

KfK 3115
März 1981

Untersuchung der Reaktion
 $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \eta^0 n$ bei Pionimpulsen
von 25 und 40 GeV/c

F. Abdel-Khalek
Institut für Kern- und Teilchenphysik

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
INSTITUT FÜR KERN- UND TEILCHENPHYSIK

KfK 3115

Untersuchung der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \eta^0 n$
bei Pionimpulsen von 25 und 40 GeV/c ⁺⁾

Fathia Abdel-Khalek

⁺⁾ Von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe genehmigte
Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

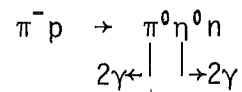
Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
EINLEITUNG	1
1. DAS EXPERIMENT	4
1.1 Apparatur	4
1.1.1 Überblick der Meßanordnung	4
1.1.2 γ -Detektor	6
2. ANALYSE DER DATEN	9
2.1 Methode	9
2.2 Analyse der $\pi\eta$ -Ereignisse	10
2.3 Nachweiswahrscheinlichkeit	14
3. DIE RESULTATE UND IHRE DEUTUNG	21
3.1 Massenverteilung	21
3.2 t-Verteilung	24
3.3 Zerfallswinkelverteilung des $\pi\eta$ -Systems	24
3.3.1 Allgemeine Betrachtungen	24
3.3.2 Fit von S- und D1-Welle	33
3.3.3 Anteile von P-Wellen	37
3.3.4 Korrigierte Massenverteilungen	45
3.4 Deutung der Daten im Quarkmodell	46
4. ZUSAMMENFASSUNG	50
ANHANG A	52
ANHANG B	58
LITERATURZITATE	66

KURZFASSUNG

In dieser Arbeit wird die Analyse der Reaktion



beschrieben. Gemessen wurden Massenverteilung, t-Verteilung und Zerfallswinkelverteilung für das $\pi^0\eta^0$ System bei π^- -Impulsen von 25 und 40 GeV/c. Das Experiment wurde am 70 GeV Serpukhov-Beschleuniger durchgeführt.

Die Hauptbestandteile der Apparatur waren ein Wasserstofftarget, das mit einem Vetosystem aus Blei und Szintillationszählern umgeben war, und ein Hodoskop-Spektrometer zum Nachweis der in Vorwärtsrichtung fliegenden γ 's. Getriggert wurde auf neutrale Endzustände. Der Wechselwirkungsort des π^- wurde über das im Target produzierte Cerenkovlicht gemessen.

Zur Analyse wurden Ereignisse mit 4 gesehenen γ 's verwendet, die Energie- und Impulssatz mit gutem χ^2 erfüllen. Die Zahl der $\pi^0\eta^0$ Ereignisse wird für jeden Massen-Bin, t-Bin und $\cos \theta$ -Bin aus Plots der effektiven Masse der 2γ -Kombinationen ermittelt. Die $\pi^0\eta^0$ -Massenspektren zeigten einen klaren Peak bei der A_2 -Masse über einer breiten Verteilung. In der t-Verteilung beobachtet man einen Vorwärtsdip. Die $\pi^0\eta^0$ -Zerfallswinkelverteilungen sind isotrop bis etwa 1160 MeV. Im A_2 -Peak hat man eine anisotrope Verteilung, die zur Interferenz einer D-Welle von A_2 mit einer breiten S-Welle paßt. Erst oberhalb 1360 MeV ergibt sich eine Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie.

Für Spin und Parität des $\pi^0\eta^0$ -Systems ist die natürliche Serie 0^+ , 1^- , 2^+ , 3^- , ... erlaubt. Beobachtet wurden als schmale Resonanzen nur das $\delta(980)$ mit $J^P = 0^+$ und das $A_2(1310)$ mit $J^P = 2^+$. Unsere Daten zeigen, daß $J^P = 1^-$ nicht als schmale Resonanz auftritt, obwohl dieser Zustand erlaubt ist. Dieses Faktum kann im Quarkmodell erklärt werden; im $q\bar{q}$ System gilt es für die C-Parität: $C = (-)^{L+S}$. Das neutrale $\pi^0\eta^0$ hat $C = +$. Deshalb bleiben von der obigen Serie nur 0^+ , 2^+ , 4^+ übrig.

ANALYSIS OF THE REACTION $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \eta^0 n$ AT 25 AND 40 GeV/c

ABSTRACT

We report about analysis of the reaction $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \eta^0 n$. Mass spectra, t -distributions and decay angular distributions for the $\pi^0 \eta^0$ -system are presented für π^- momenta of 25 and 40 GeV/c. The experiment was performed at the 70 GeV Serpukhov accelerator. The trigger selected neutral final states with γ -rays going in a forward cone. The energy and impact points of these γ 's were measured in the iron-scintillator hodoscope spectrometer.

For this analysis events are used where 4 showers have been found by the shower recognition program. These events are fitted to the reaction $\pi^- p \rightarrow 4\gamma n$ using energy-momentum conservation only. The number of $\pi^0 \eta^0$ events is determined for each mass bin, t -bin or $\cos \theta$ -bin from plots of the effective masses of the 2γ -combinations.

The $\pi^0 \eta^0$ mass spectra show a dominant peak at the A_2 mass superimposed on a broad distribution. In the t -distributions a forward-dip is observed. The experimental $\pi^0 \eta^0$ angular distributions are nearly isotropic in the lowest mass intervals and show S-D interference in the A_2 region. Only at masses above 1360 MeV a forward backward asymmetry is observed.

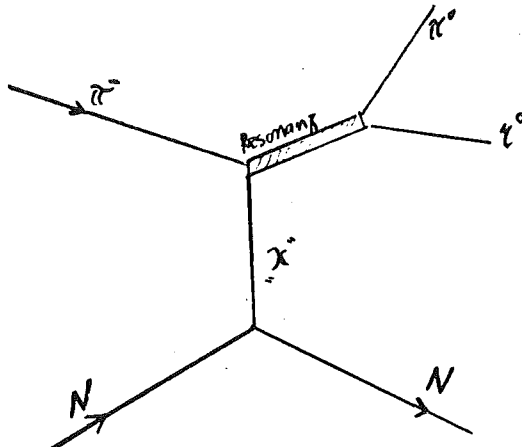
Spin and parity of the $\pi^0 \eta^0$ system have to follow the natural series $0^+, 1^- 2^+, 3^-, \dots$. Observed as narrow resonances are only $\delta(980)$ with $J^P = 0^+$ and $A_2(1310)$ with $J^P = 2^+$. Our data show no narrow resonance with $J^P = 1^-$ in spite of the fact that this state is allowed. This can be explained in the quark model. It gives for the C-parity of a $q\bar{q}$ -system $C = (-)^{L+S}$. The neutral $\pi^0 \eta^0$ -system has $C = +$. Therefore only the series $0^+, 2^+, 4^+, \dots$ remains.

EINLEITUNG

In dieser Arbeit wurde das $\pi^0\eta^0$ System in der Reaktion



untersucht. Die Reaktion verläuft nach folgendem Diagramm:



Das einfallende π -Meson kann eines der virtuellen Mesonen, die das Nukleon umgeben, herausstoßen. Dieses virtuelle Meson "x" wird im Rahmen der Unschärferelation $\Delta E \cdot \Delta t \leq \hbar$ innerhalb einer Strecke $r = \Delta t \cdot c \approx \hbar c / m_x c^2 \leq 1 \text{ fm}$ ausgetauscht. Am oberen Vertex hat man die Streuung $\pi + "x" \rightarrow \pi^0 + \eta^0$, die über eine Resonanz als Zwischenzustand laufen kann. Und am unteren Vertex ergibt sich die "x"NN Kopplung. Das Ziel in unserer Untersuchung ist:

- 1) die Suche nach den Resonanzzuständen im $\pi^0\eta^0$ -System
- 2) die Bestimmung der Eigenschaften des Austauschteilchens "x".

Wesentlich für beide Fragestellungen sind die Quantenzahlen der beteiligten Teilchen: π^0 bzw. η besitzt $J^P = 0^-$ und $I = 1$ bzw. 0 ($J = \text{Spin}$, $P = \text{Parität}$, $I = \text{Isospin}$).

Der Spin des $\pi^0\eta^0$ -Systems ist durch den Bahndrehimpuls ℓ bestimmt:

$$J_{\pi\eta} = \ell_{\pi\eta}. \text{ Die Gesamtparität des Systems ergibt sich aus: } P_{\pi\eta} = P_{\pi} \cdot P_{\eta} \cdot (-1)^{\ell_{\pi\eta}}.$$

Damit ist für die Quantenzahlen des $\pi^0\eta^0$ -Systems die natürliche Serie $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, \dots$ möglich.

Die C-Parität eines Gammaquants ist $C = -1 / 1$. Die C-Parität des $\pi^0\eta^0$ -Systems ist damit durch die Anzahl der Gammaquanten, in die das System zerfällt, festgelegt. Es sind Zerfälle $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, $\eta^0 \rightarrow 2\gamma$ sowie $\eta^0 \rightarrow 3\pi^0$ bekannt /2/. Das $\pi^0\eta^0$ -System ergibt beim Zerfall also eine gerade Anzahl von

Gammas. Die C-Parität des $\pi^0\eta^0$ -Systems muß also $C = +1$ sein.

Falls der $\pi^0\eta^0$ -Zustand über einen $q\bar{q}$ -Zustand produziert wird, ergibt die Bedingung $C = +1$ eine Einschränkung für die möglichen Quantenzahlen. Von der natürlichen Serie sollten nur die Zustände $J^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$ bleiben.

In den bisherigen Experimenten konnten nur die Systeme $\pi^-\eta / 3, 4, 5, 6, 7 /$ und $\pi^+\eta / 7 /$ untersucht werden. Es wurden die Resonanzen $\delta(970)$ mit $J^P = 0^+$ und $A_2(1310)$ mit $J^P = 2^+$ (Verzweigungsverhältnis 15% in $\pi\eta$) gefunden. Es fehlt also der Zustand $J^P = 1^-$. Das Argument der Einschränkung der Quantenzahlen im Rahmen des Quarkmodells kann bei diesen geladenen $\pi^\pm\eta^0$ -Systemen aber nicht benutzt werden, da die C-Parität nur für neutrale Systeme definiert ist.

Es ist also wesentlich, das neutrale $\pi^0\eta^0$ -System zu untersuchen. Die Suche nach einem resonanten Zustand mit $J^P = 1^-$ ist eines der Hauptziele dieser Arbeit.

Die Eigenschaften des Austauschteilchens "x" sind durch seine Quantenzahlen festgelegt. Es kann im vorgegebenen Schema ein Teilchen aus der "natürlichen" Serie $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, \dots$ oder aus der "unnatürlichen" Serie $J^P = 0^-, 1^+, 2^-, 3^+, \dots$ ausgetauscht werden. Die G-Parität des Austauschteilchens muß $G = +1$ sein. Damit kommen die ρ, f -Trajektorien bzw. die B-Trajektorie in Frage. ρ und B-Austausch ergeben verschiedene Zerfallswinkelverteilungen des Systems. Aus der Analyse der A_2 -Produktion / 8 / wurde festgestellt, daß der Anteil von B-Austausch mit wachsendem P_{Lab} schneller abfällt als der ρ -Austausch. Bei unseren hohen Energien sollte dennoch ρ, f -Austausch dominieren.

Das Experiment, das dieser Arbeit zugrunde liegt, wurde in Kollaboration von Gruppen aus Karlsruhe, Pisa, Wien und Serpukhov durchgeführt. Dabei wurde das $\pi^0\eta^0$ über den 4γ -Zerfall nachgewiesen; d.h. es wurde die Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^0\eta^0 n$ bei π^- Impulsen von 25 und 40 GeV/c gemessen.

$$\pi^- p \rightarrow \pi^0\eta^0 n \rightarrow 2\gamma \left\{ \begin{array}{l} \leftarrow \\ \rightarrow \end{array} \right. 2\gamma$$

Ein Hodoskopspektrometer aus 36 Lagen von Szintillationszählern zwischen Eisenplatten diente zum Nachweis der Gammaquanten. Mit diesem Detektor ist

es möglich, Ereignisse mit mehreren Gammas effektiv zu messen.

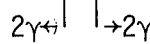
Zur Analyse der Daten wird eine besondere Methode verwendet. Die Anzahl der $\pi^0\eta^0$ -Ereignisse wird für jeden Massen-Bin und \cos -Bin aus Plots der effektiven Masse der 2γ -Kombinationen ermittelt. Diese Methode ergibt, trotz des erheblichen 4γ -Untergrunds aus anderen Reaktion (η' , $2\pi^0$ -Produktion), die wahre Zahl der $\pi^0\eta^0$ -Ereignisse. Damit erhalten wir $\pi^0\eta^0$ -Massenspektren, Zerfallswinkelverteilungen und relative differentielle Wirkungsquerschnitte.

Die so erhaltenen Rohdaten sollen mit der obigen physikalischen Vorstellung gedeutet werden. Dazu muß man die Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors als Funktion der Meßgrößen Masse und Zerfallswinkel ermitteln. Das ist in unserem Falle besonders schwierig, da die Reaktion (1) in 4γ 's im Endzustand übergeht und die γ 's nur über ihre Schauerentwicklung nachgewiesen werden. Mit Hilfe eines Monte Carlo Programms, das den $\pi^0\eta^0$ -Zerfall in 4γ 's und deren Schauerentwicklungen im γ -Detektor simulieren kann, wird die Nachweiswahrscheinlichkeit erhalten. Zusätzlich wird die Effektivität des Schauererkennungsprogramms aus dem Vergleich der gescannten und automatisch gefundenen Ereignisse bestimmt. Mit den auf Nachweiswahrscheinlichkeit korrigierten Daten werden dann die Aussagen, die das Quarkmodell liefert und die möglichen Produktionsmechanismen, untersucht.

1. EXPERIMENT

Das Experiment wurde in Kollaboration mit Gruppen aus Karlsruhe, Pisa, Serpukhov und Wien in den Jahren 1972-1975 am 76 GeV Protonenbeschleuniger in Serpukhov (UdSSR) durchgeführt. Im Experiment wird die Produktion und der Zerfall neutraler Mesonenresonanzen gemessen, die mit einem Trigger auf neutrale Endzustände ausgewählt werden.

In dieser Arbeit wird die Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \eta^0 + n$ untersucht. Zum



Nachweis der in Vorwärtsrichtung fliegenden γ -Quanten dient ein Spektrometer aus Szintillationszählern, anstelle der optischen Funkenkammern, die früher verwendet wurden. Diese Meßtechnik erlaubt es mit hohem Fluß der einfallenden Pionen zu arbeiten, wodurch innerhalb relativ kurzer Zeit eine hohe Statistik gesammelt werden kann.

Bei jedem Ereignis, das die Triggerbedingung erfüllt hat, werden die Pulshöhen der Szintillationszähler über ADC's (Analog-Digital-Converter) digitalisiert. Die ADC-Inhalte werden ins CAMAC-System transferiert. Der Telefunkenrechner liest die Inhalte der CAMAC-Zähler und legt diese Information auf Platte ab. In der Spill-Pause (5 sec) werden die Daten der Ereignisse auf Magnetband übertragen. Die weitere Verarbeitung der Information über die Ereignisse erfolgt dann off line mit Großrechnern.

1.1 Apparatur

1.1.1 Überblick der Meßanordnung

Zur Untersuchung der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \eta^0 n$ bei einem Pionstrahlimpuls von 25-40 GeV/c stellt der Trigger in diesem Experiment die Bedingung, daß nur neutrale Teilchen im Endzustand vorhanden sind, also wird die Reaktion $\pi^- p \rightarrow 4\gamma + n$ selektiert, so wie in dieser Skizze der Meßapparatur dargestellt (Fig. 1). Die einlaufenden negativ geladenen Strahlteilchen π^- , K^- , p^- und e^- mit definiertem Impulsen werden mit Hilfe von vier Gas-

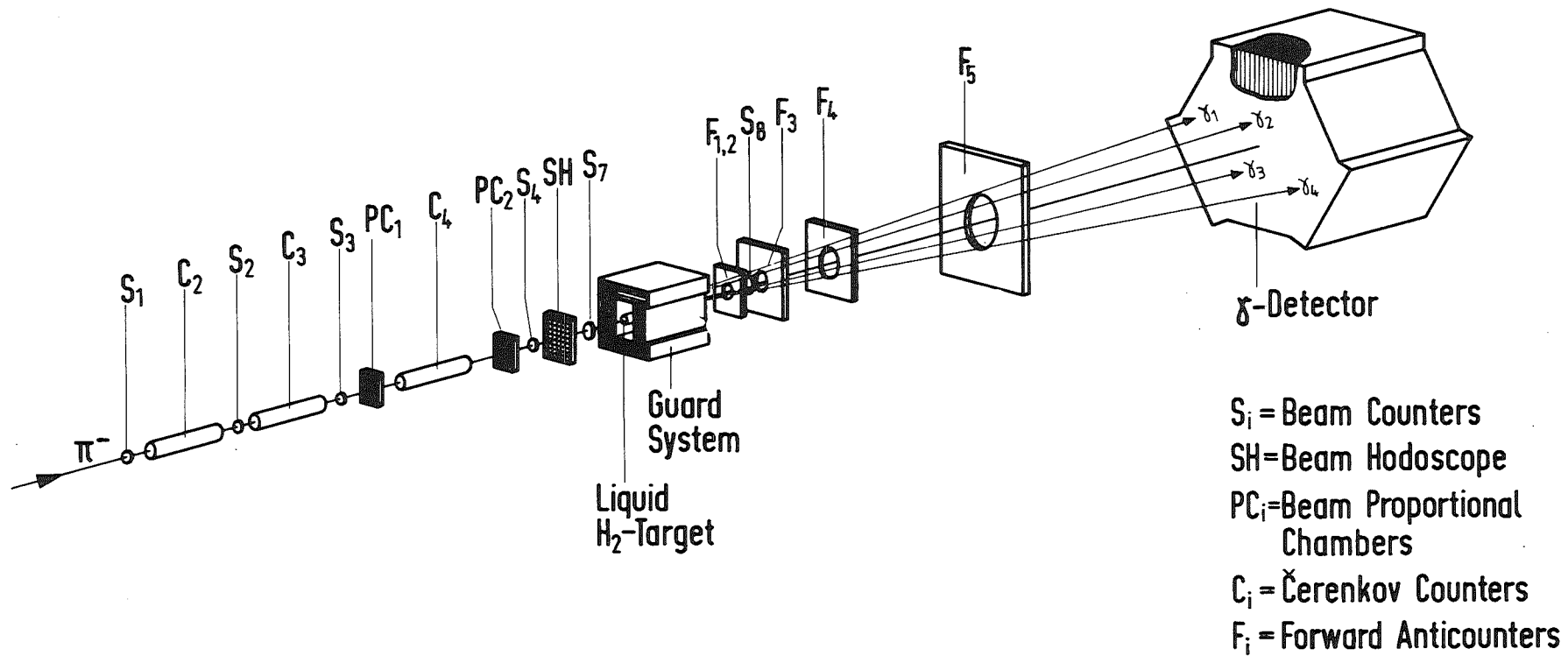


Fig. 1: Darstellung des experimentellen Aufbaus

Cerenkovzählern nach der Teilchenart untersucht. Die Proportionalkammern und Szintillationshodoskope dienen zur Bestimmung der Richtung der Strahlteilchen. Die Pionenstrahlen treffen auf das sogenannte Cerenkovtarget, das flüssigen Wasserstoff enthält und von einem Guardsystem aus Blei- und Szintillationszählern umgeben ist. Der Wechselwirkungsort des π^- kann aus der Höhe des Cerenkovlichts im Target gemessen werden, wenn auf rein neutrale Endzustände getriggert wird /9,10/.

Das Vetosystem (S_8 , Guardsystem, F_{12} , F_3 - F_5) besitzt drei Funktionen:

- 1) Es muß die neutralen Endzustände selektieren, also ein Veto gegen geladene Teilchen liefern.
- 2) Es erzeugt ein Vetosignal bei seitwärts fliegenden γ -Quanten.
- 3) Die Antizähler F_3 - F_5 definieren den Kegel in Vorwärtsrichtung.

Zur Registrierung der in Vorwärtsrichtung fliegenden γ -Quanten wurde ein Hodoskopspektrometer als γ -Detektor verwendet.

1.1.2 Der γ -Detektor

Der Aufbau des γ -Detektors ist in Fig. 2 dargestellt. Er ist ein Hodoskopspektrometer, mit dem die räumliche Verteilung elektromagnetischer Schauer der Photonen in drei verschiedenen Projektionen (Views) und vier verschiedenen Tiefen (Moduls) gemessen werden kann. Er besteht aus vier Blöcken (Moduls). In jedem Modul wird ein Schauer in drei Richtungen (Views), d.h. in x-, u-, v-Ebenen, gemessen, die zueinander einen Winkel von 120° bilden.

Die ersten drei Moduls sind identisch (gleiche Zählerstruktur). In jeder Ebene eines Moduls liegen 64 Zähler nebeneinander. Zu jedem Zähler gehören drei Szintillationsstäbe und ein Photomultiplier, die durch Lichtleiter verbunden sind. Die Stäbe sind 1.5 cm breit, 1 cm dick und im zentralen Bereich 100 cm lang.

In Strahlrichtung folgen die Szintillationsstäbe der x-,u,v-Ebene aufeinander, was sich periodisch wiederholt. Vor jeder Szintillatorlage befinden sich Eisenplatten von 1 cm Dicke /11/.

Die Reihenfolge der Hodoskoplagen lautet:

view :	u	,	x	,	v	,	u	,	x	,	v	,	...
modul	1		1		1		2		2		2		

Die ersten drei Blöcke (Moduls) enthalten insgesamt 27 cm Eisen und 576 Zähler (1728 Szintillationsstäbe).

Der vierte Block dient als Kalorimeter zur besseren Bestimmung der Gesamtenergie aller γ 's. Er wurde nur von Fall zu Fall verwendet. Im Unterschied zu den ersten drei Blöcken besitzt er 3.8 Szintillationsstäbe pro Richtung, die jeweils 12.5 cm breit sind.

Der nutzbare Bereich des Detektors, in dem sich die Stäbe der drei Ebenen x,v,u überdecken, ist eine Sechseckfläche mit einem inneren Durchmesser von 100 cm.

Die Target-Detektor Entfernung bei der hier gemessenen Reaktion betrug etwa 3 m.

Aus der Verteilung der γ -Schauer auf die Hodoskopelemente im Detektor und aus deren Pulshöhen werden die Auftreffpunkte der γ 's und deren Energie bestimmt (Fig. 3).

Mit diesen beiden Größen besitzt man Kenntnisse über die Masse der zerfallenden Teilchen und deren Zerfallswinkel in Bezug auf die Richtung der Strahlteilchen im Gottfried-Jackson-System. Das Auflösungsvermögen bezüglich dieser Größen wird angegeben mit:

$$\frac{\Delta E}{E} = 10 \% \sqrt{\frac{10' \text{ GeV}}{E_{\gamma}}} , \quad \left. \begin{array}{l} \Delta x \\ \Delta y \end{array} \right\} = \pm 2.5 \text{ mm}$$

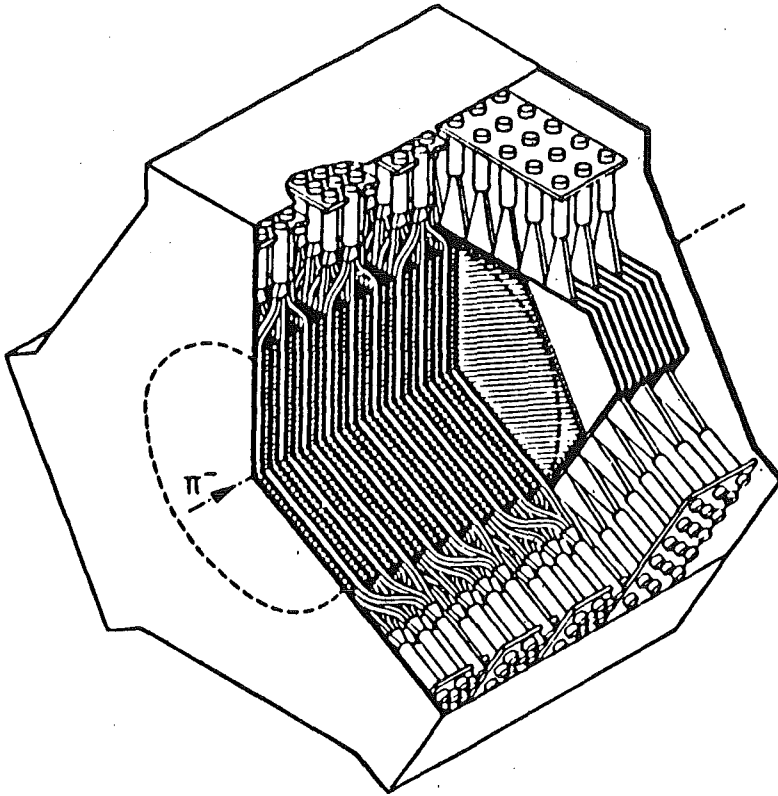


Fig. 2: Skizze des γ -Detektors

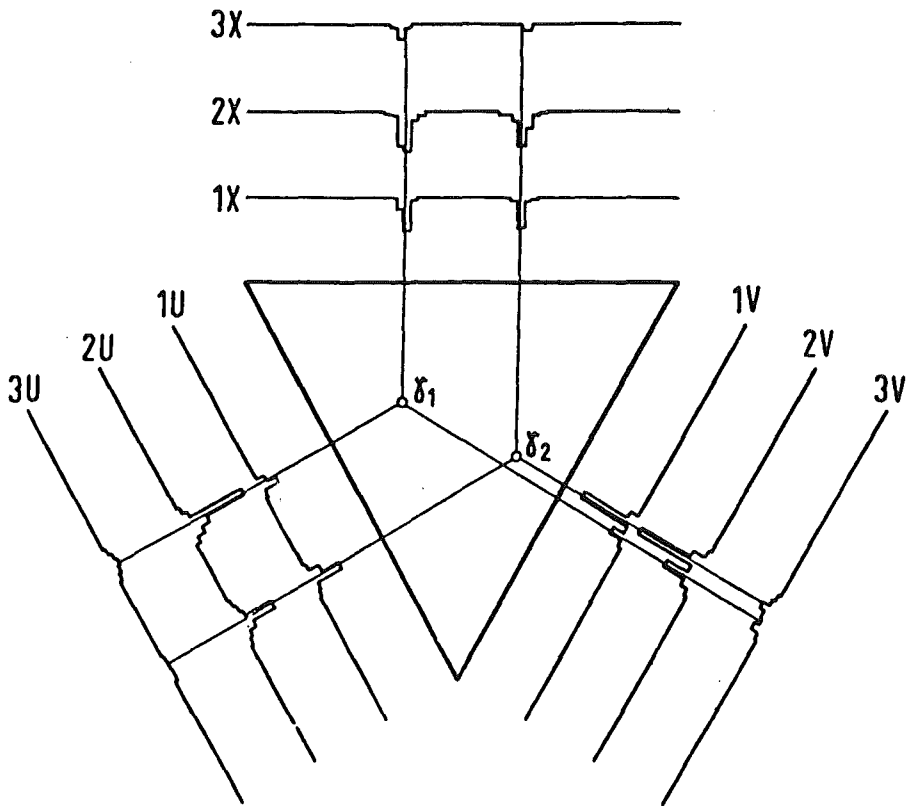


Fig. 3: Schematische Darstellung der Pulshöhenverteilung eines 2γ -Ereignisses im γ -Detektor

2. ANALYSE DER DATEN

2.1 Methode

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Daten mit einem Strahlimpuls von 25 bzw. 40 GeV/c bei einer Target - Detektor Entfernung von 3.15 resp. 3.12 m ausgewertet.

Mit Hilfe des Schauenerkennungsprogramms (Pattern Recognition Program PRP) wurden die Ereignisse rekonstruiert. Aus den 576 Pulshöhen der Hodoskope des γ -Detektors wird die Anzahl der Photonen sowie deren Energie und Auftreffpunkt auf die Detektoroberfläche bestimmt. Hierbei gilt: Ein Photonenschauer muß in allen drei Projektionen als relatives Maximum der Impulshöhe sichtbar sein. Ferner müssen die Schwerpunkte $\bar{x}, \bar{u}, \bar{v}$ (berechnet an der Umgebung des Maximums, ± 2 Stäbchen) über die "Dreiecksbeziehung" zusammengehören. Für die Stäbchennummern im Detektor muß gelten:

$$\bar{x} + \bar{u} + \bar{v} = 3 \cdot (32.5) = 97.5$$

Ereignisse mit unvollständigen Schauern, d.h. mit Schauern, die nur in 1 oder 2 Projektionen als relative Maxima erkennbar sind, werden besonders markiert (Ereignisse mit Untergrund "Extrapulshöhen").

Die Ergebnisse der PRP (Anzahl der Photonen, deren Orte und Energie) werden zusammen mit den anderen Informationen, z.B. über das Guard System und über die Strahlkammern, auf Magnetband geschrieben.

Parallel zum automatischen PRP werden ausgewählte Ereignisse an einer IBM 2250 (interaktives Display-System) gescannt. Dazu werden die Ereignisse an einem Bildschirm dargestellt, zusammen mit den Resultaten des PRP. Diese können mit einem Lichtgriffel manuell korrigiert werden (siehe Kapitel 2.3).

2.2 Analyse der $\pi\eta$ -Ereignisse

Als nächstes werden die Ereignisse mit Hilfe eines 1C-Fits (Energie- und Impulserhaltung), bei dem angenommen wird, daß das Rückstoßteilchen ein Neutron ist, kinematisch rekonstruiert.

Ereignisse, deren Anfangs- und Endzustand der Reaktion $\pi^- p \rightarrow 4\gamma n$ entsprechend, werden mit Hilfe der folgenden Bedingungen ausgewählt:

- i) Der Cerenkovzähler für das π^- muß angesprochen haben;
- ii) das Guard-System darf nicht gesetzt sein, es dürfen keine γ 's im Antisystem des Targets vorhanden sein;
- iii) die Antizähler in Vorwärtsrichtung (F-Zähler) dürfen kein Signal zeigen;
- iv) im Detektor müssen 4 γ 's nachgewiesen worden sein; das Ereignis darf keine Extrapulshöhe (EP) zeigen.

Die vom γ -Detektor erhaltenen Meßgrößen, Energien und Auftreffpunkte der γ 's liegen dem Fit als Startwerte zugrunde. Sie werden bei der Anpassung variiert, wobei der Energie- und Impulssatz als Constraints berücksichtigt werden. Das hierbei erhaltene χ^2 ist ein Maß für die Güte der Anpassung, d.h. es drückt den Grad der Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den erwarteten Werten aus.

Die Resultate der Fits ergeben zusammen mit der ursprünglichen Information (den Ergebnissen des PRP, GS und Strahlkammer) die physikalischen Rohdaten. Sie werden ebenfalls wieder zur Weiterverarbeitung auf Band geschrieben.

Die Anzahl der $\pi^0\eta^0$ -Ereignisse aus den 4 γ -Ereignissen wird für jeden Massenbin und \cos -Bin mit einer Methode bestimmt, die die wahre Zahl der $\pi^0\eta^0$ -Ereignisse ergibt. Im folgenden werden die Details dieser Methode beschrieben.

Die Ereignisse mit vier gesehenen Gammas, die Energie- und Impulssatz mit gutem χ^2 (nach dem Kinematikfit $\chi^2 < 5$) erfüllen, werden selektiert. Die Gesamtmasse des 4 γ -Systems wird ausgerechnet ($m_{4\gamma}$) und die

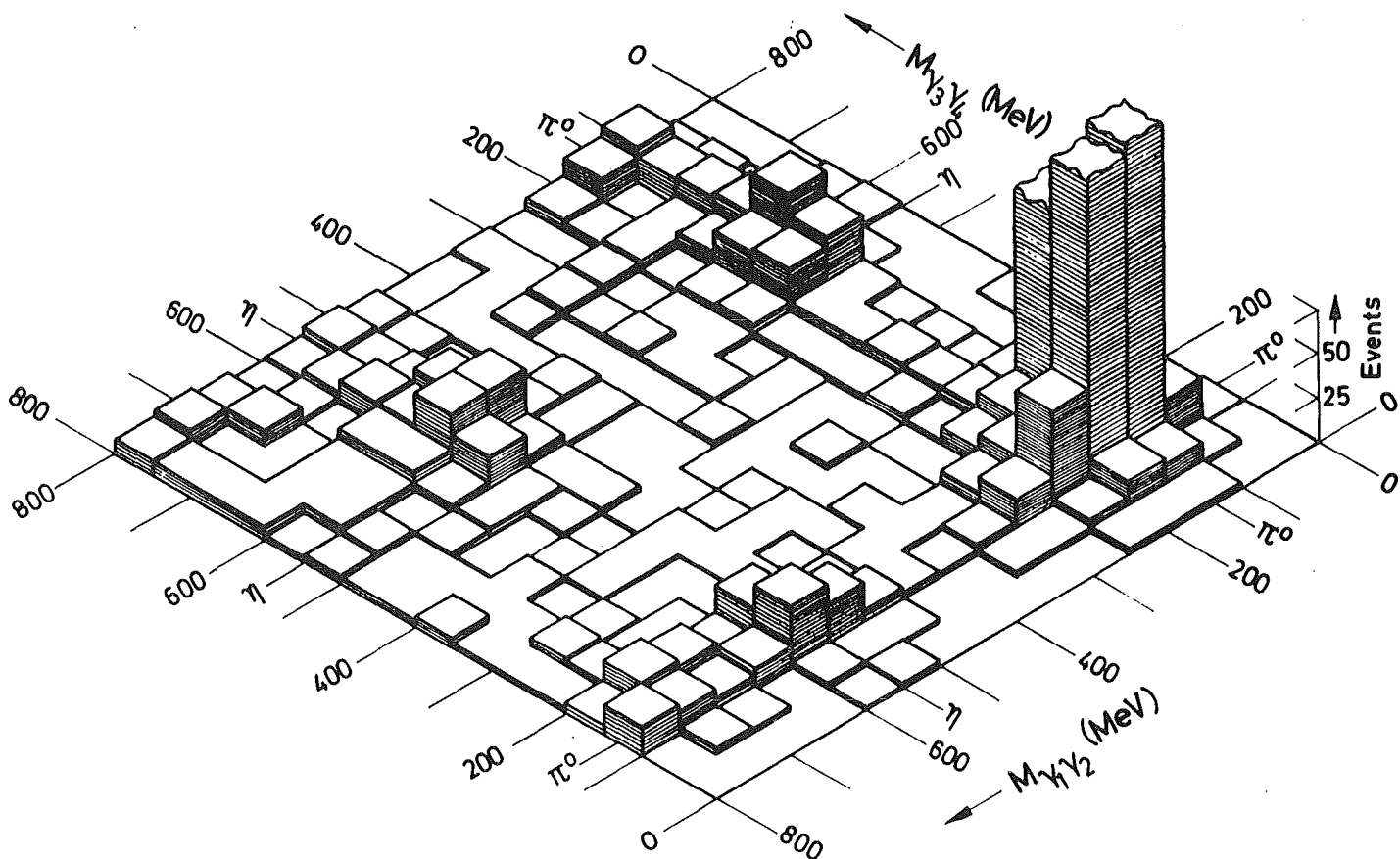


Fig. 4: Dreidimensionale Auftragung der effektiven Massen von γ -Paaren aus 4γ -Ereignissen mit $m_{4\gamma} = 2000 - 2400$ MeV (aus den Daten bei 40 GeV/c).

effektiven Massen m_{ij}^2 von zwei Gammas für alle 6 verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten bestimmt. Fig. 4 veranschaulicht in dreidimensionaler Auftragung die effektiven Massen von γ -Paaren aus 4γ -Ereignissen.

Die $\pi\eta$ -Ereignisse ergeben sich aus Ereignissen mit

$$m_{\gamma_1\gamma_2}^2 = m_{\pi^0}^2 \quad \text{und} \quad m_{\gamma_3\gamma_4}^2 = m_{\eta}^2 .$$

Die falschen Kombinationen und Ereignisse von anderen Reaktionen als $\pi^0\eta^0$ ergeben einen kontinuierlichen Untergrund.

Diese Methode wird im folgenden Zweidimensionalplot (Fig. 5) erläutert.

Zur Bestimmung der wahren Ereigniszahlen wählen wir Ereignisse mit:

$$m_{\gamma_1\gamma_2}^2 = m_{\pi^0}^2 \approx (0.005 - 0.060 \text{ GeV}^2)$$

und tragen für jede Masse ($m_{4\gamma}$) die effektive Masse $m_{\gamma_3\gamma_4}^2$ der beiden anderen Gammas auf.

Die Ereignisse mit einem η sind in einem Band von $m_{\gamma_3\gamma_4}^2 \approx 0.2-0.4 \text{ GeV}^2$. Zur Bestimmung der Zahl der η 's nehmen wir für einen bestimmten Massenbereich ($m_{4\gamma}$) eine Projektion in $m_{\gamma_3\gamma_4}$ -Richtung. Fig. 6 zeigt diese Projektionen für verschiedene Massenbereiche. Wir fitten mit einem parabolischen Untergrund und mit einem Gauss-Peak für die η^0 -Ereignisse. Der Untergrund ist ziemlich hoch; er liegt zwischen 70 und 20%; dennoch ergibt diese Methode die wahre Zahl der η -Ereignisse.

Zum Unterschied dazu würde die normale Methode mit einem Hypothesenfit auf $\pi\eta$ -Daten eine Verunreinigung von 70-20% "falscher" η 's in den Daten ergeben durch die Ereignisse, bei denen zufällig $m_{\gamma_3\gamma_4}^2 \approx m_{\eta}^2$ ist. Diese Ereignisse des kontinuierlichen Untergrundes würden die $\pi\eta$ -Hypothese mit gutem χ^2 erfüllen.

Daraus folgt, daß die 1C-Fit-Methode die Bestimmung der echten Zahlen der η 's ermöglicht. Der Nachteil ist, daß die kinematischen Größen E_{fit} und \vec{P}_{fit} weniger genau sind und daher die Massenauflösung bei der A2-Masse (aus Monte Carlo Programm) $\pm 80 \text{ MeV}$ beträgt. Wohingegen man mit zusätzlichen Constraints des Hypothesenfits $\pm 60 \text{ MeV}$ erreicht.

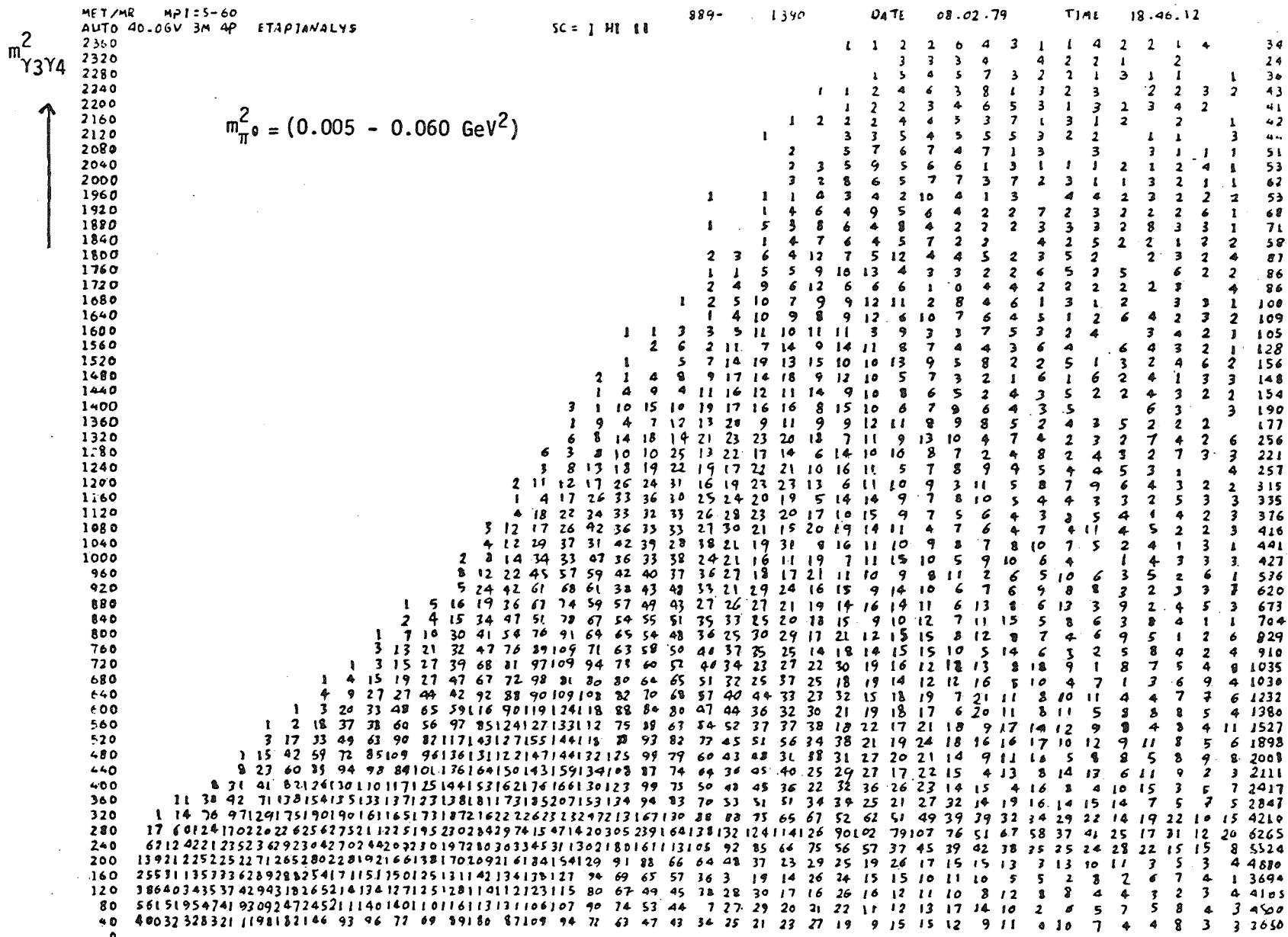


Fig. 5: Ereignisdichte in Abhängigkeit von der effektiven Masse und der ausgerechneten Gesamtmasse des 4γ -Systems.

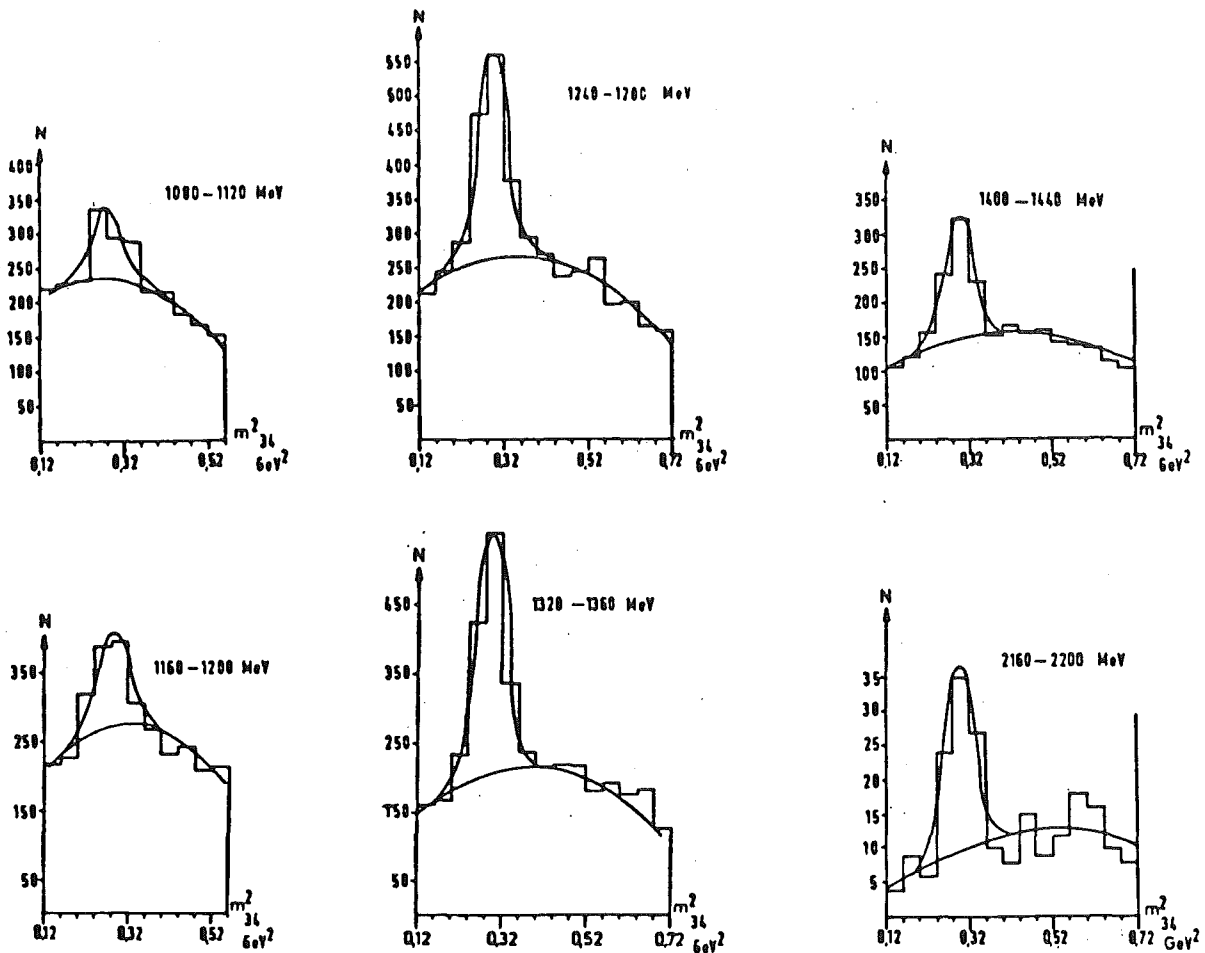


Fig. 6: Die Projektionen der effektiven Massen bei verschiedenen Massenbereichen ($m_{\gamma\gamma}$) für 40 GeV/c. (An die Spektren wurden der Gauss-Peak für das η^0 und ein parabelförmiger Untergrund angepaßt.)

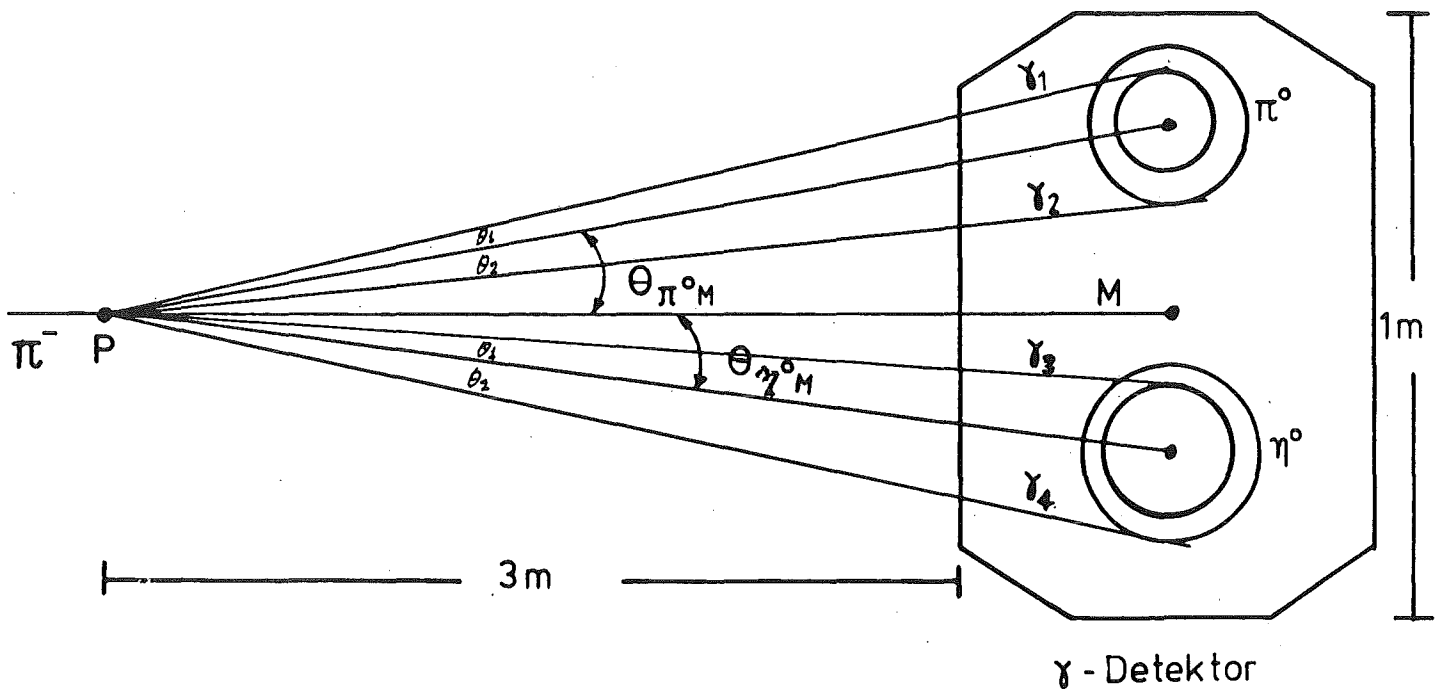
2.3 Nachweiswahrscheinlichkeit

Die Nachweiswahrscheinlichkeit für ein Ereignis wird durch die geometrische Ausdehnung des Detektors ($r = 0.5 \text{ m}$) und durch die kleinste nachweisbare γ -Energie ($E_{\text{min}} \approx 1 \text{ GeV}$) bestimmt. Wir beobachten $\pi^0\eta^0$ über den Zerfall in $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ und $\eta \rightarrow 2\gamma$. Falls eines der Gammas am Detektor vorbeifliegt oder seine Energie zu klein ist, wird das Ereignis nicht nachgewiesen. Den Verlauf der Nachweiswahrscheinlichkeit mit $\theta_{\pi\eta}^*$ und mit der Masse $m_{\pi^0\eta^0}$ kann man qualitativ verstehen, indem man den Prozeß ($M \rightarrow \pi^0\eta^0 \rightarrow 2\gamma, 2\gamma$) in zwei Stufen verfolgt.

Zunächst betrachten wir nur $M \rightarrow \pi^0\eta^0$. Der Abstand der Auftreffpunkte von π und η von der Detektorachse und deren Energie für einige typische

Massenwerte sind in den Fig. 7a-d und 8a-d dargestellt. (Es wurde in Reaktion (1) $t \approx 0$ angenommen; Formeln siehe Anhang A.)

Danach wird $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ bzw. $\eta^0 \rightarrow 2\gamma$ betrachtet. Die Gammas vom Zerfall des π^0 bzw. η^0 liegen dann auf Kegeln um die Achse zum Auftreffpunkt des π^0 bzw. η^0 , so wie es in nachstehender Abbildung gezeigt wird.



Beim symmetrischen Zerfall gilt:

$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{\theta_{\min}}{2} = \frac{m}{E} \quad (\text{siehe Anhang A}).$$

Es ist:

$$m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV} \quad \text{und} \quad m_{\eta^0} = 548 \text{ MeV} .$$

Damit wird bei gleichem E:

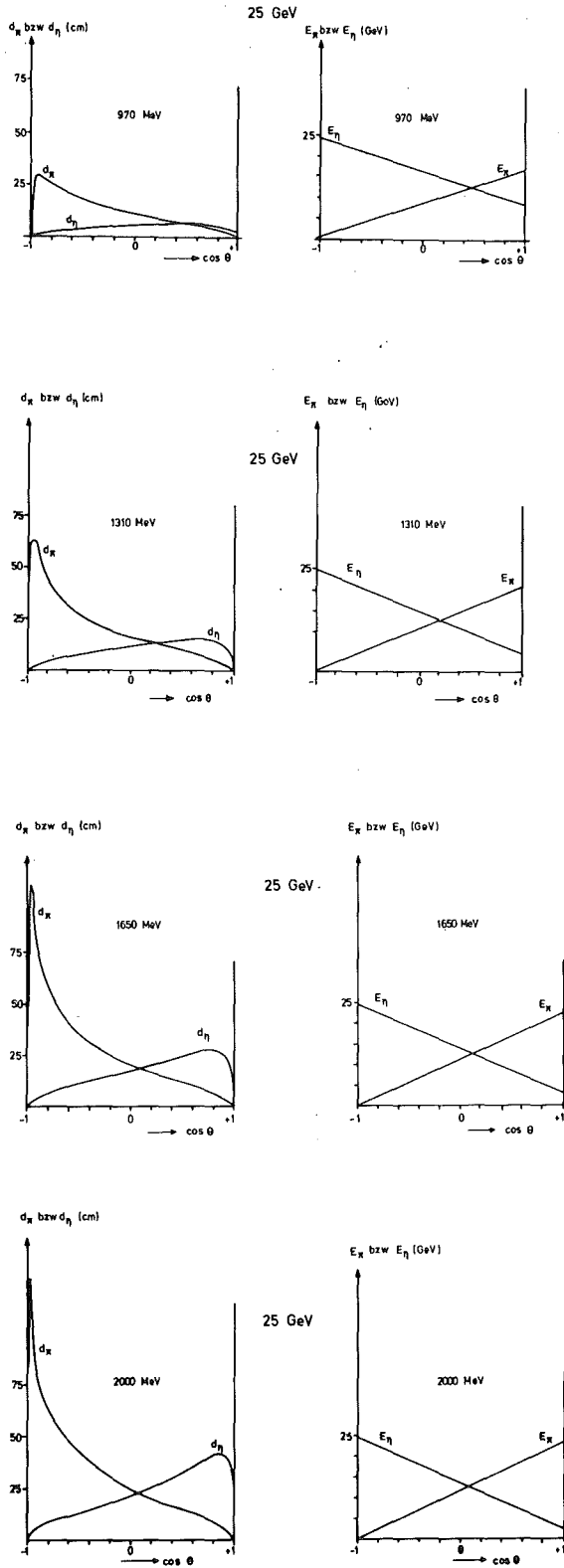


Fig. 7a-d:

Entfernung der Auftreffpunkte des π^0 bzw. η^0 von der Detektorachse als Funktion von $\cos \theta_{\pi^0-\eta^0}^*$ (für verschiedene $\pi\eta$ -Massen)

Fig. 8a-d:

Der Verlauf der entsprechenden Energie des π^0 bzw. η^0 als Funktion von $\cos \theta$

$$\theta_{\min_{\eta^0}} \approx 4 \theta_{\min_{\pi^0}}$$

Bei kleinen π^0 - oder η^0 -Energien werden die Winkel groß; außerdem wird bei asymmetrischen Zerfällen einer der Gammawinkel wesentlich größer (θ_1 bzw. $\theta_2 > \theta_{\min}/2$) und das Gamma hat dann eine größere Chance am γ -Detektor vorbeizufliegen.

Die folgende Tabelle zeigt den Minimalöffnungskreis $r_{\min} = (\theta_{\min}/2)d$ für π^0 und η^0 bei verschiedenen Energien für den Detektorabstand $d = 3m$.

E (GeV)		0.5	1.0	2.0	5.0	10	20
π^0	$r_{\min}(\text{cm})$	81	40	20	7.1	4.0	2.0
η^0	$r_{\min}(\text{cm})$	329	164	83	33	16	8.2

Damit ergibt sich der qualitative Verlauf der Nachweiswahrscheinlichkeit für typische Massenwerte M wie er in Fig. 9a-d dargestellt ist. Bei den durchgezogenen Linien ist nur verlangt, daß π^0 und η^0 innerhalb des Detektors auftreffen. Die wegen $t=0$ auftretenden scharfen Grenzen sind für endliche t verwischt. Bei den gestrichelten Linien ist der Zerfall $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ und $\eta^0 \rightarrow 2\gamma$ qualitativ berücksichtigt.

Ein wesentlicher Punkt, der die Nachweiswahrscheinlichkeit bestimmt, ist die Effizienz vom Schauererkennungsprogramm (Pattern Recognition Program, PRP). Man kann Ereignisse verlieren:

1. Aufgrund einer topologisch ungünstigen Konfiguration. Darunter versteht man Ereignisse, bei denen die beiden Gammas in 2 Views getrennt sind, im 3. jedoch überlagert sind. Bei der Kombination der Views

kann es vorkommen, daß die Dreiecksbedingung nicht für beide Gammas erfüllt ist

2. Wegen der Lichtabsorption in den einzelnen Stäbchen können Gamma-schauer, die sich weit weg von den Photomultipliern ausbilden, zu kleine Signale ergeben. Bei diesen Prozessen nimmt die Wahrscheinlichkeit, daß ein Gamma erkannt wird, mit kleinerer Energie des π^0 oder η^0 ab und wird auch kleiner je asymmetrischer ein π^0 bzw. η^0 zerfällt. Um das PRP zu testen, wurden 3609 Ereignisse direkt nach dem automatischen Schauererkennungsprogramm visuell an einer IBM 2250 (interaktives Display System) gescannt und dann analysiert. Aus dem Vergleich der Zahl der Ereignisse vor und nach dem Scanning ergibt sich, daß die Effektivität von PRP zwischen 50-60% liegt (siehe nachstehende Tabellen).

Zahl der Ereignisse bei PRP

Massenbereich	im Massenbereich	im cos-Bereich				
		-1.00→-0.6	-0.6→-0.2	-0.2→0.2	0.2→0.6	0.6→1.0
1160-1200	8	0	1	2	3	2
1200-1240	13	1	3	6	2	1
1240-1280	13	1	1	5	4	2
1280-1320	16	4	5	1	3	3
1320-1360	14	4	4	2	2	2
1360-1400	10	4	3	2	0	1
1400-1440	5	2	2	1	0	0
1160-1440	79	16	19	19	14	11

Zahl der Ereignisse bei PRP + Scanning

Massenbereich	im Massenbereich	im cos-Bereich				
		-1.0→-0.6	-0.6→-0.2	-0.2→0.2	0.2→0.6	0.6→1.0
1160-1200	13	0	4	2	2	5
1200-1240	20	2	5	4	5	4
1240-1280	16	2	4	2	5	3
1280-1320	29	9	7	3	4	6
1320-1360	18	5	6	5	1	1
1360-1400	18	6	4	6	1	1
1400-1440	10	5	2	2	0	1
1160-1440	124	29	32	24	18	21

Eine genaue Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit für die Reaktion (1) erfolgt mit einem Monte-Carlo-Programm. Dabei wird der physikalische Vorgang mit den experimentellen t -Verteilungen und allen Eigenschaften des Detektors, insbesondere der Schauerentwicklung im Detektor möglichst realistisch simuliert. Diese simulierten Ereignisse durchlaufen dann die normale Kette der Datenanalyse. Aus dem Vergleich der Daten und Verteilungen der so gefundenen Ereignisse mit den erzeugten Ereignissen wird die Nachweiswahrscheinlichkeit bestimmt. Die Resultate der Monte-Carlo-Rechnung sind in Fig. 10 und 11 dargestellt.

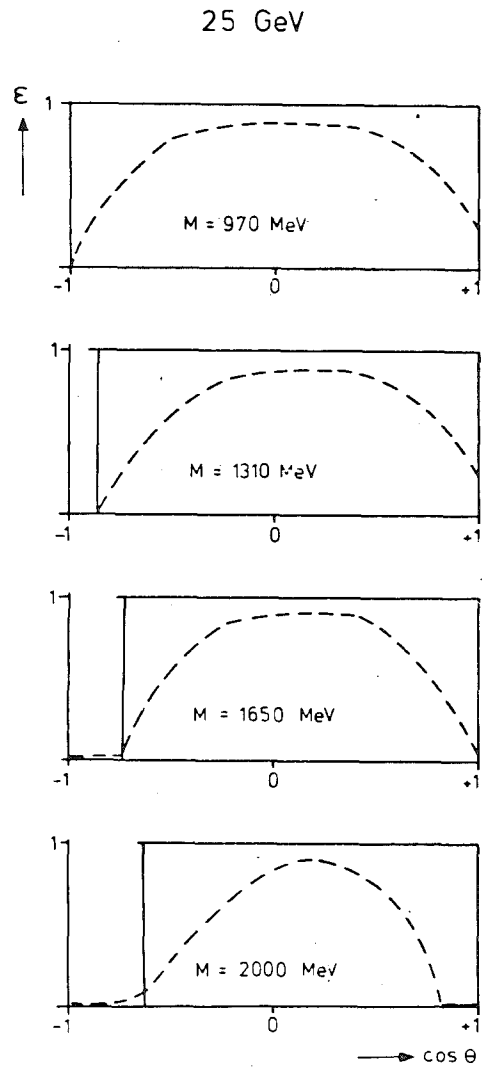


Fig. 9a-d: Der qualitative Verlauf der Nachweiswahrscheinlichkeit für typische Massenwerte als Funktion von $\cos \theta$ für 25 GeV

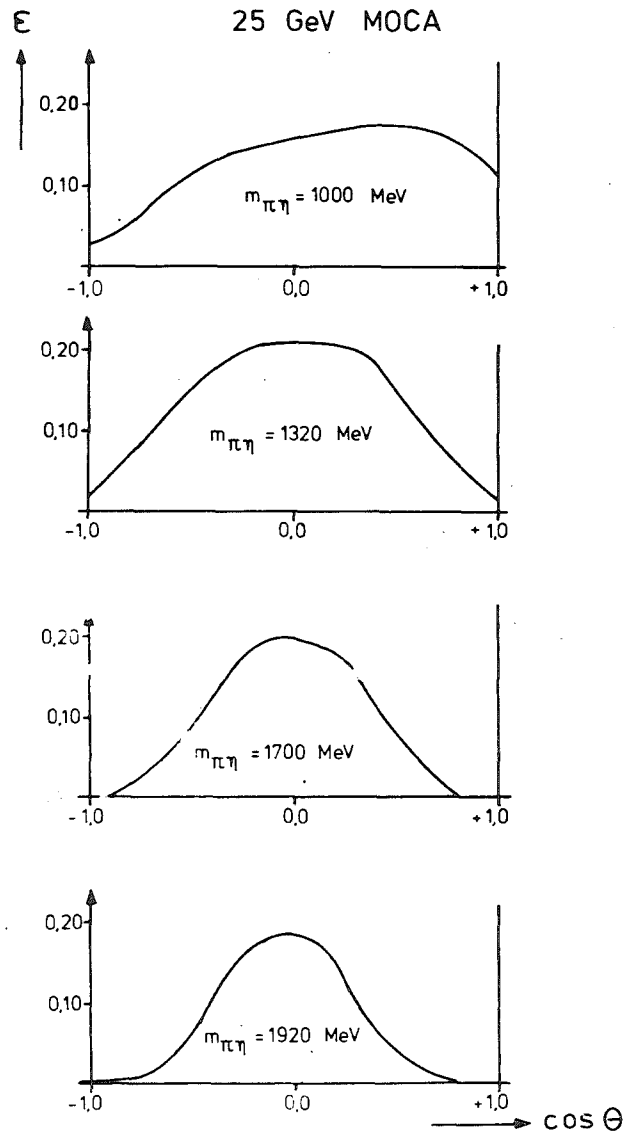


Fig. 10a-d:

Die Darstellung der aus Monte Carlo angegebenen Nachweiswahrscheinlichkeit für verschiedene $\pi\eta$ -Massen als Funktion von $\cos \theta$ für 40 und 25 GeV

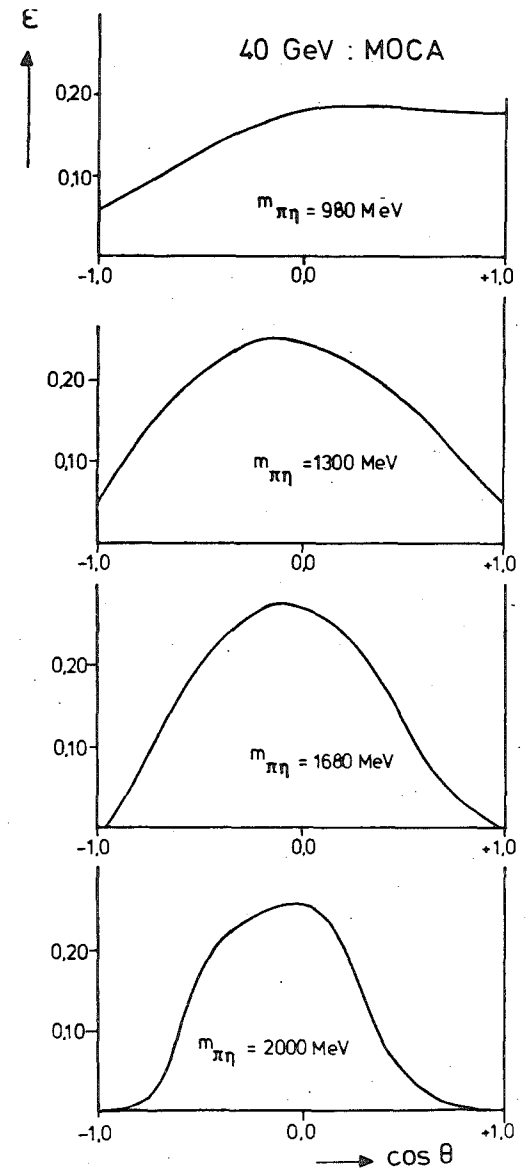


Fig. 11a-d:

3. DIE RESULTATE UND IHRE DEUTUNG

Die Daten kommen von Meßläufen bei 40 GeV/c und 25 GeV/c mit 3.12 m bzw. 3.15 m Detektorabstand. Mit der beschriebenen Methode wurden die Massenspektren sowie die t -Verteilungen und die Zerfallswinkelverteilungen für alle Massenbereich ermittelt. Aus 62788 bzw. 13957 4γ -Ereignissen erhalten wir 7600 bzw. 550 $\pi^0\eta^0$ -Ereignisse mit $\pi^0\eta^0 \rightarrow 4\gamma$.

3.1 Massenverteilung

Die gemessenen, noch nicht auf die Nachweiswahrscheinlichkeit korrigierten Massenverteilung für die $\pi^0\eta^0$ -Ereignissen bei 40 GeV/c und 25 GeV/c sind in den Fig. 12 und 14 aufgetragen. Diese enthalten Ereignisse des ganzen gemessenen $|t|$ -Bereiches. Sie zeigen einen deutlichen Peak bei der A_2 -Masse (1310 MeV) über einer breiten Verteilung. Dieser A_2 -Peak ist erwartet, denn nach der Particle-Data-Tabelle zerfällt A_2 mit einem Verzweigungsverhältnis von 15% in $\pi\eta$ /2/.

Daneben tritt auch ein Peak bei 960-1000 MeV auf, den man als $\delta(980)$ Meson mit $J^P = 0^+$ deuten könnte. Dieses Signal kann aber auch simuliert sein von $\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$, bei dem eines der π^0 wegen zu kleiner Energie nicht gesehen wird. Wir beobachten in den gleichen Daten bei 40 und 25 GeV etwa 4000 bzw. 1000 Ereignisse $\eta'(958) \rightarrow 2\gamma$ /12/. Mit den bekannten Verzweigungsverhältnissen /2/ von 2.0% für $\eta' \rightarrow 2\gamma$ und 19% für $\eta' \rightarrow$ neutrale und der Akzeptanz für $\eta' \rightarrow 2\gamma$ schließt man daraus, daß etwa 40.000 bzw. 10.000 Ereignisse $\eta' \rightarrow$ Multi- γ produziert worden sind. Für den beobachteten Peak bei 960 MeV würde es ausreichen, wenn etwa 0.5% bzw. 1% dieser Ereignisse als $\eta^0\pi^0$ durchkommen. Das ist nicht auszuschließen. Die Daten unterhalb 1 GeV sind deshalb für eine Analyse des $\pi^0\eta^0$ -Systems nicht brauchbar. Wir beschränken uns im folgenden auf den Bereich $M \geq 1$ GeV, in dem keine Resonanz bekannt ist, die so stark $\pi^0\eta^0$ -Ereignisse simulieren könnte. Fig. 13 und Fig. 15 ergeben die $\pi\eta$ -Massenspektren unter der Berücksichtigung der Nachweiswahrscheinlichkeit.

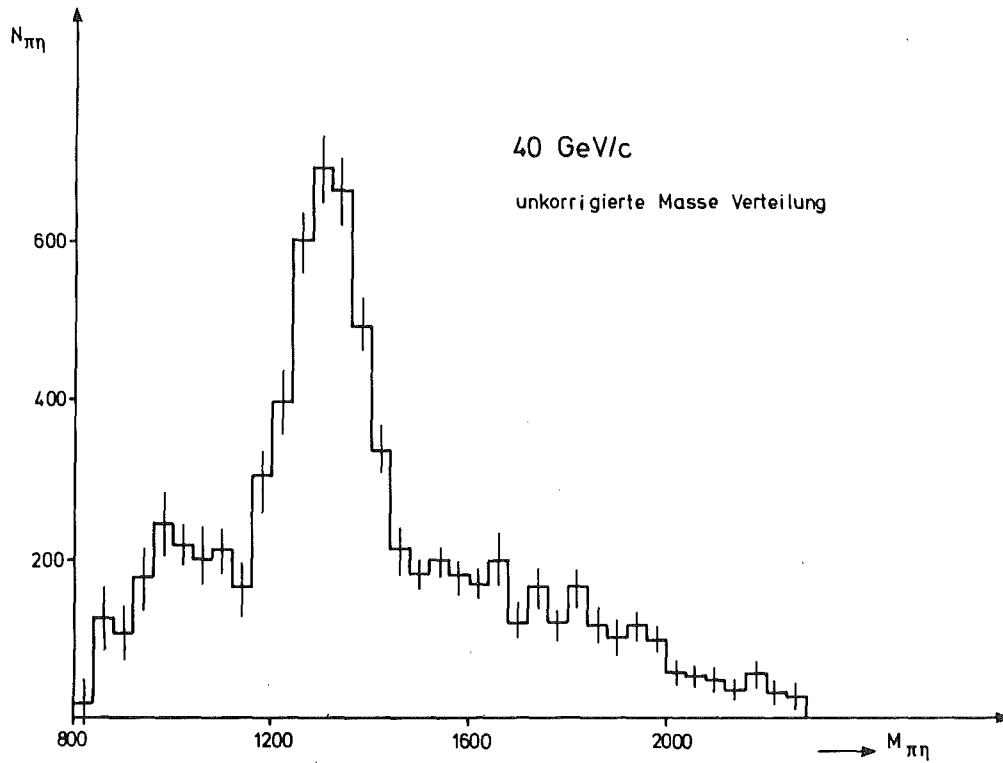


Fig. 12: Unkorrigierte Massenspektren für $\pi\eta$ -Ereignisse für 40 GeV/c Strahlimpuls. (Der Peak bei $m_{\pi\eta} = 1310$ MeV kommt vom A_2 -Meson.)

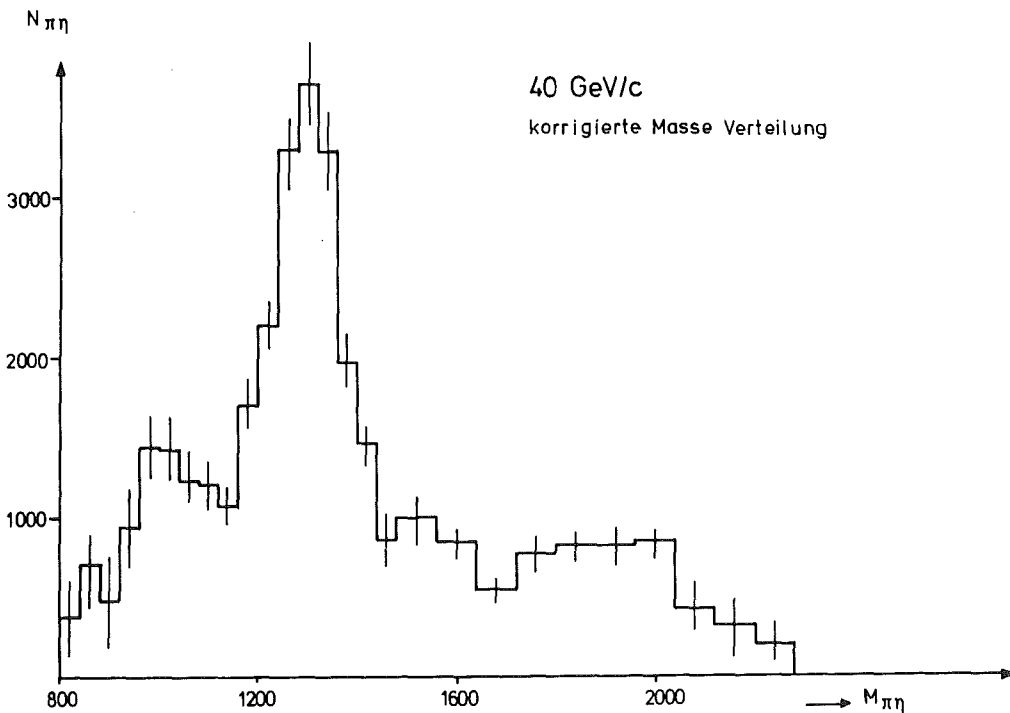


Fig. 13: $\pi\eta$ -Massenspektren unter der Berücksichtigung der Nachweiswahrscheinlichkeit aus S- und D1-Fit der \cos -Verteilung. Aufgetragen ist die Anzahl der $\pi\eta$ -Ereignisse als Funktion der $\pi\eta$ -Masse bei 40 GeV/c.

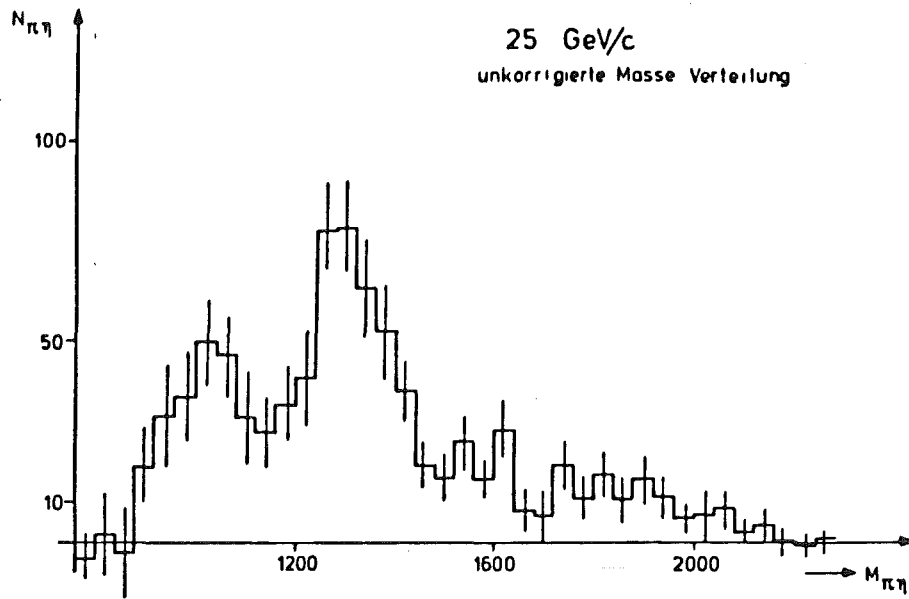


Fig. 14: Unkorrigierte Massenspektren für $\pi\eta$ -Ereignisse für 25 GeV/c

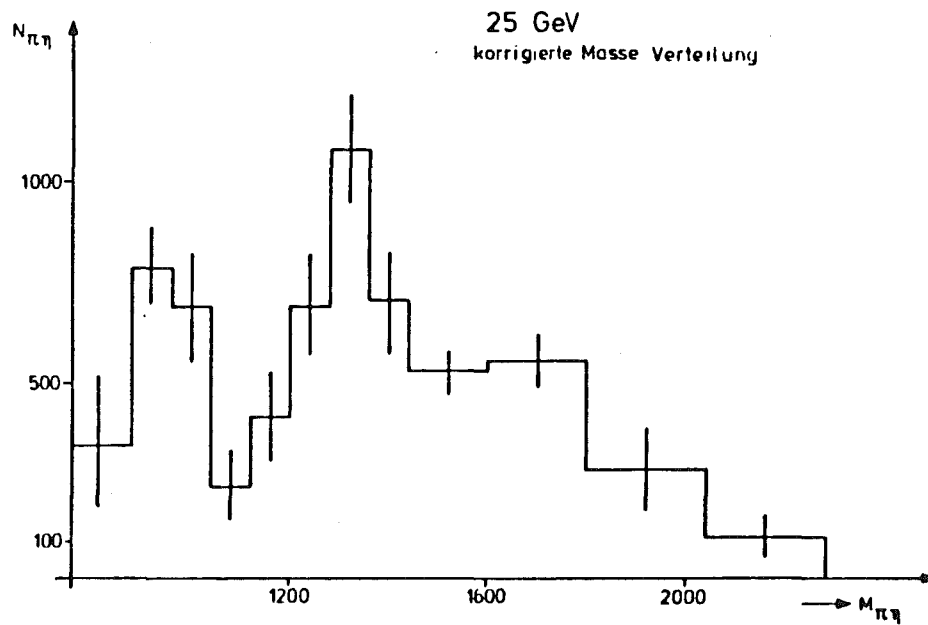


Fig. 15: Korrigierte Massenverteilung für 25 GeV/c
(genauso wie bei 40 GeV/c in Fig. 13)

3.2 t-Verteilung

Der Verlauf der differentiellen Wirkungsquerschnitte für $\pi^0\eta^0$ -Produktion ist für verschiedene Massenbereiche in den Fig. 16a-e und 17a-e aufgetragen. Die Daten im A_2 -Massenbereich 1200-1400 MeV zeigen für $|t| \rightarrow 0$ ein starkes Umbiegen (Vorwärts-Dip). Zwischen $|t| = 0.2$ und $|t| = 1.4$ (GeV/c)² ergibt sich ein exponentieller Abfall.

Unsere Ergebnisse stimmen mit anderen Experimenten zur A_2 -Produktion überein /3,8,13,14,15/. Auch für die $\pi^0\eta^0$ -Massenbereiche oberhalb der A_2 -Resonanz erhalten wir den gleichen charakteristischen Verlauf. Mit zunehmender Masse wird der exponentielle Abfall etwas flacher. Im Bereich 1000-1200 MeV unterhalb des A_2 -Mesons beobachten wir jedoch keinen Vorwärts-Dip.

Für den Verlauf des differentiellen Wirkungsquerschnitts erwartet man $\frac{d\sigma}{dt} \sim t^m e^{bt}$, wobei m die Änderung der Spin-Projektion (Helizitätsänderung) ist und b der Steigungsparameter. Der Vorwärts-Dip in den Daten paßt gut zu $m=1$. Das zeigt an, daß bei der Produktion des $\pi^0\eta^0$ -Systems, das $J^P = 0^+, 1^-, 2^+$ haben kann, für das Austauscheteilchen die natürliche Serie $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, \dots$ (ρ, f -Trajektorie) bevorzugt ist. Beim Austausch der unnatürlichen Serie $J^P = 0^-, 1^+, 2^-, \dots$ (B-Trajektorie) würde man hauptsächlich Beiträge mit $m=0$ erhalten (siehe Anhang B und /8/). Unterhalb 1200 MeV deutet das Verschwinden des Vorwärts-Dips auf Austausch der unnatürlichen Serie (B-Trajektorie) als Hauptbeitrag hin.

3.3 Zerfallswinkelverteilung des $\pi\eta$ -Systems

3.3.1 Allgemeine Betrachtungen

Zur Bestimmung der Zerfallswinkelverteilung des $\pi\eta$ -Systems verwenden wir die gleiche Fitmethode wie bei der Massenverteilung. Für jeden Massenbereich $m_{4\gamma}$ wird für jeden Kosinus in der Verteilung von $m_{\gamma\gamma}$ durch Anpassung eines Gauss-Peaks über einen parabolischen Untergrund die wahre Zahl der η -Teilchen ermittelt.

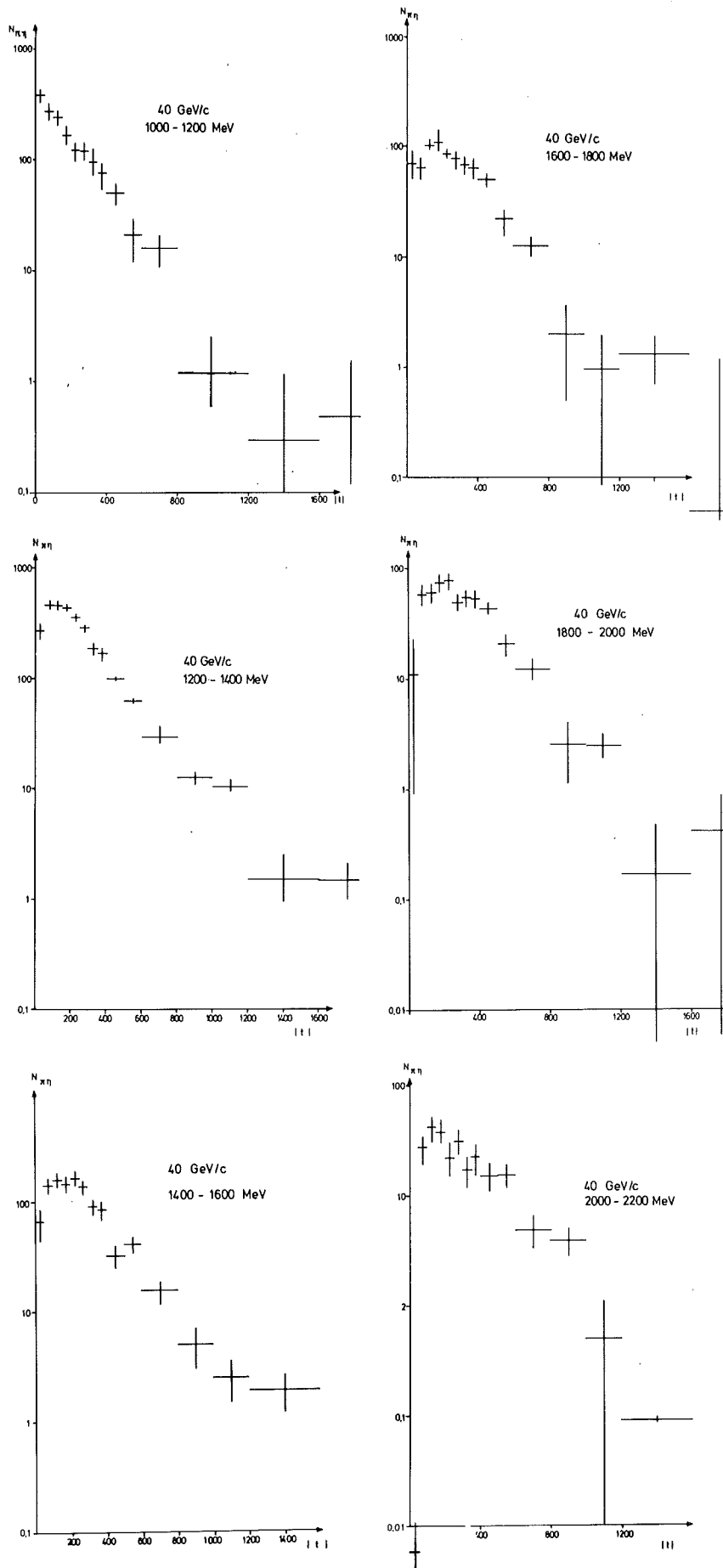


Fig. 16a-e: Verlauf der differentiellen Wirkungsquerschnitte bei verschiedenen $\pi\eta$ -Massenbereichen für 40 GeV/c in der Reaktion $\pi^-p \rightarrow \pi^0\eta^0n$

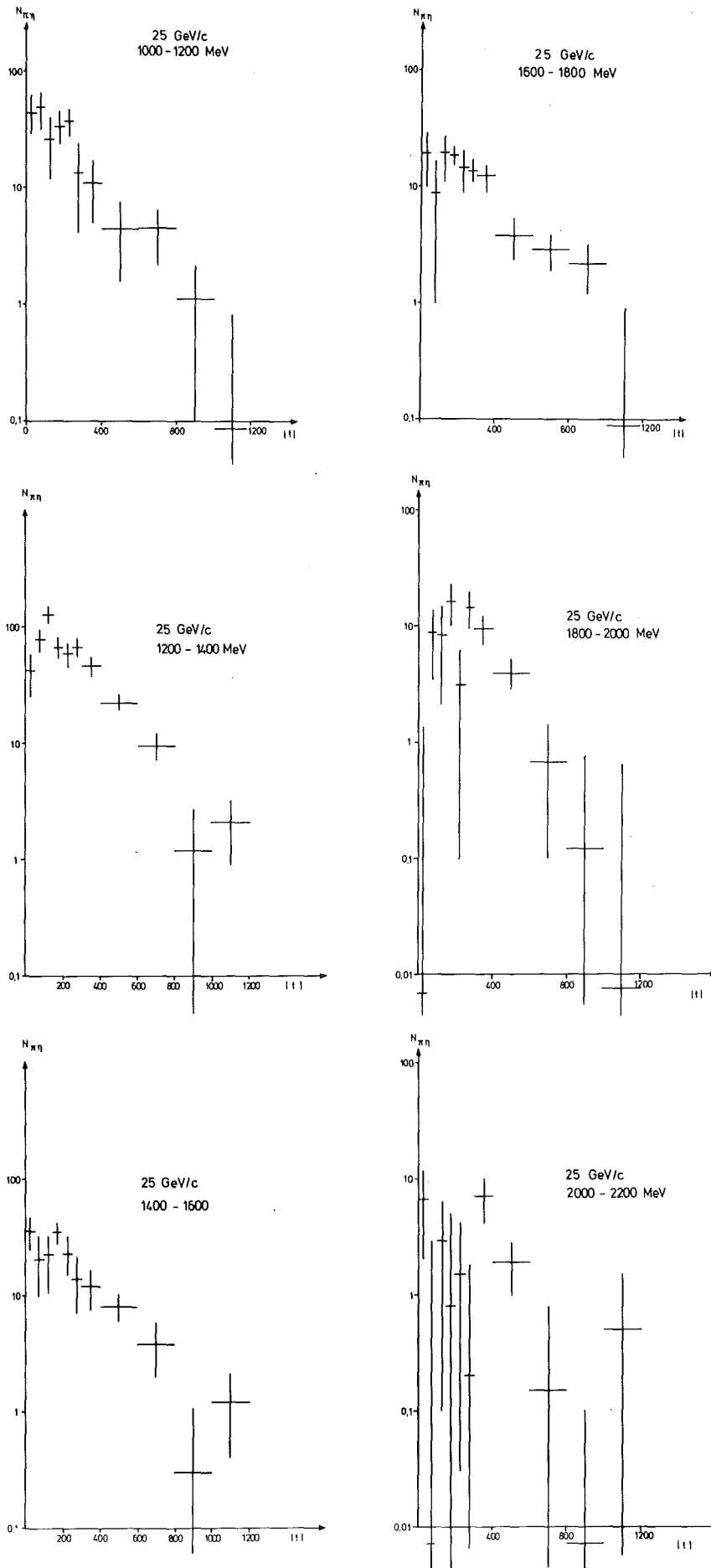


Fig. 17a-e: Verlauf der differentiellen Wirkungsquerschnitte bei verschiedenen $\pi\eta$ -Massenbereichen für 25 GeV/c in der Reaktion $\pi^-p \rightarrow \pi^0\eta^0n$

Fig. 18a-c und 19a-b zeigen die experimentellen unkorrigierten Kosinusverteilungen für alle Massenbereiche bei 40 GeV/c und 25 GeV/c. Aufgetragen ist die Zahl der $\pi\eta$ -Ereignisse als Funktion des Zerfallswinkels des π^0 im Gottfried-Jackson-System /16/. Am Rand des Bereiches, bei $\cos \theta = -1$ und $\cos \theta = +1$, fallen die Daten durch die Akzeptanzverluste der Apparatur ab (siehe die mit Monte-Carlo gerechneten Akzeptanzen in Fig. 10a-d und 11a-d in Kapitel 2.3). Die eingezeichneten Kurven sind das Resultat einer Anpassung mit S-Welle und m=1 D-Welle.

Die wesentlichen qualitativen Fakten unserer Winkelverteilungen sind:

- 1) unterhalb 1160 MeV sind die Winkelverteilungen etwa isotrop;
- 2) im A_2 -Peak sind sie anisotrop; aber symmetrisch in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung. Wir beobachten ein Minimum bei $\cos \theta = 0$.
- 3) Oberhalb 1360 MeV gibt es eine starke Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie.

Erklärung von Fig. 18a-c und Fig. 19a,b:

Fig. 18a-c: Experimentelle, unkorrigierte Zerfallswinkelverteilung von $\pi^0\eta^0$ -Ereignissen bei 40 GeV/c für verschiedene Massenbereiche als Funktion der Zerfallswinkel des $\pi^0\eta^0$ -Systems im Gottfried-Jackson-System:

- a: Die durchgezogenen Kurven ergeben die Anpassung von S- und D1-Welle an die experimentellen Daten bis 1360 MeV.
- b: Die senkrechten, gestrichelten Linien bestimmen die Grenze, bei der die Nachweiswahrscheinlichkeit nicht mehr als auf 1/4 des Wertes bei $\cos \theta = 0$ abgesunken ist.
- c: Die gestrichelten Kurven veranschaulichen den Fit mit S- und P1-Welle bis 1160 MeV und den Fit mit S-, P1- und D1-Wellen und $\cos(P1-D1)$ oberhalb 1160 MeV.
- d: Die χ^2 -Werte jedes Fits sind auf die Figuren angegeben.

Fig. 19: Wie Fig. 18, aber für 25 GeV/c.

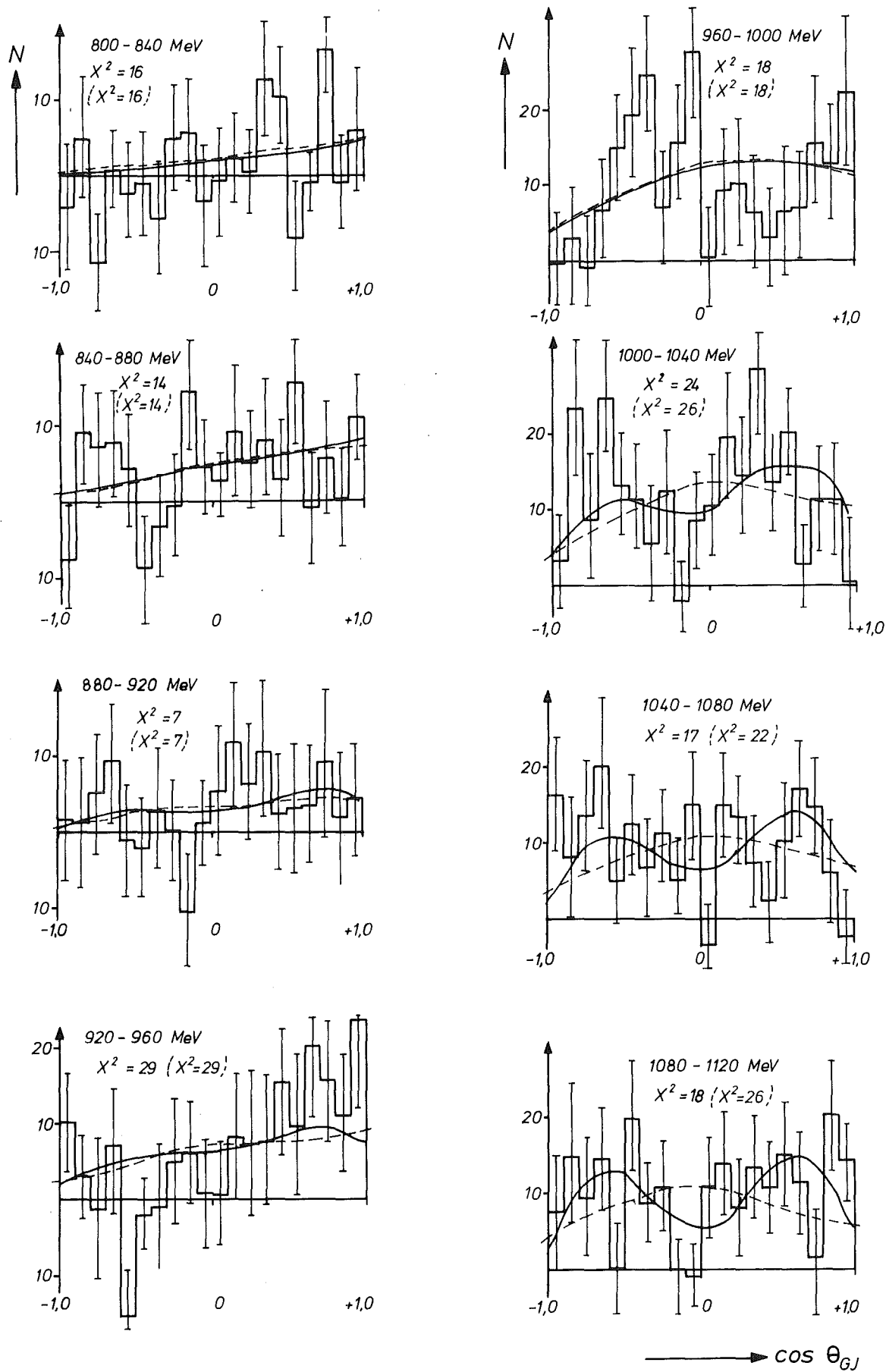


Fig. 18a

40 GeV/c

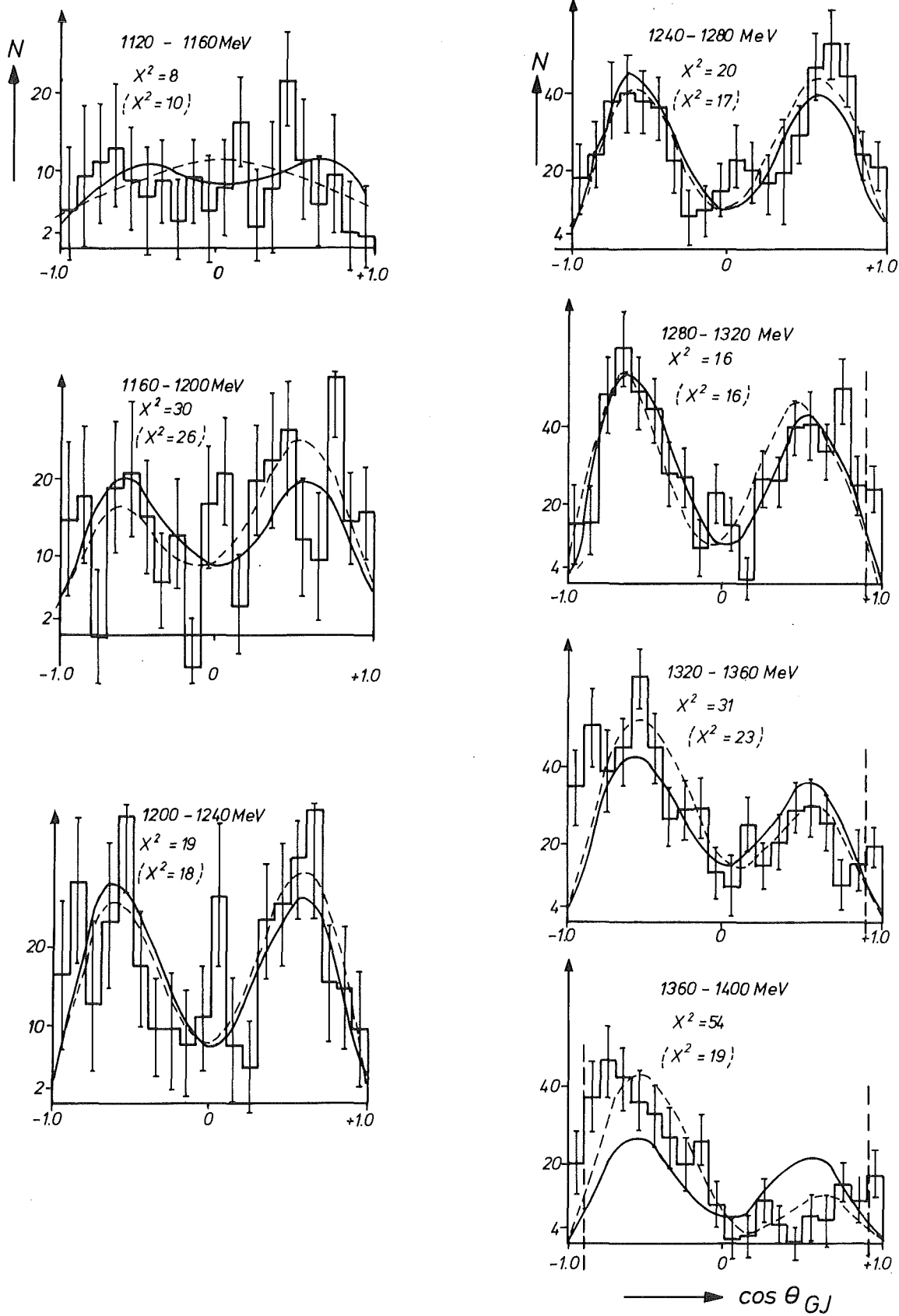


Fig. 18b

40 GeV/c

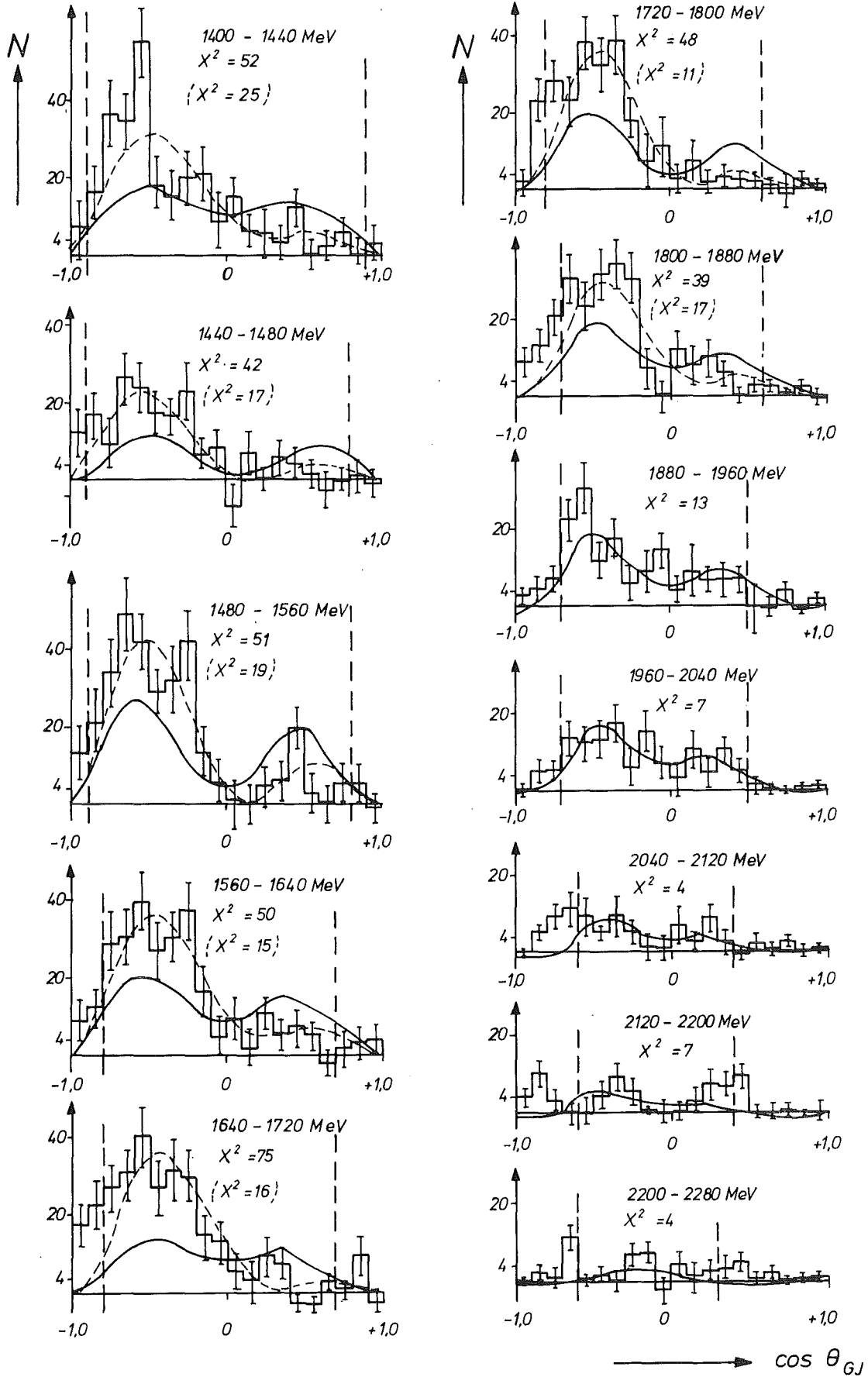


Fig. 18c

25 GeV/c

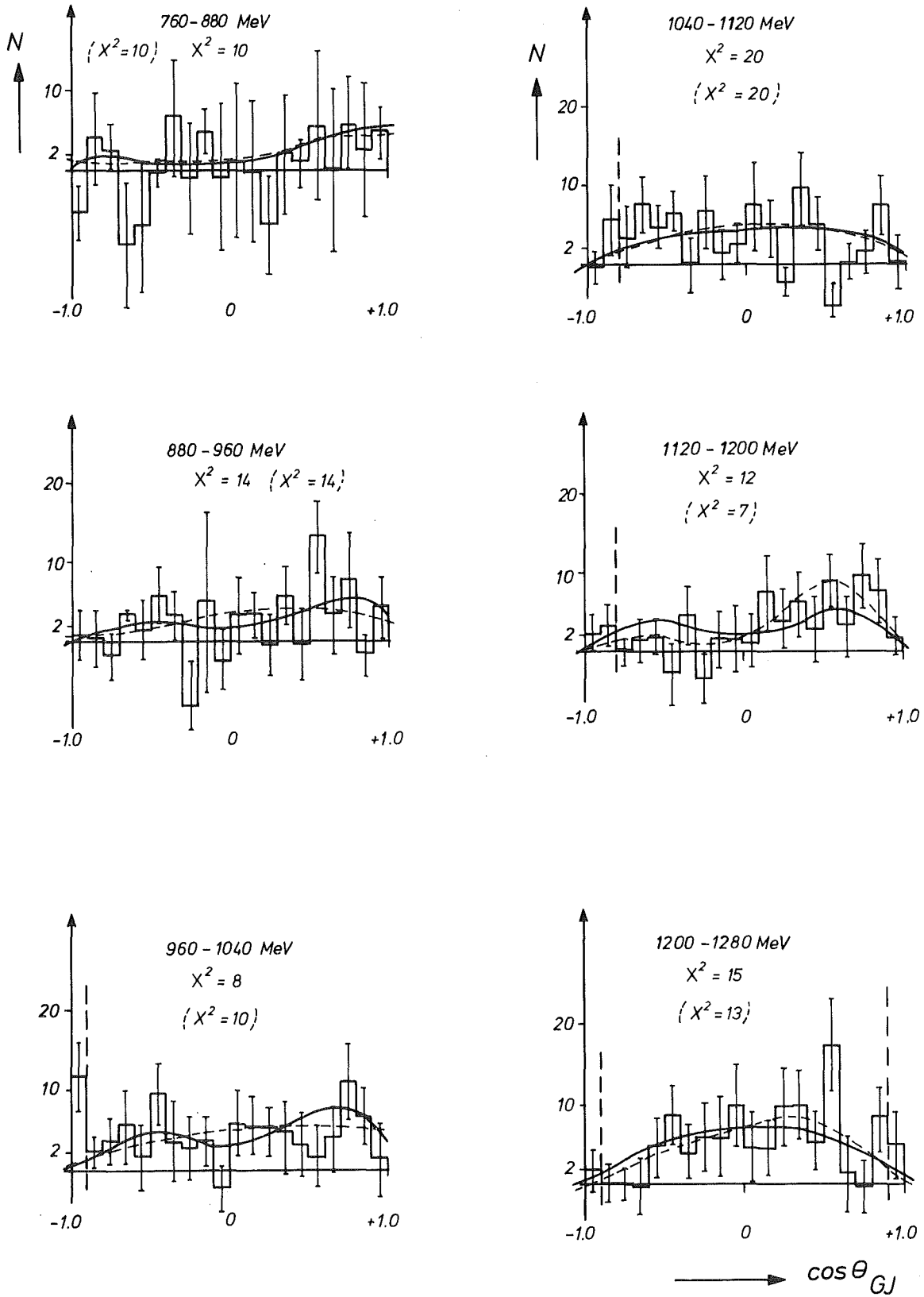


Fig. 19a

25 GeV/c

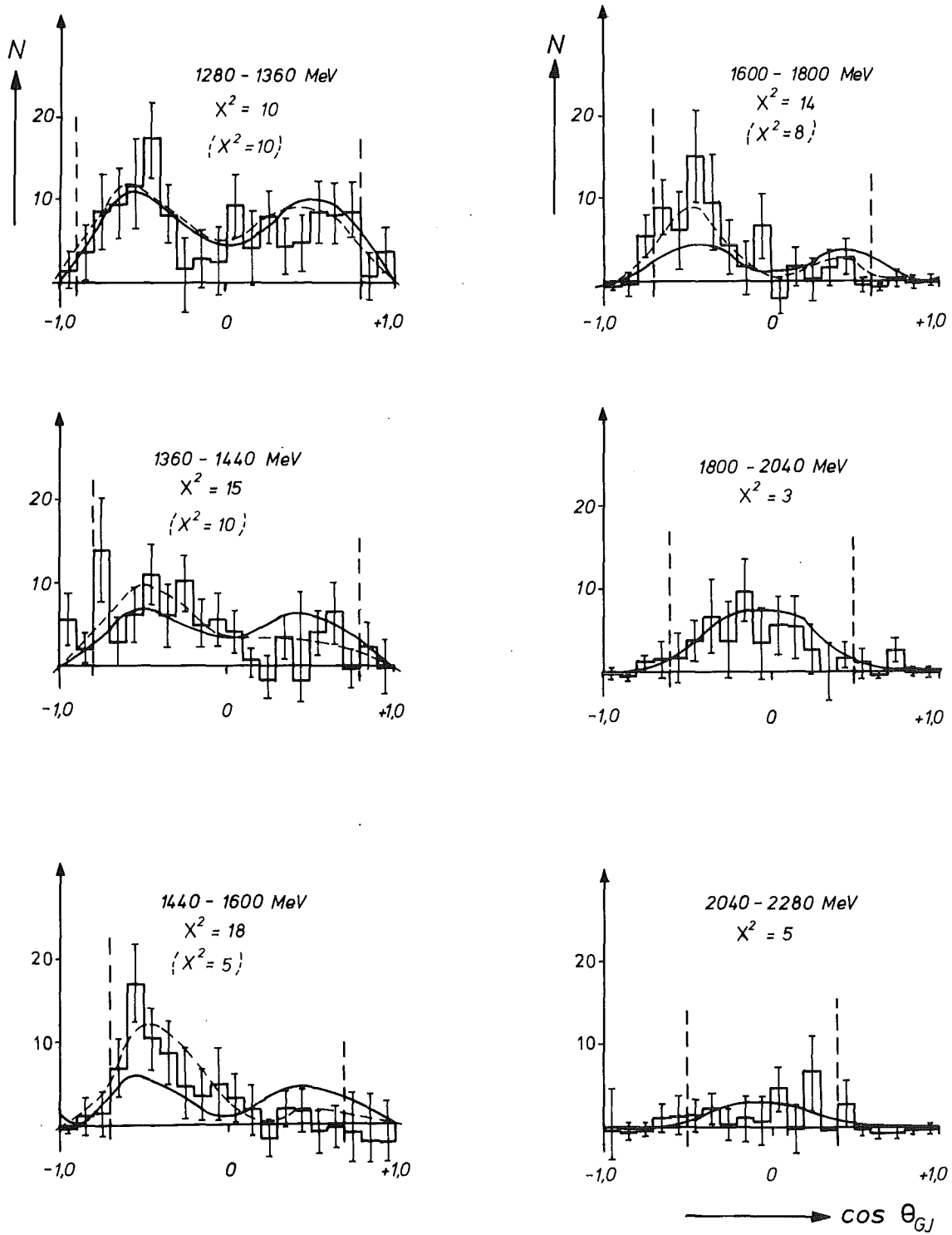


Fig. 19b

Der ausgeprägte Vorwärts-Dip in der t-Verteilung bei der Produktion des $\pi^0\eta^0$ -Systems zeigt an, daß das ausgetauschte Teilchen einen Helizitätsflip bewirkt. Dementsprechend sollte das $\pi^0\eta^0$ -System M bevorzugt mit Spinprojektion $m=\pm 1$ erzeugt werden. In der Zerfallswinkelverteilung erwartet man daher Anteile $Y_{\ell}^m(\cos \theta, \phi)$ mit $m = \pm 1$, d.h. auch eine Abhängigkeit vom Azimuthwinkel ϕ . Die ϕ -Verteilung konnte nicht aus den Daten herausanalysiert werden. Die Zahl der Ereignisse ist zu klein, um zusätzlich nach dieser Größe ein Bin zu unterteilen. Wir haben nur die Winkelverteilungen, die über den Azimuthwinkel ϕ gemittelt sind.

3.3.2 Fit von S- und D-Welle

Wir fitten unsere Daten mit der Summe der $m = \pm 1$ D-Wellen (Amplitude D1) und einer isotropen S-Welle (Amplitude S). Die Amplitude hat die Form:

$$A(\theta, \phi) = S \cdot Y_0^0 + D1 \cdot (Y_2^1 + Y_2^{-1})$$

mit

$$Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad \text{und} \quad (Y_2^1 + Y_2^{-1}) = \sqrt{\frac{5}{4\pi} \frac{1}{3!}} P_2^1(\cos \theta)(e^{i\phi} - e^{-i\phi})$$

θ, ϕ sind die Polar- und Azimuthwinkel im GJ-System.

Damit wird die Winkelverteilung:

$$\begin{aligned} W(\theta, \phi) &\sim |A(\theta, \phi)|^2 \\ &= \frac{1}{4\pi} [|S|^2 + |D1|^2 * \frac{10}{3} P_2^1(\cos \theta)^2 \sin^2 \phi \\ &\quad + 2 * \text{Re} (S \cdot D1) * \sqrt{\frac{10}{3}} P_2^1(\cos \theta) \cdot \sin \phi] \end{aligned}$$

Da wir nur die über den Azimuthwinkel ϕ gemittelte Winkelverteilung messen, fällt der Interferenzterm heraus und wir erhalten:

$$\begin{aligned} \bar{W}(\cos \theta) &= |S|^2 |Y_0^0|^2 + |D1|^2 \cdot \overline{(Y_2^1 + Y_2^{-1})^2} \\ &= 1/4\pi (|S|^2 + |D1|^2) \cdot 15 \cdot \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &= 1/\sqrt{4\pi} (|S|^2 + 2|D1|^2) Y_0^0(\cos \theta) + |D1|^2 (2\sqrt{5}/7 Y_2^0(\cos \theta) - 8/7 Y_4^0(\cos \theta)) \end{aligned}$$

Gefittet wird dann die experimentelle unkorrigierte Verteilung

$$N(M, \cos \theta) \sim \bar{W}(M, \cos \theta) * \epsilon(M, \cos \theta)$$

wobei:

$N(M, \cos \theta)$ = Zahl der Ereignisse für bestimmte Masse und $\cos \theta$ -Bin

$\epsilon(M, \cos \theta)$ = Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors, die in Kapitel 2.3 beschrieben ist.

Die Resultate der Fits sind als durchgezogene Linien in die unkorrigierten Winkelverteilungen in Die Fig. 18a-c und 19a-b eingetragen.

Es wurden nur die Meßwerte verwendet, bei denen die Nachweiswahrscheinlichkeit nicht weiter als auf 1/4 des Wertes bei $\cos \theta = 0$ abgesunken ist. Die gestrichelten Linien geben diese Grenzen an. In den einzelnen Figuren ist auch das χ^2 für den betreffenden Fit angegeben. Bei 2 gefitteten Parametern $|S|^2$ und $|D1|^2$ beträgt die Zahl der Freiheitsgrade $N_F = N_{acc} - 2$. Wo der gesamte $\cos \theta$ -Bereich verwendet werden konnte, ist $N_{acc} = 20$ und damit $N_F = 18$. Bis etwa 1360 MeV entsprechen die χ^2 einem Fit mit akzeptabler Wahrscheinlichkeit ($\geq 5\%$). Die Annahme, nur S- und D1-Beiträge, ist im Rahmen der statistischen Genauigkeit unserer Daten bis ≈ 1360 MeV voll gerechtfertigt. Oberhalb 1360 MeV sind die Fits schlecht. Immer stärker bildet sich eine Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie aus. Es tragen auch ungerade Wellen bei.

Der Verlauf der Fitparameter $|S|^2$ und $|D1|^2$ als Funktion der $\pi\eta$ -Masse ist in Fig. 20a-b und 21a-b aufgetragen. Bei der A_2 -Masse tritt ein sehr deutlicher Peak im $|D1|^2$ -Verlauf auf. Der Verlauf von $|S|^2$ zeigt eine breite Verteilung. Damit hat man im A_2 -Bereich eine Überlagerung von S- und D1-Partialwellen.

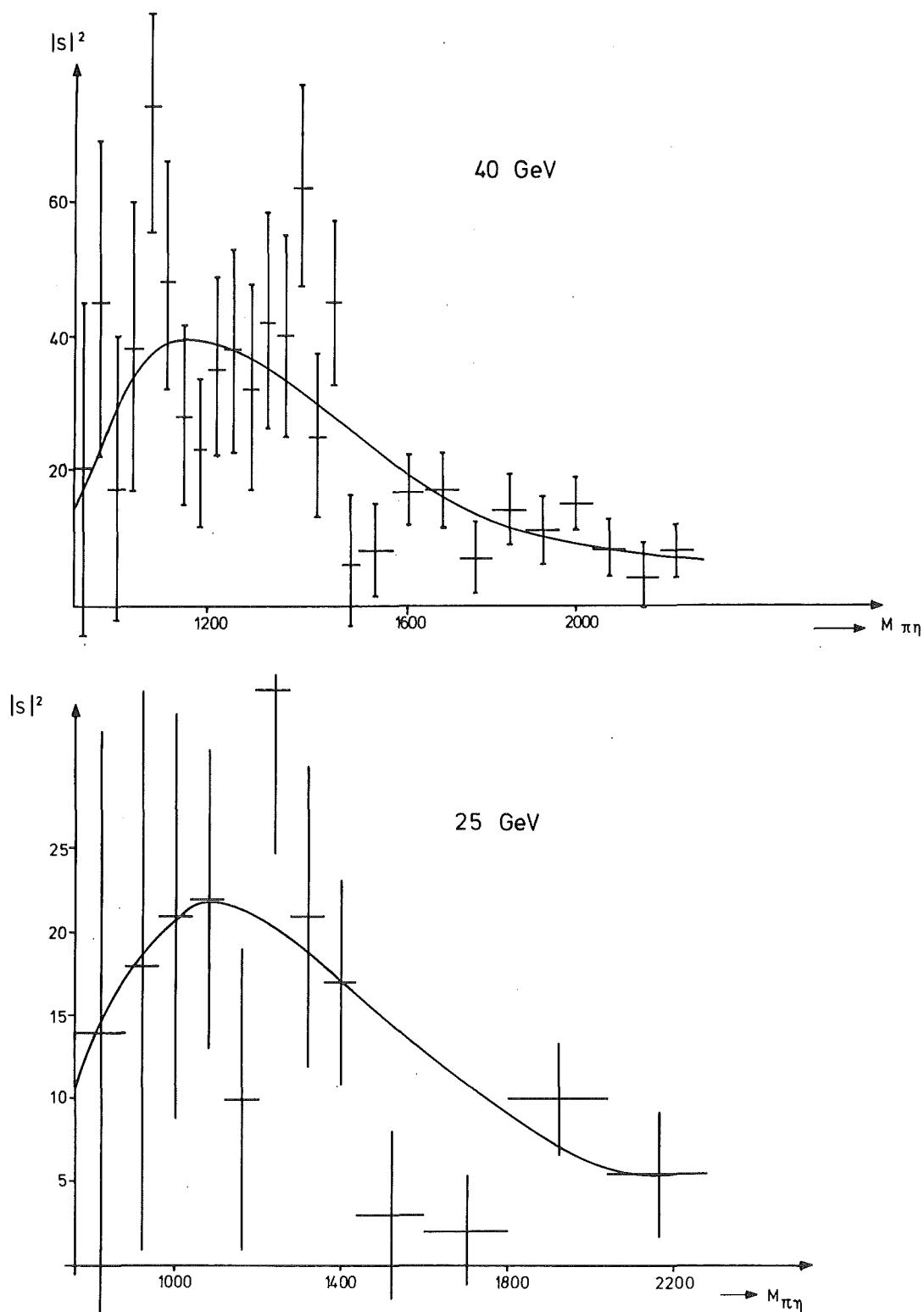


Fig. 20a,b: Verlauf von $|S|^2$ als Funktion der $\pi\eta$ -Masse aus dem Fit mit S- und D1-Welle für 40 und 25 GeV/c (relative Einheiten).

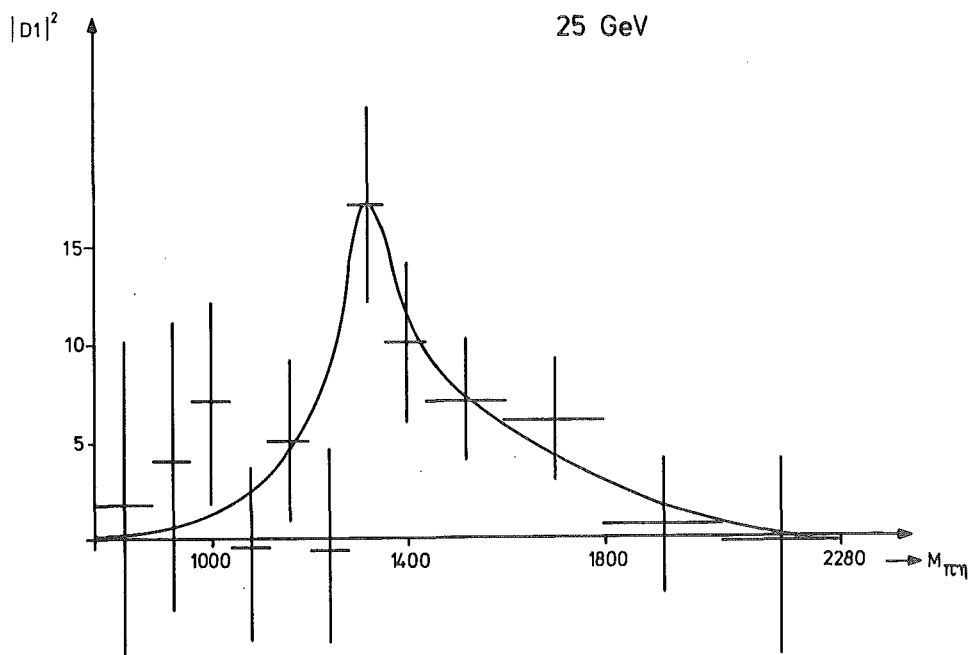
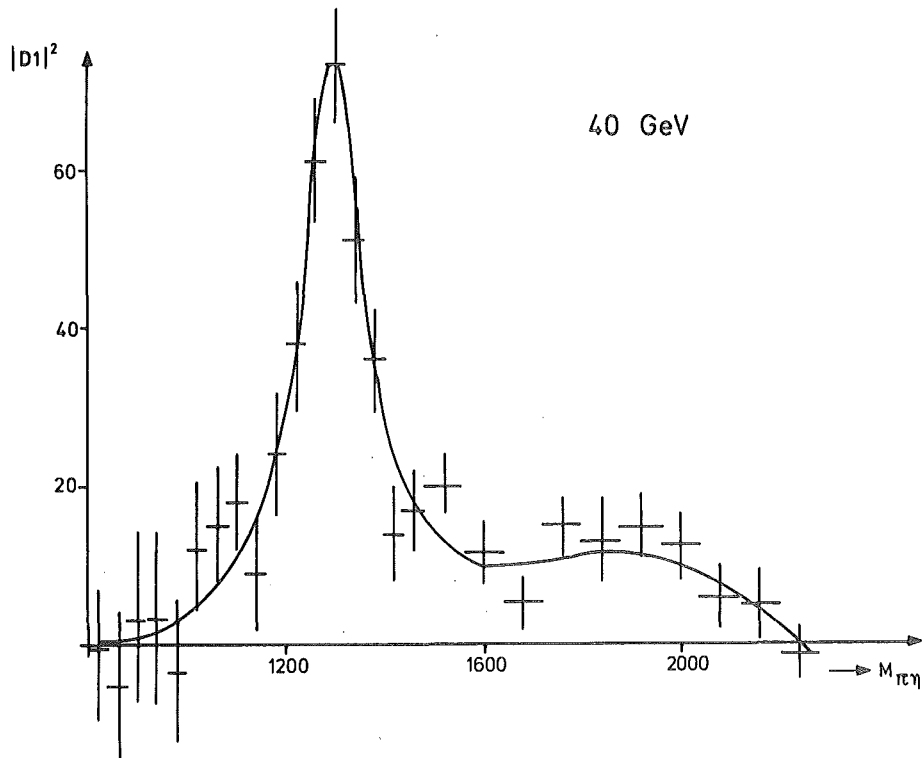


Fig. 21a,b: Verlauf von $|D1|^2$ in Abhängigkeit von der $\pi\eta$ -Masse aus dem Fit mit S- und D1-Welle für 40 und 25 GeV/c (relative Einheiten).

Das $\pi\eta$ -System bei kleinen Massen zeigt nur S-Welle und damit $J^P=0^+$. Das kann nur durch Austausch der unnatürlichen Serie (B-Trajektorie) aus π^- erzeugt werden (siehe Anhang B). Dazu paßt gut, daß wir im Massenbereich 1000-1200 MeV keinen Vorwärtsdip in der t-Verteilung beobachten.

3.3.3 Anteile von P-Wellen

Aus der Interferenz von ungeraden Wellen mit den bereits gefundenen geraden Wellen S und D1 erwarten wir (falls sie mit der gleichen Spinprojektion m auftreten), eine Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie $W_{FB} = F_F - F_B$ (wobei F = forward, B = backward bezeichnet). Wir erwarten ferner, daß der Unterschied für $\pm \cos\theta_i$ in erster Näherung proportional zu $\cos\theta_i$ ist und fitten für jeden Massenbereich:

$$N_{FB}^{phys}(M, \cos\theta_i) = \frac{N(M, \cos\theta_i)}{\epsilon(M, \cos\theta_i)} - \frac{N(M, -\cos\theta_i)}{\epsilon(M, -\cos\theta_i)} = a_{FB} \cos\theta_i \quad (i=1,10)$$

wobei aber nur die Bins verwendet wurden, bei denen die Nachweiswahrscheinlichkeit für $\pm \cos\theta_i$ nicht unter 1/4 des Wertes bei $\cos\theta = 0$ abgesunken ist.

Für eine Verteilung mit nur S- und P0-Wellen (Spinprojektion $m=0$):

$$N(\cos\theta) \sim [S Y_0^0 + P0 Y_1^0]^2 \cdot \epsilon(\cos\theta) = [a_0 + a_1 P_1(\cos\theta)]^2 \cdot \epsilon(\cos\theta)$$

gibt die Methode der Anteil der P-Welle korrekt wieder. Es ist:

$$a_{FB} = 4 \operatorname{Re}(a_0 a_1)$$

und damit

$$a_{FB}/4 |a_1|^2 = |P0|/|S| * \cos(S P0)$$

Fig. 22a,b zeigen die Resultate für a_{FB} . In Tabelle 1a,b sind auch noch die χ^2 für die Fits angegeben. Wo der gesamte $\cos \theta$ -Bereich verwendet werden konnte, ist die Zahl der Freiheitsgrade $N_F=9$. Es tritt keine merkliche F-B-Asymmetrie unterhalb 1320 MeV auf. Die Asymmetrie oberhalb des A_2 -Mesons kommt wahrscheinlich von der Interferenz von $m=\pm 1$ P1-Welle mit der stark vorhandenen $m = \pm 1$ D1-Welle.

ρ -Austausch würde zu einer P-Welle mit $m=\pm 1$ führen. Eine P-Welle mit $m=\pm 1$ gibt zwar eine F-B-Asymmetrie mit der D1-Welle (siehe Anhang B), aber keine F-B-Asymmetrie mit der stark vorhandenen S-Welle, da diese $m=0$ hat.

Es ist aber wichtig festzustellen, daß generell keine P-Welle bis zur A_2 -Masse vorhanden ist. Wir haben deshalb die Winkelverteilungen bis 1160 MeV auch mit einem Ansatz von S- und P1-Welle gefittet. Oberhalb 1160 MeV haben wir einen Fit mit S-, P1-, D1-Welle und $\cos(\text{P1,D1})$ als Parameter durchgeführt.

Für die Überlagerung von S- und P1-Welle gilt:

$$A(\theta, \phi) = S Y_0^0 + P1 (Y_1^1 + Y_1^{-1})$$

Da wir über den Azimuthwinkel ϕ mitteln, erhalten wir

$$\begin{aligned} \bar{W}(\cos \theta) &\sim \overline{|A(\theta, \phi)|^2} = \frac{1}{4\pi} [|S|^2 + |P1|^2 \cdot 6 \sin^2 \theta] \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} [(|S|^2 + 2 * |P1|^2) Y_0^0(\cos \theta) - |P1|^2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} Y_2^0(\cos \theta)] \end{aligned}$$

Gefittet wird wieder die unkorrigierte Winkelverteilung:

$$N(M, \cos \theta) \sim \bar{W}(M, \cos \theta) * \epsilon(M, \cos \theta)$$

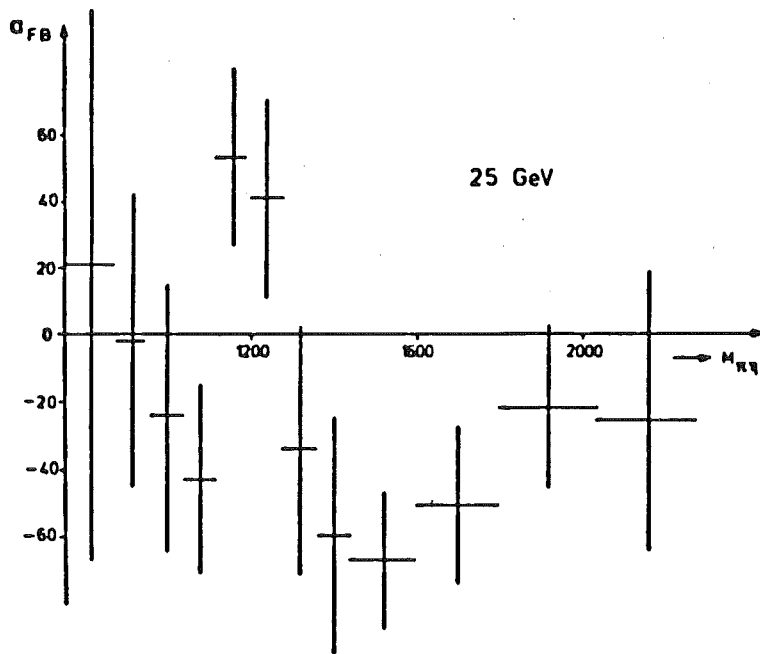
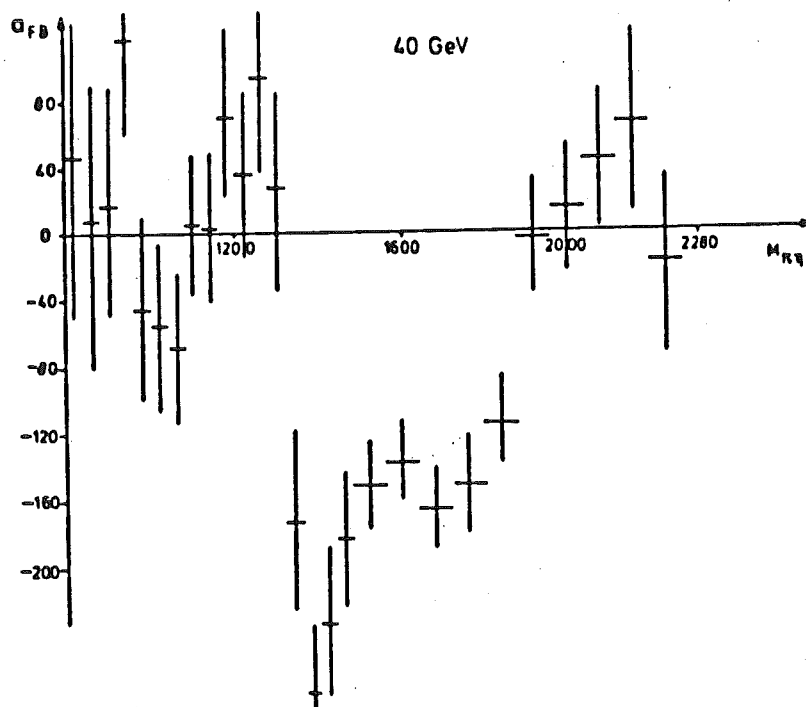


Fig. 22a,b: Verlauf des Parameters a_{FB} , der die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie beschreibt, als Funktion der $\pi\eta$ -Masse.

TABELLE 1a,b: Der Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie Term a_{FB}

TABELLE 1a. für 40 GeV/c

Massenbereich	a_{FB}	χ^2
800- 840	46 ± 93	5.2
840- 880	7.2 ± 79	7.2
880- 920	17 ± 70	5.0
920- 960	118 ± 56	5.1
960-1000	-75 ± 52	15.4
1000-1040	-55 ± 48	16.2
1040-1080	-68 ± 42	8.8
1080-1120	5.7 ± 40	8.8
1120-1160	0.9 ± 42	4.2
1160-1200	70 ± 47	13.0
1200-1240	36 ± 50	7.8
1240-1280	93 ± 54	3.4
1280-1320	27 ± 60	4.7
1320-1360	-172.1 ± 54	2.9
1360-1400	-280 ± 47	3.7
1400-1440	-232 ± 42	15.0
1440-1480	-182 ± 39	9.3
1480-1560	-150 ± 26	10.8
1560-1640	-137.5 ± 23	3.9
1640-1720	-164.5 ± 23.5	2.7
1720-1800	-148.5 ± 26.5	3.6
1800-1880	-113 ± 26	7.3
1880-1960	-1.7 ± 31	2.8
1960-2040	15.5 ± 36.5	0.85
2040-2120	43 ± 41	1.66
2120-2200	66 ± 54.5	0.23
2200-2280	-19 ± 54	1.86

TABELLE 1b:

für 25 GeV/c

Massenbereich	a_{FB}	χ^2
760- 880	32 ± 87	3.7
880- 960	-1.4 ± 44	4.2
960-1040	-24 ± 39	3.9
1040-1120	-43 ± 28	5.8
1120-1200	53 ± 26	2.6
1200-1280	41 ± 29	5.8
1280-1360	-34 ± 36	6.5
1360-1440	-60 ± 35	9.1
1440-1600	-67 ± 20.5	2.3
1600-1800	-51.2 ± 23.6	3.5
1800-2040	-22 ± 27	0.94
2040-2280	26.6 ± 43.3	2.3

Läßt man S-, P1-, D1-Welle zu, so ist:

$$A(\theta, \phi) = S Y_0^0 + P1(Y_1^1 + Y_1^{-1}) + D1(Y_2^1 + Y_2^{-1})$$

über den Azimuthwinkel ϕ gemittelt, ergibt das:

$$\begin{aligned} \bar{W}(\cos \theta) \sim |A(\theta, \phi)|^2 &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} [(|S|^2 + 2|P1|^2 + 2|D1|^2) \cdot Y_0^0(\cos \theta) + \\ & (-0.894 |P1|^2 + 0.639 |D1|^2) Y_2^0(\cos \theta) - 1.143 |D1|^2 Y_4^0(\cos \theta) + \\ & |P1| |D1| \cos(P1, D1) (3.098 Y_1^0(\cos \theta) - 2.028 Y_3^0(\cos \theta))] \end{aligned}$$

Das Glied mit $P1 * D1 * \cos(P1, D1)$ bewirkt eine Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie.

Die aus dem S-,P1-Fit bis 1160 MeV und die aus dem S-,P1-,D1-,
cos(P1,D1)-Fit oberhalb 1160 MeV erhaltenen Kurven sind als gestrichelte
Linien in die unkorrigierte Winkelverteilung in Fig. 18a-c und Fig. 19a-b
eingetragen. Die χ^2 für diesen Fit sind in gestrichelte Klammern () ge-
setzt. Mit der zusätzlichen P1-Welle erhalten wir jetzt auch für den Be-
reich oberhalb des A_2 gute Anpassung an die Daten. Oberhalb 1880 MeV ist
unsere Statistik allerdings so klein, daß wir die dort wahrscheinlich
auftretenden, noch höheren Partialwellen nicht in der Qualität des Fits
bemerken können.

Das Resultat des Fits mit $|S|^2$ und $|P1|^2$ ist in Fig. 23a-b dar-
gestellt. $|P1|^2$ bleibt mit Null verträglich über den mit $|S|^2$ und $|P1|^2$
angepaßten Bereich bis 1160 MeV. Die Tendenz zu negativen Werten kommt
von der immer stärker werdenden D1-Welle des A_2 . Diese enthält auch
einen Term mit $P_2(\cos \theta)$, der eine P1-Welle simulieren kann.

Die Resultate des Fits mit den 4 Parametern $|S|$, $|P1|$, $|D1|$,
cos(P1,D1) sind für $|P1|$ und cos(P1,D1) in Fig. 24a-b und Fig. 25a-b an-
gegeben. Bis zur A_2 -Masse ist keine merkliche P-Welle vorhanden, aber ab

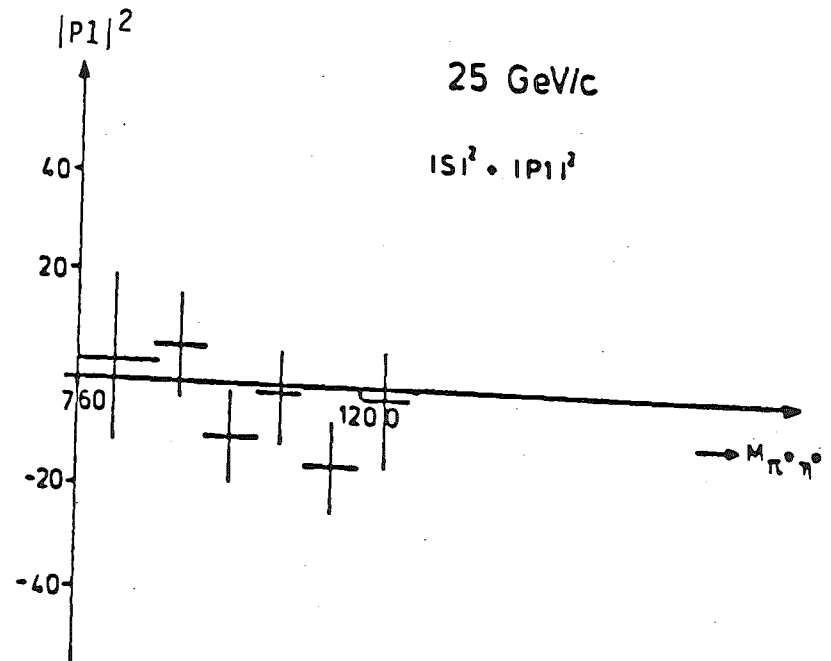
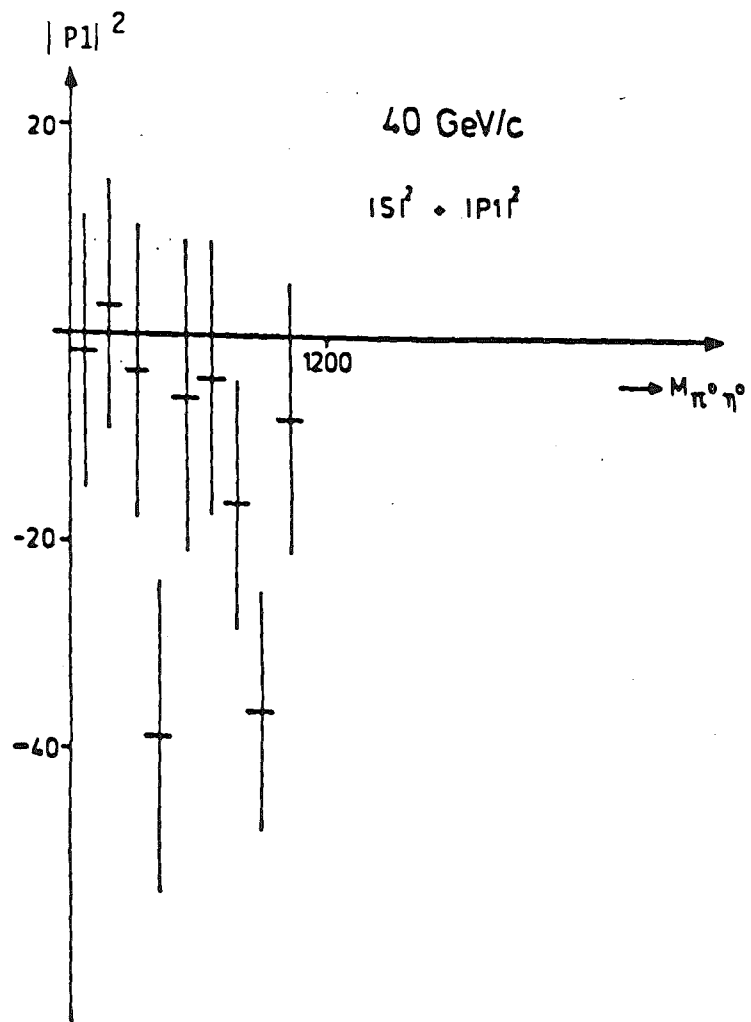


Fig. 23a,b: Verlauf der Amplitude $|P1|^2$ als Funktion der $\pi^0\eta^0$ -Masse aus dem Fit der S- und P1-Wellen für 40 und 25 GeV/c

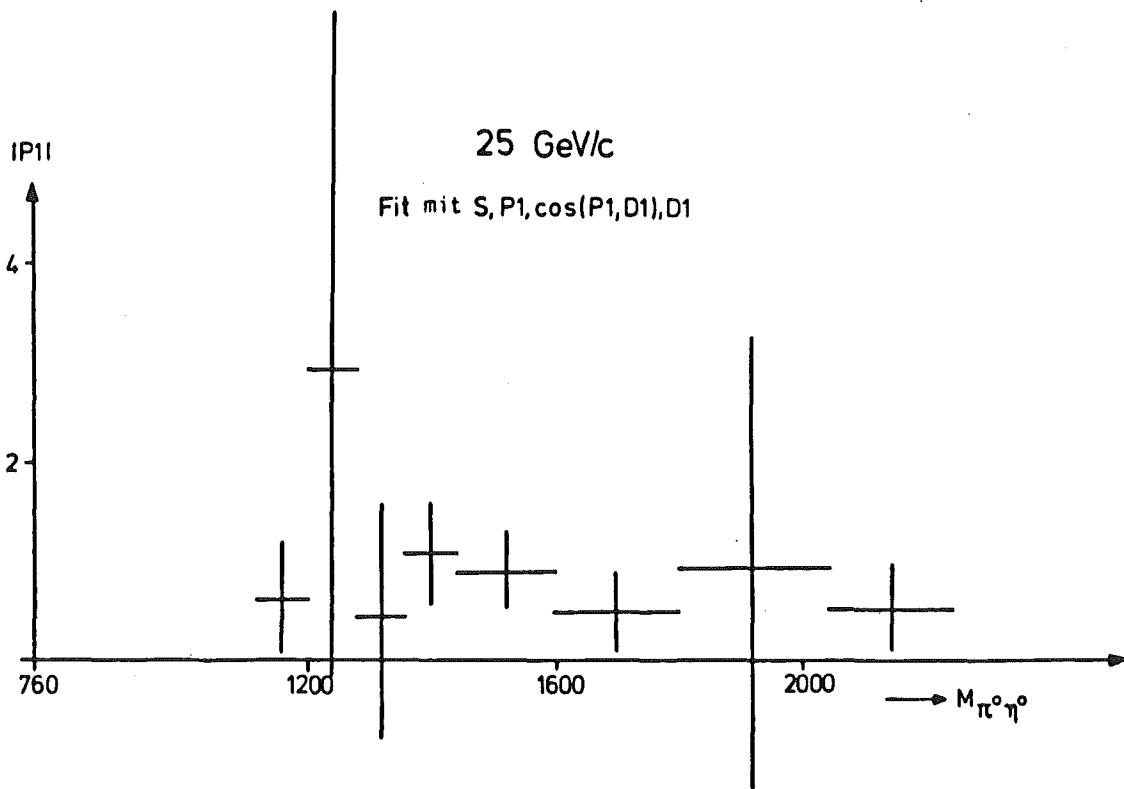
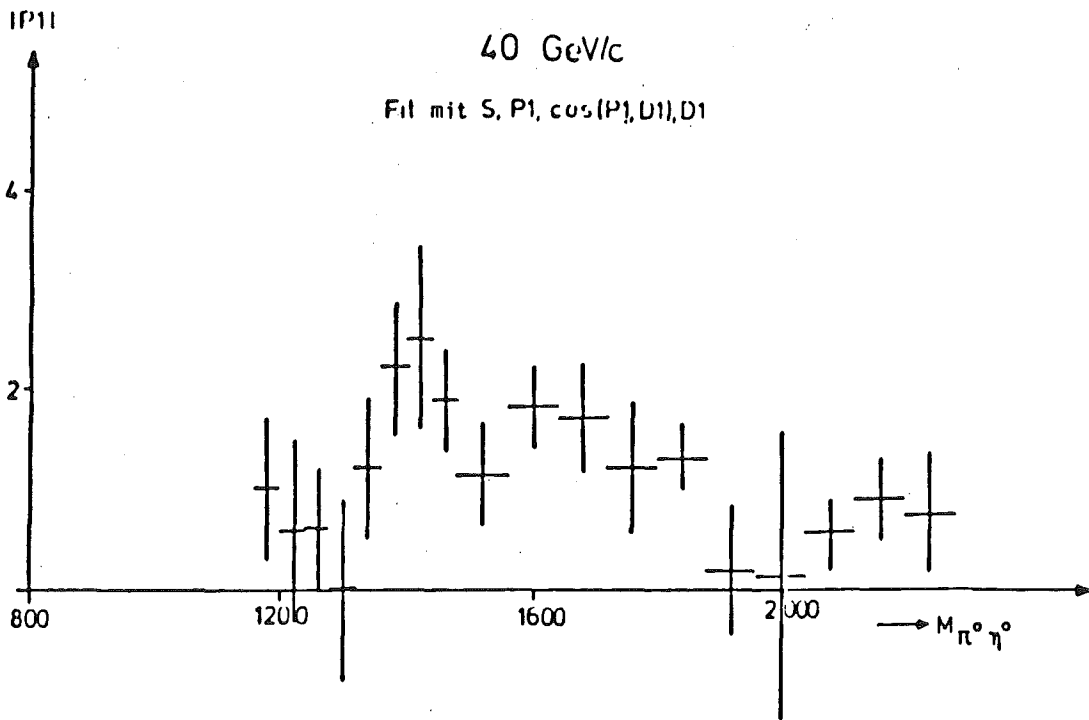


Fig. 24a,b: Verlauf der P1-Amplitude in Abhängigkeit der $\pi^0 \eta^0$ -Masse aus dem Fit mit S-, P1-, D1- und $\cos(P1, D1)$ -Welle für 40 und 25 GeV/c. (Unterhalb 1160 MeV gutes χ^2 allein beim Fit mit S- und D1-Welle.) Die Amplitude von P1 ist klein und ihr Verlauf flach.

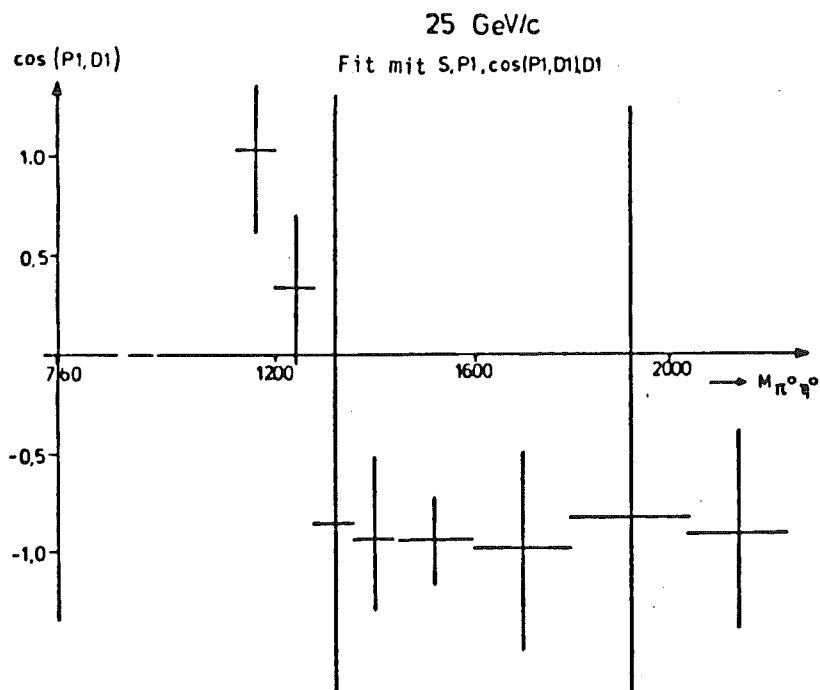
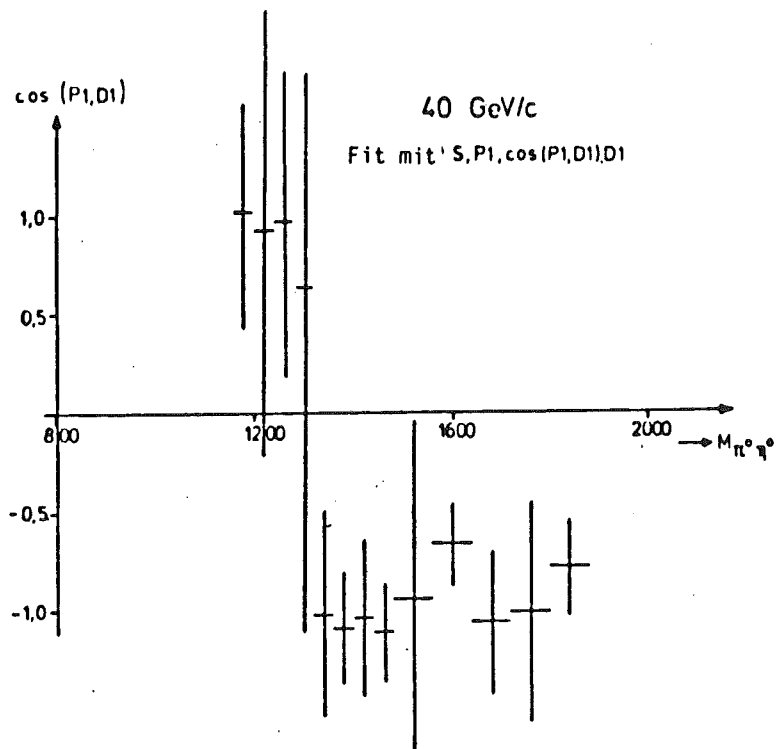
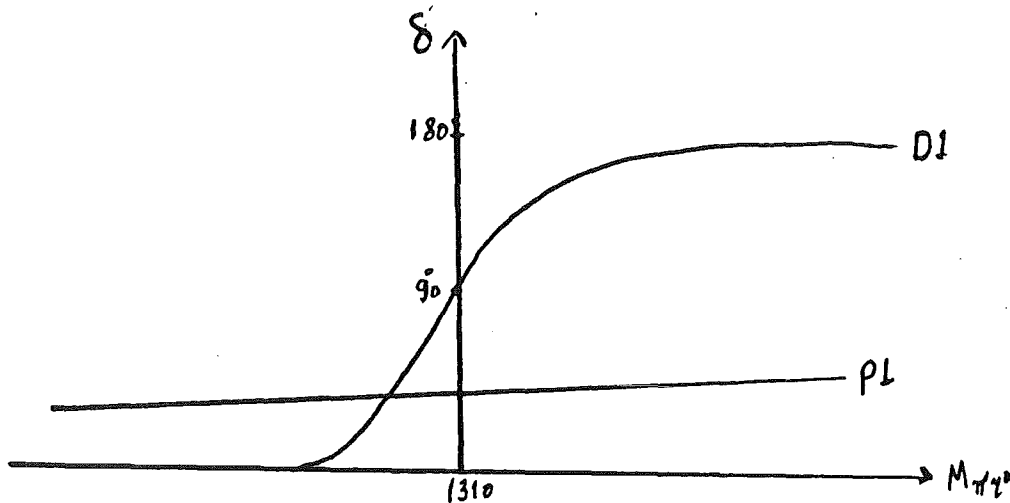


Fig. 25a,b: Der Verlauf vom \cos des Phasenwinkels zwischen P1 und D1 als Funktion der $\pi^0 \eta^0$ -Masse:
 Unterhalb der A_2 -Masse Tendenz zu positiven Werten, oberhalb der A_2 -Masse signifikant negative Werte.
 (Das paßt zu einem etwa konstant kleinen P1-Phasenwinkel, da die D1-Phase beim Durchlaufen der A_2 -Resonanz von 0° über 90° auf nahezu 180° ansteigt.)

A_2 -Masse trägt die P1-Welle merklich bei, doch bleibt ihre Amplitude klein und zeigt einen flachen Verlauf mit der $\pi\eta$ -Masse. Der \cos des Phasenwinkels zwischen P1 und D1, der unterhalb der A_2 -Masse die Tendenz zu positivem Wert hat, wird oberhalb der A_2 -Masse signifikant negativ. Da die D1-Phase beim Durchlaufen der A_2 Resonanz von 0 über 90° auf nahe 180° ansteigt, läßt sich der negative Wert von $\cos(P1, D1)$ oberhalb des A_2 einfach durch eine kleine P1-Phase (jedenfalls $\delta_{p1} < \frac{\pi}{2}$) erklären - siehe nachstehende schematische Darstellung. Auch das zeigt, daß die P1-Welle nicht resonant ist.



Die Untersuchung der Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie und die Fits der Winkelverteilungen mit zusätzlich zugelassener P1-Welle zeigen, daß unterhalb des A_2 -Bereiches weder eine P-Welle mit $m=0$ noch eine mit $m=1$ vorhanden ist. Bis einschließlich des A_2 -Bereiches kommen wir also mit $J^P = 0^+$ und $J^P = 2^+$ für das $\pi^0\eta^0$ -System aus.

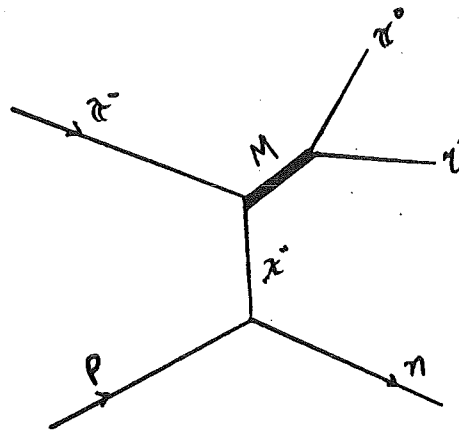
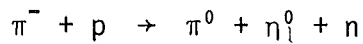
3.3.4 Korrigierte Massenverteilungen

Die Anpassungen an die Winkelverteilungen haben gezeigt, daß wir bis einschließlich des A_2 -Bereiches (d.h. bis ≈ 1320 MeV) bereits mit S- und D1-Welle die Daten gut beschreiben können. Bis zu dieser Masse gibt daher der Koeffizient von $P_0(\cos \theta)$ multipliziert mit der Zahl NBIN der \cos -

Bins, d.h. $(|S|^2 + 2|D1|^2) * \text{NBIN}$ mit $\text{NBIN} = 20$, die auf die Nachweiswahrscheinlichkeit korrigierte Anzahl der Ereignisse für den betreffenden Massenbin. Die damit erhaltenen Massenverteilungen sind in Fig. 13 und 15 aufgetragen, oberhalb des A_2 -Bereiches ist die Verteilung jedoch nur eine grobe Annäherung, da auch andere Partialwellen vorhanden sind. Qualitativ zeigen diese korrigierte Massenspektren den gleichen Verlauf wie die unkorrigierten Spektren in Fig. 12 und 14.

3.4 Deutung der Daten im Quarkmodell

Das nachstehende Schema veranschaulicht nochmals die von uns untersuchte Reaktion:



Eines der wesentlichen Ergebnisse der Analyse der Daten im vorigen Abschnitt ist, daß wir in der Zerfallswinkelverteilung des $\pi^0\eta^0$ -Systems M eine S-Welle und danach eine resonante D-Welle, das A_2 -Meson beobachten, aber bis zum A_2 -Meson keine merkliche P-Welle auftritt. Erst bei noch höheren Massen des $\pi^0\eta^0$ -Systems macht sich eine P-Welle bemerkbar, aber als breite Verteilung und nicht als Resonanz.

Das $\pi^0\eta^0$ -System tritt als Resonanz nur mit den Quantenzahlen $J^P = 0^+ \delta(980)$ und $J^P = 2^+ A_2(1310)$ auf. Eine Resonanz mit $J^P = 1^-$ wird

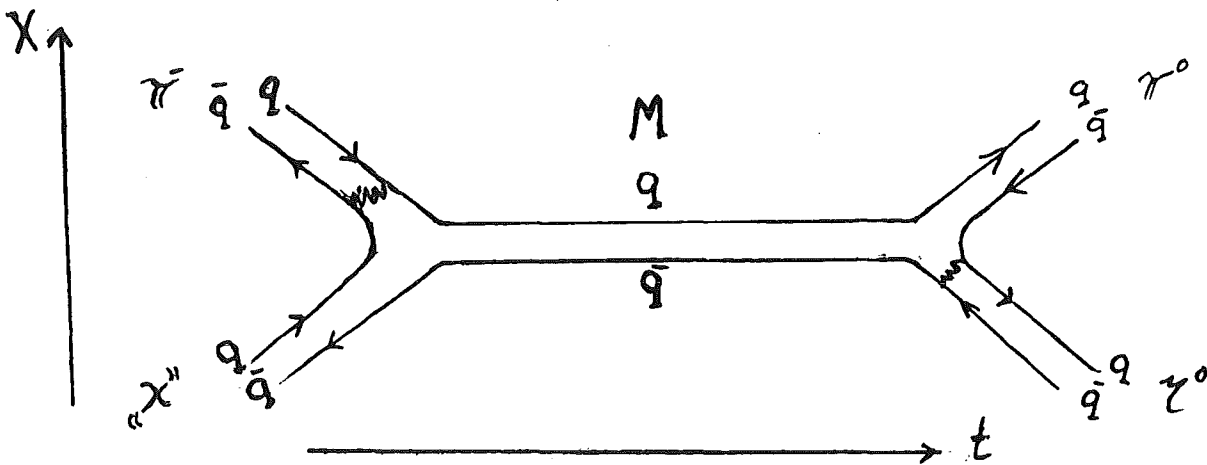
nicht gefunden, obwohl für $\pi^0\eta^0$ die Quantenzahlen $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, \dots$ erlaubt sind. Vom Produktionsmechanismus her kann $J^P = 1^-$ nicht unterdrückt werden, denn mit ρ - oder B -Austausch kann ein $J^P = 1^-$ -System ebenso produziert werden (siehe Anhang B) wie das tatsächlich beobachtete $J^P = 2^+$ -System $A_2(1310)$. Es muß also einen tieferen Grund geben für die Abwesenheit eines resonanten $\pi^0\eta^0$ -Systems mit $J^P = 1^-$.

Das Quarkmodell, in dem Mesonenresonanzen als $q\bar{q}$ -Zustände dargestellt wurden, gibt die notwendige Einschränkung der Quantenzahlen.

Die Reaktion am oberen Vertex ist:



Sie verläuft im Quarkmodell nach folgendem Diagramm



Das $\pi^0\eta^0$ -System zerfällt in insgesamt 4γ oder 10γ , d.h. in eine gerade Anzahl von γ 's. Die Ladungsparität eines Photons /1/ ist $C=-1$. Damit ist die C -Parität des $\pi^0\eta^0$ -Systems $C = +1$. Unter dieser Bedingung $C=+1$ muß die Resonanz im $q\bar{q}$ -System betrachtet werden. Im $q\bar{q}$ -System gilt für die Ladungsparität $C = (-)^{L+S} / 1 /$. L ist hier der Bahndrehimpuls des $q\bar{q}$ -Systems und $\vec{S} = \vec{S}_q + \vec{S}_{\bar{q}}$ der Spin. Es gibt also $S=0$ und $S=1$. Der resultierende Spin S kombiniert mit allen möglichen Bahndrehimpulsen L zum Gesamtdrehimpuls J . In der Tabelle 2 sind alle Kombinationsmöglichkeiten bis $L=3$ für das $q\bar{q}$ -

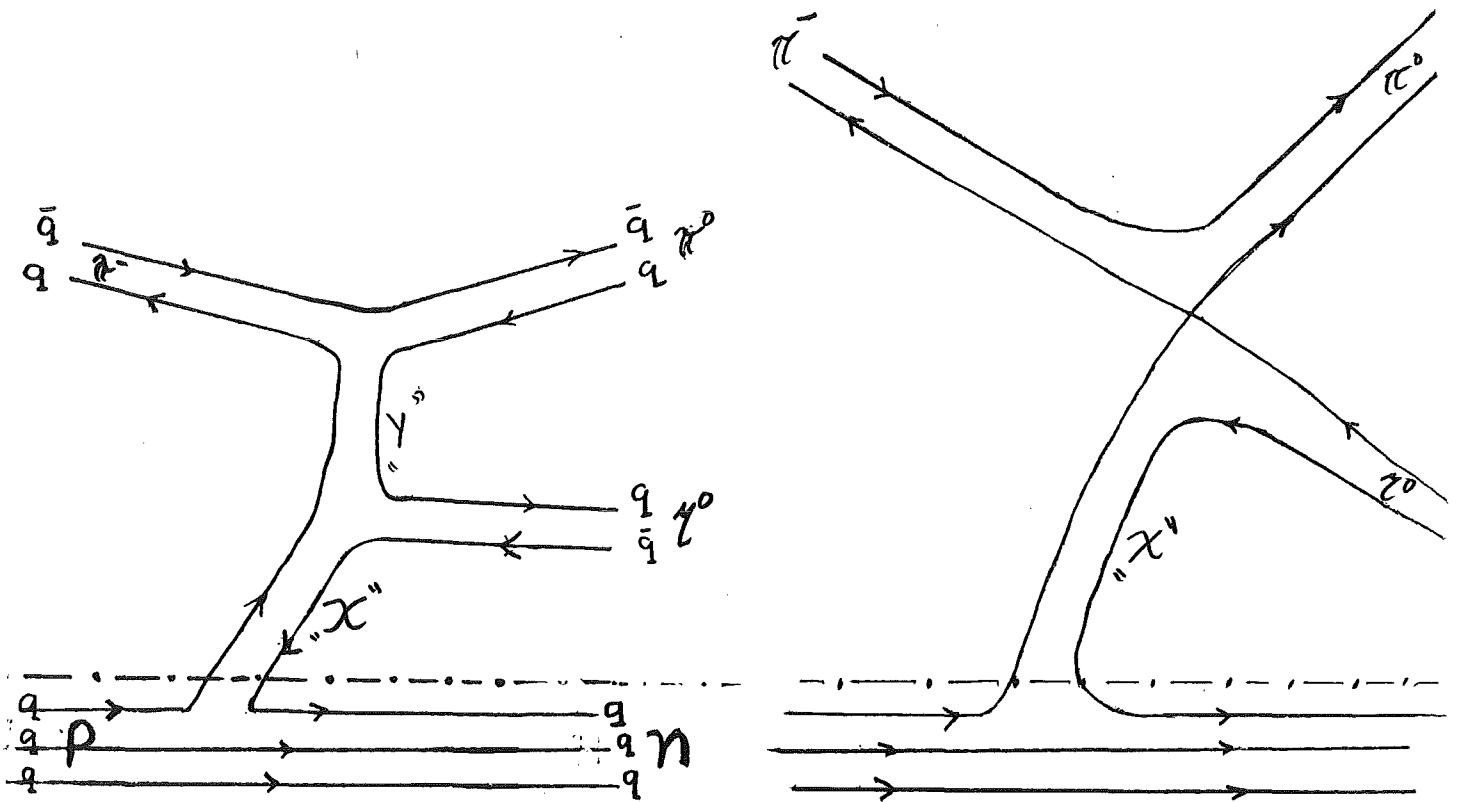
Die Kombinationsmöglichkeiten im $q\bar{q}$ -System

(Mögliche Quantenzahlen von $\pi^0\eta^0$ sind gegeben durch die natürliche Serie $0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, \dots$, außerdem muß $C=(+)$ sein).

$S_{q\bar{q}}$	$L_{q\bar{q}}$	$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$	Parität $= P_q \cdot P_{\bar{q}} (-)^L$ $= (-)^{L+1}$	C-Parität $C = (-)^{L+S}$	Bemerkung
0	0	0	(-)	(+)	0^- nicht in der natürlichen Serie
1	0	1	(-)	(-)	1^- , $C=(-)$; $\pi^0\eta^0$ hat $C=(+)$
0	1	1	(+)	(-)	1^+ nicht in der natürlichen Serie
1	1	0,1,2	(+)	(+)	$0^+, 2^+$, $C=+1$ paßt; 1^+ nicht in der natürlichen Serie
0	2	2	(-)	(+)	2^- nicht in der natürlichen Serie
1	2	1,2,3	(-)	(-)	$1^-, 2^-, 3^-$, $C=-1$; $\pi^0\eta^0$ hat $C=+1$
0	3	3	(+)	(-)	3^+ nicht in der natürlichen Serie
1	3	2,3,4	(+)	(+)	$2^+, 4^+$; $C=+1$ paßt; 3^+ nicht in der natürlichen Serie

System zusammengestellt. Alle Quantenzahlen J^P , C treten auf. Aber mit der Bedingung $C=+$ bleiben von der natürlichen Serie $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, \dots$ (die allein für das $\pi^0\eta^0$ -System möglich ist) nur $J^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$ übrig. Das Quarkmodell erklärt also genau die Abwesenheit eines resonanten $J^P = 1^-$ Zustandes in unseren $\pi^0\eta^0$ -Daten.

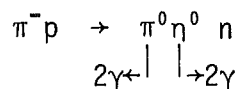
Die breite S-Welle und die oberhalb des $A_2(1310)$ auftretende breite P-Welle verlaufen ohne Bildung eines $q\bar{q}$ -Zwischenzustandes wahrscheinlich nach dem folgenden Schema (zur besseren Veranschaulichung ist hier auch der Nukleonenvertex mitgezeichnet):



Auch im Zwischenzustand hat man immer $q\bar{q} q\bar{q}$, d.h. die 4 Quarks bleiben. Man erhält eine breite Verteilung im Massenspektrum.

4. ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit wird die Messung der Reaktion



bei π^- -Impulsen von 25 und 40 GeV/c beschrieben.

Das Experiment wurde am 70 GeV Beschleuniger in Serpukhov durchgeführt, wobei alle 4 Zerfallsquanten mit einem Hodoskop- γ -Detektor nachgewiesen wurden.

Zur Analyse wurden diejenigen Ereignisse ausgewählt, die den Energie-Impulssatz für den Endzustand $4\gamma+n$ mit gutem χ^2 erfüllen. Durch Auftragen der effektiven Massenverteilungen aller 6 Kombinationsmöglichkeiten von 2 Gammas und Anpassung des π^0 und η^0 Peaks wurde die Anzahl der Ereignisse des gesuchten $\pi\eta$ Kanals bestimmt. Diese besondere Methode ergibt die wahre Zahl der $\pi\eta$ Ereignisse ohne Verunreinigung durch Untergrundereignisse.

Bei dem Massenspektrum des $\pi\eta$ -Systems finden wir einen klaren Peak bei der Masse des A_2 -Mesons über einer breiten Verteilung. Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{dt}$ in der A_2 -Gegend zeigt einen ausgeprägten Vorwärtssdip und einen exponentiellen Abfall zu größeren $|t|$. Bei größeren Massen wird ein flacherer Verlauf beobachtet.

Die Zerfallswinkelverteilungen des $\pi\eta$ -Systems bis etwa 1200 MeV Masse sind nahezu isotrop. Im A_2 -Peak dagegen sehen wir eine anisotrope Verteilung, die zur Interferenz der D-Welle der A_2 -Resonanz mit einer breiten S-Welle paßt. Eine Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie finden wir erst oberhalb 1360 MeV Masse des $\pi\eta$ -System. Das heißt, erst oberhalb des A_2 -Peaks kommt eine ebenfalls breite P-Welle dazu.

Die Daten wurden mit S-Welle und D-Welle ($m_D = \pm 1$) gefitted. Diese Anpassung gibt gutes χ^2 bis knapp oberhalb der A_2 -Masse. Die gefundene D-Wellenverteilung mit $m=1$ paßt gut zur Erzeugung des $\pi\eta$ -System über Austausch der ρ -Trajektorie.

Für das $\pi\eta$ -System sind die Quantenzahlen $J^P = 0^+, 1^-, 2^+ \dots$ (natürliche Serie) möglich. Beobachtet wurden als schmale Resonanzen im $\pi\eta$ System nur das $A_2(1310)$ mit $J^P=2^+$ und $\delta(980)$ mit $J^P=0^+$. Dagegen tritt $J^P=1^-$ in unseren Daten nicht als schmale Resonanz auf, obwohl dieser Zustand im $\pi\eta$ System erlaubt ist. Dieses Faktum kann im Quarkmodell erklärt werden, wenn man annimmt, daß die Erzeugung von $\pi^0\eta^0$ über einen $q\bar{q}$ -Zustand läuft. Das neutrale $\pi^0\eta^0$ -System hat $C=+$. Im $q\bar{q}$ -System ist $C=(-)^{L+S}$ und $P=(-)^L$. Mit der Bedingung $C=+$ bleiben von der natürlichen Serie für den $q\bar{q}$ -Zwischenzustand nur die geraden Drehimpulse $J^P=0^+, 2^+, 4^+, \dots$ übrig. Das Quarkmodell erklärt also zwanglos die Abwesenheit einer schmalen $J^P=1^-$ Resonanz.

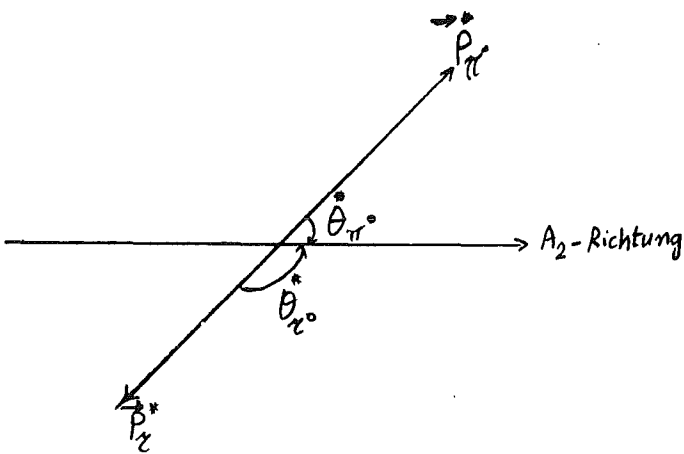
Die breite S-Welle und die breite P-Welle oberhalb der A_2 -Masse kommen wahrscheinlich von direkter Erzeugung des $\pi\eta$ -Systems und laufen nicht über einen $q\bar{q}$ -Zustand.

ANHANG A

Wir betrachten zunächst den Zerfall eines Systems mit der Masse M (z.B. A_2 Resonanz) in π und η . Der Einfachheit halber sprechen wir im folgenden immer vom Zerfall der A_2 -Resonanz. Im zweiten Teil wird dann der Zerfall $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ und $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ beschrieben.

π und η fliegen im Ruhesystem in entgegengesetzter Richtung; es ist $\cos \theta_\eta^* = -\cos \theta_\pi^*$. Durch die Bewegung des A_2 erhalten im Laborsystem π und η die Tendenz in A_2 Richtung zu fliegen.

Ruhesystem



Zerfall im CMS System

$$|\vec{p}_{A_2}^*| = 0$$

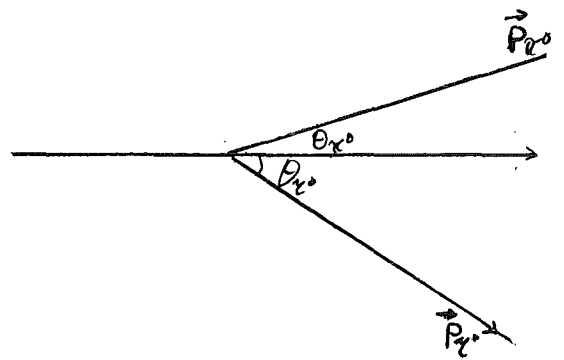
$$\vec{p}_\pi^* = -\vec{p}_\eta^* \quad ;$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad \text{relativistische Gleichung}$$

$$E_{A_2}^* = M c^2$$

aber gleichzeitig:

Laborsystem



$$E_{A_2}^* = E_{\pi^0}^* + E_{\eta}^*$$

$$Mc^2 = \sqrt{p_{\pi}^{*2}c^2 + m_{\pi}^2c^4} + \sqrt{p_{\eta}^{*2}c^2 + m_{\eta}^2c^4}$$

Im folgenden ist $c=1$ gesetzt

$$M^2 = p_{\pi}^{*2} + m_{\pi}^2 + p_{\eta}^{*2} + m_{\eta}^2 + 2 \sqrt{p_{\pi}^{*2}p_{\eta}^{*2} + m_{\pi}^{*2}p_{\eta}^2 + m_{\eta}^2p_{\pi}^{*2} + m_{\pi}^2m_{\eta}^2}$$

Da $|\vec{p}_{\pi}^*| = |p_{\eta}^*|$ ist, erhält man:

$$\boxed{[(M^2 - (m_{\pi}^2 + m_{\eta}^2)) - 2p_{\pi}^{*2}]^2 = 4p_{\pi}^4 + p_{\pi}^2(m_{\pi}^2 + m_{\eta}^2) + m_{\pi}^2m_{\eta}^2}$$

$$M^4 - (m_{\pi}^2 + m_{\eta}^2)^2 - 2M^2(m_{\pi}^2 + m_{\eta}^2) = -4p_{\pi}^2M^2$$

$$\frac{|M^2 - (m_{\pi}^2 + m_{\eta}^2)|^2}{4M^2} = p_{\pi}^{*2}$$

$$\boxed{p_{\pi}^* = \frac{M^2 - (m_{\pi}^2 + m_{\eta}^2)}{2M}}$$

(A.1)

Die kinematischen Größen im Laborsystem erhält man mit Hilfe der Lorentztransformation

$$E = \gamma E^* + |\eta| p_{\pi}^* \quad \text{wobei } \beta = \frac{v}{c}; \quad (v=v_{A_2})$$

$$p_{\parallel} = \eta E^* + \gamma p_{\pi}^* \quad (A.2) \quad \gamma = E/E^* = 1/\sqrt{1-\beta^2}$$

$$p_{\perp} = p_{\perp}^* \quad \eta = \beta\gamma$$

Es ist:

$$\vec{p}_{\pi\parallel}^* = \vec{p}_{\pi\pi}^* \cos \theta_{\pi}^*$$

$$\vec{p}_{\pi\perp}^* = \vec{p}_{\pi\pi}^* \sin \theta_{\pi}^* \quad \text{und genauso bei } \eta$$

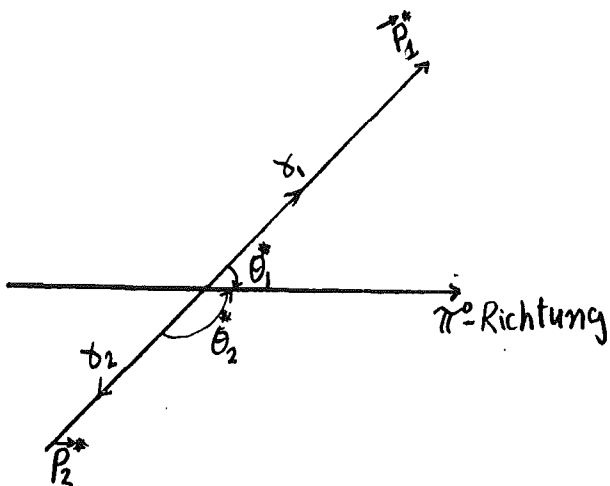
Damit erhält man für die Laborwinkel:

$$\tan \theta_{\pi} = p_{\perp}/p_{\parallel} = \frac{\vec{p}_{\pi}^* \sin \theta_{\pi}^*}{\beta \gamma E_{\pi}^* + \gamma \vec{p}_{\pi}^* \cos \theta_{\pi}^*} \quad (A.3)$$

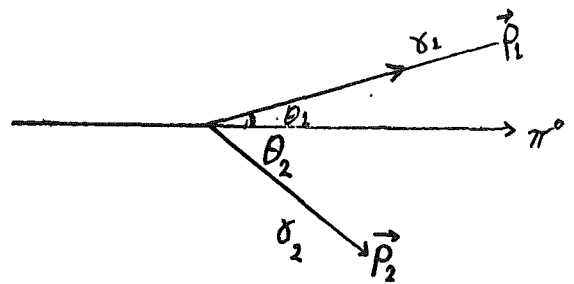
wobei $E_{\pi}^* = m_{\pi} = 135 \text{ MeV}$; $E_{\eta}^* = m_{\eta} = 548 \text{ MeV}$

$$\tan \theta_{\eta} = p_{\perp}/p_{\parallel} = \frac{\vec{p}_{\pi}^* \sin \theta_{\pi}^*}{\beta \gamma E_{\eta}^* - \gamma \vec{p}_{\pi}^* \cos \theta_{\pi}^*} \quad (A.4)$$

Den Zerfall eines Teilchens (Masse = m) in 2γ berechnen wir im nächsten Schritt: der Einfachheit halber sprechen wir immer vom Zerfall $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, obwohl die Formeln natürlich auch für $\eta \rightarrow 2\gamma$ gelten.



Ruhesystem



Laborsystem

Im Ruhesystem fliegen γ_1 und γ_2 in entgegengesetzter Richtung. Es ist:

$$\cos \theta_2^* = -\cos \theta_1^*.$$

Der Öffnungswinkel $\theta = \theta_1 + \theta_2$ im Laborsystem ergibt sich wie folgt:

$$\begin{aligned} p^2 &= m^2 = (p_1^2 + p_2^2) = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \\ &= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 - (p_1^2 + p_2^2 + 2\vec{p}_1\vec{p}_2 \cos \theta) \\ &= 2E_1E_2 (1 - \cos \theta) \quad ; \quad \begin{aligned} E_1^2 - p_1^2 &= 0, \text{ da } m_\gamma = 0 \\ E_2^2 - p_2^2 &= 0 \end{aligned} \end{aligned}$$

Mit $(1 - \cos \theta) = 2 \sin^2 \theta/2$ erhalten wir:

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{m^2}{4E_1E_2} \quad (\text{A.5})$$

Mit Hilfe der Lorentztransformation:

$$E_1 = \gamma E_1^* (1 + \beta \cos \theta_1^*) \quad , \quad \text{wobei } \gamma = E_{\pi^0}/m_{\pi^0}$$

$$E_2 = \gamma E_1^* (1 - \beta \cos \theta_1^*)$$

$$E_1^* = E_2^* = E_{\pi^0}^*/2 = m/2$$

kann man E_1 und E_2 ausrechnen und θ als Funktion von θ_1^* darstellen.

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{4 E_1^{2*}}{4(\gamma^2 E_1^{*2})(1 - \beta^2 \cos^2 \theta_1^*)} = \frac{1}{\gamma^2 (1 - \beta^2 \cos^2 \theta_1^*)} \quad (\text{A.6})$$

θ wird minimal für $\theta_1^* = 90^\circ$ d.h. beim symmetrischen Zerfall. Die γ -Quanten haben im Laborsystem die gleiche Energie. Dabei ist:

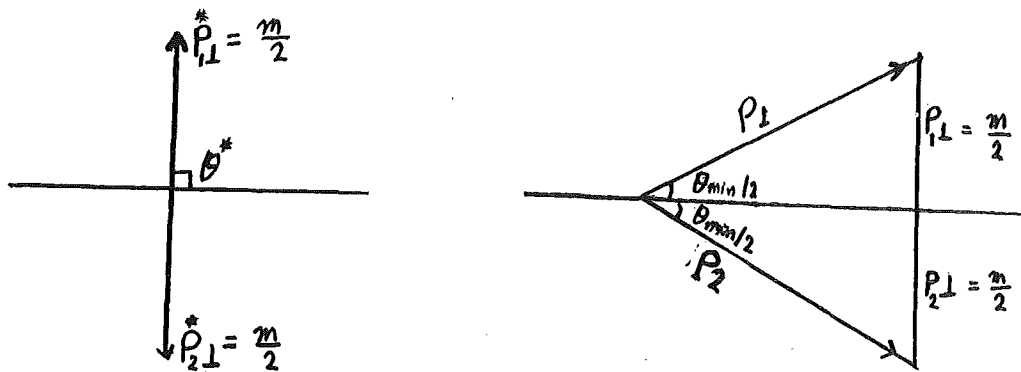
$$E_1 = E_2 = E_{\pi^0}/2$$

$$\sin^2 \frac{\theta_{\min}}{2} = \frac{m^2}{4(E_{\pi^0}/2)^2} = \frac{m^2}{E_{\pi^0}^2}$$

Daraus ergibt sich der minimale Öffnungswinkel für ($\theta_{\min} \ll 1$) zu:

$$\theta_{\min} = \frac{2m}{E}$$

Diese Beziehung läßt sich aus der folgenden Abbildung direkt ablesen:



Das π^0 oder η^0 kann maximal die gesamten Energien des einfallenden π^- haben. Bei 40 GeV/c erhält man einen minimalen Öffnungswinkel von $\theta_{\min}^{\pi^0} = 6.7$ mrad und $\theta_{\min}^{\eta^0} = 27.4$ mrad. Dem entspricht auf dem 3.1 m entfernten Detektor ein minimaler Abstand der beiden Gammas von $d_{\min}^{\pi^0} = 2$ cm bzw. $d_{\min}^{\eta^0} = 8.2$ cm.

Die Beziehung zwischen den Zerfallswinkeln θ_1 bzw. θ_2 in den beiden Systemen folgt durch Lorentz-Transformation (A.2), wobei $E_{\gamma 1}^* = p_{\gamma 1}^*$ gesetzt wird, zu

$$\tan \theta_1 = \frac{p_{\perp}}{p_{\parallel}} = \frac{\sin \theta_1^*}{\gamma (\beta + \cos \theta_1^*)} \quad . \quad (A.7)$$

Die Winkelverteilung im Schwerpunktsystem ist isotrop (siehe Fig. 1). Die Beziehung (A.7) zwischen θ_1 und $\cos \theta_1^*$ ist in Fig. 2 dargestellt.

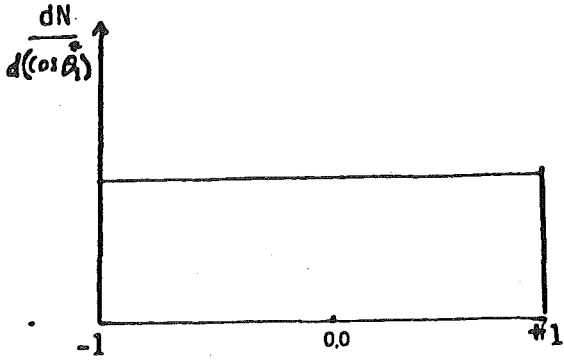


Fig. 1

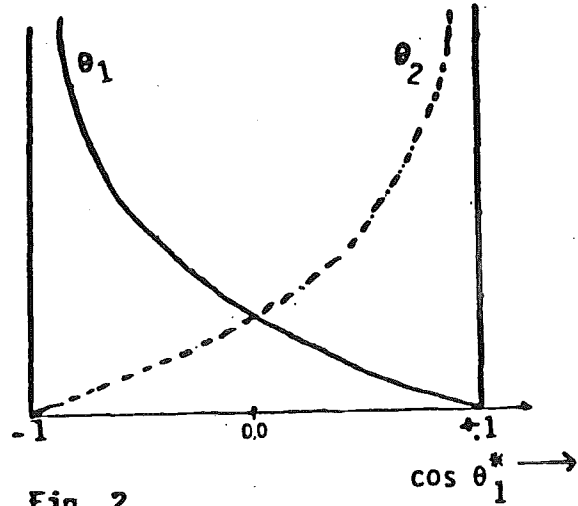


Fig. 2

Der Verlauf von θ_2 ergibt sich aus $\cos \theta_2^* = -\cos \theta_1^*$; $\sin \theta_2^* = \sin \theta_1^*$.

In Fig. 3 ist die Häufigkeitsverteilung des Laborwinkels θ_1 gezeigt.

Sie ergibt sich aus $dN/d\theta_1 = 0.5 * d(\cos \theta_1^*)/d\theta_1$.

Die Häufigkeitsverteilung des Öffnungswinkels ($\theta = \theta_1 + \theta_2$) im Laborsystem erhält man aus der Transformation der isotropen Zerfallsverteilung im Ruhesystem /9/. Es ist:

$$dN/d\theta = K \cdot \frac{1}{\theta^2 \sqrt{\theta^2 E_{\pi 0}^2 - 4 m_{\pi 0}^2}}, \quad K = \text{Konstante}$$

Die Öffnungswinkelverteilung ist in Fig. 4 dargestellt. Charakteristisch ist die scharfe Kante bei $\theta_{\min} = 2m_{\pi 0}/E_{\pi 0}$.

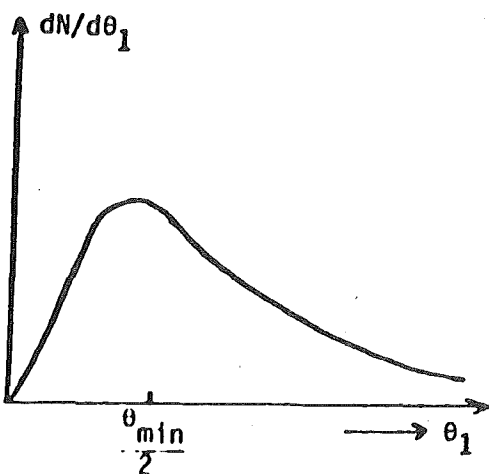


Fig. 3

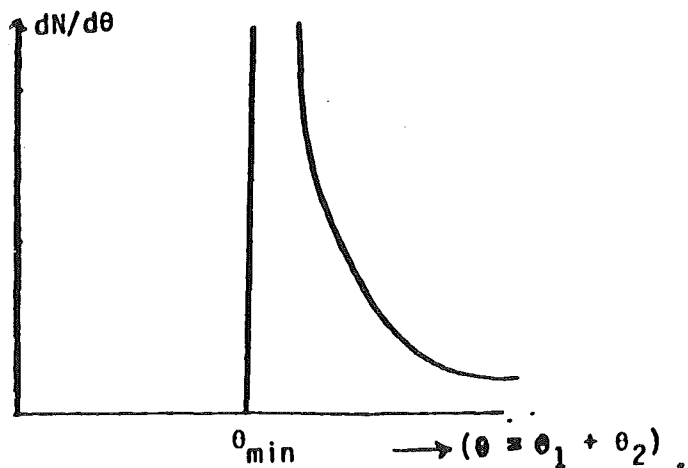
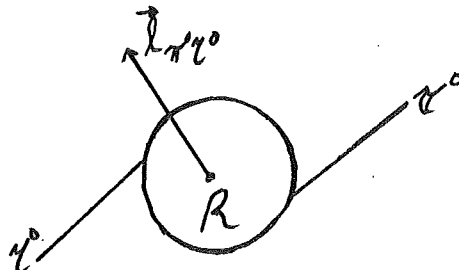
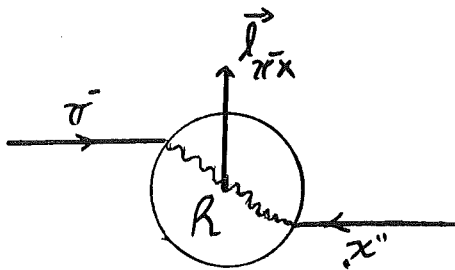
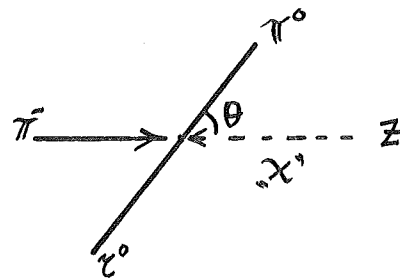
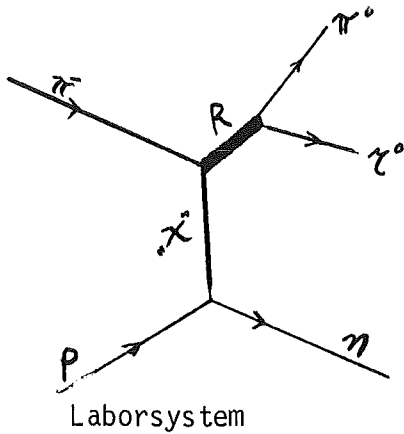


Fig. 4

B.1

ANHANG B

Das $\pi^0\eta^0$ -System kann Spin und Parität $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, \dots$ (natürliche Serie) haben. Erzeugt wird es durch Austausch eines Teilchen "X", so wie es im folgenden Schema erläutert ist.



Im GJ-System liegt die Z-Achse auf der Richtung des ausgetauschten Teilchens. Falls das ausgetauschte Teilchen Spin hat, ist die Streuverteilung auch vom Azimutwinkel ϕ abhängig. Die Streuamplituden werden durch die Kugelflächenfunktion $Y_{\ell}^m(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{(2\ell+1)}{4\pi}} \frac{(\ell-|m|)!}{(\ell+|m|)!} P_{\ell}^m(\cos\theta) e^{im\phi}$ beschrieben.

In $\pi^- + p \rightarrow \pi^0\eta^0 + n$ muß das ausgetauschte Teilchen die folgenden Eigenschaften haben: Ladung $Q_X = +$, Isospin $I_X = 0, 1, 2$, G-Parität = +, d.h. müßte in gerade Zahl von π -Mesonen zerfallen. Für diese Quantenzahlen kommen generell die:

natürliche Serie $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, \dots$ (ρ^- , f-Trajektorie)
 und die
 unnatürliche Serie $J^P = 0^-, 1^+, 2^-, 3^+, \dots$ (B-Trajektorie)
 in Frage.

Wir betrachten etwas spezieller den Austausch von:

$$\rho^+ \text{ mit } J^P = 1^- \quad \text{und} \quad B^+ \text{ mit } J^P = 1^+ .$$

Die folgenden Aussagen gelten qualitativ auch für den Austausch der betreffenden Serie.

Es gilt generell:

$$\vec{J}_{\pi^0 \eta^0} = \vec{L}_{\pi^0 \eta^0} = \vec{J}_{\pi^- X} = \vec{L}_{\pi^- X} + \vec{S}_X ,$$

da $S_{\pi^-} = 0$ und $S_{\eta^0} = 0$ sind.

$$P_{\pi^0 \eta^0} = P_{\pi^- X} = P_{\pi^- X} (-)^{L_{\pi^- X}}$$

Da $J_{\pi^0 \eta^0}$ und $P_{\pi^0 \eta^0}$ zu natürlichen Serie gehören müssen, ergeben sich folgende Kopplungen:

$$\rho^+ \text{-Austausch} \quad J_{\pi^0 \eta^0} = L_{\pi^- P} \quad , \quad P = (-)^L \quad ; \quad J^P \neq 0^+$$

$$B^+ \text{-Austausch} \quad J_{\pi^0 \eta^0} = L_{\pi^- B} \pm 1 \quad , \quad P = (-)^{L+1}$$

Wir dürfen die Quantisierungsachse z in π^- -Richtung legen. Dann ist $m_{L_{\pi^- X}} = 0$, und aus $m_{J_{\pi^0 \eta^0}} = m_{L_{\pi^- X}} + m_{S_X}$ folgt

$$\boxed{m_{J_{\pi^0 \eta^0}} = m_{S_X}}$$

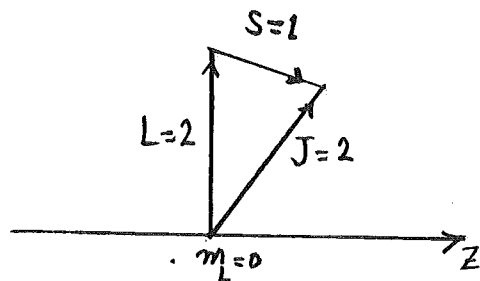
Mit dieser Vorstellung diskutieren wir den Erzeugungsmechanismus für die natürliche Serie des $\pi^0\eta^0$ -Systems.

1. Erzeugung von $J^P = 2^+$

a. aus $\pi^- \rho^+$:

Es muß sein:

$$J_{\pi^0\eta^0} = J_{\pi^- \rho^+} = L_{\pi^- \rho^+} = 2$$



(siehe nebenstehendes Bild)

Wir müssen also $L=2$ und $S=1$ zu $J=2$ koppeln, wobei wegen der Wahl der Quantisierungsachse generell gilt: $m_J = m_S = 0, \pm 1$. Die Clebsch-Gordon Koeffizienten sind:

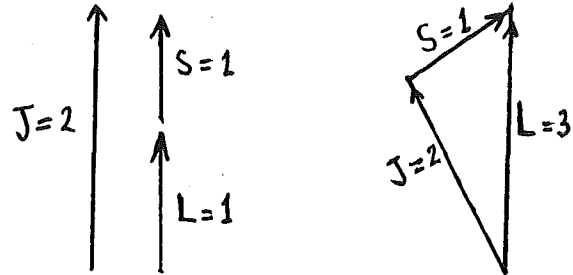
$$\begin{aligned} &\langle j_1 j_2 m_1 m_2 \mid j_1 j_2 J M \rangle \\ &\langle L S m_L m_S \mid L S J m_J \rangle \\ &\langle 2 1 0 0 \mid 2 1 2 0 \rangle = 0 \\ &\langle 2 1 0 1 \mid 2 1 2 1 \rangle = -\sqrt{1/2} \\ &\langle 2 1 0 -1 \mid 2 1 2 -1 \rangle = \sqrt{1/2} \end{aligned}$$

Daraus folgt, daß der die D-Welle beschreibende Anteil mit $m_J=0$ abwesend ist. Dagegen sind die $m = \pm 1$ Anteile vorhanden. Diese Beschreibung stimmt gut mit unserer t -Verteilung bei der A_2 -Masse, wobei es einen Vorwärtsdip gibt, überein. Außerdem erklärt das die Dominanz der $m=1$ Komponenten in der D-Wellenzerfallsverteilung des $A_2 \rightarrow \pi^0\eta^0$.

b. aus $\pi^- B^+$

Es muß sein: $J_{\pi^0 \eta^0} = J_{\pi^- B^+} = L_{\pi^- B^+} \pm 1$ und damit $L=1$ oder 3 .
Das gibt die nebenstehende Kopplung:

Die Anteile der $L=1$ und $L=3$ Beiträge hängen von der Wechselwirkung ab.



Wir betrachten nur den Fall $L=1$. Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten sind:

$$\begin{aligned}
 & \langle L \ S \ m_L \ m_S \mid L \ S \ J \ m_J \rangle \\
 & \langle 1 \ 1 \ 0 \ 0 \mid 1 \ 1 \ 2 \ 0 \rangle = \sqrt{2/3} \\
 & \langle 1 \ 1 \ 0 \ 1 \mid 1 \ 1 \ 2 \ 1 \rangle = \sqrt{1/2} \\
 & \langle 1 \ 1 \ 0 \ -1 \mid 1 \ 1 \ 2 \ -1 \rangle = \sqrt{1/2}
 \end{aligned}$$

Wir erhalten auch einen Anteil mit $m_J=0$ und dementsprechend erwarten wir starke Beiträge mit $m=0$ in der D-Wellenzerfallsverteilung. Das paßt nicht zu unseren gemessenen Winkelverteilungen.

Die Messungen der A_2 -Produktion bei verschiedener Energie /6/ hat ergeben, daß der Anteil des B-Austausches viel schneller mit P_{Lab} abfällt als der ρ -Austausch. Das paßt zu unserem Ergebnis, daß bei 40 GeV im wesentlichen nur noch ρ -Austausch vorhanden ist.

2. Erzeugungsmöglichkeiten des $\pi\eta$ -Zustandes mit $J_{\pi^0 \eta^0}^P = 1^-$ a. aus $\pi^- \rho^+$:

$$\text{Es ist wieder: } J_{\pi^- \rho^+} = L_{\pi^- \rho^+}, \quad m_{J_{\pi^- \rho^+}} = m_{S_{\pi^- \rho^+}} = 0, \pm 1$$

und damit hat man die Clebsch-Gordan-Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \langle 1 \ 1 \ 0 \ 0 \mid 1 \ 1 \ 1 \ 0 \rangle &= 0 \\ \langle 1 \ 1 \ 0 \ 1 \mid 1 \ 1 \ 1 \ 1 \rangle &= -\sqrt{1/2} \\ \langle 1 \ 1 \ 0 \ -1 \mid 1 \ 1 \ 1 \ -1 \rangle &= \sqrt{1/2} \end{aligned}$$

Der P-Wellenanteil mit $m_{J_{\pi-\rho}} = 0$ ist wieder unterdrückt. Es würden nur P-Wellen mit $m_{J_{\pi-\rho}} = \pm 1$ auftreten.

b. aus $\pi^- B^+$:

Wegen $J_{\pi^- B^+} = L_{\pi^- B^+} \pm 1$ ist $L=0$ und 2 möglich.
Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten für $L=0$ sind:

$$\begin{aligned} \langle 0 \ 1 \ 0 \ 0 \mid 0 \ 1 \ 1 \ 0 \rangle &= 1 \\ \langle 0 \ 1 \ 0 \ 1 \mid 0 \ 1 \ 1 \ 1 \rangle &= 1 \\ \langle 0 \ 1 \ 0 \ -1 \mid 0 \ 1 \ 1 \ -1 \rangle &= 1 \end{aligned}$$

d.h. alle m_J -Werte für $L=0$ sind gleichberechtigt.

Für den anderen Fall $L=2$ sind die Clebsch-Gordan-Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \langle 2 \ 1 \ 0 \ 0 \mid 2 \ 1 \ 1 \ 0 \rangle &= -\sqrt{2/5} \\ \langle 2 \ 1 \ 0 \ 1 \mid 2 \ 1 \ 1 \ 1 \rangle &= \sqrt{1/10} \\ \langle 2 \ 1 \ 0 \ -1 \mid 2 \ 1 \ 1 \ -1 \rangle &= \sqrt{1/10} \end{aligned}$$

d.h. es würde in der P-Wellenverteilung auch die Komponenten mit $m=0$ auftreten.

Die obige Betrachtung mit den Clebsch-Gordan-Koeffizienten ergibt, daß ein $J^P = 1^- \pi^0 \eta^0$ -Zustand über ρ - oder B -Austausch erzeugt werden könnte. Die beobachtete Abwesenheit einer $m=0$ und $m=\pm 1$ P -Welle in der Zerfallswinkelverteilung des $\pi^0 \eta^0$ -Systems kommt daher nicht von einer Behinderung der Erzeugung des $J^P = 1^- \pi^0 \eta^0$ -Zustandes.

3. Erzeugung des $\pi\eta$ -Systems im Zustand $J_{\pi^0 \eta^0}^P = 0^+$

a. aus $\pi^- \rho^+$:

Für $J=0$ müßte $L=S=1$ sein. Dann ist aber $P = (-)^L = (-)$; das paßt nicht zu $J_{\pi\eta}^P = 0^+$. Der Zustand $J^P = 0^+$ kann nicht durch ρ -Austausch erzeugt werden.

b. aus $\pi^- B^+$:

Wegen $J_{\pi^- B} = L_{\pi^- B} \pm 1$ und $P = (-)^{L+1}$ ist $L_{\pi^- B} = 1$ und $P = (+)$. Der Clebsch-Gordan-Koeffizient ist:

$$\langle 1 \ 1 \ 0 \ 0 \mid 1 \ 1 \ 0 \ 0 \rangle = -\sqrt{1/3}$$

da $J_{\pi\eta} = 0$ ist und $m_L = 0$ gibt es nur den $m_J = 0$ Anteil. Der $J_{\pi^0 \eta^0}^P = 0^+$ Zustand wird somit nur durch B^+ -Austausch mit $m_J = 0$ erzeugt. Da beim Austauschteilchen nur $m_S = 0$ beiträgt, erwarten wir keinen Vorwärtspip in der t -Verteilung. Das paßt zu unserer t -Verteilung im $\pi^0 \eta^0$ -Massenbereich 1000 - 1200 MeV.

Überlagerung von P- und D-Wellen:

Aus der Interferenz der ungeraden P1-Welle mit der geraden D1-Welle (beide haben gleiche Spinprojektion $m = \pm 1$) erwartet man eine Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie ähnlich wie bei der Interferenz von p- und s-Welle (mit $m=0$). Es ist

$$A(\theta, \phi) = P1 * (\gamma_1^1 + \gamma_1^{-1}) + D1 * (\gamma_2^1 + \gamma_2^{-1})$$

$$W(\phi, \theta) \sim |A(\theta, \phi)|^2 = \frac{1}{4\pi} [|P1|^2 \cdot 6 \cdot P_1^1(\cos \theta)^2 \sin^2 \phi + |D1|^2 \cdot \frac{10}{3} \cdot P_2^1(\cos \theta)^2 \sin^2 \phi + 2 \operatorname{Re}(P1 D1) \sqrt{20} P_1^1(\cos \theta) P_2^1(\cos \theta) \sin^2 \phi]$$

dabei wird:

$$\gamma_1^1 + \gamma_1^{-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} P_1^1(\cos \theta) (e^{i\phi} - e^{-i\phi}) \quad \text{mit} \quad P_1^1(\cos \theta) = \sin \theta$$

und

$$\gamma_2^1 + \gamma_2^{-1} = \sqrt{\frac{5}{24\pi}} P_2^1(\cos \theta) (e^{i\phi} - e^{-i\phi}) \quad \text{mit} \quad P_2^1(\cos \theta) = 3 \sin \theta \cos \theta$$

$\bar{W}(\theta)$, die über $\sin^2 \phi$ gemittelte Verteilung erhält man, indem man überall für $\sin^2 \phi$ den Faktor $1/2$ einsetzt.

Zur Bestimmung der Asymmetrie verwenden wir für jeden Massenbereich:

$$N_{\text{FB}}^{\text{phy}}(M, \cos \theta_i) = a_{\text{FB}} [\bar{W}(\cos \theta_i) - \bar{W}(-\cos \theta_i)]$$

Mit obiger Formel für $\bar{W}(\cos \theta)$ erhält man:

$$N_{\text{FB}}^{\text{phy}} \sim a_{\text{FB}} \cos \theta_i \sin^2 \theta_i, \quad \text{wobei } a_{\text{FB}} \text{ der Asymmetriekoeffizient ist.}$$

Bis zu $|\cos \theta| \leq 0.5$ gilt $\sin^2 \theta \geq 0.75$ und damit $\sin^2 \theta = 1$.

Da wir wegen der zum Rand hin abfallenden Akzeptanz bevorzugt den mittleren \cos -Bereich verwenden, gilt auch bei Anwesenheit einer D1-Welle in erster Näherung:

$$\text{Unterschied für } \pm \cos \theta_i \sim a_{FB} \cos \theta_i .$$

Veranschaulichung der partialen Wellen:

Fig. 26 zeigt den mathematischen Verlauf der Intensität von S-Welle ($m=0$), P1- und D1-Wellen ($m=\pm 1$) als Function von $\cos \theta$; dabei wird die Intensität der Überlagerung von S-Welle mit jeweils P1- und D1-Wellen dargestellt (über den Azimuthwinkel ϕ wird gemittelt). Diese theoretischen Winkelverteilungen kann man mit dem Verlauf von unseren experimentellen Winkelverteilungen vergleichen.

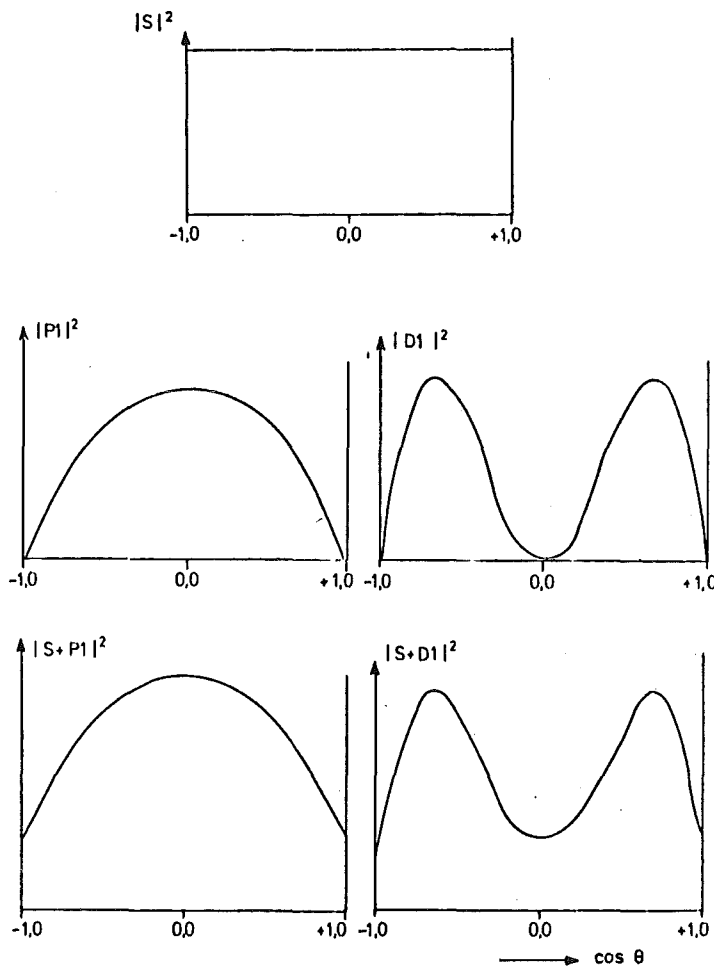


Fig. 26: Darstellung der Intensität von S-, P1- und D1-Wellen allein und der Interferenzen der S-Welle mit jeweils P1- und D1-Wellen (über ϕ gemittelt).

LITERATURZITATE

1. E. Lohrmann, Hochenergiephysik, Teubner Studienbücher (1978)
2. Particle Data Group, Rev.Mod. Phys. 52, No.2, II (1980)
3. A. Forino et al., Nuovo Cim. 35A (1976) 465
4. Yu.M. Antipov et al., Nucl.Phys. B63 (1973) 175
5. Suh Urkchung et al., Phys.Rev. 165 (1968) 1491
6. A.R. Dzierba et al., Phys.Rev. 2 (1970) 2544
7. E.N. May et al., Phys.Rev. 16 (1977) 1983
8. M.J. Corden et al., Nucl.Phys. B138 (1978) 235
9. K.H. Augenstein, Doktorarbeit, Karlsruhe 1978,
KfK-Externer Bericht 3/78-3 (1978)
10. M. Krüger, Doktorarbeit, Karlsruhe 1978,
KfK-Externer Bericht 2736 (1978)
11. Yu.B. Bushnin et al., Nucl.Instr. and Meth. 120 (1974) 391
12. W.D. Apel et al., Phys.Lett. 83B (1979) 131
13. Yu.M. Antipov et al., Nucl.Phys. B63 (1973) 153
14. M.J. Emms et al., Phys.Lett. 58B (1975) 117
15. C. Daum et al., Phys.Lett. 89B (1980) 276
16. H. Müller, Habilitationsschrift, Karlsruhe 1977,
KfK-Ext. 3/77-2 (1977)
17. F. Wagner et al., Phys.Lett. 58B (1975) 201
18. J.D. Hansen et al., Nucl.Phys. B81 (1974) 403
19. M. Margulies et al., Phys.Rev. 14 (1976) 667
20. Yu.M. Antipov et al., Nucl.Phys. B63 (1973) 141