

KfK 3066  
Oktober 1980

# Freie Konvektion in vertikalen Spalten

J. N. Koster  
Institut für Reaktorbauelemente

Kernforschungszentrum Karlsruhe



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE  
Institut für Reaktorbauelemente

KfK 3066

FREIE KONVEKTION IN VERTIKALEN SPALTEN

J. N. Koster

Von der Fakultät für Maschinenbau der Universität  
Karlsruhe (T.H.) genehmigte Dissertation.

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
ISSN 0303-4003

## ABSTRACT

KOSTER, JEAN NICOLAS

### FREIE KONVEKTION IN VERTIKALEN SPALTEN

Es werden Konvektionsvorgänge in engen von unten beheizten vertikalen Spalten mit unterschiedlichen Abmessungen und seitlichen thermischen Randbedingungen untersucht. Die Temperaturfelder in den Flüssigkeiten werden mit der holographischen Interferometrie visualisiert. Leistungsdichtespektren werden von den zeitabhängigen Signalen von Thermoelementen ermittelt.

In engen vertikalen Spalten mit einer großen horizontalen Erstreckung werden durch quasistationäres Aufheizen die kritischen Rayleigh-Zahlen für den Beginn der Konvektion bestimmt. Bei der Ausbildung der Konvektion infolge instationärer Aufheizung führt die Analyse der transienten Vorgänge zu einer quantitativen Abgrenzung von Zeitabschnitten mit dominant diffusiven bzw. konvektiven Transportvorgängen. Im überkritischen Bereich wird das stationäre Verhalten der Konvektion untersucht und in einem Stabilitätsdiagramm dargestellt. Die auftretende zeitabhängige Konvektionsströmung wird, wie die Interferogramme und die Frequenzspektren zeigen, durch eine Instabilität der Temperaturschicht ausgelöst. Dabei weisen die Oszillationen zeitweise periodischen, quasiperiodischen oder stochastischen Charakter auf.

In engen vertikalen Spalten mit größerer vertikaler als horizontaler Erstreckung bilden sich unterschiedliche Konvektionsmuster in Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl aus. In den Bereichen mit stationären Konvektionszuständen treten auch gestaffelte Zellularstrukturen auf. Der Bereich der oszillatorischen Konvektion weist periodische, quasiperiodische oder stochastische Formen auf. Hierin kommt es wiederholt zur Erscheinung der Frequenzkopplung und Frequenzteilung. Im Bereich sehr großer Rayleigh-Zahlen nimmt die stochastische Oszillation bei steigender Rayleigh-Zahl wieder quasiperiodische und dann periodische Formen an um anschließend in einen stationären Zustand überzugehen. Die Übergänge zwischen den instationären und stationären Strömungszuständen sind durch Hystereseeffekte gekennzeichnet.

## ABSTRACT

KOSTER, JEAN NICOLAS

### FREE CONVECTION IN VERTICAL GAPS

Convective flow phenomena in a variety of slender vertical gaps heated from below subject to specified lateral boundary conditions are investigated. Temperature fields in the fluids are visualized by holographic interferometry. Power density spectra of time dependent thermocouple signals are calculated.

In slender vertical gaps with large horizontal extension the critical Rayleigh numbers at the onset of convection are evaluated by quasisteady heating. The analysis of phenomena due to nonsteady heating yields a period of predominantly diffusive transport phenomena at the beginning followed by a period of convective transport phenomena. The region of stability of steady two-dimensional convection with respect to oscillatory convection was determined. The oscillatory flow is due to an instability of the boundary layers as shown by interferograms and spectra. The oscillations have at times periodic, quasiperiodic or stochastic character.

In slender vertical gaps with larger vertical than horizontal dimensions different convection patterns develop with increasing Rayleigh number. In the ranges of steady convective flow vertically ordered cell patterns appear. The range of oscillatory convective flow yields periodic, quasiperiodic or stochastic structures including possible frequency coupling and subharmonics. Quasiperiodic and periodic oscillations may reappear at higher Rayleigh numbers with stochastic flows occurring in between. Finally at still higher Rayleigh numbers a stationary flow pattern develops. The transitions between steady and nonsteady flows are characterized by hysteresis.

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
1. Einleitung	
1.1 Problemstellung	1
1.2 Relevante Literatur	3
1.3 Physikalische Grundlagen, mathematische Modelle, Definitionen	6
1.3.1 Freie Konvektion in Flüssigkeiten - das Bénard-Problem	6
1.3.1.1 Bilanzgleichungen	6
1.3.1.2 Randbedingungen	8
1.3.2 Freie Konvektion in porösen Stoffen	10
1.3.3 Freie Konvektion im Hele-Shaw Behälter	13
2. Experimenteller Aufbau und Meßtechnik	16
2.1 Aufbau der Meßkammern	16
2.1.1 Der unendliche Hele-Shaw Behälter $h/b \ll 1$	16
2.1.2 Der endliche Hele-Shaw Behälter $h/b > 1$	18
2.2 Meßtechnik	20
2.2.1 Datenerfassung	20
2.2.2 Frequenzanalyse	21
2.2.3 Optische Meßtechnik	23
2.2.3.1 Holographische Interferenztechnik	24
2.2.3.2 Verfahren der Holographie	24
2.2.3.3 Verfahren der holographischen Interferometrie	25
2.2.3.4 Holographischer Aufbau	27
2.2.3.5 Auswertung von Interferenzbildern	28
2.3 Fehlerbetrachtung	33
3. Ergebnisse für den unendlichen Hele-Shaw Behälter	37
3.1 Einsetzen der Konvektion	37
3.2 Stabilität überkritischer Zustände	42
3.3 Wechselwirkung zwischen Wand und Fluid	47
3.4 Wärmeübergang	51
3.5 Instationäre Konvektion	54

	Seite	
3.5.1	Transiente Anfachung der Konvektion	55
3.5.2	Oszillatorische Konvektion	61
3.6	Zusammenstellung der wesentlichen Ergebnisse für den unendlichen Hele-Shaw-Behälter	69
3.6.1	Eigene Ergebnisse	69
3.6.2	Vergleich mit der Literatur	71
4.	Ergebnisse für den endlichen Hele-Shaw-Behälter	73
4.1	Strömungsmuster	73
4.2	Wärmeübergang	88
4.3	Optische Analyse der Periodendauer	89
4.4	Zeitreihenanalyse	94
4.4.1	Der Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden	94
4.4.2	Der Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden	108
4.5	Zusammenstellung der wesentlichen Ergebnisse für den endlichen Hele-Shaw-Behälter	117
4.5.1	Vergleich der Ergebnisse mit unterschiedlichen thermischen Randbedingungen	117
4.5.2	Vergleich mit der Literatur	121
5.	Zusammenfassung	129
6.	Literatur	131
7.	Anhang	144
	Der geneigte Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden	144
	Der nicht geneigte Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden	147
	Anhang - Tabellen	149

Nomenklatur

A	Seitenverhältnis $A = h/d$
a	definiert in Gl. 2.2
B	Faktor aus Gl. 1.6
Be	Auflösung, Kap. 2.2.2
b	Länge in x- Richtung, definiert in Abb. 1.1
C	Kapazität, elektrisch
$\vec{c}$	Sickergeschwindigkeit
$c_p$	spezifische Wärme
d	Fensterabstand in y-Richtung, definiert in Abb. 1.1
$\vec{e}$	Einheitsvektor
F	definiert in Gl. 1.9
f	Frequenz
g	Gravitationsvektor
h	Höhe in z-Richtung, definiert in Abb. 1.1
j	Laufvariable
K	Permeabilität
$k (k^*)$	Wärmeleitfähigkeit (gemittelt)
M	definiert in Gl. 1.9
m	ganzzahlige Faktoren
N	Anzahl der digitalisierten Werte
Nu	Nusselt-Zahl
n	Brechungsindex
Pr	Prandtl-Zahl, $Pr = \nu/\kappa$
p	Druck
$\dot{q}$	spezifischer Wärmestrom
R	Widerstand, elektrisch
Ra	Rayleigh-Zahl, $Ra = \alpha \cdot g \cdot \Delta T \cdot h^3 \cdot \kappa^{-1} \cdot \nu^{-1}$
$Ra^*$	$Ra^* = Ra/Ra_{osc}$
RC	$R \cdot C = (2\pi \cdot TP)^{-1}$
$\Upsilon$	spezifische Refraktion
S	Streifenordnung
$\tilde{S}$	Schätzwert der Amplitude von Frequenzen
T	Temperatur
TP	Tiefpassgrenzfrequenz
t	Zeit, Periode
v	Geschwindigkeit
X (j)	Fouriertransformierte

$x, y, z$	Koordinaten
$Y$	Summe Spaltbreite + Fensterdicke, definiert in Abb. 1.4
$Y(f)$	Fourierkomponenten

$\alpha$	Volumenausdehnungskoeffizient (Gl. 1.2 u. 1.9)
$\alpha$	Wellenzahl
$\delta$	Grenzschichtdicke
$\epsilon$	Porosität
$\epsilon_0$	Standardfehler (Kap. 2.2.2)
$\mu$	kinematische Viskosität
$\kappa(\kappa^*)$	Temperaturleitfähigkeit (gemittelt)
$\lambda$	Wellenlänge
$\nu$	dynamische Viskosität
$\rho$	Dichte
$\rho c((\rho c)^*)$	Wärmekapazität (gemittelt)
$\tau$	dimensionslose Periode, Fourier-Zahl
$\varphi$	Phase
$\omega$	Kreisfrequenz

### Indizes

B	Bénard
c	kritisch
f	flüssige Komponente
G	Glas
g	gesamt
L	gekoppelt
l-r	links-rechts
m-u	mitte-unten
osc	Oszillationsbeginn
p	konstanter Druck
R	Rayleigh
r	Refraktion
s	feste Komponente
w	Wand

Operatoren

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$$

$$\nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = (\partial_{xx} + \partial_{yy} + \partial_{zz})$$

## 1. Einleitung

### 1.1 Problemstellung

Auftriebsströmungen in engen, vertikalen Spalten sind in der Vergangenheit wiederholt zur Simulation von Strömungen in porösen Stoffen verwendet worden, die durch Temperaturdifferenzen induziert werden (u.a. Elder /1/, Bories /2/, Hartline, Lister /3/). Die Strömung in diesen engen Spalten ist auch unter der Bezeichnung Hele-Shaw-Strömung bekannt. Das in jüngster Zeit wachsende Interesse an Strömungen in porösen Stoffen beruht wesentlich auf dem Bestreben, Transportvorgänge in Grundwasserströmungen besser verstehen und beschreiben zu können. In diesem Zusammenhang kann das Augenmerk auch auf die Ausbreitung von Schadstoffen, die Ausbeutung von Öllagerstätten oder auf die Nutzung geothermischer Energien gerichtet sein. Die Wirkung der freien Konvektion in engen Spalten besitzt auch unmittelbaren Bezug zu technischen Fragen der Wärmeisolation, der Wärmespeicherung oder der Wärmeabfuhr.

Die Analogie zwischen der Strömung in engen Spalten und porösen Stoffen ist einleuchtend, wenn man eine Serie paralleler, enger Spalten als einen anisotropen Sonderfall eines porösen Stoffes ansieht (Kvernfold, Tyvand /4/). Formal beruht diese Analogie auf dem Sachverhalt, daß für die Strömung im porösen Medium und die Strömung im Spalt eine lineare Beziehung zwischen dem Druckgradienten und der Volumenstromdichte, das sogenannte Darcy-Gesetz, gilt (vergl. Kapitel 1.3). Für die Spaltströmung kann diese Beziehung streng abgeleitet werden.

Während die Anwendbarkeit der hydraulischen Analogie als in weiten Parameterbereichen gesichert gilt, sind eine Anzahl offener Fragen für den Fall geblieben, daß Temperaturfelder auf die Strömung einwirken. Besondere Schwierigkeiten ergeben sich in diesem Zusammenhang durch stark unterschiedliche Wärmeleitfähigkeiten und Wärmekapazitäten von Fluid und Feststoff. Einfache Modelle zur Beschreibung von

thermischen Auftriebsströmungen in porösen Stoffen gehen von einer gemittelten Temperaturleitfähigkeit  $\kappa^*$  und damit von einer lokal homogenen Temperatur für das poröse Medium aus. In Wirklichkeit erzeugen bei grobkörnigen Strukturen die vorhandenen Temperaturdifferenzen und Wärmeflüsse zwischen Fluid und Feststoff Effekte, die nicht von bestehenden Modellvorstellungen erfaßt werden. Derartige thermische Effekte können in idealer Weise experimentell mit Hilfe einer sogenannten Hele-Shaw-Zelle untersucht werden. Sie besteht im wesentlichen aus zwei parallelen, vertikalen transparenten Scheiben, zwischen die eine Flüssigkeit eingebettet ist.

Der Übergang von stationärer zur zeitabhängiger Konvektion und deren Oszillationsverhalten interessiert als Beitrag zur Klärung von neueren Arbeitshypothesen über die Entstehung stochastischen Strömungsformen. Ruelle und Takens /5/ postulieren, daß nur eine geringe Anzahl von Verzweigungen beim Übergang von einer stationären zu einer turbulenten Strömung auftreten. Zur Abstützung dieser Theorie haben Newhouse, Ruelle und Takens /6/ nachgewiesen, daß stochastische Oszillationen in einem dynamischen System in Erscheinung treten in dem drei Oszillatoren in nichtlinearer Weise untereinander wechselwirken.

Als Beitrag zur Klärung dieser Fragen werden in dieser Arbeit experimentelle Untersuchungen über thermische Zellularkonvektionsströmungen in einer Meßkammer dargestellt, die nach dem Prinzip der Hele-Shaw-Zelle konzipiert ist.

Grundsätzlich werden zwei Themenkreise behandelt (Abb. 1.1):

- die freie Konvektion in einem vertikalen Spalt mit sehr großer horizontaler Erstreckung  $b$ , d.h.  $h/b \ll 1$ ;
- die freie Konvektion in schlanken quaderförmigen Schichten mit großer vertikaler Erstreckung, d.h.  $h/b > 1$ .

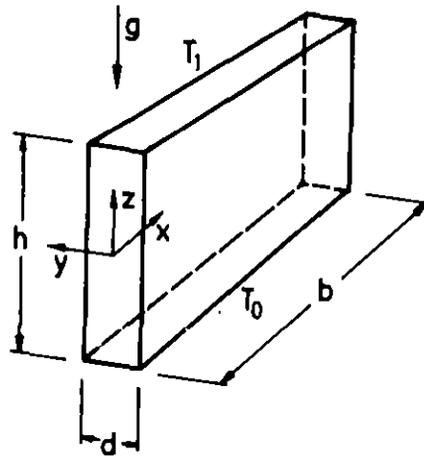


Abb. 1.1: Definitionen der geometrischen Abmessungen der untersuchten Flüssigkeitsschichten

Das Ziel der Untersuchungen ist speziell auf folgende Fragen gerichtet:

- Wie wirken sich unterschiedliche geometrische Abmessungen und thermische Eigenschaften von Fluid und Feststoff auf das Einsetzen der Konvektion aus?
- Wie verändern sich die Zellabmessungen bei quasistationären oder stark instationären Aufheizvorgängen?
- Nach welcher Gesetzmäßigkeit wird die Wärme übertragen?
- Für welche überkritischen Temperaturdifferenzen zwischen unterer und oberer Spaltberandung sind stationäre Konvektionszustände nicht mehr möglich?
- Welche räumliche und zeitliche Strukturen besitzen diese instationären Zustände?

## 1.2 Relevante Literatur

Hele-Shaw /7/ benutzte 1898 einen Apparat, bestehend aus zwei planparallelen Platten, mit kleinem Abstand  $d$  zur Visualisierung von Stromlinien um einfache Körper in isothermen Strömungen /8/. Ihm zu Ehren wurde die Strömung in solchen Apparaten als Hele-Shaw-Strömung bezeichnet. Die Herleitung der Gleichung für die Impulsbilanz der Strömung in solchen Plattenkanälen ist bei Lamb /9/, Bear /10/ oder Berker /11/ nachzulesen.

Das Gesetz zur Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung ähnelt dem Gesetz von Darcy für Sickerströmungen. Durch eine geeignete Definition der Permeabilität kann eine Analogie zwischen einer schleichenden Strömung in einem isotropen porösen Material und einer Hele-Shaw-Strömung hergestellt werden.

Elder /1, 12, 13/, Combarous, Bories /14/, Klarsfeld /15/, Hartline und Lister /3/, Horne und O'Sullivan /16/ benutzten diese Analogie um durch Sichtbarmachung der Strömung im engen Spalt auf die Konvektionsströmungen in nicht transparenten porösen Materialien zu schließen.

Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur zeitabhängigen Konvektion in unendlichen horizontalen Flüssigkeitsschichten liegen von Busse /17, 18/, Krishnamurti /19, 20, 21/, Busse und Whitehead /22,23/, Willis und Deardorff /24/, Clever und Busse /25/ u. a. vor.

Über zeitabhängige Konvektionsströmungen in unendlichen Hele-Shaw-Behältern liegen bisher nur Rechnungen von Elder /12, 13/, Kvernold /26/ und Frick /27/ vor. Elder bearbeitete u. a. mit umfangreichen numerischen und einige experimentellen Untersuchungen die instationäre Anfachung der Konvektion in einer Hele-Shaw-Zelle.

Mit Hilfe von Frequenzanalysen haben Gollub und Swinney 1975 /28/ experimentell am Beispiel der Taylor-Instabilität gezeigt, daß sich der Übergang zu Strömungen mit statistischen Schwankungsanteilen in den Geschwindigkeiten (Turbulenz) über eine begrenzte Anzahl von strukturierten stationären und instationären Strömungszuständen vollzieht. Gollub und Benson /29/ fanden ähnliche Ergebnisse bei der Untersuchung der Bénard-Konvektion in einem kleinen Behälter mit nur zwei Konvektionswalzen. Die bestehende Analogie von Taylor und Bénard-Instabilitäten wurde von Zierep /30/ zusammenfassend dargestellt.

In neueren Rayleigh-Bénard-Experimenten /31-45/ wurden einige unterschiedliche aber charakteristische Phänomene beim Übergang zur zeitabhängigen Konvektion mit stochastischen Merkmalen ermittelt:

- Periodizität der Strömungsvorgänge
- Quasiperiodizität der Vorgänge mit Frequenzkopplung
- Periodenverdopplung.

Dubois und Bergé /45/ berichten über eine differentialinterferometrische Lokalisierung von zwei Oszillatoren im kleinen Behälter.

Die linearisierte Theorie der Zellularkonvektion liefert Eigenlösungen höherer Ordnung (höhere Moden), welche nicht nur eine periodische Struktur in horizontaler Richtung haben, sondern darüber hinaus in vertikaler Richtung eine Staffelung aufweisen. Zierep /46/ untersuchte erstmals solche geschichteten Strömungen. Diese sogenannten Stockwerkzellen konnten bis heute experimentell in einem mit einer homogenen Flüssigkeit gefüllten Behälter nicht erzeugt werden. M. Dubois und P. Bergé haben in einer Reihe von Arbeiten /40-44/ für überkritische Konvektionszustände das Vorhandensein von höheren Moden als Folge nichtlinearer Strömungsvorgänge experimentell nachgewiesen. In früheren, weniger subtilen Experimenten konnte nur der Grundmode, dessen Amplitude bei steigender Rayleigh-Zahl i.a. dominant bleibt, beobachtet werden.

Es liegt die Vermutung nahe, daß es experimentell gelingen könnte, durch dissipative Dämpfung des Grundmode die höheren Moden stärker zu induzieren bis ihre Amplituden schließlich größer als die des Grundmodes werden. Einen ersten Eindruck von derartigen Konvektionsphänomenen in quaderförmigen schlanken Behältern bekommt man sowohl von den Arbeiten von Lyubimov et al. /47/ und Putin und Tkacheva /48/ als auch von Horne und O'Sullivan /49/ und Caltagirone /50/.

Eine mögliche experimentelle Realisierung von höheren Moden und deren zeitliches Verhalten in Zylindergeometrien wurde von Heitz und Westwater /51/ sowie von Olson und Rosenberger /52/ angedeutet. Über ähnliche Strukturen in einem Thermosyphon wurde von Bayley und Lock /53/, Japikse und Winter /54/, Japikse /55/ berichtet.

### 1.3 Physikalische Grundlagen, mathematische Modelle, Definitionen

#### 1.3.1 Freie Konvektion in Flüssigkeiten - das Bénard-Problem

##### 1.3.1.1 Bilanzgleichungen

Zur mathematischen Beschreibung der freien Konvektion werden die Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Energie herangezogen. Dabei werden i.a. zusätzlich folgende Vereinbarungen für das zu betrachtende Fluid getroffen:

1. inkompressibles Newton'sches Medium;
2. Druck- und temperaturunabhängige Stoffwerte ( $k, c_p, \alpha$  sind konstant);
3. Boussinesq-Approximation: die Dichte ist konstant mit Ausnahme des Auftriebsterms. In diesem gilt  $\rho(T) = \rho_0(1 - \alpha(T - T_1))$ ;
4. Stoffwerte werden bei der mittleren Temperatur bestimmt;
5. innere Wärmequellen, Dissipation durch Reibung und Wärmestrahlung werden vernachlässigt.

Mit der Einführung dieser vereinfachenden Voraussetzungen und mit charakteristischen dimensionslosen Skalierungsfaktoren  $h, h^2/\kappa, T_0 - T_1, \kappa/h, \rho \cdot \nu \cdot \kappa/h^2$  für Länge, Zeit, Temperatur, Geschwindigkeit und Druck erhält man die folgenden sogenannten Boussinesqgleichungen:

$$\nabla \vec{V} = 0 ,$$

$$\text{Pr}^{-1} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \right) \vec{V} = -\nabla p + (\nabla \cdot \nabla) \vec{V} + \text{Ra} \cdot T \cdot \vec{e}_z , \quad (1.1)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \right) T = \nabla(\nabla T) .$$

In diesen Gleichungen bedeuten  $T$  und  $p$  die Abweichungen (Störgrößen) von mittleren, den vorkonvektiven Wärmeleitungszustand beschreibenden Werten der Temperatur und des Druckes. Das physikalische Problem wird nun durch zwei dimensionslose Parameter, die Rayleigh-Zahl und die Prandtl-Zahl

$$\text{Ra} = \frac{\alpha \cdot g \cdot h^3 \cdot (T_0 - T_1)}{\kappa \cdot \nu} , \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\kappa} \quad (1.2)$$

charakterisiert. Die Rayleigh-Zahl kann als das Verhältnis der Leistung der Auftriebskräfte zur Leistung dissipativer Effekte wie Reibung und Wärmeleitung interpretiert werden. Die Prandtl-Zahl kann als Verhältnis von konvektivem Impuls- zu konvektivem Energietransport angesehen werden. Sie charakterisiert das Material der Flüssigkeit.

Wenn man sich nun für den Beginn der Konvektion interessiert, also die Bedingung dafür, daß der Zustand der Wärmeleitung in der Flüssigkeitsschicht instabil wird gegenüber Temperatur- und Bewegungsstörungen, dann können in den Grundgleichungen die konvektiven Terme vernachlässigt werden. Der Grenzzustand der Stabilität ist zudem durch das Verschwinden der Zeitableitungen definiert. Das verbleibende lineare Gleichungssystem bildet zusammen mit geeigneten Randbedingungen ein Eigenwertproblem für diese Fragestellung. Die Randbedingungen zu diesem Problem werden im nächsten Kapitel besprochen. Dieses Eigenwertproblem läßt verschiedene Lösungen zu, sogenannte Eigenlösungen, die weiterhin als Moden bezeichnet werden sollen. Der Begriff der Moden wurde bereits in Kapitel 1.2 angesprochen. Sie charakterisieren stationäre Strömungszustände komplexer Art, die ihr Analogon etwa in den verschiedenen Schwingungszuständen einer eingespannten Saite finden.

### 1.3.1.2 Randbedingungen

Zur Beschreibung des physikalischen Problems sind geeignete Bedingungen für die Temperatur und die Geschwindigkeit an den Begrenzungsflächen des Fluids vorzuschreiben. An festen Wänden gilt die Haftbedingung für das Strömungsfeld mit

$$\vec{v} = 0 . \quad (1.3)$$

Für die Temperatur gibt es die mathematischen, d.h. idealen, Randbedingungen adiabat und isotherm. Eine adiabate Wand ist gekennzeichnet von einem verschwindenden Wärmestrom von der Flüssigkeit in die Wand. Die Bedingung der Störtemperatur lautet hier

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 . \quad (1.4)$$

Die Randbedingung für ein Wandmaterial mit unendlich guter Wärmeleitfähigkeit, d.h. für perfekt wärmeleitende Ränder, lautet

$$T = 0 . \quad (1.5)$$

Im Experiment ist die Wand weder adiabat noch perfekt wärmeleitend. In erster Näherung läßt sich dieser Sachverhalt durch vereinfachte Modelle annähern (vergl. Bird, Stewart, Lightfoot /56/, § 9.7) aus einer thermischen Energiebilanz einer infinitesimal kleinen Fläche tangential zur Wandoberfläche. Unter der Voraussetzung, daß die Dicke der Wände klein ist gegenüber der räumlichen Querausdehnung erhält man für eine infinitesimal kleine Fläche tangential zur Wandoberfläche die Wärmebilanz der Grenzfläche /57/

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_w = B \cdot \nabla^2 T \quad (1.6)$$

mit dem Laplaceoperator  $\nabla^2 = (\partial_{xx} + \partial_{zz})$  und  $B = (k_w/k_f)(Y-d)/4d$ . Hierin bedeutet  $Y$  die Summe von Spaltbreite  $d$  und Dicke der den Behälter begrenzenden Seitenwänden wie in Abb. 1.4 definiert.

Aus diesen Beziehungen ist ersichtlich, daß die adiabate Randbedingung durch  $B \rightarrow 0$  und die perfekt wärmeleitende Randbedingung durch  $B \rightarrow \infty$  erzeugt werden kann. Experimentell kann man diese

Randbedingungen durch eine geeignete Auswahl der Fluid-Wand-Materialpaarung annähern. Ein hohes Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten von Wand und Fluid erzeugt Bedingungen, welche der isothermen Randbedingung am nächsten kommen. Die geometrischen Längenverhältnisse müssen dabei jedoch so ausgewählt werden, daß das zweidimensionale Wärmeleitungsmodell für die Wand näherungsweise erhalten bleibt.

Zur Verdeutlichung der thermischen Eigenschaften der verwendeten Materialpaarungen sind die Verhältnisse von Wärmeleitung, Wärmekapazität und Wärmeeindringkoeffizient in Abb. 1.2 zusammengestellt. Der Wärmeeindringkoeffizient folgt aus der Gleichung der Wärmeübertragung durch instationäre Wärmeleitung für kurze Zeiten, also  $t \rightarrow 0$  /58/:

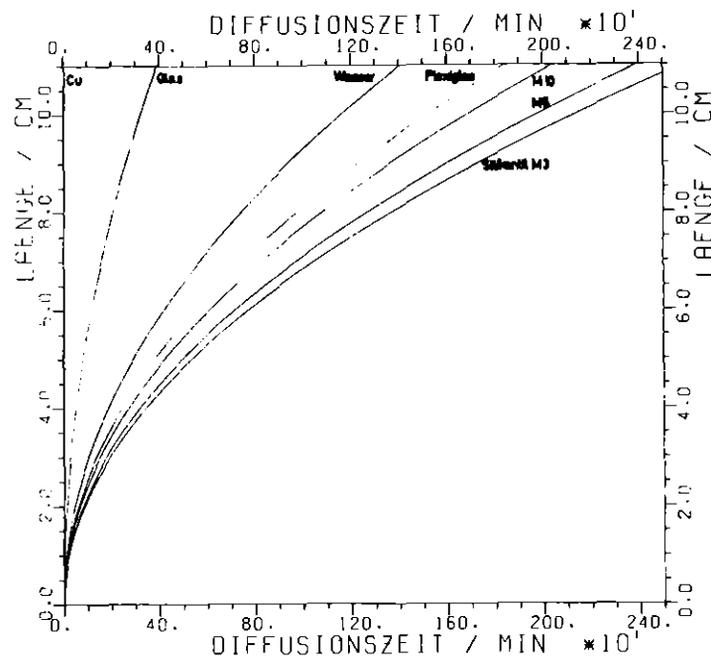
$$(1.7)$$

Betrachtet man die für Temperaturänderungen wichtige Temperaturdiffusionszeiten, z.B.  $h^2/\kappa$  (Abb. 1.3) für verschiedene Materialien und Eindringtiefen, so erhält man einen Eindruck über real mögliche Annäherungen von den mathematischen Randbedingungen "adiabat" und "perfekt wärmeleitend". Die Ordinate entspricht der Randbedingung "perfekt wärmeleitend" und kann sehr gut mit Kupfer erzeugt werden.

Stoff	Cu	Glas BK7	Plexiglas	Wasser	M3	M 10
$k$ [W/mK]	384	1.113	0.19	0.598	0.105	0.139
$\rho c_p \cdot 10^6$ [Ws/m <sup>3</sup> K]	3.416	2.151	1.73	4.174	1.341	1.411
$\sqrt{k \rho c_p} \cdot 10^{-3}$ [Ws/m <sup>4</sup> K <sup>2</sup> ] <sup>1/2</sup>	36.22	1.547	0.574	1.580	0.374	0.444

Stoff-paarung	Cu	Kristallglas /		M3	M 10	Plexiglas /	
		Plexiglas	Wasser			Wasser	M3
$k$	345	5.858	1.86	10.60	7.973	0.318	1.810
$\rho c$	1.588	1.240	0.515	1.604	1.524	0.416	1.294
$\sqrt{k \rho c}$	23.413	2.695	0.979	4.136	3.484	0.363	1.535

Abb. 1.2: Vergleich von thermodynamischen Werten - Wärmeleitfähigkeit  $k$ , Wärmekapazität  $\rho c_p$  und Wärmeeindringkoeffizient  $(k \rho c_p)^{1/2}$  der verwendeten Materialien und Materialpaarungen.



**Abb. 1.3:** Temperaturdiffusionszeiten verschiedener Materialien für Eindringtiefe bis zu 110 mm

Die Abszisse entspricht der Randbedingung "adiabat". Für die vorliegenden Untersuchungen konnte kein Material und keine Materialpaarung gefunden werden, welches die adiabate Randbedingung gut annähert. Der beste experimentelle Kompromiß ist mit der Materialpaarung Plexiglas-Wasser erzielt worden.

### 1.3.2 Freie Konvektion in porösen Stoffen

Eine Berücksichtigung anderer aber ähnlicher Voraussetzungen ermöglicht es, die Boussinesq-Gleichungen für Strömungen in porösen Materialien herzuleiten. Die Vereinbarungen und Voraussetzungen sind:

1. Wir betrachten ein inkompressibles Newton'sches Fluid;
2. die Stoffwerte der flüssigkeitsgefüllten Matrix sind druck- und temperaturunabhängig;
3. die Stoffwerte werden bei der mittleren Temperatur bestimmt;
4. das poröse Material ist homogen, isotrop, dispersionsfrei;

5. die Boussinesq-Approximation gilt;
6. es gilt das Gesetz von Darcy /10/;
7. wir betrachten eine durch die Porosität charakterisierte mittlere Wärmekapazität  
 $(\rho c_p)^* = (\rho c_p)_s \cdot (1 - \epsilon) + (\rho c_p)_f \cdot \epsilon;$
8. eine mittlere Wärmeleitfähigkeit  $k^*$  wird experimentell oder durch ein theoretisches Modell bestimmt;
9. Wärmequellen, Dissipation und Wärmestrahlung werden vernachlässigt.

Mit  $h$ ,  $(\rho \cdot c_p)^* h^2 / k^*$ ,  $k^* / h(\rho \cdot c_p)_f$ ,  $\Delta T$ ,  $\rho \cdot v \cdot k^* / (\rho \cdot c_p)_f \cdot K$  als Skalierungsfaktoren für Länge, Zeit, Geschwindigkeit, Temperatur und Druck erhält man die folgenden dimensionslosen Gleichungen (vgl. Caltagirone /50/):

$$\begin{aligned} \nabla \vec{c} &= 0, \\ (\epsilon \cdot Pr \cdot F)^{-1} \cdot M \cdot \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} &= -\nabla p - \vec{c} + Ra \cdot T \cdot \vec{e}_z, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{c} \cdot \nabla\right) T &= \nabla(\nabla T). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Hier ist  $\vec{c}$  die Sickergeschwindigkeit im porösen Material. Sie ist mit der lokalen Geschwindigkeit über die Beziehung  $\vec{c} = \epsilon \vec{v}$  verknüpft. Die in den Gleichungen auftretenden Kennzahlen sind wie folgt definiert /50/:

$$\begin{aligned} Ra &= \frac{g \cdot \alpha \cdot (\rho \cdot c_p)_f \cdot \Delta T \cdot h \cdot K}{v \cdot k^*}, & Pr &= \frac{v \cdot (\rho \cdot c_p)_f}{k^*}, \\ M &= \frac{(\rho \cdot c_p)_f}{(\rho \cdot c_p)^*}, & F &= \frac{h^2}{K}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß die hier auftretende modifizierte Rayleigh-Zahl im Vergleich zum klassischen Bénard-Fall nur proportional zur Schichthöhe  $h$  selbst ist.

Zur Festlegung der Permeabilitätskonstante  $K$  und der Wärmeleitfähigkeit  $k^*$  für poröse Stoffe bieten sich im Prinzip zwei Möglichkeiten an: a) theoretische Modelle und b) Messungen.

Die Theorie der porösen Materialien stellt mehrere Modelle zur Festlegung der Wärmeleitfähigkeit  $k^*$  durch poröse Stoffe bereit. Eine Zusammenstellung dieser Modelle ist bei Bories /2/ und Bear /10/ zu finden. Die Permeabilität wird mit dem Gesetz von Blake-Kozeny /10, 56/ festgelegt.

Eines der Wärmeleitfähigkeitsmodelle, das Parallel-Modell, beschreibt den Wärmefluß

$$\dot{q} = k^* \cdot \nabla T \quad (1.10)$$

längs paralleler Lamellen. Für dieses Modell ist die Wärmeleitfähigkeit durch

$$k^* = \varepsilon \cdot k_f + (1 - \varepsilon) \cdot k_s \quad (1.11)$$

gegeben. Dieses Modell wird hier aufgeführt, weil es für den Wärmefluß in engen Spalten mit seitlichen, wärmeleitenden Scheiben relevant ist.

Als Randbedingung für die Geschwindigkeit kann sachgemäß bei undurchlässiger Berandung, i. a. das Verschwinden der Normalkomponente der Sickergeschwindigkeit  $\vec{c}$  gefordert werden. Die verschiedenen Möglichkeiten für die Randbedingungen der Temperatur bleiben im Vergleich zur freien Konvektionsströmung in reinen Fluiden unverändert.

### 1.3.3 Freie Konvektion im Hele-Shaw Behälter

Die Bewegungsgleichung für Strömungen zwischen zwei parallelen, ebenen Wänden, die einen kleinen Abstand  $d$  haben, können aus den Navier-Stokes-Gleichungen für zähe inkompressible Strömungen hergeleitet werden (vgl. Lamb /9/, Berker /11/). Mit einer geeigneten Definition der Permeabilität ist die Analogie zwischen der Hele-Shaw-Strömung und dem Darcy-Gesetz unmittelbar ersichtlich. Die entsprechenden Beziehungen sind im folgenden zusammengestellt:

Darcy-Gesetz der Sickergeschwindigkeit:

$$\vec{c} = - \frac{K}{\mu} (\nabla p - \rho \cdot \vec{g}) . \quad (1.12)$$

Bewegungsgleichung für die Hele-Shaw-Strömung:

$$\vec{v} = - \frac{d^2}{12\mu} (\nabla p - \rho \cdot \vec{g}) . \quad (1.13)$$

Die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  entspricht hier der über den Spalt gemittelten Strömungsgeschwindigkeit. Um von vergleichbaren Volumenströmen ausgehen zu können, setzt man zweckmäßig

$$\vec{v} = \frac{1}{\epsilon} \vec{c} \quad \text{mit} \quad \epsilon = \frac{d}{Y} . \quad (1.14)$$

Hieraus folgt die Definition der Permeabilität für den Hele-Shaw-Behälter

$$K \cong \frac{d^2}{12} \cdot \frac{d}{Y} . \quad (1.15)$$

Anschaulich kann eine Parallelanordnung von Hele-Shaw-Zellen (Abb. 1.4) als physikalisches und mathematisches Analogon zu einem anisotropen porösen Medium betrachtet werden (Kvernold, Tyvand /4/).

Während die Anwendbarkeit der hydraulischen Analogie auf isotherme Strömungen als weitgehend gesichert gilt, gibt es offene Fragen für den Fall, daß Temperaturfelder auf die Strömung einwirken.

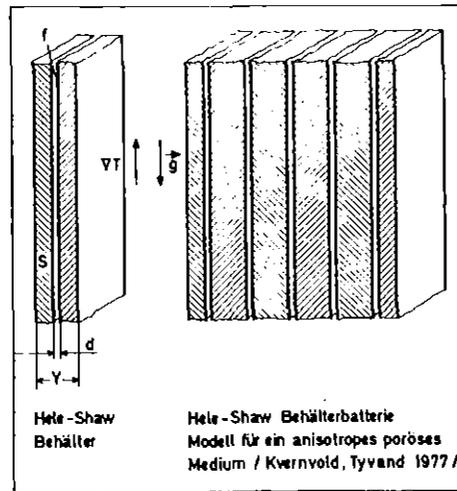


Abb. 1.4: Parallelanordnung von Hele-Shaw-Zellen als Analogon zum porösen Medium /4/.

Hartline und Lister /3/ haben das obige Modell zur Definition der dimensionslosen Kennzahlen für die freie Konvektion in einer Hele-Shaw-Zelle benutzt. In Abb. 1.5 sind deren Definitionen zum Vergleich mit denen von anderen Autoren zusammengestellt. Hierin spiegeln sich die unterschiedlichen, widersprüchlichen Auffassungen der Experimentatoren wieder. Allgemein geht in diesen Modellen die Höhe  $h$  der Meßkammer nur linear in die Rayleigh-Zahl ein. Für die noch fehlende Längendimension wird die Permeabilität und die Porosität modellmäßig in die Kennzahl aufgenommen. Hartline und

Elder 1967	Horne, O'Sullivan 1974	Hartline, Lister 1977
$\kappa^* = \frac{k^*}{(\rho c)_f}$	$\kappa^* = \frac{k^*}{(\rho c)^*}$	$\kappa^* = \frac{k_f \epsilon + k_s (1-\epsilon)}{(\rho c)_f}$
$K = \frac{d^2}{12}$	$K \hat{=} \text{Permeabilität}$	$K = \frac{d^2}{12}$
	$\Gamma = \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*}$	$\epsilon = \frac{d}{Y}$
$Ra = \frac{\alpha g \Delta T h}{\kappa^* \nu} \cdot K$	$Ra = \frac{\alpha g \Delta T h}{\kappa^* \nu} \cdot K \cdot \Gamma$	$Ra = \frac{\alpha g \Delta T h}{\kappa^* \nu} \cdot K \cdot \epsilon$
$Ra_c = 4\pi^2$		

Abb. 1.5: Definitionen der Rayleigh-Zahl zur Anpassung der Ergebnisse der Hele-Shaw Konvektion an die Konvektion in porösen Schichten /1, 3, 16/.

Lister benutzen zur Darstellung der Temperaturleitzahl  $\kappa^*$  das oben erwähnte Parallelmodell. Andere  $\kappa^*$ -Modelle wurden von Elder /1/ und Horne und O'Sullivan /16/ benutzt. Letztere Autoren führten zusätzlich das Verhältnis der Wärmekapazitäten  $\Gamma$  von Fluid und porösem System ein, ohne näher auf die Definition der Permeabilität einzugehen.

Die Werte der kritischen Rayleigh-Zahlen sind im Falle der Bénard-Konvektion nicht einheitlich. Sie betragen je nach Randbedingung "frei-frei" und "fest-fest" an der unteren und oberen Flüssigkeitsschicht  $Ra_c = 658$  bzw.  $Ra_c = 1708$ . Im Falle der Konvektionsströmung in porösen Medien hat die kritische Rayleigh-Zahl im Rahmen der Darcy-Beziehung den einheitlichen Wert  $Ra_c = 4 \pi^2$ .

Es ist zu vermuten, daß die verschiedenen Autoren /1, 3, 16/ die unterschiedlichen Definitionen für die Rayleigh-Zahl benutzt haben, um ihre experimentellen Ergebnisse mit dem von der Theorie der Konvektion in porösen Schichten her gegebenen Wert von  $Ra_c = 4 \pi^2$  in Einklang zu bringen.

Es ist eines der Anliegen dieser Arbeit, die Frage zu klären, inwieweit die vereinfachten Gesetzmäßigkeiten für poröse Medien die thermischen Vorgänge in einem Hele-Shaw-Behälter beschreiben können.

## 2. Experimenteller Aufbau und Meßtechnik

*"Ein Gelehrter in seinem Laboratorium ist nicht nur ein Techniker; er steht auch vor den Naturvorgängen wie ein Kind vor der Märchenwelt."*

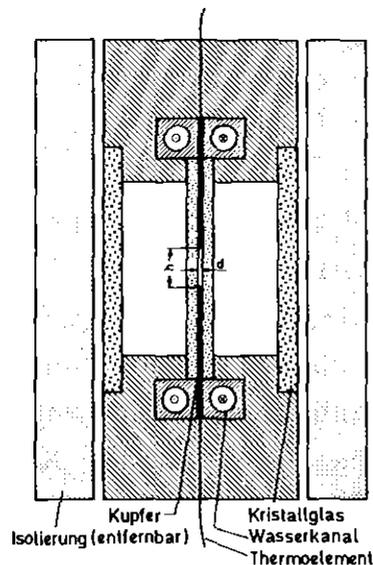
*Marie Curie, Madrid 1933, "Zukunft unserer Kultur".*

### 2.1 Aufbau der Meßkammern

Der experimentelle Aufbau ist weitgehend auf eine Visualisierung der Konvektionsvorgänge und auf den Einsatz interferometrischer Meßverfahren ausgerichtet. Die Deutung der Interferogramme ist besonders einfach, wenn man davon ausgehen kann, daß die Strömungsvorgänge nur zweidimensional sind und die Temperaturfelder mindestens bzgl. einer Raumkoordinate besonders einfach aufgebaut sind. Stork und Müller /59/ haben gezeigt, daß sich die Konvektionsrollen in einem rechteckigen Behälter immer parallel zu der kürzeren Berandung orientieren und bestätigen damit die Theorie von Davis /60/. Von Elder /1/ ist das Ausrichten der Konvektionsrollen im engen Spalt senkrecht zu den planparallelen Platten belegt worden, so daß die Annahme zweidimensionaler Strömungsvorgänge in Hele-Shaw-Meßkammern gerechtfertigt ist.

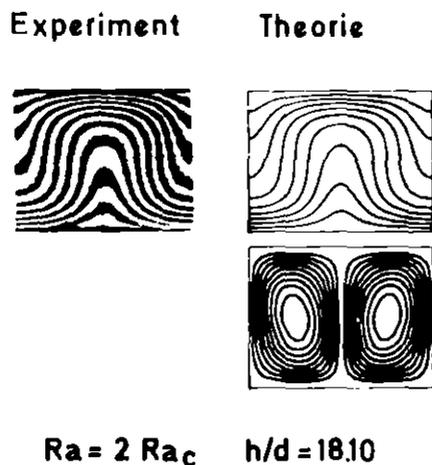
#### 2.1.1 Der unendliche Hele-Shaw Behälter $h/b \ll 1$

Ein Querschnitt durch die verwendete Meßkammer ist in Abb. 2.1 dargestellt. Zwei 430 mm lange Kupferbleche der Dicke  $d$  sind in einem Abstand  $h$  angebracht und längsseitig durch zwei parallele Platten aus transparentem Material, Glas oder Plexiglas, abgeschlossen. Im Gegenstrom durchströmte Wasserkanäle prägen oben und unten die thermischen Randbedingungen auf. Die Meßkammer wird unten beheizt und oben gekühlt. Oben, unten und stirnseitig ist die Meßkammer thermisch durch massives, schlecht wärmeleitendes PVC isoliert. Im Abstand von 34 mm werden zwei weitere 4 mm starke Kristallglasfenster im optischen Lichtweg angebracht, welche den störenden Einfluß der Luftbewegung im klimatisierten Raum verringern. Zwischen den Interferogrammaufnahmen werden die Fenster durch Isolationsschaumstoff abgedeckt.



**Abb. 2.1:** Hele-Shaw-Meßkammer  $h/b \ll 1$ .

Die zur Bestimmung der Rayleigh-Zahl benötigte Temperaturdifferenz  $T_0 - T_1$  wird zwischen der oberen und unteren Kupfer-Fluidgrenze ermittelt. Ein weiteres Thermoelement registriert die obere Temperatur  $T_1$  gegenüber dem Eispunkt. Ein typisches Interferogramm der Konvektion im wassergefüllten ( $Pr = 6,3$ ) Plexiglasbehälter  $h/d = 18,1$ ,  $Y/d = 13/1$  der Wellenzahl  $\alpha = 4,8$  ist bei zweifach überkritischer Rayleigh-Zahl in Abb. 2.2 dargestellt. Visualisiert sind, integral über den Fluidspalt und die Plexiglaswände (vgl. Kap. 2.2.3), Linien gleicher Temperatur. Zum Vergleich sind die von Frick /27/ gerechneten Isothermen in einer Fluidschicht  $h/d = 18,1$  mit adiabata-



**Abb. 2.2:** Interferogramm einer Konvektionsströmung im wassergefüllten Plexiglasbehälter ( $Pr = 6,3$ ,  $Y/d = 13/1$ ,  $\alpha = 4,8$ ) im Vergleich mit einem numerisch /27/ ermittelten Isothermen- und Stromlinienfeld.

ten Randbedingungen abgebildet. Die dazugehörigen gerechneten Stromlinien verdeutlichen den Zusammenhang zwischen den Konvektionswalzen und dem Temperaturfeld.

Zur Messung von Temperaturschwankungen in der Flüssigkeit werden zusätzlich zwei weitere Thermoelementpaare eingesetzt. Ein Fühler ragt etwa 3 mm in die Flüssigkeit, dessen Vergleichsstelle ist die auf der gleichen vertikalen Achse liegende untere Randtemperatur  $T_0$ . Ein zweites, gleich angelegtes Thermoelementenpaar ist im Abstand von 60 mm angebracht, so daß der Meßstellenabstand etwas kleiner als  $h = 70$  mm ist und damit kleiner als der Konvektionsrollendurchmesser bei der kritischen Wellenzahl.

Als Testflüssigkeit dienten destilliertes Wasser und verschiedene Silikonöle. Die Stoffdaten der Flüssigkeiten und der verwendeten Wandmaterialien sind im Anhang Tab. A1 zusammengestellt, die Behälterabmessungen sind in Abb. 3.4 aufgeführt.

### 2.1.2 Der endliche Hele-Shaw Behälter $h/b > 1$

Der endliche Behälter besteht aus einem 3,2 mm starken Kupferblech, in welches Öffnungen mit  $A = h/d = 22,3$  und  $1,7 < h/b < 14$  eingearbeitet wurden und seitlich durch zwei 12 mm dicke Glasfenster abgedeckt ist. Der am ausführlichsten untersuchte Behälter  $h/b/d = 3,5/1/0,16$  ist in Abb. 2.3 skizziert.

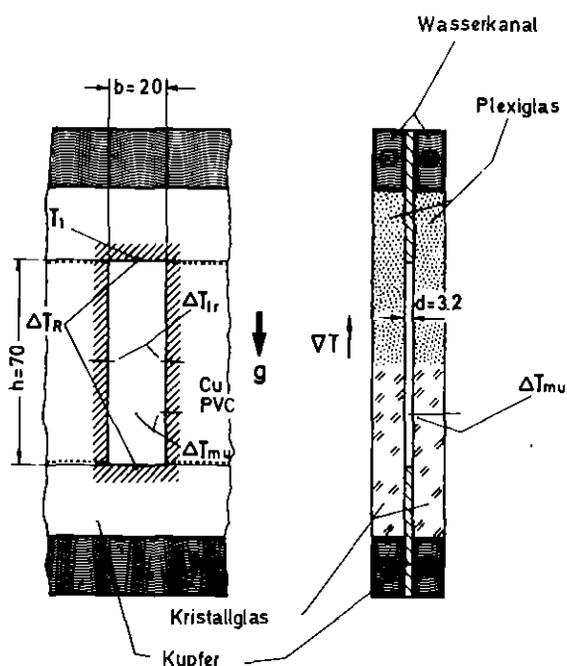


Abb. 2.3: Hele-Shaw-Meßkammer  $h/b = 3,5$

Zwei weitere Glasfenster verringern den störenden Einfluß der Luftbewegung aus dem Raum. Zur Untersuchung von zeitabhängigen Strömungen werden in den Behältern mit  $h/b = 3,5$  Thermoelemente ( $\Delta T_{l-r}$  und  $\Delta T_{m-u}$ ) mit einem Durchmesser von 0,25 mm von den Kupferstege und durch die Fenster in die Meßkammer geführt. Deren Positionen sind so ausgewählt, daß sie das maximale Signal-zu-Rausch-Verhältnis der einzelnen Strömungsmoden aufzeichnen. Bei diesen Versuchen werden die zweiten Schutzgläser ersetzt durch Plexiglasfenster mit Aussparungen im optischen Lichtweg des Interferometers. Diese Aussparungen werden zwischen den Interferogrammaufnahmen abgedeckt.

Angenähert adiabate Randbedingungen für die seitlichen Berandungen sind in einem Behälter mit  $h/b/d = 3,5/1/0,15$  realisiert. Die 3,07 mm dicken Stege sind in diesem Fall aus schlecht wärmeleitendem PVC hergestellt. Seitlich ist dieser Behälter mit 12 mm dickem, schlecht wärmeleitendem Plexiglas abgeschlossen. Gegen thermische Störungen aus der Umgebung ist die Meßkammer mit 12 mm dicken Kristallfenstern geschützt. Zwischen den Interferogrammaufnahmen werden die Fenster mit Isolierschaumstoff abgedeckt.

Im Gegenstrom durchströmte Wasserkanäle prägen an den oberen und unteren Kupferrändern die thermischen Randbedingungen auf. Die Meßkammern werden stets von unten beheizt. Als Testflüssigkeit dient Silikonöl M3 mit der Prandtl-Zahl  $Pr \approx 37$ .

Die Temperaturdifferenz zwischen den oberen und unteren, an die Versuchsflüssigkeit angrenzenden Kupferblechen sowie die obere Temperatur gegen den Eispunkt werden zur Bestimmung der Rayleigh-Zahl gemessen. In Höhe  $h/2$  werden von beiden Seiten 0,25 mm dicke Thermoelemente ca. 3 mm in die Flüssigkeit eingeführt. Das Temperaturdifferenzsignal beider Meßstellen wird nach Frequenzen analysiert.

## 2.2 Meßtechnik

### 2.2.1 Datenerfassung

Für alle Temperaturmessungen werden Ni-CrNi-Stahl Mantelthermo-  
elemente der Bauart TI mit Durchmessern von 0,5 mm bzw. 0,25 mm  
verwendet. Die 0,25 mm Thermoelemente werden für lokale Messungen  
in der Strömung benutzt. Die obere Randtemperatur  $T_1$  und die Tem-  
peraturdifferenz zwischen dem oberen und unteren Rand werden mit  
0,5 mm Thermoelementen gemessen.

Die an einem weitgehend störungsfreien Stromnetz angeschlossene  
Meßelektronik, Abb. 2.4, ermöglicht ein hohes Signal-Rausch-Ver-  
hältnis. Mit einer hochgenauen variablen Verstärkung und einer  
hochohmigen Gleichspannungsunterdrückung werden die zeitabhängigen  
Signale dem Arbeitsbereich des Magnetbandgerätes angepaßt.

Aktive Tiefpaßfilter mit einer Grenzfrequenz von 10 Hz entfernen  
nichtmeßbare höher frequente Störsignale. Bei TI-Ni-CrNi-Thermoele-  
menten liegt der 3 dB Punkt bei 13 Hz bzw. 6,5 Hz für Durchmesser  
von 0,34 mm bzw. 0,5 mm /61/. Die höchsten auftretenden Frequenzen  
bzw. Harmonischen liegen in Bereichen unterhalb 0,5 Hz, d. h. im  
Übertragungsbereich der verwendeten Thermoelemente.

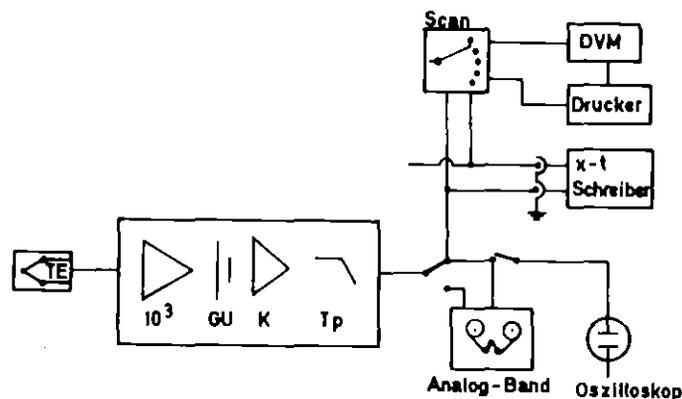


Abb. 2.4: Datenerfassung, Meßkette  
TE: Thermoelement;  $10^3$ , (K): Verstärkungsfaktoren  
GU: Gleichspannungsunterdrückung  
Tp: Tiefpaßfilter; DVM: Digitalvoltmeter

Die auf Magnetband gespeicherten Temperaturzeitsignale werden mit einem erweiterten Programm von Alsmeyer /62/ auf einer PDP-11/40 digitalisiert und auf Magnetplatte gespeichert. Bei einer Anzahl von  $2N = 4096$  oder  $2N = 8192$  Werten werden die Abtastzeiten zwischen 0,5 und 3,2 sec. variiert, so daß der Wert der höchsten Frequenz oder deren Harmonischen kleiner als die Nyquist-Frequenz ist.

### 2.2.2 Frequenzanalyse

Optisch können die in der Strömung vorhandenen Oszillationen nur nach ihrer Grundfrequenz ausgewertet werden. Die Zeitreihenanalyse /63-69/ ermöglicht, aus einer einzigen ergodischen Zeitreihe mit größtmöglicher Auflösung auf den Informationsgehalt des ganzen Prozesses zu schließen. Für diese Untersuchungen wurde ein schnelles Fourier-Programm auf der Basis eines von Burkhardt /70/ weiterentwickelten Cooley-Tukey FFT-Algorithmus erstellt.

Bei einer endlichen Meßdauer  $t_g$  ist die Zeitreihe stets nur ein begrenzter Ausschnitt aus einer Signalfunktion. Eine eventuelle, physikalisch nicht sinnvolle, tieffrequente Änderung, z. B. Drift, wird mit einem Polynom ersten Grades mit der Methode der kleinsten Quadrate beseitigt.

Der endliche Zeitabschnitt  $t_g$  bedeutet eine Diskontinuität in der Zeitebene und führt in der Frequenzebene zu Seitenbänder hoher Amplitude. Um diese Leckage zu verringern, wird ein Zeitebenenfenster mit schwächerer Seitenbandcharakteristik, die Hannig Funktion

$$x(t) = 1/2 \cdot (1 - \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{t_g}) \quad 0 \leq t \leq t_g \quad (2.1)$$

auf die Zeitreihe angewendet.

Um Faltungsfehler zu vermeiden, filtern zwei in Reihe geschaltete digitale rekursive Tiefpaßfilter mit der Charakteristik

$$y(j) = (1 - a) \cdot x(j) + a \cdot y(j - 1), \quad a = \exp\left(-\frac{\Delta t}{RC}\right) \quad (2.2)$$

alle Frequenzen heraus, die größer als die Nyquistfrequenz sind. Anschließend werden die Fourierkomponenten

$$X(j) = \sum_{j=0}^{N-1} x(j) \cdot \exp\left[-i\frac{2\pi kj}{N}\right] \quad (2.3)$$

der  $2N$ -Wertefunktion mit einem  $N$ -Wert Fourieranalyseverfahren berechnet und auf die Fourierkomponenten  $Y(f)$  der  $2N$  Wertefunktion zurücktransformiert.

Hieraus wird der nicht geglättete Schätzwert des Energiespektrums

$$\tilde{S}(f) = \frac{\Delta t}{N} |Y(f)|^2 \quad (2.4)$$

berechnet. Die Auflösung beträgt  $Be = (N \cdot \Delta t)^{-1} = t_g^{-1}$  mit einem Standardfehler von  $\varepsilon_0 = (Be \cdot t_g)^{-1/2} = 1,0$  (vgl. Einzelheiten unter /63, 68/).

Die einzelnen Frequenzen werden nach einer Gleichung

$$f = m_1 \cdot f_1 + m_2 \cdot f_2 \quad (2.5)$$

mit den ganzzahligen charakteristischen Vorfaktoren  $(m_1, m_2)$  aufgelöst.

In dieser Arbeit definieren wir als Schwebung einen Zustand, bei dem für mindestens zwei Frequenzen  $f_1, f_2$

$$\Delta f = f_2 - f_1 \quad \text{mit } m_1 \cdot \Delta f \neq f_1 \quad \text{und} \quad m_2 \cdot \Delta f \neq f_2 \quad (2.6)$$

gilt. Kopplung zwischen den beiden Frequenzen besteht, wenn

$$f_L = \Delta f = f_2 - f_1 \quad \text{mit } m_1 \cdot f_L = f_1 \quad \text{und} \quad m_2 \cdot f_L = f_2 \quad (2.7)$$

gilt. Die weiteren verwendeten Begriffe sind in Abb. 2.5 definiert (vgl. Bendat , Piersol /63/).

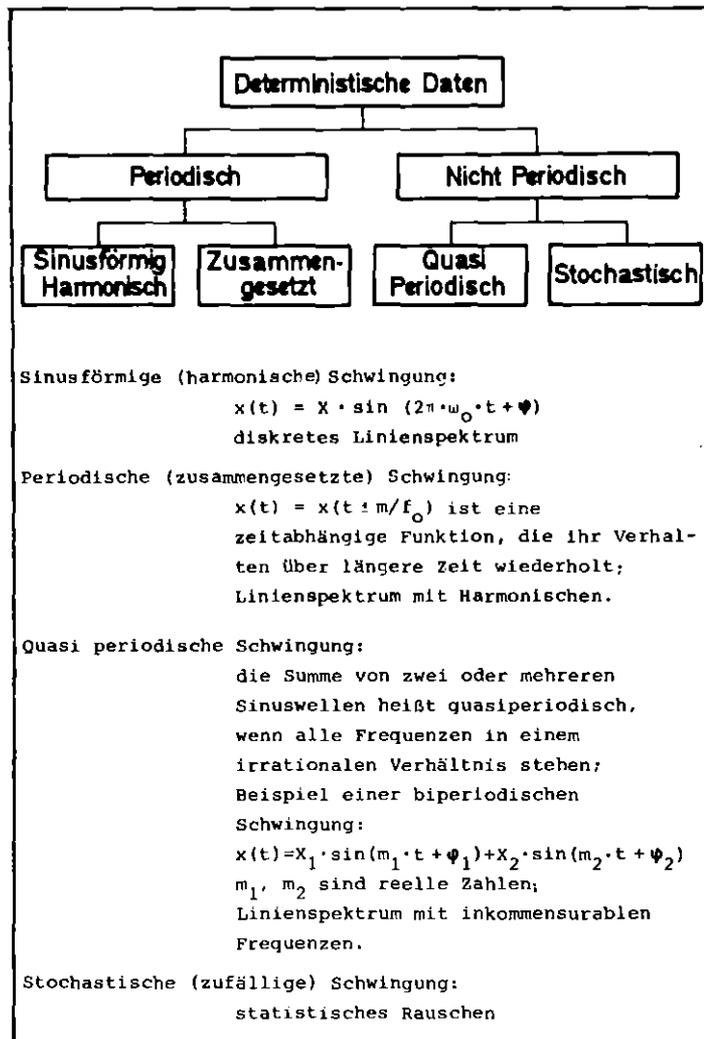


Abb. 2.5: Definition von Begriffen aus der Zeitreihenanalyse /63/.

### 2.2.3 Optische Meßtechnik

Dichte-, Temperatur-, Druck- und Konzentrationsfelder können in transparenten Medien mit optischen Interferometern berührungslos und trägheitsfrei gemessen werden. Betrachtet man eine zweidimensionale, durch die oben beschriebenen physikalischen Ursachen ausgelöste Strömung, so beschreibt das Interferogramm ein Feld von Isolinien der ausgeleuchteten Meßgeometrie.

Für die vorliegende Problemstellung wurde ein holographisches Echtzeitinterferometer aufgebaut. Die technischen Probleme beim Aufbau des Interferometers und die Praxis der Holographie sind in /71/ ausführlich dokumentiert.

### 2.2.3.1 Holographische Interferenztechnik

Aus der von Gabor /72/ entwickelten Methode der Holographie entwickelten Leith und Upatnieks /73/ die Durchlichtholographie von Phasenobjekten. Die Holographie wurde praktisch erst durch den Laser anwendungsreif. Sie ermöglicht das dreidimensionale Wellenfeld eines räumlichen Bildes auf zweidimensionale Fotoplatten zu speichern und zu einem späteren Zeitpunkt als dreidimensionales Wellenfeld zu rekonstruieren und zu untersuchen.

Die Theorie der Holographie ist sehr umfangreich, so daß für ein eingehendes Studium auf die Literatur /74-85/ verwiesen werden muß.

### 2.2.3.2 Verfahren der Holographie

Die folgenden Gedanken zur Fotografie und Holographie beruhen auf den elektromagnetischen Eigenschaften des Lichtes.

In der Fotografie wird von der dreidimensionalen Information des vom Aufnahmeobjekt kommenden Lichtes, bestehend aus Amplitude und Phase, allein die Amplitudeninformation gespeichert. Der Verlust der Phaseninformation beruht auf der Gegebenheit, daß fotografische Emulsionen nur die Amplitudeninformation der auftretenden Lichtwelle als Funktion der Schwärzung registrieren können. Deshalb sind mit der Fotografie nur zweidimensionale Bildregistrierungen möglich. Die Speicherung der Phaseninformation wird erst möglich unter Benutzung **der Interferenz**.

Die Techniken der Aufnahme und der Wiedergabe eines Hologramms sind in Abb. 2.6 dargestellt. Das kohärente Laserlicht wird mit einem Strahlteiler amplitudenmäßig in eine Objektwelle und eine Bezugswelle geteilt. Durch Überlagerung dieser beiden Lichtwellen erzeugt man ein Interferenzstreifensystem, das auf der Fotoplatte

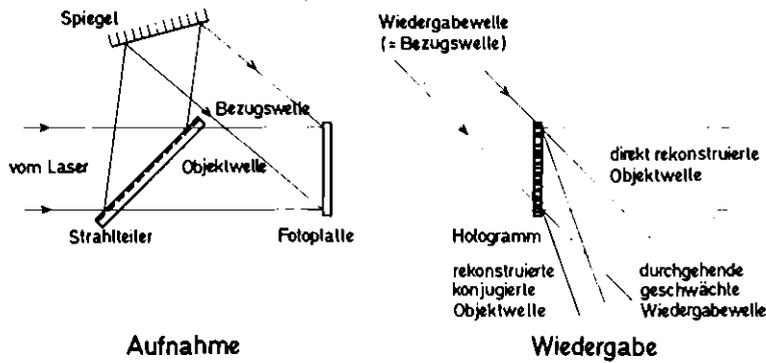


Abb. 2.6: Prinzip der Holographie

gespeichert wird. In dem speziellen Fall, wo Bezugswelle und Objektwelle ungestört sind, besteht das Interferenzstreifensystem aus erkennbaren Linien. In der Strömungsmechanik wird eine transparente Fluidschicht (Phasenobjekt) in die Objektwelle gestellt, wodurch das einfallende Licht phasenmoduliert wird. Durch Interferenz dieser modulierten Objektwelle mit der ungestörten Bezugswelle entsteht ein kompliziertes Interferenzstreifensystem, das auf der Fotoplatte registriert wird.

Die entwickelte Emulsion einer in einem Interferenzstreifenfeld belichteten Fotoplatte, genannt Hologramm, zeichnet sich durch eine Gitterstruktur unterschiedlicher Gitterkonstanten aus. Bei der Wiedergabe des Hologramms benutzt man die gleiche Bezugswelle des Aufnahmevorganges als Wiedergabewelle. Durch Beugung am Hologramm rekonstruiert man dann die direkte Objektwelle, sowie eine konjugierte Objektwelle. Die direkt rekonstruierte Objektwelle besitzt die geschwächte Amplituden- und die gleiche Phasenverteilung, d. h. die gesamte Information der aufgenommenen Objektwelle.

### 2.2.3.3 Verfahren der holographischen Interferometrie

Die holographische Interferometrie beruht auf der Überlagerung zweier Objektwellen, welche zu verschiedenen Zeitpunkten registriert wurden.

Der Zustand des Objektes zum Zeitpunkt  $t_1$  ist nach Amplitude und Phase auf einem Hologramm gespeichert. Durch Rekonstruktion dieser Objektwelle und Oberlagerung einer Objektwelle zum Zeitpunkt  $t_2$  entsteht ein makroskopisches Interferenzstreifensystem, das sich durch die Änderungen der Brechzahlverteilung zwischen  $t_1$  und  $t_2$  ergibt. Wenn die Brechzahländerungen durch Temperaturänderungen verursacht werden, können den Interferenzstreifen Temperaturen zugeordnet werden.

Im Falle der Echtzeit Holographie, Abb. 2.7, wird die Fotoplatte nach der Nullbildaufnahme entwickelt und an die gleiche Stelle in die Hologrammhalterung zurückgesetzt. Das Hologramm hat die Objektwelle 1 der z. B. isothermen Meßkammer gespeichert. Die von der Bezugswelle rekonstruierte Objektwelle 1 bezeichnet man als Nullbild. Da das Nullbild Amplitude und Phase von Lichtwellen speichert, hat es die kleinen Fehler der optischen Bauelemente und Meßkammerfenster, sowie den Zustand des Meßobjektes (z. B. isotherm), zur Zeit  $t_1$  der Belichtung der Fotoplatte als mikroskopische Interferenzstreifen gespeichert.

Moduliert man den durch die Meßkammer gehenden Laserstrahl durch eine Brechzahländerung, z. B. durch freie thermische Konvektion, so interferiert die neu gebildete Objektwelle 2 mit der direkt rekonstruierten Objektwelle 1 unter Bildung eines makroskopischen Interferenzstreifensystems. Diese Interferenzbilder können dann photographisch oder kinematographisch registriert werden.

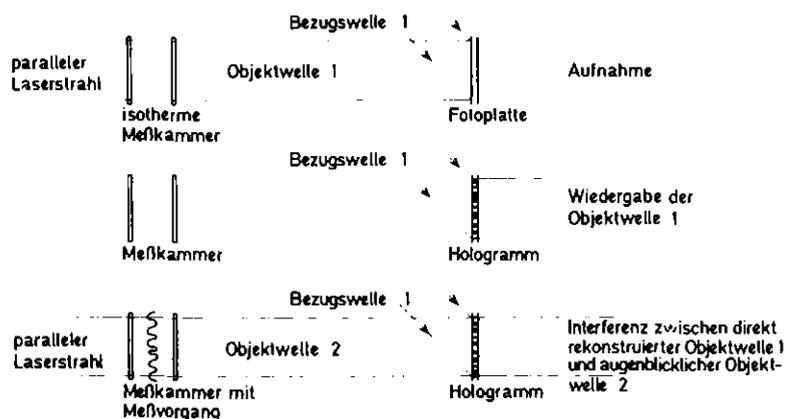


Abb. 2.7: Prinzip der holographischen Echt-Zeit-Interferometrie

#### 2.2.3.4 Holographischer Aufbau

Da es sich in der Thermodynamik häufig um zeitlich veränderliche Vorgänge handelt, ist ein Echt-Zeit Interferometer von großem Vorteil. Das aufgebaute Labor ist in den Abbn. 2.8 und 2.9 dargestellt.

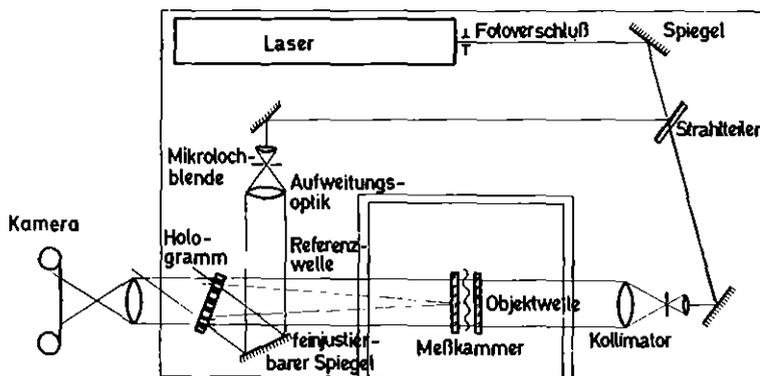


Abb. 2.8: Aufbau des holographischen Echt-Zeit Interferometers

Als Lichtquelle dient ein Argon-Ionen Dauerstrich-Laser. Mit einem am Laser befestigten Fotoverschluß wird die Belichtungszeit zur Hologrammaufnahme eingestellt. In einer Ausrichtvorrichtung, bestehend aus zwei Richtspiegeln (in Abb. 2.8 als Spiegel dargestellt) wird der Laserstrahl in der horizontalen Ebene verschoben, um die Ausrichtung auf Meßobjektebene zu erzielen. Ein variabler Strahlteiler teilt den auftreffenden Laser-Strahl amplitudenmäßig in Referenz- und Objektstrahl. Diese beiden Strahlen werden in Kollimatoren in parallele Lichtstrahlen von etwa 100 mm Durchmesser aufgeweitet. Der genau parallel aufgeweitete Objektstrahl tritt durch die Meßkammer, welche senkrecht zum Strahl ausgerichtet ist und beleuchtet die Fotoplatte direkt. Der aufgeweitete Referenzstrahl wird durch einen feinjustierbaren Spiegel auf die Fotoplatte ausgerichtet. Im Strahlengang der Objektwelle und der direkt rekonstruierten Objektwelle steht eine Kamera, welche auf Meßkammermitte fokussiert ist. Diese zeichnet die Meßvorgänge, z. B. Temperaturfelder, kontinuierlich auf.



Abb. 2.9: Holographielabor

#### 2.2.3.5 Auswertung von Interferenzbildern

Zur Auswertung der holographischen Interferenzaufnahmen werden die Auswerteverfahren angewandt, die bereits aus der Mach-Zehnder Interferometrie bekannt sind.

Das Streifensystem eines Interferogramms kommt dadurch zustande, daß sich zwei kohärente Lichtwellen nach Durchlaufen verschiedener optischer Wege überlagern und interferieren. Das Hologramm entsteht zum Zeitpunkt  $t_1$  durch Interferenz von Objektwelle und Bezugswelle. Bei der holographischen Interferometrie wird der Objektstrahl zum Zeitpunkt  $t_1$  mit dem Objektstrahl zu einem späteren Zeitpunkt  $t_2$  verglichen.

Die Differenz der optischen Wege  $\Gamma$  der beiden Objektstrahlen zu den Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  wird ausgedrückt in Vielfachen  $S$  der Wellenlänge  $\lambda_0$  der verwendeten Lichtquelle

$$\Gamma = S \cdot \lambda_0 \quad (2.8)$$

Die Interferometergleichung lautet dann

$$\Gamma(x,z) = \int n_2(x,z)dy \Big|_{t_2} - \int n_1(x,z)dy \Big|_{t_1} \quad (2.9)$$

Es bedeuten  $n_1$  bzw.  $n_2$  die Brechzahlen der Objektstrahlen zu Zeitpunkten  $t_1$  bzw.  $t_2$  und  $y$  die Koordinate in Strahlrichtung. Die Koordinaten  $x$  und  $z$  bezeichnen die Koordinaten der Ebene senkrecht zum Laserstrahl. Die durch Brechzahländerungen hervorgerufenen Änderungen der optischen Wegdifferenz werden im Interferogramm als hell-dunkel Streifen der Ordnung  $S$  ( $S = 0, 1/2, 1, \dots$ ) registriert. Auf einem Streifen herrscht die gleiche optische Wegdifferenz.

Nimmt man an, daß

1. die Brechzahlverteilung der Objektwelle  $n_1$  zur Zeit  $t$  konstant bezüglich  $y$  ist;
2. in der Meßkammer jederzeit ein zweidimensionales Brechzahlfeld  $n(x,z)$  herrscht und
3. die Meßkammer senkrecht zum Objektstrahl aufgestellt ist, so gilt die ideale Interferometergleichung

$$\Gamma(x,z) = d \cdot |n_2(x,z) - n_1(x,z)| \quad (2.10)$$

mit der Integrationslänge  $d = \int dy$  durch die Meßkammer.

Aus dem Brechzahlfeld der Meßkammer kann man deren Dichte- oder Temperaturfeld ausrechnen. Hierzu benutzt man eine empirische Gleichung des Brechungsindex der Form  $n = n(T, \lambda_0)$ . Der physikalische Hintergrund dieser Beziehung ist das Lorentz-Lorenz'sche (L-L-)Gesetz /86/, welches die Dichte  $\rho$  als Funktion der Brechzahl  $n$  beschreibt. Die Gleichung der spezifischen Refraktion  $\bar{r}(\lambda)$  lautet:

$$\bar{r}(\lambda_0) = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \quad (2.11)$$

Prägt man dem Meßfluid differentielle Änderungen der Dichte durch die Temperaturrandbedingung auf, so erhält man aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} d\Gamma &= dn \cdot d, \\ d\Gamma &= dS \cdot \lambda_0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

durch Differentiation nach der Temperatur

$$\frac{dS}{dT} = \frac{d}{\lambda_0} \cdot \frac{dn}{dT} \quad (2.13)$$

Durch eine Taylorentwicklung der L-L-Gleichung läßt sich die Temperaturabhängigkeit der Brechzahl analytisch bestimmen

$$\frac{dn}{dT} = \frac{3}{2} \cdot \frac{r \cdot \rho_0 \cdot \alpha}{(1-r \cdot \rho_0)^{2/3} \cdot (1+2 \cdot r \cdot \rho_0)^{1/2}} \quad (2.14)$$

Für Wasser lagen exakte Messungen von  $n$  und  $dn/dT$  vor. Bei Silikonölen lagen nur Tabellenwerte der Stoffdaten vor. Mit einem Abbé-Refraktometer wurde deshalb der Brechungsindex von M3 als Funktion von der Temperatur bestimmt (Abb. 2.10). Hieraus konnte das  $dn/dT$  erster Näherung als konstant ermittelt werden.

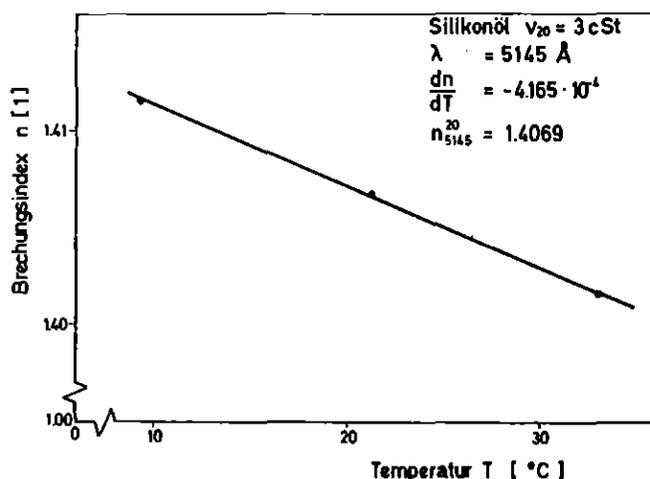


Abb. 2.10: Brechungsindex von Silikonöl M3 als Funktion der Temperatur.

Ausgehend von einer gemessenen Referenztemperatur in einem bestimmten Punkt  $(x_0, z_0)$  des Interferogrammes gewinnt man für einen Punkt  $(x, z)$  aus der Gleichung (2.13) für die ausgemessene Streifenzahl  $\Delta S$  die Temperaturdifferenz

$$\Delta S(x, z) = \frac{d}{\lambda_0} \cdot \frac{dn}{dT} \int_{x_0 z_0}^{xz} dT \quad (2.15)$$

Daraus folgt

$$\Delta S(x, z) = \frac{d}{\lambda_0} \cdot \frac{dn}{dT} \cdot \Delta T \quad (2.16)$$

mit  $\Delta T = T(x, z) - T(x_0, z_0)$ . Die Temperatur  $T(x_0, z_0)$  wird, z. B. mittels Thermoelement, an einem Punkt des Meßfeldes gemessen. Die Temperaturdifferenz zwischen Interferenzlinien bzw. Isothermen beträgt dann

$$\Delta T(x, z) = \frac{\lambda_0}{d} \cdot \frac{dT}{dn} \cdot \Delta S(x, z) ; \quad \Delta S = 0, 1/2, 1 \dots \quad (2.17)$$

Zeichnet man die Temperaturdifferenz pro Interferenzstreifen auf, so ergibt sich die Gleichung

$$\frac{dT}{dS} = \lambda_0 \cdot \left( d \cdot \frac{dn}{dT} \right)^{-1} \quad (2.18)$$

Bevor man nach dieser Beziehung die Auswertung vornimmt, muß man noch die realen Streifensysteme auf ideale Interferometrie korrigieren.

Der Lichtstrahl durch das Phasenobjekt wird zum optisch dichteren Medium hin gebrochen und durchläuft somit Fluidbereiche mit gering unterschiedlichen Temperaturen. Nimmt man ein konstantes  $dn/dT$  an, so ergibt sich ein parabelförmiger Lichtstrahlverlauf. Dieser Refraktionsfehler läßt sich nach Hauf und Grigull /83/ mit einer Verschiebung der Ordnungszahl berücksichtigen. Dies erfolgt nach der Relation

$$\Delta S = \frac{n_0(T) \cdot \lambda_0 \cdot d}{12} \cdot \left( \frac{dS}{dz} \right)^2 \quad (2.19)$$

Das optische Fenster verursacht zusätzliche Fehler, welche für die vorliegenden, sehr engen Spalten nicht vernachlässigbar sind. Nach Kulacki /87/ läßt sich dieser Fehler abschätzen mit Hilfe der Beziehung

$$\Delta S_G = \frac{1}{\lambda_0} \cdot \left( \frac{n(T)}{n_0} \right)^2 \cdot \frac{0.5(Y-d)}{2} \cdot \left[ \arctan \left( \lambda_0 \frac{dS}{dz} \right) \right]^2 \quad (2.20)$$

Der Temperaturverlauf kann jetzt schrittweise ermittelt werden, wobei von der oberen Wandtemperatur ausgegangen wird. Wahlweise kann die Temperaturdifferenz zwischen Wand und erster Interferenzlinie oder zwischen Interferenzlinien gleicher Farbe oder auch zwischen hell-dunkel-Linien nach der Gleichung

$$\Delta T = \frac{\lambda_0}{d \cdot \frac{dn}{dT}} \cdot (\Delta S + \Delta S_r + \Delta S_G) \quad (2.21)$$

ermittelt werden. Dabei kann  $dn/dT$  konstant oder temperaturabhängig gewählt werden. Die Temperaturbestimmung zum letzten Streifen ermöglicht im Vergleich mit der gemessenen Temperaturdifferenz eine direkte Fehlerbetrachtung.

Beim konvektiven Wärmeübergang existiert an den unteren und oberen Berandungen der Flüssigkeit eine quasi-stagnierende Temperaturschicht, durch die Wärme allein durch Leitung transportiert wird. In diesem Bereich gilt das Fourier'sche Gesetz der Wärmeleitung

$$\dot{q} = k \cdot \frac{\partial}{\partial z} T \Big|_w \quad (2.22)$$

mit der Normalableitung der Temperatur an den Wänden.

Mit den dimensionslosen Temperaturen  $T' = T(z)/(T_0 - T_1)$  und Längen  $z' = z/h$  werden aus jeweils drei Wertepaaren in Wandnähe eine Parabel und aus deren Tangente an der Wand die Nusselt-Zahl lokal ( $x = \text{konst.}$ ) bestimmt. Als direkte Kontrolle dient die lineare Nusselt-Zahl-Bestimmung, welche mit einer Geraden durch zwei wandnahe Punkte ermittelt wird. Der Temperaturverlauf durch die Fluid-

schicht wird mit einem DEC-Standard Polynom geglättet und gezeichnet. Das Programm wurde an den Ergebnissen von Farhadieh und Tankin /88/ überprüft.

Für die Auswertung der Interferenzbilder wird das Negativ vergrößert auf einen 0,1 mm auflösenden Koordinatenmeßtisch projiziert. Die Vergrößerung zur realen Meßkammerhöhe beträgt je nach Justierung der Kamera etwa 4, die Vergrößerung des Negativs 12,6.

### 2.3 Fehlerbetrachtung

Die für die Bestimmung der Rayleigh-Zahl benutzten Stoffdaten wurden aus Angaben der Hersteller entnommen, sofern deren Messung nicht ausdrücklich beschrieben wurde. Die kritischste Größe bei den vorliegenden Versuchen ist die Bestimmung der Spaltbreite  $d$ . Diese konnte wegen der relativen Unebenheit der großen Fläche ( $h \cdot b$ ) im unendlichen Behälter nur auf 0,1 mm genau bestimmt werden. Obwohl die Glasfenster eine hohe optische Qualität hatten, bewirkten die Kupferbleche und die verwendeten Dichtmassen eine Variation der Spaltbreite in der Größenordnung  $\pm 0,05$  mm. In den Meßkammern mit Plexiglaswänden wird dieses Problem bedeutender, da es technisch schwierig ist, Plexiglasscheiben hoher Planparallelität herzustellen. Die mit der dritten Potenz in die Rayleigh-Zahl eingehende Höhe  $h$  konnte mit  $\pm 0,05$  mm einjustiert werden.

Quasistationäre Temperaturänderungen wurden experimentell nur angenähert. Möglich waren Änderungsgeschwindigkeiten von 0,01 K/min., welche in bezug die Diffusionszeiten  $h^2/\kappa$  je nach Meßkammerhöhe als mehr oder weniger stark instationäre Raten betrachtet werden müssen. Ein quasistationärer Aufheizvorgang wurde simuliert, indem in der Nähe der kritischen Rayleigh-Zahl Werte nach jeder Anhebung der Temperaturdifferenz um ca. 0,05 K eine längere Ausgleichzeit von  $h^2/\kappa \sim 1$  gewährt wurde.

Über seitliche thermische Randbedingungen und deren Einfluß auf die Strömung wurde ausführlich in Kapitel 1.3.1.2 gesprochen.

Aus Kurven  $\Delta T(\alpha)$  wurde  $\Delta T_c$  (vgl. Abb. 3.3) sehr genau ermittelt. Die Temperaturgleichförmigkeit aus der unteren Berandung wurde mit einer Differenzschaltung von je zwei der drei im unteren Kupferblech eingebauten Thermoelemente gemessen. Die Wasserkanäle mit ihren dicken, als Wärmespeicher ausgelegten Messingwänden, wurden im Gegenstrom durchströmt. Über mehrere Stunden wurden an den unteren Isothermen eine Temperaturkonstanz von besser als  $\Delta T = \pm 0,005^\circ\text{C}$  ermittelt.

Die Temperaturdifferenzen zwischen unteren und oberen Berandungen zeigten größere Schwankungsbreiten von  $\Delta T = \pm 0,015 \text{ K}$ , bedingt durch die Regelung der Haake-F3-Thermostate. In größeren Abständen wurde eine Resonanz der beiden Regelfrequenzen im Bereich  $f \sim 3 \text{ Hz}$  beobachtet.

In Abb. 4.23a ist ein Temperaturschrieb und die Frequenzanalyse bei  $Ra = 0$  dargestellt. Waren die Frequenzen der Strömungsozillation fest gekoppelt, dann wurde die Störfrequenz 3 Hz unterdrückt. In Bereichen mit höherem Rauschpegel konnte diese Störfrequenz eine höhere Amplitude annehmen. Ebenso wurde im Behälter  $h/b = 3,5$  die Amplitude dieser Störfrequenz beim Übergang von der periodisch oszillierenden Schwingung in die stationären Vier-Rollen-Strukturen angefacht (Abb. 4.23h). Im unendlichen Behälter konnte diese Modulation der unteren und oberen Randtemperatur mehrstündig stabile periodische Oszillationen in quasiperiodische und quasiperiodische Oszillationen in stochastische überführen.

Aus einigen reproduzierten Experimenten kann ein systematischer Fehler von  $\pm 5 \%$  bei der Bestimmung der  $Ra$ -Zahl angenommen werden. Zusätzliche Störungen wurden von der Luftzirkulation des "klimatisierten" Raumes (Schwankungen bis zu  $\pm 3^\circ\text{C}$  im Hochsommer) hervorgerufen. Die Zusatzisolation der Meßkammer durfte nur kurzzeitig für Interferogrammaufnahmen bei abgeschalteter Klimaanlage entfernt werden, ansonsten konnten Störfrequenzen mit hoher Amplitude angefacht werden.

Nachts vergleichmäßigte sich die Raumtemperatur auf besser als  $\Delta T = \pm 1$  K. Nachtaufnahmen der zeitabhängigen Temperaturdaten erwiesen sich als vorteilhaft und unabdinglich.

Versuche mit Plexiglasfenster erforderten eine eigene Versuchstechnik. Es mußte sowohl der lokal unterschiedlichen Flüssigkeitsaufnahme und der damit verbundenen Änderung des Brechungsindex Rechnung getragen werden als auch der guten Haftbedingungen von kleinen Gasbläschen an dem Plexiglas. Das erstere erforderte ein ca. zehntägiges Eintauchen der Plexiglasfenster in die verwendete Flüssigkeit. Wurden Vorversuche gemacht, dann wurde vor Versuchsbeginn ein neues Interferogramm der Meßkammer bei  $\Delta T = 0$  gemacht, unter Berücksichtigung der extrem langen Diffusionszeiten der in diesen Versuchen behandelten großen Höhen  $h$ .

Kontinuierliche Dejustierung von Laser und Interferometer und die als deren Konsequenz erforderliche Nachjustierung sowie Veränderungen der Fotoschicht des Hologramms begrenzten quantitative Auswertungen auf etwa 14 Tage nach Hologrammaufnahme. Qualitativ brauchbare Ergebnisse über Strömungsform und Temperaturfeld wurden in bis zu zehn Wochen dauernden Versuchen gewonnen. Weitere meßstreckenbedingte Fehler und deren Berücksichtigung wurden in Kapitel 2.2.3 besprochen. Wärmeübergangsmessungen sind wegen der geringen Integrationslänge des Lichtes in der Meßkammer relativ ungenau, da die Temperaturdifferenz zwischen einem weißen und einem schwarzen Streifen bis zu 0,4 K betragen. Frick /27/ wies mit numerischen Rechnungen nach, daß die für die quantitative Auswertung der Interferogramme wichtige Bedingung  $T \neq T(y)$ , d. h.  $n \neq n(y)$  im engen Spalt mit gut wärmeleitenden Seitenwänden nicht erfüllt ist. Dies führt zu einer Verfälschung der geometrischen Abstände der den Streifen zugeordneten Temperaturen und bei höherer Temperaturdifferenz zu einer zu geringen Gesamtstreifenzahl. Die experimentellen Ergebnisse der lokalen Nusselt-Zahlen haben demnach nur qualitativen Charakter; sie ermöglichen aber einen Einblick in die physikalischen Vorgänge der Wärmeübertragung.

Die Güte der Frequenzanalyse wurde weitgehend in Kap. 2.2.2 abgehandelt. Es werden als strömungsinhärente Frequenzen nur solche bezeichnet, welche deutlich aus dem Rauschpegel hervortreten. Wenn Temperaturschrieb und Frequenzspektrum das Vorhandensein von zwei Frequenzen anzeigen, die in einem reellen Zahlenverhältnis stehen, werden diese unter Berücksichtigung von Harmonischen, Summen- und Differenzfrequenzen als zwei nichtkommensurable Frequenzen bezeichnet. Für den Zeitschritt 1,024 sec und 8192 Meßpunkte betrug die Frequenzauflösung  $\pm 6 \cdot 10^{-5}$  Hz. Eine höhere Genauigkeit konnte aus höheren harmonischen Frequenzen ermittelt werden.

### 3. Ergebnisse für den unendlichen Hele-Shaw-Behälter

#### 3.1 Einsetzen der Konvektion

Das Einsetzen der freien Konvektion in engen Spalten mit horizontalen unteren und oberen Berandungen wird einerseits durch die Abmessungen des Behälters, zum anderen durch die thermischen Eigenschaften der den Hohlraum abgrenzenden Seitenwände bestimmt.

Bei der Darstellung experimenteller Ergebnisse werden in der Literatur unterschiedliche Definitionen für die Rayleigh-Zahl verwendet, die sich in der zugrunde gelegten Temperaturleitfähigkeit und der Permeabilität unterscheiden wie etwa bei Elder /1/ Horne und O'Sullivan /16/ oder Hartline und Lister /3/ (vergl. Abb. 1.5).

Die Schwierigkeiten bei der Festlegung einer zweckmäßigen Rayleigh-Zahl werden gegenstandslos und die Einordnung der experimentell ermittelten kritischen Rayleigh-Zahlen wird möglich, wenn man im Falle der Hele-Shaw-Zelle zum Vergleich die beiden Grenzfälle adiabate und perfekt wärmeleitende Seitenwände heranzieht. Diese Grenzfälle wurden von Frick und Clever /89/ mit Hilfe eines Galerkinverfahrens unter Zugrundelegung der Navier-Stokes-Gleichungen und der Wärmetransportgleichung für dreidimensionale Strömungen in engen Spalten mit verschiedenen Spalthöhen zu Spaltdickenverhältnissen  $A=d/h$  berechnet. Die Resultate aus diesen Rechnungen sind zusammen mit experimentellen Daten in Abb. 3.1. eingetragen. Dabei ist  $Ra_B$  die in traditioneller Weise nur mit der Spalthöhe  $h$  und den Stoffwerten der Flüssigkeit gebildete Rayleigh-Zahl. Die numerischen Werte der kritischen Rayleigh-Zahlen, Wellenzahlen und Prandtl-Zahlen sind in Tab. A2 enthalten. Das Einsetzen bzw. Erlöschen der Konvektionsströmung im flüssigkeitsgefüllten Spalt wird durch quasi-statisches Aufheizen bzw. Abkühlen der horizontalen Berandungen und durch Beobachtung der Streifenverschiebung im Interferogramm festgestellt. Als Beispiel zur experimentellen Festlegung der kritischen Rayleigh-Zahl sind in Abb. 3.2 zwei Interferogramme

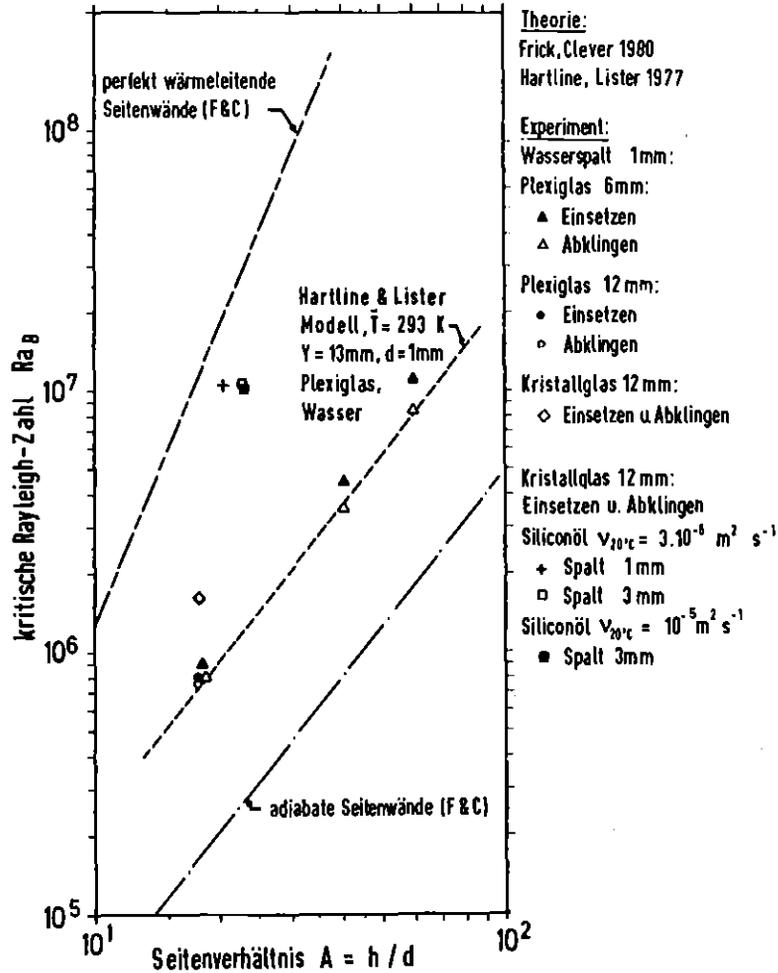


Abb. 3.1: Experimentell ermittelte kritische Rayleigh-Zahlen als Funktion von dem Seitenverhältnis  $h/d$ , der absoluten Spaltbreite  $d$  und verschiedenen Materialpaarungen der Behälter im Vergleich zur Theorie von Frick und Clever /89/ und Hartline und Lister /3/.

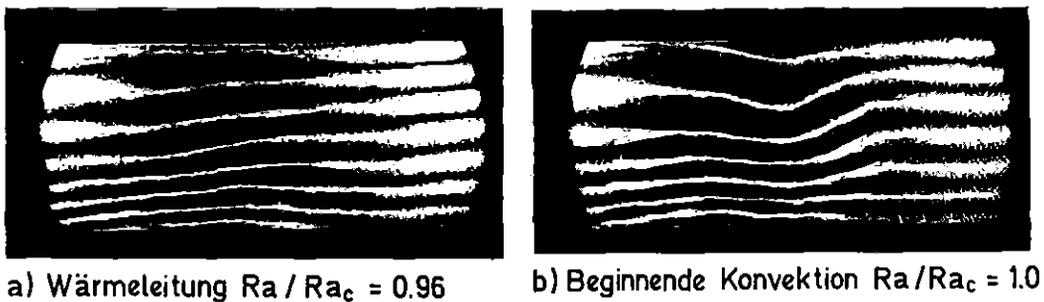


Abb. 3.2: Optisches Kriterium für das Einsetzen der Konvektion am Beispiel eines wassergefüllten Behälters mit Plexiglaswänden.

gezeigt, die jeweils einen Zustand unmittelbar vor Erreichen bzw. nach Überschreiten der kritischen Temperaturdifferenz darstellen. Mit  $Ra/Ra_c$  ist dabei das Verhältnis von aktueller zu kritischer Rayleigh-Zahl bezeichnet. Der kritische Zustand selbst wird durch mehrfaches sehr langsames Anheben der Temperaturdifferenz bis in den überkritischen Bereich und anschließend durch Absenken der Temperaturdifferenz bis in den Wärmeleitungsbereich fixiert. Durch Auftragung der im überkritischen Bereich ermittelten Wellenzahlen und die zugehörigen Temperaturdifferenzen können die kritischen Werte  $Ra_c$  und  $\alpha_c$  ermittelt werden (Abb. 3.3).

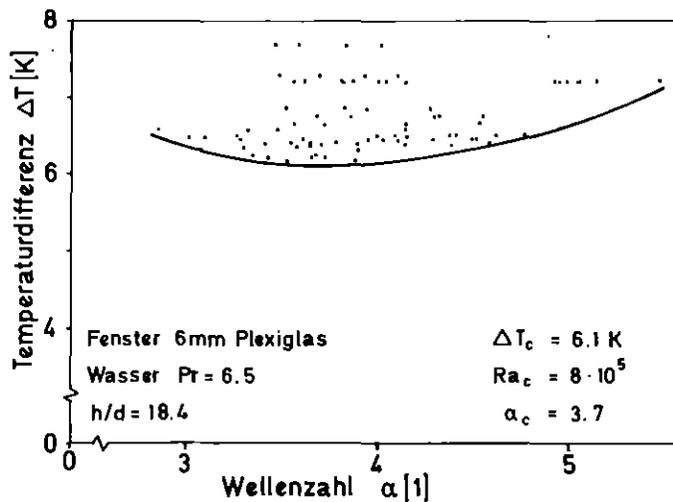


Abb. 3.3: Bestimmungsdiagramm für die kritischen Werte  $Ra_c$  und  $\alpha_c$  im Behälter  $h/b \ll 1$ .

Entsprechend den thermischen Eigenschaften der verschiedenen Materialpaarungen reihen sich die Versuche mit der Kombination Glas-Öl nahe an den perfekt wärmeleitenden Grenzfall ein (Abb. 1.2). Die Paarung Glas-Wasser liegt etwas weiter unterhalb des perfekt wärmeleitenden Grenzfall. Diese Werte sind, im Rahmen der Meßgenauigkeit, unabhängig von ihrer Bestimmung ob sie aus dem Zustand des Einsetzens oder aus dem des Abklingens der Konvektion ermittelt wurden. Die kleinen Diffusionszeiten im Glas bedingen, daß das Temperaturprofil in den Fenstern bei einer geeigneten Versuchsdurchführung, d.h. kleine Aufheizgeschwindigkeit für kleine schrittweise Temperaturerhöhungen, in guter Näherung linear ist. In den untersuchten Behältern  $h/d \gg 1$  für die  $h^2/\kappa_f \gg h^2/\kappa_s$  gilt, fließt

die Wärmestörung während des Aufheizvorganges sowohl über die horizontalen Fluidberandungen als auch über die beiden Fenster in die Fluidschicht ab. Da zusätzlich  $(d/2)^2/\kappa_f \ll h^2/\kappa_s$  gilt, bewirkt dies, daß auch im Zustand des Wärmetransports durch Wärmeleitung die Fluidschicht in guter Näherung quasistationär aufgeheizt wird.

Ein anderes Verhalten zeigt die Kombination Plexiglas-Wasser. Wird die kritische Rayleigh-Zahl ausgehend von dem unterkritischen Zustand der reinen Wärmeleitung bestimmt, so liegt sie höher als bei deren Bestimmung aus einem Zustand der abklingenden Konvektion. Wie ist dieser Effekt zu erklären? Die vom Experiment her möglichen kleinsten Temperaturänderungsgeschwindigkeiten von  $0,01^\circ/\text{min}$  und vertretbaren schrittweisen Temperaturerhöhungen können, bezogen auf die Diffusionszeiten  $h^2/\kappa$  von Plexiglas und Wasser für Wasser (Plexiglas) und  $h = 40 \text{ mm}$  ist  $h^2/\kappa = 3 \text{ Stunden}$  (4 Stunden), d.h.  $h^2/\kappa_f < h^2/\kappa_s$  - nicht mehr als quasistationäre Aufheizraten betrachtet werden. Ein quasistationärer Aufheizvorgang wird grob simuliert indem nach kleinen Erhöhungen der Temperaturdifferenz eine längere Ausgleichzeit gewährt wird. Dementsprechend lange Versuchszeiten sind erforderlich. Dennoch muß beachtet werden, daß sich das Temperaturprofil im Wasser bei einer stufenweisen Aufheizung zuerst ausbildet, während das stationäre Temperaturprofil sich im Plexiglas demgegenüber verzögert einstellt (es gilt:  $h^2/\kappa_f < h^2/\kappa_s$ ). Dies bedingt, daß eine Anfachung der Konvektion durch Wärmeverlust der Flüssigkeitsteilchen durch Leitung an die noch untertemperierten Wände reduziert wird, das bedeutet ein Auftriebsverlust bzw. eine Verzögerung des Einsetzens der Konvektion. Unvertretbar lange Ausgleichszeiten wären zur exakten Bestimmung der kritischen Rayleigh-Zahl erforderlich gewesen. Die Ausspeicherung des Temperaturprofils aus den Plexiglaswänden erfolgt in wesentlich kürzeren Diffusionszeiten  $(Y-d)^2/4\kappa_s$ , so daß die kritische Rayleigh-Zahl sehr genau aus dem Zustand der Konvektion durch quasistationäre Verringerung der Temperaturdifferenz ermittelt werden konnte (vgl. Kap. 3.3).

Zum Vergleich wird die nach der speziellen Definition der Rayleigh-Zahl von Hartline und Lister /3/ für den 1 mm Spalt mit 6 mm dicken Plexiglaswänden errechnete kritische Temperaturdifferenz für die Berechnung der klassischen Rayleigh-Zahl, unter Verwendung der Wasserdaten bei  $T = 293 \text{ K}$ , benutzt und in Abb. 3.1 für verschiedene Längenverhältnisse  $h/d$  eingetragen. Eine Übereinstimmung gibt es nur für die aus dem Zustand des Abklingens der Konvektion im System Plexiglas-Wasser mit  $Y/d = 13/1$ , ermittelten kritischen Rayleigh-Zahlen.

Daß die von Hartline und Lister /3/ benutzte Definitionsbeziehung für die kritische Rayleigh-Zahl nicht allgemeingültigen Charakter für Hele-Shaw-Geometrien haben kann, ist deutlich aus Abb. 3.4. ersichtlich. In dieser Abbildung sind für verschiedene Wandstärken und zwei verschiedene Wandmaterialien Glas und Plexiglas die experimentell ermittelten kritischen Rayleigh-Zahlen nach der Definition von Hartline und Lister ausgewertet worden. Diese Werte stimmen nicht in allen Fällen mit dem nach vereinfachten Vorstellungen ermittelten theoretischen Wert  $Ra_c = 4\pi^2$  überein.

Wände	Fluid	h/mm	d/mm	$Ra_{c,HL}$	$Ra_{c,HL}/4\pi^2$
Plexiglas					
6 mm	H <sub>2</sub> O	20.20	1.05	39.860	1.0098
6 mm	H <sub>2</sub> O	41.02	1.02	39.036	0.989
6 mm	H <sub>2</sub> O	60.30	1.00	40.550	1.027
12 mm	H <sub>2</sub> O	20.83	1.15	25.760	0.653
Kristallglas					
12 mm	H <sub>2</sub> O	20.58	1.15	10.834	0.350
12 mm	M 3	20.70	1.00	7.3578	0.1864
12 mm	M 3	70.55	3.05	18.298	0.463
12 mm	M 10	70.55	3.00	16.618	0.421

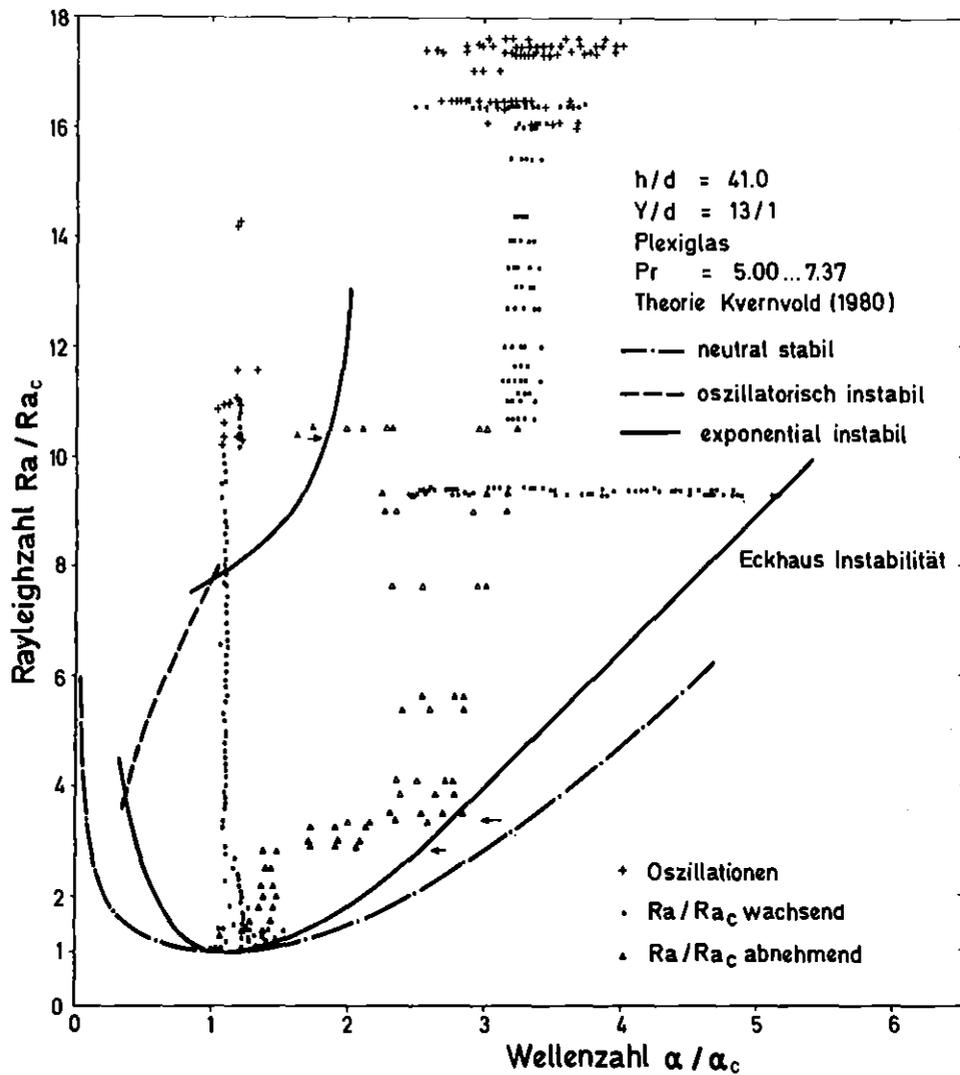
Abb. 3.4: Rayleighzahlen für kritische Temperaturdifferenzen ermittelt nach der Definition der Rayleigh-Zahl für den Hele-Shaw Behälter  $h/b \ll 1$  durch Hartline und Lister /3/.

### 3.2 Stabilität überkritischer Zustände

Für Zellularkonvektionsströmungen in unendlich ausgedehnten Flüssigkeitsschichten aber auch in fluidgesättigten porösen Schichten ist wiederholt theoretisch und experimentell die Frage untersucht worden, welche Gestalt eine Strömungszelle bei überkritischen Rayleigh-Zahlen annehmen kann, und für welche Formen und Rayleigh-Zahlen instationäre Konvektionsströmungen zu erwarten sind (vgl. u.a. Busse /17, 18/, Busse und Whitehead /23/, Clever und Busse /25/). Die Resultate solcher Untersuchungen werden in Stabilitätsdiagrammen zusammengefaßt.

Für die zweidimensionale freie Konvektionsströmung in einem Hele-Shaw-Behälter ist von Kvernfold /26/ ein solches Diagramm theoretisch ermittelt worden. Zusammen mit experimentellen Daten sind seine Ergebnisse in Abb. 3.5 dargestellt, in der das Verhältnis der tatsächlichen zur kritischen Rayleigh-Zahl über dem Verhältnis der tatsächlichen zur kritischen Wellenzahl aufgetragen ist.

Im Diagramm ist zunächst das Gebiet der statischen Wärmeleit Zustände von dem Gebiet der Konvektionszustände durch die Kurve der Neutralstabilität (strichpunktiert) abgegrenzt. Nicht alle Zustände oberhalb der Kurve der Neutralstabilität sind stabil. Eine Stabilitätsuntersuchung der nichtlinearen Lösungen der Transportgleichungen zeigt, daß aus der Menge aller zweidimensionalen Konvektionszustände nur eine von den durchgezogenen und der gestrichelten Linie eingefaßte Untermenge stabil ist. Der Bereich zwischen der Neutralkurve und der durchgezogenen Stabilitätskurve in Abb. 3.5 heißt Bereich der Eckhaus-Instabilität (vgl. Eckhaus /90/). Die gestrichelte Linie grenzt die Zustände zweidimensionaler stationärer Konvektion nach links zu kleinen Wellenzahlen gegen oszillatorische Konvektionszustände ab. Aufgrund numerischer Schwierigkeiten konnten die stabilen Bereiche stationärer zweidimensionaler Konvektion für große Rayleigh-Zahlen und Wellenzahlen  $\alpha > 2\alpha_c$  nicht abgegrenzt werden (Kvernfold /91/).



**Abb. 3.5:** Stabilitätsdiagramm. Experimente im wassergefüllten Hele-Shaw-Behälter  $h/d = 41$  mit Plexiglaswänden im Vergleich zu den von Kvernold /26, 91/ theoretisch ermittelten Grenzkurven.  $\alpha_c$   
 Versuchsführung: 1) • Erhöhen von  $\Delta T$   
 2)  $\Delta$  Reduzieren von  $\Delta T$   
 +: optisch sichtbare Oszillationen.

Es ist nun die Frage zu klären, wie sich die experimentellen Ergebnisse in den theoretischen Rahmen einfügen lassen.

Mit einer Hele-Shaw-Zelle der Abmessungen  $h/d = 41,0$ ,  $h/b = 0.095$ ,  $Y/d = 13/1$  und Wasser als Versuchsflüssigkeit wurden drei über einen Zeitraum von 20 Tagen dauernde Versuchsserien durchgeführt. Während dieser Versuche wurden Zustandsänderungen in der Strömung sowohl durch quasistationäres Anheben oder Absenken der Temperaturen an den horizontalen Spaltberandungen als auch durch sprunghafte Änderungen der Temperaturen

am unteren Flüssigkeitsrand herbeigeführt. Die beobachteten Zustände sind als Symbole im Diagramm der Abb. 3.5 eingetragen und sollen im Nachfolgenden erläutert werden.

Im ersten Versuch werden, nachdem die Konvektion am kritischen Punkt  $Ra_c$  mit der kritischen Wellenlänge  $\alpha = \alpha_c$  eingesetzt hat, die Temperaturdifferenzen zwischen Unter- und Oberseite quasi-stationär erhöht. Ohne Änderung der Wellenlänge werden stationäre Zustände der Wellenzahl  $\alpha \sim \alpha_c$  bis zu einer etwa 10fach kritischen Rayleigh-Zahl beobachtet. Nach Überschreiten dieses zweiten kritischen Grenzwertes werden zunächst im Bereich der Temperaturgrenzschicht am unteren Spaltrand instationäre, wellenartige Vorgänge in den Interferogrammen beobachtet (Abb. 3.20). Bei geringfügig höheren Rayleigh-Zahlen treten, bedingt durch temperaturabhängige lokale Stoffdaten, die Oszillationen auch an der oberen Berandung auf. Diese oszillierenden Erscheinungen werden intensiver bei weiterer Vergrößerung der Temperaturdifferenzen, erlöschen aber, wenn die kritische Schwelle von  $Ra/Ra_c \approx 10$  zu kleineren Werten hin überschritten wird. Mit Kreuzsymbolen sind diese Zustände in der Abb. 3.5 markiert.

Die interferometrisch beobachteten Oszillationen liegen im Vergleich zu den theoretischen Werten bei etwas zu hohen Ra-Zahlen. Dies dürfte auf eine begrenzte Auflösemöglichkeit des Interferometers und auf die real endliche Wärmeleitfähigkeit der Seitenwände zurückzuführen sein. Das Einsetzen der zeitabhängigen Vorgänge wird als Instabilität der Temperaturgrenzschicht gedeutet.

Die zweite Versuchsreihe hat zum Ziel, die Stabilität der zweidimensionalen stationären Hele-Shaw-Konvektion für große Wellenzahlen und hohe Rayleigh-Zahlen zu ermitteln. Es wird ein Temperatursprung zwischen der unteren und oberen Berandung der ursprünglich isothermen Flüssigkeitsschicht angebracht. Stationäre Konvektion stellt sich nach etwa einer Diffusionszeit  $h^2/\kappa_f$  bei  $Ra/Ra_c = 9,4$  ein.

Wiederum bilden sich im Spalt zunächst Zellen unterschiedlicher Größe aus, deren Wellenzahlen alle innerhalb des theoretisch

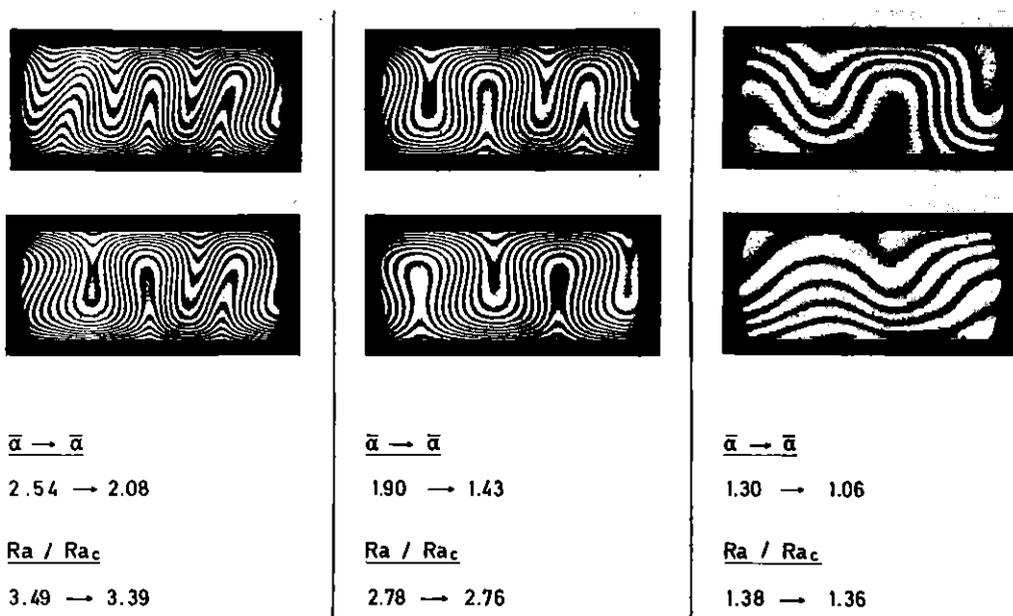
stabilen Bereichs liegen und höchstens bis an die Grenzkurve bei  $\alpha / \alpha_c = 5,2$  heranreichen. Während einer Ausgleichzeit von etwa einer Diffusionszeit  $h^2/\kappa_f$  reduzierte sich dann die Bandbreite der vorkommenden Wellenzahlen auf einen Bereich von etwa  $3,1 < \alpha / \alpha_c < 3,4$ . Bei weiterer quasistationärer Temperaturerhöhung bleiben diese Zellkonfigurationen mit stationärer Strömung in etwa erhalten. Oberhalb von etwa 16fach kritischen Rayleigh-Zahlen treten die schon früher erwähnten wellenartigen instationären Erscheinungen in den Temperaturgrenzschichten an der unteren und oberen Berandung der Flüssigkeit in Erscheinung. Diese instationären Vorgänge verursachen eine Vergrößerung der Bandbreite der im Experiment beobachteten Zellabmessungen. Das bedeutet, daß sich einzelne Zellen aufgrund einer stark instabilen Grenzschicht zeitabhängig auf Kosten der Nachbarzellen vergrößern. Die instationären Vorgänge bleiben bei weiterer Erhöhung der Temperaturdifferenz bestehen.

Das Auftreten dieser instationären Strömungen, verbunden mit zeitlichen Schwankungen der Zellabmessungen im Bereich von Rayleigh-Zahlen  $Ra/Ra_c \approx 16$ , legen die Vermutung nahe, daß der Bereich der stabilen zweidimensionalen Konvektion nach großen Rayleigh-Zahlen hin von oszillatorischen Zuständen abgegrenzt ist. Die Bestätigung dieser Vermutung wäre eine wünschenswerte Aufgabe für weiterführende theoretische Untersuchungen.

In der dritten Versuchsserie wird, ausgehend von einer isothermen Fluidschicht, ein Temperatursprung zwischen Unter- und Oberseite der Flüssigkeitsschicht angelegt. Diese Temperaturdifferenz entspricht dem Wert von  $Ra/Ra_c = 10,3$ .

Nachdem sich die Konvektionsrollen nach einem instationären Wachstum voll ausgebildet haben, besitzen zwei Konvektionszellen Zellabmessungen, die Zuständen außerhalb des stabilen Bereiches für zweidimensionale stationärer Konvektion liegen. Die Abmessungen der beiden großen Konvektionszellen driften jedoch langsam zu höheren Wellenzahlen in den von der Theorie angegebenen stabilen Bereich hinein. Dieser Vorgang ist im Diagramm mit einem Pfeil ge-

kennzeichnet. Bei einer anschließenden quasistationären Reduzierung der Temperaturdifferenz werden die im Diagramm als Dreiecke gekennzeichneten stabilen Zustände durchlaufen. Sobald die Zustände bei etwa  $Ra/Ra_c \approx 3,4$  in der Nähe der Grenzkurve der Eckhaus-Instabilität gelangen, findet eine Zellumbildung durch Vergrößerung der Zellabmessung statt (Pfeile im Diagramm Abb. 3.5). Diese Vorgänge sind in Abb. 3.6 dargestellt.



**Abb. 3.6:** Wellenzahlumbildung an der unteren Stabilitätsgrenze (Eckhauskurve) im wassergefüllten Plexiglas Hele-Shaw Behälter  $h/d = 41$ ;  $Y/d = 13/1$ .

Daß die Zustände bei weiterer Temperaturabsenkung nicht entlang der Grenzkurve der Eckhaus-Instabilität verlaufen, wird durch die endliche horizontale Erstreckung der Versuchskammer verursacht. Bei diesem quasi un stetigen Vorgang der Umbildung der Strömungszellen verschwindet jeweils eine einzelne Rolle, bis bei Versuchsende die verbleibende Konvektionzelle eine Wellenzahl von  $\alpha \approx \alpha_c$  angenommen hat.

### 3.3 Wechselwirkung zwischen Wand und Fluid

Bei der experimentellen Überprüfung des Stabilitätsdiagramms in Abb. 3.5 erwies sich die Temperaturwechselwirkung zwischen Fluid und angrenzenden Seitenwänden als nützlich. Deshalb soll dieser Effekt hier gesondert dargelegt werden.

Benutzt man Plexiglasscheiben als seitliche Meßkammerberandung, dann bedingt die große Temperaturabhängigkeit der Brechzahl für Plexiglas, daß das Interferogramm nicht nur die Temperaturverteilung in der Flüssigkeit wiedergibt, sondern die integrale Temperaturverteilung des Fensters und des Fluids. Dieser Sachverhalt ermöglicht es, die Temperaturverteilung im Fenster allein sichtbar zu machen, indem man durch mechanisches Mischen die Temperaturverteilung im Fluid homogenisiert. Abb. 3.7a zeigt die integralen Isothermen im Plexiglas und im Wasser im Zustand einer stabilen Konvektion für  $\alpha = 5$ . In Abb. 3.7b sind die Isothermen zu sehen, nachdem die Fluidschicht durch Vermischen isotherm ist.

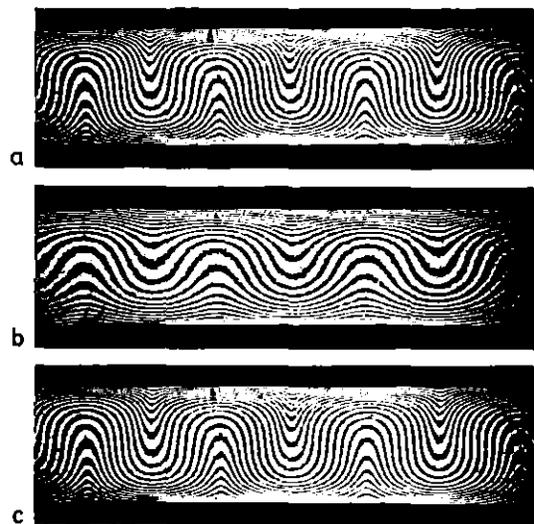


Abb. 3.7: Temperaturprofil der Konvektionsströmung und Temperaturprofil im Plexiglasfenster  $Ra = 2,8 \cdot 10^6$ ;  $Ra/Ra_c = 3,7$   
 $Pr = 5,83$  (Wasser);  $\alpha = 5,0$ .  
a) Gemittelte Isothermen in Plexiglas und Fluid, stationär;  
b) Aufgeprägtes Temperaturprofil in den Fenstern, Fluid isotherm;  
c) Wiederherstellung des Strömungsmusters durch Aufprägung der Wellenzahl aus dem im Fenster gespeicherten Temperaturprofil.

Auf dem Interferogramm ist demnach nur das Temperaturprofil der beiden Fenster gespeichert. Deutlich ist die in der Wand eingeprägte Wellenzahl zu erkennen und die durch die unteren und oberen isothermen Randbedingungen verursachte Glättung der Isothermen an den Rändern. Anschließend bildete sich durch einen, weiter unten detaillierter beschriebenen, instationären Prozess eine stabile Konvektion mit  $\alpha = 5,0$  aus (Abb. 3.7c).

Eine detaillierte Auflösung einer solchen instationären Anfachung der Konvektion ist in Abb. 3.8 dargestellt.

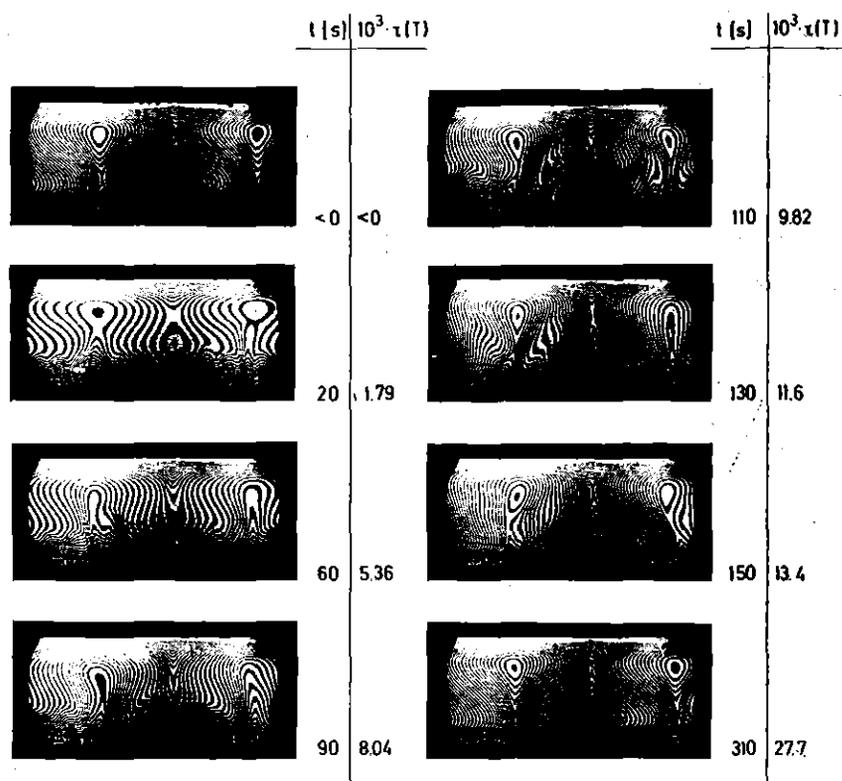


Abb. 3.8: Instationäre Anfachung der Konvektion bei im Plexiglas eingepprägter Wellenzahl  $\alpha = 4,1$ ,  $A = 41,0$ ,  $Y/d = 13/1$ ,  $Ra/Ra_c = 14,2$ ,  $Pr = 5,2$ .

Vor Versuchsbeginn war  $Ra/Ra_c = 14,2$  mit der Wellenzahl  $\alpha = 4,1$  an die wassergefüllte Meßkammer angelegt. An der unteren Berandung sind instationäre wellenartige Vorgänge zu beobachten. Nach der mechanischen Zerstörung der Konvektion bilden sich in einer instabilen Schicht in der Nähe der unteren Berandung Wirbel aus. Das im Plexiglas gespeicherte Temperaturprofil ist im oberen Teil des Bildes noch deutlich sichtbar. Die Amplituden der Störungen wachsen schneller in der früheren Auftriebs- als in der früheren Abtriebszone. Die in der Abtriebszone entstehenden Wirbel entweichen

in die Auftriebszone. Nach etwa 300 s hat die Konvektionsströmung ihre ursprüngliche Form wieder angenommen. Die Form der Störungen hat unter diesen Anfangs- und Randbedingungen stets den Charakter von Grenzschichtwirbel.

Die zeitliche Entwicklung der Wellenzahlen während dieses Vorganges ist in Abb. 3.9 dargestellt.

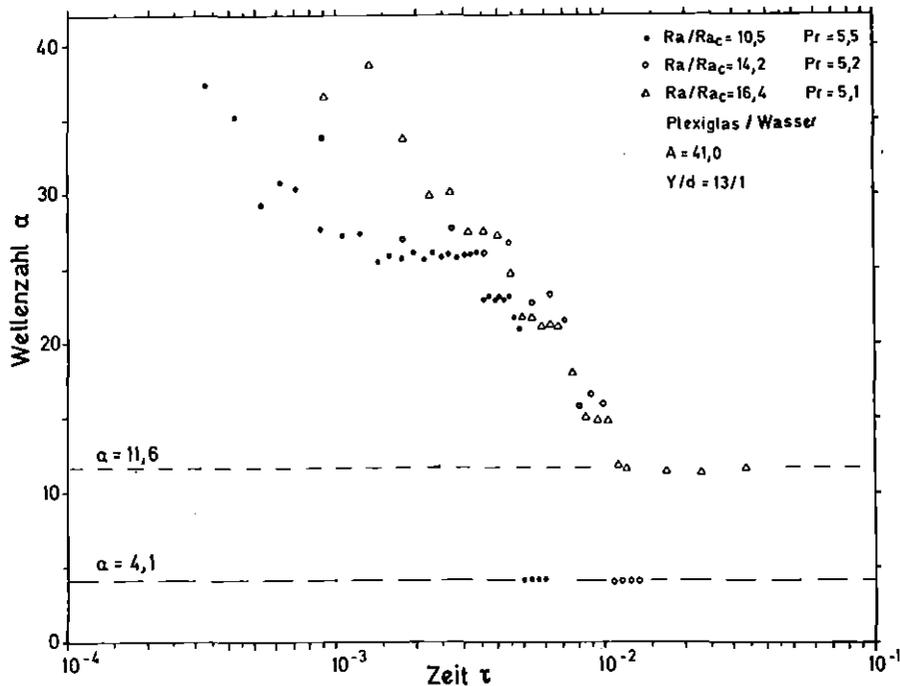
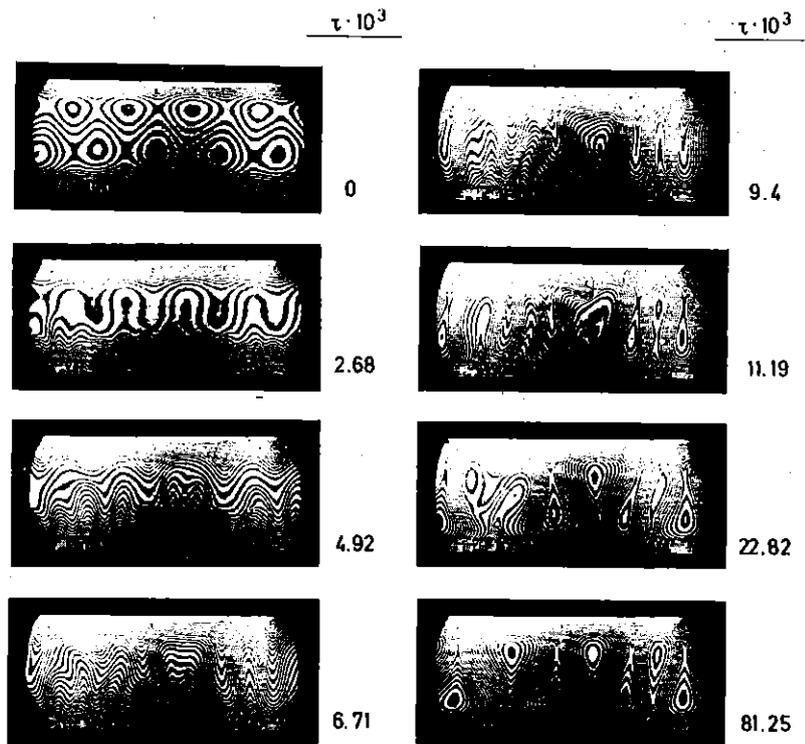


Abb. 3.9: Einfluß der im Plexiglasfenster eingespeicherten Temperaturprofile (Wellenzahlen) auf die sich instationär, nach unterschiedlichen vorgegebenen Temperaturstufen, entwickelnden Wellenzahlen.

Zum Vergleich wurden zwei weitere Versuche mit unterschiedlichen Ausgangsbedingungen gemacht. Sind diese Bedingungen durch Wellenzahl, aber niedrigere Rayleigh-Zahl gegeben, so nimmt die Konvektionsströmung nach verschiedenen Zwischenzuständen auch wieder die gleiche Wellenzahl an. Erhöht man die Ausgangswellenzahl auf  $\alpha = 11,6$  bei  $Ra/Ra_c = 16,4$  (Abb. 3.10), dann bildet sich auch hier nach einer zwischenzeitigen Zerstörung der Konvektion durch mechanisches Umrühren wieder die gleiche Wellenzahl aus.

Betrachten wir nun mit diesen Erkenntnissen über die Wechselwirkung von Wand und Fluid das Stabilitätsdiagramm in Abb. 3.5. In dem ersten Versuch ändert sich die Wellenzahl  $\alpha \approx \alpha_c$  nicht mit



**Abb. 3.10:** Instationäre Anfachung der Konvektion bei im Plexiglas eingepprägter Wellenzahl  $\alpha = 11,6$   $A = 41,0$   
 $Y/d = 13/1$ ,  $Ra/Ra_c = 16,4$ ,  $Pr = 5,1$

der Erhöhung der Rayleigh-Zahl. Auch nach Erreichen der Grenzkurve für stationäre zweidimensionale Konvektion bleibt bis  $Ra/Ra_c = 14$  die Wellenzahl  $\alpha \approx \alpha_c$  erhalten, weil das Temperaturprofil in der Wand der Flüssigkeitsschicht seine Struktur aufprägt.

Der zweite Versuch zeigt, daß bei ungestörter Wandtemperatur verschiedene Wellenzahlen  $\alpha > \alpha_c$  je nach Aufheizrate hergestellt werden können.

Die im dritten Versuch mit einem Sprung von  $Ra/Ra_c = 10,3$  ermittelten, gegenüber dem zweiten Versuch zu niedrigen Wellenzahlen sind auf ein geringes restliches Temperaturprofil im Plexiglas zurückzuführen. Die instationär gebildeten Konvektionsrollen außerhalb der Grenzkurve für stationäre zweidimensionale Konvektion driften jedoch in den stabilen Bereich. Dieser Vorgang ist durch Pfeile gekennzeichnet. Die beiden letzten Versuche zeigen, daß das Plexiglas bedingt durch seine Stoffeigenschaften im Vergleich zu denen

der Fluidschicht, träge auf schnelle Temperaturprofiländerungen reagiert und gegebenenfalls das Temperaturprofil der Fluidschicht beeinflusst (Abb. 1.2, Gl. 1.7).

### 3.4 Wärmeübergang

Bedingt durch die kleine Integrationslänge  $d$  des Lichtstrahles durch die Meßkammer wird eine zu geringe, von der Änderung der Brechzahlverteilung im Fluid bewirkte, Streifendichte erzeugt, um interferometrisch hochgenaue Wärmeübergänge zu bestimmen. Dazu kommt (vergl. Kap. 2.3), daß nach numerischen Ergebnissen von Frick /27/ im Behälter mit perfekt wärmeleitenden Randbedingungen das Temperaturfeld in Wandnähe und damit die Brechzahlverteilung von der Koordinate  $y$  abhängig ist, d.h.  $n=n(x,y,z)$ . Da die Interferometrie aber ein integrierendes Meßverfahren ist (vergl. Kap. 2.2.3.3), hat diese Verteilungsfunktion in Behältern  $h/d \gg 1$  mit gut wärmeleitenden Glasfenstern (B250; vgl. Tab. A1) einen nicht vernachlässigbaren Einfluß auf die Zahl der Interferenzstreifen und damit eine zu hohe Nusselt-Zahl zur Folge. Wegen der vorwiegend interessierenden Frage der Stabilität der Strömung dienen die Interferogramme primär der qualitativen Visualisierung der Strömungsform. Trotz dieser Vorbehalte werden eine Anzahl von Interferogrammen zur Bestimmung des Wärmestromes quantitativ ausgewertet.

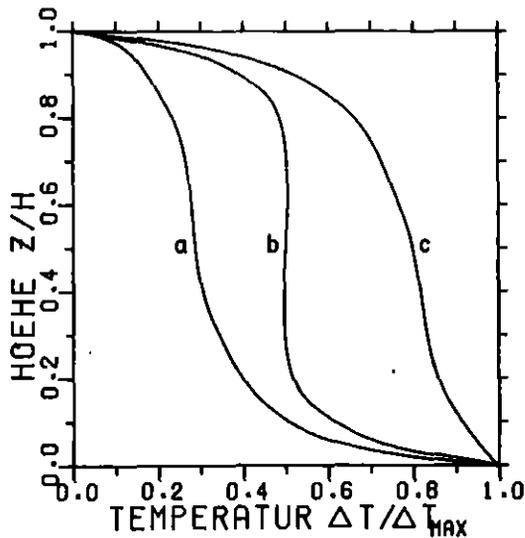
Die dimensionslosen Temperaturprofile in Abb. 3.11(I) wurden durch Auswertung der Interferenzstreifen Abb. 3.11(II) auf vertikalen Hilfslinien, welche durch den Abtrieb (a), die Rollenmitte (b) und den Auftrieb (c) gelegt wurden, ermittelt (vgl. /88/).

Die Auswertung der Nusselt-Zahl mittels dimensionsloser Temperaturprofile in einem Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden (Plexiglasfenster), also nahezu adiabate Verhältnisse, ist in Abb. 3.12 dargestellt.

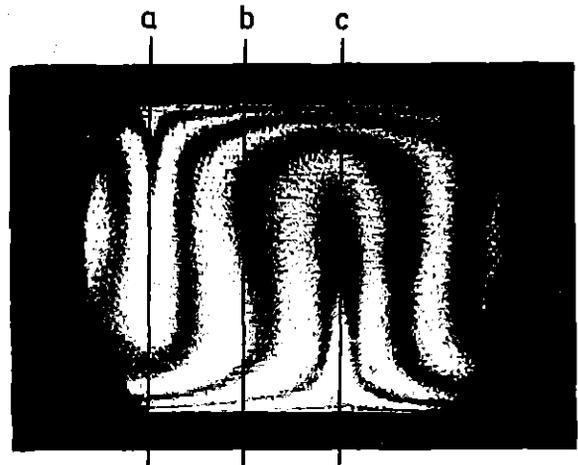
angenähert isotherm

$$Ra/Ra_c = 3.65 \quad Nu = 6.0$$

$$h/d = 23.35 \quad d = 3.05 \text{ mm}$$



Ⓘ



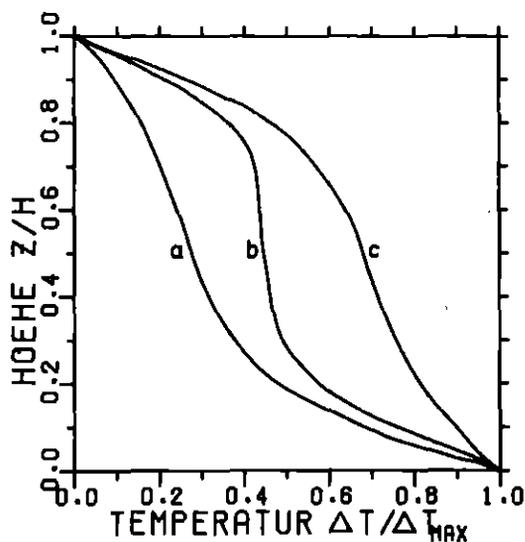
Ⓜ

Abb. 3.11: Dimensionslose Temperaturprofile (I) in einem Behälter mit sehr gut wärmeleitenden Seitenwänden (B250), welche aus dem Interferogramm (II) gewonnen wurden. a) Abtrieb, b) Rollenmitte, c) Auftrieb.

angenähert adiabat

$$Ra/Ra_c = 2.169 \quad Nu = 1.95$$

$$h/b = 18.10 \quad d = 1.15 \text{ mm}$$



Ⓘ



Ⓜ

Abb. 3.12: Dimensionslose Temperaturprofile (I) in einem Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden (Plexiglas), welche aus dem Interferogramm (II) gewonnen wurden. a) Abtrieb, b) Rollenmitte, c) Auftrieb.

Für diese Randbedingung ermittelte Frick /27/, daß die Brechzahlverteilung  $n = n(x,z) \neq n(y)$  ist. Dazu kommt jetzt, daß in dem System Plexiglas-Wasser ein integrales Temperaturfeld von Fenster plus Fluid visualisiert wird (vergl. Kap. 2.2.3). Für die quantitative Auswertung dieser Interferogramme wird der Temperaturgradient der Brechzahlen  $dn/dT$  iteriert unter Vorgabe der gemessenen oberen Temperatur  $T_1$  und der Temperaturdifferenz  $T_0 - T_1$  zwischen der unteren und oberen Berandung bis aus der visualisierten Streifenzahl die angelegte Temperaturdifferenz errechnet wird.

Die experimentell ermittelte Nusseltzahl ist im Vergleich zur Theorie in Abb. 3.13 als Funktion der auf den kritischen Wert bezogenen Rayleigh-Zahl dargestellt.

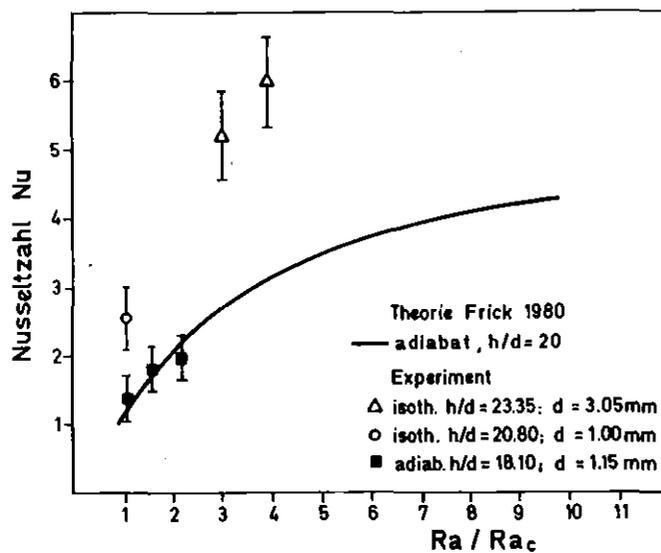


Abb. 3.13: Experimentell ermittelte Nusselt-Zahlen in Hele-Shaw Behältern mit schlecht und gut wärmeleitenden Seitenwänden im Vergleich zur Theorie /27/.

Die Streubalken entsprechen einer pessimistischen Fehlerbetrachtung. Die numerisch ermittelte  $Nu(Ra/Ra_c)$ -Kurve von Frick /27/ für den adiabaten Behälter  $h/d = 20$  mit horizontal festen Rändern zeigt eine gute Übereinstimmung mit den iterativ ermittelten Nusselt-Zahlen im Plexiglasbehälter. Daß dies bei relativ kleinen Werten von  $Ra/Ra_c$  zu erwarten war, zeigt die gute Übereinstimmung der Muster eines experimentell ermittelten integralen Isothermen-

feld im Plexiglasbehälter mit einem von Frick /27/ gerechneten Isothermenfeld im adiabaten Behälter  $h/d = 18,1$  bei zweifach überkritischer Rayleigh-Zahl (Abb. 2.2).

Wegen der hohen Temperaturabhängigkeit der Brechzahl im Plexiglas (Anhang Tab. 1) und der Dicke der Fenster verschwinden bei höheren als den ausgewerteten Rayleigh-Zahlen Streifen in den horizontalen Berandungen (vergl. Kap. 2.2.3), so daß die interferometrische Nusselt-Zahlauswertung zu niedrige Werte ergibt.

Die Werte der ermittelten zu hohen Nusselt-Zahlen für den Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden liegen erheblich über den Ergebnissen der gerechneten Werte für den adiabaten Behälter. Wegen numerischer Schwierigkeiten konnte der Wärmeübergang in Hele-Shaw Behältern mit perfekt wärmeleitender Randbedingung nur in der unmittelbaren Umgebung der kritischen Rayleigh-Zahl ermittelt werden. Diese Rechnungen von Frick /27/ bestätigen den Trend der im Vergleich zum adiabaten Behälter mit steigenden Rayleigh-Zahlen stärker anwachsenden Nusselt-Zahlen.

### 3.5 Instationäre Konvektion

In der Literatur ist verschiedentlich über instationäre Konvektionsvorgänge in engen vertikalen Spalten (Hele-Shaw Behältern) berichtet worden. Diese Berichte beziehen sich im wesentlichen auf zwei Fragestellungen:

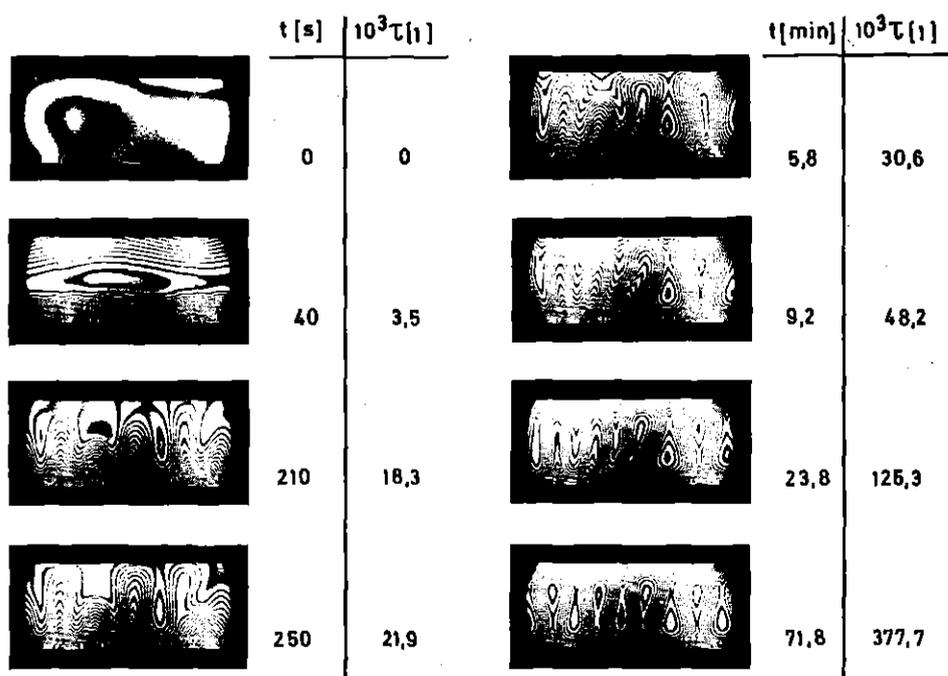
Einerseits werden die transienten Vorgänge nach einer plötzlichen, stufenweisen Anhebung der Temperaturdifferenz zwischen unterer und oberer Berandung der Flüssigkeitsschicht bis zur Einstellung eines stationären Strömungszustandes untersucht; andererseits befassen sich eine Anzahl von Arbeiten mit Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen bei relativ hohen überkritischen Temperaturdifferenzen. Unmittelbar auf die erste Fragestellung beziehen sich Arbeiten von Elder /12/. Überlegungen über Schwankungserscheinungen, die direkten Bezug auf die in dieser Abhandlung beschriebenen Experimente besitzen, sind in Arbeiten

von Elder /13/, Horne und O'Sullivan /16, 49/ und Kvernvoid /26/ zu finden.

Im nachfolgenden wird in zwei aufeinanderfolgenden Abschnitten über experimentelle Ergebnisse berichtet, die an die obigen Fragen anknüpfen.

### 3.5.1 Transiente Anfachung der Konvektion

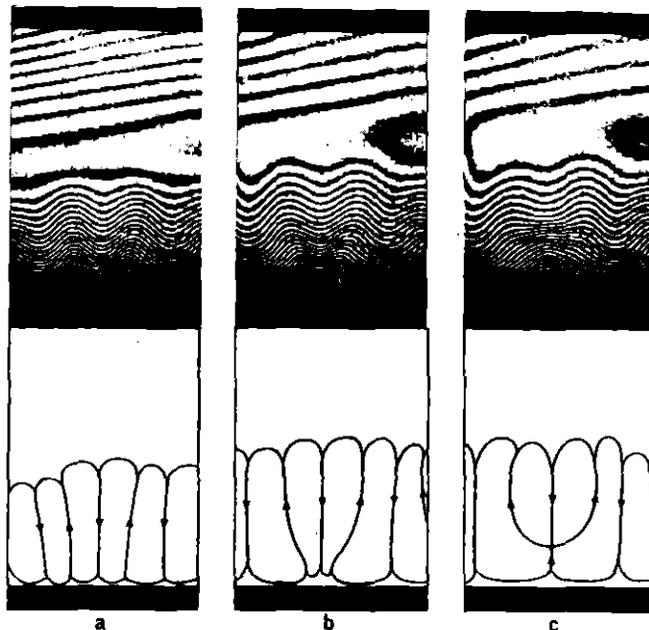
Durch gezielte Aufheizraten können der Konvektionsströmung Zellstrukturen hoher Wellenzahlen aufgeprägt werden /12/. Experimentell lassen sich mit solchen Versuchen Stabilitätskarten ermitteln (Kap. 3.2). Eine Serie von Interferogrammen einer instationären Anfachung der Konvektion in einer wassergefüllten Hele-Shaw-Meßkammer mit Plexiglaswänden ist in Abb. 3.14 dargestellt.



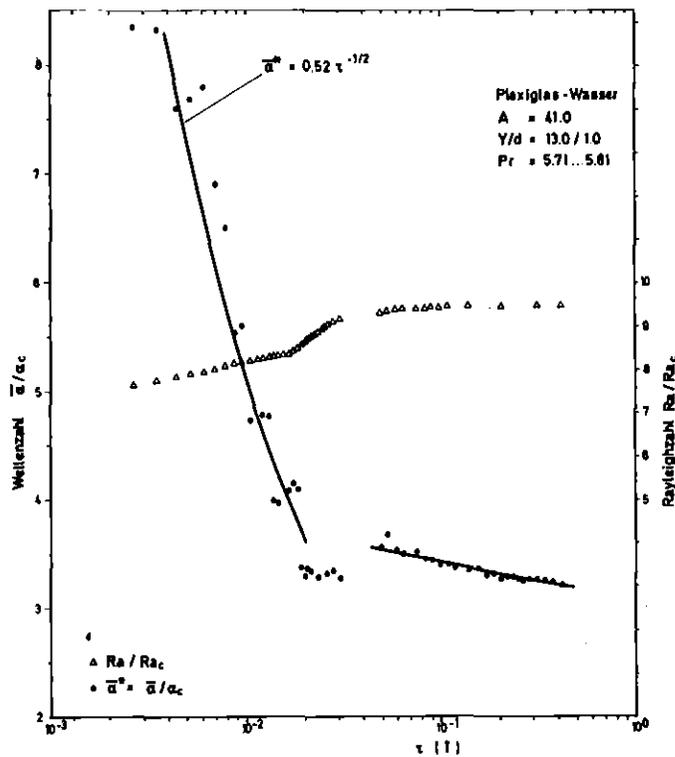
**Abb. 3.14:** Instationäre Anfachung der Konvektion im wassergefüllten Hele-Shaw Behälter mit Plexiglaswänden  
 $h/d = 41$ ;  $Y/d = 13/1$ ;  $Ra/Ra_c = 9,4$ ;  $Pr = 5,8$ .

Der angelegte Temperatursprung betrug  $Ra = 9,4 \cdot Ra_c$ . Zu beachten ist, daß hier integrale Isothermen von Wand und Flüssigkeit zu sehen sind.

In einer rasch anwachsenden Temperaturgrenzschicht an der unteren Berandung bilden sich wellenartige Temperaturstörungen aus, deren Amplituden rasch anwachsen. Ebenso wachsen die Wellenlängen der Störungen und es kommt zu einem Verdrängen einzelner Wirbel aus der Grenzschicht (Abb. 3.15). Quantitativ können diese Vorgänge dadurch erfaßt werden, daß man die Störungen als Keime von sich ausbildenden Konvektionswirbeln ansieht und ihnen eine Wellenlänge nach der Vorschrift  $\alpha = \pi \cdot n \cdot h / l$  zuordnet /12/. Dabei bedeutet  $l$  die Auswertelänge in x-Richtung von  $n$  Wirbeln und  $h$  die Höhe der Flüssigkeitsschicht. In Abb. 3.16 sind die so ermittelten Wellenzahlen bezogen auf die kritische Wellenzahl über der dimensionslosen Zeit  $\tau = t/h^2/\kappa$  aufgetragen. Die durchgezogene Linie stellt die Ausgleichskurve für die aus Interferogrammen gewonnenen experimentellen Werte dar. Die analytische Darstellung dieser Kurve im ersten Zeitabschnitt durch die Relation  $\alpha/\alpha_c \sim \tau^{-1/2}$  bestätigt, daß während dieser Zeit Diffusionsvorgänge das Temperaturfeld dominant bestimmen; denn dieses Ergebnis entspricht auch der Lösung der Wärmeleitungsgleichung für kurze Zeiten (vgl. Kap. 1.3.1.2, Gl. 1.7).



**Abb. 3.15:** Ausschnittabbildung (Interferogramme) eines Ablösevorganges von einem Wirbelpaar aus einer instabilen Grenzschicht in einem wassergefüllten Hele-Shaw Behälter mit Plexiglaswänden. Dazu sind qualitative Stromlinienskizzen des Vorganges angegeben. Instationär aufgeprägte Rayleigh-Zahl  $Ra/Ra_c = 9,4$   
a)  $t = 60$  s; b)  $t = 110$  s; c)  $t = 130$  s (vgl. Abb. 3.14).



**Abb. 3.16:** Entwicklung der Wellenzahl bezogen auf die kritische Wellenzahl durch instationäre Anfachung der Konvektion mit steigender dimensionsloser Versuchszeit im Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden (vgl. Abb. 3.14).

Zum Zeitpunkt, da die im Aufbau begriffenen Konvektionsrollen die obere Berandung erreichen, zeigt die Kurve der gemittelten Wellenzahlen ein Überschwingen. Anschließend nimmt die Geschwindigkeit der Wellenzahländerung deutlich ab. Es findet jetzt im wesentlichen eine gegenseitige Anpassung zwischen den Konvektionszellen verschiedener Größen statt, infolgedessen ändert sich die mittlere Länge der Konvektionszellen nur noch geringfügig.

Der leichte Anstieg der Rayleigh-Zahl  $Ra(\tau)$  im ersten Zeitabschnitt beruht auf der durch reale Stoffdaten bedingten, trägen Sprungantwort des Systems (Abb. 1.2). Die plötzliche Anhebung der Randtemperatur auf ein höheres Niveau bewirkt Wärmeverluste aus den Kupferstreifen an die seitlichen Plexiglasscheiben. Der Überschwingbereich der Wellenzahl ist durch eine starke zeitliche Änderung

der aktuellen Rayleigh-Zahl gekennzeichnet. Anschließend nimmt die Rayleigh-Zahl einen konstanten, dem angelegten Temperatursprung zugehörigen Wert an. Die Anpassungsphase des zweiten Zeitabschnittes wird deutlich aus Abb. 3.17, worin alle auftretenden Wellenzahlen als Funktion der Zeit aufgetragen sind.

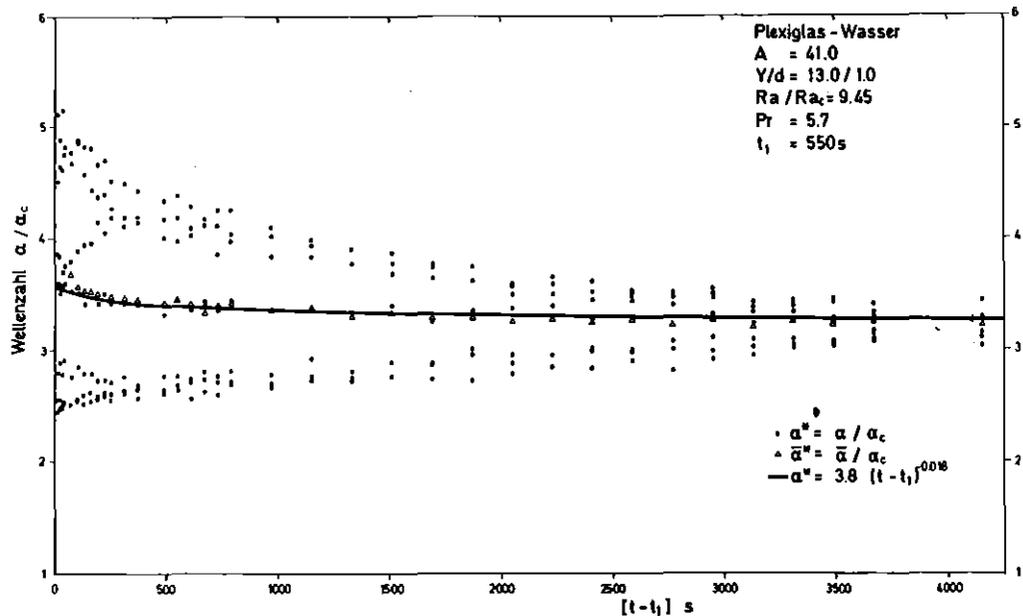
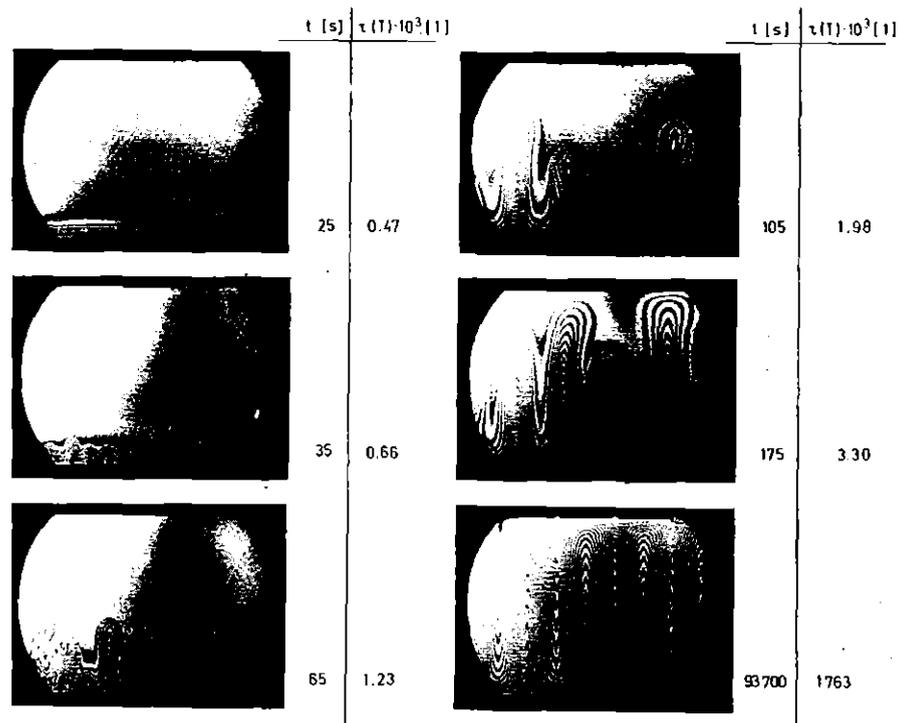


Abb. 3.17: Anpassungsphase der Wellenzahlen im Zeitabschnitt des Wärmeübergangs durch Transport nach instationärer Anfachung.  $t_1 = 550$  s entspricht  $\tau = 4,8 \cdot 10^{-2}$  in Abb. 3.16.

Die mittlere Wellenzahl wurde mit einer Ausgleichsrechnung ermittelt. Es ist deutlich die Tendenz zu erkennen, daß alle Zellen mit zunehmender Zeit eine einheitliche Größe annehmen, die durch die Wellenzahl  $\alpha \approx 3,2 \alpha_c$  charakterisiert ist. Das Gleichgewicht wird erst erreicht, wenn die thermische Diffusion vernachlässigbar wird.

Ein ähnlicher Versuch in einem System mit Glasscheiben als seitliche Berandung und mit Silikonöl als Fluid ist in Abb. 3.18 dargestellt.

Dabei ist zu beachten, daß jetzt im Interferogramm ausschließlich die Temperaturverteilung in der Fluidschicht sichtbar ist. Die in einer dünnen instabilen Temperaturgrenzschicht entstehenden Wirbel wachsen rasch an und bilden längliche Wirbel, ähnlich denen, wie sie



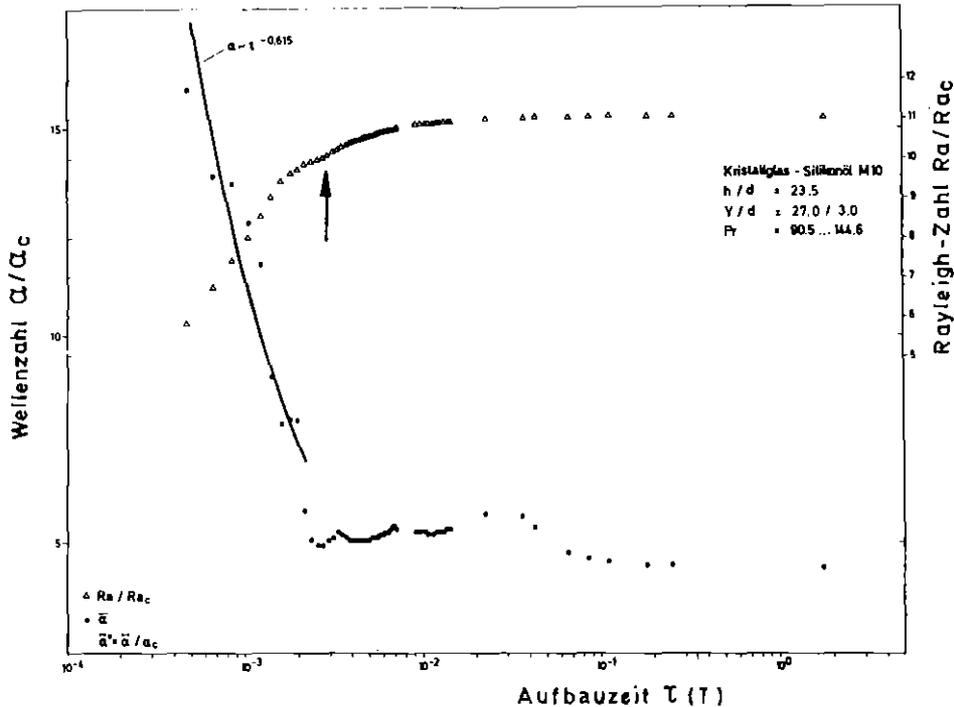
**Abb. 3.18:** Instationäre Anfachung der Konvektion im ölgefüllten (M10) Behälter mit gut wärmeleitenden Kristallglas-Seitenwänden  $h/d = 23,35$ ;  $Y/d = 27/3$ ;  $Ra/Ra_c = 11$ ; 90 Pr 145.

schon von Saffmann und Taylor /92/ beobachtet wurden. Diese Wirbel wechselwirken miteinander; es bilden sich während des Wachstums größere Wellenlängen aus.

Die zeitliche Änderung der Wellenzahl ist in Abb. 3.19 dargestellt.

Die rechnerisch ermittelte Ausgleichskurve  $\alpha \sim \tau^{-0,6}$  im ersten Zeitbereich entspricht dem Ergebnis für Plexiglasscheiben, jedoch mit deutlich kürzerer Aufbauzeit. Der geringfügig unterschiedliche Exponent im Vergleich zum früheren Ergebnis und zur Lösung der Wärmeleitungsgleichung (Gl. 1.7) ist vermutlich auf eine ungenügende Anzahl von Meßpunkten und auf die begrenzte Leistung der Thermostate zurückzuführen.

Der stärkere Anstieg der Rayleigh-Zahl im Bereich der Wärmediffusionsprozesse ist auf die fast perfekt wärmeleitende Randbedingung zurückzuführen. Die Diffusionszeit  $h^2/\kappa$  für Temperaturstörungen ist im Glas sehr viel kleiner als im Öl (vergl. Abb. 1.2). Damit



**Abb. 3.19:** Entwicklung der Wellenzahl bezogen auf die kritische Wellenzahl  $\alpha_c = 4,2$  durch instationäre Anfachung der Konvektion mit steigender dimensionsloser Aufbauzeit im Behälter mit gut wärmeleitenden Kristallglaswänden (vgl. Abb. 3.18).

wird der Anteil des Wärmeflusses im Öl geringer als in den Seitenfenstern. Ein leichter Knick in der  $Ra(\tau)$ -Kurve (Pfeil) zeigt den Übergang zum nun vorwiegend konvektiven Wärmetransport an.

Im zweiten Zeitabschnitt schwingt die Wellenzahl leicht, um nach Erreichen eines Maximums eine ganze Konvektionsrolle aufzulösen und schließlich in einen stationären Zustand überzugehen.

Elder /12/ hat umfangreiche numerische Experimente und einige experimentelle Untersuchungen mit einer Hele-Shaw Zelle zu der gleichen Fragestellung durchgeführt. Er hat ganz entsprechende Erscheinungen, wie sie in den Interferogrammen Abb. 3.18 zu sehen sind, in seinen numerisch gewonnenen Isothermendiagrammen beobachtet und dargestellt. Er gelangte dabei zu dem gleichen Wachstumsgesetz für die Wellenlängen der Temperaturstörung im ersten zeitlichen Entwicklungsabschnitt.

### 3.5.2 Oszillatorische Konvektion

Bei der Untersuchung der Stabilität überkritischer stationärer Konvektionsströmungen sind für hohe überkritische Rayleigh-Zahlen instationäre Vorgänge in den Konvektionszellen beobachtet worden. Solche, bei konstant gehaltener Temperaturdifferenz auftretenden Schwankungen konnten nach Durchlaufen unterschiedlicher experimenteller Vorgeschichten (quasistationäres oder plötzliches Aufheizen) eingestellt werden.

Das Hauptmerkmal dieser instationären Erscheinungen sind wellenartige Störungen in der Temperaturgrenzschicht am unteren oder oberen Rande der Flüssigkeitsschicht. Die zeitliche Entwicklung einer solchen Störung ist in der Serie von zeitlich aufeinanderfolgenden Interferogrammausschnitten in einer Plexiglasberandeten und mit Wasser gefüllten Messkammer in Abb. 3.20 zu sehen. In der Temperaturgrenzschicht an der Wand bilden sich unter einem Abtriebsstrom wellenartige Temperaturstörungen in Form von Wirbelpaaren aus. Diese Störungen werden von der großräumigen Zirkulationsströmung erfaßt und in den Auftriebsströmungen an die obere Berandung transportiert. Sie treten zeitlich nacheinander auf, ihre Häufigkeit ist abhängig von der Rayleigh-Zahl. Aus der Wachstumshöhe der Wirbel ist die Dicke  $\delta$  der Grenzschicht abschätzbar.

Es erheben sich die Fragen, welche Frequenz und welche Strukturen diese zeitabhängigen Vorgänge mit wachsenden Rayleigh-Zahlen annehmen; ob die Vorgänge u.U. periodischen, quasiperiodischen oder stochastischen Charakter besitzen. Zur Klärung dieser Fragen wurden lokale Temperaturzeitfunktionen an zwei Stellen in der unteren wandnahen Schicht aufgezeichnet (Abb. 3.21). Ein Thermoelementenpaar wurde in der Nähe des Auftriebs, ein anderes in der Nähe des Abtriebs angebracht (vergl. Kap. 2.1.1). Die Thermoelemente ragten etwa 2 mm in die Flüssigkeit hinein. Ihre Spannungssignale wurden auf Magnetband und Schreiber über 12 Stunden bei konstanter Rayleigh-Zahl aufgenommen. Eine digitale Fourier-Zerlegung lieferte die Frequenzspektren der aufgezeichneten Zeitsignale.

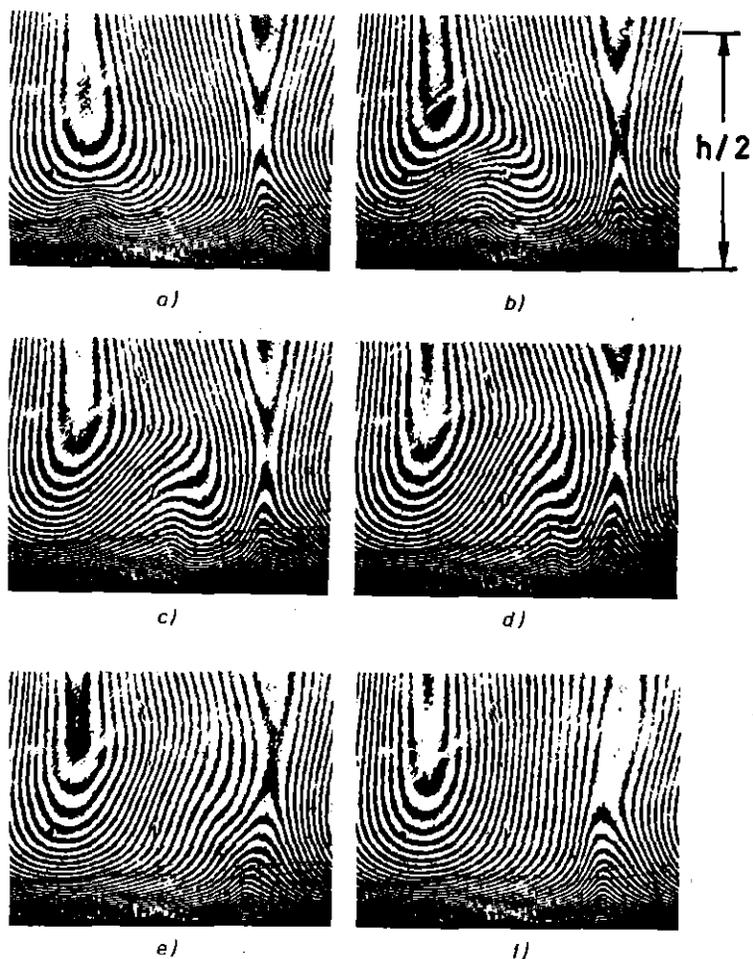


Abb. 3.20: Ausschnittabbildungen von oszillatorischen Instabilitäten der Temperaturgrenzschicht in einem wassergefüllten Behälter mit schlecht wärmeleitenden Plexiglaswänden.  $Ra/Ra_c = 11,8$ ,  $h/d = 66,5$ ;  $Y/d = 25/1$ , Periode a)-f) 240 s.

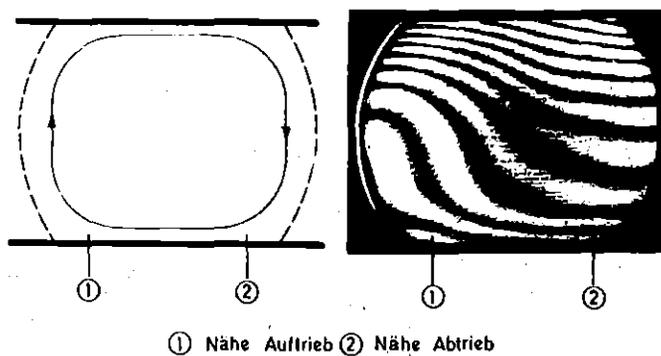


Abb. 3.21: Ort der Meßstellen 1 und 2 in der unteren wandnahen Fluidschicht.

Die geometrischen Abmessungen der so untersuchten Wasserschicht sind  $h/d = 23,0$  und  $Y/d = 15/3$  ( $h/b/d = 0,16/1/0,007$ ). Seitlich ist die Meßkammer mit schlecht wärmeleitenden Plexiglaswänden abgeschlossen<sup>1)</sup>. Wegen der geringen kritischen Temperaturdifferenz konnte wegen der daraus folgenden geringen Streifenzahl das Einsetzen der Konvektion nicht exakt ermittelt werden.

Im folgenden werden wir zuerst auf das globale Verhalten der Oszillationen bei steigender Rayleigh-Zahl eingehen und anschließend die Oszillationsstruktur betrachten.

Aus den Frequenzspektren wurden die diskreten Frequenzen sowie die maximalen Amplituden aus den Rauschbergen mit der Diffusionszeit  $h^2/\kappa$  dimensionslos gemacht und als Periode  $\tau$  ( $Ra^*$ ) aufgetragen (Abb. 3.22)<sup>2)</sup>.

Zu Beginn der Oszillationen zeigt sich, daß die Periode mit der Rayleigh-Zahl durch das Potenzgesetz (3.1) verknüpft ist.

$$(I) \tau \sim Ra^{-2}, \quad 1 < Ra^* < 1,5 \quad (3.1)$$

Für höhere Rayleigh-Zahlen steigt der Exponent auf  $-1,4$  und anschließend auf  $-1,0$  an.

Das Phänomen der oszillatorischen Konvektion wurde, wie oben bereits erläutert, optisch in den Temperaturgrenzschichten identifiziert. Dies gibt den Hinweis darauf, daß die ermittelten Frequenzen durch eine Instabilität der Temperaturgrenzschicht verursacht wird.

---

1) In den Behältern mit annähernd perfekt wärmeleitenden Seitenwänden ist bei quasistationärer Versuchsdurchführung bis  $Ra/Ra_c \approx 40$  keine oszillatorische Bewegung in den Temperaturgrenzschichten beobachtet worden. Die hohe Wärmeleitfähigkeit vom Kristallglas oder B 250 hemmen die Entstehung von Grenzschichtinstabilitäten durch dissipative Wärmeabfuhr durch Wärmeleitung. Die folgenden Ergebnisse sind mit einem Plexiglas-Wasser Behälter gewonnen worden.

2)  $Ra^*$  ist das Verhältnis der tatsächlichen Rayleigh-Zahl zur kritischen Rayleigh-Zahl bei Oszillationsbeginn.

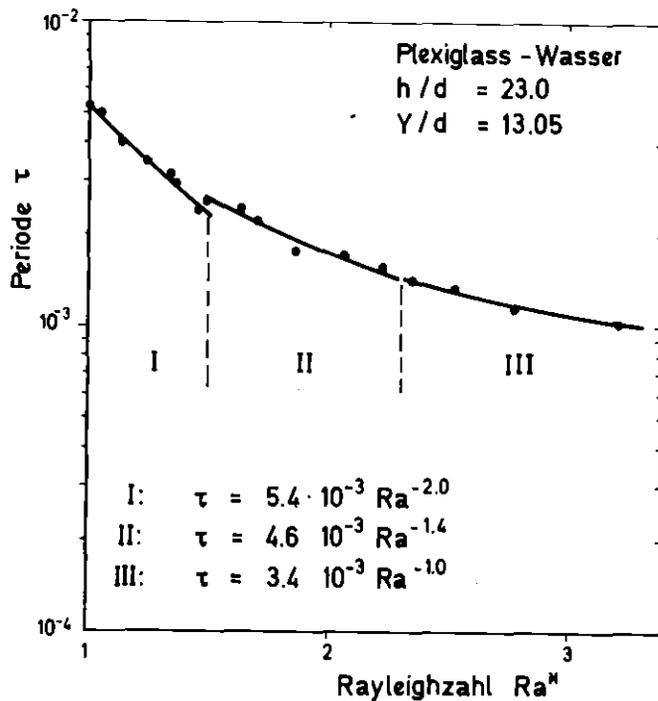


Abb. 3.22: Oszillationsperioden maximaler Leistungsdichte im Behälter  $h/d \gg 1$  mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden als Funktion der normierten Rayleigh-Zahl  $Ra^*$ .

Dieser Hinweis läßt sich durch folgende Ähnlichkeitsbetrachtung, die den Argumenten von Howard /93/ folgt, erhärten:

Wir gehen davon aus, daß die tatsächliche Rayleigh-Zahl so groß ist, daß die Hälfte der insgesamt an der Flüssigkeitsschicht angelegten Temperatur über eine Grenzschichtdicke  $\delta$  abfällt (siehe schematische Abb. 3.23). Nehmen wir ferner an, daß diese Grenzschichtdicke noch

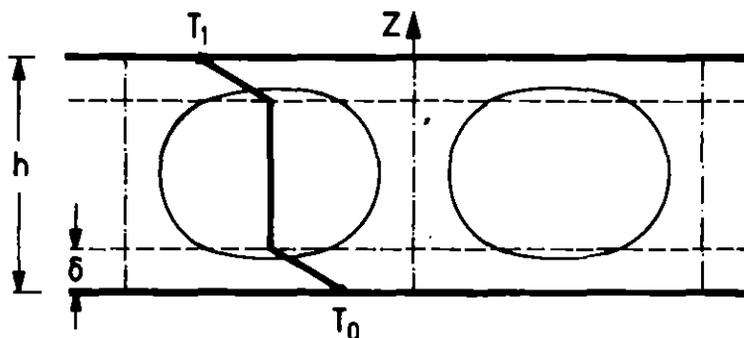


Abb. 3.23: Konvektionsströmung im Grenzschichtregime, schematisch.  $1/2 \cdot (T_0 - T_1)$  fällt über die Grenzschichtdicke  $\delta$  ab.

sehr viel größer als die Spaltdicke  $d$  ist, dann gilt als Kriterium dafür, daß die Grenzschicht selbst gegen Temperaturstörungen instabil wird:  $Ra_{\delta c} = 4\pi^2$ . Dabei ist

$$Ra = \frac{\alpha \cdot g \cdot (\Delta T / 2) \cdot d^2 \cdot \varepsilon}{\kappa^* \cdot \nu \cdot 12} \cdot \delta \quad (3.2)$$

nach der Definition von Hartline und Lister /3/ gebildet. Das bedeutet, daß  $\delta \sim 1/\Delta T$  gilt.

Da das Anwachsen der Temperaturgrenzschicht an der Wand ausschließlich durch Wärmeleitung erfolgt, ergibt sich nun durch einen einfachen Ähnlichkeitsschluß aus der Wärmeleitungsgleichung, daß für die Zeit  $\tau$  zum Aufbau einer Grenzschicht der Dicke  $\delta$  die Beziehung

$$\tau \sim \delta^2 \quad (3.3)$$

gilt. Zusammen mit der obigen Relation und der Definition der Rayleigh-Zahl für die gesamte Schichthöhe  $h$  folgt dann sofort

$$\tau \sim Ra_h^{-2} \quad (3.4)$$

Dieses Verhalten stimmt mit dem Resultat aus der Analyse der Temperaturschwankungen für den Anfangsbereich  $1 < Ra^* < 1,5$  überein.

Das Verhalten der Periodendauer für große Rayleigh-Zahlen läßt sich ebenfalls mit ähnlichen Überlegungen plausibel deuten. Dabei muß man von dem Sachverhalt ausgehen, daß die Dicke der Temperaturgrenzschichten am unteren bzw. oberen Flüssigkeitsrand mit wachsenden Rayleigh-Zahlen abnimmt und schließlich die Größenordnung der Spaltdicke  $\delta \approx d$  erreicht. Dies bedingt, daß jetzt als Kriterium für die Instabilität der Temperaturgrenzschicht die Rayleigh-Zahl in der klassischen Bildung, nämlich

$$Ra = \frac{\alpha \cdot g \cdot \Delta T \cdot \delta^3}{\kappa^* \cdot \nu} \quad (3.5)$$

als Ausgangsbeziehung zu wählen ist. Ausgehend von diesen Gesetzmäßigkeiten, erhält man mit entsprechenden Überlegungen

$$\tau \sim Ra^{-2/3} \quad (3.6)$$

Diese Korrelation wurde bereits früher von Busse und Whitehead /23/ sowie Bergé und Dubois /40/ experimentell gefunden.

Da die Dicke der Temperaturgrenzschicht mit wachsenden Rayleigh-Zahlen kontinuierlich abnimmt, wird sich, wie aus Abb. 3.22 ersichtlich ist, der Verlauf der Periodendauer als Funktion der Rayleigh-Zahl zwischen den beiden Beziehungen einordnen.

Wir wenden uns jetzt der Frage nach der Struktur der oszillatorischen Konvektion zu. Einige typische Ausschnitte der von den Schreibern aufgezeichneten Temperaturgeschichten, sowie die zugehörigen Frequenzspektren sind in Abb. 3.24 und Abb. 3.25 zusammengestellt.

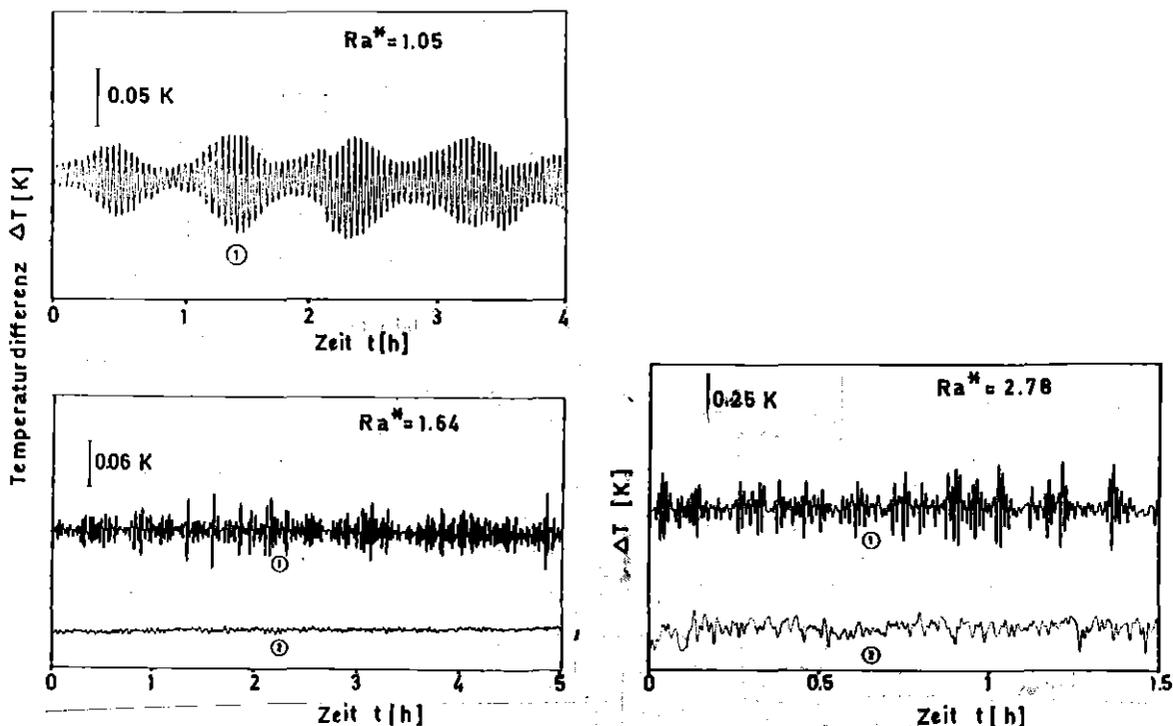


Abb. 3.24: Temperatursignale der oszillierenden Konvektionsströmung für beide Meßstellen 1 und 2 und verschiedene Rayleigh-Zahlen im Behälter  $h/b/d = 0,16/1/0,007$ ;  $Y/d = 15/3$  mit schlecht wärmeleitenden Plexiglaswänden.  $Pr = 6,4$ .

Bei der Analyse der Temperaturgeschichten (Abb. 3.24) und Frequenzspektren (Abb. 3.25) fallen folgende Merkmale auf:

- Die Temperaturfluktuationen setzen oberhalb eines relativ scharf definierten Schwellwertes, der Temperaturdifferenz,  $Ra = 5,96 \cdot 10^6$ , ein ohne merkliche Hystereseerscheinungen.
- In der Nähe des Schwellwertes ist die Leistungsdichte mit einem hohen Signal-Rausch-Verhältnis auf eine Grundfrequenz und deren harmonische Oberfrequenzen verteilt. Die Schwingung ist also periodisch. Unkontrollierbare Störungen können in diesem Bereich eine Langzeitschwebung erzeugen, so daß bei Langzeitanalysen ein biperiodischer Zustand entsteht, wohingegen Kurzzeitanalysen einen periodischen Zustand ergeben. Durch ein weiteres Anheben der Temperaturdifferenz, kann die Amplitude der zweiten Frequenz erneut gedämpft werden.
- Die Werte dieser (fast diskreten) Frequenzen wachsen mit zunehmenden Temperaturdifferenzen bzw. Rayleigh-Zahlen.
- Mit weiter zunehmender Rayleigh-Zahl verringert sich das Signal-Rausch-Verhältnis.
- Im Bereich  $1,36 < Ra^* < 1,64$  sind aus kurzzeitigen Analysen zwei diskrete, voneinander unabhängige Frequenzen mit deutlich aus dem Rauschen hervorgehenden Amplituden zu ermitteln. Die Langzeitanalyse (5,8 Stunden) ergibt an beiden Meßstellen Spektren mit Bandpassrauschen.
- Bei  $Ra^* > 1,7$  haben die Schwankungen weitgehend stochastischen Charakter angenommen. Zu erkennen bleibt an der Meßstelle nahe dem Auftrieb ein Breitbandrauschen mit einer noch definierbaren mittleren maximalen Amplitude und das dazugehörige "harmonische" Rauschspektrum. An der Meßstelle 2 neben dem Abtriebsstrom ist die ermittelte Frequenz der maximalen Amplitude der Meßstelle 1 nicht mehr erkennbar. An dieser Meßstelle werden lediglich Signale registriert, die durch weißes Tiefpaßrauschen charakterisiert sind, deren Grenzfrequenz mit der Rayleigh-Zahl wächst.

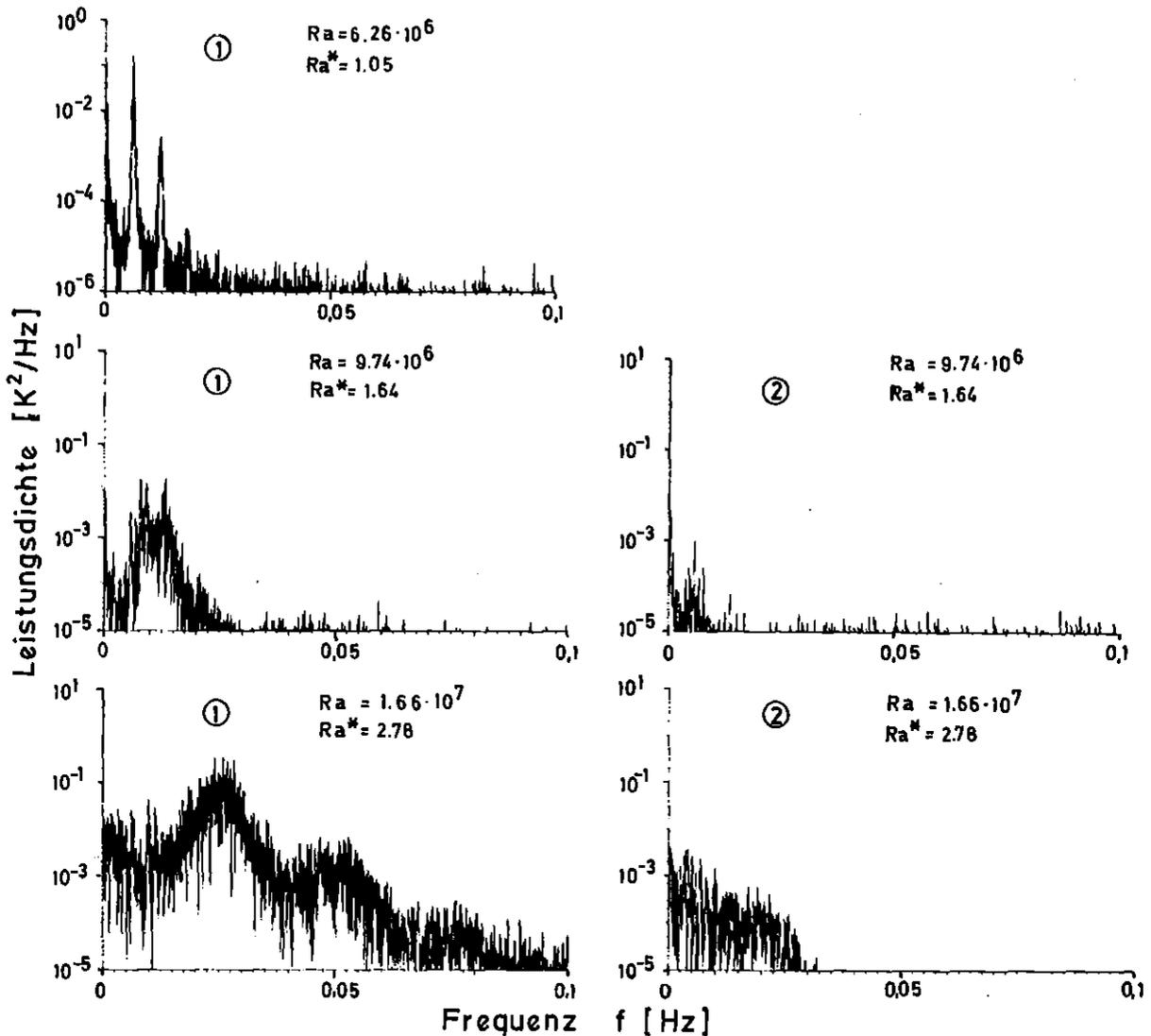


Abb. 3.25: Leistungsdichtespektren der in Abb. 3.24 dargestellten Temperatursignale.

Es bleibt schließlich die Frage, auf welche Ursache die mit wachsenden Temperaturdifferenzen zunehmenden stochastischen Anteile des Frequenzspektrums und damit der Temperatursignale zurückzuführen sind. Die Beobachtungen der Strömungsvorgänge mit Hilfe der Interferogramme (Abb. 3.5:  $Ra/Ra_c > 16$ ) haben gezeigt, daß die Lage der einzelnen Konvektionszellen im Spalt nicht absolut fest liegt, sondern daß die Zellgrenzen, d.h. Auf- und Abtriebsströme, langsam und unregelmäßig hin und her schwanken. Diese Schwankungen sind in der Nähe der horizontalen Berandung besonders ausgeprägt. Das bedeutet, daß sich einzelne Zellen zeitweise auf Kosten der

Nachbarzellen vergrößern oder andererseits Raum an diese abgeben. Bei dem hier beschriebenen Versuch beträgt das Längen-zu-Höhenverhältnis etwa 6. Das bedeutet: im Mittel sind 6 Zellen in dem Versuchsbehälter. Es ist aus Versuchen in unendlich ausgedehnten Flüssigkeitsschichten bekannt, daß sich die Zellabmessungen mit wachsenden Temperaturdifferenzen abändern /94/. Die Restriktionen durch die seitlichen Wände einerseits und die wachsenden Temperaturen andererseits führen in gewissen Rayleigh-Zahlen-Bereichen zu ungünstiger Abstimmung zwischen Geometrie und natürlicher, durch die Temperaturdifferenz vorgegebener Zellabmessung. Die Strömung weicht diesem Zwang durch fluktuierende Richtungsänderung im Bereich der Auf- und Abtriebsströme aus. Die von den Thermoelementen registrierten Signale der instabilen Grenzschicht werden auf diese Weise durch schwankungsbezogene Driftsignale überlagert. Die zufällige Amplitudenmodulation der Thermoelementensignale legt diese Schlußweise nahe.

### 3.6 Zusammenstellung der wesentlichen Ergebnisse für den unendlichen Hele-Shaw-Behälter

#### 3.6.1 Eigene Ergebnisse

Bei den Untersuchungen der Konvektionsströmungen im unendlichen Hele-Shaw-Behälter wurden im wesentlichen folgende Ergebnisse erzielt:

- Durch die Eingrenzung der experimentell für verschiedene Materialpaarungen ermittelten kritischen Rayleigh-Zahlen mit Hilfe der theoretischen Grenzfälle adiabate und isotherme Ränder wird das reale Verhalten der Versuchsmaterialien ausreichend charakterisiert.
- Für überkritische Konvektionsströmungen wird die Stabilitätskarte für stationäre zweidimensionale Konvektionsströmungen in einem Hele-Shaw-Behälter ermittelt.

Im Experiment werden auch für größere Wellenzahlen und sehr hohe überkritische Rayleigh-Zahlen oszillatorische Konvektionszustände gefunden.

- Die starke Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex von Plexiglas gestattet es, die von der Konvektionsströmung der Plexiglaswand aufgeprägte Temperaturverteilung sichtbar zu machen. Auf diese Weise kann die thermische Wechselwirkung zwischen Fluid und Wand veranschaulicht und abgeschätzt werden. Die Erfahrung daraus kann in sinnvoller Weise dazu benutzt werden, durch gezielte, instationäre Aufheizvorgänge im Behälter Konvektionsströmungen mit unterschiedlichen Wellenlängen zu erzeugen. Von dieser Möglichkeit wurde wesentlich bei der Überprüfung der Stabilitätskarte nach Kvernold Gebrauch gemacht.
- Die mit Hilfe der Interferogramme ermittelten Nusselt-Zahlen für den Behälter mit schlecht wärmeleitenden (nahezu adiabaten) Seitenwänden zeigen bis zu etwa dreifach überkritischen Rayleigh-Zahlen zufriedenstellende Übereinstimmung mit entsprechenden, auf numerischem Wege ermittelten Werten.
- Durch schnelles Aufheizen der Flüssigkeitsschicht (Temperatursprung an der Unterseite der Flüssigkeit) wurde die Ausbildung der Zellularstruktur im Hele-Shaw-Behälter untersucht. Die ermittelten Wachstumsgesetze sowie ihre physikalische Interpretation befinden sich in Übereinstimmung mit bekannten theoretischen und experimentellen Ergebnissen. Die in dieser Arbeit durchgeführten umfassenderen Untersuchungen ergeben deutliche Hinweise darauf, daß der Einstellvorgang einer stationären Strömungsform durch gut wärmeleitende Seitenwände verkürzt wird, d. h. der dissipative Effekt der Wärmeabfuhr durch Wärmeleitung in den gut wärmeleitenden Seitenwänden hat einen Wärmestrom von der Wand zu der schlechter wärmeleitenden Fluidschicht zu Folge und damit einen Einfluß auf die Konvektionsbewegung.
- Der Beginn der oszillatorischen Konvektionsströmung im Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden bei hohen Rayleigh-Zahlen und unterschiedlichen Wellenzahlen wird durch eine In-

stabilität der Temperaturgrenzschicht an der beheizten unteren bzw. der gekühlten oberen Flüssigkeitsberandung ausgelöst.

Dieser Sachverhalt wird erhärtet durch:

- . Ähnlichkeitsüberlegungen, die auf der Annahme einer Instabilität der Temperaturgrenzschicht basieren und in der experimentell ermittelten Korrelation  $\tau \sim Ra^{-2}$  zum Ausdruck kommen;
- . Visualisierung der Störungen in der Nähe der oberen und unteren Flüssigkeitsberandungen.

Die oszillatorischen Vorgänge in den unteren und oberen Grenzschichten der Flüssigkeitsschicht durchlaufen mit wachsender Rayleigh-Zahl periodische, quasiperiodische und stochastische Zustände. Die stochastischen Zustände wurden als Änderungen der Lage der Zellgrenzen durch Visualisierung in den Interferogrammen und durch Analyse der Spektren der Temperatursignale identifiziert.

### 3.6.2 Vergleich mit der Literatur

Die vorliegende Arbeit zeigt, daß Definitionen der Rayleigh-Zahl, wie sie von Elder /1/, Hartline und Lister /3/ und Horne und O'Sullivan /16/ vorgeschlagen wurden, zur Festlegung des Konvektionsbeginns keine Allgemeingültigkeit haben. Der Grund für diesen Sachverhalt muß einer ungenügenden modellmäßigen Erfassung der unterschiedlichen thermischen Eigenschaften von festen und fluiden Materialien der Versuchsanordnung zugeschrieben werden. Diese Schwierigkeiten lassen sich jedoch in gewissem Umfange reduzieren, wenn man zum Vergleich von Versuchsergebnissen aus verschiedenen Meßkammern die unterschiedlichen überkritischen Zustände auf den jeweils systemspezifischen kritischen Zustand bezieht, d. h. die Kennzahlen in der Form  $Ra/Ra_c$ ,  $\alpha/\alpha_c$  einführt.

Die von Kvernold /26, 91/ theoretisch numerisch ermittelte Stabilitätskarte wird im wesentlichen bestätigt. Im Experiment werden auch für größere Wellenzahlen und sehr hohe überkritische Rayleigh-Zahlen oszillatorische Konvektionszustände gefunden, die über die theoretischen Aussagen von Kvernold hinausgehen. Sie legen die Vermutung nahe, daß die Zustände der stationären zweidimensionalen

Konvektion im engen Spalt bei hohen Wellen- und Rayleigh-Zahlen auch eine weitere Kurve gegen oszillatorische Vorgänge abgegrenzt wird.

Die im Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden beobachteten kritischen Wellenzahlen sowie die bei instationärer Aufheizung ermittelten Wellenzahlen sind erheblich kleiner als die von der Theorie /89/ für perfekt wärmeleitende Randbedingungen festgelegten kritischen Wellenzahlen. Dies kann durch einen Wärmetransport von der Wand in die Flüssigkeit erklärt werden, welcher in den theoretischen Rechnungen ausgeschlossen ist.

Das Lorenz-Modell /95, 96/ besagt, daß eine stationäre Konvektionsströmung bei einer höheren kritischen Rayleigh-Zahl in eine zeitabhängige Strömung mit stochastischer Struktur übergeht. Es scheint sich anzudeuten, daß die Hele-Shaw Strömung im Behälter  $h/b \ll 1$  den Charakter des Lorenz-Modells hat, da Langzeitanalysen der zeitabhängigen Temperatursignale Breitbandspektren ergeben. Mit Ausnahme von Eckenbereichen ist die Strömung im Hele-Shaw Behälter wie das Lorenz-Modell zweidimensional.

Ahlers /31/ untersuchte den konvektiven Wärmeübergang in einem mit flüssigem Helium gefüllten Behälter mit den Abmessungen  $h, d > h$ . Er beobachtete Wärmeleitung, stationäre und zeitabhängige Konvektion. Die zeitabhängige Konvektion war, analog zu den vorliegenden Ergebnissen der Hele-Shaw-Zelle, durch stochastisches Verhalten der Nusselt-Zahl gekennzeichnet.

#### 4. Ergebnisse für den endlichen Hele-Shaw-Behälter

Das Strömungsmuster der freien Konvektion im unendlichen Hele-Shaw-Behälter ist im wesentlichen dadurch gekennzeichnet, daß die Strömung großräumig zwischen der unteren und oberen Berandung der Fluidschicht zirkuliert. Dieser Sachverhalt trifft für den gesamten Bereich der experimentell realisierten Rayleigh-Zahlen  $1 \leq Ra/Ra_c \leq 20$  (vgl. Kap. 3) zu. In der Sprechweise einer linearisierten Stabilitätstheorie besagt dies, daß der Grundmode der Konvektion für alle experimentell eingestellten Rayleigh-Zahlen am stärksten angeregt wird.

Im nachfolgenden wird nun über Untersuchungen der freien Konvektionsströmung in engen, allseitig begrenzten vertikalen Spalten berichtet. Dabei wurde für die Versuche das Höhen-zu-Breitenverhältnis so gewählt, daß  $h/d \gg 1$ ,  $14 \geq h/b \geq 1,7$  ( $b/d \gg 1$ ) gilt. Die dissipativen Reibungs- und Wärmeleitungseinflüsse der zusätzlichen seitlichen Berandungen haben in diesem Fall einerseits eine Vergrößerung der kritischen Rayleigh-Zahl zu Folge; andererseits verursachen sie ganz andersartige Strömungskonfigurationen, die nicht mehr dominant durch den Grundmode charakterisiert sind. Diese besondere Erscheinungen stehen im Vordergrund der folgenden Betrachtungen. Teilergebnisse wurden in früheren Arbeiten dargestellt /97 bis 100/.

##### 4.1 Strömungsmuster

In Abb. 4.1 ist eine Reihe von Interferogrammen zusammengestellt, in denen alle typischen Strömungszustände festgehalten sind, die während einer großen Anzahl von Versuchen beobachtet wurden. Es handelt sich hier um Versuche, die in einem Hele-Shaw-Behälter mit Berandungen aus Glasscheiben und Kupferblechen durchgeführt wurden (vgl. Abb. 2.3). Die in den Interferogrammen sichtbaren Interferenzstreifen beschreiben demnach Linien gleicher Temperatur in der Flüssigkeit. Passend zu diesen Isothermenfeldern sind in der Abb. 4.1 auch qualitative Stromlinienfelder angedeutet.

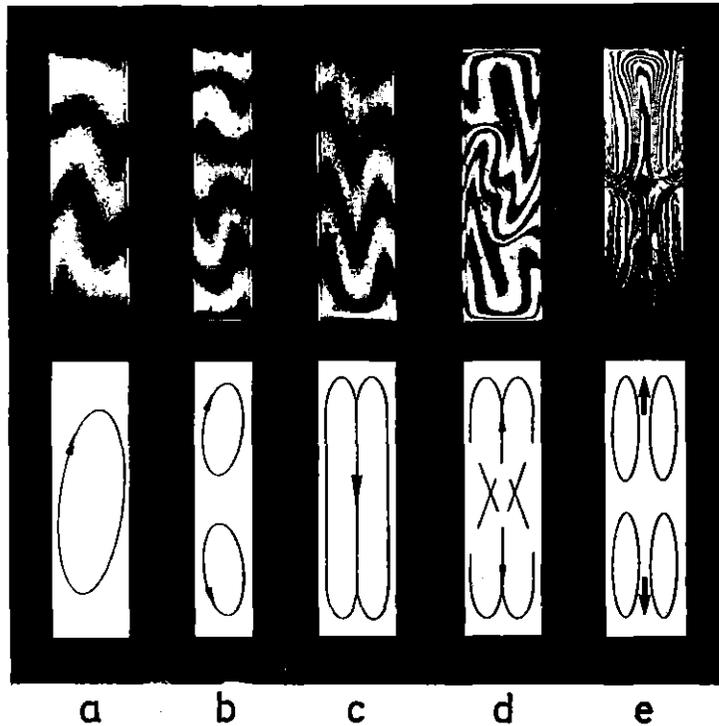


Abb. 4.1: Entwicklung von höheren Konvektionsmoden im Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden

- a)  $Ra_{c1} = 1,3 \cdot 10^7$ ; b)  $Ra = 3,4 \cdot 10^7$  ( $Ra \neq Ra_{c2}$ )  
 c)  $Ra_{c1} = 2,4 \cdot 10^7$ ; d)  $Ra_{c3} = 4,9 \cdot 10^7$ ;  
 e)  $Ra_{c4} = 35,7 \cdot 10^7$

Da die freie Konvektion im Behälter mit  $h/b = 3,5$  am eingehendsten untersucht wurde, werden sich die Ausführungen im folgenden hauptsächlich auf diese Abmessung beziehen, wenn nicht ausdrücklich auf eine andere Behältergeometrie hingewiesen wird.

In diesem Behälter  $h/b = 3,5$  wird durch Erhöhen der Temperaturdifferenz an einer ersten Stabilitätsgrenze  $Ra_{c1} = 1,3 \cdot 10^7$  der Grundmode der Konvektion angefacht (Abb. 4.1 a), das heißt es bildet sich eine einzelne, stationäre Rolle aus. Diese Rolle ist leicht geneigt. Es liegt also eine Struktur vor, die auf das Vorhandensein von höheren Moden deutet. Diese Neigung verstärkt sich mit steigender Rayleigh-Zahl, bis sich an einem zweiten Grenzwert  $Ra_{c2} = 2,4 \cdot 10^7$  zwei Konvektionswalzen mit der doppelten Wellenzahl bilden (Abb. 4.1 c). Diese Rollenstruktur entsteht in allen Behältern  $1,7 < h/b < 4,7$ . In den Behältern  $4,7 < h/b < 14$  hingegen bildet sich eine Stockwerkkonfiguration von zwei vertikal gestaffelten Konvektionsrollen aus (Abb. 4.1b). Der Behälter

$h/b = 4,7$  nimmt eine Grenzstellung ein. Je nach Aufheizvorgang, d. h. Versuchsführung, kann sowohl eine horizontal als auch eine vertikal getrennte Doppelrolle auftreten. Durch weitere Erhöhung der Temperaturdifferenz wird die Doppelrolle zunehmend unsymmetrisch bezüglich der vertikalen Mittelachse (Abb. 4.2). Der Überhang einer Konvektionsrolle an der oberen Berandung des Behälters deutet auf eine erhöhte Amplitude des Grundmode oder auf das Auftreten von höheren Moden hin. Aus der höheren Isothermendichte am unteren Rand der Doppelrolle ist ersichtlich, daß das Rollenzentrum unterhalb der halben Höhe  $z = h/2$  liegt.

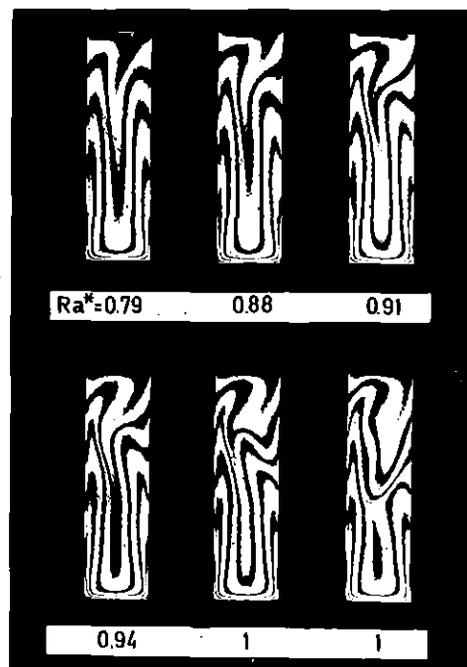


Abb. 4.2: Entwicklung der oszillierenden Konvektion aus dem Zwei-Rollenmode

Unter Berücksichtigung einer temperaturabhängigen Viskosität  $\nu(T)$  und eines Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha(T)$  errechneten Horne und O'Sullivan /101/ in ähnlichen Geometrien ebenfalls unsymmetrische Rollstrukturen, deren Wirbelzentrum sich im unteren Bereich der von unten beheizten Meßkammer befanden. Auf den Einfluß der Zähigkeit auf die Struktur der Stromlinien wurde auch von Müller /102/ hingewiesen.

Im vorliegenden Experiment müssen die Überlegungen auf mögliche Einflüsse durch die seitlichen Berandungen ausgedehnt werden, da es offensichtlich ist, daß diese die dissipativen Effekte verstärken.

Erreicht die Temperaturdifferenz  $\Delta T_R$  einen dritten kritischen Punkt bei  $Ra_{c3} = 4,89 \cdot 10^7$  ( $\Delta T_{c3} = 2,87$  K), so wird die stark unsymmetrische Doppelrolle instabil und es bildet sich eine oszillierende Strömungsform aus (Abb. 4.1d). Diese Strömungsform wird über einen weiten Bereich von Rayleigh-Zahlen beobachtet. Ihr wird in den folgenden Abschnitten besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Wir definieren diesen kritischen Wert der Rayleigh-Zahl bei Oszillationsbeginn durch  $Ra_{osc} = Ra_{c3}$ . Dies erweist sich als zweckmäßig, da nicht alle kritischen Übergänge in den verschiedenen Behältern bestimmt wurden. Als zweckmäßig erweist sich außerdem das in Kapitel 3.5.2 eingeführte Verhältnis der tatsächlichen Rayleigh-Zahl  $Ra$  zum Wert der Rayleigh-Zahl zu Beginn der Oszillation  $Ra_{osc}$ , also  $Ra^* = Ra/Ra_{osc}$  zur Charakterisierung der oszillatorischen Konvektionsströmung heranzuziehen. Der Beginn der Oszillation wird also beschrieben durch  $Ra^* = 1$ .

Nach Überschreiten einer festen, aber sehr hohen Rayleigh-Zahl  $Ra_{c4} = 35,7 \cdot 10^7$  ( $\Delta T = 20,9$  K) wird die oszillatorische Konvektion wieder durch eine ruhige stationäre Konvektionsströmung abgelöst, (Abb. 4.1e). Diese ist durch eine vertikal gestaffelte Anordnung von zwei Doppelwalzen gekennzeichnet und wird fernerhin auch als Viererrolle bezeichnet.

Der Einfluß der Geometrie auf das Einsetzen der oszillatorischen Bewegung ist in Abb. 4.3 festgehalten. Im Diagramm sind die Rayleigh-Zahlen zu Beginn der Oszillationen über dem Höhen-zu-Seitenverhältnis aufgetragen. Diese Zustände wurden durch visuelle Beobachtung der Interferogramme festgelegt. Die kritischen Zahlenwerte der Rayleigh-Zahl und der dimensionslosen Periode sind im Anhang (Tab. A3) aufgeführt. Im gleichen Diagramm sind weiterhin die zugehörigen Periodendauern der Oszillation eingetragen. Die Periodendauer wurde ebenfalls durch visuelle Beobachtung der Interferogramme mit Hilfe

einer Stoppuhr festgelegt. Darüber wird im nachfolgenden Kapitel 4.3 noch ausführlich berichtet.

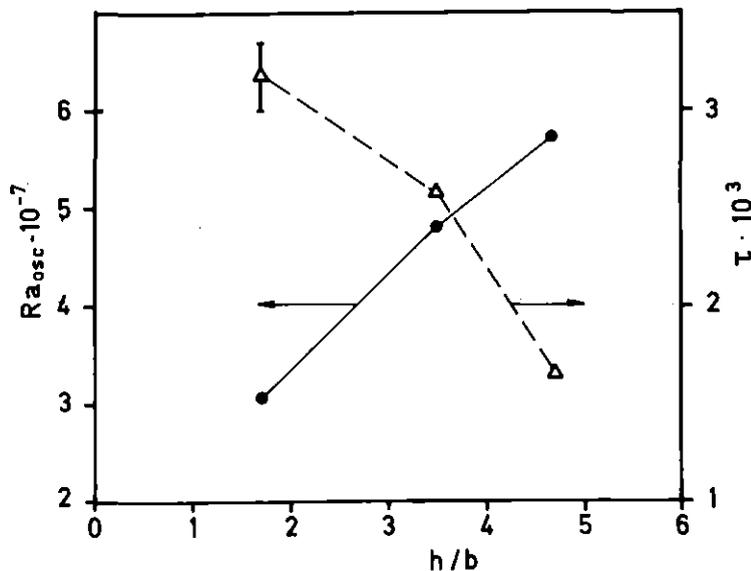


Abb. 4.3: Kritische Rayleigh-Zahlen, bei denen die oszillatorische Konvektionsströmung einsetzt und die zugehörigen dimensionslosen Perioden als Funktion von dem Seitenlängenverhältnis  $h/b$ .

In Abb. 4.4 und 4.5 sind einige typische Interferogrammserien zusammengestellt, in denen die Oszillationszustände zu verschiedenen Zeitpunkten festgehalten sind. Auf diese Bilder, welche einfache oszillatorische Strömungsvorgänge darstellen und deshalb die optisch ermittelten Perioden vorteilhaft aufzeigen, kommen wir in den Kapiteln 4.2, 4.3 und 4.4 zurück. Hier werden nur die Muster der Temperaturfelder beschrieben.

Abb. 4.4 zeigt eine feinaufgelöste Serie von Interferogrammen im Zeitschritt  $\Delta t = 5$  sec bei konstanter Rayleigh-Zahl kurz nach dem Einsetzen der oszillatorischen Konvektion. Oszillationsperioden lassen sich aus den zeitlich wiederkehrenden Mustern der Temperaturfeldern erkennen. Eine Periode dauert demnach von Bild 1 bis in den Zwischenbereich von Bild 15 und 16, d. h. die Periodendauer beträgt  $140 < \Delta t |s| < 150$ . Bild 1 und Bild 15 oder 16 sind durch in etwa gleiche Temperaturfelder gekennzeichnet. Wegen der gut wärmeleitenden Kupferränder mit einem linearen Temperaturprofil werden

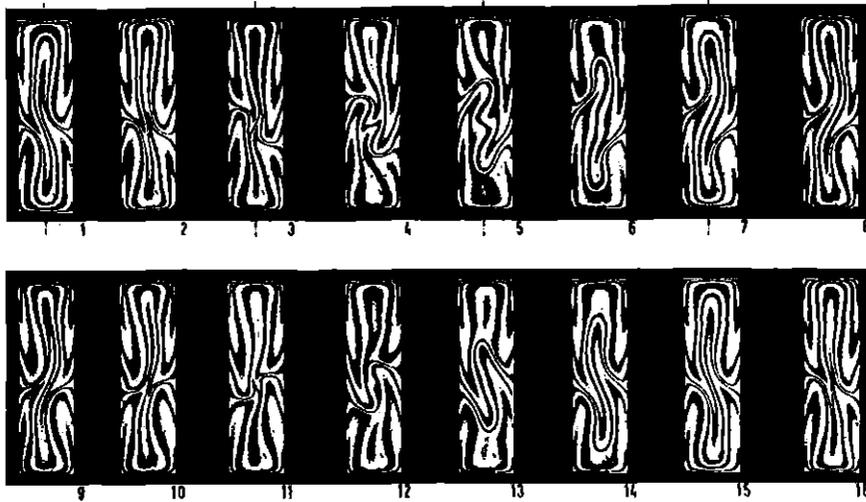


Abb. 4.4: Eine Periode einer oszillatorischen Konvektionsströmung bei  $Ra^* = 1,06$  im Behälter  $h/b = 3,5$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden; Zeitabstand zwischen den Interferogrammen  $\Delta t = 5$  sec.

die Isothermen an den Seitenwänden fest "eingespannt". Die Zeitabhängigkeit der von der Mitte aus entlang der vertikalen Mittellinie des Behälters steigenden bzw. fallenden warmen bzw. kalten Flüssigkeitsstrahlen bewirken eine Schwingung der zwischen den beiden Seiten eingebundenen Isothermen. Mit der Stoppuhr konnte in Vorversuchen ein erster Einblick in das Oszillationsverhalten der Strömung gewonnen werden.

Betrachtet man die Interferogramme in Abb. 4.4 sorgfältig und im Detail, so kann man beobachten, daß die sich aus der Austauschzone im Mittelbereich des Behälters wiederholt herauslösenden und längs der Mittellinie aufsteigenden bzw. absinkenden Fluidstrahlen jeweils nach einer halben Periode gleiche Höhenniveaus im Behälter erreichen. Die Bewegung der Flüssigkeitsstrahlen kann man dabei mit Hilfe der sie einhüllenden Isothermen verfolgen. Dieses Merkmal ist typisch für rein periodische Oszillationen, wie sie unmittelbar nach dem Einsetzen der Oszillationen beobachtet wurden. Die Verknüpfung von Temperaturfeld und Oszillationsverhalten wird in den Kapiteln 4.3 und 4.4 noch detailliert behandelt.

Einen im Detail anderen Charakter weisen die Interferogramme in Abb. 4.5 auf. Während großräumige Konvektionsbewegungen im Behälter nach jeweils etwa 140 sec (Bild 1, 13-14, 28) wieder zu



$Ra = 8,37 \cdot 10^7$ ;  $Ra^* = 1,30$ ;  $Pr = 36,5$ ;  $\Delta t = 10 \text{ s}$

**Abb. 4.5:** Interferogrammserie eines frequenzgekoppelten Strömungszustandes (vgl. Kap. 4.4) bei  $Ra^* = 1,30$  im Behälter  $h/b = 3,5$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden; Zeitabstand zwischen den Interferogrammen  $\Delta t = 10 \text{ sec}$ .

praktisch gleichen Isothermenmustern führen, sind die Wiederkehrzeiten für kleinräumige Strukturen im Bereich der Austauschzone davon verschieden. Dies wird durch eine Betrachtung der sich ausbildenden Fluidsträhne im Bereich der Austauschzone deutlich. So weisen etwa die Bilder 6, 17, 23 für die von rechts kommende nach links unten absinkende Strähne gleiche Merkmale auf. Dies deutet darauf hin, daß der Vorgang eine merklich komplexere Zeitstruktur mit zwei unabhängigen Frequenzen hat.

Im Anhang, Abb. A4, ist zusätzlich eine Serie von Interferogrammen eines periodischen Vorganges dargestellt, der nach einem quasiperiodischen Bereich auftritt. Weiterhin ist in Abb. A5 (Anhang) eine Serie von Interferogrammen von einem frequenzgekoppelten Oszillationszustand (vgl. Kap. 4.4) mit ausgeprägter Vier-Rollen-Struktur (vgl. Abb. 4.9) bei sehr hoher Rayleigh-Zahl dargestellt. Auf diese Abbildungen werden wir in den Kapiteln 4.2 und 4.4 zurückkommen.

Zur weiteren Verdeutlichung der Strömungszustände der oszillierenden Strömung sind in Abb. 4.6 zwei um eine halbe Periode phasenverschobene Momentanzustände durch Interferogramme, Isothermen und zugehörige Stromlinienbilder dargestellt. Stromlinien und Temperaturfeld wurden von Günther /103/ ermittelt. Mit einem Differenzverfahren löste er die Boussinesq-Gleichungen für Konvektionsströmungen in einem Hele-Shaw-Behälter mit den Seitenverhältnissen  $h/b/d = 3,5/1/0,15$ .

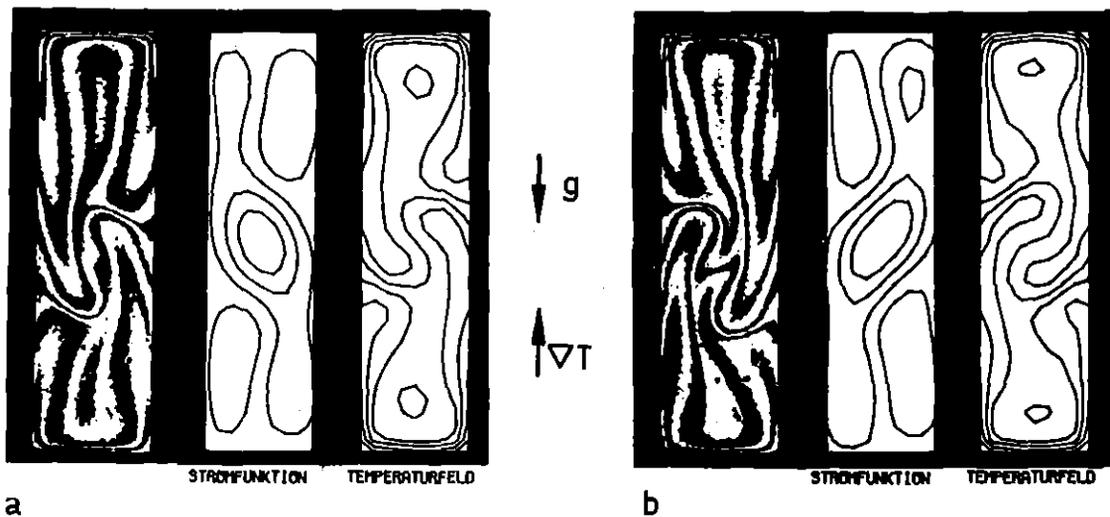
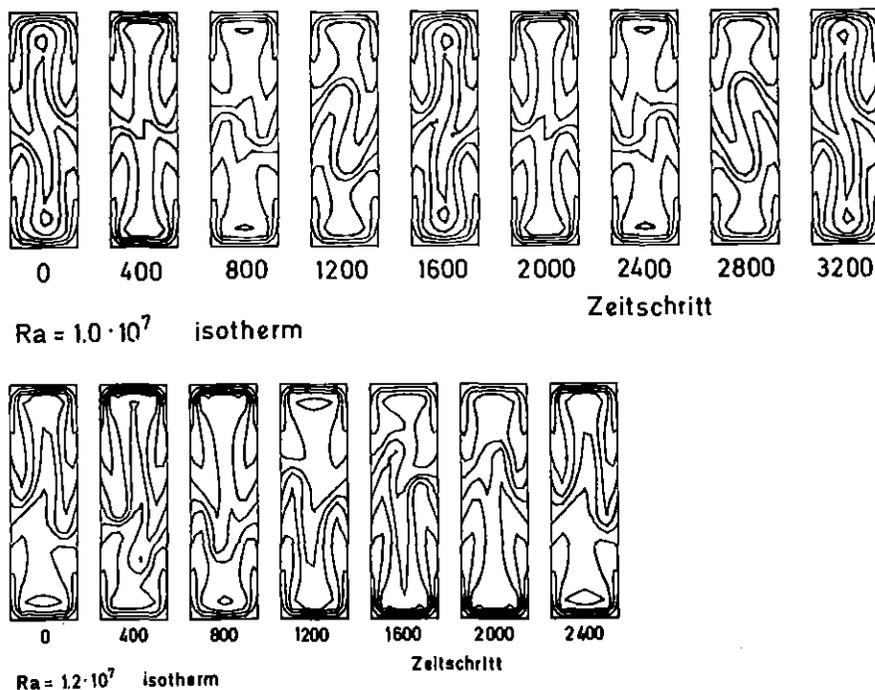


Abb. 4.6: Isothermenfelder zweier (a, b) um  $\pi$  phasenverschobener Oszillationszustände im Vergleich zu den von Günther /103/ gerechneten Stromlinien und Temperaturfeldern.

In der ersten Halbperiode besteht eine Kopplung der Konvektionsrollen über die linke Diagonale. In der zweiten Halbperiode sind die Rollen über die rechte Diagonale gekoppelt. Günther hat die im Experiment zur Visualisierung der Temperaturfelder im Fluid benutzten Seitenfenster aus Kristallglas als adiabat vorausgesetzt. Diese Randbedingung wird im Experiment gut angenähert, wenn man die

Diffusionszeit für thermische Störungen im Glas von der Mittellinie zum seitlichen Rand,  $t = 200 \text{ sec}$ , betrachtet, welche immer größer als die Oszillationsperiodendauer (Abb. 4.14) ist. Die Seitenwände aus Kupfer nähern die isotherme Randbedingung sehr gut an. Trotz dieser experimentell nur in grober Näherung realisierten idealen thermischen Randbedingungen stimmen die experimentellen Ergebnisse gut mit den Rechnungen überein. Bei  $Ra_{osc} = 1,0 \cdot 10^7$  liegt eine periodische oszillierende Konvektion vor (Abb. 4.7). Die Austauschzone befindet sich, im Gegensatz zum Experiment, zeitunabhängig auf halber Behälterhöhe  $h/2$ . Bei höheren Rayleigh-Zahlen setzt eine periodische Schwankungsbewegung der Austauschzone um die horizontale Mittellinie des Behälters ein. Diese Schwankungsbewegung ist auch in den Experimenten beobachtet worden (vgl. dazu Abb. 4.5 und 4.24).



**Abb. 4.7:** Gerechnete Isothermenfelder (Günther /103/) im Behälter  $h/b/d = 3,5/1/0,15$

- a) Oszillationen bei  $Ra = 1,0 \cdot 10^7$  mit stationärer Lage der Austauschzone,
- b) Bei höherer Rayleigh-Zahl setzte eine periodische Schwankungsbewegung der Austauschzone ein.

Zum Verständnis der interferometrisch beobachteten Temperaturfelder wurden einige qualitative Versuche zur Ermittlung der Stromlinienfelder vorgenommen. Hierzu wurde dem Silikonöl feinstes Aluminiumpulver beigemischt und die Meßkammer von vorne beleuchtet. Die zugehörigen Rayleigh-Zahlen können nur bedingt mit denjenigen der vorhergehenden Interferogramme verglichen werden, da die wegen der kleinen Länge  $d$  zur Visualisierung erforderliche hohe Flitterkonzentration die Wärmeleitfähigkeit des Fluid-Aluminium-Gemisches veränderte.

Diese Versuche verdeutlichen jedoch den Vorgang der Oszillationen (vgl. Abb. 4.8). Im Gebiet der höchsten Geschwindigkeiten gibt es eine erhöhte Lichtreflektion durch das Aluminiumpulver. Bei niedrigen Rayleigh-Zahlen werden die über die rechte bzw. linke Diagonale geschlossenen Rollen unterschiedlich durchbrochen. In die rechte Diagonalrolle dringen kleine Wirbel ein und erzeugen in der Mitte der Meßkammer einen sekundären Wirbel mit etwa dem Durchmesser  $b$  der Meßkammer. Zu einem um eine halbe Periode verschobenen Zeitpunkt erfolgt ein Durchbrechen der linken Diagonalrolle durch ein aneinander Vorbeigleiten von Fluidsträhnen. Die Breite dieser Wirbel beträgt in Einheiten der Meßkammerbreite etwa  $0,25 \cdot b$ , die Fluidsträhnenbreite etwa  $0,15 \cdot b$ . Vom Wirbelkern bzw. Strähnenachse zu dessen Rand beträgt in Silikonöl M3 die Diffusionszeit ca. 50 bzw. 30 sec. Dies ist dieselbe Größenordnung, die ein Ölteilchen braucht, um einen halben Periodenzyklus zu durchlaufen, d. h. um von der unteren Berandung bis zur oberen Berandung zu gelangen.

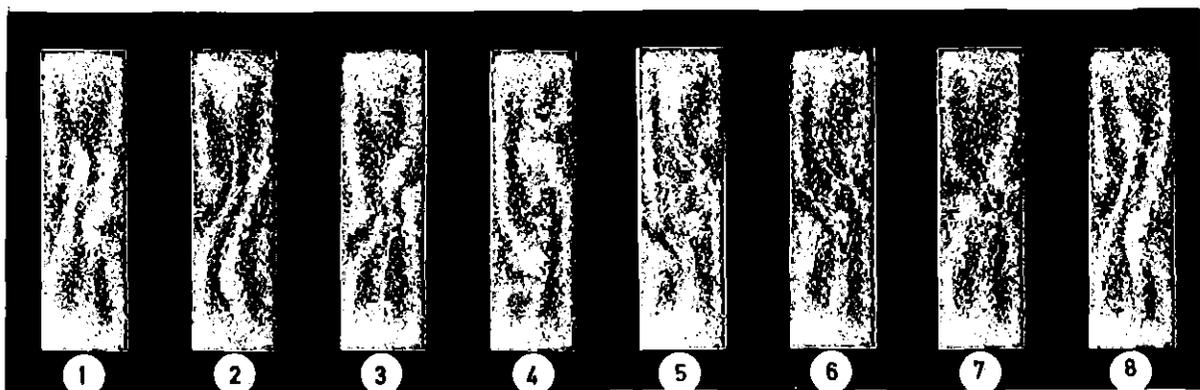
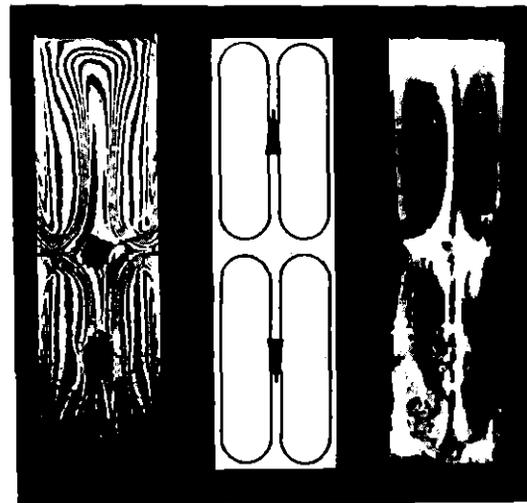


Abb. 4.8: Oszillationen mit Aluminiumflitter visualisiert.  
 $Ra^* = 1,66$ ; Zeitschritt zwischen den Bildern:  $\Delta t = 15$  s.  
Eine Periode von Bild 1 bis Bild 8.

Ähnliche Strömungsstrukturen wurden im Behälter  $h/b = 4,7$  gefunden. Im Anhang, Abb. A6a, ist eine Interferogrammserie eines periodischen Oszillationszustandes mit ähnlicher Struktur des Temperaturfeldes wie in Abb. 4.4 dargestellt. Die Strömung im Behälter  $h/b = 1,7$  verhält sich anfangs auch ähnlich, jedoch reagiert sie empfindlich auf Störungen kleinster Amplitude. Sie weist in ihrem Zeitverhalten bei höheren Rayleigh-Zahlen deutlich stochastische Merkmale auf. Wenngleich die räumlichen Strukturen einander ähnlich bleiben, kommt es nur zufällig zur Wiederkehr von in etwa gleicher Strömungsmuster. Bei höheren Rayleigh-Zahlen unterscheiden sich die in diesem Behälter beobachteten Strömungsmuster grundlegend von denen im Behälter  $h/b = 3,5$ . Eine typische Serie von aufeinanderfolgenden Zuständen der Strömung in der Geometrie  $h/b = 1,7$  ist im Anhang Abb. A6b zusammengestellt. Aus diesen Interferogrammen ist zu erkennen, daß sich der obere Bereich der Meßkammer in zwei Doppelrollen teilt, wobei der mittlere Abtrieb kontinuierlich Fluid von der oberen bis zur unteren Berandung führt.

Es wurde bereits zu Beginn dieses Abschnittes der Übergang von oszillatorischer Konvektion in einen optisch stationären Zustand besprochen. Hier sollen die früheren Ausführungen detailliert werden.

Bei Steigerung der Temperaturdifferenz zwischen Unter- und Oberseite der Flüssigkeitsschicht stellte sich in wiederholten Versuchen im Anschluß an die oszillatorischen Strömungszustände wieder eine stationäre Strömungsform ein. Dies erfolgte nach Überschreiten eines bestimmten Schwellwertes der Rayleigh-Zahl. Dieser Wert lag bei einer Versuchsführung mit zunehmenden Temperaturdifferenzen bei  $Ra = 3,6 \cdot 10^8$  ( $h/b = 3,5$ ) oder entsprechend  $Ra^* = 7,30$  (Abb. 4.9). Die Strömungsform ist jetzt in etwa symmetrisch sowohl zur vertikalen als auch zur horizontalen Mittelachse des Behälters. In dieser Abb. 4.9 ist auch die Temperaturgeschichte zwischen den Meßpunkten  $Ra^* = 6,17$  und  $Ra^* = 7,30$  dargestellt. Durch das in bezug auf die Diffusionszeit  $h^2/\kappa$  schnelle Aufheizen mit  $0,2$  K/min wird die Schwingung zuerst angefacht und dann gedämpft bis zur zeitunabhängigen Konvektion. Die Struktur der Strömung besteht jetzt aus zwei makroskopisch stationären



$$Ra = 3.6 \cdot 10^8$$

$$Ra^* = 7.43$$

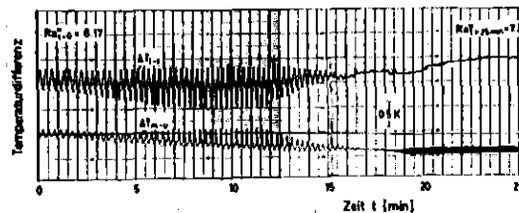


Abb. 4.9: Übergang von oszillierender in nichtoszillierende Strömung im Behälter  $h/b = 3,5$  mit gutwärmeleitenden Seitenwänden.

vertikal gestaffelten Doppelwalzen<sup>1)</sup>, wie aus dem Interferogramm der zugehörigen qualitativen Stromlinienskizze und den mit Aluminiumflitter visualisierten Stromlinien ersichtlich ist (Abb. 4.9). Bemerkenswert sind die lokal sehr hohen Temperaturgradienten in der Flüssigkeit. Diese Struktur gibt einen ersten Hinweis auf die Ursache der Strömungsstabilisierung: Ein Wärmekurzschluß über die Kupferwände, verbunden mit einem starken Energieentzug aus dem besonders instabilen mittleren Bereich des Gefäßes könnte die instationäre Strömung in eine stationäre überführen. In der Mitte der einzelnen Rollen sowie in der Mitte der Meßkammer sind die Tem-

1) Aus einer Filmserie mit 16 Bildern/sec über Oszillationen mit Aluminium-Strömungsanzeiger wurden jedoch Hinweise erhalten, daß (mikroskopisch) weiterhin ein Fluidaustausch zwischen den einzelnen Rollen stattfindet.

peraturgradienten gering. Eine weitere Ursache ist der bei hoher Rayleigh-Zahl stark anwachsende viskose Reibungsanteil. In Behältern  $h/b > 1$  darf nach Günther /103/ bei höheren Rayleigh-Zahlen  $Ra^*$  die viskose Reibung  $\nu \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\}$  in der Impulsgleichung der Strömung im Hele-Shaw Behälter nicht mehr vernachlässigt werden.

Um den Einfluß der thermischen Eigenschaften der Behälterwände auf die Strömungsformen und besonders auf die oszillatorischen Vorgänge zu untersuchen, wurden Experimente in einem mit Silikonöl M3 gefüllten Behälter mit Plexiglasscheiben und PVC-Stegen (anstelle der Kupferstege) durchgeführt. Die Abmessungen des Behälters waren  $h/b = 3,5$  und  $h/d = 22,9$ .

Nach dem Einsetzen der Konvektionsströmung bilden sich in ähnlicher Weise wie in Abb. 4.1 a, c dargestellt, zunächst die Einzelrolle, sodann bei einem weiteren, nicht exakt bestimmten Schwellwert der Rayleigh-Zahl die Doppelrolle aus. Bemerkenswert ist bei dieser Struktur, daß eine Rolle sehr viel größer ist als die andere, d.h. die Strömungsform ist unsymmetrisch bezüglich der vertikalen und der horizontalen Achse (Abb. 4.10). Auf die in diesem Behälter auftretenden Unsymmetrien werden wir noch näher eingehen. Diese Strömungsform geht beim kritischen Wert  $Ra_{osc} = 2,78 \cdot 10^7$  ( $\Delta T = 1,82$  K) in eine zeitabhängige Konvektion über. Auch in diesem oszillatorischen Bereich ist die Austauschzone nicht symmetrisch zur horizontalen Mittelachse angeordnet. Die Lage der Austauschzone ist unabhängig vom Verhältnis der Raumtemperatur zur mittleren Behältertemperatur  $0,5 \cdot (T_0 - T_1)$  zum unteren Teil des Behälters hin

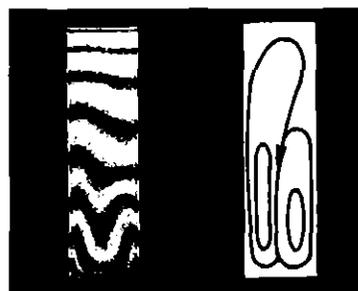


Abb. 4.10: Konvektionsströmung, bestehend aus zwei Walzen im Behälter  $h/b = 3,5$  mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden;  $Y/d = 27,1/3,1$ ;  $Ra = 2,2 \cdot 10^7$ ;  $Ra^* = 0,8$ ,  $Pr = 37,0$ .

verschoben. Dies wird aus Abb. 4.11 ersichtlich, in der eine Periode der Oszillation bei fester Rayleigh-Zahl mit Interferogrammen dargestellt ist. Diese Unsymmetrie hängt direkt mit dem Seitenverhältnis  $h/b > 1$  des Behälters zusammen. Im Behälter  $h/b \ll 1$  (Kap. 3) wurde keine Unsymmetrie dieser Art beobachtet. Die Frage, warum die Austauschzone sich unterhalb der horizontalen Behältermittellinie befindet und mit höherer Rayleigh-Zahl, d. h. kürzerer Periodendauer sich in Richtung Mitte des Behälters verschiebt, entzieht sich bisher einer klaren physikalischen Deutung.

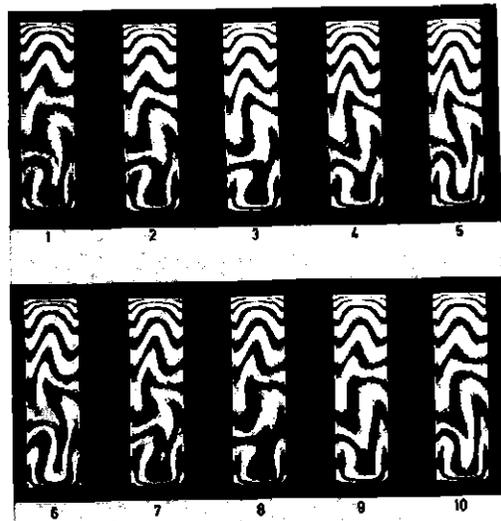


Abb. 4.11: Oszillationsperiode im Behälter  $h/b/d = 3,5/1/0,15$  mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden  $\gamma/d = 27,1/3,1$ ,  $Ra = 4,05 \cdot 10^7$ ,  $Ra^* = 1,46$ ,  $Pr = 37,0$ . Zeitschritt zwischen den Interferogrammen:  $\Delta t = 30$  s.

Ein weiteres typisches Merkmal für schlecht wärmeleitende Seitenwände ist der Sachverhalt, daß die Isothermen in der Austauschzone nicht auf gleicher Höhe  $h$  in die jeweils gegenüberliegenden Seitenwände einmünden (vgl. Abb. 4.11). Ferner ist zu bemerken, daß im Vergleich zu gut wärmeleitenden Seitenwänden bei höheren Rayleigh-Zahlen als  $Ra^* = 1$  kein Wechsel der Diagonalstruktur in den Interferogrammen zu beobachten ist. Diese Merkmale des Isothermenfeldes befinden sich qualitativ in guter Übereinstimmung mit von Günther /103/ numerisch ermittelten Temperaturfeldern in einem analogen Behälter, bei dem adiabate Seitenränder vorausgesetzt wurden (Abb. 4.12). Bei stetiger Erhöhung der Temperaturdifferenz entwickelt sich auch unter der Wirkung der schlecht wärmeleitenden

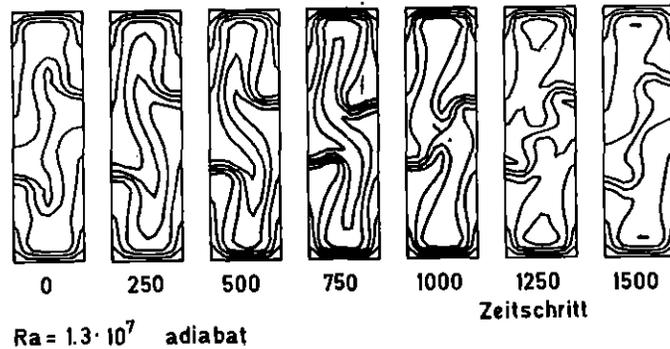


Abb. 4.12: Gerechnete Isothermenfelder (Günther /103/) im Behälter  $h/b/d = 3,5/1/0,15$  mit adiabaten Seitenwänden. Die Zeitschritte sind numerisch festgelegt.

Seitenwände eine großräumige stationäre Strömung (Abb. 4.13). Die Versetzung der Isothermen im mittleren Bereich des Interferogramms besagt, daß die gestaffelten Konvektionswalzen, wie schematisch in einer Stromlinienskizze angedeutet, eine unterschiedliche Größe haben. Dies deutet auf eine Überlagerung von einer Einzelrolle (Abb. 4.1a) hin.

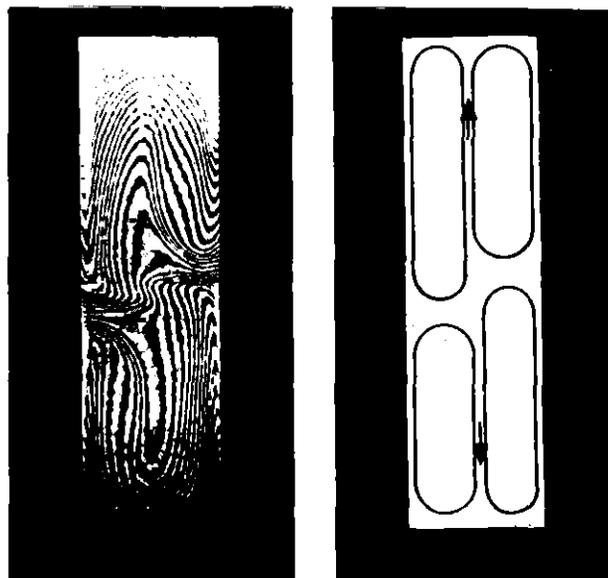


Abb. 4.13: Isothermenfeld und Stromlinienskizze der stationären Stockwerkkonvektion im Behälter  $h/b/d = 3,5/1/0,15$  mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden.  $Ra = 27,5 \cdot 10^7$ ,  $\Delta T = 17,9$  K,  $Ra^* = 9,9$ ,  $Pr = 36,7$ .

## 4.2 Wärmeübergang

Betrachtet man in Abb. 4.2 die Doppelrolle im Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden, so ist aus den visualisierten Linien gleicher Temperatur und aus dem daraus ableitbaren Temperaturgradienten an den unteren, oberen und seitlichen Berandungen feststellbar, daß unten mehr Wärme in die Flüssigkeit eingegeben wird als am oberen Behälterrand entweicht. Der Differenzbetrag muß über die Seitenwände abfließen.

$$\begin{aligned} Ra^* &= 1.30 & h/b/d &= 3.5/1/16 \\ Nu_1 &= 16.1 \pm 2.5 & Nu_0 &= 21.2 \pm 6 \end{aligned}$$

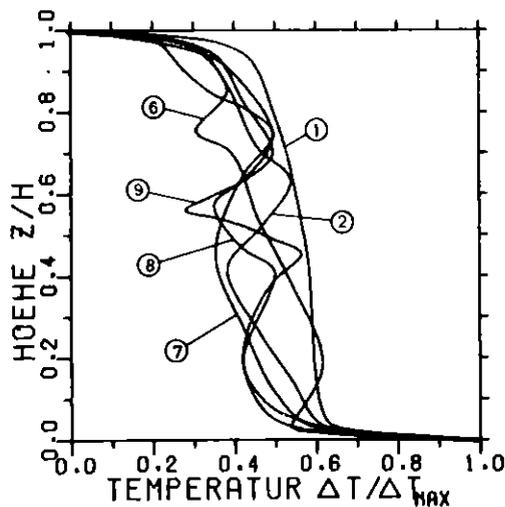


Abb. 4.14: Lokale, mit interferometrischer Methode ermittelte Wärmeübertragung längs der vertikalen Mittellinie im Behälter  $h/b = 3,5$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden aus Abb. 4.5 am Beispiel der Bilder 1, 2, 6, 7, 8 und 9.

Eine Auswertung des lokalen Wärmeüberganges (Abb. 4.14) längs der Mittellinie des Behälters mit isothermen Randbedingungen im Zustand der Oszillation mit Frequenzkopplung (Abb. 4.5) ergab unterschiedliche, zeitabhängige Werte der lokalen Nusselt-Zahl (vgl. einschränkende Bemerkungen in Kap. 2.3). Die Oszillationen bewirken zeitabhängige Wärmeübergänge an den Berandungen mit unterschiedlicher Schwankungsgröße. Die zeitlich sich ändernden Temperaturverteilungen auf der Mittelachse des Behälters erwecken den Eindruck von kontinuierlich durch den Behälter laufenden

Wärmewellen (vgl. /17, 98/). Typisch für den frequenzgekoppelten Schwingungstyp ist der mögliche momentane Zustand mit fast konstanter Temperatur zwischen der unteren und oberen Grenzschicht. Eine ähnliche interferometrische Auswertung des Wärmeüberganges in der Strömung im Zustand periodischer Oszillation ist in Abb. A4 (Anhang) dargestellt.

#### 4.3 Optische Analyse der Periodendauer

Um einen Überblick über die wesentlichen Einflußgrößen der oszillatorischen Strömung zu erhalten, wurden die Perioden durch Beobachtungen der Bewegungen der Streifen der Interferogramme auf einem Bildschirm ermittelt. Dazu wurden zeitlich wiederkehrende Durchgänge bestimmter Streifen durch markierte Linien auf dem Bildschirm mit Hilfe zweier Stoppuhren registriert. In Abb. 4.15 sind die Ergebnisse dieser Messungen in mit Silikonöl M3 gefüllten

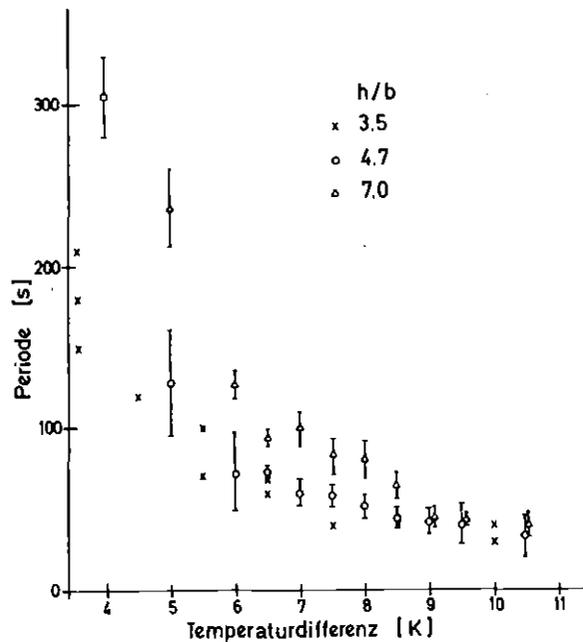


Abb. 4.15: Mit Stoppuhren ermittelte Perioden der oszillatorischen Konvektion als Funktion der Thermostaten-Temperaturdifferenz in verschiedenen endlichen Hele-Shaw-Behältern mit gut wärmeleitenden Seitenwänden.

Behältern mit gut wärmeleitenden Seitenwänden und mit den geometrischen Seitenverhältnissen  $h/d = 22,3$  und  $3,5 \leq h/b \leq 7,0$  dargestellt. Die Periodendauer nimmt demnach mit wachsender Temperaturdifferenz ab. Sie wächst dagegen an mit zunehmendem Verhältnis  $h/b$ .

Für diese Eigenart gibt es eine plausible physikalische Deutung: Wachsende Temperaturdifferenzen bedeuten eine zunehmende Energiedichte in der Flüssigkeitsschicht. Bedingt durch diese wachsende Energiedichte erhöhen sich auch die Frequenzen der Oszillationen. Wachsende Werte  $h/b$  beinhalten eine Reduzierung des Abstandes zweier Seitenwände. Dadurch erhöhen sich die dissipativen Verlustleistungen durch Reibung und durch Wärmeleitung. Dies hat eine Erhöhung der Periodendauer zur Folge.

Diese ersten Untersuchungen gaben ferner Hinweise darauf, daß die Periodendauer in bestimmten Rayleigh-Zahl-Bereichen eine Feinstruktur besitzt. Sorgfältigere Langzeitversuchsführungen mit Messungen über eine Vielzahl wiederkehrender Zustände lieferten ein genaueres Bild der Vorgänge. Die Ergebnisse dieser verbesserten chronoptischen Messungen sind in den Abbn. 4.16 und 4.17 zusammengestellt. Die Periodendauern sind in dimensionsloser Form  $\tau = t / (\frac{h^2}{\kappa})$  über der Rayleigh-Zahl aufgetragen.

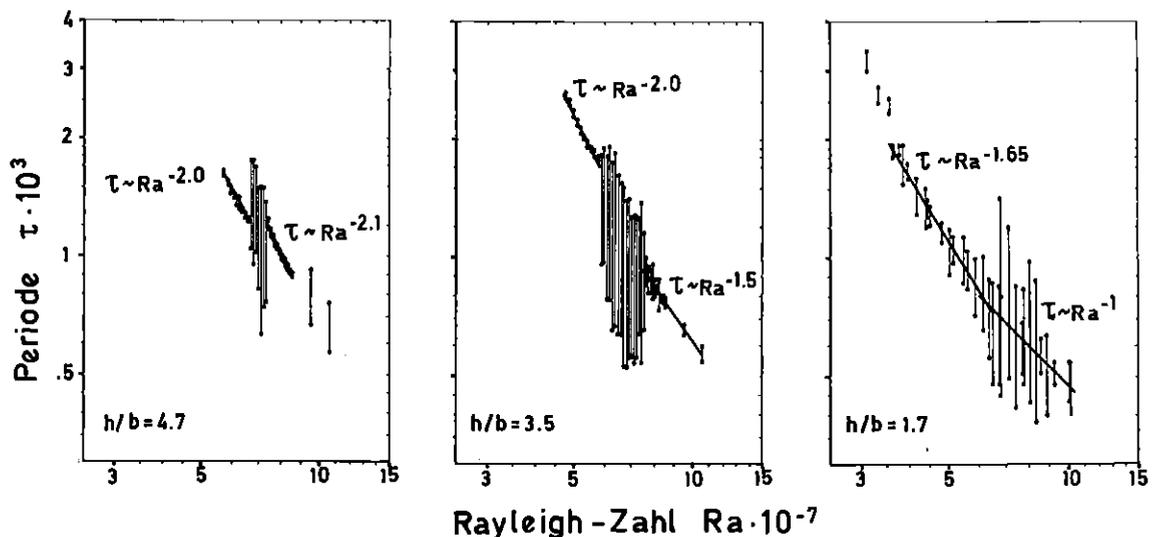
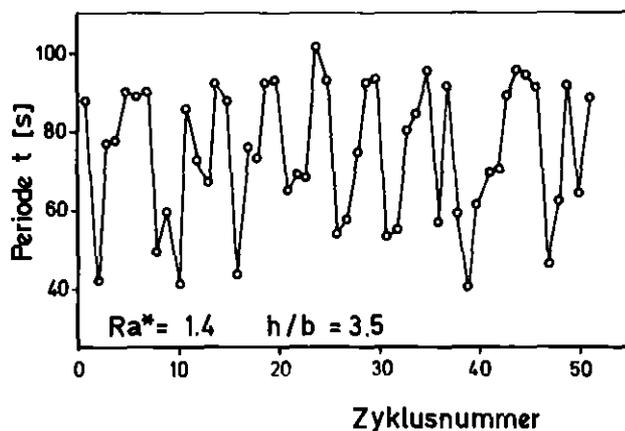


Abb. 4.16: Mit Stoppuhren ermittelte dimensionslose Perioden der oszillatorischen Konvektion als Funktion der Rayleigh-Zahlen in verschiedenen endlichen Hele-Shaw-Behältern mit gut wärmeleitenden Seitenwänden.

h/b			
7.0	$\tau \sim Ra^{-2.0}$	$1.00 < Ra^* \leq 2.00$	kein Übergangsbereich
4.7	$\tau \sim Ra^{-2.0}$	$1.00 < Ra^* < 1.17$	Übergangsbereich
		$1.17 < Ra^* < 1.30$	
3.5	$\tau \sim Ra^{-2.1}$	$1.30 < Ra^* < 1.50$	Übergangsbereich
	$\tau \sim Ra^{-2.0}$	$1.00 < Ra^* < 1.19$	
	$\tau \sim Ra^{-1.5}$	$1.19 < Ra^* < 1.53$	
1.7	$\tau \sim Ra^{-1.65}$	$1.18 \leq Ra^* < 2.03$	Übergangsbereich
	$\tau \sim Ra^{-1.0}$	$2.03 \leq Ra^* \leq 3.23$	

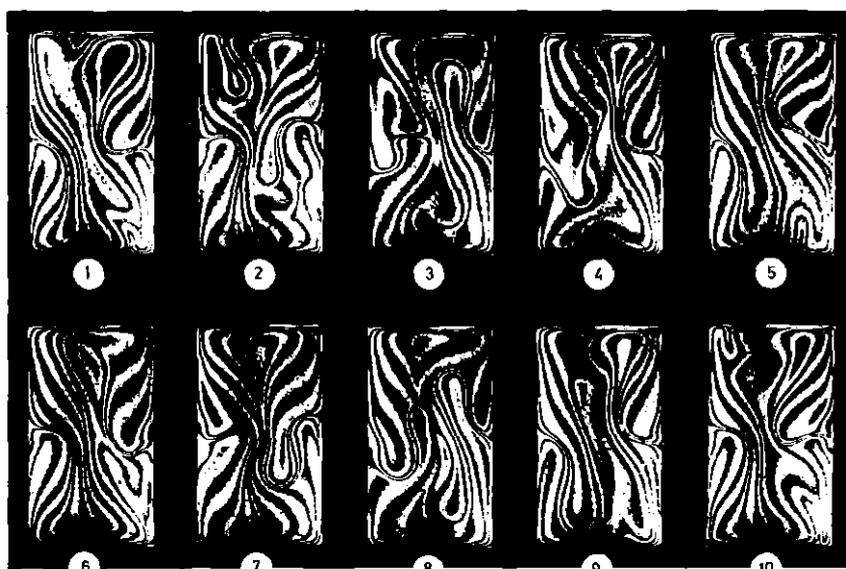
Abb. 4.17: Korrelationen zwischen der dimensionslosen Periode und der Rayleigh-Zahl und deren Gültigkeitsbereich. In den Übergangsbereichen streuen die Perioden in den in Abb. 4.16 angegebenen Grenzen.

Die im Behälter  $h/b = 1,7$  beobachteten Perioden weisen eine große Streubreite in allen vermessenen Rayleigh-Zahl-Bereichen auf. Es sind Vorgänge mit stochastischen Merkmalen. Die Strömungsformen in den Behältern mit  $h/b = 3,5$  und  $h/b = 4,7$  dagegen weisen zwei Bereiche mit periodischen Strömungsbewegungen auf, die durch einen Zwischenbereich mit großer Streubreite der Meßwerte bei konstanter Rayleigh-Zahl gekennzeichnet sind. In diesen Streubereichen konnten zwei Häufungspunkte von Perioden ausgemacht werden. Das gab einen Hinweis darauf, daß in diesen Bereichen zwei voneinander unabhängige Frequenzen das Geschehen im Fluid bestimmen. Der Charakter des Zwischenbereiches wird noch deutlicher aus Abb. 4.18. Hierin ist die chronooptisch ermittelte Periodendauer über einer Anzahl von Meßzyklen bei konstanter Rayleigh-Zahl aufgetragen. Aus dieser Meßserie können zwei Häufungspunkte der Perioden bei  $t = 90$  s und  $t = 60$  s festgelegt werden. Dieser Sachverhalt deutet auf einen quasiperiodischen Strömungsvorgang, welcher in einem weiteren Versuch mit lokalen Temperaturmessungen genauer nach Frequenzen analysiert wird (Kap. 4.4).



**Abb. 4.18:** Mit Stoppuhren gemessene aufeinanderfolgende Perioden im Behälter  $h/b = 3,5$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden.

Die experimentell ermittelten Korrelationen  $\tau(Ra)$  deuten nach Howard /93/ darauf hin, daß die Oszillationen bei kleinen Rayleigh-Zahlen  $Ra^*$  auf eine Instabilität der Grenzschicht zurückzuführen sind. Bei höherer Rayleigh-Zahl und kleinerer Grenzschichtdicke  $\delta$  dürfte das gleiche Phänomen eine Rolle spielen (vgl. Kap. 3.5.2). Im Behälter  $h/b = 1,7$  wurden solche Grenzschichtinstabilitäten visualisiert (Abb. 4.19). Periodisch brechen Flüssigkeitsballen



**Abb. 4.19:** Oszillatorische Konvektion im Behälter  $h/b = 1,7$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden bei  $Ra^* = 2,4$ . Visualisierung des Aufbruchvorganges der unteren und oberen Grenzschichten. Zeitabstand der Interferogramme:  $\Delta t = 10$  s.

aus der Grenzschicht an der unteren und oberen Berandung heraus und lösen sich ab. Caltagirone /50/ und Frick /27/ berechneten Konvektionsströmungen in ähnlichen Geometrien und beobachteten ganz analoge Oszillationsstrukturen in den oberen und unteren Grenzschichten.

Im Bereich konstanter Rayleigh-Zahl  $Ra = 8,1 \cdot 10^7$  wurde verschiedentlich ohne merkliche äußere Einwirkung die im allgemeinen nur um kleine Beträge schwankende Periodendauer zufällig gestört (Abb. 4.20 a). Optisch waren solche Störungen als eine Art Stau der Strömung zu identifizieren. Der Ort der Stauung ist in Abb. 4.20b mit einem Pfeil angedeutet. Zwei kalte Strahlen, welche üblicherweise in einer bestimmten Phasenlage durch die Austauschzone strömen (vgl. Abb. 4.4), kommen jetzt gleichzeitig in die Austauschzone. Hier bildete sich kurzzeitig eine stagnierende kalte Schicht über einer warmen Schicht mit hohem Dichtegradienten aus. Dieser instabil geschichtete Bereich aus sich nicht diffusiv mischenden Flüssigkeiten erhöht die Periodendauer bis zu fast doppelten Werten. Diese Schichtung kippt instationär um, woraufhin sich die Periode wieder vergrößert.

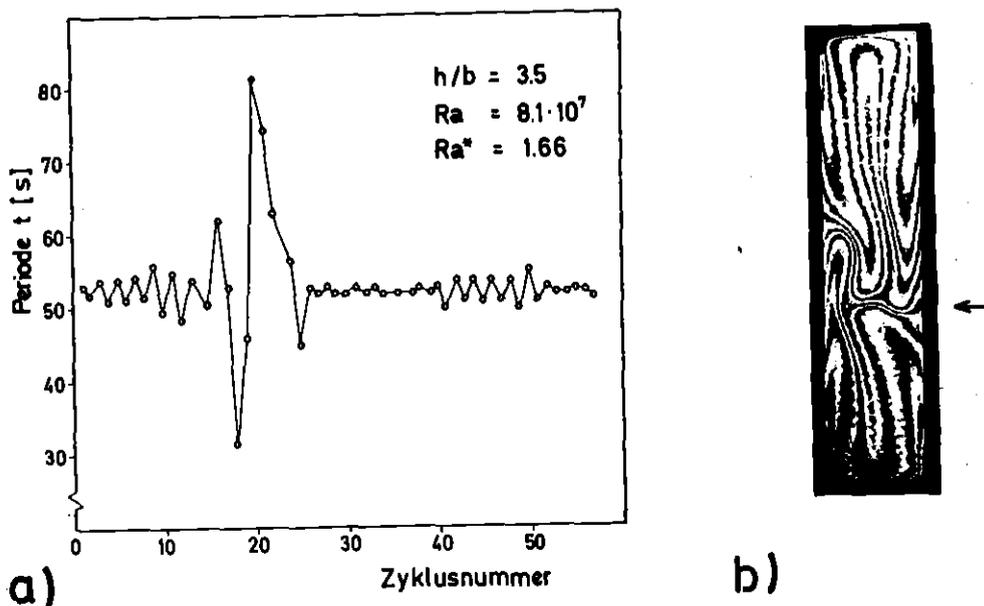


Abb. 4.20: Störung der periodischen Oszillation durch eine Stauung der Strömung im Bereich der Austauschzone im Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden.

#### 4.4 Zeitreihenanalyse

Für eine genauere Analyse der zeitlichen Strukturen der oszillatorischen Konvektionsströmung reicht die optische Auswertung der Bewegungen der Interferenzstreifen nur bedingt aus. Als besonders nachteilig erwies sich der Umstand, daß die nicht periodischen Schwankungen optisch nur unzureichend charakterisiert werden können. Um hier tieferen Einblick in die Vorgänge zu erhalten, wurden Thermoelemente in die Flüssigkeit (Silikonöl M3) eingebracht (vgl. Kap. 2.1.2). Lokale Temperaturdifferenzen in der Flüssigkeit wurden als Funktion der Zeit bei konstanter Rayleigh-Zahl auf ein Analog-Magnetband aufgezeichnet. Anschließend wurden diese Zeitsignale einer Frequenzanalyse (Kap. 2.2.2) unterzogen. Die Ergebnisse dieser Analysen werden im nachfolgenden Abschnitt dargestellt und diskutiert.

##### 4.4.1 Der Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden

Aus den im Charakter meist diskreten Leistungsdichtespektren der Temperatursignale werden für verschiedene Rayleigh-Zahlen diejenigen Frequenzen mit dem größten Energiebeitrag (d. h. der größten Amplitude) nach den Ausführungen in Kapitel 2.2.2 ausgewählt. Die zugehörigen, mit der Diffusionszeit  $h^2/\kappa$  dimensionslos gemachten Perioden  $\tau = \kappa/(f \cdot h^2)$  der Meßstelle  $\Delta T_{1-r}$  (Abb. 2.3) sind über der normierten Rayleigh-Zahl  $Ra^*$  in Abb. 4.21 aufgetragen.

Die Frequenzspektren, welche aus den Temperatursignalen  $\Delta T_{m-u}$  der zweiten Meßstelle gewonnen wurden, liefern bis auf geringfügige Unterschiede die gleichen  $\tau(Ra^*)$ -Kurven. Unterschiede weisen jedoch die Spektren der Temperatursignale  $\Delta T_{1-r}$  und  $\Delta T_{m-u}$  in ihren, den einzelnen Frequenzen zugeordneten Amplituden und im Umfang des Spektrums auf (Abb. 4.22).

Im Bereich  $1 < Ra^* < 1,5$  ist das Verhältnis der dimensionslosen Perioden  $\tau_1/\tau_2$  proportional zur Rayleigh-Zahl. Das bedeutet, daß die zwei zugehörigen Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  inkommensurabel sind

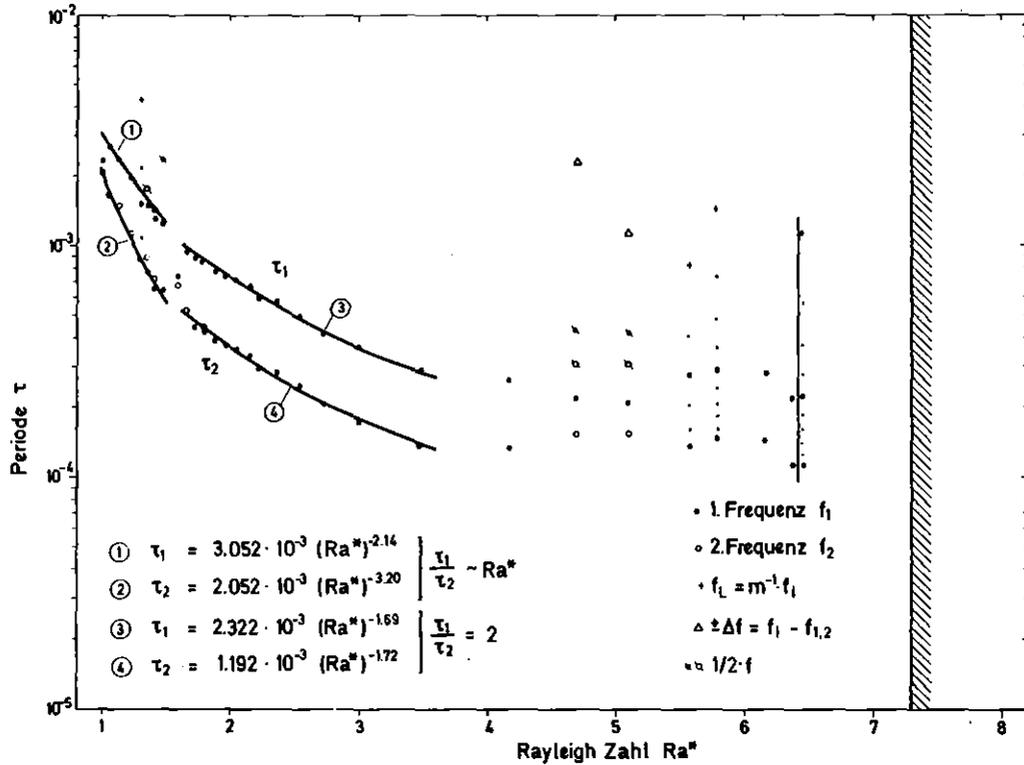


Abb. 4.21: Periode im Hele-Shaw-Behälter  $h/b = 3,5$ ,  $h/d = 22,3$  mit gut wärmeleitenden Wänden.  $Pr = 37 \pm 1$ .

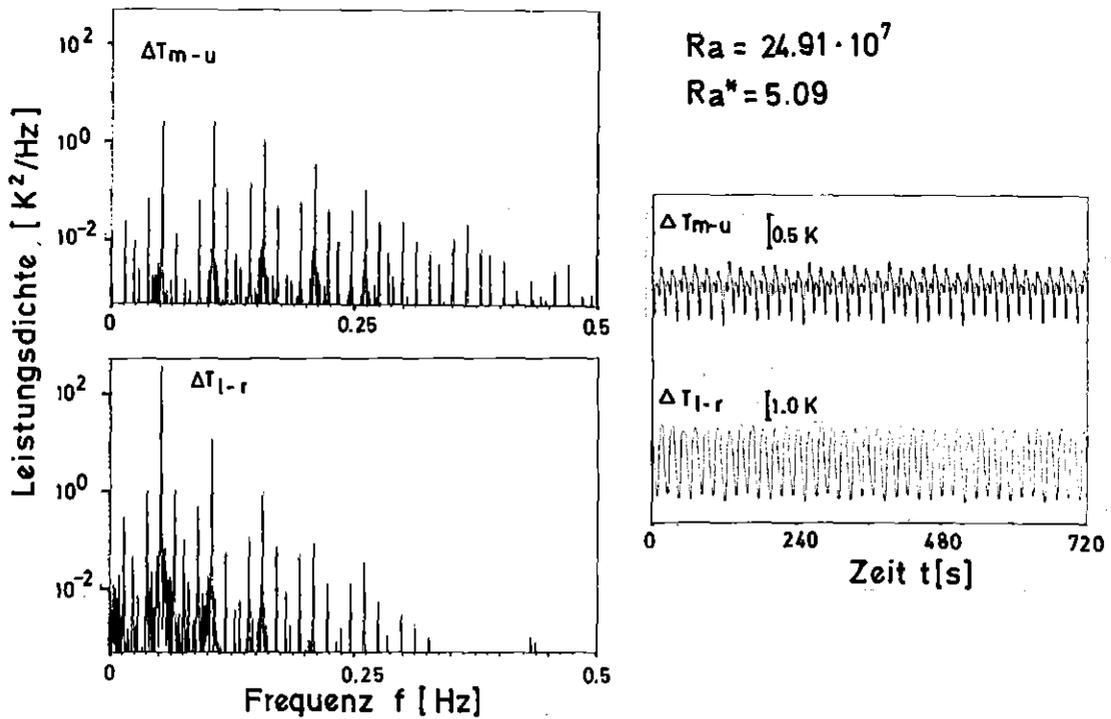


Abb. 4.22: Vergleich der gemessenen Temperaturgeschichten der Meßstellen  $\Delta T_{m-u}$  und  $\Delta T_{l-r}$  und der hieraus ermittelten Leistungsdichtespektren. Behälter  $h/b = 3,5$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden.

oder mit anderen Worten, die Oszillationen zeigen quasiperiodisches Verhalten. Die Korrelation der dimensionslosen Periode  $\tau_1$  mit der Rayleigh-Zahl ergibt das Verhalten

$$\tau_1 \sim Ra^{-2} \quad (4.1)$$

Diese Beziehung deutet gemäß den Ausführungen in Kap. 3.5.2 darauf hin, daß der Beginn der Oszillationen auch im Falle schlanker Behälter  $h/b > 1$  durch eine Instabilität der Temperaturgrenzschicht verursacht wird. Sie bestätigt die Beobachtungen aus Kapitel 4.1 und die Ergebnisse der optischen Analyse in Kapitel 4.3. Die physikalische Ursache der zweiten Frequenz bzw. Periodendauer  $\tau_2$  ist noch unbekannt. In der vorliegenden Untersuchung wurde lediglich eine Versuchsbedingung hergestellt, bei der die zweite Frequenz nicht auftrat. Hierauf kommen wir im Anhang zurück.

Ein weiteres Merkmal der oszillatorischen Konvektion in diesem Bereich ist, daß an beiden Meßstellen  $\Delta T_{l-r}$  und  $\Delta T_{m-u}$  der höchste Energieinhalt vorwiegend der Periode  $\tau_1$  zugeordnet ist.

Beim Übergang in den zweiten Bereich  $1,5 < Ra^* < 3,5$ , welcher durch eine markante Richtungsänderung der Kurven der Periodendauern  $\tau$  gekennzeichnet ist, wechselt die maximale Amplitude und damit der größte Energieanteil der Oszillation auf die erste harmonische Frequenz  $2f_1 = f_2$  der jetzt wieder periodischen Oszillation. Die periodisch an der Meßstelle  $\Delta T_{m-u}$  vorbeifallenden Ballen kalten Fluids (vgl. Abb. A4), welche abwechselnd von der linken und rechten oberen Seite herkommen, vermitteln der Frequenz  $f_2$  die maximale Energie. Dies läßt vermuten, daß die zweite Frequenz mit einem abwechselnden Auftreten der Grenzschichtinstabilität auf der linken bzw. rechten Seite des auf der vertikalen Mittellinie liegenden Staupunktes in Zusammenhang steht. Erst bei  $Ra^* = 6,18$  wechselt die maximale Amplitude an dieser Meßstelle  $\Delta T_{m-u}$  zur Grundfrequenz  $f_1$  zurück.

Die Tendenz der Abflachung des Kurvenverlaufes in diesem Bereich kann zumindest teilweise dadurch erklärt werden, daß die Temperaturgrenschichten mit wachsenden Rayleigh-Zahlen kleinere Dicken  $\delta$  haben, die mit der Behälterdicke  $d$  vergleichbar werden. Das bedingt, daß die kritischen Temperaturdifferenzen für die Temperaturgrenschicht entsprechend früheren Überlegungen in Kap. 3.5.2 proportional  $\delta^3$  anzusehen sind und sich deshalb  $\tau$  asymptotisch der Beziehung  $\tau \sim Ra^{-2/3}$  nähern sollte. Allerdings wurde abweichend von dieser Hypothese im oberen Bereich der Rayleigh-Zahlen  $Ra^* > 4$  keine Abhängigkeit der Periode von der Rayleigh-Zahl gefunden. Die Temperaturfelder zeigen im Bereich  $Ra^* > 4$  eine immer deutlicher ausgeprägte Vierrollenstruktur (vgl. Abb. A5).

Der Grund, weshalb sich die Periodendauer in diesem dritten Bereich nicht mehr ändert, bevor die meßbaren Oszillationsbewegungen schließlich ganz zur Ruhe kommen, liegt in der bei hoher Rayleigh-Zahl  $Ra^*$  nicht mehr vernachlässigbaren viskosen Reibung sowie im Wärmetransport über die schmalen vertikalen Seitenwände.

Nach dieser globalen Charakterisierung der oszillierenden Strömungsformen durch ihre Perioden werden jetzt einzelne Beobachtungen und typische Zustände nach steigenden Rayleigh-Zahlen geordnet beschrieben. Eine typische Auswahl von Leistungsdichtespektren und den dazugehörigen Temperatursignalen sind in Abb. 4.23 zusammengestellt. Zum Vergleich und zur Bewertung der Spektren ist das elektronische und thermische Rauschen der betriebsbereiten isothermen Meßkammer bei  $Ra = 0$  in dem dargestellten Spektrum (Abb. 4.23a) festgehalten.

### 1.

In einer ersten Versuchsserie traten gleich beim Einsetzen der Oszillation aus einem weißen Rauschspektrum zwei Frequenzen in Erscheinung. Dieses Resultat stand im Widerspruch zu früheren, in Kapitel 4.3 beschriebenen optischen Beobachtungen, die in Abb. 4.16 wiedergegeben sind, denn die optischen Messungen weisen für den verwendeten Versuchsbehälter zu Beginn eine monopériodische Oszillationsform aus. Wegen dieser Unstimmigkeiten wurden zu einem späteren Zeitpunkt die Versuche im Bereich kleiner normierter Rayleigh-Zahlen  $Ra^*$  wiederholt. Dabei wurden die Isola-

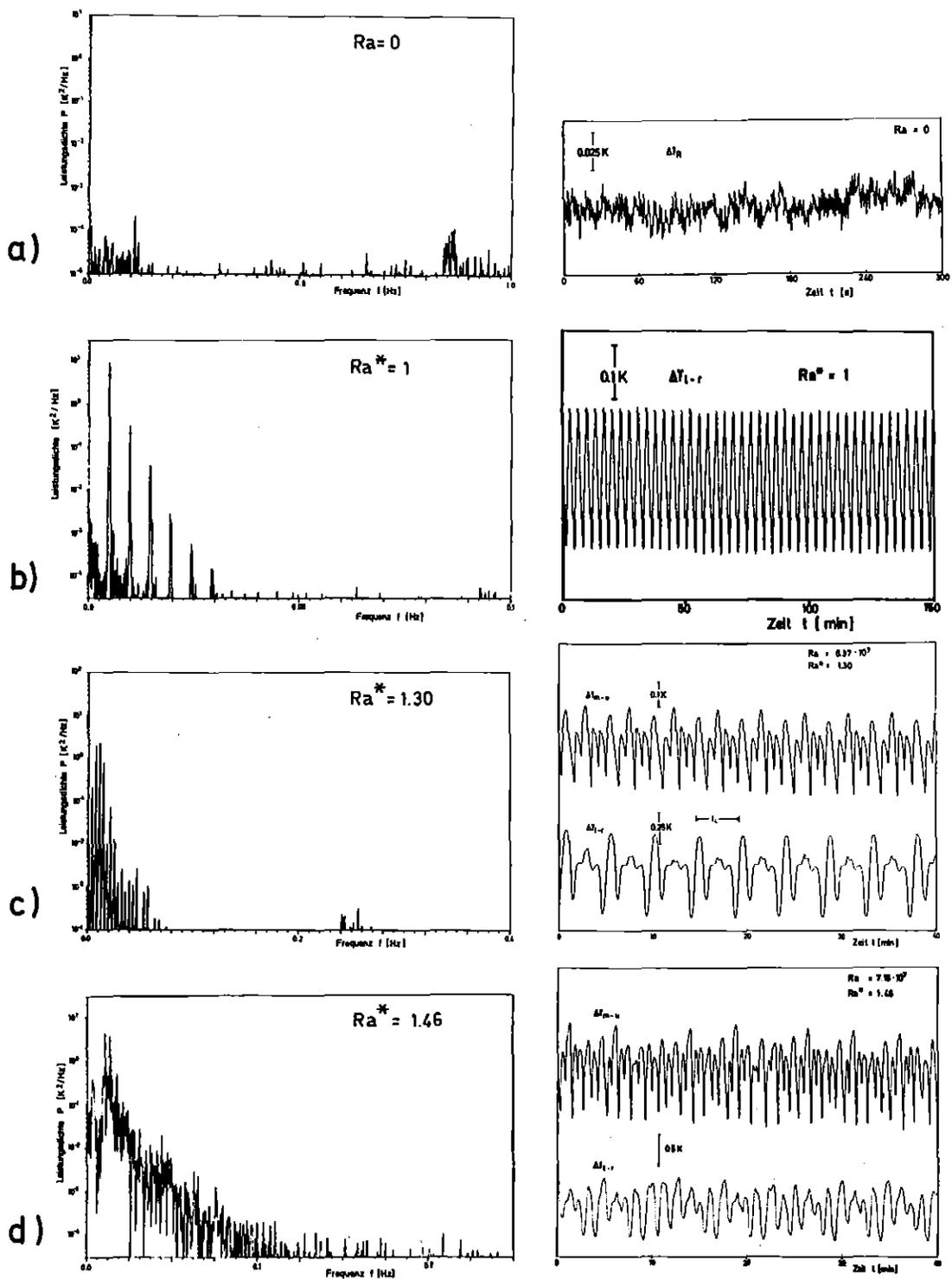


Abb. 4.23: Text Seite 100

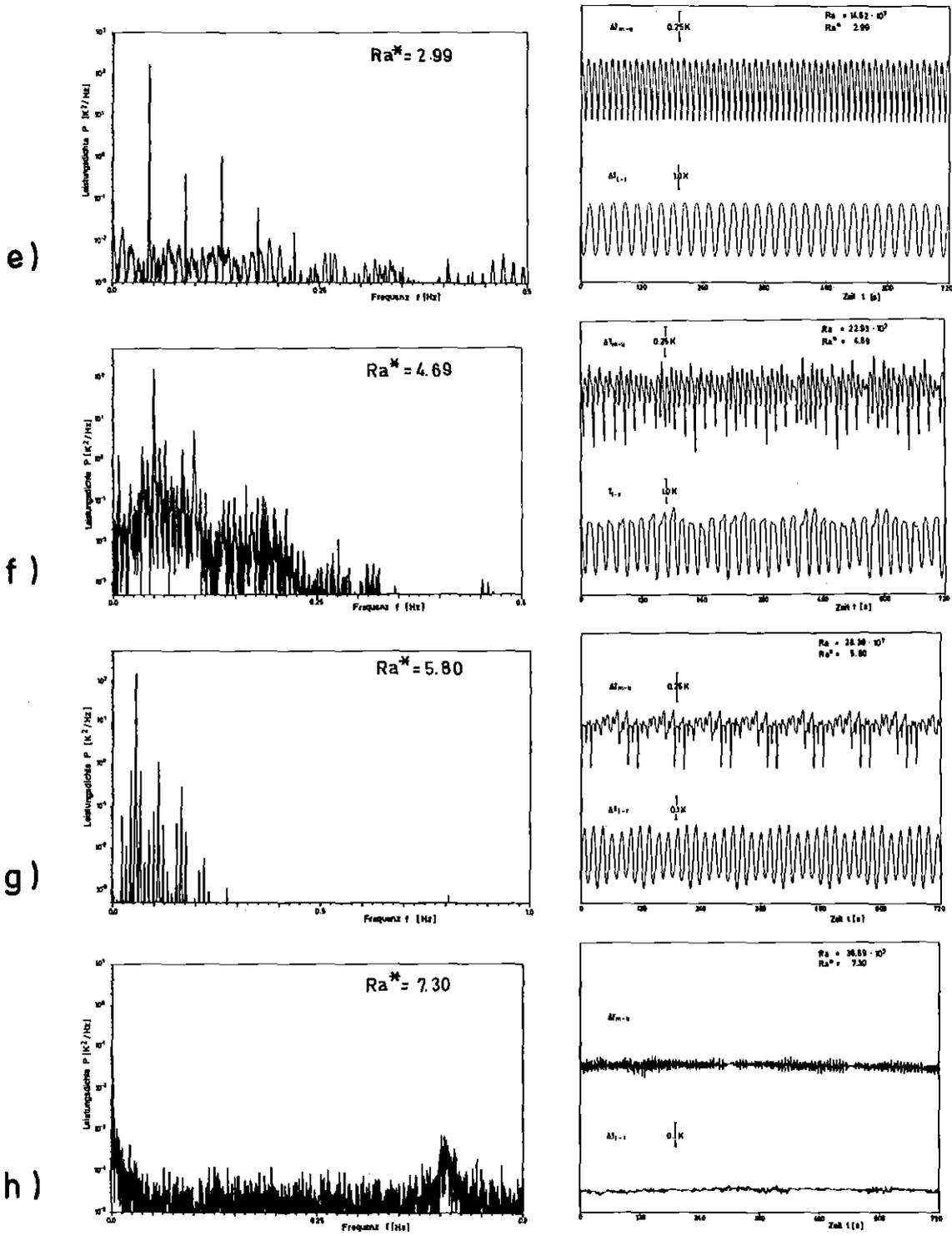
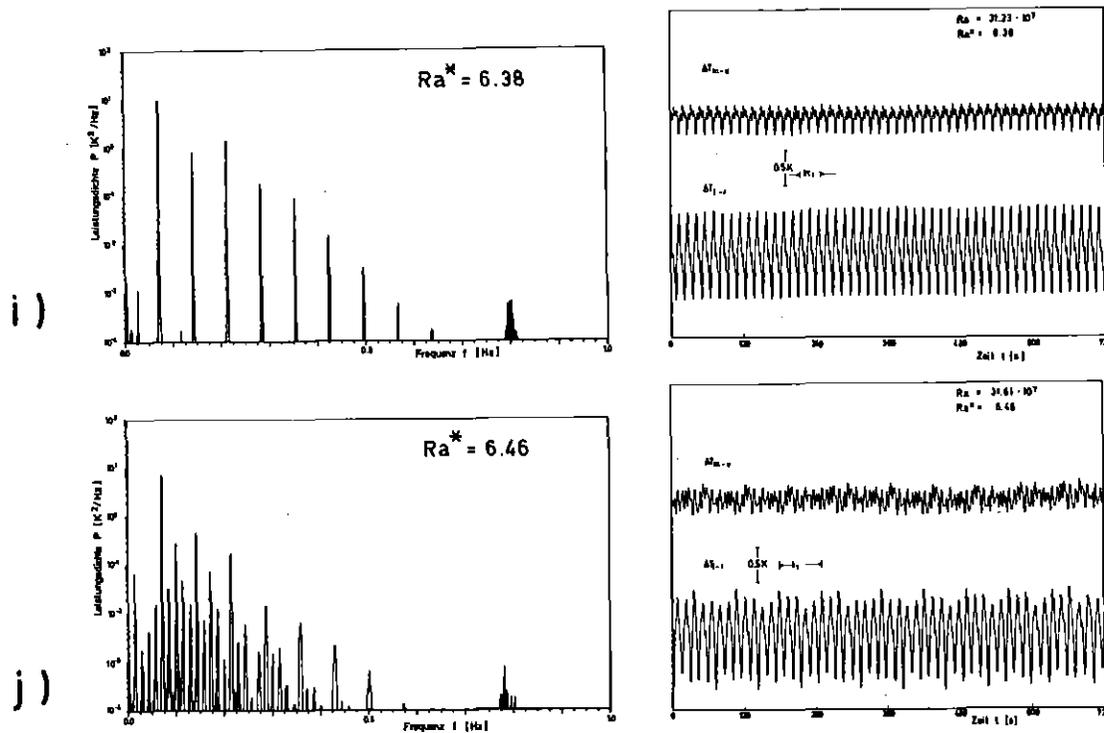


Abb. 4.23: Text Seite 100



**Abb. 4.23:** Typische Leistungsdichtespektren und die dazugehörigen Temperatursignale im Behälter  $h/b = 3,5$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden, zusammengestellt gemäß der Versuchsführung.

tion der Meßkammer und die Versuchsführung verbessert. Da die Meßkammer für diesen Versuch neu zusammengebaut werden mußte, ergaben sich wegen dem nicht exakt reproduzierten Wert der Spaltstärke  $d$  andere Proportionalitätsfaktoren der  $\tau(Ra^*)$ -Beziehungen, welche dann nicht in das Diagramm der Abb. 4.21 eingetragen wurden.

Unter diesen verbesserten Bedingungen entwickelte sich zu Beginn der Oszillation bei  $Ra = 4,89 \cdot 10^7$  aus einem Spektrum weißen Rauschens ein diskretes Spektrum harmonischer Frequenzen, das eine rein periodische Oszillation beschreibt. Der Zustand ist in Abb. 4.23b festgehalten. Die Amplitude der Grundfrequenz ist um etwa vier Größenordnungen höher als der Rauschpegel. Erst bei  $Ra^* = 1,19$  erscheint im Spektrum, das bei dieser Rayleigh-Zahl einen erhöhten Rauschpegel besitzt, eine weitere Frequenz  $f_2$ , welche aus der in Kapitel 2.2.2 beschriebenen Linearkombination  $f = m_1 f_1 + m_2 f_2$  ermittelt wurde.

Die Ergebnisse der zweiten, mit verbesserter Anordnung durchgeführten Versuche bestätigen damit vollauf die rein optisch ermittelten Ergebnisse für das oszillatorische Verhalten der Strömung im Bereich  $Ra^*_{\underline{}} > 1$ .

## 2.

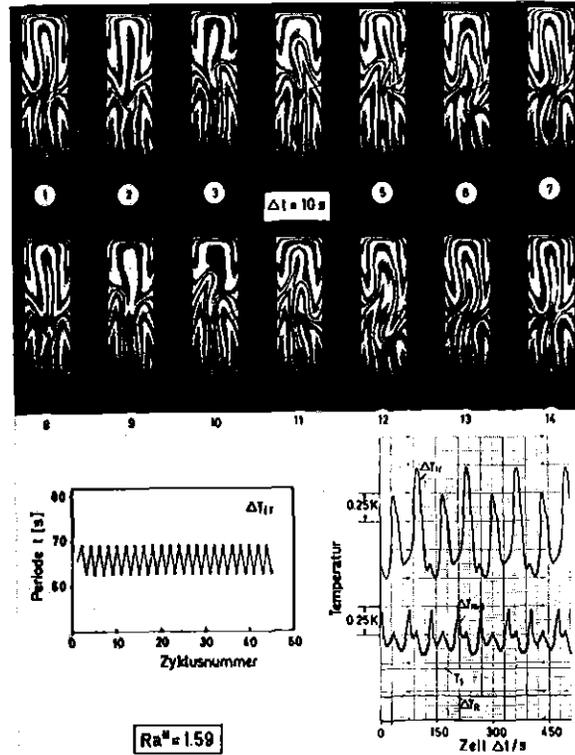
Mit wachsender Rayleigh-Zahl entwickelt sich aus der biperiodischen Oszillation durch Frequenzkopplung ein periodischer Zustand. Dieser ist bei  $Ra^* = 1,30$  erreicht und durch die Kopplungsfrequenz  $f_L = 0,00366$  Hz und  $f_2/f_1 = 5/3$  charakterisiert. Die maximale Amplitude der Frequenz  $f_1$  wurde an der Meßstelle  $\Delta T_{1-r}$  und diejenige der Frequenz  $f_2$  wurde an der Meßstelle  $\Delta T_{m-u}$  registriert. Wie aus Abb. 4.23c hervorgeht, sinkt der Rauschpegel des Spektrums in diesem Falle auf das Niveau der elektronischen Meßgeräte. Das bedeutet, daß die Energieübertragung zwischen den beiden Oszillatoren vollständig ist. In Abb. 4.5, Kapitel 4.1, ist eine Serie von Interferogrammen dargestellt, die diesen Zustand festhalten. Die Kopplungsperiode  $t_L = 273$  s erstreckt sich von Bild 1 bis 28. Die Grundperiode  $t_1 = 136,6$  s ist an der Meßstelle  $\Delta T_{m-u}$  z. B. von Bild 2 bis Bild 14, 15 zu beachten.

## 3.

Bei weiterer Anhebung der Rayleigh-Zahl wächst der Rauschpegel beträchtlich an. Dennoch sind deutlich zwei diskrete Frequenzen bei kleinem Signal-Rausch-Verhältnis erkennbar (vgl. Abb. 4.23d), die kein rationales Vielfaches voneinander sind, also inkommensurabel sind. Bei einer etwas sorgfältigeren Analyse des Spektrums aufgrund der vorliegenden numerischen Daten können bei  $Ra^* = 1,5$  sogar drei Frequenzen mit den dazugehörigen harmonischen Frequenzen und Linearkombinationen der Frequenzen festgestellt werden. Die Amplitude der dritten Frequenz ist jedoch unwesentlich höher als der Rauschpegel. Eingehendere Untersuchungen sind hier für eine endgültige Aussage erforderlich.

## 4.

Bei  $Ra^* = 1,59$  stellt sich erneut eine Kopplung der beiden Oszillatoren mit dem Frequenzverhältnis  $f_2/f_1 = 8/7$  und  $f_1 = 0,0145$  Hz ein. Dieser Meßpunkt befindet sich am Knickpunkt des  $\tau(Ra^*)$ -Verlaufs. In Abb. 4.24 ist dieser Zustand in einer Serie von Inter-



**Abb. 4.24:** Isothermenfelder im Abstand von  $\Delta t = 10$  s und die aus den Temperaturschrieben ermittelten zwei diskreten Perioden eines frequenzgekoppelten Oszillators.

ferogrammen im Zeitabstand von 10 s, der zugehörige Temperaturschrieb und die aus diesem Schrieb und chronooptisch ermittelbaren Perioden als Funktion der Zahl der zyklischen Meßwerten dargestellt.

Aus diesen Bildern, speziell aus dem Temperaturschrieb, ist der biperiodische Charakter der Strömung besonders einfach zu ermitteln. Aus den Interferogrammen ist  $2f_1$  z. B. aus den Bildern 1 und 14 und  $f_2$  aus den Bildern 2 und 8 bzw. 3 und 9 oder 7 und 13 erfaßbar<sup>1)</sup>.

1) Die über Nacht stabile Frequenzkopplung wurde tagsüber während der Bandaufnahme der Signale durch eine meteorologisch bedingte außergewöhnlich stark schwankende Raumtemperatur gestört. Dies und die unterschiedlichen Ergebnisse der chronooptischen Vorversuche ermahnten zu einer besseren thermischen Isolation der Meßkammer, welche alsdann durchgeführt wurde. Nach einer Ausgleichzeit von etwa einer vertikalen Diffusionszeit  $h^2/\kappa$  wurde mit dem Versuch fortgefahren.

5.

Ab  $Ra^* = 1,8$  verringert sich das Rauschniveau. Die zwei Oszillatoren der Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  koppeln jetzt im Verhältnis  $f_2/f_1 = 2$ . Daraus resultiert eine periodische Strömungsozillation, die durch ein sehr hohes Signal-Rausch-Verhältnis charakterisiert ist. Aus den Interferogrammen Nr. 1 bis 4 der Abb. A4 einer solchen periodischen Oszillation ist die Grundfrequenz einfach zu ermitteln. Dieses Verhalten bleibt bis zu Rayleigh-Zahlen  $Ra^* \sim 3,5$  bestehen. Ein typisches Spektrum für diese periodischen Zustände ist in Abb. 4.23e gezeigt.

6.

Bei  $Ra^* = 3,5$  ist die höchste Frequenz der beobachteten Strömungsozillationen erreicht. Bei weiter ansteigenden Werten der Rayleigh-Zahlen bleibt die Frequenz im wesentlichen konstant. Die Spektren unterscheiden sich fortan nur noch durch ihre Feinstruktur. Die Interferogramme zeigen, daß der Mode der gestaffelten Viererrolle die Strömungsvorgänge im Behälter dominiert (vgl. dazu Abb. A5).

7.

Betrachtet man die beiden Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  weiterhin als mit dem Verhältnis  $f_2/f_1 = 2$  gekoppelt, dann bewirkt eine dritte Frequenz  $f_3 = 0,00702$  Hz bei  $Ra^* = 4,69$  eine Schwebung (vgl. Kap. 2.2.2). Das Spektrum dieser Oszillation in Abb. 4.23f zeigt durch das erhöhte Rauschniveau, daß keine vollständige Energieübertragung zwischen den Frequenzen besteht. Bei weiterer Erhöhung auf  $Ra^* = 5,59$  wird die Energieübertragung der drei Frequenzen vollständig. Die Frequenzen  $f_1$ ,  $f_2 = 2f_1$  und  $f_3 = f_L$  mit  $f_L = 0,01945$  Hz haben im Verhältnis  $f_1/f_L = 3$  gekoppelt.

8.

Eine subharmonische Frequenzteilung der weiterhin gekoppelten Oszillation wird mit der Frequenz  $1/2 \cdot f_L = 0,01097$  Hz am Meßpunkt  $Ra^* = 5,80$  registriert (vgl. Abb. 4.23g). Die Abb. A5 im Anhang zeigt eine Serie von Interferogrammen zu diesem Zustand. Die Grundperiode  $t_1 = 18,6$  s erkennt man z. B. aus den Bildern 1 bis 3.

Die Kopplungsperiode  $2 \cdot t_L = 91,2$  s ist, wie aus dem Temperaturschrieb ersichtlich, besser an der Meßstelle  $\Delta T_{m-u}$  zu ermitteln. Die in diesem Schrieb sichtbaren Ausschläge sind durch kalte Wirbelballen, die an dem durch das Fenster durchgeführten Thermoelement vorbeigleiten, hervorgerufen worden. Ein solcher Zustand ist in Bild 3, Abb. A5, sichtbar. Der um eine Kopplungszeit  $2t_L$  verschobene Zustand ist in Bild 12 dargestellt. Da die Amplitude der gemessenen Temperaturdifferenz  $\Delta T_{m-u}$  gering und die Energiedichte in der Strömung hoch ist, kann man die Kopplungsfrequenz nur bei sorgfältiger Betrachtung der Interferogramme ermitteln. Die Interferogramme (vgl. Abb. A5) von Zuständen mit drei Frequenzen (zwei davon im Verhältnis 2 gekoppelt) sind dadurch gekennzeichnet, daß die Linien gleicher Temperatur auf den Höhen  $z = 1/4 \cdot h$  und  $z = 3/4 \cdot h$  eine Schwingung in x-Richtung ausführen.

#### 9.

Am Meßpunkt  $Ra^* = 6,17$  wird die Oszillation wieder periodisch mit der Grundfrequenz  $f_1 = 0,05608$  Hz. Die Amplitude der gemessenen Temperaturdifferenz sowie dessen Energiedichte im Spektrum wird klein (vgl. Abb. 4.9). Die unter Punkt 8. beschriebene Schwingung der horizontalen Mittelachse der vier Rollen wird nicht mehr beobachtet.

#### 10.

Durch eine weitere Erhöhung der Rayleigh-Zahl verschwinden optisch die großräumigen Oszillationsbewegungen in der Strömung. Dieser Zustand wird bei  $Ra^* = 7,3$  erreicht. Das Spektrum dieses Zustandes weist einen gleichmäßigen aber gegenüber dem isothermen Vergleichszustand (Abb. 4.23a,  $Ra = 0$ ) erhöhten Rauschpegel auf. Die bei etwa 0,34 Hz auftretende höhere Leistungsdichte ist auf einen Resonanzeffekt der beiden Thermostate zurückzuführen, welcher hier voll auf die Schwingungsstruktur der Strömung durchschlägt. Der höhere Rauschpegel verschwindet bei einer weiteren Steigerung von  $\Delta T$  und es bleibt das gerätespezifische Rauschen (siehe  $Ra = 0$ , Abb. 4.23a).

11.

Ausgehend von diesem großräumig stationären Zustand bleibt bei einer Reduzierung der Rayleigh-Zahl  $Ra^*$  der visuell stationäre Zustand bis zu der Rayleigh-Zahl  $Ra^* = 6,43$  erhalten. Erst bei  $Ra^* = 6,38$  tritt eine periodische Oszillation in Erscheinung mit einer vergleichsweise höheren Grundfrequenz als beim Aufheizvorgang (Abb. 4.23i). Eine erneute Erhöhung der Rayleigh-Zahl erzeugt eine biperiodische Oszillation mit einer Kopplungsfrequenz  $f_L = 0,01404$  Hz bei  $Ra^* = 6,46$  (Abb. 4.23j). Das zuletzt geschilderte Verhalten zeigt, daß ein ausgeprägter Hysteresecharakter den Übergang von der großräumig oszillierenden Strömung zu einer optisch stationären Strömungsform bei  $Ra^* \approx 7,3$  prägt.

Um das Verhalten der Strömung in dem Bereich der Oszillation mit zwei inkommensurablen Frequenzen mit  $Ra^* < 1,6$  bei einer Versuchsführung mit stufenweiser Reduzierung der Temperaturdifferenz zwischen der oberen und unteren Flüssigkeitsberandung zu untersuchen, wurde eine weitere Versuchsserie in der gleichen Meßkammer mit gut wärmeleitenden Seitenwänden durchgeführt. Testfluid war auch hier Silikonöl M3, dessen Prandtl-Zahl  $Pr \approx 37$  beträgt. Dieser Versuch startete von dem periodischen Strömungszustand mit der Grundfrequenz  $f_1 = 0,0207$  Hz mit  $Ra^* = 2$ .

Der Verlauf der mit der Diffusionszeit  $h^2/\kappa$  dimensionslos gemachten Periodendauer ist in Abb. 4.25a dargestellt. Die Perioden werden nach der  $\tau(Ra^*)$ -Korrelation gemäß den Ergebnissen beim Versuch mit steigender Rayleigh-Zahl als  $\tau_1$  bzw.  $\tau_2$  definiert. In diesem Versuch entwickelt sich eine markante Periodenverdoppelung von  $\tau_2$ .

Für das Verhältnis der Perioden  $\tau_2/\tau_1$  ergibt sich

$$\tau_2/\tau_1 \sim Ra^{1,2}. \quad (4.2)$$

Diese Relation mit  $Ra_{osc} = \text{konstant}$  weist auf eine Oszillationsströmung mit bereichsweise inkommensurablen Frequenzen hin. Eine Korrelation aller Perioden  $\tau_1$  und  $2 \cdot \tau_2$  ergibt im gesamten Bereich

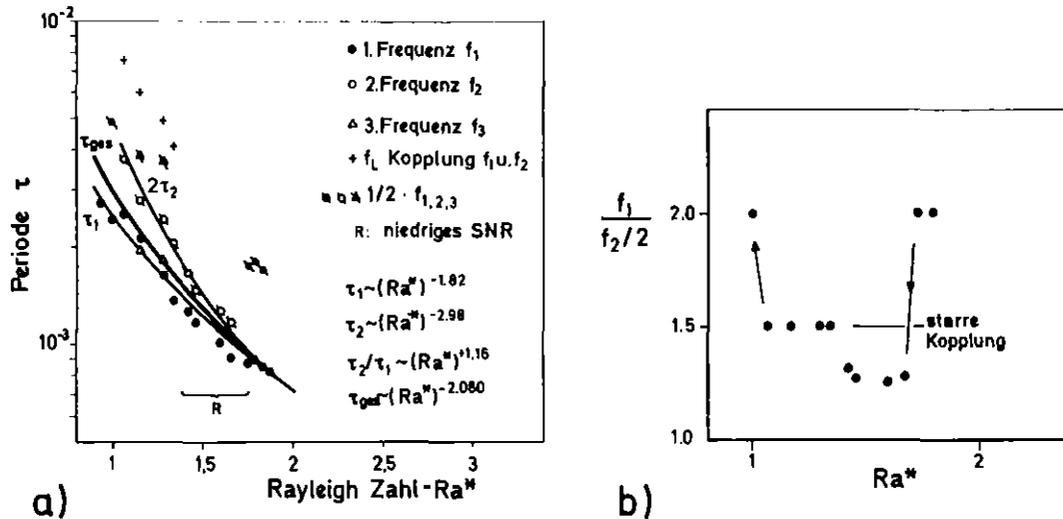


Abb. 4.25: Perioden (a) und Frequenzverhältnis (b) der Oszillationen im Behälter  $h/b = 3,5$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden, beginnend bei  $Ra^* = 2$  während einem Versuch mit Verringerung der Rayleigh-Zahl.

die Beziehung

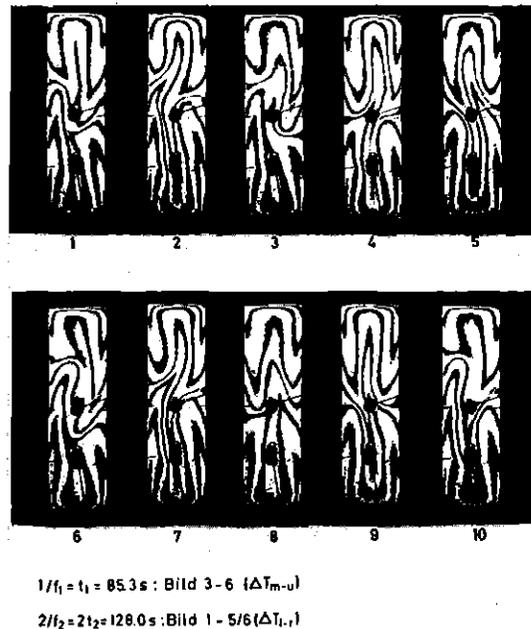
$$\tau \sim Ra^{-2,1} \quad (4.3)$$

welche nach den vorherigen Ergebnissen aus Kapitel 3.5.2 auf eine Grenzschichtinstabilität hinweist. Begleitend zu diesem Diagramm wurde das Verhältnis der Frequenzen  $f_1/(f_2/2)$  über  $Ra^*$  in Abb. 4.25b aufgetragen. Die Strömungsozillationen durchlaufen die folgenden typischen Zustände:

1. Ausgehend von der periodischen Struktur mit der Frequenzkopplung  $f_1 = 1/2 \cdot f_2$  entwickelt sich von  $Ra^* = 1,84$  bis  $1,74$  neben der Grundfrequenz  $f_1$  eine subharmonische Frequenz  $1/2 \cdot f_1$ .
2. Der Rauschpegel erhöht sich anschließend beträchtlich in einem mit R(Rauschen) in Abb. 4.25a bezeichneten Gebiet<sup>1)</sup>. In diesem Bereich entkoppeln sich die Frequenzen  $f_1$  und  $1/2 \cdot f_2$ . Das Frequenzverhältnis  $f_1/(f_2/2)$  zeigt, daß beide Frequenzen nun inkommensurabel sind.

1) SNR ist die englische Abkürzung für Signal to Noise Ratio.

3. Schließlich koppeln die zwei Frequenzen bei  $Ra^* = 1,34$  mit der Kopplungsfrequenz  $f_L = 0,0039$  Hz zu  $(f_2/2)/f_1 = 2/3$ . In Abb. 4.26 sind zu diesem Meßpunkt gehörenden Interferogramme verschiedener Zustände im Intervall  $\Delta t = 30$  s abgebildet. Die gekoppelten Frequenzen  $f_1$  und  $f_2/2$  lassen sich bei sorgfältiger Betrachtung aus den Bildern der Abb. 4.5 ermitteln. Wir betrachten z.B. den Bereich der Austauschzone in der Mitte der Meßkammer an der Meßstelle  $\Delta T_{1-r}$ . Definieren wir Bild 1 als Periodenanfang, so dauert die Periode  $2 \cdot \tau_2 = 128$  s von Bild 1 bis in den nicht dargestellten Bereich zwischen den Bildern 5 und 6. Die Periode  $t_1 = 85,3$  s ist besser an der Meßstelle  $\Delta T_{m-u}$  auf der Höhe  $z = 1/4 \cdot h$  zu sehen: In Bild 3 nähert sich eine Flüssigkeitssträhne dem durch das Glas eingeführten Thermoelement der Meßstelle  $\Delta T_{m-u}$ . Etwa 90 s später nähert sich in Bild 6 wieder eine Flüssigkeitssträhne dem gleichen unteren Thermoelement und bildet so die Periode  $t_1$ . Bei weiterer Absenkung von  $Ra^*$  bleibt dieser Frequenzkopplungszustand, im Gegensatz zum Versuch mit Aufheizrichtung, bis etwa  $Ra^* = 1,07$  erhalten. Eine dritte Frequenz  $f_3$  wird zusammen mit den vielfachen  $1/2 \cdot m \cdot f_3$  ( $m = 1, 2, \dots$ ) an den Meßpunkten  $Ra^* = 1,3$  und  $1,16$ , an denen  $f_1$  und  $f_2/2$  gekoppelt sind, ermittelt.



**Abb. 4.26:** Oszillationen mit Frequenzkopplung im Behälter  $h/b = 3,5$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden. Versuchsführung: Verringerung der Rayleigh-Zahl.  
 $Ra = 6,57 \cdot 10^7$ ;  $Ra^* = 1,34$ ;  $Pr = 36,6$ ;  $\Delta t = 30$  s.

4. Bei  $Ra^* = 1,0$  verschwindet die Frequenz  $f_2/2$  und die Frequenz  $f_1$  entwickelt eine periodische Oszillation mit subharmonischer Frequenz  $1/2 \cdot f_1$  und deren harmonische Frequenzen  $1/2 \cdot m \cdot f_1$  ( $m = 1, 2, \dots$ ). Diese Oszillationsform wurde beim Aufheizversuch nicht beobachtet.
5. Durch eine weitere Absenkung der Temperaturdifferenz stellt sich bei  $Ra^* = 0,94$  ein periodischer Zustand mit der Frequenz  $f_1$  und deren Harmonische  $2f_1$  ein. Die Interferogramme zeigen eine Struktur mit einer ausgeprägten Doppelrolle (vgl. Abb. 4.2). Es findet jetzt in der Behältermitte kein Strömungswechsel mehr über die Diagonalen statt. Durch eine weitere Verringerung der Temperaturdifferenz geht die Strömung bei  $Ra^* = 0,9$  in eine zeitunabhängige Strömung mit der Struktur der Doppelrolle über.

Als Ergebnis dieser Untersuchung (Fall 2), Verringerung der Rayleigh-Zahl, und im Vergleich zum Versuch mit steigender Rayleigh-Zahl (Fall 1), halten wir fest, daß:

- der Übergang von stationärer Konvektion zur oszillierenden Konvektion im Bereich  $Ra^* \approx 1$  Hysteresecharakter hat.
- im Fall 2 die subharmonische Frequenz der zweiten Frequenz  $f_2$  nach der Entkopplung von  $f_2/f_1 = 2$  entsteht.
- die Frequenzkopplung  $(f_2/2)/f_1 = 2/3$  im Fall 2 über einen großen Bereich von Rayleigh-Zahlen erhalten bleibt.

#### 4.4.2 Der Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden

Um den Einfluß schlecht wärmeleitender Seitenwände auf das Verhalten der oszillatorischen Strömungen in schlanken Behältern  $h/b = 3,5$  zu untersuchen, wurden entsprechende Versuche wie in Kapitel 4.4.1 in einem Behälter mit Seitenwänden aus Plexiglas durchgeführt. Das wesentliche Ergebnis dieses Versuches ist in Abb. 4.27 dargestellt. Die aus den Frequenzspektren der Temperatursignale an der Meßstelle  $\Delta T_{1-r}$  ermittelten Frequenzen mit höchstem Energiebeitrag wurden mit der Diffusionszeit  $h^2/\kappa$  dimensionslos gemacht und als dimensionslose Periode über der normierten Rayleigh-Zahl aufgetragen. Das Diagramm weist qualitativ ähnliche Eigenschaften auf wie das entsprechende Diagramm im Fall gut wärmeleitender Seitenwände (vgl. Abb. 4.21).

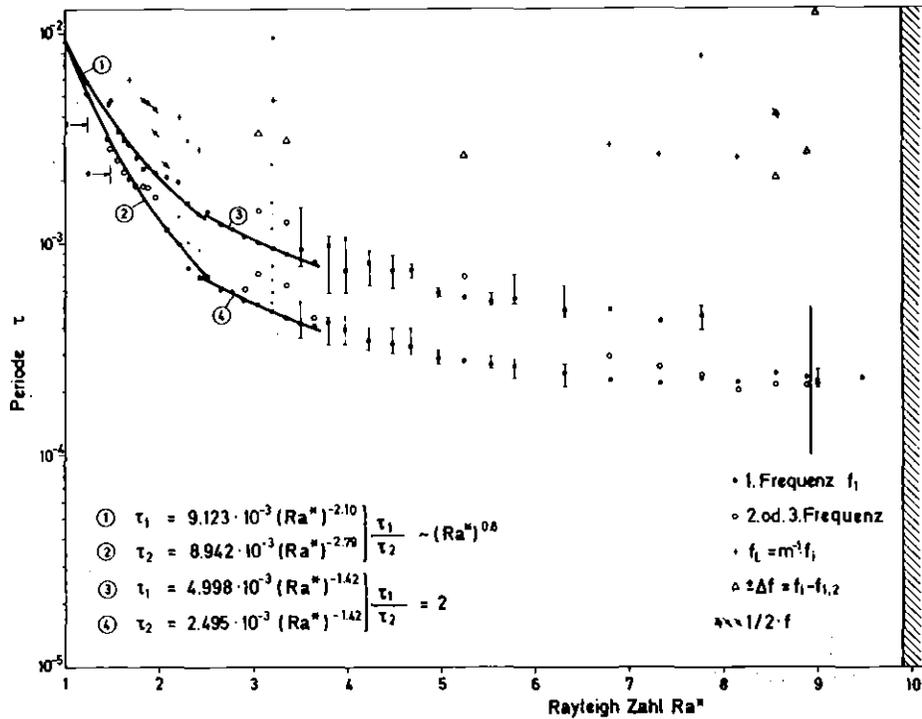


Abb. 4.27: Periode im Hele-Shaw-Behälter  $h/b = 3,5$ ,  $h/d = 22,9$  mit schlecht wärmeleitenden Wänden,  $Pr = 37,0 \pm 0,3$ .

Im Bereich kleiner Rayleigh-Zahlen  $1 < Ra^* < 2,4$  hat die Oszillation ebenfalls einen biperiodischen Charakter, welcher aus dem Verhältnis der Perioden  $\tau_1/\tau_2 \sim Ra^{2/3}$  ersichtlich ist. Auch bei diesen Randbedingungen wird bei Beginn der Oszillationen die Beziehung  $\tau_1 \sim Ra^{-2,1}$  gefunden. Dies deutet wiederum auf die Instabilität der Temperaturgrenzschicht als Ursache für das Einsetzen oszillatorischer Strömungen hin. Beachtenswert ist, daß die Korrelationen  $\tau_1(Ra^*)$  und  $\tau_2(Ra^*)$  für  $Ra^* = 1$  in etwa den gleichen Wert der Periode  $\tau_1 \approx \tau_2$  ergeben.

Der sich anschließende Bereich  $2,5 < Ra^* < 3,7$  ist durch eine ganzzahlige Frequenzkopplung der Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  gekennzeichnet. Die von Horne und O'Sullivan /16/ gefundene Korrelation  $\tau \sim Ra^{-1,5}$  im Bereich von etwa  $1 < Ra^* < 3,3$  stimmt in der Größenordnung in etwa mit der Korrelation  $1 \sim Ra^{-1,4}$  in dem Bereich  $2,5 < Ra^* < 3,7$  überein. Bei einer weiteren Erhöhung der Temperaturdifferenz wird die Periode auch hier schließlich von der Rayleigh-Zahl unabhängig, bis bei einer kritischen Rayleigh-Zahl von  $Ra = 27,5 \cdot 10^7$  ( $\Delta T = 17,9$  K) die optisch sichtbaren Oszillationen aufhören und eine zeitunabhängige gestaffelte Vierrollenstruktur auftritt.

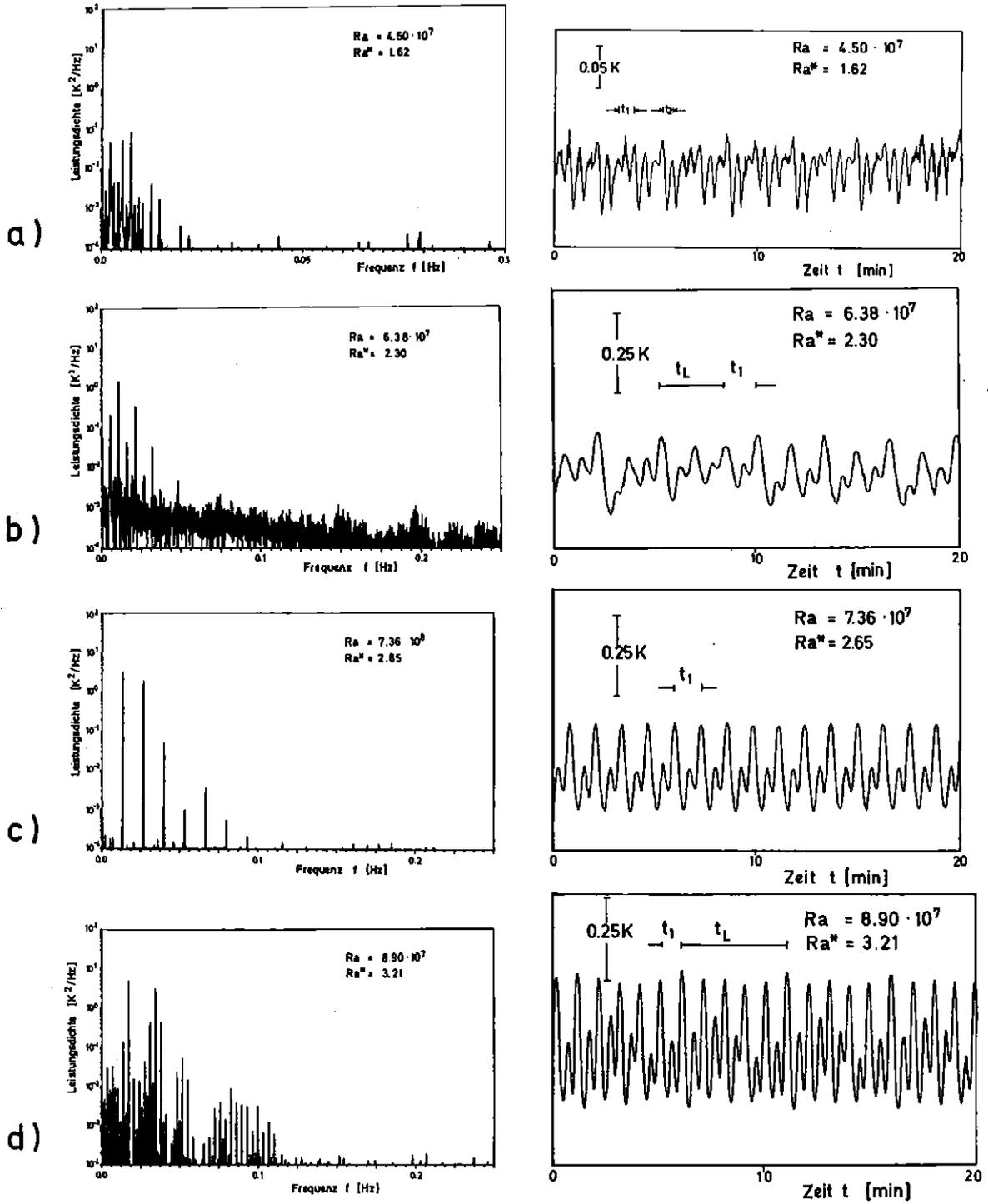


Abb. 4.28: Text Seite 113

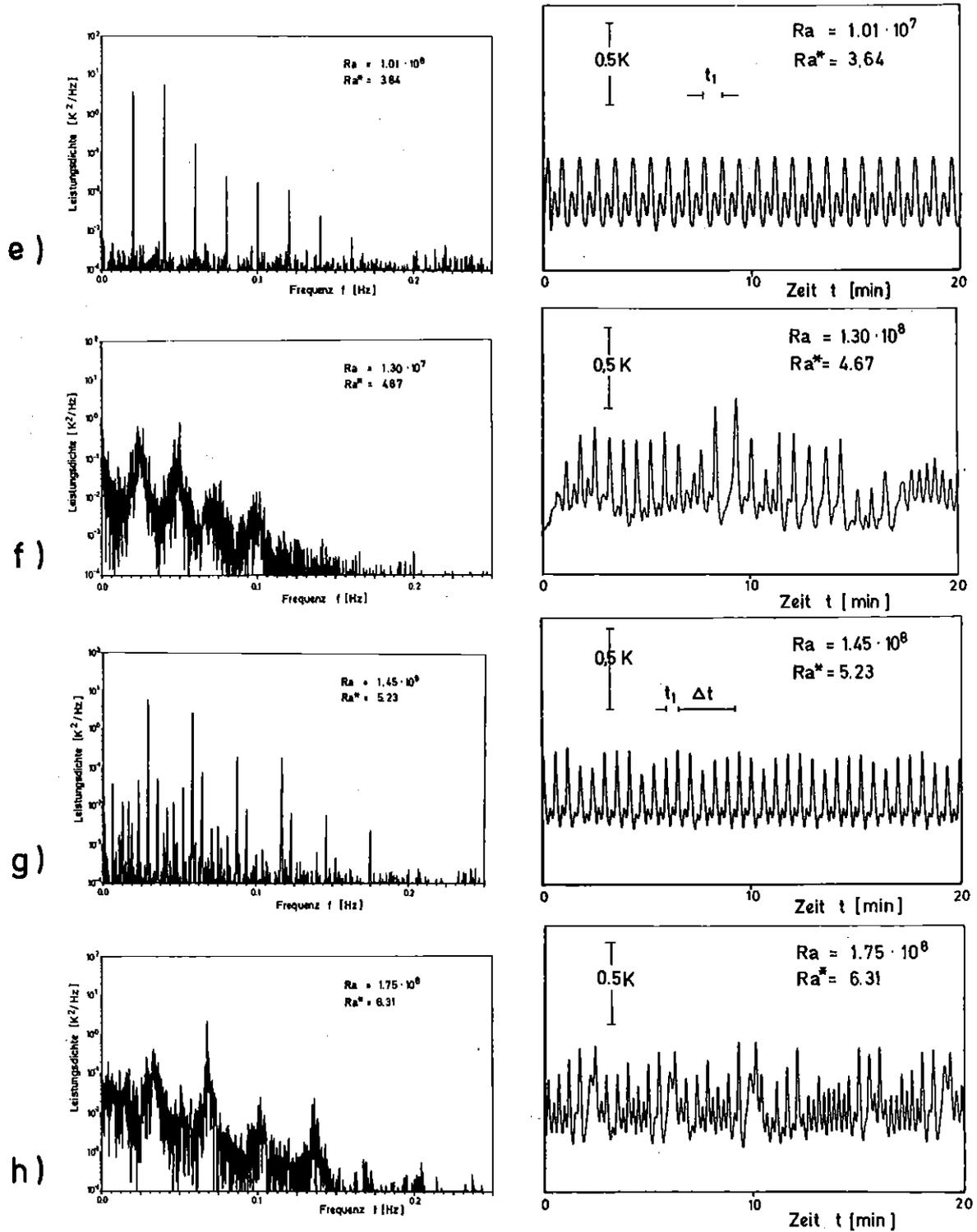


Abb. 4.28: Text Seite 113

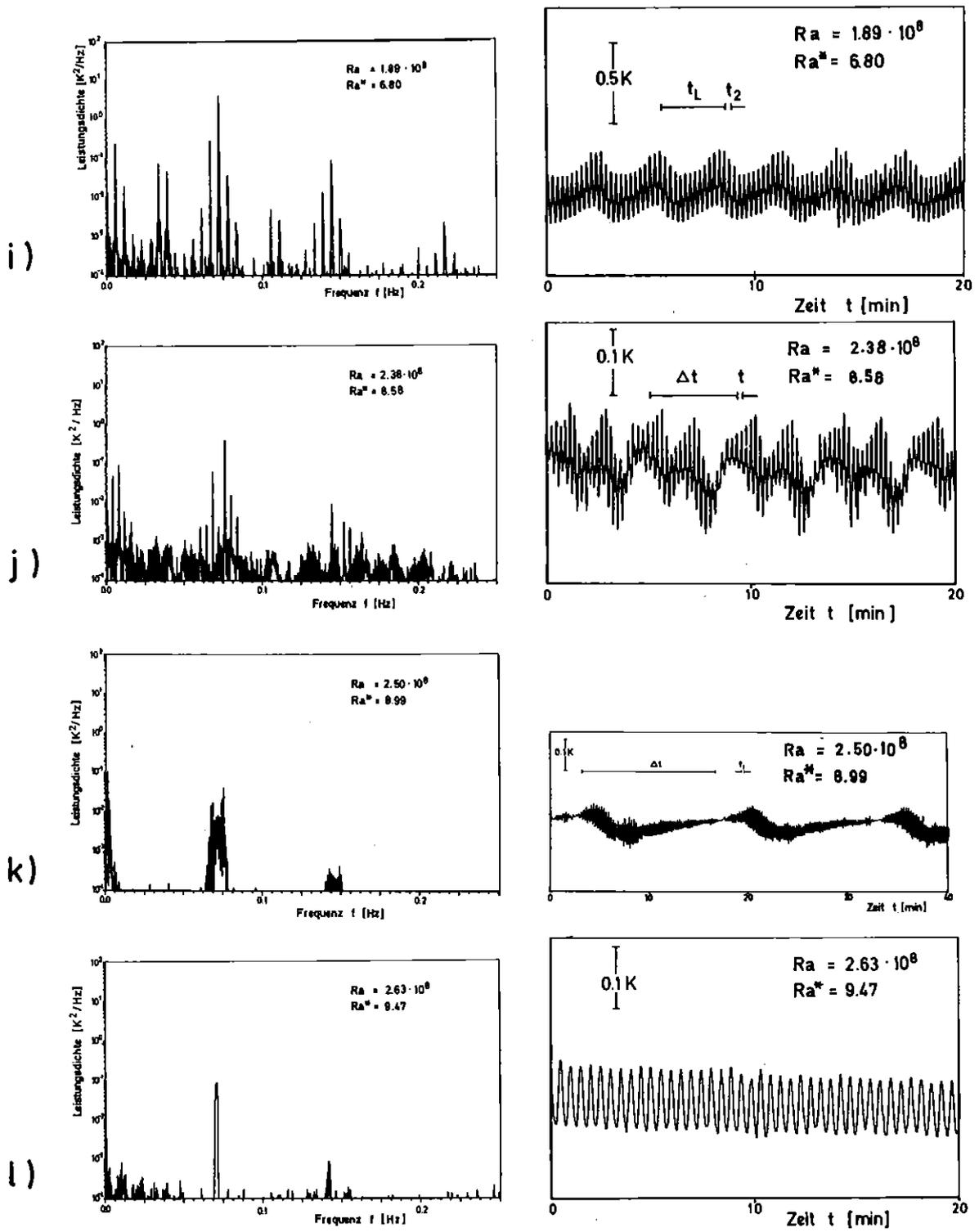


Abb. 4.28: Text Seite 113

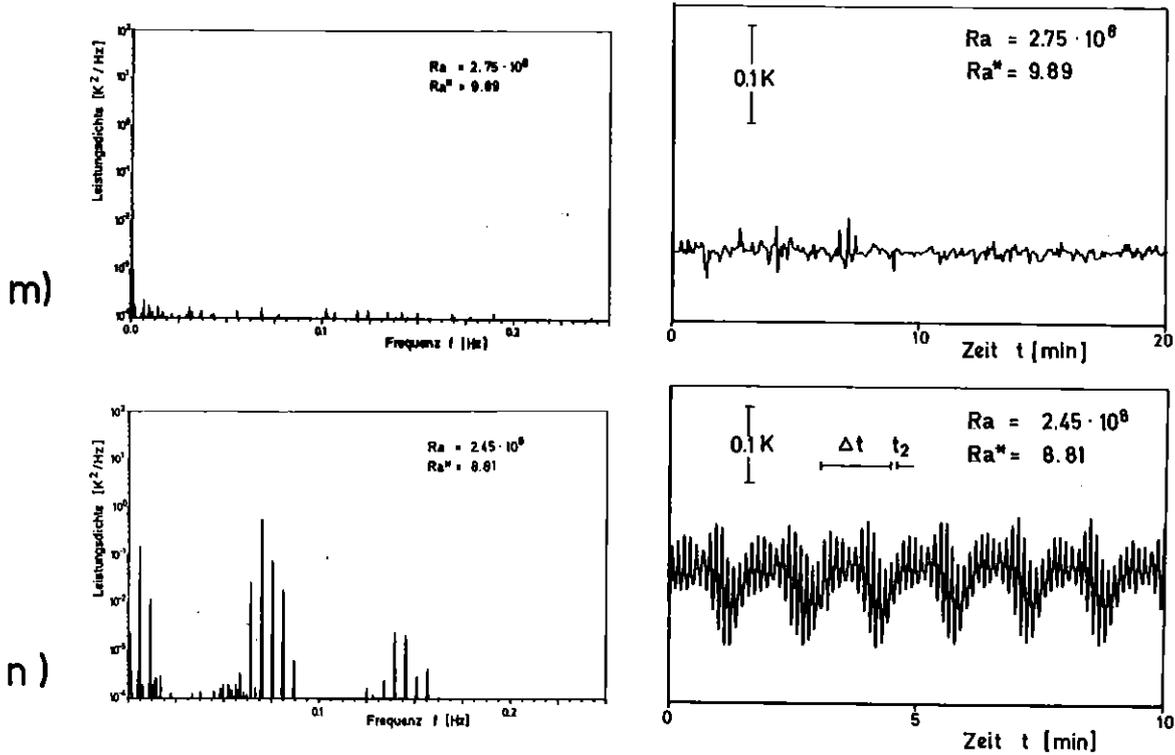


Abb. 4.28: Typische Leistungsdichtespektren und die dazugehörigen Temperatursignale im Behälter  $h/b = 3,5$  mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden, zusammengestellt gemäß der Versuchsführung.

Eine detaillierte Beschreibung der Einzelphänomene als Funktion der Rayleigh-Zahl, die sich aus der genauen Analyse der Leistungsdichtespektren ergeben haben, wird im folgenden nach steigender Rayleigh-Zahl geordnet beschrieben. Dabei werden die in Abb. 4.28 zusammengestellten Leistungsdichtespektren und die zugehörigen Temperatursignale der Meßstelle  $\Delta T_{1-r}$  aus dem Mittenbereich der Meßkammer herangezogen.

1.

Bei einem ersten Versuch zur Ermittlung der kritischen Rayleigh-Zahl für den Oszillationsbeginn ist ein Spektrum, bestehend aus einer Frequenz  $f_1 = 0,00744$  Hz mit zwei aus dem Rauschpegel hervorragenden Harmonischen bei  $Ra = 3,46 \cdot 10^7$  ermittelt worden. Bei einer Erhöhung der Rayleigh-Zahl auf  $Ra = 4,07 \cdot 10^7$  entwickelte sich ein Spektrum mit zwei inkommensurablen Frequenzen  $f_1 = 0,00334$  Hz und  $f_2 = 0,00563$  Hz.

2.

In einem zweiten Versuch mit größerer Annäherung an eine quasistationäre Versuchsdurchführung ist die harmonische Frequenz  $f_1 = 0,00432$  Hz bei der kritischen Oszillations-Rayleigh-Zahl  $Ra_{osc} = 2,78 \cdot 10^7$ , welche kleiner ist als die kritische Oszillations-Rayleigh-Zahl im Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden, ermittelt worden. Diese Rayleigh-Zahl  $Ra_{osc}$  wird normiert auf  $Ra^* = 1$ . Auch jetzt entwickelt sich bei höherer Rayleigh-Zahl  $Ra^* = 1,19$  ein Spektrum mit zwei inkommensurablen Frequenzen, Abb. 4.28a.

3.

Bei  $Ra^* = 1,68$  koppeln die zwei Frequenzen im Verhältnis  $f_1/f_2 = 2/3$  und  $f_1 = 0,00544$  Hz. Der Rauschpegel sinkt gemäß der vollständigen Energieübertragung zwischen den beiden Oszillatoren auf das Niveau des meßtechnischen weißen Rauschens.

4.

Bei einer weiterer Erhöhung der Rayleigh-Zahl entwickelt sich ein Bereich mit erhöhtem Rauschpegel. Analog zu dem Versuch mit gut wärmeleitenden Randbedingungen lassen sich jetzt drei inkommensurable Frequenzen aus der Analyse der Spektren ableiten, wobei der Rauschabstand der dritten Frequenz zu gering ist, um eine eindeutige Aussage zu ermöglichen. Wir betrachten deshalb hauptsächlich die Frequenzen mit hohem Signal-Rauschabstand. Nachdem bei  $Ra^* = 1,82$  die Schwebefrequenz  $f = f_2 - f_1 = 0,00334$  Hz die maximale Amplitude annimmt, entwickelt sich die Subharmonische der Frequenz  $f_1$  und deren harmonische Frequenzen  $1/2 \cdot m_1 \cdot f_1$ . Anschließend entwickelt sich bei  $Ra^* = 1,96$  auch die subharmonische Frequenz  $f_2$  und deren Harmonische  $1/2 \cdot m_2 \cdot f_2$ . Mit Subharmonischen hoher Amplitude koppeln die Oszillatoren von  $Ra^* = 2,30$  (Abb. 4.28b) bis  $Ra^* = 2,42$  im Verhältnis  $f_2/f_1 = 2$ . Trotz Kopplung der Frequenzen ist die Energieübertragung noch nicht vollständig, wie aus dem erhöhten Rauschpegel in Abb. 4.28b ersichtlich ist.

5.

Ab  $Ra^* = 2,5$  verschwinden beide Subharmonischen aus den Spektren und die Oszillatoren koppeln jetzt mit vollständiger Energie-

übertragung im Verhältnis  $f_2/f_1 = 2$  (Abb. 4.28c). Der Strömungsvorgang hat wieder periodischen Charakter mit  $f_1 = 0,01135$  Hz. Eine dritte nichtkommensurable Frequenz  $f_3$  entsteht bei  $Ra^* = 2,9$ . Sie erzeugt bei  $Ra^* = 3,0$  eine Schwebung der Frequenzen  $f_3 = \Delta f = 0,00477$  Hz. Dieser Oszillationszustand leitet bei  $Ra^* = 3,2$  eine Frequenzkopplung der schon mit  $f_2/f_1 = 2$  gekoppelten Frequenzen mit der dritten Frequenz  $f_3 = f_L$  ein im Verhältnis  $f_2/f_1/f_L = 11/6/1$ , wobei  $f_L = 0,00167$  Hz beträgt (Abb. 4.28d). Anschließend entkoppelt die dritte Frequenz und führt die Strömungsozillation bei  $Ra^* = 3,35$  in einen Zustand mit einer Schwebung  $\Delta f = f_3 = 0,00525$  Hz bei weiterhin gekoppelten Frequenzen  $f_2 = 2f_1$ . Gleichzeitig erhöht sich der Rauschpegel.

#### 6.

Nach einem anschließenden Rauschspektrum bei  $Ra^* = 3,51$  entsteht bei  $Ra^* = 3,6$  eine periodische Oszillation (Abb. 4.28e) mit  $f_2 = 2f_1$ . Es wird vermutet, daß die dritte Frequenz jetzt mit  $f_1$  gekoppelt hat, wobei eine periodische Oszillation mit der Grundfrequenz  $f_1 = f_3 = 1/2 \cdot f_2$  entsteht. Anschließend bilden sich wieder Rauschspektren aus (Abb. 4.28f). Die höchsten Amplituden des Rauschberges im Bereich der Frequenz  $f_1$  und diejenige im Bereich der Frequenz  $f_2$  werde als Mittenperiode hervorgehoben. Die Streubreite wird aus dem Frequenzband des Rauschberges bei einer Leistungsdichte bestimmt, die 10fach niedriger als die der Mittenfrequenz ist.

#### 7.

Bei  $Ra^* = 5,23$  (Abb. 4.28g) verringert sich der Rauschpegel sehr stark. Die Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  koppeln im Verhältnis  $f_2/f_1 = 2$ . Eine dritte Frequenz  $f_3 = \Delta f = 0,00610$  Hz und deren Harmonische erzeugt eine Schwebung des Oszillationszustandes. Nach einem weiteren Bereich mit stochastischen Merkmalen (Abb. 4.28h) und hohem Rauschpegel wird die Oszillation bei  $Ra^* = 6,80$  wieder periodisch (Abb. 4.28i). Die Frequenzen  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3 = f_L$  koppeln im Verhältnis  $f_2/f_1/f_L = 13/6/1$ , d. h.  $f_2/f_1 \neq 2$ , mit  $f_L = 0,00544$  Hz. In Abb. 4.27 ist eine zusätzliche Kombinationsfrequenz  $f_3' = f_2 - f_L$  dargestellt. Der Verlauf der Periode  $\tau_3'$

in der Nachbarschaft von  $\tau_2$  ermöglicht einen einfacheren Einblick als  $\tau_L$  in das Oszillationsverhalten der Strömung bei einer weiteren Erhöhung der Rayleigh-Zahl. Durch eine solche Erhöhung auf  $Ra^* = 7,33$  entsteht dann wieder eine Frequenzkopplung  $f_2/f_1 = 2$  und  $f_2/f_1/f_L = 12/6/1$  mit  $f_L = 0,0061$  Hz. Dieser Zustand führt bei  $Ra^* = 7,75$  zu einem Oszillationssystem mit der Kopplungsfrequenz  $f_L = 0,00216$  Hz, d. h. eine subharmonische Entwicklung gemäß  $1/3 \cdot f_L (Ra^* = 7,33) \rightarrow f_L (Ra^* = 7,75)$ . Die Periode  $\tau_3'$  hat sich jetzt  $\tau_2$  sehr eng angenähert. Die Nachbarkomponenten von  $\tau_1$  nähern sich diesem Wert so stark, daß in der Nachbarschaft von  $f_1$  ein Bandpaßbrauschen erzeugt wird.

#### 8.

Eine anschließende Erhöhung der Temperaturdifferenz bewirkt das Verschwinden der Frequenz  $f_1$ . Die Kopplungsfrequenz nimmt den Wert  $f_3 = f_L = 0,00620$  Hz an, d. h.  $f_3'$  und  $f_3$  driften auseinander. Bei  $Ra^* = 8,58$  entkoppeln die Frequenzen; es bildet sich eine Schwebung mit Harmonischen von  $1/3 f_3 = 0,0038$  Hz und  $f_2 = 0,0735$  Hz aus (Abb. 4.28j). Anschließend entwickelt sich eine sehr lange Schwebung der Frequenz  $f_3 = \Delta f = 0,00124$  Hz und  $f_2 = 0,07257$  Hz (Abb. 4.28k).

#### 9.

Diese Schwingungsform geht bei  $Ra^* = 9,47$  in eine periodische Oszillation der Frequenzen  $m_2 f_2$  mit  $f_2 = 0,0687$  Hz über (Abb. 4.28l). Nach dieser Struktur wird die Strömung stationär (Abb. 4.28m). Sowohl das visualisierte Temperaturfeld (Abb. 4.13) als auch die Thermoelemente zeigen keine Zeitabhängigkeit der Strömung mehr an.

#### 10.

Bei einer langsamen Rückkühlung bleibt diese optisch stationäre konvektive "Vierrollen"-Muster erhalten bis zum Wert  $Ra^* = 8,81$ , bei dem sich wieder eine Schwebungsozillation der Frequenz  $f_3 = \Delta f = 0,00582$  Hz und  $f_2 = 0,7415$  Hz entwickelt (Abb. 4.28n). Diese Oszillationsform wurde auch beim Aufheizen im gleichen Rayleigh-Zahlen-Bereich gefunden. Damit ist nachgewiesen, daß der Übergang von der oszillierenden zur stationären Strömung auch bei schlecht wärmeleitenden Randbedingungen durch eine ausgeprägte Hysterese gekennzeichnet ist.

#### 4.5 Zusammenstellung der wesentlichen Ergebnisse für den endlichen Hele-Shaw-Behälter

##### 4.5.1 Vergleich der Ergebnisse mit unterschiedlichen thermischen Randbedingungen

Die Analyse der Interferogramme zeigt je nach Abmessung des Behälters und nach Größe der Rayleigh-Zahlen verschiedene Konvektionsmuster mit unterschiedlichem Strömungsverhalten. Im Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden werden im Bereich der Rayleigh-Zahlen  $1,3 \leq Ra < 10^{-7} < 38$  folgende Konvektionsmuster beobachtet:

1. Im Bereich niedriger Rayleigh-Zahlen bilden sich die folgenden stationären Muster aus:
  - a) die einfache, den Behälter füllende Konvektionswalze;
  - b) zwei im Behälter nebeneinander angeordnete Konvektionswalzen;
  - c) zwei im Behälter übereinander angeordnete "gestaffelte" Konvektionswalzen.
2. In einem weiten Zwischenbereich der Rayleigh-Zahlen treten oszillatorische Strömungsformen in Erscheinung, die durch eine Austauschzone im Mittelbereich des Behälters charakterisiert sind.
3. Im Bereich sehr hoher Rayleigh-Zahlen bilden sich zwei übereinander angeordnete, zur horizontalen und vertikalen Behälterachse symmetrische Konvektionswalzenpaare aus.

Mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden werden folgende unterschiedliche Merkmale im Vergleich zum Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden beobachtet:

1. Die Konvektion setzt bei niedrigerer Rayleigh-Zahl ein.
2. Die stationären Konvektionsmuster sind nichtsymmetrisch bezüglich der horizontalen oder vertikalen Mittellinie.
3. Die oszillatorische Konvektion setzt bei niedrigerer Rayleigh-Zahl ein und erstreckt sich über einen weiteren Bereich von Rayleigh-Zahlen, bezogen auf die kritische Oszillations-Rayleigh-Zahl  $Ra_{osc}$ .

4. Die nach dem oszillatorischen Bereich auftretende optisch stationäre Strömungsform besteht aus vier zueinander versetzt angeordneten Konvektionswalzen.

Global betrachtet lauten die Ergebnisse der zeitabhängigen Konvektion:

- Der Beginn der oszillatorischen Konvektionsform ist durch einen bestimmten kritischen Wert der Rayleigh-Zahl  $Ra_{osc}$  fixiert. Dieser Wert  $Ra_{osc}$  nimmt mit wachsendem Höhen-zu-Breitenverhältnis  $h/b$  der Behälter zu, die zugehörige Periode  $\tau_{osc}$  ab. Der Wert  $Ra_{osc}$  für angenähert adiabate Randbedingungen liegt tiefer als derjenige für angenähert isotherme Randbedingungen.
- Zu Beginn der Oszillationen kann das Verhalten durch die Korrelation  $\tau \sim Ra^{-2}$  beschrieben werden. Diese Abhängigkeit ist durch die Instabilität der Temperaturgrenzschicht in der Nähe der beheizten bzw. gekühlten horizontalen Flüssigkeitsberandungen bedingt. Mit höheren Temperaturdifferenzen wird die Periode zunehmend unabhängiger von der Rayleigh-Zahl. Das Verhalten der Oszillation wird einerseits durch die mit den Rayleigh-Zahlen zunehmende Energiedichte und viskose Reibung im Fluid und andererseits durch die dissipativen Einflüsse der Seitenwände auf das Fluid - hier vor allem die Wärmeabfuhr durch Wärmeleitung - verursacht.

Chronooptische Messungen und Zeitreihenanalysen von Thermoelementsignalen haben folgende Details über die Feinstruktur der oszillatorischen Strömungsbewegung geliefert:

- Beim Einsetzen besitzen die Oszillationen monopersistischen Charakter.
- Mit wachsender Rayleigh-Zahl kommt es zur Ausbildung einer quasiperiodischen Strömungsbewegung mit biperiodischem Charakter. Dieser Zustand bleibt über einen weiten Bereich von Rayleigh-Zahlen bestehen, wobei jedoch für bestimmte Werte der Rayleigh-Zahlen Frequenzkopplung auftritt. Diese Oszillationszustände sind durch eine vollständige Energieübertragung der Frequenzen gekennzeichnet. Als besonders stabil erweist sich eine bei weiter

erhöhter Rayleigh-Zahl auftretende Kopplung von zwei Frequenzen in einem ganzzahligen Frequenzverhältnis, die als monoperiodische Oszillationsbewegung nach außen in Erscheinung tritt. Im Behälter mit gut wärmeleitenden Randbedingungen besitzt dieser oszillatorische Bereich eine größere Ausdehnung als im Behälter mit schlecht wärmeleitenden Randbedingungen. Der besonders starke Kopplungseffekt im Fall der gut wärmeleitenden Seitenwände ist auf einen schnellen Temperaturengleich über die Seitenwände<sup>1)</sup> (Kurzschlußwirkung) zurückzuführen.

- Für einige Teilabschnitte im Bereich der kleinen und großen überkritischen Rayleigh-Zahlen  $Ra^*$  (bei den Versuchen mit steigender Rayleigh-Zahl und ausgeprägter im Versuch mit Verringerung der Rayleigh-Zahl) wird Periodenverdopplung beobachtet; ein Effekt, der aus der Theorie mechanischer Schwinger mit nichtlinearer Rückstellkraft wohl bekannt ist.
- Andere Teilbereiche weisen stochastische Merkmale auf, d. h. die Frequenzspektren enthalten einen hohen Rauschanteil. Sie folgen bei niedrigen Rayleigh-Zahlen auf Bereiche mit Frequenzkopplung. Es liegt hier nahe, dieses stochastische Verhalten einer den Behälterabmessungen energetisch nicht angepaßten Oszillationsform zuzuschreiben. Für diesen Sachverhalt spricht auch die Beobachtung, daß im Fall gut wärmeleitender Wände die Zahl der Teilbereiche mit stochastischen Oszillationsmerkmalen oder mit erhöhtem Rauschpegel geringer ist als im Fall der schlecht wärmeleitenden Seitenwände. Im ersten Fall kann eine schlechte Energieanpassung durch Wärmeabfuhr an die Seitenwände (Dissipation durch Wärmeleitung) besser ausgeglichen werden, so daß stochastische Vorgänge durch Dissipation gedämpft werden. Im Sinne dieser Vorstellung sind andererseits Zustände mit Frequenzkopplung dadurch ausgezeichnet, daß die Form der oszillierenden Strömung bei der entsprechenden Rayleigh-Zahl der Behälterform genau angepaßt ist. Es liegt deshalb nahe, dabei von einem geometrisch bedingten Resonanzeffekt in der Strömung zu sprechen. Bisher gibt es keine einfachen theoretischen Modelle für derartige fluiddynamische Erscheinungen.

---

1) Bei den durchgeführten Experimenten wird eine Temperaturhomogenisierung vor allem durch die Wirkung der Anteile der Seitenwände aus Kupfer gefördert. Die Fenster haben dagegen vergleichsweise schlecht wärmeleitenden Charakter.

- Die oszillatorischen Austauschbewegungen haben behälterspezifische Strukturen. Ein Vergleich der Interferogramme zeigt, daß im Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden andere Symmetrien existieren als im Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden. Ferner gibt es im Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden unterschiedliche Symmetrien für Rayleigh-Zahlenbereiche mit verschiedenen Oszillationsstrukturen. Im Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden können keine Aussagen über die Unterschiedlichkeit der Symmetrien gemacht werden. Dies ist begründet auf dem Einfluß der Plexiglasfenster auf die optische Information der Interferogramme.
- Der Übergang zur Rayleigh-Zahl-unabhängigen Oszillation ist im Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden bei  $Ra^* = 4$  durch eine ausgeprägte Richtungsänderung der Kurve  $\tau(Ra^*)$  charakterisiert. Im Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden vollzieht sich dieser Übergang allmählich.
- Die zur Temperaturaufzeichnung benutzten Meßstellen (Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden) wurden nach dem Kriterium eines maximalen Signal-Rausch-Verhältnisses des Grundmode und des Zweirollen- bzw. Vierrollen-Mode ausgewählt. Die Spektren der Meßstellen unterscheiden sich durch:
  1. Amplitudenzuordnung einzelner Frequenzen,
  2. Umfang des Spektrums.Im Bereich der Oszillationsformen mit quasiperiodischem Charakter und im Rayleigh-Zahl-unabhängigen Bereich der Periode besitzt die Frequenz  $f_1$  an beiden Meßstellen die höchste Energie. Im Bereich der Oszillationsform mit ganzzahliger Frequenzkopplung hat die Frequenz  $f_2$  an der Meßstelle  $\Delta T_{m-u}$  die höchste Energie.
- Unabhängig von der thermischen Qualität der Seitenwände weisen die Übergänge zwischen den instationären und den stationären Strömungszuständen ein Hystereseverhalten auf. Beim Übergang von Oszillation und stationärer Viererrolle erstreckt sich die Hysterese über einen weiten Rayleigh-Zahlbereich.

#### 4.5.2 Vergleich mit der Literatur

Neuere Untersuchungen über Konvektionsströmungen im Hele-Shaw Behälter liegen von Putin und Tkacheva /48/ vor. Diese Autoren untersuchten die Plexiglasbehälter  $h/b = 2$  und  $h/d = 40$ ;  $= 15,63$ ;  $= 15,0$ , wobei bei den letzten beiden Behältern der Abstand  $d$  eine unterschiedliche Größe hat. Im Behälter mit  $d = 3,2$  mm ( $h/d = 15,63$ ), welcher dem Plattenabstand der vorliegenden Arbeit entspricht, wurden die gleichen Konvektionsstrukturen beobachtet. Bei  $Ra = Ra_{c1}$  entsteht eine Einzelrolle, welche sich mit höherer Rayleigh-Zahl zu einer Diagonalen hin neigt. Bei  $Ra = Ra_{c2}$  entsteht eine Doppelrolle. Hier ist  $Ra_{c2}/Ra_{c1} = 2$ , wogegen in der vorliegenden Arbeit für  $h/b = 3,5$  das Verhältnis  $Ra_{c2}/Ra_{c1} = 1,8$  beträgt. Bei  $Ra_{c3}$  entsteht eine oszillatorische Konvektionsströmung mit einem Fluidaustausch über die Diagonalen. Die Autoren finden bis zu  $Ra^* \leq 3,6$  periodische Oszillationen mit möglichen subharmonischen Verzweigungen. Bei höheren Rayleigh-Zahlen wird die Oszillation stochastisch. Diese Oszillationsform bleibt erhalten bis  $Ra^* = 21,5$ . Im gesamten Bereich ist die Grundfrequenz linear abhängig von der Rayleigh-Zahl.

Vergleichbare Untersuchungen an Konvektionsströmungen in schlanken Gefäßen mit quadratischer Grundfläche wurden von Heitz und Westwater /51/ durchgeführt. Mit Hilfe von Schlierenaufnahmen und Strömungsanzeigern entwickelten sie die Vorstellung, daß sich über einen weiten Bereich von geometrieabhängigen Rayleigh-Zahlen eine in vertikaler Richtung gestaffelte Zellularstruktur ausbildet. Sie berichten ferner über zeitabhängige Temperatursignale, die mit Thermoelementen in ähnlicher Weise wie in der vorliegenden Arbeit registriert wurden. Sie haben diese Temperaturoszillationen mit einer vertikalen Schwankungsbewegung in Verbindung gebracht. Aus der Sicht der Ergebnisse der vorliegenden Arbeit sind diese Vorstellungen dahingehend zu ergänzen, daß oszillatorische Zellengrenzbewegungen stets mit einem Fluidaustausch mit den in Vertikalrichtung strukturierten Strömungszonen verknüpft sind.

Dem eventuellen Einwand, daß die vorliegenden Ergebnisse in flachen vertikalen Gefäßen mit einer Grundfläche  $b/d \gg 1$  durchgeführt wurden, während die Resultate von Heitz und Westwater auf Messungen in

vertikalen Gefäßen mit einer Grundfläche  $b/d = 1$  beruhen und somit nicht vergleichbar seien, kann wie folgt begegnet werden: In Hele-Shaw-Behältern sollten, bedingt durch die typischen zweidimensionalen Strömungsformen, die gestaffelten Konvektionsmuster mit einer scharfen Zellabgrenzung besonders stabil sein. Tatsächlich setzt jedoch oberhalb einer kritischen Rayleigh-Zahl  $Ra_{osc}$  eine Strömungsozillation, verbunden mit einem massiven Fluidaustausch zwischen den Stockwerkzellen ein. In einem quaderförmigen Gefäß mit einer quadratischen Grundfläche hat die Strömung naturgemäß mehr Freiheitsgrade. Deshalb ist zu erwarten, daß sich in solchen Behältern mit dreidimensionalen Strömungsformen der Übergang zu oszillatorischen Strömungsformen mit vergleichbaren Mechanismen des Fluidaustausches vollzieht. Die Untersuchungen von Bayley und Lock /53/, Japikse und Winter /54/ und Japikse /55/ über das Verhalten von Strömungen in Thermosyphons geben in dieser Richtung deutliche Hinweise.

Olson und Rosenberger /52/, die die Bénard-Konvektion in schlanken Behältern mit kreisförmiger Grundfläche experimentell untersucht haben - allerdings ohne Visualisierung der Strömung - schließen sich bei der Interpretation ihrer mit Thermoelementen registrierten Temperaturoszillationen im Fluid der Auffassung von Heitz und Westwater /51/ an. Ihre Interpretationen sind vermutlich entsprechend der obigen Diskussion zu modifizieren.

Die Zeitstruktur instationärer Konvektionsströmungen in quaderförmigen und zylindrischen Behältern, deren horizontale Erstreckung größer als die Behälterhöhe ist, sind in jüngster Zeit durch Gollub und Mitarbeiter /28, 29, 36-39/, Maurer und Libchaber /33 - 35/, Dubois und Bergé /40-45/, Ahlers und Behringer /32/ experimentell untersucht worden. Das Ziel ihrer Untersuchungen war es, den Mechanismus des Überganges von laminarer zu turbulenter Konvektionsströmung detailliert aufzuschlüsseln. Das hierzu benutzte Hilfsmittel ist die Frequenzanalyse von zeitabhängigen Temperatur-, Wärmeübergangs- oder Geschwindigkeitssignalen.

Als wesentliches Resultat ihrer Untersuchungen stellen diese Autoren heraus, daß sich der Übergang zu einem stochastischen - nach Auffassung der Autoren turbulenten - Strömungsverhalten in einer begrenzten Anzahl von markanten Erscheinungen vollzieht. Geordnet nach steigender Rayleigh-Zahl sind dies:

- a) periodische Oszillation mit Periodenvervielfachung,
- b) quasiperiodische Oszillation mit zwei oder drei nichtkommensurablen Frequenzen und der Möglichkeit der Frequenzkopplung,
- c) Auftreten einer beträchtlichen Spektrallinienverbreiterung mit einem hohen Rauschanteil im Spektrum, definiert als Turbulenz.

Ahlers und Behringer /32/ sowie Libchaber und Maurer /33/ beobachteten ferner eine starke Abhängigkeit des Oszillationsverhaltens von der Abmessung ihrer Behälter. Untersuchungen von Gollub und Benson /39/ in einem Behälter mit  $h/b/d = 0,41/1/0,51$  haben zudem angedeutet, daß die instationäre Konvektionsströmung nach quasiperiodischem Verhalten auch erneut stationären Charakter annehmen kann.

Dubois und Bergé /45/ ziehen aus ihren interferometrischen Messungen der biperiodischen Oszillationen den Schluß, daß zwei räumlich getrennte und unabhängig wirkende Oszillatoren das Strömungsgeschehen in der Meßkammer bestimmen. Die örtliche Identifizierung der Oszillationsvorgänge konnte in den vorliegenden Messungen nicht bestätigt werden. In dieser Arbeit sind die Anteile der zwei Frequenzen aus den Temperatursignalen beider Meßstellen analysiert worden. Es wurden lediglich größere ortsabhängige Amplitudenunterschiede der zwei Frequenzen festgestellt. Aus den Interferogrammen läßt sich optisch die Frequenz  $f_1$  einfach aus den Schwingungen der Isothermen in Höhe  $z = h/2$ , d. h. am Ort der Meßstelle  $\Delta T_{1-r}$  ermitteln, wogegen die Frequenz  $f_2$  meist nur einwandfrei an der Stelle  $(x,z) = (b/2; h/4)$ , d. h. am Ort der Meßstelle  $\Delta T_{m-u}$  ermitteln läßt. Gleiches gilt für die Analyse der Temperaturschriebe.

Im wesentlichen konnten bei den vorliegenden Untersuchungen in endlichen Hele-Shaw-Behältern die gleichen typischen Merkmale beobachtet werden, wie sie aus der Literatur bekannt sind. Dabei konnte jedoch nicht abschließend geklärt werden, ob es sich bei

der optisch stationären, gestaffelten Zellularkonvektion bei hohen Rayleigh-Zahlen um eine Strömungsform handelt, die kleinräumig stochastische, d. h. turbulente Geschwindigkeits- bzw. Temperaturschwankungen aufweise oder nicht. Der frequenzabhängige hohe Rauschpegel in den, diesen Zuständen zugeordneten, Frequenzspektren geben einen Hinweis auf ein solches Verhalten der Störung. Diese Vermutung wird zusätzlich durch Beobachtungen der Strömung mit Strömungsanzeigern gestützt, die ergaben, daß die Stockwerkzellen auch in diesem Zustand Fluid austauschen. Eine kleinräumige Vermischung ermöglicht jedem Teilchen auch eine großräumige Zirkulationsbewegung zwischen der unteren und oberen Berandung des Behälters durchzuführen.

Zur Charakterisierung der Zustandswechsel zwischen verschiedenen Formen der Strömungsozillationen sind in Abb. 4.29 normierte Rayleigh-Zahlen  $Ra^*$  zusammengestellt. Mit dieser Hilfe können die von den Autoren Gollub, Benson 1979 /39/, Gollub, Benson, Steinemann 1980 /38/, Maurer, Libchaber 1979 /34/, Libchaber, Maurer 1978 /33/ und Dubois, Bergé 1980 /45/ beobachteten typischen Merkmale im Frequenzspektrum eingeordnet werden. Alle in den verschiedenen Versuchen verwendeten Behälter haben eine quaderförmige Form, deren Seitenverhältnis angegeben ist. Für eine genaue Beschreibung der in der vorliegenden Arbeit ermittelten Übergänge wird auf die jeweiligen Kapitel 4.4.1 und 4.4.2 verwiesen. Aufgrund einer Analyse der Daten werden folgende Feststellungen getroffen:

1. Eine zweite Frequenz erzeugt eine biperiodische Strömungsform im Bereich  $1,16 < Ra^* < 1,2$ . Dabei ist dieser Wert abhängig von einer genauen Bestimmung von  $Ra_{osc}$ , d. h. dem Oszillationsbeginn. Dieser Übergang ist i. a. unabhängig von der Behältergeometrie.
2. Frequenzkopplung ( $f_L$ ) tritt in mehreren unterschiedlichen Behältern mit unterschiedlichem rationalen Verhältnis der Frequenzen auf. Diese Verhältnisse sind von den Anfangsbedingungen, von der Geometrie des Behälters und von der Rayleigh-Zahl abhängig.

Autoren	$f_1$	$f_2$	$\frac{1}{2}f$	$\frac{1}{4}f$	$f_L$	$\frac{1}{2}f_L$	$\frac{1}{3}f_L$	$\Delta f$	$\frac{1}{2}\Delta f$	$\frac{1}{3}\Delta f$	$f_t$	Bemerkungen
Gollub, Benson 1979	1.00 1.00	1.18			1.63						1.69 1.65	h/b/d 0.28/1/0.59 h/b/d 0.28/1/0.59
Gollub, Benson Steinemann 1980	1.00		1.26	1.59							2.17	h/b/d 0.28/1/0.59
Maurer, Libchaber 1979	1.00	1.35	1.69	1.69	1.50 1.65						1.70	h/b/d 0.30/1/0.57
Libchaber, Maurer 1978	1.00	1.18	1.23	1.29							1.30	h/b/d 0.30/1/0.57
Dubois, Bergé 1980	1.00	1.16			1.19							h/b/d 0.50/1/0.60
Koster 1980	1.00 1.80 6.18	1.19			1.30 1.60 5.59 5.80			4.69			1.35	h/b/d 3.5/1/0.16 gut wärmeleitend stationär $Ra^* = 7.3$
Koster 1980	1.00 2.50 3.60 5.23 9.47	1.19	1.88		1.68 2.20 3.21 6.80 8.18			1.82 2.90 3.00 7.75	3.00 3.80		3.51	h/b/d 3.5/1/0.15 schlecht wärmeleitend stationär $Ra^* = 9.9$
Koster 1980	2.00 0.94	1.67 1.00	1.84		1.34							h/b/d 3.5/1/0.16 Rückkühlung gut wärmeleitend stationär $Ra^* = 0.9$

Abb. 4.29: Vergleich der von den Autoren Gollub, Benson /39/, Gollub, Benson, Steinemann /38/, Maurer, Libchaber /34/, Libchaber, Maurer /33/, Dubois, Bergé /45/, ermittelten Oszillationsstrukturen in "Bénard"-Behältern mit den in der vorliegenden Arbeit ermittelten Strukturen in "Hele-Shaw"-Behältern. Angegeben sind normierte kritische Rayleigh-Zahlen  $Ra^*$  für das Auftreten einer periodischen ( $f_1$ ) oder biperiodischen ( $f_2$ ) Oszillation, einer Frequenzkopplung ( $f_L$ ) oder einer Schwebung ( $\Delta f$ ) und deren Frequenzteilung ( $1/m \cdot f$ ) sowie der Übergang zur Turbulenz ( $f_t$ ). Die Folge des Auftretens einer bestimmten Oszillationsform ist von links nach rechts festgelegt.

3. Einen Übergang zur Konvektionsströmung mit stochastischen Merkmalen, gekennzeichnet durch  $f_t$ , wird in Behältern mit  $h/b < 1$  nach einem Zustand der Frequenzkopplung erzeugt. Im Behälter  $h/b = 3,5$  (vorliegende Arbeit) ist dieses Gebiet durch ein erhöhtes Rauschniveau mit auflösbaren subharmonischen Frequenzen gekennzeichnet. Dieser Zustand geht nach einer weiteren Frequenzkopplung in eine periodische Oszillation über, welche im Falle des Behälters mit gut wärmeleitenden Seitenwänden bis zu hohen Rayleigh-Zahlen erhalten bleibt. Im Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden hingegen geht die periodische Oszillationsform in eine Strömung mit stochastischen Merkmalen über, um dann erneut bei sehr hoher Rayleigh-Zahl eine periodische Oszillationsform anzunehmen.

Der Übergang zur stochastischen Strömungsform dürfte demzufolge wesentlich von der Geometrie des Behälters und den thermischen Materialeigenschaften der Berandungen abhängig sein.

4. Durch bestimmte Versuchsführungen kann die Entwicklung von subharmonischen Frequenzen ohne Frequenzkopplung zu stochastischen Strömungsformen führen.
5. Durch Richtungsänderung der Versuchsdurchführung (Reduzierung der Rayleigh-Zahlen) wird in den vorliegenden Versuchen eine ausgeprägte Tendenz zu subharmonischen Oszillationsformen beobachtet. Hierzu gibt es aus der Literatur keinen direkten Vergleich.
6. Schwebungen wurden bisher von anderen Autoren nicht beobachtet. In den vorliegenden Untersuchungen tritt diese Oszillationsform bei höheren Rayleigh-Zahlen in der direkten Umgebung von Zuständen mit Frequenzkopplung auf.

Bisher liegen in der offenen Literatur keine theoretischen Ergebnisse über freie Konvektionsströmungen in schlanken Hele-Shaw-Behältern vor, die für einen direkten Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen dieser Arbeit geeignet wären. Es werden

jedoch gegenwärtig von Frick /27/ und Günther /103/ Untersuchungen vorangetrieben, die bereits zu diesem Zeitpunkt einige der experimentell beobachteten Phänomene beschreiben können.

Frick /27/ verwendet zur Lösung der Boussinesqgleichungen in einem unendlichen Hele-Shaw-Behälter ein Galerkin-Verfahren. Dabei geht er von dem numerisch einfachen Grenzfall adiabater vertikaler Seitenwände aus. Diese dreidimensionalen, nichtlinearen Rechnungen führt er bis in den Bereich oszillatorischer Konvektion durch. Die von ihm gefundenen Strömungsozillationen mit periodischem und quasiperiodischem Charakter entsprechen qualitativ den vorliegenden experimentellen Beobachtungen. Er hat die Ansatzfunktionen in dem von ihm benutzten Galerkinverfahren zunächst auf symmetrische Anteile beschränkt.

Das Differenzenverfahren kennt keine derartigen Einschränkungen. Mit einem solchen Verfahren hat Günther /103/ die Boussinesqgleichungen für Strömungen in einem Hele-Shaw-Behälter mit den Seitenverhältnissen  $h/b/d = 3,5/1/0,15$  gelöst. Dabei setzt er voraus, daß die großflächigen vertikalen Berandungen des Behälters adiabatisch sind, während die beiden flächenmäßig viel kleineren vertikalen Seitenwände entweder adiabatisch oder isothermen Charakter haben. Diese Rechnungen ergeben - wenn wir berücksichtigen, daß die Randbedingungen im Experiment nur näherungsweise denen der Rechnungen entsprechen - eine qualitativ gute Übereinstimmung mit dem Experiment. Diese Beurteilung bezieht sich sowohl auf die Bestimmung der kritischen Oszillations-Rayleigh-Zahl als auch auf die beobachteten Strukturen.

Sowohl die Resultate der Rechnungen von Frick /27/ als auch diejenigen von Günther /103/ weisen bei hohen Rayleigh-Zahlen deutlich den typischen Grenzschichtcharakter des Temperaturfeldes in der Nähe der horizontalen Flüssigkeitsberandungen auf, wie er aus den Interferogrammen abzulesen ist. Darüber hinaus wird in gleicher Weise wie im Experiment die Auflösung von Temperaturwellen in der Grenzschicht - also das instabil werden dieser Temperaturgrenzschicht - durch die Rechnungen nachgebildet. Die numerischen

Ergebnisse zeigen weiterhin, daß diese sich aus der Temperaturgrenzschicht hebenden Wellen ihrerseits die großräumige Oszillationsbewegung im Behälter anregt. Dies ist in voller Übereinstimmung mit dem experimentellen Befund.

## 5. Zusammenfassung

Die vorliegende experimentelle Arbeit befaßt sich mit Konvektionsvorgängen in engen, von unten beheizten vertikalen Spalten (Hele-Shaw-Behälter) mit unterschiedlichen Abmessungen und unterschiedlichen thermischen Eigenschaften der seitlichen Berandungen. Als wesentliche Hilfsmittel bei der Untersuchung dieser Fragestellung werden die holographische Interferometrie und die Zeitreihenanalyse der Temperatursignale eingesetzt.

Die kritischen Rayleigh-Zahlen für den Beginn der Konvektion in Hele-Shaw-Behältern großer horizontaler Erstreckungen wurde für verschiedene Kombinationen von Fluid und Wandmaterial ermittelt und mit den theoretischen Grenzfällen "adiabate" und "ideal wärmeleitende" Seitenwände in Beziehung gesetzt. Für überkritische Rayleigh-Zahlen wurde die Stabilität der zweidimensionalen stationären Zellularkonvektion experimentell für verschiedene Zustände überprüft. Die Resultate bestätigen in wesentlichen Punkten die von Kvernold /26, 91/ auf numerisch analytischem Wege gewonnene Stabilitätskarte.

Die Analyse der transienten Vorgänge bei der Ausbildung der Konvektionsmuster hat zu einer quantitativen Abgrenzung von Zeitabschnitten mit dominant diffusiven bzw. konvektiven Transportvorgängen geführt. Die Ergebnisse befinden sich in Übereinstimmung mit Resultaten von Elder /12/. Die optischen Auswertungen von Interferogrammen und die Zeitreihenanalyse von Temperatursignalen haben gezeigt, daß oszillatorische Konvektionsströmungen bei sehr großen überkritischen Rayleigh-Zahlen durch eine periodisch wiederkehrende Instabilität der Temperaturgrenzschichten in der Nähe der horizontalen Ränder des Behälters ausgelöst werden. Der Übergang zur oszillatorischen Konvektion ist durch einen bestimmten Wert der Rayleigh-Zahl fixiert. Mit zunehmender Rayleigh-Zahl werden periodische, quasiperiodische und stochastische Oszillationszustände von der Strömung angenommen. Periodische und quasiperiodische Zustände sind über längere Zeitabschnitte nicht stabil. Erscheinungen ähnlicher Art wurden in großen Behältern mit anderen Abmessungen von Ahlers /31/ beobachtet. Die stochastischen Vor-

gänge konnten mit einer Schwankungsbewegung der Ränder der Konvektionszellen in horizontaler Richtung in Verbindung gebracht werden. Ähnliche Schwankungsbewegungen wurden auch von Krishnamurti /21/ im "unendlich" ausgedehnten Behälter beobachtet.

In Hele-Shaw-Behältern mit größter Erstreckung in vertikaler Richtung bilden sich unterschiedliche Konvektionsmuster aus. Als Besonderheit tritt sowohl in einem gewissen Bereich niedriger als auch wiederum bei sehr großen Rayleigh-Zahlen eine in vertikaler Richtung gestaffelte Zellularstruktur in Erscheinung. Strömungen mit oszillatorischem Charakter bestehen in einem weiten Bereich von Rayleigh-Zahlen. Sie werden ebenso wie im Fall der Hele-Shaw-Behälter mit großer horizontaler Erstreckung bei einem bestimmten kritischen Wert der Rayleigh-Zahl durch wiederkehrende Instabilitäten der Temperaturgrenzschichten an den horizontalen Behälterrändern ausgelöst. Die Strömung nimmt je nach Größe der Rayleigh-Zahl, Behälterabmessung und thermischen Randbedingungen eine periodische, quasiperiodische oder stochastische Oszillationsform an. Dabei kommt es wiederholt zur Erscheinung der Frequenzkopplung und Frequenzteilung. Periodische Zustände können bei steigender Rayleigh-Zahl auch nach stochastischen Oszillationsformen auftreten. Diese instationären Strömungsformen mit stochastischen Merkmalen resultieren aus einem der Behältergröße, dessen thermischen Randbedingungen und der Rayleigh-Zahl "nicht angepaßten" Energiezustand. Gut wärmeleitende seitliche Behälterwände reduzieren i. a. die Intensität der stochastischen Anteile der Strömungsozillation, während im Behälter mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden stochastische Anteile häufiger und mit größerer Intensität auftreten.

Bei sehr großen Rayleigh-Zahlen treten beim Übergang von der oszillatorischen zur stationären Konvektion mit gestaffeltem Strömungsmuster starke Hystereseeffekte auf.

## 6. Literatur

- /1/ J. W. Elder:  
Steady Free Convection in a Porous Medium Heated from Below;  
J. Fluid Mech., 27 (1967)1, S. 29-48.
- /2/ S. Borjes:  
Sur les mécanismes fondamentaux de la convection naturelle  
en milieu poreux;  
Thèse, Université Paul-Sabatier, Toulouse (1970).
- /3/ B. K. Hartline, C.R.B. Lister:  
Thermal Convection in a Hele-Shaw Cell;  
J. Fluid Mech., 79 (1977)2, S. 379-389.
- /4/ O. Kvernfold, P.A. Tyvand:  
Nonlinear Thermal Convection in Anisotropic Porous Media;  
J. Fluid Mech., 90 (1979)4, S. 609-624.
- /5/ D. Ruelle, F. Takens:  
On the Nature of Turbulence;  
Commun. Math. Phys., 20 (1971), S. 167-192.
- /6/ S. Newhouse, D. Ruelle, F. Takens:  
Occurrence of Strange Axiom A Attractors Near Quasi Periodic  
Flows on  $T^m$ ,  $m \geq 3$ ;  
Commun. Math. Phys., 64 (1978), S. 35-40.
- /7/ H. S. Hele-Shaw:  
Investigation of the Nature of Surface Resistance of Water-  
and of Steamline Motion Under Certain Experimental Conditions;  
Trans. Instn. Naval Archit., 40 (1898), S. 21-46.
- /8/ O. Tietjens:  
Strömungslehre, Bd. 2;  
Springer, Berlin (1970).
- /9/ H. Lamb:  
Hydrodynamics;  
6th ed., Cambridge U.P., London (1975).

- /10/ J. Bear:  
Dynamics of Fluids in Porous Media;  
American Elsevier (1972).
- /11/ R. Berker:  
Intégration des équations du mouvement d'un fluide visqueux  
incompressible;  
in: Handbuch der Physik, Bd. VIII/2, S. 1-384;  
Springer, Berlin (1963).
- /12/ J. W. Elder:  
The Unstable Thermal Interface;  
J. Fluid Mech., 32 (1968)1, S. 69-96.
- /13/ J. W. Elder:  
Transient Convection in a Porous Medium;  
J. Fluid Mech., 27 (1967)3, S. 609-623.
- /14/ M.A. Combarous, S.A. Bories:  
Hydrothermal Convection in Saturated Porous Media;  
in: Advances in Hydroscience, Ven Te Chow, ed., 10 (1975),  
S. 231-307.
- /15/ S. M. Klarsfeld:  
Champs de temperature associés aux mouvements de convection  
naturelle dans un milieu poreux limité;  
Rev. Gén. Therm., 108 (1970), S. 1403-1423.
- /16/ R. N. Horne, M. J. O'Sullivan:  
Oscillatory Convection in a Porous Medium Heated from Below;  
J. Fluid Mech., 66 (1974)2, S. 339-352.
- /17/ F. H. Busse:  
On the Stability of Two-Dimensional Convection in a Layer  
Heated from Below;  
J. Math. & Phys., 46 (1967), S. 140-150.

- /18/ F. H. Busse:  
The Oscillatory Instability of Convection Rolls in a Low Prandtl Number Fluid;  
J. Fluid Mech., 52 (1972), S. 97-112.
- /19/ R. Krishnamurti:  
On the Transition to Turbulent Convection. Part 1.  
The Transition from Two- to Three-Dimensional Flow;  
J. Fluid Mech., 42 (1970)2, S. 295-307.
- /20/ R. Krishnamurti:  
On The Transition to Turbulent Convection. Part 2.  
The Transition to Time-Dependent Flow;  
J. Fluid Mech., 42 (1970)2, S. 309-320.
- /21/ R. Krishnamurti:  
Some Further Studies on the Transition to Turbulent Convection;  
J. Fluid Mech., 60 (1973)2, S. 285-303.
- /22/ F. H. Busse, J. A. Whitehead:  
Instabilities of Convection Rolls in a High Prandtl Number Fluid;  
J. Fluid Mech., 47 (1971), S. 305-320.
- /23/ F. H. Busse, J. A. Whitehead:  
Oscillatory and Collective Instabilities in Large Prandtl Number Convection;  
J. Fluid Mech., 66 (1974)1, S. 67-79.
- /24/ G. E. Willis, J. W. Deardorff:  
The Oscillatory Motions of Rayleigh Convection;  
J. Fluid Mech., 44 (1970) S. 661-672.
- /25/ R. M. Clever, F. H. Busse:  
Transition to Time-Dependent Convection;  
J. Fluid Mech., 65 (1974)4, S. 625-645.

- /26/ O. Kvernvoid:  
On the Stability of Non-Linear Convection in a Hele-Shaw Cell;  
Int. J. Heat Mass Transfer, 22 (1979), S. 395-400.
- /27/ H. Frick:  
Dissertation, Universität Karlsruhe (in Vorbereitung).
- /28/ J. P. Gollub, H. L. Swinney:  
Onset of Turbulence in a Rotating Fluid;  
Phys. Rev. Lett., 35 (1975), S. 927-930.
- /29/ J. P. Gollub, S. V. Benson:  
Chaotic Response to Periodic Perturbation of a Convecting Fluid;  
Phys. Rev. Lett., 41 (1978), S. 948-951.
- /30/ J. Zierep:  
Instabilitäten in Strömungen zäher, wärmeleitender Medien;  
Z. Flugwiss. Weltraumforsch., 2 (1978)3, S. 143-150.
- /31/ G. Ahlers:  
Low-Temperature Studies of the Rayleigh-Bénard Instability  
and Turbulence;  
Phys. Rev. Lett., 33 (1974)20, S. 1185-1188.
- /32/ G. Ahlers, R. P. Behringer:  
Evolution of Turbulence from the Rayleigh-Bénard Instability;  
Phys. Rev. Lett., 40 (1978)11, S. 711-716.
- /33/ A. Libchaber, J. Maurer:  
Local Probe in a Rayleigh-Bénard Experiment in Liquid Helium;  
J. Phys. (Paris), 39 (1978), S. 369-371.
- /34/ J. Maurer, A. Libchaber:  
Rayleigh-Bénard Experiment in Liquid Helium;  
Frequency Locking and the Onset of Turbulence;  
J. Phys. (Paris), 40 (1979), S. 419-421.

- /35/ A. Libchaber, J. Maurer:  
Une expérience de Rayleigh-Bénard de géométrie réduite;  
J. Phys. (Paris), 41 (1980), wird veröffentlicht.
- /36/ P. R. Fenstermacher, H. L. Swinney, S. V. Benson, J. P. Gollub:  
Bifurcations to Periodic, Quasiperiodic, and Chaotic Regimes  
in Rotating and Convecting Fluids;  
in: Bifurcation Theory and Applications in Scientific Disciplines;  
O. Gurel, O. E. Rössler, eds.;  
Annals of the New York Academy of Sciences, 316 (1979), S. 652-666.
- /37/ J. P. Gollub, S. V. Benson:  
Phase Locking in the Oscillation Leading to Turbulence;  
in: Pattern Formation, H. Haken, ed.,  
Springer, Berlin (1979), S. 74-80.
- /38/ J. P. Gollub, S. V. Benson, J. Steinemann:  
A Subharmonic Route to Turbulent Convection;  
wird veröffentlicht in: Annals of the New York Academy of  
Sciences (1980).
- /39/ J. P. Gollub, S. V. Benson:  
Time-Dependent Instabilities and the Transition to Turbulent  
Convection;  
wird veröffentlicht in: J. Fluid Mech.
- /40/ P. Bergé, M. Dubois:  
Time-Dependent Velocity in Rayleigh-Bénard Convection; A  
Transition to Turbulence;  
Opt. Commun., 19 (1976)1, S. 129-133.
- /41/ M. Dubois, P. Bergé:  
Experimental Study of the Velocity Field in Rayleigh-Bénard  
Convection;  
J. Fluid Mech., 85 (1978)4, S. 641-653.
- /42/ M. Dubois, P. Bergé:  
Velocity Field in the Rayleigh-Bénard Instability Transitions  
to Turbulence; in: Synergetics - Far from Equilibrium;  
A. Pacault, C. Vidal, eds., Springer Berlin (1979), S. 85-93.

- /43/ P. Bergé:  
Experiments on Hydrodynamic Instabilities and the Transition  
to Turbulence;  
in: Dynamical Critical Phenomena and Related Topics;  
C.P. Enz, ed., Springer Berlin (1979), S. 289-308.
- /44/ P. Bergé, M. Dubois:  
Study of Unsteady Convection through Simultaneous Velocity  
and Interferometric Measurements;  
J. Phys. Lett. (Paris), 40 (1979)19, S. 505-509.
- /45/ M. Dubois, P. Bergé:  
Experimental Evidence for the Oscillators in a Convective  
Biperiodic Regime;  
Phys. Lett., 76A (1980)1, S. 53-56.
- /46/ J. Zierep:  
Zur Theorie der Zellularkonvektion III;  
Beitr. Phys. d. Atmos., 32 (1959), S. 23-33.
- /47/ D. V. Lyubimov, G. F. Putin, V. I. Chernatynskii:  
On Convective Motions in a Hele-Shaw Cell;  
Sov. Phys. Dokl., 22 (1977)7, S. 360-362.
- /48/ G. F. Putin, E. A. Tkacheva:  
Experimental Investigation of Supercritical Convective  
Motions in a Hele-Shaw Cell;  
Fluid Dynamics (Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Zhid. I Gaza),  
14 (1979)1, S. 1-5.
- /49/ R. N. Horne, M. J. O'Sullivan:  
Origin of Oscillatory Convection in a Porous Medium Heated  
from Below;  
Phys. Fluids, 21 (1978)8, S. 1260-1264.
- /50/ J. P. Caltagirone:  
Thermoconvective Instabilities in a Horizontal Porous Layer;  
J. Fluid Mech., 72 (1975)2, S. 269-287.

- /51/ W.L. Heitz, J. W. Westwater:  
Critical Rayleigh Numbers for Natural Convection of Water  
Confined in Square Cells With L/D From 0.5 to 8;  
J. Heat Transf., 93 (1971)2, S. 188-196.
- /52/ J.M. Olson, F. Rosenberger:  
Convective Instabilities in a Closed Vertical Cylinder  
Heated from Below. Part 1: Monocomponent Gases;  
J. Fluid Mech., 92 (1979)4, S. 609-629.
- /53/ J.F. Bayley, G.S.H. Lock:  
Heat Transfer Characteristics of the Closed Thermosyphon;  
J. Heat Transf., 87c (1965) S. 30-40.
- /54/ D. Japikse, E.R.F. Winter:  
Heat Transfer and Fluid Flow in the Closed Thermosyphon;  
in: Heat Transfer 1970;  
Proc. 4th Int. Heat Transf. Conf., NC 2.9, Versailles  
France (1970), S. 1-11.
- /55/ D. Japikse:  
Advances in Thermosyphon Technology;  
in: Adv. Heat Transf. 9 (1973), S. 1-111,  
J.P. Hartnett, T.F. Irvine, Jr, eds. Academic Press,  
New York.
- /56/ R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot:  
Transport Phenomena;  
John Wiley & Sons, New York (1960).
- /57/ D.K. Edwards:  
Suppression of Cellular Convection by Lateral Walls;  
J. Heat Transfer, 91 (1969)1, S. 145-150.
- /58/ E.U. Schlünder:  
Einführung in die Wärme- und Stoffübertragung;  
Vieweg, Braunschweig (1972).

- /59/ K. Stork, U. Müller:  
Convection in Boxes: Experiments  
J. Fluid Mech., 54 (1972)4, S. 599-611.
- /60/ S.H. Davis:  
Convection in a Box: Linear Theory;  
J. Fluid Mech., 30 (1967)3, S. 465-478.
- /61/ J. Benkert:  
Untersuchungen von Temperaturfluktuationen in flüssiger  
Natrium zur Ermittlung charakteristischer Strömungspara-  
meter und Thermoelementübertragungsfunktionen;  
Dissertation, TU Hannover (1977).
- /62/ H. Alsmeyer:  
persönliche Mitteilung (1979).
- /63/ J.S. Bendat, A.G. Piersol:  
Random Data: Analysis and Measurement Procedures;  
Wiley-Interscience, New York (1971).
- /64/ E.O. Brigham:  
The Fast Fourier Transform;  
Prentice-Hall, New Jersey (1974).
- /65/ J.W. Cooper:  
The Minicomputer in the Laboratory;  
John Wiley, New York (1977).
- /66/ Y.W. Lee:  
Statistical Theory of Communication;  
John Wiley, New York (1960).
- /67/ A. Papoulis:  
Signal Analysis;  
McGraw Hill, New York (1977).

- /68/ R.K. Otnes, L. Enochson:  
Applied Time Series Analysis;  
John Wiley, New York (1978).
- /69/ H.C. Höring:  
Die schnelle Fourier-Transformation;  
Frequenz, 25 (1971)9, S. 267-278.
- /70/ H. Burkhardt:  
persönliche Mitteilung (1979).
- /71/ J.N. Koster:  
Bericht über den Aufbau eines holographischen  
Interferometers;  
KfK-Ext. 7/77-1 (1977).
- /72/ D. Gabor:  
A New Microscopic Principle;  
Nature, 161 (1948) S. 777-778.  
Microscopy by Reconstructed Wavefronts;  
Proc. Roy. Soc A, 197 (1949), S. 454-487.  
Microscopy by Reconstructed Wavefronts II;  
Proc. Roy. Soc B, 64 (1951), S. 449-469.
- /73/ E.N. Leith, J. Upatnieks:  
Wavefront Reconstruction with Continuous-Tone Objects;  
J. Opt. Soc. Am., 53 (1963), S. 1377-1381.
- /74/ H. Kiemle, D. Röss:  
Einführung in die Technik der Holographie;  
Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt a.M. (1969).
- /75/ H.M. Smith:  
Principles of Holography;  
Wiley Interscience, New York (1969).

- /76/ H.J. Caulfield, Sun Lu:  
The Applications of Holography;  
Wiley Interscience, New York (1970).
- /77/ R.J. Collier, C.B. Burckhardt, L.H. Lin:  
Optical Holography;  
Academic Press, New York (1971).
- /78/ M. Françon:  
Holographie;  
Springer, Berlin (1972).
- /79/ H. Becker, U. Grigull;  
Ein holographisches Realzeit-Interferometer zur Messung  
von Phasenänderungen transparenter Objekte;  
Optik, 35 (1972)2, S. 223-236.
- /80/ F. Mayinger, W. Panknin:  
Holography in Heat and Mass Transfer;  
Proc. 5th Int. Heat Transfer Conf., Tokyo (1974),  
Vol. VI, IL 3, S. 28-43.
- /81/ D.N. Kapur, N. Macleod:  
The Determination of Local Mass Transfer Coefficients by  
Holographic Interferometry-I;  
Int. J. Heat Mass Transfer, 17 (1974), S. 1151-1162.
- /82/ W. Panknin:  
Einige Techniken und Anwendungen der holographischen  
Durchlichtinterferometrie;  
CZ-Chemie-Technik, 3(1974)6, S. 219-225.
- /83/ W. Hauf, U. Grigull:  
Optical Methods in Heat Transfer;  
in: Adv. Heat Transf., 6 (1970), S. 133-366,  
J.P. Hartnett, T.F. Irvine, Jr, eds., Academic Press,  
New York.

- /84/ Yu.I. Ostrovsky, M.M. Butusov, G.V. Ostrovskaya:  
Interferometry by Holography;  
Springer, Berlin (1980).
- /85/ R.J. Goldstein:  
Optical Techniques for Temperature Measurement  
in: Measurements in Heat Transfer  
E.R.G. Eckert, R.J. Goldstein, eds.  
McGraw-Hill, New-York (1976), S. 241-293.
- /86/ M. Born:  
Optik;  
Springer, Berlin (1972).
- /87/ F.A. Kulacki:  
Thermal Convection in a Horizontal Fluid Layer with  
Uniform Volumetric Energy Sources;  
Thesis, University of Minnesota (1971).
- /88/ R. Farhadieh, R.S. Tankin:  
Interferometric Study of Two-Dimensional Bénard  
Convection Cells;  
J. Fluid Mech., 66 (1974)4, S. 739-752.
- /89/ H. Frick, R.M. Clever:  
Einfluß der Seitenwände auf das Einsetzen der  
Konvektion in einer horizontalen Flüssigkeitsschicht;  
ZAMP, 31 (1980), S. 437-548.
- /90/ W. Eckhaus:  
Studies in Non-Linear Stability Theory;  
Springer, New York (1965).
- /91/ O. Kvernfold, persönliche Mitteilung (1980).

- /92/ P. G. Saffmann, G. Taylor:  
The Penetration of a Fluid into a Porous Medium or Hele-Shaw Cell Containing a More Viscous Liquid;  
Proc. Roy. Soc. A, 245 (1958), S. 312-329.
- /93/ L. N. Howard:  
Convection at High Rayleigh Number;  
Proc. 11th Int. Congr. on Appl. Mech., München, H. Görtler, ed.  
Springer, Berlin (1964), S. 1109-1115.
- /94/ G. E. Willis, J. W. Deardorff, R. C. J. Somerville:  
Roll Diameter Dependence in Rayleigh Convection and its Effect upon the Heat Flux;  
J. Fluid Mech., 54 (1972)2, S. 351-367.
- /95/ E. N. Lorenz:  
Deterministic Nonperiodic Flow;  
J. Atmos. Sci., 20 (1963), S. 130-141.
- /96/ P. C. Martin:  
Instabilities, Oscillations and Chaos;  
J. Phys. Colloque (Paris), 37 (1976), S. C1-57-66.
- /97/ J. N. Koster, U. Müller:  
Vertically Staggered Patterns in Free Convective Flow;  
in: Theoretical and Experimental Fluid Mechanics, U. Müller, K. G. Roesner, B. Schmidt, eds.,  
Springer, Berlin (1979), S. 367-375.
- /98/ J. N. Koster, U. Müller:  
Free Convection in Vertical Slots;  
in: Natural Convection in Enclosures - HTD - Vol. 8,  
I. Catton, K. E. Torrance, eds.,  
ASME, New York (1980), S. 27-30.

- /99/ Ch. Dietsche:  
unveröffentlichte Ergebnisse.
- /100/ M. Storz:  
unveröffentlichte Ergebnisse.
- /101/ R. N. Horne, M. J. O'Sullivan:  
Convection in a Porous Medium Heated from Below:  
The Effect of Temperature Dependent Viscosity and Thermal  
Expansion Coefficient;  
J. Heat Transf., 100 (1978), S. 448-452.
- /102/ U. Müller:  
Untersuchungen an rotationssymmetrischen Zellularkonvek-  
tionsströmungen;  
Dissertation, Universität Karlsruhe (1964).
- /103/ Cl. Günther:  
persönliche Mitteilung (1980).

## 7. ANHANG

### Der geneigte Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden

In einer qualitativen Studie wurden die Strömungsformen in den angenähert isothermen, um  $10^{\circ}$  gegen die Horizontale geneigten Behälter  $h/b = 14$ ,  $h/b = 7$  und  $4,7$ ,  $h/d = 22,3$  untersucht.

Erwartungsgemäß setzt die Konvektion bei  $\Delta T > 0$  K in Form einer einzelnen Rolle ein (Abb. A1a). Diese Konvektionsform bleibt im Behälter  $h/b = 4,7$  stabil bis etwa  $\Delta T = 4,5$  K. Dann bildet sich eine oszillatorische Strömung entlang einer der Diagonalen aus (Abb. A1b). Im Vergleich zum senkrechten Behälter weist diese Oszillation eine höhere Frequenz aus.

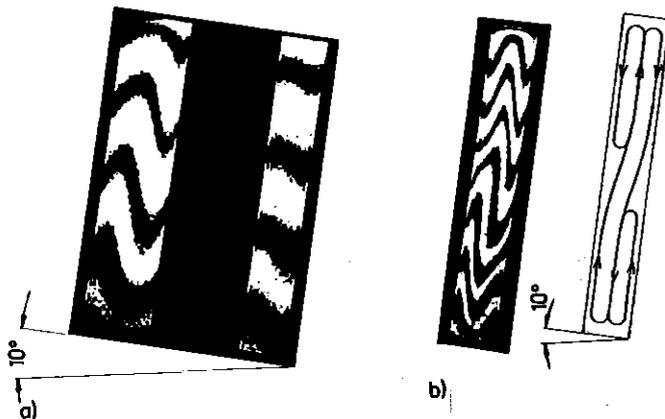


Abb. A1: Erster (a) und zweiter Mode (b) im geeigneten Behälter ( $\approx 10^{\circ}$ ) mit gut wärmeleitenden Seitenwänden.

a) Grundmode - Einzelrolle im Bereich  
 $0 < \Delta T$  [K]  $< 4,5$  ( $h/b = 4,7$ ) bzw.  
 $0 < \Delta T$  [K]  $< 10$  ( $h/b = 7,0$ ).

b) Drei-Rollenmode im Behälter  $h/b = 7$  bei  $\Delta T = 10$  K.

In Abb. A2 sind die dimensionsbehafteten Perioden als Funktion der Thermostatentemperaturdifferenz dargestellt. Die chronoptisch ermittelte geringe Streubreite der Periode läßt aus den in Kap. 4.3 beschriebenen Ergebnissen auf eine periodische Schwingung schließen. Eine Serie von symmetrischen Temperaturfeldern einer Oszillationsperiode ist in Abb. A3 dargestellt.

Dieser Versuch zeigt, daß durch die Neigung des Behälters der periodische Oszillationsbereich bis zu sehr viel höheren Rayleigh-Zahlen als im senkrechten Behälter erhalten bleibt. Der Entstehungsmechanismus für die zweite Frequenz wird aufgrund dieser Beobachtung den beiden im folgenden beschriebenen Möglichkeiten zugeordnet:

1. Eine Instabilität der zwei, auf der Höhe  $h/2$  übereinandergeschichteten ungleich temperierten aber diffusiv nicht mischbaren Flüssigkeiten.
2. Wechselseitiges Aufbrechen der Grenzschicht in Staupunktnähe an den unteren und oberen Flüssigkeitsberandungen.

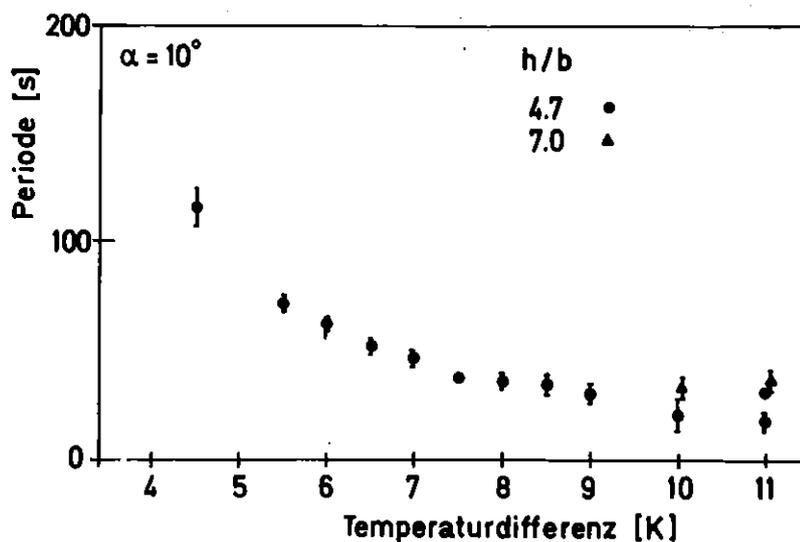


Abb. A2: Perioden als Funktion der Thermostatentemperaturdifferenz in den geneigten ( $\neq 10^\circ$ ) Behälter  $h/b = 4,7$  und  $7,0$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden.

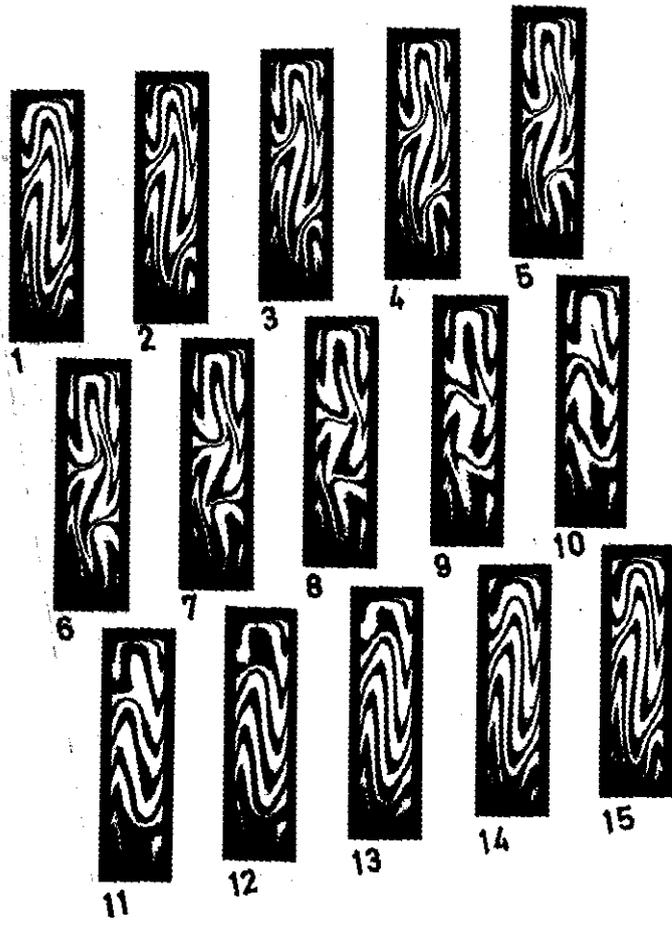


Abb. A3: Interferogrammserie einer Oszillationsperiode in dem geneigten ( $\pm 10^\circ$ ) Behälter  $h/b = 4,7$  bei einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T = 5,5$  K.

Der nicht geneigte Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden

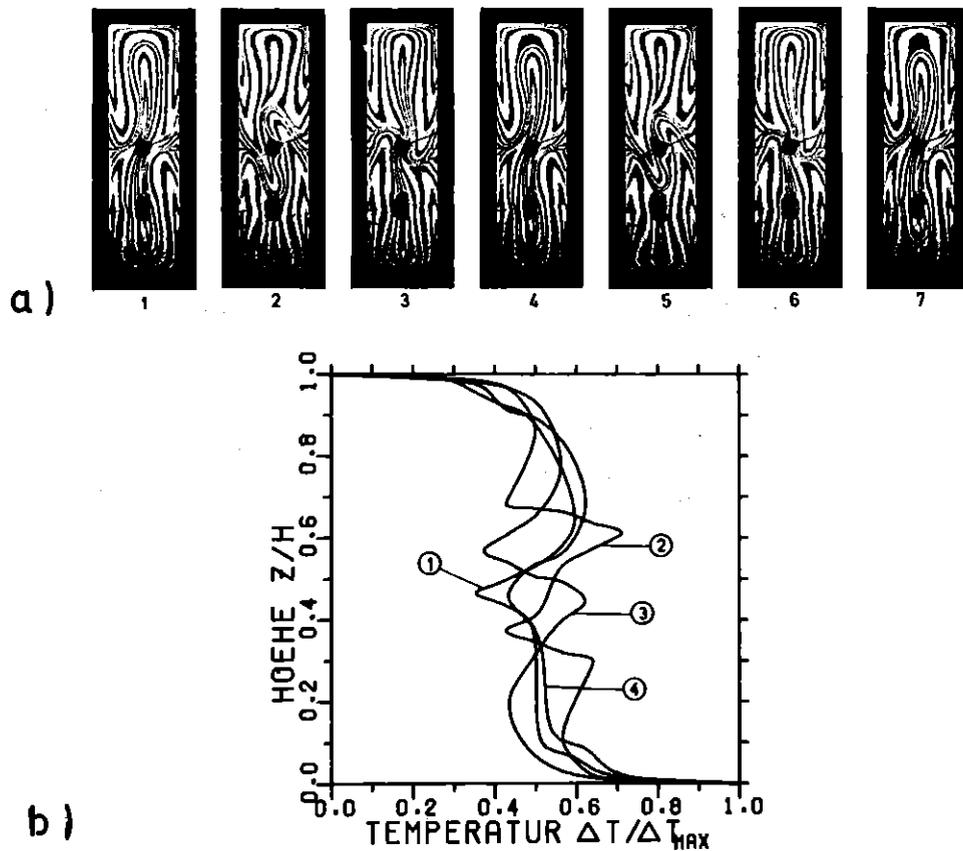


Abb. A4: a) Interferogramme eines periodischen Oszillationsvorganges im Behälter  $h/b/d = 3,5/1/0,16$ .  $Ra = 12,44 \cdot 10^7$ ;  $Ra^* = 2,54$ ;  $Pr = 37,3$ ;  $\Delta t = 10$  s.  
 b) Temperaturverläufe längs der vertikalen Mittellinie.  $Nu_1 = 30,4 \pm 5$ ;  $Nu_0 = 34,0 \pm 12$ .

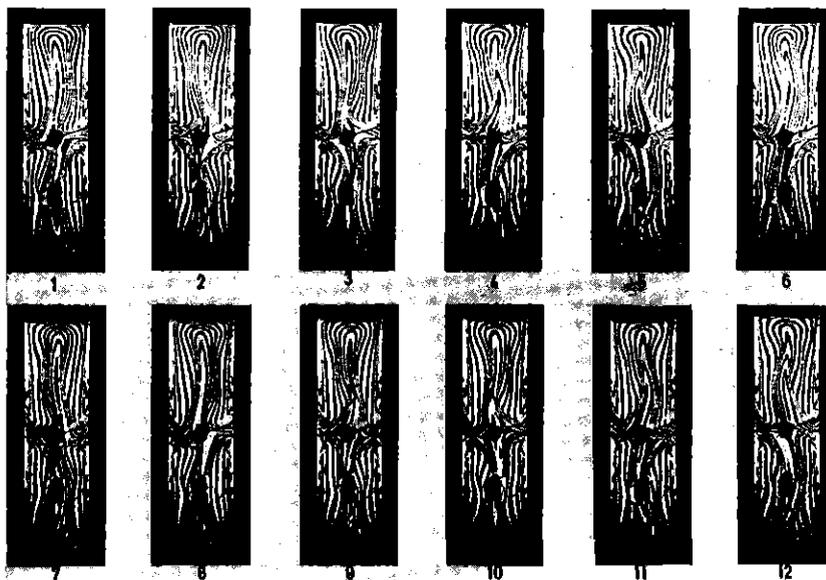


Abb. A5: Interferogramme eines periodischen Oszillationszustandes mit Frequenzkopplung und ausgeprägter Vierrollenstruktur.  $Ra = 28,38 \cdot 10^7$ ;  $Ra^* = 5,80$ ;  $Pr = 38,0$ ;  $\Delta t = 10$  s.

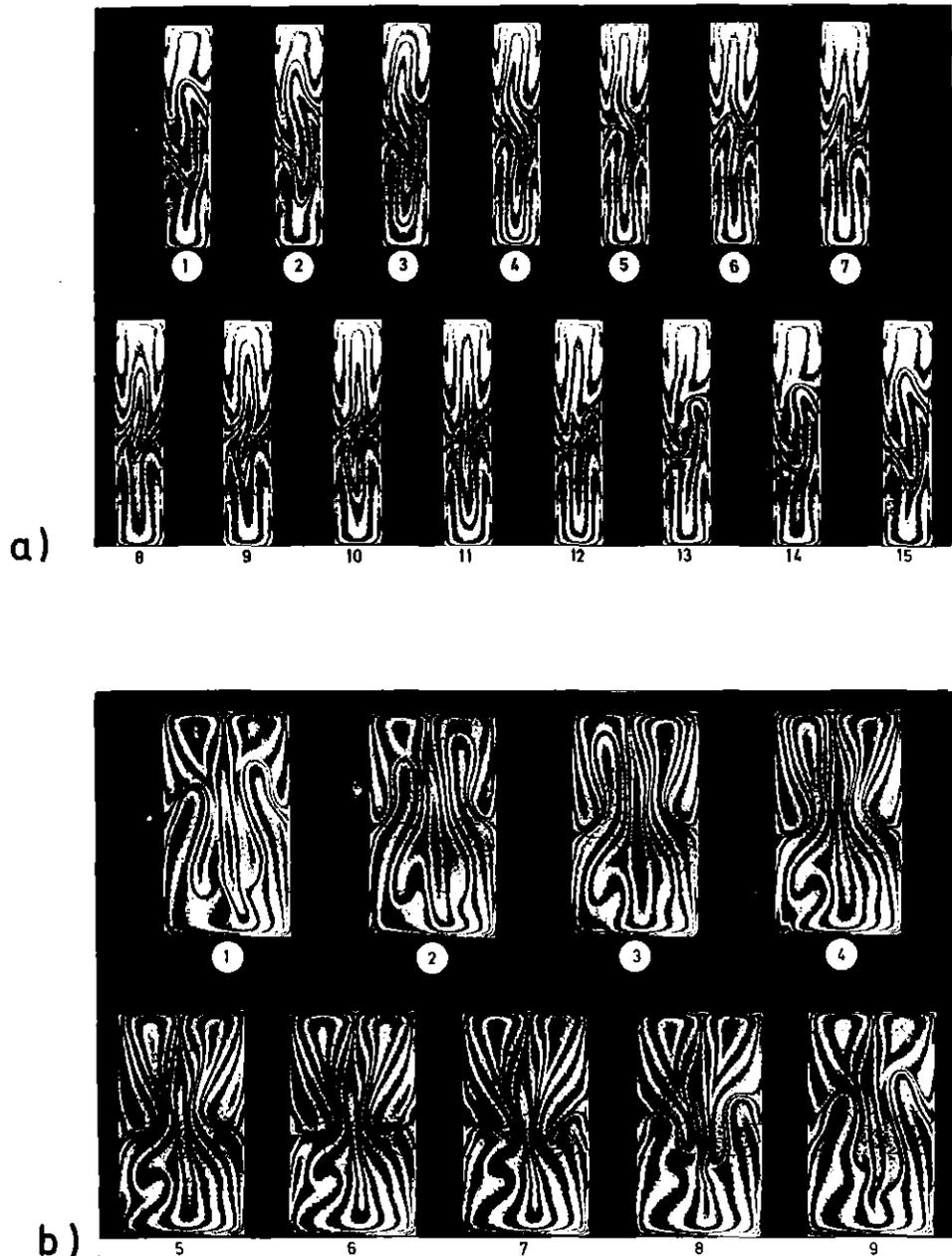


Abb. A6: Struktur der Isothermenfelder in den Behältern  $h/b = 4,7$  (a) und  $h/b = 1,7$  mit gut wärmeleitenden Seitenwänden.

a)  $Ra = 8,03 \cdot 10^7$ ;  $Ra^* = 1,41$ ;  $\Delta t = 5$  s.  
b)  $Ra = 7,95 \cdot 10^7$ ;  $Ra^* = 2,61$ ;  $\Delta t = 5$  s.

ANHANG - Tabellen

Stoffdaten von Wasser, p=1013 mbar, T in [°C]	
$n_{5145}^{20^\circ}$	= 1.3357 [1]
$dn/dt$	= $-0.7664 \cdot 10^{-4}$ [K <sup>-1</sup> ]
$\rho(T)$	= $1002.7547 \cdot \exp.(-2.2436 \cdot 10^{-4} \cdot T)$ [kg/m <sup>3</sup> ]
$k(T)$	= $0.5589 \cdot \exp.(3.20012 \cdot 10^{-3} \cdot T)$ [W/mk]
$c_p$	= 4181.8 [Ws/kg·k]
$\chi(T)$	= $1.3133 \cdot 10^{-7} \cdot \exp.(4.25 \cdot 10^{-3} \cdot T)$ [m <sup>2</sup> /s]
$\nu(T)$	= $1.6791 \cdot 10^{-6} \cdot \exp.(-2.5589 \cdot 10^{-2} \cdot T)$ [m <sup>2</sup> /s]
$\alpha(T)$	= $(0.09 \cdot T + 0.3) \cdot 10^{-4}$ [K <sup>-1</sup> ]

Glas B 270 T = 20°	
$n_{5145 \text{Å}}$	= 1.52733 [1]
$dn/dT$	= $-5.9 \cdot 10^{-6}$ [K <sup>-1</sup> ]
$c_p$	= 856.9 [Ws/kg K]
$\rho$	= 2510 [kg /m <sup>3</sup> ]
$k$	= 1.113 [W/m grad]
$\chi$	= $5.175 \cdot 10^{-7}$ [m <sup>2</sup> /s]

Stoffdaten von Silikonöl M3, p=1013 mbar, T in [°C]	
$n_{5145}^{20^\circ}$	= 1.4069 [1]
$dn/dt$	= $-4.165 \cdot 10^{-4}$ [K <sup>-1</sup> ]
$\rho(T)$	= $909.8034 \cdot \exp.(-1.0253 \cdot 10^{-3} \cdot T)$ [kg/m <sup>3</sup> ]
$\nu(T)$	= $4.1816 \cdot 10^{-6} \cdot \exp.(-1.6166 \cdot 10^{-2} \cdot T)$ [m <sup>2</sup> /s]
$\chi(T)$	= $7.63635 \cdot 10^{-8} \cdot \exp.(+1.0253 \cdot 10^{-2} \cdot T)$ [m <sup>2</sup> /s]
$\alpha(T)$	= $(1.105 \cdot T + 999.9) \cdot 10^{-6}$ [K <sup>-1</sup> ]
$c_p$	= 1507 [Ws/kg·k]
$k$	= 0.1047 [W/mk]

Kristallglas T = 20°	
$n_D$	= 1.539 [1]
$dn/dT$	= $-5.8 \cdot 10^{-6}$ [K <sup>-1</sup> ]
$c_p$	= 794 ± 42 [Ws/kg K]
$\rho$	= 2500 [kg/m <sup>3</sup> ]
$k$	= 0.813 [W/mK]
$\chi$	= $4.096 \pm 0.2 \cdot 10^{-7}$ [m <sup>2</sup> /s]

Stoffdaten von Silikonöl M10, p=1013 mbar, T in [°C]	
$\rho(T)$	= $955.03 \cdot \exp.(-1.00958 \cdot 10^{-3} \cdot T)$ [kg/m <sup>3</sup> ]
$\nu(T)$	= $14.3963 \cdot 10^{-6} \cdot \exp.(-1.75017 \cdot 10^{-2} \cdot T)$ [m <sup>2</sup> /s]
$\chi(T)$	= $9.695 \cdot 10^{-8} \cdot \exp.(+1.00797 \cdot 10^{-3} \cdot T)$ [m <sup>2</sup> /s]
$\alpha(T)$	= $(1.048 \cdot T + 999.2) \cdot 10^{-6}$ [K <sup>-1</sup> ]
$c_p$	= 1507 [Ws/kg·k]
$k$	= 0.1396 [W/mk]

Plexiglas T = 20°	
$n_D$	= 1.492 [1]
$dn/dT$	= $-1.08 \cdot 10^{-4}$ [K <sup>-1</sup> ]
$c_p$	= 1470 [Ws/kg K]
$\rho$	= 1180 [kg/m <sup>3</sup> ]
$k$	= 0.19 [W/mK]
$\chi$	= $1.095 \cdot 10^{-7}$ [m <sup>2</sup> /s]

Tabelle A1: Stoffdaten

	h/d	Ra <sub>c</sub>	α <sub>c</sub>	Pr
<b>Plexiglas / H<sub>2</sub>O</b>				
6 mm	18,4	8 · 10 <sup>5</sup>	3,7	6,5
6 mm	41,0	3,6 · 10 <sup>6</sup>	3,5	7,2
6 mm	60,0	8,5 · 10 <sup>6</sup>	- *)	6,8
12 mm	18,1	7,5 · 10 <sup>5</sup>	3,9	6,7
<b>12 mm Glas</b>				
H <sub>2</sub> O	20,6	1,6 · 10 <sup>6</sup>	3,7	5,4
M3	20,7	1,03 · 10 <sup>7</sup>	3,9	35
M3	23,1	1,07 · 10 <sup>7</sup>	3,6	38
M10	23,5	1,04 · 10 <sup>7</sup>	4,2	95

\*) nur ungenau bestimmbar

Tabelle A2: Numerische Werte der experimentell ermittelten Rayleigh-Zahlen, Wellenzahlen und Prandtlzahlen der in Abb. 3.1 dargestellten Ergebnisse.

h/b	1.7	3.5	4.7
Ra <sub>osz.</sub>	3.05 · 10 <sup>7</sup>	4.89 · 10 <sup>7</sup>	5.7 · 10 <sup>7</sup>
τ <sub>osz.</sub>	3.15 · 10 <sup>-3</sup>	2.57 · 10 <sup>-3</sup>	1.65 · 10 <sup>-3</sup>

Tabelle A3: Kritische Oszillations-Rayleigh-Zahlen und dimensionslose Perioden für verschiedene Behälter h/b mit gut wärmeleitenden Seitenwänden.