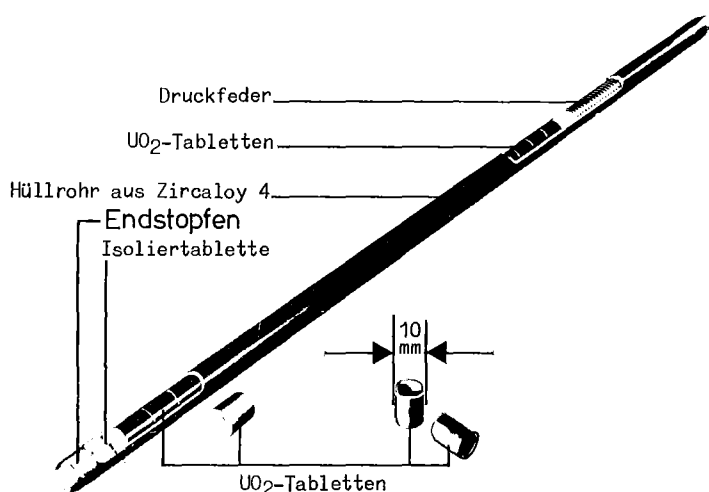


Abb.2.1 : Modell eines zylindrischen Brennstabes (DWR)

In Abb.2.1 ist das Modell eines zylindrischen Brennstabes mit Brennstofftabletten dargestellt. Der Kernbrennstoff, in der Regel Uranradioxid UO_2 , wird zu Tabletten geformt und in die metallischen Hüllrohre gefüllt. Die Brennstabhüllrohre des LWR und SNR werden mit Endstopfen gasdicht verschweißt. Das Hüllrohr stellt damit eine sichere Trennung zwischen den radioaktiven Stoffen und dem umgebenden Kühlmedium dar.

Die einzelnen Brennstäbe werden, je nach Leistungsklasse und Reaktortyp bis zu 236 Stück gleichen Durchmessers, zu einem Brennelement zusammengefaßt. Sie werden darin durch Abstandhalter gegeneinander positioniert und können sich axial frei ausdehnen.

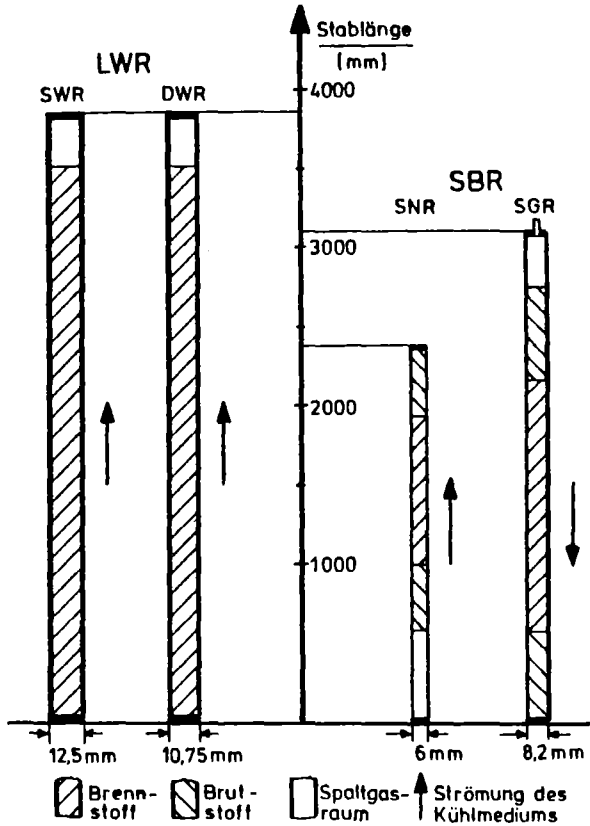


Abb.2.2 : Größenverhältnisse und Aufbau zylindrischer Brennstäbe

Die unterschiedliche Geometrie der beiden Stabgrundtypen ist in Abb.2.2 skizziert, vgl. [KumS71]. Ein wesentliches Merkmal bildet dabei der Stabdurchmesser. Bei dem LWR liegt er zwischen $D_d \approx 10-15$ [mm], bei den Brutreaktoren etwa $D_d \approx 6-8$ [mm]. Für alle Stäbe gilt trotz unterschiedlicher Abmessungen das ungefähre Radienverhältnis: $r_i/r_d \approx 0,87$. Die Abb.2.2 vermittelt gleichzeitig einen anschaulichen Eindruck über den unterschiedlichen Brennstabaufbau. Alle Brennelemente zusammen bilden das Core des Reaktors. Dieses wird vom Kühlmedium durchströmt, um die entstehende Wärme zur Nutzung abzuführen.

2.2. Beanspruchung von Brennstäben

Die relativ einfach erscheinende Konstruktion des Brennstabes läßt auf den ersten Blick nichts von den Schwierigkeiten erahnen, die dieses Bauteil der Auslegung bereitet. Deutlich wird dies erst, wenn man die Beanspruchungsarten zu analysieren versucht. Diese ergeben sich im wesentlichen aus drei Bereichen der Auslegung des Gesamtcores:

- Reaktorphysik
- Thermohydraulik
- Mechanik des Brennstabes.

Sie stehen zudem untereinander in Wechselwirkung.

Bei der Brennstabauslegung selbst spielt die Brennstabhülle eine ganz entscheidende Rolle, da sie während der gesamten Einsatzzeit den auftretenden Belastungen standhalten muß.

Ihre Beanspruchung läßt sich wiederum in charakteristische Bereiche unterteilen:

- physikalische
- mechanische
- thermische
- chemische

Diese sind in den meisten Fällen zudem mehr oder weniger stark zeitabhängig. Ihre relative Bedeutung ändert sich während der Einsatzzeit wesentlich. Das gilt z.B. für die Wechselwirkung der einzelnen Größen untereinander sowie für die chemische und mechanische Wechselwirkung zwischen Hüllrohr und benachbartem Medium. Extreme Beanspruchungen eines Brennstabes ergeben sich durch den instationären Betrieb der Anlage. Hierbei handelt es sich nicht nur um betriebsbedingte Belastungen (Leistungsrampen), sondern auch um anlagebedingte Störungen.

Insgesamt gesehen ist das Strukturproblem geometrisch bereits dreidimensional. Durch Belastung und Materialverhalten wird die Zeit als vierte unabhängige Variable benötigt.

Einen allgemeinen Überblick über die Physik und den Aufbau einer Kernreaktoranlage geben u.a.: Glasston-Edlund [GlaE 61] und Smidt [Smi 71]. Im Folgenden sind einige einzelne Effekte zum besseren Verständnis der Arbeit gesondert dargestellt.

2.2.1. Primär vorgegebene Belastung

Der Neutronenfluß stellt sich innerhalb des Reaktorcores aufgrund dessen konstruktiver Gestaltung - grob gesehen - cosinusförmig in radialer und axialer Richtung ein. Er bewirkt eine Schädigung des Strukturmaterials, die notwendigerweise von Raum und Zeit abhängt. Die Leistungsdichte ist proportional zum Neutronenfluß. Etwa 90% der Leistung wird im Brennstoff freigesetzt. Die Ausnutzung der einzelnen Brennstäbe (Abbrand) erreicht ihr Maximum in Coremitte. Die Temperaturverteilung wiederum ergibt sich aus der örtlichen Leistungsdichte. Die auftretende Temperatur, insbesondere der lokale Höchstwert, wirkt begrenzend für die gesamte Auslegung der Reaktoranlage.

Die im Brennstoff entstehende Wärme wird durch Gasspalt und Hüllrohr an das Kühlmedium übertragen und dort abgeführt. In Abb.2.3 ist die dabei entstehende radiale Verteilung der Temperatur im Brennstab qualitativ dargestellt.

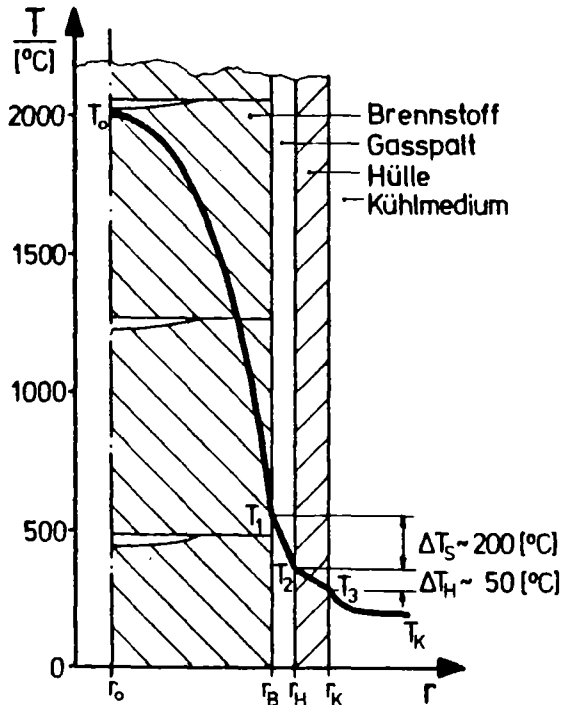


Abb.2.3 : Qualitative Darstellung des radialen Verlaufes der Temperatur im zylindrischen Brennstab.

Die hexagonale Anordnung der Stäbe im Brennelement führt zusätzlich zu einer Schwankung der Temperatur in Umfangsrichtung. Es herrscht also selbst im stationären Betrieb in keiner der drei Raumrichtungen eine konstante Temperatur.

Daraus resultieren insbesondere Differenzen der Wärme-
dehnungen zwischen Hüllrohr und Brennstoff.

Im Hüllrohr stellt der Gradient der Temperatur in radialer Richtung den weitaus bedeutendsten Effekt dar, er liegt bei etwa $\Delta \vartheta_r \approx 2500$ $^{\circ}\text{C}/\text{cm}$, und damit weit über den Werten in Komponenten herkömmlicher technischer Anlagen. Dagegen ist der axiale Gradient mit etwa $\Delta \vartheta_z \approx 10$ $^{\circ}\text{C}/\text{cm}$ vergleichsweise gering. In Umfangsrichtung schwankt die Temperatur etwa um $\Delta \vartheta_{\phi} \approx \pm 10\%$.

In den Brennstofftabletten ergibt sich sogar ein radialer Gradient der Temperatur von etwa $\Delta \vartheta_r \approx 7000$ $^{\circ}\text{C}/\text{cm}$ (SNR). Er bewirkt unmittelbar mit dem Aufbringen der Last eine bambusartige Verformung und eine Ribbildung in der Tablette.

Die Wärmeleistung je cm Brennstablänge wird Stablängenleistung Q_1 $[\text{W}/\text{cm}]$ genannt.

Die mechanische Beanspruchung der Hülle resultiert im wesentlichen aus dem Druck des Kühlmittels an der Außenseite und dem Spaltgasdruck an der Hüllrohrinnenseite sowie den Wärmespannungen. Während beim LWR der Kühlmitteldruck vorherrscht, überwiegt beim SNR der

Spaltgasdruck. Die bambusartige Verformung und die gerissene Struktur der Brennstofftablette können zu einer sehr scharfen Belastung des Hüllrohres führen. Ebenso stellt der Abstandhalter eine räumlich begrenzte mechanische Beanspruchung dar. Zu diesen primär vorgegebenen Belastungen kommen die Beanspruchungen durch das An- und Abfahren der Gesamtanlage, ganz allgemein durch den Lastwechselbetrieb. Hierbei treten zwangsläufig erhebliche Änderungen der Wärmespannungen in Brennstoff und Hülle auf.

Erschwerend wirkt sich zusätzlich zu aller Beanspruchung die Tatsache aus, daß infolge der Höhe der herrschenden Temperaturen die Festigkeitskennwerte des Materials z.T. sehr stark reduziert sind.

Abschließend sind in Tabelle 2.1 die wichtigsten Auslegungsdaten der hier betrachteten zylindrischen Brennstabtypen zusammengefaßt.

Reaktortyp:	Dimens.	SWR	DWR	SNR	SGR
Brennstoff:	-	UO ₂	UO ₂	UO ₂ -PuO ₂	UO ₂ -Pu ₂
Aktive Kernhöhe:	mm	3760	3900	950	1480
Brennstabdurchmesser: D _a	mm	12,5	10,75	6,0	8,2
Radienverhältnis: r _i /r _a	-	0,864	0,865	0,873	0,873
Wandstärke: s	mm	0,85	0,725	0,38	0,52
Spaltgasdruck:	bar	0	0	75	-
Kühlmitteldruck:	bar	71,6	158	6	120
Kühlmitteltemperatur:	°C				
<u>Eintritt</u>		<u>278</u>	<u>290</u>	<u>377</u>	<u>273</u>
<u>Austritt</u>		287	323	546	550
Hüllrohrtemperatur in Wandmitte: nom	°C	319	340	620	630
max				685	700
Brennstofftemperatur: max		2400	2450	2600	
Stablängenleistung: nom	W/cm	440	450	350	430
max			550	600	475
Heizflächenbelastung: nom	W/cm ²	110	160	290	130
Abbrandziel: nom	MWd/t	45000	47000	85000	100000
Hüllrohrmaterial:	-	Zr-2	Zr-4	St.1.4970	St.1.4981

Tabelle 2.1: Auslegungsdaten der verschiedenen Brennstabtypen (aus: [Jül 75], [Kar 76] und [Laß 73]).

2.2.2. Langzeitverhalten des Brennstabes

Im Laufe der Einsatzzeit eines Brennstabes im Reaktor kommt es zu zeitabhängigen irreversiblen Vorgängen in den Materialien. Diese spielen auch eine ausschlaggebende Rolle bei der Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hülle einerseits, sowie Hülle und Kühlmittel andererseits. Das wirft eine Reihe von technologischen Fragestellungen auf, von denen im Folgenden eine Auswahl zur Verdeutlichung der Komplexität dieses Problems genannt wird und die in dieser Arbeit diskutiert werden.

Die Spannungen in den Brennstäben führen während der Einsatzzeit, begünstigt durch die hohen Temperaturen, zu einem thermisch aktivierten und infolge des Neutronenflusses zu einem bestrahlungsinduzierten Materialkriechen. Der Kriechprozeß bewirkt einerseits einen Abbau der Spannungsspitzen, andererseits führt er zu irreversiblen Verformungen.

Dieses Materialverhalten ist für die Stabauslegung von ausschlaggebender Bedeutung. Es steht deshalb in dieser Arbeit im Vordergrund.

Die im Core einer Reaktoranlage eingesetzten Materialien unterliegen einer permanenten Schädigung durch die Neutronenbestrahlung. Sie führt zur Volumenzunahme, dem Schwellen, bei gleichzeitiger Versprödung des Materials. Neben der Geometrieänderung muß dabei eine Reduktion der Bruchdehnung in Kauf genommen werden. Der Abbrand des Brennstoffes bewirkt eine Zunahme der Spaltprodukte. Als Folge davon erhöht sich der Gasinnendruck im Hüllrohr. Gleichzeitig führt eine verminderte Wärme-Leitfähigkeit zu einer Erhöhung der Temperatur, und es kommt zur chemischen Wechselwirkung mit der Hülle.

Die relativen Unterschiede der Ausdehnung von Brennstoff und Hülle infolge des Schwellens führen zum Kontakt zwischen Hüllrohr und Brennstoff. Abhängig von der Geometrie des verformten Brennstoffes kommt es dabei zu einer erhöhten mechanischen Belastung des Hüllrohres.

Bei der chemischen Wechselwirkung führen einerseits die Spaltprodukte zu einer Schwächung der Hülle durch Oxidation, andererseits kommt es zur Korrosion durch das Kühlmedium. Diese Wechselwirkung macht sich zunächst abtragend bemerkbar, sie kann aber auch z.B. an den Korngrenzen selektiv wirken, so daß eine lokale Schädigung möglich ist.

All diese Effekte werden entscheidend durch die Wechselbeanspruchung des Materials infolge des zyklischen Betriebes der Anlage beeinflusst. Jede Leistungsänderung führt zwangsläufig zu einer Änderung der Belastungsverhältnisse.

2.2.3. Beanspruchung durch Anlagestörungen

Als erste Sicherheitsbarriere gegen die Freisetzung von radioaktiven Stoffen hat der Brennstab seine Integrität nicht nur im Normalbetrieb, sondern auch für den Auslegungsstörfall zu gewährleisten.

Eine Reaktivitätsstörung wird durch eine momentane Änderung der Leistung innerhalb der Reaktoranlage oder durch eine lokale Leistungsüberhöhung hervorgerufen. Diese bewirkt durch die resultierenden Temperaturgradienten große thermische Spannungen im Brennstab.

Eine Durchsatzstörung des Kühlmediums im Primärkreislauf der Anlage kann z.B. einen Defekt an einer Kreislaufkomponente ausgelöst werden. Als Folge davon ist für die betreffenden Brennstäbe mit überhöhten Kühlmitteltemperaturen zu rechnen, die lokal zu extremen Temperaturspitzen führen können. Außerdem kommt es zu einer spontanen Spaltgasfreisetzung, wodurch der Gasinnendruck ansteigt.

In beiden Fällen verläuft die zeitliche Änderung der Belastung so schnell, daß die Vorgänge instationär behandelt werden müssen. Die Berechnung dieser Stabbeanspruchung war bisher weitgehend Einzeluntersuchungen vorbehalten. Sie soll hier aufgrund der zunehmenden Bedeutung für die Auslegung als ein Berechnungsziel der erstellten Programme angesehen werden.

2.2.4. Beanspruchung durch Fertigungsfehler

Bei einer serienmäßigen Herstellung von Brennstäben müssen für die Fertigung notwendigerweise Toleranzen eingeräumt werden. Für die Auslegung des Brennstabes bedeutet dies, daß die Parameter, z.B. Materialeigenschaften und Stabgeometrie betreffend, nur innerhalb eines Toleranzfeldes spezifiziert werden können.

Abweichungen von der rotationssymmetrischen Idealgeometrie eines Stabes, z.B. durch Ovalität und Wandstärkeschwankungen des Hüllrohres oder eine exzentrische Lage einer Brennstofftablette, bewirken zusätzliche Beanspruchungen. Diese "Fehler" gewinnen vor

allem im Hinblick auf das Langzeitverhalten eines Brennstabes an Bedeutung.

Bedingt durch die notwendigen Toleranzen kann auch eine Auslegungsrechnung nur Ergebnisse innerhalb eines Toleranzfeldes liefern.

Die hier aufgezeigten Beanspruchungen erfordern zur realistischen Berechnung des Stabes eine mehrdimensionale und zeitabhängige Behandlung. Dies ist das Thema dieser Arbeit.

2.3. Auslegungskriterien für einen Brennstab

Das Ziel einer Auslegungsrechnung liegt in der Beschreibung des Stabzustandes unter Beachtung der verschiedenen Betriebsbedingungen.

Um der Forderung nach einer jederzeit integren Hülle zu genügen, müssen vor allem die Dehnungen und Spannungen der Hüllrohre begrenzt werden, so daß sie mit einem gewissen Sicherheitsabstand unterhalb einer Schadensgrenze liegen. Dies geschieht durch Anpassung der konstruktiv und auslegungsmäßig wählbaren Parameter an die aus den Betriebsbedingungen resultierenden Beanspruchungen.

Eine Beurteilung der Hüllrohrbeanspruchung muß je nach Charakter der Belastung nach verschiedenen Gesichtspunkten erfolgen. Kurzzeitig auftretende Belastungen werden im allgemeinen nach festgelegten Spannungskriterien beurteilt, während zu Langzeitbeanspruchungen bleibende Verformungen der Hülle herangezogen werden, vgl. W. Dietz [Die 76] .

Wegen der bereits mehrmals erwähnten vielseitigen Wechselbeziehungen zwischen den verschiedenen Belastungen und den Dimensionsänderungen eines Stabes greift man üblicherweise nur charakteristische Grenzfälle heraus, die in ihrem Verhalten die Beanspruchung der Brennstäbe des Kernes überdecken. Die Auswahl der Grenzfälle hängt naturgemäß in hohem Maße von der Anlage selbst und den Betriebszielen ab. Zwei Beispiele sollen das hier erläutern:

Als Heißkanal wird in der Auslegungspraxis eine Brennstabzelle genannt, für die hypothetisch angenommen wird, daß sich aufgrund einer ungünstigen Kombination der Auslegungsdaten und Toleranzen die maximale Stableistung einstellt. Aufgrund der radialen, axialen und azimutalen Gradienten der Temperatur treten in diesem

Brennstab große thermische Spannungen auf. Die Spannung im Hüllrohr darf dabei die $\sigma_{0,2}$ -Dehngrenze bei Betriebstemperatur nicht überschreiten.

Das Langzeitverhalten des Hüllrohres wird durch die ständig wachsende Verformung gekennzeichnet, die ihrerseits durch eine Vielzahl von Parametern bedingt ist. Diese Verformungen können zur Formulierung eines Versagenskriteriums für das Langzeitverhalten herangezogen werden. Für den Fall des SNR begrenzt man die bleibende Dehnung der Hülle derzeit auf $\epsilon_{irr} \leq 0,2\%$.

Bei Langzeitbelastungen in einem Temperaturbereich oberhalb $\vartheta = 600[^\circ\text{C}]$ wird die Kriechbruchdehnung und die Streckgrenze durch den Bestrahlungseinfluß erniedrigt. Für Kurzzeitbelastungen dagegen werden $\epsilon_{irr} \leq 0,5\%$ bleibende Dehnung zugelassen.

Die zur Auslegung eines Stabes herangezogenen charakteristischen Grenzfälle können aber nur dann zuverlässig definiert werden, wenn die Wirkung der Einzeleffekte bekannt ist. Nur dann kann auch das Standzeitkriterium technisch vernünftig festgelegt werden. Deshalb muß parallel zur globalen Stabauslegung eine begleitende Diskussion der Einzeleffekte erfolgen. Einflüsse der einzelnen physikalischen Phänomene sowie geometrie- und konstruktionsbedingte Abhängigkeiten, besonders aus mehrdimensionaler Sicht und spezielle Belastungsfälle, sind dabei gleichermaßen wichtig.

Alle Überlegungen zur Brennstabauslegung und insbesondere daraus resultierende Restriktionen haben letztlich auch Rückwirkungen auf die systembedingten Auslegungsvoraussetzungen, wie z.B. die Betriebsweise des Kernkraftwerkes. Letztere kann aber in gewissem Rahmen auf die Anforderungen aus der Brennstabmechanik abgestimmt werden. Insofern ist also die Brennstabauslegung insgesamt als iterativer Prozeß zu verstehen.

2.4. Stand der Rechnungen zur Brennstabauslegung und Einordnung der eigenen Arbeit

2.4.1. Allgemeines zu den Auslegungsrechnungen

Die große Bedeutung, die man der Auslegung von Brennstäben eines Kernreaktors zumißt, hat schon vor Jahren dazu geführt, daß Rechenmodelle zur quantitativen Prognose des Brennstabverhaltens entwickelt wurden. Während anfangs nur die Druck- und Temperaturver-

teilung interessierte, erkannte man im fortgeschrittenen Projektstadium, daß das Verhalten eines Stabes nur dann ausreichend beschrieben werden kann, wenn zusätzlich eine ganze Reihe verschiedenartiger Einflußgrößen analysiert werden. Die zu berücksichtigenden Effekte sind, wie in den vorangegangenen Kapiteln angedeutet, verschiedenartig, sehr zahlreich und zudem voneinander abhängig.

Eine komplette Stabanalyse läßt sich mit einem einzigen großen Computerprogramm nicht durchführen. Einerseits wäre der rechen-technische Aufwand nicht mehr vertretbar, andererseits kann man den einzelnen Effekten dabei nicht mehr im erforderlichen Detail nachgehen. Das Konvergenzverhalten einer Rechnung, besonders bei starken gegenseitigen Abhängigkeiten der einzelnen Parameter, wird mit jedem zusätzlichen Effekt verschlechtert. Aus diesem Grunde werden nicht alle dem Wissensstand und der technischen Einsicht entsprechenden Brennstabphänomene in einen einzigen Auslegungscode einmodelliert. Man kann derzeit vielmehr zwischen zwei Gruppen von auslegungsbegleitenden Rechnungen unterscheiden:

- a) Die globale Auslegung des Brennstabes und die Beurteilung des Stabzustandes während des normalen Reaktorbetriebes fordert eine Stabanalyse unter Berücksichtigung aller wesentlichen Effekte, mechanischen und physikalischen Ursprungs. In Anbetracht des hohen rechentechnischen Aufwands kann für ein umfassendes Computerprogramm jedoch nur ein räumlich relativ einfaches mechanisches Modell zugrunde gelegt werden. Das Materialverhalten des Brennstabes steht dabei im Vordergrund.
- b) Die detaillierte Analyse spezieller Fragestellungen zur Stabauslegung wird mit ebenso speziellen Rechnungen durchgeführt. Dies gilt sowohl für die physikalischen als auch für die mechanischen Effekte. Die Lösungen werden jeweils mit problemangepaßten Modellen und Lösungsmethoden erzielt. Sie sind dadurch nur in geringem Maße allgemeingültig.

Zur Gesamtanalyse eines Brennstabes sind beide Rechnungen gleichermaßen notwendig und wichtig.

Während für die globale Stabauslegung ein sehr einfaches, eindimensionales mechanisches Modell gewählt wird, gelten die speziellen Analysen nur jeweils einem sehr engen Problembereich.

Bisher fehlen Auslegungsprogramme, die ein höherwertiges, mehrdimen-

sionales mechanisches Stabmodell zur Grundlage haben und trotzdem das stabspezifische Materialverhalten in einem etwas allgemeineren Rahmen in die Rechnung einbeziehen. Dieser Komplex der Brennstabberechnung wird in der vorliegenden Arbeit aufgegriffen. Es werden zweidimensionale Programmsysteme zur Stabauslegung erstellt.

Eine vergleichende Darstellung der aus der Literatur bekannten Brennstabcodes in Bezug auf die Komplexität des Materialverhaltens und des mechanischen Problems wurde in einer Nachkonferenz zur SMIRT-4 Tagung von K. Laßmann [Laß 77] diskutiert und hier in Abb.2.5 übernommen.

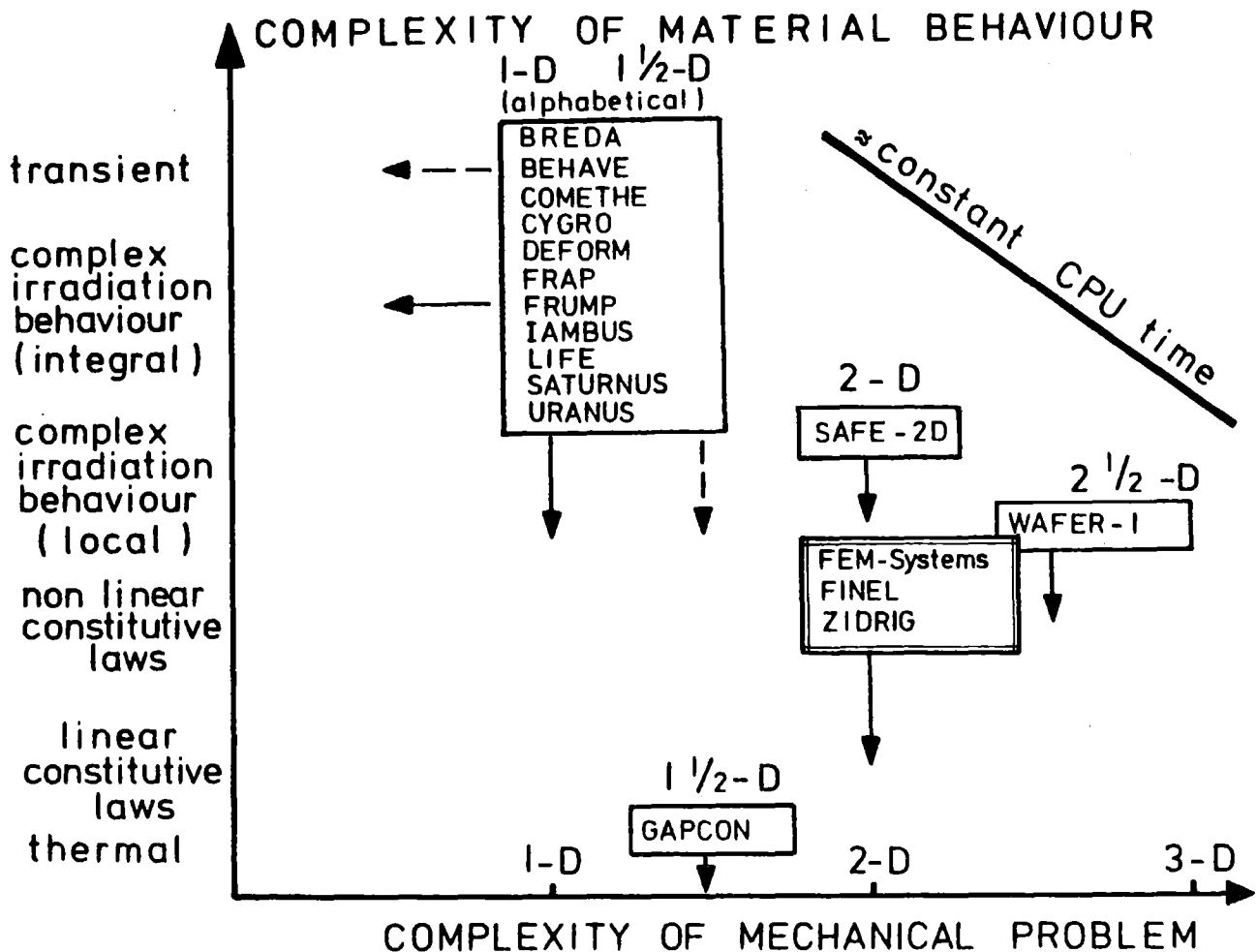


Abb.2.5 : Vergleich der in dieser Arbeit erstellten Programme ZIDRIG und FINEL mit vorhandenen Codes zur Brennstabauslegung unter dem Gesichtspunkt der Komplexität des Materialverhaltens und der mechanischen Behandlung nach Laßmann [Laß 77] .

Das Bild weist auf die relativ große Anzahl von Programmen im ein-dimensionalen (1-D) Bereich hin. Wenigstens zum Teil berücksichtigen diese Codes auch sehr komplexe Materialeigenschaften. Im mehrdimensionalen Feld zeigt sich der Mangel an verfügbaren Codes. Hier sind die im Rahmen dieser Arbeit erstellten Programme ZIDRIG und FINEL einzuordnen.

Die vertikale Einstufung dieser beiden Programme ist bei der groben Klassifizierung nicht eindeutig vorzunehmen, weil die in ihnen enthaltene Behandlung einiger Einzelaspekte des komplexen Materialverhaltens keine Berücksichtigung finden kann. Die beiden bereits verfügbaren mehrdimensionalen Codes sind im Detail unbekannte Industrieprogramme. Sie sind nur schwer zu klassifizieren und wurden im Schaubild vermutlich recht positiv bewertet.

Das mit 'constant CPU-time' angedeutete Rechenzeitverhalten weist bereits auf die rechentechnischen Schwierigkeiten der mehrdimensionalen Systeme hin.

2.4.2. Große Brennstabauslegungscodes

Die Liste der in der Literatur genannten Brennstabauslegungscodes ist lang. Praktisch jede Auslegungsgruppe hat ein eigenes Rechenprogramm aufgebaut. Dies ist zum einen historisch bedingt, zum andern durch die unterschiedlichen Stabtypen notwendig oder auch durch die Differenzierung der Auslegungsschwerpunkte entstanden. So gilt für jeden Stab im wesentlichen eine repräsentative Kombination bestimmter Auslegungsphänomene. Aus diesem Grunde ist ein Vergleich der einzelnen Codes untereinander nur mit Einschränkungen vorzunehmen.

Die derzeit wichtigsten Stabauslegungscodes sind zuletzt in einem Konferenzbeitrag von Kummerer/Elbel [KumE 76] vom November 1976 gegenübergestellt, der Vergleich basiert z.T. auf älteren Publikationen hierzu, wie z.B. [Mat 72] , [Kum 74] und [Wor 74] . In diese Liste wurde auch der im Fachgebiet Reaktortechnik der Technischen Hochschule Darmstadt von K. Laßmann entwickelte integrale Brennstabcode URANUS [Laß 78] aufgenommen. Er weist besonders in der mechanischen Behandlung einiger wichtiger Effekte entscheidende Vorteile gegenüber anderen Codes auf.

Ohne auf spezielle Details der einzelnen Codes einzugehen, sollen hier zwei wesentliche Merkmale festgehalten werden:

- a) Alle großen AuslegungsCodes verwenden als mechanisches Modell den ebenen Schnitt durch einen rotationssymmetrischen Brennstab. Das Modell enthält nur eine unabhängige Variable in radialer Richtung, die Codes sind eindimensional. Eine Beschreibung des gesamten Stabes wird teilweise durch die Berechnung einiger weniger Schnittebenen mit darauf aufbauender Integration über den gesamten Stab möglich (integrale BrennstabCodes). Bei einigen Codes erfolgt eine axiale Kopplung der Schnittebenen mit Hilfe spezieller Modellbetrachtungen. Man erreicht damit auch lediglich eine Art Quasi-Zweidimensionalität. Ein typisches Beispiel ist der Code URANUS [Laß 78] .
- b) Als mathematische Methode zur Lösung der mechanischen Grundgleichungen finden sehr verschiedene Verfahren Anwendung. Sie reichen von analytischen bis hin zu numerischen Verfahren. Die Tendenz geht allerdings zu einer weitgehend analytischen Formulierung. Die Methode der Finiten Elemente wird als Lösungsverfahren in CYGRO [FriG 66] und BEHAVE [Old 72] genannt. Die dort verwendete Methode basiert zweifellos auf einem numerischen Verfahren, das aber besser als Übertragungsverfahren einzustufen ist, vgl. hierzu Kap.4.1.

Die Vielzahl der vorhandenen integralen Codes unterstreicht die Bedeutung, die der Auslegung des Brennstabes beigemessen wird. Sie zeigt ferner, daß die Auslegung in einem ständigen Entwicklungsprozeß begriffen ist und dem jeweiligen Kenntnisstand angepaßt wird. Das verwendete eindimensionale Modell des rotationssymmetrischen ebenen Dehnungszustandes zeigt, daß die integralen AuslegungsCodes vor allem der umfassenden Analyse physikalischer und technologischer Effekte dienen. Im Gegensatz hierzu müssen sich mehrdimensionale Codes, schon aus Gründen der Rechenzeit, primär auf eine mechanische Analyse beschränken.

2.4.3. Spezielle Stabauslegungsrechnungen

Mit zunehmender Erfahrung im Umgang mit Brennstäben wurden spezielle Detailuntersuchungen in die Gesamtanalyse eines Brennstabes einbezogen. Entsprechend der Zielsetzung dieser Rechnungen werden hochentwickelte mathematische Modelle zur Lösung eingesetzt. Sie sind zudem meist stark problemorientiert und damit nicht ohne weiteres auf ähnliche Fragestellungen übertragbar. Hierzu zählen insbesondere Probleme, bei der die realen geometrischen Verhältnisse am Brennstab eine Rolle spielen.

Das Kriechbeulphänomen bei zylindrischen Brennstabhüllrohren ist von Malmberg [Mal 71] und Laßmann [Laß 73] bearbeitet worden. Dabei wurden eine problemangepasste, schalentheoretische und eine Sandwichmethode als Lösungsverfahren gewählt. Krugmann [Kru 76] hat dazu eine experimentelle Untersuchung durchgeführt und diese durch begleitende schalentheoretische Rechnungen unterstützt. Krieg [Kri 72] führt eine Spannungsanalyse an berippten Hüllrohren durch. Er verwendet ein Kollokationsverfahren zur Lösung, das nur auf einfache Rippengeometrien anwendbar und dessen Konvergenz nicht immer gegeben ist.

Rand/Wilkinson [RanW 75] versuchen auf der Basis der Finit-Element-Methode, die Spannungsverteilung im Hüllrohr im Bereich von Brennstoffrissen zu ermitteln.

Es ließen sich wohl noch einige kleinere Beiträge nennen, doch insgesamt wurden bisher relativ wenige Untersuchungen zu mehrdimensionalen Problemstellungen durchgeführt.

Angeichts dieses Standes der Auslegung des Brennstabes wurde das Ziel der vorliegenden Arbeit gewählt: Beitrag zur mechanischen Auslegung von zylindrischen Brennstäben eines Kernreaktors unter Berücksichtigung der Mehrdimensionalität der Struktur auf der Basis der Finit-Element-Methode.

3. Mehrdimensionale Programme zur Auslegung des Brennstabes

3.1. Entwicklung eigener Programme

Wie in den vorangegangenen Kapiteln anhand der konstruktiven Gestaltung und der Belastung der Brennstäbe aufgezeigt wurde, sind mehrdimensionale Berechnungen zur Gesamtanalyse dieses Bauteiles unumgänglich; das wird nachträglich auch durch Kummerer/Elbel [KumE 76] bestätigt.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Auslegungsprogramme erstellt, mit welchen jeweils ein ganzer Komplex von mehrdimensionalen Fragestellungen am Brennstab erfaßt werden kann, was bisher nicht möglich war, (vgl. Kap.2.4.3). Die Frage nach der anzuwendenden Lösungsmethode wird in Kap.4 gesondert diskutiert, mit dem Ergebnis, daß dazu ein rein numerisches Verfahren, die Finit-Element-Methode (FEM), gewählt wird.

Zur mehrdimensionalen Festigkeitsberechnung einer Struktur auf der Basis der FEM gibt es in der Ingenieurtechnik zwar eine Reihe von allgemeinen Programmsystemen, jedoch bringen die speziellen Probleme zur Auslegung eines Brennstabes Schwierigkeiten mit sich, die über den Rahmen einer üblichen ingenieurmäßigen Anwendung hinausgehen. Dies gilt nach den in Kap.2.2 beschriebenen Beanspruchungsarten z.B. für die:

Höhe und Verteilung der Temperatur (Temperaturgradienten)

Temperaturabhängigkeit der Materialkonstanten

Anisotropie der verwendeten Werkstoffe

Kriechen und Schwellen des Materials

große Verformung der Struktur

Rißbildung im Brennstoff

Zeitabhängigkeit der Belastung

Außerdem sind diese Programme durch ihre Allgemeingültigkeit notgedrungen recht aufwendig. Der Forderung nach Wirtschaftlichkeit der Rechnung kann am besten durch eine Abstimmung des Rechenablaufes, der Beschreibung des Materialverhaltens und der manuellen Datenvorbereitung auf die Belange des Brennstabes entsprochen werden.

Eine Umgestaltung und Erweiterung eines allgemeinen Programmes auf die speziellen Belange hinsichtlich Geometrie, Beanspruchung und Materialverhalten eines Brennstabes hätte gegenüber einem eigenen Programmaufbau keinen Vorteil gebracht. Darüber hinaus fordern

neue wissenschaftliche Erkenntnisse durch Experimente und Betriebserfahrungen eine ständige Anpassung der physikalischen Modelle und Datensätze zur Beschreibung des Stabverhaltens. Sie haben z. T. weitreichende Änderungen im Programmsystem zur Folge. Eine glaubwürdige Interpretation der errechneten Ergebnisse ist besonders im Hinblick auf grundsätzliche Erwägungen und komplexe Effekte nur dann möglich, wenn der Gang der zugehörigen Rechnung auch im Detail bekannt ist.

Die Abwägung dieser Argumente führte zum Aufbau eigener Computerprogramme. Diese sind speziell auf die Auslegung eines Brennstabes abgestimmt und berücksichtigen die zuvor genannten Fragestellungen, Problemkreise und Anforderungen. Insgesamt gesehen sind die Programme dadurch problem- und praxisorientiert.

3.2. Mechanische Modelle des Brennstabes

Eine mehrdimensionale Strukturberechnung erfordert immer einen erhöhten mathematischen Aufwand. Dieser steigt bei zeitabhängigen Problemen stark an. In Anbetracht dessen und auch im Sinne der Eindeutigkeit der Ergebnisse werden hier zwei Konzeptvarianten verfolgt, die unterschiedliche zweidimensionale mechanische Modelle verwenden:

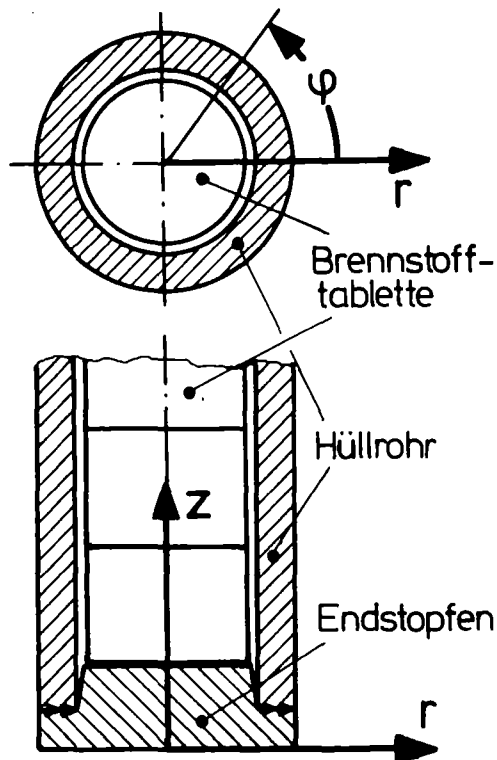


Abb.3.1: Mechanische Modelle des Brennstabes

Konzept A:

Ebener Schnitt durch den Brennstab:
Stabquerschnitt

Das Modell enthält zwei räumlich unabhängige Variable in radialer (r) und azimuthaler (φ) Richtung ((r, φ) -Ebene) bei konstanter axialer Dehnung.

Konzept B:

Schnitt durch den rotationssymmetrischen Brennstab in Stablängsachse:
Stablängsschnitt

Dieses Modell hat ebenfalls zwei räumlich unabhängige Variable in radialer (r) und axialer (z) Richtung bei konstantem azimuthalem (φ) Verhalten.

In einer Erweiterung des rotationssymmetrischen Modells - Stab-
längsschnitt - kann durch die Beschreibung der azimutalen Abhän-
gigkeit in einer Fourierreihe eine halbanalytische Berechnung des
rotationssymmetrischen Brennstabes unter beliebiger Belastung er-
folgen. Diese Lösung ist damit dreidimensional.

Der eindimensionale Fall ist selbstverständlich als einfachste
Lösung in jeder mehrdimensionalen Rechnung enthalten. Die zuge-
hörigen Programme sind weitgehend parallel aufgebaut und im ein-
zelnen in Kap.5 beschrieben. Dieses Konzept der zweidimensionalen
Berechnung des Stabes bietet eine realistische Grundlage für die
weitaus meisten Auslegungsfragen, bei denen die Mehrdimensionalität
der Struktur berücksichtigt werden muß.

3.3. Aufgaben der Programmsysteme im Rahmen der Stabauslegung

Die Aufgaben der mehrdimensionalen Programmsysteme sind in drei
wichtigen und notwendigen Aspekten der Stabauslegung zu sehen:

- a) Entsprechend der Konstruktion und Funktion des Brennstabes und
der daraus abzuleitenden Belastung wird für eine ganze Reihe
Fragestellungen zur mechanischen Auslegung ein realistisches
mehrdimensionales Modell benötigt. Das gilt umso mehr als Geo-
metrie und Belastung in der technischen Realität von den Ideal-
bedingungen abweichen.
Außerdem ist das Stabversagen in den meisten Fällen lokalen Ur-
sprungs, so daß den geometrischen Gegebenheiten mit einem mehr-
dimensionalen Modell entsprochen werden muß. Die mehrdimensionale
Auslegungsrechnung stellt somit einen notwendigen Bestandteil
der Gesamtanalyse des Brennstabes dar.
- b) Integrale Brennstabauslegungs_codes müssen sich auf ein eindimen-
sionales mechanisches Modell beschränken, für das Rotationssymme-
trie und der ebene Dehnungszustand vorausgesetzt werden. Die
Grenzen dieses Modells müssen jedoch durch realistische mehrdi-
mensionale Analysen abgeschätzt werden. Gegebenenfalls kann durch
eine Vergleichsrechnung eine Korrektur an den für das eindimen-
sionale Modell getroffenen Annahmen erfolgen.
- c) Zur Unterstützung von Theorie und Rechnung zum Verhalten des Brenn-
stabes müssen umfangreiche und teure Experimente durchgeführt wer-
den. Die Auslegung und Auswertung dieser muß insbesondere wegen
der oft speziellen Probenform und Belastung mit geeigneten mehr-
dimensionalen Auslegungsprogrammen erfolgen.

Entsprechend den drei Aufgabengebieten mit den darin enthaltenen Teilproblemen müssen die Programmsysteme einen im Rahmen der Stabauslegung hohen Grad an Allgemeingültigkeit besitzen.

Der Auslegungssingenieur kommt bei dem hier verwendeten Konzept mit nur zwei, sehr ähnlich aufgebauten, Programmsystemen (s. Kap.4) aus, um einen ganzen Komplex von mehrdimensionalen Fragestellungen, die im Rahmen der mechanischen Auslegung von Brennstäben auftreten, zu diskutieren.

4. Finit-Element-Methode (FEM) als Basis der Brennstabberechnung

4.1 Abgrenzung der FEM gegenüber alternativen Berechnungsverfahren

Die mathematischen Verfahren der verschiedenen Brennstabcodes werden oft nur sehr grob klassifiziert, wie z.B. in Kap.2.4.2 angedeutet, deshalb wird hier zunächst auf die Abgrenzung der FEM gegenüber alternativen Berechnungsverfahren eingegangen.

Ganz allgemein besteht die Aufgabe der Strukturberechnung in der Bestimmung der Formänderungen und Spannungen unter der Wirkung von äußeren Belastungen. Das führt üblicherweise auf Differentialgleichungen. Zur Aufstellung und Lösung dieses mathematischen Modells bieten sich verschiedene Möglichkeiten an, die von analytischen Methoden bis hin zu rein numerischen Verfahren einer Strukturberechnung reichen, vgl. hierzu Przemieniecki [Prz 68] und Wissmann [Wis 74].

Eine analytische Methode beschreibt das Problem durch kontinuierliche Gleichungen, in denen alle Einflußgrößen in allgemeiner Form enthalten sind. Eine derartige Lösung läßt sich aber nur für sehr einfache Geometrie- und Belastungsfälle gewinnen. Die Methode versagt bei den meisten Problemen der Praxis und ist deshalb auch bei den komplexen Verhältnissen der Brennstabauslegung nur sehr beschränkt anwendbar.

Jede numerische Betrachtung geht von einer geeigneten Unterteilung eines Kontinuums in Teilbereiche aus. Für das diskontinuierliche System gelten die in Wirklichkeit kontinuierlich verteilten Größen nur in diskreten Punkten, den Schnittstellen der Einzelteile. Das führt zu einem Differentialgleichungssystem, welches auf verschiedenen Wegen gelöst werden kann. Zwei Verfahren, die bei der Brennstabberechnung von Bedeutung sind, sollen hier kurz umrissen werden:

- a) Das Gleichungssystem wird durch ein System von linearen Differenzgleichungen ersetzt. Diese "angenäherte Lösung des exakten Problems" bezeichnet man als ein Differenzenverfahren. Zur Beschreibung der Differenzgleichungen werden unterschiedliche mathematische und z.T. auch problemorientierte Verfahren benutzt.

Eine weitere Näherungslösung der Differentialgleichung stellt beispielsweise das Verfahren der Übertragungsmatrizen dar.

b) Die Struktur wird durch eine Vielzahl von Teilbereichen - Elemente - idealisiert. Jedem Element wird eine einfache Verschiebungs- oder Spannungsverteilung unterstellt. Durch eine Kombination der Eigenschaften aller Einzelelemente erhält man das mathematische Modell der Gesamtstruktur, welches sich aus einer großen Anzahl linearer Gleichungen aufbaut. Diese Methode der "exakten Lösung des angenäherten Problems" bezeichnet man als Finit-Element-Methode. Die FEM fordert ein Kontinuum nur innerhalb eines Elements und ist damit auch für Probleme geeignet, für die keine kontinuierlichen Gleichungen angebar sind. Dieser Vorteil wirkt sich besonders bei Strukturen aus, bei denen die Mehrdimensionalität berücksichtigt werden muß. Mit der FEM lassen sich über das linear elastische und thermische Materialverhalten hinaus auch nichtlineare Werkstoffbeziehungen berücksichtigen und nichtlineare Verformungen berechnen.

Den numerischen Berechnungsmethoden sind folgende Eigenschaften gemeinsam:

- α) Große Datenmengen infolge der Unterteilung des Kontinuums in kleine Teilbereiche
- β) Einfache numerische Operationen durch einfache mathematische Beziehungen für die Teilbereiche
- γ) Übersichtliche Darstellung der mathematischen Beziehungen durch Matrizenschreibweise
- δ) Näherungslösung entweder durch eine geeignete Umschreibung des Gleichungssystems oder durch die Betrachtung einer Ersatzstruktur.

Die im einzelnen Fall angewendeten Verfahren sind nicht immer scharf zu trennen. In der technischen Anwendung werden Elemente der verschiedenen Verfahren gemischt, um einen optimalen Lösungsweg zu erreichen.

4.2. Lineare Strukturberechnung mittels der FEM

Die linearen thermoelastischen Beziehungen der FEM sind in Standardwerken der Literatur ausführlich behandelt. In dieser Arbeit wurde im wesentlichen auf Zienkiewicz [Zie 71] , Holand/Bell [HolB 72] , Buck u.a.[BucS 73] , Desai/Abel [DesA 72] sowie das Vorlesungsskript "Finit Element Methoden" von Wissmann [Wis 74] zurückgegriffen.

Die thermoelastische Strukturberechnung stellt die Basis für jedes nichtlineare Problem dar. Letzteres ist gerade bei der Brennstabauslegung sehr wesentlich und steht deshalb in dieser Arbeit im Vordergrund.

Eine ausführliche Beschreibung der linearen Beziehungen der hier erstellten Programme findet sich im Anhang A. Die hierzu in der Literatur weitgehend vorhandenen Ansätze wurden den speziellen Belangen der Stabauslegung angepaßt und auf den Einsatz in den Programmen abgestimmt. Dazu zählen z.B. die Wahl der Elemente (Kap.4.3) für die beiden Stabmodelle (vgl. Kap.3) und die speziellen Randbedingungen aufgrund der besonderen Gegebenheiten am Brennstab (Anhang A.4).

Im Folgenden wird ein kurzer Abriß der linearen Beziehungen gegeben werden, um ein besseres Verständnis für die anschließend ausführlich besprochene nichtlineare Strukturberechnung zu vermitteln.

Basis der FEM ist die Diskretisierung einer Struktur durch einzelne finite Elemente, die untereinander durch Knotenpunkte verbunden sind. Ihre Form, Anzahl, Größe und Anordnung (Koinzidenz) sind der Struktur und dem Problem angepaßt.

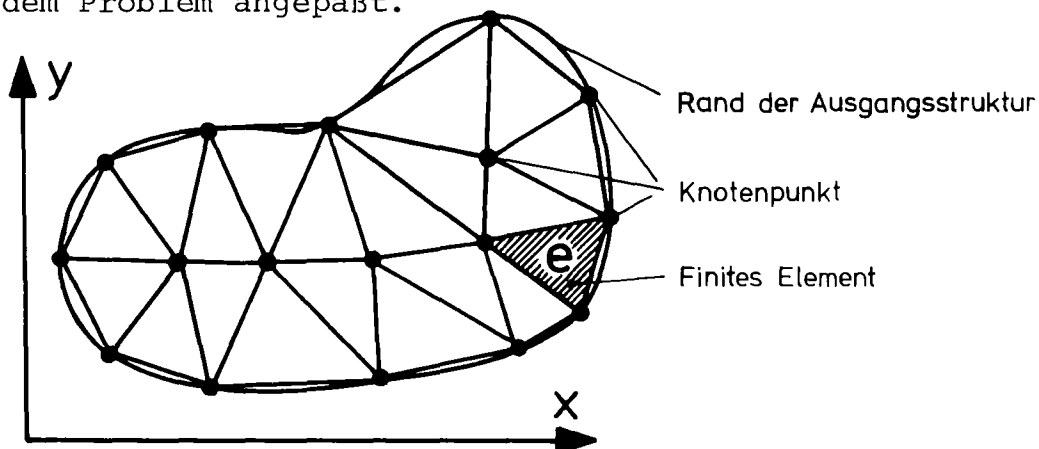


Abb.4.1: Darstellung einer zweidimensionalen Struktur durch dreieckige finite Elemente.

Die reale Verschiebung der Struktur wird innerhalb eines Elementes durch eine Verschiebungsfunktion angenähert. Da diese Funktion lediglich im Elementbereich angepaßt wird, ist es möglich, eine relativ einfache Form, wie z.B. einen Polynomansatz, zu wählen (Gl.A.2). Die unbekanntes Größen hierin sind die Verschiebungen in den Knotenpunkten. Mit den Annahmen der klassischen linearen Elastizitätstheorie werden die Dehnungen aus den Verschiebungen abgeleitet (Verträglichkeitsbedingungen, Gl.A.11). Die Beziehungen zwischen Spannungen und Dehnungen sind im linear elastischen Fall durch das Hooke'sche Gesetz gegeben (Gl.A.14). Um die Gleichgewichtsbedingungen am Element zu erfüllen, wird das allgemeine Variationsprinzip des Minimums der potentiellen Energie angewendet. Diese wird bei einer belasteten elastischen Struktur durch die Summe der als Folge der Verschiebungen in einer Struktur gespeicherten inneren Energie und der potentiellen Energie der äußeren Last dargestellt (Gl.A.23 und A.24). Ist ein Körper im Gleichgewicht, hat diese Energie ein Minimum. Mit diesem Ansatz gewinnt man die Steifigkeitsmatrix $[k]$ welche Verschiebungen $\{\rho\}$ und Kräfte $\{f\}$ an den Knotenpunkten eines Elementes (Gl.A.27) miteinander verknüpft.

Die thermische Dehnung wird als Vordehnung des Elementes aufgefaßt (Gl.A.33) und mit in die Gleichgewichtsbedingung einbezogen. Sie kann dann als Vordehnungskraft $\{f\}_{\epsilon_0}$ behandelt werden. Die allgemeine Gleichgewichtsbeziehung eines Elementes lautet (Gl.A.37):

$$\{f\} = [k] \cdot \{\rho\} - \{f\}_{\epsilon_0} \quad 4.1$$

Für die Gesamtstruktur erhält man durch koinzidenzgerechte Summation über alle Elemente die Gleichgewichtsbeziehung (Gl.A.39):

$$\{F\} = [K] \cdot \{u\} - \{F\}_{\epsilon_0} \quad 4.2$$

Dieses System der linearen Gleichungen wird unter Beachtung der Randbedingungen nach den unbekanntes Verschiebungen aufgelöst. Bei linearen Gleichgewichtsproblemen ist lediglich die Steifigkeitsmatrix zu invertieren. Für nichtlineare Probleme dagegen erhält man die geforderte Lösung durch Iteration. In jedem Schritt wird der Lastvektor und u.U. die Steifigkeitsmatrix modifiziert. Ausgehend von den berechneten Verschiebungen können dann die thermoelastischen Dehnungen und Spannungen in der Struktur berechnet werden (Gl.A.10 und A.34).

4.3 Wahl der Elementtypen

Entsprechend den beiden, in dieser Arbeit verwendeten mechanischen Modellen zur Berechnung des Brennstabes, siehe Kap.3.1, wurden die Elementtypen ausgewählt.

- a) Zur Diskretisierung des Stabquerschnittes werden gradlinig begrenzte, dreieckige Elemente konstanter Dicke verwendet, sie besitzen Knotenpunkte in den Ecken des Dreiecks mit jeweils zwei Freiheitsgraden: Simplex-Elemente.

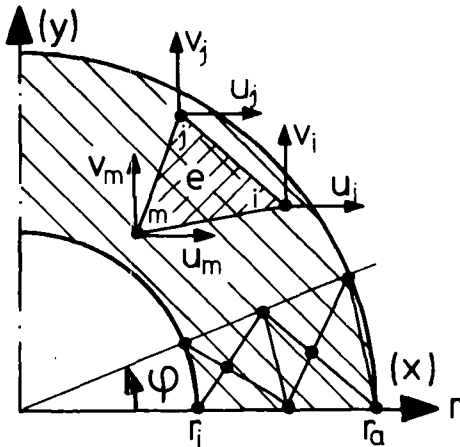


Abb.4.2: Diskretisierung des Stabquerschnittes durch ebene, gradlinig begrenzte, dreieckige Elemente, Simplex-Elemente.

- b) Die Diskretisierung des rotationssymmetrischen Brennstabes erfolgt durch rotationssymmetrische Ringelemente, die im Querschnitt rechteckig oder genauso wie das obige Simplex-Element aufgebaut sind. Die Ringelemente haben Freiheitsgrade in radialer und axialer Richtung.

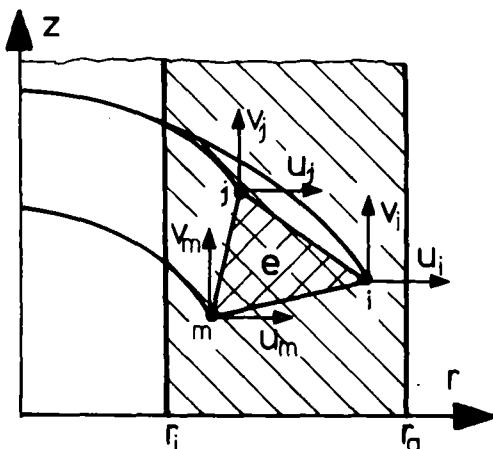


Abb.4.3: Diskretisierung des rotationssymmetrischen Brennstabes durch Ringelemente mit dreieckigem, gradlinig begrenztem Querschnitt

Beide Elemente sind damit praktisch vom gleichen Grundtyp und können deshalb auch weitgehend parallel behandelt werden, entsprechend sind auch die Programme nahezu identisch aufgebaut. Da die Geometrie der zu berechnenden Struktur im Falle des Brennstabes relativ einfach ausfällt, lassen sich ebenso einfache Elemente verwenden. Der Aufwand zur Berechnung dieser Elemente ist

gering und das Verfahren einfach überschaubar, zudem führen diese kaum zu rechentechnischen Instabilitäten.

Hinsichtlich der Strukturunterteilung sind die Elemente sehr variabel, so daß sowohl komplizierte Geometrieverhältnisse als auch Belastungsfälle durch eine lokale Verfeinerung der Diskretisierung gefaßt werden können.

Wie hier durchgeführte Berechnungen gezeigt haben - vgl. z.B. Kap.6.2 - und wie auch in der Literatur, z.B. durch Argyris [ArgD 77] bestätigt wird, läßt sich mit den verwendeten Simplex-Elementen bei hinreichender Anzahl auch eine technisch ausreichende Genauigkeit erzielen. Dieser Elementtyp eignet sich besonders zur Einführung veränderlicher Werkstoffkennwerte und zeichnet sich durch einfache Programmierung aus. Ein Optimum hinsichtlich Genauigkeit wird nach Kärcher [Kär 73] und Duda [Dud 75] bereits für ein Element mit kubischem und nicht höherem Verschiebungsansatz errechnet.

Der Einsatz dieser Elemente kommt also den Anforderungen an die erstellten Auslegungsprogramme nach einfacher Handhabung, sicherer Anwendung, leichter Modifizierbarkeit sowie ausreichender Rechengenauigkeit sehr entgegen.

4.4. Nichtlineare Strukturberechnung mittels der FEM

4.4.1. Allgemeines zu den nichtlinearen Einflußgrößen

Für die Brennstabauslegung spielen über das lineare thermoelastische Verhalten hinaus zwei Arten von Nichtlinearitäten eine Rolle:

- a) im Materialverhalten, durch nichtlineare Beziehungen zwischen den Spannungen und Dehnungen (Gl.A.14)
- b) im Verschiebungsverhalten, durch nichtlineare Beziehungen zwischen den Dehnungen und Verschiebungen (Gl.A.14) infolge großer Verformungen.

Zu a) Die Spannungen in der Struktur, die oberhalb der Fließgrenze (σ_F) des Materials liegen, führen momentan zu plastischen Deformationen. Die dabei hervorgerufenen Dehnungen (ϵ^{Pl}) errechnen sich nach dem nichtlinearen Teil der Spannungs-Dehnungs-Kurve, siehe z.B. Reckling [Rec 67] .

Mit der Einsatzzeit des Brennstabes führt das Kriechen des Materials bei konstanten Belastungen zu zeitabhängigen Dehnungen (ϵ^{Cr}) der Struktur. Der nichtlineare Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit der Kriechdehnung und den Spannungen wird meist nach Norton [Odq 62] und damit durch ein Potenzgesetz beschrieben:

$$\dot{\epsilon}_V^{Cr} = k \cdot \sigma_V^n \quad 4.3$$

Zusätzlich geht beim Kriechen im Unterschied zum Plastifizieren die Zeit in das Materialgesetz mit ein. Beide Dehnungen sind irreversibel und werden durch die hohen Temperaturen im Brennstab begünstigt. Wegen seiner besonderen Bedeutung für die Stabauslegung wird das Kriechen in Kap.4.4.2 exemplarisch für das nichtlineare Materialverhalten diskutiert.

Für den speziellen Fall der Brennstofftablette wird der Einfluß des Plastifizierens untersucht. Im technisch realen Fall wird die Bruchdehnung überschritten und die Tablette reißt auf. Um diesen einer strengen Behandlung nicht zugänglichen Vorgang überhaupt berechenbar zu machen, wird er in Kap.7.4 durch eine fiktive Dehnung beschrieben.

Zu b) Die Verformungen des Hüllrohres sind z.T. so groß, daß die Gleichgewichtsbedingung (Gl.A.27) nicht mehr wie nach der linearen Theorie am unverformten Element formuliert werden kann. Vielmehr muß zur Erfüllung dieser Bedingung die Verschiebung berücksichtigt werden:

$$\{f(\rho)\} = [k(\rho)] \cdot \{\rho\} \quad 4.4$$

Diese geometrische Nichtlinearität schlägt sich damit sowohl in der Steifigkeitsmatrix als auch in der Lastmatrix nieder.

Die beiden material- und verschiebungsbedingten nichtlinearen Effekte sind in der Regel nicht streng voneinander getrennt zu diskutieren. Vielmehr sind oft die großen Deformationen infolge des nichtlinearen Materialverhaltens Ursache für die geometrische Nichtlinearität.

4.4.2 Behandlung des Materialkriechens in der mehrdimensionalen FEM-Rechnung

Zur Behandlung des Materialkriechens bei einer Strukturberechnung muß neben der Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungs-Beziehung auch die Zeitabhängigkeit betrachtet werden.

In dieser Arbeit wird ein inkrementelles Verfahren gewählt, um die Zeitabhängigkeit des Kriechens zu berücksichtigen. Dieses Verfahren basiert auf der Annahme, daß bei genügend kleinen Intervallen von einer konstanten Spannung im Zeitinkrement ausgegangen werden kann. In jedem Zeitintervall läßt sich dann aus den vorliegenden Spannungen über das Kriechgesetz der Zuwachs der Kriechverzerrungen ermitteln:

$$\Delta \epsilon_v^{cr} = \dot{\epsilon}_v^{cr} \cdot \Delta t \quad 4.5$$

Diese Inkremente der Kriechdehnungen werden im Zeitintervall als Vordehnungen aufgefaßt und daraus schließlich die resultierenden Deformationen und Spannungen in der Struktur errechnet. Der Spannungszustand am Ende eines Zeitintervalles dient dann als Ausgangsspannung für den folgenden Zeitschritt. Auf diese Weise wird die Nichtlinearität durch eine Linearisierung in Teilbereichen betrachtet. Wegen des Zusammenhanges zwischen numerischem Fehler und Länge des Zeitintervalles vergleiche man Kap.6.4.1.

Die Darstellung der zur Kriechdehnung gehörenden Beziehungen erfolgt der Lösungstechnik entsprechend in inkrementeller Form. Sie stützt sich auf das für die thermische Dehnung in Anhang A.4 beschriebene Vordehnungsverfahren.

Die Vergleichskriechdehnung im Zeitschritt, Gl.4.5, wird über die mehraxialen Bedingungen, siehe folgendes Kapitel, in die einzelnen Komponenten der Kriechdehnungsinkremente umgerechnet.

$$\{\Delta \epsilon^{cr}\} = f(\sigma_v, \epsilon_v^{cr}, \vartheta, \Delta t) \quad 4.6$$

Die daraus für das betrachtete Zeitintervall entstehenden Änderungen der Gesamtdehnungen in der Struktur setzen sich anteilig aus einem elastischen und einem nichtelastischen, irreversiblen Anteil zusammen.

$$\{\Delta \epsilon_{ges}\} = \{\Delta \epsilon\} + \{\Delta \epsilon^{cr}\} \quad 4.7$$

Die Änderung der Spannungen errechnet sich über das Materialgesetz (Gl.A.34)

$$\{\Delta \sigma\} = [C] \cdot (\{\Delta \epsilon_{ges}\} - \{\Delta \epsilon^{cr}\}) \quad 4.8$$

oder mit Gl.4.7 zu:

$$\{\Delta \sigma\} = [C] \cdot \{\Delta \epsilon\} \quad 4.8a$$

Die Dehnungs-Verschiebungs-Beziehung lautet in inkrementeller Schreibweise (Gl.A.11)

$$\{\Delta \epsilon_{ges}\} = [B] \cdot \{\Delta \rho\} \quad 4.9$$

Die Gleichgewichtsbeziehung wird hier entsprechend Gl.4.1 (Gl.A.37):

$$\{\Delta f\} = [k] \cdot \{\Delta \rho\} + \{\Delta f\}_{\epsilon^{cr}} \quad 4.10$$

mit den Kriechdehnkräften (Gl.A.36):

$$\{\Delta f\}_{\epsilon^{cr}} = - \int_V [B]^T \cdot [C] \cdot \{\Delta \epsilon^{cr}\} \cdot dv \quad 4.11$$

Die Kriechdehnkräfte bewirken eine Veränderung der Elementgeometrie, die sich unmittelbar ausdrücken läßt:

$$\{\Delta f\}_{\epsilon^{cr}} = [k] \cdot \{\Delta \rho\}_{\epsilon^{cr}} \quad 4.12$$

Zur Berechnung der Elementverschiebungen infolge des Kriechens werden die Kriechdehnkräfte aller Elemente entsprechend ihrer Koinzidenz summiert, vgl. Anhang A.3. Daraus werden mit der Gesamtsteifigkeitsmatrix durch Lösen des linearen Gleichungssystems die Inkremente der Verschiebungen errechnet:

$$\{\Delta F\}_{E^{cr}} = [K] \cdot \{\Delta u\}_{E^{cr}} \quad 4.13$$

Anschließend werden daraus mit Gl.4.9 für die einzelnen Elemente die Inkremente der Gesamtdehnungen ermittelt. Schließlich werden dann unter Beachtung von Gl.4.7 die Spannungsänderungen nach Gl.4.8a berechnet.

Am Ende eines Zeitintervalles t_i lauten dann die Spannungen

$$\{\sigma(t_i)\} = \{\sigma(t_{i-1})\} + \{\Delta\sigma\} \quad 4.14$$

und die Gesamtverschiebungen der Struktur

$$\{u(t_i)\} = \{u(t_{i-1})\} + \{\Delta u\} \quad 4.15$$

Diese Verschiebungen setzen sich entsprechend den Dehnungen aus einem zeitabhängigen elastischen und einem zeitabhängigen nicht-elastischen, irreversiblen Teil zusammen.

Das hier angewendete Vorgehen kann im Rahmen der FEM als "inkrementelles Vordehnungsverfahren" bezeichnet werden. Es wird von Zienkiewicz [Zie 71] angedeutet und in ähnlicher Form auch von Greenbaum/Rubinstein [GreR 68] benutzt.

4.4.2.1 Mehrachsige Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

Der Schwerpunkt der hier durchgeführten Brennstabanalyse liegt in der Mehrdimensionalität der Berechnung der Struktur. Die Kriechgesetze basieren aber im allgemeinen auf einachsigen Kriechversuchen. Um diese Gesetze bei einer mehrdimensionalen Strukturanalyse anwenden zu können, ist es notwendig, die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen über die Vergleichsspannung σ_v und Vergleichskriechdehnung ϵ_v^{cr} auszudrücken. In dieser Arbeit werden dazu die Prandtl-Reuß-Fließgesetze angewendet. Diese Beziehungen sowie die zugehörigen Voraussetzungen sind in der allgemeinen Plastizitätstheorie diskutiert, wie z.B. bei Reckling [Rec 67] oder Odqvist [OdqH 62] .

Die Fließgesetze basieren auf der Vergleichsspannungshypothese nach v. Mises:

$$[\Delta \varepsilon^{cr}] = \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_v^{cr}}{\sigma_v} [\sigma'] \quad 4.16$$

mit

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \text{Vergleichs-Spannung} &= \sqrt{3I_2'} \\ \varepsilon_v &= \text{Vergleichs-Dehnung} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{J_2'} \\ \sigma' &= \text{Deviator-Spannung} &= [\sigma] - \frac{1}{3} I_1 \delta \\ \varepsilon' &= \text{Deviator-Verzerrung} &= [\varepsilon] - \frac{1}{3} J_1 \delta \end{aligned} \quad 4.17$$

Die Invarianten der Spannungen und Verzerrungen lauten:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2' &= \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 \\ J_1 &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \\ J_2' &= \frac{1}{6} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2] + \frac{1}{4} [\gamma_{12}^2 + \gamma_{23}^2 + \gamma_{31}^2] \end{aligned} \quad 4.18$$

δ = Kronecker Symbol

Das Inkrement der Vergleichs-Kriechdehnung $\Delta \varepsilon_v^{cr}$ selbst wird aus dem Kriechgesetz errechnet. Um eine Analogie zu der hier verwendeten Schreibweise und zum Elastizitätsgesetz (Gl.A.16) herzustellen, wird die Deviator-Spannung $[\sigma']$ und -Dehnung $[\varepsilon']$ in Gl.4.16 umgeschrieben, so daß das Fließgesetz nun lautet:

$$\{\Delta \varepsilon^{cr}\} = \frac{\Delta \varepsilon_v^{cr}}{\sigma_v} [C^{cr}] \{\sigma\} \quad 4.19$$

Dabei stellt die Matrix $[C^{cr}]$ die Kriechmatrix dar:

$$[C^{cr}] = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\frac{3}{2} \end{bmatrix} \quad 4.20$$

Der Kriechdehnungsvektor in Gl.4.6 lautet für die beiden in dieser Arbeit verwendeten Stabmodelle:

<p>ebenes Modell</p> $\begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_x^{cr} \\ \Delta \epsilon_y^{cr} \\ \Delta \gamma_{xy}^{cr} \end{Bmatrix} = \frac{\Delta \epsilon_v^{cr}}{\sigma_v} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2\frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}$ $\Delta \epsilon_z^{cr} = \frac{\Delta \epsilon_v^{cr}}{\sigma_v} \left(-\frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) + \sigma_z \right) = \text{konst.}$	<p>rotationssymmetrisches Modell</p> $\begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_r^{cr} \\ \Delta \epsilon_\phi^{cr} \\ \Delta \epsilon_z^{cr} \\ \Delta \gamma_{rz}^{cr} \end{Bmatrix} = \frac{\Delta \epsilon_v^{cr}}{\sigma_v} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\phi \\ \sigma_z \\ \sigma_{rz} \end{Bmatrix}$
---	--

4.21

mit der Vergleichsspannung nach v.Mises:

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3\sigma_{xy}^2} \quad 4.22$$

Die Anwendung hat im konkreten Fall gezeigt, daß der mehrachsige Kriechdehnungsvektor im rotationssymmetrischen Modell ohne Einschränkung einzusetzen ist. Für das ebene Brennstabmodell muß der modifizierte ebene Dehnungszustand beachtet werden. Die Abhängigkeit der Spannungen von y und besonders von r führt in den einzelnen Elementen zu Unterschieden in den axialen Kriechdehnungen ϵ_z^{cr} . Der klassische ebene Dehnungszustand fordert $\epsilon_z^{cr} = 0$. Diese Bedingung liefert für den Brennstab ein sehr unrealistisches Verformungs- und Spannungsbild. Nach eigenen Überlegungen wird analog zur thermischen Dehnung, vgl. Anhang A.4 mit Abb.A.1, verfahren und eine mittlere axiale Kriechdehnung $\bar{\epsilon}_z^{cr}$ zugelassen. Diese wird aus einer flächenbezogenen Mittelung der Kriechdehnung der Elemente in axialer Richtung berechnet.

$$\bar{\epsilon}_z^{cr} = \frac{\sum^E \epsilon_z^{cr} A_\Delta}{\sum^E A_\Delta} \quad 4.23$$

Die freie axiale Dehnung der einzelnen Elemente ϵ_z^{cr} wird damit beeinflusst:

$$\epsilon_z'^{cr} = \epsilon_z^{cr} - \bar{\epsilon}_z^{cr} \quad 4.24$$

Diese Annahme führt für das ebene Modell zu einer Korrektur des Vordehnungsvektors nach Gl.4.21:

$$\{\Delta \epsilon^{cr}\}^T = \left\{ \Delta \epsilon_x^{cr} \quad \Delta \epsilon_y^{cr} \quad \Delta \gamma_{xy}^{cr} \right\} + v \Delta \epsilon_z'^{cr} \{1 \ 1 \ 0\} \quad 4.25$$

Mit diesen Vordehnungsvektoren bzw. mit Gl.4.21 werden auf oben beschriebenen Wege die Inkremente des mehraxialen Spannungsvektors ermittelt:

$$\{\Delta\sigma\} = [C] \cdot (\{\Delta\varepsilon_g\} - \{\Delta\varepsilon^{cr}\})$$

$$\sigma_z = \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y) - \varepsilon_z^{cr} \cdot E \quad 4.26$$

4.4.2.2 Kriechgesetze

Die zuvor beschriebene Berechnungsmethode ist so allgemein aufgebaut, daß prinzipiell keine Beschränkung auf ein bestimmtes Kriechgesetz besteht; es wird lediglich eine Vergleichskriechdehnung benötigt. Diese wird über das Fließgesetz (Gl.4.19) in die mehrdimensionale Berechnung eingeführt. Dadurch kann in den Rechenablauf sowohl das thermisch aktivierte als auch das strahlungsinduzierte Kriechen, vgl. Kap.2.2.2, einbezogen werden. In dieser Arbeit wird ausschließlich das thermisch aktivierte Kriechen betrachtet, dieses wird hier allein unter Kriechen verstanden.

Um den speziellen Belangen unterschiedlicher Materialien und den verschiedenen Belastungsarten gerecht zu werden, sind eine ganze Reihe von allgemeinen Kriechgesetzen vorgeschlagen worden, vgl. z.B. Rabotnov [Rab 69]. In den bekannten Programmen zur Brennstabrechnung werden unterschiedliche, z.T. sehr spezielle Gesetzmäßigkeiten verwendet, um den besonderen Eigenschaften des Materials und der Belastung Rechnung zu tragen. Vielfach werden jedoch die Gültigkeitsbereiche der Gesetze überschritten. Das gilt insbesondere bezüglich der Temperaturen und der instationären Vorgänge. Zusätzliche Schwierigkeiten ergeben sich durch die mangelnde Kenntnis der Parameter. In den hier erstellten Programmen ist das Kriechgesetz nach Norton, siehe [OdqH 62], explizit enthalten. Es kann aber ohne programmtechnische Schwierigkeiten ausgetauscht werden.

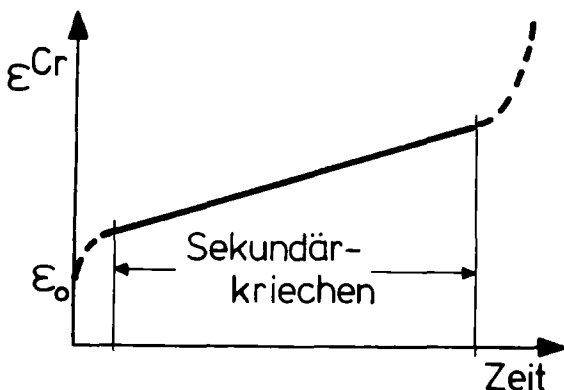


Abb.4.4: Kriechkurve metallischer Werkstoffe

Bei metallischen Werkstoffen wird, wie in Abb.4.4 skizziert, die Zeitabhängigkeit der Kriechdehnung weitgehend durch eine linear ansteigende Kurve, das Sekundärkriechen, dargestellt.

Die Kriechdehnungsgeschwindigkeit ist konstant und stark von der Spannung abhängig. Norton drückt dies durch einen Potenzansatz aus:

$$\dot{\epsilon}_V^{cr} = k \cdot \sigma_V^n \quad 4.27$$

Dieses Gesetz stützt sich lediglich auf zwei Parameter, k und n . Beide sind stark temperaturabhängig, lassen sich aber, wie u.a. Krugmann [Kru 76] gezeigt hat, experimentell gut ermitteln. Diese Parameter sind deshalb auch in den Temperaturbereichen, die im Brennstab vorherrschen, weitgehend bekannt.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß das bestrahlungsinduzierte Kriechen insbesondere im hohen Neutronenfluß des SNR auftritt. Im Brennstabcode IAMBUS [Töb 73] wird die Kriechrate durch ein lineares Gesetz beschrieben.

$$\dot{\epsilon}_V^{cr} = \text{konst.} \cdot (\bar{E} \cdot \Phi) \cdot \sigma_V \quad 4.28$$

Hierbei bedeuten: Φ - Neutronenfluß

\bar{E} - Neutronenenergie

4.4.2.3 Inkremente der Kriechdehnung

Die Inkremente der Vergleichskriechdehnung werden nach Gl.4.3 unter der Annahme konstanter Vergleichsspannungen im Zeitintervall berechnet.

$$\Delta \epsilon_V^{cr} = k \cdot \sigma_V^n \cdot \Delta t \quad 4.29$$

Daraus werden die Komponenten der Kriechdehnung nach dem Fließgesetz in Gl.4.19 ermittelt.

Die Vergleichsspannung wird in Gl.4.29 aber durch das Kriechen umgelagert und nimmt mit ständig fallender Rate bis hin zu einem zeitunabhängigen Wert ab.

Je kleiner nun die Zeitintervalle werden, desto genauer wird einerseits die Berechnung der Inkremente der Vergleichskriechdehnung $\Delta \epsilon_V^{cr}$, andererseits wird dadurch die ohnehin rechenintensive mehrdimensionale Struktur Berechnung zunehmend unwirtschaftlicher. Bei langen Zeitintervallen aber kann erfahrungsgemäß die Größe der Inkremente der Kriechdehnung (Gl.4.29) zu Instabilitäten im

Rechenverlauf führen, die sich in einer oszillierenden Divergenz der Spannungen ausdrücken.

Die Güte der Lösung hinsichtlich Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit des inkrementellen Rechenverfahrens wird also in entscheidendem Maße durch die Größe der Zeitintervalle geprägt. Aus diesem Grunde ist für die hier erstellten Programme eine Formel zur automatischen Berechnung des Zeitschrittes entwickelt worden, die den jeweils aktuellen Belastungszustand der Struktur berücksichtigt, siehe Kap.5.3.1. Die Anwendung wird an einem konkreten Belastungsfall in Kap. 6.4.1 diskutiert.

4.4.3 Große Strukturverformungen

Die Verformung des Brennstabes kann bei weit über den üblichen Rahmen hinausgehenden Belastungen, z.B. durch eine Anlagestörung, vgl. Kap.2.2.3, oder bei langen Einsatzzeiten durch das Materialkriechen sehr groß werden. Während bei kleinen Verformungen die Gleichgewichtsbeziehung nach Gl.4.2 an der unverformten Struktur formuliert werden konnte, muß jetzt die Verformung selbst berücksichtigt werden.

Der Aufbau der Dehnungsmatrix, Gl.A.11, erfolgt nun unter Beachtung der Verschiebung der Elemente $\{\rho\}$:

$$[B^*] = [B(\{\rho\})] \quad 4.32$$

Mit ihr basieren die Steifigkeitsmatrix über Gl.A.26 und der Vektor der Vordehnungskräfte nach Gl.A.36 ebenfalls auf der verformten Struktur:

$$\begin{aligned} [K^*] &= [K(\{u\})] \\ \{F^*\}_{\epsilon_0} &= \{F(\{u\})\} \end{aligned} \quad 4.33$$

Auch der Lastvektor der äußeren Kräfte wird an der aktuellen Geometrie der Struktur berechnet.

$$\{F^*\} = \{F(\{u\})\} \quad 4.34$$

Die Gleichgewichtsbeziehung nach Gl.4.2 wird nun durch ein nichtlineares Gleichungssystem ausgedrückt:

$$\begin{aligned} \{F(\{u\})\} &= [K(\{u\})] \cdot \{u\} - \{F(u)\}_{\epsilon_0} \\ \{F^*\} &= [K^*] \cdot \{u\} - \{F^*\}_{\epsilon_0} \end{aligned} \quad 4.35$$

Diese Nichtlinearität ist unabhängig vom Materialverhalten.

Zur Lösung bietet sich, wie auch schon zur Behandlung des Kriechens, ein inkrementelles Vorgehen in kleinen Schritten an. Die Schrittweite kann abhängig von der Größe der Verschiebungen gewählt werden. In jedem neuen Schritt (n) wird die Geometrie der Struktur am Ende des vorangegangenen Schrittes (n-1) zu Grunde gelegt:

$$\{F_{n-1}^*\} = [K_{n-1}^*] \{u_n\} - \{F_{n-1}^*\}_{\epsilon_0} \quad 4.36$$

Die der jeweils aktuellen Geometrie angepaßte Steifigkeitsmatrix $[K^*]$ wird als tangentielle Steifigkeitsmatrix bezeichnet und definiert den nächsten Schritt der Verformung.

Bei der Berechnung des Brennstabes tritt im allgemeinen die geometrische Nichtlinearität zusammen mit dem Materialkriechen auf. Da zur Berechnung der Zeitabhängigkeit des Kriechens bereits ein inkrementelles Vorgehen gewählt wurde, kann hier daran angeknüpft werden und mit jedem kriechbedingten Schritt auch die Gleichgewichtsbeziehung aktualisiert werden. Diese Lösung liefert eine für die technische Anwendung gute Genauigkeit, da die Änderung der Verformungen in jedem Zeitinkrement, vgl. Kap.4.4.2.3, notgedrungen klein ausfällt.

In Kap.6.4.2 wird auf einige rechentechnische Aspekte der Berechnung großer Strukturverformungen im konkreten Anwendungsfall eingegangen. Ein extremes Auslegungsbeispiel wird außerdem in Kap.7.3 diskutiert.

4.5 Instationäre Belastungen

Für die Auslegung eines Brennstabes spielt die Analyse des zeitlichen Verhaltens der Struktur eine sehr wesentliche Rolle. Die Belastungen ändern sich im Laufe der Einsatzzeit. In sehr vielen Auslegungsfällen allerdings verlaufen die Änderungen so langsam, daß von einer weitgehend stationären Belastung ausgegangen werden kann. Bei der Analyse von An- und Abfahrvorgängen oder schnellen Laständerungen im Reaktor muß dagegen die Zeitabhängigkeit der Belastung berücksichtigt werden. Das gilt insbesondere für den Druck und die Temperatur des Brennstabes. In Anlehnung an das inkrementelle Verfahren zur Berechnung des Kriechens und der großen Verformungen wird die instationäre Belastung durch eine zeitlich konstante Funktion dargestellt. Bei dieser quasi-stationären Be-

handlung bestimmt die Laständerungsgeschwindigkeit die Länge des Zeitinkrementes. Diese kann entweder direkt vorgegeben oder aus der Belastungsfunktion errechnet werden. Als Kriterium kann z.B. die prozentuale Änderung der Belastung pro Zeitschritt dienen. Dieses Kriterium muß sich jedoch am konkreten Fall orientieren.

Eigene Erfahrungen mit Rechnungen zur Brennstabauslegung haben gezeigt, daß die durch das Kriechen vorgegebene zeitliche Diskretisierung auch für die quasi stationäre Behandlung von instationären Belastungen zu Grunde gelegt werden kann. Selbst im Falle der extrem instationären Belastung durch eine Kühlmittelverluststörung wurde dieses Verfahren mit Erfolg durchgeführt, wie in Kap.7.3 dargestellt. Wichtig ist insbesondere, daß der Beginn einer sprunghaft ansteigenden Belastung nicht durch andere, z.B. numerische Kriterien übergangen wird. Zusammen mit dieser quasi-stationären Behandlung der instationären Belastung werden auch die Materialdaten als zeitabhängige Größen in der Rechnung berücksichtigt. Mit jeder Lasterhöhung werden diese Daten auf den aktuellen Belastungswert bezogen. Im Rahmen der Berechnung eines Brennstabes ist dies insbesondere für den Einfluß der Temperatur bedeutsam. Die meisten Materialdaten zeigen im Bereich hoher Temperaturen eine starke thermische Abhängigkeit, wie für den E-Modul in Abb. C.1 des Anhangs C dargestellt.

Die Gleichgewichtsbeziehung des Gesamtsystems, Gl.4.2, kann unter Berücksichtigung der obigen Beziehungen zeitabhängig geschrieben werden:

$$\{F(t)\} = [K(t)] \cdot \{u\} - \{F(t)\}_{\epsilon_0} \quad 4.37$$

4.6 Finit-Element-Methode als Basis der Brennstabauslegungsprogramme

In den vergangenen Kapiteln wurden die grundlegenden Beziehungen diskutiert, auf die sich die hier erstellten FEM-Programme zur Brennstabauslegung stützen. Sie werden hier kurz zusammengefaßt. Die beiden Programme enthalten r und φ bzw. r und z als unabhängige Variable, sie sind also räumlich zweidimensional.

Als mechanische Grundgrößen sind die elastischen $\{\epsilon^{el}\}$, die thermischen $\{\epsilon^{\theta}\}$ und die nichtlinearen irreversiblen Dehnungen durch das Materialkriechen $\{\epsilon^{cr}\}$ explizit enthalten. Damit sind von der Belastung und vom methodischen Vorgehen her gesehen die wichtigsten Größen zur Berechnung des Brennstabes vorhanden. Die durch das Materialschwellen hervorgerufenen $\{\epsilon^{sw}\}$, die plastischen $\{\epsilon^{pl}\}$ und auch die rißbedingten Dehnungen $\{\epsilon^f\}$ werden im Programm ebenfalls auf dem Weg der inkrementellen Vordehnungen berechnet.

Mit Hilfe dieses inkrementellen Vorgehens kann mit jedem Schritt die aktuelle Geometrie der Struktur berücksichtigt werden, so daß das geometrisch nichtlineare Verhalten durch große Verschiebungen ebenfalls erfaßt wird.

Die zur Berechnung des Kriechens notwendige Zeitstruktur des Programmes wird gleichzeitig zur Behandlung der instationären Belastung genutzt.

Die Berechnung des Brennstabes stützt sich auf die folgenden Dehnungsterme:

$$\{\epsilon(r, \varphi, u, t)\} = \{\epsilon^{el}\} + \{\epsilon^{\theta}\} + \{\epsilon^{sw}\} + \{\epsilon^{cr}\} + \{\epsilon^{pl}\} + \{\epsilon^f\} \quad 4.38$$

Sie ist als

- räumlich zweidimensional in $\langle \begin{matrix} r & - & \varphi \\ r & - & z \end{matrix} \rangle$ Ebene,
 - nichtlinear durch Materialgesetze
 - nichtlinear durch große Verschiebungen und
 - zeitabhängig (instationär)
- zu bezeichnen.

Aufgrund der zuvor abgeleiteten Beziehungen und des methodischen Vorgehens läuft die Strukturberechnung im Prinzip wie folgt ab:

- 1) linear-elastische und thermische Verschiebungen, sowie zugehörige Dehnungen und Spannungen $\{\epsilon^{el}\}, \{\epsilon^{\theta}\}$ u. $\{\sigma^{el,\theta}\}$
- 2) inkrementelle Vordehnungen aus dem nichtlinearen Materialgesetz $\{\Delta\epsilon_0\}$
- 3) inkrementelle Vordehnkräfte für die gesamte Struktur $\{\Delta F_0(\Delta\epsilon_0)\}$
- 4) Verschiebungsinkremente $\{\Delta u\}$ durch Lösen der Gleichgewichtsbeziehung mit der ursprünglichen bzw. der verformungsangepaßten Steifigkeitsmatrix $[K]$ bzw. $[K^*]$.

- 5) Dehnungsänderung $\{\Delta\varepsilon\}$ aus den Verschiebungsinkrementen $\{\Delta u\}$
- 6) Spannungsänderung $\{\Delta\sigma\}$
- 7) Spannungs- und Verformungszustand
- 8) Abfrage nach Grenzkriterien der Auslegung der Struktur am Ende eines Inkrementes
- 9) Wiederholung dieser Prozedur für das folgende Inkrement unter Beachtung der
 - a) aktuellen Spannungsverteilung und, falls notwendig, der
 - b) aktuellen Belastung sowie der
 - c) aktuellen Strukturgeometrie

5. Kurzbeschreibung der Programmsysteme ZIDRIG und FINEL

5.1 Allgemeines zur Programmdarstellung

Im Folgenden wird die Struktur der beiden methodisch sehr ähnlichen Programme ZIDRIG und FINEL beschrieben.

Bei der programmtechnischen Gestaltung wurde auf eine klare Blockstruktur geachtet und weitgehend die Unterprogrammtechnik genutzt. Damit wird die Einarbeitung erleichtert und eine Modifikation für spezielle Anwendungsfälle mit geringem Aufwand ermöglicht.

Durch die Beschränkung auf spezifische Probleme des Brennstabes können gegenüber allgemeingültigen Programmsystemen weitreichende Spezialisierungen bei der rechentechnischen Durchführung und der mechanischen Behandlung genutzt werden. Auf diese Vorteile wird bei der Darstellung einzelner Programmteile hingewiesen. Sie sind im Hinblick auf die Wirtschaftlichkeit der Rechnung (Speicherplatzbelegung und Rechenzeit) von großer praktischer Bedeutung.

5.2 Programmablauf der Hauptprogramme

Der Ablaufplan des Hauptprogrammes ist in Abb.5.1 dargestellt.

Dieses ist in fünf Blöcke unterteilt:

- 1) Datenlesen und Strukturunterteilung - Strukturrechnung

Berechnung der:

- | | |
|---|----------------------------|
| 2) thermoelastischen Verschiebung | - Vorrechnung |
| 3) Dehnungen und Spannungen | - Rückrechnung |
| 4) nichtlinearen Dehnungen mit
zugehörigen Lastinkrementen | - nichtlineare
Rechnung |
| 5) Ergebnisaufbereitung und
-ausschrift | - Rechnungsende |

Der Steuerfaktor ITPC bestimmt den Ablauf des Programmes:

< 0 thermische Rechnung

ITPC = 0 elastische Rechnung

> 0 nichtlineare Rechnung

Das Einlesen der Daten und die Berechnung der Strukturunterteilung einschließlich der Koinzidenzmatrix erfolgt vorab in der Strukturrechnung.

Aufgrund des überragenden Einflusses der Temperatur im Brennstab wird in der Vorrechnung zunächst die thermisch bedingte Verformung ($ITPC < 0$) berechnet. Diese wird bei der anschließenden Berechnung des Lastvektors der äußeren Kräfte ($ITPC = 0$) bereits berücksichtigt. Die Überlagerung dieser beiden Verformungen stellt eine sehr gute Näherung für die thermoelastische Lösung dar.

In der Rückrechnung werden zunächst die thermoelastischen Dehnungen und Spannungen ermittelt, sowie Mittel- und Maximalwerte festgestellt. Anschließend wird die Struktur auf etwaige Grenzkriterien hin analysiert, und gewünschte Daten werden gespeichert.

An dieser Stelle liegt der thermoleastische Ausgangswert des Basis-schrittes für ein inkrementelles Lösungsverfahren vor, das für das Kriechen den Ausgangszustand zur Zeit $t = t_0$ darstellt.

Die nichtlineare Rechnung basiert jeweils auf der Lösung des vorangegangenen Schrittes, vgl. Kap.4.4. Die Inkremente der Vordehnungskräfte aufgrund der nichtlinearen Materialgesetze werden in diesem Programmteil ermittelt ($ITPC > 0$). Damit erfolgt ein Rücksprung in die Vorrechnung, wo die aus diesen Vordehnungskräften resultierenden Verschiebungen errechnet werden. Sie setzen sich aus einem reversiblen und einem irreversiblen Anteil zusammen. Für diese Vorrechnung kann wahlweise die Ausgangsgeometrie oder die aktuelle Geometrie der Struktur zugrunde gelegt werden. Im letzten Fall muß die zeitaufwendige Neuberechnung der Gesamtsteifigkeitsmatrix erfolgen. Hierüber wird deshalb erst anhand bestimmter Kriterien, wie z.B. dem Verformungsgrad der Struktur, entschieden.

Mit Abschluß der Rückrechnung liegen die mechanischen Größen der Struktur nach diesem inkrementellen Schritt vor. In weiteren Inkrementen wird die Rechnung bis zum Erreichen eines technischen und numerischen Abbruchkriteriums fortgesetzt.

Das inkrementelle Vorgehen zur Berechnung des Kriechens wird durch einen instationären Verlauf der Belastung beeinflusst. Der Einsatzpunkt oder die Geschwindigkeit der Laständerung begrenzt die Länge des Zeitinkrementes (T_{Grenz}). Die Rechnung wird anschließend unter Beachtung der irreversiblen Verschiebungen und der geänderten Belastung mit der Vorrechnung fortgesetzt. Bei großen Geschwindigkeiten der Laständerung muß mit jedem Zeitschritt die aktuelle Belastung und Geometrie zugrunde gelegt werden.

Falls in einem Lastinkrement das nichtlineare Verhalten keine Rolle spielt, wird mit einem neuen Lastschritt begonnen ($ITPC < 0$).

Mit Erreichen eines Grenzkriteriums erfolgt am Rechnungsende eine Aufarbeitung der berechneten Daten für eine übersichtliche Auswertung oder für eine Weitergabe an Zeichenprogramme (siehe Kap.5.45).

Ablaufplan : Hauptprogramm

Steuergröße:
 < 0 therm.
 $= 0$ elast.
 > 0 nichtlin. } Rechnung

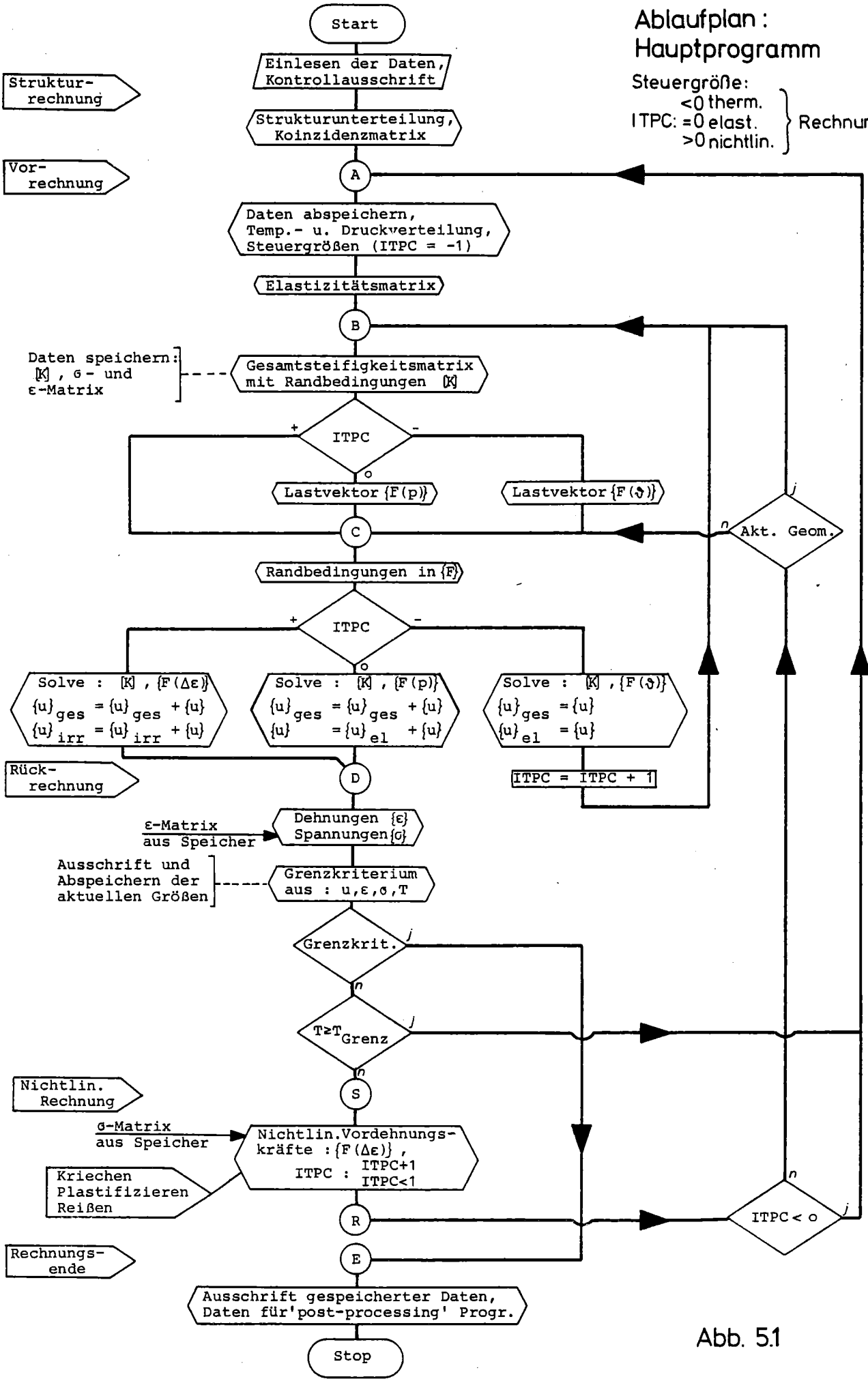


Abb. 5.1

5.3 Ablauf des nichtlinearen Programmteiles

Im 'nichtlinearen Programmteil', im Ablaufplan des Hauptprogrammes zwischen S und R, werden die Inkremente der nichtlinearen Dehnungen mit den daraus folgenden Vordehnungskräften berechnet.

Das Materialkriechen ist in beiden Programmen explizit enthalten. Da das Kriechen zeitabhängig ist, wird zur Berechnung dieses Effektes eine Zeitstruktur benötigt, siehe Kap.5.3.2 mit Abb.5.2.

Darüber hinaus können u.a. das Plastifizieren oder die Rißbildung berechnet werden. Dabei sind allerdings die Grenzkriterien auf das jeweilige Problem abzustimmen. An die Stelle der Zeitabhängigkeit beim Materialkriechen tritt bei der Berechnung des Plastifizierens ein iterativer Prozeß.

5.3.1 Berechnung der Länge des Zeitschrittes beim Kriechen

Bei einem inkrementellen Rechenverfahren zur Lösung des zeitabhängigen Materialkriechens hängt die Qualität der Ergebnisse, wie bereits in Kap.4.4.2.3 erläutert, von der Größe des Zeitinkrementes Δt ab.

Ein konstanter Zeitschritt ist unwirtschaftlich, da er sich an der größten jemals auftretenden Spannung orientieren muß. Er kann der durch das Kriechen bedingten Reduktion der Spannungen nicht Rechnung tragen.

Für die hier erstellten Programme wurde eine Formel entwickelt, mit der die Länge des jeweiligen Zeitschrittes berechnet wird. Damit wird die zeitliche Diskretisierung variabel gehandhabt und der jeweils aktuellen Beanspruchung der Struktur angepaßt. Dabei wird aufgrund des mathematischen Modells und der inkrementellen Lösungsmethode davon ausgegangen, daß das Inkrement der Kriechdehnungen $\Delta \epsilon_v^{cr}$ im Zeitschritt Δt maximal ein aus der numerischen Empirik zu bestimmender Bruchteil C_t der elastischen Dehnung der Struktur ϵ_v betragen darf:

$$\Delta \epsilon_v^{cr} = C_t \cdot \epsilon_v$$

5.1

Aus dem Kriechgesetz (Gl.4.29) und dem Hooke'schen Gesetz ergibt sich:

$$k \cdot \sigma_{v,max}^n \cdot \Delta t = C_t \cdot \frac{\sigma_{v,max}}{E} \quad 5.2$$

Daraus wird der den jeweils maximalen Spannungen angepaßte Zeitschritt errechnet:

$$\Delta t = \frac{C_t}{E \cdot k \cdot \sigma_{v,max}^{n-1}} \quad 5.3$$

Der Faktor C_t ist allerdings nicht allgemeingültig festzulegen, er ist problem-, material- und belastungsabhängig. Für die Berechnung von Brennstabhüllrohren hat sich in dieser Arbeit ein Wert von $0,2 < C_t < 0,5$ als geeignet erwiesen. Im Einzelfall muß der Zeitschrittfaktor besonders im Hinblick auf die Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit der Rechnung der speziellen Aufgabe angepaßt werden. Darauf wird genauer anhand konkreter Auslegungsfälle in Kap.6.4.1 für das Programm ZIDRIG und in Kap.7.3.5 für FINEL eingegangen.

5.3.2 Berechnung der Lastinkremente beim Kriechen

Die Berechnung der Lastinkremente beim Kriechen folgt dem in Abb.5.2 dargestellten Ablaufplan. Zunächst wird die Größe des Zeitinkrements festgelegt. Dabei wird zuerst der durch das Kriechen bedingte Zeitschritt mit den Beziehungen des vorangegangenen Abschnittes berechnet.

Da die Zeitstruktur aber auch gleichzeitig zur Berücksichtigung instationärer Belastungen genutzt wird (vgl.Kap.4.5), muß diese auf den zeitlichen Verlauf der Last abgestimmt werden. Einerseits begrenzt eine sprunghafte Änderung der Last die Länge des Zeitinkrements, andererseits darf durch die Geschwindigkeit der Laständerung eine maximale Zeitschrittlänge Δt_{max} nicht überschritten werden. Falls im letzten Fall diese Länge erheblich überschritten wird, kann u.U. das Materialkriechen in diesem Intervall vernachlässigt werden. Aus Gründen der Rechenzeit wird dann dieser Programmteil übergangen und eine neue thermoelastische Rechnung gestartet (ITPC < 0). Wird andererseits, wie z.B. bei zu hoher Verformungsgeschwindigkeit am Ende der kritischen Standzeit, vgl. Kap.7.3, der Zeitschritt zu klein, so läßt sich der Rechenaufwand möglicherweise nicht mehr vertreten (Grenzkriterium erfüllt).

Nach Beendigung der zu diesem Zeitschritt gehörenden Rückrechnung wird die Rechnung abgebrochen.

Im Kernstück dieses Programmteiles werden zunächst pro Element die Inkremente der Vergleichskriechdehnungen $\Delta \epsilon_v^{cr}$ aus dem Kriechgesetz und daraus mit Hilfe der Prandtl-Reuss-Gesetze die Kriechdehnungskomponenten $\{\Delta \epsilon^{cr}\}$ ermittelt. Aus diesen Dehnungen werden anschließend mit der Spannungsmatrix aus der Vorrechnung die Kriechdehnkräfte $\{f(\Delta \epsilon^{cr})\}$ errechnet. Über die Koinzidenz wird dann der Vektor der Vordehnungskräfte $\{F(\Delta \epsilon^{cr})\}$ der Gesamtstruktur bestimmt. Dieser wirkt als Lastinkrement auf die Struktur.

Wird trotz der Berechnung des Zeitschrittes der Maximalwert der Vergleichskriechdehnung $\Delta \epsilon_{v,max}^{cr}$ im Zeitinkrement überschritten, ist die Struktur instabil. Der Zeitschritt wird halbiert, um eine numerisch stabile Lösung für dieses Lastinkrement zu ermitteln, und die Rechnung wird auch dann nach Beendigung der Rückrechnung abgebrochen.

Ablaufplan:
 Unterprogramm zum
 Materialkriechen
 Steuergröße: ITPC > 0

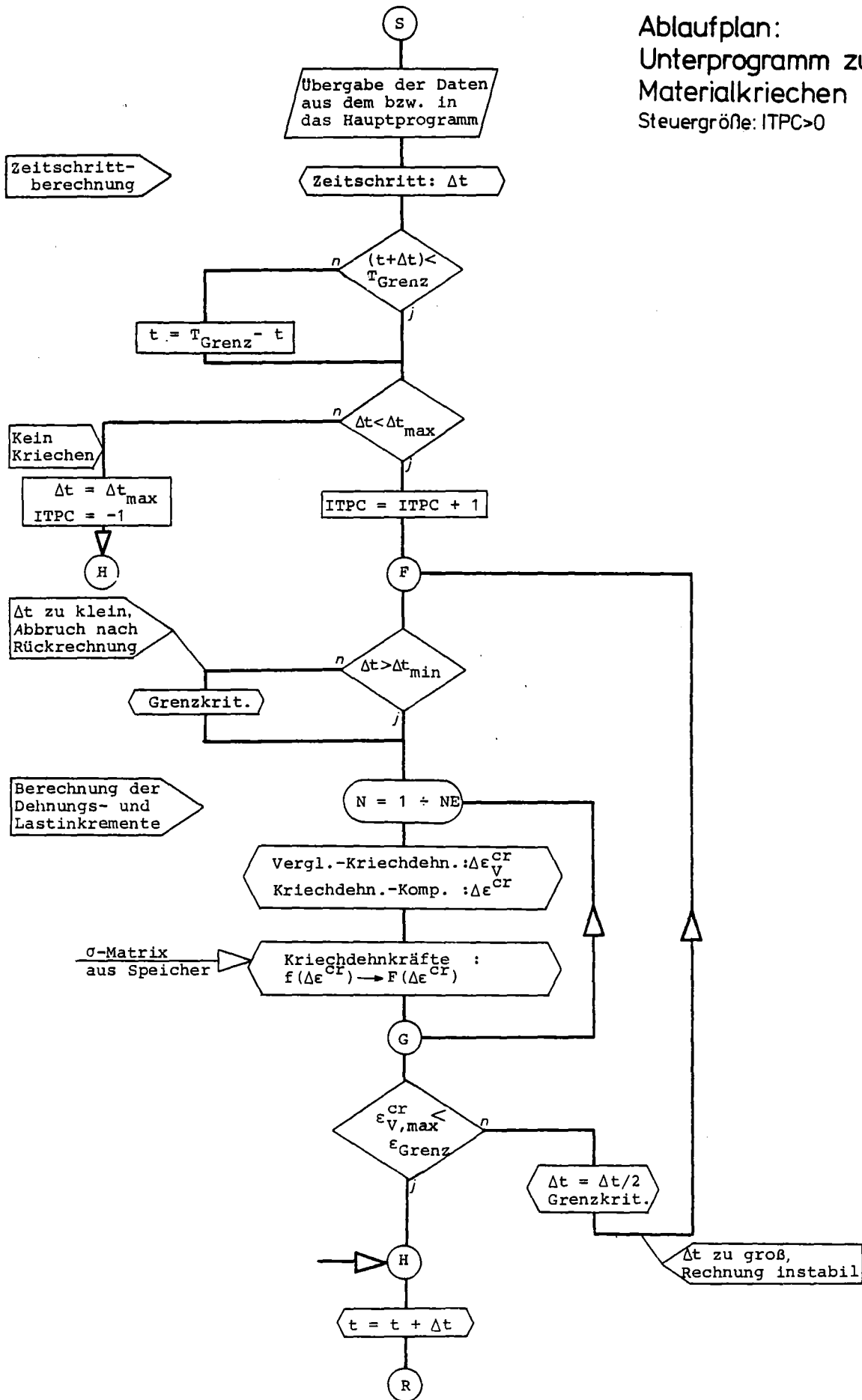


Abb. 5.2

5.4 Programmgestaltung

Die Programme sind zur Auslegung zylindrischer Brennstäbe konzipiert. Durch diesen speziellen Einsatz können Vereinfachungen getroffen werden, die sich in einer Erhöhung der Effektivität und der Benutzerfreundlichkeit niederschlagen. Die im folgenden gewählte Darstellung der Programmgestaltung orientiert sich weniger an den einzelnen Statements, sondern an den Vorzügen der Programme, die sich durch den speziellen Zuschnitt auf die Berechnung des Brennstabes ergeben. Die Darstellung folgt den Flußdiagrammen in Abb.5.1 und 5.2.

5.4.1 Strukturrechnung

Die Liste der Eingabegrößen beschränkt sich im Standardfall auf folgende Daten zu:

Stabgeometrie	:	Stabradien, Modelllänge, Geometriefehler
Strukturunterteilung:	:	Anzahl der Elemente in radialer Richtung, Elementgröße
Materialdaten	:	E-Modul, Querkontraktionszahl, Wärmeausdehnungskoeffizienten und Kriechparameter jeweils für verschiedene Temperaturbereiche
Strukturbelastung	:	Stablängenleistung, Temperaturverteilung und Druckbeanspruchung an Hüllrohrinnen- und -außenseite, jeweils mit der Einwirkzeit (Zeitstufen)
Steuergrößen	:	Abbruchkriterien, Datenausgabe (Zeit und Umfang), Abspeicherung für Zeichenprogramme

Für den Spezialfall können diese Daten natürlich modifiziert werden.

Die Struktur eines zylindrischen Brennstabes kann, wie mit durchgeführten Rechnungen gezeigt wurde, abgesehen von Spezialfällen, durch Elemente etwa gleicher Größe beschrieben werden, vgl. Abb.5.3. Dabei entsteht eine konstante Maschendichte. Die scherenförmige Anordnung der Elemente hat sich nach eigenen Untersuchungen hinsichtlich der Verteilung der Spannungen als sehr günstig erwiesen. Dazu trägt insbesondere die symmetrische Anordnung der Elemente und die gleichmäßige Lastverteilung in der Struktur bei.

Für die Beschreibung der Struktur werden einzelne Elementgruppen zusammengefaßt, so daß axial (z) bzw. azimutal (φ) von Stufen (NST) und radial (r) von Basisringen (NBAS) gesprochen wird. Bedingt

durch die Gleichwertigkeit des Verschiebungsansatzes (Gl.A.1) in beiden Raumrichtungen werden Elemente der Form eines gleichseitigen Dreiecks angestrebt. Als Verhältnis aus der Breite eines Basisringes und der Höhe einer Stufe wird deshalb $AMQ \sim 1$ gewählt.

Mit diesen Voraussetzungen wird die Diskretisierung der Struktur mit geringem Rechenaufwand durch einen Maschengenerator vorgenommen, der als Eingabedaten lediglich die Zahl der Basisringe und die Elementgröße benötigt. Die Koinzidenz kann bei dieser Unterteilung für jedes Element getrennt berechnet werden. Die Nummerierung der Elemente ist unproblematisch: der große Unterschied der Abmessungen des mechanischen Modells in radialer und axialer bzw. azimuthaler Richtung legt nahe, primär in radialer Richtung zu zählen. So ergibt sich ein Gleichungssystem mit einem nur schmalen Koeffizientenband.

In Sonderfällen der Belastung oder der Stabgeometrie, wie z.B. bei einem Hüllrohr mit integralen Rippen, erweisen sich die dreieckigen Elemente als sehr anpassungsfähig. Das gilt sowohl für eine lokale Verfeinerung der Diskretisierung als auch für die Darstellung einer Hüllrohrgeometrie, deren Kontur von der Form eines Kreiszylinders abweicht. Abb.5.3 zeigt als Beispiel eine Strukturunterteilung der Brennstabmodelle beider Rechenprogramme.

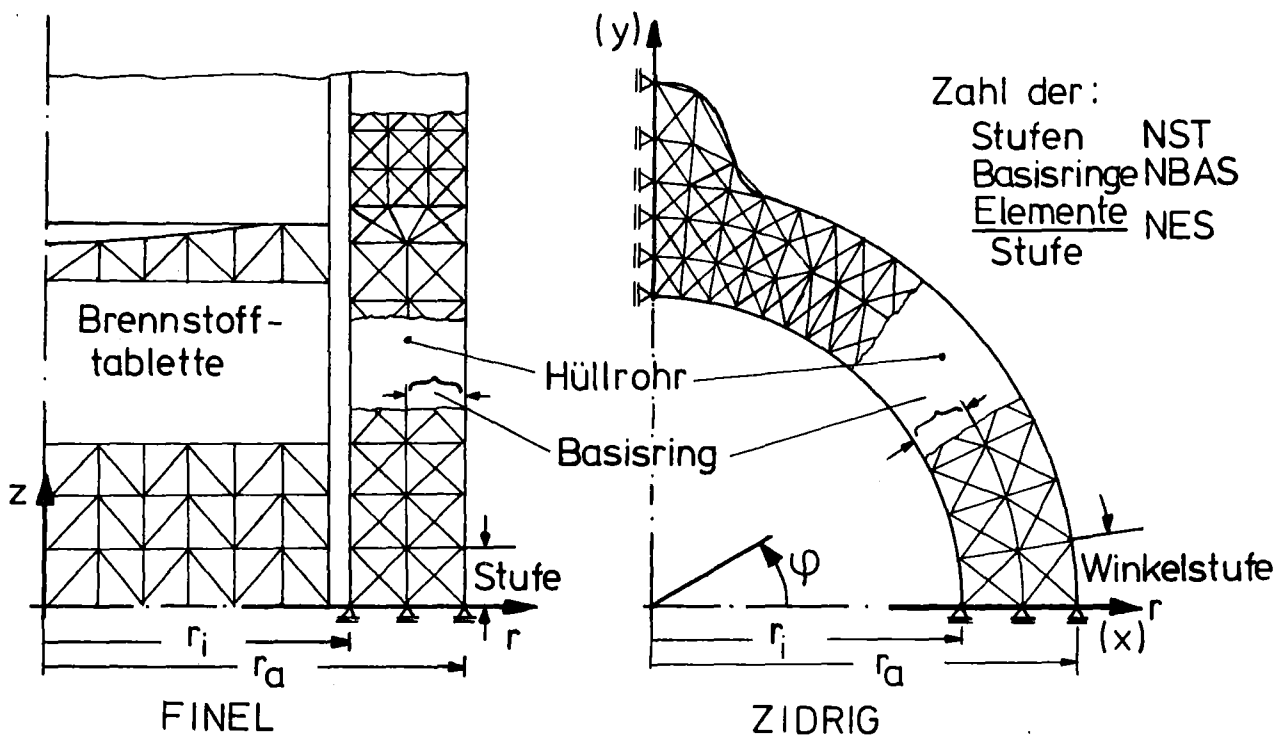


Abb.5.3: Skizze zur Strukturunterteilung der Brennstabmodelle in ZIDRIG und FINEL

5.4.2 Vorrechnung

5.4.2.1 Aufbau des Grundgleichungssystems

Unter der Annahme eines in radialer Richtung linearen Verlaufes der Temperatur im Hüllrohr werden mit den auf den Schwerpunkt bezogenen Elementtemperaturen auch die Materialkonstanten, wie z.B. Elastizitätsmodul, Querkontraktionszahl und später die Kriechparameter bestimmt. Die Werte stützen sich auf Angaben aus der eingelesenen Datenbank oder auf explizit vorgegebene Funktionen. Somit geht die Elastizitätsmatrix des Elementes (Gl.A.17) temperatur- und ortsabhängig in die Rechnung ein.

Die zur Bildung der Elementsteifigkeitsmatrix $[k]$ (Gl.A.26) notwendige Integration wird zur Beschleunigung der Rechnung ohne merkliche Genauigkeitseinbuße, wie eigene Untersuchungen gezeigt haben, schwerpunktbezogen durchgeführt, vgl. Kap.A.2.

Bei konstanter Materialdichte und axial konstanter Temperatur werden lediglich die Steifigkeitsmatrizen für die Elemente der ersten Stufe, vgl. Abb.5.3, berechnet und abgespeichert, da alle oberhalb liegenden Elemente die gleiche Steifigkeit wie die entsprechenden Elemente der ersten Stufe haben. Die Gesamtsteifigkeitsmatrix, Gl.A.31 kann damit durch einfache Addition dieser Elementmatrizen gebildet werden.

Die hier gewählte Nummerierung der Elemente und Freiheitsgrade läßt eine Gesamtsteifigkeitsmatrix mit einem sehr schmalen Band von Koeffizienten um die Hauptdiagonale entstehen. Durch Ausnutzung der Symmetrieeigenschaft und einer daran angepaßten Rechentechnik wird diese in einer Matrix mit nur schmaler Breite platzsparend gespeichert.

Die thermisch bedingten Vordehnungskräfte werden parallel zur Elementsteifigkeitsmatrix berechnet, um z.T. dieselben Zwischenergebnisse zu verwenden, vgl. Gl.A.26 und Gl.A.36. Die äußere Belastung wird in äquivalente Knotenkräfte (Gl.A.21) umgerechnet.

Bei instationärer Belastung wird mit quasi-stationären Lastzuständen gerechnet; in jedem Zeitschritt wird die Belastung als zeitlich konstant angesehen. Die Größe des Zeitschrittes hängt von der Geschwindigkeit der Laständerung ab. In den meisten Anwendungsfällen kann die durch das Kriechen vorgegebene Zeitstruktur genutzt werden.

5.4.2.2 Berücksichtigung der Randbedingungen und Lösen des Gleichungssystems

Das Lösen des linearen Gleichungssystems (Gl.A.31 bzw. A.39) zur Berechnung der Verschiebungen der Struktur nimmt eine Schlüsselstellung im Programm ein.

Das Gleichungssystem wird im Programm vollständig abgespeichert. Die Lösung wird direkt mittels eines Gauss'schen Algorithmus errechnet. Als Randbedingung werden die Knotenpunkte an den Symmetrieebenen und damit auch den Modellrändern so fixiert, daß lediglich eine Verschiebung in dieser Ebene selbst möglich ist, vgl. Abb.5.3. Beim Stablängsschnitt wird zusätzlich am oberen freien Rand eine Verwölbung des Querschnittes verhindert. Die Einarbeitung der Randbedingungen geschieht durch eine Modifikation des Gleichungssystems, wie sie von Zienkiewicz [Zie 71] beschrieben wird. Dieses Verfahren hat den Vorteil, daß die Ordnung des Systems beibehalten wird, so daß eine aufwendige Umspeicherung entfällt. Wird dieselbe Matrix in mehreren Lösungsabschnitten gebraucht, so wird ihre reduzierte Form abgespeichert. In den folgenden Lösungsschritten braucht dann jeweils nur der Lastvektor reduziert und das Gleichungssystem rücksubstituiert zu werden.

Die Lösung des Gleichungssystems liefert die Verschiebungen an jedem Knotenpunkt der Struktur.

Bei kleinem Lastzuwachs kann der Lösungsmechanismus u.U. empfindlich gegen Rundungsfehler sein. Die Genauigkeit kann in diesen Fällen durch eine "doppelt genaue Rechnung" gesteigert werden. Die Entscheidung hierüber muß vom Anwender anhand der aktuellen Belastungssituation getroffen werden. Diese Möglichkeit ist bei einem inkrementellem Lösungsverfahren von großer praktischer Bedeutung. Geringe Fehler in den einzelnen Lösungsinkrementen schlagen sich in der Gesamtlösung sehr stark nieder.

5.4.3 Rückrechnung

Für das einzelne Element werden zunächst aus den Verschiebungen der Knotenpunkte mit Gl.A.11 die Dehnungen und daraus über die Elastizitätsmatrix mit Gl.A.34 die Spannungen berechnet. Im Falle des inkrementellen Verfahrens zur Lösung der nichtlinearen Probleme

werden jeweils die Änderungen der Dehnungen (Gl.4.9) und der Spannungen (Gl.4.8a) ermittelt. Sowohl die Dehnungs- als auch die Elastizitätsmatrix wurden bereits in der Vorrechnung benötigt, dort extern gespeichert und werden hier wieder verwendet. Mit Beendigung der Rückrechnung liegen die Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen in diskreten Punkten der Struktur vor. Zur Verbesserung der technischen Beurteilung und der Darstellung der Strukturbeanspruchung wird aus den konstanten Elementspannungen eine auf den Knotenpunkt bezogene Spannungsmittlung durchgeführt. Insbesondere interessieren die Spannungen in den Konturknoten. Dabei trägt die äquidistante Strukturunterteilung zur Vereinfachung und Erhöhung der Genauigkeit dieser Rechnung bei. Zur Vereinfachung und Verbesserung der Auswertung werden die berechneten Größen in externe Dateien übertragen, um sie von dort in 'post-processing'-Programmen, siehe Kap.5.4.5, auszuwerten. Über den Abbruch der Rechnung wird an dieser Stelle des Programmes anhand von konstruktiv oder festigkeitsmäßig vorgegebenen Grenzwerten entschieden. Im Falle des Erreichens eines Grenzkriteriums wird das Ende des Programmes angesteuert.

5.4.4 Nichtlineare Rechnung

Jede nichtlineare Strukturanalyse basiert auf einer Reihe von linear-elastischen, hier thermoelastischen Lösungen. Die nichtlineare Rechnung wird bei dem hier angewendeten inkrementellen Lösungsverfahren durch eine stückweise lineare Berechnung ersetzt, wie in Kap.4.4.2 beschrieben.

5.4.4.1 Nichtlineares Materialkriechen

Zur Analyse des zeitabhängigen Kriechens wird in den Programmen zunächst die Größe des Zeitinkrementes, mit der in Kap.5.3.1 abgeleiteten Formel berechnet und so der jeweils aktuellen Beanspruchung angepaßt. Damit wird eine variable Länge des Zeitschrittes erreicht, wodurch eine Abstimmung hinsichtlich Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit der Lösung ermöglicht wird. Die allein durch das Kriechen bestimmte Länge des Zeitschrittes wird allerdings u.U. durch den zeitlichen Verlauf der äußeren Belastung begrenzt.

Im Zeitinkrement werden die durch das Kriechen bewirkten irreversiblen Dehnungen als Vordehnungen aufgefaßt, und mit Hilfe des aus der Vorrechnung bekannten Spannungsmatrix werden die Lastinkremente berechnet, vgl. Kap.5.3.2. Nach einem Rücksprung in die Vorrechnung werden die durch diese Lastinkremente bewirkten Verschiebungen durch ein erneutes Lösen des linearen Gleichungssystems (Gl.4.13) ermittelt. Hierbei wird zur Verringerung der Rechenzeit bereits die reduzierte Form der Steifigkeitsmatrix verwendet, siehe Kap.5.4.2.2. Die irreversiblen Verschiebungen werden gesondert abgespeichert, um bei der Berechnung eines neuen Lastschrittes die vorliegende Geometrie zu berücksichtigen.

In der anschließenden Rückrechnung werden die Inkremente der Dehnungen (Gl.4.7) und Spannungen (Gl.4.8) ermittelt. Durch Summation der einzelnen Inkremente wird der aktuelle Zustand der Struktur am Ende eines Zeitschrittes festgelegt (Gl.4.24 und 4.15).

Diese Schritte werden nun bis zum Erreichen eines Grenzkriteriums wiederholt.

5.4.4.2 Große Verformungen

Große Verformungen der Struktur werden bei dem ohnehin im Programm angewendeten inkrementellen Lösungsverfahren durch den Bezug der Rechnung auf die im Zeitinkrement vorliegende aktuelle Geometrie berücksichtigt (Gl.4.36). Dazu bedarf es im Ablauf des Programmes lediglich einer geeigneten Steuerung. Die Vorrechnung mit Gesamtsteifigkeitsmatrix und Lastvektor wird in jedem Zeitinkrement wiederholt.

Mit Rücksicht auf die Erhöhung des Rechenaufwandes wird diese Aktualisierung der Gleichgewichtsbeziehung verformungsabhängig gesteuert. Die Bezugsgeometrie wird dann nicht notgedrungen in jedem Zeitschritt erneuert, sondern nur, wenn es die Größe der Verformung erfordert. Diese Steuerung erweist sich bei der Berechnung des Langzeitverhaltens von Hüllrohren mit anfänglich nur geringer und später wachsender Verformungsgeschwindigkeit als sehr rechenzeitparend. In Kap.6.4.2 wird dies am konkreten Beispiel der Ovalisierung gezeigt.

5.4.5 Rechnungsende

Mit Erreichen des Rechnungsendes stehen die im Laufe des Rechenganges ermittelten Strukturdaten zur Auswertung zur Verfügung.

Die bei einer räumlich und zeitlich diskreten Berechnung anfallende Datenmenge wird zur Unterstützung der Auswertung der Ergebnisse zum Teil in 'post processing'-Programmen aufbereitet. Hierzu wurden die Programme ZIPLO und FINPLO [Fab 77] entwickelt. Mit ihnen können z.B. die Diskretisierung, die Verformung und die Isodynien der Spannungen in der Struktur gezeichnet werden.

5.5 Bemerkungen zur Programmanwendung

Obwohl die Programmsysteme auf brennstabspezifische Probleme abgestimmt sind, muß es dem Anwender überlassen bleiben, jeweils eine Feinabstimmung am konkreten Auslegungsfall vorzunehmen. Das gilt insbesondere für die Anpassung an die Besonderheiten der Stabgeometrie, die Strukturunterteilung und natürlich auch für die Steuerung des Zeitschrittes. Dazu bedarf es allerdings keines Eingriffes in den Programmablauf selbst, sondern lediglich einer Variation der Eingabedaten.

Die Programmstruktur ist auf die Behandlung des Materialkriechens abgestimmt. Sie ist aber dabei noch so variabel gehalten, daß auch andere nichtlineare Effekte bei Vorgabe der entsprechenden Inkremente der Vergleichsdehnungen $\{\Delta\varepsilon_v\}$ berechnet werden können. Diese können beispielsweise aus externen Programmen übernommen werden. Im Falle des Plastifizierens und der Ribbildung einer Brennstofftablette wurde dieser Weg mit Erfolg beschritten, wie in Kap.7.4 gezeigt.

6. Anwendung des Programmes ZIDRIG zur Auslegung eines Brennstabes

Im vorliegenden Abschnitt wird das Programm ZIDRIG zur Diskussion einiger konkreter Fragen zur Auslegung eines Brennstabes angewendet. Gleichzeitig wird dabei auf die Genauigkeit und einige rechen-technische Aspekte des Programmes eingegangen.

6.1 Brennstabmodell und Anwendungsbeispiele

Dem Programm ZIDRIG liegt das in Kap.3.2 beschriebene geometrische Modell des 'Stabquerschnittes' zugrunde. Wie in Abb.6.1 skizziert, ermöglicht das Programm eine in r, φ - Ebene räumlich zweidimensionale Behandlung sowohl der Geometrie als auch der äußeren und auch der thermischen Belastung des Stabes; außerdem wird die Zeitabhängigkeit (t) berücksichtigt.

Das Modell geht im Normalfall davon aus, daß zwei zueinander senkrechte Symmetrieebenen vorliegen. Für allgemeinere Belastungsfälle und Geometrien kann auch einfache Spiegelgeometrie zugrunde gelegt werden.

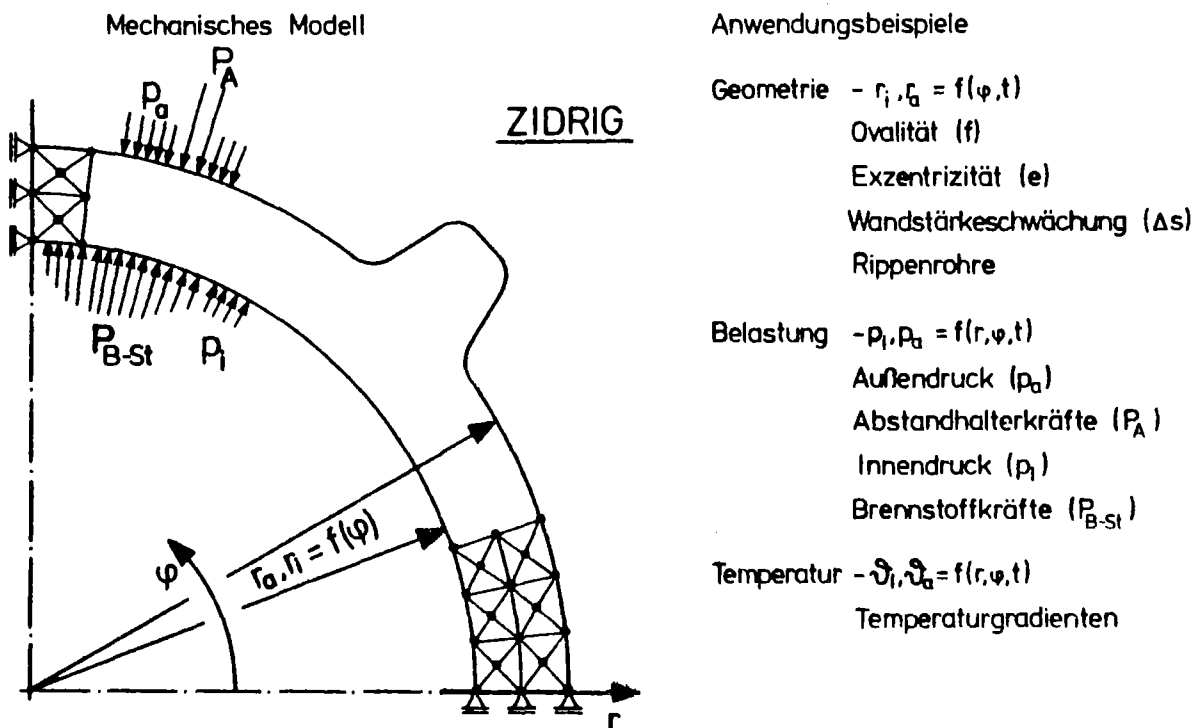


Abb.6.1: Geometrisches Modell und Anwendungsbeispiele des Programmes ZIDRIG zur mechanischen Auslegung des Brennstabes.

Variation von Geometrie, Belastung und Temperatur in radialer und azimuthaler Richtung, sowie der Zeit t .

6.2 Rechengenauigkeit des Programmes ZIDRIG

Die Genauigkeit einer FEM-Rechnung wird durch den Grad der Diskretisierung beeinflusst. Zur Beurteilung dieses Einflusses in ZIDRIG wird hier zunächst die exakte analytische Lösung für ein rotationssymmetrisches Rohr nach Leipholz [Lei 68] als Vergleichswert herangezogen. In einzelnen Anwendungsfällen, z.B. in Kap.6.4.3, werden später mehrdimensionale Vergleichsrechnungen gegenübergestellt.

In Abb.6.2 ist der relative Fehler der Radialverschiebung nach ZIDRIG $\Delta u_{r,i}$ in Abhängigkeit von der Anzahl der Winkelstufen NST dargestellt. Diese Größe repräsentiert die Feinheit der Strukturunterteilung. Durch die vorgewählte Form der Unterteilung, siehe Abb.5.3 in Kap.5.4.1 - gekreuzte Elementanordnung, Abmessungsverhältnis $AMQ \sim 1$ - ist die Zahl der Winkelstufen mit der Zahl der Basisringe (NBAS) gekoppelt. Die Radialverschiebung konvergiert mit feiner werdender Strukturunterteilung aus dem 'steifen Bereich' zum exakten Wert, wie bei der Beschreibung der FEM im Anhang A angedeutet. Die Genauigkeit der Rechnung mit ZIDRIG kann also beliebig erhöht werden. Für zwei Basisringe (NBAS = 2) und 22 Winkelstufen (NST = 22), das entspricht einem Abmessungsverhältnis von $AMQ = 0,8$, liegt der Fehler bei $\Delta u_{r,i} \sim 0,2\%$. Für die meisten praktischen Anwendungsfälle ist diese numerische Genauigkeit ausreichend. Die dazugehörige Diskretisierung wird als Referenzfall im Programm voreingestellt.

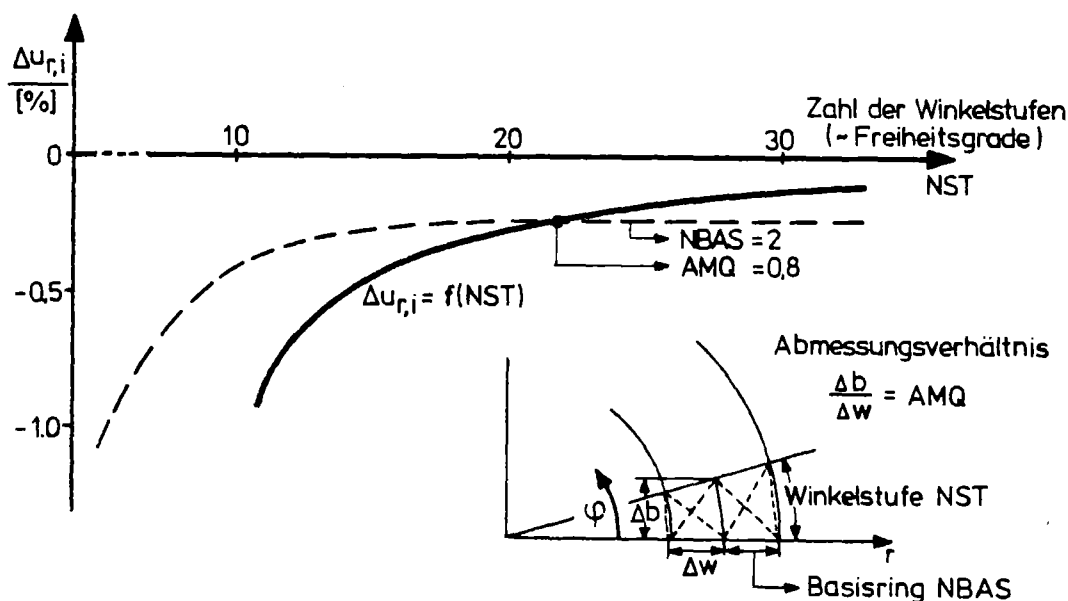


Abb.6.2: Rechengenauigkeit im Programm ZIDRIG; Relativer Fehler der Radialverschiebung $\Delta u_{r,i}$ in Abhängigkeit von der Zahl der Winkelstufen NST (Daten nach Anhang C.1.1 mit $\vartheta = 0 [^{\circ}C]$).

Mit einem Radienverhältnis von $r_i/r_a = 0,87$, vgl. Tab.2.1, ist das Hüllrohr nach der mechanischen Terminologie beinahe als 'dünnwandig' zu bezeichnen. Für ein rotationssymmetrisches Hüllrohr ist deshalb der radiale Spannungsgradient weitgehend linear. Er kann bei der äquidistanten Strukturunterteilung durch eine einfache Mittelung der Elementspannungen auf die Knotenpunkte mit sehr guter Genauigkeit errechnet werden. Unter Ausnutzung der Linearitätsbeziehung läßt sich aus den diskontinuierlichen Spannungswerten der Elemente bzw. der Knotenpunkte eine lineare Verteilung errechnen. Abb.6.3 zeigt den radialen Verlauf der thermoelastischen Tangentialspannung σ_φ für ein Hüllrohr des SNR. Infolge des ungewöhnlich hohen radialen Temperaturgradienten $\Delta\vartheta_r \sim 50 [^\circ\text{C}] / 0,38 [\text{mm}] \sim 1300 [^\circ\text{C}/\text{cm}]$ überwiegt die thermisch bedingte Spannung $\sigma_\varphi(\vartheta)$. Die mit ZIDRIG errechneten Spannungen stimmen mit der exakten nach Timoschenko [TimG 70] im Rahmen der graphischen Darstellung überein.

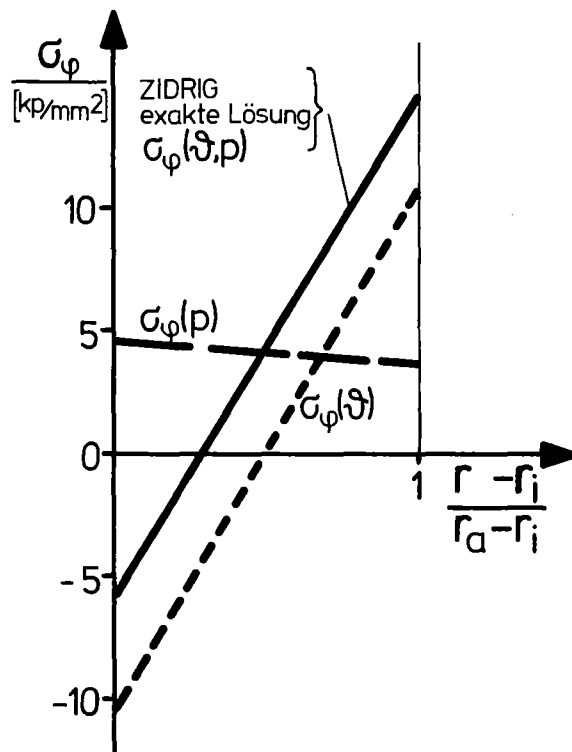


Abb.6.3: Radialer Verlauf der Tangentialspannung in der Hüllrohrwand, exakte Lösung nach Timoschenko [TimG 70] (Daten s. Anhang C.1).

6.3 Thermoelastische Spannungsverteilung im Hüllrohr bei nicht rotationssymmetrischer Geometrie und Belastung

In diesem Abschnitt wird der Einfluß der durch die technische Fertigung notwendigen Toleranzen der Geometrie, vgl. Kap.2.2.4, und der azimuthalen Schwankung der Temperatur eines Brennstabes, vgl. Kap.2.2.1, auf die Spannung diskutiert. Die der Rechnung zugrunde liegenden Daten orientieren sich an den Gegebenheiten des SNR-Brennstabes, siehe Anhang C.1.

6.3.1. Einfluß der Toleranzen der Stabgeometrie

Nach dem Sicherheitsbericht des SNR werden am Brennstab folgende Abweichungen von der Rotationssymmetrie toleriert:

Exzentrizität (Schwankung der Wanddicke): $e_{i0} = 0,02$ [mm]
 Ovalität $((D_{\max} - D_{\min})/4) : f_{a0} = 0,015, f_{i0} = 0,01$ [mm]

Die mechanische Beanspruchung eines Hüllrohres wird durch diese technisch notwendigen Toleranzen erheblich beeinflusst. Nach Abb.6.4 unterscheiden sich die Tangentialspannungen σ_{φ} für ein exzentrisches oder ovales Hüllrohr sehr deutlich von denen des rotationssymmetrischen Rohres. Infolge der Ovalität schwanken die Spannungen in Abhängigkeit vom Umfangswinkel um etwa $\Delta\sigma_{\varphi, Ov} \sim \pm 20\%$. Die Exzentrizität hat mit nur $\Delta\sigma_{\varphi, Ex} \sim \pm 3\%$ einen bemerkenswerterweise wesentlich geringeren Einfluß. Die tolerierte Ovalität trägt damit einen bedeutend größeren Anteil zur Unsicherheit der Auslegung bei als die Exzentrizität.

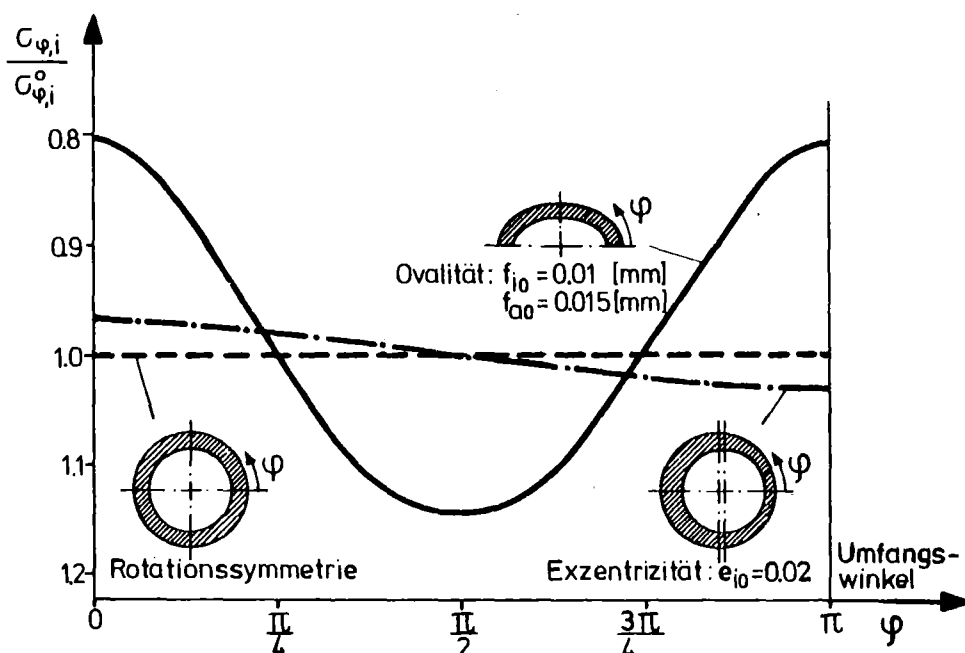
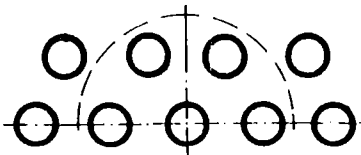


Abb.6.4: Azimutaler Verlauf der Tangentialspannung am Hüllrohrinnenrand $\sigma_{\varphi,i} / \sigma_{\varphi,i}^0$ für einen SNR-Brennstab mit tolerierter Ovalität und Exzentrizität (Daten siehe Anhang C.1).

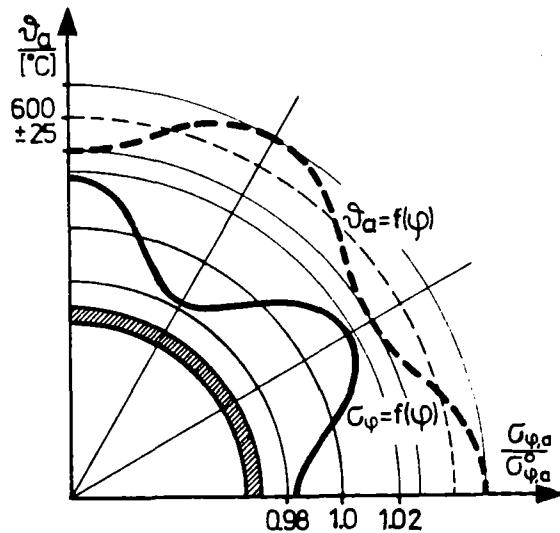
6.3.2 Einfluß der Brennstabanordnung

Die konstruktive Anordnung der Brennstäbe im hexagonalen Gitter des Brennelementes, siehe Abb.6.5, führt zu Schwankungen im azimutalen Temperaturverlauf. Hier wurde nach Hofmann [Hof 71] $\Delta \vartheta_{\varphi,a} = \pm 25 [^{\circ}\text{C}]$, $\Delta \vartheta_{\varphi,i} = \pm 20 [^{\circ}\text{C}]$ angenommen; diese Schwankungen überlagern sich dem ohnehin vorhandenen radialen Temperaturgradienten $\Delta \vartheta_r = 50 [^{\circ}\text{C}]$. Wie in Abb.6.5 dargestellt, bewirkt dieser azimutale Temperaturgradient eine Schwankung der Tangentialspannung um $\Delta \sigma_{\varphi,a} \sim \pm 2\%$.



Hexagonales Brennstabgitter

Abb.6.5: Temperaturverlauf ϑ_a und Tangentialspannung am Außenrand eines Hüllrohres $\sigma_{\varphi,a}/\sigma_{\varphi,a}^0$ bei hexagonaler Brennstabanordnung



In der Realität überlagern sich die Einflüsse aus der Toleranz der Stabgeometrie und der hexagonalen Brennstabanordnung, so daß die Schwankungen im azimutalen Verlauf der thermoelastischen Spannungen durchaus größer als $\Delta \sigma_{\varphi} > 20\%$ sein können.

In Abb.6.6 ist der radiale Spannungsverlauf im Hüllrohr an drei exponierten Winkelschnitten dargestellt. Wie dort anhand der relativen Tangentialspannung $\sigma_{\varphi}/\sigma_{\varphi}^0$ zu sehen ist, differiert der radiale Spannungsgradient in Größe und Richtung ganz erheblich.

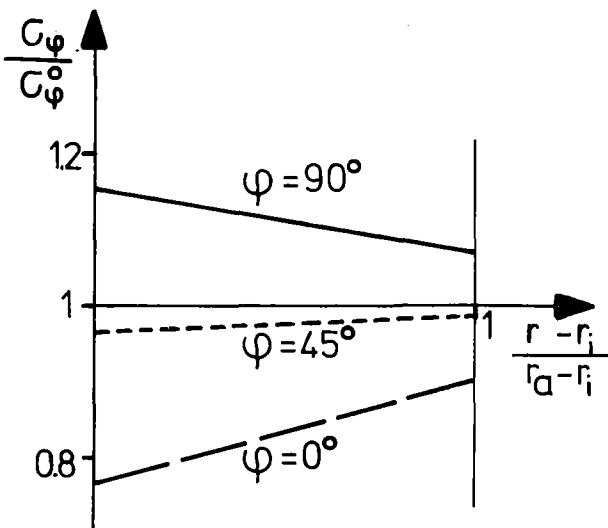


Abb.6.6: Radialer Verlauf der thermoelastischen Spannung $\sigma_{\varphi}/\sigma_{\varphi}^0$ im Hüllrohr an verschiedenen Winkelschnitten unter Berücksichtigung der Ovalität und der hexagonalen Brennstabanordnung.

Durch das Kriechen können die Spannungen im Hüllrohr aber nicht gänzlich abgebaut, sondern lediglich umgelagert werden. Das Kräftegleichgewicht der Struktur muß auch unter Berücksichtigung der Kriechverformung erfüllt sein.

Für die Tangentialspannung gilt z.B.:

$$\int_{r_i(t)}^{r_a(t)} \sigma_{\varphi}(r,t) \cdot dr = p_i \cdot r_i(t) - p_a \cdot r_a(t) \quad 6.1$$

mit den Radien: $r_{i,a}(t) = r_{i,a}^0 + u_{r_{i,a}}^{cr}(t)$ 6.1a

Da die durch das Kriechen bewirkten Verformungen u_r^{cr} in einem rotationssymmetrischen Hüllrohr nur sehr klein sind, wirkt sich die Änderung der Spannungen im wesentlichen in einem Abbau der Spannungsspitzen aus, wie in Abb.6.7 zu sehen.

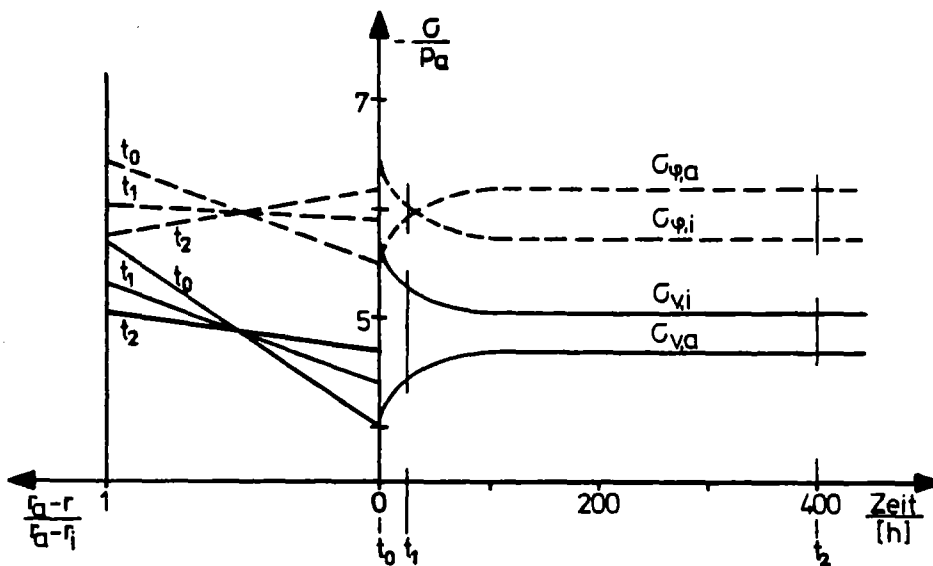


Abb.6.7: Zeitabhängiger Verlauf und radiale Verteilung der Tangentialspannung σ_{φ} und Vergleichsspannung σ_v in einem rotationssymmetrischen Hüllrohr unter Außendruck (Daten nach Anhang C.2),

Bei großen Verformungen ergibt sich nach Gl.6.1 eine Änderung der äußeren Kräfte und damit auch eine Änderung des integralen Wertes der Tangentialspannung ($\int \sigma_{\varphi} dr$). Zusätzlich wird dabei die Steifigkeit der Struktur und damit auch die Spannungen im Hüllrohr verändert, wie in Kap.4.4.3 diskutiert. Bei Berücksichtigung der Ovalität z.B. tritt dieser Effekt deutlich in Erscheinung, wie in den folgenden Abschnitten gezeigt wird.

Insgesamt weichen die realen thermoelastischen Spannungen im Hüllrohr erheblich von der idealen rotationssymmetrischen Verteilung ab. Da diese Spannungen Ausgangswert jeder weiteren zeitlichen Analyse des Stabverhaltens sind und dabei u.a. spannungsabhängige Effekte, wie z.B. das Kriechen, eine wichtige Rolle spielen, ist die Berücksichtigung dieser Einflüsse von großer Bedeutung. Ein eindimensionales Brennstabmodell vernachlässigt diese Spannungsanteile völlig.

6.4 Langzeitverhalten

Zur technischen Beurteilung des Langzeitverhaltens eines Brennstabes muß die Beanspruchung über die gesamte Einsatzzeit verfolgt werden. Währenddessen führt das Materialkriechen zu Dehnungen in der Struktur, die u.U. eine Begrenzung der Einsatzzeit des Brennstabes notwendig machen. Verschlechternd wirken sich hierbei Fehler in der Geometrie des Hüllrohres, wie zuvor besprochen, oder lokale Effekte aus. Eine weitgehend realistische Analyse der Standzeit ist deshalb erst mit einer mehrdimensionalen Strukturberechnung möglich.

Vorab sollen einige Anmerkungen zu rechentechnischen Aspekten des inkrementellen Vorgehens bei nichtlinearem Materialverhalten und großen Verformungen gemacht werden.

6.4.1 Einfluß der zeitlichen Diskretisierung

Durch das Kriechen des Materials wird die Verteilung der Spannungen innerhalb einer Struktur verändert. In Abb.6.7 ist die Tangential- σ_{φ} und Vergleichsspannung σ_v im Hüllrohr als Funktion der Zeit und ihre radiale Verteilung dargestellt. Die Rechnung wurde für ein rotationssymmetrisches Hüllrohr unter räumlich und zeitlich konstantem Außendruck mit Daten nach Anhang C.2 durchgeführt.

Zur Zeit t_0 fallen die zeitlichen und radialen Verläufe der Spannungen ($\sigma_{\varphi,0}$, $\sigma_{v,0}$) an der Außenseite des Hüllrohres $(r_a - r)/(r_a - r_i) \neq 0$ auf der Ordinate in einem Punkt zusammen. Entsprechend den hohen thermoelastischen Spannungen erfolgt die Umlagerung zunächst mit großer Kriechgeschwindigkeit. Diese verringert sich, je mehr sich die Spannungen einer nahezu stationären Verteilung nähern.

Wie in Kap.4.4.3 beschrieben, wird das Kriechen über ein inkrementelles Vordehnungsverfahren behandelt. Das führt zu einer stufenweisen Linearisierung des zeitlichen Verlaufes der Spannungen. In Kap.5.3.1 wird die Frage der Zeitintervalle diskutiert und daraus wurden mit Gl.5.3 Zeitinkremente variabler Länge abgeleitet:

$$t = C_t / E \cdot k \cdot \sigma^{n-1} \quad 5.3$$

Im Folgenden ist nun der Einfluß der zeitlichen Diskretisierung auf die Qualität der Lösung anhand eines konkreten Beispiels aufgezeigt. In Abb.6.8 wird für das oben beschriebene Hüllrohr (vgl. Abb.6.7) mit einer zusätzlichen Anfangsovalität von $f_{i,a}^0 = 0,02$ [mm] der zeitliche Verlauf der Tangentialspannung bei verschiedenen Zeitschrittfaktoren dargestellt. Dieser wurde insgesamt zwischen $0,1 \leq C_t \leq 4,0$ variiert. Das Konvergenzverhalten der Lösung läßt sich durch drei Bereiche charakterisieren, für die jeweils ein typischer Verlauf eingezeichnet wurde.

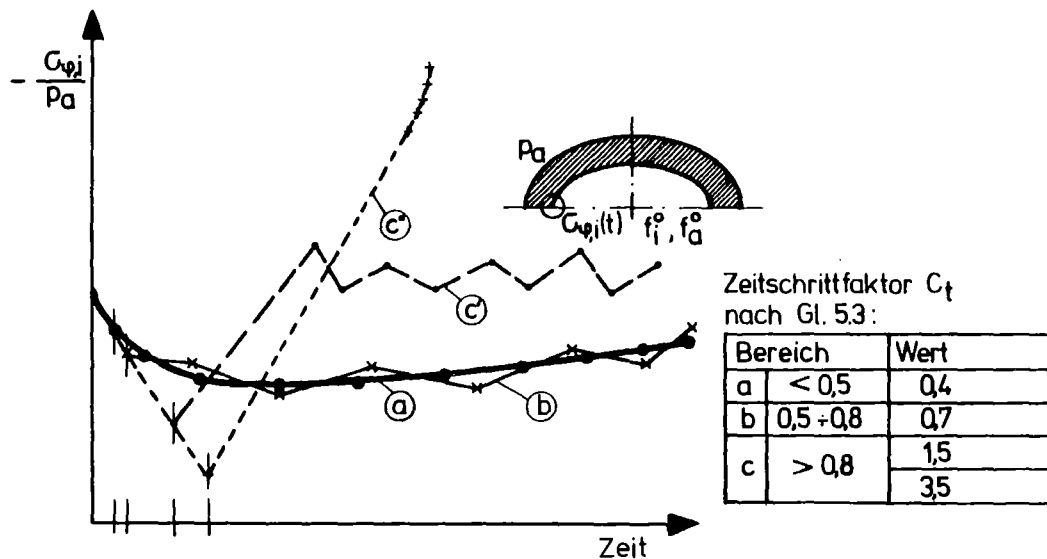


Abb.6.8: Zeitlicher Verlauf der Tangentialspannung in einem ovalen Hüllrohr bei verschiedenen großen Zeitschritten (Daten nach Anhang D.2 mit $f_i^0 = f_a^0 = 0,02$ [mm]).

Ausgehend von der thermoelastischen Spannung zur Zeit t_0 beginnt jeweils der erste Zeitschritt mit der gleichen Kriechgeschwindigkeit.

Bis $C_t = 0,5$ - Bereich a - ,d.h. nach Gl.5.1 bis zu einer maximalen Kriechdehnung $\Delta \epsilon_v^{cr}$ je Zeitschritt Δt von 50% der elastischen Dehnung ϵ_v (vgl. Kap.5.3.1), ist der zeitliche Verlauf der Tangentialspannung identisch. Nach der anfänglichen Spannungsumlagerung sind die Zeitschritte zunächst nahezu konstant, da sich die Vergleichs-

spannung in der Struktur praktisch nicht ändert. Erst die spätere Zunahme der Ovalität führt über den Anstieg der Spannung in den beiden stark gekrümmten Scheiteln wieder zur Verkleinerung der Zeitschritte. Insgesamt zeichnet sich die Rechnung bis zu einem Zeitschrittfaktor $C_t \leq 0,5$ durch ein ausgesprochen stabiles und konvergentes Verhalten der Lösung aus.

Bei $0,5 < C_t < 0,8$ - Bereich b - schwanken die Spannungen alternierend um den stabilen Wert. Ihre Umlagerungen werden in den einzelnen Zeitschritten überschätzt. Das führt örtlich in Verbindung mit der Zunahme der Ovalität zu höheren Spannungen, die letztlich durch das Kriechen wieder abgebaut werden. Für einen einzigen Strukturpunkt wird daraus dann ein alternierender Spannungsverlauf.

Bei $C_t > 0,8$ - Bereich c - wird wegen der Linearisierung der Spannungsabbau im ersten Schritt unzulässig überschätzt. Die Rechnung führt dadurch auf physikalisch falsche Lösungen, oder sie wird numerisch instabil, wie in der Abb. für $C_t = 1,5$ und $C_t = 3,5$ gezeigt. Bei $C_t > 1$ werden die Voraussetzungen der inkrementellen Behandlung des Kriechens verletzt, vgl. Kap.5.3.1.

Die Wirtschaftlichkeit der Lösung kann durch einen Vergleich der Rechenzeit und der Rechengenauigkeit, hier durch die Standzeit t_s (Standzeitkriterium $\varepsilon_{\varphi}^{cr} \leq 0,5\%$) ausgedrückt, diskutiert werden. In Abb.6.9 wurden diese beiden Größen in Abhängigkeit vom Zeitschrittfaktor C_t dargestellt. Mit der Abnahme von C_t nähert sich die berechnete Standzeit asymptotisch dem maximal erreichbaren Wert. Für $C_t < 0,5$ ist praktisch keine Verbesserung mehr zu erzielen. Für $C_t > 0,8$ wird die Standzeit dagegen physikalisch falsch. Die sehr großen Zeitschritte überschätzen die irreversiblen Deformationen und führen zu einer Verkürzung der Standzeit.

Während sich die Rechenzeit für $C_t > 0,8$ nur wenig ändert, steigt sie für $C_t < 0,5$ sehr stark an. Die jeweilige Anzahl der zur Berechnung der Standzeit notwendigen Zeitschritte, siehe Abszisse in Abb.6.9, erklärt diese Tendenz.

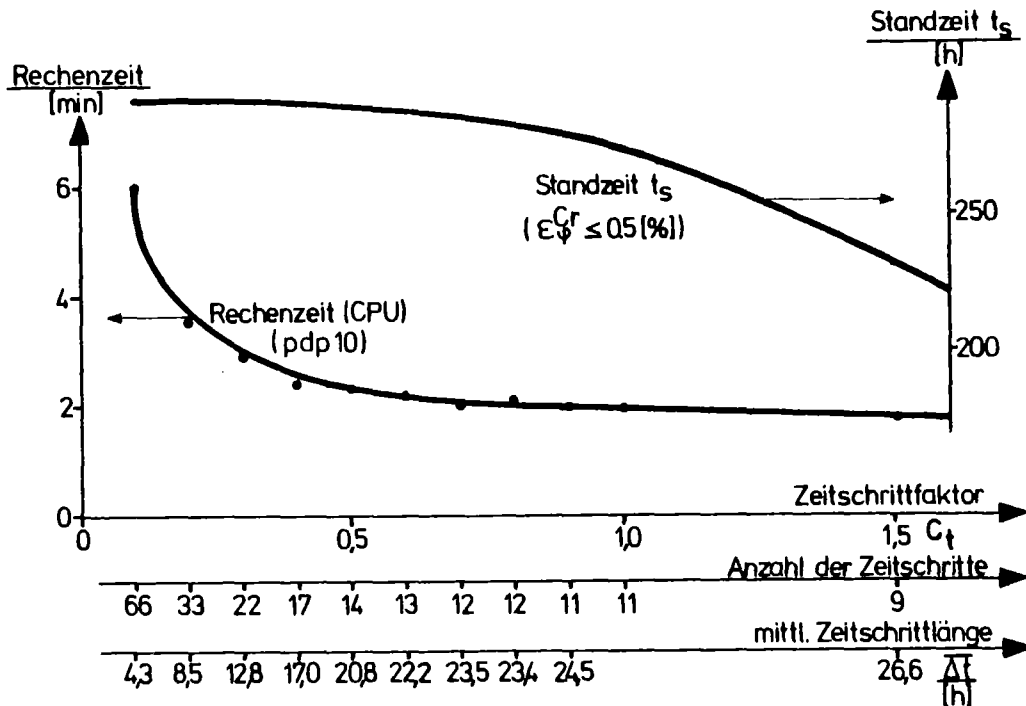


Abb.6.9: Benötigte Rechenzeit (CPU) und errechnete Standzeit t_s für ein ovales Hüllrohr in Abhängigkeit vom Zeitschrittfaktor C_t , vgl. Abb.6.8. Benötigte Anzahl der Zeitschritte und mittlere Zeitschrittlänge als Parallelabszissen.

Eine wirtschaftliche Lösung ergibt sich aus einem Kompromiß zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand. Das hier gewählte Auslegungsbeispiel ist von der Beanspruchung der Struktur her gesehen in weiten Grenzen charakteristisch für einen Brennstab. Für die Berechnung der Verformung eines Hüllrohres kann bei stationärer Belastung ein Zeitschrittfaktor zwischen $0,3 \leq C_t \leq 0,5$ gewählt werden. Er erwies sich als material- und belastungsabhängig. Die große Anzahl der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Standzeitberechnungen bestätigt die Wahl dieses Zeitschrittfaktors. Er führt in den üblichen Auslegungsfällen bei vertretbarem Rechenaufwand zu einer konvergenten Lösung.

6.4.2 Einfluß der Ovalität auf das mechanische Verhalten des Hüllrohres - Behandlung großer Verformungen

Die geometrische Toleranz des Brennstabes, insbesondere die Ovalität, führt im Zusammenhang mit dem Materialkriechen bei langen Einsatzzeiten zu großen Deformationen und schließlich zum Defekt des Stabes. In der Praxis ist dieses Phänomen als 'Kriechbeulen' der Brennstabhüllrohre bekannt. Bisher wurde dieser Effekt mit Hilfe einer speziellen, problemorientierten Rechenmethode, siehe Kap. 6.4.3, diskutiert. Das Brennstabprogramm ZIDRIG schließt diesen Problemkreis mit ein und unterliegt keiner geometrischen Beschränkung. Als Methode zur Prognose des Verhaltens von Hüllrohren bis zu großen Verformungen bietet es sich für die Auslegung und Auswertung von Experimenten ebenso an, wie für die technische Auslegung ($\epsilon_{\phi} \gg 0,5\%$) und die Störfallanalyse.

Das mechanische Verhalten eines ovalen Hüllrohres bei langen Einsatzzeiten und großen Verformungen soll im Folgenden mit dem Programm ZIDRIG analysiert werden. Der Rechnung liegt der Datenfall des vorangegangenen Abschnittes zugrunde, siehe Anhang C.2, als Anfangsovalität wurde $f_{i,a}^0 = 0,05[\text{mm}]$ vorausgesetzt.

Die relative Zunahme der Ovalität f_a/f_a^0 und die irreversible Kriechdehnung des Hüllrohres ist in Abb.6.10 als Funktion der Zeit dargestellt. Beginnend mit einem durch elastische Verformungen bedingten Anfangswert wächst die Ovalität bis zu einer bleibenden Dehnung von $\epsilon_{\phi}^{cr} = 2\%$ zunächst mit nur langsam zunehmender Steigung. Sie nimmt im weiteren Verlauf immer schneller zu und erreicht bei $\epsilon_{\phi}^{cr} \sim 7,5\%$ Dehnung bereits das 6-fache des Ausgangswertes f_a^0 . Darüber wächst die Ovalität fast schlagartig an, was sich in einem Steilanstieg der Kurve ausdrückt. Dieser für das Kriechbeulen charakteristische Endverlauf führt zum vollständigen Kollabieren des Rohres und markiert die kritische Standzeit. Hier wurde die Rechnung bei $\epsilon_{\phi}^{cr} = 11\%$ aus Gründen der Rechenzeit abgebrochen. Da die Deformationsgeschwindigkeit schon praktisch unendlich ist, wird davon ausgegangen, daß die kritische Standzeit mit $t_{krit} \sim 1965[\text{h}]$ erreicht ist.

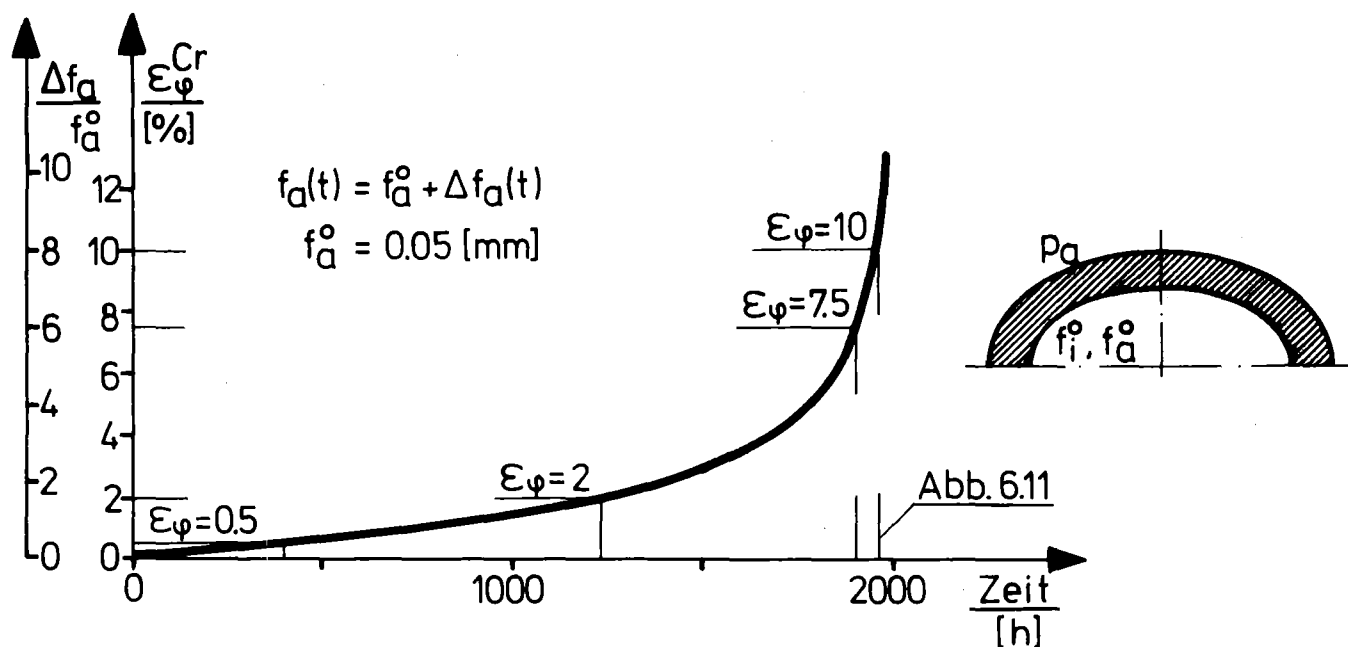


Abb.6.10: Relative Zunahme der Ovalität f_a/f_a^0 und der irreversiblen Kriechdehnung ϵ_ϕ^{Cr} als Funktion der Zeit für ein ovales Hüllrohr unter Außendruck (Daten nach Anhang C.2 mit $f_i^0 = f_a^0 = 0,05$ [mm])

Die im Normalbetrieb eines Reaktors auftretenden Verformungen am Hüllrohr ($\epsilon_\phi^{Cr} < 0,5\%$) können weitgehend nach der linearen Theorie der kleinen Verformungen berechnet werden, d.h., durch Bezug des Lastvektors und der Steifigkeitsmatrix auf die anfängliche Geometrie. Bei größeren Deformationen ($\epsilon_\phi^{Cr} \gg 0,5\%$) muß die Bezugsgeometrie aktualisiert werden. Dazu wird die Gleichgewichtsbeziehung an der vorliegenden verformten Geometrie aufgestellt, es ändert sich die Steifigkeitsmatrix und der Lastvektor. Erst dadurch kommt letztlich auch der progressive Charakter der Verformung zustande. Der formale Unterschied der beiden Methoden ist am einfachsten durch die beiden folgenden Gleichungen zu beschreiben:

$$Ov(t) \sim u(t) = [K^0]^{-1} \cdot \{F^0\} \cdot \Delta t \div \text{linear, kleine Verformungen}$$

6.2

$$Ov(t) \sim u(t) = [K(u)]^{-1} \cdot \{F(u)\} \cdot \Delta t \div \text{nichtlinear, große Verformungen}$$

Da der jeweilige Neuaufbau der Steifigkeitsmatrix und des Lastvektors sehr viel Rechenzeit beansprucht, wird die Aktualisierung der Strukturgeometrie verformungsabhängig vorgenommen, vgl. Programmbeschreibung in Kap.5.2 und 5.4.4.2. Die Standzeitkurve wird damit stückweise linearisiert, die Länge der Intervalle hängt von der Verformungsgeschwindigkeit ab.

Die Verformung des Hüllrohres, die sich bei einer bleibenden Dehnung von $\epsilon_{\varphi}^{cr} = 10\%$ (vgl. Abb.6.10) ergibt, ist in Abb.6.11 zusammen mit der Strukturunterteilung und den Isodynern der Tangentialspannung dargestellt. Selbst die stark deformierte Struktur kann mit der im Programm gewählten Unterteilung sehr gut beschrieben werden. Eine ansatzbedingte Beschränkung auf nur geringe Ovalitätsgrade wie in speziellen analytischen Verfahren, z.B. bei Malmberg [Mal 71], liegt bei der hier gewählten Berechnungsmethode nicht vor. Entsprechend der Verformung an den beiden Hauptachsen des Rohres sind dort die Spannungsgradienten besonders ausgeprägt, wechseln vom Zug- in den Druckbereich und sind gegenläufig. Die detaillierte Beschreibung der Struktur ermöglicht eine genaue Analyse der Spannungsverteilung im Hüllrohr. Diese ist im übrigen im Zusammenhang mit der experimentellen Bestimmung von Kriechparametern von großem Interesse, da letztere vom Vorzeichen der Spannung abhängen, wie Krugmann [Kru 76] gezeigt hat.

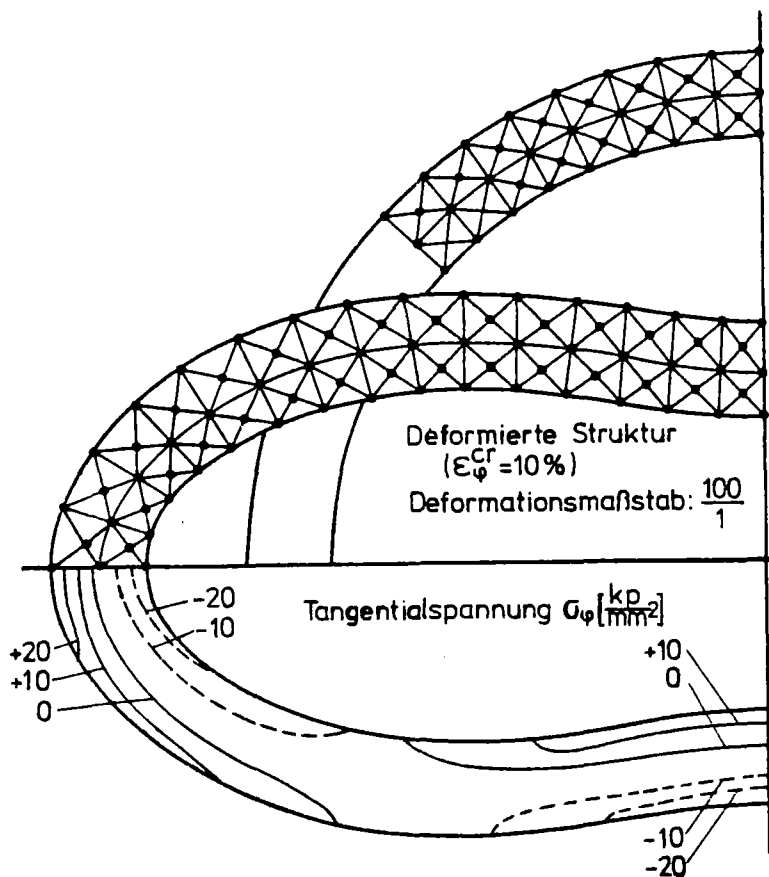


Abb.6.11: Verformung, Strukturunterteilung und Tangentialspannung eines ovalen Hüllrohres unter Außendruck bei $\epsilon_{\varphi}^{cr} = 10\%$ bleibender Dehnung, vgl. Abb.6.10.

Abschließend sind in Tab.6.1 einige rechentechnische Daten der hier durchgeführten Zeitstandanalyse, vgl. Abb.6.10, zusammengestellt. Diese Analyse wurde mit der IBM-Anlage 370/168 durchgeführt; im Programm wurde durchweg die doppelte Genauigkeit genutzt. ZIDRIG benötigte zur Berechnung der Verformung bis zur kritischen Standzeit $t_{krit} \sim 1965 [h]$, entsprechend einer irreversiblen Dehnung $\epsilon_{\varphi}^{cr} \sim 11[\%]$, eine Rechenzeit von etwa 6 Minuten. Dabei wurden insgesamt $JZS = 458$ Zeitschritte gerechnet, sowie $JSK = 200$ Steifigkeitsmatrizen und Lastvektoren neu erstellt, um die jeweils aktuelle Geometrie zu berücksichtigen. Auf $61[\%]$ der Standzeit, entsprechend dem Proportionalbereich bis zu $\epsilon_{\varphi}^{cr} \sim 2[\%]$ Dehnung, entfallen dabei nur $20[\%]$ dieser Beträge. Für die folgenden $35[\%]$ der Standzeit werden durch den progressiven Anstieg der Ovalität bereits $54[\%]$ der Rechenzeit benötigt. Schließlich fordern die letzten $4[\%]$ der Standzeit im Steilanstieg der Zeitstandskurve nochmals $26[\%]$ der Rechenzeit. Die mittlere Länge der Zeitschritte reduziert sich für die drei genannten Bereiche von

$t_I = 10 [h]$ über $t_{II} = 3 [h]$ auf $t_{III} = 0,6 [h]$. Entsprechend verkleinert sich die Anzahl der Zeitschritte pro Steifigkeitsmatrix von $JZS/JSK = 3$ im 1. Bereich auf $JZS/JSK = 1$ im letzten Teil der Rechnung.

Die durch das Kriechen bewirkte irreversible Dehnung ϵ_{φ}^{cr} verdeutlicht nochmals den stark progressiven Charakter der Zeitstandkurve: während über $61[\%]$ der Standzeit lediglich $\epsilon_{\varphi}^{cr} = 2[\%]$ erzielt werden, sind es in den letzten $4[\%]$ jedoch $\epsilon_{\varphi}^{cr} = 3,5[\%]$.

Bereich der Zeitstandkurve	irrevers. Dehnung		Rechenzeit		Zeitschritt- länge $\bar{\Delta t} [h]$	JZS/JSK
	Zeit [h]	$\epsilon_{\varphi}^{cr} [\%]$	[sec]	$[\%]$		
I	0-1200	61	73	20	10	117/ 40~3
II	1200-1900	35	196	54	3	240/107~2,2
III	1900-1965	4	98	26	0,6	101/ 53~1,9
	0-1965	100	368	100	4,25	458/200

Tab.6.1: Rechentechnische Daten zur Zeitstandanalyse eines ovalen Hüllrohres, vgl. Abb.6.10.

JZS: Zahl der Zeitschritte

JSK: Zahl der neu aufgebauten Steifigkeitsmatrizen

Als Ergebnis bleibt festzuhalten, daß das in ZIDRIG angewandte Konzept des variablen Zeitschrittes und der verformungsabhängigen Anpassung der Geometrie zur Berechnung nichtlinearen Strukturverhaltens sehr gut auf die aktuelle Belastungssituation eingeht. Die Länge des Zeitschrittes orientiert sich an den aktuell vorliegenden Spannungen. Sie kann zu Beginn der Rechnung noch nicht festgelegt und aus Gründen der Rechenzeit auch nicht konstant gewählt werden. Die Bezugsgeometrie für die Gleichgewichtsbetrachtung bei großen Verformungen wird in Abhängigkeit vom Grad der Deformation stufenweise erneuert. Durch dieses Konzept wird der hohe Bedarf an Rechenzeit, den FEM-Programme grundsätzlich bei der Lösung mehrdimensionaler nichtlinearer Probleme haben, in Grenzen gehalten, und gleichzeitig wird dadurch die Stabilität der Rechnung erhöht. Die Methode an sich ermöglicht bereits mit einer relativ groben Diskretisierung eine detaillierte Beschreibung der Verformung, selbst eines kollabierten Hüllrohres und der Verteilung der Spannung in der Struktur.

Die hier mit ZIDRIG durchgeführten Studien zur Genauigkeit und zu rechentechnischen Aspekten sind auch auf FINEL übertragbar, da beiden praktisch die gleiche Programmstruktur zugrunde liegt.

6.4.3 Vergleich der Standzeit eines ovalen Hüllrohres nach ZIDRIG mit speziellen Theorien

Für die praktische Auslegung eines Brennstabes ist primär die Kenntnis der Standzeit t_s des Hüllrohres unter dem herrschenden Systemdruck von großem Interesse. Dies wird u.a. dadurch bekundet, daß einige spezielle Theorien zur Lösung dieses Problems existieren. Diese gelten jedoch meist nur für den Fall des ovalen Hüllrohres konstanter Wandstärke und für kleine Verformungen.

In der Abb.6.12 ist die Standzeit t_s - Standzeitkriterium $\epsilon_\varphi^{cr} \leq 0,5[\%]$ - in Abhängigkeit vom Außendruck p_a nach ZIDRIG und anderen Autoren dargestellt.

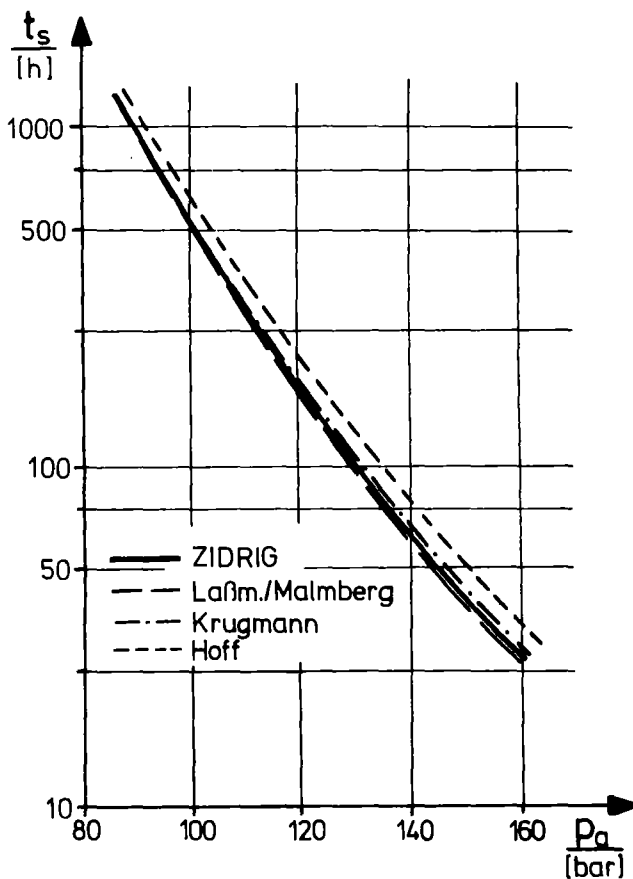


Abb.6.12: Standzeit t_s eines ovalen Hüllrohres unter Außendruck. Vergleich der Lösung nach ZIDRIG mit speziellen Theorien zum Kriechbeulverhalten (Daten nach Anhang C.3)

Insgesamt ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der Lösung nach ZIDRIG, den schalentheoretischen Ansätzen nach Malmberg [Mal 71] und Krugmann [Kru 76] sowie der numerischen Sandwich-Methode nach Laßmann [Laß 73]. Die höheren Standzeiten nach der Hoff'schen Theorie [HofJ 59] sind auf die Vernachlässigung der elastischen Verzerrungen zurückzuführen.

Die Übereinstimmung bestätigt die grundsätzliche Richtigkeit des Programmes ZIDRIG auch für den zweidimensionalen Anwendungsfall und ein nichtlineares Problem.

Das Anwendungspotential des Programmes ZIDRIG ist jedoch viel größer, als das aus diesem einfachen Beispiel hervorgeht. Das ergibt sich aus den Eigenschaften, daß die geometrische Form des Hüllrohres, die räumliche Verteilung der Last, die Materialeigenschaften und -gesetze, sowie die Zeitabhängigkeit der Belastung in weiten Grenzen variabel sind.

6.4.4 Einfluß der Ovalität und Exzentrizität auf die Standzeit eines Hüllrohres

Der in Kap.6.3.1 aufgezeigte Einfluß der herstellungsbedingten Toleranz der Stabgeometrie auf die Höhe der thermoelastischen Spannungen gewinnt bei der Diskussion des Langzeitverhaltens eines Hüllrohres erheblich an Bedeutung. Eine auch nur geringe Erhöhung der Spannung führt zu einer erheblichen Vergrößerung der Kriechgeschwindigkeit, da diese über ein Potenzgesetz ($\dot{\epsilon} = k \cdot \sigma^n$) mit den Spannungen verknüpft ist, so daß die Standzeit u.U. ganz erheblich reduziert wird.

Für die technische Auslegung des Brennstabes muß der Einfluß der vorgegebenen Toleranzen auf die Standzeit abgeschätzt werden. Vom Standpunkt der Herstellungskosten ist die relative Wirkung der Toleranzen untereinander wichtig, dabei spielt der Datenfall selbst, siehe Anhang C.1.1, nur eine untergeordnete Rolle.

In Abb.6.13 ist die auf das rotationssymmetrische Rohr (t_s^0) bezogene Standzeit in Abhängigkeit von der Anfangsovalität f^0 und -exzentrizität e^0 dargestellt; als Standzeitkriterium gilt wie beim SNR: $\epsilon_{\varphi}^{cr} \leq 0,5 [\%]$.

Der Einfluß der Exzentrizität auf die Reduktion der Standzeit ist im technisch realen Bereich bis $e^0/r_m < 10 \cdot 10^{-3}$ nur sehr gering und gegenüber der Wirkung der Ovalität praktisch unbedeutend. Bei betragsmäßig gleichen Werten: $f^0/r_m = e^0/r_m = 10 \cdot 10^{-3}$ wird die Standzeit im Verhältnis $t_s^f/t_s^e \sim 3,5$ reduziert.

Für die am Brennstab des SNR spezifizierten Toleranzen: $f^0 = 15 [\mu\text{m}]$ und $e^0 = 20 [\mu\text{m}]$, vgl. Kap.6.3.1, ergibt sich aufgrund der Ovalität

eine Reduktion der Standzeit auf $t_s^f/t_s^o = 38[\%]$, bei der Exzentrizität dagegen nur auf $t_s^e/t_s^o = 93[\%]$.

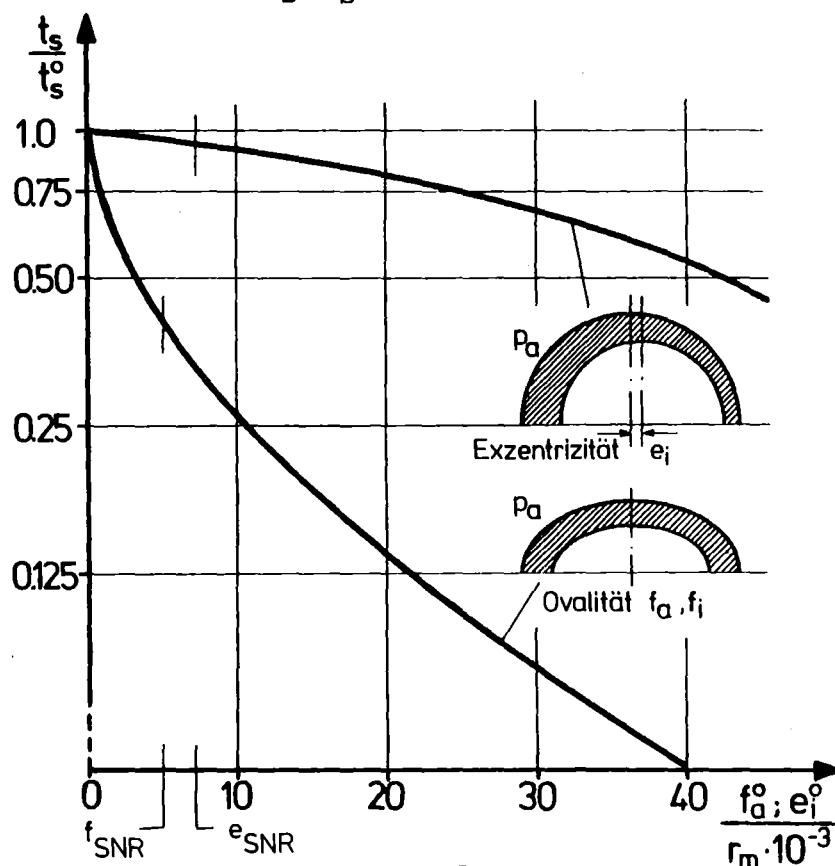








Abb.6.13: Einfluß der Ovalität f^o und der Exzentrizität e^o auf die Standzeit t_s/t_s^o eines Hüllrohres. Toleranzen am SNR-Brennstab: f_{SNR} und e_{SNR} , Standzeit des rotationssymmetrischen Hüllrohres: t_s^o , Standzeitkriterium: $\varepsilon_\varphi^{cr} \leq 0,5[\%]$. (Daten siehe Angang C.1.1).

Aus der Analyse kann für die technische Spezifikation geschlossen werden, daß der Ovalität wesentlich größere Bedeutung zuzumessen ist als der Exzentrizität. Wenn beide hinsichtlich ihres Einflusses auf die Standzeit abgestimmt werden, kann die Exzentrizität mit größerer Toleranz vorgegeben werden, als das in der Praxis üblich ist.

6.4.5 Vergleich der Standzeiten von Hüllrohren verschiedener Konturen

Die üblichen Hüllrohrspezifikationen lassen zu, daß Innen- und Außenradius in der azimuthalen Richtung unabhängig voneinander variieren. Diese Tatsache wurde im Programm ZIDRIG dadurch berücksichtigt, daß die Konturen getrennt errechnet werden. Die technisch wichtigsten Konturfunktionen sind im Programm bereits enthalten und können über Steuergrößen aufgerufen werden.

In Tab.6.2 sind die mit ZIDRIG berechneten Standzeiten t_s der technisch wichtigsten Konturen zylindrischer Hüllrohre gegenübergestellt. Den Ergebnissen liegen die Daten nach Anhang C.2 zugrunde, Ovalität f^o und Exzentrizität e^o wurden zum Zwecke des besseren Vergleiches mit gleicher Größe (10 μm) vorgegeben, als Kriterium für die Standzeit gilt wieder $\varepsilon_{\varphi}^{cr} \leq 0,5[\%]$. Die Rechnung wurde für Innen- und Außendruck durchgeführt, um auch den Einfluß der Richtung der Belastung zu analysieren.

	Funktion der Hüllrohrkontur	Standzeit t_s [h]	
		Innendruck	Außendruck
	$r_a = r_a^o$ $r_i = r_i^o$	2573 Δt_{si}^o	2361 Δt_{sa}^o
	$r_a = r_a^o$ $r_i = r_i^o + f_i^o \cos 2\varphi$	2144 $0.83t_{si}^o$	1211 $0.51t_{sa}^o$
	$r_a = r_a^o + f_a^o \cos 2\varphi$ $r_i = r_i^o$	2276 $0.88t_{si}^o$	1355 $0.57t_{sa}^o$
	$r_a = r_a^o + f_a^o \cos 2\varphi$ $r_i = r_i^o + f_i^o \cos 2\varphi$	1541 $0.60t_{si}^o$	877 $0.37t_{sa}^o$
	$r_a = r_a^o + f_a^o \cos 4\varphi$ $r_i = r_i^o + f_i^o \cos 4\varphi$	2321 $0.90t_{si}^o$	2093 $0.88t_{sa}^o$
	$r_a = r_a^o$ $r_i = e_i^o \cos \varphi + \sqrt{(r_i^o)^2 - (e_i^o \sin \varphi)^2}$	2403 $0.93t_{si}^o$	2237 $0.95t_{sa}^o$

Tab.6.2; Vergleich der Standzeiten von Hüllrohren verschiedener Konturen. Daten nach Anhang C.2 mit einer Ovalität und Exzentrizität von $f_i^o = f_a^o = e_i^o = 10[\mu\text{m}]$ bei einer Druckbelastung von $p_i = p_a = 100[\text{bar}]$.

Das Ergebnis des Vergleiches läßt sich in folgenden drei wesentlichen Punkten zusammenfassen:

Unter Innendruck ergibt sich generell eine größere Standzeit als bei betragsmäßig gleichem Außendruck. Bedingt durch die bei Innendruck kleinere Angriffsfläche ist die Gesamtlast auf die Struktur geringer als bei Außendruck. Gleichzeitig wird infolge der Richtung der Last die Ovalität einer Struktur reduziert und diese damit in ihrer Stabilität erhöht. Generell folgt daraus hinsichtlich der Standzeit, daß die mit Außendruck belasteten Hüllrohre die empfindlicheren Stabtypen sind.

Von den verschiedenen Formen der Ovalität bewirkt die, die durch die erste Oberwelle ($\cos 2\varphi$) beschrieben wird, die weitaus größte Reduktion der Standzeit. Liegt diese Ovalität an Innen- und Außenkontur vor, ergibt sich unter großem Außendruck mit nur 37 [%] der Standzeit des rotationssymmetrischen Rohres die am schlechtesten konditionierte Struktur. In diesem Fall kommt das durch die Ovalität bewirkte Biegemoment im Hüllrohr am stärksten zur Wirkung. Eine Ovalität höherer Form hat dagegen einen vergleichsweise nur noch geringen Einfluß. Bei der Oberwelle ($\cos 4\varphi$) reduziert sich die Standzeit nur noch auf $t_s = 0,88 \cdot t_{sa}^0$.

Der Einfluß der Exzentrizität ist gegenüber der Ovalität praktisch bedeutungslos. Das exzentrische Rohr erreicht unter Außendruck immerhin eine Standzeit von $t_s = 0,95 \cdot t_{sa}^0$. Dieses Ergebnis deckt sich mit der im vorangegangenen Kapitel getroffenen Aussage.

6.5. Auslegung eines Hüllrohres mit integralen Rippen

6.5.1 Konstruktionsziele des berippten Hüllrohres und Stand der Auslegungsrechnungen

Innerhalb des Brennelementes müssen die einzelnen zylindrischen Brennstäbe untereinander und gegen den Elementkasten abgestützt werden. Das geschieht entweder durch gitterförmige Abstandhalter oder durch wendelförmig am Hüllrohr angebrachte Rippen. Wird bei der Herstellung des Rohres die Außenkontur bereits rippenförmig gestaltet, spricht man von einem Hüllrohr mit integralen Rippen. Besonders bei Schnellen Brutreaktoren bietet dieses Stabkonzept wegen der engen Kühlkanäle und kleinen Stabdurchmesser einige Vorteile, die hauptsächlich im thermo- und hydrodynamischen Bereich sowie in der Vernachlässigung des Verschleißes der Hüllrohre an den Kontaktstellen, hier dem Rippenkopf, liegen. Außerdem vereinigt das Konzept Hüllrohr und Abstandhalter in einer einzigen Komponente. Die Nachteile liegen in der wesentlich aufwendigeren Herstellung, die zudem funktionsbedingt enge Toleranz gewährleisten muß.

Aufgrund der hexagonalen Brennstabordnung im SBR verwendet man 3 oder 6 Rippen mit nur sehr geringem Wendelgrad. Ein konkreter Einsatz ist derzeit für die Regel-Trim-Stäbe, Blindelemente und Zweitabschalteinrichtungen in KNK II und SNR 300 vorgesehen. Darüber hinaus werden noch eine Reihe von Stabkonzepten mit sehr unterschiedlichen Rippenformen diskutiert. Aus diesem Grunde ist es wichtig, ein variables Rechenprogramm für Auslegungsstudien zur Verfügung zu haben.

Während zur thermischen Auslegung von Brennelementen mit berippten Hüllrohren bereits eine ganze Reihe von Arbeiten durchgeführt wurden, vgl. Jacobi [Jac 77], gibt es nur wenige Analysen zur mechanischen Festigkeit. Krieg [Kri 72] berechnet die Verteilung der Spannungen im Bereich einer Rippe mit einer Randkollokationsmethode, die nicht auf alle Rippenformen anwendbar ist und zu Stabilitätschwierigkeiten bei zeitabhängigen Kriechrechnungen neigt. Laßmann [Laß 73] benutzt eine Sandwich-Methode, nach welcher der radiale Verlauf der Spannungen lediglich durch zwei Werte angenähert wird. Beiden Methoden bleibt eine extreme Rippengeometrie mit steilen Flanken und scharfen Übergängen verschlossen.

Dagegen bietet das im Rahmen dieser Arbeit erstellte FEM-Programm ZIDRIG die Möglichkeit, ein Hüllrohr mit integralen Rippen beliebiger Form und Anzahl im gewünschten Detail zu untersuchen. Der Anwendungsbereich geht sogar so weit, daß selbst Kerben und Riefen analysiert werden können, die z.B. für bruchmechanische Untersuchungen grundlegend sind.

6.5.2 Darstellung eines berippten Hüllrohres in ZIDRIG

Zur Berechnung eines berippten Hüllrohres mit ZIDRIG wird lediglich die Strukturrechnung, vgl. Kap.5.2, in der das mechanische Modell der Rechnung aufgestellt wird, auf die spezielle Geometrie abgestimmt. Der weitere Programmablauf wird dadurch nicht beeinflusst.

Entsprechend der vorgegebenen Anzahl der Rippen wird ihre Lage im geometrischen Modell des Rohres festgelegt. Zusammen mit den Daten zur Rippengeometrie, siehe Abb.6.14, wird hier zunächst eine geschlossene Funktion für die Außenkontur des Hüllrohres: $r_a = f(\varphi)$ gebildet. Die Unterteilung in einzelne Elemente erfolgt dann unter Vorgabe der Größe der einzelnen Winkelstufen und der in ihnen enthaltenen Zahl von Basisringen, vgl. Abb.5.3, vom Programm selbsttätig. Die Wahl der Feinheit des Netzes bleibt damit dem Benutzer vorbehalten.

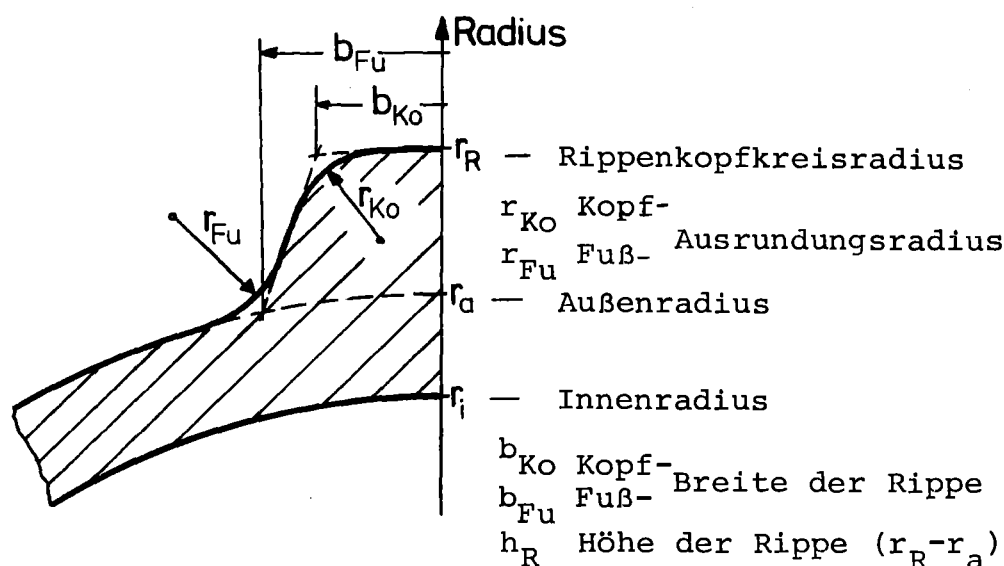


Abb. 6.14: Beschreibung der Geometrie einer integralen Rippe an einem Hüllrohr.

Mit Abschluß der Strukturrechnung liegt das mechanische Modell des Hüllrohres vor. In Abb.6.15 wird das diskrete Modell eines mit ZIDRIG berechneten ovalen Hüllrohres mit 6 integralen Rippen gezeigt. Die Zeichnung wurde durch das Auswerterprogramm ZIPLO erstellt, vgl. Kap.5.4.5. Sie enthält die Knotennummerierung in der deformierten Struktur des Hüllrohres (Deformationsmaßstab $MU = 335 : 1$). Im unteren Teil des Bildes werden die der Zeichnung zugrunde liegenden Hüllrohrdaten wie Geometrie, Belastung und Einsatzzeit festgehalten. Die Elementunterteilung zeigt die gute Darstellung der Struktur des berippten Hüllrohres selbst bei großem Deformationsgrad. Es läßt sich erkennen, daß auch eine extreme Rippengeometrie mit geraden Flanken ohne zusätzlichen Aufwand mit diesem Programm beschrieben werden kann.

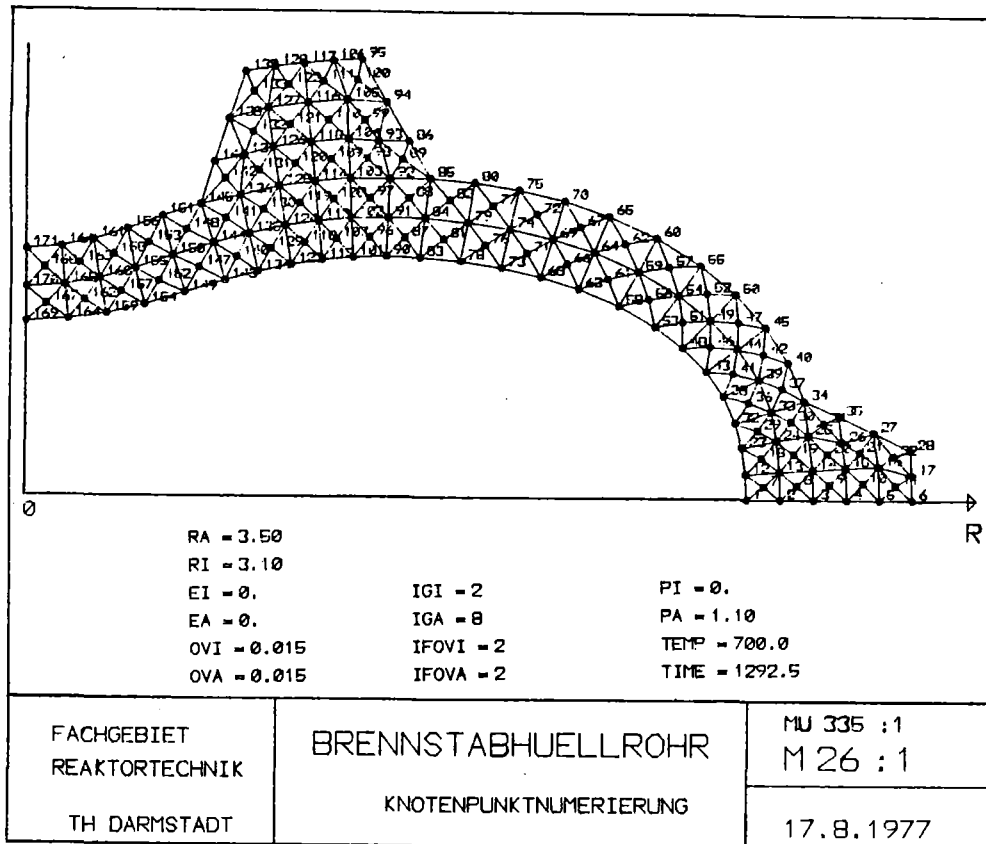


Abb.6.15: Diskretes Modell eines ovalen Brennstabhüllrohres mit 6 integralen Rippen, Darstellung der Knotennummerierung in der deformierten Struktur (Deformationsmaßstab $MU = 335 : 1$). Zeichnung durch das post-processing-Programm ZIPLO (vgl. Kap.5.4.5).

6.5.3 Spannungsverteilung in einem berippten Hüllrohr

Die prinzipielle Verteilung der Spannungen in einem berippten Hüllrohr wird hier an einem Modellfall mit 4 Rippen untersucht, dessen Basisgeometrie und Belastung dem von Krieg [Kri 72] berechneten Rohr, siehe Anhang C.4.1, entspricht. In der Abb.6.16 sind mit ZIPLO die Isodynen der Tangentialspannungen σ_{φ} in der Querschnittsfläche des berechneten Hüllrohrausschnittes für zwei verschiedene Zeiten dargestellt. Für beide Zeiten wurden die gleichen zehn Spannungsniveaus gewählt, die allerdings nicht äquidistant abgestuft sind. Durch die Mittelung der Knotenspannungen im Zeichenprogramm ergibt sich als generelle Folge der Diskretisierung eine nicht ganz glatte Linienführung der Isodynen.

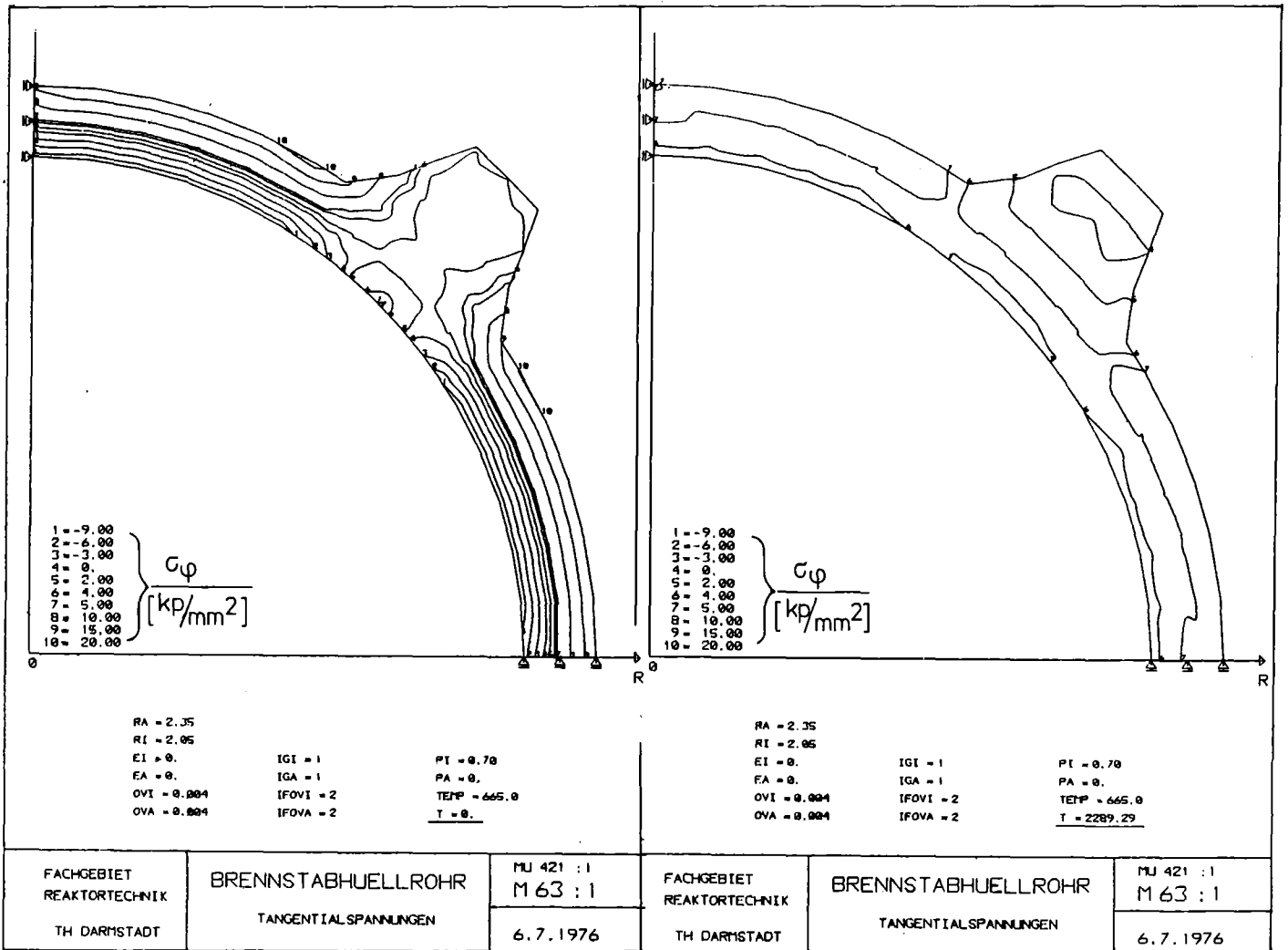


Abb.6.16: Isodynen der Tangentialspannung σ_{φ} in einem berippten Hüllrohr für den thermoelastischen $T = t_0$ und den stationären Zustand $T = t_s = 2289$ [h]. Daten nach Anhang C.4.1. Die mit ZIPLO angefertigte Zeichnung enthält über dem linken Rand der Abszisse die den Spannungsniveaus zugeordneten Spannungswerte in $[\text{kp/mm}^2]$

Die große Steifigkeit des Rohres im Bereich der Rippe und der dort auch geringeren radialen Temperaturgradienten lassen natürlich auch unterschiedliche Spannungen in den verschiedenen Rohrbereichen erwarten. Die Verteilung der Spannung nach Abb.6.16 bestätigt dies. Der Rippenkopf ist praktisch spannungslos. Am Rippenfuß wird eine Kerbspannungswirkung deutlich. Im Rippengrund an der Innenseite des Hüllrohres bildet sich eine Spannungskonzentration aus. Der radiale Spannungsgradient weist für Glattrohr und Rippen teil ein entgegengesetztes Vorzeichen auf. Die Inhomogenität in der Spannungsverteilung innerhalb der Struktur erstreckt sich über den direkten Bereich der Rippe hinaus noch in den glatten Teil des Rohres. Dort wird durch die Rippe das gesamte Niveau der Spannungen beeinflusst. Die gesonderte Betrachtung des radialen Verlaufes der Spannungen für das glatte (σ_{φ}^G) und berippte (σ_{φ}^R) Segment des Rohres in der Abb.6.17 stellt die Unterschiede der Spannungsgradienten in Größe und Richtung deutlich heraus. Im glatten Teil des Rohres ist der Gradient sogar noch größer als im unberippten kreiszylindrischen Hüllrohr (σ_{φ}^0).

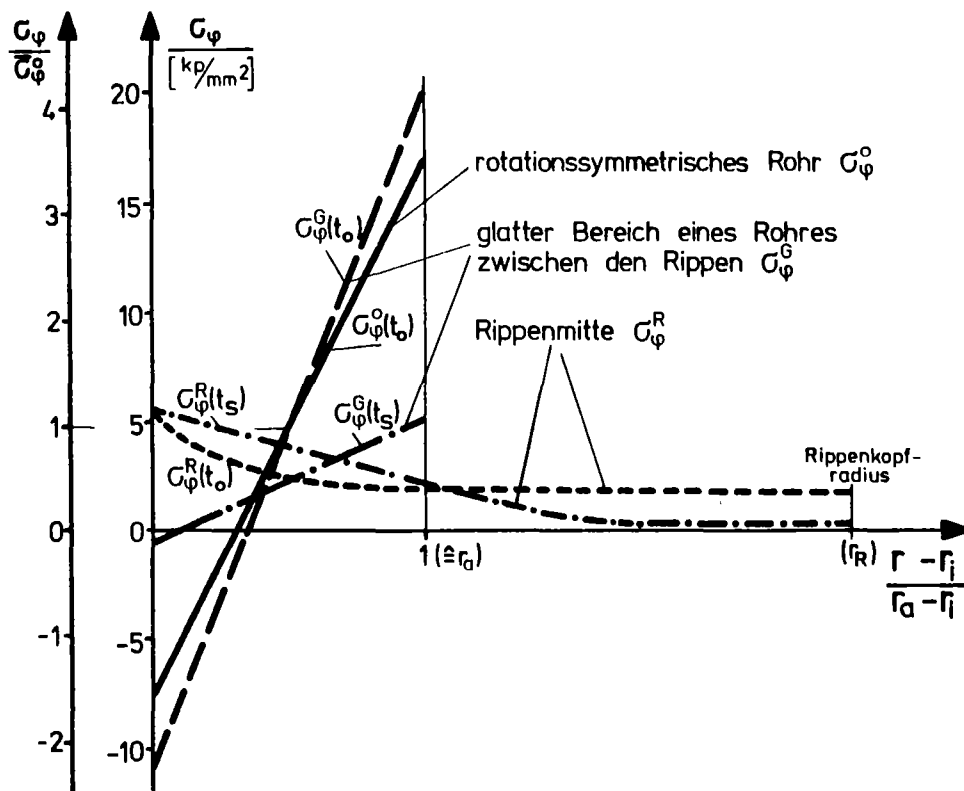


Abb.6.17: Radialer Verlauf der Tangentialspannung im glatten Bereich σ_{φ}^G und Rippenteil σ_{φ}^R zur Zeit $T = t_0$ und $T = t_s$ des in Abb.6.16 beschriebenen Rohres, Vergleich mit den Spannungen eines rotationssymmetrischen Rohres σ_{φ}^0 , Mittelwert dieser Spannung: $\bar{\sigma}_{\varphi}^0$.

Die unterschiedliche Richtung des Gradienten wird, anschaulich gesehen, durch ein Biegemoment in der Struktur bewirkt, welches infolge der Rippe entsteht. Wie in Abb.6.18 skizziert, kann ein Rippensegment als 'außermittig' belasteter Zugstab aufgefaßt werden. Im glatten Teil des Rohres entsteht eine Vergrößerung des durch die äußere Belastung ohnehin vorhandenen Spannungsgradienten, im Rippenteil selbst wird das Gegenteil bewirkt. Durch den flacheren Temperaturgradienten in der Rippe führt dieser Einfluß hier sogar zu einem den äußeren Belastungen entgegengesetzten Spannungsverlauf. Im Rippengrund zeigt das Moment seine maximale Wirkung. Quantitative Angaben über die Maximalwerte der Spannungen hängen natürlich ganz entscheidend von der Geometrie und Belastung des jeweils diskutierten Hüllrohres ab, auf sie wird deshalb hier nicht näher eingegangen.

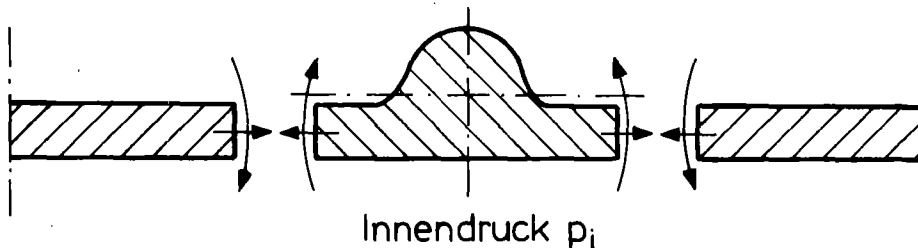


Abb.6.18: Biegemoment in einem berippten Hüllrohr unter Innendruck durch das 'außermittig' belastete Rippensegment.

Die extremen Spannungsspitzen werden durch das Materialkriechen relativ schnell abgebaut. Ein Vergleich des weitgehend stationären Spannungszustandes zur Zeit $T = t_s$, wie in Abb.6.16 und 6.17 wiedergegeben, zeigt, daß die Umlagerung durch die Kriechverformung im wesentlichen im glatten Teil des Rohres erfolgt. Dort begünstigt die Nachgiebigkeit dieses Rohrsegmentes den Spannungsabbau. In der Rippe selbst ändern sich die Spannungen kaum, da das Biegemoment unbeeinflusst bleibt. Aber selbst in diesem Zustand ist die stabile kreiszylindrische Konfiguration der Spannungen noch immer nicht gegeben.

Eine Gegenüberstellung der mit ZIDRIG berechneten und der von Krieg [Kri 72] in spannungsoptischen Versuchen ermittelten Vergleichsspannungsfelder in Abb.6.19 bestätigt die Ergebnisse des Programmes. Obwohl die berechneten und gemessenen Spannungsniveaus nicht geeicht sind, ist eine sehr gute Übereinstimmung des prinzipiellen Verlaufes festzustellen. Das errechnete Spannungsmaximum am Rippengrund,

die weitgehende Spannungslosigkeit im Rippenkopf und die starken Störungen im Spannungsverlauf im Übergangsbereich zwischen Rippe und glattem Rohrteil werden durch das Experiment bestätigt.

Vergleichsspannung in einem berippten Hüllrohr nach :

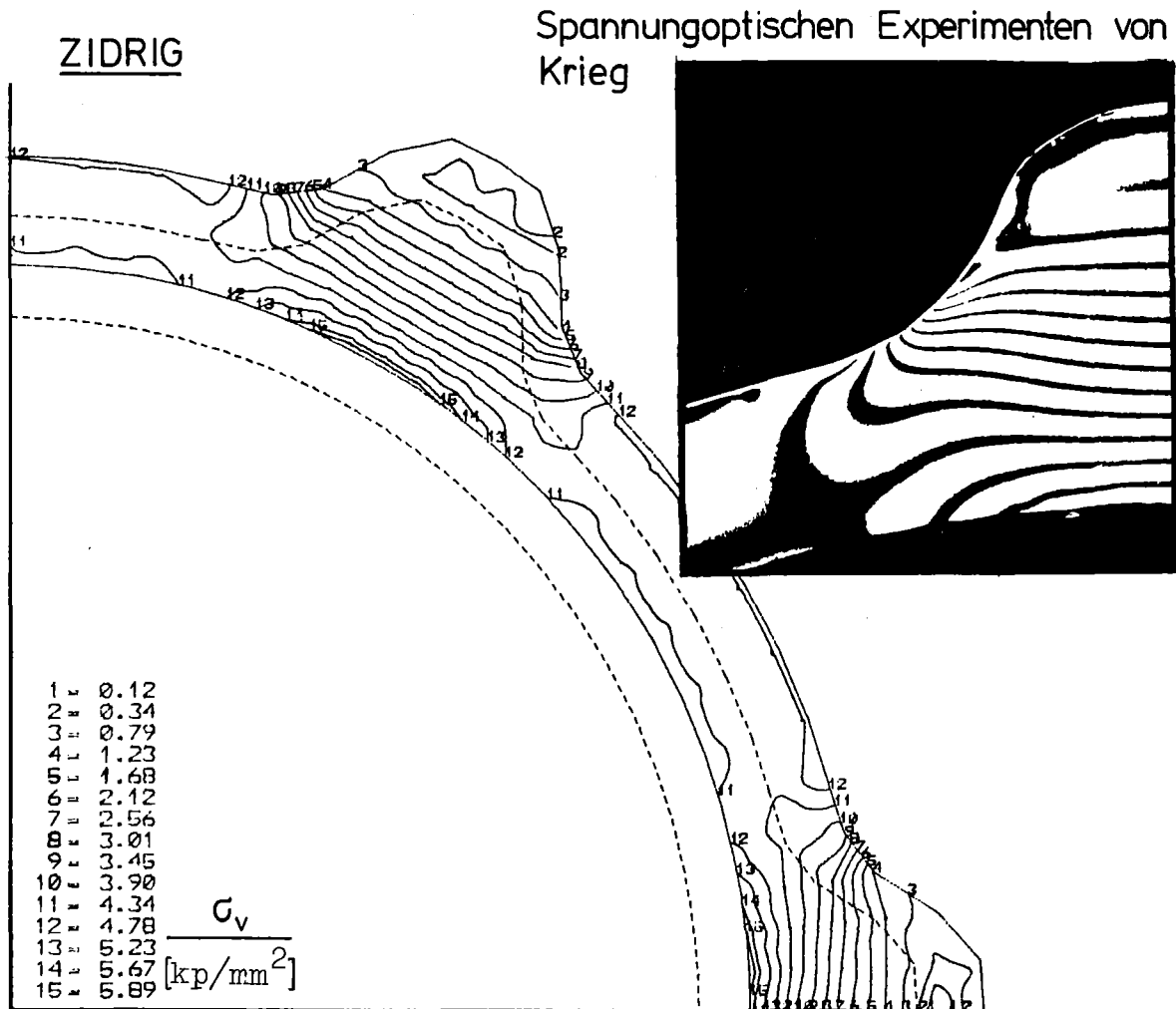


Abb.6.19: Gegenüberstellung von Vergleichsspannungsfeldern in einem Hüllrohr mit Rippen nach ZIDRIG und spannungsoptischen Versuchen nach Krieg [Kri 72]. (Die Isodynen des Experimentes und der Rechnung sind nicht geeicht).

6.5.4 Einfluß von Form und Anzahl der Rippen auf die Spannungen und Deformationen des Hüllrohres

Da die Größe des zuvor beschriebenen Biegemomentes von der Form der Rippe abhängt, ist von dieser auch ein Einfluß auf die Verteilung der Spannungen im Hüllrohr zu erwarten. Hierzu wurde in Abb. 6.20 die Wirkung von fünf verschiedenen Rippenformen auf die Tangentialspannung im Hüllrohr dargestellt; im linken Teil für den

radialen Verlauf im glatten Rohrteil, im rechten in azimuthaler Richtung an der Außenkontur. Variiert wurden bei konstanter Flankensteigung der Ausrundungsradius r_{Fu} und damit die Breite des Rippenfußes sowie die Rippenhöhe h_R ; der Vergleich orientiert sich an den Spannungen des rotationssymmetrischen Hüllrohres σ_φ^0 ($h_R = 0$, $r_{Fu} = 0$). Um ausschließlich den Einfluß der Rippenform deutlich herauszustellen, wurde hier die Temperatur vernachlässigt; es gelten ansonsten wie zuvor die Daten nach Anhang C.4.1.

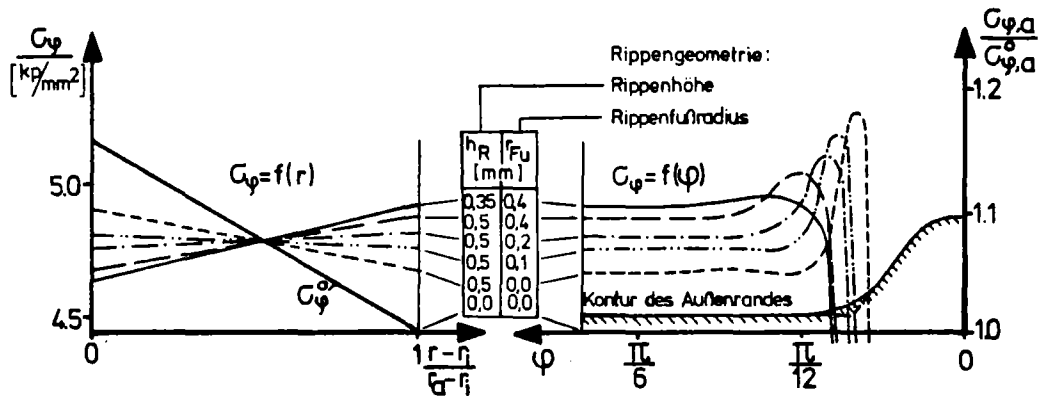


Abb.6.20: Verlauf der Tangentialspannung σ_φ in einem Hüllrohr mit 4 Rippen bei verschiedenen Rippenformen
 links: radialer Verlauf im glatten Teil des Rohres
 rechts: azimuthaler Verlauf an der Außenkontur
 σ_φ^0 - Spannung in einem ungerippten Rohr.
 (Daten nach C.4.1, Temperatur $\vartheta = 0$).

Mit der Zunahme des Rippenfußradius vergrößert sich der Einfluß des Biegemomentes auf die Verteilung der Spannungen im glatten Rohrteil; bei einer starken Ausrundung $r_{Fu} = 0,4$ [mm] wird dort die Richtung des radialen Spannungsgradienten vollständig umgekehrt. Mit dieser Maßnahme wird gleichzeitig die Kerbwirkung am Rippenfuß, die dort bei einer trapezförmigen Rippe immerhin zu einer lokalen Spannungsüberhöhung von etwa 15[%] führt, weitgehend abgebaut. Eine Vergrößerung der Rippenhöhe über $h_R = 0,35$ [mm], was etwa der Wandstärke des Rohres entspricht, hinaus, hat praktisch keine Bedeutung mehr, da der Rippenkopf, wie in Abb.6.16 zu sehen, nahezu spannungslos ist und daher auch keine tragende Funktion übernimmt. Konstruktiv gesehen ist also in erster Linie eine deutliche Ausrundung im Rippenfuß ($r_{Fu} > 0,2$ [mm]) notwendig.

Durch eine Vergrößerung der Rippenanzahl wird die freie Länge des glatten Rohrteiles zwischen den Rippen verringert, so daß das Biegemoment in der Struktur ansteigt. Als Folge davon wird der Einfluß auf den radialen Spannungsverlauf zusätzlich zu den zuvor diskutierten Effekten erhöht.

Nach der Diskussion der Beanspruchung wird auch die in Abb.6.2.1 gezeichnete Deformation des berippten Hüllrohres verständlich. Im Bereich der Rippe selbst verhält sich das Rohr relativ steif, dazwischen verformt es sich sehr viel stärker, und das nicht zuletzt durch die Wirkung des Biegemomentes. Ein im Rahmen dieser Arbeit durchgeführter Vergleich hat ergeben, daß das Maximum der Verformung in der Mitte zwischen den Rippen größer ausfällt als die Verschiebung in einem unberippten Hüllrohr.

Nebenbei bemerkt, bestätigt diese Tatsache das mit Abb.6.18 diskutierte Modell des zusätzlichen Biegemomentes. Bei diesem Verformungsverhalten ist auch anschaulich klar, daß mit einer größeren Anzahl von Rippen, also mit einer Verkürzung des glatten Rohrteiles, die Deformation geringer wird. Die auffallende Zunahme der Wanddicke in der Abb.6.21 ist auf die thermische Dehnung und die durch den Außendruck bedingte Stauchung des Rohres zurückzuführen.

Zusammenfassend kann nach diesem Vergleich gesagt werden, daß ein Hüllrohr mit integralen Rippen vom Standpunkt der Größe und der räumlichen Verteilung der Spannungen sowie der Deformationen einem unberippten Rohr deutlich unterlegen ist. Sowohl die Form als auch die Anzahl der Rippen hat einen erheblichen Einfluß auf die Spannungen und die Verformungen.

Im einzelnen bewirken die Rippen erhöhte radiale Spannungsgradienten, die außerdem innerhalb und außerhalb der Rippe verschiedene Richtung haben, Spannungsspitzen durch die Kerbwirkung im Rippenfuß und eine Zunahme der Deformation im rippenfreien Rohrsegment, die natürlich auch erhöhte lokale Dehnungen zur Folge haben.

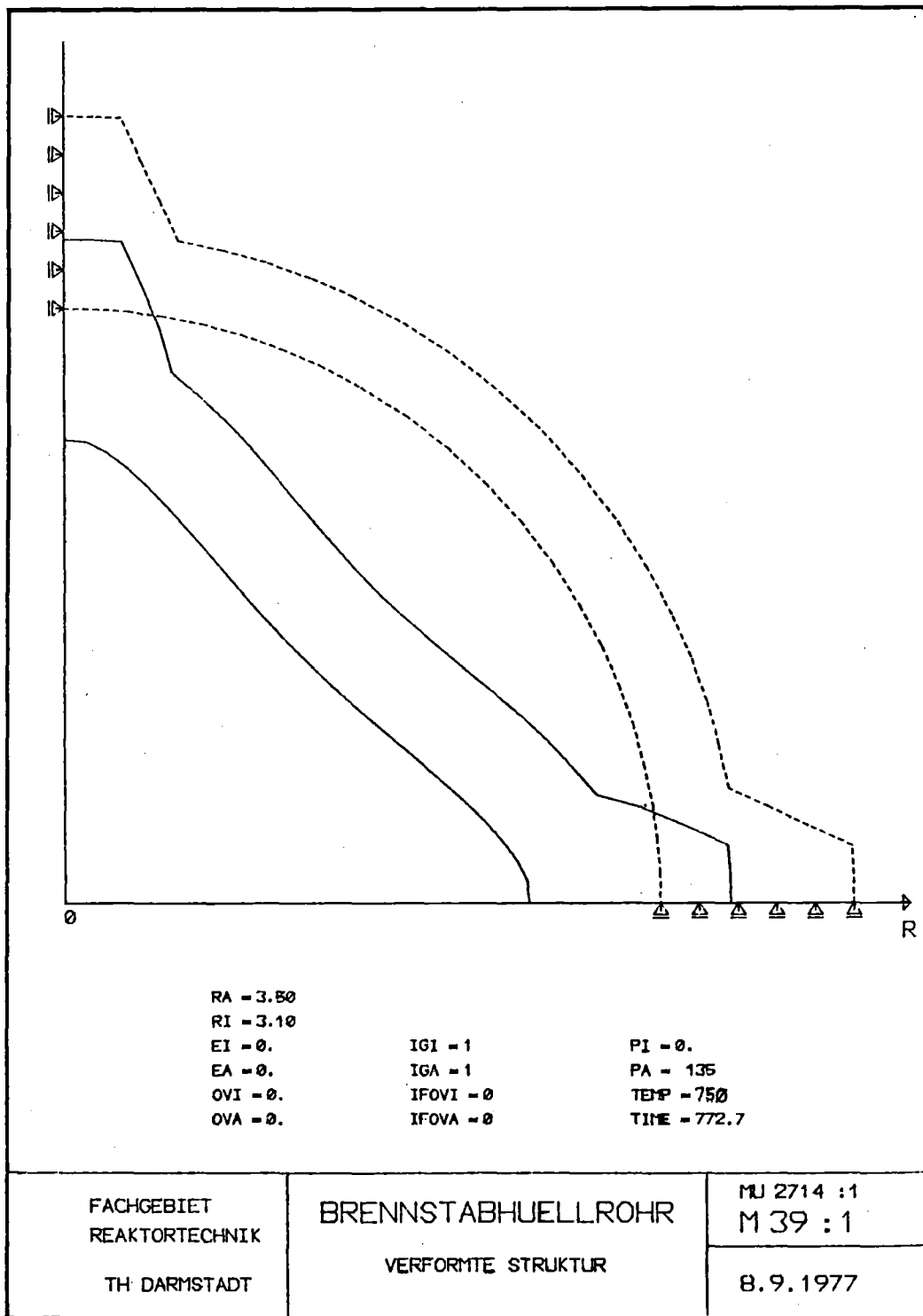


Abb.6.21: Deformierte Struktur eines Hüllrohres mit 4 Rippen unter Außendruck bei einer maximalen Dehnung von $\epsilon_{\phi}^{Cr} = 0,5[\%]$.
Zeichnung nach ZIPLO, Hüllrohrdaten nach Anhang C.4.2.

6.5.5 Einfluß von integralen Rippen auf die Standzeit eines Hüllrohres

Die Güte des Konzeptes, einen Brennstab mit integralen Rippen einzusetzen, kann aus technologischer Sicht an der erzielten Standzeit gemessen werden. Durch diese wird der Einsatz des Brennstabes im Reaktor begrenzt. Für Hüllrohre, wie sie Kaupa [Kau 71], (Daten siehe Anhang C.4.2) für seine Standzeitexperimente benutzt, wurden die Standzeiten von Abb.6.22 berechnet. Um allein den Einfluß der Rippen zu analysieren, wurde zunächst eine rotationssymmetrische Basisgeometrie vorausgesetzt. Die oben diskutierte Erhöhung und ungleichmäßige Verteilung der Spannungen in einem berippten Hüllrohr führt gegenüber einem unberippten Rohr zu einer größeren Kriechgeschwindigkeit, so daß dadurch schließlich die Standzeit reduziert wird. Wie aus dem Deformationsverhalten zu erwarten, ist die Reduktion von der Anzahl der Rippen abhängig. Für eine technologisch relevante Rippenanzahl (3 bis 6) ergibt sich eine Reduktion der Standzeit t_s gegenüber der des unberippten Hüllrohres t_s^0 auf $t_s/t_s^0 \sim 80\%$. In der Abbildung ist dieser Bereich schraffiert dargestellt.

Ein Vergleich der Standzeiten eines rotationssymmetrischen und eines ovalen Hüllrohres relativiert allerdings den Einfluß der Rippen. Das ovale, unberippte Hüllrohr hat nur eine Standzeit von etwa $t_s^{ov}/t_s^0 \sim 12\%$, wie Abb.6.22 zeigt. An der rotationssymmetrischen Basisgeometrie soll lediglich die relative Wirkung der Rippen auf die Standzeit eines Hüllrohres deutlich gemacht werden.

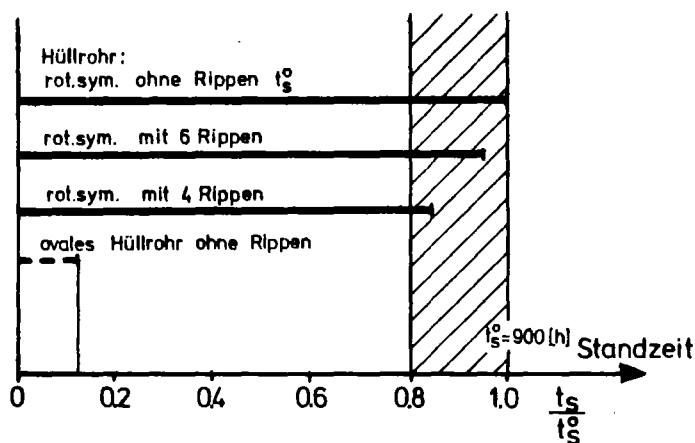


Abb.6.22: Vergleich der Standzeiten t_s ($\epsilon_{\varphi}^{cr} \leq 0,5\%$) von Hüllrohren mit und ohne Rippen rechteckiger Form bei rotationssymmetrischer Basisgeometrie. Bereich der Standzeitreduktion durch technologisch relevante Rippenzahlen schraffiert. Daten der Hüllrohre nach Anhang C.4.2.

Für das technisch relevante Hüllrohr mit ovaler Basisgeometrie ($r_i = r_i + f_i \cdot \cos 2\varphi$) ist der Einfluß auf die Standzeit in hohem Maße von der Lage der Rippen in bezug auf die Hauptachsen der Ovalität abhängig. In Abb.6.23 sind die Standzeiten von Hüllrohren mit 4 und 6 Rippen und unterschiedlicher Lage gegenübergestellt. Bezogen auf das unberippte Hüllrohr mit t_s^0 ergibt sich - im Mittel gesehen - eine Schwankungsbreite von $t_s/t_s^0 \approx \pm 25\%$. Die ovale Struktur erfährt eine Verstärkung durch die Rippen, wenn diese direkt in den stark gekrümmten Scheiteln des ovalen Rohres liegen. Ist dies nicht der Fall, wirkt dort das durch die Rippen bedingte Biegemoment zusätzlich zu dem durch die Ovalität ohnehin vorhandenen. Dieser Effekt wird bei 4 Rippen durch eine extreme Lage direkt an oder zwischen den Scheiteln sehr deutlich und führt zu den oberen und unteren Grenzen des Schwankungsbereiches der berechneten Standzeiten, wie in der Abb. schraffiert dargestellt. Mit jeder anderen Anzahl oder Lage der Rippen ergeben sich Werte, die innerhalb dieser Grenzen liegen. Für ein Hüllrohr mit 6 Rippen fällt der Streubereich mit $\Delta t_s \sim 15\%$ sehr viel geringer aus.

Rippen mit rechteckiger Form ($b_{Fu} = b_{Ko}$) wie sie z.B. bei reiner Abstandhalterfunktion eingesetzt werden, haben durch die geringe Breite des Rippenfußes praktisch überhaupt keine Stützwirkung. Es überwiegt der negative Einfluß des rippenbedingten Momentes und der hohen Kerbspannung. Lediglich für ein Hüllrohr mit 6 trapezförmigen ($b_{Fu} = 2 \cdot b_{Ko}$) Rippen und einem gut ausgerundeten ($r_{Fu} = 0,4 [mm]$) Rippenfuß kann mit einer Erhöhung der Standzeit von etwa $t_s/t_s^0 \sim 10\%$ gerechnet werden.

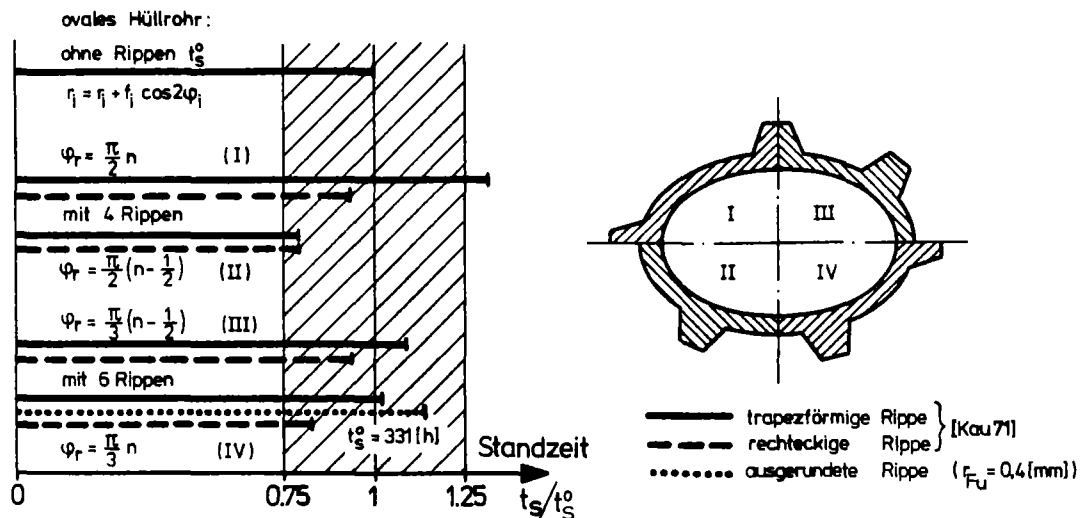


Abb.6.23: Vergleich der Standzeiten t_s ($\epsilon_{\varphi}^{cr} \leq 5\%$) von Hüllrohren mit ovaler Basisgeometrie bei unterschiedlicher Anzahl (4 und 6), Lage (φ_R) und Form der Rippen. Schwankungsbreite der Standzeit schraffiert, Daten nach Anhang C.4.2 .

In Anbetracht des statistischen Aspekts bezüglich der Lage der Rippen muß für die technische Auslegung eines Brennstabhüllrohres mit integralen Rippen davon ausgegangen werden, daß gegenüber dem unberippten Hüllrohr eine Verschlechterung der Standzeit um etwa $\Delta t_s \sim 25\%$ in Kauf genommen werden muß. Der Einfluß der Ovalität übertrifft den der Rippen allerdings bei weitem. Bedenkt man, daß für ein beripptes Hüllrohr aus Gründen der Fertigung größere geometrische Toleranzen vorgegeben werden müssen, so erhebt sich die Frage, ob Rippenrohre überhaupt lizensierbar sein werden. Das gilt insbesondere für die Stabtypen, bei denen der Außendruck vorherrscht. Der Einsatz eines Hüllrohres mit integralen Rippen aus Gründen der Thermohydraulik oder zum Zwecke der Abstandhalterung muß deshalb sehr sorgfältig diskutiert werden.

6.5.6 Auswertung von Standzeitexperimenten an Hüllrohren mit integralen Rippen

Im Rahmen der experimentellen Untersuchungen zum Kriechbeulverhalten von dünnwandigen Rohren ermittelte Kaupa [Kau 71] die Kollapszeit von Hüllrohren mit integralen Rippen. Es wurden neben unberippten Rohren auch Proben mit 3 und 6 Rippen verwendet, die sowohl trapezförmige als auch rechteckige Form hatten; die Hüllrohrdaten sind in Anhang C.4.2 zusammengestellt. Die experimentell ermittelten Standzeiten für die verschiedenen Hüllrohre weisen nach Kaupa keine signifikanten Unterschiede auf. In Abb.6.24 sind die experimentellen Ergebnisse mit den von ZIDRIG berechneten Werten verglichen. In ZIDRIG wurde aus Gründen der Rechenzeit als Standzeitkriterium $\epsilon_\varphi^{cr} = 5\%$ gewählt, wobei die Kollapszeit, vgl. Abb.6.10, bis auf wenige Prozent erreicht ist.

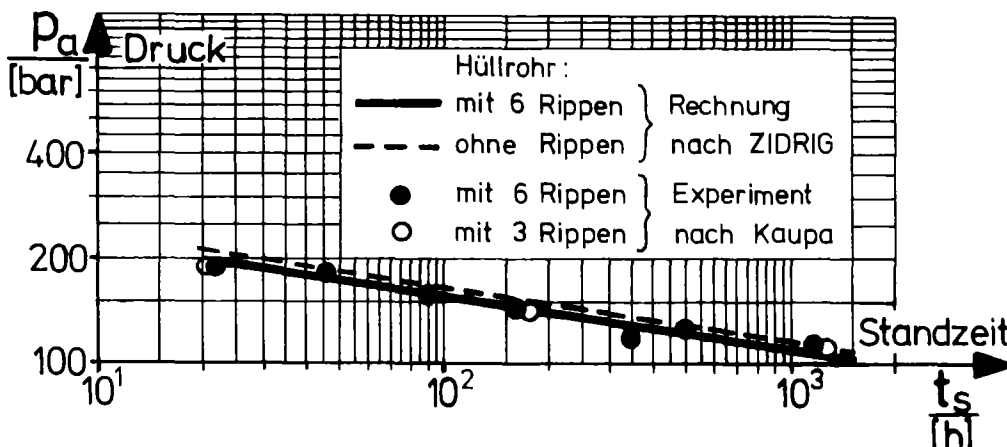


Abb.6.24 : Standzeit t_s von ovalen Hüllrohren mit integralen Rippen rechteckiger Form. Vergleich der theoretischen Werte nach ZIDRIG mit experimentellen nach Kaupa [Kau 71] , Daten siehe Anhang C.4.2.

Die experimentell gewonnenen Ergebnissen prinzipiell anhaftende Streuung überdeckt die Unterschiede in den Standzeiten der verschiedenen Rohrtypen. Die Differenzen der Standzeiten zwischen einem Hüllrohr mit rechteckigen Rippen und einem unberippten Rohr sind ohnehin nur relativ gering, wie auch schon mit Abb.6.23 festgestellt. Jedoch hat das glatte Hüllrohr im Vergleich zu dem von Kaupa verwendeten Rohr mit extremer Rippenform immer eine größere Standzeit; nach Abb.6.23 fällt diese um 12% höher aus.

Bei den in diesen Experimenten eingesetzten Hüllrohren können die Rippen aufgrund ihrer extremen Form mit steilen Flanken und scharfen Übergängen im Rippenfuß keine Verstärkung bewirken, sondern allenfalls die Funktion eines Abstandhalters übernehmen. Unabhängig von dieser technologischen Schlußfolgerung bestätigt der Vergleich der experimentellen Daten mit den Ergebnissen der ZIDRIG-Rechnung nicht nur die mathematische Richtigkeit des Programmes, sondern auch die Brauchbarkeit der verwendeten physikalischen Modelle und Datensätze. Mit ZIDRIG können also auch begleitende Experimente zur Stabauslegung für sehr spezielle geometrische Varianten eines Hüllrohres beschrieben werden.

6.5.7 Zusammenfassende Betrachtung zur Auslegung von berippten Hüllrohren mit ZIDRIG

Die Abweichung der Kontur eines berippten Hüllrohres von der Rotationssymmetrie bereitet der herkömmlichen mechanischen Auslegung erhebliche Schwierigkeiten. Bisher in der Literatur beschriebene Rechnungen beschränken sich auf einfache Formen der Rippe. Wegen dieser Einschränkung und den z.T. unzulässigen methodischen Vereinfachungen sind sie auf viele technisch konzipierte Ausführungen nicht anwendbar, das trifft z.B. für Rippen mit steilen Flanken und scharfen Übergängen zu. Im Gegensatz dazu ermöglicht das zweidimensionale Programm zur Brennstabauslegung ZIDRIG eine nahezu uneingeschränkte Anwendung auf alle erdenklichen Rippenformen. Somit können auch die für eine Auslegung notwendigen Details effekte, wie z.B. die Kerbspannung im Fuß der Rippe, analysiert werden. Diese Anwendung der Rechnung soll auch als Beispiel für die Auslegung eines stark von der Rotationssymmetrie abweichenden Rohres verstanden werden.

Das Brennstabkonzept bestimmt weitgehend Anzahl, Form und Lage der Rippen. Die Kerbwirkung am Rippenfuß, der in seiner Größe variierende Temperaturgradient, das zusätzliche Biegemoment im glatten Rohrteil und die Versteifung im Rippensegment beeinflussen die Verteilung der Spannung im Hüllrohr, wenn auch z.T. nur lokal. Letztlich wird aber die Standzeit des Brennstabes durch diese Effekte verringert.

Die Wirkung der Ovalität auf die Standzeit eines Hüllrohres überwiegt den Einfluß der Rippen noch erheblich. Da durch die schwierigere Herstellung eines berippten Hüllrohres eine größere Ovalität toleriert werden muß, wird eine eventuelle Versteifung der ovalen Hülle durch die Rippe weitgehend wirkungslos. Großtechnisch kann somit durch den Einsatz von Hüllrohren mit integralen Rippen keine Verbesserung der Standzeiten von Brennstäben erzielt werden. Sofern berippte Hüllrohre eingesetzt werden, aus welcher konstruktiven Aufgabe heraus dies auch immer erfolgt, muß die negative Wirkung auf die Standzeit auf jeden Fall berücksichtigt werden.

Die experimentellen Ergebnisse von Kaupa zur Standzeit berippter und unberippter Hüllrohre lassen keine signifikanten Unterschiede für die verschiedenen Formen des Rohres erkennen. Die Nachrechnung mit ZIDRIG zeigt, daß sich durch die verwendete trapezartige oder gerade Form und die unterschiedliche Anzahl der Rippen nur sehr geringe Differenzen der Standzeit untereinander und zu einem unberippten Hüllrohr ergeben. Auf jeden Fall liegen die berechneten Werte innerhalb der Streuung der experimentellen Ergebnisse.

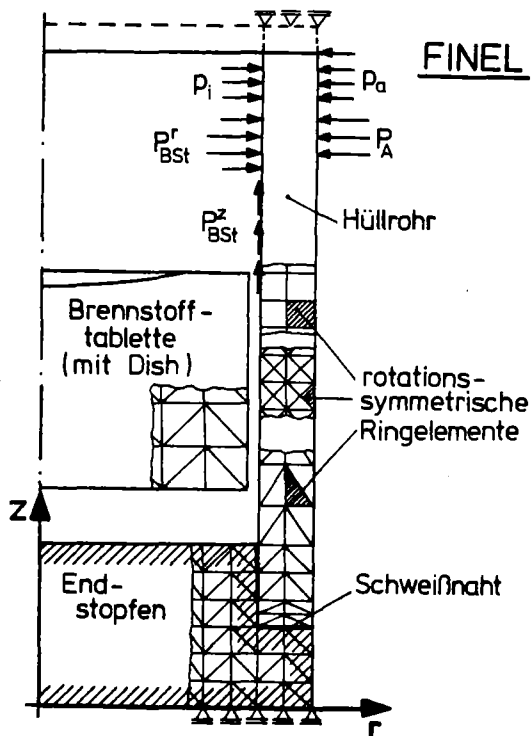
7. Anwendung des Programmes FINEL zur Auslegung eines Brennstabes

In diesem Kapitel wird die Anwendung des Programmes FINEL anhand einiger konkreter Auslegungsfälle diskutiert. Dabei wird auf das mechanische Verhalten des Hüllrohres und der Brennstofftablette sowie den Kontaktfall eingegangen.

7.1 Brennstabmodell und Anwendungsbeispiele von FINEL

Dem Programm FINEL liegt das in Kap.3 beschriebene geometrische Modell des 'Stablängsschnittes' durch den rotationssymmetrischen Brennstab zugrunde. Wie in Abb.7.1 skizziert, ermöglicht FINEL eine in r, z -Ebene räumlich zweidimensionale Behandlung des Brennstabes einschließlich der Brennstofftablette; außerdem ist die Zeit (t) als unabhängige Variable enthalten.

Es wäre weder technisch notwendig noch wirtschaftlich vertretbar, den Stab in seiner ganzen Länge zu modellieren. Die Diskussion einzelner lokaler Effekte erfordert ohnehin jeweils lediglich einen Teilausschnitt mit besonders auf die Aufgabe zugeschnittenen Randbedingungen (Lager).



Anwendungsbeispiele

Stabgeometrie - - $r_i, r_a = r(z, t)$

Einfluß des Endstopfens
Tablette mit u. ohne Dish

äußere Belastung - $p_i, p_a = p(r, z, t)$

Außendruck (p_a)
Abstandhalterkraft (P_A)

Innendruck (p_i)

Brennstoffkräfte
radial (P_{Bst}^r)
axial (P_{Bst}^z)

therm. Belastung - $\vartheta_i, \vartheta_a = \vartheta(r, z, t)$

Temperaturgradienten
lokale Temperaturspitzen

Abb.7.1: Der Stablängsschnitt als geometrisches Modell des Programmes FINEL mit Anwendungsbeispielen. Variation der Geometrie und Belastung in radialer (r) und axialer (z) Richtung, sowie der Zeit (t) für Hüllrohr, Brennstofftablette und den Kontaktfall zwischen beiden Komponenten.

7.2 Beanspruchung des Brennstabhüllrohres durch den Einfluß der Endstopfen

7.2.1 Problemstellung und Rechenmodell

Die zylindrischen Brennstäbe werden, wie in Kap.2.1 beschrieben, an den Stirnseiten mit einem Endstopfen gasdicht verschweißt. Diese Maßnahme behindert die Verformung des Hüllrohres unter Belastung, so daß am Rand des Rohres wesentlich andere Verformungen und Spannungen zu erwarten sind als in der Mitte. Nach der Terminologie der Mechanik handelt es sich hierbei um ein 'eingespanntes' Rohr.

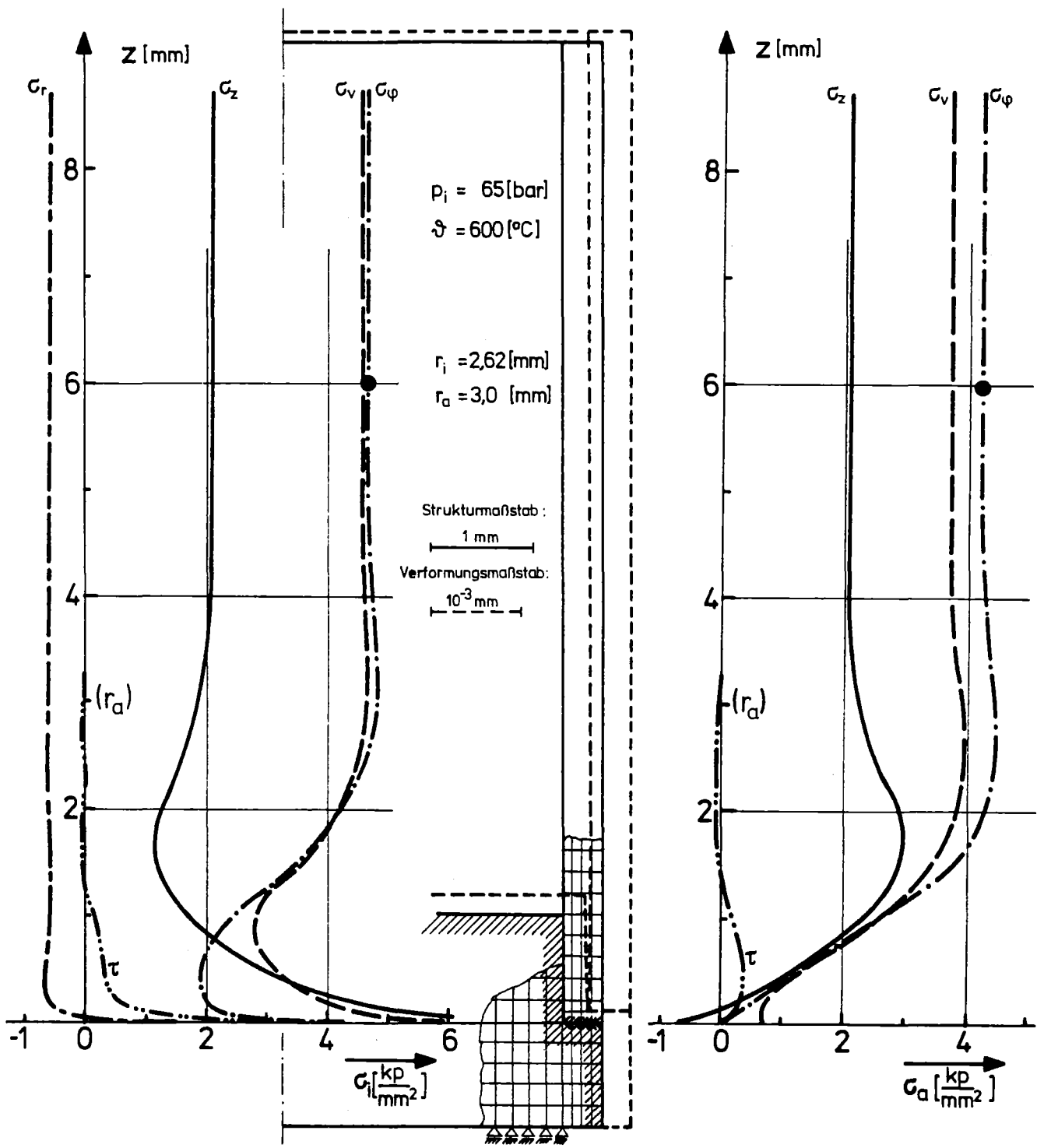
Das Problem ist sowohl für den LWR als auch den SBR technisch wichtig. Beim SNR interessiert wegen des Innendruckes im Brennstab der Normalbetrieb, während am LWR vor allem die störfallbedingte Belastung ausschlaggebend ist.

Der hier durchgeführten Berechnung wird ein SNR-Brennstab zugrunde gelegt, dessen Daten aus Anhang C.1 zu entnehmen sind. Entsprechend der thermischen Verhältnisse in diesem Teil des Stabes wird eine konstante Temperatur vorausgesetzt. Die geometrischen Gegebenheiten im Bereich des Endstopfens sind aus Abb.7.1 und 7.2 zu entnehmen. Für den am unteren Rand des Stopfens befindlichen Führungszapfen werden als Ersatzrandbedingungen radial verschiebliche Lager eingeführt, siehe Abb.7.2.

Die Endstopfenversion des Programmes FINEL wird FINELS genannt, sie verwendet Ringelemente mit rechteckigem Querschnitt.

7.2.2 Deformation und Spannungen im Randbereich des Hüllrohres

Für den unteren Rand des SNR-Brennstabes berechnet FINELS die in Abb.7.2 dargestellten thermoelastischen Verformungen und Spannungen. Letztere wurden in axialer Richtung für die Innen- und Außenseite des Hüllrohres gezeichnet.

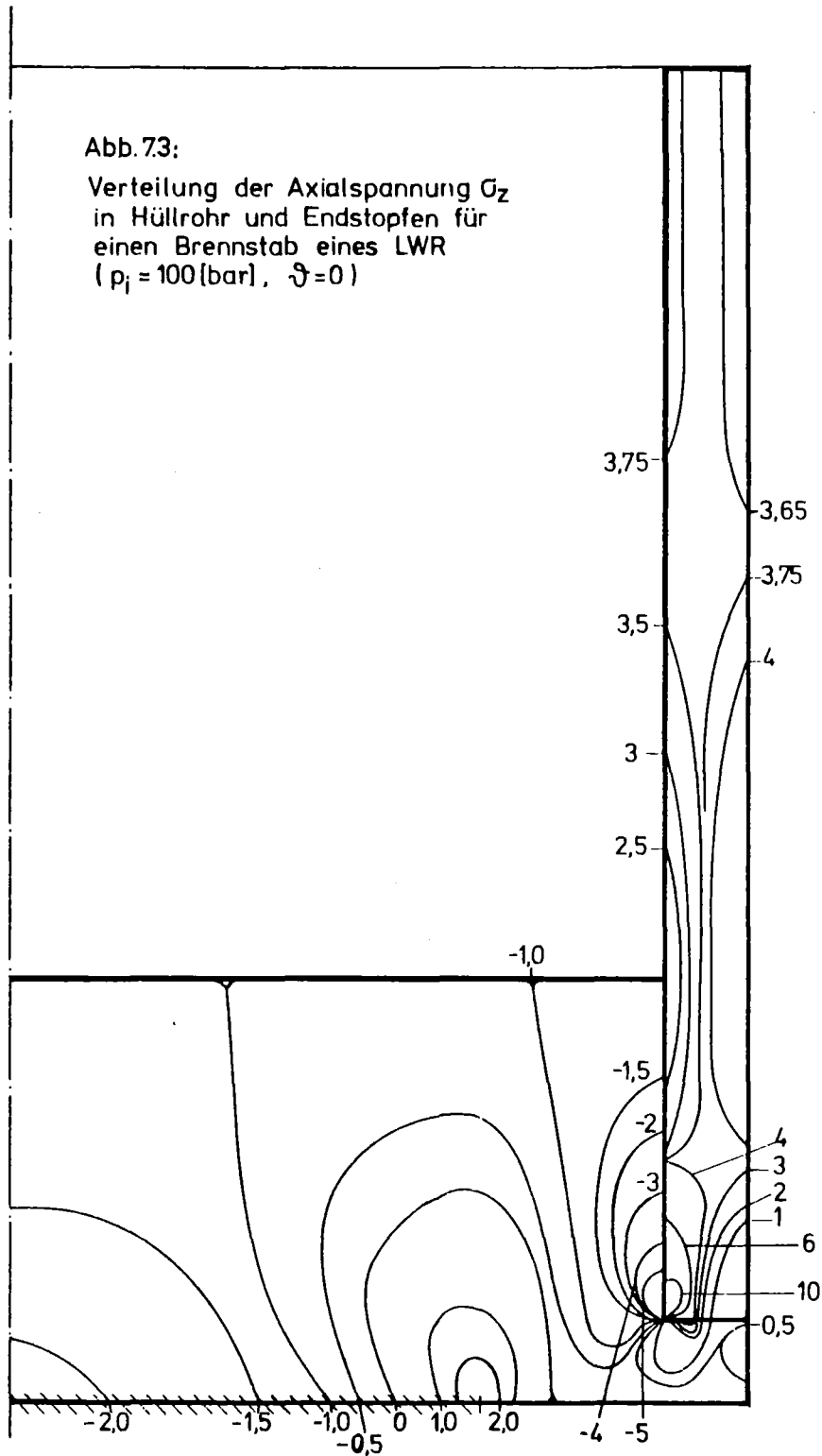


<p>Spannungsverläufe an der Hüllrohrinnenwand ($r = r_i + \frac{5}{8}$) ●-σ_φ exakte eindim. Theorie)</p>	<p>Geometrie von Hüllrohr mit Endstopfen am SNR-Brennstab — unverformte Kontur - - - verformte Kontur</p>	<p>Spannungsverläufe an der Hüllrohraußenwand ($r = r_a - \frac{5}{8}$)</p>	<p>Abb. 7.2</p>
---	--	---	-----------------

Die verformte Kontur ist stark vergrößert als gestrichelte Linie gezeichnet. Bei der zugrunde gelegten Belastung resultiert die Deformation im wesentlichen aus der thermischen Dehnung. Der Einfluß des Innendruckes läßt sich trotz des großen Verformungsmaßstabes kaum darstellen. Er äußert sich in einer radialen Aufweitung des Hüllrohres, die allerdings an der Schweißstelle selbst ($z = 0$) noch verhindert wird und sich dann mit Zunahme der Rohrlänge auf den axial konstanten Wert des unendlich langen Rohres einpendelt.

Die axialen Verläufe der Spannungen an der Hüllrohrwand zeigen, ausgehend von der Schweißstelle ($z = 0$), den für ein eingespanntes Rohr typischen Einschwingungsvorgang. Oberhalb der Rohrlänge $z > D_a$ ist der Randeinfluß abgeklungen. Die für den randfernen Teil berechneten Spannungen stimmen mit den exakten Werten aus der ein-dimensionalen Theorie eines rotationssymmetrischen Rohres unendlicher Länge überein. In Abb.7.2 wird das z.B. für die Tangentialspannung $\sigma_\varphi (\bullet)$ gezeigt.

Durch die Behinderung der Verformung des Hüllrohres infolge der Verschweißung mit dem 'steifen' Endstopfen entsteht ein Biegemoment. Dessen maximale Wirkung zeigt sich unmittelbar an der Schweißnaht. Mit der Zunahme der radialen Aufweitung verliert das Moment an Wirkung, bis es schließlich vollständig abgeklungen ist. Sehr deutlich erkennt man dies an der Verteilung der Axialspannung, die in Abb.7.3 in Form von Isodynien dargestellt ist. Obwohl hier Bedingungen eines LWR zugrunde liegen, gelten die qualitativen Schlußfolgerungen allgemein. Ein deutliches Maximum der Spannungen stellt sich an der Innenseite des Hüllrohres unmittelbar an der Schweißnaht ein. Diese extreme Spannungsspitze klingt in axialer und radialer Richtung sehr schnell ab. In axialer Richtung entsteht außerdem oberhalb der Schweißnaht ein Übergangsbereich, in dessen Verlauf ein Maximum der Spannungen an der Außenseite des Hüllrohres auftritt. Erst mit deutlichem Abstand vom Rohrende stellen sich axial konstante Spannungsverhältnisse ein. Im Endstopfen selbst wird durch die große Steifigkeit die Spannung insgesamt niedriger und daher von geringerer Bedeutung. Sie wird deshalb hier nicht weiter diskutiert.



Die extreme Spannungsspitze am Innenrand des Hüllrohres klingt nach Abb.7.2 und 7.3 in axialer Richtung bereits auf einem Bruchteil eines Millimeters ab. Mit der Abb.7.4, in der die radiale Verteilung der Spannung in den Elementen der ersten Stufe des Hüllrohres, also unmittelbar oberhalb der Schweißnaht aufgetragen ist, wird dies auch für die radiale Richtung bestätigt. Am Außenrand

wird die Axialspannung in dieser Ebene durch die Behinderung der Querschnittsverwölbung sogar negativ. Die mit FINELS durchgeführte diskrete Berechnung liefert im maximal belasteten Element, selbst bei einer räumlich sehr feinen Unterteilung, Spannungen, die, wie Abb.7.4 zeigt, deutlich unter der Streckgrenze des Materialies liegen. Zur Berechnung einer derartigen Singularität im Spannungsverlauf ist generell zu bemerken, daß sich diese auch durch eine noch so feine räumliche Diskretisierung nicht beschreiben läßt. Die Rechnung bestätigt aber, daß die extrapolierte Spannungsspitze hier nur in einem sehr schmalen Bereich besteht. Nach allgemeiner Meinung aus der Kerbspannungslehre, siehe z.B. Neuber [Neu 58], darf angenommen werden, daß die Spannungsspitze durch eine minimale plastische Dehnung an der Innenseite des Hüllrohres lokal abgebaut wird.

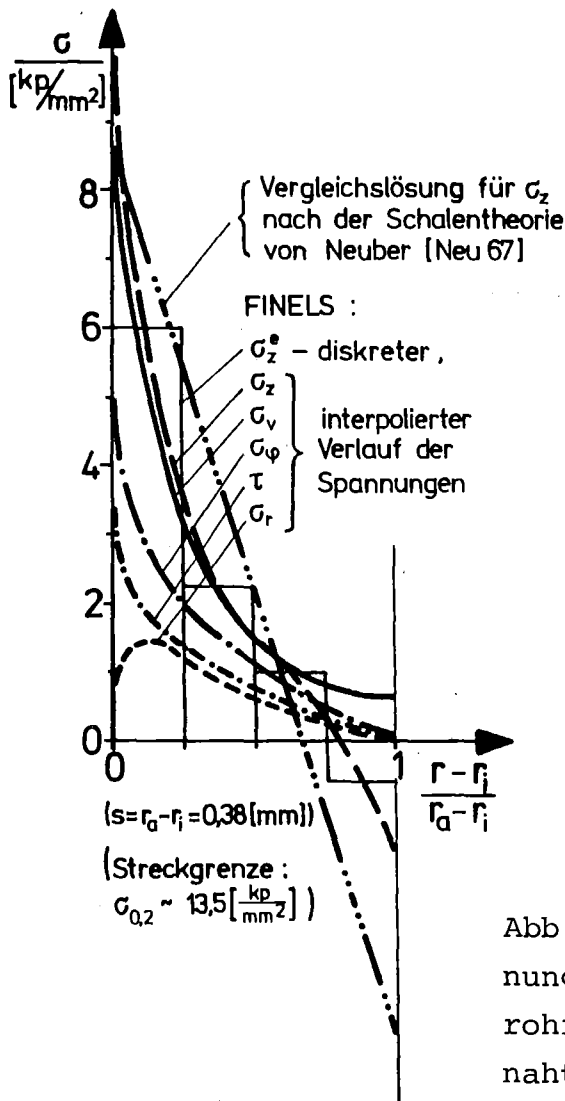


Abb.7.4: Radialer Verlauf der Spannungen in der ersten Stufe des Hüllrohres direkt oberhalb der Schweißnaht ($z = 0,05$ [mm]).

Eine Theorie, die, wie z.B. die Schalentheorie, auf einer linearen Verteilung der Spannungen über die Hüllrohrwand basiert, könnte den mit FINELS berechneten lokalen Effekt nur andeutungsweise beschreiben. Nach Neuber [Neu 67] oder Krugmann [Kru 76] lautet z.B. die Axialspannung für das eingespannte Rohr:

$$\sigma_z = \frac{r_m}{2s} \cdot (p_i - p_d) \cdot \left[1 \pm \sqrt{\frac{6}{1-\nu^2}} (2-\nu) \cdot 2h \cdot e^{-kz} \cdot \left(\cos(kz) + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad 7.1$$

mit $k = \sqrt{\frac{\sqrt{3}(1-\nu^2)}{r_m \cdot h}}$ = Abklingzahl

s = Schalendicke

h = radiale Koordinate über die Schale $(-\frac{1}{2} \leq h \leq +\frac{1}{2})$

Mit dieser Formel wurde der radiale Verlauf der Axialspannung für den unteren, also den eingespannten, Rand des Hüllrohres errechnet und zum Vergleich in Abb.7.4 eingezeichnet. Mit dem schalentheoretischen Ansatz wird neben der radialen Verteilung - linearer Verlauf - auch das Maximum der Spannung nicht richtig erfaßt. Außerdem wird der Einfluß der Nachgiebigkeit des Endstopfens, die eine Reduktion der Spannung am Außenrand bewirkt, nicht berücksichtigt; nach dem in FINELS verwendeten Modell kommt dieser Effekt deutlich zum Ausdruck.

Nach Neuber: 'Kerbspannungslehre' [Neu 58] werden die Verhältnisse am Übergang vom Hüllrohr zum Stopfen durch eine unendlich tiefe, spitzwinklige Kerbe mit Flankenwinkel $\omega = 0$ und Krümmungsradius $\rho_s = 0$ beschrieben. Das Problem der daraus folgenden Spannungssingularität wird dort durch Einführen eines fiktiven Radius, der auf die endliche Struktur des Werkstoffes zurückgeht, umgangen. Das durch diesen Radius beschriebene Gebiet wird von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen. Die diskrete Berechnung in FINELS kommt diesem Modell sehr entgegen. Bei feiner Diskretisierung kann für das Rechenmodell die konstante Elementspannung an Stelle der Singularität zugrunde gelegt werden. Zur genauen Analyse eines derartigen Spannungsproblems sind bruchmechanische Betrachtungen notwendig.

An der Außenseite des Hüllrohres kommt es, ausgehend von der Schweißstelle am unteren Rand des Hüllrohres zu einem Einschwingvorgang im axialen Verlauf der Spannungen, vgl. Abb.7.2 und 7.3. Dabei führt ein Überschwingen zu einem breiten Maximum der Spannungen bei $z \approx D_a/3$, also deutlich oberhalb der Schweißstelle. Die

Vergleichsspannung liegt hier um $\Delta\sigma_v \sim 7\%$ über dem Wert des randfernen Teiles des Hüllrohres. Die größte Komponente der Spannungen ist an dieser Stelle die Tangentialspannung σ_φ . Die stark gedämpfte Schwingung im axialen Spannungsverlauf wird durch den schalentheoretischen Ansatz nach Gl.7.1 bestätigt, die beiden letzten Terme der Gleichung machen dies deutlich.

7.2.3 Technische Beurteilung des Randeinflusses auf die Auslegung des Hüllrohres

Während die thermoelastische Spannung unmittelbar mit dem Aufbringen der Last entsteht, interessiert für die technische Auslegung darüber hinaus das Verhalten bei großen Einsatzzeiten und die Frage nach möglichen Defektursachen.

In diesem Zusammenhang wurde von Krugmann [Kru 76] eine kontinuierliche Messung der Verformung von Hüllrohren zur Bestimmung der Kriechparameter durchgeführt. Die mit Innendruck beaufschlagten Rohrproben wurden bis zu sehr großen Deformationen belastet. Dabei zeigten alle defekten Proben als Ursache Längsrisse an der Außenseite des Rohres. Als Defektstelle erwies sich der Bereich des Maximums der Deformationen und Spannungen bei $z \sim D_a/3$, vgl. Abb.7.2 und 7.3. Obwohl bei den Versuchen die Endstopfen mit einem vergleichsweise groben Verfahren verschweißt wurden, stellte sich die Schweißnaht selbst für keine der Proben als Defektstelle heraus.

Zur Erklärung dieser Defektursache wird das Verhalten der Spannungen während der Einsatzzeit verfolgt. Das Materialkriechen bewirkt in dieser Zeit eine Veränderung der Spannungen und Deformationen der Struktur. In Abb.7.5 wird der zeitliche Verlauf der Vergleichsspannung an vier exponierten Stellen im randnahem Bereich des Hüllrohres dargestellt. Aus Gründen der Rechenzeit wird zur zeitlichen Analyse ein Modell mit grober Diskretisierung und vereinfachten Randbedingungen verwendet. Die Spannung an den Rändern wird durch lineare Extrapolation ermittelt. Die qualitativen Schlußfolgerungen werden dadurch nicht beeinflusst.

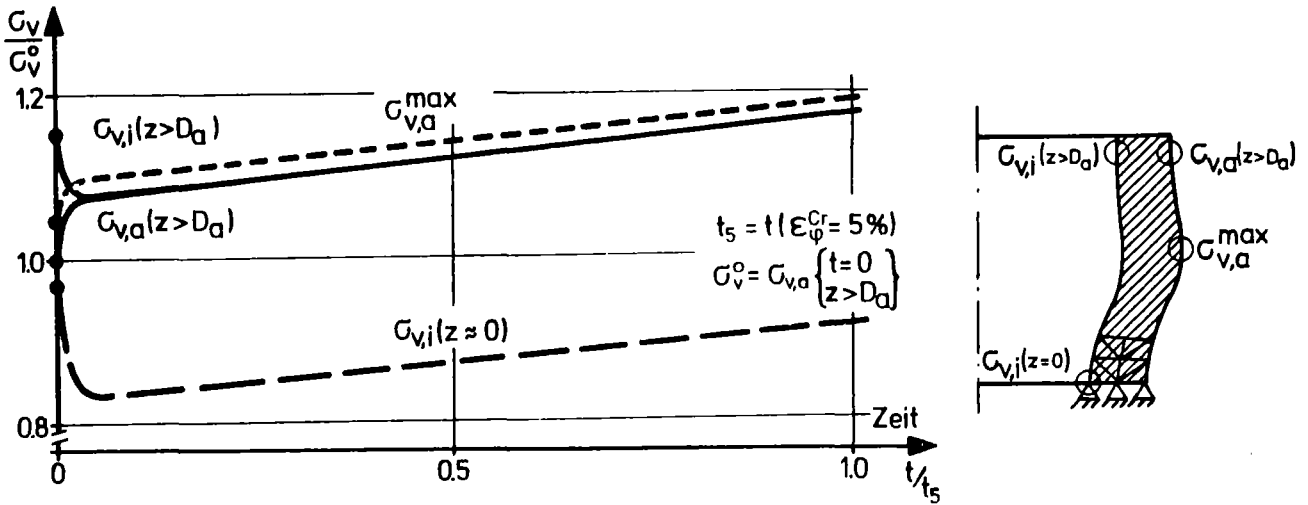


Abb.7.5: Zeitlicher Verlauf der Vergleichsspannung an vier Stellen im randnahen Bereich des Hüllrohres.

Durch das Kriechen des Materials erfolgt zunächst eine Umlagerung der Spannungen bis zu einem Gleichgewichtszustand, siehe Kap.6.4.1, wodurch insbesondere ein Abbau der Spannungsspitzen erfolgt. In dem Teil des Rohres, der frei von Randeinflüssen ist, wird dabei der radiale Gradient der Spannungen vollständig abgebaut, wie an $\sigma_{v,i}$ und an $\sigma_{v,a}$ für $z > D_a$ zu sehen. Im Bereich des Überschwingens bei $z \sim D_a/3$ erreicht die Spannung ihr Maximum an der Außenseite des Hüllrohres $\sigma_{v,a}^{\max}$. Der große Gradient der Spannungen und damit die extreme Spitze an der Innenseite unmittelbar am unteren Rand des Rohres, wird durch das Kriechen stark reduziert. Bei der Gleichgewichtsverteilung liegt das Maximum der Spannung an der Stelle der größten Deformation.

Mit Zunahme der Kriechdehnungen während der Einsatzzeit steigt das Spannungsniveau in der Struktur insgesamt wieder an. An der Lage des Maximums und der Relation der einzelnen Werte zueinander ändert sich dadurch nur wenig. In diesem Beispiel wurde die Rechnung bis zu einer Einsatzzeit (t_5) durchgeführt, bei der das Rohr bereits die relativ große Kriechdehnung von $\epsilon_{\varphi}^{cr, \max} = 5\%$ erfahren hat. Als Langzeiteffekt muß deshalb eine Schädigung am Außenrand des Rohres deutlich oberhalb der Schweißstelle erwartet werden. Da hier die Tangentialspannung die größte Spannungskomponente bildet, sind nach der Rechnung Längsrisse zu erwarten. Diese Ergebnisse erklären das Defektverhalten der Hüllrohrproben aus den Zeitstandversuchen von Krugmann.

Die Langzeitanalyse hat weiterhin gezeigt, daß die Kriechdehnung eine Vergrößerung des randbeeinflussten Bereiches in axialer Richtung zur Folge hat. Während bei der thermoelastischen Rechnung die radiale Verschiebung und die Spannung für $z > D_a$ die Werte eines Rohres unendlicher Länge erreichen, wirkt der Randeinfluß bei großen Kriechdehnungen bis $z \sim 2 \cdot D_a$. Insgesamt gesehen ist dies aber immer noch eine relativ kurze randbeeinflusste Zone. Für die Bemessung von Hüllrohrabschnitten für experimentelle Zwecke ist diese Länge technisch und wirtschaftlich interessant. In teuren Experimenten können die Prüflinge eines Brennstabes ohne Verfälschung der Meßergebnisse kurz gehalten werden, so daß in einer Testanordnung u.U. mehrere Proben untergebracht werden können.

7.2.4 Abschlußbemerkung zur Beanspruchung des Hüllrohres durch den Einfluß des Endstopfens

Die Ergebnisse der oben durchgeführten Analysen zur Beanspruchung des Hüllrohres infolge der Verschweißung des Endstopfens können in folgenden Punkten zusammengefaßt werden.

Durch die Verschweißung des Rohres entstehen im Randbereich zwei Spannungsmaxima. Die Spannungsspitze an der Innenseite unmittelbar an der Schweißstelle - im Grunde handelt es sich um eine Singularität in der Spannungsverteilung - wirkt nur in einem sehr schmalen Bereich und wird durch lokales Plastifizieren abgebaut. Das Spannungsmaximum an der Außenseite liegt deutlich oberhalb der Schweißnaht, etwa bei $z = D_a/3$, und wächst mit Zunahme der kriechbedingten Verformung. Bei langen Einsatzzeiten und hohem Deformationsgrad muß hier mit einer Rißbildung in der Hülle gerechnet werden. Experimentelle Ergebnisse bestätigen diese Aussage.

Quantitative Aussagen hierzu hängen von der aktuellen Geometrie, Belastung und Einsatzzeit ab, sie lassen sich nicht allgemeingültig formulieren. Die für den jeweils eingesetzten Stab notwendige Analyse kann mit dem zweidimensionalen Programm FINELS mit der dem Problem angepaßten Genauigkeit durchgeführt werden.

Der Einfluß des eingespannten Randes auf die Verformungen und Spannungen reicht maximal bis zu einer Rohrlänge von $z = 2 \cdot D_a$.

Die bisher üblichen Rechnungen mit schalentheoretischen Ansätzen können durch die vereinfachende Annahme der linearen Spannungsverteilung die realen Verhältnisse unmittelbar an der Schweißnaht nicht richtig wiedergeben.

Abschließend zu diesem Problemkreis soll noch bemerkt werden, daß konstruktive Maßnahmen wie z.B. eine Verringerung der Steifigkeit des Endstopfens, zumindest lokal im Bereich der Schweißstelle, und eine Vermeidung scharfer Kanten merklich zur Minderung der Spannungen im Hüllrohr beitragen würden. Durch diese Maßnahme muß die durch die industrielle Fertigung des Stabes erhobene Forderung nach Einfachheit der Konstruktion nicht zwangsläufig verletzt werden.

Mit Hilfe des Programmes FINELS wurden von Autor bereits Spannungsanalysen, allerdings nur rein thermoelastische, im Bereich des Endstopfens für einen Brennstab des LWR durchgeführt und veröffentlicht, vgl. [FabK 73] .

7.3 Mechanisches Verhalten von Hüllrohren bei Kühlmittelverluststörungen

7.3.1 Allgemeines zur Problematik

Die dem Hüllrohr übertragene Funktion der ersten Sicherheits-
hülle gegen das Freisetzen von radioaktiven Stoffen muß nicht
nur im Normalbetrieb, sondern auch im Falle einer Anlagenstö-
rung gewährleistet sein, vgl. Kap.2.2.3. Diese Forderung stellt
ein wesentliches Kriterium für die Auslegung des Brennstabes dar.

Für Leichtwasserreaktoren (LWR) muß die 'Kühlmittelverluststö-
rung' (LOCA) mit ihren Auswirkungen auf das Brennstabhüllrohr
diskutiert werden, wie im Bericht [Fis 74] beschrieben. Ziel die-
ser Untersuchungen ist es, die Integrität des Hüllrohres sicher-
zustellen.

Bei Verlust des Kühlmittels, partiell oder total, fällt der Au-
ßendruck am Hüllrohr innerhalb sehr kurzer Zeit ab, gleichzeitig
steigt die Temperatur und damit auch der Innendruck rasch an.
Unter der Wirkung des inneren Überdruckes werden die Brennstab-
hüllrohre, begünstigt durch die Erhöhung der Temperaturen, regel-
recht aufgebläht. Dieser Effekt - das 'ballooning' - zeigt sich ins-
besondere an den Stellen einer Schwächung der Hüllrohrwand oder
einer lokalen Belastungsspitze. Die Aufweitung bewirkt ihrerseits
eine Verengung einzelner Kühlkanäle oder ganzer Kanalgruppen, so
daß die Wirksamkeit der Notkühlsysteme beeinträchtigt wird.

Zur Beurteilung des Stabverhaltens unter oben geschilderten Be-
dingungen sowie zur Interpretation und theoretischen Absiche-
rung entsprechender Versuche sind leistungsfähige Rechenmodelle
notwendig. Vom Gesamtkomplex der hydraulischen und thermischen
Druck- und Deformations-Analysen wird im Folgenden nur der letzte
Aspekt behandelt.

Der Kühlmittelverluststörfall wird durch zeitabhängigen Innen-
und Außendruck sowie durch sich zeitlich und räumlich ändernde
Temperaturen simuliert. Das Rechenmodell zur Beschreibung der
Deformation des Hüllrohres muß demnach folgenden Anforderungen
gerecht werden:

- a) räumlich mehrdimensionale Strukturberechnung
- b) temperatur- und ortsabhängige Materialeigenschaften
- c) nichtlineares Materialverhalten durch Kriechen

- d) geometrisch nichtlineares Verhalten durch große Deformationen
- e) instationäre Belastungen

7.3.2 Datenfälle zur Simulation der Kühlmittelverluststörungen

Das Brennstabhüllrohr des Druckwasserreaktors (DWR), für das die Analyse durchgeführt wird, besteht aus Zirkaloy-2. Stabgeometrie und Materialdaten sind in Anhang C.5 zusammengestellt.

Zirkaloy-2 zeigt oberhalb $\vartheta > 600$ [°C] eine sehr starke Abhängigkeit der Werkstoffdaten von der Temperatur, insbesondere des E-Moduls und der Kriechparameter. Der E-Modul beispielsweise fällt durch einen Anstieg der Temperatur von $\vartheta = 340$ [°C] im Normalbetrieb auf $\vartheta = 1000$ [°C] im Störfall um etwa zwei Zehnerpotenzen, wie aus Abb.C.1 zu entnehmen. Bei den extremen Temperaturen mit z.T. sehr steilen räumlichen Gradienten, siehe unten, muß sowohl die Ortsabhängigkeit der Temperatur als auch die Materialdaten berücksichtigt werden.

Das Materialkriechen wird hier durch das Norton-Gesetz $\dot{\epsilon} = k\sigma^n$ beschrieben, vgl. Kap.4.4.2.2 (Gl.27). Es ist allerdings nicht sicher, ob dieses Gesetz bei den im Falle des Kühlmittelverlustes u.U. auftretenden großen Verformungsgeschwindigkeiten brauchbar ist. Es ist aber als einziges auch bei hohen Temperaturen empirisch gut belegbar. Im Programm FINEL kann aber statt des Norton-Gesetzes jede andere Beziehung implementiert werden.

Die Belastung eines Hüllrohres durch den Kühlmittelverlust wird mit Hilfe von Modelldatenfällen simuliert: entsprechend dem Verlauf der Störung, siehe oben, wird der Außendruck vernachlässigt $p_a = 0$ und ein proportional mit der Zeit ansteigender Innendruck gewählt:

$$p_i(t) = p_0 \cdot t \quad 7.2$$

Anstiegsrate $\dot{p}_0 = 2,5$ [bar/sek]

Der Verlauf der Temperatur wird durch zwei charakteristische Verteilungen beschrieben. Bei einer globalen Störung wird er durch ein sinusförmiges Profil über der gesamten Stablänge L dargestellt, welches einer konstanten Grundtemperatur ϑ_0 überlagert ist und dessen Amplitude zeitproportional ansteigt:

$$\vartheta(z,t) = \vartheta_0 + \Delta\vartheta \cdot t \cdot \sin \frac{\pi z}{L} \quad 7.3$$

Grundtemperatur $\vartheta_0 = 350 [^{\circ}\text{C}]$
 Anstiegsrate der Amplitude $\Delta\dot{\vartheta} = 100 [^{\circ}\text{C}/\text{sek}]$

Eine lokale Störung wird durch eine axiale Verteilung nach Art der Gauß'schen Glockenkurve, siehe [Kre 77] beschrieben, die auf einer räumlich konstanten, aber proportional mit der Zeit ansteigenden Temperatur aufbaut.

$$\vartheta(z,t) = \vartheta_0 + \Delta\dot{\vartheta} \cdot t + \Delta\vartheta^* \cdot \exp\left[-\frac{(z-L/2)^2}{2S^2}\right] \quad 7.4$$

Grundtemperatur $\vartheta_0 = 350 [^{\circ}\text{C}]$
 Anstiegsrate der Grundtemperatur $\Delta\dot{\vartheta} = 100 [^{\circ}\text{C}/\text{sek}]$
 Höhe der Temperaturspitze $\Delta\vartheta^* = 50 [^{\circ}\text{C}]$
 Standardabweichung $2S = 1 [\text{cm}]$

Diesen axialen Temperaturverläufen wird zusätzlich ein konstanter radialer Gradient im Hüllrohr unterstellt, so daß die diskutierte Temperaturverteilung insgesamt $\vartheta = \vartheta(r,z,t)$ lautet. Mit diesen beiden Grundtypen der thermischen Belastung kann die Aufweitung des Hüllrohres beim Kühlmittelverlust sowohl über die gesamte Länge des Stabes entsprechend der Leistungsverteilung, als auch in einer lokal begrenzten Zone entsprechend einer lokalen Störung analysiert werden.

In den Modelldatenfällen (Gl. 7.3 und 7.4) beträgt die Anstiegsrate der Temperatur $\Delta\dot{\vartheta} = 100 [^{\circ}\text{C}/\text{sek}]$. Diese Annahme unterstreicht den stark instationären Charakter der Belastung. In der Praxis hat es sich als nützlich erwiesen, der instationären Rechnung einen Datenfall mit räumlich und zeitlich konstanter Belastung vorzuschalten. Dazu wird hier eine recht starke und damit rechen-technisch kritische Belastung mit einem Innendruck von $p_i = 10 [\text{bar}]$ und einer Temperatur von $\vartheta = 1050 [^{\circ}\text{C}]$ gewählt. Mit den Ergebnissen dieser Vorrechnung kann der Einfluß der physikalischen Modelle, der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung sowie die erreichbare numerische Genauigkeit und der Aufwand der Rechenzeit abgeschätzt werden.

Ungeachtet etwaiger Bruchspannungskriterien wird die Deformation des Hüllrohres bis zu sehr großen Werten berechnet. Als Ziel der Rechnung stehen hier das Deformationsverhalten und das methodische Vorgehen im Vordergrund. Lediglich das Erreichen der Temperatur von $\vartheta = 1200 [^{\circ}\text{C}]$ stellt eine äußere Schranke für den Abbruch der Rechnung dar.

7.3.3 Modell- und programmtechnische Aspekte in FINEL

Die Wahl des geometrischen Modells des Brennstabes wird von den Abmessungen, der Belastung, der Strukturunterteilung, der Größe des Programmes und den Rechenkosten beeinflusst.

Die hier im Zusammenhang mit dem Kühlmittelverluststörfall durchgeführten Rechnungen gelten hauptsächlich dem Deformationsverhalten des Stabes und nicht so sehr einer lokalen Spannungsanalyse. Da außerdem die thermische Beanspruchung dominiert, kann zugunsten der Länge des Stabmodelles eine relativ grobe Diskretisierung gewählt werden. Diese wird mit vier fischgrätfförmig angeordneten Simplexelementen in einer Stufe der Höhe $h = 1[\text{mm}]$ vorgenommen, vgl. Abb.5.3 und 7.1. Die Berechnung des Stabes mit der gesamten Länge von $L = 390[\text{cm}]$ ist vom Rechenaufwand her nicht vertretbar und vom Rechenziel her nicht notwendig.

Der Effekt des 'balloonings' entsteht nur in einem kritischen Teilausschnitt des gesamten Stabes. Bei einer lokalen Belastungsspitze reicht ohnehin ein verkürztes Stabmodell aus, und bei sinusförmiger Verteilung der Belastung führt die starke Abhängigkeit der Kriechdaten von der Temperatur nur im Bereich dessen Maximums zum Aufblähen des Rohres, wie durch Versuche an Brennstabbündeln von Wiehr u.a. [WieE 77] belegt. Außerdem werden die Experimente zum mechanischen Verhalten ebenfalls weitgehend an kurzen Rohrproben durchgeführt.

Will man sich dennoch nicht auf einen Teilausschnitt festlegen, bleibt eine zweite Möglichkeit. Da der Druck räumlich konstant ist, und der axiale Gradient der Temperatur bei einem globalen Verlust des Kühlmittels nach Gl.7.3 maximal $d\vartheta/dz \sim 0,7[^\circ\text{C}/\text{cm}]$ beträgt und damit relativ klein ist, kann das Temperaturprofil axial komprimiert und damit einem verkürzten Stabmodell angepaßt werden. Speziell zu diesem Punkt vom Autor durchgeführte Rechnungen haben bestätigt, daß unter Ausnutzung der Symmetrie bei einer Modelllänge von $l/2 = 30[\text{cm}]$, bei $d\vartheta/dz \sim 4,4[^\circ\text{C}/\text{mm}] \triangleq 4,4[^\circ\text{C}/\text{Stufe}]$ noch keine Fehler begangen werden, die das Rechnungsziel beeinflussen. Dieses Modell kann somit durchaus als repräsentativ für den gesamten Stab angesehen werden.

Wie in Kap.4 bereits gesagt, wird die Lösung der durch das Kriechen und die großen Verformungen hervorgerufenen nichtlinearen Probleme in FINEL, ebenso wie in ZIDRIG, nach einem inkrementellen Vordehnungsverfahren erzielt. Dabei kann je nach Größe der Deformation die Geometrie des Stabes dem aktuellen Zustand angepaßt werden, vgl. Programmablaufplan in Abb.5.1. Im vorliegenden Fall wird die Geometrie schon alleine wegen des stark instationären Verlaufes der Temperatur und des Innendruckes für jedes neue Zeitinkrement aktualisiert. Die Zeitabhängigkeit der Belastung führt hierbei u.U. zu einer Begrenzung der Länge des Zeitschrittes, welcher im Programm primär durch das Kriechen festgelegt wird, vgl. Kap.5.2.

Dieser Auslegungsfall wird, nebenbei bemerkt, als Beispiel für eine mehrdimensionale, eine durch die Materialbeziehungen nichtlineare, eine geometrisch nichtlineare und eine instationäre Berechnung gewertet.

7.3.4 Deformationsverhalten eines Hüllrohres bei zeitlich und räumlich konstanter Belastung

Wie oben bereits angedeutet, wird zunächst anhand eines stationären Datenfalles mit räumlich konstanter Belastung auf den Effekt der zeitlichen Diskretisierung in FINEL und den Einfluß der physikalischen Parameter auf die Deformation des Hüllrohres eingegangen. Die Richtigkeit der Lösung nach FINEL wird dabei durch den Vergleich mit analytisch gewonnenen Ergebnissen geprüft.

Der zeitliche Verlauf der Deformation des Hüllrohres wird für diese Belastung in Abb.7.7 anhand des mittleren Radius r_m dargestellt. Nach der thermoelastischen Verformung zur Zeit Null bewirkt der Kriechprozeß eine weitere Zunahme der Deformation. Da die Last und auch die Steifigkeitsmatrix in jedem Zeitschritt an die aktuelle Geometrie angepaßt werden, nimmt die Dehnungsrate mit der Zeit zu, bis sie bei Erreichen der Standzeit des Hüllrohres unendlich groß wird.

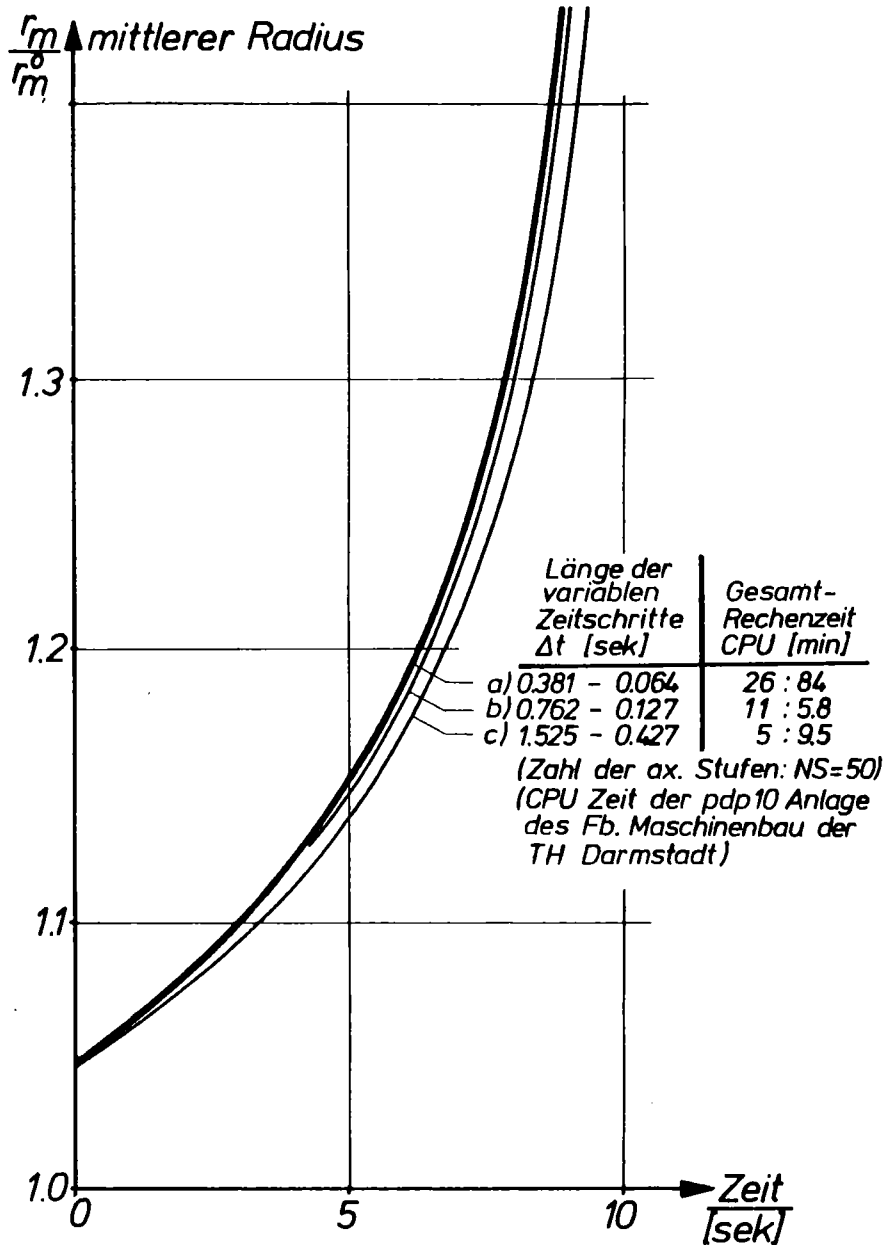


Abb.7.7: Zeitlicher Verlauf der Rohraufweitung bei räumlich und zeitlich konstanter Last. Einfluß der zeitlichen Diskretisierung anhand von drei Zeitunterteilungen dargestellt.

Bei einem inkrementellen Lösungsverfahren beeinflusst der Grad der zeitlichen Diskretisierung die Qualität der Ergebnisse. In FINEL wird die Länge des Zeitschrittes genauso wie in ZIDRIG variabel gehandhabt und vom Programm selbst errechnet, siehe hierzu Kap.5.3.1. Lediglich das Maximum der Kriechdehnung pro Zeitschritt wird durch die Vorgabe eines Zeitschritt-Faktors C_t vom Benutzer global festgelegt. Dieser Faktor beeinflusst nach Gl.5.3

die Länge der Zeitschritte für die jeweilige Rechnung. Durch die Linearisierung des zeitlichen Verlaufes der Deformation im einzelnen Zeitinkrement wird die exakte Lösung unterschätzt. Dieser Fehler wird im Anwendungsfall bei der Berechnung eines Hüllrohres bis hin zu großen Deformationen mit einer großen Zahl von Zeitschritten besonders deutlich. Eine Verbesserung der Lösung aber wird letztlich mit einer unverhältnismäßig großen Rechenzeit erkaufte, wie bereits bei der Anwendung von ZIDRIG in Kap. 6.4.2 diskutiert. Insbesondere gegen Ende der Standzeit, also mit Beginn des Steilanstieges der Kurve, werden die Zeitschritte durch den Anstieg der Kriechrate und die methodisch bedingte Begrenzung der Inkremente der Kriechdehnung sehr klein.

Den drei Kurven in Abb.7.7 liegen verschiedene zeitliche Diskretisierungen zugrunde. Daraus läßt sich der in Abb.7.8 dargestellte Zusammenhang zwischen der errechneten Standzeit und die dazu benötigte Rechenzeit als Funktion der Länge des Anfangs-Zeitschrittes ableiten. Am vorliegenden Beispiel wird die oben angedeutete Tendenz bestätigt: mit einer um den Faktor 5 höheren Rechenzeit erzielt man nur eine Verbesserung der Lösung um $\Delta t_s = 10\%$. Für die praktische Anwendung muß ein technisch vertretbarer Kompromiß zwischen Genauigkeit und Rechenzeit gefunden werden. Der Zeitschrittfaktor muß dazu vorab der aktuellen Beanspruchung angepaßt werden. Programmintern liefert die variable Steuerung des Zeitschrittes bereits einen sehr wesentlichen Beitrag zur Optimierung.

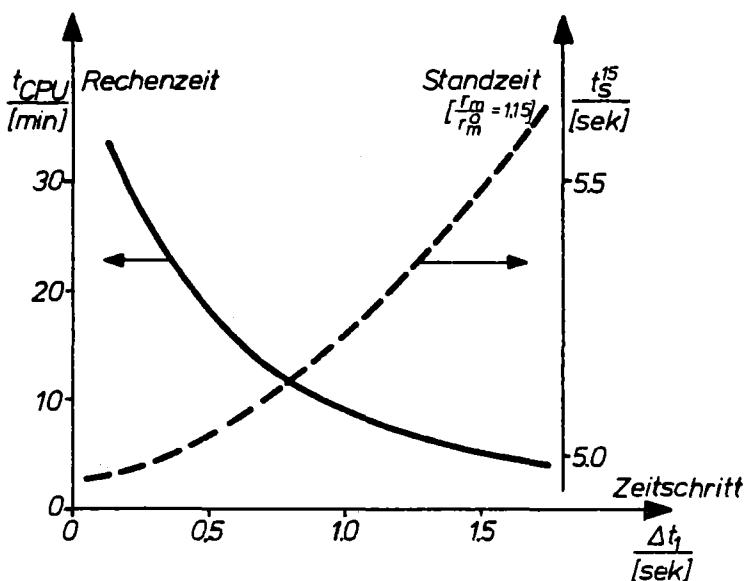


Abb.7.8: Einfluß der Länge des Zeitschrittes auf die Rechenzeit (t_{CPU}) und auf die Standzeit (t_s^{15}), vgl. Abb.7.7.

Die Standzeit wird hier durch $r_m/r_m^0 = 1,15$ definiert, der Nullpunkt an der Skala der Standzeit wurde unterdrückt.

Der mit FINEL auf der Basis eines inkrementellen Verfahrens errechnete zeitliche Verlauf der Deformation liefert selbst für große Deformationen von $\Delta r_m > 40\%$ sehr gute Ergebnisse. Das bestätigen die in Abb.7.9 gegenübergestellten Vergleichsrechnungen mit unterschiedlichen mechanischen Modellen und numerischen Verfahren. Das Programm SHELL nach Krugmann [Kru 74] basiert auf einer analytischen, schalentheoretischen Lösung, URANUS von Laßmann [Laß 78] berücksichtigt die nichtlineare Verschiebungs-Dehnungs-Beziehung, die Theorie 2. Ordnung, und ist als halbanalytisch zu klassifizieren. SPAR, ebenfalls von Laßmann [Laß 73], liegt eine sehr einfache lineare Theorie zugrunde, die Lösung erfolgt ebenfalls halbanalytisch. Insgesamt zeigen die Ergebnisse der verschiedenen Programme trotz der Größe der Verformung und des extremen Wertes der Temperatur ($\vartheta = 1050 [^{\circ}\text{C}]$) nur ein relativ enges Streuband. Selbst der Einfluß einer groben zeitlichen Diskretisierung in FINEL, wie zuvor diskutiert, würde noch ganz klar in das durch die Unterschiede in der methodischen Behandlung entstandene Streuband fallen.

Demgegenüber liefern selbst geringe Unsicherheiten in den Materialdaten, insbesondere des Kriechexponenten n und auch der Referenzwandstärke s viel größere Streuungen. In Abb.7.9 sind die nach FINEL berechneten Vergleichskurven mit einem nur um $n = \pm 1\%$ veränderten Kriechparameter n und mit einer um $s = \pm 10\%$ veränderten Referenzwandstärke s eingetragen. Der Vergleich zeigt, daß die Genauigkeit der Lösung hier primär durch die mangelnde Kenntnis der Materialeigenschaften und durch die Unsicherheiten der Stabgeometrie geprägt wird und erst sekundär durch das methodische Vorgehen selbst.

Der für die räumlich und zeitlich konstante Belastung durchgeführte Vergleich läßt außerdem den Schluß zu, daß FINEL sowohl bezüglich der programmtechnischen Durchführung als auch in Bezug auf die Methode die Deformation eines Hüllrohres als Folge des Materialkriechens und auch bei großen Verformungen korrekt beschreibt.

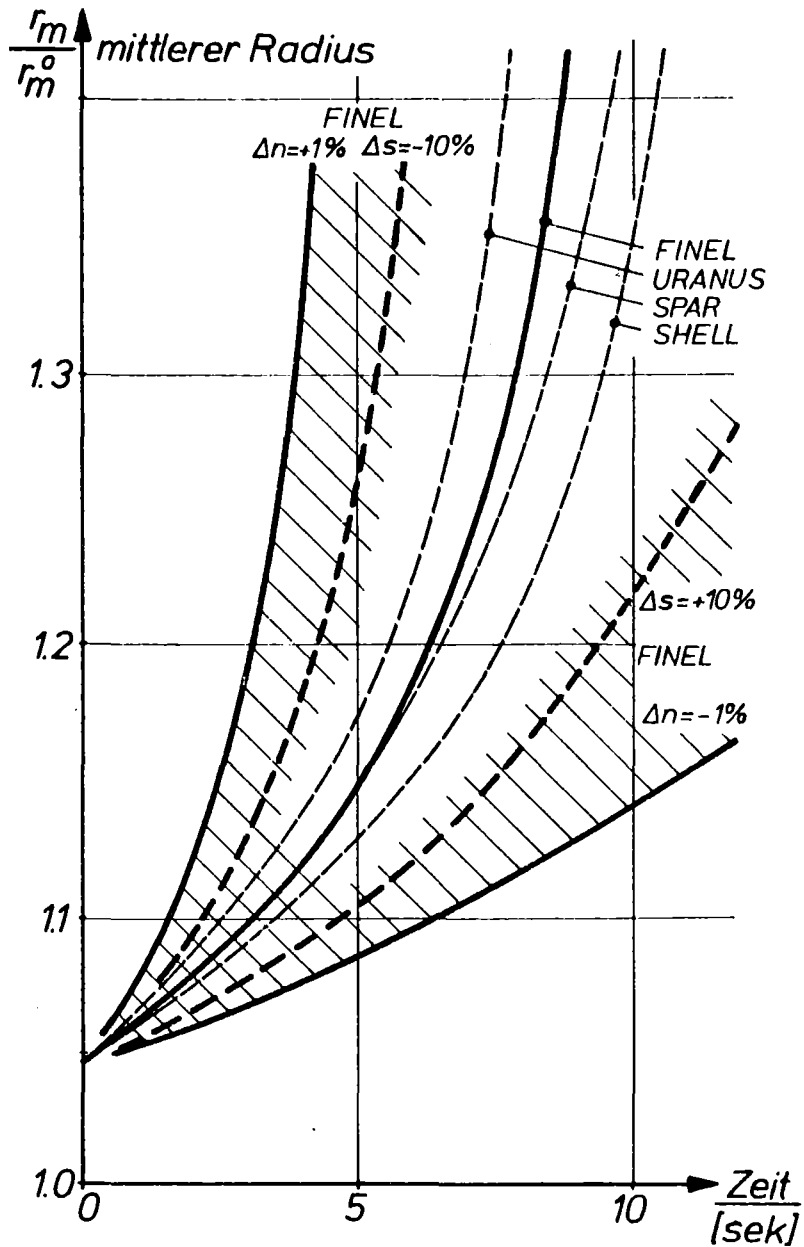


Abb.7.9: Zeitlicher Verlauf der Rohraufweitung.

Vergleich der Lösung nach FINEL mit anderen mechanischen und mathematischen Modellen, wie SHELL [Kru 74] , SPAR [Laß 73] und URANUS [Laß 78] . Streubereich der Zeitstandkurve durch den Einfluß der Unsicherheiten des Kriechparameters n und der Referenzwandstärke s schraffiert.

7.3.5 Verhalten des Hüllrohres bei zeitlich und räumlich variabler Belastung

Die Belastung eines Hüllrohres beim Kühlmittelverlust wird entsprechend Kap.7.3.2 durch ein:

zeitlich und räumlich variierendes Temperaturprofil und einen zeitproportional ansteigenden Innendruck simuliert.

Zunächst soll hier die Wirkung einer sinusförmigen Verteilung der Temperatur betrachtet werden.

Unter dieser Belastung ergibt sich der in Abb.7.10 dargestellte zeitliche Verlauf des mittleren Radius r_m/r_m^0 am Scheitelpunkt der Temperatur in Hüllrohrmitte ($L/2$). Die Kurve ist charakteristisch für das Verhalten eines Hüllrohres unter rasch ansteigender Belastung: über den weitaus größten Teil der Standzeit ändert sich die Hüllrohrgeometrie praktisch nur elastisch, gemäß der Zeitabhängigkeit von Druck und Temperatur. Dann entsteht im Bereich des Maximums der Temperatur nahezu explosionsartig eine Ausbeulung, die zum Platzen des Hüllrohres führt. Das Aufblähen des Hüllrohres wird durch das Kriechen des Materials begünstigt, das bei Zircaloy allerdings erst oberhalb $\vartheta = 600[^\circ\text{C}]$ einsetzt. Aufgrund der sehr schnellen Aufweitung kann die Standzeit auch ohne Versagenskriterien sehr genau ermittelt werden.

Nach Abb.7.10 ist die Zeitstandskurve nach FINEL praktisch identisch mit der analytischen Lösung des eindimensionalen Programmes SHELL. Die Unterschiede in der Behandlung der Zeitabhängigkeit in beiden Programmen, die nach Abb.7.9 im stationären Belastungsfall eine Aufstreuung bewirkt, führt lediglich im Bereich kleiner Verformungen zu geringen Abweichungen.

Hier nicht im Einzelnen zu besprechende Rechnungen haben ergeben, daß eine Verringerung der Anstiegsrate der Temperatur um $\Delta\dot{\vartheta} = 10\%$ bereits eine Erhöhung der Standzeit um $\Delta t_s \sim 10\%$ bewirkt.

Aus den Ergebnissen folgt, daß die Deformation des Hüllrohres bei schnellem Anstieg der Last hauptsächlich von der Form der Zeitabhängigkeit des Druckes und der Temperatur bestimmt werden. Die Zuverlässigkeit der Rechenergebnisse hängt also entscheidend von

einer genauen Kenntnis dieser Zeitabhängigkeit der Belastung ab. Nach dem axialen Verlauf der Verformung des Hüllrohres in Abb. 7.11 tritt die Beule nur in einem relativ schmalen Bereich auf, obwohl hier nicht von einer lokalen Belastung gesprochen werden kann. Bei der starken Abhängigkeit des Kriechens von der Temperatur und deren sinusförmiger Verteilung beginnt das 'ballooning' in Stabmitte und führt dort auch schnell zum Bersten des Rohres. Diese Tatsache kommt der Berechnung des Problems mit einem verkürzten Stabmodell in FINEL sehr entgegen; dort wird die Länge des Rohrmodells mit Rücksicht auf die Rechenkosten auf $l = 30$ [cm] begrenzt. Dadurch, daß die axiale Grenze des Modells auf der einen Seite in die Symmetrieebene im Stabmitte, und auf der anderen in den Bereich niedriger Temperatur und damit auch wesentlich niedriger Kriechgeschwindigkeit gelegt werden kann, ist der Einfluß des verkürzten Modells auf die Ergebnisse nur sehr gering. Mit FINEL können also durchaus repräsentative Ergebnisse für das Verhalten des gesamten Stabes erzielt werden, wie auch der Vergleich mit der Lösung nach SHELL in Abb. 7.11 zeigt.

Die Form der Beule unterscheidet sich zu den verschiedenen hier dargestellten Zeitpunkten, vgl. o-Symbole in Abb. 7.10, ganz erheblich, obwohl in allen Fällen die Standzeit schon fast erreicht ist. Die Zunahme der Verformungsgeschwindigkeit zum Ende der Standzeit bewirkt, daß das 'ballooning' etwa nur in deren letzten 5% stattfindet; der explosionsartige Charakter des 'balloonings' wird dadurch nachhaltig unterstrichen. Die Form der Beule wird von FINEL und SHELL qualitativ ähnlich, aber quantitativ verschieden beschrieben. Die einzelnen im eindimensionalen schalentheoretischen Modell SHELL verwendeten Schnittebenen sind nicht miteinander gekoppelt, ihre radiale Dehnung ist unabhängig voneinander. Die zweidimensionale Berechnung nach FINEL berücksichtigt die axiale Kopplung per Ansatz. Dadurch wird die Beule um etwa 10% niedriger und geringfügig breiter als nach dem eindimensionalen Modell. Dieser Effekt fällt bei dem relativ geringen axialen Gradienten der Temperatur dieses Datenfalles allerdings nicht stark ins Gewicht. Trotzdem deutet sich schon hier an, daß die Kontur des verformten Rohres nur mit einer mehrdimensionalen Analyse realistisch beschrieben werden kann.

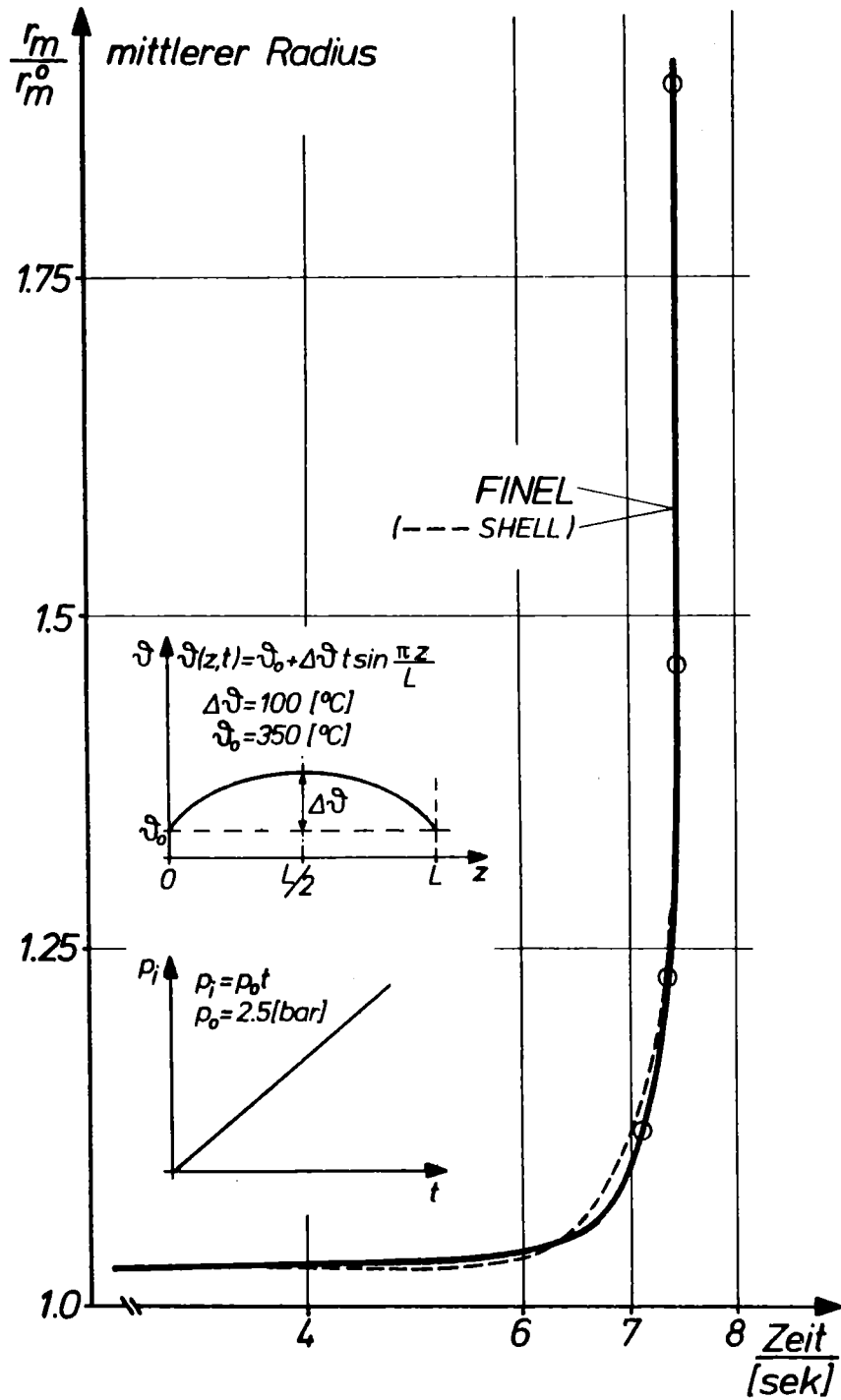


Abb.7.10: Zeitlicher Verlauf der maximalen Hüllrohraufweitung in der Stabmitte bei axial sinusförmigem Verlauf der Temperatur mit zeitproportionalem Anstieg der Amplitude und des Innendruckes. Vergleich mit schalentheoretischer Lösung nach SHELL (o Zeitpunkte der in Abb.7.11 gezeichneten Hüllrohrkonturen).

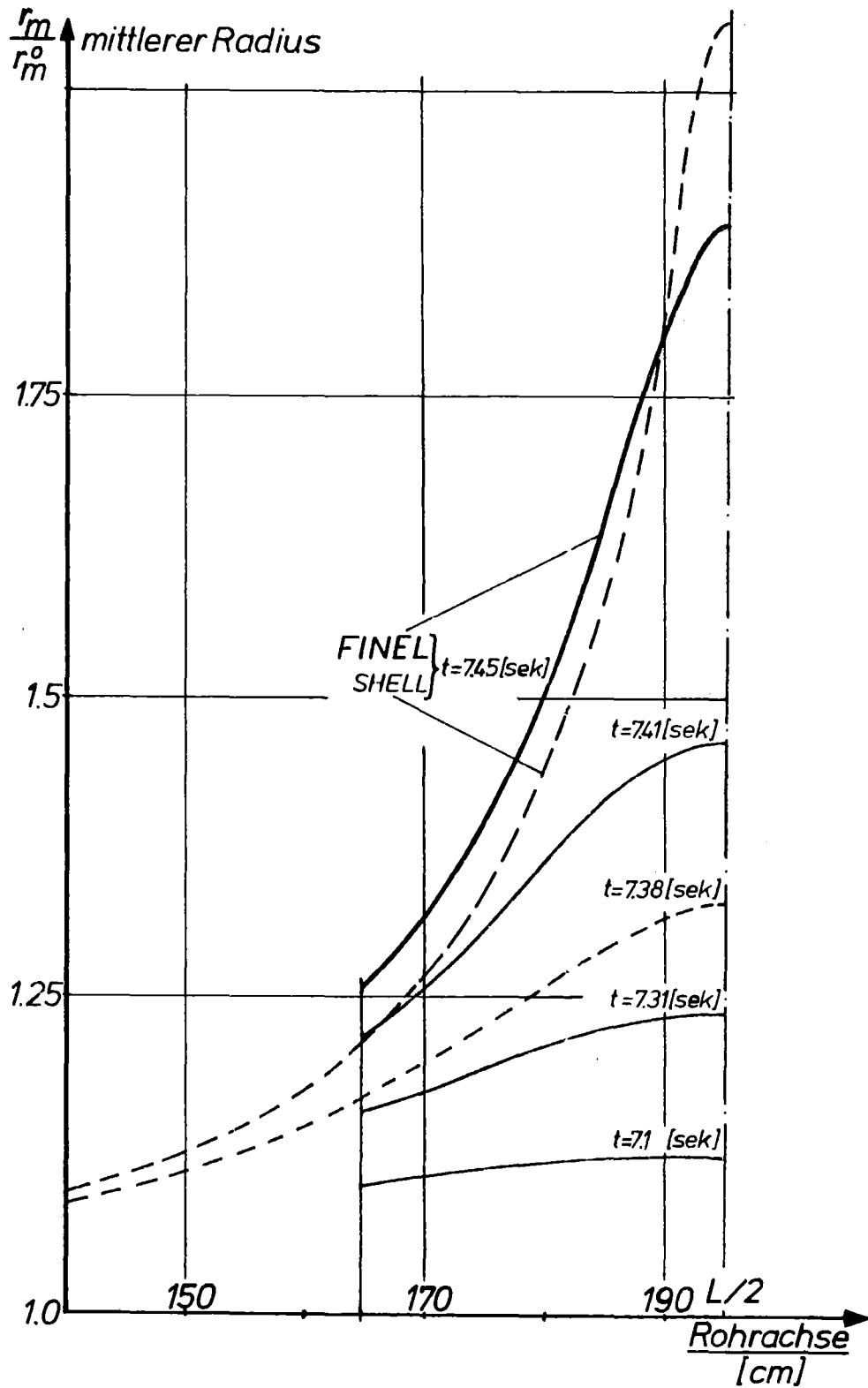


Abb.7.11: Axialer Verlauf des mittleren Radius für verschiedene Zeiten, vgl. Abb.7.10. Vergleich mit der eindimensionalen schalentheoretischen Lösung nach SHELL.

Nun ist aber die Form der räumlichen Temperaturverteilung nicht von vornherein bekannt. Bei einer lokalen Störung bildet sich eine Spitze im axialen Temperaturverlauf mit u.U. großen axialen Gradienten aus. Hier wird diese Belastung nach Kap.7.3.2 durch Gl.7.4 simuliert.

Die dabei ermittelte Zeitstandkurve ist in Abb.7.12 dargestellt. Der zeitabhängige Verlauf des Maximalwertes des mittleren Radius ist qualitativ demjenigen des vorangegangenen Datenfalles, vgl. Abb.7.10, sehr ähnlich, so daß auch hier die dort herausgestellten Charakteristika gelten.

Das berechnete Zeitstandverhalten hängt prinzipiell von der Genauigkeit der Werkstoffparameter und der Stabgeometrie ab, wie schon in Abb.7.9 für eine stationäre Belastung gezeigt. Die Unsicherheiten des Kriechexponenten n und der Wandstärke s werden hier, insbesondere im Hinblick auf deren Einfluß bei instationärem Verlauf der Belastung, untersucht und ihre Wirkung auf die Standzeit in Abb.7.12 dargestellt. Eine Erhöhung von n um $n=+10\%$ bewirkt eine Reduktion der Standzeit um nahezu $\Delta t_s \sim 40\%$. Im Vergleich dazu zieht eine Schwächung der Wandstärke, hervorgerufen z.B. durch einen Hüllrohrfehler oder durch Korrosion, eine wesentlich geringere Wirkung nach sich. Z.B. hat eine Änderung der Wandstärke um $\Delta s = -10\%$ nur etwa denselben Einfluß auf die Standzeit wie eine Erhöhung des Kriechexponenten um $\Delta n = +1\%$. Während bei der stationären Beanspruchung diese beiden Parameter zu einer wesentlich größeren Streuung der Ergebnisse insgesamt und auch untereinander führten, kommt das in diesem Falle durch den zusätzlichen Einfluß der Zeitabhängigkeit der Belastung auf die Standzeit nur nicht mehr so deutlich zum Ausdruck. Beide Einflüsse sind aber für eine genaue Vorhersage der Standzeit gleichermaßen wichtig. Ohne hier näher auf die Rechnung einzugehen, sei noch erwähnt, daß ein radialer Gradient der Temperatur von $\Delta \vartheta = 50 [^{\circ}\text{C}]$ bei instationärem Verlauf der Belastung nur eine untergeordnete Bedeutung hat; man erhält praktisch eine zum Mittelwert der Temperatur ϑ_m identische Zeitstandkurve.

Genauso wichtig wie die Zeitstandkurve ist natürlich auch die Verformung des Hüllrohres. Der axiale Verlauf dieser in Abb.7.13 zeigt, daß auch unmittelbar vor dem Bersten die Ausbreitung der Beule im wesentlichen auf den engen Bereich der aufgesetzten Temperaturspitze begrenzt ist. Der große axiale Gradient der Temperatur im Bereich der Spitze macht die Unterschiede zwischen der mehrdimensionalen Lösung nach FINEL und der eindimensionalen nach SHELL sehr viel deutlicher als das im vorangegangenen Beispiel festgestellt werden konnte. Die mit FINEL gerechnete Beule ist breiter und niedriger als die nach SHELL, die Halbwertsbreite der beiden unterscheidet sich um den Faktor 2. Anschaulich gesehen, wird nach der zweidimensionalen Theorie in FINEL von den per Ansatz axial gekoppelten Schnittebenen in den kälteren Zonen, die damit auch eine geringere Kriechgeschwindigkeit haben, an der Flanke oder am Rand der Temperaturspitze eine Stützwirkung ausgeübt. Nach SHELL verformt sich jede Zone entsprechend der herrschenden Belastung völlig frei; eine bei großen axialen Gradienten wenig realistische Annahme. Die Zeitstandkurve nach SHELL liegt allerdings nur geringfügig unterhalb der nach FINEL ermittelten.

Für eine Aussage über die Wirksamkeit der Notkühlung und damit über die Beherrschung der Kühlmittelverluststörung, ist während deren Ablauf eine genaue Kenntnis der Versperrung des Kühlkanals durch die Deformation des Hüllrohres erforderlich, siehe z.B. Gulden [Guld 77]. Ein lokales Ausbeulen des Rohres, das letztlich auch den Realitäten am Brennstab sehr nahe kommt, kann nur durch eine mehrdimensionale Berechnung mindestens der hier durchgeführten Form erfolgen, wie der Vergleich mit der eindimensionalen Lösung nach SHELL zeigt. Durch die geringe axiale Ausbreitung einer derartigen Störung reicht auch das in FINEL mögliche geometrische Modell aus, um den Effekt vollständig und sogar sehr detailliert zu analysieren.

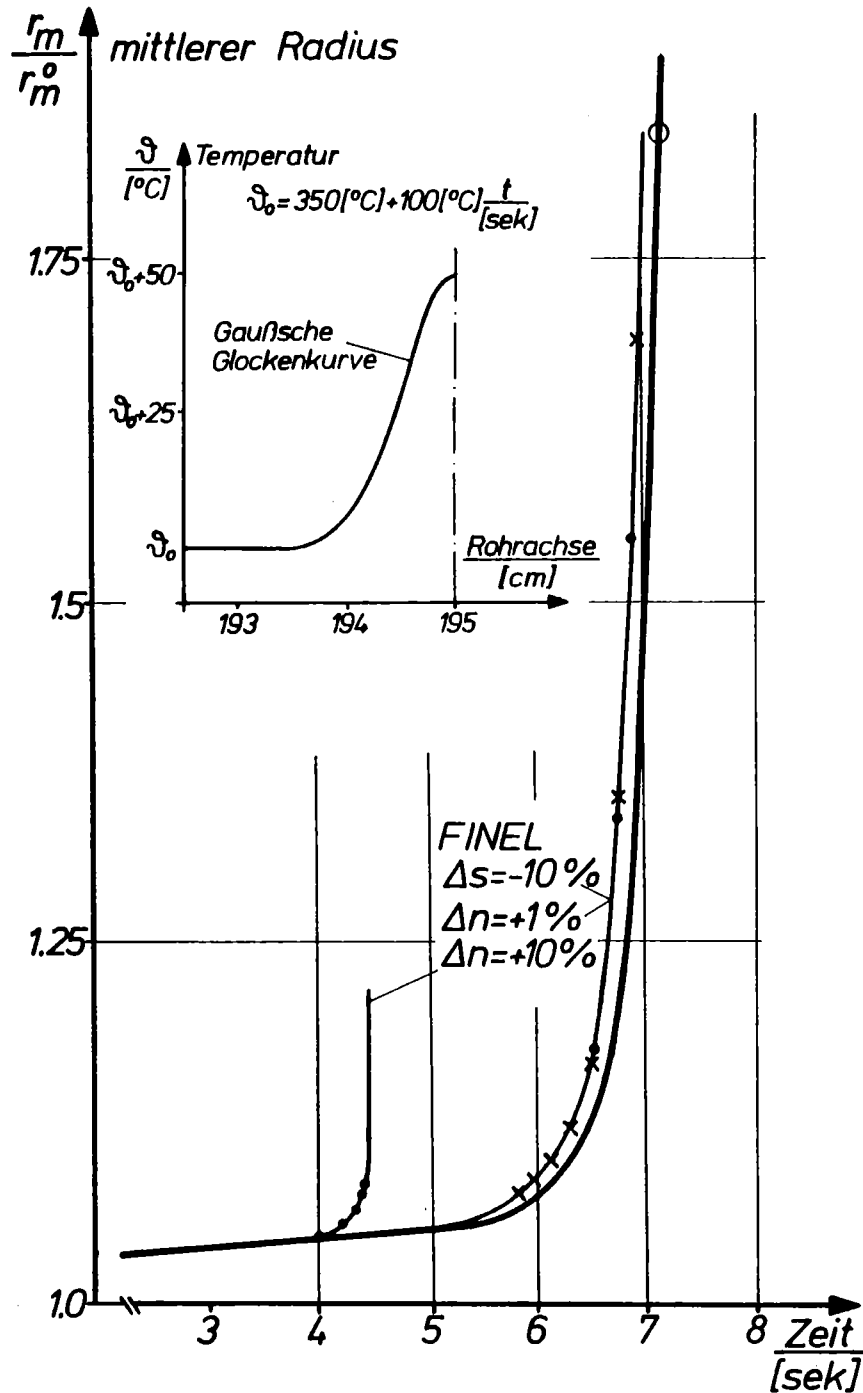


Abb.7.12: Zeitlicher Verlauf der maximalen Hüllrohraufweitung in Stabmitte bei glockenförmiger Temperaturspitze über axial konstanter und zeitproportional ansteigender Untergrundtemperatur und Innendruckbelastung. Einfluß der Unsicherheit des Kriechparameters n und der Wandstärke s durch Variation um $n = +10\%$ bzw. $n = 1\%$ sowie um $s = -10\%$ dargestellt. (o Zeitpunkt der in Abb. 7.13 gezeichneten Hüllrohrkontur)

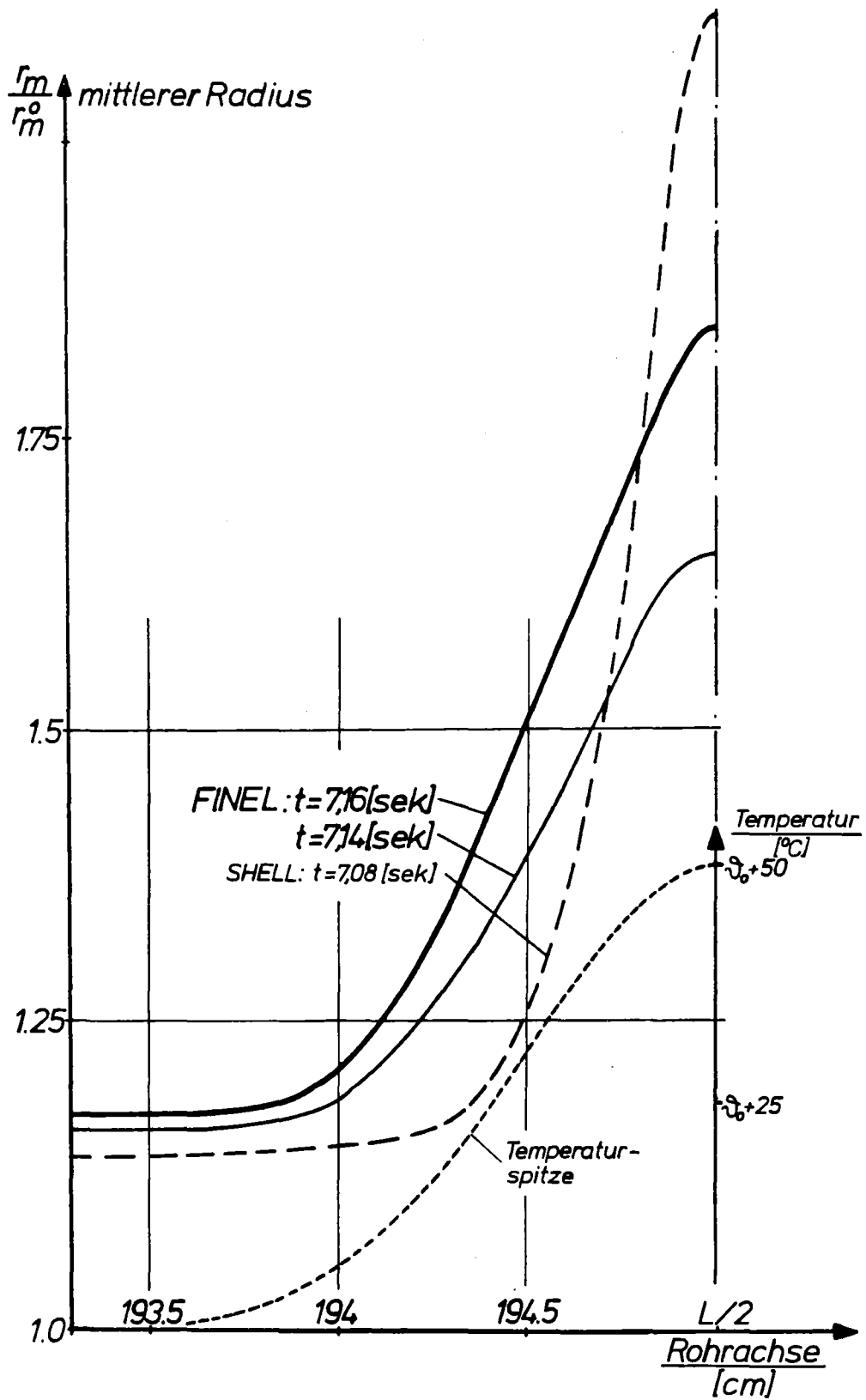


Abb.7.13: Axialer Verlauf des mittleren Radius für verschiedene Zeiten, vgl. Abb.7.12; axialer Verlauf der Temperaturspitze eingezeichnet. Vergleich mit eindimensionaler schalentheoretischer Lösung nach SHELL.

Abschließend sei die Notwendigkeit mehrdimensionaler Analysen derartig lokaler Effekte auch aus der Sicht der Spannungen unterstrichen. Durch den großen axialen Gradienten im Temperaturverlauf entstehen die in Abb.7.14 für den Außenrand dargestellten thermoelastischen Spannungen im Hüllrohr. Ihr Verlauf wird, wie hauptsächlich an der Axialspannung σ_z zu sehen, durch die Behinderung der der Temperatur entsprechenden Verformung geprägt. Mit der Zunahme der Verformung und auch der Belastung wächst natürlich auch die Höhe der Spannungen. Bei einem eindimensionalen Modell bleibt dieser Effekt unberücksichtigt. Die genaue Kenntnis der Spannungen ist aber letztlich zum einen zur Berechnung des Kriechprozesses wichtig, und zum andern für eine eventuell erforderliche Bruchaussage notwendig.

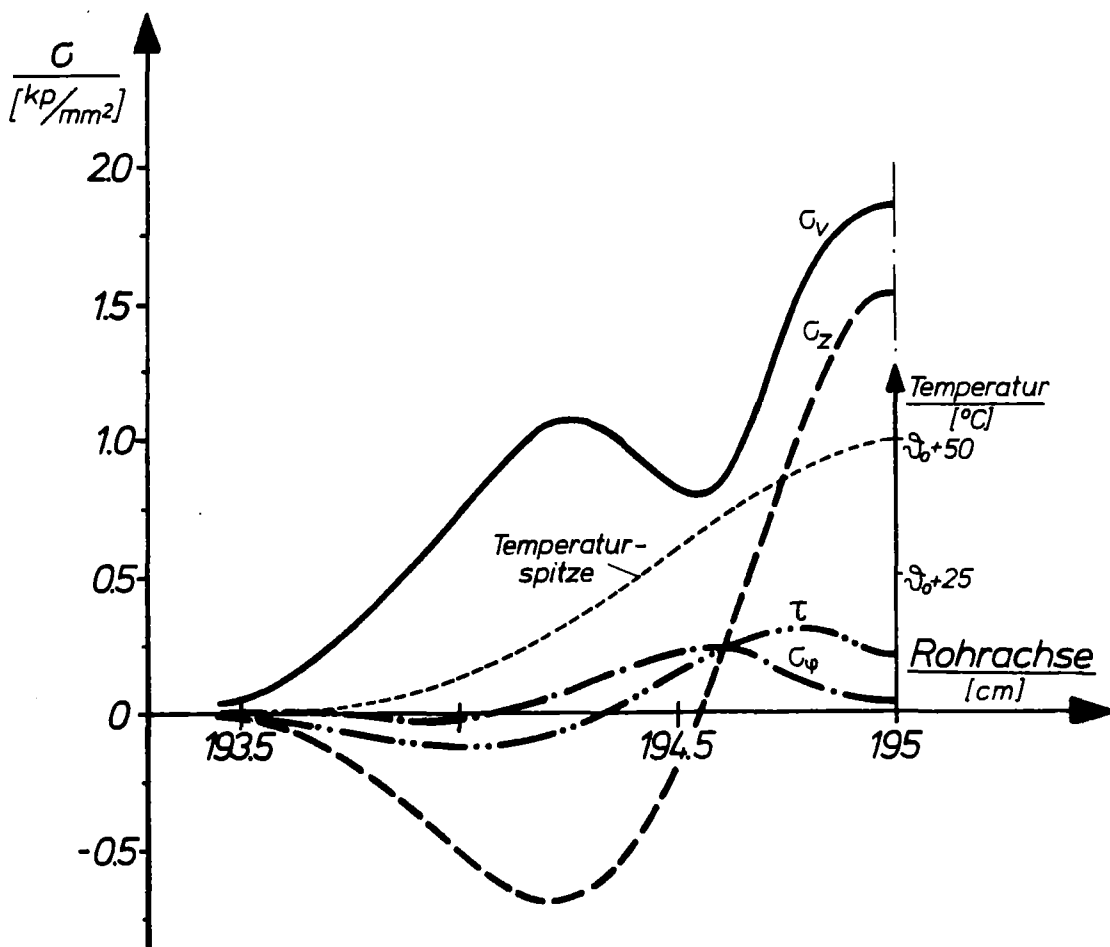


Abb.7.14: Axialer Verlauf der thermoelastischen Spannungen am Hüllrohraußenrand infolge einer lokalen Temperaturspitze in axialer Richtung.

7.3.6 Bemerkungen zur Analyse des mechanischen Verhaltens eines Hüllrohres beim Kühlmittelverluststörfall mit FINEL

Die Berechnung der Deformationen und Spannungen in einem Hüllrohr stellt im Falle des Kühlmittelverlustes durch die hohen Temperaturen und Drücke, und insbesondere deren instationärem Verlauf, durch das Materialkriechen und die großen Verformungen Anforderungen an ein Rechenprogramm, die weit über die übliche Anwendung hinausgehen. Wird diese Analyse mehrdimensional durchgeführt, wie hier mit FINEL, erhöht sich die Komplexität der Berechnung nochmals.

Das Konzept der numerischen Lösung in FINEL wird durch einen Vergleich mit einer analytischen und einer auf der Theorie 2. Ordnung basierenden Lösung, die beide allerdings nur eindimensional sind, bis hin zu Dehnungen über $\epsilon_0 = 50\%$ bestätigt. Das Programm liefert unter all den extremen Bedingungen numerisch und physikalisch genaue Resultate.

In der Realität hat sich gezeigt, daß der am Hüllrohr auftretende Effekt des 'balloonings' letztlich durch eine lokale Störung ausgelöst wird. Eine genaue Analyse des mechanischen Verhaltens des Hüllrohres muß deshalb mit einer mehrdimensionalen Rechnung durchgeführt werden. Das gilt weniger für das Standzeitverhalten als vielmehr für die Beschreibung der verformten Kontur des Hüllrohres. Gerade diese ist im Hinblick auf die Strömung im Kühlkanal für den Fall der Notkühlung von besonderer Bedeutung.

Die rechentechnisch bedingte Beschränkung in FINEL auf einen kritischen Hüllrohrausschnitt bleibt dabei ohne Bedeutung.

Durch die räumliche Diskretisierung der Struktur kann die für den Belastungsfall notwendige Ortsabhängigkeit der Materialdaten gut beschrieben werden. Über die hier diskutierten Daten hinaus kann z.B. die Anisotropie des Materials oder eine Schädigung des Hüllrohres durch Oxidation oder Korrosion berücksichtigt werden.

Die vorhandene Flexibilität des Programmaufbaues und das verwendete inkrementelle Lösungsverfahren erlauben, jeweils dem Datenfall angepaßte Gesetzmäßigkeiten für die Vergleichsspannung oder das Materialkriechen anzuwenden.

Die detaillierte mehrdimensionale Analyse der Struktur in FINEL mit ihren numerischen und inkrementellen Lösungsverfahren benötigt natürlich z.T. erheblich größere Rechenzeiten als eindimensionale analytische Programme.

Bei aller Anstrengung um eine möglichst hohe Rechengenauigkeit muß allerdings die große Abhängigkeit der Ergebnisse von der Kenntnis der Zeitabhängigkeit der Belastung und der Temperaturabhängigkeit der Materialdaten bedacht werden. Unsicherheiten hierin überdecken z.T. die methodisch bedingten Streuungen der Ergebnisse bei weitem.

Ganz allgemein betrachtet, fordert eine reale Beschreibung des 'balloonings' eine dreidimensionale Berechnung. Doch einerseits würde dadurch der Rechenaufwand zu groß, und andererseits fehlen hierzu realistische Angaben über die räumliche Verteilung der Belastung. Außerdem gehen parallel ablaufende strömungstechnische Berechnungen von einer rotationssymmetrischen Brennstabzelle aus, so daß mit einer zweidimensionalen Lösung, wie sie FINEL liefert, eine angemessene Beschreibung des Problems erfolgt.

Während des Entstehens der vorliegenden Arbeit wurde vom Autor in Zusammenarbeit mit anderen eine Empfehlung für ein optimales mechanisches Modell ausgesprochen, das im Programmsystem SSYST [Gule 76] 'Berechnung des Brennstabverhaltens bei Kühlmittelerluststörfällen' verwendet werden soll. In diesem Rahmen wurde ein Methodenvergleich durchgeführt, in den auch FINEL mit einbezogen wurde. Die Ergebnisse sind in einem Bericht des Kernforschungszentrums Karlsruhe [FabK 75] niedergelegt.

7.4 Mechanische Analyse einer Brennstofftablette mit FINPEL

7.4.1 Allgemeines zur Problematik

Wie in Kap.2.2.1 bereits gesagt, wird der Brennstoff zu Tabletten - Pellets - gepreßt und in dieser Form in die Hüllrohre eingebracht. Der Analyse des mechanischen Verhaltens dieser Brennstofftabletten gelten die folgenden Berechnungen.

Die im Brennstoff erzeugte Wärme wird über das Hüllrohr an das Kühlmedium weitergeleitet und dort abgeführt. Dabei entsteht nach Abb.2.3 ein radialer Temperaturgradient im Brennstoff von nahezu $\Delta T_r \sim 10.000 [^{\circ}\text{C}/\text{cm}]$. Dieser Wert liegt weit oberhalb der üblicherweise in der Technik auftretenden Temperaturgradienten. Außerdem erreicht die Temperatur in Tablettenmitte mit etwa $T_0 \sim 2300 [^{\circ}\text{C}]$ nahezu den Schmelzpunkt des Materials. Beide, der Gradient und die Höhe der Temperatur, bringen natürlich Probleme bei der Berechnung der Tablette mit sich. So bewirken die hohen thermisch bedingten Spannungen in der Tablette zunächst plastische Dehnungen und führen schließlich zur Rißbildung. Die weitgehend statistische Anordnung der Risse kann im einzelnen nur schwer verfolgt werden, vgl. [LevW 73] und [Git 72]. Im vorliegenden FEM-Programm wird ein kontinuierliches Modell zur Beschreibung der plastischen und rißbedingten Dehnungen verwendet.

Das mechanische Verhalten der Tabletten spielt bei der Analyse der sehr komplexen Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hüllrohr eine wichtige Rolle. Erfahrung und Theorie zeigen, daß die Beanspruchung des Hüllrohres durch die Wechselwirkung entscheidend beeinflußt wird. Das den üblichen Auslegungsrechnungen zugrunde liegende eindimensionale Modell des ebenen Schnittes kann nur mittlere Verformungen und Spannungen errechnen. Da aber die Länge einer Brennstofftablette nur etwa so groß wie der Durchmesser und u.U. an den Stirnseiten eine Einsenkung - Dish - angebracht ist, bedarf es zur mechanischen Analyse einer mehrdimensionalen Betrachtung.

Das Programm zur Berechnung eines Brennstoffpellets stellt eine Spezialisierung von FINEL dar und wird hier FINPEL genannt. Mit ihm kann die Tablette erstmals unter Berücksichtigung der realen Geometrie und der Rißbildung analysiert werden.

7.4.2 Programmtechnische Gestaltung von FINPEL

Das Programm ist vom Aufbau her praktisch identisch mit FINEL. Lediglich in einigen Details wurde es den speziellen Belangen einer Brennstofftablette angepaßt. Die der Rechnung zugrunde liegenden Daten enthält Anhang C.6.

Die räumliche Diskretisierung einer Tablette mit oder ohne Dish wird durch Ringelemente mit dreieckigem Querschnitt und konstanter Maschendichte vorgenommen, siehe Abb.7.1. Wegen der großen Temperaturunterschiede müssen folgende Materialeigenschaften temperaturabhängig berücksichtigt werden:

- Elastizitätsmodul (E)
- Querkonstraktionszahl (ν)
- Wärmeausdehnungskoeffizienten (α)
- Wärmeleitfähigkeit (λ)
- Fließgrenze (σ_f)

Die funktionalen Zusammenhänge wurden einer Datensammlung von Gehr [Geh 73] entnommen.

Vorab jeder mechanischen Analyse einer Brennstofftablette muß die Verteilung der Temperatur berechnet werden. Im einzelnen Pellet kann man von einer axial konstanten Verteilung ausgehen und dem radialen Temperaturverlauf aus der Stablängenleistung Q_1 und der Temperatur an der Brennstoffoberfläche ϑ ermitteln. Nach der Fourier'schen Gleichung für die Wärmeleitung gilt für stationäre Verhältnisse:

$$\operatorname{div} \lambda \cdot \operatorname{grad} \vartheta + Q_{\text{Vol}} = 0 \quad 7.5$$

Mit der Wärmeleitfähigkeit des Brennstoffes λ_B wird daraus bei der zylindrischen Geometrie der Tablette und bei konstanter Wärmequellendichte Q_{Vol} sowie unter Vernachlässigung des axialen Wärmestromes

$$Q_{\text{Vol}} \cdot 2\pi r \cdot 1' = -\lambda_B \cdot F \cdot 1' \cdot \frac{d\vartheta}{dr} \quad 7.6$$

Die Wärmeleistung je Längeneinheit des Stabes Q_1 kann mit

$$Q_{\text{Vol}} = Q_1 / \pi r_B^2 \quad 7.7$$

ausgedrückt werden, so daß man schließlich den radialen Verlauf der Temperatur aus der folgenden Formel berechnen kann, vgl.

hierzu Humbach [Hum 72] und Smidt [Smi 71]:

$$\frac{Q_1}{4\pi} \left(\frac{r}{r_B} \right) = \int_{\vartheta_B}^{\vartheta(r)} \lambda_B \cdot d\vartheta \quad 7.8$$

Bei den großen Temperaturdifferenzen im Brennstoff kann die Temperaturabhängigkeit von λ_B im "Wärmeleitfähigkeitsintegral" nicht vernachlässigt werden. Die Wärmeleitfähigkeit hängt außerdem noch von anderen Parametern, wie z.B. der Porosität und dem Abbrand, ab. Für sie sind in der Literatur verschiedene Ansätze erarbeitet worden, wovon die bekanntesten, die von Lyons [Lyo 63], Müller [Mül 72] und Schmidt [Sch 73] in FINPEL aufgenommen wurden.

Für die Berechnung des Temperaturverlaufes selbst bieten sich zwei Wege an:

1. direkte Integration des Wärmeleitfähigkeitsintegrals mit Hilfe des Newton'schen Näherungsverfahrens, vgl. [Lyo 63]
2. inkrementelle Berechnung mit radialer Diskretisierung und bereichsweise konstantem λ_B , ausgehend von der Temperatur an der Brennstoffoberfläche.

Beide Methoden sind in FINPEL enthalten. Der ohnehin diskreten Betrachtung der Struktur durch die FEM kommt das zweite Verfahren entgegen. Der Einfluß der verschiedenen Ansätze und des numerischen Verfahrens auf den radialen Verlauf der Temperatur wurde in einer vom Autor betreuten Studienarbeit von Weitzig [Weiß 74] mit dem Ergebnis diskutiert, daß die ermittelte Temperatur im Pelletzentrum je nach Ansatz um $\Delta\vartheta = \pm 10$ [%] schwankt. Im Vergleich dazu erwies sich der numerische Fehler infolge der Diskretisierung als klein.

Die plastischen und rißbedingten Dehnungen der Tablette wurden nach dem in Kap.7.4.4 beschriebenen fließ- und bruchmechanischen Modell in einem eigens für diesen Zweck erstellten Unterprogramm berechnet. Im Hauptprogramm werden die dort errechneten Dehnungen als äquivalente Vordehnungen betrachtet. Die zur Berechnung des Plastifizierens und des Reißens der Struktur notwendige Iteration läuft rechentechnisch weitgehend analog zum Kriechen ab, sie ist lediglich zeitunabhängig. Sofern eine Zeitabhängigkeit der äußeren Belastungen zu berücksichtigen ist, wird die die Plastizität und das Reißen beschreibende Iteration in die übergeordnete Zeitstruktur des Programmes integriert, siehe hierzu Programmablaufplan von FINEL in Kap.5.2.

Die Gesamtdehnung der mit FINPEL berechneten Tablette stützt sich somit auf die elastischen, thermischen, plastischen und rißbedingten Dehnungen, wobei die Zweidimensionalität der Struktur, die großen Verformungen und die Zeitabhängigkeit der Belastung berücksichtigt wird, sie kann mathematisch mit der folgenden Gleichung ausgedrückt werden:

$$\{d\epsilon(r,z,u,t)\} = \{d\epsilon^{el}\} + \{d\epsilon^{\theta}\} + \{d\epsilon^{pl}\} + \{d\epsilon^f\} \quad 7.9$$

7.4.3 Thermoelastisches Verhalten einer Brennstofftablette

Zum Verständnis des Gesamtverhaltens der Tablette ist zunächst eine thermoelastische Analyse notwendig. Zum einen wird die Verformung im wesentlichen durch den thermoelastischen Anteil geprägt, zum anderen stellen diese Rechnungen die Basis für jede nichtlineare Analyse dar. Als konkretes Beispiel wurde hier und auch in den folgenden Kapiteln eine Brennstofftablette vom SNR-Typ, Daten siehe Anhang C.6, gewählt. Für diese Geometrie und Belastung gelten die hier gewonnenen Aussagen.

Nach FINPEL ergibt sich dafür das in Abb.7.15 gezeichnete radiale Temperaturprofil mit einer Temperaturdifferenz zwischen Brennstoffmitte und -außenseite von $\Delta\vartheta = \vartheta_0 - \vartheta_B \sim 1750 [^{\circ}\text{C}]$. Daraus resultiert der dort ebenfalls dargestellte radiale Verlauf der Spannungen in der Mittelebene der Tablette. Im Innern der Tablette entstehen durch die Behinderung der thermischen Dehnung Druckspannungen, während in der Randzone die aufgezwungene Dehnung Zug bewirkt. Die hier für die Mittelebene der Tablette berechneten Spannungen entsprechen denen einer eindimensionalen Rechnung, wie durch Vergleichsrechnungen mit URANUS [Laß 78] bestätigt wurde. Der Bereich des linear elastischen Materialverhaltens wird durch die Fließgrenze $\sigma_{V,F}$ begrenzt. Diese liegt weit unter der berechneten Vergleichsspannung σ_V .

Die räumliche Verteilung der Spannung im Pellet wird in Abb.7.16 am Beispiel der Tangentialspannungen $\sigma_{\varphi}^{\text{del}}$ gezeigt. Die Druckspannungen beschränken sich auf den Kern der Tablette, sowohl in radialer als auch in axialer Richtung gehen diese zur Oberfläche hin in Zugspannungen über. Das Maximum der Spannungen bildet sich an der Tablettenkante aus. Die Vergleichsspannung σ_V^{del} verteilt sich in der Tablette prinzipiell ähnlich wie die Tangen-

tialspannung σ_{ϕ}^{el} . Sie geht nach Abb.7.15 natürlich von einem positiven Wert in der Mitte aus und steigt zu den Außenseiten der Tablette hin an. Die Maximalwerte der beiden Spannungen sind hinsichtlich ihrer Größe und Lage vergleichbar.

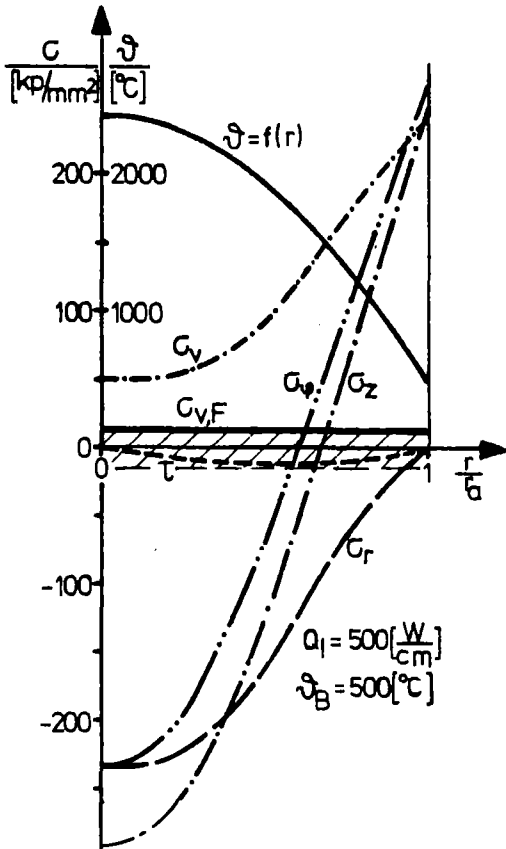


Abb.7.15: Radialer Verlauf der Temperatur ϑ und der thermoelastischen Spannung σ in der Mittelebene einer Brennstofftablette. Bereich des linear-elastischen Materialverhaltens wird durch die Fließgrenze σ_{vF} begrenzt (schraffierter Bereich).

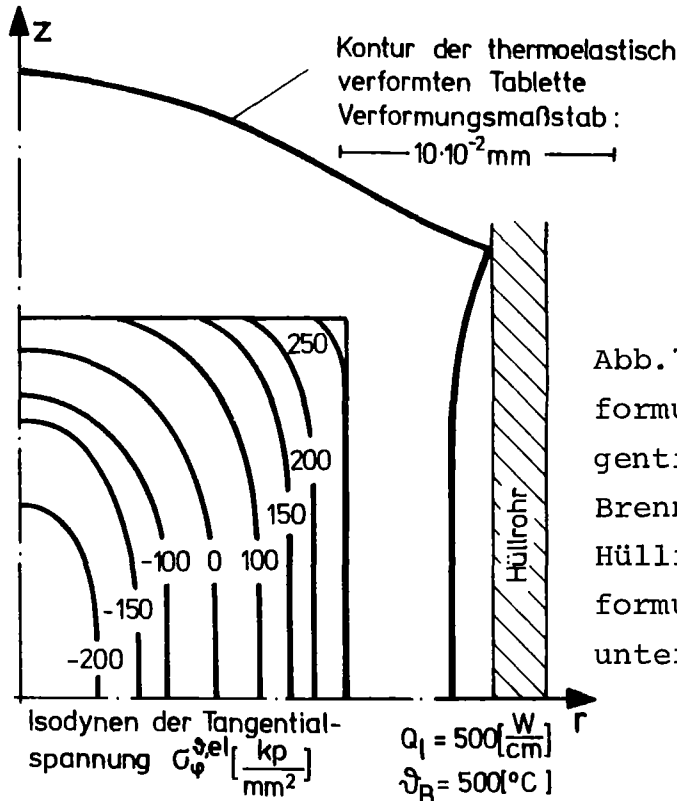


Abb.7.16: Thermoelastische Verformung und Verteilung der Tangentialspannung σ_{ϕ}^{el} in einer Brennstofftablette. Die Lage des Hüllrohres ist angedeutet (Verformungs- und Geometriemaßstab unterschiedlich).

An der Kontur des thermoelastisch verformten Pellets in Abb. 7.16 fällt die große Aufwölbung an der Stirnseite, das sogenannte 'hour glassing', und der Unterschied der Radialverschiebung zwischen der Kante und der Mittelebene, die 'ridge height', auf. Beide Effekte entstehen durch die Möglichkeit der thermoelastischen Dehnung an den Stirnseiten, also dem in axialer Richtung 'freien Rand'.

Allein die thermoelastische Verformung bewirkt eine axiale Längung der Tablette um etwa $\Delta L_{\circ} \sim 2,6\%$, eine Durchmesseränderung in der Mittelebene um $\Delta D_{\circ} \sim 1,3\%$ und an der Kante um $\Delta D_h \sim 1,8\%$. Damit beträgt die ridge height bei dem hier diskutierten Pellet $\Delta u_r = 14[\mu\text{m}]$.

Die Unterschiede der Temperaturen in Brennstoff und Hüllrohr führen zu verschiedenen großen Dehnungen und damit u.U. zum Kontakt und zur Wechselwirkung der beiden Komponenten. Durch die Kontur der verformten Tablette kommt es dabei zunächst, wie in Abb.7.16 angedeutet, zu einer lokalen Beanspruchung des Rohres in Höhe der Tablettenkanten mit Kräften in axialer und radialer Richtung. Die Wirkung äußert sich in einer bambusartigen Verformung des Hüllrohres, die eine Erhöhung der radialen und axialen Dehnung, insbesondere an den Kontaktstellen, zur Folge hat, siehe hierzu Kap.7.5. Nebenbei bemerkt, kommt es an diesen Stellen auch zu lokalen Überhöhungen der Temperatur. Mit einem ein-dimensionalen Stabmodell wird lediglich die Mittelebene der Tablette betrachtet und deshalb wird der lokale Effekt vollständig vernachlässigt und der Zeitpunkt des Kontaktes sowie die Größe der Kontaktkraft unterschätzt.

Zur Minderung dieses schädigenden Einflusses auf das Hüllrohr kann die Form der Brennstofftablette aus mechanischer Sicht in engen Grenzen optimiert werden. Aus Gründen der Neutronenphysik und der Herstellung liegt das Verhältnis von Länge zu Durchmesser bei $L/D \sim 1$ bis $1,5$. Während der Durchmesser durch den Stab festgelegt ist, kann die Länge variiert werden. Dabei erweist sich die radiale Verschiebung in der Mittelebene als unabhängig von der Länge, während die 'ridge height' nach Abb.7.17 mit der Pelletlänge zunimmt. Die Kurve nähert sich mit der Zunahme der Tablettenlänge einem Sättigungswert. Diese mit FINPEL erzielten

Ergebnisse befinden sich nach Abb.7.17 auch ohne besondere Justierung von Parametern in voller Übereinstimmung zu experimentellen Daten aus einem indirekt beheizten Brennstab nach Whatham [Wha 73] , vgl. Abb.7.17, und Experimenten zur mechanischen Wechselwirkung zwischen Hüllrohr und Tablette am realen Brennstab nach S. Aas [Aas 72] .

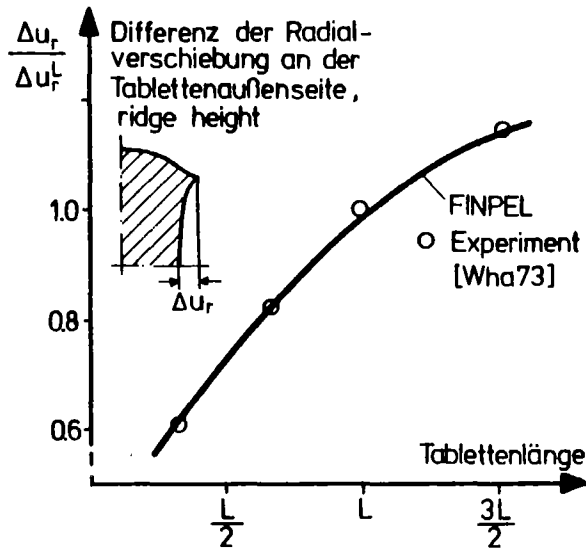


Abb.7.17: Relative Differenz der Radialverschiebung zwischen Tablettenkante und -mittelebene: 'ridge height' in Abhängigkeit von der Tablettenlänge.

Die axiale Längung der Tablette steht nach Abb.7.18 im umgekehrten Verhältnis zu ihrer Länge. Aus der Sicht der Verlängerung der gesamten Tablettensäule, mit den oben diskutierten Folgen für das Hüllrohr, sind lange Tabletten vorteilhaft.

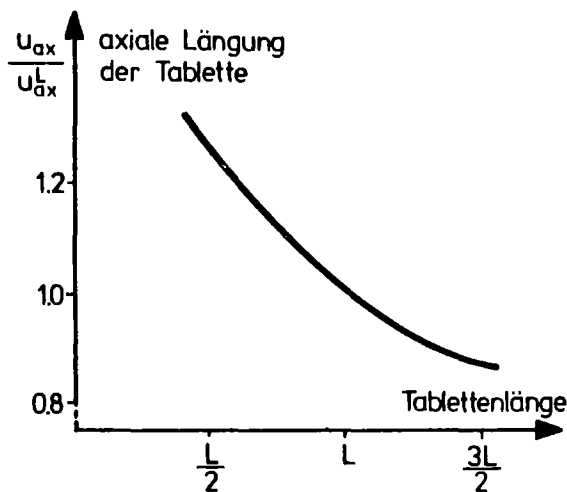


Abb.7.18: Relative axiale Längung einer Tablette in Abhängigkeit von ihrer Länge.

Ohne hier näher auf die Rechnung einzugehen, ergab die Analyse der speziellen Form dieser Tablette mit Dish an den Stirnseiten, daß die bei diesem Tablettentyp verwendete Einsenkung keinen Einfluß auf die 'ridge height' hat. Die axiale Längung aller-

dings wird dadurch erheblich verringert. Sie beschränkt sich auf den Wert am Rand des Dishes, bei $r = r_{\text{Dish}}$, und beträgt $\Delta L_0 \sim 1,3\%$, siehe hierzu Kap.7.4.5 mit Abb.7.19. Auch diese Ergebnisse wurden von Whatham [Wha 73] und Aas [Aas 72] bestätigt.

Aufgrund der mit FINPEL zu diesem Komplex gewonnenen Ergebnisse wurde vom Autor aus der Sicht der Stabmechanik eine Tablettengeometrie vorgeschlagen, die unter Belastung die Form eines geraden Zylinders annimmt. Sie muß im Ausgangszustand an den Seitenflächen ballig und an der Stirnseite eingesenkt sein, außerdem sollten die Kanten abgerundet werden.

Eine generelle Optimierung der Form eines Brennstoffpellets scheitert an der Vielzahl und dem unterschiedlichen Gewicht der Parameter in den verschiedenen Brennstabtypen, wie auch aus den Experimenten von S. Aas [Aas 72] hervorgeht. Die Analyse zeigt aber, daß die mechanischen Aspekte mit FINPEL für nahezu jede beliebige Form einer Tablette diskutiert werden können. Die Auslegung und Auswertung von z.T. sehr teuren Experimenten kann damit hinsichtlich ihrer Aussagekraft und ihrer Kosten sehr viel effektiver vorgenommen werden.

7.4.4 Fließ- und bruchmechanische Behandlung der Tablette

Der radiale Temperaturgradient bewirkt in der gesamten Tablette Vergleichsspannungen σ_V weit oberhalb der Fließgrenze σ_{VF} des Materials, wie in Abb.7.15 für die Mittelebene gezeigt; der Bereich des linear-elastischen Materialverhaltens ist dort schraffiert. In der Tablette sind also plastische Vorgänge zu erwarten. Dabei werden die Spannungen im Fließbereich des Materials durch plastische Dehnungen abgebaut. Ist schließlich das Plastifizierungsvermögen des Werkstoffes ausgeschöpft, reißt die Tablette.

Zur Beschreibung der Fließ- und Bruchmechanik des Brennstoffes wurde auf das eigens für dieses Problem abgestimmte Modell, vgl. [Laß 77], des Brennstabcodes URANUS, zurückgegriffen. Dieses Modell wurde zur Anwendung in FINPEL erweitert und den besonderen Belangen der zweidimensionalen FEM-Rechnung angepaßt. Es wird in FINPEL als Unterprogramm STRECK eingesetzt.

Die plastischen Dehnungen $\{\epsilon^{pl}\}$ werden nach den allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Fließmechanik berechnet. Die Rißbildung wird durch die Einführung fiktiver Rißdehnungen $\{\epsilon^f\}$ berücksichtigt. Die gerissene Struktur wird dabei nach wie vor als geschlossenes Kontinuum betrachtet. Einerseits ist dies wegen der in FINPEL verwendeten Ringelemente unumgänglich, andererseits würde die Betrachtung einer Vielzahl einzelner Bruchstücke einen sehr hohen Rechenaufwand fordern und ohnehin daran scheitern, daß für die einzelnen Bruchstücke keine Rand- und Übergangsbedingungen formuliert werden können. Gittus [Git 72] z.B. bemüht sich hierum und erarbeitet mit zahlreichen Annahmen ein komplexes Modell, das allerdings nur für den ein-dimensionalen Fall gilt. Die Spannungen und Dehnungen werden hier in den einzelnen Elementen durch mittlere Werte beschrieben. Das Reißen kann somit analog den nichtlinearen Dehnungen infolge des Plastifizierens behandelt werden.

Im Grundmodell wird davon ausgegangen, daß die Vergleichsspannungen σ_V in den einzelnen Elementen durch plastische Dehnungen $\{\epsilon_V^{pl}\}$ soweit reduziert werden, daß sie die Fließgrenze nicht überschreiten:

$$\sigma_V \leq \sigma_{VF} \quad 7.10$$

Mit Erreichen der Bruchdehnung wird Rißbildung angenommen. Das Reißen erfolgt zum einen senkrecht zur Richtung der betragsmäßig maximalen Spannungskomponenten, zum andern senkrecht zur Richtung derjenigen Spannung, deren Beträge größer als das Maximum der Fließspannung sind. Ein Riß in Richtung i ergibt sich für:

$$\sigma_i = \max |\sigma|$$

oder

$$\sigma_i > \sigma_{VF} \quad 7.11$$

Bei Zugbeanspruchung werden dem Element fiktive Dehnungen aus einer Schätzvorschrift aufgeprägt. Diese Dehnungen werden iterativ so lange erhöht, bis die Spannungskomponente σ_i mit einer mittleren Spannung $\bar{\sigma}$, die mit dem Gasinnendruck im Gleichgewicht ist, übereinstimmt.

$$\sigma_i \leq \bar{\sigma} \quad 7.12$$

Letzteres gilt jeweils für die senkrecht auf dem gedachten Rißufer stehende Komponente.

Bei Druckbeanspruchung bewirken die Risse keine Dehnung. Aufgrund der Diffusionsvorgänge im Material wird oberhalb eines Temperaturlimits ein Ausheilen der Risse angenommen.

Die Lösung erfolgt auf iterativem Wege. Die aktuellen Werte im Iterationsprozeß lauten für die plastischen $\{\epsilon^{pl}\}$ und die rißbedingten $\{\epsilon^f\}$ Dehnungen:

$$\begin{aligned} \{\epsilon^{pl}\}^{m+1} &= \{\epsilon^{pl}\}^m + \{\Delta\epsilon^{pl}\}^{m+1} \\ \{\epsilon^f\}^{m+1} &= \{\epsilon^f\}^m + \{\Delta\epsilon^f\}^{m+1} \end{aligned} \quad 7.13$$

m = Iterationsindex

Die Iteration wird abgeschlossen, wenn die Iterationsziele für Plastifizieren und Reißen nach Gl. 7.10 und 7.12 im Rahmen einer vorgegebenen Schranke erreicht werden. Der jeweilige Zustand eines Elementes wird in einem Steuervektor festgehalten, der auch das Gedächtnis des Werkstoffes darstellt.

Die Iteration muß bei zeitabhängigem Verlauf der Leistung für jedes Zeitinkrement durchgeführt werden. Neben den Spannungen ändern sich dann auch die Iterationsgrenzen, da die Fließgrenze σ_{VF} und die Bruchdehnung $\epsilon_V^{pl,B}$ von der Temperatur abhängen. Das hier angewendete Rißmodell berücksichtigt sowohl die Rißfortpflanzung bei Lastanstieg, als auch die Reduktion und teilweise Rißausheilung bei einer Leistungsreduktion. Bei Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit lauten die plastischen und rißbedingten Dehnungen in der Tablette:

$$\begin{aligned} \{\epsilon^{pl}(t+\Delta t)\} &= \{\epsilon^{pl}(t)\} + \{\epsilon^{pl}(\Delta t)\} \\ \{\epsilon^f(t+\Delta t)\} &= \{\epsilon^f(t)\} + \{\epsilon^f(\Delta t)\} \end{aligned} \quad 7.14$$

Für den Einsatz dieses Modells muß die Fließgrenze und die plastische Bruchdehnung bekannt sein. Für UO_2 weist die Fließgrenze nur eine geringe Abhängigkeit von der Temperatur auf. Die Bruchdehnung hat praktisch erst oberhalb $\vartheta = 1500[^\circ C]$ von Null verschiedene Werte, steigt dann allerdings exponentiell an, siehe Gehr [Geh 73]. Diese Grenze wird auch für eine mögliche Ausheilung der Risse zugrunde gelegt.

7.4.5 Einfluß des Plastifizierens und der Rißbildung auf das mechanische Verhalten der Tablette

Nach der thermoelastischen Analyse einer Brennstofftablette in Kap.7.4.3 macht die Höhe der Spannungen eine zusätzliche Berücksichtigung des Plastifizierens und der Rißbildung notwendig, um ein vollständiges Bild vom mechanischen Verhalten einer gesamten Tablette mit ihren realen Abmessungen zu erzielen. Gestützt auf das zuvor beschriebene fließ- und bruchmechanische Modell des Unterprogramms STRECK, gelingt dies nun erstmals mit FINPEL. In Abb.7.19 ist für die in Kap.7.4.3 behandelte Tablette die verformte Kontur und der Bereich der Rißbildung dargestellt; es wurde ein Pellet mit und ohne Dish gegenübergestellt.

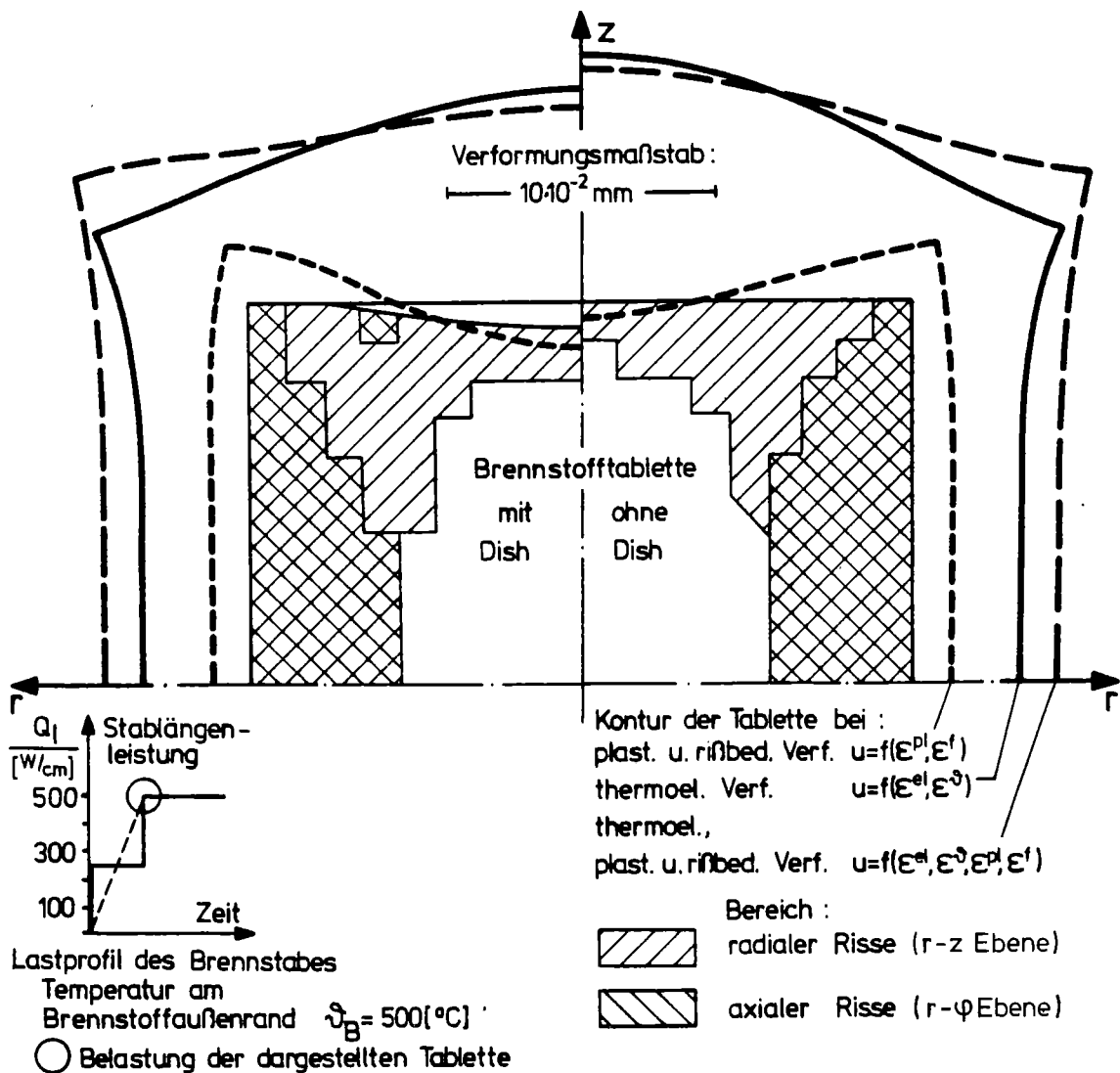


Abb.7.19: Verformte Kontur und Rißbereiche einer Brennstofftablette. Vergleich einer Tablette mit und einer ohne Dish.

Nach dieser Analyse treten in allen randnahen Bereichen der Tablette Risse auf; lediglich im Inneren bleibt ein unzerstörter Kern. Oberhalb $\vartheta = 1500 [^{\circ}\text{C}]$ kann der Brennstoff plastifizieren und auch Risse ausheilen, soweit diese durch Druck entstanden sind und damit nicht klaffen. Nach dem radialen Verlauf der Temperatur in Abb.7.15 und der Verteilung der Spannungen in Abb.7.16 ist dies nur im Inneren der Tablette möglich. Der Vergleich des Rißbildes mit den Isodynem der Tangentialspannung zeigt, daß die Grenze des ungerissenen Bereiches gut mit der neutralen Faser $\sigma_{\varphi}^{\text{pel}} = 0$, dem Übergang von Druck in Zug, übereinstimmt. Mit dem Anstieg der Stablängenleistung beim Anfahrvorgang beginnt der Rißprozeß an den Kanten, den Stellen des Maximums der Vergleichsspannung σ_v . Da die Tangentialspannung hier die größte Komponente ist, reißt die Tablette nach der Rißbedingung in Gl.7.12 in Ebenen durch die Zylinderachse in Radialrissen. Bei $Q_1 = 500 [\text{W/cm}]$ verlaufen die Risse in der Mittelebene bis etwa $r = r_a/2$, an der Stirnseite gehen sie vollständig durch. Risse in den Ebenen senkrecht zur Zylinderachse, Axialrisse, treten nur an der Außenseite der Tablette auf. Entsprechend der Abnahme der Axialspannung σ_z zur Stirnseite hin verringert sich auch die Rißtiefe. Der erste konkrete Axialriß entsteht auf jeden Fall in der Mittelebene an der Außenseite des Pellets. Die Rißtiefe entspricht, wie nach Abb.7.16 zu erwarten, der des Radialrisses. Zylindrische Risse, Umfangsrisse, sind in Abb.7.19 nicht dargestellt, sie treten beim Anfahrvorgang nur in Zentren der Stirnseite auf. Sie sind genauso tief wie die Radialrisse ($\sigma_r(r=0) = \sigma_{\varphi}(r=0)$) und damit in der Anfahrphase von geringerer Bedeutung.

Das Rißbild einer Tablette mit Dish unterscheidet sich nach Abb. 7.19 nur sehr wenig von dem eines Pellets mit geraden Stirnseiten. Lediglich die Tiefe der Axialrisse wird zu den Stirnseiten hin kleiner, da aufgrund der Einseknung die Axialspannung geringer wird; der Bereich der Radialrisse ändert sich praktisch nicht.

Eine konkrete Berechnung der Rißverteilung ist nur mit sehr großem Aufwand möglich, da hier u.a. auch statistische Aspekte eine Rolle spielen. Mit den Ergebnissen der hier durchgeführten Berechnungen wurde die Skizze in Abb.7.20 angefertigt, um einen

räumlichen Eindruck von einer möglichen Verteilung und der Form der Risse in einer Brennstofftablette zu vermitteln.

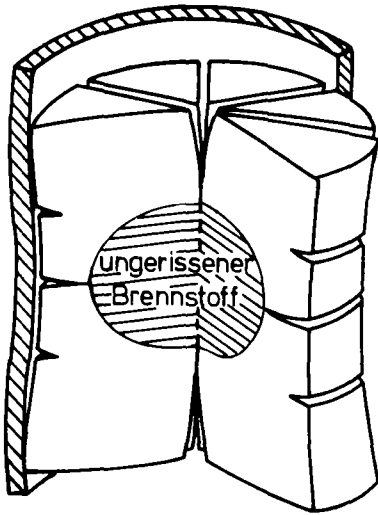


Abb.7.20: Räumliche Skizze einer gerissenen Tablette im Brennstab

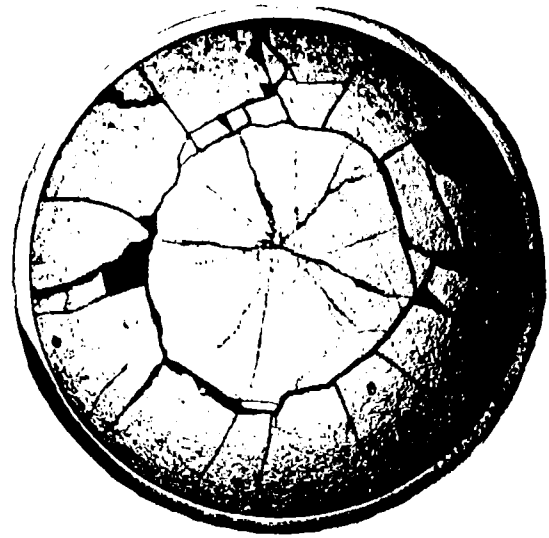


Abb.7.21: Schliffbild einer gerissenen Tablette im Brennstab nach [Aas 72] .

Ein konkretes Bild der realen Form eines Pellets und der Rißstruktur kann schon aus Gründen der Experimentiertechnik nicht gewonnen werden. Man ist hier weitgehend auf Schliffbilder und die Vermessung des gesamten Brennstabes angewiesen. In Abb.7.21 ist das Schliffbild eines real im Reaktor unter Leistung eingesetzten Testbrennstabes nach S. Aas [Aas 72] mit der recht willkürlichen Verteilung der Radialrisse zu sehen. Die Abkühlung und anschließende mechanische Behandlung des Stabes bleibt natürlich nicht ohne Folgen auf die betrachtete Struktur und erschwert die Auswertung. So sind die Radialrisse im Inneren und der in der Abbildung deutlich in Erscheinung tretende Umfangriß auf Abkühleffekte zurückzuführen. Beide heilen unter Betriebstemperatur wieder aus und verschwinden. Die Lage des Umfangsrisse bei $r = r_a/2$ fällt mit der Grenze der plastischen Zone im Brennstoff zusammen. Diese Grenze und damit auch der Bereich der unter Last entstehenden Radialrisse stimmt mit den hier durchgeführten Rechnungen gut überein, wie die Abb.7.19 bestätigt.

Durch das Plastifizieren und das Reißen wird natürlich auch

die Verformung der Tablette beeinflusst. In Abb.7.19 ist die Kontur des verformten Pellets unter Beachtung aller in Gl.7.9 beschriebenen Dehnungen dargestellt:

$$u = f(\{\epsilon^{el}\} + \{\epsilon^{\nu}\}) + (\{\epsilon^{pl}\} + \{\epsilon^f\})$$

Da das Plastifizieren unter Volumenkonstanz abläuft, ist die Veränderung der thermoelastischen Verformung im wesentlichen auf den Einfluß der Rißbildung zurückzuführen. Die radiale Aufweitung wird insgesamt vergrößert, und zwar an den Kanten um etwa $\Delta u_{r_h} \sim 20\%$, in der Mittelebene um etwa $\Delta u_{r_o} \sim 35\%$, so daß die 'ridge height' bei der gerissenen Tablette auf $\Delta u_r \sim 11[\mu m]$ zurückgeht. Die Durchmesseränderung beträgt nun insgesamt $\Delta D_o \sim 1,8\%$ in der Mittelebene und $\Delta D_h \sim 2,15\%$ an den Kanten. Diese Werte fallen in den Streubereich, den S. Aas [Aas 74] aufgrund von experimentellen Ergebnissen für verschiedene Brennstabtypen angibt. Eine zusätzliche axiale Dehnung tritt entsprechend der Axialrisse nur an den Seiten der Tablette auf, in der Mitte wird diese sogar negativ. Dadurch wird die axiale Längung auf $\Delta L_o \sim 2,4\%$ reduziert und die Aufwölbung an den Stirnseiten verringert. Das oben beschriebene Gesamtbild der verformten Kontur bleibt auch unter Berücksichtigung des Plastifizierens und der Rißbildung erhalten. Die radiale Dehnung der Tablette vergrößert sich insgesamt, so daß ein Kontakt mit dem Hüllrohr noch schneller zustande kommt.

Der Unterschied zwischen dem Deformationsverhalten einer Tablette mit und einer ohne Dish besteht nach Abb.7.19 lediglich in der axialen Längung. Das Pellet mit Dish erreicht ihr Maximum am auslaufenden Rand des Dishes mit $r = r_{Dish}$. Dies kommt durch den großen Verformungsmaßstab in der Abb.7.19 nicht zum Ausdruck. Die axiale Längung ist für eine Tablette mit Dish um immerhin 35% geringer als für ein Pellet mit geraden Stirnseiten. Die radiale Aufweitung ist praktisch identisch.

Die hier durchgeführte Diskussion der Verformung und des Rißzustandes der Tablette wurde am Ende des Anfahrvorganges des Brennstabes vorgenommen. Diese Phase ist für die Auslegung des Brennstabes sehr wichtig, da hier die Tablette zwar gerissen, aber noch weitgehend als Einheit vorliegt, wie z.B. in Abb.7.20 skizziert, und deshalb im Kontaktfall große lokale Belastungen auf das Hüllrohr ausüben kann.

Während des Reaktorbetriebes ist der Brennstab ständig Leistungsänderungen unterworfen. Bei Abnahme der Stablängenleistung behindern die irreversiblen plastischen Verschiebungen, oder die sich infolge Oberflächenrauigkeit nicht vollständig schließenden Risse die Kontraktion der Tablette, wie im äußeren Ring in Abb.7.21 deutlich zu sehen. Das führt zur Ribildung von bisher ungerissenen Zonen im Tabletteninneren. Nach mehreren An- und Abfahrvorgängen schließlich ist das Pellet vielfältig gerissen. Es besteht letztlich nur noch aus einzelnen Bruchstücken. Diese können rechentechisch und modellmäßig, wenn überhaupt, nur mit großem Aufwand berechnet werden, wie oben schon erwähnt.

Es sei in diesem Zusammenhang noch erwähnt, daß die hier durchgeführten Rechnungen im zyklischen Betrieb ein ständiges Anwachsen der Radialverschiebung vorhersagen. Dieser Effekt, das 'ratcheting', ist auf die Rauigkeit der RiBoberflächen zurückzuführen. In Experimenten, die von Rashid [Ras 74] ausgewertet wurden, wird dieses Ergebnis bestätigt.

Wichtiger als eine genaue Vorhersage des bruchmechanischen Verhaltens ist die Beschreibung der Deformation der Tablette. Daraus gilt es, zum einen die mechanische, und zum andern die thermische Wechselwirkung des Brennstoffes mit dem Hüllrohr zu ermitteln. Das hier eingesetzte fließ- und bruchmechanische Modell mit seiner kontinuierlichen Behandlung der gerissenen Struktur ermöglicht in Verbindung mit dem zweidimensionalen FEM-Programm erstmals eine genaue Beschreibung des Deformationsverhaltens eines gesamten Pellets mit seinen realen Abmessungen auch über mehrere Leistungszyklen hinweg.

7.4.6 Zusammenfassende Bemerkung zur mechanischen Analyse einer Brennstofftablette

Wegen der geometrischen Abmessungen der Tablette, Länge und Durchmesser stehen im Verhältnis $L/D = 1 \div 1,5$, wird zu deren mechanischer Analyse eine räumlich mehrdimensionale Rechnung notwendig. Erfahrungsgemäß reißt die Tablette bereits unmittelbar mit dem Anfahren des Reaktors und besteht im Betrieb praktisch aus einer Vielzahl einzelner, statistisch verteilter Bruch-

stücke. Rechnungen zu dieser konkreten Struktur scheitern u.a. an der Unkenntnis physikalischer Annahmen und an dem Rechenaufwand. Hier wird ein problemorientiertes fließ- und bruchmechanisches Modell angewendet, bei dem das Reißen über fiktive Dehnungen betrachtet wird. Mit FINPEL steht damit erstmals ein Programmsystem zur systematischen Untersuchung des mechanischen Verhaltens von Brennstofftabletten zur Verfügung, das neben der realen Geometrie u.a. auch die Rißbildung und zyklische Beanspruchungen berücksichtigt.

Unter dem extremen radialen Temperaturgradienten von nahezu $\Delta\vartheta_r \sim 10000 [^{\circ}\text{C}/\text{cm}]$ nimmt die Tablette eine bambusartige Form mit einer Aufwölbung an den Stirnseiten - hour glassing - und einer Überhöhung an der Radialverschiebung an den Kanten - ridge height - an. Bei der hier diskutierten Tablette, die weitgehend der des SNR entspricht, wird der Durchmesser an der Tablettenkante um mehr als $\Delta D_h > 2\%$ vergrößert. Durch den Effekt des 'ratcheting' nimmt die radiale Aufweitung unter zyklischer Belastung ständig zu. Etwa 15% der Durchmesseränderung ist anteilig auf die Rißdehnung zurückzuführen, eine thermoelastische Analyse reicht also alleine nicht aus, um das Verformungsverhalten zu beschreiben. Die 'ridge height' erreicht immerhin einen Wert von $\Delta u_r = 10 [\mu\text{m}]$. Die axiale Längung der Tablette beträgt etwa $\Delta L = 2,4\%$, sie wird durch das Reißen nicht beeinflusst; die Aufwölbung allerdings wird reduziert.

Schon nach dem ersten Anfahren weist die Tablette im gesamten äußeren Bereich Risse auf. In der Mittelebene dringen die Radialrisse, ebenso wie die Axialrisse bis zur Hälfte des Tablettenaußenradius vor. Zu den Stirnseiten hin nimmt die Tiefe der Axialrisse ab, die der Radialrisse zu, bis sie schließlich unter den Stirnseiten völlig durch die Tablette hindurchgehen. Tangentialrisse treten nur im Zentrum der Stirnseiten auf, sie spielen in dieser Phase keine Rolle. Nur im Innern der Tablette befindet sich ein Kern ungerissenen Brennstoffes, da hier aufgrund der Temperatur und des herrschenden Druckes Risse ausheilen können. Die Grenze zwischen der ungerissenen und gerissenen Zone fällt weitgehend mit der neutralen Faser der thermoelastischen Tangentialspannung zusammen. Unter zyklischer Belastung entstehen, im

wesentlichen durch die Rauigkeit an den Reißflächen hervorgerufen, immer mehr Risse, vor allem treten dann auch mehr und mehr Tangentialrisse auf.

Durch eine Einsenkung an den Stirnseiten - Dish - kann die axiale Längung der Tablette um etwa 35% reduziert werden, nicht aber die radiale Aufweitung und die 'ridge height'.

Zur Vermeidung der bambusartigen Kontur der verformten Tablette mit ihren im Kontaktfall nachteiligen Wirkungen auf die Festigkeit des Hüllrohres wurde mit FINPEL die Form des Pellets optimiert. Als belastungstechnisch günstig erwies sich eine ballige, an den Stirnseiten ausgekehlte und an den Kanten abgerundete Form.

Allgemeingültige quantitative Aussagen über das Verhalten der Tablette schlechthin sind aufgrund der Unterschiede der Form, Belastung und Einflußparameter der einzelnen Stabtypen prinzipiell nicht möglich. Ein Vergleich mit einer unter realen Bedingungen belasteten Tablette scheidet weitgehend an der Experimentier-technik. Zur Auswertung muß die Tablette erkalten und anschließend mechanisch bearbeitet werden, so daß ein Schluß auf ihre reale Struktur im Betrieb nur mit Einschränkung möglich ist. Die hier gewonnenen prinzipiellen Aussagen und die quantitativen Ergebnisse konnten durch verfügbare experimentelle Daten weitgehend bestätigt werden.

Die bei der Brennstabauslegung üblicherweise verwendeten eindimensionalen Modelle stimmen nur mit den Verhältnissen in der Mittelebene der Tablette überein, sie vernachlässigen somit die Größe der Verformung in axialer und radialer Richtung. Die mechanische und auch die thermische Wechselwirkung zwischen Hülle und Tablette wird mit diesen Modellen deshalb nur unzureichend beschrieben.

Durch die fiktive Betrachtung des Reißens in FINPEL kann der hohe Rechenaufwand, der u.a. die Behandlung einzelner Bruchstücke scheitern läßt, weitgehend in Grenzen gehalten werden. Allerdings erreicht man, bedingt durch die Berücksichtigung der Zweidimensionalität der Struktur und durch die notwendigerweise iterative Berechnung der plastischen und rißbedingten Dehnungen bei einer

großen Anzahl von Leistungszyklen immer noch einen kaum mehr vertretbaren Aufwand. Das Programm ist also insbesondere für prinzipielle Betrachtungen zum mechanischen Verhalten der Tablette geeignet. Aus diesem Grunde wird hier auch das Materialschwellen, das ohnehin erst bei großen Abbränden in Erscheinung tritt, nicht berücksichtigt.

7.5 Wechselwirkung zwischen Hüllrohr und Brennstoff

7.5.1 Problemstellung für ein Brennstabprogramm

Die Verschiedenheit der Deformation von Hüllrohr und Brennstoff führt, wie im vorangegangenen Kapitel bereits angedeutet, im Laufe der Einsatzzeit des Brennstabes zum Kontakt zwischen diesen beiden Komponenten. Dabei kommt es zu einer thermischen, chemischen und mechanischen Wechselwirkung. Insbesondere letztere ist für die Beanspruchung des Hüllrohres von ausschlaggebender Bedeutung, da sie als mögliche Fehlerquelle anzusehen ist; ausschließlich ihr gelten die folgenden Betrachtungen. Die Bedeutung dieses Einflusses wird durch das im vorangegangenen Kapitel diskutierte und in Abb.7.16 und 7.20 dargestellte 'ridging' - unterschiedlich große Radialverschiebung in der Mittelebene und an den Kanten - der Tablette unterstrichen. Das führt im Stadium des Anfahrens zu einem lokalen Kontakt an den Kanten der Tablette mit einer entsprechend lokalen Belastung des Hüllrohres in axialer und radialer Richtung. Die Bedeutung dieses Einflusses steht hier im Vordergrund. Erst bei größeren Verformungen nach mehreren Lastzyklen berühren sich Tablette und Hüllrohr flächenhaft.

Forderte bereits die getrennte Berechnung dieser beiden Komponenten eine mehrdimensionale Analyse, gilt dies im Fall des Kontaktes in besonderem Maße. Beispielsweise sind die axialen und radialen Kontaktkräfte nicht nur im Bereich der einzelnen Tablette von der z-Koordinate abhängig, sondern ändern sich auch von Tablette zu Tablette, und außerdem wirkt die axiale Kontaktkraft als Schubkraft an der Innenseite des Rohres.

Rechentechisch gesehen, bringt die Analyse der mechanischen Wechselwirkung außerdem durch die großen Unterschiede der Belastung, der Geometrie und des Materialverhaltens von Hüllrohr und Tablette große Schwierigkeiten mit sich. Hier wird auf iterativem Wege ein Kräftegleichgewicht zwischen den beiden Komponenten, die getrennt in den zuvor diskutierten Programmen FINEL und FINPEL berechnet werden, hergestellt. Während die Radialkräfte ohne besondere Annahmen errechnet werden können, hängt die Größe der Axialkräfte davon ab, ob reibender oder haftender Kontakt vorliegt.

Leider ist die Lösung des Problem es zum einen durch die Mehrdimensionalität der Analyse, zum andern durch das iterative Verfahren nur mit großem Rechenaufwand zu erzielen. Die hier durchgeführten Rechnungen beschränken sich deshalb auf den stationären, thermoelastischen Fall. Für die Anfahrphase des Brennstabes stellt die daraus ermittelte Beanspruchung des Hüllrohres eine durchaus realistische Abschätzung dar.

7.5.2 Geometrisches und mechanisches Modell des Brennstabes

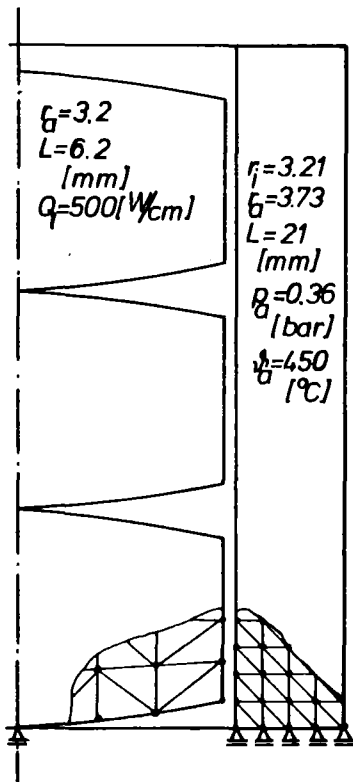


Abb.7.22: Modell des Brennstabausschnittes zur Berechnung der mechanischen Wechselwirkung (Axiale Verformung der Tabletten angedeutet).

Als geometrisches Modell des Brennstabes wird hier ein Stabausschnitt mit drei Tabletten gewählt, wie in Abb.7.22 dargestellt. Die dem Modell zugrunde liegenden Daten entsprechen denen des SNR-Mark II Brennstabes [GehK 72]. Geometrie und Belastung sind in der Modellskizze angegeben. Werkstoffparameter siehe Anhang C.1 und C.6. Der Brennstoffaußenradius wurde im Modell geringfügig vergrößert, um den Kontakt deutlich hervorzuheben. Durch diese Maßnahme wird der bei der thermoelastischen Rechnung vernachlässigte Einfluß des Plastifizierens und der Rißbildung sowie des zyklischen Betriebs ausgeglichen; das Ziel dieser Analyse, den Einfluß des 'ridging' auf die Festigkeit des Hüllrohres aufzuzeigen, wird dadurch nicht beeinträchtigt.

Bei der Rechnung selbst wird zunächst die Verformung des Hüllrohres mit FINEL und der Tablette mit FINPEL getrennt berechnet. Das führt im gemeinsamen Randbereich teilweise zu Überschneidungen.

Die Kompatibilität der Verschiebungen wird anschließend in einem iterativen Verfahren sichergestellt. Dabei werden unter der Annahme eines ebenen Schnittes durch den Brennstab nach Gesetzmäßigkeiten für eine ebene Scheibe Reaktionskräfte "geschätzt", mit denen die Kräftematrizen in FINEL und FINPEL korrigiert werden. Mit einer erneuten Berechnung der Verschiebungen in den getrennten Programmteilen wird schließlich die korrekte Lösung gewonnen. Das Hauptprogramm übernimmt neben der Berechnung der Reaktionskräfte die Steuerung des Rechenablaufes.

Die angewendete Lösungsmethode bietet den Vorteil, daß im Iterationsprozeß lediglich die Kräftematrix korrigiert und das Gleichungssystem gelöst werden muß. Die Steifigkeitsmatrix wird beibehalten und die Rückrechnung erst am Ende des Iterationsprozesses durchgeführt.

Mit dem hier verwendeten Modell wird eine relative Axialbewegung zwischen Pellet und Hüllrohr ermöglicht, die für die Strukturanalyse des Stabes sehr wichtig ist. Diese Tatsache und die Unterschiede in der Diskretisierung in Hüllrohr und Tablette führen allerdings zu der Schwierigkeit, daß die Knotenpunkte an den Kontaktstellen verschiedene z-Koordinaten haben, wie in Abb. 7.22 angedeutet. Das Problem wird hier dadurch gelöst, daß die äußere Seite der Randlelemente als biegesteifer Balken aufgefaßt wird, mit dem die Knotenkräfte ermittelt werden. Zu dieser Schwierigkeit wird in der Literatur nur von Rashid [Ras 74] angedeutet, daß das Kontaktproblem in dem von ihm erstellten Programm SAFE-2D, siehe Abb.2.5, mit speziellen einaxialen Kontaktelementen behandelt wird.

7.5.3 Beanspruchung des Hüllrohres im Kontaktfall

Die Berechnung des Brennstabes unter den oben genannten physikalischen und methodischen Voraussetzungen liefert die in Abb.7.23 in einem Teilausschnitt dargestellte Verformung des Brennstabes. Bei der Darstellung wurde ein stark verzerrender, in radialer und axialer Richtung unterschiedlich großer Maßstab gewählt, um die Charakteristika der Verformung deutlich herauszuheben.

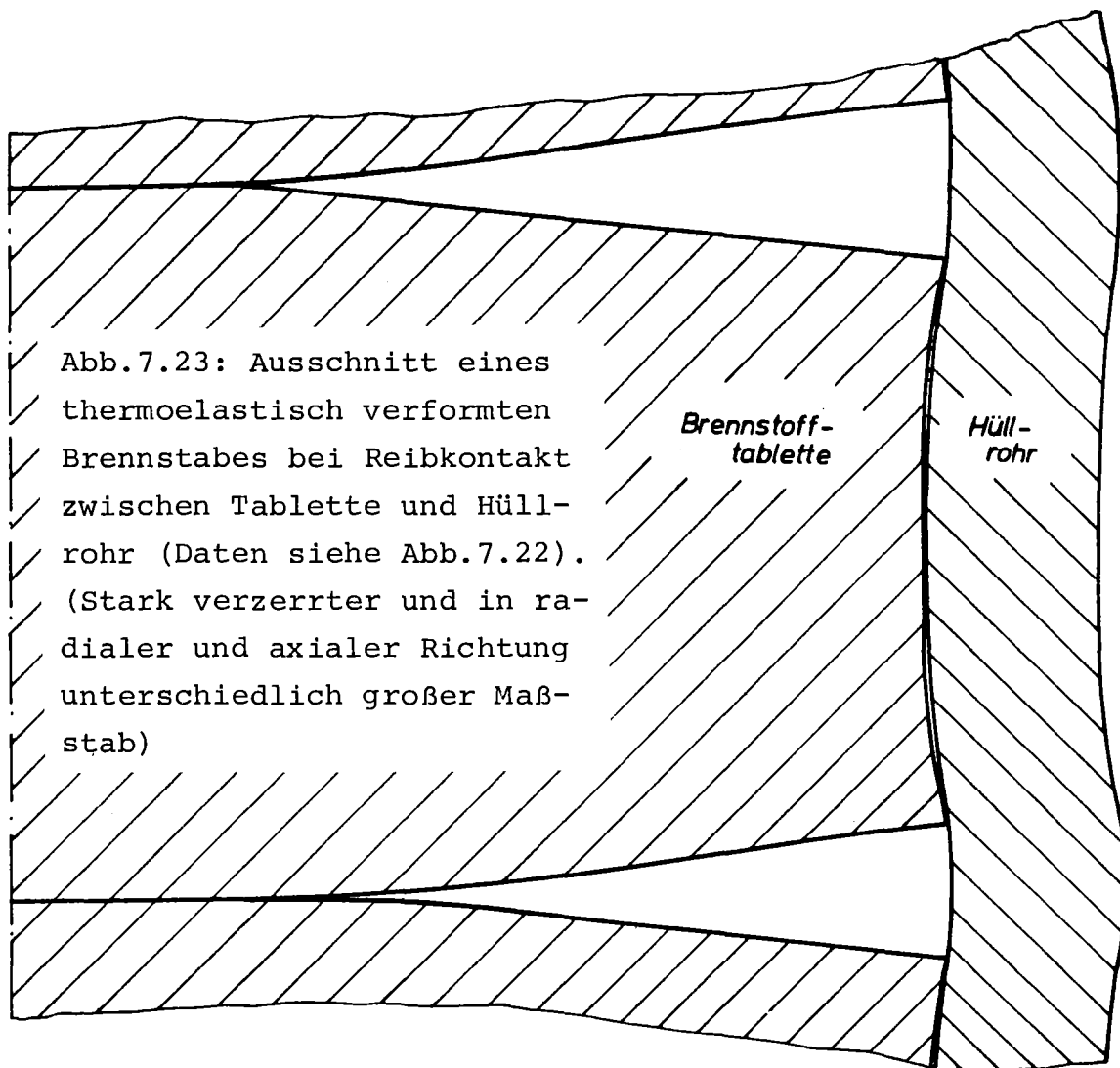
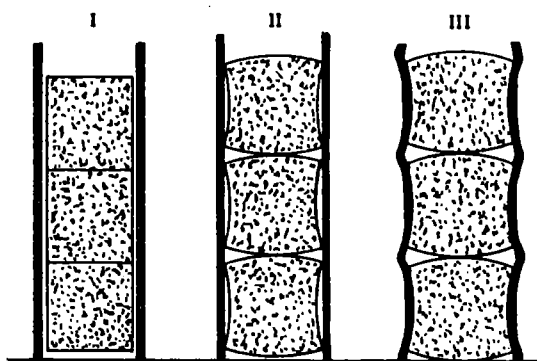


Abb.7.23: Ausschnitt eines thermoelastisch verformten Brennstabes bei Reibkontakt zwischen Tablette und Hüllrohr (Daten siehe Abb.7.22). (Stark verzerrter und in radialer und axialer Richtung unterschiedlich großer Maßstab)

Es zeigt sich, daß das 'ridging' der Tablette im Kontaktfall zu einer Verformung des Hüllrohres führt, die diesem ein bambusartiges Aussehen verleiht. Die Maxima der radialen Aufweitung fallen mit den Stoßstellen der einzelnen Pellets zusammen. Diese Form wird sowohl bei zahlreichen Versuchen, siehe z.B. Whatham [Wha 73], als auch bei real im Reaktor betriebenen Brennstäben festgestellt, vgl. Rashid [Ras 74]. Unter Berücksichtigung des zeitlichen Anstiegs der Stableistung beim Anfahrvorgang des Reaktors entsteht der Kontakt zunächst, wie in Abb.7.2.4 skizziert, an den Kanten der Tabletten. Bei weiterer Zunahme der Leistung und anschließendem Lastwechselbetrieb wächst die Radial- und Axialdehnung der Tablette so stark, daß das Hüllrohr schließlich an der gesamten Tablettenseite anliegt. Bei der hier gewählten Belastung wird nach Abb.7.23 gerade an den Kanten und in der Mittelebene Kontakt erreicht.



- I. Ausgangszustand:
kein Kontakt
- II. Thermische Dehnung:
Kontakt an Tablettenkanten
- III. Lastwechselbetrieb
Radial- und Axialdehnung,
Hüllrohr liegt vollständig
an und hat bambusartige
Kontur

Abb.7.24: Wechselwirkung zwischen Hüllrohr und Tablette bei drei verschiedenen Lastzuständen.

Durch die Aufwölbung der Tabletten an den Stirnseiten klafft die Brennstoffsäule an den äußeren Bereichen der Stoßstellen. Die Größe der Klaffung hängt ebenso wie die Längung der Tabletten- säule und des Hüllrohres von dem herrschenden Reibkoeffizienten ab. Eine Variation zwischen $\mu = 0,2$ - Gleiten - und $\mu = 1,0$ - Haften - ergab nach eigenen Rechnungen deutliche Unterschiede. Von der Güte der Annahme dieses Wertes hängt insbesondere die Genauigkeit der berechneten Axialspannung ab. Aufgrund der ausgeprägten Belastungsspitzen infolge des 'ridging' und der Oberflächenrauigkeit, insbesondere bei vorhandenen Rissen, kann von einem Koeffizienten nahe $\mu \sim 1,0$ ausgegangen werden.

Bei der wechselseitigen Wirkung der Kontaktkräfte fällt die berechnete Verlängerung des Hüllrohres größer aus als die Verkürzung der Brennstoffsäule; die Radialkräfte führen hauptsächlich zu einer Verformung des Hüllrohres und verringern die 'ridge height' der Tablette nur unwesentlich. Im Kontaktfall wird also die Verformung des Brennstabes im wesentlichen durch das Verhalten des Brennstoffes bestimmt. Dieses Ergebnis findet sich in voller Übereinstimmung zu Meßwerten von S. Aas [Aas 72] , wonach die Verlängerung des Stabes vom Zeitpunkt des Kontaktes an der berechneten Längung der Tablettensäule folgt. In diesem Zusammenhang wird dort weiterhin festgestellt, daß Risse im Hüllrohr vornehmlich über Klaffungen im Brennstoff auftreten. Das ist zum einen bei Rissen, zum anderen, wie oben beschrieben,

an den Stoßstellen der Tabletten der Fall, da es dort zu lokalen Dehnungen und damit zu einer Überhöhung der Spannungsgradienten kommt.

Außerdem wird die Verteilung der Spannung natürlich durch die bambusartige Verformung des Hüllrohres beeinflusst. Dieser Effekt ist insbesondere beim Anfahren des Reaktors dominierend und zeigt sich vor allem im Bereich der radialen Aufwölbung in Höhe der Stoßstelle der Tabletten. Mit Abb.7.25 wird dies durch eine Gegenüberstellung des radialen Verlaufes der Spannungen im Hüllrohr der Tablettenmitte σ^0 und in Höhe der Tablettenstoßstellen σ' bestätigt.

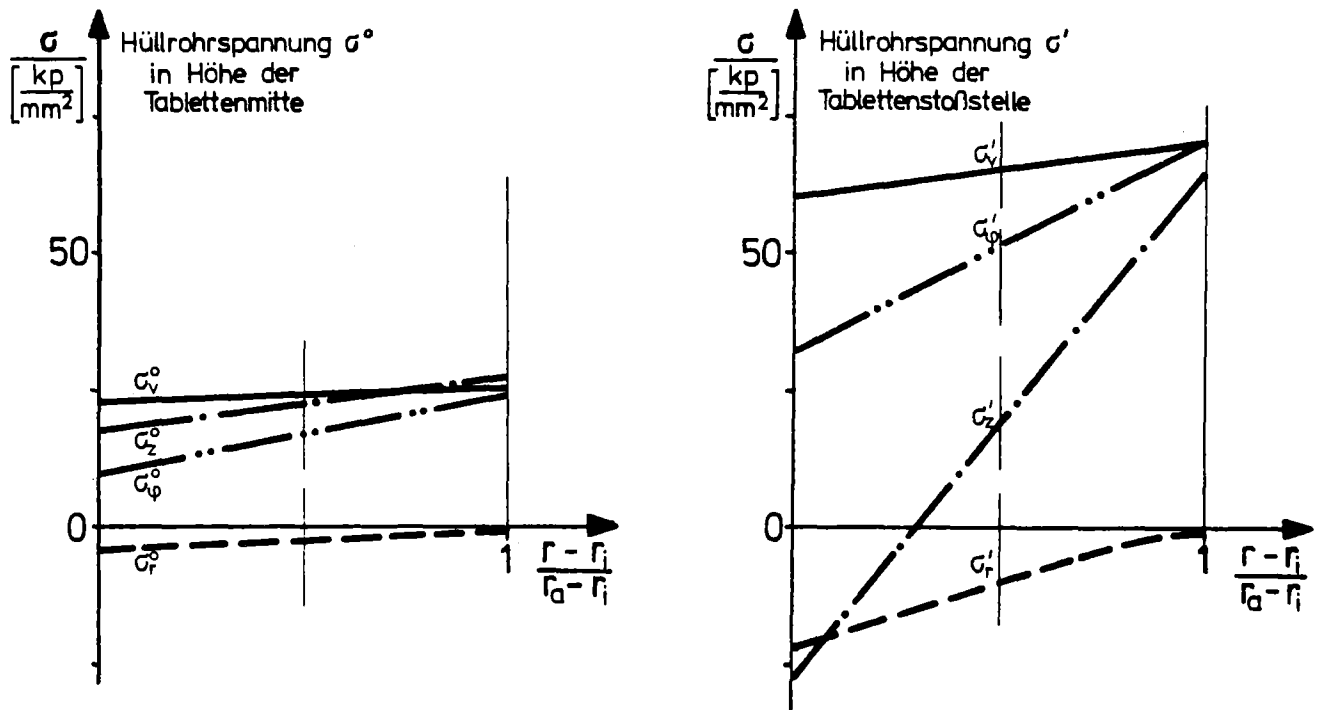


Abb.7.25: Radialer Verlauf der thermoelastischen Spannungen im Hüllrohr bei reibendem Kontakt mit der verformten Tablette. Vergleich der Spannungen in Höhe der Tablettenmitte σ^0 und in Höhe der Tablettenstoßstellen σ' .

Während die Spannungen im Bereich der Tablettenmitte weitgehend denen des einachsigen Zustandes des ungestörten Rohres entsprechen, führt die Aufwölbung des Hüllrohres an den Stoßstellen der Tabletten zu einer beträchtlichen Erhöhung des gesamten Spannungsniveaus, wie am deutlichsten an der Vergleichsspan-

nung σ' zu sehen ist. Infolge der Vergrößerung der Radialdehnung steigt die Tangentialspannung σ' , außerdem bewirkt die lokale Aufbiegung des Hüllrohres einen für den Einfluß eines Biegemomentes typischen Axialspannungsverlauf σ' mit einem starken radialen Gradienten. Die Radialkraft an der Kontaktstelle führt (absolut gesehen) zu einem Anstieg der Radialspannung. Die Beträge der Spannung stehen im berechneten Beispiel nicht im Vordergrund; sie hängen insgesamt stark von der Geometrie und der Belastung des jeweiligen Stabes ab. Wichtiger ist im Zusammenhang mit der mechanischen Wechselwirkung die Überhöhung der Spannung im Bereich der Aufwölbung. Da die 'ridge height' der Tablette, wie im vorangegangenen Kapitel diskutiert, bereits durch eine rein thermoelastische Rechnung recht genau beschrieben wird, kann damit auch die berechnete Spannungsüberhöhung als realistisch angesehen werden. Für sie ergibt sich nach der hier durchgeführten Analyse an der Hüllrohraußenseite:

$$\frac{\sigma'(z=h)}{\sigma^0(z=h/2)} \approx 2,8$$

Dieser Wert wurde auch für den Fall des haftenden Kontaktes bestätigt. Die Maximalwerte der Spannungen in einem Hüllrohr liegen also um das 2,8-fache über den Werten, die mit einer eindimensionalen Rechnung ermittelt werden. Bei der großen sicherheitstechnischen Bedeutung des Hüllrohres wird dadurch die Wichtigkeit einer mehrdimensionalen Analyse nachhaltig unterstrichen. An dieser Stelle wird auch die Bedeutung der im vorangegangenen Kapitel diskutierten Optimierung der Form der Tablette hinsichtlich der 'ridge height' und der axialen Längung deutlich.

Über die genaue Größe dieses Spannungsüberhöhungsfaktors ist bisher wenig bekannt. Bei Gittus [Git 72] wird aus einem eindimensionalen Modell unter stark vereinfachten Annahmen ein Faktor 2 abgeleitet. Aus einer persönlichen Mitteilung ist dem Autor bekannt, daß bei der großtechnischen Auslegung von Brennstäben die Spannungsüberhöhungen infolge des Bambuseffektes durch einen Faktor der hier ermittelten Größenordnung abgedeckt wird.

Die in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen unter stationären und rein thermoelastischen Bedingungen müssen für eine komplette Analyse der mechanischen Wechselwirkung natürlich noch erweitert werden. Wichtig sind hierbei weiterhin insbesondere

die Zeitabhängigkeit der Belastung und das Kriechen des Hüllrohres. Trotz dieser Vereinfachungen stellt die thermoelastische Analyse eine sehr wichtige obere Abschätzung der Beanspruchung des Hüllrohres dar. Gerade während des Anfahrvorganges eines Brennstabes ist das 'ridging' der Tabletten sehr ausgeprägt, so daß zunächst eine starke lokale Belastung des Hüllrohres entsteht. Die dadurch hervorgerufenen Spannungsspitzen werden allerdings durch das Kriechen des Materials schnell reduziert.

7.5.4 Bemerkungen zur zweidimensionalen Berechnung der mechanischen Wechselwirkung

Wie sich mit der bambusartigen Verformung der Brennstofftablette andeutet, fordert die Berechnung der mechanischen Wechselwirkung im Kontaktfall zwischen Hüllrohr und Brennstofftablette eine räumlich mehrdimensionale Analyse. Nach der hier durchgeführten thermoelastischen Rechnung führt die Verformung der Tablette im Kontaktfall zu einer bambusartigen Kontur des Hüllrohres. Die Überhöhung der Radialdehnung des Rohres in Höhe der Stoßstellen der Tabletten bewirkt dort Spannungen, die etwa um den Faktor 2.8 über denen in Höhe der Mittelebene einer Tablette liegen. Da hier das Kriechen unberücksichtigt bleibt, ist dieser Wert als obere Abschätzung während des Anfahrvorganges des Reaktors zu sehen. Die bisher eingesetzten eindimensionalen Brennstabmodelle können diesen Effekt, der für das Versagen des Stabes ganz entscheidend sein kann, nicht erfassen, er wird allenfalls durch einen empirisch ermittelten Faktor berücksichtigt. Experimentell abgesicherte Werte liegen allerdings nicht vor.

Die großen Unterschiede im mechanischen Verhalten von Tablette und Hüllrohr bereiten der Berechnung der Wechselwirkung, insbesondere, wenn diese mehrdimensional durchgeführt wird, große Schwierigkeiten. Diese entstehen konkret durch die räumlichen Unterschiede in den Kontaktkräften und durch die Relativbewegung der beiden Komponenten, so daß die Knotenpunkte des mechanischen Modells an den Kontaktstellen weder übereinander liegen noch eine fest definierte Lage zueinander haben. In der vorliegenden Arbeit werden die Verformungen von Hüllrohr und Ta-

blatte zunächst getrennt berechnet, und anschließend wird auf iterativem Wege die Kompatibilität der Verschiebungen hergestellt. Dazu kann auf die beiden ohnehin vorhandenen Programme FINEL und FINPEL zurückgegriffen werden. Das Verfahren ist aber insgesamt relativ aufwendig und kann deshalb kaum über die thermoelastische Analyse hinaus eingesetzt werden. Eine Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit der Belastung oder des Kriechens fordert zusätzlich ein inkrementelles Vorgehen, so daß das Verfahren schnell an rechentechnische Schranken stößt. Es wurde aus diesem Grunde hier nicht weiter verfolgt.

Ganz abgesehen von den methodischen Schwierigkeiten fehlen zur genauen Berechnung der mechanischen Wechselwirkung einige realistische Materialdaten, wie z.B. Angaben über die Reibkoeffizienten. Außerdem bleibt die Wirkung der thermischen Einflüsse, insbesondere bei den axialen Unterschieden in der Spaltweite, weitgehend unberücksichtigt, und die reale gerissene Struktur der Pellets geht auch nicht in die Lösung mit ein. Das Ergebnis würde also letztlich doch auf einer Reihe von Annahmen basieren. Das Gesamtbild des mechanischen Verhaltens eines Brennstabes muß also generell aus Einzeluntersuchungen zusammengestellt werden. Dazu können die im Rahmen dieser Arbeit erstellten mehrdimensionalen Programme für das Hüllrohr und die Brennstofftablette einen wichtigen Beitrag leisten.

Ein zweiter Weg zur mehrdimensionalen Berechnung der mechanischen Wechselwirkung bietet sich nach den im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnissen mit einem halbanalytischen Verfahren an. Bei einer Simulation von zeit-, raum- und verformungsabhängigen Kontaktkräften kann die Verteilung der Spannung im Hüllrohr allein mit FINEL auch unter Beachtung des Materialkriechens diskutiert werden. Ein solches Modell muß allerdings zunächst sehr sorgfältig an geeigneten Einzeluntersuchungen und Experimenten geeicht werden. Vom Autor auf diesem Wege durchgeführte Vorausberechnungen versprechen nach der Diplomarbeit von W. Muhl [MuhF.77] eine Lösungsmöglichkeit dieses komplexen Problems zur Stabauslegung.

Um die Wirkung der Reibkräfte im Kontaktfall auch in eindimensionalen integralen Brennstabcodes möglichst korrekt zu erfassen, müssen hierfür realistische Modelle angewendet werden, die nur

auf mehrdimensionalen Analysen basieren können. Das Reibkraftmodell im Programm URANUS stützt sich deshalb auf zweidimensionale Untersuchungen, die mit dem Programm FINEL durchgeführt wurden. Das Ergebnis ist in der Veröffentlichung: "Behandlung von axialen Reibkräften in integralen Brennstabcodes" von Laßmann [Laß 77] zusammengestellt.

Diese Diskussion des mechanischen Verhaltens des Brennstabes macht deutlich, daß eine Gesamtanalyse durch die Komplexität der Belastung und des Materialverhaltens sowohl mit mehrdimensionalen Detailberechnungen als auch mit eindimensionalen integralen Codes erarbeitet werden muß. Beide Rechnungen sind, wie in Kap.2.4 bereits angedeutet, gleichermaßen notwendig.

8. Kritische Anmerkungen zur mehrdimensionalen Berechnung von zylindrischen Brennstäben

Die zur Auslegung des Brennstabes heute überwiegend eingesetzten integralen Codes basieren auf einem eindimensionalen mechanischen Modell. Aufgrund der Konstruktion, Funktion und Belastung des Stabes reicht dieses einfache Modell für eine komplette Analyse des mechanischen Verhaltens nicht aus. Dies unterstreichen nachdrücklich die Ergebnisse der im Rahmen dieser Arbeit mit räumlich zweidimensionalen Modellen zu verschiedenen Detailfragen durchgeführten Berechnungen. Im einzelnen wurden die Einflüsse von Ovalität und Exzentrizität, von integralen Rippen des Endstopfens und von lokalen Belastungen auf das Hüllrohr, sowie das mechanische Verhalten von Brennstofftabletten und die mechanische Wechselwirkung zwischen Hüllrohr und Tabletten diskutiert. Insbesondere durch die Sicherheitsfunktion des Hüllrohres ist eine möglichst präzise Vorhersage des Stabverhaltens und damit neben der eindimensionalen Berechnung auch eine mehrdimensionale Analyse unbedingt notwendig.

Durch die gleichzeitige Forderung nach Mehrdimensionalität, Allgemeingültigkeit und einfacher Handhabung der Programme zur Berechnung des Brennstabes wurde ein rein numerisches Lösungsverfahren, die Finit-Element-Methode, gewählt. Der Vorteil dieser Methode liegt in ihrer weitgehend universellen Anwendbarkeit. Er wird allerdings infolge des rein numerischen Lösungsverfahrens durch einen erhöhten Rechenaufwand erkauft. Abgesehen von diesem methodischen Problem ist dies eine generelle Schwierigkeit aller mehrdimensionalen Berechnungen.

Bei der Strukturanalyse des Brennstabes kommt erschwerend hinzu, daß über die stationären linear-elastischen Beziehungen hinaus folgende Effekte zu berücksichtigen sind: die Zeitabhängigkeit, das nichtlineare Materialverhalten durch das Kriechen, die geometrische Nichtlinearität durch die großen Verformungen und bei der Berechnung der Brennstofftablette außerdem das Plastifizieren und das Reißen sowie insgesamt der instationäre Verlauf der Belastungen und die langen Einsatzzeiten. Methodisch betrachtet, muß hierzu ein inkrementeller und iterativer Lösungsweg gewählt werden, wodurch der Rechenaufwand nochmals erhöht wird.

Eine Reduktion des Aufwandes wird durch die Abstimmung der Programme und des Lösungsverfahrens auf die speziellen Probleme der Stabauslegung, wie z.B. eine automatische Optimierung der Länge des Zeitschrittes, erzielt. Trotzdem muß sich die Berechnung, im Gegensatz zu eindimensionalen Codes, auf die Analyse einzelner Effekte beschränken, für die zum einen nur ein Stabausschnitt, zum anderen nur die jeweils wichtigsten Materialphänomene betrachtet werden können.

Das methodische Vorgehen verlangt infolge der diskreten Behandlung der Struktur und des inkrementellen Lösungsverfahrens für jeden einzelnen Fall eine Überprüfung der Rechengenauigkeit. Diese ist bei mehrdimensionalen Problemen nicht in allen Fällen ganz einfach nachzuweisen, da gezielte Experimente oder Vergleichsrechnungen vielfach fehlen. In diesem Zusammenhang tritt auch die Frage nach der Anwendbarkeit der im allgemeinen aus eindimensionalen und stationären Betrachtungen abgeleiteten Materialgesetze auf. Dieses Problem gilt gleichermaßen für die Anwendung bei einem instationären Verlauf der Belastung.

Die Mehrdimensionalität bei der Berechnung des Brennstabes wird hier durch zwei zweidimensionale Modelle in r, φ -Ebene und r, z -Ebene erzielt. Nach eigenen Erfahrungen mit dreidimensionalen Rechnungen wird diese Beschränkung hauptsächlich aus Gründen des Rechenaufwandes und der Interpretierbarkeit der Ergebnisse gewählt. Außerdem ist bei der Untersuchung von Einzeleffekten im allgemeinen eine zweidimensionale Analyse ausreichend. Mit dieser können natürlich noch nicht alle, aber doch ein sehr weites Spektrum von Fragestellungen diskutiert werden.

Da die Programme vom Auslegungssingenieur für verschiedene Ziele, die sich aus der Stabgeometrie, der Belastung und den beiden in ihrem mechanischen Verhalten sehr verschiedenen Stabkomponenten ergeben, eingesetzt werden, müssen sie einfach handhabbar und modifizierbar sowie rechentechnisch stabil sein. Das ist mit ein Grund für die Wahl sehr einfacher und unkomplizierter Elemente. Bei einer weiteren Spezialisierung der Programme können problemangepaßte und höherwertige Elemente verwendet werden, mit denen u.U. die gleiche Genauigkeit bei verminderter Rechenzeit erzielt werden kann.

Der Nachteil größerer Rechenzeiten bei numerischen Lösungsverfahren gegenüber analytischen tritt besonders bei mehrdimensionalen Berechnungen deutlich zu Tage. Gerade bei diesen gibt es oft keine andere Wahl, da analytische Lösungen nicht möglich sind. In Einzelfällen kann man jedoch halbanalytische Verfahren einsetzen und so den Anwendungsbereich vergrößern, bzw. die Rechenzeit reduzieren. So wird mittels eines halbanalytischen Verfahrens im Anhang dieser Arbeit eine dreidimensionale Berechnung des rotationssymmetrischen Hüllrohres unter beliebiger Belastung durchgeführt. Der Rechenaufwand ist dabei nur geringfügig größer als bei einer zweidimensionalen Analyse. Die Anwendung beschränkt sich hier allerdings noch auf den stationären und thermoelastischen Fall; bei einer Erweiterung auf zeitabhängige Probleme ist allerdings auch hier ein erheblicher Anstieg der Rechenzeit zu erwarten. Ein etwas anderes Problem zeigt sich bei der Berechnung der mechanischen Wechselwirkung. Mit der rein numerischen Lösung stößt man auf rechentechnische und methodische Schwierigkeiten. Kann man jedoch mit modelltheoretischen Überlegungen den Einfluß einer Komponente, z.B. des Brennstoffes, simulieren, scheint eine Lösung des schwierigen Problems möglich. Dieser Weg bietet in Einzelfällen eine sinnvolle und notwendige Ergänzung und Erweiterung der bestehenden klassischen Lösungen. Die Berechnung des Reißens der Brennstofftabletten z.B. wurde durch modelltheoretische Überlegungen überhaupt erst lösbar gemacht.

Bei der Auslegung des Brennstabes fällt, wie oben diskutiert, dem thermischen Einfluß eine ganz entscheidende Rolle zu. Vor der mechanischen Analyse muß üblicherweise die Berechnung der Temperaturverteilung in einem getrennten Programmteil erfolgen. Das führt mit den üblichen Methoden durch die konstruktiven Gegebenheiten im Betrieb, die Verschiedenheit der Materialien und insbesondere bei Abweichung von den Idealbedingungen u.U. zu erheblichen Schwierigkeiten. Die hier verwendete Lösungsmethode, die Finit-Element-Methode, bietet die Möglichkeit, bei einer nur kleinen Erweiterung, mit dem selben Programm und bei gleicher Diskretisierung zunächst eine thermische Analyse durchzuführen, auf der dann die mechanische Berechnung aufbauen kann. Insbesondere bei der Berechnung der Brennstofftablette und der

Wechselwirkung kann durch diese Erweiterung eine Verbesserung der Auslegung erzielt werden.

Die Aufgabe der hier erstellten Programme liegt darin, die im Rahmen der Auslegung von zylindrischen Brennstäben auftretenden Fragestellungen zu räumlich mehrdimensionalen Problemen zu diskutieren. Aufgrund der Verschiedenartigkeit der Stabtypen und insbesondere für auslegungsbegleitende Experimente fallen diese Probleme sehr unterschiedlich aus. Sie sind nicht für alle Brennstäbe von gleicher Wichtigkeit. Das zeigt sich auch bei den zuvor diskutierten Auslegungsfällen. Um das große Anwendungsspektrum der erstellten Programme aufzuzeigen, wurden viele verschiedenartige Probleme berechnet, die dadurch natürlich auf verschiedenen Datensätzen basieren. Die Ergebnisse zeigen, daß die beiden im Rahmen dieser Arbeit erstellten zweidimensionalen Programme einen sehr wichtigen und notwendigen Beitrag zur Auslegung des Brennstabes leisten. Mit ihnen wird dem Auslegungssingenieur ein geeignetes und praktikables Werkzeug zur Verfügung gestellt, um bisher weitgehend vernachlässigte Einflüsse, die sich insbesondere aus der Mehrdimensionalität der Struktur ergeben, zu berücksichtigen. Diese Analysen tragen entscheidend zur Erhöhung der Sicherheit der Auslegung bei. Sie bilden parallel zu eindimensionalen Berechnungen in integralen Codes die gemeinsame Basis für die Gesamtauslegung des Brennstabes.

Anhang A

Lineare thermoelastische Beziehungen in der FEM

Zum Verständnis der theoretischen Basis und des rechentechnischen Ablaufes der im Rahmen dieser Arbeit erstellten Programmsysteme zur nichtlinearen Strukturanalyse erfolgt hier eine kurze Darstellung der linearen thermoelastischen Beziehungen in der FEM.

A.1. Beschreibung der elastischen Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen in einem Element

Die Ableitung der allgemeinen Beziehungen erfolgt im Hinblick auf die Programme anhand der dort konkret verwendeten Elemente (s. Kap. 4.3): ebenes Dreieckselement konstanter Dicke und rotationssymmetrisches Ringelement mit dreieckigem Querschnitt. Beide Elementtypen werden parallel behandelt. Vom Grundaufbau her sind sie gleich (Simplexelemente). Lediglich die Spannungs-Dehnungs-Beziehung erweitert sich für den rotationssymmetrischen Fall. Zur übersichtlichen und leicht programmierbaren Darstellung wird die Matrixschreibweise gewählt.

Für das einzelne Element (s. Abb.4.2) wird ein linearer Ansatz für die Verschiebungen in beiden Raumrichtungen gewählt:

$$\begin{aligned}u(x,y) &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\v(x,y) &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y\end{aligned}\tag{A.1}$$

oder in Matrizenform ausgedrückt:

$$\{u\} = [\Phi]\{\alpha\}\tag{A.2}$$

Die Matrix $[\Phi]$ enthält die gewählte Ansatzfunktion und der Vektor $\{\alpha\}$ die generalisierten Amplituden der Verschiebungen des Elements. Die Verschiebungen sind bei einem linearen Ansatz über die Elementränder hinweg kinematisch verträglich, wenn sie an zwei Punkten des Randes übereinstimmen. Diese diskreten Punkte sind die Knotenpunkte (i,j,m) des Elements, bei dem gewählten Elementtyp die drei Eckpunkte. Die Verschiebungskomponenten eines Elements werden Knotenpunktsfreiheitsgrade genannt und im Spaltenvektor $\{\rho\}$

zusammengefaßt:

$$\{\rho\}^T = \{u_{xi} \ v_{yi} \ u_{xj} \ v_{yj} \ u_{xm} \ v_{ym}\} \quad \text{A.3}$$

Hierbei stellt z.B. u_{xi} die Verschiebung des Knotens i in x -Richtung dar.

Setzt man die Knotenkoordinaten in den Verschiebungsansatz (Gl.A.2) ein, erhält man eine lineare Beziehung zwischen den Verschiebungsamplituden und den Knotenpunktsfreiheitsgraden:

$$\{\rho\} = [A]\{\alpha\} \quad \text{A.4}$$

Durch Inversion dieser Gleichung kann der Vektor der Verschiebungsamplituden $\{\alpha\}$ nur mit Hilfe der Knotenpunktsfreiheitsgrade $\{\rho\}$ über die Verschiebungstransformationsmatrix $[A^{-1}]$ ausgedrückt werden.

$$\{\alpha\} = [A^{-1}]\{\rho\} \quad \text{A.5}$$

In die Ansatzfunktion (A.2) kann damit der Vektor der generalisierten Verschiebungsamplituden eliminiert werden:

$$\{u\} = [\Phi][A^{-1}]\{\rho\} \quad \text{A.6}$$

oder

$$\{u\} = [N]\{\rho\} \quad \text{A.7}$$

Die Matrix $[N]$ ist die Formfunktion des Elements, mit Hilfe derer die Verschiebungen $\{u\}$ an einem beliebigen Punkte innerhalb des Elements in Termen der Knotenpunktsverschiebungen $\{\rho\}$ ausgedrückt werden können.

Für die hier verwendeten Simplex-Elemente läßt sich die Transformationsmatrix $[A^{-1}]$ durch Umorganisation der Knotenpunktsfreiheitsgrade ermitteln:

$$[A^{-1}] = \frac{1}{2A_{\Delta}} \cdot \begin{bmatrix} a_i & b_i & c_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_i & b_i & c_i \\ a_j & b_j & c_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_j & b_j & c_j \\ a_m & b_m & c_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_m & b_m & c_m \end{bmatrix} \quad \text{A.8}$$

Dabei gilt für:

$$a_i = x_j \cdot y_m - x_m \cdot y_j$$

$$b_i = y_j - y_m$$

$$c_i = x_m - x_j$$

A.8a

(entsprechend a_j
bis c_m durch zyklische Vertauschung)

und

$$2A_{\Delta} = z_i(r_m - r_j) + z_j(r_i - r_m) + z_m(r_j - r_i)$$

= doppelte Dreiecksfläche

Die Transformationsmatrix wird in der hier gewählten Form allein aus kinematisch verträglichen Ansätzen gewonnen. Die allgemeine Verschiebungsgleichung des Elementes (Gl.A.7) gilt für beide Elementtypen. Für das Ringelement kann die Darstellung in Zylinderkoordinaten allein durch Vertauschen der Koordinatenbezeichnung erreicht werden.

Der Verformungszustand innerhalb einer Struktur und auch eines Elementes wird durch die Dehnungen ausgedrückt.

Für die beiden Modelle gilt nach dem Lagrange'schen Dehnungstensor bei kleinen Verschiebungen:

ebenes Modell

$$\{\epsilon\}^T = \{\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \gamma_{xy}\} \\ = \left\{ \frac{\delta u_x}{\delta x} \quad \frac{\delta v_y}{\delta y} \quad \frac{\delta u_x}{\delta y} + \frac{\delta v_y}{\delta x} \right\}$$

rotationssymmetr. Modell

$$\{\epsilon\}^T = \{\epsilon_r \quad \epsilon_{\varphi} \quad \epsilon_z \quad \gamma_{rz}\} \\ = \left\{ \frac{\delta u_r}{\delta r} \quad \frac{u_r}{r} \quad \frac{\delta v_z}{\delta z} \quad \frac{\delta u_r}{\delta z} + \frac{\delta v_z}{\delta r} \right\} \quad \text{A.9}$$

Mit einem Differentialoperator [D] ausgedrückt, lautet die Dehnungs-Verschiebungsbeziehung:

$$\{\epsilon\} = [D] \cdot \{u\} \quad \text{A.10}$$

und mit Gl.A.6 ergibt sich daraus:

$$\{\epsilon\} = [D][\Phi][A] \cdot \{\rho\} \\ = [H] \cdot [A] \cdot \{\rho\} \\ = [B] \cdot \{\rho\} \quad \text{A.11}$$

Die Matrix [H] läßt sich leicht aus der Ansatzfunktion errechnen:

$$[H] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad [H] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/r & 1 & z/r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{A.12}$$

Damit erhält man die Dehnungsmatrix [B] :

A.13

$$[B] = \frac{1}{2A_{\Delta}} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix} \quad [B] = \frac{1}{2A_{\Delta}} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ \frac{a_i}{r} + b_i + \frac{c_i z}{r} & 0 & \frac{a_j}{r} + b_j + \frac{c_j z}{r} & 0 & \frac{a_m}{r} + b_m + \frac{c_m z}{r} & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix}$$

Während für das ebene Modell die Dehnungsmatrix [B] nicht von den Koordinaten abhängt, die Dehnungen also innerhalb eines Elementes konstant sind, ist die Matrix im rotationssymmetrischen Fall koordinatenabhängig. Da aber die Radialverschiebung u_r der Knoten proportional zum jeweiligen Radius ist, bleibt die tangentielle Dehnung ϵ_{φ} ebenfalls über das Element konstant.

Das Materialgesetz stellt eine Beziehung zwischen den Spannungen und Dehnungen her.

Bei linear elastischem Werkstoffverhalten, gilt das Hooke'sche Gesetz:

$$\{\sigma\} = [C] \{\epsilon\}$$

A.14

Dabei ist [C] die Elastizitätsmatrix, in der die jeweiligen Materialeigenschaften enthalten sind, und $\{\sigma\}$ der Spannungsvektor, der folgende Komponenten enthält:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy}\} \quad \{\sigma\} = \{\sigma_r \quad \sigma_{\varphi} \quad \sigma_z \quad \sigma_{rz}\}$$

A.15

Die Elastizitätsmatrix läßt sich aus den allgemeinen Beziehungen zwischen den Dehnungen und Spannungen herleiten:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} & \epsilon_r &= \frac{\sigma_r}{E} - \nu \frac{\sigma_{\varphi}}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_y &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} & \epsilon_{\varphi} &= -\nu \frac{\sigma_r}{E} + \frac{\sigma_{\varphi}}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \gamma_{xy} &= 2(1+\nu) \frac{\sigma_{xy}}{E} & \epsilon_z &= -\nu \frac{\sigma_r}{E} - \nu \frac{\sigma_{\varphi}}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_z &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} = \text{konst.} & \gamma_{rz} &= 2(1+\nu) \frac{\sigma_{rz}}{E} \end{aligned}$$

A.16

Daraus erhält man die Elastizitätsmatrix [C] :

ebenes Element

Ringelement

A.17

$$[C] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad [C] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

Die Spannungen im Element können direkt durch die Verschiebungen der Knotenpunkte ausgedrückt werden, indem man in Gl.A.14 den Dehnungsvektor $\{\epsilon\}$ durch Gl.A.11 ersetzt:

$$\{\sigma\} = [C] \cdot [B] \cdot \{\rho\} \quad \text{A.18}$$

Im Falle des ebenen Elements ist zusätzlich zu den drei Spannungen in x-, y- und xy-Ebene eine Komponente in axialer Richtung z vorhanden. Bei einer konstanten Dehnung des Elements in axialer Richtung $\epsilon_z = \text{konst.}$ errechnet sich aus Gl.A.16 die zugehörige Axialspannung

$$\sigma_z = \nu (\sigma_x + \sigma_y) + E \cdot \text{konst.} \quad \text{A.19}$$

Dieser verallgemeinerte ebene Dehnungszustand gibt die realen Verhältnisse am sehr langen Brennstab recht gut wieder. Beim Ringelement sind die Spannungskomponenten aller drei Raumrichtungen explizit enthalten.

Ein Element kann erst dann im Gleichgewicht stehen, wenn zu den inneren Kräften von außen einwirkende, äußere Kräfte treten. Diese greifen an den Knotenpunkten an und haben die Richtung der Knotenpunktfreiheitsgrade. Sie entstehen entweder durch angreifende Lasten direkt, oder durch die Wirkung benachbarter Elemente. Im vorliegenden Falle werden die Knotenkräfte als Einzelkräfte f_{xi} bis f_{ym} an den Knotenpunkten entsprechend Gl.A.3 zusammengefaßt:

$$\{f\}^T = \{f_{xi} \ f_{yi} \ f_{xj} \ f_{yj} \ f_{xm} \ f_{ym}\} \quad \text{A.20}$$

Im Falle des Ringelementes errechnen sich die Kräfte an den Knotenkreisen aus einer Integration über den Umfang. Sind \bar{f}_r und \bar{f}_z die pro Längeneinheit des Knotenkreises mit dem Radius r wirkenden Kräfte, so lauten nach Integration die Elementkräfte:

$$f_r = 2\pi r \bar{f}_r \quad f_z = 2\pi r \bar{f}_z \quad \text{A.21}$$

A.2 Elementsteifigkeitsmatrix

Für eine Strukturberechnung müssen folgende Bedingungen beachtet werden:

- kinematische Verträglichkeit der Verschiebungen und Dehnungen
- Spannungs-Dehnungs-Beziehung (Materialgesetz)
- statische Verträglichkeit der Kräfte (Gleichgewicht)

Während die ersten beiden Bedingungen zuvor diskutiert wurden, wird hier letztere mit Hilfe eines Variationsprinzips, dem Prinzip

der virtuellen Arbeit, betrachtet. Danach wird die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte (δw_d) der virtuellen Arbeit der inneren Kräfte (δw_i) gleichgesetzt:

$$\delta w_d = \delta w_i \quad \text{A.22}$$

Die äußere virtuelle Arbeit wird aus der Belastung (Gl.A.20) und den virtuellen Verschiebungen gebildet. Für die innere virtuelle Arbeit werden hier die mit Hilfe der kinematischen Verträglichkeit und des Materialgesetzes ermittelten Spannungen und die virtuellen Dehnungen herangezogen (Gl.A.14 und A.11):

$$\begin{aligned} \delta w_d &= \{f\}^T \cdot \delta \{p\} \\ &= \delta \{p\}^T \{f\} \end{aligned} \quad \text{A.23}$$

$$\begin{aligned} \delta w_i &= \int_V \{c\}^T \cdot \delta \{e\} \, dv \\ &= \int_V \delta \{e\}^T [C] \{e\} \, dv \\ &= \delta \{p\}^T [A^{-1}]^T \int [H]^T [C] [H] \, dv [A^{-1}] \{p\} \end{aligned} \quad \text{A.24}$$

Unter Beachtung von Gl.A.22 gilt:

$$\{f\} = [A^{-1}]^T \int_V [H]^T [C] [H] \, dv \cdot [A^{-1}] \{p\} \quad \text{A.25}$$

mit

$$\begin{aligned} [k] &= [A^{-1}]^T \int_V [H]^T [C] [H] \, dv [A^{-1}] \\ &= \int_V [B]^T [C] [B] \, dv \end{aligned} \quad \text{A.26}$$

der Elementsteifigkeitsmatrix, lautet die Gleichgewichtsbeziehung für ein Element:

$$\{f\} = [k] \cdot \{p\} \quad \text{A.27}$$

Die Beziehungen in Gl.A.22 bis Gl.A.27 gelten für jedes finite Element. Die Integration in Gl.A.26 muß über das Elementvolumen ausgeführt werden.

Im Falle des ebenen Elements konstanter Dicke ($t = 1$) kann diese auf eine Flächenintegration reduziert werden, so daß gilt:

$$[k] = [B]^T [C] [B] \cdot A_\Delta \quad \text{A.28}$$

Die Dehnungsmatrix $[B]$ und die Elastizitätsmatrix $[C]$ sind in diesem Fall koordinatenunabhängig.

Im Falle des Ringelements kann zwar das Volumenintegral ebenfalls

auf eine Flächenintegration reduziert werden. Zusätzlich ist aber die Dehnungsmatrix $[B]$ (Gl.A.13) koordinatenabhängig. In erster Näherung kann die Dehnungsmatrix auf den Elementschwerpunkt mit seinen Koordinaten \bar{r} und \bar{z} bezogen werden, so daß sich für Gl.A.26 ergibt:

$$[k] = [\bar{B}]^T [C] [\bar{B}] \cdot 2\pi \bar{r} A_{\Delta} \quad \text{A.29}$$

Das Volumen des Ringelements wird also durch das Produkt aus Fläche und Umfang der Schwerpunktslinie berechnet. Die Genauigkeit der Approximation hängt vom Abstand des Schwerpunktes zur Rotationsachse und der Elementgröße ab. Im Anwendungsfall ergeben sich hierfür sehr günstige Relationen, so daß eine exakte Integration keinen nennenswerten Vorteil bietet. Eigene Untersuchungen [LeoF 77] bestätigen dies.

Die Elementsteifigkeitsmatrix $[k]$ ist eine quadratische und symmetrische Matrix. Ihre physikalische Bedeutung liegt darin, daß sie Kräfte und Verschiebungen für ein Element relativiert, wie in Gl.A.27 ausgedrückt. Dieses über einem kinematisch verträglichen Verschiebungsansatz gewonnene Gleichungssystem überschätzt die Steifigkeit der realen Struktur.

Seine Lösung liefert deshalb zu geringe Verschiebungen. Werden die Elemente der Struktur infinitesimal klein, so kann auch mit diesem einfachen Verschiebungsansatz der reale Verformungszustand beliebig genau angenähert werden. Mit feiner werdender Elementunterteilung erhält man also eine steigende Konvergenz der Lösung. In Kap.6.2 wird dies z.B. für das Programm ZIDRIG nachgewiesen.

A.3. Beschreibung der Gesamtstruktur aus den Elementbeziehungen

Betrachtet man die Gesamtstruktur mit der darin durchgeführten Elementunterteilung, vgl. Abb.4.1, erkennt man direkt, daß alle Elemente, die an einem Knotenpunkt zusammenhängen, für diesen Knoten dieselbe Verschiebung aufweisen müssen. Die Zuordnung der einzelnen Elementfreiheitsgrade zu denen der Gesamtstruktur wird über die Koinzidenzmatrix gesteuert. Diese wird zusammen mit der Strukturunterteilung aufgestellt.

Die virtuelle Arbeit der Gesamtstruktur errechnet sich aus der Summation aller Anteile der Einzelelemente E:

$$\begin{aligned}\delta W_d &= \sum_1^E \delta\{u_e\}^T \cdot \{F_e\} \\ \delta W_i &= \sum_1^E \delta\{u_e\}^T \cdot [k] \cdot \{u_e\}\end{aligned}\tag{A.30}$$

Dabei stellen $\{u_e\}$ und $\{F_e\}$ die koinzidenzgerechten Verschiebungen und Kräfte eines Elementes dar.

Mit der Forderung nach Gleichheit der virtuellen Arbeit für die Gesamtstruktur erhält man wie am Einzelelement:

$$\{F\} = [K] \cdot \{u\}\tag{A.31}$$

Der Lastvektor $\{F\}$, die Steifigkeitsmatrix $[K]$ und der Verschiebungsvektor $\{u\}$ der Gesamtstruktur werden ebenfalls durch Summation der Elementanteile unter Beachtung der jeweiligen Koinzidenz gebildet:

$$\begin{aligned}\{F\} &= \sum_1^E \{f\} \\ [K] &= \sum_1^E [k] \\ \{u\} &= \sum_1^E \{p\}\end{aligned}\tag{A.32}$$

Mit Gleichung A.31 wird die Gleichgewichtsbedingung für die idealisierte Gesamtstruktur durch eine lineare Beziehung zwischen der globalen Lastmatrix $\{F\}$ und der globalen Verschiebungsmatrix $\{u\}$ ausgedrückt.

Dieses allgemeine Verfahren des Zusammenfügens der Gesamtstruktur durch die Elementanteile ist als gemeinschaftliches und grundlegendes Merkmal aller Berechnungen mit Hilfe der FEM anzusehen.

A.4. Behandlung der thermischen Verzerrungen

Im allgemeinen bedarf es bei Strukturberechnungen auch der Berücksichtigung von thermischen Verzerrungen. In besonderem Maße gilt dies, wie in Kap.2.2.1. beschrieben, für die Berechnung eines Brennstabhüllrohres.

Die Temperaturen bewirken Dehnungen ϵ^D der Struktur und damit auch des Elementes, die als Vordehnungen im Vektor ϵ_0 zusammengefaßt werden. Die Behandlung der Vordehnungen wird hier anhand der thermischen Dehnungen aufgezeigt, sie ist aber als stellvertretend für

alle, auch bei nichtlinearen Rechnungen auftretenden Vordehnungen, zu sehen.

Die Gesamtdehnungen der Struktur werden aus den elastischen und thermischen Dehnungen gebildet

$$\{\epsilon_{\text{ges}}\} = \{\epsilon\} + \{\epsilon_0\} \quad \text{A.33}$$

Für die Spannungen nach Gl.A.14 folgt daraus:

$$\{\sigma\} = [C] \cdot (\{\epsilon_{\text{ges}}\} - \{\epsilon_0\}) \quad \text{A.34}$$

Damit wird die innere Arbeit des Elementes in Gl. A.24:

$$\begin{aligned} \delta w &= \int_V \delta \{\epsilon_{\text{ges}}\}^T \cdot [C] \cdot (\{\epsilon_{\text{ges}}\} - \{\epsilon_0\}) \cdot dv & \text{A.35} \\ &= \int_V \delta \{\epsilon_{\text{ges}}\}^T \cdot [C] \cdot \{\epsilon_{\text{ges}}\} \cdot dv - \int_V \delta \{\epsilon_{\text{ges}}\}^T \cdot [C] \cdot \{\epsilon_0\} \cdot dv \\ &= \delta \{\rho\}^T \cdot [A^1]^T \cdot \int [H]^T \cdot [C] \cdot dv \cdot [A^1] \cdot \{\rho\} - \delta \{\rho\}^T \cdot [A^1]^T \cdot \int [H]^T \cdot [C] \cdot \{\epsilon_0\} \cdot dv \end{aligned}$$

Der Anteil infolge der Vordehnungen läßt sich als zusätzliche Knotenpunktskraft $\{f\}_{\epsilon_0}$ ausdrücken:

$$\begin{aligned} \{f\}_{\epsilon_0} &= -[A^1]^T \cdot \int [H]^T \cdot [C] \cdot \{\epsilon_0\} \cdot dv \\ &= -\int [B]^T \cdot [C] \cdot \{\epsilon_0\} \cdot dv \end{aligned} \quad \text{A.36}$$

Die Integration erfolgt analog Gl.A.28 und A.29

$$\{f\}_{\epsilon_0} = -[B]^T \cdot [C] \cdot \{\epsilon_0\} \cdot t \cdot A_{\Delta} \quad \{f\}_{\epsilon_0} = -2\pi \cdot [B]^T \cdot [C] \cdot \{\epsilon_0\} \cdot \bar{r} \cdot A_{\Delta} \quad \text{A.36a}$$

Die Gleichgewichtsbeziehung am Element (Gl.A.27) lautet damit

$$\{f\} = [k] \cdot \{\rho\} + \{f\}_{\epsilon_0} \quad \text{A.37}$$

Die Summation der Vordehnungskräfte der einzelnen Strukturelemente erfolgt entsprechend Gl.A.32:

$$\{F\}_{\epsilon_0} = \sum_1^E \{f\}_{\epsilon_0} \quad \text{A.38}$$

Für das idealisierte Gesamttragwerk gilt dann:

$$\{F\} = [K] \cdot \{u\} + \{F\}_{\epsilon_0} \quad \text{A.39}$$

Der Vektor der Ausgangsverzerrungen besteht für die beiden verwendeten Modelle aus den Komponenten:

$$\{\epsilon_0\}^T = \{\epsilon_{x0} \quad \epsilon_{y0} \quad \gamma_{xy0}\} \quad \{\epsilon_0\}^T = \{\epsilon_{r0} \quad \epsilon_{\varphi 0} \quad \epsilon_{z0} \quad \gamma_{rzo}\} \quad \text{A.40}$$

Sie werden innerhalb eines Elementes durch den schwerpunktbezogenen Mittelwert ausgedrückt. In dem hier behandelten Fall der Temperaturvordehnungen folgt für isotropes Material eine thermische Dehnung:

$$\epsilon_x^{\vartheta} = \epsilon_y^{\vartheta} = \epsilon_z = \int_0^{\vartheta} \alpha_0(\vartheta) d\vartheta \quad \text{A.41}$$

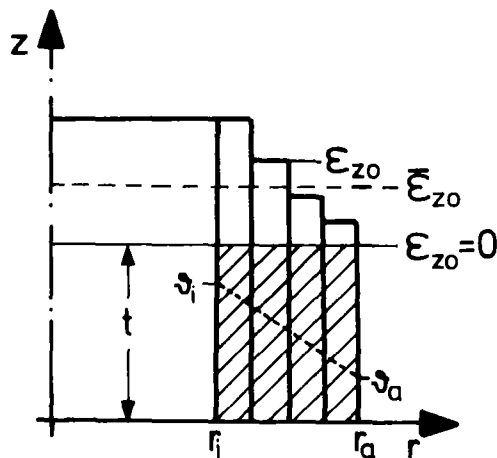
Ist der Wärmeausdehnungskoeffizient α_0 unabhängig von der Temperatur ϑ , folgt mit Gl.A.40:

$$\{\epsilon^{\vartheta}\}^T = \alpha_0 \cdot \vartheta \cdot (110) \quad \{\epsilon^{\vartheta}\}^T = \alpha_0 \cdot \vartheta \cdot (1110) \quad \text{A.42}$$

In der Ansatzfunktion des Ringelementes sind alle drei Raumkoordinaten explizit enthalten. Die thermische Dehnung wird also entsprechend ihrer Wirkung in der Struktur berücksichtigt.

Im Falle des ebenen Brennstabmodelles gilt es, die Bedingungen des modifizierten ebenen Dehnungszustands zu realisieren. Die Temperatur im Brennstab bewirkt natürlich eine axiale Dehnung. Durch den radialen und azimutalen Gradienten im Verlauf der Temperatur (s. Kap.2.2.1) wird die Berechnung einer konstanten axialen Dehnung $\epsilon_z = \text{konstant}$ erschwert. Hier geschieht dies mit einem dem Verhalten des Brennstabes angepaßten Ansatz. Die mittlere axiale Dehnung $\bar{\epsilon}_{z0}$ des Modelles wird, wie in Abb.A.1. skizziert, durch ein Mittelungsverfahren berechnet, in dem die Temperaturen mit der Fläche der Elemente gewichtet werden:

$$\bar{\epsilon}_{z0} = \frac{\sum_1^E \alpha_0 \cdot \vartheta \cdot A_{\Delta}}{\sum_1^E A_{\Delta}} \quad \text{A.44}$$



Den einzelnen Elementen wird dann eine axiale Dehnung (ϵ'_{z0}) aufgezungen, die sich aus der axialen Dehnungsdifferenz zwischen dem einzelnen Element (ϵ_{z0}) und der mittleren Dehnung der Gesamtstruktur ($\bar{\epsilon}_{z0}$) ergibt.

$$\epsilon'_{z0} = \epsilon_{z0} - \bar{\epsilon}_{z0} \quad \text{A.45}$$

Abb.A.1: Modell zur Berechnung einer konstanten axialen Dehnung für den modifizierten ebenen Dehnungszustand.

Durch diese Annahme wird der Vordehnungsvektor in Gl.A.40 korrigiert:

$$\{\epsilon_0\}^T = \{\epsilon_{x0} \quad \epsilon_{y0} \quad \gamma_{xy0}\} + \nu \cdot \epsilon'_{z0} (110) \quad \text{A.46}$$

Aus den allgemeinen Dehnungs-Spannungs-Beziehungen erhält man jetzt für die Axialspannung entsprechend Gl.A.19:

$$\sigma_z = \nu (\sigma_x + \sigma_y) - \epsilon'_{z0} E \quad \text{A.47}$$

Die hier abgeleiteten Beziehungen zur linear-elastischen Strukturberechnung mittels der FEM stellen die Basis der entwickelten Computerprogramme dar. Auf sie wird bei der Ableitung des nicht-linearen Strukturverhaltens zurückgegriffen.

Anhang B

Berechnung des rotationssymmetrischen Brennstabes unter beliebiger Belastung

B.1 Allgemeine Problemstellung

Die beiden im Hauptteil dieser Arbeit diskutierten Programme ZIDRIG und FINEL stehen zur zweidimensionalen Berechnung des mechanischen Verhaltens von Brennstäben zur Verfügung. Damit kann die überwiegende Anzahl der mehrdimensionalen Problemstellungen analysiert werden. Räumlich sehr scharf begrenzte Belastungen, wie sie z.B. durch eine Temperaturspitze (hot spot) oder durch die Druckkräfte eines Abstandhalters auf das Hüllrohr ausgeübt werden können, sind jedoch dreidimensionalen Berechnungen vorbehalten.

Der große numerische Aufwand dreidimensionaler Analysen bringt allerdings oft organisatorische Schwierigkeiten mit sich. Hier wird deshalb ein halbanalytischer Ansatz verwendet. Dieser basiert auf der dem Programm FINEL zugrunde liegenden rotationssymmetrischen Beschreibung des Brennstabes. Zusätzlich werden hier die Verschiebungen und Kräfte in Umfangsrichtung durch eine Fourierreihe mit dem Zentriwinkel φ als Argument beschrieben. Damit kann das rotationssymmetrische Hüllrohr unter räumlich beliebig verteilter Belastung berechnet werden, ohne eine Diskretisierung in Umfangsrichtung vorzunehmen. Das modifizierte und um die Fourierreihe ergänzte Programm FINEL wird FINFOU genannt.

B.2 Erweiterung und Ableitung der Elementansätze

B.2.1 Beschreibung der Kräfte und Verschiebungen

Jede beliebige Verteilung der Belastung einer rotationssymmetrischen Struktur kann mit Hilfe einer Fourierreihe als eine Summe periodischer Funktionen interpretiert werden. Aufgrund der Anwendung für die Berechnung des Brennstabes wird die Belastungsfunktion in radialer und axialer Richtung gerade, in azimuthaler da-

gegen ungerade Symmetrie unterstellt:

$$\begin{aligned}\tilde{p}_r &= \sum_n p_r(n) \cdot \cos(n\varphi) \\ \tilde{p}_z &= \sum_n p_z(n) \cdot \cos(n\varphi) \\ \tilde{p}_\varphi &= \sum_n p_\varphi(n) \cdot \sin(n\varphi)\end{aligned}\quad \text{B.1}$$

oder: $\{\tilde{p}\} = \sum_n \{p_n\} [\omega_3]$ B.1a

mit: $p = p(r, z)$
 $\tilde{p} = p(r, z, \varphi)$
 $[\omega_3] = [\cos(n\varphi) \cos(n\varphi) \sin(n\varphi)]$ B.1b
 $\hat{=} \text{Diagonalmatrix}$

In der Symmetrieebene $\varphi = 0$ erhält man unabhängig von der Frequenz n für die radiale und axiale Komponente jeweils den Maximalwert, d.h. die Amplitude der Schwingung; die azimuthale Komponente verschwindet, ihr Maximum variiert mit n . Der Fall $n = 0$ repräsentiert die rotationssymmetrische Belastung, so wie sie auch mit FINEL berechnet wird.

Die Verschiebungen $\{\tilde{u}\}$ werden entsprechend den Kräften ausgedrückt:

$$\{\tilde{u}\} = \sum_n \{u\}_n \cdot [\omega_3]$$

B.2

Sie können damit praktisch aus dem rotationssymmetrischen Verschiebungsfeld $\{u\}$ ermittelt werden, welches im Anhang A bereits hergeleitet wurde. Analog zum Kraft- und Verschiebungsansatz wird auch die thermische Belastung beschrieben:

$$\tilde{\vartheta} = \sum_n \vartheta_n \cdot \cos(n\varphi)$$

B.3

B.2.2 Grundgleichungen der Strukturberechnung

Zur Verallgemeinerung der rotationssymmetrischen Berechnung werden die Freiheitsgrade der einzelnen Elementknotenpunkte und damit auch der Struktur um die azimuthale Komponente erweitert. Der allgemeine Verschiebungszustand des einzelnen Elementes, vgl. Gl.A.1, wird hier durch die drei Verschiebungskomponenten $u(r, z, \varphi)$, $v(r, z, \varphi)$ und $w(r, z, \varphi)$ beschrieben, wobei w die hier zusätzliche Verschiebung in Umfangsrichtung angibt.

$$\begin{aligned}\tilde{u}(r,z,\varphi) &= \sum_n (\alpha_{1n} + \alpha_{2n} \cdot r + \alpha_{3n} \cdot z) \cdot \cos(n\varphi) \\ \tilde{v}(r,z,\varphi) &= \sum_n (\alpha_{4n} + \alpha_{5n} \cdot r + \alpha_{6n} \cdot z) \cdot \cos(n\varphi) \\ \tilde{w}(r,z,\varphi) &= \sum_n (\alpha_{7n} + \alpha_{8n} \cdot r + \alpha_{9n} \cdot z) \cdot \sin(n\varphi)\end{aligned}\quad \text{B.4}$$

Entsprechend Gl.A.6 kann diese umgeformt und in Matrizenform ausgedrückt werden:

$$\{\tilde{u}\} = \sum_n [\tilde{\Phi}] \cdot [\tilde{A}^{-1}] \cdot \{\tilde{\rho}\} \cdot \{\omega_9\} \quad \text{B.5}$$

mit der Diagonalmatrix

$$[\omega_9] = \begin{bmatrix} \cos(n\varphi) & \cos(n\varphi) & \cos(n\varphi) & \cos(n\varphi) & \cos(n\varphi) & \cos(n\varphi) \\ \sin(n\varphi) & \sin(n\varphi) & \sin(n\varphi) & \sin(n\varphi) & \sin(n\varphi) & \sin(n\varphi) \end{bmatrix} \quad \text{B.6}$$

Die Komponenten des Dehnungsvektors lauten jetzt:

$$\begin{aligned}\epsilon_r &= \frac{\delta u}{\delta r} & \gamma_{rz} &= \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta v}{\delta r} \\ \epsilon_z &= \frac{\delta v}{\delta z} & \gamma_{z\varphi} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta v}{\delta \varphi} + \frac{\delta w}{\delta z} \\ \epsilon_\varphi &= \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\delta w}{\delta \varphi} + u \right) & \gamma_{r\varphi} &= \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\delta u}{\delta \varphi} - w \right) + \frac{\delta w}{\delta r}\end{aligned}\quad \text{B.7}$$

Mit der Verschiebungsfunktion nach Gl.B.5 erhält man entsprechend Gl.A.11 den Dehnungsvektor:

$$\{\tilde{\epsilon}\} = \sum_n \{\omega_6\} \cdot [\tilde{H}] \cdot [\tilde{A}^{-1}] \cdot \{\rho\} \quad \text{B.8}$$

Die thermische Dehnung (Vordehnung) wird nach Gl.B.3

$$\{\tilde{\epsilon}_0\} = \sum_n \{\alpha\} \cdot \vartheta \cdot \cos(n\varphi) \quad \text{B.9}$$

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung ergibt sich analog Gl.A.34:

$$\{\tilde{\sigma}\} = [\tilde{C}] \cdot (\{\tilde{\epsilon}_{\text{ges}}\} - \{\tilde{\epsilon}_0\}) \quad \text{B.10}$$

Die Gleichgewichtsbeziehung kann auch hier nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen hergeleitet werden; für die einzelne Harmonische führt das analog zu Gl.A.35 und A.36 zu:

$$\begin{aligned}\int \{\omega_9\}^2 \cdot d\varphi \cdot \{\tilde{f}\} &= [\tilde{A}^{-1}]^T \int_r \int_z [\tilde{H}]^T \cdot \int_\varphi \{\omega_6\} \cdot [\tilde{C}] \cdot \{\omega_6\} \cdot d\varphi \cdot [\tilde{H}] \cdot r \cdot dr \cdot dz \cdot [\tilde{A}^{-1}] \cdot \{\tilde{\rho}\} \\ &- [\tilde{A}^{-1}] \cdot \int_r \int_z [\tilde{H}]^T \cdot \int_\varphi \{\omega_6\} \cdot [\tilde{C}] \cdot \{\tilde{\epsilon}_0\} \cdot d\varphi \cdot [\tilde{H}] \cdot r \cdot dr \cdot dz\end{aligned}\quad \text{B.11}$$

Geht man von azimuthal konstanten Materialwerten in $[\tilde{C}]$ aus, kann die Integration in Umfangsrichtung separiert werden. Es bleiben lediglich die Diagonalmatrizen $[\omega_6]$ im Integranden. Das führt auf die Terme:

$$\int_{\varphi} \cos^2(n\varphi) d\varphi = \begin{cases} 2\pi & n=0 \\ \pi & n>0 \end{cases}$$

$$\int_{\varphi} \sin^2(n\varphi) d\varphi = \begin{cases} 0 & n=0 \\ \pi & n>0 \end{cases}$$

$$\int_{\varphi} \cos(n\varphi) \cdot \sin(n\varphi) d\varphi = 0 \quad n \geq 0$$

B.12

Für $n > 0$ kann auf beiden Seiten der Gl.B.11 der Faktor π gekürzt werden. Im Falle $n = 0$ tritt der Faktor 2π lediglich im Produkt mit n auf, so daß auch dieser herausfällt. Im Gleichungssystem tritt damit keine Kopplung der einzelnen Harmonischen auf. Die Gesamtlösung kann deshalb aus der Summe der einzelnen Beiträge gewonnen werden. Das ist ein ganz entscheidender Vorteil des Verfahrens.

Die Gleichgewichtsbeziehung lautet somit hier entsprechend A.37:

$$\{\tilde{f}\}_n = [\tilde{k}]_n \{\tilde{\rho}\} + \{\tilde{f}(\epsilon_0)\}_n$$

B.13

Die Steifigkeitsmatrix und die Kräfte matrix der Vordehnungen in Gl.B.11 lassen sich damit durch eine Flächenintegration bestimmen.

$$[\tilde{k}]_n = [\tilde{A}^{-1}] \int_r \int_z [\tilde{H}]^T \cdot [\tilde{C}] \cdot [\tilde{H}] \cdot r \cdot dr \cdot dz \cdot [\tilde{A}^{-1}]$$

B.14

$$\{\tilde{f}(\epsilon_0)\}_n = -[\tilde{A}^{-1}]^T \cdot \int_r \int_z [\tilde{H}]^T \cdot [\tilde{C}] \cdot r \cdot dr \cdot dz \cdot \{\alpha\} \cdot \bar{\vartheta}$$

B.15

Die Steifigkeitsmatrix $[\tilde{k}]_n$ ist hier eine symmetrische $[9 \times 9]$ - Matrix, die gegenüber Gl.A.37 um den azimuthalen Anteil erweitert wurde. Für $n = 0$ reduziert sich das Problem auf den rotations-symmetrischen Teil. Für den allgemeinen Fall tauchen sechs Integraltypen auf, die wieder entweder exakt oder näherungsweise integriert werden können, vgl. Kap.A.2.

Gesamtsteifigkeits- und Kräfte matrix werden wie in Gl.A.32 durch koinzidenzgerechte Summation gebildet:

$$\{\tilde{F}\}_n = [\tilde{K}] + \{\tilde{F}(\epsilon_0)\}_n$$

B.16

Die Randbedingungen der Strukturberechnung müssen durch den zusätzlichen Freiheitsgrad und auch das Belastungsproblem sorgfältig diskutiert werden. Das Lösungsverfahren für das Gleichungssystem ist mit dem in FINEL angewendeten identisch.

B.2.3. Darstellung und Berechnung einer beliebigen Belastung

Zur Analyse einer beliebigen Belastung bedarf es nur einer geringfügigen Erweiterung und Änderung des Programms FINEL. Die radiale und axiale Koordinate sind ohnehin im Programm als unabhängige Variable enthalten. Die azimutale Abhängigkeit der Belastung wird in einer Fourierreihe dargestellt.

$$f(\varphi) = \sum_n a_n \cdot \cos(n\varphi) \quad \text{B.17}$$

Diese Fourier-Analyse gilt es, dem FEM-Programm vorzuschalten. Die darin ermittelten Koeffizienten der einzelnen Harmonischen bilden jeweils die Belastungsgrößen in der eigentlichen FEM-Rechnung. Da die Lösungen der einzelnen Harmonischen n nicht gekoppelt sind, wird die Gesamtbeanspruchung aus der Summation der Teilbeträge gewonnen.

Diese Methode bewährt sich ausgezeichnet bei einer periodisch vorgegebenen Belastung mit nur wenigen Reihengliedern, wie z.B. bei der azimutalen Temperaturverteilung am Brennstab:

$$\vartheta(\varphi) = \bar{\vartheta} + \Delta\vartheta \cdot \cos(6\varphi) \quad \text{B.18}$$

Einen größeren Aufwand bedeutet es dagegen, eine schmale Temperatur- oder Druckspitze zu beschreiben. Zur Darstellung einer derartigen Belastungsspitze wird in FINFOU in Anlehnung an die statistische Verteilung die Exponentialfunktion der Gauß'schen Glockenkurve verwendet, siehe Abb.B.1

$$f(x) = \exp\left[-\frac{(x_0-x)^2}{2 \cdot S^2}\right] \quad \text{B.19}$$

Diese Gesetzmäßigkeit bietet den Vorteil der Normierung auf $f_{\max} = 1$, der Variation der Verteilung durch die Standardabweichung S und der einfachen Integration der Funktion zur Ermittlung der Fourierkoeffizienten:

$$a_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot S} \quad a_n = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{n^2 \cdot S^2}{2}\right] \quad \text{B.20}$$

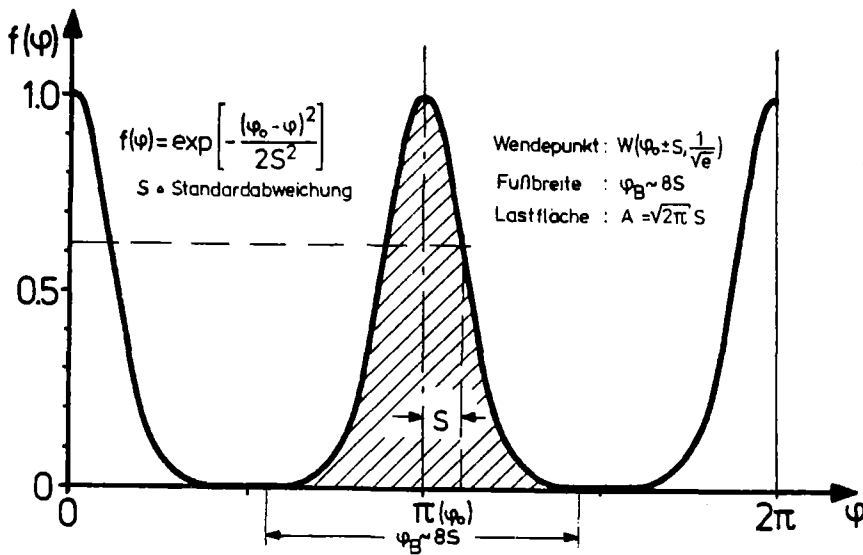


Abb.B.1:
Darstellung einer Belastungsspitze in Umfangsrichtung durch die Gauß'sche Glockenkurve.

Eine lokale Belastungsspitze in axialer und azimuthaler Richtung wird in FINFOU danach in folgender Form geschrieben:

$$\frac{p_d(z, \varphi)}{p_0} = \frac{\vartheta(z, \varphi)}{\vartheta_0} = \exp\left[-\frac{(z_0 - z)^2}{2 \cdot ZL^2}\right] \cdot \exp\left[-\frac{(\varphi_0 - \varphi)^2}{2 \cdot SB^2}\right]$$

$$= \exp\left[-\frac{(z_0 - z)^2}{2 \cdot ZL^2}\right] \cdot \sum_n a_n \cdot \cos(n\varphi)$$

B.21

Die Standardabweichung ZL in axialer und SB in azimuthaler Richtung wird auch als die Breite der Belastungsspitze bezeichnet. Während die Abhängigkeit in axialer Richtung durch die Diskretisierung direkt im Finitelement-Basisprogramm erfaßt werden kann, muß die Verteilung in Umfangsrichtung zunächst in eine Fourierreihe umgewandelt werden. Diese Darstellung kann im allgemeinen mit Bibliotheksprogrammen erfolgen.

B.3 Analyse einer dreidimensionalen Hüllrohrbelastung

In diesem Abschnitt wird die Wirkung einer dreidimensionalen Belastung des Hüllrohres mit Hilfe von FINFOU diskutiert. Als Brennstabdaten gelten, wenn nicht im einzelnen genannt, die in Anhang C.5 zusammengestellten Daten, die mittlere Hüllrohrtemperatur wird mit $\vartheta = 350 [^{\circ}\text{C}]$ angenommen.

B.3.1 Variation der Belastung in Umfangsrichtung

Die Anwendung des Programmes und das methodische Vorgehen wird hier zunächst anhand einer in axialer Richtung konstanten Belastung aufgezeigt. Bei einem hexagonalen Brennstabgitter lau-

tet die azimutale Temperaturverteilung im Brennstab, siehe Kap. 6.3.2, nach Gl.B.18:

$$\vartheta(\varphi) = \bar{\vartheta} + \Delta\vartheta \cdot \cos(6\varphi)$$

In dieser Form kann die Belastungsfunktion sogar direkt vom Programm übernommen werden, sie enthält mit $n = 0$ und $n = 6$ nur zwei Reihenglieder.

Temperaturverteilung:

$$\vartheta(\varphi) = \Delta\vartheta \cdot \cos(6\varphi)$$

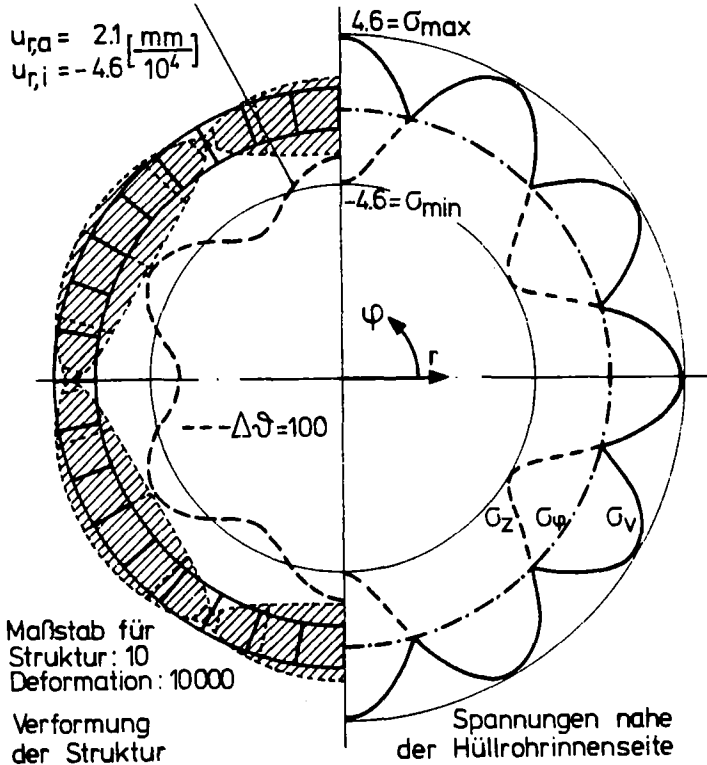


Abb.B.2: Verformungen und Spannungen in einem Hüllrohr infolge einer in Umfangsrichtung schwankenden Temperatur $\vartheta(\varphi)$, wie sie durch die hexagonale Anordnung der Brennstäbe entsteht.

Nach dem in Abb.B.2 dargestellten mechanischen Verhalten des Hüllrohres folgen die Verformungen im wesentlichen der Temperatur, und die Spannungen werden durch die Behinderung der axialen Dehnung geprägt. Letzteres zeigt sich insbesondere im Verlauf der Axialspannung σ_z , die damit natürlich auch die Vergleichsspannung σ_v bestimmt. Die Größe der Tangentialverschiebung im Bereich der Extremwerte der Temperatur fällt deutlich auf; sie beeinflusst auch die radiale Verschiebung. Das führt letztlich zu einer Ovalität des mittleren Radius des Hüllrohres, die mit gleicher Periode wie die Belastungsfunktion, aber mit hierzu entgegengesetzter Amplitude verläuft. Bei einer Temperaturverteilung mit geringerer Frequenz, insbesondere für $n = 2$, wird dieser Effekt noch wesentlich deutlicher, wie hierzu mit FINFOU durchgeführte Rechnungen gezeigt haben.

Über die sehr einfache azimutale Verteilung hinaus wird im Folgenden als Beispiel für die Berechnung extremer Belastungen der Einfluß von zwei gegenüberliegenden Einzellasten diskutiert. Diese werden hier durch sehr schmale Lastspitzen mit einer Standardabweichung $SB = 1 [^\circ]$ angenähert.

Um eine deartige Verteilung durch eine Fourierreihe gut zu approximieren, muß eine große Anzahl von Reihengliedern berücksichtigt werden. Da aber mit dem Anstieg der Frequenz n einerseits die Steifigkeit der Struktur durch die linearen und quadratischen Terme von n in der Steifigkeitsmatrix, Gl.B.14, wächst, und andererseits die Fourierkoeffizienten a_n entsprechend Gl.B.20 von $a_1 \approx 2a_0$ ausgehend nach einer Exponentialfunktion abnehmen, schwindet der Einfluß höherer Glieder auf die Verschiebungen und Spannungen. Dies wird mit Tabelle B.1 untermauert. Dort ist der Anteil der einzelnen Harmonischen allerdings bei konstantem Koeffizienten a_n gegenübergestellt. Die erste Oberwelle, hier mit $n = 2$, hat den mit Abstand größten Einfluß. Demgegenüber hat die Harmonische mit $n = 10$ nur noch einen Anteil von 0,1% an den Verschiebungen und 3,2% an den Spannungen. Bedenkt man zusätzlich die Abnahme des Lastanteils, wird verständlich, daß selbst bei extrem schmalen Belastungsspitzen mit maximal zehn Reihengliedern eine im allgemeinen ausreichende Genauigkeit erzielt werden kann.

n	0	2	3	4	5	10
$\frac{u_r(n)}{u_r^{\max}(n)}$	1,9	100	14,4	4,2	1,7	0,1
$\frac{\sigma_r(n)}{\sigma_r^{\max}(n)}$	13,5	100	37,6	20,2	12,7	3,2

Tab.B.1: Anteil der einzelnen Glieder der Fourierreihe $p(\varphi) = \sum_n a_n \cos(n\varphi)$ an den Verschiebungen und Spannungen bei konstantem Lastanteil a_n .

Der überragende Einfluß der ersten Oberwelle auf das mechanische Verhalten der Struktur unterstreicht die Notwendigkeit, Schwankungen im azimutalen Verlauf der Belastung sorgfältig zu beachten. Eine derartige Schwingung bewirkt selbst mit einer Amplitude, die nur $p = p_0/10$ der Grundbelastung beträgt, Spannungen von der Größe des rotationssymmetrischen Anteils selbst.

Die Abb. B.3 zeigt die errechneten Verformungen und Spannungen des Hüllrohres unter der Wirkung der beiden Belastungsspitzen. Neben der rotationssymmetrischen Verschiebung aufgrund des konstanten Anteils der Belastungsfunktion mit $n = 0$ führen die Oberwellen zu einer Ovalität des Rohres. Die Tangentialspannung wechselt in Umfangsrichtung entsprechend den Verformungen zwischen Druck und Zug. Sie bestimmt im wesentlichen auch die Vergleichsspannung $\bar{\sigma}_V$, da hier durch die Vernachlässigung der Querkontraktion keine Axialspannung $\bar{\sigma}_Z$ auftritt.

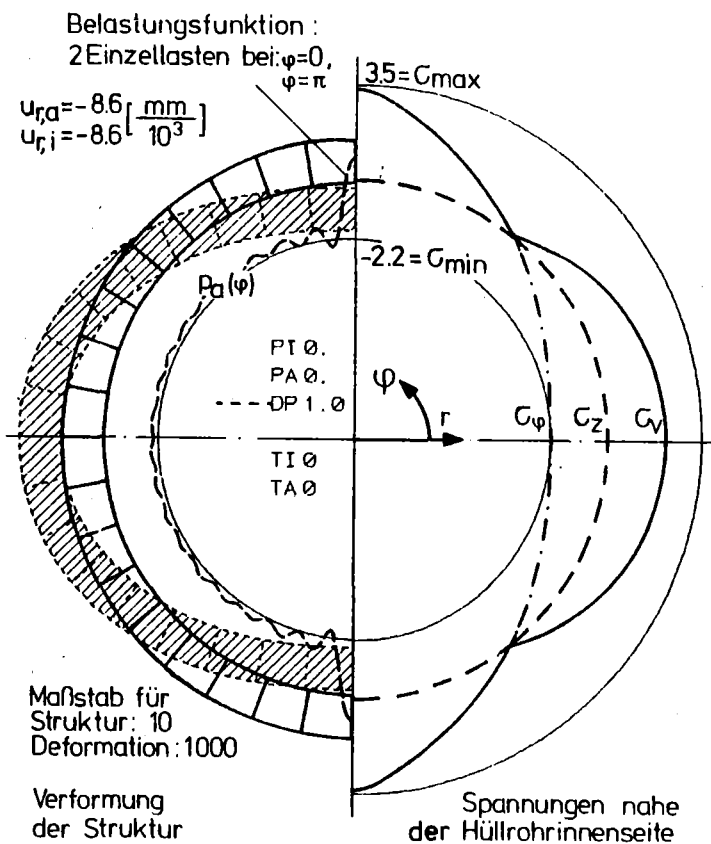


Abb.B.3: Verformungen und Spannungen in einem Hüllrohr bei zwei gegenüberliegenden Belastungsspitzen. Form der Belastungsspitze nach Gl.B.21, mit einer Standardabweichung $SB = 1 [^\circ]$.

Verglichen mit der analytischen Lösung für einen Ring unter zwei Einzellasten nach Marguerre [Mar 67] beträgt der Fehler bezüglich der Verschiebung unter der Last $\Delta u_r(\varphi_{sp}=0, \pi) \sim 2,5\%$, an der Nebenachse $\Delta u_r(\varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}) \sim 0,65\%$. Insgesamt ist also selbst bei der sehr extremen Beanspruchung eine recht gute Übereinstimmung gegeben; der Fehler am Angriffspunkt der Last ist auf den Unterschied in der Form der Belastung zurückzuführen.

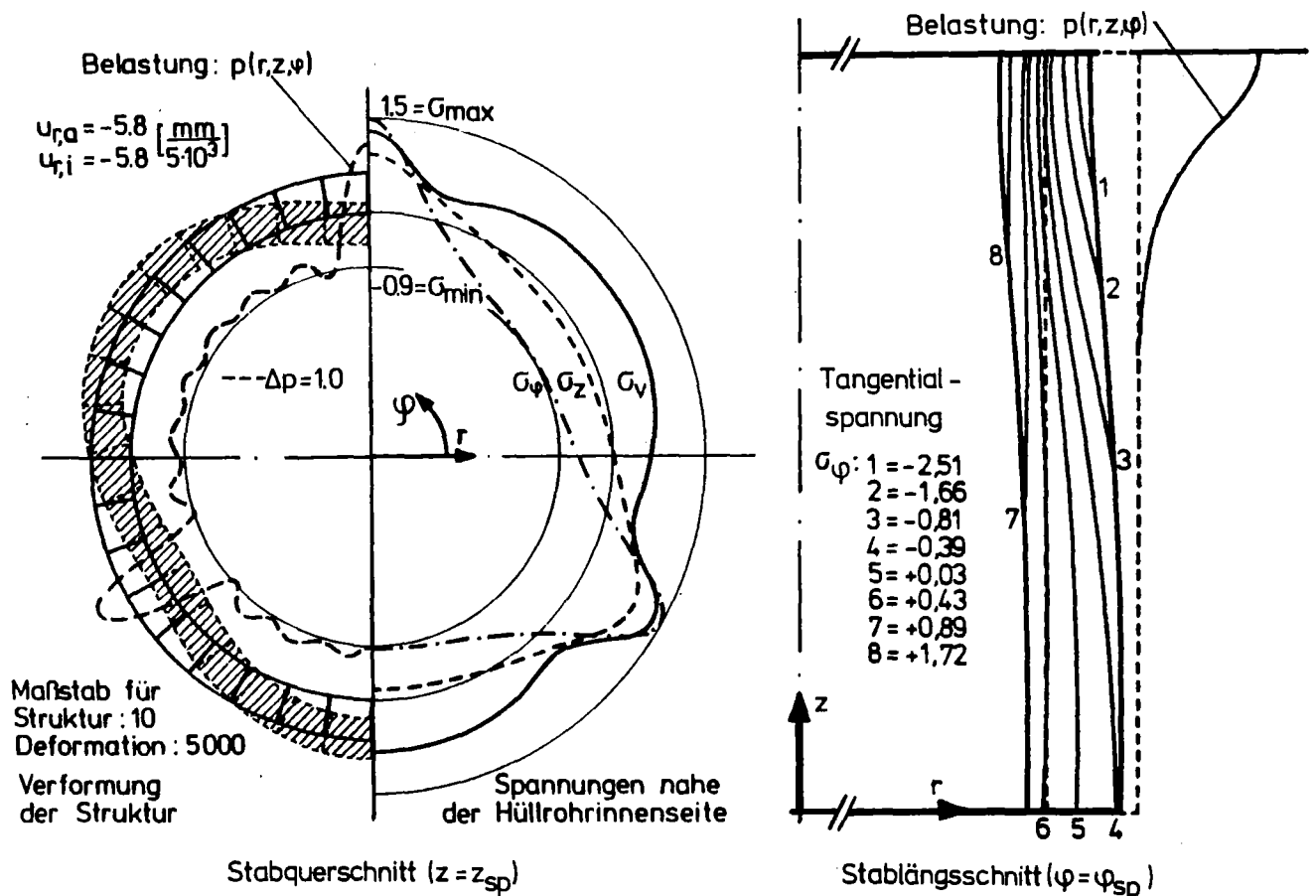
Das halbanalytische Berechnungsverfahren in FINFOU zeigt auch im Vergleich mit anderen Lösungen eine gute Übereinstimmung. Die Verschiebungen der einzelnen Glieder der Fourierreihe stimmen selbst bis $n = 10$ mit denen nach Bienzeno-Grammel [Bie 53], der den ebenen Spannungszustand $C_z = 0$ behandelt, bis auf einen Fehler unterhalb $\Delta u_{r,a} \leq 2\%$ überein. Ein Unterschied zur Lösung nach ZIDRIG liegt für den rotationssymmetrischen Fall $n = 0$ praktisch nicht vor, für alle höheren Glieder ($n \geq 2$) liegt er bei $\Delta u_{r,a} \sim -5\%$; dieser Effekt ist auf die Grobheit der Diskretisierung in ZIDRIG zurückzuführen. Eine auf der Schalentheorie basierende Näherungslösung nach Flügge [Flü 62] dagegen ergibt Fehler von etwa $\Delta u_{r,a} \sim \pm 10\%$. Abgesehen vom letzten Vergleich wurde insgesamt eine recht gute Übereinstimmung festgestellt, so daß auf die Ergebnisse des Programmes FINFOU auch bei der Anwendung auf dreidimensionale Problemstellungen vertraut werden kann.

B.3.2 Verhalten des Hüllrohres unter der lokalen Belastungsspitze durch ein Abstandhaltergitter und eine Temperaturspitze

Während im vorangegangenen Abschnitt im wesentlichen das methodische Vorgehen zur Berücksichtigung der Umfangsverteilung im Vordergrund stand, sollen hier die konkreten Fälle einer lokalen Belastung auf ein rotationssymmetrisches Hüllrohr durch ein Abstandhaltergitter und durch eine Temperaturspitze diskutiert werden.

Die Beanspruchung des Hüllrohres durch das Abstandhaltergitter wird in Anlehnung an die konstruktiven Gegebenheiten durch drei Lastspitzen simuliert. Diesen wird jeweils eine glockenförmige Verteilung entsprechend Gl.B.21 mit der Standardabweichung $SB = 3,75 [^\circ]$ in azimuthaler und von $ZL = 1 [mm]$ in axialer Richtung unterstellt. In Abb.B.4 sind Belastung, Verformungen und Spannungen im Querschnitt für $z = z_{sp}$ und im Längsschnitt für $\varphi = \varphi_{sp}$ durch die Ebene der Belastungsspitze des Hüllrohres dargestellt. Die Maßstäbe zur Darstellung der Struktur und der Verformungen sind in den drei Raumrichtungen aus zeichentechnischen Gründen verschieden groß gewählt. Nach dem Verformungsbild wird das Rohr unmittelbar unter der Last eingedrückt und

weicht in Umfangsrichtung gesehen, an den lastfreien Bereichen entsprechend aus. Dieser Effekt verliert in axialer Richtung nur sehr langsam an Wirkung, im Bereich der hier betrachteten Modelllänge $L = 1,18 \cdot D_a$ verschwindet er nicht vollständig. Die Verteilung der Spannungen spiegelt den lokalen Charakter der Beanspruchung sehr deutlich wider. Sie konzentrieren sich in erster Linie auf den Bereich des Lastangriffes; in dessen Zentrum liegen natürlich auch die Maximalwerte. Der dort vorherrschende radiale Gradient der Spannungen ändert entsprechend der Verformung zwischen den Lastspitzen sein Vorzeichen, er wird aber dort flacher. In axialer Richtung reduzieren sich diese Spannungen weitgehend mit der Abnahme der Belastung.



Funktion der Belastungsspitze: $\frac{p}{p_0} = \exp\left[-\frac{(z_{sp}-z)^2}{2 \cdot ZL^2}\right] \cdot \exp\left[-\frac{(\varphi_{sp}-\varphi)^2}{2 \cdot SB^2}\right]$
 mit $ZL = 1 \text{ [mm]}$ und $SB = 3,75 [^\circ]$

Abb.B.4: Verformungen und Spannungen in einem Hüllrohr unter der Belastung durch einen Abstandhalter. Darstellung des Querschnittes ($z = z_{sp}$) und des Längsschnittes ($\varphi = \varphi_{sp}$) durch die Ebene der Belastungsspitze. Höhe der einzelnen Druckspitzen auf $p = 1,0$ normiert, Länge des Stabmodelles $L = 1,18 \cdot D_a$ (Unterschiede in den Abbildungsmaßstäben der beiden Schnittebenen).

Wie mit FINFOU durchgeführte Vergleichsrechnungen ergaben, hängt bei derartigen Belastungen die Qualität der Ergebnisse ein- oder zweidimensionaler Rechenmodelle von der Größe der räumlichen Gradienten der Lastverteilung ab.

In Abb.B.5 sind die mit verschiedenen Modellen ermittelten Verschiebungen und Spannungen im Hüllrohr unter einer lokalen Drucklast gegenübergestellt. Dabei wurde die Breite der Last in axialer Richtung über die Standardabweichung ZL verändert, was gleichbedeutend mit der Variation des axialen Gradienten ist.

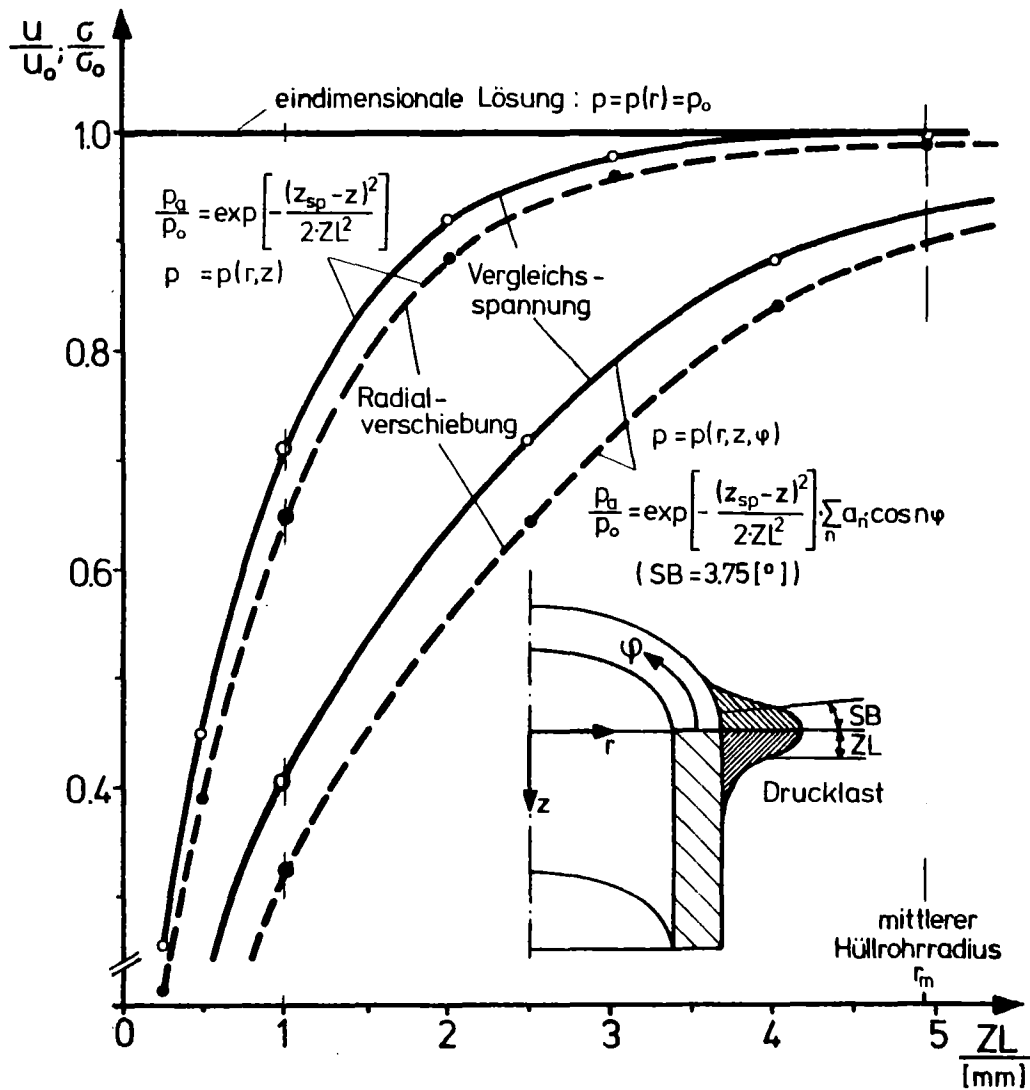


Abb.B.5: Verlauf der relativen Maximalwerte der Verschiebungen und Spannungen in einem Hüllrohr unter lokalen Druckbeanspruchungen in Abhängigkeit von der axialen Verteilung der Belastung. Vergleich der Ergebnisse ein-, zwei- und dreidimensionaler Berechnungen.

Die eindimensionale Lösung basiert auf einer rotationssymmetrischen, axial konstanten Verteilung der Last, deren Größe dem Maximalwert der Druckspitze entspricht. Sie liefert deshalb einen konstanten Wert für die Verschiebungen u_0 und Spannungen σ_0 . Das zweidimensionale rotationssymmetrische Modell berücksichtigt die axiale Verteilung der Belastung und die axiale Abhängigkeit der Verformung. Bei einer schmalen Lastspitze, d.h. hier auch bei einem großen axialen Gradienten, bewirken die unmittelbar angrenzenden und geringer belasteten Strukturteile eine Reduktion der Maximalwerte der Verschiebung und Spannung unmittelbar im Zentrum der Last. Dieser Effekt der Stützwirkung kommt bei einem geringen Gradienten nicht mehr zur Wirkung. Die zwei- und die eindimensionale Lösung nähern sich bei einer Verbreiterung der Lastspitze asymptotisch; bei einer Breite, die dem mittleren Radius des Rohres r_m entspricht, sind beide praktisch identisch. Bei der dreidimensionalen Rechnung bewirkt die zusätzliche Berücksichtigung der Stützwirkung in Umfangsrichtung eine weitere Reduktion der Maximalwerte der Verschiebungen und Spannungen. Es ist daher klar, daß der Fehler einer eindimensionalen Rechnung im Vergleich zu dieser Lösung noch deutlicher hervortritt.

Für die zuvor diskutierte Form der Druckspitze mit $ZL = 1$ [mm] und $SB = 3,75$ [°] stehen die nach der ein-, zwei- und dreidimensionalen Rechnung ermittelten Verschiebungen im Verhältnis $u/u_0 \approx 1,0 : 0,6 : 0,3$. Dieser Vergleich belegt die Notwendigkeit der dreidimensionalen Berechnung des Hüllrohres, wenn die Form der Belastungen einen großen räumlichen Gradienten aufweist. Durch die starke Krümmung der Hüllrohroberfläche ist dies besonders bei der Beanspruchung durch äußere Festkörperkräfte relevant. Erst bei sehr breiten und wenig scharfen Lastverteilungen kann ein vereinfachtes Modell eingesetzt werden. Bei der hier vorgenommenen Beschreibung der Belastung liegt die Grenze in etwa bei einer Standardabweichung, die dem mittleren Radius des Hüllrohres entspricht.

Im zweiten Beispiel wird die Auswirkung einer lokalen Störung der Wärmeabfuhr am Brennstab, wie sie z.B. durch einen Fremdkörper verursacht werden kann, oder aber einer intensiven Neutronen-

bestrahlung, in Experimenten diskutiert. In diesen Fällen kann es u.U. zu einer Temperaturspitze - hot spot - am Hüllrohr kommen, vgl. Leonhard [LeoA 75]. In Kap.7.3 wurde erstgenannte Störung bereits mit FINEL unter Voraussetzung der Rotationssymmetrie berechnet. Diese Einschränkung wird hier aufgehoben und der Einfluß der in Abb.B.6 dargestellten glockenförmigen Verteilung der Temperatur (vgl. Gl.B.21) mit dem dreidimensionalen Programm FINFOU untersucht.

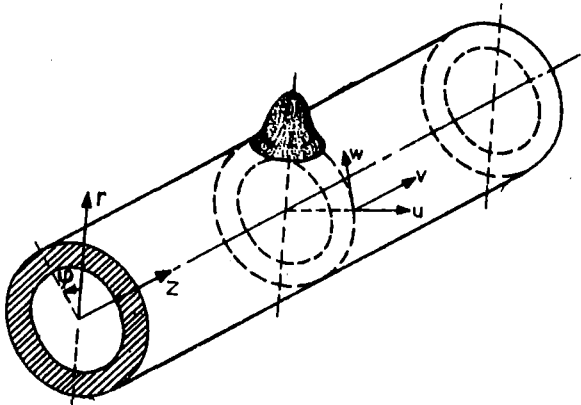


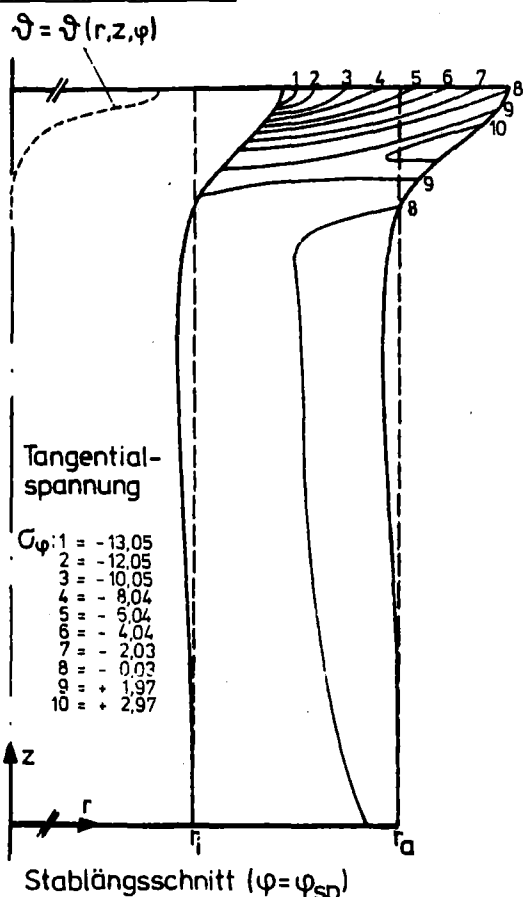
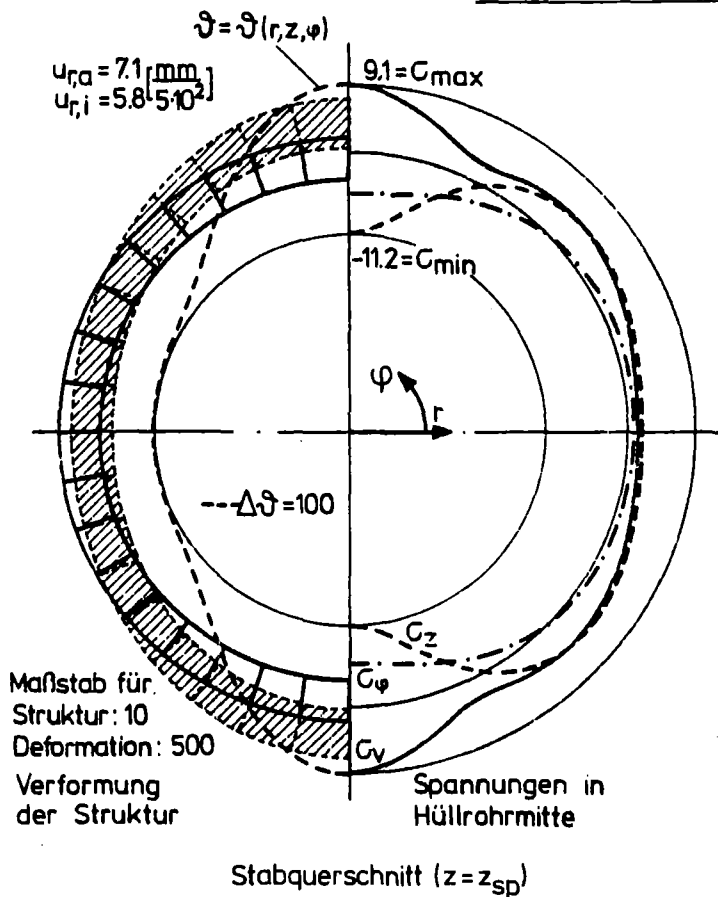
Abb.B.6: Skizze einer Temperaturspitze - hot spot - am Brennstab, hervorgerufen durch eine Störung im Kühlmittelverlauf.

In Abb.B.7 sind die Verschiebungen und Spannungen im Hüllrohr unter der Wirkung von zwei Temperaturspitzen dargestellt. Nach der oberen Bildhälfte, in der die Ergebnisse der dreidimensionalen Rechnung gezeigt sind, beult das Rohr durch die thermische Dehnung im Bereich der Spitze stark aus; in unmittelbarer Umgebung dagegen wird es geringfügig eingedrückt. Dieser Effekt entsteht infolge der Behinderung der der Temperatur entsprechenden Dehnungen durch die umgebenden kalten Bereiche des Hüllrohres. Dieses Verhalten spiegelt sich direkt in der Verteilung der Spannungen wider.

Sie konzentrieren sich im wesentlichen auf den Bereich der Temperaturspitze und wirken dort als Druckspannungen. Ihr Maximalwert entsteht im Lastzentrum an der Innenseite des Rohres. In der näheren Umgebung der Spitze herrscht Zug, allerdings nur in sehr geringem Maße. Dieses Verhalten ist wieder auf die im vorangegangenen Beispiel beschriebene Stützwirkung zurückzuführen. Insgesamt betrachtet, sind diese Ergebnisse der dreidimensionalen Berechnung sehr anschaulich und plausibel.

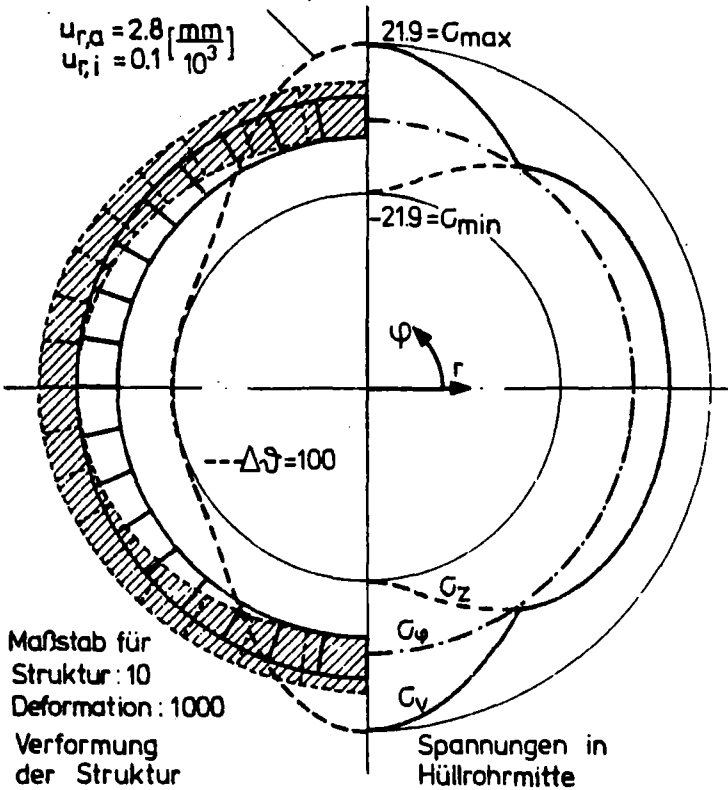
Bildunterschrift zur Abb.B.7 siehe übernächste Seite.

lokale Temperaturspitze: $\vartheta = \vartheta(r, z, \varphi)$



axial konstante Temperaturspitze

$\vartheta = \vartheta(r, \varphi)$



rotationssym. Temperaturspitze

$\vartheta = \vartheta(r, z)$

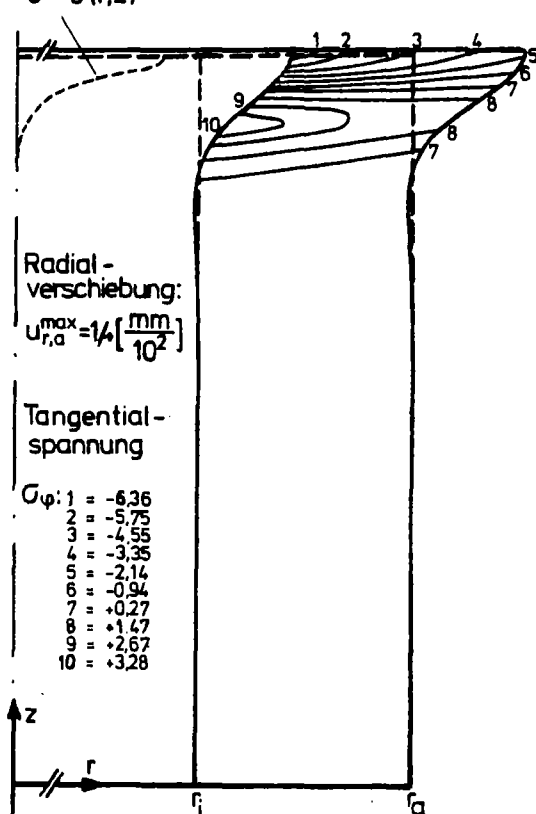


Abb. B.7

Abb.B.7: Verformungen und Spannungen in einem Hüllrohr unter der Wirkung von zwei gegenüberliegenden Temperaturspitzen. Glockenförmige Verteilung der Temperatur nach Gl.B.21 mit $\vartheta_{\max} = 100 [^{\circ}\text{C}]$, sowie der Standardabweichung zu $ZL = 2 [\text{mm}]$ und entsprechend $SB = 22,5 [^{\circ}]$. Vergleich der Lösung des dreidimensionalen Rechenmodells in der oberen Bildhälfte mit den in der unteren Bildhälfte dargestellten zweidimensionalen Rechenmodellen des ebenen Schnittes ($z = z_{\text{sp}} = \text{konst.}$) (links) und der Rotationssymmetrie ($\varphi = \varphi_{\text{sp}} = \text{konst.}$) (rechts). Länge des Rohrmodelles: $L = 7,07 \cdot D_a$.

Bei einer zweidimensionalen Berechnung des Problems durch die Beschränkung auf ein rotationssymmetrisches bzw. ein ebenes Modell, wird die Abhängigkeit der Belastung im ersten Fall in azimuthaler, im zweiten in axialer Richtung vernachlässigt. Die Ergebnisse dieser Betrachtung sind zum Zwecke des Vergleichs in der unteren Hälfte der Abb.B.7 dargestellt.

Nach dem rotationssymmetrischen Modell bewirkt die Erhöhung des integralen Wertes der Temperatur in der Struktur eine Vergrößerung der Axialverschiebung. Damit verbunden ist eine freie thermische Dehnung in axialer Richtung, so daß praktisch kein Einbeulen des Rohres am Rande der Spitze auftritt. Außerdem werden dadurch die Gradienten der Spannung in radialer Richtung unter der Temperaturspitze ebenso verringert wie die Maximalwerte. Für die Tangentialspannung σ_{φ} wird hier ein zum dreidimensionalen Modell um etwa 50% niedrigerer Wert berechnet. Der Maximalwert der Radialverschiebung ist bei der hier gewählten Belastung in beiden Fällen identisch, die realen Spannungen in der Struktur werden in einem derartigen Modell unterschätzt.

In einem ebenen Modell kann die lokale thermische Dehnung, abgesehen von einer kleinen konstanten Axialverschiebung, nur durch die Verschiebung in radialer und azimuthaler Richtung ausgeglichen werden. Das liefert ein zur dreidimensionalen Rechnung entgegengesetztes Verformungsverhalten. Der Maximalwert der Verschiebung liegt nicht im Bereich der Temperaturspitze, sondern in den unbelasteten Zonen. Die Behinderung der thermischen Dehnung in axialer Richtung führt zu Spannungen, die bei den

Axial- und Vergleichsspannungen um mehr als 100% über denen aus der dreidimensionalen Analyse liegen.

Die Anwendung eines vereinfachten mechanischen Modells kann also, insbesondere bei sehr lokalen Belastungen, zu völlig unrealistischen oder gar falschen Ergebnissen führen.

B.4. Bemerkungen zur dreidimensionalen Berechnung des Hüllrohres mit FINFOU

Mit FINFOU kann auf der Basis eines halbanalytischen Verfahrens eine dreidimensionale Berechnung des Hüllrohres durchgeführt werden. Durch diese Möglichkeit können auch sehr komplexe Strukturprobleme in die Brennstabauslegung einbezogen werden, die bisher nicht oder nur unzulänglich behandelt wurden.

Die diskutierten Beispiele zeigen, daß das mechanische Verhalten eines Hüllrohres bei Beanspruchungen durch Druck oder Temperatur, die sehr lokalen Ursprungs sind, nur mit dreidimensionalen Rechnungen richtig beschrieben werden kann. Der Einsatz einfacher Modelle führt, abhängig von der Größe des räumlichen Gradienten der Belastung, zu unzureichenden oder gar völlig falschen Ergebnissen.

Für die Vorhersage des Stabverhaltens sind quantitativ genaue Werte aber sehr wichtig, da hierdurch einerseits das extrem nichtlineare Kriechen des Werkstoffes durch die Spannungen, und andererseits die Thermodynamik bzw. -hydraulik am Stab durch die Deformation beeinflusst wird. Es bleibt allerdings zu bedenken, daß es in vielen Fällen Schwierigkeiten bereitet, die genaue Belastung, insbesondere bei sehr lokalen Effekten, zu definieren.

Das gewählte halbanalytische Verfahren zur dreidimensionalen Berechnung hat den Vorteil, daß es nur einen geringfügig größeren Rechenaufwand erfordert als die zweidimensionale Lösung. In der hier angewendeten Form beschränkt sich die Rechnung allerdings auf eine thermoelastische Analyse und eine rotationssymmetrische Geometrie des Hüllrohres. Inwieweit dieses Verfahren auch bei komplexem Materialverhalten anwendbar ist und ob dabei der rechentechnische Vorteil noch erhalten bleibt, muß weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben. Jedenfalls bietet dieses Verfahren eine im Rahmen der Auslegung des Brennstabes sehr nützliche Ergänzung der mehrdimensionalen Berechnungsverfahren.

Anhang C: Zusammenstellung der Datensätze

Die im Rahmen dieser Arbeit erstellten Programmsysteme sollen zur mechanischen Auslegung zylindrischer Brennstäbe eingesetzt werden. Da diese in verschiedenen Reaktortypen Verwendung finden, fallen Geometrie, Belastung und auch die Materialdaten unterschiedlich aus, vgl. Tab.2.1. Außerdem müssen die speziellen Bedingungen eines Experimentes oder einer Betriebsstörung simuliert werden. Im Folgenden sind die Daten der mit ZIDRIG und FINEL diskutierten Rechnungen zur Auslegung eines Brennstabes zusammengestellt.

C.1. Geometrie und Belastung des SNR-Brennstabes

Die Daten wurden einem Auslegungsbericht [GehK 72], einer Datensammlung [Geh 73], sowie einem Tagungsbericht [Kar 76] entnommen:

Durchmesser	$D_i = 5,24 \pm 0,02$	$D_a = 6,0 \pm 0,03$	mm
min. Wanddicke	$s_{min} = 0,35$		mm
Exzentrizität	$e = 0,02$		
Ovalität	$f_i = 0,01$	$f_a = 0,015$	mm
Druck	$p_i = 70$	$p_a = 6$	bar
Hüllrohr- temperatur			
nominal	$\bar{\vartheta} = 620$		°C
maximal	$\bar{\vartheta} = 685$		°C
(Heißkanal)	$\vartheta_i = 650$	$\vartheta_a = 600$	°C

Für ZIDRIG gilt eine lineare Verteilung zwischen ϑ_i und ϑ_a .

Werkstoff: Stahl (W-St.Nr. 1.4981)

(lineare Interpolation zwischen den Temperaturstützstellen)

Temperatur	$\vartheta = 600$	650	700	°C
Elastizitätsmodul	$E = 15600$		14600	kp/mm ²
Poissonsche Zahl	$\nu =$	0,3		--
Streckgrenze	$\sigma_{0,2} = 13,64$		13,26	kp/mm ²
Wärmeausdehnungs- koeffizient	$\alpha = 18,35 \cdot 10^{-6}$		$18,76 \cdot 10^{-6}$	1/grad
Nortonsche Kriechparameter	$n =$	3,3		--
	$k = 0,367 \cdot 10^{-9}$	$5,04 \cdot 10^{-9}$	$19,9 \cdot 10^{-9}$	$\frac{1}{h} \left(\frac{kp}{mm^2} \right)^{-n}$

C.1.1. Vergleich der Standzeiten von Hüllrohren mit ovaler und exzentrischer Geometrie

Die verwendeten Daten orientieren sich weitgehend an den Bedingungen des SNR-Brennstabes. Die Belastung durch Außendruck wurde korrigiert, um die relativen Unterschiede der einzelnen Effekte deutlich hervorzuheben.

Radien	$r_i = 2,5$	$r_a = 3,0$	mm
Druck		$p_a = 100$	bar
mittlere Temperatur	$\vartheta_i = 675$	$\vartheta_a = 625$	°C
azimutale Temperaturschwankung	$\Delta\vartheta_i = 15$	$\Delta\vartheta_a = 20$	°C
Form der Temperaturschwankung	$\vartheta = \Delta\vartheta \cdot \cos(6\varphi)$		
Materialdaten nach C. 1.			

C.2. Langzeitverhalten eines Modell-Brennstabes

Es standen hier hauptsächlich methodische Fragen im Vordergrund. Als Material wurde der potentielle Brüter-Werkstoff Inconel 625 gewählt, dessen Kriechparameter auch bei hohen Temperaturen gut bekannt sind, vgl. [Mal 71].

Radien	$r_i = 2,5$	$r_a = 3,0$	mm
Druck		$p_a = 100$	bar
Temperatur (konst.)	$\vartheta = 750$		°C
Werkstoff:	Inconel 625 (bei 750 °C)		
Elastizitätsmodul	$E = 15\,350$		kp/mm ²
Poissonsche Zahl	$\nu = 0,328$		--
Streckgrenze	$\sigma_{0,2} = 57,5$		kp/mm ²
Wärmeausdehnungs- koeffizient	$\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5}$		1/grad
Nortonsche Kriechparameter	$n = 4,3$ $k = 2,6 \cdot 10^{-9}$		-- $\frac{1}{h} \left(\frac{kp}{mm^2} \right)^{-n}$

C.3. Mehrdimensionale Vergleichsrechnung zur Bestimmung der Standzeit

Es wurde ein Vergleich verschiedener Rechenmethoden und -modelle zur Bestimmung der Standzeit eines ovalen Hüllrohres mit Daten nach Malmberg [Mal 71] durchgeführt.

Radien	$r_i=3,1$	$r_a=3,5$	mm
Anfangsovalität	$f_i=f_a=4,04 \cdot 10^{-3}$		mm
Form der Ovalität	$\Delta f = \cos(2\varphi)$		--
Druck		p_a variiert	bar
Temperatur(konst.)	$\vartheta=700$		$^{\circ}\text{C}$
Werkstoff:	Hastelloy X (bei $700[^{\circ}\text{C}]$)		
Elastizitätsmodul	$E=15300$		kp/mm ²
Poissonsche Zahl	$\nu=0,3$		--
Streckgrenze	$\sigma_{0,2}=26,0$		kp/mm ²
Wärmeausdehnungs- koeffizient	$\alpha=1,8 \cdot 10^{-5}$		1/grad
Nortonsche Kriechparameter	$n=6,1$ $k=2,0 \cdot 10^{-11}$		-- $\frac{1}{h} \left(\frac{\text{kp}}{\text{mm}^2} \right)^{-n}$
Standzeitkriterium	$t_s : \epsilon^{CR} \leq 0,5\%$		

C.4. Das Hüllrohr mit integralen Rippen

Die Daten wurden den Arbeiten von Krieg [Kri 72] und Kaupa [Kau 72] entnommen.

C.4.1. Nach Krieg:

Radien	$r_i=2,05$	$r_a=2,35$	mm
Rippenform			
Höhe	$h_R = 0,35(0,50)$		mm
Kopfbreite	$b_{Ko} = 8,8(8,2)$		o
Fußbreite	$b_{Fu} = 20(17,6)$		o
Kopfradius	$r_{Ko} = 0,2$		mm
Fußradius	$r_{Fu} = 0,4$		mm
Druck	$p_i = 70$		bar
Temperatur	$\vartheta_i = 667$	$\vartheta_a = 607$	$^{\circ}\text{C}$
(unter der Rippe)	$\vartheta_i = 685$		$^{\circ}\text{C}$

Werkstoff:	Inconel 625 (bei 650[°C])		
Elastizitätsmodul	E=17 000		kp/mm ²
Poissonsche Zahl	v= 0,3		--
Wärmeausdehnungs- koeffizient	$\alpha=17,6 \cdot 10^{-6}$		1/grad
Nortonsche Kriechparameter	n= 4,3		--
	k= $2,6 \cdot 10^{-9}$		$\frac{1}{h} \left(\frac{kp}{mm^2} \right)^{-n}$

C.4.2. Nach Kaupa:

Radien	$r_i=3,1 \pm 0,015$	$r_a=3,5 \pm 0,015$	mm
Rippenform			
Höhe	$h_R= 0,6$		mm
Kopfbreite	$b_{Ko}= 0,6$		mm
Fußbreite	$b_{Fu}= 0,6 (1,2)$		mm
Temperatur(konst.)	$\vartheta=700$		°C
Druck		$p_a=135$ (bzw.variiert)	bar

Werkstoff	Inconel 600		
Elastizitätsmodul	E=15 150		kp/mm ²
Poissonsche Zahl	v= 0,385		--
Wärmeausdehnungs- koeffizient	$\alpha= 1,5 \cdot 10^{-5}$		1/grad
Nortonsche Kriechparameter	n= 6,3		--
	k= $3,9 \cdot 10^{-12}$		$\frac{1}{h} \left(\frac{kp}{mm^2} \right)^{-n}$

C.5. Simulation des Kühlmittelverlustes

Die Daten für den Brennstab des DWR wurden vom Institut für Kernenergetik der TU-Stuttgart übernommen. Sie sind Grundlage einer Studie des Fachgebietes Reaktortechnik der TH-Darmstadt [FabK 75]. Die dort verwendeten Materialdaten für Zircaloy-2 stimmen sehr gut mit denen von Clay et.al. [ClaH 76] überein. Sie wurden hier durch Werte der VDM-Gesellschaft [VDM] ergänzt. Zur Stabgeometrie vgl. auch Tab.2.1.

Radien	$r_i=4,569$	$r_a=5,321$	mm
Stablänge	$L=390$		cm
Temperatur im Normalbetrieb	$\vartheta=350$		$^{\circ}\text{C}$
Hüllrohrwerkstoff: Zircaloy-2			
Elastizitätsmodul	$E=f(\vartheta)$ siehe Abb.C.1		kp/mm ²
Poissonsche Zahl	$\nu=0,3$		--
Wärmeausdehnungskoeffizient	$\alpha=3,0 \cdot 10^{-5}$		1/grad
Bruchspannung	$\sigma_B(20[^{\circ}\text{C}])=35$ $\sigma_B(850[^{\circ}\text{C}])=18$ $\sigma_B(1000[^{\circ}\text{C}])=10$		} kp/mm ²
Schmelztemperatur	$\vartheta_{\text{Sch}}=1710$		$^{\circ}\text{C}$
Kriechgesetz nach Norton:	$\dot{\epsilon}=Ae^{-Q/R\vartheta} \cdot \sigma^n$		
Kriechparameter	$n=3,96$		--

k aus:

Materialkonstante
 $A=1,0913 \cdot 10^{-12}$ $\frac{1}{\text{s}} \left(\frac{\text{kp}}{\text{mm}^2}\right)^{-n}$

Aktivierungsenergie
 $Q=3,285 \cdot 10^5$ Ws/gmol

allg.Gaskonstante
 $R=8,3166$ Ws/gmol $\cdot^{\circ}\text{K}$

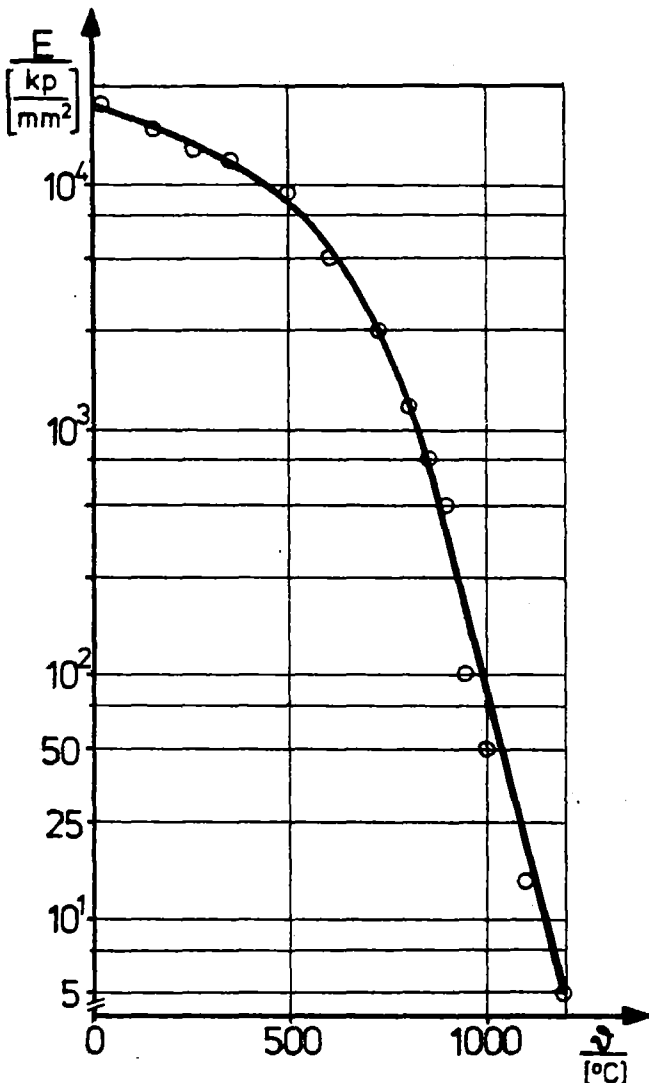


Abb.C.1: Der Elastizitätsmodul für Zircaloy-2 in Abhängigkeit von der Temperatur.
 (Maximaltemperatur $\vartheta_{\text{max}}=1200[^{\circ}\text{C}]$)

C.6. Berechnung der Brennstofftablette

Die Daten entsprechen weitgehend einer Tablette des SNR-Brennstabes.

Durchmesser	D= 6,0	mm
Länge	L= 6,93	mm
Dishvolumen	$D_{vol}= 2,0$	%
Brennstoff- außentemperatur	$\vartheta_B=500$	°C
Stablängenleistung (teilweise variiert)	$Q_1=500$	W/cm
Brennstoffmaterial: UO_2		
Materialeigenschaften nach Gehr [Geh 73]:		
Elastizitätsmodul	$E=23 \cdot 10^3 [1-0,5 \cdot \vartheta_B-0,2 \cdot \vartheta_B^2]$	kp/mm ²
	mit: $\vartheta_B = \frac{\vartheta}{2800}$	°C
Querkontraktionszahl	$\nu=0,5 \cdot [1-E/61,2 \cdot 10^3]$	--
Wärmeausdehnungs- koeffizient	$\alpha=4,38 \cdot 10^{-4}/\vartheta + 6,793 \cdot 10^{-6} + 2,92 \cdot 10^{-9} \cdot \vartheta$	1/°C
Porosität(angenom.)	p=2,0	%
Schmelztemperatur	$\vartheta_{Sch}=2750$	°C
Geometrie der Vergleichstablette nach Whatham [Wha 73]:		
Durchmesser	D=14,25	mm
Länge	L=19,00	mm

Literaturverzeichnis

- [Aas 72] Aas,S.: Mechanical Interaction Between Fuel and Cladding
Nucl.Eng.a.Des. 21 (1972), S.237-253
- [ArgD 77] Argyris,J., Dunne,P.C.: Linear systems with a large number of sparse constraints with application to incompressible materials
Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng. 10, (1/1977)
- [BE 75] Brennelemente für LWR, HTR, SNR, GSB - Statusbericht der Fachgruppe Brennelemente der KTG - Jül-Conf-14, (1/1975)
- [Bie 53] Bienzeno-Grammel,R.: Technische Dynamik
Springer Verlag, Heidelberg (1953)
- [BMWi 77] Energiemarktprognose für BMWi
atw 22 (4/1977), S.161
- [Buc 70] Buck,K-E : Zur Berechnung der Verschiebungen und Spannungen in rotationssymmetrischen Körpern unter beliebiger Belastung.
Dissertation an der TU-Stuttgart (1970)
- [BucS 73] Buck,K-E u.a.: Finite Elemente in der Statik
Wilh. Ernst u. Sohn, Berlin (1973)
- [ClaH 76] Clay,B.D., Healey,T., Redding,G.B.: The Deformation and Rupture of Zircaloy-2 Tubes During Transient Heating.
OECD-Specialists' Meeting on the Behaviour of Water Reactor Fuel Elements under Accident Conditions, Nord-Torpa Norway (1976)
- [DesA 72] Desai,C.S., Abel,J.F.: Introduction to the Finite Element Method.
Van Nostrand Rheinhold Comp., New York (1972)
- [Die 76] Dietz,W.: Entwicklungsstand des Hüll- und Strukturmaterials für SNR-Kernelemente.
In: Das Brennelement des Natrium-Brüters
KTG- Tagung in Karlsruhe, KFK 2416 (10/1976),s.80-88

- [DonG 73] Donea, J., Giuliani, S.: Creep Analysis of Transversely Isotropic Bodies Subjected to Time-Dependent-Loading. Nuc.Eng.a.Des. 24 (1973), S.410-419
- [Dud 75] Duda, M.: Eine vergleichende Untersuchung der Wirtschaftlichkeit ebener finiter Elemente. Darmstädter Dissertation D17 (1975)
- [FabK 73] Fabian, H., Klement, H.D.: Untersuchungen zur Festigkeit von Brennstabhüllrohren im Bereich der unteren Schweißnaht. atw 18 (7/1973), S.309-310
- [FabK 75] Fabian, H., Krugmann, U., Laßmann, K., Schwarz, R.: Methodenvergleich für die Berechnung großer Hüllrohrdeformationen beim Kühlmittelverlustunfall von Leichtwasserreaktoren. KfK 2176 (1975)
- [Fab 77] Fabian, H.: Die Plot-Programme ZIPLO und FINPLO zur graphischen Auswertung von mehrdimensionalen FEM-Rechnungen zum Brennstab mit den Programmen ZIDRIG und FINEL. Fg. Reaktortechnik der TH-Darmstadt, (1977) unveröffentlicht
- [Fis 74] Fischer, M.: Probleme des Brennstabverhaltens in Leichtwasserreaktoren bei Kühlmittelverlustunfällen. Jahreskolloquium 1974 des PNS, KfK 2101 (KfK-Ext 28/74-2)
- [Flü 62] Flüge, W.: Statik und Dynamik der Schalen Springer Verlag, Heidelberg (1962)
- [FreK 69] Frewer, H., Keller, W.: Das 1200 MW-Kernkraftwerk Biblis atw 14/10 (1969), S.455-464
- [FriG 66] Friedrich, G.M., Guillinger, W.H.: CYGRO 2, A Fortran IV Computer Program For Stress Analysis of Cylindrical Fuel Elements. Westinghouse Electric Corporation, WAPD-TM-547 (11/1966)
- [Geh 73] Gehr, H.L.: Datensammlung zur Kernelementauslegung. Technischer Bericht -INTERATOM- Bensberg, (1973) unveröff.
- [GehK 72] Gehr, H.L., u.a.: SNR Mark II-Core: Thermische und mechanische Brennstabauslegung. Technischer Bericht -INTERATOM- Bensberg, (1972) unveröff.

- [Git 72] Gittus, J.H.: Theoretical Analysis of the Strains Produced in Nuclear Fuel Cladding Tubes by the Expansion of Cracked Fuel Pellets.
Nucl. Eng. a. Des. 18 (1972), S.69-82
(1st SMiRT-Conference (C3/1), Berlin (1971))
- [GlaE 61] Glasstone, S., Edlund, M.C.: Kernreaktortheorie
Springer Verlag, Wien (1961)
- [GreR 68] Greenbaum, G.A., Rubinstein, M.F.: Creep Analysis of Axisymmetric Bodies Using Finite Elements.
Nuc. Eng. a. Des. 7 (1968), S.379-397
- [GulE 76] Gulden, W., Ehnis, L., u.a.: Das Programmsystem SSYST-Mod-1 zur Berechnung des LWR-Brennstabverhaltens bei Kühlmittelverluststörfällen.
Reaktortagung des DATF, Düsseldorf (1976), S.11-14
- [GulD 77] Gulden, W., u.a.: Dokumentation SSYST-1: Ein Programmsystem zur Beschreibung des LWR-Brennstabverhaltens bei Kühlmittelverluststörfällen.
KfK 2496 (1977)
- [HofJ 59] Hoff, N.J., Jahsmann, W.E., u.a.: A Study of Creep Collapse of a Long Circular Cylindrical Shell Under Uniform External Pressure.
Journ. Aerospace Science (10/1959), S.663-669
- [HofR 68] Hoffmann, H., Rust, K.: Temperatur- und Spannungsverteilung in Brennstabhüllen mit wendelförmigen Abstandhaltern für dampfgekühlte Schnelle Brutreaktoren.
KfK 805 (6/1968)
- [Hof 71] Hofmann, F.: Temperaturfelder in Brennstoff, Hüllrohr und Kühlmittel in Brennelementen.
Reaktortagung des DATF, Bonn (1971), S.134-137
- [HolB 72] Holand, I., Bell, K.: Finite Element Methods in Stress Analysis.
Tapir, Trondheim/Norway (1972)
- [HowM 69] Howl, D.A., Moore, B.: Prediction of Creep Collapse Pressure and Times for Nuclear Fuel Cladding.
Jour. of British Nuc. Soc. 8/2 (1969), S.103-108

- [Hum 72] Humbach, W.: Reaktortechnik I und II, Manuskript zur Vorlesung im Fg. Reaktortechnik der TH-Darmstadt (1972)
- [Jac 77] Jacobi, O.: Schnellbrüter-Hüllrohre mit integralen Wendelrippen - Entwicklung und Erprobung
KfK 2442 (1977)
- [Käm 74] Kämpf, H.: Vergleich der Brennstab-Rechenprogramme LIFE-II (ANL) und SATURN-1a (GfK)
(1974) unveröffentlicht
- [Kär 73] Kärcher, H.J.: Die FEM auf kontinuumsmechanischer Grundlage mit einer Anwendung zweier hybrider Elementmodelle auf die Scheibenberechnung.
Darmstädter Dissertation D 17 (1973)
- [Kar 76] Karsten, G.: Das Brennstabelement des Natrium-Brüters.
KfK 2416 (1976)
- [Kau 71] Kaupa, H.: Experimentelle Untersuchung des Kriechbeulverhaltens dünnwandiger Rohre.
KfK 1363 (1971)
- [KeeH 73] Keegstra, P.N.R., Head, J.L., Alujević, A.: Finite Element Stress Analysis of Interacting Fuel Pellet and Canning under Fast Reactor Condition
2nd SMiRT-Conference (C 3/3), Berlin (1973)
- [Kre 77] Kreyszig, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendung.
Vandenhoeck u. Ruprecht, Göttingen (1977)
- [Kri 72] Krieg, R.: Zur Berechnung der Spannungen und Verzerrungen in zweifach zusammenhängenden prismatischen Körpern mit Rechenbeispielen für ein langberipptes Brennstabhüllrohr.
KfK 1665 (1972)
- [Kru 74] Krugmann, U.: Schalentheoretische Behandlung der Thermoelastizität und des Kriechens von rotationssymmetrischen Rohren.
Persönliche Mitteilung (1974)
(siehe auch (Kru 76) und (FabK 75))
- [Kru 76] Krugmann, U.: Kriechen von Brennstabhüllrohren des Brutreaktors bei hoher Temperatur unter Innen- bzw. Außendruck.
KfK 2336 (1976)

- [KumS 71] Kummerer, K., Stehle, H., Weidinger, H.G.: Verhalten von Brennstäben bei höherem Abbrand.
atw 16/10 (1971), S.545-552
- [KumE 76] Kummerer, K., Elbel, H.: New Developments in Fuel Pin Modeling.
ANS International Conference, Washington, D.C. (11/1976)
- [Laß 73] Laßmann, K.: Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von zylindrischen Brennstäben.
KfK 1853 (1973)
- [Laß 76] Laßmann, K.: Zur axialen Behandlung der Reibkräfte in integralen Brennstabcodes.
Atomkernenergie 27 (1976), S.41-45
- [Laß 77] Laßmann, K.: An iterativ model for calculating the crack structure in fuel rod.
4th SMiRT-Conf. (C 1/3), San Francisco (1977)
- [Laß 77] Laßmann, K.: Some Critical Remarks on Fuel-Rod Structural Analysis.
Post Conf. of 4th SMiRT - Conf., San Francisco (1977)
- [Laß 78] Laßmann, K.: URANUS - A computer program for the thermal and mechanical analysis of the fuel rods in a nuclear reactor.
Nuc.Eng.a.Des. 45 (2/1978), S.325-340
- [Lau 72] Laue, H.J.: Werkstoffprobleme in der Reaktortechnik
Vorlesungsskript, Fg.Reaktortechnik, TH-Darmstadt (1972)
- [Lei 68] Leipholz, H.: Einführung in die Elastizitätstheorie
G.Braun, Karlsruhe (1968)
- [LeoA 75] Leonhard, J.W., Ahmed, H.U.: Thermal Stress Analysis of Hot Spots in Reactor Fuel Cladding.
3rd-SMiRT-Conference (C2/4), London (1975)
- [LeoF 77] Leonhard, R.: Betrachtungen zur mehrdimensionalen Brennstabbelastung mit FINFOU.
Diplomarbeit im Fg.Reaktortechnik der TH-Darmstadt (1977)

- [LevW 73] Levy, S., Wilkinson, J.: A Three Dimensional Study of Nuclear Fuel Rod Behaviour During Startup. 2nd SMiRT-Conf. (D 1/5), Berlin (1973)
- [Lpr 76] Alphabetical Listing of Power Reactors 1976 Nuc.Eng.Int. 21, No.244 (1976)
- [Lyo 63] Lyons, M.F.: UO_2 - Thermal Conductivity at Elevated Temperatures. Trans.Am.Nuc.Soc. 6 (1963),s.152
- [Mal 71] Malmberg, T.: Über einige Variationsprinzipie der Kriechmechanik und ihre Anwendung auf das Kriechkollapsproblem von Brennstabhüllrohren. KfK 1390 (1971)
- [Mar 67] Marguerre, K.: Technische Mechanik, Zweiter Teil Springer Verlag, Heidelberg (1967)
- [Mat 72] Matthews, J.R.: The quantitative description of deformation and stress in cylindrical fast reactor fuels pins. In: Advances in Nuclear Science and Technology 6, Academic Press (1972)
- [MuhF 77] Muhl, W.: Diskussion der Wechselwirkung zwischen Brennstofftablette und Hüllrohr bei mehrdimensionaler Berechnung mit FINEL. Diplomarbeit im Fg.Reaktortechnik der TH-Darmstadt (1977)
- [Mül 72] Müller, E.M.: Untersuchungen der Unsicherheit der Wärmeleitfähigkeit von UO_2 in Abhängigkeit von der Temperatur. atw 17 (1/1972), S.37-38
- [Neu 58] Neuber, H.: Kerbspannungslehre (2.erw.Auflage) Springer Verlag, Berlin (1958)
- [Neu 67] Neuber, H.: Höhere Festigkeitslehre Schriftenreihe 'Die Technik' Band 67, Vorlesungsumdruck TH-München (1967)
- [OdqH 62] Odqvist, F.K.G., Hult, J.: Kriechfestigkeit metallischer Werkstoffe. Springer Verlag, Berlin (1962)

- [Old 72] Oldberg,S.: Behave-2: Oxide fuel performance code in two spatial dimensions and time.
General Electric Comp., GEAP 13788 (1972)
- [Prz 68] Przemieniecki,J.S.: Theory of Matrix Structural Analysis.
Mc Graw-Hill Book Comp., London (1968)
- [Rab 69] Rabotnov,Y.N.: Creep problems in structural members.
North-Holland Publishing Comp., Amsterdam (1969)
- [RanW 75] Rand,R.A., Wilkinson,J., Trantina,G.G.: A study of strain distributions in stainless steel fuel rod cladding.
3rd SMiRT-Conf(C2/3), London (1975)
- [Ras 74] Rashid,Y.R.: Mathematical Modeling and Analysis of Fuel Rods.
Nuc.Eng.a.Des. 29 (1974), S.22-32
(2nd SMiRT-Conf. (D1/1'), Berlin (1973))
- [Rec 67] Reckling,K-A.: Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme.
Springer Verlag, Berlin (1967)
- [Sch 73] Schmidt,H.E.: Die Wärmeleitfähigkeit unbestrahlter keramischer Brennstoffe.
In: Brennstabmodelltheorie, KfK 1400 (1973),s.227-245
- [Smi 71] Smidt,D.: Reaktortechnik I u. II
G.Braun-Verlag, Karlsruhe (1971)
- [SmiN 71] Smith,A.I., Nicolson,A.M.: Advances in Creep Design.
Applied Science Publishers LTD, London (1971)
- [Sut 69] Sutherland,W.H.: A Finite Element Computer Code (AXICRP) for Creep Analysis.
BNWL - 1142 (1969)
- [TimG 70] Timoshenko ,S.P., Goodier,J.N.: Theory of Elasticity.(3.Ed.)
Mc Graw-Hill Book Comp., New York (1970)
- [Töb 73] Többe,H.: Der Brennstab-Code IAMBUS.
Technischer Bericht -INTERATOM- Bensberg(1973) unveröff.
- [Tre 71] Treharne,G.: Applications of the Finite Element Method to the Stress Analysis of Materials Subjected to Creep
University of Wales,(1971) unveröffentlicht

- [VDM] Werkstoffe für die Kerntechnik
VDM-Zirkonium-Gesellschaft mbH, Duisburg
- [Weif 74] Weitzig, J.: Berechnung von Brennstofftabletten nach der
Finitelementmethode.
Studienarbeit im Fg. Reaktortechnik der TH-Darmstadt (1974)
- [Wha 74] Whatham, J.F.: Influence of Pellet Length an Interaction
Between Fuel and Cladding in Simulated Reactor Fuel.Pins.
Nuc.Eng.a.Des. 26 (1974), S.423-431
- [WieE 77] Wiehr, K., Erbacher, E., u.a.: Brennstabverhalten in der Wieder-
auffüll- und Flutphase eines Kühlmittelverluststörfalles.
In: Jahreskolloquium des PNS 1977, KfK 2570 (1977), S154-94
- [Wil 65] Wilson, E.I.: Structural Analysis of Axisymmetric Solids.
AIAA-Journal 3 (12/1965), S.2260-2274
- [Wis 74] Wissmann, J.: Finit Element Methoden.
Umdruck zur Vorlesung im Fg. Leichtbau der TH-Darmstadt(74)
- [Wor 74] Wordsworth, J.: IAMBUS-1: A Digital Computer Code.
Nuc.Eng.a.Des. 31 (1974), S.309-336
- [Zie 71] Zienkiewicz, O.C.: The Finite Element Method in Engineering
Science.
Mc Graw-Hill Book Comp., London (1971)
(3. neub. und erweiterte Auflage von 1973)