

KfK 2965
Dezember 1980

Probabilistische Untersuchung des Brennstabverhaltens in einem Brennelement eines Druckwasserreaktors bei einem hypothetischen Kühlmittelverluststörfall

W. Sengpiel
Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Nukleare Sicherheit

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Nukleare Sicherheit

KfK 2965

Probabilistische Untersuchung des Brennstabverhaltens
in einem Brennelement eines Druckwasserreaktors bei
einem hypothetischen Kühlmittelverluststörfall

W. Sengpiel

Von der Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe (T.H.) genehmigte Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

Zusammenfassung

Die Untersuchung des Brennstabverhaltens unter den Bedingungen eines Kühlmittelverluststörfalles (KVS) eines Druckwasserreaktors (DWR) zielt auf die Ermittlung der höchsten erreichten Hüllrohrtemperaturen und der maximalen Hüllrohrumfangsdehnungen ab. Darüberhinaus ist die Abschätzung des Umfanges an möglichen Kühlkanalblockaden innerhalb eines Brennelementes von besonderem Interesse, da große koplanare Umfangsdehnungen der Hüllrohre benachbarter Brennstäbe zu starken lokalen Verengungen der Kühlkanäle führen können. Kühlkanalblockaden größeren Umfanges können die langfristige Kühlbarkeit der betroffenen Brennstäbe gefährden. Es ist ein Modell entwickelt worden, um mit probabilistischen Methoden diese Störfallkonsequenzen innerhalb eines Brennelementes abzuschätzen.

Die Modellierung des Brennstabverhaltens unter KVS-Bedingungen wird als probabilistisches Problem definiert, da bei der Anwendung der deterministischen Rechenprogramme eine große Zahl von Eingangsgrößen und Modellparametern zu berücksichtigen ist, die entweder reine Zufallsgrößen sind oder aber Konstanten, deren Werte nur innerhalb gewisser Unsicherheitsbereiche bekannt sind. Über die Charakterisierung der nicht-deterministischen Einflußgrößen durch Dichtefunktionen sind auch die interessierenden Antwortgrößen - maximale Hüllrohrtemperaturen und Hüllrohrumfangsdehnungen einzelner Brennstäbe, Anzahl blockierter Kühlkanäle in einem Brennelement - als zufällige Variablen verteilt.

Zum Schätzen der gesuchten resultierenden Dichte- bzw. Verteilungsfunktionen der genannten Störfallkonsequenzen werden Monte Carlo-Verfahren verwendet.

Die entsprechenden Simulationsexperimente werden mit "response surface"-Approximationen durchgeführt, expliziten Ersatzfunktionen, die den funktionalen Zusammenhang zwischen den das Brennstabverhalten beschreibenden Antwortgrößen und den unsicheren Einflußvariablen approximieren. Die Konstruktion dieser "response surface"-Approximationen geschieht mit einem schrittweisen linearen multiplen Regressionsverfahren über die Auswertung von Daten aus einer Reihe von Simulationsexperimenten mit den zugrunde gelegten Rechenprogrammen RELAP4 und SSYST.

Als Störfall wird der doppelendige Bruch einer Hauptkühlmittelleitung zwischen Umwälzpumpe und Druckbehälter im Primärsystem eines Druckwasserreaktors der 1300 MW_{e1} - Klasse betrachtet. Gegenstand der Untersuchung ist ein thermisch und mechanisch hochbelastetes Brennelement, bestehend aus 236 Brennstäben. Die Ergebnisse zeigen, daß für "heiße" Brennstäbe aus dem Referenzbrennelement plastische Hüllrohrdeformationen mit Umfangsdehnungen über 30 % nicht auszuschließen sind. Koplanare Kühlkanalblockaden größeren Umfanges innerhalb des Brennelementes werden aber nur unter gewissen Nebenbedingungen erreicht, die als pessimistisch angesehen werden.

Abstract

Analysis of fuel rod behaviour within a rod bundle of a Pressurized Water Reactor under the conditions of a loss of coolant accident (LOCA) using probabilistic methodology.

The assessment of fuel rod behaviour under PWR LOCA conditions aims at the evaluation of the peak cladding temperatures and the (final) maximum circumferential cladding strains. Moreover the estimation of the amount of possible coolant channel blockages within a rod bundle is of special interest, as large coplanar clad strains of adjacent rods may result in strong local reductions of coolant channel areas. Coolant channel blockages of large radial extent may impair the long-term coolability of the corresponding rods. A model has been developed to describe these accident consequences using probabilistic methodology.

Modelling of fuel rod behaviour under LOCA conditions with best-estimate codes is considered as a probabilistic problem due to a large number of input variables and model parameters, which are either genuine random variables or constant parameters with some variance associated with them. Characterizing both types of uncertain data by probability density functions (pdf) leads via a probabilistic analysis to resulting pdf's for the output variables of interest, viz., maximum clad temperatures and maximum clad strains, the number of blocked coolant channels in a rod bundle. For the estimation of the pdf's for these accident consequences Monte Carlo methods are used. Sampling procedures are performed with response surface approximations as fast-running code-substitutes which approximate the functional relationship between the uncertain input variables/model parameters and the code outputs. The evaluation of the response surface approximations is performed by a stepwise linear multiple regression procedure on some base data resulting from simulation experiments performed with the computer codes RELAP4 and SSYST. This model is applied to study the behaviour of fuel rods under accident conditions following the double-ended pipe rupture between coolant pump and pressure vessel in the primary system of a 1300 MW_{e1}-PWR. Specifically a rod bundle is considered consisting of 236 fuel rods, that is subjected to severe thermal and mechanical loading. The results obtained indicate that plastic clad deformations with circumferential clad strains of more than 30 % cannot be excluded for hot rods of the reference bundle. However coplanar coolant channel blockages of significant extent seem to be probable within that bundle only under certain boundary conditions which are assumed to be pessimistic.

Inhaltsverzeichnis

	<u>Seite</u>
Verzeichnis der Abbildungen und Tabellen	III
1. Einleitung und Problemstellung	1
2. Deterministische Analyse des Brennstabverhaltens am Beispiel eines Druckwasserreaktors der 1300 MW _{el} -Klasse	6
2.1 Fallspezifikation und phänomenologischer Stör- fallablauf	6
2.2 Vorgehensweise bei der deterministischen Analyse des Brennstabverhaltens und Charakterisierung der verwendeten Rechenprogramme	13
2.3 Ergebnisse deterministischer Analysen für den Einzelstab	18
3. Theoretische Grundlagen und Vorgehensweisen zur probabi- listischen Analyse des Brennstabverhaltens	22
3.1 Fragestellungen und Lösungsmöglichkeiten	22
3.2 Direkte Simulationsverfahren / Monte Carlo-Verfahren	24
3.3 "Response Surface" - Verfahren	26
3.3.1 "Experimental Design"	27
3.3.2 Schrittweises lineares Regressionsverfahren	35
3.4 Spezielle Aspekte zur Vorgehensweise im Rahmen der probabilistischen Untersuchungen des Einzelstab- und Brennelementverhaltens	43
3.4.1 Betrachtung eines Einzelstabes	43
3.4.2 Betrachtung des Brennelements	45

	<u>Seite</u>
4. Annahmen und Ergebnisse der probabilistischen Analysen für den Einzelstab und das Referenzbrennelement	49
4.1 Auswahl und Beschreibung der berücksichtigten unsicheren Einflußvariablen	49
4.2.1 Ergebnisse der "response surface"-Approximationen	61
4.2.2 Ergebnisse der probabilistischen Analysen für den Einzelstab	68
4.3 Ergebnisse für das Referenz-Brennelement	70
4.4 Diskussion der Ergebnisse	76
5. Schlußbemerkungen	79
Literatur	81
Anhang: Wesentliche Grundzüge der systematischen Auswahlverfahren "2 level factorial design", "2 level fractional factorial design", "central composite design"	104

Verzeichnis der Abbildungen und Tabellen im Text

Abb. 1:	Zeitlicher Verlauf von Kühlmitteldruck (1.1) und -massenstrom (1.2) im Referenz-Brennelement sowie typische Transienten der Wärmeübergangskoeffizienten (1.3) und Hüllrohr- und Kühlmitteltemperaturen (1.4) in einem Heißkanal während der Blowdown-Phase (RELAP4/SSYST)	9
Abb. 2:	Zeitlicher Verlauf von Spalt-Wärmedurchgangszahl (2.1), Wärmeübergangskoeffizient (2.2) sowie von Hüllrohrtemperatur und -umfangsdehnung (2.3) für einen Heißstab bei einem (2F-) KVS nach RELAP4/SSYST	10
Abb. 3:	Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit von Spannung (bzw. Differenzdruck Δp) und Temperatur bezogen auf unverformte Hüllrohrgeometrie	11
Abb. 4:	"Latin Hypercube Sampling design": Einteilung der Dichtefunktionen in Intervalle gleicher Wahrscheinlichkeitsinhalte; Beispiel zweier Zufallsvariablen (X_1, X_2)	30
Abb. 5:	"Latin Hypercube Sampling design": Lage der Stützpunkte in der X_1 - X_2 -Ebene entspr. Tab. 2 und Abb. 4	31
Abb. 6:	"Latin Hypercube Sampling design": Lage der Stützpunkte in der X_1 - X_2 -Ebene bei zugrundegelegten Gleichverteilungen von (X_1, X_2)	32
Abb. 7:	"Latin Hypercube Sampling design": Beispiel für korrelierte Stichprobenauswahl	33
Abb. 8:	Beispiel für eine Zufallsvariable Y als Summe aus einem deterministischen Anteil und einem überlagerten statistischen Anteil mit konstanter Varianz σ^2	39

Abb. 9:	Schematischer Querschnitt durch einen Kühlkanal bei unverformten und verformten Hüllrohrgeometrien	45
Abb. 10:	Ablaufschema der Monte Carlo-Rechnungen zur probabilistischen Analyse des gemeinsamen Verhaltens der Brennstäbe im Referenz-Brennelement	48
Abb. 11:	Schema der Verfahrensschritte der deterministischen RELAP4- und SSYST-Simulationen im Rahmen der "response surface"-Methodik	51
Abb. 12:	Streubreiten der Wärmeübergangskoeffizienten in der Blowdown-Phase (nach DNB) nach Einführung eines multiplikativen Korrekturfaktors, Brennstabmitte	53
Abb. 13:	Verlauf der Wärmeübergangskoeffizienten in der Flutphase von Flutbeginn ($\tau=0$) bis zum Wiederbenetzen ($\tau=1$) bei Variation der Parameter α_0 und α_1	55
Abb. 14:	Temperaturabhängiger Verlauf von Wärmeleitfähigkeit und spezif. Wärmekapazität von UO_2 bzw. ZRY mit zugeordneten Streubreiten	56
Abb. 15:	Geometrische Verhältnisse in einem Kühlkanal bei anliegenden Hüllrohren der 4 benachbarten Brennstäbe	71
Abb. 16:	Beispiele für die Transformation geometrischer Anordnungen zusammenhängender Bereiche verengter Kühlkanäle ("Blockadeinseln") in äquivalente quadratische Anordnungen für probabilistische Abschätzungen von "Blockadedurchmessern"	73

Tab. 1:	Einfluß von Parametervariationen (Spalten 1-8) auf Brennstoff- und Hüllrohrtemperaturen sowie Hüllrohrumfangsdehnungen (Spalten 9-11) eines heißen Brennstabes (\sim Brennstabmitte) unter (2F-) KVS- Bedingungen (SSYST)	19
Tab. 2:	"Latin Hypercube Sampling design": Beispiel für zufällige Kombinationen ($m=8$) diskreter Werte zweier Zufallsvariablen (X_1, X_2)	29
Tab. 3:	Bedeutungen, Streubreiten und Parameter der Dichtefunktionen der als zufällig verteilt betrachteten "unsicheren" Einflußvariablen und Modellparameter	57
Tab. 4:	Einfache und partielle lineare Korrelationskoeffizienten der Ansatzfunktionen in Gl. (4.3.1) mit Y (= max. Hüllrohrtemperatur)	63/64
Tab. 5:	Einfache und partielle lineare Korrelationskoeffizienten der Ansatzfunktionen in Gl. (4.3.2) mit Y (= $\ln \epsilon_{\max}$)	65
Tab. 6:	Ergebnisse der probabilistischen Analysen für die max. Hüllrohrtemperatur - geschätzte Verteilungsfunktionen mit 95 %-Konfidenzintervallen	69
Tab. 7:	Ergebnisse der probabilistischen Analysen für die max. Hüllrohrumfangsdehnung - geschätzte Verteilungsfunktionen mit 95 %-Konfidenzintervallen	69
Tab. 8:	Geschätzte Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von "Blockadeinseln" unterschiedlicher relativer äquivalenter Durchmesser	75

<u>Verzeichnis der Abbildungen im Anhang</u>	<u>Seite</u>
Abb. A-1: Schema des Primärsystems eines Druckwasserreaktors mit einem angenommenen Bruch im kalten Strang einer Hauptkühlmittelleitung	86
Abb. A-2: X-Y-Oktant des Querschnittes durch das Core des betrachteten Reaktors mit der Position des Referenz-Brennelements	87
Abb. A-3: Relative Leistungen und Abbrandzustand für 25 Zonen (Boxen) des Referenz-Brennelements	88
Abb. A-4: Einteilung der Brennstäbe des Referenz-Brennelements in Leistungsklassen unterschiedlicher nomineller radiativer Leistungsfaktoren	89
Abb. A-5: Aufteilung eines Brennstabes in 22 axiale Zonen und relative (nominelle) axiale Leistungsverteilung für die Analysen zum Brennstabverhalten mit RELAP4/SSYST	90
Abb. A-6: Verlauf der Wärmeübergangskoeffizienten in Brennstabmitte während der Blowdown-Phase für ausgewählte Simulationsbeispiele	91
Abb. A-7: Verlauf der Wärmeübergangskoeffizienten in Brennstabmitte bis zum Wiederbenetzen in der Flutphase	91
Abb. A-8: Verlauf der Hüllrohrtemperaturen in der axialen Zone 12 für die Simulationsbeispiele 7, 13, 14	92
Abb. A-9: Verlauf der Hüllrohrumfangsdehnungen in der axialen Zone 12 für die Simulationsbeispiele 7,8,13,14,15	92
Abb. A-10: Verlauf der Hüllrohrtemperatur und -umfangsdehnung sowie der Wärmedurchgangszahl im Spalt in der axialen Zone 12 für das Simulationsbeispiel 14	93

Abb. A-11:	Verlauf der Hüllrohrtemperaturen für die Simulationsbeispiele 16, 18, 20, 23	93
Abb. A-12:	Verlauf der Hüllrohrumfangsdehnungen in der axialen Zone 12 für die Simulationsbeispiele 18,20,21,22,23	94
Abb. A-13:	Vergleichende Darstellung der mit SSYST berechneten (experimentellen) max. Hüllrohrtemperaturen und der approximierten max. Hüllrohrtemperaturen (K)	94
Abb. A-14:	Residuenhäufigkeit für die max. Hüllrohrtemperaturen in Intervallen von $\Delta T = 6$ K	95
Abb. A-15:	Vergleichende Darstellung der mit SSYST berechneten max. Hüllrohrumfangsdehnungen ($1/\ln \epsilon_{\max}$) und der approximierten max. Hüllrohrumfangsdehnungen ($1/\ln \hat{\epsilon}_{\max}$)	95
Abb. A-16:	Residuenhäufigkeit für die max. Hüllrohrumfangsdehnungen in Intervallen von $\delta = \ln \epsilon_{\max} - \ln \hat{\epsilon}_{\max} = 0.2$	96
Abb. A-17:	Vergleichende Darstellung der mit SSYST berechneten max. Hüllrohrumfangsdehnungen und der approximierten im Originalbereich	96
Abb. A-18:	Dichtefunktion (PDF) und Verteilungsfunktion (CDF, mit 95%-Konfidenzintervallen) der max. Hüllrohrtemperatur (K) für einen Brennstab mit einem nominalen radialen Leistungsfaktor $f_{\text{rad}} = 1.3$, Stabklasse 1	97
Abb. A-19:	Dichtefunktion (PDF) und Verteilungsfunktion (CDF, mit 95 %-Konfidenzintervallen) der max. Hüllrohrtemperatur (K) für einen Brennstab mit einem nominalen radialen Leistungsfaktor $f_{\text{rad}} = 1.4$, Stabklasse 3	97
Abb. A-20:	Dichtefunktion (PDF) und Verteilungsfunktion (CDF, mit 95 %-Konfidenzintervallen) der max. Hüllrohrdehnung für einen Brennstab mit $f_{\text{rad}} = 1.3$, Stabklasse 1	98

Abb. A-21:	Dichtefunktion (PDF) und Verteilungsfunktion (CDF, mit 95 %-Konfidenzintervallen) der max. Hüllrohrdehnung für einen Brennstab mit $f_{\text{rad}} = 1.4$, Stabklasse 3	98
Abb. A-22:	Qualitative Darstellung der max. Hüllrohrdehnungen der 236 Brennstäbe im Querschnitt durch die Zone 12 des Referenz-Brennelements. Ergebnis einer Monte Carlo-Simulation unter pessimistischen Nebenbedingungen	99
Abb. A-23:	Inseln blockierter Kühlkanäle in der axialen Zone 12 des Referenz-Brennelements als Folge der Hüllrohrdehnungen entsprechend Abb. A-22	99
Abb. A-24:	Geschätzte Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl Brennstäbe im Referenz-BE mit max. Hüllrohrumfangsdehnungen > 30 %	100
Abb. A-25.1:	Geschätzte Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl verengter Kühlkanäle im Referenz-BE mit $F_{\text{Red}} < 30 \%$	100
Abb. A-25.2:	Geschätzte Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl verengter Kühlkanäle im Referenz-BE mit $F_{\text{Red}} < 20 \%$	101
Abb. A26:	Geschätzte Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl Brennstäbe im Referenz-BE mit max. Hüllrohrumfangsdehnungen > 30 % unter pessimistischen Nebenbedingungen	101
Abb. A-27.1:	Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl verengter Kühlkanäle im Referenz-BE mit $F_{\text{Red}} < 30 \%$ unter pessimistischen Nebenbedingungen	102
Abb. A-27.2:	Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl verengter Kühlkanäle im Referenz-BE mit $F_{\text{Red}} < 20 \%$ unter pessimistischen Nebenbedingungen	102

Abb. A-28.1: Dichte- und Verteilungsfunktionen des "relativen äquivalenten Blockadedurchmessers" der größten Blockadeinsel im Referenz-BE, $F_{Red} < 30 \%$, pessimistische Nebenbedingungen 103

Abb. A-28.2: Dichte- und Verteilungsfunktionen des "relativen äquivalenten Blockadedurchmessers" der größten Blockadeinsel im Referenz-BE, $F_{Red} < 20 \%$, pessimistische Nebenbedingungen 103

1. Einleitung und Problemstellung

Unter den Bedingungen eines hypothetischen Kühlmittelverluststörfalles (KVS) werden die Brennstäbe im Core eines Druckwasserreaktors (DWR) thermisch und mechanisch weit höher belastet als unter normalen Betriebsbedingungen. Mit der Annahme, daß die Notkühlsysteme in einem gewissen Mindestumfang wirksam sind, ist es das Ziel der theoretischen Beschreibung des Brennstabverhaltens während eines KVS zu klären,

- welchen thermischen und mechanischen Belastungen die Brennstäbe ausgesetzt sind und wie hoch das Ausmaß eventueller Brennstabschäden ist, und
- ob es infolge starker lokaler Hüllrohrdeformationen zu Kühlkanalblockaden kommt, die die langfristige Kühlbarkeit der betroffenen Brennstäbe gefährden können.

Zur Beschreibung der sehr komplexen thermo- und fluiddynamischen Vorgänge während des Störfallablaufes im Primärsystem und im Reaktorcore selbst sowie deren Rückwirkungen auf das Brennstabverhalten sind Rechenprogramme entwickelt worden, die auf teilweise vereinfachten physikalischen und mathematischen Modellen beruhen. Bei der Anwendung dieser Codes muß darüberhinaus eine größere Zahl unsicherer Eingangsgrößen und Modellparameter betrachtet werden, die entweder als reine Zufallsgrößen einzuordnen sind oder aber Konstanten sind, deren Werte nur innerhalb gewisser Unsicherheitsbänder bekannt sind. Die daraus folgenden Unsicherheiten bei der deterministischen Beschreibung des Störfallablaufes und der Störfallkonsequenzen werden häufig, z.B. im Zuge der Verfahren zur Genehmigung von Reaktoren, durch konservative Annahmen abgedeckt. Der kumulative Effekt der simultanen Anwendung konservativer Modelle und konservativer Werte von Einflußvariablen kann jedoch zu unrealistisch pessimistischen Abschätzungen des Brennstabverhaltens führen, insbesondere wenn es darum geht, das Ausmaß stark verformter oder geborstener Hüllrohre zu quantifizieren.

Das Ziel, das Brennstabverhalten realistischer abzuschätzen als dies eine konservative Betrachtungsweise gestattet, führte zur Entwicklung fortgeschrittener "best estimate"-Codes mit verbesserten physikalischen Modellen und mathematischen Methoden, z.B. RELAP4-mod6 /1/, FRAP-T4 /2/ und SSYST /3/. Daneben werden seit etwa 1975 probabilistische Analysemethoden für die Anwendung im Rahmen der theoretischen Untersuchungen zum Brennstabverhalten entwickelt. Auf diesen relativ neuen Anwendungsbereich probabilistischer Methoden inner-

halb der Reaktorsicherheitsforschung wies u.a. Steck 1976 unter dem Titel "How Should a Loss of Coolant Accident Be Studied?" /4/ hin. Die Grundvorstellung dabei ist es, die Unsicherheiten von Modellparametern und Eingabvariablen durch Dichtefunktionen zu charakterisieren, so daß auch die Systemantwort selbst (z.B. die höchste während der Störfalltransiente erreichte Hüllrohrtemperatur eines Brennstabes) als Zufallsvariable verteilt ist. Aufgabe im Rahmen einer probabilistischen Analyse ist es, die Dichtefunktion der interessierenden Systemantwort bzw. Parameter dieser Dichtefunktion abzuschätzen. Dann wird es möglich, dem Spektrum an Störfallfolgen Wahrscheinlichkeiten zuzuordnen und konservative Ergebnisse über den Vergleich mit zu erwartenden (wahrscheinlicheren) quantifizierbar einzuordnen und zu beurteilen.

Die Zuordnung von Dichtefunktionen zu den oben genannten beiden Typen nicht-deterministischer Einflußvariablen ist nicht unproblematisch: Zum einen ist die verfügbare statistische Datenbasis teilweise schwach, so daß die Dichtefunktionen der rein zufälligen Einflußgrößen oft nach eher subjektiven Kriterien abgeschätzt werden müssen ("engineering judgment"). Zum anderen verriät die Charakterisierung der zwar unsicheren, ihrem Wesen nach jedoch nicht-statistischen Einflußgrößen durch Dichtefunktionen, daß in diesem Fall in Anlehnung an Apostolakis /5/ Wahrscheinlichkeit mehr im Sinne von "probability as a measure of degree of belief" interpretiert wird als im Sinne relativer Häufigkeiten. Eine Vermischung beider Typen unsicherer Einflußgrößen innerhalb einer probabilistischen Störfalluntersuchung, wie sie hier auf der Grundlage der Kolmogorov'schen Axiomatik der Wahrscheinlichkeitstheorie /6/ durchgeführt worden ist, kann zu Interpretationsschwierigkeiten der geschätzten resultierenden Verteilungsfunktionen führen - diese sind dann eher in dem erwähnten subjektiven, von Apostolakis eingeführten Sinne zu interpretieren. Im Rahmen der vorliegenden Studie sind allerdings alle betrachteten unsicheren Einflußgrößen als zufällig verteilt klassifiziert worden, obwohl in einigen (wenigen) Fällen eine Charakterisierung im statistischen Sinne nicht zweifelsfrei möglich erschien, da sich beide Unsicherheitsmerkmale überlagern können.

Die Anwendung probabilistischer Analysemethoden anstelle konservativer Betrachtungsweisen ist im Rahmen der Kernaussage bei der Abschätzung der Verteilungen von Heißstellen im stationären Reaktorbetrieb bekannt; als Beispiel für eine statistische Heistellenanalyse sei die Arbeit von Amendola /7/ erwähnt. Trotz gewisser Parallelen in den Fragestellungen macht jedoch die Komplexität der theoretischen Beschreibung des Brennstabverhaltens unter

transienten Störfallbedingungen ein anderes methodisches Vorgehen notwendig als es z.B. von Amendola beschrieben wird.

Die ersten Veröffentlichungen zum Problem der probabilistischen Abschätzung des Brennstabverhaltens unter KVS-Bedingungen waren konzentriert auf die Abschätzung der Dichte- bzw. Verteilungsfunktion der maximalen Hüllrohrtemperatur eines hochbelasteten Brennstabes. Die Untersuchung und Entwicklung probabilistischer Methoden orientierte sich an der Fragestellung: Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird, unter gegebenen Störfallbedingungen, eine festgesetzte obere Grenze für die maximale Hüllrohrtemperatur von $T^x = 1200 \text{ }^\circ\text{C}$ überschritten? Mazumdar et al. /8/ und Steck et al. /9/ stellten verschiedenen Monte Carlo-Verfahren die sogenannte "response surface"-Methode /10/ gegenüber und unterstrichen die Eignung der "response surface"-Methode für die Anwendung auf komplexe, rechenzeitintensive Computercodes. Ein Problem bei der direkten Anwendung von Monte Carlo-Verfahren zur Abschätzung von Dichtefunktionen bzw. Parametern von Dichtefunktionen (z.B. der maximalen Hüllrohrtemperatur eines Brennstabes) ist der erforderliche große Aufwand an Computersimulationen mit Rechenprogrammen wie RELAP4, FRAP-T oder SSYST. Bei der Anwendung der "response surface"-Methode kann der Simulationsaufwand prinzipiell viel geringer gehalten werden, indem die Beobachtungen der Computersimulationen in einem ersten Verfahrensschritt ausgewertet werden, um den funktionalen Zusammenhang zwischen der beobachteten abhängigen Variablen Y (maximale Hüllrohrtemperatur, Hüllrohrumfangsdehnung) und den "unsicheren" Einflußvariablen $\{X_1, \dots, X_n\}$ durch eine explizite Darstellung $\hat{Y} = \hat{Y}(X_1, \dots, X_n)$ zu approximieren. Erst im zweiten Verfahrensschritt schließen sich probabilistische Analysen auf der Grundlage der ermittelten "response surface"-Approximation an. Das Verfahren, aufwendige Simulationsexperimente anstelle mit rechenzeitintensiven Originalcodes mit "response surface"-Approximationen durchzuführen, ist nicht neu. Es wird häufig für Optimierungsaufgaben verwendet, so etwa von Heusener /11/ im Rahmen einer Optimierungsstudie für einen natriumgekühlten Brutreaktor. Konkrete Anwendung fand die "response surface"-Methode bei der Abschätzung der Verteilung der maximalen Hüllrohrtemperatur eines Brennstabes während der Blowdown-Phase eines KVS auf der Grundlage von RELAP4 durch Cox /12/ und Steck et al /13/. Auch diese Arbeiten haben den Charakter von Durchführbarkeitsstudien mit dem Schwerpunkt auf dem Methodenvergleich. Ebenso die Studien zur "response surface"-Methodik, die bei EPRI /14/ durchgeführt wurden, wobei der erste Verfahrensschritt, das Approximationsproblem, im Vordergrund der Methodentwicklung steht. Breite Anwendung hat die "response surface"-Methode in

engem Zusammenhang mit der Entwicklung des Brennstabverhaltenscodes FRAP bei INEL gefunden. Dort wird die "FRAP uncertainty analysis" allerdings eher als Varianzanalyse im Sinne linearer oder nichtlinearer Fehlerfortpflanzung verstanden: Gesucht ist nicht eine Abschätzung der Dichte- oder Verteilungsfunktion der interessierenden Variablen Y , sondern deren Varianz als Summe der Varianzbeiträge der "unsicheren" Variablen $\{X_1, \dots, X_n\}$. Diese Varianzzerlegung gestattet eine Identifizierung wichtiger Einflußvariabler, anhand derer gezielte Modellverbesserungen an FRAP vorgenommen werden können. Beispiele für dieses Vorgehen auf der Grundlage der "response surface"-Methode werden von Peck /15/, /16/ beschrieben. Er untersuchte den Einfluß einer großen Zahl "unsicherer" Variabler ($n=37$) in FRAP-T4 auf die Varianzen der transienten Hüllrohrtemperaturen und Spaltwärmedurchgangszahlen u.a. eines Einzelstabes während der Blowdown-Phase eines DWR-Kühlmittelverluststörfalles.

Im Zusammenhang mit dem Programmsystem RSYST-III sind am IKE Stuttgart Unterprogramme zur Durchführung statistischer Analysen entwickelt worden. Beck und Hausch /17/ demonstrieren ihre Anwendung am Beispiel der Simulation des Kernschmelzunfalles eines LWR. Die Untersuchung auf der Basis von Monte Carlo-Simulationen zielt in erster Linie auf die Identifizierung wichtiger Einflußparameter auf die Systemantwort (Brennstofftemperatur) über die Berechnung von Korrelationskoeffizienten ab.

Über probabilistische Analysen mit Hilfe der "response surface"-Methode im Zusammenhang mit der Untersuchung hypothetischer Störfälle von flüssigmetallgekühlten schnellen Reaktoren berichten Ott /18/ und Vaurio und Mueller /19/; Ziel dieser Untersuchungen war das Schätzen der Dichtefunktionen ausgewählter Störfallkonsequenzen in der Anfangsphase (mit Einschluß der "disassembly"-Phase bei Ott) der LOF-Transiente (Pumpenausfall ohne Scram) eines schnellen Reaktors.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es, eine probabilistische Schadensumfangsanalyse für ein unter den Bedingungen eines Kühlmittelverluststörfalles thermisch und mechanisch hochbelastetes Brennelement eines Druckwasserreaktors durchzuführen. Dabei werden zwei Aufgabenschwerpunkte unterschieden:

1. Durchführung einer probabilistischen Analyse zur Ermittlung der Dichtefunktionen von maximaler Hüllrohrtemperatur und maximaler Hüllrohrumfangsdehnung für Stäbe unterschiedlicher nomineller Leistungen aus dem Referenzbrennelement.

2. Durchführung einer probabilistischen Analyse für das Brennelement mit dem Ziel, den Umfang an Kühlkanalblockaden infolge der Hüllrohrdeformationen benachbarter Brennstäbe abzuschätzen.

Als Störfall wurde der doppelendige (2F-) Bruch einer Hauptkühlmittelleitung im Primärsystem zwischen Umwälzpumpe und Druckbehälter eines DWR vom Typ BIBLIS-B angenommen, wobei alle Phasen des Störfallablaufes bis zum Fluten des Cores betrachtet wurden.

Für die Rechnungen wurden die Programme RELAP4(mod2) /20/ und SSYST eingesetzt. Grundlage des probabilistischen Verfahrens waren die "response surface"-Methode in Kombination mit Monte Carlo-Verfahren. Die notwendigen programmtechnischen Entwicklungsarbeiten im Hinblick auf die Anwendung probabilistischer Methoden sind in den SSYST-Modul PROFAN eingeflossen.

In Kap. 2 werden die den Rechnungen zugrunde liegenden Störfallannahmen spezifiziert sowie die deterministische Vorgehensweise bei der Untersuchung des Brennstabverhaltens mit SSYST erläutert. In Kap. 3 wird die "response surface"-Methodik dargestellt und das probabilistische Vorgehen bei der Einzelstab- und der Brennelementanalyse beschrieben. In Kap. 4 schließlich werden den durchgeführten probabilistischen Analysen zugrunde liegende spezielle Annahmen diskutiert und die Ergebnisse für Einzelstab und Brennelement dargestellt.

2. Deterministische Analyse des Brennstabverhaltens am Beispiel eines Druckwasserreaktors der 1300 MW_{e1}-Klasse

2.1 Fallspezifikation und phänomenologischer Störfallablauf

Der doppelendige Bruch einer Hauptkühlmittelleitung des Primärsystems eines DWR zwischen Umwälzpumpe und Druckbehälter ist als Auslegungsstörfall definiert worden. Die Folgen dieses Störfalles in bezug auf die Belastung der Brennstäbe werden nach dem gegenwärtigen Stand der Kenntnisse von keinem anderen Kühlmittelverluststörfall übertroffen. Im Rahmen dieser Studie wurde die Untersuchung des Brennstabverhaltens beschränkt auf ein heißes (d.h. im normalen Betriebszustand thermisch hochbelastetes) Brennelement eines DWR vom Typ BIBLIS-B. In Abb. A-1 ist schematisch das Primärsystem der Anlage dargestellt mit dem definierten Leck in einem der vier Kreisläufe; die drei intakten Kreisläufe sind in der Abbildung zu einem einzigen vereint. Die zur Beherrschung des Störfalles vorgesehenen Notkühl-Sicherheitseinrichtungen bestehen aus vier unabhängigen Druckspeichern und vier unabhängigen Niederdruck-Pumpensystemen, wobei jedes dieser acht Teilsysteme jeweils in einen heißen Strang vor dem Dampferzeuger und einen kalten zwischen Pumpe und Druckbehälter einspeist. Hinsichtlich der Verfügbarkeit der Notkühlssysteme wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Beschränkung auf die Mindestanforderungen vorgenommen: Drei Druckspeicher und zwei Niederdruck-Pumpensysteme sind verfügbar, jeweils ein Druckspeicher und ein ND-Pumpensystem davon speisen in den gebrochenen Kreislauf ein.

Der zugrunde gelegte Reaktorzustand vor Beginn des Störfalles entspricht dem sogenannten BOC 3-Zustand: Ein Drittel der Brennelemente befindet sich am Anfang des 3. Abbrandzyklus, ein Drittel am Anfang des 2., ein Drittel ist frisch. Das ausgewählte Referenz-Brennelement gehört zur Klasse der Brennelemente am Anfang des 2. Zyklus mit den höchsten spezifischen Stableistungen aller im Core vorhandenen Brennstäbe und hohen Spaltgasinnendruck bis ca. 75 bar. Abb. A-2 zeigt als Querschnitt durch das Core einen x-y-Oktanten, in dem die Lage der den drei Abbrandzyklen angehörenden Brennelemente angegeben ist; das durch Schraffur gekennzeichnete Brennelement sei Gegenstand der vorliegenden Untersuchung. Aufschluß über die Leistungsverteilung in x-y-Richtung innerhalb des Brennelementes gibt Abb. A-3. Die Daten sind von der KWU /21/ zur Verfügung gestellt worden, sie sind Ergebnis einer Abbrandrechnung, wobei jedes Brennelement in jeweils 25 Boxen eingeteilt worden ist. Die Abbildung zeigt für jede Box des Referenz-Brennelementes den Maximalwert des radialen Leistungsformfaktors, den entsprechenden box-

gemittelten Wert und den boxgemittelten Abbrand. Auf der Grundlage dieser Daten sind die Brennstäbe des Brennelements in drei Leistungsklassen eingeteilt worden:

Klasse 1 mit radialen Leistungsformfaktoren
zwischen 1,25 und 1,3

$$1,25 \leq f_{\text{rad}} \leq 1,3$$

Klasse 2 $1,3 < f_{\text{rad}} \leq 1,35$

Klasse 3 $1,35 < f_{\text{rad}} \leq 1,4$

In der Abb. A-4 ist diese Klasseneinteilung der Brennstäbe des Brennelements wiedergegeben. Um innerhalb der Boxen (bestehend aus 9 bis 10 Stäben) klassifizieren zu können, sind die radialen Leistungsformfaktoren, die für die Boxen gegeben sind, in x-y-Richtung innerhalb des Brennelements interpoliert worden.

Phänomenologischer Störfallablauf

Man unterscheidet drei Phasen der Störfalltransiente:

- Blowdown-Phase
- Wiederauffüllphase
- Flutphase

Im folgenden soll eine kurze, stichwortartige Beschreibung des Störfallablaufes und seiner Bedeutung für das Brennstabverhalten gegeben werden. Quantitative Aussagen zur Brennstabelastung sowie die in den Abbildungen (S. 9, 10) gezeigten Ergebnisse beruhen auf den dieser Studie zugrundeliegenden Rechnungen mit RELAP4 und SSYST.

Blowdown-Phase

Innerhalb von ca. 0,1 sec nach Störfallbeginn sinkt der Druck im Core von 155 bar auf Sättigungsdruck von ca. 115 bar ab (Abb. 1.1), die Entstehung von Dampf im Core bewirkt die Selbstabschaltung des Reaktors. Verlauf und Höhe der erreichten Brennstabtemperaturen bzw. Hüllrohrtemperaturen (die die mechanische Festigkeit des Hüllrohres bei der Spaltgasinnendruck-Belastung beeinflussen) werden bestimmt

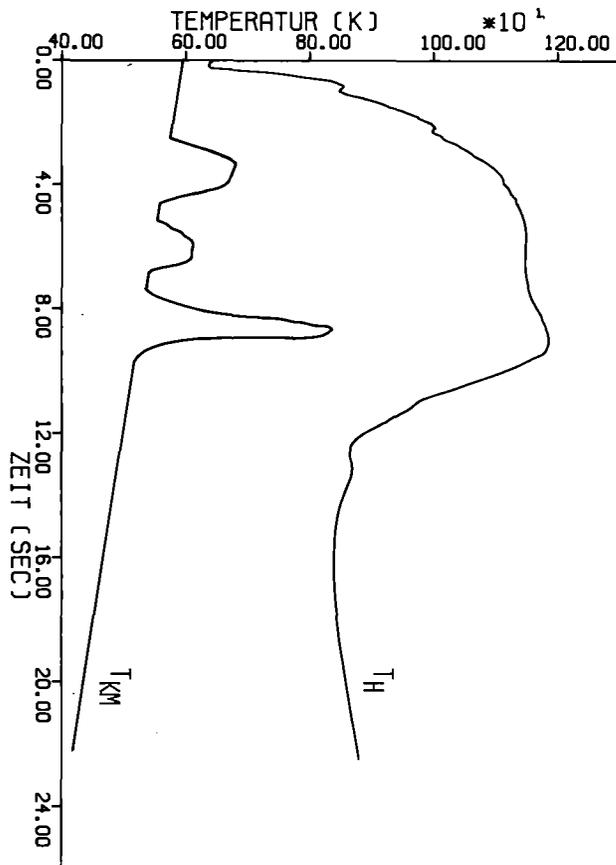
- von der im Ausgangszustand im Brennstoff gespeicherten Wärmeenergie und der Nachwärmeleistung,

- von der Wärmedurchgangszahl im Spalt,
- von der Wärmeabfuhr von der Brennstaboberfläche ins Kühlmittel.

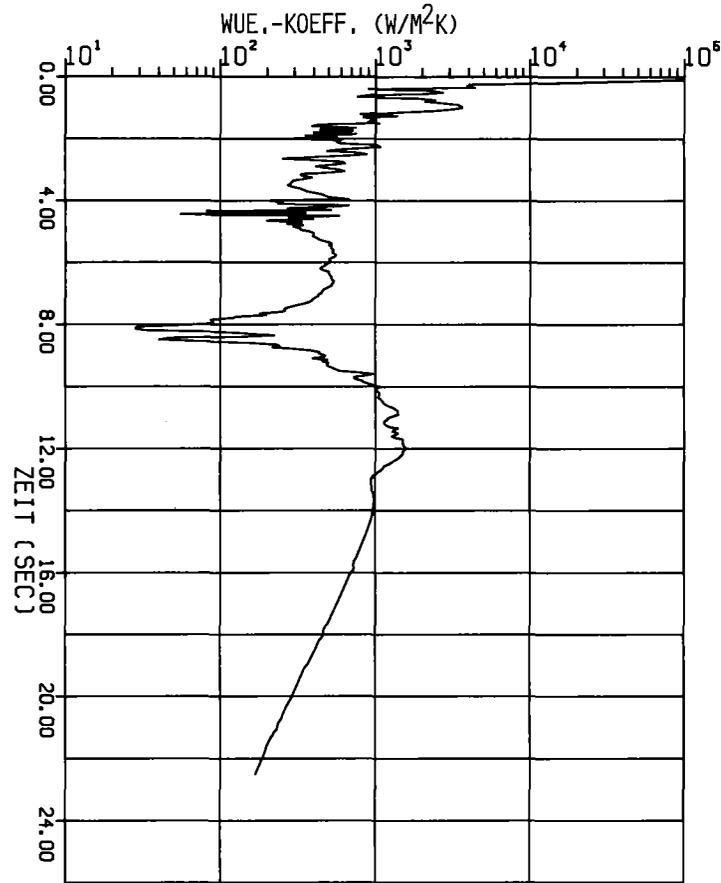
Entscheidenden Einfluß auf die Wärmeabfuhr hat der Massenstrom. Sein zeitlicher Verlauf in Coremitte (Abb. 1.2, bezogen auf das Referenz-Brennelement) zeigt eine mehrmalige Strömungsumkehr am Anfang des Blowdown, eine anschließende ausgeprägte Stagnationsphase und schließlich, bei negativer Strömungsrichtung, eine stetige Abnahme gegen Null am Blowdown-Ende, das durch den Druckausgleich zwischen Primärsystem und Containment gekennzeichnet ist (≈ 4 bar).

Im Zeitbereich zwischen 0,2 sec und 0,5 sec nach Störfallbeginn kommt es in den heißen Kanälen (z.B. innerhalb des betrachteten Brennelements) nach Erreichen des kritischen Wärmestromes zum Filmsieden. Die Wärmeübergangszahlen, die im Betriebszustand des Reaktors oberhalb $10^5 \text{ W/m}^2\text{K}$ liegen, fallen auf ca. $10^3 \text{ W/m}^2\text{K}$ ab (Abb. 1.3), die Hüllrohrtemperaturen steigen steil an (Abb. 1.4). Die Höhe des Temperaturpeaks wird zusätzlich beeinflusst durch Phasen der Dampfüberhitzung infolge der Kühlmittelstagnation (Abb. 1.4). Die Strömungsumkehr bei $t \approx 8$ sec (Stagnation des Massenstromes, Dampfüberhitzung) bewirkt hier einen zweiten Peak der Hüllrohrtemperatur. Temperaturabfall und leichter Anstieg zum Blowdown-Ende hin sind durch Massenstrom- bzw. Wärmeübergangszahlenverlauf erklärt.

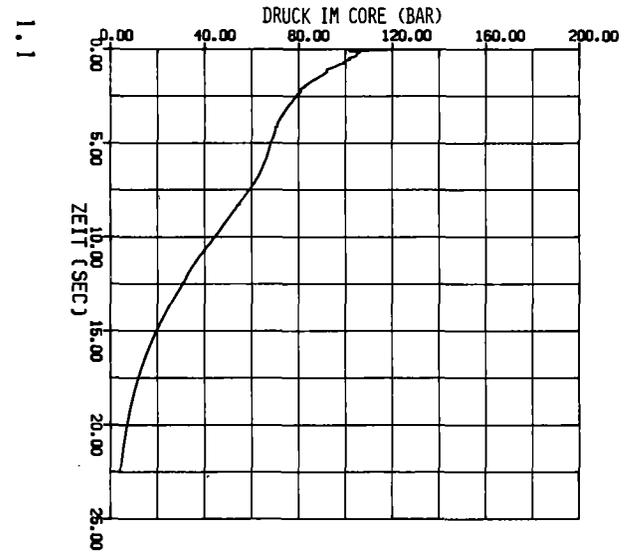
Eine plastische Deformation des Hüllrohres durch Temperatur- und Innendruckbelastung ist von dem Zeitpunkt an möglich, bei dem der Systemdruck den Spaltgasdruck unterschreitet; bei einem Spaltgasdruck um 70 bar also ab ca. 5 sec nach Blowdown-Beginn. Im vorliegenden Fall des in Abb. 1.4 dargestellten Temperaturverlaufs trägt nur der Temperaturpeak bei $t \approx 8$ sec ($T \approx 900^\circ\text{C}$) innerhalb eines kleinen Zeitintervalles zu einer merklichen plastischen Hüllrohrdeformation bei, da danach die Hüllrohrtemperatur steil auf Werte unter 700°C abfällt, wo auch bei Innendruckbelastungen von 70 bar plastische Deformationsgeschwindigkeiten $\dot{\epsilon}$ gering sind. Die Abb. 3 gibt den Zusammenhang zwischen $\dot{\epsilon}$ und der Spannung (bzw. dem Differenzdruck) sowie der Temperatur wieder /25/; dabei ist die Spannung auf ein unverformtes Hüllrohr bezogen.



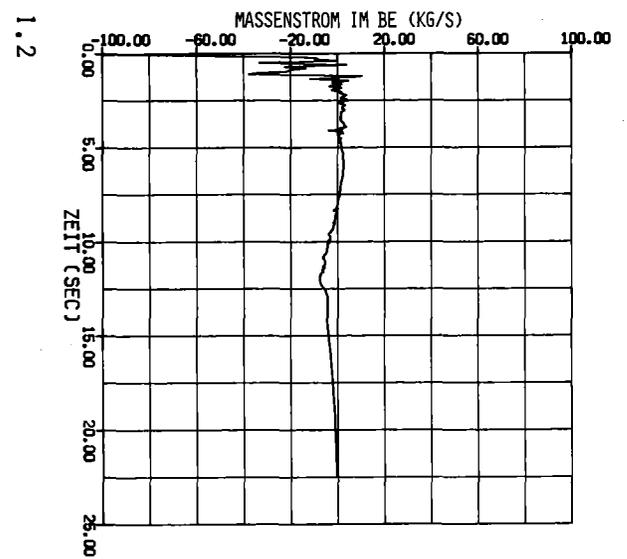
1.4



1.3

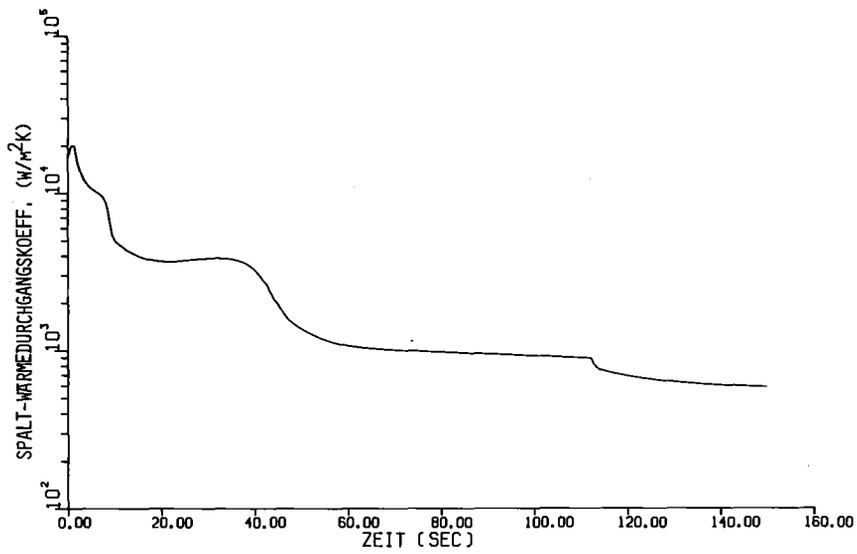


1.1

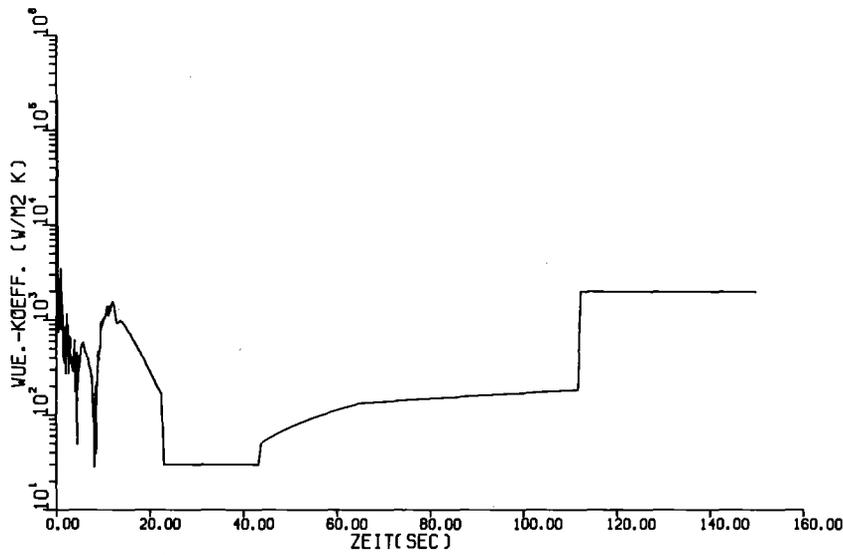


1.2

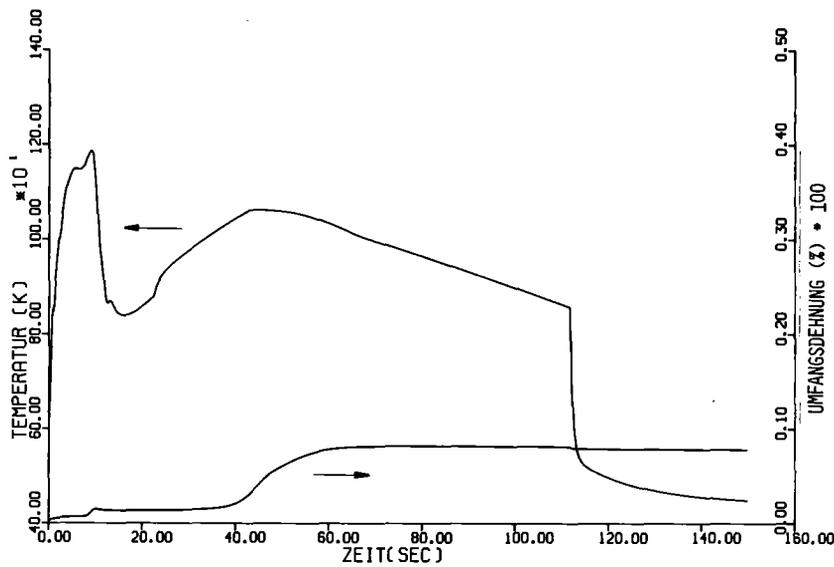
Abb. 1: Zeitlicher Verlauf von Kühlmitteldruck (1.1) und -massenstrom (1.2) im Referenz-Brennelement sowie typische Transienten der Wärmeübergangskoeffizienten (1.3) und Hüllrohr- und Kühlmitteltemperaturen (1.4) in einem Heißkanal während der Blowdown-Phase (RELAP4/SSYST)



2.1



2.2



2.3

Abb. 2: Zeitlicher Verlauf von Spalt-Wärmedurchgangszahl (2.1), Wärmeübergangskoeffizient (2.2) sowie von Hüllrohrtemperatur und -umfangsdehnung (2.3) für einen Heißstab bei einem (2F-) KVS nach RELAP4/SSYST

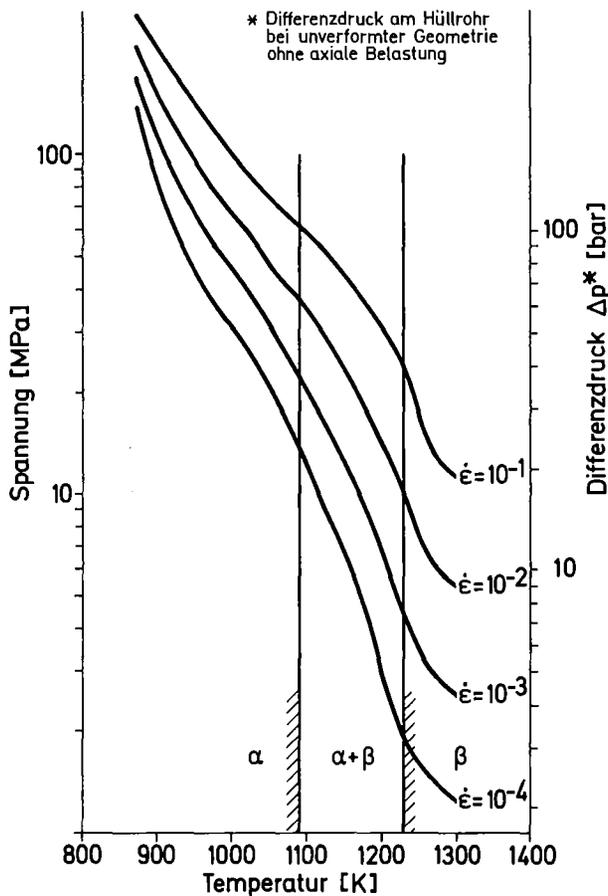


Abb. 3:
Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit von Spannung (bzw. Differenzdruck Δp) und Temperatur bezogen auf unverformte Hüllrohrgeometrie

Für einige Stäbe des Referenz-Brennelementes wurden maximale Hüllrohrumfangsdehnungen am Blowdown-Ende von ca. 5 % berechnet. Die entsprechende Verringerung der Wärmedurchgangszahl im Spalt bewirkt eine Verzögerung der Abfuhr der Wärmeenergie aus dem Brennstoff in die Wiederauffüll- und Flutphase hinein, kann also einen erheblichen Beitrag zum Temperaturanstieg des Hüllrohres in der "Aufheizphase" nach dem Blowdown liefern. Die Abb. 2.1 zeigt einen typischen zeitlichen Verlauf der Wärmedurchgangszahl durch alle drei Phasen des Störfalles hindurch (dieser Darstellung entsprechen die Verläufe von Hüllrohrtemperatur und -dehnung von Abb. 2.3).

Die Einspeisung von Notkühlwasser aus den Druckspeichern beginnt bei einem Primärsystemdruck von 26 bar, also ca. 12 bis 15 sec nach Störfallbeginn. Auf die Simulation der Notkühlwassereinspeisung während der Blowdown-Phase mußte hier verzichtet werden, da die verwendete Version von RELAP4 dafür ungeeignet ist. Der Verlauf der Hüllrohrtemperatur in Abb. 1.4 ist somit repräsentativ für den Fall unwirksamer Notkühlung während der Blowdown-Phase.

Der Zustand der Brennstäbe des Referenz-Brennelementes am Ende des Blowdown kann sehr grob folgendermaßen gekennzeichnet werden:

- maximale Hüllrohrtemperaturen
(in Brennstabmitte) zwischen 500 °C und 700 °C
- Hüllrohrumfangsdehnungen bis $\epsilon \approx 5\%$ sind für die Brennstäbe der hochbelasteten Stabklasse 3 (Abb. A-4) möglich.

Wiederauffüllphase

Von den Druckspeichern und ab ca. 25 sec nach Störfallbeginn auch von den ND-Pumpensystemen wird Notkühlwasser in den Reaktordruckbehälter eingespeist. Die Wiederauffüllphase ist beendet, wenn der ansteigende Wasserspiegel im unteren Teil des Druckbehälters die Kernunterkante erreicht. Bis dahin werden die Brennstäbe durch Dampfströmung nur gering gekühlt, wobei Wärmeübergangszahlen zwischen 30 und 50 W/m²K gemessen worden sind. Unter den angegebenen Verfügbarkeitsannahmen der Notkühlsysteme und unter der Annahme eines Restwasserstandes Null im unteren Druckbehälterraum bei Blowdown-Ende dauert die Wiederauffüllphase ca. 20 sec lang. Innerhalb dieses Zeitraumes können die Hüllrohrtemperaturen eines heißen Stabes an der höchstbelasteten axialen Position um 150 bis 200 K ansteigen. Abhängig vom Temperaturniveau und der Druckdifferenz Δp am Hüllrohr kann sich das Hüllrohr plastisch verformen (Abb. 2.3, Δp hier ≈ 65 bar bei einem Druck von 4 bar im Druckbehälter).

Flutphase

Das von unten in das Core eindringende Flutwasser führt zu lokalem Aufschäumen des Wassers und zur Wiederbenetzung. Der nach oben strömende Dampf, in dem Wassertropfen mitgerissen werden, verbessert den Wärmeübergang an den noch nicht benetzten axialen Stabpositionen. Abb. 2.2 zeigt beispielhaft den zeitlichen Verlauf der Wärmeübergangszahlen (bezogen auf Sättigungstemperatur des Kühlmittels von ca. 400 K) in der Flutphase an einer axialen Stabposition etwas oberhalb der Coremitte, beginnend mit 50 W/m²K bei Flutbeginn. Die betrachtete axiale Position wird bei ca. $t = 110$ sec wiederbenetzt. Der entsprechende zeitliche Verlauf von Hüllrohrtemperatur und -umfangsdehnung ist in Abb. 2.3 dargestellt. Bei gegebenen Kühlungsbedingungen ist die zu Beginn der Flutphase noch gespeicherte Wärme im Brennstoff (einschließlich der Nachwärmeerzeugung) maßgebend für die erreichte maximale Hüllrohrtemperatur und damit auch für die Hüllrohrdeformation, wobei bei zunehmender Dehnung Rückkopplungseffekte über den verschlechterten Spaltwärmedurchgang (Erhöhung des

Temperaturniveaus im Brennstoff) auftreten; diese Rückkopplungseffekte können andererseits durch die zunehmende Verbesserung der Kühlungsbedingungen aufgefangen werden.

2.2 Vorgehensweise bei der deterministischen Analyse des Brennstabverhaltens und Charakterisierung der verwendeten Rechenprogramme

Das analytische Vorgehen kann in drei Abschnitte eingeteilt werden:

1. Primärsystemanalyse zur Simulation der Blowdown-Phase mit RELAP4. Die zeitlichen Verläufe von Kühlmitteldruck und Kühlmittelenthalpie im oberen und unteren Reaktorplenum sind die transienten Randbedingungen für die anschließende thermo- und fluiddynamische Einzelkanalanalyse.
2. Einzelkanalanalyse mit RELAP4 für die Blowdown-Phase auf der Grundlage der Ergebnisse von 1. Die Einzelkanalanalyse liefert die transienten Randbedingungen (Wärmeübergangszahlen, Kühlmitteltemperaturen, Kühlmitteldrucke) innerhalb vorgegebener axialer Brennstab(Kühlkanal-)zonen im Rahmen der Analysen der thermischen und mechanischen Brennstabelastungen während des Blowdown mit SSYST.
3. Einzelstabanalyse für die gesamte Störfalltransiente mit dem Brennstabverhaltenscode SSYST.

Die hier verwendete Version von RELAP4 ist seit 1975 in Karlsruhe unter der Bezeichnung RELAP4(mod 2) implementiert. Vertiefte Beschreibungen von Modellen und Optionen sind in /20/ und /22/ enthalten, so daß in diesem Rahmen nur auf bemerkenswerte Unterschiede zu der neueren Version RELAP4-mod 6 / 1 / hingewiesen werden soll:

- RELAP4(mod 2) beschränkt sich auf die Simulation der Blowdown-Phase; darüberhinaus enthält das Programm keine fortgeschrittenen Modelle zur Beschreibung des mechanischen Brennstabverhaltens. Der Spalt zwischen Brennstoff und Hülle wird als wärmeleitende Ringzone dargestellt, wobei die Veränderung des Wärmedurchgangs im Spalt infolge thermischer Dehnung von Brennstoff und Hülle durch ein einfaches "gap expansion model" erfaßt wird.
- Zweiphasiges Fluid wird als homogene Mischung dargestellt, wobei Wasser und Dampf miteinander im thermischen Gleichgewicht stehen. Eine näherungsweise getrennte Behandlung beider Phasenströme, wie sie in

RELAP4- mod 6 etwa durch das "vertical slip model" gegeben ist, fehlt. Deshalb ist die Simulation der Einspeisung von Notkühlwasser aus den Druckspeichern (Gegenstrom von Dampf und Wasser im Ringraum innerhalb des Druckbehälters) nicht sinnvoll möglich.

- Zur Beschreibung kritischer Strömung im Leck (bei zweiphasigem Fluid) kann das homogene Gleichgewichtsmodell oder das Moody-Modell verwendet werden. Zur Beschreibung kritischer Strömung bei unterkühltem Fluid ist das in den unterkühlten Bereich extrapolierte Modell von Henry-Fauske nachträglich in der Karlsruher Version von RELAP4(mod 2) verfügbar gemacht worden.
- Die Wärmeübertragungsmodelle in RELAP4(mod 2) basieren auf denen des Programmes THETA1-B /23/.

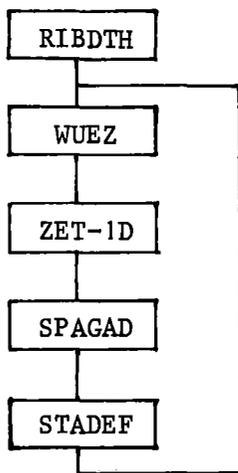
Es sei an dieser Stelle erwähnt, daß für den hier untersuchten Störfall Vergleichsrechnungen mit RELAP4-mod6 durchgeführt worden sind, wobei, soweit das möglich war, gleiche Modelle bzw. Modellannahmen zugrunde gelegt worden sind (homogenes Fluid, keine Einspeisung von Notkühlwasser; aber: Henry-Fauske-Modell für kritische Strömung bei gesättigtem Fluidzustand, RELAP4-mod 6-eigene Wärmeübergangslogik und Wärmeübergangskorrelationen). Die Ergebnisse zeigen sowohl qualitativ als auch quantitativ gute Übereinstimmungen des Primärsystemverhaltens (Druck- und Massenstromverlauf im Core, Verlauf von Wärmeübergangskoeffizienten und Kühlmittelenthalpien im mittleren Kanal).

Das Programmsystem SSYST ist entwickelt worden, um das Verhalten von Brennstäben (oder Brennstabsimulatoren) unter transienten thermischen und mechanischen Belastungen zu untersuchen, wie sie unter den Bedingungen eines Kühlmittelverluststörfalles typisch sind. SSYST besteht aus einer größeren Zahl separater, austauschbarer Moduln zur Beschreibung der physikalischen Phänomene des Brennstabverhaltens (Wärmeleitung, Geometrieänderungen von Brennstoff und Hülle, Wärmedurchgang im Spalt, Druck im Spalt), die mit einer SSYST-eigenen Sprache von Steuerbefehlen verkoppelt werden können. Zur Simulation des Brennstabverhaltens während der Blowdown-Phase werden Nachzerfallsleistung sowie die Randbedingungen Kühlmittel- und Druck, Kühlmitteltemperatur und Wärmeübergangskoeffizienten von RELAP4-Einzelkanalrechnungen übernommen. Für die Wiederauffüll- und Flutphase stehen dafür SSYST-eigene Moduln zur Verfügung. Das in SSYST zugrunde gelegte Stabmodell ist das Modell des isolierten Einzelstabes, thermische und mechanische Wechselwirkungen benachbarter Stäbe können nicht erfaßt werden. Außerdem kann zur Zeit die Rückwirkung von Hüll-

rohrdeformationen auf die Thermohydraulik im Unterkanal nicht berücksichtigt werden. Die thermischen und mechanischen Belastungen des Brennstabes werden als umfangssymmetrisch angenommen. Im folgenden werden die verwendeten physikalischen SSYST-Moduln anhand der Modulfolgen für transiente Anfangsrechnung, Blowdown-Phase sowie Wiederauffüll- und Flutphase stichwortartig vorgestellt. Ausführliche Beschreibungen sind in der Dokumentation von SSYST-1 /3/ enthalten.

Transiente Anfangsrechnung

Die Anfangsrechnung liefert als Ergebnis den Druck im Spalt und die Temperaturverteilung im Brennstab als Ausgangszustand vor Eintritt des Kühlmittelverluststörfalles. Stableistung und Leistungsverteilung, axialer Verlauf von Kühlmitteltemperaturen, Druck im Kühlkanal und Wärmeübertragungskoeffizienten sind Eingabedaten und können von einer RELAP4-Einzelkanalrechnung übernommen werden. Die Anfangsrechnung durchläuft die Moduln



transiente Rechnung bis zum stationären Anfangszustand

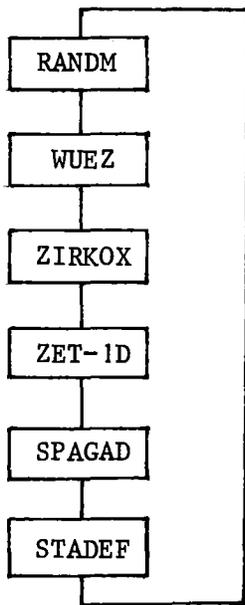
Der Modul RIBDTH berechnet die Konzentration der Spaltprodukte im Brennstab als Funktion des Abbrandes.

Der Modul SPAGAD berechnet aus den Konzentrationen der gasförmigen Spaltprodukte, dem He-Vordruck, dem Volumen von Spalt, unterem und oberem Spaltgasraum sowie einer volumengemittelten Temperatur den stationären Spaltgasdruck. In WUEZ werden Wärmedurchgangskoeffizienten für den Gasspalt ermittelt. Die dabei berücksichtigten thermo-physikalischen Vorgänge sind Strahlung, Wärmeleitung im Gas und Wärmeübergang bei Kontakt Brennstoff-Hülle. Der Modul ZET-1D berechnet den transienten radialen Temperaturverlauf im Brennstab und STADEF die thermo-elastischen Dehnungen des Brennstoffes sowie die thermo-elastischen und plastischen Deformationen des Hüllrohres, wobei das Modell für die Hüllrohrdeformation auf der Theorie der rotationssymmetrischen Verformung von Kreiszyinderschalen beruht; dabei wird die Wandstärkenabnahme

bei der Verformung in Betracht gezogen. Größere plastische Hüllrohrdeformationen können freilich erst durch die thermischen und mechanischen Belastungen des Hüllrohres während der Störfalltransiente auftreten. Zu ihrer Beschreibung enthält STADEF ein ZRY-Kriechmodell von Raff /24/.

Blowdown-Rechnung

In die zuvor angegebene Modulfolge für eine transiente Rechnung kommen noch die Moduln RANDM und ZIRKOX dazu:



Der Modul RANDM bereitet die von RELAP4-Einzelkanalanalysen bereitgestellten Randbedingungen und den zeitlichen Verlauf der Nachzerfallsleistung für die SSYST-Rechnungen auf. ZIRKOX berechnet die infolge der Zirkon-Wasser-Reaktion freiwerdende Reaktionswärme, eine zusätzliche Wärmequelle bei der Berechnung der Hüllrohrtemperaturen, sowie die Schichtdicke des Zirkonoxids, die in STADEF in der Weise berücksichtigt wird, daß die Oxidschicht keine Spannungen aufnehmen kann. Die Reaktionsrate wird in ZIRKOX durch die Baker-Just-Beziehung dargestellt.

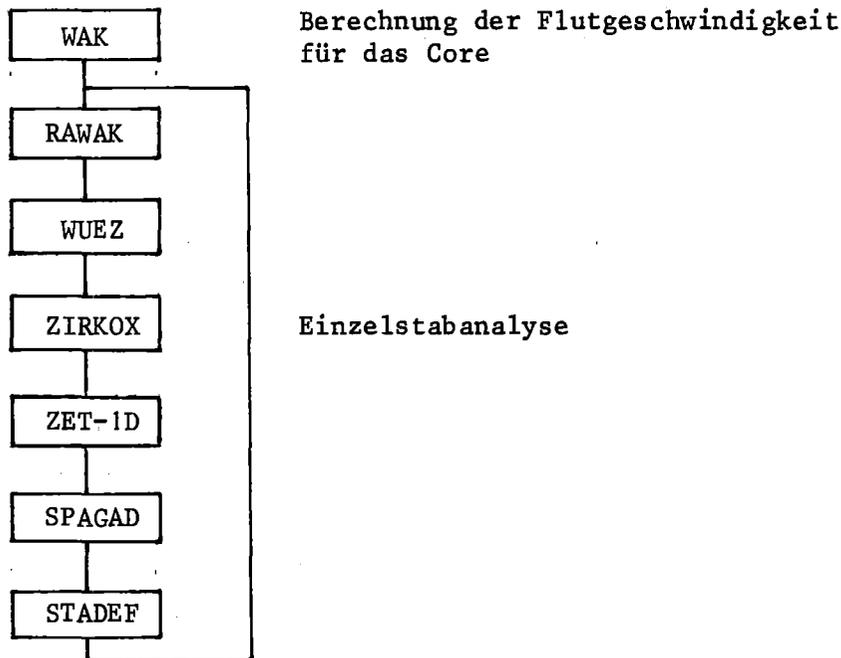
Wiederauffüll- und Flutphase

Die Simulation der Wiederauffüll- und Flutphase in SSYST ist in zwei Verfahrensschritte eingeteilt:

1. Berechnung der Flutgeschwindigkeit für das ganze Core in Abhängigkeit von den kalt- und heißseitigen Einspeiseraten mit dem Modul WAK.

2. Thermische und mechanische Einzelstabanalyse

Die entsprechende Modulfolge ist



Der Modul WAK verwendet einfache quasistationäre thermohydraulische Modelle für die Berechnung der Flutgeschwindigkeit im Core. Die Geschwindigkeit des aufsteigenden Wasserspiegels wird von der Druckdifferenz aufgrund der unterschiedlichen Wasserspiegelhöhe im Core und im Ringraum bestimmt. Der Gegen- druck im oberen Reaktorplenum ist abhängig vom Abströmwiderstand für den durch das heißseitige Leck entweichenden Dampf und vom Kondensationswirkungs- grad infolge der Heißeinspeisung. Die Benetzung der Stäbe erfolgt stets auf der Höhe des Wasserspiegels (ebene Quenchfront). Die Nachzerfallswärme heizt im benetzten Bereich des Cores das Kühlmittel auf Sättigung auf, der von da an produzierte Dampf bleibt bei der Vorkühlung der nichtbenetzten Coreberei- che auf Sättigungstemperaturen (Nebelkühlung bei vorgegebenem Wärmestrom). Quenchen des Kerns von oben als Folge der Heißeinspeisung wird nicht berück- sichtigt.

Der Modul RAWAK stellt, nach der Berechnung der Flutgeschwindigkeit im Core durch WAK, die transienten Randbedingungen für die Einzelstabanalyse bereit. Für die Wärmeübergangskoeffizienten oberhalb der Quenchfront wird eine em- pirische Korrelation verwendet, auf die in Kap. 4.1 noch eingegangen wird.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, daß im Hinblick auf die Anwendung von SSSYST

für probabilistische Analysen, wie sie im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt worden sind, die Datenübergabe und Datenverwaltung innerhalb SSYST in Richtung auf möglichst geringe Rechenzeiten hin optimiert worden sind, so daß für eine typische Brennstabverhaltensanalyse (Kap. 2.3) eine Rechenzeit von ca. 2 Minuten auf der Rechenanlage IBM-3033 benötigt wird /26/.

2.3 Ergebnisse deterministischer Analysen für den Einzelstab

Für einen Brennstab aus der hochbelasteten Stabklasse 3 des Referenz-Brennelementes werden deterministische Rechenergebnisse vorgestellt und diskutiert. Dabei soll der Einfluß einiger wichtiger Variablen auf den Verlauf der Hüllrohrtemperaturen und Hüllrohrumfangsdehnungen deutlich gemacht werden. In Kap. 4.1 werden die für die probabilistischen Analysen als "unsicher" betrachteten Variablen erklärt, darauf wird im folgenden gegebenenfalls Bezug genommen. Für die Rechnungen wurde der Brennstab in 22 axiale Zonen eingeteilt, d.h. in 20 aktive Zonen zu je 19,5 cm Länge sowie ein oberes und ein unteres Gasplenum. Die Abb.A-5 zeigt diese Einteilung und den zugrunde gelegten nominellen relativen axialen Leistungsverlauf, dem ein axialer Leistungsformfaktor von 1,3 bei cosinusförmigem Leistungsprofil entspricht. Bezogen auf die maximalen spezifischen Stableistungen innerhalb der Zonen bei dem zugrunde gelegten cosinusförmigen Leistungsprofil liegt der Diskretisierungsfehler für die inneren sechs hochbelasteten Brennstabzonen zwischen 0,5 und 1,5 %. In Anbetracht fehlender detaillierter Information über eine realistische axiale Leistungsverteilung - der zugrunde gelegte Verlauf wurde in Anlehnung an konservative Störfalluntersuchungen gewählt - und zusätzlicher vereinfachender Modellannahmen (Vernachlässigung des Abstandshaltereinflusses auf den axialen Temperatur- und Dehnungsverlauf am Hüllrohr) erschien eine feinere axiale Zoneneinteilung unangemessen. Die folgenden Rechenergebnisse beziehen sich auf die axiale Zone 12 etwas oberhalb der Brennstabmitte. In Tab. 1 sind für die einzelnen SSYST-Rechnungen die zugrunde gelegten Annahmen (Spalten 1-8) und die ausgewählten Ergebnisse angegeben (Spalte 9: zentrale und mittlere Brennstofftemperaturen im stationären Ausgangszustand bzw. am Blowdown-Ende; Spalte 10: Hüllrohrtemperatur und Hüllrohrumfangsdehnung am Blowdown-Ende; Spalte 11: maximale Hüllrohrtemperatur und maximale Hüllrohrumfangsdehnung in der Wiederauffüll-/Flutphase). Die Abb.A-6 gibt Verläufe der mit RELAP4 ermittelten Wärmeübergangskoeffizienten für die Blowdown-Phase an, die obere Kurve den angenommenen nominellen, die untere einen durch einen Multiplikator (hier mit 0,75 angenommen) für die Wärmeübergangsbeziehungen nach DNB variierten Verlauf (s.Kap. 4.1, S. 52). Der den betrachteten Simulationen zugrunde gelegte Verlauf

Sim. Nr.	1 fq/ spez. Stableistung (W/cm)	2 Reaktorleistung (%)	3 Multiplikator der Nach- zerfallsleistung	4 stationärer Spaltgasdruck (bar)	5 Wärmedurch- gangszahl Spalt stationär (W/m ² K)	6 Wärmeleitf./ spez. Wärmekapaz. UO ₂	7 statist. Faktor der ZRY- Kriechgeschw.	8 Wärmeübergangs- koeff. nach DNB Blowdown-Phase	9 max. u. mittlere Brennstofftemp. stat./Blowd.-Ende (K)	10 Hüllrohrtemp./ Hüllrohrdehnung Blowdown-Ende (K)/(%)	11 max. Hüllrohrtemp./ -dehnung nach Blowdown (K)/(%)
7	1.95/400	100	1	70	17500	nom.	1.0/nom.	nom. (RELAP4)	1780 825 1220 800	760/< 1	900/< 1
13	2.5 /545	106	1	70	17800	nom.	1.0/nom.	nom.	2305 960 1495 922	855/1.2	1048/5.5
8	2.5 /545	106	1.2	70	17800	nom.	1.0/nom.	nom.	2305 990 1495 948	880/1.2	1083/21
14	2.5 /545	106	1.2	70	17800	nom.	1.5/max.	nom.	2305 998 1495 955	880/1.8	1084/29
15	2.5 /545	106	1.2	70	12500	nom.	1.5/max.	nom.	2380 1073 1560 1021	898/3.8	1088/berst.
16	1.95/400	100	1	70	17500	nom.x0.9/ nom.x1.1	1.0/nom.	nom.	1935 880 1290 845	800/< 1	928/< 1
17	1.95/400	100	1	70	8700	"	1.0/nom.	nom.	2085 938 1407 897	835/< 1	965/< 1
18	1.95/400	100	1	70	8700	"	1.0/nom.	nom.x0.75	2085 980 1407 980	880/< 1	1006/1.5
20	2.15/442	100	1.2	70	10000	"	1.0/nom.	"	2225 1055 1475 1005	930/1.0	1080/15
21	2.15/442	100	1.2	70	10000	"	1.5/max.	"	2225 1060 1475 1006	930/1.5	1075/21.5
22	2.35/485	100	1.2	70	12000	"	1.5/max.	"	2360 1135 1542 1076	958/3.5	1085/berst.
23	2.35/485	100	1.2	62	12000	"	1.5/max.	"	2360 1100 1540 1045	963/1.5	1105/40

Tab. 1: Einfluß von Parametervariationen (Spalten 1-8) auf Brennstoff- und Hüllrohrtemperaturen sowie Hüllrohrumfangsdehnungen (Spalten 9-11) eines heißen Brennstabes (\sim Brennstabmitte) unter (2F-) KVS-Bedingungen (SSYST)

der Wärmeübergangskoeffizienten bis zum Wiederbenetzen in der Flutphase ist in Ab.A-7 dargestellt; Unterschiede in den Quenchzeiten, die an festen axialen Stabpositionen für alle Brennstäbe des Reaktors als gleich angenommen werden, sind durch unterschiedliche stationäre Reaktorleistungen und unterschiedliche Nachzerfallsleistungen erklärt. Der Wärmeübergangskoeffizient in der Wiederauffüllphase wird hier mit $30 \text{ W/m}^2\text{K}$ angenommen, in der Flutphase steigt er von $50 \text{ W/m}^2\text{K}$ bis zum Quenchen kontinuierlich an, auf die verwendete empirische Korrelation wird in Kap. 4.1, S. 54, eingegangen; die dort eingeführten Variablen α_0 und α_1 betragen für die hier zu diskutierenden Beispiele $\alpha_0 = 50 \text{ W/m}^2\text{K}$ und $\alpha_1 = 1$. Mit Ausnahme der Sim. 23 (Tab. 1) beträgt der stationäre Spaltgasdruck 70 bar.

Das erste zu betrachtende Beispiel betrifft die Simulation 7 (Tab. 1). Die stationäre spezifische Brennstableistung von 400 W/cm in Zone 12 eines heißen Stabes aus Stabklasse 3 des Referenz-Brennelementes bei 100% Reaktorleistung kann als nominell angesehen werden, ihr entspricht bei einer mittleren spezifischen Brennstableistung von 206 W/cm (gemittelt über alle Stäbe des Reaktors) ein Leistungsfaktor $f_q = 1,95$. Mit den in der Tab. 1 angegebenen Annahmen (z.B. einer Spaltwärmedurchgangszahl im stationären Ausgangszustand von $1,75 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2\text{K}$) ergibt sich eine maximale Hüllrohrtemperatur in der Aufheizphase nach dem Blowdown von 900 K und eine Hüllrohrumfangsdehnung $< 1\%$ (Abb. A-8 und A-9). Die Erhöhung der Reaktorleistung auf 106% und, bei Berücksichtigung lokaler Leistungsunsicherheiten, des Leistungsfaktors auf $f_q = 2,5$ ($q' = 545 \text{ W/cm}$, Sim. 13) führt auf eine maximale Hüllrohrtemperatur von 1048 K und eine maximale Hüllrohrumfangsdehnung von $5,5\%$. Eine Erhöhung der Nachzerfallsleistung um 20% (Sim. 8) ergibt eine um 25 K höhere Hüllrohrtemperatur am Blowdown-Ende und führt auf Maximalwerte von Hüllrohrtemperatur und -dehnung von 1083 K bzw. 21% . Der Einfluß der Unsicherheit im ZRY-Kriechmodell des SSYST-Moduls STADEF geht aus Sim. 14 hervor. Das Modell enthält bei gegebener Hüllrohrtemperatur und -spannung Streubreiten für die plastische Deformationsgeschwindigkeit. Während bei Sim. 8 von nominellen (mittleren) Deformationsgeschwindigkeiten ausgegangen wurde, ist bei Sim. 14 mit oberen Grenzwerten gerechnet worden; die Hüllrohrdehnung steigt von 21% auf 29% an (Abb. A-9). Abb. A-10 zeigt für das Simulationsbeispiel 14 den zeitabhängigen Verlauf der Hüllrohrtemperatur und, von Blowdown-Ende an, den der mittleren und zentralen Brennstofftemperaturen. Außerdem ist der Verlauf der Hüllrohrumfangsdehnung und deren Rückwirkung auf die Wärmedurchgangszahl im Spalt dargestellt. Man erkennt, daß hier der Zeitpunkt des Maximums der Hüllrohrtemperatur in der Wiederauffüll- und Flutphase zusammenfällt mit dem Zeitpunkt des Flutbeginns bei $t \approx 43 \text{ sec}$.

Von da an ist wegen der starken Verringerung der Wärmedurchgangszahl im Spalt die Wärmeabfuhr vom Hüllrohr an den vorbeiströmenden Satttdampf bei von 50 bis 200 W/m²K zunehmenden Wärmeübergangskoeffizienten größer ($t = 45 \text{ sec: } q'' \approx 3.5 \text{ W/cm}^2$; $t = 120 \text{ sec: } q'' \approx 7.0 \text{ W/cm}^2$) als die Wärmezufuhr vom Brennstoff durch den Spalt zum Hüllrohr (bei $t = 120 \text{ sec}$ beträgt der Wärmestrom an der Hüllrohrinnenwand auf Grund der Nachzerfallsleistung ca. $5,7 \text{ W/cm}^2$). Während die Hüllrohrtemperatur von Flutbeginn an abnimmt, steigt die Hüllrohrdehnung bei abnehmender Deformationsgeschwindigkeit weiter an und erreicht bei ca. 60 sec ihr Maximum von 29%.

Bei Sim. 15 ist die Spaltwärmedurchgangszahl im stationären Anfangszustand auf $12500 \text{ W/m}^2\text{K}$ gesenkt worden, das Temperaturniveau im Brennstoff wird um ca. 70 K erhöht. Die Zunahme der gespeicherten Wärme führt zum Bersten des Hüllrohres in der Wiederauffüllphase bei einer Umfangsdehnung $>50\%$ (Abb. A-9).

Die Simulationsbeispiele 16 bis 18 (Tab. 1) gehen wie Sim. 7 von einer spezifischen Brennstableistung von 400 W/cm in Zone 12 aus. Hier sind die Wärmeleitfähigkeit und die spezifische Wärmekapazität des Brennstoffs innerhalb ihrer Streubreiten auf die unteren bzw. oberen Grenzwerte gesetzt worden (s. Kap. 4.1, S.55), sind zusätzlich die stationäre Wärmedurchgangszahl im Spalt von 17500 auf $8700 \text{ W/m}^2\text{K}$ gesenkt (Sim. 17) und der Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten in der Blowdown-Phase entsprechend Abb. A-6 variiert worden (Sim. 18). Diese veränderten Bedingungen führen bei Sim. 18 im Vergleich zu Sim. 7 zu einer Erhöhung der maximalen Hüllrohrtemperatur von 900 K auf 1006 K bei einer Umfangsdehnung von 1,5%, s. Abb. A-11 und A-12. Eine in Sim. 20 vorgenommene Erhöhung der spezifischen Brennstableistung um 10% auf 442 W/cm und der Nachzerfallsleistung um 20% bewirkt eine maximale Hüllrohrtemperatur von 1080 K und eine maximale Hüllrohrumfangsdehnung von 15% bzw., nach Variation des Parameters der plastischen Deformationsgeschwindigkeit in Sim. 21, auf 21,5%. Eine weitere Erhöhung der spezifischen Brennstableistung auf 485 W/cm schließlich führt zum Bersten des Hüllrohres in der Wiederauffüllphase (Sim. 22, Abb. A-12). Hier würde eine Reduzierung des stationären Spaltgasdruckes von 70 bar auf 62 bar entsprechend Sim. 23 auf eine maximale Hüllrohrumfangsdehnung von 40% führen.

Diese Beispiele machen den dominierenden Einfluß der lokalen Brennstableistung auf das Hüllrohrverhalten unter den vorgegebenen Störfallbedingungen deutlich und zeigen außerdem, daß die Unsicherheiten anderer betrachteter Einflußvariabler (Nachzerfallsleistung, stationärer Wärmedurchgang im Spalt, Parameter der plastischen Deformationsgeschwindigkeit des ZRY-Kriechmodells u. a.) in der Wechselwirkung mit hohen stationären lokalen Brennstableistungen die Größe der Hüllrohrdeformationen in starkem Maße mitbestimmen können.

3. Theoretische Grundlagen und Vorgehensweisen zur probabilistischen Analyse des Brennstabverhaltens

3.1 Fragestellungen und Lösungsmöglichkeiten

Eine eindeutige deterministische Vorhersage der Störfallfolgen, am Beispiel des Brennstabverhaltens seien das zunächst die maximale Hüllrohrtemperatur und die größte erreichte Umfangsdehnung des Hüllrohres eines ausgewählten Brennstabes, ist nicht möglich, weil es eine Anzahl physikalischer Einflußgrößen und Modellparameter gibt, die mit "Unsicherheit" behaftet sind und innerhalb der ihnen zugeordneten Streubreiten kontinuierlich oder diskret alle möglichen Werte annehmen können. Infolgedessen gibt es ein Spektrum erreichbarer Störfallkonsequenzen. Charakterisiert man die Unsicherheiten dieser Variablen durch Verteilungsfunktionen, die entweder bekannt sind oder aber, je nach Umfang vorliegender Beobachtungen und Erkenntnisse, abgeschätzt oder erraten werden, dann sind auch die Folgen, z.B. die maximale Hüllrohrtemperatur und die maximale Hüllrohrumfangsdehnung eines Brennstabes zufällig und also verteilt. Das Ziel der probabilistischen Analyse ist es, diese Verteilungen abzuschätzen.

Es seien $\{X_i\}_{i=1, \dots, n}$ zufällige physikalische Einflußvariable und Modellparameter, Y die zufällige Systemantwort. Die Transformation der $\{X_1, \dots, X_n\}$ auf Y

$$y = f(X_1, \dots, X_n) \quad (3.1)$$

sei implizit über ein Computerprogramm(system) "beliebig kompliziert" gegeben. Einschränkend wird im folgenden angenommen, daß die $\{X_i\}$ unabhängige, kontinuierlich verteilte Zufallsvariable sind mit Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $g_i(x_i)$,

$$\int_{x_i^{\min}}^{x_i^{\max}} g_i(x_i) dx_i = 1, \quad i = 1 \dots n \quad (3.2)$$

und daß Y über den Wertebereich $[y^{\min}, y^{\max}]$ stetig ist. Gesucht ist die Dichtefunktion $h(y)$ bzw. die Verteilungsfunktion

$$F(y^*) = \text{prob}(Y \leq y^*) = \int_{y^{\min}}^{y^*} h(y) dy \quad (3.3)$$

Die Wahrscheinlichkeit $\text{prob}(Y \leq y^*)$ quantifiziert den Sicherheitsabstand der Störfallfolge Y von einem vorgegebenen kritischen Grenzwert y^* , $y^{\min} < y^* \leq y^{\max}$. In die Beurteilung von $\text{prob}(Y \geq y^*) = 1 - F(y^*)$ gehen die möglichen Folgeschäden bei $Y \geq y^*$ ein.

Eine exakte analytische Ableitung von $h(y)$ bzw. $F(y^*)$ ist für alle hier betrachteten zufälligen Variablen Y ausgeschlossen, Lösungsmöglichkeiten lassen sich nur über Approximationsverfahren finden. Die Approximationsverfahren, die sich zur Lösung des Problems anbieten, zeichnen sich dadurch aus, daß zunächst eine mehr oder weniger große Anzahl von Simulationsexperimenten mit dem das Brennstabverhalten deterministisch beschreibenden Programm(system) durchgeführt werden müssen. Bei der Auswahl eines geeigneten Verfahrens waren folgende wesentliche Aspekte zu beachten:

1. Die für die Simulationsexperimente einzusetzenden deterministischen Rechenprogramme sind rechenzeitintensiv. Im Hinblick auf die Anwendung von SSYST erschien eine obere Grenze von ca. 100 SSYST-Simulationen noch als praktikabel.
2. Es interessieren insbesondere auch die Randbereiche der Dichtefunktionen $h(y)$, d.h. die Bereiche hoher maximaler Hüllrohrtemperaturen und großer Hüllrohrumfangsdehnungen mit geringen Wahrscheinlichkeiten.
3. Die Einführung von Dichtefunktionen $g_i(x_i)$, die die "Unsicherheit" der Einflußvariablen $\{X_i\}$ repräsentieren, unterliegt zu einem großen Teil Kriterien des "engineering judgement" - sie sind selbst unsicher; deshalb soll das Verfahren es erlauben, den Einfluß von Variationen der $g_i(x_i)$ (innerhalb festgelegter Streubreiten (x_i^{\min}, x_i^{\max})) auf die Verteilung von Y zu untersuchen.
4. Das Verfahren soll Kriterien bereitstellen, anhand derer eine qualitative Rangfolge für den Einfluß der $\{X_i\}$ auf Y angegeben werden kann.
5. Der Übergang von der Einzelstabanalyse zur probabilistischen Betrachtung des Brennelementverhaltens soll ohne zusätzlichen Aufwand an Simulationsexperimenten mit dem Originalcode SSYST erfolgen, d.h. die Er-

kenntnisse hinsichtlich des Verhaltens der einzelnen (isolierten) Stäbe des Brennelements sollen Grundlage für die Untersuchung des gemeinsamen Verhaltens der Brennstäbe innerhalb des Stabensembles sein.

Eine zunächst recht grobe Einteilung von Approximationsmethoden kann durch die Unterscheidung zwischen direkten Simulationsverfahren in Form von Stichproben (Monte Carlo)-Verfahren und den sogenannten "response surface"-Verfahren vorgenommen werden. Dabei stellen die "response surface"-Approximationen, wie noch deutlich werden wird, nur einen Teilaspekt innerhalb der allgemein unter "response surface"-Methodik verstandenen Gesamtstrategie dar; bei der vorgenommenen Einteilung liegt die Betonung auf dem Unterschied zwischen direkten und indirekten probabilistischen Vorgehensweisen.

3.2 Direkte Simulationsverfahren / Monte Carlo-Verfahren

Die Berechnung von Parametern Ch_y der Dichtefunktion $h(y)$, wie z.B. des Erwartungswertes μ_y und der Varianz σ_y^2 , oder der Verteilungsfunktion $F(y^*) = \text{prob}(Y \leq y^*)$ läuft auf die Auswertung mehrfacher Integrale (bei mehr als einer unabhängigen Variablen X_i) hinaus:

$$Ch_y = \int \dots \int r(y) g_1(x_1) \dots g_n(x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (3.4)$$

Ch_y ist p. def. Erwartungswert von $r(y)$.

Für $r_1(y) = y = f(X_1, \dots, X_n)$,

$r_2(y) = (y - \mu_y)^2$,

$r_3(y) = I(y)$ gilt

$$Ch_y^1 = \mu_y = \int \dots \int y g_1(x_1) \dots g_n(x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (3.4.1)$$

$$Ch_y^2 = \sigma_y^2 = \int \dots \int (y - \mu_y)^2 g_1(x_1) \dots g_n(x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (3.4.2)$$

$$\begin{aligned} Ch_y^3 &= \text{prob}(Y \leq y^*) & (3.4.3) \\ &= \int \dots \int I(y) g_1(x_1) \dots g_n(x_n) dx_1 \dots dx_n \end{aligned}$$

mit der Indikatorfunktion $I(y)$:

$$\begin{aligned} I(y) &= 1, \text{ wenn } y \leq y^x \\ I(y) &= 0, \text{ wenn } y > y^x \end{aligned}$$

Mit Hilfe von Monte Carlo-Verfahren werden Schätzwerte für gesuchte Parameter von $h(y)$ ermittelt, z.B. für die angegebenen entsprechend Gl. (3.4.1-3.4.3), wobei zufällige Stichproben des Umfangs N für Kombinationen $(x_1^j, \dots, x_n^j)_{j=1..N}$ der $\{X_i\}$ entsprechend den Dichtefunktionen $g_i(x_i)$ "gezogen" werden, die zu N Systemantworten $\{y_j\}_{j=1..N}$ führen. Schätzfunktionen für μ_y , σ_y^2 und $F(y^x)$ auf der Grundlage von Standard-Monte Carlo-Verfahren sind

$$\hat{Ch}_y^1 = E\{Y\} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j \quad (3.5.1)$$

$$\hat{Ch}_y^2 = VAR\{Y\} = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (y_j - E\{Y\})^2 \quad (3.5.2)$$

$$\hat{Ch}_y^3 = \hat{F}(y^x) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I(y_j) \quad (3.5.3)$$

$$\begin{aligned} I(y_j) &= 1, \text{ wenn } y_j \leq y^x \\ I(y_j) &= 0, \text{ wenn } y_j > y^x \end{aligned}$$

Wegen des begrenzten Stichprobenumfangs sind die Schätzfunktionen $\hat{Ch}_y(N)$ selbst Zufallsvariable. Unter gewissen Annahmen über ihre Verteilungen ist es möglich, Konfidenzintervalle $[\hat{Ch}_y(N) - \Delta\hat{Ch}_y(N), \hat{Ch}_y(N) + \Delta\hat{Ch}_y(N)]$ zur Konfidenzzahl $1-\alpha$ anzugeben, innerhalb derer der wahre Wert Ch_y mit $1-\alpha$ der Wahrscheinlichkeit $(1-\alpha) \cdot 100\%$ liegt.

Die folgende Tabelle gibt im Hinblick auf die Beurteilungskriterien 1 und 2 (s. S. 23) Anhaltswerte über die Unschärfe der mit Standard-Monte Carlo-Verfahren abgeschätzten Verteilungsfunktionen in den Randbereichen der unbekannt Dichtefunktion $h(y)$. Angegeben sind Schätzwerte $\hat{F}(y^x)$ und die zugehörigen Konfidenzintervalle für die wahren Verteilungsfunktionen $F(y^x)$ zur Konfidenzzahl $1-\alpha = 0.95$ bei einem Stichprobenumfang von $N = 100$.

Schätzwert $\hat{F}(y^x)$	Konfidenzintervall für $F(y^x)$, $1-\alpha=0.95, N=100$
0.05	$[0.01, 0.09]$
0.1	$[0.04, 0.16]$
0.2	$[0.12, 0.28]$

Erscheint der Fehler der Schätzwerte noch als akzeptabel, zumal durch die Zuordnung von Konfidenzintervallen Fehlerschranken angegeben werden können, so muß anhand der Kriterien 3 und 5 die Standard-Monte Carlo-Methode als direktes Lösungsverfahren ausgeschlossen werden:

Zu 3.) Eine Untersuchung des Einflusses von Variationen der $g_i(x_i)$ auf $h(y)$ würde eine mehrfache Wiederholung der Monte Carlo-Experimente mit SSYST erfordern

Zu 5.) Ein Monte Carlo-Experiment zur probabilistischen Abschätzung des Brennelement-Verhaltens besteht aus 236 unabhängigen SSYST-Einzelstabwechnungen. $N=100$ zufällige Beobachtungen des Brennelement-Verhaltens würden demnach 236×100 SSYST-Simulationen erfordern.

3.3 "Response Surface" - Verfahren

Unter dem Oberbegriff "response surface"-Verfahren im Rahmen probabilistischer Anwendungen werden zwei Verfahrensschritte zusammengefaßt:

1. Konstruktion einer Ersatzfunktion $\hat{Y} = \hat{Y}(X_1, \dots, X_n)$, die den unbekanntem, durch den zu ersetzenden Computercode implizit dargestellten, funktionalen Zusammenhang $Y = f(X_1, \dots, X_n)$ approximiert.
2. Durchführung probabilistischer Analysen auf der Grundlage der Ersatzfunktion $\hat{Y} = \hat{Y}(X_1, \dots, X_n)$, wobei zur Abschätzung von Dichte- und Verteil-

lungsfunktionen zwei Verfahren angewendet werden können:

- "moment matching"-Verfahren
- Monte Carlo-Verfahren

Im Gegensatz zu den direkten Monte Carlo-Verfahren wird also zunächst versucht, über ein geeignetes Approximationsverfahren den Originalcode (hier SSYST) durch eine explizite Darstellung des funktionalen Zusammenhangs $Y = f(X_1, \dots, X_n)$ zu ersetzen. Dazu werden nach einem gewählten "experimental design" Kombinationen der Einflußvariablen $\{x_1^j, \dots, x_n^j\}_{j=1 \dots m}$ festgelegt, mit denen Simulationsexperimente mit dem Originalcode durchgeführt werden. Die beobachteten Systemantworten $\{y_j(x_1^j, \dots, x_n^j)\}_{j=1 \dots m}$ auf der n-dimensionalen "response surface" (z.B. m maximale Hüllrohrtemperaturen eines Brennstabes) sind die Stützpunkte im Rahmen des Approximationsverfahrens.

3.3.1 "Experimental Design"

Die Wahl des "experimental design" und die Lösung des dazugehörigen Approximationsproblems sind Schwerpunkte in der Literatur über Simulationstechniken in der Statistik (z.B. Kleijnen / 27/, Mihram / 28 /, Peng / 29 /). Ziel bei der Festlegung der Experimente ist es, den n-dimensionalen Raum der Variablen $\{X_1, \dots, X_n\}$ bei der Transformation auf die "response surface" Y so abzubilden, daß mit möglichst wenigen Experimenten (d.h. Stützstellen $\{y_1, \dots, y_m\}$ auf der "response surface") eine nach gegebenen Kriterien möglichst gute Approximation der Funktion $Y = f(X_1, \dots, X_n)$ gelingt.

Im Hinblick auf das vorliegende Approximationsproblem wurde die Auswahl eines geeigneten "experimental design" von folgenden Forderungen bestimmt:

1. Das "experimental design" soll nicht von vornherein den Typ des Approximationsansatzes festlegen (z.B. Polynom 2. Grades in den $\{X_i\}$), sondern über ein geeignetes Testverfahren eine breite Auswahl von Approximationsfunktionen zulassen.
2. Die m (SSYST-) Simulationen, entsprechend den Variablenkombinationen $\{x_1^1, \dots, x_n^1\}_{1=1 \dots m}$, sollen den ganzen n-dimensionalen Raum der $\{X_i\}$ im Mittel gleichmäßig erfassen. Das erfordert, daß die Wertebereiche der $\{X_i\}$ im Mittel gleichmäßig durch eine größere Anzahl diskreter Stützpunkte repräsentiert werden.

3. Wenn nötig, sollen die Simulationen gezielt auf relevante Teilbereiche der "response surface" konzentriert werden, z.B. auf Bereiche großer Hüllrohrenddehnungen.

Die Forderungen 2 und 3 sollen gewährleisten, daß die Beobachtungen $\{y_1, \dots, y_m\}$ den Wertebereich der Funktion $Y = f(X_1, \dots, X_n)$ ganz ausfüllen, ohne daß relevante Teilbereiche nicht erfaßt sind; darauf wird in Kap. 3.3.2 in Zusammenhang mit der Abschätzung der Approximationsfehler noch eingegangen.

Das über das "experimental design" festgelegte Verfahren zur Auswahl der Variablenkombinationen der $\{X_i\}$ und damit der Stützstellen $\{y_1\}$ auf der "response surface" kann als Extremfälle deterministischen oder zufälligen Charakter haben. Zur Klasse der zufälligen Auswahlverfahren gehört das "Latin Hypercube Sampling design", das Conover et al. / 30 / zunächst als varianzreduzierendes Monte Carlo-Verfahren vorgestellt haben und das in diesem Sinne auch hier im Rahmen der probabilistischen Betrachtung des Brennelementverhaltens als Monte Carlo-Verfahren zur Abschätzung von Verteilungsfunktionen eingesetzt wurde (s. Kap. 3.4, S. 47.). Steck et al. / 13 / haben es bei ihren grundlegenden methodischen Untersuchungen zur probabilistischen Analyse von Kühlmittelverluststörfällen als "experimental design" für "response surface"-Approximationen verwendet und folgerten, daß es dem klassischen 'fractional factorial design' überlegen zu sein scheint". Das "Latin Hypercube Sampling design" erfüllt die genannten Forderungen 1 bis 3 und wurde hier in Kombination mit dem Approximationsverfahren der schrittweisen Regression (s. Kap. 3.3.2) zur "response surface"-Approximation der maximalen Hüllrohrtemperaturen und Hüllrohrumfangsdehnungen eines Brennstabes eingesetzt. Die Grundzüge dieses zufälligen Auswahlverfahrens werden im folgenden erläutert.

"Latin Hypercube Sampling design"

Die $\{X_1, \dots, X_n\}$ sind die zufälligen unabhängigen Einflußvariablen mit Wertebereichen $x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \mid i=1 \dots n$ und Dichtefunktionen $g_i(x_i)$. Bei der Anwendung als varianzreduzierendes Monte Carlo-Verfahren werden die Wertebereiche der X_i in m Teilintervalle $\Delta x_{i,k+1} = (x_{i,k}, x_{i,k+1})_{k=0 \dots m-1}$ gleichen Wahrscheinlichkeitsinhaltes

$$\int_{x_{i,k}}^{x_{i,k+1}} g_i(x_i) dx_i = \frac{1}{m}$$

eingeteilt, m ist zugleich die Anzahl geplanter Monte Carlo-Simulationen. Jedes dieser Intervalle werde durch einen zufällig bestimmten Wert $\{x_i^j\}_{i=1\dots n, j=1\dots m}$ repräsentiert. Die $\{x_i^j\}$ werden zu m zufälligen Inputkombinationen $\{x_1^1, \dots, x_n^1\}_{1=1\dots m}$ zusammengefaßt derart, daß jeder diskrete Wert x_i^j insgesamt nur einmal berücksichtigt ist. Die Transformationen $y_1 = f(x_1^1, \dots, x_n^1)$ führen zu m Stichproben $\{y_1, \dots, x_m\}$.

Ein einfaches Beispiel soll das Vorgehen deutlich machen: Gegeben seien zwei unabhängige Zufallsvariablen X_1 und X_2 , deren Dichtefunktionen $g_1(x_1)$ und $g_2(x_2)$ sowie die Transformation $Y = f(X_1, X_2)$. Gesucht sind $m = 8$ nach dem "Latin Hypercube Sampling design" zufällige Kombinationen diskreter Werte von X_1 und X_2 und die Transformationen $y_1 = y_1(x_1, x_2)_{1=1\dots 8}$. In der Abb. 4 sind beispielhaft Dichtefunktionen von X_1 und X_2 mit den Einteilungen in jeweils $m=8$ Intervalle gleicher Wahrscheinlichkeitsinhalte dargestellt. Die die Wertebereiche der Intervalle repräsentierenden Stützpunkte seien $\{x_1^1, x_1^2, \dots, x_1^8\}$ bzw. $\{x_2^1, x_2^2, \dots, x_2^8\}$. Die Tab. 2 enthält $m = 8$ zufällige Kombinationen dieser Stützpunkte, deren Lage in der X_1 - X_2 -Ebene in Abb. 5 gezeigt ist.

Sim. Nr.	Inputkombinationen	Ergebnis der Simulation
1	(x_1^1, x_2^2)	y_1
2	(x_1^4, x_2^8)	y_2
3	(x_1^6, x_2^1)	y_3
4	(x_1^7, x_2^5)	y_4
5	(x_1^3, x_2^4)	y_5
6	(x_1^8, x_2^7)	y_6
7	(x_1^2, x_2^6)	y_7
8	(x_1^5, x_2^3)	y_8

Tab. 2: "Latin Hypercube Sampling design":

Beispiel für zufällige Kombinationen ($m=8$) diskreter Werte zweier Zufallsvariablen (X_1, X_2).

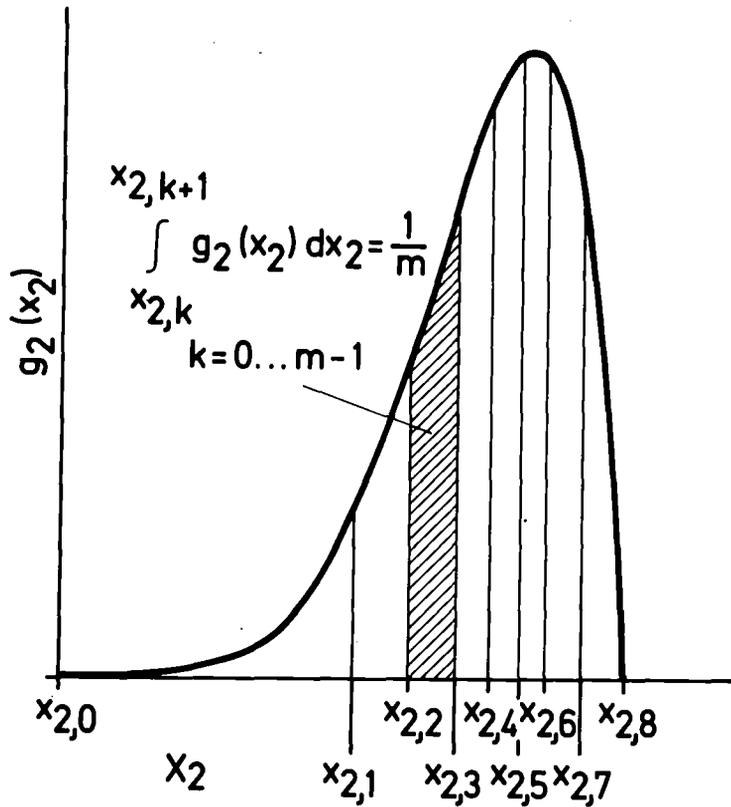
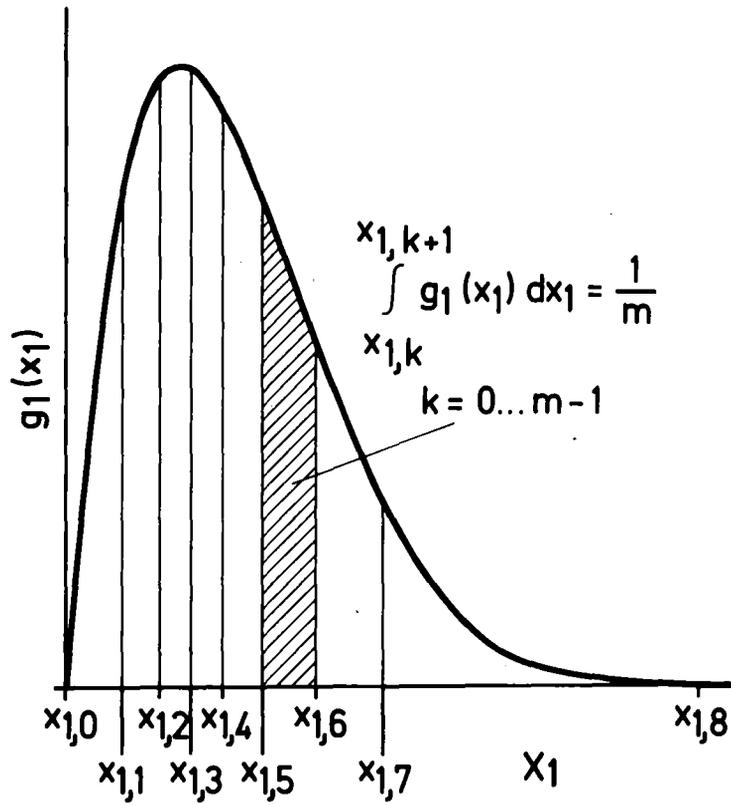


Abb. 4: "Latin Hypercube Sampling design": Einteilung der Dichtefunktionen in Intervalle gleicher Wahrscheinlichkeitsinhalte; Beispiel zweier Zufallsvariablen (X_1, X_2) .

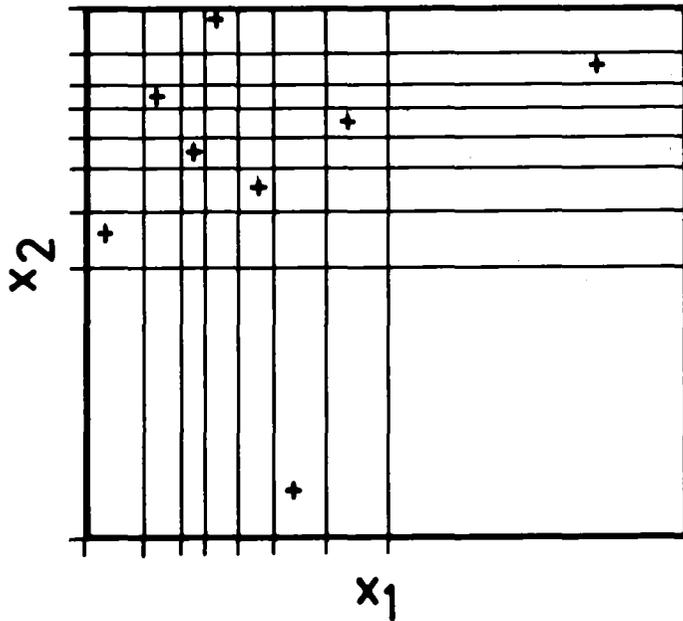


Abb. 5: "Latin Hypercube Sampling design": Lage der Stützpunkte in der X_1 - X_2 -Ebene entspr. Tab. 2 und Abb. 4.

Die Lage der Stützpunkte ist charakteristisch für die Dichtefunktion $g_{1,2}(x_1, x_2) = g_1(x_1) \cdot g_2(x_2)$ der zweidimensionalen Zufallsvariablen (X_1, X_2) ; entsprechend der Konzentration der Stützpunkte um den Erwartungswert von (X_1, X_2) werden auch die Beobachtungen $\{y_1, \dots, y_8\}$ (Transformationen $y_1 = y_1(x_1^1, x_2^1)$ $1=1, \dots, 8$) um den Erwartungswert von Y konzentriert sein.

Da dieses Verfahren nun, in Abwandlung seiner ursprünglichen Bedeutung als Monte Carlo-Verfahren zur Abschätzung von Parametern der unbekanntem Dichtefunktion $h(y)$, als Auswahlverfahren zur Festlegung der Stützpunkte $\{y_1, \dots, y_m\}$ für die "response surface"-Approximation eingesetzt werden soll, wäre die in Abb. 5 dargestellte Anordnung der Inputkombinationen $\{x_1^1, x_2^1\}$ ungünstig. Die starke Wichtung eines begrenzten lokalen Bereiches kann zu großen Approximationsfehlern auf dem Rest der "response surface" führen; das hängt allerdings vom Maß an Komplexität der unbekanntem zu approximierenden Funktion selbst ab. Die anfangs genannte Forderung nach annähernd gleichmäßiger Erfassung des n -dimensionalen Raumes der unabhängigen Variablen wird dadurch erfüllt, das die wahren Dichtefunktionen der $\{X_1, \dots, X_n\}$ zur Lösung des Approximationsproblems zunächst durch Gleichverteilungen ersetzt werden. Für das Beispiel der Variablen (X_1, X_2) gibt die Abb. 6 die so veränderte Anordnung der Stützpunkte in der X_1 - X_2 -Ebene an.

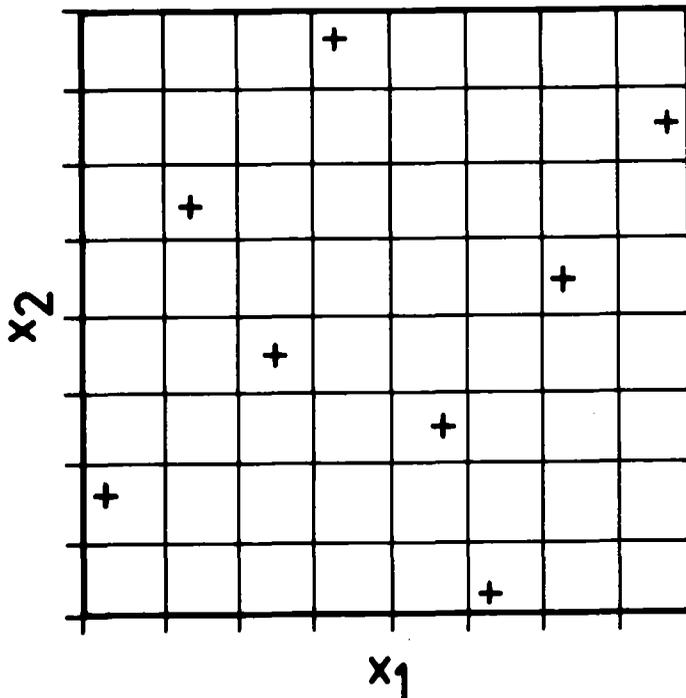


Abb. 6: "Latin Hypercube Sampling design": Lage der Stützpunkte in der X_1 - X_2 -Ebene bei zugrundegelegten Gleichverteilungen von (X_1, X_2) .

Dadurch, daß die Wertebereiche von X_1 und X_2 durch jeweils eine größere Zahl diskreter Werte erfaßt sind (entsprechend den Projektionen der Stützpunkte in der X_1 - X_2 -Ebene auf die Koordinatenachsen), ergibt sich über die schrittweise Regressionsanalyse mit einem geeigneten Testverfahren eine weitgehende Flexibilität, nichtlineare funktionale Zusammenhänge in der einen oder anderen Richtung zu erkennen und darzustellen. So könnte sich z.B. nach ersten Approximationsansätzen herausstellen, daß der Einfluß der Variablen X_1 in guter Näherung linear ist; dann bleiben zur Darstellung eines eventuell stark nichtlinearen Einflusses der Variablen X_2 in der X_2 -Richtung noch Stützstellen für einen Ansatz der Form

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2 + \beta_4 X_2^2 + \beta_5 X_2^3 + \dots$$

wobei die Anzahl der freien Parameter im Approximationsansatz nur durch die Anzahl der Stützstellen insgesamt begrenzt ist.

Hier wird deutlich, daß durch die Kombination von "Latin Hypercube Sampling" als Verfahren zur Auswahl der Stützpunkte für die Approximation und schrittweiser Regressionsanalyse (s. Kap. 3.3.2) die Zahl der Beobachtungen (Experi-

mente mit dem Originalcode) unabhängig von der Zahl der betrachteten Variablen $\{X_i\}$ ist, im Gegensatz zu den deterministischen "fractional factorial designs", klassischen Auswahlverfahren der Varianzanalyse, wo eine mathematische Beziehung zwischen m (der Anzahl von Computerexperimenten) und n (der Anzahl unabhängiger Variablen) besteht. Prinzipiell ist es daher möglich, den Einfluß einer großen Zahl von Variablen $\{X_i\}$, z.B. $n = 20$, auf die Systemantwort Y durch eine relativ geringe Zahl von Computersimulationen zu untersuchen und zu approximieren.

Die Zufälligkeit der Stichprobenauswahl birgt auch eine gewisse Schwäche in sich. Das erwähnte Ziel, den n -dimensionalen Raum der $\{X_i\}$ im Mittel gleichmäßig zu erfassen, wird umso besser zu erreichen sein, je größer die Anzahl der Simulationsexperimente ist. Es ist bei einer geringen Anzahl nicht auszuschließen, daß die unabhängigen Variablen über die zufälligen Variablenkombinationen eindeutig korreliert sind, wie das in Abb. 7 für Kombinationen $\{x_1^1, x_2^1\}$ dargestellt ist.

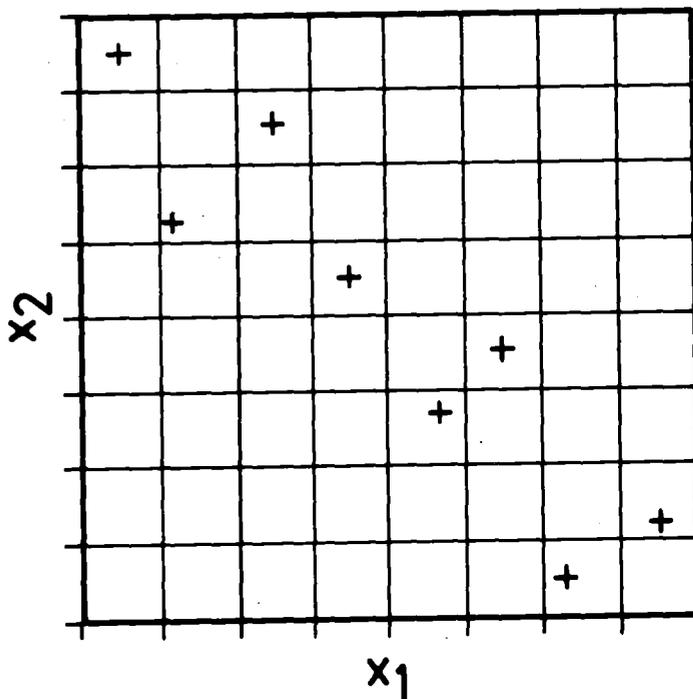


Abb. 7: "Latin Hypercube Sampling design": Beispiel für korrelierte Stichprobenauswahl.

Das kann, wenn eine "unabhängige" Variable annähernd eine Linearkombination einer anderen unabhängigen Variablen ist, dazu führen, daß ihre getrennten linearen Einflüsse auf Y nicht auflösbar sind. Hier ist eine Prüfung über eine Abschätzung der linearen Korrelationskoeffizienten r_{ij} der Variablen X_i und X_j angebracht. Da der Schätzwert \hat{r}_{ij} im allgemeinen immer $\neq 0$ sein wird,

bedeutet das, daß die Approximation die lineare Einflüsse von X_i und X_j auf Y nicht unverfälscht (erwartungstreu) wiedergibt. Dieser Effekt wird allerdings als untergeordnet im Vergleich zum Approximationsfehler insgesamt angesehen.

Die "response surface"-Approximationen von Cox / 12 / und Peck / 15 / gehen von den klassischen "2 level fractional factorial designs" und "central composite designs" der Varianzanalyse aus (s. Anhang). Es sind spezielle systematische (d.h. deterministische) Auswahlverfahren für Polynomapproximationen ersten oder zweiten Grades. Betrachtet man die Ausgangssituation

- der wahre funktionale Zusammenhang $Y = f(X_1, \dots, X_n)$ und damit die unterschiedlichen Einflüsse der $\{X_i\}$ auf Y sind unbekannt,

dann wird deutlich, daß eine Festlegung a priori auf Polynomansätze ersten oder zweiten Grades im allgemeinen Fall nur begrenzte lokale Approximationen um einen Referenzwert y_0 erlaubt. Deshalb spielen die genannten deterministischen Auswahlverfahren auch eher im Zusammenhang mit linearer und nicht-linearer Fehlerfortpflanzung eine Rolle und werden in diesem Sinne auch von Peck im Rahmen der "FRAP Uncertainty Analysis" / 15 / verwendet. Eine sehr ausführliche Darstellung systematischer Auswahlverfahren wird von Kleijnen /27/ gegeben. Es unterstreicht einige Vorteile zufälliger Auswahlverfahren (/27/, S. 384, 391/392), die im folgenden kurz zusammengefaßt werden:

- Bei einer großen Anzahl von zu untersuchenden Einflußgrößen können sie mit einer vergleichsweise geringen Zahl von Experimenten Aufschluß geben über wesentliche funktionale Zusammenhänge, über die Ausdehnung des interessierenden Funktionsbereiches und über signifikante Einflußgrößen.
- Sie legen die Form des zu wählenden Approximationsmodells nicht von vornherein fest, erlauben also eine weitgehende Flexibilität in der Auswahl geeigneter Ansatzfunktionen.
- Die Konstruktion des "design" kann bei zufälligen Auswahlverfahren einfacher sein. In der Anwendung erlauben sie, eher als systematische Auswahlverfahren, eine sequentielle Auswertung der Experimente und, wenn die Auswertung vorangegangener Experimente es angebracht erscheinen läßt, die Verlagerung der Experimente in spezielle interessierende Bereiche der "response surface".

3.3.2 Schrittweises lineares Regressionsverfahren

Die Regressionsanalyse soll auf der Grundlage der mit dem "Latin Hypercube Sampling design" zufällig ausgewählten Kombinationen der Einflußvariablen $\{X_1, \dots, X_n\}$ und den damit erzielten SSYST-Ergebnissen ("experimentelle" Beobachtungen) eine Approximation des funktionalen Zusammenhanges $Y = f(X_1, \dots, X_n)$ von der Form

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 \varphi_1(X_1, \dots, X_n) + \dots + \beta_q \varphi_q(X_1, \dots, X_n) \quad (3.6)$$

liefern.

Die Basisfunktionen $\varphi_j(X_1, \dots, X_n)$ sind stetige Funktionen der unabhängigen Variablen $\{X_1, \dots, X_n\}$ derart, daß der resultierende Ansatz (3.6) linear in den zu bestimmenden $(q+1)$ Koeffizienten β_j , $j=0 \dots q$, ist. Sie sind im allgemeinen frei wählbar, zumal es das Bestreben sein wird, ein auf dem Verständnis der physikalischen Zusammenhänge beruhendes Approximationsmodell zu finden. Fehlen die dazu notwendigen Kenntnisse, dann wird die Konstruktion des Approximationsmodells auf die Verwendung von Polynomen in den $\{X_i\}$ hinauslaufen, ausgehend von Polynomen ersten oder zweiten Grades, wobei im Rahmen eines iterativen Lernprozesses mit zunehmenden Informationen über signifikante Einflußgrößen gezielte Modellverbesserungen mit Berücksichtigung höhergradiger Polynomansätze vorgenommen werden. Die verwendete Methode der schrittweisen Regression zur Behandlung des Ansatzes (3.6) ist hinsichtlich der theoretischen Grundlagen in /31/ ausführlich beschrieben, die Umsetzung in ein Rechenprogramm erfolgte in Anlehnung an Efroymsen /32/. Im folgenden sollen nur die wesentlichen Grundzüge dieses Approximationsverfahrens und die getroffenen Annahmen zur Fehlerabschätzung dargestellt und diskutiert werden.

Mit den Substitutionen $Z_j = \varphi_j(X_1, \dots, X_n)$ gilt für den Ansatz (3.6)

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 Z_1 + \dots + \beta_q Z_q \quad (3.7)$$

Die β_j sind unbekannt und sollen über m Systemantworten $\{y_1, \dots, y_m\}$ berechnet werden ($m \geq q+1$). Die übliche Fehlerausgleichsrechnung ("Least Squares"-Verfahren) fordert, daß die Summe der Quadrate der Residuen $\delta_l = (y_l - \hat{y}_l)$, $l=1 \dots m$, ein Minimum wird:

$$S = \sum_{l=1}^m \delta_l^2 = \sum_{l=1}^m \left(y_l - \left(\beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j Z_j^l \right) \right)^2 \rightarrow \min$$

Auch das angewendete schrittweise Regressionsverfahren geht von diesem Optimierungsprinzip aus, das über die Forderungen $\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = \frac{\partial S}{\partial \beta_1} = \dots = \frac{\partial S}{\partial \beta_q} = 0$ auf ein System von (q+1) linearen algebraischen Gleichungen zur Bestimmung der Koeffizienten β_j führt. Die spezielle Eigenschaft des Verfahrens besteht darin, daß aus dem vorgegebenen Vorrat an $\{Z_j\}_{j=1\dots q}$ nacheinander diejenigen herausgesucht werden, die die größtmögliche Verbesserung der Approximation im Sinne einer schrittweisen Reduktion der Fehlerquadratsumme des Ansatzes (3.7) bewirken.

Das schrittweise Auflösen des Gleichungssystems nach dem Gauß'schen Eliminationsverfahren erzeugt Zwischenregressionsgleichungen

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= \beta_0 && \text{Schritt 1} \\ \hat{Y} &= \beta'_0 + \beta'_1 Z_1 && \text{Schritt 2} \\ \hat{Y} &= \beta''_0 + \beta''_1 Z_1 + \beta''_2 Z_2 && \text{Schritt 3} \end{aligned} \quad (3.8)$$

mit jeweils einer zusätzlichen Variablen Z_j . Die im (p+1)-ten Schritt neu aufzunehmende Variable Z_p ist diejenige,

- deren partieller Korrelationskoeffizient mit Y ($r_{Z_p Y / Z_1 \dots Z_{p-1}}$) dem Betrage nach am größten ist, nachdem der Einfluß der bereits in der Regressionsgleichung vorhandenen Variablen $Z_1 \dots Z_{p-1}$ auf Y und auf die restlichen Variablen $Z_p \dots Z_q$ eliminiert ist / 33 /, oder
- die das stärkste Anwachsen des multiplen Korrelationskoeffizienten

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^m (\hat{y}_l - \bar{y})^2}{\sum_{l=1}^m (y_l - \bar{y})^2}}, \quad \bar{y} = \sum_{l=1}^m y_l / m \quad (3.9)$$

bewirkt, oder

- die die Fehlerquadratsumme (bezogen auf die Anzahl von Freiheitsgraden)

$$s_p^2 = \sum_{l=1}^m (y_l - \hat{y}_l)^2 / (m - p - 1) \quad (3.10)$$

am kleinsten macht.

Jennrich / 34/ weist darauf hin, daß diese Aufnahmekriterien mathematisch äquivalent sind.

Im allgemeinen wird von einem bestimmten Schritt an die Reduktion der Fehlerquadratsumme (Kriterium 3) sehr viel geringer sein als zu Beginn des Verfahrens. Der Unterschied zwischen s_{p-1}^2 und s_p^2 , $s_p^2 < s_{p-1}^2$, mag so gering sein, daß die Frage gestellt werden kann: Ist die Reduktion von s^2 vom (p-1)-ten zum p-ten Schritt und damit der Effekt der Variablen Z_p bedeutend in Anbetracht eines begrenzten Umfanges von Stichproben $\{y_1, \dots, y_m\}$, z.B. $m = 100$? Im Rahmen der schrittweisen Regressionsanalyse läuft die Beurteilung der Signifikanz von Z_p auf die Festlegung einer geeigneten Toleranzschwelle hinaus. Eine häufig angewendete Signifikanzprüfung stellt der F-Test dar. Mit der Anwendung dieses statistischen Hypothesetests sind gewisse Annahmen über den Charakter der zufälligen Variablen Y verbunden: Es sei

$$\begin{aligned}
 Y &= f_x(X_1, \dots, X_n) + \varepsilon \\
 &= b_0 + \sum_{j=1}^q b_j \varphi_j(X_1, \dots, X_n) + \varepsilon
 \end{aligned}
 \tag{3.11.1}$$

Die deterministische Funktion $f_x(X_1, \dots, X_n)$ wird überlagert von einer von f_x unabhängigen zufälligen Variablen ε , die normal verteilt ist mit dem Mittelwert 0 und der unbekanntem Varianz σ^2 . Damit gilt für Erwartungswert und Varianz der Variablen Y

$$\begin{aligned}
 E(Y) &= f_x(X_1, \dots, X_n) = b_0 + \sum_{j=1}^q b_j \varphi_j \\
 VAR(Y) &= \sigma^2
 \end{aligned}
 \tag{3.11.2}$$

Die Eigenschaften der zufälligen Variablen Y sollen am Beispiel eines ein-dimensionalen linearen funktionalen Zusammenhanges zwischen Y und einer unabhängigen Variablen X deutlich gemacht werden (Abb. 8):

$$\begin{aligned}
 Y &= b_0 + b_1 X + \varepsilon \\
 E(Y) &= b_0 + b_1 X \\
 V(Y) &= \sigma^2
 \end{aligned}
 \tag{3.12.1}$$

Dann sind auch m Stichproben $\{y_1, \dots, y_m\}$ zufällige Variable.

$$\begin{aligned}
 y_1 &= b_0 + b_1 x_1 + e_1 \\
 y_2 &= b_0 + b_1 x_2 + e_2 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 y_m &= b_0 + b_1 x_m + e_m
 \end{aligned}
 \tag{3.12.2}$$

- die $\{e_1, \dots, e_m\}$ sind $(0, \sigma^2)$ - normalverteilt,
- $E(y_1) = b_0 + b_1 x_1$
 $V(y_1) = \sigma^2$

Mit dem Approximationsansatz $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 X$ sollen Schätzwerte $\{\beta_0, \beta_1\}$ für $\{b_0, b_1\}$ ermittelt werden, die $\{\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_m\}$, $y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_1$, sind die geschätzten Erwartungswerte der $\{y_1, \dots, y_m\}$. Entsprechend ist die Approximation nach Gl. (3.7) Schätzfunktion für den Erwartungswert der Zufallsvariablen

$$Y = b_0 + \sum_{j=1}^q b_j Z_j + \varepsilon
 \tag{3.13}$$

Ist der Typ der zufälligen Variablen Y nach Gl. (3.13) gegeben (der als Typ 1 bezeichnet werden soll), dann läßt sich über m Stichproben $\{y_1, \dots, y_m\}$ und deren geschätzte Erwartungswerte $\{\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_m\}$ die unbekannte Varianz

σ^2 über

$$s_g^2 = \sum_{l=1}^m (y_l - \hat{y}_l)^2 / m - q - 1
 \tag{3.14}$$

abschätzen, vorausgesetzt, der postulierte Approximationsansatz (3.7) kann als Schätzfunktion für $E(Y)$ angesehen werden. Mit Hilfe des F-Tests wird nun geprüft, ob der Unterschied zweier geschätzter Varianzen s_1^2 und s_2^2 ($s_1^2 > s_2^2$) von m_1 bzw. m_2 Stichproben aus einer normalverteilten Grundgesamtheit signifikant ist. Die Prüfgröße

$$F' = \frac{s_1^2}{s_2^2}
 \tag{3.15}$$

ist F-verteilt mit den Freiheitsgraden $\nu_1 = m_1 - p_1$ und $\nu_2 = m_2 - p_2$, wobei p_1 und p_2 die Anzahl der aus den Stichproben 1 (Umfang m_1) und 2 (Umfang m_2) geschätzten Parameter $\{\beta_j\}$ sind, mit denen s_1^2 bzw. s_2^2 berechnet werden. Der Wert $F' = s_1^2/s_2^2$ wird auf der Grundlage einer gewählten statistischen Sicherheit von $100 \cdot (1-\alpha) \%$ mit dem entsprechenden Tafelwert der F-Verteilung $F(\nu_1, \nu_2, 1-\alpha)$ verglichen. Ist $F' > F$, wird die

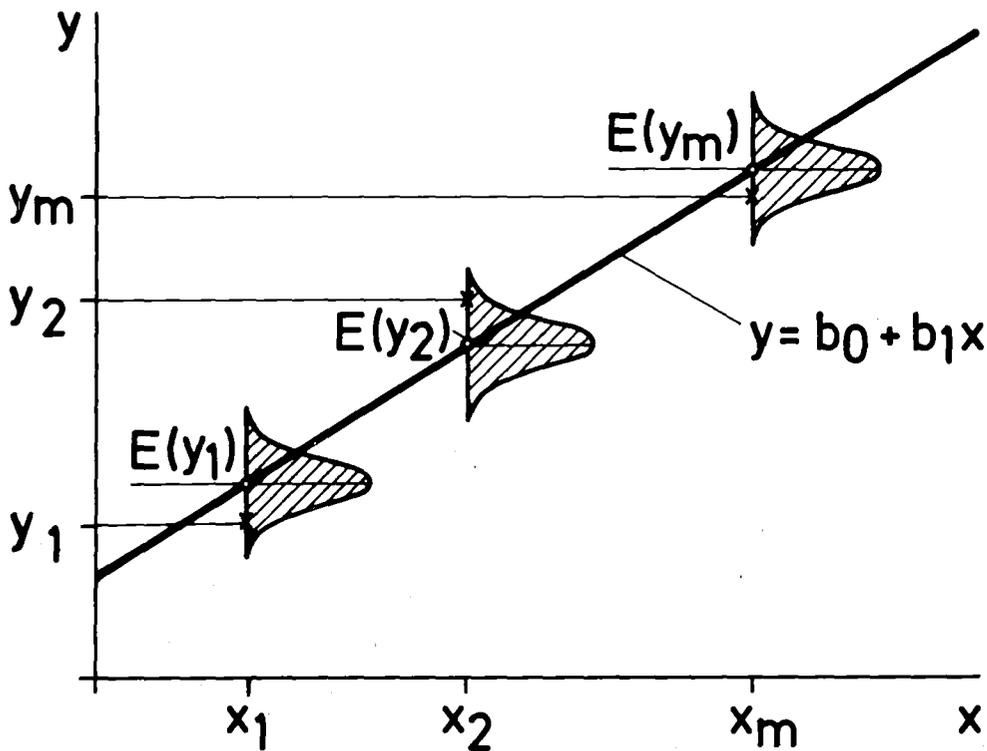


Abb. 8: Beispiel für eine Zufallsvariable Y als Summe aus einem deterministischen Anteil ($b_0 + b_1 X$) und einem überlagerten statistischen Anteil (ϵ) mit konstanter Varianz σ^2 .

Nullhypothese $H_0 : s_1^2 = s_2^2$ verworfen, beide Varianzen gelten als signifikant verschieden mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $100 \cdot \alpha \%$.

Im Zuge der Signifikanzprüfungen schrittweise in die Regressionsgleichung aufgenommener Variabler Z_j wird der partielle F-Test angewendet /31/, bei dem der spezielle Beitrag der neu aufgenommenen Variablen (z.B. Z_p) zur Varianzverminderung des Regressionsmodells insgesamt auf Signifikanz geprüft wird.

Prüfung der Voraussetzungen zur Anwendung des schrittweisen Regressionsverfahrens auf das aktuelle Approximationsproblem.

Bei der Definition der zufälligen Variablen Y vom Typ 1 wurde unterschieden zwischen einem deterministischen Anteil und einer davon unabhängigen sich überlagernden zufälligen Variablen ϵ , die $(0, \sigma^2)$ - normalverteilt sei mit unbekannter Varianz σ^2 . Die das aktuelle Approximationsproblem kennzeichnende Variable Y (maximale Hüllrohrtemperatur, maximale Hüllrohrumfassungsdehnung) ist dagegen von einem anderen Typ. Sie ist eine zufällige Variable, weil die $\overline{[X_1, \dots, X_n]}$ als zufällig verteilt angesehen werden. Bei festen Werten $\overline{[x_1^k, \dots, x_n^k]}$ haben die $\overline{[y_{\ell}]}$ aber als Ergebnisse von Computersimulationen deterministischen Charakter. Dieser Typ werde als Typ 2 bezeichnet:

$$Y = b_0 + \sum_{j=1}^q b_j \psi_j(X_1, \dots, X_n) \quad (3.16)$$

$X_1 \dots X_n$ zufällige Variable.

Die Frage, inwieweit der Typ 2 in den Typ 1 überführbar ist, um die theoretischen Bedingungen zur Anwendung der schrittweisen Regressionsanalyse zu erfüllen, konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht geklärt werden. Die vorgenommene Interpretation der zufälligen Fehler $\overline{[y_{\ell} - \hat{y}_{\ell}]}$ (sie sind zufällig wegen der zufälligen Auswahl der $\overline{[y_{\ell}]}$!) im Sinne zufälliger Variabler $\overline{[e_{\ell}]}$ $\ell=1, \dots, m$ entsprechend Gl.(3.13) und damit das Akzeptieren der gefundenen Regressionsgleichung als geeignetes Approximationsmodell erfordern

- a) eine sorgfältige Prüfung unterschiedlicher Approximationsmodelle bei sequentieller Erhöhung des Stichprobenumfanges,
- b) die Prüfung der Endregressionsgleichung auf physikalische Relevanz (Vorzeichen der Regressionskoeffizienten) und auf Verteilung und Tendenzen der Residuen.

Beim Vergleich verschiedener Approximationsmodelle, die auf der Basis der gleichen Stichproben $\overline{[y_1, \dots, y_m]}$ gefunden wurden, wird (Konsistenz in der Anwendung der statistischen Hypothesentests vorausgesetzt) unter Einschluß der Residuenprüfung das Modell als das beste angesehen, dessen Varianz

$$s_p^2 = \sum_{\ell=1}^m (y_{\ell} - \hat{y}_{\ell})^2 / m - p - 1 \text{ am geringsten (oder } R^2 \text{ am größten) ist.}$$

Residuenprüfung und Fehlerabschätzung

Werden die Residuen $\overline{\delta_{\ell}} = \overline{y_{\ell} - \hat{y}_{\ell}}$ als zufällige Variable im Sinne der Gl.(3.13) angesehen, dann müssen sie folgende Eigenschaften aufweisen:

1. Ihre Beträge und ihre Vorzeichen sind innerhalb $\overline{y^{\min}, y^{\max}}$ tendenziell unabhängig von Y .
2. Die Dichte der Residuen verstößt nicht gegen die Annahme der Normalverteilung.

Die Hypothese über die Normalverteilung der Residuen kann mit einem χ^2 -Anpassungstest getestet werden /35/. Eine gewisse optische Hilfe zur Überprüfung der Merkmale 1 und 2 vermitteln entsprechende Residuenplots.

Eine zusätzliche qualitative Prüfung der Endregressionsgleichung kann über die Berechnung des Quadrates des multiplen Korrelationskoeffizienten R vorgenommen werden:

$$R^2 = \frac{\sum_{\ell=1}^m (\hat{y}_{\ell} - \bar{y})^2}{\sum_{\ell=1}^m (y_{\ell} - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum_{\ell=1}^m (y_{\ell} - \hat{y}_{\ell})^2}{\sum_{\ell=1}^m (y_{\ell} - \bar{y})^2} \quad (3.17)$$
$$\bar{y} = \frac{\sum_{\ell=1}^m y_{\ell}}{m}$$

Die gewünschte Eigenschaft der Approximation

$$\sum_{\ell=1}^m (\hat{y}_{\ell} - \bar{y})^2 \equiv \sum_{\ell=1}^m (y_{\ell} - \bar{y})^2 - \sum_{\ell=1}^m (y_{\ell} - \hat{y}_{\ell})^2 \gg \sum_{\ell=1}^m (y_{\ell} - \hat{y}_{\ell})^2$$

bedeutet, daß R^2 "nicht zu weit weg von 1 sein sollte" (Draper und Smith /31/, S.14).

Die Abschätzung der Fehler der Approximation von Y durch $\hat{Y} = \hat{Y}(X_1, \dots, X_n)$ setzt voraus, daß aus den Eigenschaften der Residuen an den Stützstellen (d.h. den "experimentellen" Beobachtungen $\overline{y_1, \dots, y_m}$) Schlüsse auf das Fehlerverhalten insgesamt gezogen werden können. Eine notwendige Bedingung dafür ist, daß die in Kap. 3.1 getroffene einschränkende Annahme der Stetigkeit von Y in dem Bereich, der durch \hat{Y} abgebildet wird, zutrifft; inwieweit das unter den definierten Störfallbedingungen für die hier betrachteten maximalen Hüllrohrtemperaturen und Hüllrohrumfangsdehnungen gilt und in welchen

Fällen Unstetigkeiten auftreten können, wird in Kap. 4.4 diskutiert. Eine weitere wesentliche Forderung ist, daß mit den Beobachtungen $\overline{y_{\ell}}$ der nach Y transformierte n-dimensionale Raum der Variablen $\overline{X_1, \dots, X_n}$ annähernd gleichmäßig erfaßt wird, so daß die $\overline{y_{\ell}}$ in repräsentativer Weise den Wertebereich von Y überdecken. Diese Forderung wird, eine "genügend große" Anzahl von Stichproben vorausgesetzt, durch das hier gewählte "experimental design" erfüllt. Da dem Umfang an rechenzeitintensiven Computersimulationen Grenzen gesetzt wurden, ist die Frage, ob der Stichprobenumfang "genügend groß" ist, nur subjektiv anhand der Punkte a) und b) auf S. 40 zu beurteilen.

Können die genannten Bedingungen als erfüllt angesehen werden, dann erscheint es plausibel, das Fehlerverhalten insgesamt über die (zu prüfenden) Eigenschaften 1 und 2 der beobachteten Fehler abzuschätzen. Das geschieht über die Berechnung von Konfidenzintervallen

$$\left[\hat{y}_k - t(m-q-1, 1-\alpha/2) \cdot \sqrt{V(\hat{y}_k)}, \right. \\ \left. \hat{y}_k + t(m-q-1, 1-\alpha/2) \cdot \sqrt{V(\hat{y}_k)} \right]$$

innerhalb derer der wahre Wert y_k mit der Wahrscheinlichkeit $100(1-\alpha) \%$ liegt. Bei $m-q-1 > 30$ und $\alpha = 0,05$ ist das 95 %-Konfidenzintervall für y_k

$$\left[\hat{y}_k - 2 \sqrt{V(\hat{y}_k)}, \hat{y}_k + 2 \sqrt{V(\hat{y}_k)} \right] \quad (3.18)$$

Draper und Smith /31/ zeigen, daß mit der Endregressionsgleichung

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j Z_j$$

für die geschätzte Varianz von \hat{y}_k gilt:

$$V(\hat{y}_k) = S_9^2 \langle z^k \rangle^T (|Z|^T |Z|)^{-1} \langle z^k \rangle \quad (3.19)$$

$$S_9^2 = \sum_{l=1}^m (y_l - \hat{y}_l)^2 / m - 9 - 1$$

$$\langle z^k \rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ z_1^k \\ \vdots \\ z_9^k \end{pmatrix}$$

$$|Z| = \begin{vmatrix} 1 & z_1^1 & \dots & z_9^1 \\ 1 & z_1^2 & \dots & z_9^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & z_1^m & \dots & z_9^m \end{vmatrix}$$

z_j^l Werte der Variablen $z_j, j=1 \dots 9$,
an den Stützstellen $l=1 \dots m$.

3.4 Spezielle Aspekte zur Vorgehensweise im Rahmen der probabilistischen Untersuchungen des Einzelstab- und Brennelementverhaltens

Nachdem über die schrittweise Regressionsanalyse "response surface"-Approximationen als Ersatz für den Originalcode gefunden sind, erfolgt der eigentliche probabilistische Teil der Analysen auf der Grundlage der "response surface"-Approximationen. Am Beispiel der Hüllrohrenddehnungen sollen die speziellen Fragestellungen und Lösungsmöglichkeiten für einen Einzelstab und das Referenzbrennelement diskutiert werden.

3.4.1 Betrachtung eines Einzelstabes

In Kap. 2.3 wurde die Einteilung der Brennstäbe in 20 aktive axiale Stabzonen gleicher Länge Δz beschrieben. Über die beobachteten Hüllrohrenddehnungen lassen sich für jede Stabzone separat die entsprechenden "response

surface"-Approximationen finden. Eine Alternative ist eine Approximation für alle axialen Zonen gemeinsam mit der axialen Koordinate als Parameter. Wegen des angenommenen steilen axialen Leistungsprofiles und des dominierenden Einflusses der stationären Stabileistung auf die örtliche Hüllrohrdehnung (wie in Kap. 4.2 noch gezeigt wird) nehmen die Hüllrohrumfangsdehnungen in axialer Richtung zur Brennstabmitte hin zu, so daß die maximalen Hüllrohrdehnungen auf eine einzige axiale Zone im Bereich der Brennstabmitte konzentriert sind. Deshalb beschränkt sich die probabilistische Analyse auf diese hochbelastete Zone.

Die "response surface"-Approximation für die Hüllrohrdehnung eines Brennstabes innerhalb des axialen Bereiches $\bar{z}', z'+\Delta z$ sei gegeben durch

$$\hat{\epsilon}_{max} = \hat{\epsilon}_{max} \left(\{X_1, \dots, X_I\}_{loc}, \{X_1, \dots, X_j\}_{glob}, q_{z'} \right)$$

Die \bar{X}_i sind "lokale" Zufallsvariable, deren aktuelle Werte sich von Brennstab zu Brennstab ändern können, die \bar{X}_j "globale", deren aktuelle Werte für das ganze Brennelement bzw. das Core gelten; $q_{z'}$ ist Parameter der nominellen stationären Stabileistung in $\bar{z}', z'+\Delta z$. Gesucht ist eine Abschätzung der Dichtefunktion $h(\hat{\epsilon}_{max})$ in $\bar{z}', z'+\Delta z$. Zur Lösung des Problems bieten sich zwei Verfahren an:

- 1) "moment matching"-Verfahren
- 2) Monte Carlo-Verfahren.

Zu 1): Das "moment matching"-Verfahren ist von Cox /12/ und Cox und Cermak /36/ angewendet worden, um Dichtefunktionen der maximalen Hüllrohrtemperaturen unter Kühlmittelverluststörfall-Bedingungen abzuschätzen. Dabei wird die unbekannte Dichtefunktion über die Berechnung von Momenten konstruiert, wobei davon ausgegangen wird, daß sie einer ganz bestimmten Familie von Dichtefunktionen angehört. Für den Fall der Zugehörigkeit zur Familie der Pearson-Verteilungen /37/ z.B. läßt sich dann mit Hilfe der ersten vier Momente (Erwartungswert, Varianz 3. und 4. zentrales Moment) der Verteilungstyp (z.B. Beta-Verteilung) eindeutig bestimmen und der Verlauf der speziellen Dichtefunktion näherungsweise festlegen.

Die Berechnung der Momente geschieht in den Fällen, in denen die "response surface"-Approximation nicht schon in Form eines Polynoms

vorliegt, über eine Taylor-Reihenentwicklung und Abbruch nach den Gliedern n-ter Ordnung. Tukey /38/ und Evans /39/ leiten die Berechnung der vier Momente ab auf der Grundlage einer Taylor-Reihenentwicklung bis zu Gliedern 6. Ordnung.

Ein Vorteil des "moment matching"-Verfahrens ist die einfache analytische Anwendbarkeit, insbesondere in Zusammenhang mit zeitabhängigen Vorgängen, bei denen im Sinne einer Sensitivitätsanalyse der Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Verteilung der abhängigen Variablen Y an diskreten Zeitpunkten interessiert.

Zu 2): Der Ersatz des rechenzeitintensiven Originalcodes durch die explizite "response surface"-Approximation macht die Verwendung von Monte-Carlo-Verfahren praktikabel, wobei Genauigkeitsprobleme im Hinblick auf Ereignisse kleiner Wahrscheinlichkeiten durch den möglich gewordenen hohen Stichprobenumfang ($> 10^4$) unbedeutend werden.

Für die Berechnung der Verteilungen der Hüllrohrdehnungen (und der maximalen Hüllrohrtemperaturen) im axialen Bereich $[z', z'+\Delta z]$ einzelner Brennstäbe wurde ein Standard Monte Carlo-Verfahren eingesetzt. Gemäß der Definition lokaler und globaler Einflußvariablen braucht eine systematische unterschiedliche Behandlung beider Variablen im Zuge des Monte Carlo-Verfahrens für die Einzelstabbetrachtung nicht vorgenommen zu werden.

3.4.2 Betrachtung des Brennelements

Große Hüllrohrumfangsdehnungen benachbarter Brennstäbe innerhalb $[z', z'+\Delta z]$ können zu blockadeähnlichen Kühlkanalverengungen führen. Für einen einzelnen Kühlkanal ist die reduzierte Restfläche, bezogen auf die Querschnittsfläche im Normalbetrieb, $F_{red} = 100 \cdot \frac{F'}{F_0} \%$.

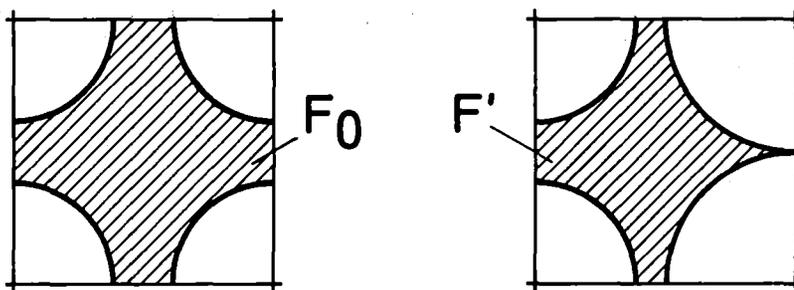


Abb. 9: Schematischer Querschnitt durch einen Kühlkanal bei unverformten Hüllrohrgeometrien (links) und verformten

F_{red} ist eine Funktion der Hüllrohrdehnungen vier benachbarter Stäbe und somit wahrscheinlichkeitsverteilt (s. Abb. 9).

Von besonderer Bedeutung für die Beurteilung der langfristigen Kühlbarkeit der Stäbe im Brennelement kann die Größe eines zusammenhängenden koplanaren Bereiches von stark verengten Kühlkanälen sein. Die Abb. A-23 zeigt als Ergebnis einer Monte Carlo-Simulation für das Brennelement in $\bar{z}', z'+\Delta z$ die Ausbildung mehrerer solcher Inseln stark verengter Kühlkanäle mit $F_{red} \leq F_{krit}$ (z.B. $F_{krit} = 30\%$). In bezug auf die Gefährdung der Kühlbarkeit der Stäbe in den betroffenen Bereichen kann die größte dieser "Blockadeinseln" als repräsentativ angesehen werden. Anhaltswerte für den Schadensumfang im Brennelement sind dann

- der größte "Blockadedurchmesser" bzw. eine äquivalente Kenngröße dafür (s. Kap. 4.3)
- die Anzahl von Kühlkanälen im Brennelement mit $F_{red} \leq F_{krit}$
- die Anzahl von Brennstäben mit Hüllrohrumfangsdehnungen $\epsilon \geq \epsilon^*$ (z.B. $\epsilon^* = 30\%$).

Gesucht sind Abschätzungen der entsprechenden Verteilungsfunktionen.

Das Verhalten der Brennstäbe im Brennelement ist gekennzeichnet durch die Überlagerung globaler und lokaler Einflußgrößen: die Effekte lokaler Unsicherheiten sind abhängig vom Zustand, der durch die globalen Variablen für das ganze Brennelement festgelegt ist.

Geht man davon aus, daß der kontinuierliche Zustandsraum der globalen Variablen in geeigneter Weise durch eine endliche Stichprobe des Umfangs K für die Zustandskombinationen der globalen Variablen erfaßt wird und bezeichnet man die Ereignisse dieser Zustandskombinationen $\bar{x}_1^k, x_2^k \dots x_J^k$ glob, $k = 1 \dots K$, mit B_k sowie die interessierende Systemantwort mit A (z.B. A : Ereignis einer "Blockadeinsel" in $\bar{z}', z'+\Delta z$ mit einem definierten äquivalenten Durchmesser d'), so gilt für das Ereignis A

$$A = (B_1 \cap A) \cup (B_2 \cap A) \cup \dots$$

$$\dots \cup (B_K \cap A) \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned} \text{prob}(A) &= \text{prob}(B_1) \cdot \text{prob}(A|B_1) + \\ &\quad + \text{prob}(B_2) \cdot \text{prob}(A|B_2) + \\ &\quad \vdots \\ &\quad + \text{prob}(B_K) \cdot \text{prob}(A|B_K) \\ &= \sum_{k=1}^K \text{prob}(B_k) \cdot \text{prob}(A|B_k) \end{aligned} \quad (3.21)$$

$\text{prob}(A|B_k)$ ist die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A, wenn das Ereignis B_k eingetreten ist. Die Gesamteintrittswahrscheinlichkeit $\text{prob}(A)$ entsprechend Gl.(3.21) wird mit einer Monte Carlo-Strategie geschätzt, deren Ablaufschema in Abb. 10 dargestellt ist.

Die Stichproben für die Ereignisse B_k , $k = 1 \dots K$, werden mit dem varianzreduzierenden "Latin Hypercube Sampling" /30/ gewählt, es stellt die äußere Schleife der Monte Carlo-Prozedur dar. Die innere Schleife (die dem Schätzen von $\text{prob}(A|B_k)$ entspricht) basiert auf einem einfachen Standard-Monte Carlo-Verfahren.

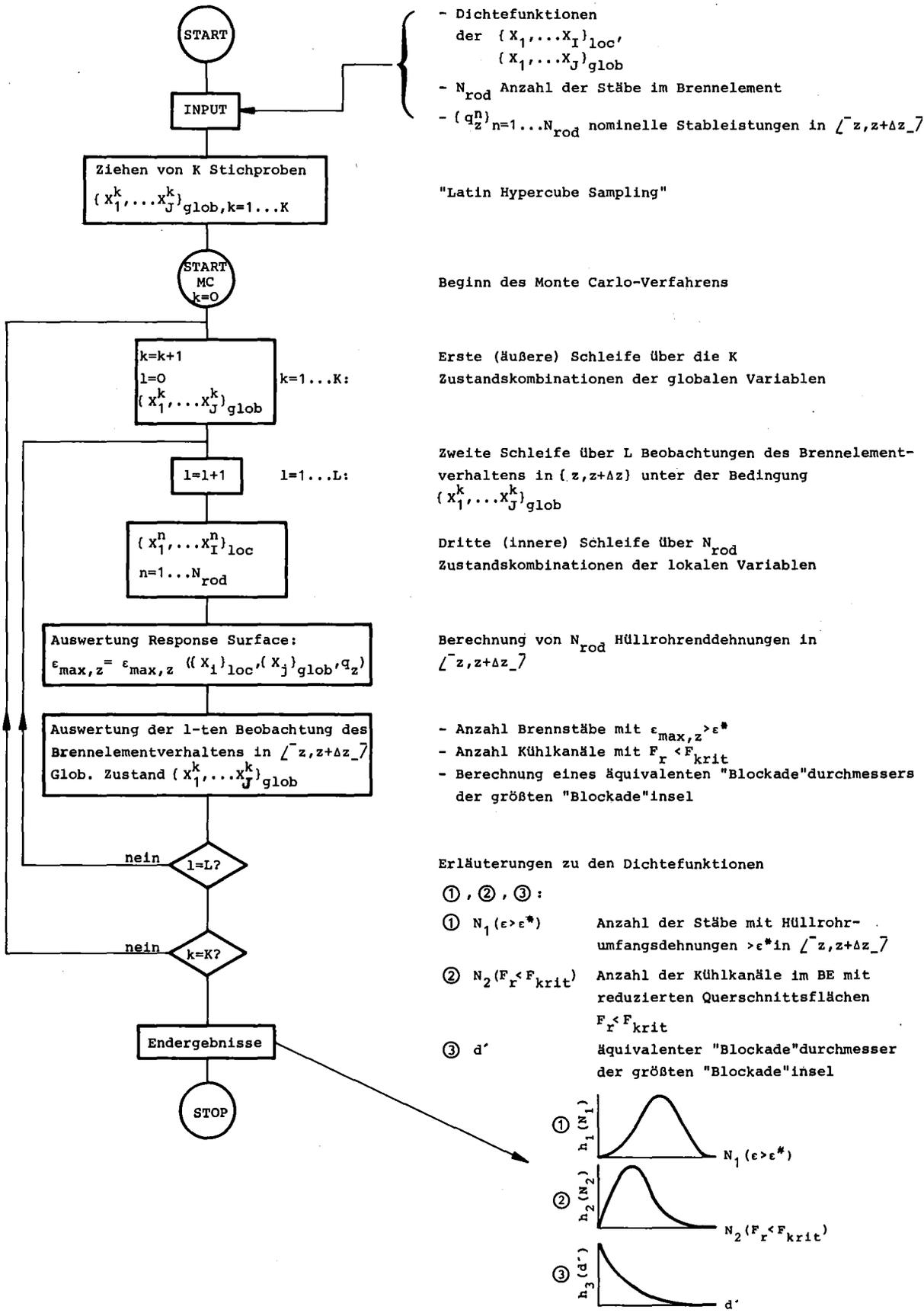


Abb. 10: Ablaufschema der Monte Carlo-Rechnungen zur probabilistischen Analyse des gemeinsamen Verhaltens der Brennstäbe im Referenz-Brennelement

4. Annahmen und Ergebnisse der probabilistischen Analysen für den Einzelstab und das Referenzbrennelement

4.1 Auswahl und Beschreibung der berücksichtigten unsicheren Einflußvariablen

Wie in Kap. 2.2 dargestellt, durchläuft die deterministische Analyse des Brennstabverhaltens (d.h. der experimentelle Teil im Rahmen der "response surface"-Approximation) insgesamt drei Einzelschritte:

- Primärsystemanalyse für die Blowdown-Phase mit RELAP4,
- Einzelkanalanalyse für die Blowdown-Phase mit RELAP4 (greift auf Ergebnisse der Primärsystemanalyse zurück),
- thermische/mechanische Brennstabanalyse für Blowdown-Phase, Wiederauffüll- und Flutphase mit SSYST; die transienten Randbedingungen für die Blowdown-Phase sind Ergebnisse der RELAP4-Einzelkanalanalyse.

Wollte man die Effekte aller erkannten Unsicherheiten und deren Wechselwirkungen über diese drei Verfahrensschritte hinweg erfassen, dann wäre eine große Zahl rechenzeitintensiver RELAP4-Primärsystem- und Einzelkanalrechnungen nötig. Da es im Rahmen dieser Arbeit vorrangig darauf ankam, prinzipielle Vorgehensweisen bei der probabilistischen Analyse eines komplexen Systems zu studieren (und die dafür nötigen Programme bereitzustellen), wurde versucht, die Berücksichtigung von Unsicherheiten der Input-Variablen und Modellparameter gezielt auf den dritten Verfahrensschritt, die eigentliche Brennstabverhaltensanalyse mit SSYST, zu verlegen (das Verhältnis der Rechenzeiten einer RELAP4-Primärsystemanalyse für die Blowdown-Phase zu einer SSYST-Einzelstabanalyse für die ganze Störfalltransiente beträgt ca. 15 : 1). So wurden nur zwei RELAP4-Primärsystemanalysen (100 % und 106 % Reaktorleistung, übrige Annahmen konservativ in Anlehnung an Genehmigungsrechnungen) und jeweils ca. 24 RELAP4-Einzelkanalanalysen durchgeführt. Innerhalb des zweiten Verfahrensschrittes der Einzelkanalanalysen wurden folgende Einflußgrößen variiert:

- Faktor der Leistungsüberhöhung des Reaktors bezogen auf 100 % Leistung
- Multiplikationsfaktor der Nachzerfallsleistung nach ANS-Standard
- Radialer Leistungsformfaktor
- Multiplikativer Korrekturfaktor für die Wärmeübergangskoeffizienten nach DNB.

Systematische Kombinationen dieser Einflußvariablen im Zuge von RELAP4- Einzelkanalanalysen führen zu einem repräsentativen Umfang an transienten Randbedingungen (Kühlmitteldrücke, Kühlmitteltemperaturen, Wärmeübergangskoeffizienten) innerhalb der Blowdown-Phase für 20 aktive axiale Stabzonen sowie das obere und untere Gasplenum, auf den bei den SSYST-Einzelstabanalysen zurückgegriffen wird. In Abb. 11 ist die Gesamtstrategie des Vorgehens von der Auswahl der Variablen über die "response surface"-Approximationen bis zur probabilistischen Betrachtung des Einzelstab- und Brennelementverhaltens mit Hilfe von Monte Carlo-Verfahren schematisch dargestellt.

Insgesamt sind 20 Variablen als unsicher betrachtet und im Rahmen des Verfahrens der "response surface"-Approximation variiert worden. Sie sind in Tab. 3 angegeben zusammen mit ihren Wertebereichen und den Parametern der für die probabilistischen Abschätzungen zugrundegelegten Dichtefunktionen. Im folgenden werden diese Variablen ihrer Bedeutung nach zu Gruppen zusammengefaßt.

1. Leistungsbezogene Variablen

Für den axialen Verlauf der spezifischen Brennstableistung (W/cm) wird ein cosinusförmiges Profil angenommen:

$$q'(z) = \overline{q'_0} \cdot f_{ax} \cdot f_{rad} \cdot f_{pow} \cdot f_w \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot z}{H'}\right) \quad (4.1)$$

$\overline{q'_0}$ mittlere spezifische Brennstableistung bei Vollast
(206 W/cm)

f_{ax} axialer Leistungsformfaktor, $f_{ax} = 1.3 = \text{const.}$

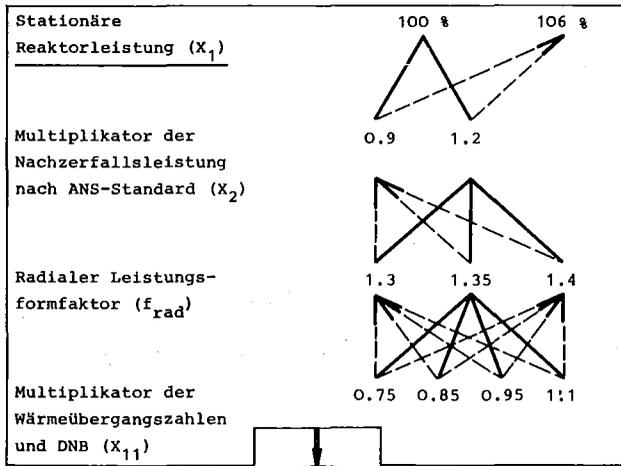
f_{rad} radialer Leistungsformfaktor $1.25 \leq f_{rad} \leq 1.4$

f_{pow} Betriebsleistung des Reaktors, bezogen auf Vollast
 $1.0 \leq f_{pow} \leq 1.06$

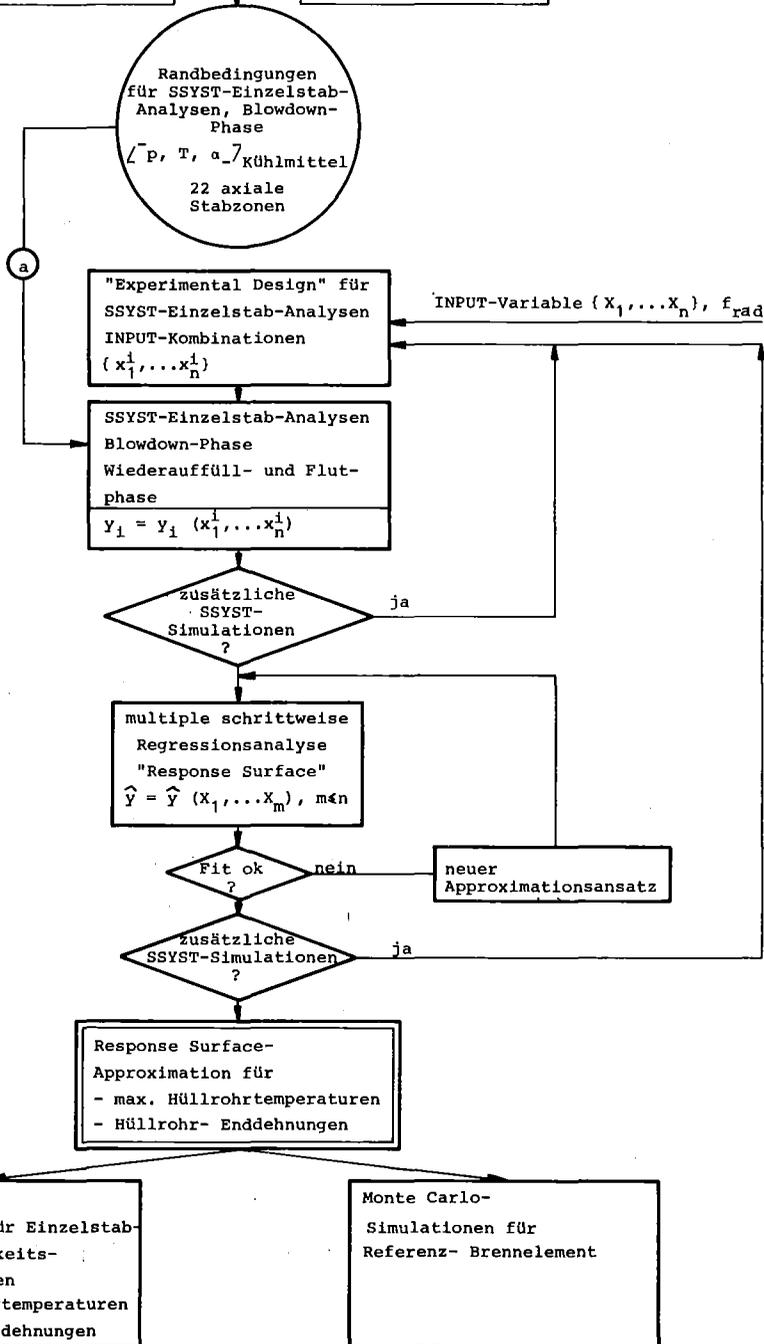
f_w Wasserspaltfaktor $0.95 \leq f_w \leq 1.05$

Bei den üblichen "hot spot"-Betrachtungen konservativer Störfallanalysen wird zusätzlich ein Leistungs-Sicherheitsfaktor f_s mit $f_s = 1.25$ eingeführt. Da dieser Faktor als Multiplikator in Gl. (4.1) eine als unrealistisch groß angesehene Unsicherheit der Gesamtleistung des Brennstabes charakterisieren würde, wird er nur in den mittleren Stabzonen 10 bis 13 (Abb.A-5, S. 90) berücksichtigt:

Schritt 1:
Primärsystem-
Analysen
RELAP 4



Schritt 2:
Einzelkanal-
Analysen
RELAP 4



Schritt 3:
Einzelstab-
Analysen
SSYST

Abb. 11: Schema der Verfahrensschritte der deterministischen RELAP4- und SSYST-Simulationen im Rahmen der "response surface"-Methodik

f_S Leistungs-Sicherheitsfaktor $0.9 \leq f_S \leq 1.25$

Somit kennzeichnet das Produkt

$$f_{rad} \cdot f_{pow} \cdot f_w \cdot f_s$$

die Leistung des Brennstabes in der axialen Zone $[z', z'+\Delta z]$ bezogen auf die Leistung eines mittleren Stabes in $[z', z'+\Delta z]$ bei Vollast ($f_S=1$ in den axialen Zonen 2 bis 9 und 14 bis 21).

Die Unsicherheit in der Nachwärmeerzeugung wird durch einen Multiplikator

$$0.9 \leq f_{dec} \leq 1.2$$

erfaßt, mit dem der nominelle zeitliche Verlauf korrigiert wird.

2. Geometrische Variablen

Hierbei handelt es sich um die Kaltmaße von

- Pelletradius,
- Hüllrohrinnenradius,
- Hüllrohrwandstärke.

Außerdem wird ein additiver Korrekturfaktor f_{reloc} zur Berücksichtigung des Zuwachses des Pelletradius durch Relokation eingeführt.

Die Notwendigkeit der Einführung dieses Korrekturfaktors ergab sich nach Vergleichsrechnungen mit dem Rechenprogramm COMETHE / 40 /. SSYST gestattet z.Zt. keine Berechnung des stationären leistungs- und abbrandabhängigen mechanischen Zustandes der Brennstoffpellets. Das kann zu einer erheblichen Unterschätzung des stationären Spaltwärmedurchgangs führen.

3. Variablen, die sich auf den Wärmeübergang in der Blowdown-, Wiederauffüll- und Flutphase beziehen

Für die Wärmeübergangskoeffizienten nach DNB wird ein multiplikativer Korrekturfaktor

$$0.75 \leq f_{\alpha, BD} \leq 1.1$$

eingeführt, der Unsicherheiten der von RELAP4 berechneten Wärmeübergangszahlen im Filmsiedebereich und bei erzwungener Konvektion in überhitztem Dampf berücksichtigen soll. Dieser Faktor kann auch als äquivalente Massenstromkorrektur innerhalb der verwendeten Wärmeübergangsbeziehungen (Groeneveld bzw. Dittus und Boelter) aufgefaßt werden. Die Abb. 12 zeigt als typisches Beispiel die resultierenden Streubreiten in den zeitabhängigen Verläufen der Wärmeübergangszahlen während der Blowdown-Phase.

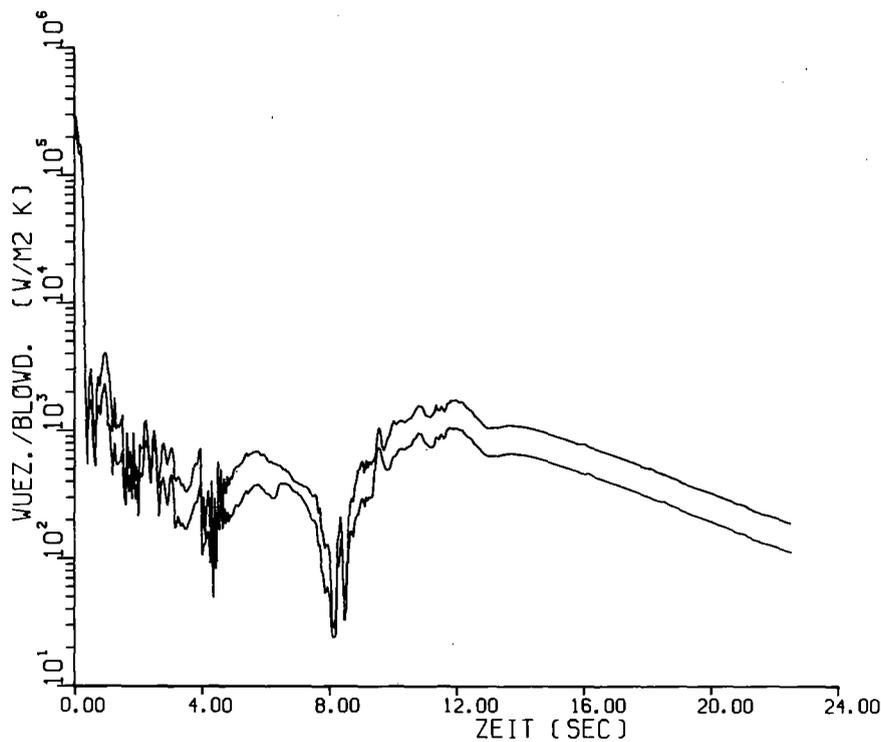


Abb. 12: Streubreiten der Wärmeübergangskoeffizienten in der Blowdown-Phase (nach DNB) nach Einführung eines multiplikativen Korrekturfaktors, Brennstabmitte

Der Wärmeübergangskoeffizient in der Wiederauffüllphase wird in den Grenzen

$$10. \leq \alpha_{\text{fill}} \leq 50. \text{ W/m}^2\text{K}$$

variiert. Bei vorgegebenen Einspeiseraten der Notkühlsysteme hängt die Zeitdauer der Wiederauffüllphase von der Restwassermenge im unteren Reaktorplenum am Blowdown-Ende ab. Für die auf das Plenumvolumen bezogene Restwassermenge wird der Wertebereich

$$0. \leq \frac{V}{\text{RW}} \leq 0.3$$

angenommen.

Die Berechnung der transienten Wärmeübergangskoeffizienten in der Flutphase an der axialen Stabposition z basiert nach / 41 / auf einem empirischen Ansatz der Form

$$\alpha_{flut}(z, t) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \left(C_{1,2}^0 + C_{1,2}^1 \cdot t/t_{(z)}^{quench} \right) \quad (4.2)$$

$t_{(z)}^{quench}$ ist die vom SSYST-Modul WAK berechnete Quenchzeit für die axiale Stabposition z von Flutbeginn an.

$t/t_{(z)}^{quench} = 0$: Flutbeginn

$t/t_{(z)}^{quench} = 1$: Die entsprechende axiale Stabposition wird gequenchet.

C_1^0 und C_1^1 bzw. C_2^0 und C_2^1 sind Konstanten innerhalb zweier Zeitintervalle

$$0 \leq t/t_{(z)}^{quench} \leq \tau' \quad ; \quad C_1^0, C_1^1 \quad (W/m^2K)$$

$$\tau' < t/t_{(z)}^{quench} \leq 1 \quad ; \quad C_2^0, C_2^1 \quad (W/m^2K)$$

$\tau' \approx 0,3$, s. Abb. 13.

Die Variablen α_0 und α_1 variieren in den Grenzen

$$30. \leq \alpha_0 \leq 50 \quad (W/m^2K)$$

$$0.5 \leq \alpha_1 \leq 1.2$$

In der Abb. 13 ist der den Rechnungen zugrundegelegte Streubereich von α_{flut} über $\tau = t/t_{(z)}^{quench}$ wiedergegeben.

4. Stationärer Spaltgasdruck und ZRY-Deformationsmodell

Für die betrachteten Brennstäbe zu Beginn des 2. Abbrandzyklus wird nach /42 / ein stationärer Spaltgasdruck von 60 bar als Referenzwert zugrundegelegt. Diesem Referenzwert wird in Anlehnung an /43 / ein Unsicherheitsband zwischen 50 und 75 bar zugeordnet.

Das in SSYST verwendete statistische ZRY-Deformationsmodell von Raff /24 / enthält Streubreiten für die spannungs- und temperaturabhängige plastische

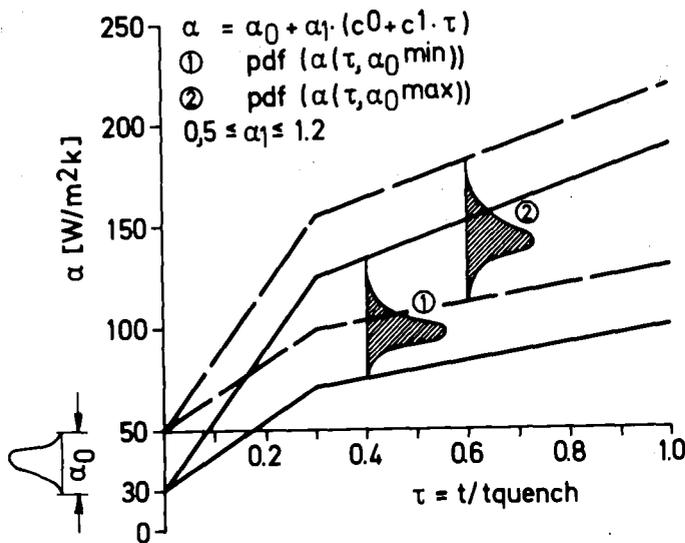


Abb. 13: Verlauf der Wärmeübergangskoeffizienten in der Flutphase von Flutbeginn ($\tau = 0$) bis zum Wiederbenetzen ($\tau = 1$) bei Variation der Parameter α_0 und α_1

Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}(\sigma, T)$. Im SSYST-Modul STADEF zur Berechnung der Hüllrohrdeformationen werden diese Streubreiten durch eine statistische Variable C_ϵ erfaßt.

5. Stoffwerte

Für die Wärmeleitfähigkeit und spezifischen Wärmekapazitäten von UO_2 bzw. ZRY sind die Streubreiten auf der Grundlage entsprechender Angaben in MATPRO / 44/ festgelegt. Die Abb. 14 zeigt die temperaturabhängigen Referenzwerte und die zugeordneten Streubreiten. Außerdem wird die Wärmeleitfähigkeit des Spaltgases durch einen den Referenzwerten zugeordneten Multiplikator in den Grenzen

$$0.85 \leq M_{\lambda \text{Gas}} \leq 1.15$$

variiert.

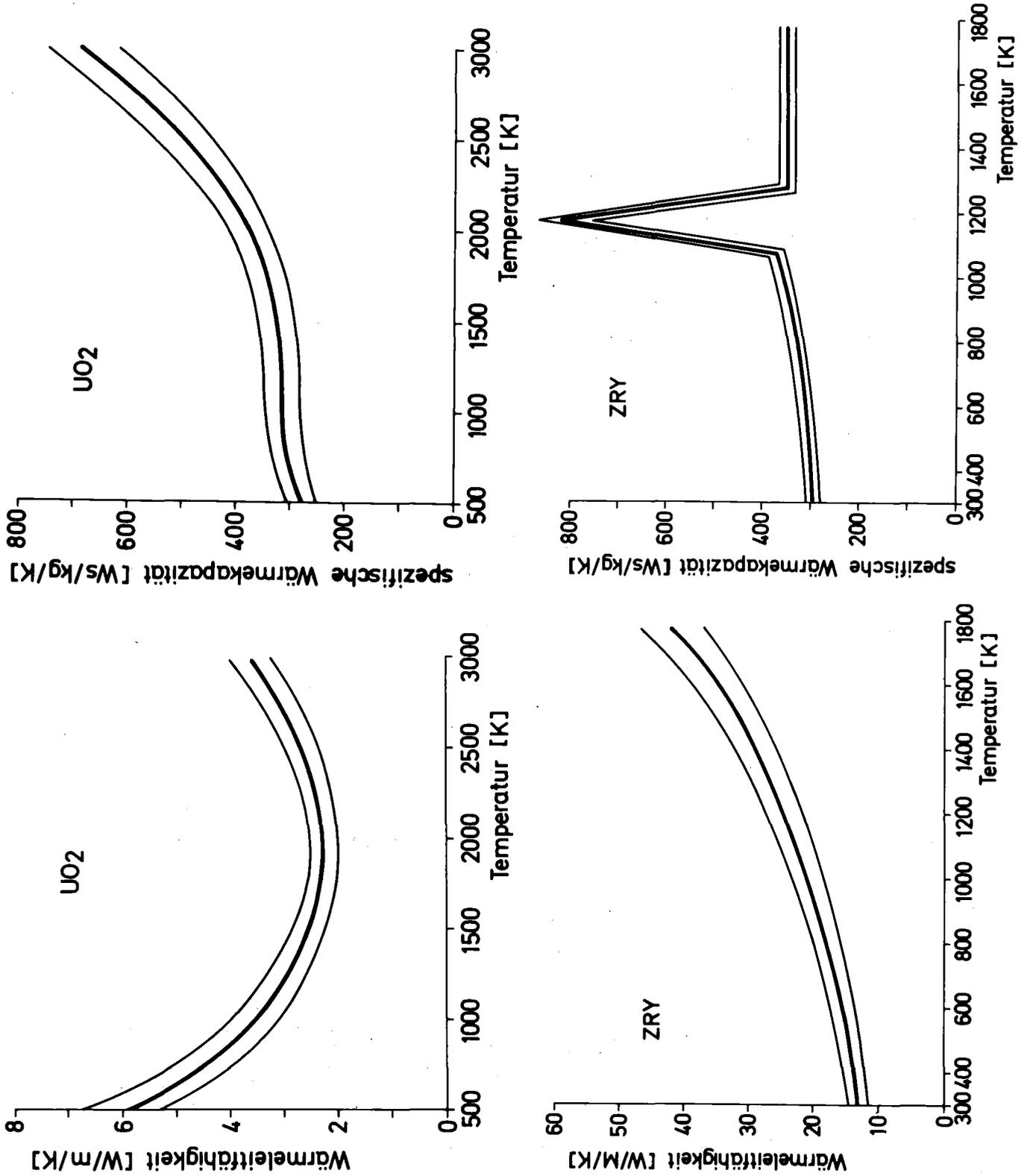
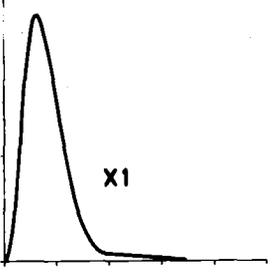
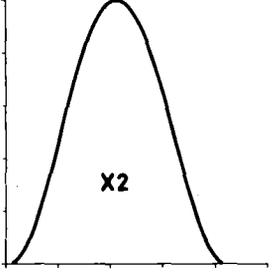
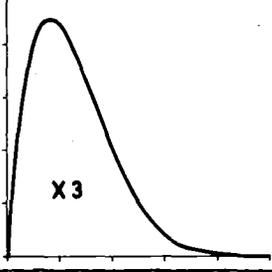
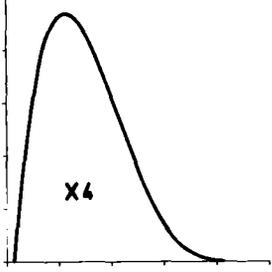
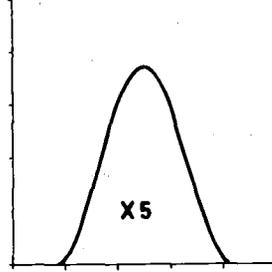


Abb. 14: Temperaturabhängiger Verlauf von Wärmeleitfähigkeit und spez. Wärmekapazität von UO₂ bzw. ZRY mit zugeordneten Streubreiten nach / 44 /

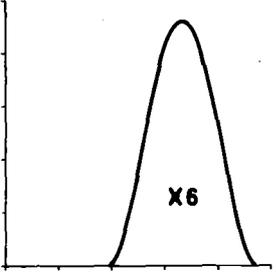
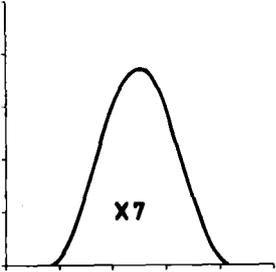
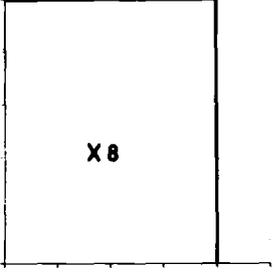
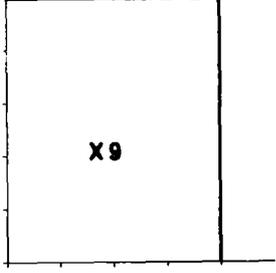
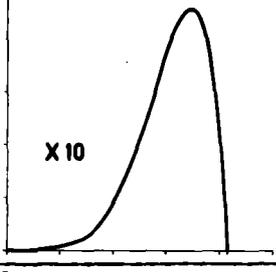
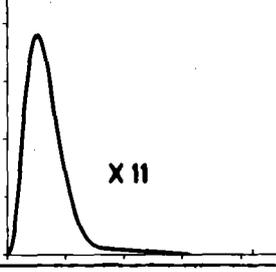
VARIABLE	BEDEUTUNG	global/ lokal	VERTEILUNG
X1	relative stationäre Reaktorleistung bei Störfallbeginn, be- zogen auf 100 %	g	<p>Beta¹⁾-verteilt:</p> <p>X_{min} = 1,00 X_{max} = 1,06 p = 4 q = 20</p> 
X2	Multiplikator der Nachwärmeerzeugung (ANS-Standard)	g	<p>0.9 1.2 3 3</p> 
X3	Wasserspaltfaktor	1	<p>0.95 1.05 2 6</p> 
X4	Multiplikativer Kor- rekturfaktor zur Be- rücksichtigung örtl. Leistungsunsicher- heiten	1	<p>0.90 1.25 2 4</p> 
X5	Pellet-Radius, kalt (mm)	1	<p>4.533 4.547 3 3</p> 

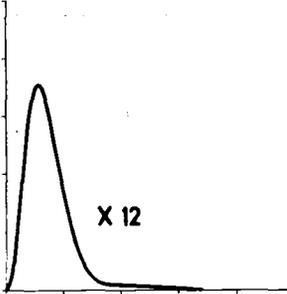
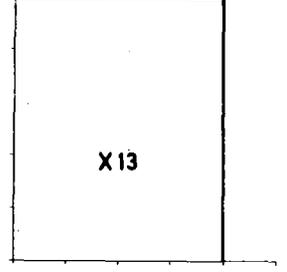
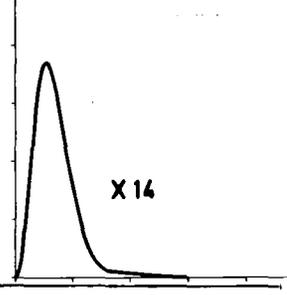
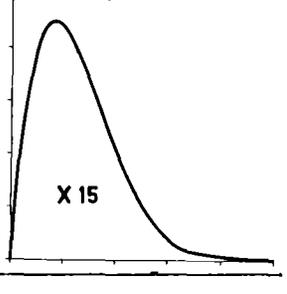
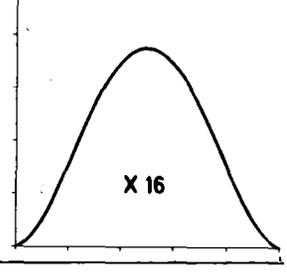
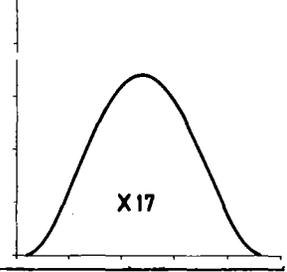
1) alle betrachteten Variablen $\{X_i\}$ sind als Beta-verteilt mit der Dichtefunktion

$$g(x) = 1/B(p, q) \cdot \left[\frac{(x - x_{min})^{p-1} (x_{max} - x)^{q-1}}{(x_{max} - x_{min})^{p+q-1}} \right]$$

behandelt worden.

Tab. 3: Bedeutungen, Streubreiten und Parameter der Dichtefunktionen der als zufällig verteilt betrachteten "unsicheren" Einflußvariablen und Modellparameter

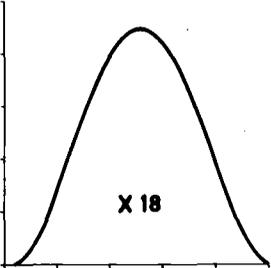
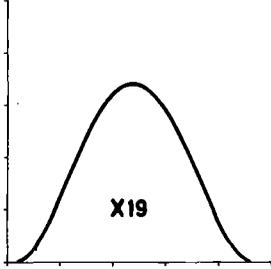
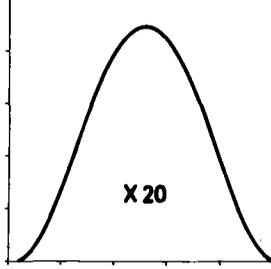
VARIABLE	BEDEUTUNG	global/ lokal		VERTEILUNG
X6	Hüllrohr-Innenradius, kalt (mm)	1	Beta ¹⁾ -verteilt: $X_{\min} = 4.629$ $X_{\max} = 4.671$ $p = 3$ $q = 3$	
X7	Hüllrohr-Wandstärke, kalt (mm)	1	0.690 0.725 3 3	
X8	Additiver Korrekturfaktor für den Pelletradius zur Berücksichtigung von Relokation (mm)	1	$0.$ 0.045 1 1	
X9	Wärmeleitfähigkeit des Spaltgases, Multiplikator	1	0.85 1.15 1 1	
X10	Relativer Spaltgasdruck, bezogen auf $p_{\text{Gas}} = 60$ bar, stationär	1	0.85 1.25 6 2	
X11	Wärmeübergangszahlen nach DNB (Blowdown), multiplikativer Korrekturfaktor	1	0.75 1.10 4 25	

VARIABLE	BEDEUTUNG	global/ lokal		VERTEILUNG
X12	Restwassermenge im unteren Reaktorplenum, bezogen auf Plenumsvolumen	g	Beta ¹⁾ -verteilt: X _{min} = 0.0 X _{max} = 0.30 p = 4 q = 25	
X13	Wärmeübergangskoeffizient in der Wiederauffüllphase (W/m ² K)	g	10 50 1 1	
X14	Wärmeübergangskoeffizient α _o ²⁾ in der Flutphase (W/m ² K)	g	30 50 4 20	
X15	Multiplikator α ₁ ²⁾ für den Wärmeübergangskoeffizienten in der Flut-Phase	1	0.5 1.2 2 6	
X16	ZRY-Kriechgeschwindigkeit ε̇ = ε̇(σ,T) ³⁾ , Multiplikator	g	0.5 1.5 3 3	
X17	Spezif. Wärmekapazität UO ₂ , Multiplikator ⁴⁾	1	0.895 1.105 3 3	

2) $\alpha_{Flut} = \alpha_o + \alpha_1 (C^o + C^1 \cdot T)$, s.S.54

3) s.S.54

4) s.S. 55/56

VARIABLE	BEDEUTUNG	global/ lokal		VERTEILUNG
X18	Wärmeleitfähigkeit UO ₂ , Multiplikator ⁴⁾	1	<u>Beta¹⁾-verteilt:</u> $X_{\min} = 0.88$ $X_{\max} = 1.12$ $p = 3$ $q = 3$	
X19	Spezifische Wärme- kapazität ZRY, Multiplikator ⁴⁾	1	0.965 1.035 3 3	
X20	Wärmeleitfähigkeit ZRY, Multiplikator ⁴⁾	1	0.90 1.10 3 3	

Die Tab. 3 gibt einen zusammenfassenden Überblick mit Angaben der zugrundegelegten Dichtefunktionen der 20 Variablen.

4.2.1 Ergebnisse der "response surface"-Approximationen

Die interessierenden Ereignisse

- maximale Hüllrohrtemperatur
- maximale Hüllrohrumfangsdehnung

sind konzentriert auf die axiale Stabzone 12 (s. Abb. A-5). Hauptursache dafür ist der in konservativer Weise den Rechnungen zugrundegelegte axiale Leistungsformfaktor von 1.3 (der eher typisch für frische Brennstäbe ist). Überlagert wird dieser Effekt noch durch den umgekehrt proportionalen Einfluß der Quenchzeit auf die Wärmeübergangszahl in der Flutphase entsprechend der angegebenen empirischen Korrelation (Abb. 13 , S. 55). In bezug auf die Definition der maximalen Hüllrohrtemperatur wird eine Einschränkung insofern vorgenommen, als im folgenden darunter die höchste erreichte Temperatur nach Blowdownende, also während des Wiederauffüll- und Flutvorganges, verstanden wird. Das erreichte Temperaturniveau in der Aufheizphase nach dem Blowdown beeinflußt maßgebend den Umfang an plastischer Hüllrohrdeformation und erlaubt zusammen mit der Hüllrohrdehnung eine Abschätzung möglichen Brennstabschadens durch Bersten des Hüllrohres. Da die bisher vorliegenden Berstkriterien ein hohes Maß an Unsicherheit aufwiesen, wurde im Rahmen dieser Arbeit auf deren Anwendung verzichtet. Stattdessen wurde Hüllrohrbersten, unabhängig von der Hüllrohrtemperatur, bei einer Umfangsdehnung von 100 % angenommen. Inzwischen ist für den Einsatz in SSYST ein zuverlässigeres Berstmodell aufgestellt worden / 45 /.

Bezogen auf die thermisch und mechanisch am höchsten belastete Stabzone 12 sind für die maximale Hüllrohrtemperatur (in der Wiederauffüll- und Flutphase) und die Hüllrohrenddehnung auf der Grundlage von ca. 100 SSYST-Simulationen folgende "response surface"-Approximationen gefunden worden:

a) Maximale Hüllrohrtemperatur \hat{T}_{\max} :

$$\hat{T}_{\max} = (760.50 +$$

Leistung, stationär	$50.31 \cdot (X1 \cdot X3 \cdot X4 \cdot f_{\text{rad}})^2$	
Spaltweite, stationär	$+ 0.936 \cdot 10^3 \cdot (X6 - X5 - X8)$	
Wärmeübergangszahl/ Blowdown	$- 170.73 \cdot X11$	
λ_{UO_2}	$- 86.14 \cdot X18^2$	
Nachzerfallsleistung	$+ 261.70 \cdot X1 \cdot X2 \cdot X3 \cdot X4 \cdot f_{\text{rad}} (1 - 0.2 \cdot$ $(X1 \cdot X2 \cdot X3 \cdot X4 \cdot f_{\text{rad}}))$	
α_o^{Flut}	$- 0.70 \cdot X14$	
λ_{Gas}	$- 37.41 \cdot X9$	
Wärmeübergangszahl/ Wiederauffüllphase	$- 0.80 \cdot X13$	
$c_p^{\text{UO}_2}$	$+ 81.90 \cdot X17$	
Restwassermenge	$- 72.43 \cdot X12$	(4.31)
(Spaltgasdruck, stat.) (statist. Faktor des ZRY-Deformationsmodells)	$- 5.95 \cdot X10 \cdot X16) \cdot K$	

Die Bedeutungen der $\{X_i\}$ sind in Tab. 3 angegeben.

b) maximale Hüllrohrumfangsdehnung $\hat{\epsilon}_{\max}$:

$$\ln \hat{\epsilon}_{\max} = - 5.0$$

(Spaltgasdruck \times Lei- stung) stationär	$+ 3.30 \cdot X10 \cdot X1 \cdot X3 \cdot X4 \cdot f_{\text{rad}}$
Spaltweite, stationär	$+ 0.461 \cdot 10^2 (X6 - X5 - X8)$
Nachzerfallsleistung	$+ 0.85 \cdot (X1 \cdot X2 \cdot X3 \cdot X4 \cdot f_{\text{rad}})^2$

Nr.	Ansatzfunktion	einfacher Korrelationskoeffizient	partieller
6	X14	- 0.04	$r_{6y/1...5} = -0.33$
7	X9	0.13	$r_{7y/1...6} = -0.36$
8	X13	- 0.07	$r_{8y/1...7} = -0.28$
9	X17	0.12	$r_{9y/1...8} = 0.26$
10	X12	- 0.10	$r_{10y/1..9} = -0.21$
11	X10 . X16	- 0.19	$r_{11y/1..10} = -0.20$

Tab. 4 : Einfache und partielle lineare Korrelationskoeffizienten der Ansatzfunktionen in Gl.(4.31) mit Y (= max. Hüllrohrtemperatur)

Die dominierenden Einflüsse sind demnach:

- die anfangs gespeicherte Wärmeenergie im Brennstoff
 - . Anfangsleistung
 - . Spaltweite, stationär
 - . Wärmeleitfähigkeit UO_2
- die abzuführende Nachzerfallswärmeenergie
- die Wärmeübergangsbedingungen in der Blowdown-Phase (multiplikativer Korrekturfaktor $f_{\alpha, BD}$)
- Wärmeleitfähigkeit von UO_2 und Wärmedurchgangszahl im Spalt (d.h. Wärmeleitfähigkeit des Spaltgases)
- Wärmeübergangsbedingungen in der Wiederauffüll- und Flutphase.

In der Abb. A-13 sind die approximierten Temperaturen (\hat{T}_{max}) über den mit SSYST berechneten (T_{max}) aufgetragen. Eine Tendenz der Approximationsfehler in Abhängigkeit des Wertebereichs von T_{max} ist nicht zu erkennen. Abb. A-14 zeigt die Residuenhäufigkeiten in Intervallen von $\Delta T = 6$ K. Hier wird deutlich, daß die Annahme der Normalverteilung der Residuen, die in Zusammenhang mit den Signifikanz-Tests innerhalb des Regressionsverfahrens gemacht wurde, gerechtfertigt war. Darüber hinaus lassen sich folgende, die Qualität der Approximation der maximalen Hüllrohrtemperaturen charakterisierende Kenngrößen angeben (s. Kap. 3.3.2, S. 41):

- Standardabweichung von \hat{T}_{\max} :

$$s = 8.6 \text{ K}$$

- Quadrat des multiplen Korrelationskoeffizienten R:

$$R^2 = 0.94$$

Zu b) "Response surface"-Approximation der maximalen Hüllrohrumfangsdehnung

Die folgende Tabelle 5 gibt einfache und partielle lineare Korrelationskoeffizienten der einzelnen Ansatzfunktionen der "response surface"-Approximation (4.32) mit $Y = \ln \epsilon_{\max}$ (ϵ_{\max} : maximale Hüllrohrumfangsdehnung) an.

Nr.	Ansatzfunktion	einfacher Korrelationskoeffizient	partieller Korrelationskoeffizient
1	$X_{10} \cdot X_1 \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot f_{\text{rad}}$	0.56	
2	$(X_6 - X_5 - X_8)$	0.27	$r_{2y/1} = 0.50$
3	$(X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot f_{\text{rad}})^2$	0.48	$r_{3y/1.2} = 0.74$
4	X_{11}	-0.09	$r_{4y/1.2.3} = -0.47$
5	X_{18}	-0.30	$r_{5y/1...4} = -0.45$
6	$X_{12} \cdot X_{13}$	-0.24	$r_{6y/1...5} = -0.53$
7	$(X_1 \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot f_{\text{rad}})^2$	0.33	$r_{7y/1...6} = 0.47$
8	X_{14}	-0.25	$r_{8y/1...7} = -0.46$
9	X_9	0.22	$r_{9y/1...8} = -0.27$
10	X_{15}	-0.23	$r_{10y/1..9} = -0.28$
11	X_{16}	0.11	$r_{11y/1..10} = 0.22$
12	X_{17}	0.10	$r_{12y/1..11} = 0.17$

Tab. 5: Einfache und partielle lineare Korrelationskoeffizienten der Ansatzfunktionen in Gl.(4.32) mit $Y (= \ln \epsilon_{\max})$

Die dominierenden Einflüsse auf die Hüllrohrdehnung sind:

- der Anfangsinnendruck und die im Brennstoff gespeicherte Wärmeenergie
 - . Anfangsleistung
 - . Spaltweite, stationär
 - . Wärmeleitfähigkeit UO_2
- die abzuführende Nachzerfallswärmeenergie
- die Wärmeübertragungsbedingungen in der Blowdown-Phase (Multiplikator $f_{\alpha, BD}$, Kap. 4.1, S. 52/53)
- die Wärmeleitfähigkeit von UO_2
- die Wärmeübergangsbedingungen in der Wiederauffüll- und Flutphase.

Um die stark nichtlinearen Einflüsse der thermischen und mechanischen Belastungen auf die plastische Verformung des Hüllrohres in geeigneter Weise erfassen zu können, ist über die schrittweise Regressionsanalyse die "response surface" der maximalen Hüllrohrumfangsdehnungen im transformierten logarithmischen Bereich approximiert worden. In der Abb.A-15 sind die approximierten Dehnungen in Form von $1/\ln \hat{\epsilon}_{max}$ über den beobachteten $1/\ln \epsilon_{max}$ aufgetragen. Abb.A-16 zeigt die Häufigkeitsverteilung der Residuen $(\ln \epsilon_{max} - \ln \hat{\epsilon}_{max}^l)$, $l=1\dots m$, die als angenähert normalverteilt betrachtet werden können. Hier ebenso wie in bezug auf die Residuen der Temperaturapproximation ist die Hypothese, die Residuen seien normalverteilt, durch χ^2 -Anpassungstests nicht widerlegt worden.

Einen Eindruck über die wahren Approximationsfehler nach Rücktransformation in den Originalbereich vermittelt die Abb.A-17. Hier wird deutlich:

- 1) daß der Umfang an "experimenteller" Information über das Auftreten großer Dehnungen ($> 30\%$) relativ gering ist; dies ist ein erster Hinweis darauf, daß unter den getroffenen Annahmen große Dehnungen seltene Ereignisse darstellen. Die ersten 50 SSYST-Simulationen mit zufällig gewählten Variablenkombinationen entsprechend dem "Latin Hypercube Sampling Design" führten nur zu einem einzigen Dehnereignis mit $\epsilon_{max} > 30\%$. Erst die systematische Verlagerung des "experimental design" in einen relevanten Teilbereich des n-dimensionalen Raumes der Variablen $\{X_i\}_{i=1\dots n}$ führte zu häufigeren Beobachtungen von Hüllrohrdehnungen zwischen 30 und 100 %.

- 2) daß der Fehler im Originalbereich tendenziell mit zunehmender Dehnung größer wird:

Der absolute Fehler in logarithmischem Bereich

$$\delta = \ln \epsilon_{\max} - \ln \hat{\epsilon}_{\max}$$

wird durch die Rücktransformation in einen relativen Fehler

$$\delta' = e^{-\delta} - 1 = \frac{\hat{\epsilon}_{\max} - \epsilon_{\max}}{\epsilon_{\max}}$$

transformiert. Dieses Fehlerverhalten ist also auf den speziellen Approximationsansatz zurückzuführen. Da die Fehler auch im Originalbereich über die Zuordnung von Konfidenzintervallen zu $\hat{\epsilon}_{\max}$ abschätzbar sind, wird diesem Aspekt des Fehlerverhaltens untergeordnete Bedeutung beigemessen.

Insgesamt ist festzustellen, daß wegen der vergleichsweise geringen Anzahl von "experimentellen" Beobachtungen und der hohen Sensitivität der Hüllrohrdehnung bei geringen Variationen der Einflußvariablen im Bereich starker Verformungen die Approximation für $\epsilon_{\max} > 40\%$ mit größerer Unsicherheit behaftet ist. Eine verbesserte Darstellung erscheint möglich durch

- lokale Approximationen auf zusammenhängenden Teilbereichen der gesamten "response surface" oder
- nichtlineare Modellansätze (nichtlinear in den zu bestimmenden Koeffizienten) und den Einsatz eines nichtlinearen Regressionsverfahrens.

Beide alternative Vorgehensweisen sind in diesem Rahmen jedoch nicht näher untersucht worden. Über die Anwendung lokaler "response surface"-Approximationen in Zusammenhang mit probabilistischen Analysen von Störfallkonsequenzen bei schnellen Brutreaktoren wird von Vaurio und Mueller berichtet / 19 /. Deren "experimental design" erforderte jedoch, bezogen auf die Anzahl der betrachteten Einflußvariablen, einen weitaus größeren Aufwand an Computersimulationen als er für die Anwendung von SSYST praktikabel wäre.

In /19/ wird für die notwendige Anzahl von Computersimulationen der Wert $1 + 4n + 2n(n-1)$ angegeben; n ist die Zahl der betrachteten Einflußgrößen.

Für die gefundene "response surface"-Approximation der maximalen Hüllrohrumfangsdehnung im logarithmischen Bereich gelten die folgenden Fehlercharakteristika:

- Standardabweichung von $\ln \hat{\epsilon}_{\max}$: 0.30
(dem entspricht im Originalbereich ein relativer Fehler von ca. 35 %)
- Quadrat des multiplen Korrelationskoeffizienten R:
 $R^2 = 0.91.$

4.2.2 Ergebnisse (der probabilistischen Analysen) für den Einzelstab

Die Verteilungsfunktionen der maximalen Hüllrohrtemperaturen und Hüllrohrumfangsdehnungen (für die axiale Stabzone 12) wurden über jeweils $5 \cdot 10^4$ Monte Carlo-Simulationen geschätzt. Der Gesamtfehler von $F(y^*) = \text{prob. } (Y \leq y^*)$ (bzw. $\text{prob } (Y > y^*) = 1 - F(y^*)$) setzt sich zusammen aus

- dem Fehler des Monte Carlo Verfahrens aufgrund des begrenzten Stichprobenumfangs,
- dem Fehler der "response surface"-Approximation

Bei einem Stichprobenumfang von $N = 5 \cdot 10^4$ ist der Fehler des Monte Carlo-Verfahrens für Schätzwerte $\hat{F}(y^*) \geq 10^{-2}$ der Verteilungsfunktion $F(y^*)$ vernachlässigbar klein. In der folgenden Tabelle sind für Schätzwerte $\hat{F}(y^*) = 0.01, 0.05$ und 0.1 Konfidenzintervalle zur Konfidenzzahl $1-\alpha = 0.95$ angegeben.

Schätzwert $\hat{F}(y^*)$	Konfidenzintervall für $F(y^*), 1-\alpha=0.95, N=5 \cdot 10^4$
0.01	$[0.009, 0.011]$
0.05	$[0.048, 0.052]$
0.1	$[0.097, 0.103]$

Nach den Erläuterungen in Kap. 3.3.2 können zur Abschätzung des Fehlers der "response surface"-Approximation den Approximationswerten \hat{y}_k Konfidenzintervalle $[\hat{y}_k - \Delta \hat{y}_k, \hat{y}_k + \Delta \hat{y}_k]$ zugeordnet werden, innerhalb derer die geschätzten $\{y_k\}$ liegen. Damit ist es möglich, über das Monte Carlo-Verfahren Konfidenzintervalle für die zu schätzenden Verteilungsfunktionen $F(y^*)$ zu ermitteln.

Die Abb.A-18 und A-19 zeigen Verteilungsdichten und Konfidenzintervalle (zur Konfidenzzahl 0.95) für die Verteilungsfunktionen der maximalen Hüllrohrtemperaturen für radiale Leistungsformfaktoren von $f_{\text{rad}} = 1.3$ und $f_{\text{rad}} = 1.4$ (entsprechend den Stabzonen 1 bzw. 3, Abb.A-4). Die zugrundegelegten Dichtefunktionen der Einflußvariablen sind in Tab. 3 angegeben.

In der folgenden Tabelle 6 sind einige Ergebnisse der Monte Carlo-Simulationen zusammengefaßt.

Leistungsklasse/nom. rad. Leistungsformfaktor/nom. spez. Stableistung Zone 12	95%-Konfidenzintervalle prob ($T_{\text{max}} > T^{\text{x}}$)		
	$T^{\text{x}}(\text{K})=1000$	1050	1100
1 / 1.3 / 359 W/cm	/0.47,0.74/	/0.04,0.09/	$< 10^{-3}$
2 / 1.35 / 373 W/cm	/0.67,0.87/	/0.10,0.18/	/0.005,0.015/
3 / 1.4 / 387 W/cm	/0.80,0.95/	/0.22,0.37/	/0.015,0.03/

Tab. 6: Ergebnisse der probabilistischen Analysen für die max. Hüllrohrtemperatur - geschätzte Verteilungsfunktionen mit 95%-Konfidenzintervallen

Die geschätzten Dichtefunktionen bzw. Verteilungsfunktionen der maximalen Hüllrohrumfangsdehnungen sind in Abb.A-20 für einen radialen Leistungsformfaktor $f_{\text{rad}} = 1.3$ und in Abb.A-21 für $f_{\text{rad}} = 1.4$ dargestellt. Die Tab. 7 gibt einige ausgewählte Ergebnisse wieder.

Leistungsklasse/nom. rad. Leistungsformfaktor/nom. spez. Stableistung Zone 12	95%-Konfidenzintervalle prob ($\epsilon_{\text{max}} > \epsilon^{\text{x}}$)		
	$\epsilon^{\text{x}}=10\%$	30%	50%
1 / 1.3 / 359 W/cm	/0.04,0.09/	/0.005,0.015/	$< 10^{-3}$
2 / 1.35 / 373 W/cm	/0.10,0.20/	/0.02,0.05/	/0.005,0.03/
3 / 1.4 / 387 W/cm	/0.20,0.35/	/0.05,0.12/	/0.02,0.06/

Tab. 7: Ergebnisse der probabilistischen Analysen für die max. Hüllrohrumfangsdehnung - geschätzte Verteilungsfunktionen mit 95%-Konfidenzintervallen

4.3 Ergebnisse für das Referenz-Brennelement

Die Betrachtung des Brennelementverhaltens konzentriert sich, in Analogie zur Betrachtung des Einzelstabverhaltens, auf die axialen Zonen 12 aller 236 Brennstäbe. Wenn man davon ausgeht, daß innerhalb dieses axialen Bereichs die maximalen Hüllrohrumfangsdehnungen koplanar auftreten, dann kann es zu größeren blockadeähnlichen Kühlkanalreduktionen kommen, die zu einer Gefährdung der örtlichen Langzeitkühlbarkeit der Brennstäbe in den betroffenen Blockadebereichen führen können. Unter diesem Aspekt wurden der Umfang an möglichen Kühlkanalreduktionen und die Größe der zusammenhängenden Blockadebereiche abgeschätzt.

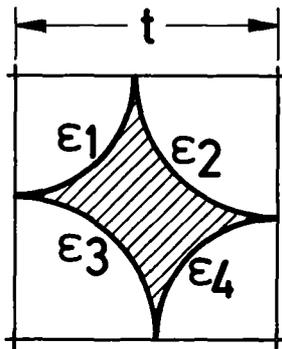
Unter der Voraussetzung, daß sich die Hüllrohrdehnungen ballonartig ausbilden bzw. daß die Hüllrohrdehnungen in axialer Richtung variieren mit einem ausgeprägten lokalen Maximum (und darauf weisen sowohl In-pile - als auch Out-of-pile-Experimente hin / 46 /, / 47 /), ist die Annahme, die Maxima der Hüllrohrdehnungen benachbarter Stäbe verlaufen koplanar, eher konservativ. Hier muß allerdings insofern eine Einschränkung gemacht werden, als Wechselwirkungen zwischen benachbarten Brennstäben (über Strahlungswärmeaustausch und mechanischen Kontakt) und deren möglicherweise blockadefördernde Effekte im Rahmen des SSYST-Einzelstabmodells nicht erfaßt werden können.

In Ergänzung zu den Ausführungen in Kap. 3.4.2 werden im folgenden noch einige Anmerkungen zur Berechnung der reduzierten Kühlkanalquerschnittsflächen und zur Definition des "äquivalenten Blockadedurchmessers" gemacht.

In Abb. 15 ist ein Querschnitt durch einen Restkühlkanal dargestellt für den Fall, daß sich die Hüllrohre der vier benachbarten Brennstäbe anlegen.

Bei rein koplanarem Dehnen legen diese Fälle das Minimum der reduzierten Querschnittsflächen fest. Für einen Brennstabmittenabstand (Teilung) von $t = 1.43$ cm liegt dieses Minimum bei ca. 30 % ($F_{red} = F'/F_o \cdot 100$ %). Eine weitere Reduktion auf Querschnittsflächen < 30 % ist dann möglich,

1. wenn die Hüllrohre infolge des mechanischen Kontaktes ihren kreisförmigen Querschnitt verlieren, oder
2. wenn die Maxima der Hüllrohrdehnungen innerhalb eines sehr engen Bereiches axial verschoben sind.



$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon_2 + \epsilon_4 = \epsilon_3 + \epsilon_4 = \epsilon_1 + \epsilon_3 = t/r_0 - 2$$

r_0 = Radius des ungedehnten Hüllrohres

t = Teilung des Stabgitters

Abb. 15: Geometrische Verhältnisse in einem Kühlkanal bei anliegenden Hüllrohren der 4 benachbarten Brennstäbe

Bei der Abschätzung der Häufigkeiten reduzierter Kühlkanalquerschnittsflächen $F_{\text{red}} \leq 30\%$ sowie $F_{\text{red}} \leq 20\%$ und der Größe zusammenhängender Blockadebereiche wurden keine Restriktionen vorgenommen, so daß die genannten Fälle 1 und/oder 2 in den Abschätzungen enthalten sind. Die Abb.A-22 zeigt im Querschnitt durch die axiale Zone 12 des Brennelements als Ergebnis eines Monte Carlo-Spiels qualitativ die Hüllrohrdehnungen der 236 Brennstäbe. Das Ausmaß der entsprechenden reduzierten Kühlkanalquerschnittsflächen ($F_{\text{red}} \leq 20\%$) ist schematisch in Abb.A-23 dargestellt. Beide Abbildungen repräsentieren Ergebnisse, die unter pessimistischen Annahmen (s.S.75/76) erzielt worden sind. Ein Vergleich mit der Darstellung der Positionen der den drei Stabklassen angehörenden Brennstäbe (Abb. A-4) zeigt die zu erwartende Abnahme der Hüllrohrdehnungen und damit der Anzahl blockierter Kühlkanäle vom Bereich hoher Stableistungen (Klasse 3) zum Bereich geringerer Stableistungen (Klasse 1) hin.

Abb.A-23 zeigt die Ausbildung mehrerer Blockadeinseln, zusammenhängender Bereiche verengter Kühlkanäle, die von Kühlkanälen mit $F_{\text{red}} > F_{\text{krit}}$ (z.B. $F_{\text{krit}} = 20\%$) umgeben sind. Zur Beschreibung der Größe der Blockadeinseln wird ein "äquivalenter Blockadedurchmesser" eingeführt. Da die zusammenhängenden blockierten Bereiche geometrisch sehr unterschiedlich ausgeprägt sein können, werden sie auf eine einheitliche geometrische Form

transformiert. Wesentlicher Gesichtspunkt bei der Transformation ist, daß ein repräsentativer Abstand vom Blockadezentrum zum Blockaderand erfaßt wird und daß dabei die Gesamtfläche des blockierten Bereichs (in der Abb. A-23 durch die Schraffur angedeutet) in guter Näherung erhalten bleibt. Als Einheitsgeometrie bietet sich das Quadrat an, entsprechend der quadratischen Anordnung der Brennstäbe. Die Auswertung einer Reihe charakteristischer Beispiele hat gezeigt, daß die dimensionslose Kenngröße

$$\psi = \frac{(F_0/t^2)^\alpha}{U_0/t} = \frac{(F/t^2)^\alpha}{U/t} = \frac{(d/t)^{2\alpha-1}}{4}, \quad 1 \leq \alpha \leq 2$$

- F_0, U_0 Gesamtfläche und Umfang der Blockadeinsel im Originalbereich
 F, U ... im transformierten Bereich mit quadratischer Gesamtfläche
 t Teilung des Brennstabgitters
 d Kantenlänge der "äquivalenten" quadratischen Blockadeinsel

zur geometrischen Beschreibung der Blockadegröße geeignet ist. Damit wird für die auf die Gitterteilung bezogene Kantenlänge der quadratischen Blockade als relativer "äquivalenter Blockadedurchmesser" definiert:

$$d' = d/t = \left(\frac{4 F_0^\alpha}{U_0 \cdot t^{2\alpha-1}} \right)^{\frac{1}{2\alpha-1}} = \frac{1}{t} \left(\frac{4 F_0^\alpha}{U_0} \right)^{\frac{1}{2\alpha-1}} \quad (4.4.1)$$

bzw. mit dem gewählten Parameter $\alpha = 2$

$$d' = \frac{1}{t} \sqrt[3]{\frac{4 F_0^2}{U_0}} \quad (4.4.2)$$

In der Abb. 16 werden zu diesem Vorgehen Beispiele angegeben.

Ergebnisse zum probabilistischen Verhalten des Brennstabensembles

Nach der in Kap. 3.4.2 beschriebenen und in Abb. 10 schematisch dargestellten Monte Carlo-Strategie wurden die Verteilungsfunktionen abgeschätzt für

- a) die Anzahl von Brennstäben mit maximalen Hüllrohrumfangsdehnungen
 $\varepsilon_{\max} \geq 30 \%$,

ORIGINALGEOMETRIE

ÄQUIVALENTE TRANSFORMIERTE
GEOMETRIE

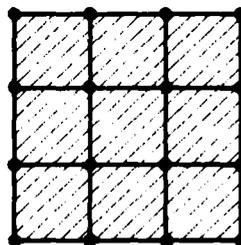
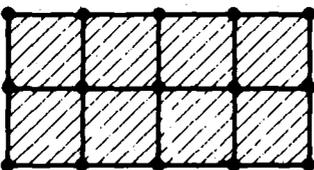
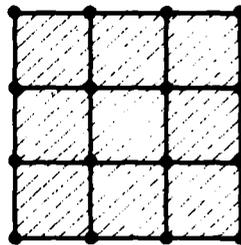
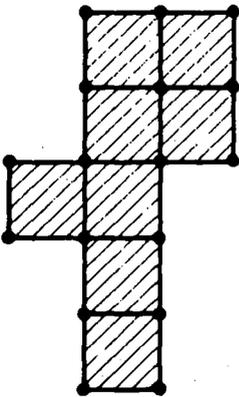
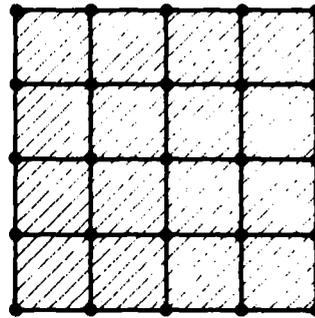
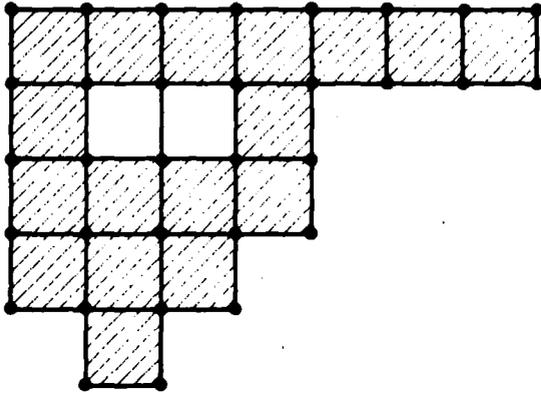


Abb. 16: Beispiele für die Transformation geometrischer Anordnungen zusammenhängender Bereiche verengter Kühlkanäle ("Blockadeinseln") in äquivalente quadratische Anordnungen für probabilistische Abschätzungen von "Blockadedurchmessern"

- b) die Anzahl von Kühlkanälen mit reduzierten Querschnittsflächen $F_{red} \leq 30\%$ sowie $F_{red} \leq 20\%$,
- c) den relativen "äquivalenten Blockadedurchmesser" d' der größten Blockadeinsel, zusammenhängender Bereiche von Kühlkanälen mit reduzierten Querschnittsflächen $F_{red} \leq 30\%$ sowie $F_{red} \leq 20\%$.

Dabei wurden folgende Variable in die Kategorie der globalen eingestuft:

- stationäre Reaktorleistung
- Multiplikator der Nachwärmeerzeugung
- Multiplikator der Wärmeübergangszahlen nach DNB während der Blowdown-Phase
- Restwassermenge am Blowdown-Ende
- Wärmeübergangszahl während der Wiederauffüllphase
- Parameter des empirischen Modells für die Wärmeübergangszahlen während der Flutphase
- Variable C_{ε} des statistischen ZRY-Deformationsmodells.

In einigen Fällen ist eine Zuordnung der Variablen zur Klasse der globalen oder lokalen nicht eindeutig möglich. So setzt sich etwa die Statistik des aus einer großen Zahl von Experimenten gewonnenen ZRY-Deformationsmodells zusammen aus einem Anteil, der von unterschiedlichen nicht reproduzierbaren Versuchs- und Meßbedingungen sowie Meßfehlern bei den Experimenten und deren Auswertungen herrührt (die resultierende Unsicherheit des Deformationsmodells betrifft alle Brennstäbe im Brennelement und ist damit von globaler Bedeutung) und einem überlagerten Anteil, der lokalen Schwankungen von Hüllrohrgeometrie und Materialeigenschaften zuzuordnen ist. Ebenso gilt für die Wärmeübergangszahlen oder den Spaltgasdruck, der hier als lokale Variable behandelt wurde, daß sich globale (Modell-) Unsicherheiten und lokale Unsicherheiten überlagern.

Zur Abschätzung der genannten Verteilungsfunktionen a) bis c) wurden $N=3.75 \cdot 10^4$ Monte Carlo-Simulationen für das Brennelement (axiale Zone 12) durchgeführt.

Die Abb. A-24 zeigt die Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl Brennstäbe mit Hüllrohrumfangsdehnungen $\epsilon_{\max} \geq 30\%$. Der Erwartungswert liegt bei $NGT30 = 10$. Die entsprechenden Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl von Kühlkanälen mit $F_{\text{red}} \leq 30\%$ und $F_{\text{red}} \leq 20\%$ sind in Abb. A-25.1/2 dargestellt. Im Falle von $F_{\text{red}} \leq 30\%$ liegt der Erwartungswert bei 3 Kühlkanälen, für $F_{\text{red}} \leq 20\%$ bei 1 Kühlkanal. Dementsprechend ist das Auftreten von Blockadeinseln mit relativen äquivalenten Blockadedurchmessern $d' > 2$ ¹⁾ sehr unwahrscheinlich. In der Tabelle 8 sind die über die Monte Carlo-Simulationen abgeschätzten Wahrscheinlichkeiten für $d' = 1, 2$ und 3 angegeben.

reduzierte Querschnittsflächen der Kühlkanäle

F_{red}	prob($d'=1$)	p($d'=2$)	p($d'=3$)
< 30 %	0.65	0.08	$< 10^{-3}$
< 20 %	0.52	0.02	$< 10^{-4}$

Tab. 8: Geschätzte Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von "Blockadeinseln" unterschiedlicher relat. äquiv. Durchmesser

Um die ganze Spannweite der unter den gegebenen Bedingungen möglichen Blockadeereignisse im Brennelement zu erfassen, und um deutlich zu machen, welchen Einfluß die getroffenen Annahmen über die Verteilung der Variablen (Tab. 3) auf die Ergebnisse für das Brennelement haben, werden im folgenden die globalen Variablen als deterministisch angesehen, wobei ihnen in konservativer Weise ihre pessimistischen Extremwerte zugeordnet werden. Die Verteilungen der lokalen Variablen werden nicht verändert. Die angenommenen pessimistischen Werte der globalen Variablen sind:

- stationäre Reaktorleistung 106 %
- Multiplikator der Nachwärmeerzeugung 1.2
- Multiplikator der Wärmeübergangszahlen nach DNB während der Blowdown-Phase 0.75

1) Eine Blockadeinsel mit dem relativen äquivalenten Blockadedurchmesser $d'=2$ besteht aus 2×2 quadratisch angeordneten Kühlkanälen mit jeweils $F_{\text{red}} \leq 30\%$ (bzw. $F_{\text{red}} \leq 20\%$).

-	Restwassermenge am Blowdown-Ende	0.
-	Wärmeübergangszahl während der Wiederauffüllphase	10 W/m ² K
-	Parameter des empirischen Modells für die Wärmeübergangszahlen während der Flutphase (s.S. 52)	
	α_0	30 W/m ² K
	α_1	0.5
-	statistische Variable C_ϵ des ZRY-Deformationsmodells	max. (1.5)

Unter der Annahme dieser speziellen Variablenkombination der globalen Variablen werden geschätzte Wahrscheinlichkeiten über das Brennstabverhalten und das Auftreten von Kühlkanalblockaden bedingte Wahrscheinlichkeiten.

Abb. A-26 zeigt Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl von Brennstäben NGT30 mit maximalen Hüllrohrumfangsdehnungen $\epsilon_{\max} \geq 30\%$. Der Erwartungswert ist von $E(\text{NGT30}) = 10$ (Abb. A-24) auf $E(\text{NGT30}) = 88$ gestiegen. Damit ist zu erwarten, daß auch der Umfang an lokal (in Zone 12) stark verengten Kühlkanälen und die Größe der Kühlkanalblockaden erheblich zunehmen wird. In Abb. A-27.1/2 sind die geschätzten Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl verengter Kühlkanäle angegeben, Parameter ist die Restfläche ($F_{\text{red}} \leq 30\%$, bzw. $F_{\text{red}} \leq 20\%$). Orientiert man sich wieder an den Erwartungswerten, so wäre mit ca. 105 ($F_{\text{red}} \leq 30\%$) bzw. 80 ($F_{\text{red}} \leq 20\%$) solcher lokal verengter Kühlkanäle im Brennelement zu rechnen. Sie sind in mehreren zusammenhängenden Blockadeinseln unterschiedlicher radialer Ausdehnung angeordnet. Die Verteilung des äquivalenten Durchmessers der größten Blockadeinsel geht aus Abb. A-28.1/2 hervor. Der Erwartungswert des relativen äquivalenten Durchmesser der größten Blockadeinsel mit Kühlkanalrestflächen $F_{\text{red}} \leq 30\%$ ist $E(d') = 6$ (6x6 quadratisch angeordnete Kühlkanäle bzw. 7x7 Brennstäbe), während für $F_{\text{red}} \leq 20\%$ der entsprechende Erwartungswert $E(d') = 5$ ist. Hier wird die Frage interessant, welche Auswirkungen blockierte Bereiche dieses Umfangs auf die Kühlbarkeit der betroffenen Brennstäbe haben. Untersuchungen dazu werden u.a. von Hofmann und Baumann /48/ durchgeführt.

4.4 Diskussion der Ergebnisse

Die Diskussion beschränkt sich auf zwei Aspekte - zunächst auf eine qualitative Betrachtung der "response surface"-Approximationen, anschließend wird versucht,

die Ergebnisse der probabilistischen Analyse für das Referenz-Brennelement in Zusammenhang mit den getroffenen Annahmen zu bewerten.

Im Rahmen der gestellten Approximationsaufgaben war davon ausgegangen worden, daß die zu approximierenden Funktionen stetige Funktionen der unabhängigen Variablen $\{X_1, \dots, X_n\}$ seien. Nur unter dieser Voraussetzung konnten, auf der Grundlage eines sehr begrenzten Umfanges an Computersimulationen, relativ einfache funktionale Ansätze über das Verfahren der schrittweisen linearen Regression zu befriedigenden Ergebnissen führen. Darüber hinaus wurde Stetigkeit für die Abschätzungen der Approximationsfehler gefordert, bei denen angenommen wurde, daß aus dem bekannten Fehlerverhalten an den Stützstellen auf das Fehlerverhalten insgesamt geschlossen werden kann. Es bleibt also zunächst zu überprüfen, unter welchen Bedingungen die hier untersuchten abhängigen Variablen - maximale Hüllrohrtemperatur und maximale Hüllrohrumfangsdehnung - über die Transformationen $Y = f(X_1, \dots, X_n)$ unstetig sein können. Da kontinuierliche unabhängige Variable $\{X_1, \dots, X_n\}$ betrachtet wurden, kann Unstetigkeit nur über die von RELAP4 bzw. SSYST simulierten physikalischen Phänomene des Störfallablaufs auftreten. Eine solche sprunghafte Veränderung der maximalen Hüllrohrtemperatur (und damit auch der Hüllrohrdehnung) ist denkbar, wenn eine oder mehrere kontinuierliche unabhängige Variable betrachtet werden, bei deren Variationen kritischer Wärmestrom in der Blowdown-Phase sowohl erreicht als auch verhindert (oder sprunghaft über einen größeren Zeitbereich hin verzögert) wird; diese Effekte können beispielsweise durch direkte oder indirekte Variation des Massenstromes im Core bzw. im Einzelkanal auftreten. Von den Festigkeitseigenschaften des Hüllrohres her gesehen, sind, über deren Modellierung in SSYST, sprunghafte Veränderungen bis zur Versagensdehnung hin ausgeschlossen. Allerdings würde die Verwendung des inzwischen in SSYST verfügbaren verbesserten Versagenskriteriums die Monotonie des funktionalen Zusammenhangs zwischen der maximalen Hüllrohrumfangsdehnung und den betrachteten unabhängigen Variablen $\{X_1, \dots, X_n\}$ beseitigen: Beim Übergang vom α - in den $\alpha+\beta$ -Bereich erfolgt ein starker Abfall in der Versagensdehnung und beim Übergang vom $\alpha+\beta$ - in den β -Bereich ein erneuter Anstieg. Hier müßten eventuell für die drei Phasenbereiche getrennte lokale Approximationen durchgeführt werden. Unter den im Rahmen der hier durchgeführten Analysen insgesamt getroffenen Annahmen bei Festlegung auf einen bestimmten Störfalltyp mit nichtvariiertem Verhalten der Kreislaufkomponenten während des Störfallablaufs können die untersuchten charakteristischen Störfallfolgen für

das Brennstabverhalten - maximale Hüllrohrtemperatur und Hüllrohrumfangsdehnung - als monoton stetige Funktionen der betrachteten Einflußvariablen $\{X_1, \dots, X_n\}$ angesehen werden.

Während die Fehler der Approximation für die maximalen Hüllrohrtemperaturen gering sind, gilt das nicht in gleichem Maße für die Approximation der maximalen Hüllrohrumfangsdehnung. Gründe dafür sind in Kap. 4.2 bereits erwähnt worden. Deutliche Verbesserungen scheinen hier ohne einen erheblichen Mehraufwand an Computersimulationen und die Abbildung des Hüllrohrverhaltens über lokale Approximationen nicht möglich zu sein. Für die im Zusammenhang mit der Untersuchung des Brennelementverhaltens durchgeführten Abschätzungen des Auftretens lokaler blockadeähnlicher Kühlkanalverengungen, die eher qualitativen Charakter haben, kann die ermittelte "response surface"-Approximation der maximalen Hüllrohrumfangsdehnung jedoch als gute Näherung gelten.

Die vorgenommenen Abschätzungen des Brennelementverhaltens haben gezeigt, daß Kühlkanalverengungen in größerem Umfang nur unter konservativen Annahmen zu erwarten sind:

- die globalen Einflußvariablen nehmen die ihnen zugeordneten pessimistischen Extremwerte an,
- die maximalen Hüllrohrdeformationen benachbarter Brennstäbe verlaufen koplanar.

Eine realistischere Abschätzung der axialen Verteilung der maximalen Hüllrohrdeformationen benachbarter Brennstäbe innerhalb eines Brennelementsegments mit probabilistischen Methoden erfordert detaillierte Kenntnisse der axialen Verteilung der Heißstelle, d.h. beispielsweise lokale statistische Angaben über den axialen Leistungsverlauf. Darüber hinaus spielen das Ausmaß an thermischer und mechanischer Wechselwirkung zwischen den Brennstäben und der Einfluß von Abstandshaltern für die axiale Lokalisierung der maximalen Hüllrohrdeformationen im Brennelement eine Rolle. Der zusätzliche analytische Aufwand, der zur Beschreibung der genannten Einflüsse notwendig ist, wird umgangen werden können, wenn nachgewiesen werden kann, daß auch mit konservativen Annahmen abgeschätzte Kühlkanalblockaden die langfristige Kühlbarkeit der betroffenen Brennstäbe nicht gefährden.

5. Schlußbemerkungen

Ausgehend von der Zielvorstellung, das Brennstabverhalten unter den Bedingungen eines Kühlmittelverluststörfalls eines Druckwasserreaktors realistischer abzuschätzen als dies eine konservative Betrachtungsweise gestattet, sind probabilistische Analysen zum Verhalten der Brennstäbe eines thermisch und mechanisch hochbelasteten Brennelements durchgeführt worden. Definierte Ausgangssituation war ein 2F-Bruch im kalten Strang einer Hauptkühlmittelleitung eines DWR vom Typ BIBLIS-B bei 50 % Verfügbarkeit der Notkühlssysteme. Dabei stand zunächst die Betrachtung des Einzelstabes im Vordergrund - gesucht waren Dichte- bzw. Verteilungsfunktionen der maximalen Hüllrohrtemperaturen und Hüllrohrumfangsdehnungen für Brennstäbe aus charakteristischen Leistungsklassen des Referenz-Brennelementes. Das Problem der Beschreibung des Brennstabverhaltens wurde als probabilistisches Problem aufgefaßt, indem einer Reihe von Einflußvariablen, die mit Unsicherheiten behaftet sind, innerhalb ihrer Streubreiten Dichtefunktionen zugeordnet worden sind. Die Ergebnisse der probabilistischen Analyse für den Einzelstab, deren Grundlage Ergebnisse von Computersimulationen mit den Rechenprogrammen RELAP4(mod2) und SSYST sind, zeigten einerseits, daß für Heißstäbe aus dem Referenz-Brennelement maximale Hüllrohrtemperaturen ≥ 1200 K sehr unwahrscheinlich sind, andererseits, daß Hüllrohrumfangsdehnungen ≥ 30 % nicht auszuschließen sind. Da Hüllrohrdeformationen benachbarter Brennstäbe, bei denen Umfangsdehnungen ≥ 30 % erreicht werden, zu lokalen blockadeähnlichen Kühlkanalverengungen führen können, sind probabilistische Analysen für das Brennelement durchgeführt worden, mit dem Ziel, die Anzahl stark verengter Kühlkanäle (mit Restquerschnittsflächen von z.B. < 20 %) und die Größe der resultierenden zusammenhängenden Blockadebereiche abzuschätzen. Auf der Grundlage der "response surface"-Approximation der maximalen Hüllrohrumfangsdehnungen und der den globalen und lokalen Einflußvariablen zugeordneten Dichtefunktionen sind über Monte Carlo-Rechnungen ("äquivalente") Blockadedurchmesser abgeschätzt worden, die zeigten, daß Kühlkanalblockaden größeren Ausmaßes innerhalb des Referenz-Brennelementes nicht auftreten. Die Situation verschob sich drastisch, wenn für die globalen, kohärent wirkenden Parameter feste pessimistische Werte angenommen wurden, also bei einer konservativen Betrachtungsweise. Hier ergaben sich zusammenhängende Bereiche stark verengter Kühlkanäle, die mehr als 30 Kühlkanäle umfassen können.

Die probabilistischen Analysen verwendeten Antwortfunktionen ("response surface" - Approximationen) als Zwischenschritt, die mittels multipler

schrittweiser Regressionsanalysen bestimmt wurden. Dabei wurden aus dem n -dimensionalen ($n=20$) Raum der betrachteten unabhängigen Variablen und Modellparameter Stichprobenkombinationen gewählt und die entsprechenden SSYST-Simulationen durchgeführt, die die Stützpunkte zur Lösung des Approximationsproblems lieferten. Das zufällige Auswahlverfahren ("Latin Hypercube design") hat sich in Kombination mit dem schrittweisen Regressionsverfahren als vorteilhaft erwiesen.

Wie die probabilistischen Untersuchungen zum Brennstabverhalten gezeigt haben, können die Ergebnisse in starkem Maße abhängen von den getroffenen Annahmen über die Verteilungen der Einflußvariablen. Um hier den subjektiven Charakter der Zuordnung von Dichtefunktionen stärker einzuschränken, ist eine intensive Auswertung experimenteller Informationen und die Aufstellung entsprechender Datenbanken erforderlich, ohne daß bei probabilistischen Analysen derart, wie sie im Rahmen dieser Studie durchgeführt worden sind, ein gewisser Rest an Intuition vermieden werden kann. Ein wesentlicher Vorteil des verwendeten Verfahrens liegt darin, daß über den ersten Verfahrensschritt, die "response surface"-Approximation, die dominierenden Einflußvariablen identifiziert werden können, und daß auf der Grundlage der Approximationen die probabilistischen Analysen im Sinne von Sensitivitätsanalysen durchgeführt werden können, indem die Dichtefunktionen der dominierenden Einflußvariablen selbst innerhalb ihres Unsicherheitsbandes variiert werden. Die gewonnenen Informationen machen die Sensitivität der geschätzten Dichte- bzw. Verteilungsfunktionen der abhängigen Variablen deutlich und erlauben Rückschlüsse auf den Sicherheitsabstand zwischen tolerierbaren Systemantworten und kritischen Grenzwerten.

Literatur

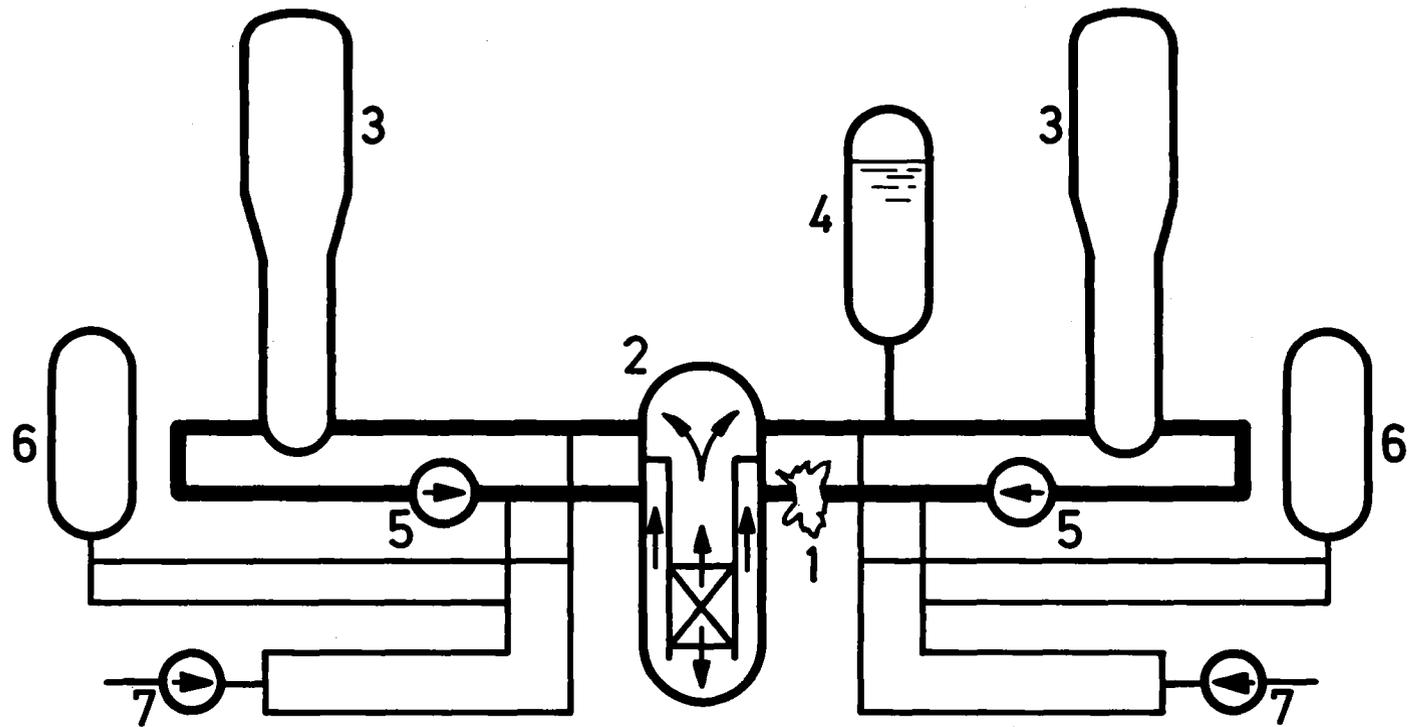
- /1/ Fischer, S.R. et al.: RELAP4-mod6, A Computer Program for Transient Thermohydraulic Analysis of Nuclear Reactors and Related Systems, CDAP-TR-003 (Januar 1978)
- /2/ Dearien, J.A.; Siefken, L.J.; Bohn, M.P.: FRAP-T4, A Computer Code for the Transient Analysis of Oxide Fuel Rods, TFBP-TR-237 (November 1977)
- /3/ Gulden, W. et al.: Dokumentation SSYST-1, Ein Programmsystem zur Beschreibung des LWR-Brennstabverhaltens bei Kühlmittelverluststörfällen, KFK 2496 (1977)
- /4/ Steck, G.P.: How Should a Loss of Coolant Accident Be Studied?, Proc. 1st ERDA Statistical Symp., BNWL-1986 (1976) p. 135
- /5/ Apostolakis, G.: Probability and Risk Assessment: The Subjectivistic Viewpoint and Some Suggestions, Nuclear Safety 19 (3) (1978) p. 305
- /6/ Fine, T.L.: Theories of Probability - An Examination of Foundations, Academic Press, N.Y. (1973)
- /7/ Amendola, A.: Advanced Statistical Hot Spot Analysis, KFK 1134 (1970)
- /8/ Mazumdar, M. et al.: Review of the Methodology for Statistical Evaluation of Reactor Safety Analyses, EPRI Report EPRI-309 (September 1975)
- /9/ Steck, G.P.; Dahlgren, D.A.; Easterling, R.C.: Statistical Analysis of LOCA - FY75 Report, SAND-75-0653 (Dezember 1975)
- /10/ Myers, R.H.: Response Surface Methodology, Allyn and Bacon, Inc., Boston (1971)

- /11/ Heusener, G.: Optimierung natriumgekühlter schneller Brutreaktoren mit Methoden der nichtlinearen Programmierung, KFK 1238 (1970)
- /12/ Cox, N.D.: Comparison of Two Uncertainty Analysis Methods, Nuclear Science and Engineering 64 (1977) p. 258
- /13/ Steck, C.P.; Iman, R.L.; Dahlgren, D.A.: Probabilistic Analysis of LOCA - Annual Report for FY 1976, SAND 76-0535 (Dezember 1976)
- /14/ Marshall, J.A. et al.: Additional Methodology Development for Statistical Evaluation of Reactor Safety Analysis, EPRI NP-483 (März 1977)
- /15/ Peck, S.O.: FRAP Uncertainty Analysis Option, CDAP-TR-78-024 (Juli 1978)
- /16/ Peck, S.O.: Uncertainty Analysis of the FRAP Code, Proc. of ENS/ANS International Topical Meeting on Nuclear Power Reactor Safety, Vol. 2, Brussels (Okt. 1978) p. 993
- /17/ Beck, W.; Hausch, H.J.: Statistische Analyse des Programms BOIL in RSYST-III, Bericht IKE 4-83 (November 1978)
- /18/ Ott, K.O.: Probabilistic Fast Reactor Accident Analysis, Nuclear Science and Engineering 64 (1977) p. 452
- /19/ Vaurio, J.K.; Mueller, C.: Probabilistic Analysis of Liquid-Metal Fast Breeder Reactor Accident Consequences with Response Surface Techniques, Nuclear Science and Engineering 65 (1978) p. 401
- /20/ Moore, K.V.; Rettig, W.H.: RELAP4 - A Computer Program for Transient Thermal-Hydraulic Analysis, ANCR-1127 (1973)
- /21/ Wunderlich, F.: Persönliche Mitteilung
- /22/ Solbrig, C.W.; Burnam, D.J.: The RELAP4 Computer Code: Part 1. Application to Nuclear Power Plant Analysis, Nuclear Safety 17(2) (1976) p. 194

- /23/ Hocevar, C.J.; Wineinger, T.W.: THETA1-B, A Computer Code for Nuclear Reactor Core Thermal Analysis, IN-1445 (Februar 1971)
- /24/ Raff, S.: Development of a ZRY Deformation Model to Describe the ZRY-4 Cladding Tube during Accidents, Proc. of ENS/ANS International Topical Meeting on Nuclear Power Reactor Safety, Vol. 1, Brussels (Okt. 1978) p. 287
- /25/ Raff, S.: Persönliche Mitteilung
- /26/ Borgwaldt, H.: Optimierung der IBM-Version von SSYST, in: Projekt Nukleare Sicherheit - Halbjahresbericht 1978/1, KFK 2700 (1978)
- /27/ Kleijnen, J.P.C.: Statistical Techniques in Simulation - Part II, Marcel Dekker, Inc. N.Y. (1975)
- /28/ Mihram, G.A.: Simulation: Statistical Foundations and Methodology, Academic Press, N.Y. (1972)
- /29/ Peng, K.C.: The Design and Analysis of Scientific Experiments, Addison-Wesley Publishing Comp. (1967)
- /30/ McKay, M.D.; Conover, W.J.; Whiteman, D.E.: Report on the Application of Statistical Techniques to the Analysis of Computer Codes, LA-6479-MS, UC-32 (1976)
- /31/ Draper, N.R.; Smith, H.: Applied Regression Analysis, John Wiley and Sons, N.Y. (1966)
- /32/ Efroymsen, M.A.: Multiple Regression Analysis, in: Ralston, A.; Wilf, H.S.: Mathematical Methods for Digital Computers, John Wiley and Sons, N.Y. (1965) p. 191
- /33/ Lindner, A.: Statistische Methoden, Birkhäuser Verlag Basel (1951)

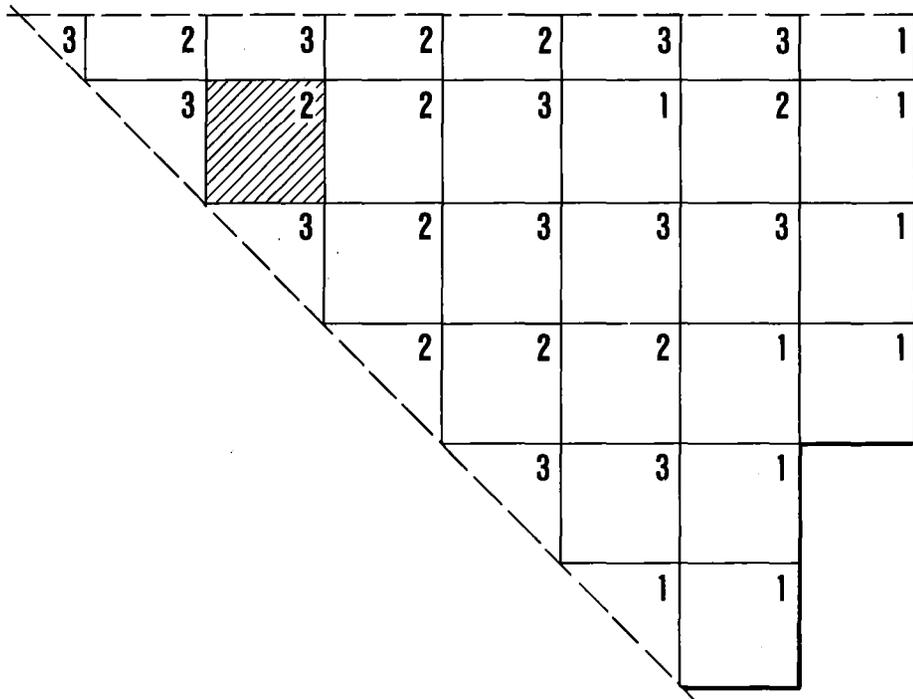
- /34/ Jennrich, R.I.: Stepwise Regression,
in: Enslein, K.; Ralston, A.; Wilf, H.S.: Statistical Methods for
Digital Computers - Vol. 3, John Wiley and Sons, N.Y. (1977) p. 58
- /35/ Anderson, O.; Popp, W.; Schaffranek, M.; Steinmetz, D.; Stenger, H.:
Schätzen und Testen, Springer-Verlag (1976)
- /36/ Cox, N.D.; Cermak, J.O.: Uncertainty Analysis of the Performance
of Complex Systems, Energy Sources 1(4) (1974)
- /37/ Johnson, N.L.; Kotz, S.: Continuous Univariate Distributions - 1,
Houghton Mifflin Comp., Boston (1970)
- /38/ Tukey, J.W.: Propagation of Errors, Fluctuations and Tolerances,
No. 1: Basic Generalized Formulas, Techn. Report No. 10, Statisti-
cal Techniques Research Group Princeton University (1957)
- /39/ Evans, D.H.: Statistical Tolerancing: The State of the Art, Part II.
Methods for Estimating Moments, Journal of Quality Technology 7(1)
(1975) p. 1
- /40/ Verbeek, P.; Hoppe, N.: COMETHE IIIJ - A Computer Code for Predic-
ting Mechanical and Thermal Behaviour of a Fuel Pin, BN 7609-01
(1976)
- /41/ Ullrich, R.: Persönliche Mitteilung
- /42/ Wunderlich, F.; Holzer, R.: Burnup Dependence of Stored Energy
and Gas Pressure in LWR Fuel Rods, Proc. of Specialist Meeting on
the Behaviour of Water Reactor Fuel Elements under Accident Condi-
tions, Spätind, September 13-16, 1976, CSNI Report No. 13 (II)
- /43/ Fuchs, H.P. et al.: Parameter Study on the Influence of Prepressuri-
zation on PWR Fuel Rod Behaviour during Normal Operation and Hypo-
thetical LOCA, Proc. of ENS/ANS International Topical Meeting on
Nuclear Power Reactor Safety, Vol. 1, Brussels (Okt. 1978) p. 275
- /44/ MacDonald, Ph. E. et al.: MATPRO - Version 09. A Handbook of Mate-
rials Properties for Use in the Analysis of Light Water Reactor
Fuel Rod Behaviour, TREE-NUREG-1005 (1976)

- /45/ Raff, S.; Bocek, M.; Meyder, R.: Mechanical Properties of Zircaloy - NORA, 7th Water Reactor Safety Research Information Meeting, Gaithersburg, November 5-9, 1979
- /46/ Karb, E. et al.: Unveröffentlichte Ergebnisse
- /47/ Erbacher, F.; Neitzel, H.J.; Wiehr, K.: Deformation Mechanism of Zircaloy Fuel Claddings in a LOCA and Interaction with the Emergency Core Cooling, Transactions of the ENC'79 Conference of the European Nuclear Society, Hamburg, May 6-11, 1979, TANSO 31 (1979) p. 336
- /48/ Hofmann, G.; Baumann, W.: Experimental and Theoretical Results on Long-Term Coolability of a Partially Blocked Core, 7th Water Reactor Safety Research Information Meeting, Gaithersburg, November 5-9, 1979



- | | |
|------------------------|------------------------------|
| 1 Bruchstelle | 5 Kühlmittel- Umwälzpumpen |
| 2 Reaktordruckbehälter | 6 Druckspeicher |
| 3 Dampferzeuger | 7 Niederdruck- Pumpensysteme |
| 4 Druckhalter | |

Abb. A-1: Schema des Primärsystems eines Druckwasserreaktors mit einem angenommenen Bruch im kalten Strang einer Hauptkühlmittelleitung



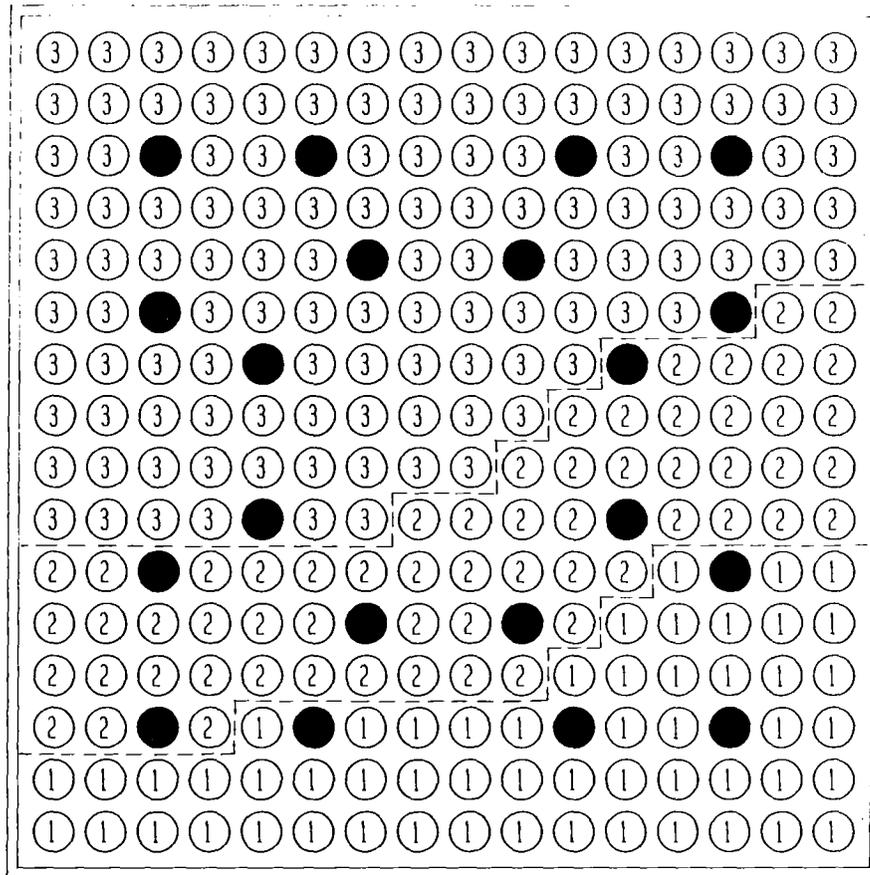
- 3 : Beginn des 3. Abbrandzyklus (2 Zyklen + 4 Volllasttage)**
- 2 : Beginn des 2. Abbrandzyklus**
- 1 : Beginn des 1. Abbrandzyklus**

Abb. A-2: x-y-Oktant des Querschnittes durch das Core des betrachteten Reaktors mit der Position des Referenz-Brennelementes

1.367	1.388	1.388	1.385	1.376
1.401	1.409	1.408	1.402	1.383
2.832	4.055	5.130	6.188	7.477
1.370	1.389	1.382	1.366	1.346
1.401	1.395	1.386	1.372	1.355
3.780	5.498	6.895	8.179	9.389
1.352	1.363	1.353	1.336	1.319
1.388	1.379	1.369	1.354	1.335
4.481	6.477	8.018	9.321	10.42
1.326	1.323	1.307	1.294	1.285
1.358	1.344	1.332	1.316	1.301
5.058	7.234	8.839	10.11	11.09
1.296	1.272	1.254	1.246	1.250
1.317	1.300	1.281	1.271	1.270
5.558	7.580	9.468	10.66	11.48

1.367	- boxgemittelter radialer Leistungsformfaktor
1.401	- maximaler radialer Leistungsformfaktor
2.832	- mittlerer Abbrand [MWd / kg U]

Abb. A-3: Relative Leistungen und Abbrandzustand für 25 Zonen (Boxen) des Referenz-Brennelementes



- Regelstabführungsrohr
- ① $f_{rad} 1.25 \dots 1.3$
- ② $f_{rad} 1.3 \dots 1.35$
- ③ $f_{rad} 1.35 \dots 1.4$

Abb. A-4: Einteilung der Brennstäbe des Referenz-Brennelementes in Leistungsklassen unterschiedlicher nomineller radiativer Leistungsfaktoren

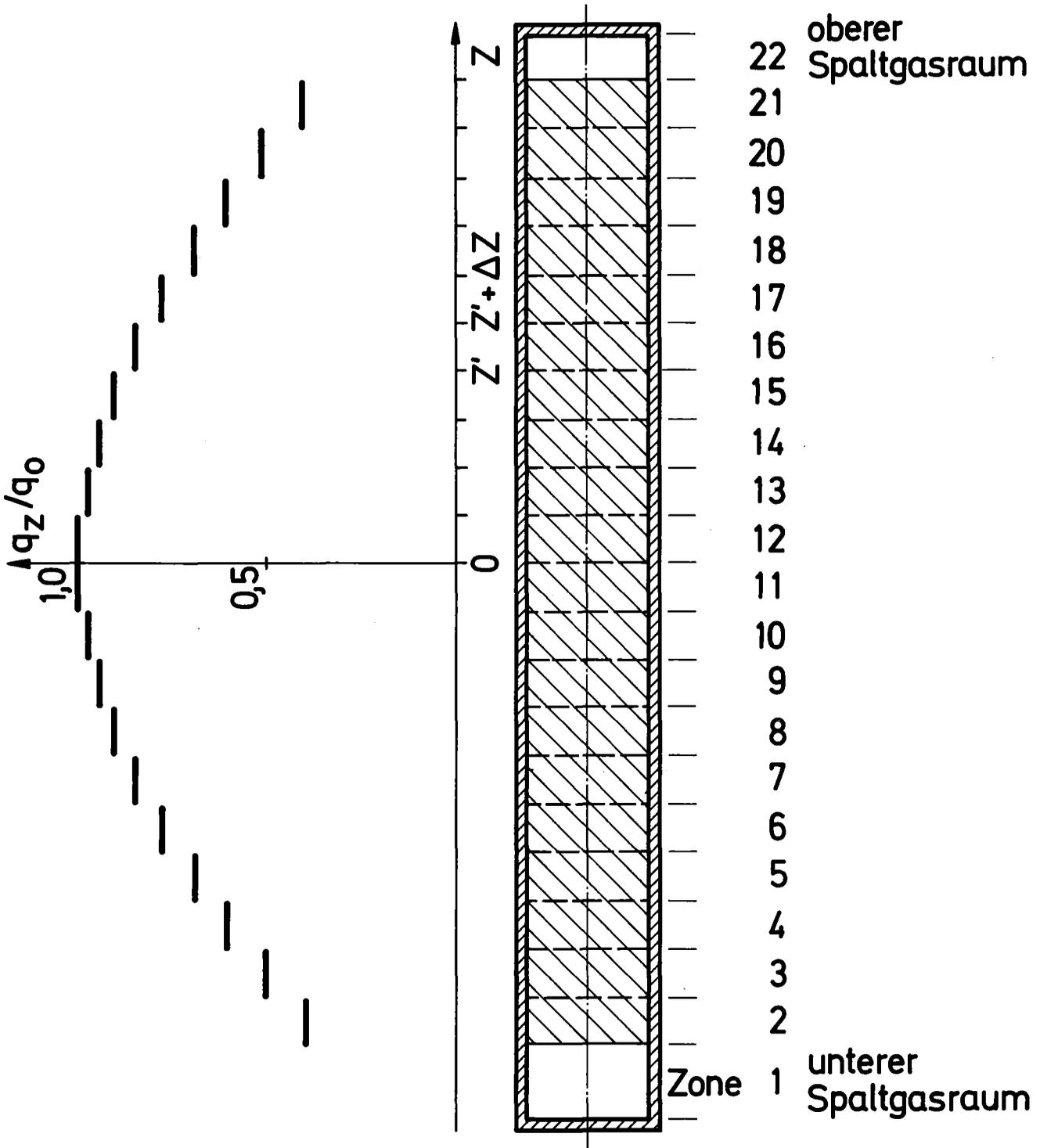


Abb. A-5: Aufteilung eines Brennstabes in 22 axiale Zonen und relative (nominelle) axiale Leistungsverteilung für die Analysen zum Brennstabverhalten mit RELAP4/SSYST

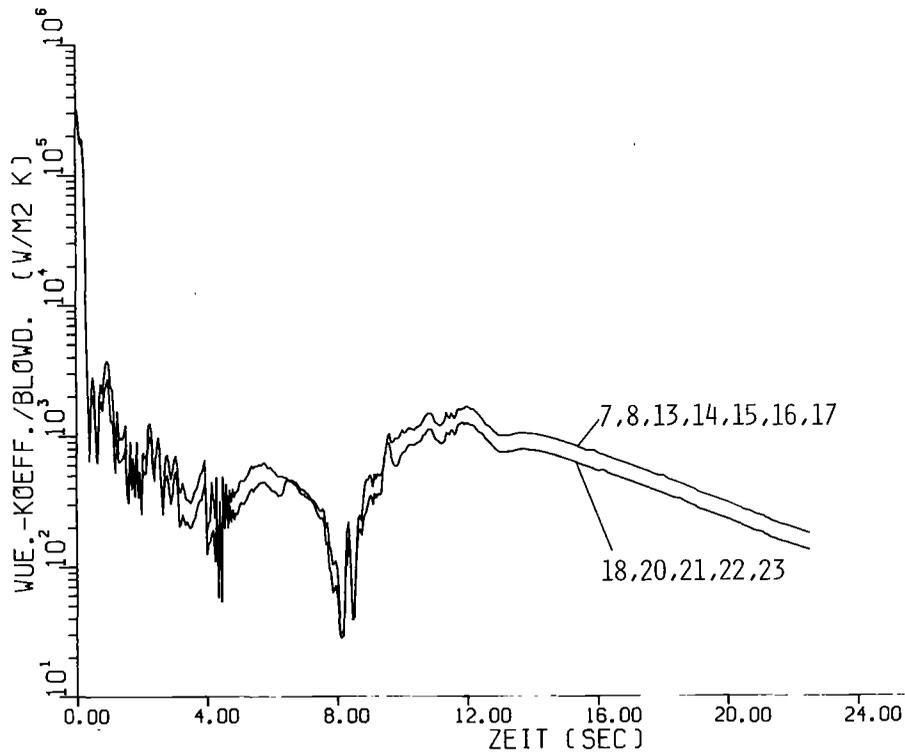


Abb. A-6: Verlauf der Wärmeübergangskoeffizienten in Brennstabmitte während der Blowdown-Phase für ausgewählte Simulationsbeispiele

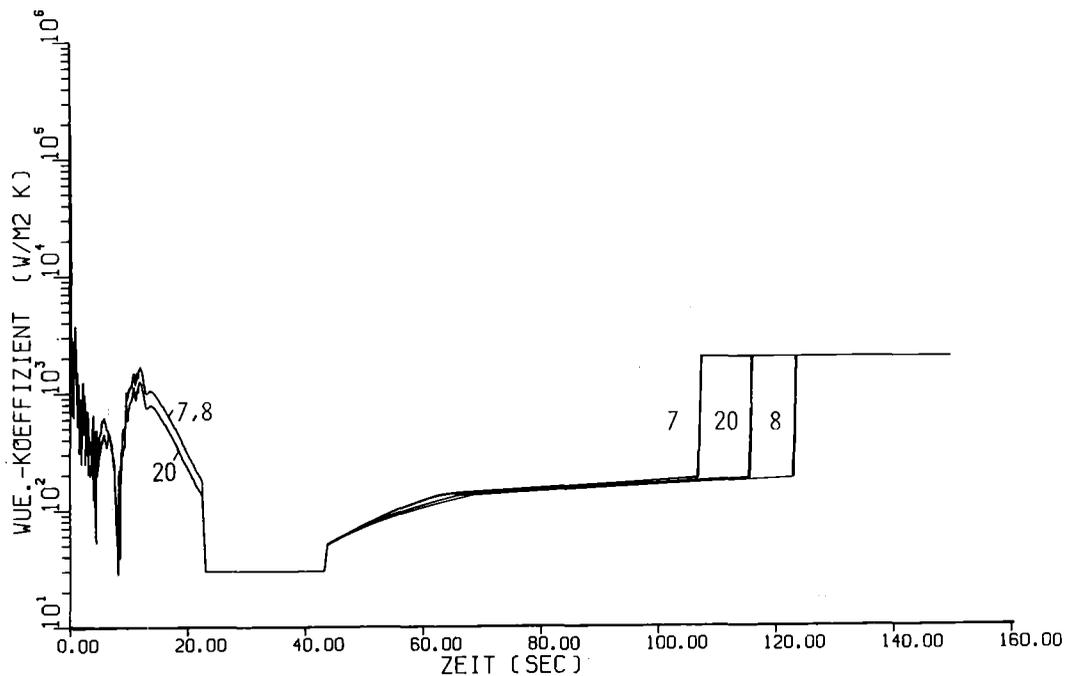


Abb. A-7: Verlauf der Wärmeübergangskoeffizienten in Brennstabmitte bis zum Wiederbenetzen in der Fluphase

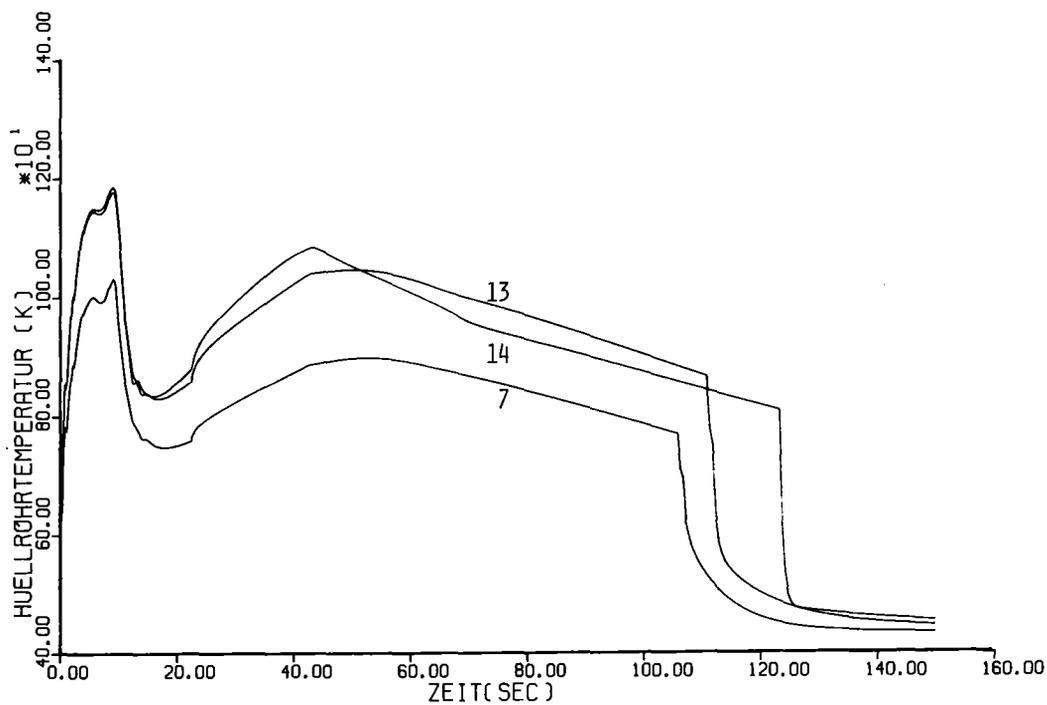


Abb. A-8: Verlauf der Hüllrohrtemperaturen in der axialen Zone 12 für die Simulationsbeispiele 7, 13, 14

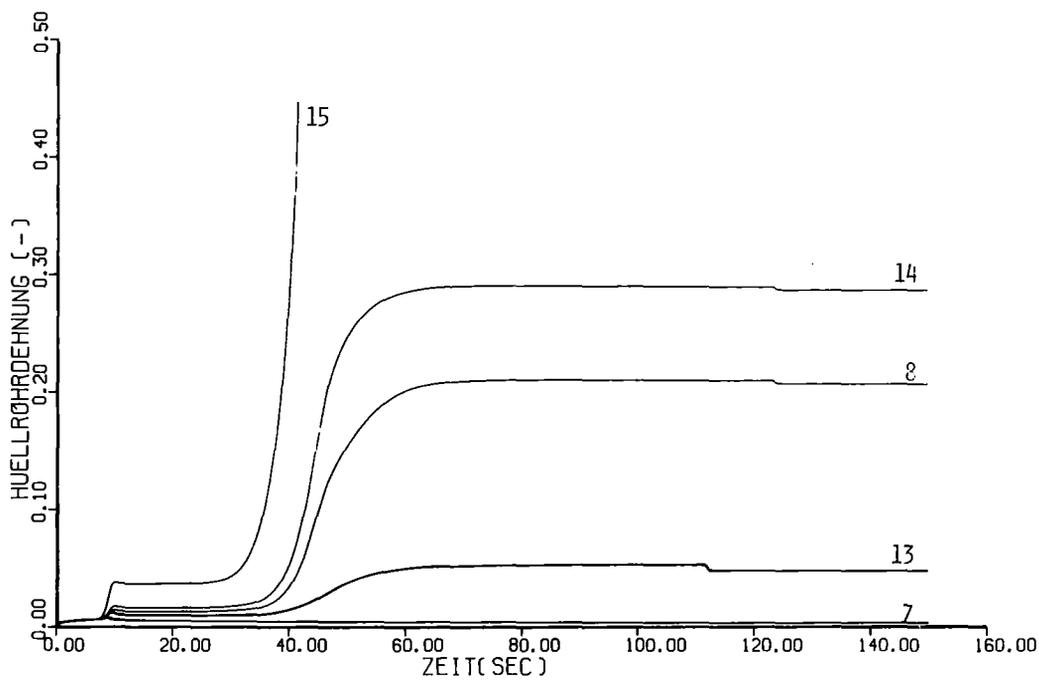


Abb. A-9: Verlauf der Hüllrohrumfangsdehnungen in der axialen Zone 12 für die Simulationsbeispiele 7, 8, 13, 14, 15

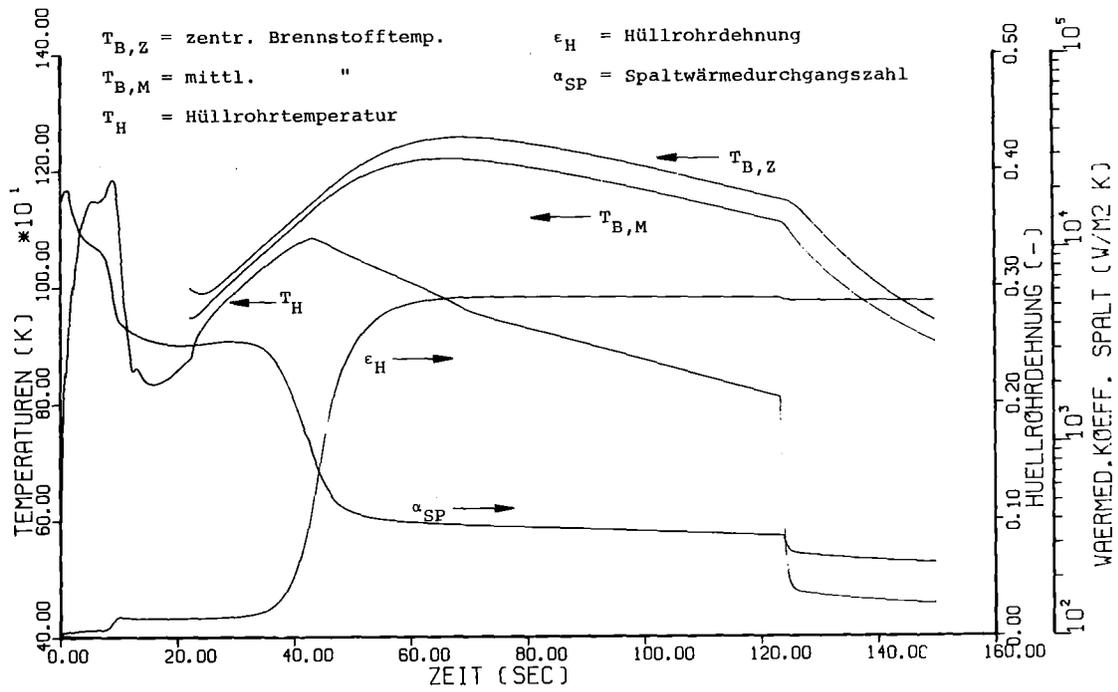


Abb. A-10: Verlauf der Hüllrohrtemperatur und -umfangsdehnung sowie der Wärmedurchgangszahl im Spalt in der axialen Zone 12 für das Simulationsbeispiel 14

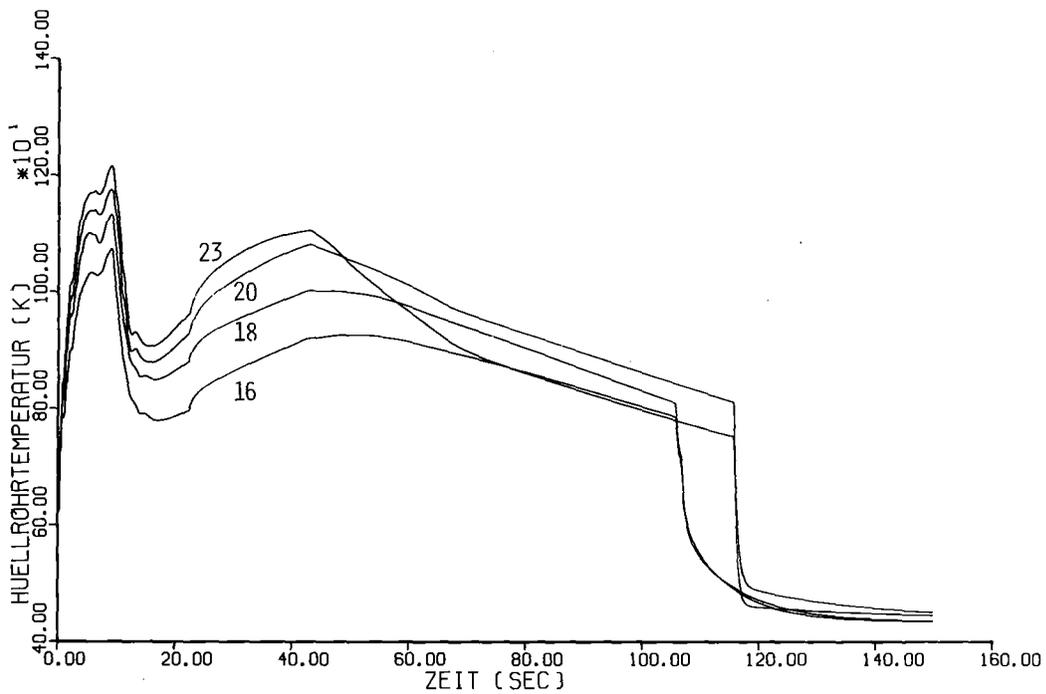


Abb. A-11: Verlauf der Hüllrohrtemperaturen in der axialen Zone 12 für die Simulationsbeispiele 16, 18, 20,23

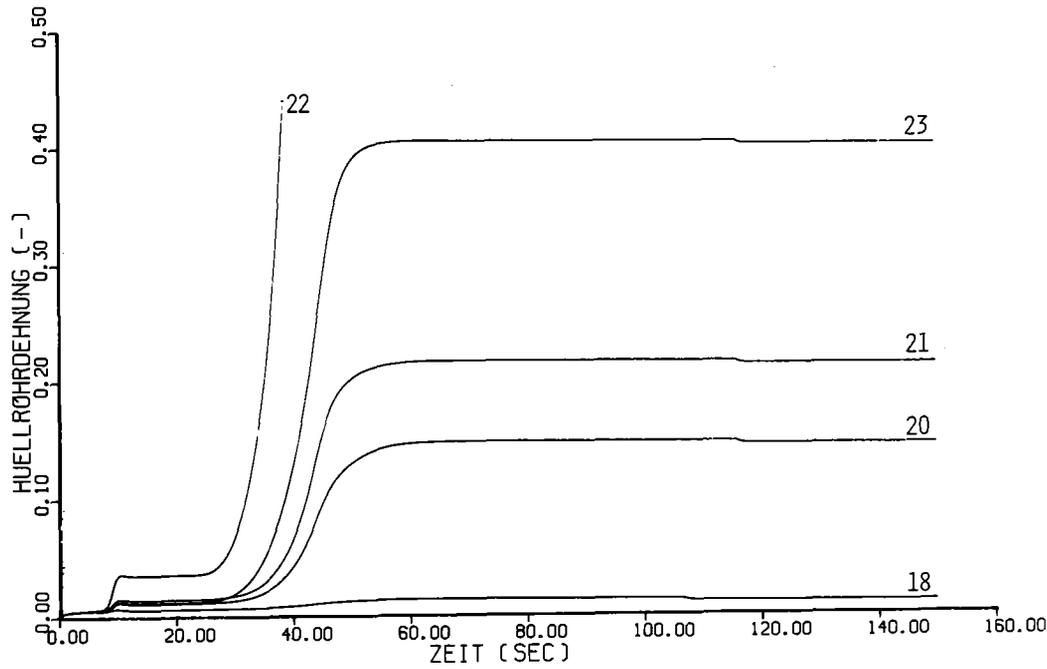


Abb. A-12: Verlauf der Hüllrohrumfangsdehnungen in der axialen Zone 12 für die Simulationsbeispiele 18, 20, 21, 22, 23

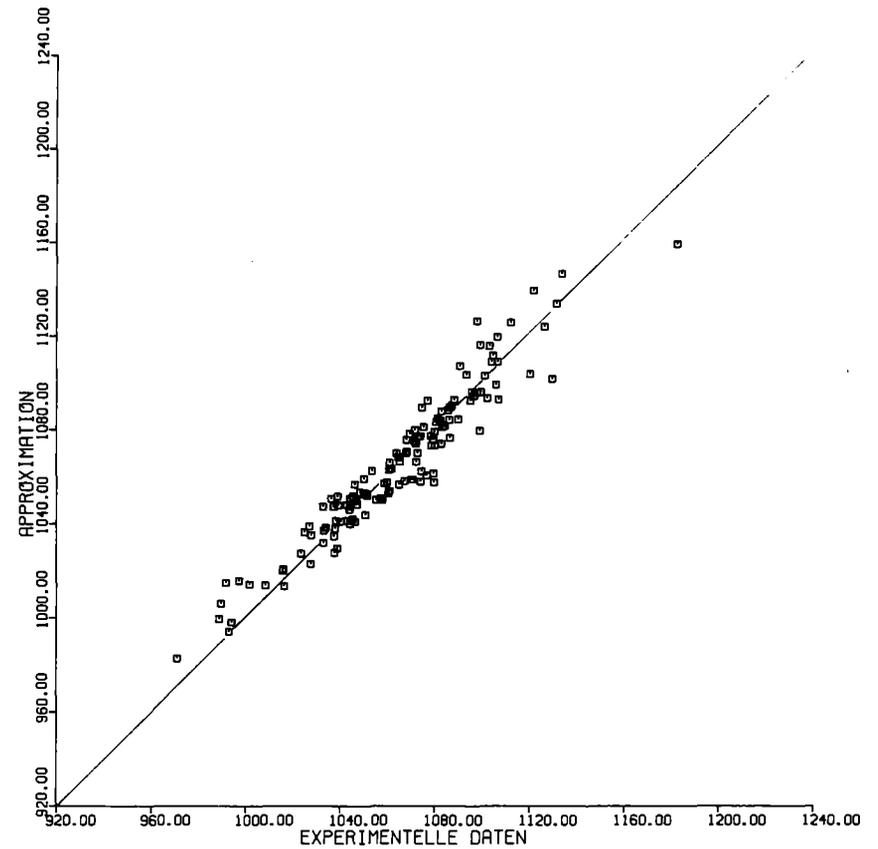


Abb. A-13: Vergleichende Darstellung der mit SSYST berechneten (experimentellen) max. Hüllrohrtemperaturen und der approximierten max. Hüllrohrtemperatur (K)

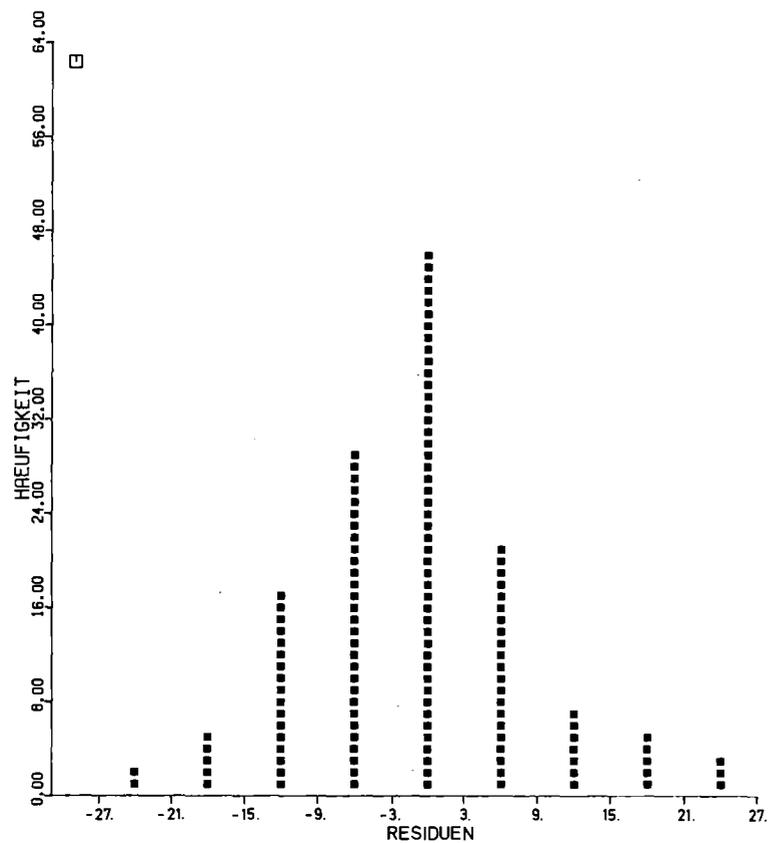


Abb. A-14: Residuenhäufigkeit für die max. Hüllrohrtemperaturen in Intervallen von $\Delta T = 6 \text{ K}$

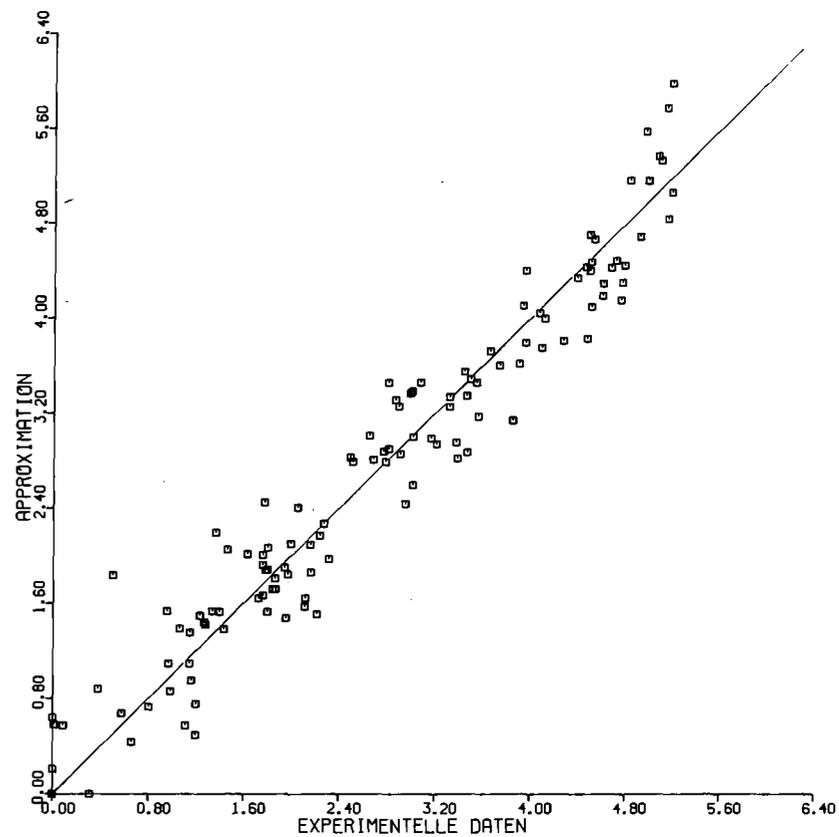


Abb. A-15: Vergleichende Darstellung der mit SSYST berechneten max. Hüllrohrumfangsdehnungen ($\ln \hat{\epsilon}_{\max}$) und der approximated max. Hüllrohrumfangsdehnungen ($\ln \hat{\epsilon}_{\max}$)

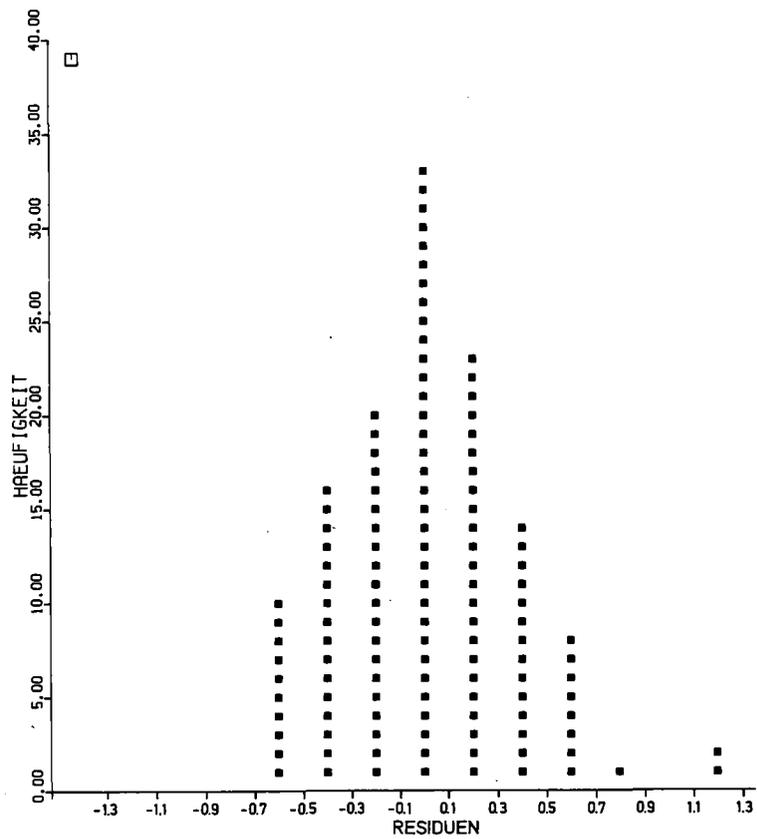


Abb. A-16: Residuenhäufigkeit für die max. Hüllrohrumfangsdehnungen in Intervallen von

$$\delta = \ln \epsilon_{\max} - \ln \hat{\epsilon}_{\max} = 0,2$$

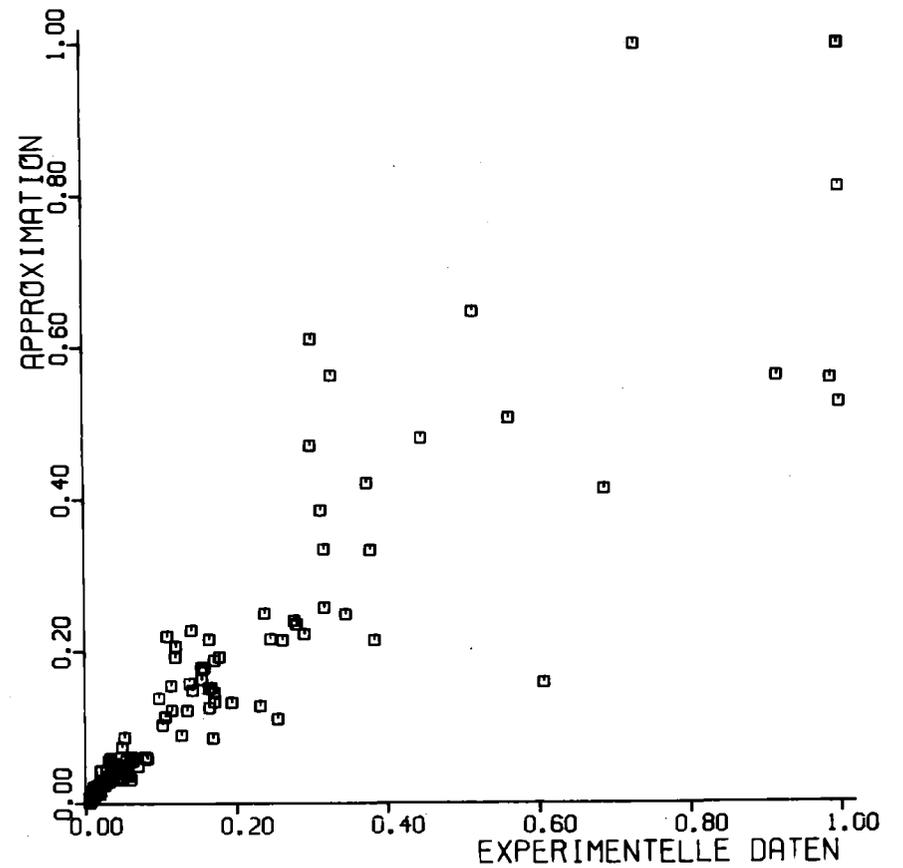


Abb. A-17: Vergleichende Darstellung der mit SSYST berechneten max. Hüllrohrumfangsdehnungen und der approximierten im Originalbereich

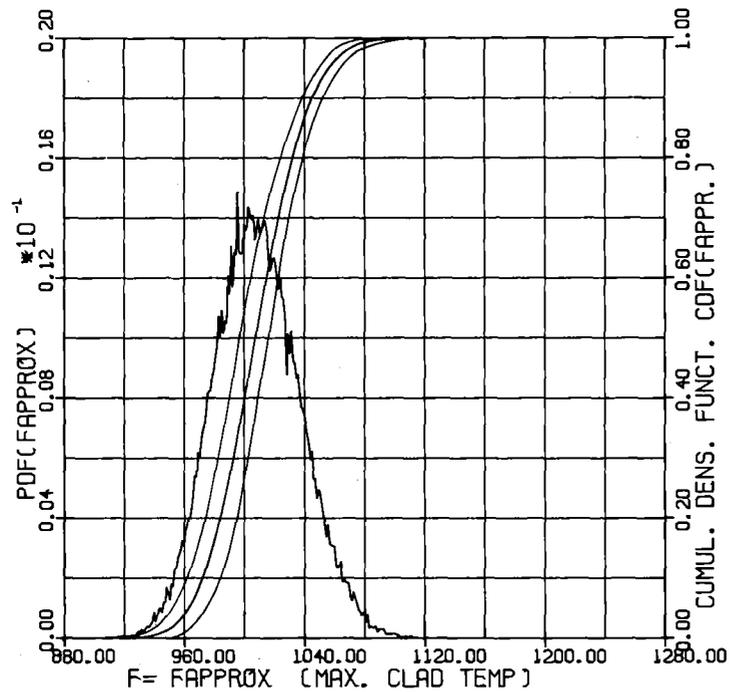


Abb. A-18: Dichtefunktion (PDF) und Verteilungsfunktion (CDF, mit 95%-Konfidenzintervallen) der max. Hüllrohrtemperatur (K) für einen Brennstab mit einem nominellen radialen Leistungsfaktor $f_{\text{rad}} = 1.3$, Stabklasse 1

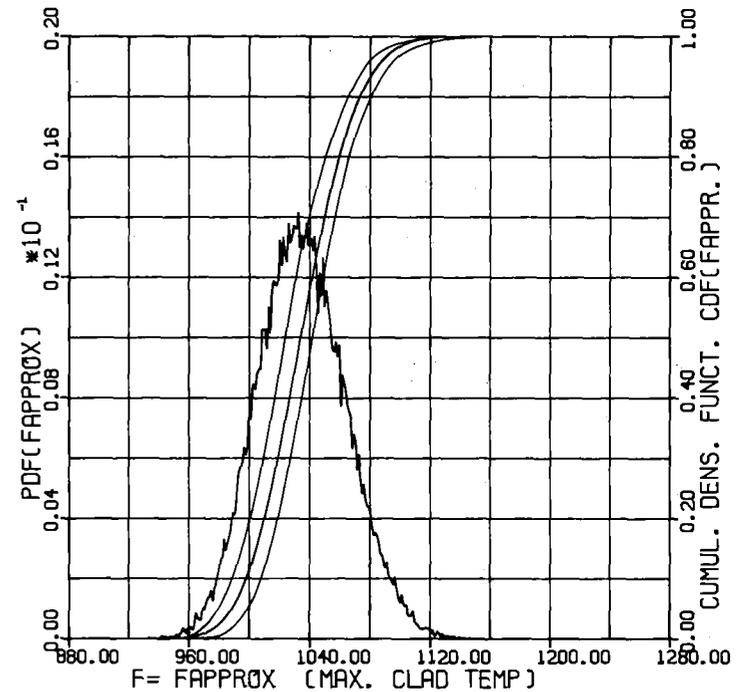


Abb. A-19: Dichtefunktion (PDF) und Verteilungsfunktion (CDF, mit 95%-Konfidenzintervallen) der max. Hüllrohrtemperatur (K) für einen Brennstab mit einem nominellen radialen Leistungsfaktor $f_{\text{rad}} = 1.4$, Stabklasse 3

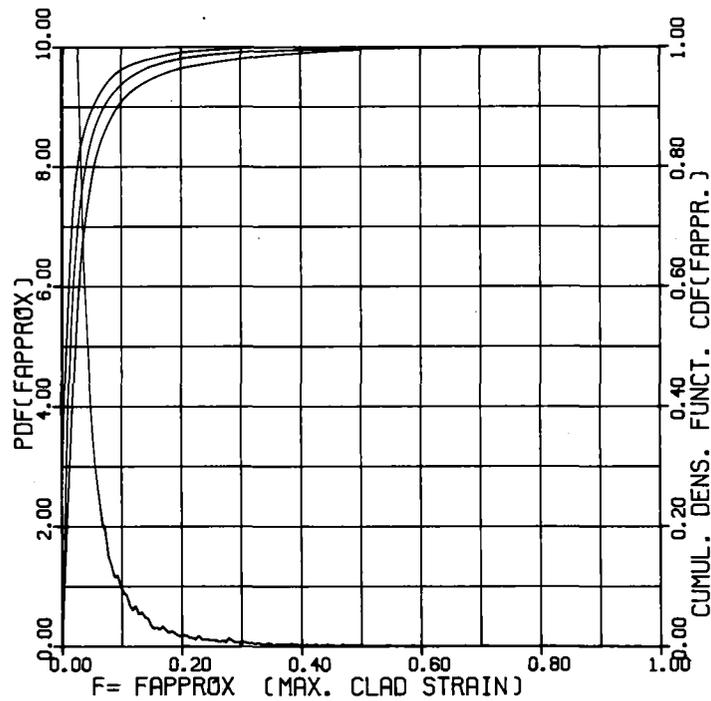


Abb. A-20: Dichtefunktion (PDF) und Verteilungsfunktion (CDF, mit 95%-Konfidenzintervallen) der max. Hüllrohrdehnung ($10^{-2}\%$) für einen Brennstab mit $f_{rad} = 1.3$, Stabklasse 1

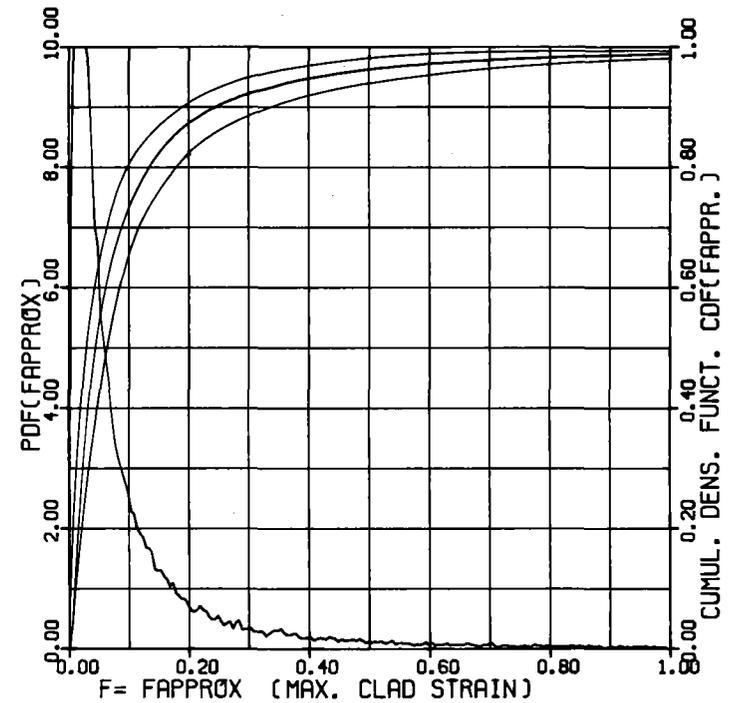


Abb. A-21: Dichtefunktion (PDF) und Verteilungsfunktion (CDF, mit 95%-Konfidenzintervallen) der max. Hüllrohrdehnung ($10^{-2}\%$) für einen Brennstab mit $f_{rad} = 1.4$, Stabklasse 3

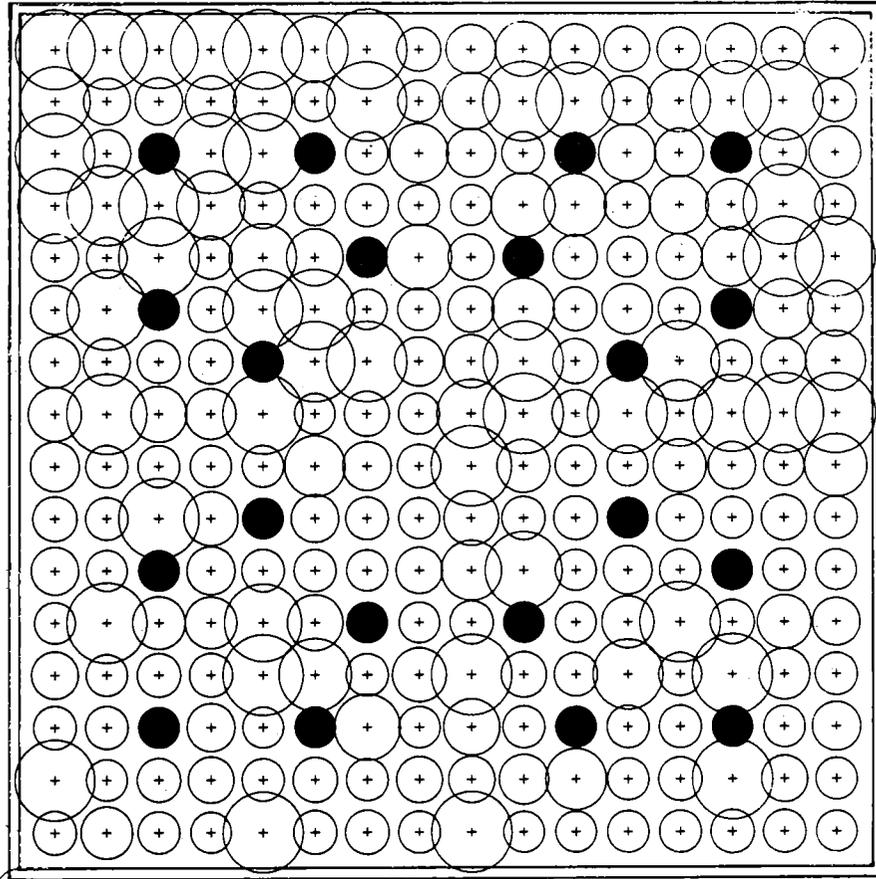


Abb. A-22: Qualitative Darstellung der max. Hüllrohrdehnungen der 236 Brennstäbe im Querschnitt durch die Zone 12 des Referenz-Brennelementes. Ergebnis einer Monte Carlo-Simulation unter pessimistischen Nebenbedingungen

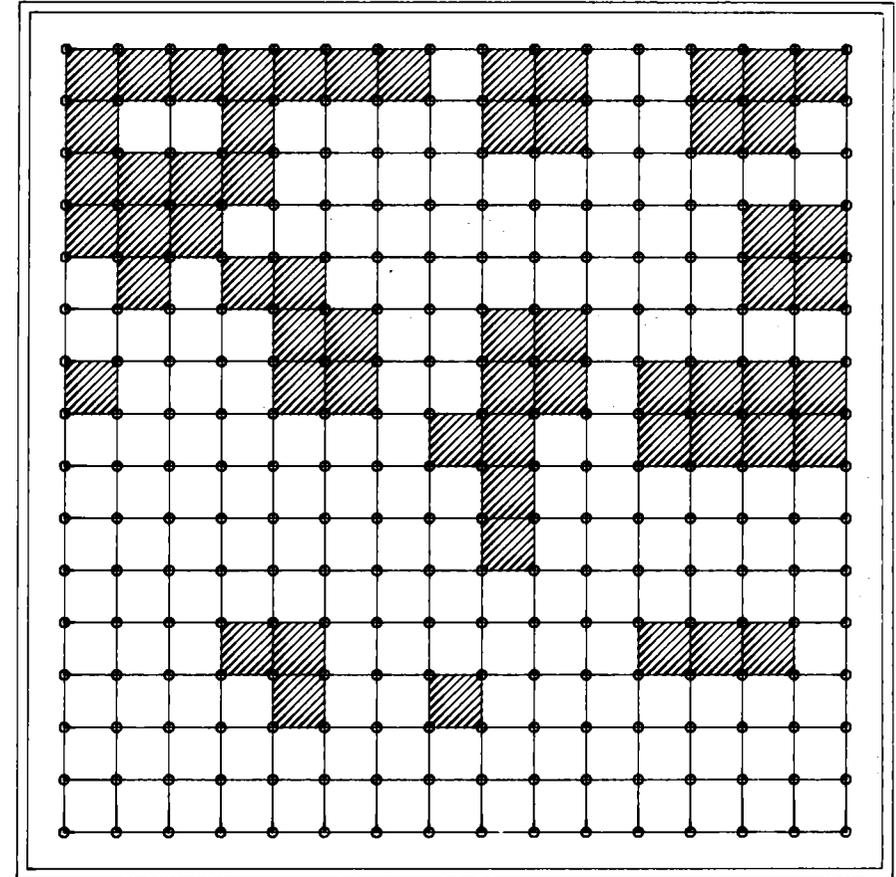


Abb. A-23: Inseln blockierter Kühlkanäle in der axialen Zone 12 des Referenz-Brennelementes als Folge der Hüllrohrdehnungen entsprechend Abb. A-22

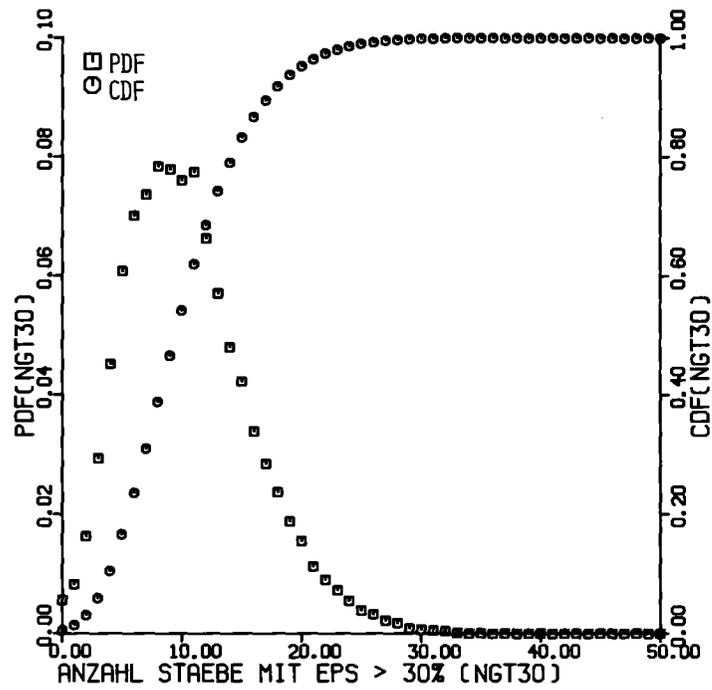


Abb. A-24: Geschätzte Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl Brennstäbe im Referenz-BE mit max. Hüllrohrumfangsdehnungen > 30%

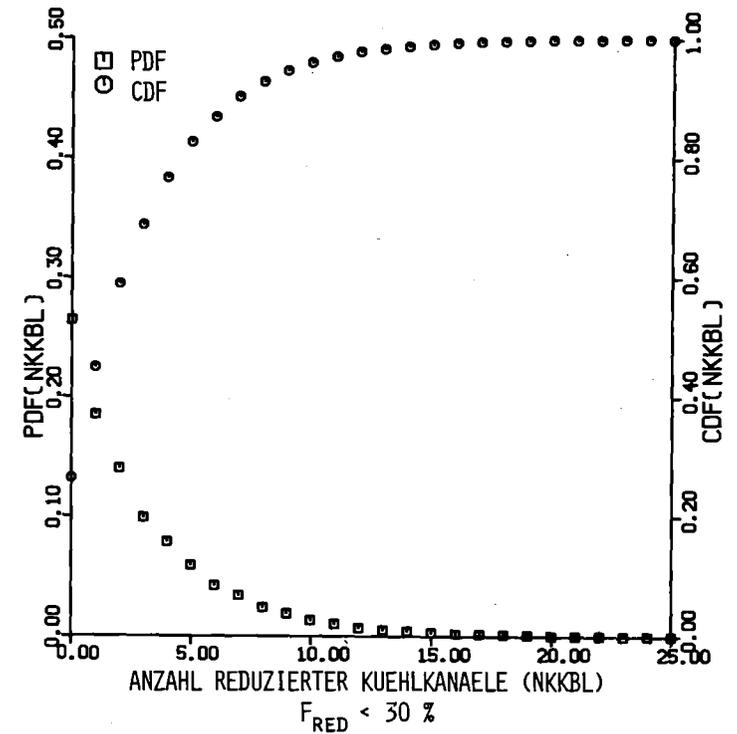


Abb. A-25.1: Geschätzt Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl verengter Kühlkanäle im Referenz-BE mit $F_{Red} < 30\%$

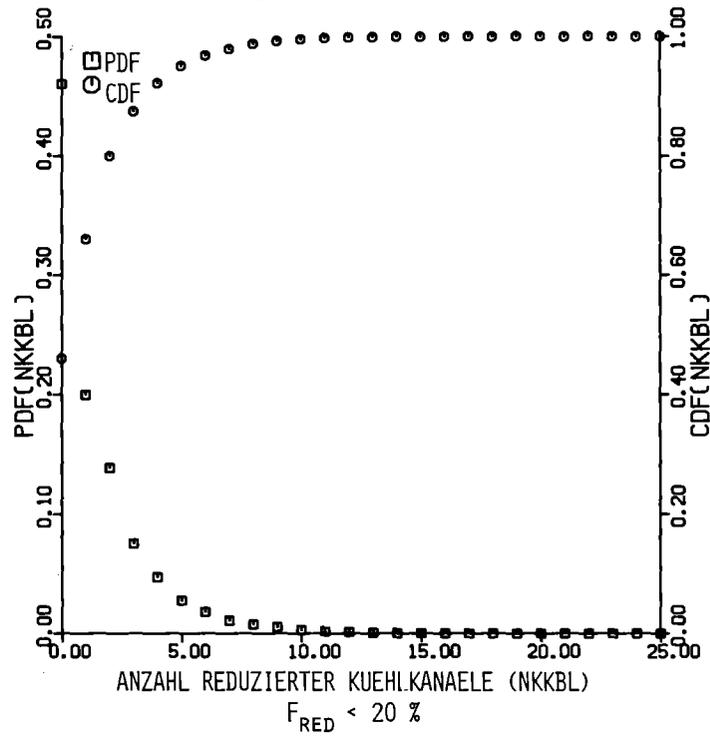


Abb. A-25.2: Geschätzte Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl verengter Kühlkanäle im Referenz-BE mit $F_{Red} < 20\%$

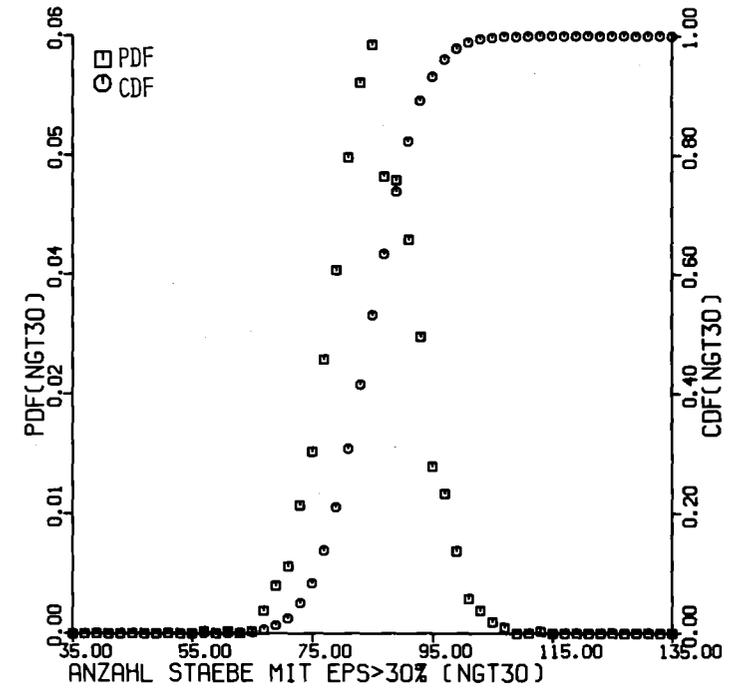


Abb.A-26: Geschätzt Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl Brennstäbe im Referenz-BE mit max. Hüllrohrumfangsdehnungen > 30% unter pessimistischen Nebenbedingungen

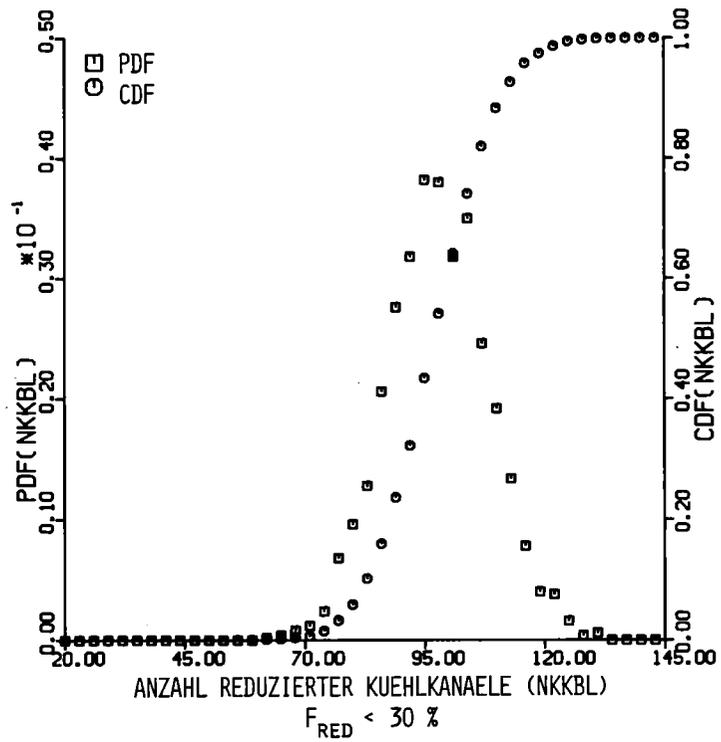


Abb. A-27.1: Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl verengter Kühlkanäle im Referenz-BE mit $F_{Red} < 30\%$ unter pessimistischen Nebenbedingungen

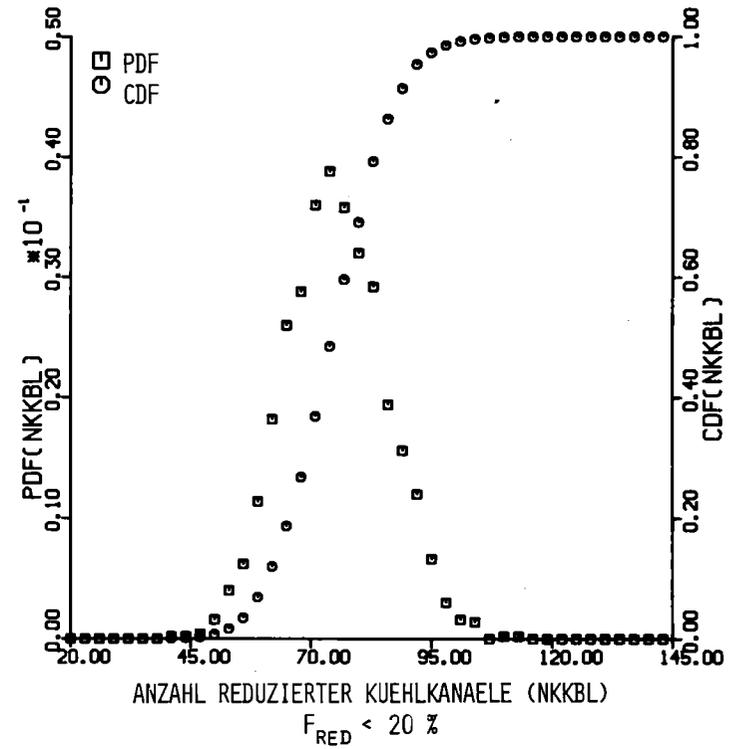


Abb. A-27.2: Dichte- und Verteilungsfunktionen der Anzahl verengter Kühlkanäle im Referenz-BE mit $F_{Red} < 20\%$ unter pessimistischen Nebenbedingungen

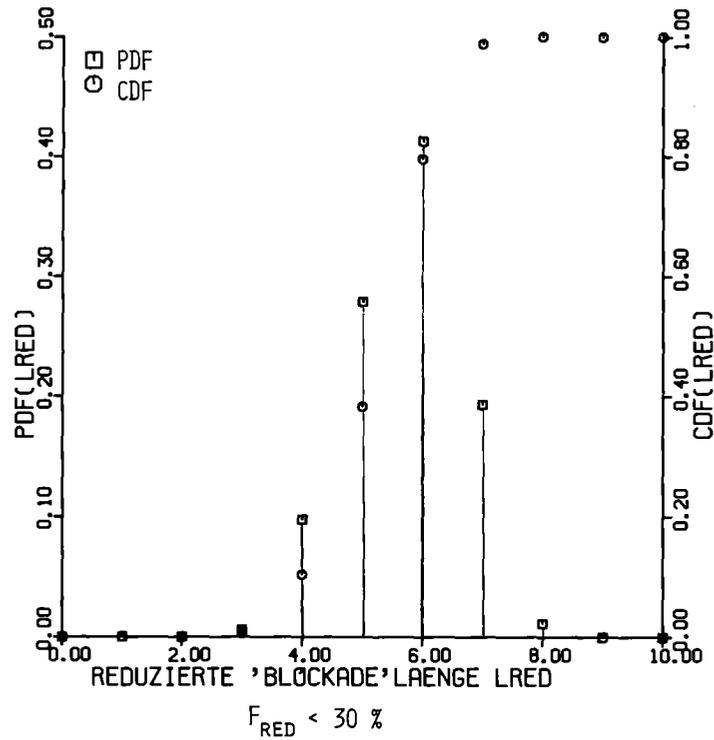


Abb. A-28.1: Dichte- und Verteilungsfunktionen des "relativen äquivalenten Blockadedurchmessers" der größten Blockadeinsel im Referenz-BE, $F_{Red} < 30\%$, pessimistische Nebenbedingungen

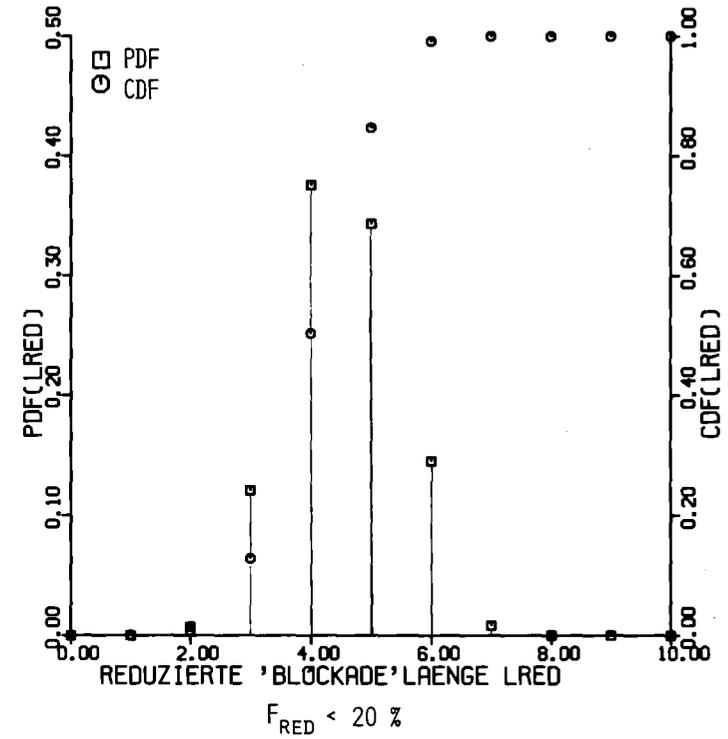


Abb. A-28.2: Dichte- und Verteilungsfunktionen des "relativen äquivalenten Blockadedurchmessers" der größten Blockadeinsel im Referenz-BE, $F_{Red} < 20\%$, pessimistische Nebenbedingungen

Anhang

In Kapitel 3.3.1 sind als Beispiele für systematische Auswahlverfahren von Simulationsexperimenten im Rahmen von "response surface"-Approximationen drei klassische "experimental designs" genannt worden:

- "2 level factorial design",
- "2 level fractional factorial design",
- "central composite design".

Im folgenden werden wesentliche Grundzüge dieser Auswahlverfahren kurz umrissen. Im Hinblick auf eine umfassende Darstellung wird auf Kleijnen / 27 / verwiesen.

Die unbekannt, zu approximierende Funktion $Y = f(X_1, \dots, X_n)$ mit n unabhängigen Einflußvariablen $\{X_1, \dots, X_n\}$ sei in einem interessierenden Definitionsbereich um einen Referenzwert y_0 stetig und "genügend glatt", so daß sie dort durch eine Polynomapproximation näherungsweise dargestellt werden kann. Dazu sind eine Reihe von experimentellen Beobachtungen, z.B. als Ergebnisse von Computersimulationen, nötig, um die Koeffizienten eines gewählten Polynomansatzes zu ermitteln. Das "experimental design" legt die Simulationsexperimente fest. Mit der Auswahl eines der genannten "experimental designs" ist der Typ des Approximationsansatzes vorgegeben.

Das "2 level factorial design" zielt auf die Bestimmung der Koeffizienten eines Polynomansatzes der Form

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \prod_{i=1}^n (\alpha_i^0 + \alpha_i^1 X_i) \\ &= \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i X_i + \sum_{\substack{i,j \\ i < j}}^n \beta_{ij} X_i X_j + \\ &\quad + \sum_{\substack{i,j,k \\ i < j \\ j < k}}^n \beta_{ijk} X_i X_j X_k + \dots + \\ &\quad + \beta_{12 \dots n} X_1 X_2 \dots X_n \end{aligned} \tag{A1.1}$$

ab. Bei der Festlegung der Simulationsexperimente wird jede Einflußgröße X_i

durch zwei Werte erfaßt, jeder der beiden Werte (x_i^1, x_i^2) wird mit den entsprechenden Werten der anderen Einflußgrößen kombiniert. Die Zahl der Kombinationen, d.h. der Simulationsexperimente, ist 2^n zur Bestimmung der 2^n unbekanntenen Koeffizienten des Approximationspolynomes (A1.1). Die beiden diskreten Werte jeder der unabhängigen Variablen werden in einem festen Abstand δ_i von einem Referenzwert x_i^0 gewählt:

$$\begin{aligned} x_i^1 &= x_i^0 - \delta_i \\ x_i^2 &= x_i^0 + \delta_i \end{aligned} \quad (A1.2)$$

Zur Lösung des Approximationsproblems ist es hilfreich, über eine Variablentransformation zu dimensionslosen Einflußgrößen überzugehen:

$$\begin{aligned} Z_i &= (X_i - x_i^0) / \delta_i \\ (z_i^1, z_i^2) &= (-1, +1) \end{aligned} \quad (A1.3)$$

Damit geht der Approximationsansatz (A1.1) über in

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \gamma_0 + \sum_{i=1}^m \gamma_i Z_i + \sum_{\substack{i,j \\ i < j}}^m \gamma_{ij} Z_i Z_j + \\ &+ \sum_{\substack{i,j,k \\ i < j \\ j < k}}^m \gamma_{ijk} Z_i Z_j Z_k + \dots + \\ &+ \gamma_{12\dots n} Z_1 Z_2 \dots Z_n \end{aligned} \quad (A1.4)$$

Ein Beispiel soll das Vorgehen deutlich machen. Sei $n=3$, gesucht sind die Koeffizienten $\langle \gamma \rangle$ des Approximationspolynomes

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \gamma_0 + \gamma_1 Z_1 + \gamma_2 Z_2 + \gamma_3 Z_3 + \\ &+ \gamma_{12} Z_1 Z_2 + \gamma_{13} Z_1 Z_3 + \gamma_{23} Z_2 Z_3 + \\ &+ \gamma_{123} Z_1 Z_2 Z_3 \end{aligned} \quad (A1.5)$$

Die "design"-Matrix für die Durchführung der $2^3=8$ Simulationsexperimente ist in Tab. A1 angegeben. Abb. A1 veranschaulicht die Lage der Stützpunkte im Raum der $\{Z_1, Z_2, Z_3\}$.

Sim.Nr.	Z1	Z2	Z3	Sim.Ergebn.
1	-1	-1	-1	y_1
2	1	-1	-1	y_2
3	-1	1	-1	y_3
4	1	1	-1	y_4
5	-1	-1	1	y_5
6	1	-1	1	y_6
7	-1	1	1	y_7
8	1	1	1	y_8

Tab. A1: "Design"-Matrix für ein 2^3 -Experiment nach dem "2 level factorial design".

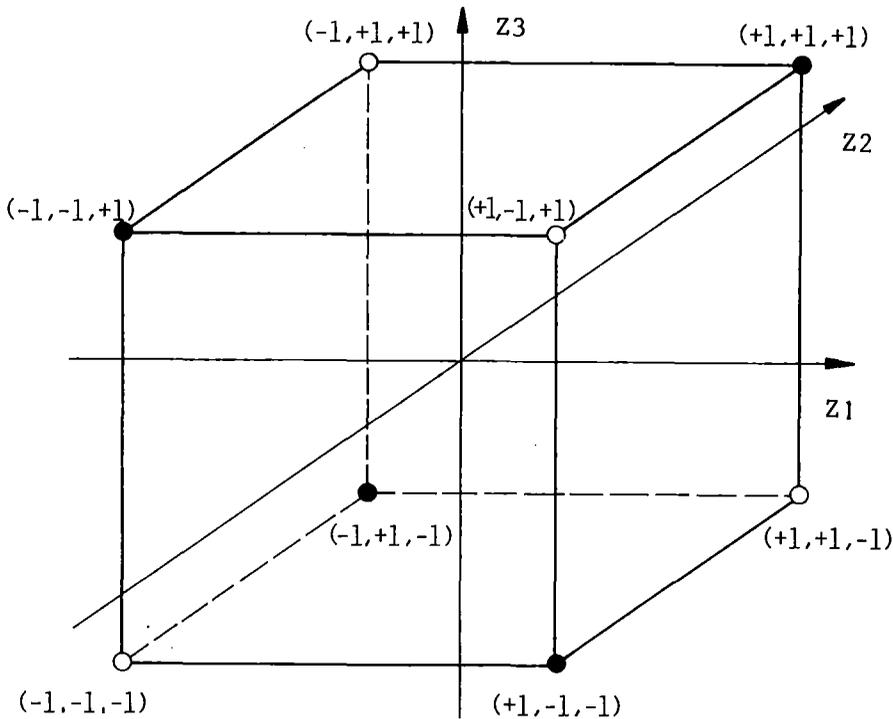


Abb. A1: Lage der Stützpunkte im Raum der Variablen $\{Z_1, Z_2, Z_3\}$ für ein 2^3 -Experiment entsprechend der "design"-Matrix von Tab. A1. Die vier dunkel markierten Punkte kennzeichnen die Stützpunkte für ein 2^{3-1} -Experiment auf der Grundlage eines "2 level fractional factorial design".

Das Lösungsverfahren zur Ermittlung der unbekannt Polynomkoeffizienten führt zunächst auf ein Gleichungssystem

$$|Z| \langle \delta \rangle = \langle y \rangle \quad (A1.6)$$

$$\langle \delta \rangle = \begin{pmatrix} \delta_0 \\ \vdots \\ \delta_{123} \end{pmatrix}, \quad \langle y \rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_8 \end{pmatrix}$$

Die Matrix $|Z|$ ist in Tab. A2 angegeben.

Sim.Nr.	I	Z1	Z2	Z3	Z1Z2	Z1Z3	Z2Z3	Z1Z2Z3
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1	1

Tab. A2: Matrix $|Z|$ der Werte der Basisfunktionen des Polynomansatzes entsprechend einem 2^3 -Experiment nach dem "2 level factorial design".

Nach Transformation des Gleichungssystems (A1.6) auf Normalform

$$|Z^T| |Z| \langle \delta \rangle = |Z^T| \langle y \rangle \quad (A1.7)$$

gilt für den Lösungsvektor $\langle \delta \rangle$:

$$\langle \delta \rangle = (|Z^T| |Z|)^{-1} |Z^T| \langle y \rangle \quad (A1.8)$$

Als Folge der Orthogonalitätseigenschaft der Matrix $|Z|$ -ihre Spalten sind zueinander orthogonal- ist die Matrix $(|Z^T| |Z|)^{-1}$ eine Diagonalmatrix; damit sind die Koeffizienten des Vektors $\langle \delta \rangle$ voneinander unabhängig.

Bei Anwendung des "2 level factorial design" zur Abschätzung der Polynomkoeffizienten des Approximationsansatzes (A1.4) steigt mit zunehmender Zahl n

von Einflußvariablen Z_i die notwendige Anzahl von Simulationsexperimenten entsprechend 2^n stark an. Für $n=5$ sind z.B. 32 Experimente durchzuführen, um δ_0 sowie die Koeffizienten von 5 linearen Termen, 10 Produkttermen 2. Ordnung, 10 Termen 3. Ordnung, 5 Termen 4. Ordnung und einem 5. Ordnung zu bestimmen. Kann man davon ausgehen, daß gewisse Terme höherer Ordnung vernachlässigbar sind, dann genügt ein Bruchteil der Experimente, die in der vollen "design"-Matrix festgelegt sind, um die Koeffizienten signifikanter Einflußgrößen bzw. Basisfunktionen zu ermitteln. Beim "2 level fractional factorial design" wird ein Bruchteil 2^{-p} der 2^n in der "design"-Matrix spezifizierten Experimente durchgeführt, also 2^{n-p} . Der Einfluß der vernachlässigten Terme ist dann in den Koeffizienten der übrigen bzw. einiger der übrigen berücksichtigten Terme enthalten ("confounding"). Die abzuschätzenden Koeffizienten des verbleibenden Polynomansatzes geben also die Einflüsse der entsprechenden Basisfunktionen auf Y nur dann unverfälscht (erwartungstreu) wieder, wenn die Einflüsse der vernachlässigten Terme auf Y tatsächlich (annähernd) Null sind. Es besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Festlegung des von (A1.4) ausgehenden verkürzten Polynomansatzes und den dazugehörigen 2^{n-p} Simulationsexperimenten einerseits und dem resultierenden "confounding".

Bezogen auf das Beispiel mit $n=3$ sei angenommen, daß die Terme 2. und 3. Ordnung des vollständigen Approximationspolynoms (A1.5) vernachlässigbar sind. Mit $p=1$ werden $2^{3-1}=4$ Experimente durchgeführt zur Bestimmung der Koeffizienten des Restansatzes

$$\hat{y} = \delta_0' + \delta_1' Z_1 + \delta_2' Z_2 + \delta_3' Z_3 \quad (A2.1)$$

Ohne den Nachweis bei Kleijnen (/ 27 /, S. 320-322) hier nachzuvollziehen, gilt bei Durchführung der Experimente 2, 3, 5 und 8 (oder 1, 4, 6 und 7) aus der vollständigen "design"-Matrix nach Tab. A1, daß die vernachlässigten Einflüsse von $Z_1 Z_2 Z_3$ in δ_0' , von $Z_1 Z_2$ in δ_3' , von $Z_1 Z_3$ in δ_2' und von $Z_2 Z_3$ in δ_1' enthalten sind. Abb. A1 veranschaulicht die Lage der Stützpunkte im Raum der $\{Z_1, Z_2, Z_3\}$ bei dem zur Abschätzung der Koeffizienten von Ansatz (A2.1) zugrunde gelegten 2^{3-1} -Experiment.

Es bleibt festzuhalten, daß die wesentlichen Vorteile der beiden Auswahlverfahren Orthogonalität und die Möglichkeit der Festlegung des "confounding" sind. Ihre Anwendung setzt voraus, daß der Approximationsansatz (A1.4) als ausreichend angesehen werden kann und daß im Fall des "2 level fractional factorial design" a priori Kenntnisse über die vernachlässigbaren Terme höherer Ordnung vorhanden sind.

Das "central composite design" ist ein Auswahlverfahren für Polynomapproximationen nach (A1.4) unter Einschluß quadratischer Terme:

$$\begin{aligned}
 \hat{y} = & \gamma_0 + \sum_{i=1}^m \gamma_i Z_i + \sum_{\substack{i,j \\ i < j}}^m \gamma_{ij} Z_i Z_j + \\
 & + \sum_{\substack{i,j,k \\ i < j \\ j < k}}^m \gamma_{ijk} Z_i Z_j Z_k + \dots + \quad (A3.1) \\
 & + \gamma_{12\dots m} Z_1 Z_2 \dots Z_m + \\
 & + \sum_{i=1}^n \gamma_{ii} Z_i^2
 \end{aligned}$$

Über die durch die "design"-Matrizen des "2 level factorial design" bzw. "2 level fractional factorial design" festgelegten Wertekombinationen der unabhängigen Variablen $\{Z_1, \dots, Z_n\}$ hinaus wird die neue "design"-Matrix ergänzt durch 2n+1 neue Wertekombinationen der Form

Z_1	Z_2	Z_3	...	Z_n
-A	0	0	...	0
A	0	0	...	0
0	-A	0	...	0
0	A	0	...	0
0	0	-A	...	0
0	0	A	...	0
		.		
		.		
		.		
0	0	0	...	-A
0	0	0	...	A
0	0	0	...	0

Es handelt sich also um 2n neue "axiale" Punkte und einen "zentralen" Punkt im n-dimensionalen Raum der Z_i . Für das Beispiel mit n=3 und p=0 gibt Tab. A3.1

die Matrix $|Z|$ bei Zugrundelegung des "central composite design" an, Abb. A2 veranschaulicht die Lage der Stützpunkte im Raum der Variablen $\{z_1, z_2, z_3\}$.

Sim.Nr.	I	z1	z2	z3	z1z2	z1z3	z2z3	z1z2z3	z1 ²	z2 ²	z3 ²
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	1	-A	0	0	0	0	0	0	A ²	0	0
10	1	A	0	0	0	0	0	0	A ²	0	0
11	1	0	-A	0	0	0	0	0	0	A ²	0
12	1	0	A	0	0	0	0	0	0	A ²	0
13	1	0	0	-A	0	0	0	0	0	0	A ²
14	1	0	0	A	0	0	0	0	0	0	A ²
15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tab. A3.1: Matrix $|Z|$ der Werte der Basisfunktionen des Polynomansatzes (A3.1) bei Zugrundelegung eines "central composite design" als Auswahlverfahren für die Stützpunkte im Raum der $\{z_1, z_2, z_3\}$.

Aus Tab. A3.1 wird deutlich, daß die zu z_i^2 gehörenden Spalten von $|Z|$ zueinander nicht mehr orthogonal sind, ebenso wie die Spalte 1 zu den zu z_i^2 gehörenden. Wählt man jedoch als neue Basisfunktionen anstelle von z_i^2 ($z_i^2 - C$), so lassen sich über die Orthogonalitätsbedingungen die entsprechenden Werte von A und C ermitteln. In Tab. A3.2 ist die resultierende neue Matrix $|Z|$ dargestellt. Für n=3 und p=0 (also volles "2 level factorial design" für 3 Variable plus 6 "axiale" Punkte plus 1 "zentraler" Punkt) führen die Orthogonalitätsbedingungen zu A= 1,2154 und C= 0,7303 .

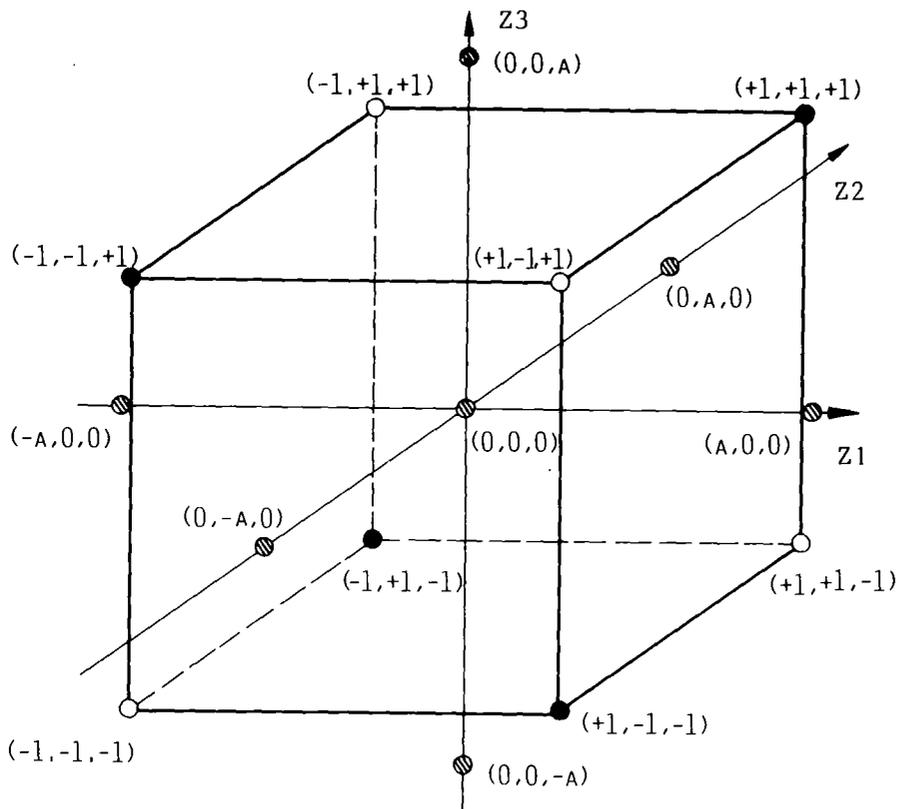


Abb. A2: Lage der Stützpunkte im Raum der $\{Z_1, Z_2, Z_3\}$ für Simulationsexperimente auf der Grundlage eines "central composite design".

Sim.Nr.	I	Z1	Z2	Z3	Z1Z2	Z1Z3	Z2Z3	Z1Z2Z3	Z1 ² -C	Z2 ² -C	Z3 ² -C
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1-C	1-C	1-C
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1-C	1-C	1-C
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1-C	1-C	1-C
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1-C	1-C	1-C
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1-C	1-C	1-C
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1-C	1-C	1-C
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1-C	1-C	1-C
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1-C	1-C	1-C
9	1	-A	0	0	0	0	0	0	A ² -C	-C	-C
10	1	A	0	0	0	0	0	0	A ² -C	-C	-C
11	1	0	-A	0	0	0	0	0	-C	A ² -C	-C
12	1	0	A	0	0	0	0	0	-C	A ² -C	-C
13	1	0	0	-A	0	0	0	0	-C	-C	A ² -C
14	1	0	0	A	0	0	0	0	-C	-C	A ² -C
15	1	0	0	0	0	0	0	0	-C	-C	-C

Tab. A3.2: Orthogonale Matrix $|Z|$; A= 1,2154, C= 0,7303 .