KfK 3364 Juli 1982

# Ein theoretischer und praktischer Beitrag zum Trirotron, einem neuartigen UHF-Hochleistungsverstärker mit hohem Wirkungsgrad

K.-R. Müller Institut für Kernphysik

Kernforschungszentrum Karlsruhe

#### KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Kernphysik

KfK 3364

## EIN THEORETISCHER UND PRAKTISCHER BEITRAG ZUM TRIROTRON, EINEM NEUARTIGEN UHF-HOCHLEISTUNGSVERSTÄRKER

MIT HOHEM WIRKUNGSGRAD \*

K.-R. Müller

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

\* von der Fakultät für Elektrotechnik der Universität Karlsruhe genehmigte Dissertation

.

Als Manuskript vervielfältigt Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH ISSN 0303-4003

### A Theoretical and Practical Contribution to the Trirotron, a New High Power UHF Amplifier With High Efficiency

#### ABSTRACT

The Trirotron is a future UHF high power amplifier working with the modulation of the azimuthal entrance angle of the electron beam in the output travelling wave resonant ring. It promises MW cw and high efficiency. Different kinds of the Trirotron and their working principle are discussed. A theoretical treatment of the Trirotron is undertaken. Measurements on a test model of the steering resonant ring are carried out showing the only in one direction azimuthal rotating RF wave. The design and construction of an experimental device for generating and measuring the rotating electron beam is presented.

#### KURZFASSUNG

Das Trirotron ist ein zukünftiger UHF-Hochleistungsverstärker, der nach dem Prinzip der Modulation des azimutalen Eintrittswinkels des Elektronenstrahls in den Ausgangsresonanzring arbeitet. Es läßt Megawattleistung im kontinuierlichen Betrieb und einen hohen Wirkungsgrad erwarten. Seine Arbeitsweise und seine unterschiedlichen Ausführungsarten werden diskutiert. Anschließend wird eine theoretische Analyse des Trirotrons vorgenommen. An einem Testmodell des Steuerresonanzrings werden Messungen durchgeführt, die u.a. die ausschließlich in einer Richtung azimutal umlaufende HF-Welle nachweisen. Der Entwurf und die Konstruktion eines Experimentieraufbaus, der einen rotierenden Elektronenstrahl erzeugen und meßtechnisch erfassen soll, wird vorgestellt.

### INHALTSVERZEICHNIS

	S	seite
1.	EINLEITUNG	. 1
2.	TRIROTRONARTEN UND DEREN FUNKTIONSWEISE	. 5
3.	TRIROTRONKATHODEN	. 9
	3.1 Multipactor Electron Gun (MEG)	. 9
	3.2 Feldemissionskathoden	. 13
	3.3 Thermische Kathoden	. 15
	3.3.1 Direkt geheizte Kathoden	. 16
	3.3.1.1 Reine Metallkathoden	. 16
	3.3.1.2 Kathoden mit erniedrigter Austrittsarbeit	. 16
	3.3.2 Indirekt geheizte Kathoden	. 17
	3.3.3 Halbindirekt geheizte Kathoden	. 18
	3.4 Kathodenauswahl	. 18
4.	THEORETISCHE TRIROTRONANALYSE	. 20
	4.1 <u>Zirkulares Trirotron</u>	. 20
	4.1.1 Kathode	. 20
	4.1.1.1 Statisches Magnetfeld durch die Heizdrähte	. 22
	4.1.1.2 Emissionsstrom und Emissionsstromdichteverteilun	ig 23
	4.1.2 Kinetische Elektronenenergie und Beschleunigungsleistung	J. 32
	4.1.3 Innerer Resonanzring (koaxialer Radialstegresonanzring).	. 34
	4.1.3.1 Resonanzfrequenzberechnung	. 38
	4.1.3.2 Verlustleistung und Güte	. 41
	4.1.3.3 Koppelfaktor	. 42
	4.1.3.4 Einflüsse von Fertigungstoleranzen	. 44
	4.1.4 Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke	. 45
	4.1.5 Äußerer Resonanzring	. 47
	4.1.5.1 Auskoppelfaktor	. 53
	4.1.6 Elektronischer Wirkungsgrad	. 54
	4.1.7 Betriebswirkungsgrad	. 58

·	<ul> <li>4.1.8 Verstärkung</li> <li>4.2 <u>Zylindrisches Trirotron</u></li> <li>4.2.1 Emissionsstrom und Emissionsstromdichteverteilung</li> <li>4.2.2 Ausgangsresonanzring</li> <li>4.2.3 Elektronischer Wirkungsgrad</li> </ul>	58 60 60 61 64
5.	RELATIVISTISCHE ERWEITERUNG DER TRIROTRONANALYSEFÜR COMPUTERBERECHNUNGEN.5.1 Relativistische Kraftgleichung in Zylinderkoordinaten.5.2 Relativistische Berechnung des elektronischen Wirkungsgrades	66 66 67
6.	RADIALSTEGRESONANZRING: MESSUNGEN, PROBLEME, LÖSUNGEN6.1 Resonanzfrequenz6.2 Güte6.3 Radiales elektrisches Feld (Störkörpermessung)6.4 Umlaufende Welle	69 72 73 76 77
7.	KONSTRUKTIONSBESCHREIBUNG ZUM TRIROTRONEMISSIONSEXPERIMENT.7.1 Kathode.7.2 Innerer Resonanzring.7.3 Anodenbereich.7.4 Gesamtkonstruktion.	86 86 88 89 91
8.	ZUSAMMENFASSUNG.         APPENDIX A         APPENDIX B         APPENDIX C         APPENDIX D         APPENDIX E         APPENDIX F         APPENDIX G         APPENDIX H	95 97 99 100 103 105 107 109
	APPENDIX I	112

LISTE DER VERWENDETEN FORMELZEICHEN.....

LITERATURVERZEICHNIS.....

#### 1. EINLEITUNG

Für zukünftige Hochstrombeschleuniger (z.B. Spallations-Neutronenquelle, Beschleunigerbrüter) oder Fusion gewinnen Hochfrequenzverstärker im Frequenzbereich oberhalb von 200 MHz bis hin zu einigen GHz mit Leistungen im Megawattbereich immer mehr an Bedeutung. Hierbei spielt insbesondere der Wirkungsgrad eines solchen Leistungsverstärkers – vor allem auch wegen der steigenden Energiekosten – eine wichtige Rolle.

Als Leistungsverstärker im UHF-Frequenzbereich (ca. 300-3000 MHz) repräsentiert das Klystron den derzeitigen Stand der Technik. Hinsichtlich der Stufenleistung\* und des Wirkungsgrades, der bei industrieller Serienfertigung ca. 65% erreicht, läßt das Klystron nur noch wenig Entwicklungsspielraum offen.

Aus diesen Gründen wurde in den letzten Jahren ein Verstärkungsprinzip [1] aufgegriffen, bei dem nicht die Dichtemodulation des Elektronenstrahls die HF-Anregung des Ausgangsresonators bewirkt, sondern die Modulation des azimutalen Eintrittswinkels des Elektronenstrahls in den Ausgangsresonanzring (siehe Kapitel 2). Man unterscheidet zwei Verstärkerarten: das Gyrocon und das Trirotron (= planares Gyrocon). Von beiden werden Stufenleistungen im Megawattbereich und Betriebswirkungsgrade im Bereich von 80% erwartet [2,3]. Beide Verstärker sind schmalbandig und lassen sich bei Frequenzen im Dezimeterwellenbereich [3] einsetzen. Als Übersicht sei [4] empfohlen.

Auf das Gyroconprinzip, das in der UdSSR in Novosibirsk [5], in den USA in Los Alamos [3] und in Norwegen in Trondheim [6,7] weiterverfolgt wird, sei hier nicht weiter eingegangen.

Das Trirotron (TRIode producing a ROtating beam for RF amplification), das 1979 [2] vorgeschlagen wurde, stellt eine planare Version des radialen Gyrocons (Abb.1) dar und verbindet nach überschlägigen Computerbe-

\* Stufenleistung = Leistung z.B. eines Klystrons, d.h. einer Verstärkerstufe

rechnungen [2] die hohe Stufenleistung und den hohen Wirkungsgrad des Gyrocons mit einer kompakten Aufbauweise. Aus ihr resultiert neben der geringeren physikalischen Größe auch die Vermeidung der aufwendigen Strahlauslenkeinrichtungen (Ablenkresonator(en), magnetischer Dipol). Weiterhin ist im Gegensatz zum Gyrocon prinzipiell eine Steuerung der HF-Ausgangsleistung über die eingespeiste Hochfrequenzleistung möglich (entspricht Verstärkern im C-Betrieb). Zur Modulation bietet sich die Kathodenvorwährend die beschleunigende Hochspannung aus technischen spannung an, wegen des Gesamtwirkungsgrades ungeeignet erscheint. Gründen bzw. Ein weiterer Vorteil des Trirotrons gegenüber dem Gyrocon liegt darin, daß die HF-Steuerleistung im wesentlichen nicht den Weg des Elektronenstrahls beeinflußt.



<u>Abb. 1:</u>

radiales Gyrocon (schematisch)

Während Einzelexemplare des Gyrocons bereits in Novosibirsk und in Los Alamos gebaut wurden, existiert vom Trirotron bisher nur ein kurzgefaßter Realisierungsvorschlag [2,3]. Dieser [2] beschränkt sich hauptsächlich auf die Beschreibung der prinzipiellen Wirkungsweise des Trirotrons, die graphische Darstellung der Stromdichteverteilung, die Koppelfaktorberechnung und die Computerberechnung des elektronischen Wirkungsgrades mit Berücksichtigung der ohmschen Verluste des äußeren Resonanzrings, wobei eine uniforme Stromdichte vorausgesetzt wurde.

Aus den oben angeführten Gründen besteht auf Seiten der Anwender Interesse an der Realisierung von Trirotrons. Da der Gesamtaufbau eines solchen Gerätes beim jetzigen Stand der Theorie und Technik jedoch den Rahmen einer einzelnen Dissertation sprengen würde, soll diese Arbeit Grundlagen

für den Bau eines Trirotrons schaffen. Diese könnten sowohl theoretischer als auch theoretisch-praktischer Natur sein. Bei einer rein theoretischen Arbeit, müßte eine Analyse des Trirotrons vorgenommen und ein umfangreiches Computerprogramm (dreidimensionales zeitabhängiges Problem) erstellt werden. dessen Resultate nicht überprüfbar wären und deren Aussagekraft in bezug auf die erstrebte praktische Realisierung nicht feststünde. Zum jetzigen Zeitpunkt erscheint daher eine Analyse des Trirotrons sowie ein erster Schritt in Richtung auf einen praxisorientierten Aufbau sinnvoller. Aus diesen Gründen wird erstmalig (s.a.[8]) eine systematische und umfassende Analyse des Trirotrons vorgenommen. Ferner werden neuartige Messungen an einem koaxialen Radialstegresonanzring, dem Grundbaustein eines zirkularen Trirotrons, vorgenommen und ein Konstruktionsentwurf zur Erzeugung eines rotierenden Elektronenstrahls konzipiert. Das Experiment, das den rotierenden Elektronenstrahl nachweisen soll - hier als Trirotronemissionsexperiment (TEE) bezeichnet - wurde vorbereitet. Die Frequenz des TEEs soll zwischen 200 MHz und 400 MHz liegen, da in diesem Frequenzbereich die erforderlichen Meßgeräte sowie der Steuersender zur Verfügung stehen. Für eine spätere Nutzung eines Trirotrons kommt am Institut für Kernphysik II (IK II) das Gebiet der Teilchenbeschleuniger in Betracht. Da im IK II Entwicklungsarbeiten an der Andrejew-(disk-andwasher-)Struktur für den Protonenbeschleuniger der geplanten Spallationsneutronenquelle [9] betrieben werden, wurde deren Frequenz von 324 MHz für die Trirotronarbeiten übernommen.

#### Die Vorgehensweise dieser Arbeit ist folgende:

Zuerst (Kapitel 2) werden Überlegungen zu den verschiedenen Möglichkeiten, ein Trirotron zu realisieren, angestellt. Hierbei werden Möglichkeiten aufgezeigt, auch lineare oder zylindrische Trirotronausführungen aufzubauen, die jedoch gegenüber der zirkularen Trirotronversion anwendungstechnische Nachteile aufweisen. Deshalb beziehen sich die dann folgenden Berechnungen und Überlegungen vor allem auf das zirkulare Trirotron, können jedoch wegen der ähnlichen Funktionsweise zum Teil auch auf das lineare und das zylindrische Trirotron angewandt werden.

Da die Kathode des Trirotrons in ihren Abmessungen und der Emissionsanregung außergewöhnlich ist, erschien es notwendig, der theoretischen Trirotronanalyse ein Kapitel voranzustellen, das bisher noch nicht behandelt wurde, nämlich die theoretische Untersuchung verschiedener Kathodenarten

hinsichtlich ihrer Eignung als Trirotronkathode. Mit dem Ergebnis, daß beim jetzigen Stand der Technik eine thermische Kathode im Trirotron Verwendung finden sollte, wird in Kapitel 4 mit der Analyse des Trirotrons begonnen. Neben der Berechnung der Emissionsstromdichteverteilung und des Emissionsstroms, deren Ergebnisse auch in [2] zu finden sind, werden Berechnungsgrundlagen für das statische Magnetfeld durch die Kathodenheizdrähte angegeben. Anschließend werden Formeln für die benötigte HF-Steuerleistung und die Gleichleistung hergeleitet. Es folgt erstmals eine Beschreibung der Berechnungsgrundlagen des inneren Resonanzrings. Neu sind in diesem Zusammenhang die in Kapitel 4.1.4 dargelegten Überlegungen, die Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke auch zur Strahlfokussierung zu verwenden. Es zeigt sich, daß zusätzlich zur Beschleunigung eine axiale Strahlfokussierung auf elektrostatischem und prinzipiell auch auf magnetostatischem Wege möglich ist. In diesem Unterkapitel wird auch eine erste Abschätzung der Geschwindigkeitsverteilung im Elektronenstrahl nach Durchflug der Beschleunigungsstrecke vorgenommen. Kapitel 4.1.5 befaßt sich mit den Berechnungsmethoden des äußeren Resonanzrings. Mit den oben gewonnenen Ergebnissen der Geschwindigkeitsverteilung im Elektronenstrahl läßt sich eine Abschätzung des elektronischen Wirkungsgrades ähnlich der in [5] für das Gyrocon vorgenommenen durchführen. Es folgt eine Behandlung des Betriebswirkungsgrades und der Verstärkung des Trirotrons. Im Anschluß daran werden Berechnungen für das zylindrische Trirotron angeführt. Als Grundlage für Computerberechnungen werden im folgenden Kapitel die relativistische Kraftgleichung und die Gleichung zur relativistischen Berechnung des elektronischen Wirkungsgrades hergeleitet.

Die systematische Beschreibung aller Trirotronkomponenten erlaubt nun die Dimensionierung der Komponenten für das geplante TEE. Den Grundbaustein bildet hierbei der neuartige innere Radialstegresonanzring, der im folgenden auch als innerer Resonanzring bezeichnet wird. Deshalb wurden an einem Modell dieses Resonanzrings HF-Messungen durchgeführt, die die Ausbildung der erwarteten HF-Felder sowie technische Lösungen für die HF-Speisungs-, Kopplungs- und Abstimmprobleme nachweisen und deren Ergebnisse in Kapitel 6 behandelt werden. Zusätzlich wurde der Aufbau des neuartigen TEEs konzipiert, die Konstruktion (Kapitel 7) durchgeführt und die Komponentenfertigung eingeleitet. Der Aufbau des TEEs und die anzuschließenden Messungen überschreiten den Rahmen dieser Dissertation.

#### 2. TRIROTRONARTEN UND DEREN FUNKTIONSWEISE

Neben der in [2] vorgeschlagenen zirkularen Version des Trirotrons kann man sich weitere Trirotronarten vorstellen, die hier zur Unterscheidung linear und zylindrisch genannt werden und deren Erwähnung in Veröffentlichungen bisher nicht festgestellt werden konnte. (Trotz der Bedeutung des Namens Trirotron (Kapitel 1) wurde hier die Bezeichnung 'lineares' Trirotron gewählt, da das lineare Trirotron eine abgerollte Version des zirkularen Trirotrons darstellt.) Alle diese Trirotronarten sind in Abb.2a-2c schematisch dargestellt. Abb.2c zeigt einen Abschnitt des linearen Trirotrons.

Das zylindrische und das lineare Trirotron unterscheiden sich vom zirkularen Trirotron und vom Gyrocon vor allem darin, daß der Elektronenstrahl nicht in radialer Richtung in den Ausgangsresonanzring eintritt. Das zylindrische Trirotron stellt eine Alternative zum zirkularen Trirotron dar. Seine Vorteile liegen in der besseren Zugänglichkeit der Komponenten, der einfacheren Kathodenjustierung, der ebenen Emissionsfläche der Kathode und den ausschließlich axial gerichteten elektrischen Feldern in den Seine radialen Abmessungen sind jedoch nach ersten Resonanzringen. Rechnungen größer als die des zirkularen Trirotrons. Insbesondere ergibt sich ein größerer Kathodenumfang als beim zirkularen Trirotron (vorausgesetzt, man wählt als Kathodenradius den Radius des maximalen elektrischen Feldes im koaxialen Axialstegresonanzring. Dieser Radius ist vor allem dann größer, wenn der Ausgangsresonanzring nicht ebenfalls ein mit einem Steg belasteter Resonanzring ist). Abb.2b zeigt ein zylindrisches Trirotron mit einem koaxialen Axialstegresonanzring als Steuerresonanzring, der jedoch auch durch einen einfachen Koaxialresonanzring ähnlich dem als Ausgangsresonanzring verwendeten ersetzt werden könnte. Auch ein Übergang vom Koaxialresonanzring zum kreiszylindrischen Resonanzring ist vorstellbar. Trotzdem bleiben die im Vergleich zum zirkularen Trirotron größeren radialen Abmessungen, die den Bau eines zylindrischen Trirotrons bei Frequenzen unterhalb von etwa 500 MHz erschweren. Deshalb wird auf eine detaillierte Beschreibung des zylindrischen Trirotrons verzichtet. Bei Frequenzen oberhalb von 500 MHz ist die Baugröße des zylindrischen Trirotrons jedoch kein Nachteil mehr. Deswegen ist das zylindrische Tri-



<u>Abb. 2:</u> a) zirkulares Trirotron



<u>Abb. 2:</u> b) zylindrisches Trirotron



Abb. 2: c) lineares Trirotron

rotron in diesem Frequenzbereich wieder attraktiv.

Das lineare Trirotron stellt, wie oben erwähnt, eine abgerollte Version des zirkularen bzw. eine aufgebogene Version des zylindrischen Trirotrons dar. Bei ihm wird in das eine Ende des in Abb.2c oben dargestellten Eingangswellenleiters eine fortschreitende Welle eingespeist, die die Kathode zur Emission veranlaßt. Das andere Ende des Eingangshohlleiters muß reflexionsfrei abgeschlossen werden. Hierdurch geht ein Teil der eingespeisten HF-Leistung verloren. Somit wird die Verstärkung des linearen Trirotrons herabgesetzt, weshalb diese Trirotronversion im folgenden nicht mehr behandelt wird.

Das zirkulare Trirotron (Abb. 2a) arbeitet folgendermaßen:

An der Innenseite eines Resonanzrings befindet sich eine ringförmige Kathode. In ihm wird eine in azimutaler Richtung umlaufende Welle erzeugt, so daß über dem Umfang des Resonanzrings gerade eine Schwingungsperiode liegt. Die negative Halbwelle der HF-Schwingung bewirkt eine Emission der Kathode, wohingegen die positive Halbwelle eine Emission verhindert. Da die HF-Welle in azimutaler Richtung an der Kathode vorbeiläuft, erscheint an der Außenseite dieses Resonanzrings ein azimutal umlaufender Elektronenstrahl (ähnlich dem umlaufenden Lichtkegel eines Leuchtturms). Nach einer Gleichspannungsbeschleunigung in radialer Richtung gelangt der Elektronenstrahl in einen zum inneren Resonanzring koaxialen äußeren Resonanzring. Dort regt er eine azimutal umlaufende HF-Welle an, die mit dem Elektronenstrahl mitläuft und die kinetische Energie der Elektronen in HF-Energie umwandelt. Die abgebremsten Elektronen gelangen schließlich in den Kollektor.

Bei den in [2] angeführten Computerergebnissen ließen sich Betriebswirkungsgrade von 80% und mehr mit azimutalen Elektronenstrahlbreiten von ca. 50°-80° erreichen. Solche Winkelbreiten können dadurch erzielt werden, daß dem Wechselfeld des inneren Resonanzrings ein elektrisches Gleichfeld überlagert wird (s.a. Kapitel 4.1.1.2). Eine andere Möglichkeit besteht darin, ein Strahlerzeugungssystem zu verwenden, das bei ausschließlicher HF-Anregung einen Elektronenstrahl geringer Winkelbreite erzeugt.

Die zeitlichen Winkel des Elektronenstrahls im Klystron betragen demgegenüber 110° [3]. Die geringere Winkelbreite des Elektronenstrahls im Trirotron gemeinsam mit der annähernd gleichen Geschwindigkeit aller Elektronen bei Eintritt in den äußeren Resonanzring (Kapitel 4.1.4) läßt einen besseren elektronischen Wirkungsgrad des Trirotrons zu (Kapitel 4.1.6).

#### 3. TRIROTRONKATHODEN

Die Kathode des Trirotrons, die für Leistungen im Megawattbereich Ströme in der Größenordnung von 10 A liefern muß, ist in mehrerer Hinsicht ungewöhnlich:

- 1. Sie hat einen großen Umfang (bei f = 300 MHz beträgt er ca. 1m).
- 2. Die emittierende Fläche beschreibt einen Zylindermantel.
- 3. Die Emissionssteuerung erfolgt durch eine umlaufende Hochfrequenzwelle.
- Der von der Kathode erzeugte Elektronenstrahl soll eine geringe azimutale Winkelbreite aufweisen.

Deshalb soll in diesem Kapitel auf die verschiedenen Kathodenarten eingegangen werden, die bei einem Trirotron Anwendung finden könnten. Hierfür gibt es drei prinzipielle Möglichkeiten, nämlich die 'multipactor electron gun', die Feldemissionskathoden und die verschiedenen thermischen Kathoden. Wie sich im folgenden zeigen wird, scheiden die 'multipactor electron gun' aufgrund höheren Steuerleistungsbedarfs und die Feldemissionskathoden wegen zur Zeit ungelöster Technologie aus, wohingegen thermische Kathoden geeignet erscheinen.

#### 3.1 Multipactor Electron Gun (MEG)

Bei der MEG [10,11] handelt es sich um eine Elektronenkanone, die auf dem Prinzip der hochfrequenten Pendelvervielfachung von Sekundärelektronen basiert (multipactor = multiplier action). Hierfür benötigt man [12] einen HF-Resonator, üblicherweise einen Stegresonator (Abb.3). Die elektrische Feldstärke E<sub>7</sub> im Resonatorspalt beschleunigt während einer Halbwelle der HF Elektronen von der linken zur rechten Spaltseite. Hier werden durch die Energie der auftreffenden Elektronen Sekundärelektronen erzeuqt. Damit diese wieder zur linken Spaltseite zurückbeschleunigt werden, muß sich das elektrische HF-Feld umgekehrt haben. Sie erzeugen dann auf der linken Spaltseite eine zweite Generation von Sekundärelektronen, die nun ihrerseits zur rechten Spaltseite beschleunigt werden müssen. Daraus folgt, daß sich einerseits das elektrische Feld bei Auftreffen der Elektronen auf der Resonatorwand umgekehrt haben muß (Multipactor-



Abb. 3: Multipactor electron gun

bedingung) und andererseits die Sekundärelektronenausbeute s<sub>e</sub>  $\ge 1$  sein muß. Wenn die Sekundärelektronenausbeute größer als 1 ist, kann man der einen Seite des Spalts eine bestimmte Durchlässigkeit geben. Hierdurch kann ein Teil der hin- und herpendelnden Elektronen jeweils im Takte der HF den Resonator verlassen.

Die Multipactorbedingung für ein Elektron, das im Nulldurchgang der Hochfrequenz an einer der beiden Oberflächen des Spaltes mit der Geschwindigkeit O startet, ergibt sich für ein homogenes elektrisches Wechselfeld bei bekannter HF-Spannungsamplitude U<sub>HF</sub> nach zweimaliger Integration der Gleichung:

$$\frac{dv_z}{dt} = \eta E_{HF} sin\omega t$$

von  $\omega t = 0$  bis  $\omega t = \pi z u$ 

$$b_{s} = \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{\eta}{c^{2}} \frac{U_{HF}}{\pi}} (m)$$

(3.1)

 $b_s$  = Resonatorspaltbreite (m)  $E_{HF} = U_{HF}/b_s$ f = Frequenz (Hz)  $\eta$  = spezifische Ladung des Elektrons (As/kg)  $c^2/\eta$  = Ruhespannung des Elektrons = 0.51•10<sup>6</sup> V. Der aus der Röhrentechnik bekannte statische Laufzeitwinkel lautet dann

$$\alpha_{L} = 360^{\circ} \cdot f \cdot \tau = 360^{\circ} \cdot f \cdot b_{s} \cdot \sqrt{\frac{2}{\eta}} \frac{1}{\sqrt{U_{HF}}} = 143.6^{\circ}$$
 (3.2)

 $\tau$  = Laufzeit (s).

Damit die Sekundärelektronenausbeute größer als eins ist, ist je nach Resonatormaterial eine bestimmte Elektronenenergie nötig. Diese läßt sich Tabellen [13] entnehmen. Hieraus ergibt sich dann insbesondere die für maximale Sekundäremission benötigte statische Beschleunigungsspannung U der Elektronen. Um die zugehörige HF-Spannungsamplitude U<sub>HF</sub> zu erhalten, muß man die kinetische Energie W<sub>kin</sub>, die ein Elektron während einer halben HF-Periode gewinnt,

$$W_{kin} = \int_{\omega}^{b} Fds = -eE_{HF} \int_{0}^{b} sin\omega tds = -\frac{enE_{HF}^{2}}{\omega} \int_{0}^{\frac{\pi}{\omega}} (sin\omega tcos\omega t-sin\omega t)dt$$
$$= \frac{2enE_{HF}^{2}}{\omega^{2}}$$

mit ds =  $\frac{\eta}{\omega} E_{HF}$  (cos $\omega$ t-1)dt,

mit der Energie eU gleichsetzen. Mit  $E_{HF} = U_{HF}/b_s$  und der Multipactorbedingung (3.1) für b<sub>s</sub> ergibt sich:

$$U_{\rm HF} = \frac{\pi}{2} U \quad . \tag{3.3}$$

Für die maximale Stromdichte im Resonatorspalt ergibt sich bei Verwendung des Child-Langmuir-Gesetzes für raumladungsbegrenzten Elektronenstrom aus einer planaren Diode (das hier infolge der zeitlichen Änderung des elektrischen Feldes nur näherungsweise erfüllt ist):

$$J = 2.335 \cdot 10^{-6} \frac{U^{3/2}}{b_s^2} \approx 167 \cdot 10^{-18} f^2 \sqrt{U_{HF}} \left(\frac{A}{m^2}\right).$$
(3.4)

Die Winkelbreite des so entstandenen Elektronenstrahls beträgt laut der in [10,11] angeführten Meßergebnisse und der Berechnungen in [14] wenige Grad. Dies ließe einen hohen elektronischen Wirkungsgrad des Trirotrons zu. Um eine nach dem Multipactorprinzip arbeitende Kathode im zirkularen Trirotron anwenden zu können, müßte der HF-Resonator ein Koaxialresonanzring bzw. ein koaxialer Radialstegresonanzring (Kap. 4.1.3) sein. Vertauscht man zu diesem Zweck in Abb.3 die r- mit der z-Achse, so erhält man den in Abb.4 dargestellten Querschnitt durch einen Radialstegresonanzring, der als 'multipactor electron gun' dienen kann.



Abb. 4: Multipactorkathode im Radialstegresonanzring

Für  $r_a/r_s \simeq 1$  lassen sich die oben hergeleiteten Gleichungen näherungsweise auch für einen Koaxialresonator verwenden, sofern man nur die radiale elektrische Feldstärke berücksichtigt. Hierdurch ist eine Abschätzung der maximalen Stromdichte im Resonatorspalt und der benötigten HF-Spannungsamplitude U<sub>HF</sub> möglich.

Betrachtet man die Eignung einer nach dem Multipactorprinzip arbeitenden Kathode für das Trirotron, so stellt man fest, daß hier zu der Bedingung, daß über dem Umfang des inneren Resonanzringes eine HF-Schwingungsperiode liegen soll, noch die Multipactorbedingung (3.1) erfüllt sein muß. Durch letztere ist die Spaltbreite b<sub>s</sub> festgelegt. Damit der im Resonanzring hin- und herpendelnde Strom möglichst gering ist (HF-Steuerleistung, Resonanzringwandaufheizung), muß man maximale Sekundäremission ermöglichen. Mit dem maximalen Sekundäremissionskoeffizienten s<sub>e</sub> ist jedoch bei vorgegebenem Resonatormaterial eine bestimmte Elektronenenergie verknüpft. Diese legt gleichzeitig die HF-Spannungsamplitude U<sub>HF</sub> und die Spaltbreite b<sub>s</sub> fest, wenn die Betriebsfrequenz des Trirotrons und somit

die Resonanzfrequenz des Radialstegresonators bekannt ist. Ohne ein elektrisches Gleichfeld  $E_{G}$  ist damit die maximale Stromdichte im Resonanzringspalt festgelegt. Da die Gittertransparenz ebenfalls vom Sekundäremissionskoeffizienten abhängt, ist der Elektronenstrahlstrom des Trirotrons somit nur noch durch Verändern der Emissionsfläche, d.h. der axialen Steghöhe des Resonanzrings, die etwa gleich der Gitterhöhe ist, einstellbar.

Aus der bisherigen Diskussion der MEG ergeben sich verschiedene Nachteile für den Einbau in ein Trirotron. Erstens darf nur ein kleiner Teil, z.B. 20% [11], des hin- und herpendelnden Stroms den Resonanzring verlassen, da der restliche Strom zur Aufrechterhaltung der Sekundäremission benö-Dies bedeutet aber, daß der HF-Steuersender neben der Resotigt wird. nanzringverlustleistung einerseits die Leistung für die den Resonanzring verlassenden Elektronen bereitstellen muß, andererseits jedoch Leistung in die im Resonanzring hin- und herpendelnden Elektronen einspeisen muß. Der im Resonanzring hin- und herpendelnde Elektronenstrom liegt aber z.B. um den Faktor 5 über dem austretenden Elektronenstrahlstrom, wodurch eine etwa 10mal höhere HF-Speiseleistung nötig wird. Zweitens driften infolge der Raumladungskräfte Elektronen während des Hin- und Herpendelns aus dem mit dem Gitter versehenen Stegbereich und gehen verloren. Dies alles würde zu einer erheblichen Verringerung der Leistungsverstärkung des Trirotrons führen.

## 3.2 Feldemissionskathoden ([15,16])\*\*

Bei der Feldemissionskathode wird die Elektronenemission durch ein hohes elektrisches Feld ( $E > 10^9$  V/m) an der Kathode ausgelöst. Feldstärken dieser Größenordnung lassen sich dadurch realisieren, daß als Kathoden Spitzen mit Radien von einigen -zig Nanometern bis zu 1µm verwendet werden, an denen sich infolge der Feldüberhöhungen elektrische Felder der gewünschten Größenordnung einstellen. Die Emissionsstromdichte einer solchen Spitze ist hauptsächlich abhängig vom elektrischen Feld E(V/m) an

\*\* es wird darauf hingewiesen, daß die Beschreibung und die Daten über die TFFEC und Spindt-Kathode aus [15] und [16] stammen.

der Spitze und der Austrittsarbeit  $\phi_A(eV)$  des Materials aus dem die Spitze gefertigt wurde und ergibt sich nach Vereinfachung der Fowler-Nordheim-Theorie näherungsweise zu [15,17]:

$$J = c_1 \left(\frac{E^2}{\phi_A}\right) \exp(-c_2 \frac{\phi_A^{3/2}}{E}) \left(\frac{A}{m^2}\right) .$$
 (3.5)

Hierin ist  $c_1$  eine Konstante, die den Wert  $c_1 = 1.4 \cdot 10^{-6} (AeV/V^2)$  hat und  $c_2 = 6.87 \cdot 10^9 \cdot (0.95 - 1.44 \cdot 10^{-9} \cdot E/\phi_A^2) (V/((eV)^{3/2} \cdot m)).$ 

Wegen des geringen Stroms einer solchen Spitze (bei einer Molybdänspitze mit einer emittierenden Fläche von z.B.  $4 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$ , der Austrittsarbeit  $\phi_{\Lambda}$  = 4.24 eV und einer elektrischen Feldstärke von E = 5•10<sup>9</sup> V/m ergibt sich ein Strom von I = 44.5  $\mu$ A), benötigt man für Ströme von einigen Ampere, wie man sie im Trirotron braucht, mehrere tausend solcher Spitzen pro  $mm^2$ . Solche dichtgepackten 'Nadelkissen' (FEA = field emitting array) werden von verschiedenen Instituten [18] entwickelt. Sie unterscheiden sich in der Art der Herstellung und in den verwendeten Materialien. Am weitesten fortgeschritten ist bisher die sogenannte thin film field emission cathode (TFFEC) vom Stanford Research Institute (SRI), die hier stellvertretend für die übrigen FEAs etwas näher betrachtet wird. Bei dieser Kathode konnten auf Kreisflächen mit einem Durchmesser von 1 mm etwa 5000 nahezu identische Spitzen unter Anwendung moderner Dünnfilmtechnik und Elektronenstrahllithographie hergestellt werden [16]. Abb.5 zeigt ein schematisches Bild der TFFEC. Die Maße dieser Kathode konnten von Spindt soweit verbessert werden, daß er Spitzenradien von 0.03 -0.08 μm erreichte und der Durchmesser der Beschleunigungselektrodenöffnung auf 0.5 - 0.8 µm verringert wurde [16].

Eine solche Kathode liefert pro Konus zwischen 1  $\mu$ A und 150  $\mu$ A bei Spannungen zwischen 50 V und 300 V an der Beschleunigungselektrode. Bei 5000 Konussen auf einer Kreisfläche mit einem Durchmesser von 1 mm wurden mehr als 150 mA Strom gezogen, d.h. etwa 20 A/cm<sup>2</sup>.

Daraus geht hervor, daß sich eine solche Kathode, zumal da sie sich in eine Microstrip-Leitung einbauen läßt [16], prinzipiell als Trirotronkathode eignet. Insbesondere ist es infolge der exponentiellen E-Feld-

- 14 -





Abhängigkeit der Stromdichte möglich, bei HF-Speisung der Kathode schmale azimutale Winkelbreiten des Elektronenstrahls ohne zusätzliche Überlagerung eines elektrischen Gleichfeldes zu erreichen. Hierdurch und durch die niedrige Beschleunigungsspannung von 50 V ... 300 V wird nur eine geringe HF-Leistung zur Beschleunigung der Elektronen bei gleichzeitig hohem elektronischem Wirkungsgrad im Ausgangsresonanzring (geringe azimutale Winkelbreite des Elektronenstrahls) benötigt. Dies erhöht die Verstärkung und den Betriebswirkungsgrad des Trirotrons, sofern man die dielektrischen und Abstrahlungsverluste außer acht läßt. Gleichzeitig soll jedoch darauf hingewiesen werden, daß eine solche Kathode für einen Trirotronemissionsversuch, bei dem die prinzipielle Machbarkeit des Trirotrons im Vordergrund steht, nicht geeignet erscheint, vor allem, da bei der TFFEC bisher nur Kathodenflächen von 1 mm<sup>2</sup> erreicht wurden und bereits das Herstellen einer 1 cm<sup>2</sup> großen Kathodenfläche nicht problemlos Bei technischer Reife der TFFEC sollte sie jedoch im erscheint [19]. Hinblick auf eine Trirotronkathode wieder Beachtung finden.

#### 3.3 Thermische Kathoden

Thermische Kathoden unterscheiden sich von den bisher aufgeführten Kathodenarten insbesondere durch die zusätzlich benötigte Heizung und den dadurch bedingten Heizleistungsbedarf. Dies hat zur Folge, daß bei ihnen der Wärmestrahlungsabschirmung, der Kühlung der Kathodenumgebung sowie gegebenenfalls dem Magnetfeld des Heizstroms besondere Beachtung geschenkt werden muß.

Nach Art ihrer Heizung kann man eine erste Unterteilung thermischer Kathoden in direkt, indirekt und halbindirekt geheizte Kathoden vornehmen. Eine zweite Unterteilung kann dann in reine Metallkathoden und Kathoden mit erniedrigter Austrittsarbeit erfolgen. Bei letzteren wird die Austrittsarbeit und somit die Emissionstemperatur durch Beifügen entsprechender leicht emittierender Stoffe, wie z.B. Bariumoxid, erniedrigt.

#### 3.3.1 Direkt geheizte Kathoden

#### 3.3.1.1 Reine Metallkathoden

Direkt geheizte Kathoden, z.B. in Form eines Wolframflachdrahtes, werfen bei der Verwendung als Trirotronkathode mehrere Problempunkte auf: Erstens erfordern sie wegen der Elektronenaustrittsarbeit von z.B. 4.5 eV bei Wolfram hohe Heizleistungen, um auf die benötigten Emissionstemperaturen von über 2200°C zu gelangen. (Für einen Wolframflachdraht im freien Raum mit den Daten:  $T_{Wolfram} = 2500$  K,  $T_{Umgebung} = 300$  K, Drahtlänge  $l_h =$ 1 m, Drahthöhe  $h_h = 10$  mm, Drahtdicke  $d_h = 0.5$  mm, Gesamtemissionsvermögen  $\varepsilon_{W,2500}$  K = 0.29, ergeben sich an Hand des Stefan-Boltzmann-Gesetzes bereits Wärmestrahlungsverluste von:

 $Q_W = 5.77 \frac{W}{m^2} \cdot 0.29 \cdot 1 \text{ m} \cdot 0.021 \text{ m} \cdot (25^4 - 3^4) = 13.7 \text{ kW.})$ Zweitens führen diese hohen Temperaturen zu Problemen bei der Kathoden-

Zweitens führen diese hohen Temperaturen zu Problemen bei der Kathodenhalterung sowie der Wärmestrahlungsabschirmung und der Kühlung der Kathodenumgebung. Drittens muß das durch den Kathodenheizstrom hervorgerufene Magnetfeld an der Kathode berücksichtigt werden, und viertens entstehen durch den Spannungsabfall entlang der Kathode Änderungen des elektrischen Gleichfeldes im Resonanzringspalt. Vorteile der direkt geheizten Kathoden liegen in ihrer Belüftbarkeit und den geringen Materialkosten.

#### 3.3.1.2 Kathoden mit erniedrigter Austrittsarbeit

Wegen der geringeren Emissionstemperatur benötigen direkt geheizte Kathoden mit erniedrigter Austrittsarbeit weniger Heizleistung als reine Metallkathoden und strahlen somit auch weniger Wärme ab. Bei ihnen muß jedoch ebenso wie bei den reinen Metallkathoden das durch den Kathodenheizstrom hervorgerufene Magnetfeld sowie die durch den geringen Spannungsabfall entlang der Kathode hervorgerufene Änderung des elektrischen Feldes im Spaltbereich des inneren Resonanzrings berücksichtigt werden.

#### 3.3.2 Indirekt geheizte Kathoden

Die indirekt geheizten Kathoden haben mehrere prinzipielle Vorteile. Sie benötigen gegenüber den direkt geheizten reinen Metallkathoden nur Temperaturen um 1000°C, da bei ihnen die Austrittsarbeit durch z.B. Bariumoxid verringert wurde. Daraus resultieren geringere Wärmestrahlungsverluste. Trotz des schlechteren Wärmeübergangs zwischen Heizdraht und Kathode lassen sich in der Praxis beispielsweise für imprägnierte Wolframschwammkathoden mit Betriebstemperaturen um 1050°C bei sehr sorgfältiger Wärmeabschirmung Wärmeverluste (Strahlung, Leitung) von etwa 16 W/cm<sup>2</sup> emittierender Kathodenfläche [20] erreichen. (Bei einer emittierenden Kathodenfläche von z.B. 1 m•10 mm führt dies zu einem Heizleistungsbedarf von 1.6 kW.) Auch bei den indirekt geheizten Kathoden muß das durch den Heizstrom hervorgerufene Magnetfeld berücksichtigt werden. Dies ist jedoch bei geeigneter Heizdrahtkonfiguration und gegebenenfalls auch durch den Abstand zwischen Heizdraht und Kathodenoberfläche geringer als bei direkt geheizten Kathoden.

Ein weiterer Aspekt, der bei einem Trirotronemissionsversuch berücksichtigt werden muß, ist die Belüftbarkeit der Kathode. Da reine Oxidkathoden nach ihrer Aktivierung sehr empfindlich gegen Belüftung sind, scheiden sie hier von vorneherein als Trirotronkathode aus. Auch die nach Lemmens benannte L-Kathode [21], bei der sich hinter einer porösen Wolframscheibe ein Raum befindet, der z.B. mit Barium-Calcium-Aluminat angefüllt ist, ist empfindlich gegen Belüftung. Sie kommt deshalb und wegen der im Vergleich zu 'imprägnierten' Kathoden schwierigeren Fertigung ebenfalls nicht als Trirotronkathode in Betracht.

Geeignet erscheinen vor allem zwei Kathodenarten, nämlich die Nickelnetzkathode mit BaO-SrO-Imprägnierung [22] und die imprägnierte Wolframschwammkathode. Beide können mit Stickstoff belüftet werden. Die imprägnierte Wolframschwammkathode besteht aus porösem Wolfram (~18% Porosität), das mit der emittierenden Substanz, z.B. Barium-Calcium-Aluminat [23], getränkt wird. Diese Kathodenart wird beispielsweise in Klystrons in Form von Kreisscheiben bzw. Kalotten verwendet, wobei der größte bisher gefertigte Kathodendurchmesser bei 70 mm [24] liegt. Bei einer porösen Wolframkathode würde die Trirotronkathode also eine Segmentkathode (aneinandergereihte Wolframsegmente entweder in Form von Kreisringsegmenten oder als Teile eines Polygons entlang des Stegumfangs des Resonanzrings) werden.

Eine weitere Möglichkeit der indirekten Heizung besteht in der Benutzung eines Elektronenstrahls, wie es in [25] beschrieben ist. In diesem Fall würde die Kathode von der Rückseite her durch Elektronenbeschuß geheizt werden. Diese Art der Heizung erfordert jedoch einen erheblichen Aufwand.

#### 3.3.3 Halbindirekt geheizte Kathoden

Die halbindirekt geheizte Kathode [26] ähnelt in ihrem Aufbau einer an einem Ende kurzgeschlossenen Koaxialleitung, deren Außenmantel die emittierende Kathodenfläche darstellt (Abb.6). Der Innenleiter besitzt im Vergleich zum Außenleiter einen höheren Widerstand, so daß er stärker als der äußere Zylinder erwärmt wird. Dadurch wird die emittierende Kathodenmantelfläche zum einen durch die Wärmestrahlung vom Innenleiter her indirekt und zum anderen durch den Außenleiterstrom direkt geheizt. Der Vorteil dieser Anordnung ist darin zu sehen, daß außerhalb der Kathode kein Magnetfeld vorhanden ist, da der Heizstrom in der einen Richtung durch den Innenleiter fließt und durch den Außenleiter in der entgegengesetzten Richtung zurückfließt.

Bei der Verwendung einer solchen reinen Metallkathode für das Trirotron muß der Kathodenaußenradius erheblich vergrößert werden, wobei der stabförmige Innenleiter in einen Zylinder übergeht. Hierdurch wird die zusätzliche Heizwirkung des Innenleiters in bezug auf den Außenleiter selbst bei sorgfältiger Wärmestrahlungsabschirmung der Innenseite des Innenleiters verringert. Auch hier wird das elektrische Feld vor der Kathode durch den Spannungsabfall in axialer Richtung an der Kathode beeinflußt.

#### 3.4 Kathodenauswahl

Die vorangegangenen Überlegungen zeigten, daß die MEG zusätzliche Anfor-



#### Abb. 6: Halbindirekt geheizte Kathode

derungen an die Resonanzringgeometrie und die elektrische Feldstärke im Bereich des Resonanzringspalts stellt, um die Multipactorbedingung erfüllen zu können. Weiterhin wäre die Verstärkung des Trirotrons bei Verwendung der MEG zu gering, so daß sie nicht als Trirotronkathode geeignet ist. Die TFFEC ist prinzipiell zwar als Kathode für das Trirotron verwendbar, kann jedoch in Anbetracht ihres momentanen technologischen Entwicklungsstandes für den geplanten Trirotronemissionsversuch nicht in Betracht kommen. Als letzte Kathodengruppe wurden thermische Kathoden behandelt. Diese sind für einen Trirotronemissionsversuch trotz des zusätzlichen Heizleistungsbedarfs geeignet, sofern sie sich ohne gravierende Schädigung belüften lassen und keinen störenden Spannungsabfall entlang der Kathode verursachen. Insbesondere bieten sich imprägnierte Wolframschwammkathoden und imprägnierte Nickelnetzkathoden an, da sie mit Stickstoff belüftbar sind und eine geringere Emissionstemperatur erfordern als reine Metallkathoden. Durch die Größe der benötigten Trirotronkathode treten technologische Probleme bei der Herstellung auf, die durch eine Kreisringsegmentkathode gelöst werden können.

#### 4. THEORETISCHE TRIROTRONANALYSE

#### 4.1 Zirkulares Trirotron

Im folgenden werden theoretische und zum Teil auch technologische Überlegungen sowie Berechnungen zum zirkularen Trirotron durchgeführt. Hierfür wird das Trirotron entsprechend seinem koaxialen Aufbau in einzelne zylindrische Bereiche unterteilt, von denen jeder getrennt behandelt wird. Ausgangspunkt ist deshalb die Kathode. Es folgen der innere Resonanzring, die Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke und der äußere Resonanzring. Abschließend wird auf den Wirkungsgrad und die Verstärkung des zirkularen Trirotrons eingegangen.

In den folgenden Rechnungen wurden

- 1. relativistische Effekte im Bereich des inneren Resonanzrings vernachlässigt, da die mittleren Beschleunigungsspannungen dort maximal etwa 2 kV betragen (x = 1.004), ebenso
- 2. Raumladungseffekte, mit Ausnahme des Child-Langmuir-Gesetzes, sowie
- 3. Randfelder in den Resonanzringen, verursacht z.B. durch die Strahleintritts- und Strahlaustrittsöffnung bzw. die Kathode.

Weiterhin wurde im inneren Resonanzring nur die radiale Feldkomponente berücksichtigt, die im Bereich des Resonanzringstegs (siehe Kap. 4.1.3) in axialer und radialer Richtung als konstant angenommen wurde. Letzteres, weil das Verhältnis zwischen Stegradius und Resonanzringaußenradius annähernd eins ist.

#### 4.1.1 Kathode

Bei der Verwendung von direkt oder indirekt geheizten Kathoden im Trirotron zeichnen sich insbesondere drei Gesichtspunkte ab, die besondere Beachtung verdienen: die Vakuumanforderungen der Kathode, der Kathodenumfang und das Magnetfeld an der Kathode.

Während direkt geheizte Kathoden, wie z.B. reiner Wolframdraht, geringe <u>Vakuumanforderungen</u> (etwa  $10^{-3}$  Pa ( $\approx 10^{-5}$  Torr)) stellen, sollte das Vaku-

um für eine indirekt geheizte Wolframschwammkathode besser als  $10^{-5}$  Pa ( $\simeq 10^{-7}$  Torr) sein [20]. Dies ist erforderlich, um eine 'Vergiftung' der Kathode durch zur Kathode beschleunigte Ionen zu vermeiden.

Die Kathode des Trirotrons bildet einen emittierenden Zylindermantel, dessen Höhe vom gewünschten Strahlstrom, dem elektrischen Feld vor der Kathode, der Frequenz, und der Spaltbreite abhängig ist. Für MW-Leistung liegt ihre Höhe im Bereich von Zentimetern. Wegen des <u>Kathodenumfangs</u>, der für ein 324 MHz-Trirotron etwa 1 m beträgt, muß die Kathode in Kreisringsegmente unterteilt werden (s. Kap. 3.3.2). Aus demselben Grund empfiehlt es sich, die Heizung des Kathodenzylinders, der von den Kathodensegmenten gebildet wird, in z.B. drei Bereiche zu unterteilen. Hierdurch ergeben sich zwei weitere Vorteile:

- Bei gegebener Heizleistung und maximal zulässiger Spannungsdifferenz zwischen benachbarten Heizdrahtabschnitten (siehe Abb.7) kann der Heizstrom und somit das Magnetfeld an der Kathode verringert werden.
- 2. Bei Ausfall eines Heizsegmentes sind die übrigen Segmente weiterhin betriebsbereit.



#### <u>Abb. 7:</u> Heizdrahtkonfigurationen

Weiterhin empfiehlt es sich aus fertigungstechnischen Gründen (mechanische Stabilität des erwärmten Drahtes, Konstruktionsaufwand) eine möglichst einfache Konfiguration der Heizdrähte zu wählen, wie es z.B. in Abb.7b gezeigt ist.

Infolge des Heizstroms entsteht an der Kathodenoberfläche ein <u>Magnetfeld</u>. Dieses kann bei indirekt geheizten Kathoden durch geeignete Anordnung der Heizdrähte (Abb.7) und/oder Vergrößern des Abstandes zwischen Heizdraht und Kathode verringert werden. Trotzdem muß es z.B. bei Computerberechnungen der Elektronentrajektorien entweder von vorneherein berücksichtigt werden, oder es ist abzuschätzen, ob es gegenüber dem elektrischen Feld an der Kathode vernachlässigbar ist.

#### 4.1.1.1 Statisches Magnetfeld durch die Heizdrähte

Im folgenden sollen Formeln hergeleitet werden, die eine Abschätzung des Magnetfeldes an der Kathodenoberfläche ermöglichen. Ausgegangen wird von einer Heizdrahtkonfiguration nach Abb.7b, wobei der Einfachheit halber anstelle mehrerer Heizdrahtsegmente zwei in sich geschlossene axialsymmetrische Heizdrahtschleifen betrachtet werden. Ebenso werden die Stromzuführungen vernachlässigt. Hierdurch vereinfacht sich die Magnetfeldabschätzung auf die Berechnung des Magnetfeldes zweier Stromschleifen.

Wie in [27] gezeigt ist, erhält man anhand der vektoriellen Poissongleichung

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \tag{4.1}$$

 $\vec{A}$  = magnetisches Vektorpotential (Vs/m)  $\vec{J}$  = Stromdichte (A/m<sup>2</sup>)

die Komponenten der magnetischen Induktion für eine axialsymmetrische Stromschleife mit dem Radius r<sub>h</sub> und der z-Koordinate z<sub>h</sub> zu

$$B_{r}(r,z) = \frac{\mu_{0}I(z-z_{h})}{2\pi r((r_{h}+r)^{2}+(z_{h}-z)^{2})^{1/2}} \cdot \left\{ \frac{r_{h}^{2}+r^{2}+(z_{h}-z)^{2}}{(r_{h}-r)^{2}+(z_{h}-z)^{2}} \right\} E(m)-K(m)$$
(4.2)

und

$$B_{z}(r,z) = \frac{\mu_{0}I}{2\pi ((r_{h}+r)^{2}+(z_{h}-z)^{2})^{1/2}} \cdot \{(\frac{r_{h}^{2}-r^{2}-(z_{h}-z)^{2}}{(r_{h}-r)^{2}+(z_{h}-z)^{2}}) E(m)+K(m)\},\$$

worin K(m) das vollständige elliptische Integral erster Gattung und E(m) das vollständige elliptische Integral zweiter Gattung ist. Hierin ist m =  $4rr_h/((r_h+r)^2+(z_h-z)^2)$ . Im Falle zweier antiparalleler Stromschleifen mit dem Radius  $r_h$  und den z-Koordinaten  $\pm z_h$  ergibt sich, solange  $(r+r_h)^2 \approx (\pm z_h+z)^2$  ist:

$$B_{r}(r,z) = \frac{\mu_{0}I}{2\pi r(r_{h}+r)} \{(z-z_{h}) \cdot \left[\frac{r_{h}^{2}+r^{2}+(z_{h}-z)^{2}}{(r_{h}-r)^{2}+(z_{h}-z)^{2}}E(m_{1}) - K(m_{1})\right] - (z+z_{h}) \cdot \left[\frac{r_{h}^{2}+r^{2}+(z_{h}+z)^{2}}{(r_{h}-r)^{2}+(z_{h}+z)^{2}}E(m_{2}) - K(m_{2})\right]\}$$

$$(4.3)$$

und

$$B_{z}(r,z) = \frac{\mu_{0}I}{2\pi (r_{h}+r)} \left\{ \frac{r_{h}^{2}-r^{2} - (z_{h}-z)^{2}}{(r_{h}-r)^{2} + (z_{h}-z)^{2}} E(m_{1}) + K(m_{1}) - \frac{r_{h}^{2}-r^{2} - (z_{h}+z)^{2}}{(r_{h}-r)^{2} + (z_{h}+z)^{2}} E(m_{2}) - K(m_{2}) \right\},$$

worin  $m_1 = 4rr_h/((r_h+r)^2+(z_h-z)^2)$  und  $m_2 = 4rr_h/((r_h+r)^2+(z_h+z)^2)$  ist. Durch die Berechnung von  $B_r$  und  $B_z$  ist eine Abschätzung des Kathodenmagnetfeldes möglich.

#### 4.1.1.2 Emissionsstrom und Emissionsstromdichteverteilung

Zur Berechnung der Emissionsstromdichteverteilung an der Kathode wendet man das Child-Langmuir-Gesetz für radial emittierende Kathoden [28] (s. Abb.8) an, das hier wegen der zeitlichen und räumlichen Änderung des elektrischen Feldes nur näherungsweise erfüllt ist

$$J = 2.335 \cdot 10^{-6} \frac{U_{S}^{3/2}}{\beta_{c}^{2} r_{c} r}$$
(4.4)

J = Stromdichte (A/m<sup>2</sup>) U<sub>S</sub> = Beschleunigungsspannung im Spalt (V) r<sub>c</sub> = Kathodenradius (m) r<sup>-</sup>r<sub>c</sub> = radiale Spaltbreite (m)

mit 
$$\beta_c = u - 0.4u^2 + 0.0916u^3 - 0.0142u^4 \dots$$
  $u=ln(r/r_c)$ .

Bricht man für kleine Werte von u die Reihenentwicklung von  $\beta_c^2$  nach dem



Abb. 8: radial emittierende Kathode im Resonanzring

dritten Glied ab, so liegt der Fehler selbst für  $r/r_c = 1.5$  bei nur etwa 1%. Dieses Radienverhältnis, das für ein 324-MHz-Trirotron beispielsweise bei etwa 1.03 liegen kann, läßt sich fast immer einhalten, da die Spaltbreite  $r-r_c$  des Resonanzrings an der Kathode möglichst klein sein soll. Dadurch bleibt die Durchflugszeit der Elektronen durch den Spalt klein, so daß ein großer Teil der von der Kathode emittierten Elektronen den Resonanzring auch verläßt. Es ergibt sich dann näherungsweise

$$\beta_{c}^{2} \simeq u^{2} \cdot (1 - 0.8u + 0.343u^{2})$$
und somit
$$J_{c} \simeq 2.335 \cdot 10^{-6} U_{s}^{3/2} / [r_{c}^{2}u^{2}(1 - 0.8u + 0.343u^{2})]. \quad (4.5)$$

Das beschleunigende elektrische Feld an der Kathode ist bei einer Momentaufnahme von der Form

$$E_{S} = E_{G} + E_{HF} \cdot sin\phi$$
  $E_{G} = -|E_{G}|$ 

Daraus folgt für die Beschleunigungsspannung

$$U_{S} = (r - r_{c}) \cdot (E_{G} + E_{HF} \cdot sin\phi).$$

Da der innere Resonanzring gegenüber der Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke nur durch ein Gitter abgegrenzt ist, macht sich im Spalt des Resonanzrings der Einfluß der beschleunigenden Gleichspannung U<sub>0</sub> bemerkbar. Dieser Einfluß läßt sich wie bei Gitterröhren als Durchgriff D betrachten. Die Gleichung für die Beschleunigungsspannung im inneren Resonanzring lautet dann:

$$U_{S} = U_{SO} + D \cdot U_{O} = (r - r_{c}) \cdot E_{GO} + (r - r_{c}) \cdot E_{HF} \sin \phi + D \cdot U_{O} = (r - r_{c}) \cdot E_{G} + (r - r_{c}) \cdot E_{HF} \sin \phi$$

U<sub>SO</sub> = Steuerspannung im inneren Resonanzring ohne Berücksichtigung des Durchgriffs

= Durchgriff =  $C_{KA}/C_{KG}$ D C<sub>KA</sub> = Kapazität zwischen Kathode und äußerem Resonanzring C<sub>KG</sub> = Kapazität zwischen Kathode und Gitter

Wie man sieht, läßt sich der Durchgriff im Gleichanteil von  $U_{\varsigma}$ , d.h. in  $E_{G}$  berücksichtigen. Setzt man U<sub>S</sub> in (4.5) ein, so ergibt sich für die azimutale Stromdichteverteilung an der Kathode

$$J_{C} = 2.335 \cdot 10^{-6} \cdot C_{S} \cdot (E_{G} + E_{HF} \sin \phi)^{3/2}, \qquad (4.6)$$

worin C<sub>S</sub> eine Geometriekonstante C<sub>S</sub> =  $\frac{(r/r_c-1)^{3/2}}{\sqrt{r_c} u^2 (1-0.8u+0.343u^2)}$ 

darstellt. Für verschiedene Verhältnisse von  $E_{G}$  zu  $E_{HF}$  ist die Stromdichteverteilung an der Kathode in Abb.9 wiedergegeben.

Zur Berechnung des von der Kathode emittierten Stroms I<sub>C</sub> integriert man über J<sub>r</sub>:

$$I_{C} = \int_{0}^{h_{C}} \int_{\pi}^{\pi-\alpha} G_{C}^{H} G_{C}^{H} d\phi dz = 2.335 \cdot 10^{-6} C_{Sh_{C}} c_{C} \int_{\pi}^{\pi-\alpha} G_{C}^{H} (E_{G}^{+} E_{HF}^{-} sin\phi)^{3/2} d\phi \quad (4.7)$$

h = Kathodenhöhe  $\alpha_{GH} = \arcsin(-a_{GH}) = \arcsin(|E_G|/E_{HF}).$ 

letzte Integral läßt sich durch Einführung von a<sub>GH</sub> auf ein Integral Das der Form  $f(a_{GH}^{+}sin\phi)^{3/2}$  zurückführen. Um die Integration vornehmen zu können, wird der Integrand in eine Taylorreihe um den Punkt  $\phi = \pi/2$ entwickelt und anschließend integriert. Die Taylorreihenentwicklung von  $(a_{GH}+\sin\phi)^{3/2}$  um den Punkt  $\phi = \pi/2$  lautet:

$$(a_{GH}+\sin\phi)^{3/2} \simeq (a_{GH}+1)^{3/2} - 0.75(a_{GH}+1)^{1/2} \cdot (\phi-\frac{\pi}{2})^2 + 0.0625[1.5 \cdot (a_{GH}+1)^{-1/2} + (a_{GH}+1)^{1/2}] \cdot (\phi-\frac{\pi}{2})^4,$$

wobei nach der vierten Potenz von  $\phi$  abgebrochen wurde. Mit  $A_T = (a_{GH} + 1)^{1/2}$  ergibt sich

$$\begin{split} & \overset{\zeta}{}_{\text{GH}} (a_{\text{GH}} + \sin \phi)^{3/2} \ d\phi \ \simeq \ A_{\text{T}}^{3} \zeta - \ \frac{1}{4} A_{\text{T}} (\zeta - \ \frac{\pi}{2})^{3} + \frac{1}{80} (\frac{3}{2A_{\text{T}}} + A_{\text{T}}) (\zeta - \ \frac{\pi}{2})^{5} - \ A_{\text{T}}^{3} \alpha_{\text{GH}} + \\ & + \ \frac{1}{4} A_{\text{T}} (\alpha_{\text{GH}} - \ \frac{\pi}{2})^{3} - \frac{1}{80} (\frac{3}{2A_{\text{T}}} + A_{\text{T}}) (\alpha_{\text{GH}} - \ \frac{\pi}{2})^{5} \end{split}$$

(Für  $-1 \le a_{GH} \le 0$ ,  $\alpha_{GH} = \arcsin(-a_{GH})$  und  $\zeta = \pi - \alpha_{GH}$  liegt der Fehler unterhalb von 3.1%).

Für  $\zeta = \pi - \alpha_{GH}$  folgt für den Kathodenemissionsstrom

$$I_{C} = 2.335 \cdot 10^{-6} \cdot C_{S} \cdot h_{c} \cdot E_{HF}^{3/2} \cdot r_{c} \cdot [A_{T}^{3}(\pi - 2\alpha_{GH}) + 0.5A_{T}(\alpha_{GH}^{-\frac{\pi}{2}})^{3} - 0.025(\frac{3}{2A_{T}} + A_{T})(\alpha_{GH}^{-\frac{\pi}{2}})^{5}] .$$
(4.8)

Dieser Strom ist jedoch nicht gleich dem, der den Resonanzring verläßt. Da sich nämlich während des Durchflugs der Elektronen das HF-Feld verändert, kehrt sich für einen Teil der Elektronen das beschleunigende E-Feld um, so daß diese Elektronen abgebremst und wieder in Richtung zur Kathode zurückbeschleunigt werden. Deshalb ist die obere Integrationsgrenze für den aus dem Resonanzring tretenden Strom I<sub>R</sub> kleiner als  $\pi^{-\alpha}_{GH}$ .

Diese obere Integrationsgrenze  $\varsigma$  zur Berechnung des Stromes  $I_{\mbox{R}}$  erhält man wie folgt:

Unter der Annahme, daß die Teilchen nur eine radiale Geschwindigkeitskomponente  $v_r$  besitzen und das elektrische Feld E ebenfalls nur eine radiale Komponente E<sub>r</sub> besitzt, ergibt sich für ein beliebiges Elektron aus

$$\frac{dv_r}{dt} = \eta E_r = \eta E_{HF}(a_{GH} + sin\omega t)$$

die radiale Geschwindigkeitskomponente zu

$$v_{r} = nE_{HF}(a_{GH}t - \frac{1}{\omega}cos\omega t)\frac{t_{2}}{t_{1}} = \frac{n}{\omega}E_{HF} \cdot (a_{GH} \cdot \omega t - cos\omega t)\frac{t_{2}}{t_{1}}.$$



<u>Abb. 9:</u>  $y = (sin\phi + a_{GH})^{3/2}$ mit  $a_{GH} = - |E_G|/E_{HF}$  für  $a_{GH} = 0$  bis  $a_{GH} = -0.95$ in Schritten von 0.05

Die obere Integrationsgrenze  $\zeta$  zur Berechnung von I<sub>R</sub> ist dadurch gegeben, daß ein Elektron, das unter dem HF-Phasenwinkel  $\zeta$  startet, gerade noch den Resonanzringspalt durchfliegen und verlassen kann. Dies bedeutet, daß das Elektron am Ausgang des Spalts die Geschwindigkeit v<sub>r</sub>=0 hat bzw. daß das Integral über das elektrische Feld gleich 0 ist. Der Zusammenhang zwischen Startzeitpunkt t<sub>1</sub> und dem HF-Phasenwinkel  $\zeta$  ist durch  $\zeta = \omega t_1$ gegeben, der zwischen Austrittszeitpunkt t<sub>2</sub> und dem HF-Phasenwinkel  $\delta$ durch  $\delta = \omega t_2$ . Somit folgt:

$$\int_{\zeta}^{\delta} (a_{GH} + \sin\phi) d\phi = \cos\zeta - \cos\delta + a_{GH}^{\bullet}(\delta - \zeta) = 0 .$$
 (4.9)

In der Zeit t $_1$  bis t $_2$  muß gleichzeitig der Resonanzringspalt b $_s$  durchflogen sein. Dies führt zu

$$b_{s} = \eta E_{HF} \frac{1}{\omega^{2}} (a_{GH} \frac{(\delta - \zeta)^{2}}{2} + \sin \zeta - \sin \delta + (\delta - \zeta) \cos \zeta) . \qquad (4.10)$$

(4.9) und (4.10) führen zu der Gleichung (Appendix A):

$$4\sin^{2}\frac{\xi}{2} - 4\xi \cdot \sin\frac{\xi}{2}\cos\frac{\xi}{2} + \xi^{2}\cos^{2}\frac{\xi}{2} - a_{GH}^{2}\xi^{2} + + a_{GH}^{2}\xi^{3}\operatorname{ctg}\frac{\xi}{2} - \frac{a_{GH}^{2}\xi^{4}}{4}\operatorname{ctg}^{2}\frac{\xi}{2} - C^{2} = 0 \quad .$$

$$(4.11)$$

Hierin wurden die folgenden Abkürzungen verwendet:

$$\xi = \delta - \zeta$$
  

$$a_{GH} = -|E_G|/E_{HF} \quad und$$
  

$$C = \omega^2 \cdot b_s / (\eta \cdot E_{HF}) \quad .$$

Der Autor sah sich außerstande, diese Gleichung analytisch zu lösen. Um dennoch die Winkel  $\delta$  und  $\zeta$  zu erhalten, muß man entweder obige Gleichung mittels eines Computerprogramms iterativ lösen oder nach einer anderen Iterationsvorschrift suchen, die die Winkel  $\delta$  und  $\zeta$  liefert (s. Appendix B).

Abbildung 10 zeigt die Emissionsstromdichteverteilung für verschiedene Werte von  $E_{G}$  und  $E_{HF}$ . Ebenfalls eingezeichnet ist, ab welchem HF-Phasenwinkel die von der Kathode emittierten Elektronen den Resonanzring nicht mehr verlassen können, sondern in Richtung zur Kathode zurückbeschleunigt
werden. Damit also möglichst wenig Elektronen zur Kathode zurückfliegen, muß der Resonanzringspalt b<sub>s</sub> schmal sein, da die HF-Amplitude im Hinblick auf geringe HF-Steuerleistung klein sein soll.

- 29 -

Die Stromdichteverteilung am Ausgang des Resonanzrings unterscheidet sich von der an der Kathode, weil die zur gleichen Zeit unter verschiedenen azimutalen Winkeln emittierten Elektronen unterschiedliche Durchflugszeiten durch den Resonanzringspalt haben. Somit gibt es Teilchen, die zwar später emittiert werden, aber dennoch fast zur gleichen Zeit wie ein vor ihnen emittiertes Elektron den Resonanzringspalt verlassen, die sich also annähernd 'einholen'. Elektronen, die unter demselben azimutalen Winkel emittiert werden, haben zwar unterschiedliche Durchflugszeiten durch den Resonanzringspalt, können sich aber innerhalb desselben nicht näherkommen.

Eine qualitative Überlegung zur Stromdichteverteilung am Ausgang des inneren Resonanzrings kann man folgendermaßen vornehmen:

Ublicherweise verläßt im Trirotron ein Teil der Elektronen den Resonanzring im Bereich des negativen elektrischen Feldes, also während der Beschleunigungsphase der Elektronen, und ein Teil im Bereich des positiven elektrischen Feldes während der Abbremsphase. Das letzte Elektron, das den Resonanzring während des positiven elektrischen Feldes verläßt, ist bei Austritt aus dem inneren Resonanzring gerade auf die Geschwindigkeit v=0 abgebremst. Ein Elektron, das unter einem um dø früheren HF-Phasenwinkel emittiert wurde, hat diesbezüglich eine höhere Geschwindigkeit (wegen der Proportionalität zwischen Geschwindigkeit und Fläche unter der Kurve des elektrischen Feldes) sowie eine geringere Durchflugszeit. Dies führt dazu, daß jedes Elektron, das während des positiven elektrischen Feldes den Resonanzring verläßt, eine größere Durchflugszeit als das jeweils früher emittierte Elektron benötigt. Umgekehrt hat für alle während des negativen elektrischen Feldes austretenden Elektronen das jeweils vorangegangene eine größere Durchflugszeit, sofern diese Elektronen unter einem HF-Phasenwinkel zwischen 0° und 90° von der Kathode emittiert wurden (Abb.11). Betrachtet man nun alle Elektronen, die zum gleichen Zeitpunkt den Resonanzring verlassen, so erhält man die dortige azimutale Stromdichteverteilung. Anhand der vorangegangenen Überlegungen muß die Stromdichteverteilung am Ausgang des inneren Resonanzrings zunächst steiler ansteigen als die Kathodenstromdichteverteilung, da sich die Elektro-





nen einander nähern, später jedoch flacher verlaufen, da die Durchflugszeiten der Elektronen zunehmen. Weiterhin folgt, daß sich die azimutale Winkelbreite des Strahls zum Resonanzringausgang hin vergrößert (bezogen auf die Winkelbreite, die sich ergibt, wenn man berechnet, welche der emittierten Elektronen den Resonanzring verlassen).



<u>Abb. 11:</u> Trajektorien von Elektronen, die unter äquidistanten HF-Phasenwinkeln von der Kathode gestartet sind

Um eine erste Näherung der quantitativen Stromdichteverteilung am Ausgang des inneren Resonanzrings zu erhalten, geht man folgendermaßen vor: Man errechnet für verschiedene HF-Phasenwinkel die Durchflugszeit des jeweiligen Strahlsegments durch den Resonanzringspalt. Der Austrittswinkel des i-ten Strahlsegments aus dem inneren Resonanzring ergibt sich dann zu

$$\phi_{A}(i) = \phi_{S}(i) + \phi_{D}(i)$$

 $\phi_{D}(i) = Durchflugswinkel des i-ten Strahlsegments$ 

 $\phi_{S}(i) = Startphasenwinkel des i-ten Strahlsegments bezogen auf eine HF-$ Periode.

Trägt man die Stromdichten der Strahlsegmente in Abhängigkeit vom Austrittswinkel auf, so erhält man die in Abb.12 gezeigte Stromdichteverteilung. Ähnliche Kurven, jedoch für andere Werte der Parameter, sind in [2] zu finden.

## 4.1.2 Kinetische Elektronenenergie und Beschleunigungsleistung

Die kinetische Energie eines Elektrons ist gegeben durch

$$W_{kin} = JF ds = Je dU . \qquad (4.12)$$

Durch Integration der Kraftgleichung

$$F = m \bullet a = e \bullet (E_{G} + E_{HF} sin \omega t)$$
(4.13)

ergibt sich die Geschwindigkeit eines Elektrons, das zum Zeitpunkt t<sub>1</sub> mit der Geschwindigkeit v=0 startete, zum Zeitpunkt t zu

$$\frac{ds}{dt} = v = \eta \cdot (E_G(t-t_1) - E_{HF} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot (\cos \omega t - \cos \omega t_1)) . \qquad (4.14)$$

Die Änderung der kinetischen Energie ergibt sich dann aus den Gleichungen (4.13) und (4.14) zu

$$dW_{kin} = F \cdot ds = eE_{G}ds + eE_{HF}(sin\omega t)ds = dW_{G} + dW_{HF}$$
$$= e(E_{G} + E_{HF}sin\omega t)\eta(E_{G}(t-t_{1}) - E_{HF}\frac{1}{\omega}(cos\omega t-cos\omega t_{1}))dt .$$

Hierin sind die Gleichenergie und die HF-Energie getrennt. Integration führt zu

$$\begin{split} \mathsf{W}_{kin} &= \mathsf{W}_{G} + \mathsf{W}_{HF} = 0.5 \frac{\mathrm{en}}{\omega^{2}} [\mathsf{E}_{G}^{2} (\phi_{2}^{-} \phi_{1}^{-})^{2} - 2\mathsf{E}_{G} \mathsf{E}_{HF} (\phi_{1}^{-} \cos \phi_{1}^{-} \phi_{2}^{-} \cos \phi_{1}^{+} \\ &+ \sin \phi_{2}^{-} \sin \phi_{1}^{-})] + 0.5 \frac{\mathrm{en}}{\omega^{2}} [\mathsf{E}_{HF}^{2} (\cos \phi_{2}^{-} \cos \phi_{1}^{-})^{2} - (4.15) \\ &- 2\mathsf{E}_{G} \mathsf{E}_{HF} (-\phi_{1}^{-} \cos \phi_{2}^{+} \phi_{2}^{-} \cos \phi_{2}^{-} \sin \phi_{2}^{+} \sin \phi_{1}^{-})], \end{split}$$



<u>Abb. 12:</u> Stromdichteverteilung im Elektronenstrahl an der Kathode, am Ausgang des inneren Resonanzrings und am Eingang des äußeren Resonanzrings

-33 wobei  $\omega t_1 = \phi_1$  und  $\omega t_2 = \phi_2$  gesetzt wurde.

Für die Berechnung der Leistung, die benötigt wird, um die Elektronen durch den Resonanzringspalt in Richtung zur Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke oder zurück zur Kathode zu beschleunigen, unterteilt man den Elektronenstrahl an der Kathode entlang des Azimuts in Segmente. Dies ist notwendig, weil sich die Stromdichte und die durchfallene Spannung des Elektronenstrahls entlang des Azimuts ändern (siehe Kapitel 4.1.1.2). Für ein Segment mit dem Strom I errechnet sich die Beschleunigungsleistung zu

$$P_{kin} = I \cdot J dU = I \cdot J E ds = \frac{I}{e} J dW_{kin} = \frac{I}{e} W_{kin} = \frac{I}{e} (W_{G} + W_{HF}) \quad . \quad (4.16)$$

Für  $E_G = 45 \text{ kV/m}$ ,  $E_{HF} = 120 \text{ kV/m}$ ,  $b_s = 5\text{mm}$ , f = 324 MHz und einer axialen Kathodenhöhe von 1 cm ergibt sich beispielsweise  $P_{kin} = 394 \text{ W}$  mit  $P_G = -116 \text{ W}$  und  $P_e = 510 \text{ W}$ . ( $P_{kin}$  ist hierbei die Leistung, die benötigt wird, um alle von der Kathode emittierten Elektronen, d.h. sowohl die aus dem Resonanzring emittierten als auch die später zurückbeschleunigten, zu beschleunigen.) Wie zu erwarten war, speist die HF während der Beschleunigungsphase der Elektronen Leistung in das Gleichfeld ein.

## 4.1.3 Innerer Resonanzring (koaxialer Radialstegresonanzring)

Die Kathode des Trirotrons ist in einen Resonanzring eingebettet, in dem eine in azimutaler Richtung umlaufende HF-Welle angeregt wird. Stellt man sich diesen Ring abgerollt vor, so müßte der dann entstehende Hohlleiter in einem  $TE_{10}$ -Mode betrieben werden (Achsenbezeichnung wie in Abb.13b), um das benötigte elektrische Feld an der Kathode zu liefern. (Man beachte, daß beim Abrollen die E<sub>φ</sub>-Komponente des Resonanzrings verlorengeht.) Dies entspricht einem Resonanzring, in dem zwei räumlich und zeitlich um 90° versetzte  $TE_{111}$ -Moden (stehende Wellen) angeregt werden, so daß sich eine azimutal umlaufende Welle ausbilden kann. Die Feldkonfiguration eines solchen  $TE_{111}$ -Modes ist in Abb.13a wiedergegeben.

Prinzipiell ist es möglich, als Resonanzring einen koaxialen Zylinder zu verwenden, wie er in Abb.14a dargestellt ist. Zur näherungsweisen Berechnung des mittleren Resonanzringradius  $r_m$  und der Resonanzringhöhe betrachtet man wieder einen TE<sub>10</sub>-Mode Rechteckhohlleiter, für dessen Lei-







tungswellenlänge

$$\lambda_{g} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{c}}\right)^{2}}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2h}\right)^{2}}}$$
(4.17)

gilt. Weiterhin muß diese Leitungswellenlänge in recht guter Näherung gleich dem mittleren Umfang des Resonanzrings

$$\lambda_{g} = 2\pi r_{m}$$

sein. Also ergibt sich eine Abhängigkeit zwischen dem mittlerem Resonanzringradius und der Resonanzringhöhe und zwar

$$r_{\rm m} = \frac{h \cdot \lambda}{\pi \sqrt{4h^2 - \lambda^2}} = \frac{\lambda_{\rm c} \lambda}{2\pi \sqrt{\lambda_{\rm c}^2 - \lambda^2}} . \tag{4.18}$$

Will man z.B. bei einer Frequenz von 324 MHz ( $\lambda = 0.925$  m) und einer radialen Resonanzringbreite von 5 mm die Resonanzringhöhe auf 500 mm beschränken, so ergibt sich ein mittlerer Resonanzringdurchmesser von 775 mm, wodurch man einen Kathodenumfang von etwa 2.4 m erhält. Gibt man sich andererseits einen Kathodenumfang von 1 m vor ( $r_m = 160$  mm), so ergibt sich eine axiale Resonanzringhöhe von h = 1.18 m.

Um nun bei gegebenem Resonanzringradius, d.h. bei gegebener Leitungswel-







lenlänge  $\lambda_g$  und gegebener Wellenlänge  $\lambda$  eine kleinere Resonanzringhöhe h als beim gebogenen TE<sub>10</sub>-Mode Rechteckhohlleiter erreichen zu können, muß  $\lambda_c > 2h$  ermöglicht werden. Diese Forderung erfüllt der in Abb.14b dargestellte Resonanzring, an dessen Innenseite sich ein Steg befindet. Dieser koaxiale Radialstegresonanzring wird im folgenden auch als Radialstegresonanzring oder als innerer Resonanzring bezeichnet. (Anschaulich läßt sich die erhöhte Grenzwellenlänge  $\lambda_c$  bei Steghohlleitern verstehen, wenn man sich vorstellt, daß die Wandströme größere Wege zurücklegen müssen als in einem Rechteckhohlleiter, wodurch sich die Grenzwellenlänge vergrößert).

Mit einem solchen zum Kreis gebogenen Steghohlleiter lassen sich z.B. bei einer Höhe von 500mm Außendurchmesser von 325 mm bei 324 MHz realisieren. (Aus dem ersten Teil von Gleichung (4.17) geht hervor, daß bei  $\lambda_c \rightarrow \infty$  die unterste Grenze für den mittleren Radius bei  $r_m = \lambda/(2 \cdot \pi)$  liegt. Bei einer Frequenz von 324 MHz folgt daraus ein minimaler mittlerer Durchmesser von 294 mm.) Neben den kleineren Abmessungen liegt ein weiterer Vorteil des Radialstegresonanzrings in der Verringerung der radialen elektrischen Feldstärke außerhalb des Stegs. Diese Verringerung läßt sich in grober Näherung abschätzen, wenn man sich vorstellt, daß sich der Radialstegresonanzring aus drei Koaxialleitungen zusammensetzt (TEM-Mode), deren beide äußeren an den Enden kurzgeschlossen sind (Abb.15).

Setzt man die Leitungsgleichungen

- 36 -



# Abb. 15: koaxialer Radialstegresonanzring

$$U = U_0 \cos\beta z + jI_0 Z_{\perp} \sin\beta z$$

$$I = I_0 \cos\beta z + jU_0 Y_{\perp} \sin\beta z$$
(4.1)

in den Bereichen 1 und 2 an, so erhält man

Bereich 2: Kurzschluß  $U_2 = jI_0 Z_{L2} sin\beta(h_1 + h_2 - z) .$ 

Anpassung der Spannungen bei  $z = h_1$  ergibt

$$U_1(h_1) = U_0 \cos\beta h_1 = U_2(h_1) = jI_0 Z_{L2} \sin\beta h_2.$$

Somit gilt

$$U = U_0 \cos\beta z$$
 für  $0 \le z \le h_1$ 

und

$$U = U_0 \frac{\cosh h_1}{\sinh h_2} \sin \beta (h_1 + h_2 - z) \quad \text{für } h_1 \le z \le h_2 \quad \text{mit } \beta = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Für die maximale elektrische Feldstärke  $E_{max}$  ergibt sich dann mit  $E_0$  =

9)

(4.20)

$$-U_0/(r_s \cdot ln(r_a/r_s))$$

$$E_{max} = E_0 \cos\beta z \qquad f \ddot{u}r \quad 0 \le z \le h_1$$
und
$$(4.21)$$

und

$$E_{\max} = \frac{r_s \ln \frac{a}{r_s} cos\beta h_1}{r_i \ln \frac{a}{r_i} cos\beta h_2} E_0 sin\beta(h_1 + h_2 - z) \qquad \text{für } h_1 \le z \le h_2$$

Das maximale Feld in den Bereichen außerhalb des Stegs ist also näherungsweise um den Faktor

$$\frac{r_{\rm s}\ln\frac{r_{\rm a}}{r_{\rm s}}}{r_{\rm i}\ln\frac{r_{\rm a}}{r_{\rm i}}} \cdot \frac{\cos\beta h_1}{\sinh^2}$$

niedriger. Mit  $\beta h_1 = 0.212$ ,  $\beta h_2 = 0.402$ ,  $r_i = 0.1125$  m,  $r_s = 0.1575$  m und  $r_a = 0.1625$  m ergibt sich eine Verringerung der Feldstärke um den Faktor 3.36. Die Änderung von E<sub>max</sub> im Bereich des Resonanzringspalts in z-Richtung macht weniger als 3% aus.

Durch die Verringerung der Feldstärken in den aufgeweiteten Bereichen des Radialstegresonanzrings (Abb.14b) sind die dortigen Verluste ebenfalls gering. Hieraus resultiert die höhere Güte des Radialstegresonanzrings. Unter Zugrundelegung der Gleichung (4.26) ergibt sich dementsprechend für einen 320-MHz-Radialstegresonanzring aus Ms58 ( $\sigma_{Ms58}$ =17•10<sup>6</sup>S/m) eine Güte von 949, während die Güte eines 320-MHz-Ms58-Resonanzrings mit Rechteckquerschnitt (Abb.14a) bei 738 liegt.

Um die Elektronentrajektorien mit Hilfe eines Computerprogramms errechnen zu können, benötigt man die Feldgleichungen im Stegbereich des inneren Resonanzrings. Unter Vernachlässigung der Feldänderungen an den Stegkanten lassen sich im Stegbereich die für den Resonanzring in Kapitel 4.1.5 hergeleiteten Feldkomponenten verwenden.

## 4.1.3.1 Resonanzfrequenzberechnung

Die Resonanzfrequenzberechnung des Radialstegresonanzrings kann mit geringem Aufwand mit Hilfe der zwei im folgenden beschriebenen Methoden erfolgen:

- 1. Über die Berechnung der Resonanzfrequenz eines im TEM-Mode betriebenen Stegresonators und
- 2. über die Berechnung der Resonanzfrequenz des abgerollten Radialstegresonanzrings, d.h. eines Steghohlleiters.

Die Berechnung der Resonanzfrequenz nach dem ersten Verfahren ist recht einfach und liefert als Zwischenergebnis die Resonanzfrequenz des TEM-Modes im Resonanzring. Die Vorgehensweise ist folgende:

Zuerst wird die Axialresonanz des Resonanzrings berechnet. Hierzu betrachtet man den Radialstegresonanzring wie auch im vorigen Unterkapitel als aus drei Koaxialhohlleitungen zusammengesetzt. Aus den in Kapitel 4.1.3 angegebenen Leitungsgleichungen (4.19) ergeben sich die in die Ebene z=h<sub>1</sub> (Abb.15) transformierten Leitungsadmittanzen zu

$$Y_{1} = \frac{I_{1}}{U_{1}} = j \frac{U_{0} \sin\beta h_{1}}{U_{0} Z_{L1} \cos\beta h_{1}} = jY_{L1} \tan\beta h_{1}$$

und

$$Y_{2} = \frac{I_{2}}{U_{2}} = -j \frac{I_{0} \cos\beta h_{2}}{I_{0} Z_{L2} \sin\beta h_{2}} = -j Y_{L2} ctg\beta h_{2} . \qquad \beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$(4.22)$$

Der Sprung des Innenleiters läßt sich durch eine Parallelkapazität in der Ebene z=h<sub>1</sub> berücksichtigen [29]. Der Wert dieser Kapazität kann entweder den in [30,31] angegebenen Kurven entnommen werden oder anhand der in [30] angeführten analytischen Näherungsformel

$$C_{d} = \frac{\varepsilon}{100\pi} \cdot \left(\frac{(\alpha_{r}^{2}+1)}{\alpha_{r}} \ln \frac{1+\alpha_{r}}{1-\alpha_{r}} - 2\ln \frac{4\alpha_{r}}{1-\alpha_{r}^{2}}\right) + 1.11 \cdot 10^{-15} (1-\alpha_{r})(\tau-1) (F/cm)$$
(4.23)

berechnet werden. Der maximale Fehler von (4.23) liegt für 0.01  $\leq$  (r<sub>a</sub> - r<sub>s</sub>) / (r<sub>a</sub> - r<sub>i</sub>) =  $\alpha_r \leq$  1.0 und 1.0  $\leq$  r<sub>a</sub>/r<sub>i</sub> =  $\tau \leq$  6.0 bei 0.3 fF/cm.

Setzt man nun in der Ebene  $z=h_1$  die axiale Resonanzbedingung an, so erhält man die Gleichung

$$Y_{L1} \tan\beta h_1 - Y_{L2} \cot\beta h_2 + \omega C_d = 0.$$
(4.24)

Die Wellenwiderstände der Koaxialleitungen sind hierbei wie üblich durch

 $Z_{L1} = 1/Y_{L1} = 59.96\Omega \cdot \ln(r_a/r_s) \simeq 60\Omega \cdot \ln(r_a/r_s)$ 

und

 $Z_{L2} = 1/Y_{L2} \simeq 60\Omega \cdot \ln(r_a/r_i)$ gegeben.

Nach Berechnung der Axialresonanz läßt sich die Resonanzfrequenz des TE<sub>111</sub>-Mode Radialstegresonanzrings mit Hilfe der Formel

$$k_0^2 = k_c^2 + k_z^2$$

näherungsweise berechnen, wenn man als "Cutoff"-Wellenzahl k<sub>c</sub> die Grenzwellenzahl im Bereich des Resonanzringstegs ansetzt. Bei gegebenem r<sub>a</sub> und r<sub>s</sub> ergibt sich k<sub>c</sub> als erste Nullstelle von

$$Z_{1}(k_{c}r_{s}) = J_{1}(k_{c}r_{s})N_{1}(k_{c}r_{a}) - J_{1}(k_{c}r_{a})N_{1}(k_{c}r_{s})$$

Für einige Verhältnisse von  $r_a/r_s$  kann  $k_c$  z.B. [32] entnommen werden. In den übrigen Fällen läßt sich  $k_c$  nach der in [33] angegebenen Gleichung

$$k_c \simeq \frac{2}{r_a + r_s} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

auf wenige Prozent genau berechnen.

Die zweite Möglichkeit der Resonanzfrequenzberechnung besteht darin, den Radialstegresonanzring als zum Ring gebogenen Steghohlleiter zu betrachten. Anhand von Tafeln [31] erhält man bei gegebenen Resonanzringabmessungen die Grenzwellenlänge  $\lambda_c$  des Steghohlleiters. Die Leitungswellenlänge erhält man approximativ [34] aus

$$\lambda_g \simeq \pi(r_s + r_a).$$

Diese Näherung liegt insofern nahe, als die Felder im Stegbereich konzentriert sind.

Um einen möglichst geringen Umfang des inneren Resonanzrings zu erhalten (der Kathodenumfang soll ebenso wie das Trirotron möglichst klein sein), wählt man beispielsweise bei einer Frequenz von 324 MHz und einer Wellenlänge von 0.925 m eine Umfangswellenlänge von  $\lambda_g = 1$  m. Damit die Durchflugszeit der Elektronen durch den Resonanzringspalt klein bleibt, wählt man eine kleine Spaltbreite, z.B.  $r_a - r_s = 5$  mm. Dann ergibt sich ein  $r_a = 162.5$  mm und  $r_s = 157.5$  mm. Gibt man sich eine Resonanzringhöhe von 500 mm vor mit  $h_1 = 86$  mm,  $h_2 = 164$  mm und  $r_m = 160$  mm, so ergibt sich mit Hilfe der ersten Methode eine TEM-Mode Resonanz bei 109.7 MHz und eine TE<sub>111</sub>-Mode Resonanzfrequenz von 317.7 MHz. Nach der zweiten Methode erhält man anhand der Tafeln [31] mit

$$\lambda = \frac{\lambda_{c}}{\sqrt{1 + (\lambda_{c}/\lambda_{g})^{2}}}$$

im Rahmen der Ablesegenauigkeit eine Resonanzfrequenz von 320 MHz. Läßt man sich die Resonanzfrequenz mit Hilfe eines Computerprogramms errechnen, das die Stegkapazität mit den in [35] angegebenen Formeln berechnet, so ergibt sich f<sub>res</sub> = 320.85 MHz.

Die nach den oben angeführten Methoden berechneten Resonanzfrequenzen stimmen bis auf weniger als 1% (Kapitel 6.1) mit den gemessenen überein.

## 4.1.3.2 Verlustleistung und Güte

Betrachtet man den Radialstegresonanzring wiederum als zum Ring gebogenen Steghohlleiter, so kann man die Verluste und die Güte des Resonanzrings mit Hilfe der Dämpfung und der Spannungs-Leistungs-Impedanz  $Z_W$  in recht guter Näherung berechnen. Die Dämpfung ist definiert als [36]

$$\alpha = 0.5 \frac{dP_T/dz}{P_T} = 0.5 \frac{\text{Leistungsabnahme pro Längeneinheit}}{\text{übertragene Leistung}} \left[\frac{Np}{m}\right].$$

Also ist die Verlustleistung mit  $P_T = P(z=0) \cdot e^{-2\alpha z} = P_0 e^{-2\alpha z}$ 

$$P_{V1} = \int_{0}^{1} dP_{T} = \int_{0}^{1} 2\alpha P_{0} e^{-2\alpha z} dz = P_{0} \cdot (1 - e^{-2\alpha 1}).$$

Für kleine Werte von  $2\alpha$ l ist  $1-e^{-2\alpha l}$  näherungsweise gleich  $2\alpha$ l und somit

$$P_{V1} \simeq 2\alpha 1 P_0$$
.

Mit  $Y_W = 1/Z_W = 2P_0/U_{HF}^2$  ergibt sich

$$P_{V1} = 0.5 \cdot Y_{W} \cdot U_{HF}^{2} \cdot (1 - e^{-2\alpha 1}) \simeq \alpha 1 Y_{W} U_{HF}^{2}. \qquad (4.25)$$

Zur Berechnung der Güte benötigt man die im Steghohlleiter der Länge l gespeicherte Energie. Diese ist als Integral über die im Hohlleiter transportierte Leistung darstellbar. Die obere Integrationsgrenze für ein zum Zeitpunkt t=0 eingekoppeltes Signal ergibt sich aus der Laufzeit, die dieses Signal bis zum Steghohlleiterende benötigt. Damit ist

$$W_{S} = \int_{0}^{\lambda_{g}/\nu_{g}} P_{0}e^{-2\alpha z(t)}dt = \int_{0}^{\lambda_{g}/\nu_{g}} P_{0}e^{-2\alpha \nu_{g}t}dt = \frac{P_{0}}{2\alpha \nu_{g}} (1-e^{-2\alpha l}).$$

Mit der Gruppengeschwindigkeit  $v_g = c \cdot \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2} = c \cdot \lambda/\lambda_g$  ergibt sich dann die Güte zu

$$Q_{1} = \frac{\omega W_{S}}{P_{V1}} = \frac{2\pi f P_{0}(1 - e^{-2\alpha T})}{2\alpha c \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{c})^{2}} P_{0}(1 - e^{-2\alpha T})} = \frac{\pi}{\alpha T} \left(\frac{\lambda_{g}}{\lambda}\right)^{2} \qquad (4.26)$$

Für verschiedene Abmessungen sind  $\alpha$  und Y<sub>W</sub> in [37,38] graphisch aufgetragen. Für andere Abmessungen lassen sich  $\alpha$ , Y<sub>W</sub> und P<sub>V1</sub> mit den dort angegebenen Formeln berechnen.

Für einen zum Ring gebogenen Steghohlleiter aus Ms58 mit den Abmessungen: Hohlleiterbreite = 500 mm, Stegbreite = 172 mm, Hohlleiterhöhe = 50 mm und Steghöhe = 45 mm ergibt sich mit  $\lambda_c = 2.5322$  m und  $\lambda_g = 1$  m eine Güte von 949. Die Verlustleistung bei einer HF-Feldstärkenamplitude von E<sub>HF</sub> = 150 kV/m im Stegbereich beträgt dann P<sub>V1</sub> = 90 W.

### 4.1.3.3 Koppelfaktor

Zur Berechnung des Koppelfaktors wird von dem in [39] angegebenen Ersatzschaltbild eines Resonators mit Kopplung ausgegangen. Dies läßt sich zu dem in Abb.16 angegebenen Ersatzschaltbild umformen, wobei die an den Elektronenstrahl abgegebene Leistung durch den Leitwert  $G_B = 2 P_{kin} / U_{HF}^2$ berücksichtigt wird. Der Generatorleitwert  $G_G$  ist durch den Innenwiderstand des HF-Generators gegeben. Der Resonanzringleitwert  $G_R$  wird über die Resonanzringverlustleistung  $P_{V1}$  und die Hochfrequenzspannungsamplitude  $U_{HF}$  des ebenen Steghohlleiters als

 $G_R = 2 \cdot P_{V1} / U_{HF}^2$ 





definiert. Mit Gleichung (4.25) ergibt sich (s.a.[2])

$$G_{R} = \frac{U_{HF}^{2} (1 - e^{-2\alpha l})}{U_{HF}^{2} Z_{W}} = \frac{1 - e^{-2\alpha l}}{Z_{W}} \approx 2\alpha l Y_{W}. \qquad (4.27)$$

Der Koppelfaktor ist definiert als [40]

$$\beta_{K} = \frac{n_{E}^{2}G_{G}}{G_{R}} = \frac{Q_{O}}{Q_{ext}}$$

Damit die maximale Leistung in den Resonanzring und den Elektronenstrahl übertragen wird, muß also

$$n_E^2 G_G = G_R + G_B$$

sein. Hieraus ergibt sich der optimale Koppelfaktor zu (s.a.[2])

$$\beta_{Kopt} = 1 + G_B/G_R.$$
 (4.28)

Betrachtet man die beiden um 90° versetzten Einkopplungen zusammen mit dem 3dB-Hybrid als Richtkoppler, so ergibt sich der Leistungsrichtkoppelfaktor  $C_p$  [41] (Abb.17) näherungsweise aus

$$C_P = 2\alpha 1\beta_{Kopt} = 2\alpha 1 + 2\alpha 1G_B/G_R = 2\alpha 1 + Z_WG_B$$



<u>Abb. 17:</u> Darstellung der Kombination zweier um 90° versetzter Einkopplungen und eines 90°-3dB-Hybrids als Richtkoppler

### 4.1.3.4 Einflüsse von Fertigungstoleranzen

Da zur Erzeugung der umlaufenden Welle im Radialstegresonanzring zwei um 90° räumlich und zeitlich versetzte Einkopplungen erforderlich sind, soll im folgenden geprüft werden, ob sich eine fertigungsbedingte Abweichung des azimutalen Abstandes der Koppelschleifen von der 90°-Einstellung durch eine entsprechende zeitliche Abweichung kompensieren läßt.

Die Überlagerung zweier räumlich um  $\phi_z$  und zeitlich um  $\phi_t$  zueinander verschobener stehender Wellen ergibt mit  $\Delta \phi_z = 90^\circ - \phi_z$  und  $\Delta \phi_t = 90^\circ - \phi_t$ 

```
\cos \omega t \cos \beta z + \cos(\omega t + \phi_t) \cos(\beta z + \phi_z) =
= \cos \omega t \cos \beta z + \sin(\omega t - \Delta \phi_t) \sin(\beta z - \Delta \phi_z).
```

Setzt man  $\Delta \phi_{t} = -\Delta \phi_{\tau} = \Delta \phi$ , so ergibt sich [42]

 $\begin{aligned} \cos \omega t \ \cos \beta z \ + \ \sin(\omega t - \Delta \phi) \ \sin(\beta z + \Delta \phi) \ = \\ &= 0.5 \cdot \{\cos(\omega t - \beta z) \ + \ \cos(\omega t + \beta z) \ + \ \cos(\omega t - \beta z - 2\Delta \phi) \ - \ \cos(\omega t + \beta z)\} \ = \\ &= 0.5 \cdot \{\sqrt{2 \ + \ 2\cos(2\Delta \phi)} \ \cos(\omega t + \phi_{\rm H})\} \ = \\ &= \cos \Delta \phi \cdot \cos(\omega t + \phi_{\rm H}). \end{aligned}$ 

Hierin ist [42]

$$\phi_{\rm H} = \operatorname{arctg} \frac{-\sin(2\Delta\phi)}{1+\cos(2\Delta\phi)} = -\Delta\phi.$$

Somit läßt sich eine Phasenabweichung von der azimutalen 90° Position durch eine entgegengesetzte gleichgroße zeitliche Phasenabweichung kompensieren, wobei eine Amplitudeneinbuße in Kauf genommen werden muß. Diese liegt jedoch selbst für  $\Delta \phi = 5^{\circ}$  bei nur ca. 0.4%.

## 4.1.4 Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke

Zwischen dem inneren und äußeren Resonanzring liegt eine Gleichspannung U<sub>o</sub>, die die aus dem inneren Resonanzring austretenden Elektronen zum äußeren Resonanzring beschleunigt und somit die HF-Verstärkung des Trirotrons begründet.

Innerhalb der Beschleunigungsstrecke kann der Elektronenstrahl, wenn nötig, in axialer Richtung auf elektrostatischem oder magnetostatischem Wege nachfokussiert werden (Abb.18), wobei sich die elektrostatische Fokussierung wegen des elektrischen Beschleunigungsfeldes anbietet.



innerer Resonanzring äußerer Resonanzring

## Abb. 18: Elektrostatische und magnetostatische Nachfokussierung

Um eine Abschätzung der Geschwindigkeitsstreuung der Elektronen beim Eintritt in den äußeren Resonanzring zu erhalten, kann man folgendermaßen vorgehen: Die Geschwindigkeit der Elektronen am Ausgang des inneren Resonanzrings beträgt minimal  $v_{1 \text{ min}} = 0 \text{ m/s}$  und kann den Wert

$$v_{1 \max} = -\frac{n}{\omega} E_{HF}[(\cos(\pi - \alpha_{GH}) - \cos\alpha_{GH}) + a_{GH}(\pi - 2\alpha_{GH})]$$

nicht überschreiten.

Die Geschwindigkeit bei Eintritt in den äußeren Resonanzring variiert dann zwischen

$$v_{2 \text{ min}} = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + \frac{U_0}{U_R})^2}}$$

und



 $U_R$  = Ruhespannung des Elektrons.

Die maximal mögliche Geschwindigkeit der Elektronen am Ausgang des inneren Resonanzrings erhält man für  $E_{G} = 0$  V/m und somit  $\alpha_{GH} = 0$ . Es ergibt sich dann

$$v_{1 \max} = \frac{\eta E_{HF}}{\pi \bullet f} = \frac{E_{HF} \lambda_0 C}{\pi U_R} \qquad (4.30)$$

Selbst bei dieser ungünstigen Abschätzung ist beispielsweise für  $E_{\rm HF}$  = 200 kV/m, f = 300 MHz und U<sub>o</sub> = 100 kV die Abweichung der Geschwindigkeit V<sub>2 min</sub> von v<sub>2 max</sub> kleiner als 2%. Man kann also erwarten, daß die Geschwindigkeiten der Elektronen bei Eintritt in den äußeren Resonanzring annähernd gleich sind.

Entsprechend der Verteilung der radialen Geschwindigkeitskomponente am Ausgang des inneren Resonanzrings gibt es Elektronen mit größerer und kleinerer Anfangsgeschwindigkeit, wobei die zuletzt aus dem inneren Resonanzring tretenden Elektronen am langsamsten sind. Demzufolge ist zu erwarten, daß die azimutale Winkelbreite des Strahls am Eingang des äußeren Resonanzrings etwas größer als am Ausgang des inneren ist. Dies wird durch die bereits früher erwähnten Computerberechnungen (s.a. Abb.19) bestätigt.

Abbildung 19 zeigt die berechnete Verteilung der radialen Geschwindigkeitskomponente und die Stromdichteverteilung entlang der azimutalen Winkelbreite des Elektronenstrahls, einmal am Ausgang des inneren Resonanzrings und einmal am Eingang des äußeren Resonanzrings. Die Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke hatte hierbei eine Länge von s<sub>o</sub> = 30 mm und die Beschleunigungsspannung betrug U<sub>o</sub> = 100 kV.

## 4.1.5 Äußerer Resonanzring

Der äußere Resonanzring ist, ähnlich wie der innere Resonanzring, ein Koaxialresonanzring. In ihm wird durch den Elektronenstrahl eine in azimutaler Richtung umlaufende Welle erzeugt, die man sich als aus zwei räumlich und zeitlich um 90° versetzt angeregten  $TE_{111}$ -Moden [43] zusammengesetzt vorstellen kann. Vernachlässigt man die Schlitze im Resonanzring, die als Ein- und Austrittsöffnung für den Elektronenstrahl dienen, und alle Moden höherer Ordnung, so erhält man als Lösung der Maxwellschen Gleichungen für eine azimutal umlaufende Welle die Feldkomponenten (ähnlich wie in [3]):

$$E_{r} = \frac{r_{i}}{r} \qquad E_{0} \frac{Z_{1}(k_{c}r)}{Z_{1}(k_{c}r_{i})} \sin\beta z \cos(\omega t - \phi)$$

$$E_{\phi} = k_{c}r_{i} \qquad E_{0} \frac{Z_{1}(k_{c}r)}{Z_{1}(k_{c}r_{i})} \sin\beta z \sin(\omega t - \phi)$$

$$E_{z} = 0.$$

$$H_{r} = -\frac{\beta}{\omega\mu}k_{c}r_{i} \qquad E_{0} \frac{Z_{1}(k_{c}r)}{Z_{1}(k_{c}r_{i})} \cos\beta z \cos(\omega t - \phi)$$

$$H_{\phi} = -\frac{\beta}{\omega\mu} \frac{r_{i}}{r} \qquad E_{0} \frac{Z_{1}(k_{c}r)}{Z_{1}(k_{c}r_{i})} \cos\beta z \sin(\omega t - \phi)$$

$$H_{z} = -\frac{k_{c}}{\omega\mu}k_{c}r_{i} \qquad E_{0} \frac{Z_{1}(k_{c}r)}{Z_{1}(k_{c}r_{i})} \sin\beta z \cos(\omega t - \phi)$$

(4.31)

(Der Deckel des Resonanzrings liegt bei z=h, der Boden bei z=0).



<u>Abb. 19:</u> Azimutale Verteilung der radialen Geschwindigkeitskomponente und der Stromdichte des Elektronenstrahls am Ausgang des inneren und am Eingang des äußeren Resonanzrings

Hierin ist  $Z_1(k_c r)$  die Zylinderfunktion

$$Z_{1}(k_{c}r) = J_{1}(k_{c}r)N_{1}(k_{c}r_{a}) - J_{1}(k_{c}r_{a})N_{1}(k_{c}r) \qquad \text{und}$$
$$Z_{1}(k_{c}r) = \frac{d}{d(k_{c}r)}Z_{1}(k_{c}r) \qquad \text{deren Ableitung.}$$

Aus der Bedingung, daß E<sub> $\phi$ </sub> an der Innen- und Außenwand des Resonanzrings bei r = r<sub>i</sub> und r = r<sub>a</sub> Null sein muß, ergibt sich k<sub>c</sub> für den TE<sub>111</sub>-Mode als erste Wurzel von

$$J'_{1}(k_{c}r_{i})N'_{1}(k_{c}r_{a}) - J'_{1}(k_{c}r_{a})N'_{1}(k_{c}r_{i}) = 0.$$

Diese Gleichung läßt sich unter Anwendung des Newton-Raphson-Verfahrens iterativ lösen. Die hierfür benötigte erste Näherung für die Grenzwellenzahl k<sub>c</sub> ergibt sich aus der Beziehung

$$k_{c}^{2} = k_{0}^{2} - \beta^{2} = (\frac{2\pi}{\lambda})^{2} - (\frac{\pi}{h})^{2},$$

wenn man für h die für den Rechteckhohlleiter hergeleitete Gleichung (4.35) einsetzt. Somit lautet

$$k_c = 2/(r_a + r_i) = 1/r_m = 2\pi/\lambda_g$$
 (4.32)

Die axiale Fortpflanzungskonstante errechnet sich aus  $\beta^2 = k^2 - k_c^2$  mit  $k = \omega/c$ .

Die axiale Länge des Resonanzrings ergibt sich aus der Bedingung, daß sich das E-Feld in z-Richtung entsprechend einer Sinushalbwelle ändern soll, also aus  $\beta \cdot h = \pi$ .

Die Verluste des Resonanzrings ergeben sich aus der Integration der tangentialen Magnetfelder über die Resonanzringinnenwände\* aus

$$P_{V2} = \frac{R_S}{2} J J |\vec{J}|^2 dA \qquad \vec{J} = \vec{n} \times \vec{H}$$

\* Hierbei wird eine Änderung der Feldkomponenten durch die endliche Leitfähigkeit der Resonanzringwände vernachlässigt.

$$P_{V2} = \frac{R_{S}E_{0}^{2}\pi r_{i}^{2}}{2\omega^{2}\mu^{2}} \left\{ \frac{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a})}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})} \left[ \frac{\beta^{2}h}{r_{a}} - 2\beta^{2} + 2\beta^{2}k_{c}^{2}r_{a}^{2} + k_{c}^{4}r_{a}h \right] \right.$$

$$\left. + \frac{\beta^{2}h}{r_{i}} + 2\beta^{2} - 2\beta^{2}k_{c}^{2}r_{i}^{2} + k_{c}^{4}r_{i}h \right\} ***$$

$$\left. + \frac{\beta^{2}h}{r_{i}} + 2\beta^{2} - 2\beta^{2}k_{c}^{2}r_{i}^{2} + k_{c}^{4}r_{i}h \right\} ***$$

(siehe hierzu auch Appendix C).

Nach der Berechnung der gespeicherten Energie ergibt sich die Güte dann  $\begin{array}{l}zu [3] \\ Q_{2} = \frac{k^{2} \omega \mu_{0} h}{2R_{S}} & (4.34) \\ & (k_{c}^{2}r_{a}^{2} - 1) \cdot Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a}) - (k_{c}^{2}r_{i}^{2} - 1) \cdot Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) & ** \\ & (4.34) \\ & (k_{c}^{2}r_{a}(k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{a})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{a}}-2))Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a}) + \{k_{c}^{2}r_{i}(k_{c}^{2}h-2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{i}}+2)\}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}r_{a}(k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{a})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{a}}-2))Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a}) + \{k_{c}^{2}r_{i}(k_{c}^{2}h-2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{i}}+2)\}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{a})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{a}}-2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a}) + \{k_{c}^{2}r_{i}(k_{c}^{2}h-2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{i}}+2)\}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{a})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{a}}-2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a}) + \{k_{c}^{2}r_{i}(k_{c}^{2}h-2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{i}}+2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{a})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{a}}-2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a}) + (k_{c}^{2}r_{i}(k_{c}^{2}h-2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{i}}+2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{a})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{a}}-2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a}) + (k_{c}^{2}r_{i}(k_{c}^{2}h-2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{i}}+2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{a})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{a}}-2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a}) + (k_{c}^{2}r_{i}(k_{c}^{2}h-2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{i}}+2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{i}}+2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{i}}+2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(\frac{h}{r_{i}}+2)Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i}) \\ & (k_{c}^{2}h+2\beta^{2}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{c}r_{i})+\beta^{2}(k_{$ 

Hierin ist

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{Vs}{Am}\right) \qquad \text{die Permeabilitätskonstante des Vakuums und}$$
$$R_S = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} = \frac{1}{\sigma\delta_S} (\Omega) \qquad \text{der Skinwiderstand.}$$

Um eine Möglichkeit zu haben, die Wandverluste im Resonanzring ohne Zylinderfunktionen überschlägig berechnen und die diesbezüglichen Computerergebnisse prüfen zu können, läßt sich ein relativ einfacher Weg einschlagen. Man betrachtet den Resonanzring als zum Kreis gebogenen Rechteckhohlleiter im  $TE_{10}$ -Mode (Achsenbezeichnung wie in Abb.13), ähnlich wie es z.B. in [44] für einen  $TM_{110}$ -Mode Resonanzring gemacht wurde. Es gelten dann die Gleichungen [36]

$$E_y = E_0 \sin \frac{\pi}{h} x \sin(\omega t - \beta z)$$

\*\* Das Ergebnis weicht von den in [3] angegebenen ab, die durch Druckfehler verfälscht sind.

$$H_{x} = -\frac{E_{0}}{Z_{TE10}} \sin \frac{\pi}{h} x \sin(\omega t - \beta z)$$

$$H_{z} = -\frac{E_{0}}{Z_{TE10}} \frac{\lambda_{0}}{2h} \cos \frac{\pi}{h} x \cos(\omega t - \beta z)$$

$$E_{x} = 0, \quad E_{z} = 0, \quad H_{y} = 0.$$

Hierin ist  $Z_{TE10}$  der Feldwellenwiderstand des TE $_{10}$ -Modes. Die Hohlleiterlänge ergibt sich anhand des mittleren Radius

$$r_{\rm m} = (r_{\rm a} + r_{\rm i})/2$$
 zu  $r_{\rm i} = Innenradius$   
 $l = \lambda_{\rm g} = 2\pi r_{\rm m} = \pi (r_{\rm a} + r_{\rm i})$   $r_{\rm a} = Außenradius$ 

und die Hohlleiterhöhe zu

$$h = \frac{\lambda_c}{2} = \frac{\lambda_0}{2} \left(1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_g}\right)^2\right)^{-1/2} . \qquad (4.35)$$

Integriert man auch hier die tangentialen magnetischen Felder über die Hohlleiterwände, so ergibt sich die Verlustleistung:

$$P_{VD} = \frac{R_{S}E_{0m}^{2}\lambda_{0}(h+2b(\frac{\lambda_{0}}{2h})^{2})}{2Z_{0}^{2}\sqrt{1-(\frac{\lambda_{0}}{2h})^{2}}}$$
(4.36)

 $Z_0$  = Feldwellenwiderstand des Vakuums b =  $r_a - r_i$ (Herleitung in Appendix D).

Da  $E_0$  in den Feldgleichungen (4.31) als Feldstärkenamplitude bei  $r = r_i$  definiert wurde,  $E_0$  jedoch radial mit 1/r abnimmt, ist die äquivalente mittlere Feldstärkenamplitude des Rechteckhohlleiters etwa gleich

$$E_{0m} \approx \frac{r_i}{\tilde{r}_a - r_i} E_0 \int_{r_i}^{r_a} \frac{1}{r} dr = \frac{r_i}{r_a - r_i} (\ln \frac{r_a}{r_i}) E_0,$$

oder mit einer linearen Näherung

- 51 -

$$E_{0m} \simeq \frac{r_a + r_i}{2r_a} E_0.$$

Unter Verwendung dieser Näherungen wichen die Ergebnisse teilweise bis zu 20% von P<sub>V2</sub> ab. Deshalb wurden die Wandverluste des Rechteckhohlleiters unter Zugrundelegung einer der Elektrostatik entsprechenden 1/r-Abhängigkeit der radial gerichteten E-Feld-Amplitude entsprechend

$$E_0 = E_0(r) = E_{0r} r_i/r$$

in Appendix D berechnet. Es ergibt sich dann

$$P_{Vr} = \frac{\pi R_{s} r_{i} E_{0r}^{2} \lambda_{0}^{2}}{2h^{2} Z_{0}^{2}} [r_{i} \ln \frac{r_{a}}{r_{i}} + \frac{h^{3}}{\lambda_{0}^{2}} (1 + \frac{r_{i}}{r_{a}})] .$$

Die Abweichung des so gewonnenen Ergebnisses von den exakt berechneten Verlusten  $P_{V2}$  lag bei den bisher benötigten Rechnungen unterhalb von 2% und stellt somit eine erheblich bessere Näherung als  $P_{V_{\square}}$  dar.

Die Güte kann ebenfalls – ausgehend von der Rechteckhohlleiternäherung – überschlägig berechnet werden. Für die Dämpfung des Rechteckhohlleiters gilt [36]

$$\alpha_{m} = \frac{R_{S}(1 + \frac{2(r_{a} - r_{i})}{h} (\frac{\lambda_{0}}{2h})^{2})}{(r_{a} - r_{i}) Z_{0} \sqrt{1 - (\frac{\lambda_{0}}{2h})^{2}}} (\frac{N_{P}}{m})$$

Mit Gleichung (4.26) aus Kapitel 4.1.3.2 gilt dann

$$Q_{\Box} = \frac{\pi}{\alpha_{\Box}} \frac{\lambda_{g}}{\lambda_{0}^{2}} = \frac{\pi^{2} (r_{a} - r_{i})}{\alpha_{\Box} \lambda_{0}^{2}}.$$
(4.37)

In der folgenden Tabelle sind die Güten  $Q_2$  und die Verlustleistungen  $P_{V2}$  von TE<sub>111</sub>-Mode Kupferresonanzringen ( $\sigma_{Cu} = 57 \cdot 10^6$  S/m) für verschiedene Parametersätze aufgelistet.  $Q_{\Box}$  ist die mit der Näherung des Rechteckhohlleiters gewonnene Güte und  $P_{Vr}$  die entsprechende Verlustleistung unter der Annahme einer der Elektrostatik entsprechenden 1/r-Abhängigkeit der radialen E-Feld-Amplitude.

f(MHz)	r <sub>i</sub> (cm)	r <sub>a</sub> (cm)	h(cm)	Q	Q <sub>2</sub>	E <sub>O</sub> (MV∕m)	P <sub>Vr</sub> (kW)	P <sub>V2</sub> (kW)
200	27.0	32.0	127.4	10413	10398	2.0	106.4	106.4
324	15.75	16.25	118.3	1360	1360	0.15	0.43	0.43
324	20.0	26.0	60.2	14618	14541	2.0	49.48	49.48
450	16.8	23.8	39.1	17817	17645	2.0	34.45	34.55
600	15.0	20.0	28.1	14440	14331	2.0	26.65	26.70
800	10.0	15.0	21.3	15703	15507	2.0	15.71	15.80
1000	8.0	12.0	17.1	14045	13870	2.0	11.24	11.31

(Zur Berechnung obiger Werte wurde ein Programm mit der Bezeichnung TE111 geschrieben.)

Die Kraft, die auf die Resonanzringwände wirkt, wird Strahlungsdruck genannt und ergibt sich zu

$$p_s = \frac{F}{A} = \frac{dW}{Ads} = \frac{\varepsilon}{2} \cdot E^2 + \frac{\mu}{2} \cdot H^2$$
.

Für elektrische Feldstärken von ca. 2MV/m erhält man Strahlungsdrücke von wenigen  $kp/m^2$ . Wegen der Rotationssymmetrie wird auch für ein MW-Trirotron keine störende Eigenverstimmung erwartet.

## 4.1.5.1 Auskoppelfaktor

Zur überschlägigen Berechnung des optimalen Auskoppelfaktors geht man vom Ersatzschaltbild eines Resonators mit Kopplung aus, ähnlich wie in Kapitel 4.1.3.3. Die Stromquelle wird mit  $I_S$  bezeichnet und besitzt den Leitwert  $G_S$ . Sie ist durch die Anregung des äußeren Resonanzrings durch den Elektronenstrahl gegeben. Zur Berechnung von  $G_S$  geht man vom Gleichspannungsleitwert des Elektronenstrahls

$$G_o = I_o/U_o = P_o/U_o^2$$

\* Innerer Resonanzring

aus, wobei die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen bei Eintritt in die Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke vernachlässigt wird. Setzt man einen elektronischen Wirkungsgrad (s. Kapitel 4.1.6) von 100% voraus, so gilt

$$P_{o} = P_{HF} = P_{N} + P_{V2}$$

Für einen infinitesimal schmalen Elektronenstrahl, der im äußeren Resonanzring eine halbe HF-Periode lang abgebremst wird, gilt:

$$U_{o} = \frac{1}{\pi} U_{HF} \int_{0}^{\pi} \sin\phi \, d\phi = \frac{2}{\pi} U_{HF}$$

Den Hochfrequenzersatzleitwert des Elektronenstrahls erhält man dann mit

zu

$$G_{R} = 2 P_{V2} / U_{HF}^{2} \approx 2\alpha 1 Y_{W}$$

$$G_{S} = \frac{2(P_{O} - 2P_{V2})}{U_{HF}^{2}} = \frac{8 \cdot P_{O}}{\pi^{2} U_{O}^{2}} - \frac{4P_{V2}}{U_{HF}^{2}} = \frac{8}{\pi^{2}} G_{O} - 2G_{R}$$

Der optimale Koppelfaktor ergibt sich, wenn die maximale Leistung in die Auskoppelleitung übertragen wird, d.h. [2]

$$\beta_{Kopt} = 1 + G_S/G_R$$

Der Leistungskoppelfaktor ergibt sich dann zu (s. Kap. 4.1.3.3)

$$C_{p} = 2\alpha \beta_{Kopt} = 2\alpha \left(1 + \frac{8}{\pi^{2}} - \frac{G_{o}}{G_{R}} - 2\right) \simeq \frac{8}{\pi^{2}} \cdot \frac{G_{o}}{\gamma_{W}} - 2\alpha \left(1 + \frac{8}{\pi^{2}} - \frac{G_{o}}{G_{R}} - 2\right)$$

### 4.1.6 Elektronischer Wirkungsgrad

Bei der Frage des Betriebswirkungsgrades des Trirotrons interessiert vor allem der elektronische Wirkungsgrad. Er gibt an, wie effektiv die Leistung des Elektronenstrahls im äußeren Resonanzring in HF-Leistung umgewandelt wird. Er ist demzufolge definiert als

$$\eta_e = \frac{P_{HF}}{P_o}$$



### Abb. 20: Rechteckhohlleiter mit eintretendem Elektronenstrahl

Der Anschaulichkeit halber betrachtet man einen aufgebogenen Resonanzring, d.h. einen Rechteckhohlleiter im TE<sub>10</sub>-Mode (Abb.20). Anhand der Kraftgleichung ergibt sich für ein Elektron bei x = h/2

$$\frac{dp}{dt} y_{-} = eE_0 sin(\omega t - \phi)$$

 $p_v = y$ -Komponente des Impulses,

wobei nur die y-Komponente des elektrischen Feldes berücksichtigt wurde. Für ein Elektron, das zum Zeitpunkt t=0 bei y=0 mit der y-gerichteten Anfangsgeschwindigkeit  $v_{y0}$  in den Hohlleiter eintritt, folgt dann nach Integration

$$p_{y} = -\frac{e}{\omega} E_{0}(\cos(\omega t - \phi) - \cos\phi) + \chi_{y0} m_{0} v_{y0} \qquad (4.38)$$

Nach dem Durchflug durch den Hohlleiter soll das Teilchen auf die Geschwindigkeit  $v_y = 0$  abgebremst sein, d.h. sein Impuls  $p_y$  hat bei y=b den Wert Null. Setzt man  $p_y=0$  in Gleichung (4.38) ein, so läßt sich  $E_0$ schreiben als

$$E_0 = \frac{\chi_{y0} V_{y0} \omega}{\eta(\cos(\omega t - \phi) - \cos\phi)} \quad .$$

(4.39)

$$-\cos\phi = 1 \text{ sein und somit } \phi = \pi \text{ und}$$
(4.40a)  
$$\cos(\omega t_D^{-}\phi) = 1, \text{ we shalb} \qquad \omega t_D^{-} = \pi \text{ sein muB.}$$
(4.40b)

Dieses Ergebnis ist aber sofort einsichtig, denn es besagt, daß eine optimale Energieumwandlung bei minimalen Verlusten genau dann erfolgt, wenn das Elektron eine halbe Hochfrequenzperiode lang abgebremst wird.

Anhand der Ergebnisse von Kapitel 4.1.4 folgt, daß die Geschwindigkeit der Elektronen bei Eintritt in den äußeren Resonanzring annähernd gleich . groß ist. Man kann also die Anfangsgeschwindigkeit durch das steuernde HF-Feld vernachlässigen und

$$v_{y0} = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + \frac{U_o}{U_R})^2}}$$
 (4.41)

setzen. Wie man leicht sieht, ist

$$\gamma_{y0} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{y0}^2}{c^2}}}\right) + \frac{U_0}{U_R}.$$
 (4.42)

Setzt man die Gleichungen (4.40), (4.41) und (4.42) in Gleichung (4.39) ein, so erhält man als Feldamplitude mit den geringsten ohmschen Verlusten bei vollständiger Abbremsung des Elektrons

$$E_{0} = \frac{\omega c}{2\eta} \sqrt[3]{r_{y0}^{2} - 1} .$$
 (4.43)

(Hieraus ergibt sich, daß  $E_0$  bei identischem  $\mathcal{F}_{yo}$ , aber unterschiedlicher Frequenz direkt proportional mit f anwächst).

Um nun den elektronischen Wirkungsgrad abzuschätzen, berücksichtigt man zusätzlich das Magnetfeld im Wellenleiter. Betrachtet man hierzu die in Kapitel 4.1.5 angegebenen Feldkomponenten des Rechteckhohlleiters, so stellt man fest, daß für ein Elektron, das bei h/2 in den Rechteckhohlleiter eintritt,  $H_z = 0$  ist. Das Elektron erhält also nur infolge von  $H_x$  eine zusätzliche Geschwindigkeitskomponente. Diese z-gerichtete Geschwindigkeitskomponente des Elektrons ist am Ausgang des Hohlleiters von Null verschieden, d.h. der relativistische Faktor  $\mathscr{F}_A$  ist dort jetzt größer als 1. Der elektronische Wirkungsgrad ist gegeben durch (siehe auch Kapitel 5.2)

$$n_{e} = \frac{\gamma_{E} - \gamma_{A}}{\gamma_{E} - 1}$$
 (4.44)

 ${}^{x}_{E}$ , der relativistische Faktor des Elektrons bei Eintritt in den Wellenleiter, ist aber wie in Gleichung (4.42) näherungsweise

$$x_{\rm E} = x_{\rm y0} \simeq 1 + U_{\rm o}/U_{\rm R}$$
 (4.45)

Somit ist nur noch der relativistische Faktor  $\mathcal{X}_A$  des Elektrons nach Durchflug durch den Rechteckhohlleiter unbekannt. Da die Geschwindigkeit  $v_y$  des Elektrons bei Verlassen des Hohlleiters bei y=b nach wie vor Null sein soll, hängt  $\mathcal{X}_A$  nur noch von der Geschwindigkeitskomponente  $v_z$  ab. Infolgedessen gilt

$$\gamma_{A} = \frac{1}{\sqrt{1 - v_{z}^{2}/c^{2}}}$$
(4.46)

 $v_z$  läßt sich mit Hilfe der Kraftgleichung berechnen (Appendix E). Als elektronischer Wirkungsgrad ergibt sich dann

$$n_{e} = \frac{\gamma_{y0} - \gamma_{A}}{\gamma_{y0} - 1} = \frac{\gamma_{y0} - \sqrt{1 + (\gamma_{y0}^{2} - 1)(1 - (\lambda_{0}/2h)^{2})}}{(\lambda_{0}/2h)^{2}(\gamma_{y0} - 1)}$$
(4.47)

(dies ist identisch mit dem in [5] angegebenen Ergebnis). Ein elektronischer Wirkungsgrad von eins könnte dann nur für  $\chi_A=1$ , d.h.  $H_{\chi}=0$ , also  $2h=\lambda_0$  erreicht werden.

Für U<sub>0</sub> = 100 kV ( $\chi_{y0} \approx 1.2$ ),  $\lambda_0 = 0.925$  m und h = 0.526 m ergibt sich beispielsweise ein elektronischer Wirkungsgrad von

$$\eta_e = 97.88 \%$$
 .

Dieser läßt sich noch erhöhen, wenn man ein x-gerichtetes magnetisches Gleichfeld anlegt, durch das man erreichen kann, daß die Geschwindigkeitskomponente  $v_7$  des Elektrons am Resonanzringausgang verringert wird.

Der elektronische Wirkungsgrad wird jedoch durch einen zweiten Umstand weit mehr beeinflußt, und zwar durch die azimutale Winkelbreite des Elektronenstrahls. Es ist leicht aus den vorangegangenen Überlegungen ersichtlich, daß die kinetische Energie eines einzelnen Elektrons, bzw. eines Elektronenstrahls mit infinitesimal schmaler Winkelbreite, dessen Elektronen alle die gleiche Geschwindigkeit besitzen, annähernd zu 100% in HF-Energie umgewandelt werden könnte. Der ankommende Elektronenstrahl hat jedoch eine Winkelbreite von z.B. 80°, so daß bei annähernd gleicher Geschwindigkeit aller Elektronen nur ein Teil von ihnen vollständig abgebremst werden kann. Da für die Berechnung des elektronischen Wirkungsgrades keine geschlossene Formel existiert, werden die in [2] angegebenen Computerergebnisse als Beispiel herangezogen. Dort werden für hohe Wirkungsgrade ( $\eta$ =80%) Winkelbreiten von weniger als 80° benötigt.

### 4.1.7 Betriebswirkungsgrad

Der Betriebs- oder auch Nutzwirkungsgrad des Trirotrons berechnet sich zu:

$$\eta_{B} = \frac{P_{N}}{P_{O}}$$

(4.48)

Hierin ist

 $P_N = HF-Nutzleistung = P_{HF} - P_{V2} = \eta_e P_o - P_{V2}$  $P_o = Elektronenstrahlleistung$ 

Nicht berücksichtigt wurden hierbei beispielsweise die Kathodenheizleistung, Kühlleistung u.ä. Der Betriebswirkungsgrad des Trirotrons kann bei geeigneter Wahl der Parameter oberhalb von 80% liegen [2].

## 4.1.8 Verstärkung

Die Leistungsverstärkung des Trirotrons ist das Verhältnis der HF-Nutzleistung zur eingespeisten HF-Leistung und lautet

$$v = 10 \cdot \log \frac{P_N}{P_S} (dB)$$
.  
 $P_S = \text{eingespeiste HF-Leistung} = P_{VI} + P_e$ 

Da die eingespeiste HF-Leistung teilweise zur Anfangsbeschleunigung der Elektronen dient, ist ein Grund-HF-Steuerleistungsbedarf bereits dadurch gegeben, daß bei gegebener Frequenz und Resonanzringspaltbreite Elektronen den Resonanzringspalt auch verlassen können müssen. Zusätzlich geht ein Teil der HF-Speiseleistung durch rückbeschleunigte Elektronen und Wandverluste verloren. Deshalb wird die Verstärkung bei Verwendung stegbelasteter Resonanzringe und Gleichspannungen von U<sub>0</sub>  $\approx$  100 kV Werte im Bereich von 20 dB kaum nennenswert überschreiten können. Für eine Erhöhung der Verstärkung müssen insbesondere zwei Bedingungen erfüllt sein:

- Ein möglichst großer Teil des von der Kathode emittierten Stroms muß den Resonanzring verlassen und
- 2. die von den Elektronen aufgenommene HF-Beschleunigungsleistung muß gering gehalten werden.

Hieraus ergibt sich die Forderung, die HF-Beschleunigungsstrecke, d.h. insbesondere die Resonanzringspaltbreite minimal zu halten.

(4.49)

### 4.2 Zylindrisches Trirotron

Wie eingangs erwähnt, kann man sich auch eine zylindrische Version des Trirotrons vorstellen. Auf diese läßt sich ein großer Teil der für das zirkulare Trirotron angegebenen Berechnungsmethoden und Überlegungen übertragen. Die Kathodendiskussion des dritten Kapitels gilt auch für das zylindrische Trirotron. Vorteilhaft in dieser Hinsicht ist beim zylindrischen Trirotron, daß die Kathodenemissionsfläche von vorneherein eben sein kann, wodurch sich die Herstellung der Kathodensegmente vereinfacht. Ferner ist die Justierung der Kathode im Resonanzring, die primär nur in axialer Richtung erfolgen muß, einfacher. Die Berechnung des Emissionsstroms ändert sich insofern, als nun das Child-Langmuir-Gesetz für ebene Kathoden Anwendung findet. Der Steuerresonanzring ist entsprechend dem Gesamtaufbau ein TM<sub>110</sub>-Mode Resonanzring. Ebenso wie beim zirkularen Trirotron kann die Beschleunigungsstrecke gleichzeitig zur elektrostatischen oder magnetostatischen Strahlfokussierung, hier jedoch in radialer Richtung, verwendet werden. Der Ausgangsresonanzring wird im TM<sub>110</sub>-Mode betrieben.

## 4.2.1 Emissionsstrom und Emissionsstromdichteverteilung

Bei der Berechnung der Emissionsstromdichteverteilung findet das Child-Langmuir-Gesetz für ebene Kathoden [28] Anwendung, das hier ebenso wie in Kapitel 4.1.1.2 infolge der räumlichen und zeitlichen Änderung des elektrischen Feldes nur näherungsweise erfüllt ist. Es lautet

$$J_{\rm C} = 2.335 \cdot 10^{-6} \ U_{\rm S}^{3/2} / z_{\rm s}^2 \tag{4.50}$$

 $J_{C}$  = Stromdichte an der Kathode (A/m<sup>2</sup>)  $U_{S}$  = Spaltspannung (V)  $z_{s}$  = Spalthöhe (m).

Auch hier gilt unter Vernachlässigung radialer Feldänderungen

$$E_{S} = E_{G} + E_{HF} \sin\phi$$

und somit

$$U_{S} = z_{s} \cdot (E_{G} + E_{HF} \cdot sin\phi).$$

Daraus folgt

$$J_{C} = 2.335 \cdot 10^{-6} \cdot z_{s}^{-1/2} \cdot (E_{G} + E_{HF}^{sin\phi})^{3/2}.$$

Analog zum zirkularen Trirotron ergibt sich für den von der Kathode von  $\alpha_{GH}$  bis  $\pi^-\alpha_{GH}$  emittierten Strom näherungsweise

$$I_{C} = 2.335 \cdot 10^{-6} \cdot 0.5 \cdot r_{m} \cdot b_{c} \cdot z_{s}^{-1/2} \cdot E_{HF}^{3/2} (A_{T}^{3}(\pi - 2\alpha_{GH}) + 0.5A_{T}(\alpha_{GH} - \frac{\pi}{2})^{3} - 0.025(\frac{3}{2A_{T}} + A_{T})(\alpha_{GH} - \frac{\pi}{2})^{5}).$$

$$(4.51)$$

Hierin ist r der mittlere Kathodenradius, b die Kathodenbreite und  $A_T = (-|E_G|/E_{HF} + 1)^{1/2}$ .

Der aus dem inneren Resonanzring tretende Elektronenstrom läßt sich entsprechend dem in Kapitel 4.1.1.2 Geschriebenen mittels eines Computers berechnen.

## 4.2.2 Ausgangsresonanzring

Der Ausgangsresonanzring des zylindrischen Trirotrons ist ein  $TM_{110}$ -Mode-Resonanzring. Vernachlässigt man die Elektroneneintritts- und Austrittsschlitze sowie alle Moden höherer Ordnung, so erhält man aus den Lösungen der Maxwellschen Gleichungen für einen Koaxialhohlleiter im  $TM_{11}$ -Mode, die z.B. in [32] zu finden sind, durch Überlagerung einer in positiver und einer in negativer axialer (z-) Richtung laufenden Welle die Feldkomponenten des  $TM_{110}$ -Modes (stehende Welle). Gesucht sind jedoch die Feldkomponenten einer in azimutaler Richtung umlaufenden  $TM_{110}$  Welle. Diese Komponenten ergeben sich bei Addition zweier räumlich und zeitlich um 90° verschobener stehender Wellen im  $TM_{110}$ -Mode. Man erhält dann die Feldkomponenten

$$E_{r} = 0$$

$$E_{\phi} = 0$$

$$E_{z} = -E_{0} \frac{Z_{1}(k_{c}r)}{Z_{1}(k_{c}r_{max})} \sin(\omega t - \phi)$$

$$H_{r} = -\frac{\omega\varepsilon}{k_{c}^{2}r} \quad E_{0} \frac{Z_{1}(k_{c}r)}{Z_{1}(k_{c}r_{max})} \sin(\omega t - \phi) = \frac{\omega\varepsilon}{k_{c}^{2}r} \quad E_{z}$$

$$H_{\phi} = -\frac{\omega\varepsilon}{k_{c}} \quad E_{0} \frac{Z_{1}(k_{c}r)}{Z_{1}(k_{c}r_{max})} \cos(\omega t - \phi)$$

$$H_{z} = 0.$$

$$(4.52)$$

Hierbei ist  $Z_1(k_c r)$  die Zylinderfunktion

$$Z_{1}(k_{c}r) = J_{1}(k_{c}r)N_{1}(k_{c}r_{a}) - J_{1}(k_{c}r_{a})N_{1}(k_{c}r) \quad \text{und}$$

$$Z_{1}'(k_{c}r) = \frac{d}{d(k_{c}r)} Z_{1}(k_{c}r).$$

Da der Elektronenstrahl beim zylindrischen Trirotron bei  $r = r_{max}$ , d.h. bei der maximalen  $E_z$ -Amplitude in den Ausgangsresonanzring eintreten soll, wurden die Feldkomponenten durch  $Z_1(k_c r_{max})$  dividiert, so daß  $E_z(r=r_{max}) = -E_0 sin(\omega t - \phi)$  ist.

Die Grenzwellenzahl ergibt sich aus der Beziehung

$$k_0^2 = k_c^2 + \beta^2$$

mit  $\beta = 0$  zu

$$k_{c} = k_{0} = 2\pi/\lambda$$
.

Bei gegebener Höhe h benötigt man dann zur Dimensionierung des Ringresonators noch den Innen- und den Außenradius. Da  $k_c$  und  $r_{max}$  vorgegeben sind, läßt sich der Außenradius  $r_a$  aus  $Z_1'(k_c r_{max}) = 0$  und der Innenradius  $r_i$  aus  $Z_1(k_c r_i) = 0$  mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens berechnen (s. Appendix F).

Vernachlässigt man Änderungen der Feldkomponenten infolge der endlichen Leitfähigkeit der Resonanzringwände, so ergeben sich die Verluste durch Integration der tangentialen Magnetfelder über die Resonanzringinnenwände

$$P_{V2} = \frac{R_S}{2} \int \int |\vec{J}|^2 dA \qquad \vec{J} = \vec{n} \times \vec{H}$$
  
Wandflächen

Ausführen der Integration (Appendix G) führt zu

$$P_{V2} = \frac{R_{S}E_{0}^{2}}{Z_{0}^{2}} \cdot \left\{ \frac{Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i})}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{max})} (r_{i}h-r_{i}^{2}) + \frac{Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a})}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{max})} (r_{a}h+r_{a}^{2}) \right\}$$
(4.53)

wobei

$$Z_0(k_c r) = J_0(k_c r)N_1(k_c r_a) - N_0(k_c r)J_1(k_c r_a)$$

verwendet wurde.

Die Güte berechnet sich mit Hilfe der gespeicherten Energie zu

$$Q = \frac{\pi \omega \mu_0 h}{2R_S} \cdot \frac{(k_c r_a)^2 \cdot Z_0^2(k_c r_a) - (k_c r_i)^2 \cdot Z_0^2(k_c r_i)}{(r_i h - r_i^2) \cdot Z_0^2(k_c r_i) + (r_a h + r_a^2) \cdot Z_0^2(k_c r_a)}.$$
 (4.54)

In der folgenden Tabelle sind für unterschiedliche Frequenzen und Abmessungen die Güten und Verluste von  $TM_{110}$ -Mode-Resonanzringen aus Kupfer angegeben. Die mit einem  $\Box$  versehenen Größen wurden unter Zugrundelegung eines zum Rechteckhohlleiter aufgebogenen Resonanzrings gewonnen, dessen Länge  $l=2\pi r_{max}$  beträgt.

f(MHz)	r <sub>i</sub> (cm)	r <sub>a</sub> (cm)	h(cm)	Q	Q	E <sub>O</sub> (MV∕m)	P <sub>V□</sub> (kW)	P <sub>V2</sub> (kW)
200	1.26	91.47	10.0	19459	19122	2.00	148.57	146.51
324	5.00	57.65	0.5	1461	1344	0.15	0.37	0.37
324	5.00	57.65	10.0	23239	21574	2.00	82.19	83.01
324	2.28	56.70	10.0	23165	22320	2.00	78.98	78.03
450	2.18	40.97	10.0	25337	24256	2.00	52.62	52.00
600	1.07	30.58	10.0	26765	26516	2.00	36.74	35.40
800	0.32	22.87	10.0	27602	29011	2.00	26.19	24.14
1000	3.76	20.00	10.0	26136	23807	2.00	26.43	27.33

(Zur Berechnung obiger Werte wurde ein Programm mit der Bezeichnung TM110 geschrieben.)

\* Steuerresonanzring

#### 4.2.3 Elektronischer Wirkungsgrad

Im folgenden wird der Wirkungsgrad abgeschätzt, mit dem die kinetische Energie eines Elektrons im  $TM_{110}$ -Mode Resonanzring in HF-Energie umgewandelt werden kann. Hierfür benötigt man die z-Komponente des elektrischen Feldes (Gleichung (4.52)). Da die Elektronen bei r $\simeq$ r<sub>max</sub> in den Ausgangsresonanzring eintreten, gilt

$$\frac{dp_z}{dt} = eE_0 \sin(\omega t - \phi)$$

Für ein Elektron, das zum Zeitpunkt t=0 mit der Geschwindigkeit  $v_{z0}$  in den Resonanzring eintritt, ergibt sich

$$p_{z} = -\frac{e}{\omega} E_{0}(\cos(\omega t - \phi) - \cos\phi) + \mathscr{E}_{z0} m_{0} v_{z0} .$$

Diese Gleichung entspricht jedoch bis auf die z-Indizierung der Gleichung (4.38) aus Kapitel 4.1.6 . Somit ergibt sich nach demselben Formalismus als Feldamplitude mit den geringsten ohmschen Verlusten bei vollständiger Abbremsung des Elektrons

$$E_0 = \frac{\omega c}{2\eta} \sqrt{s_{zo}^2 - 1}$$

Zur Abschätzung des elektronischen Wirkungsgrades berücksichtigt man zusätzlich die H<sub>r</sub>-Komponente. Da der elektronische Wirkungsgrad durch Gleichung (4.44) und  $\mathcal{X}_E$  durch Gleichung (4.45) gegeben sind, folgt nach denselben Überlegungen, die zu Gleichung (4.46) führten

$$x_{A} = \frac{1}{\sqrt{1 - v_{\phi}^{2}/c^{2}}}$$
.

Mit Hilfe der Kraftgleichung und unter Berücksichtigung von  $k_0^2 = k_c^2$  ergibt sich v<sub>d</sub> dann zu

$$v_{\phi} = \frac{e U_R}{\omega m_0} \frac{1}{\gamma_A r_{max}} (x_A - x_{z0}) .$$

Daraus folgt nach einigem Umformen
$$x_{A} = \frac{-\gamma_{z0} (\frac{\lambda}{2\pi r_{max}})^{2} \pm \sqrt{(\lambda/2\pi r_{max})(\gamma_{z0}^{2}-1) + 1}}{1 - (\lambda/2\pi r_{max})^{2}}$$

Also gilt

$$\eta_{e} = \frac{\gamma_{z0} - \gamma_{A}}{\gamma_{z0} - 1} = \frac{\gamma_{z0} - \sqrt{1 + (\gamma_{z0}^{2} - 1)(\lambda/2\pi r_{max})^{2}}}{(1 - (\lambda/2\pi r_{max})^{2})(\gamma_{z0} - 1)}.$$
(4.55)

# 5. RELATIVISTISCHE ERWEITERUNG DER TRIROTRONANALYSE FÜR COMPUTERBERECHNUNGEN

Zur Berechnung aller Trirotrondaten für den Entwurf eines kompletten Trirotrons läßt sich ein Computerprogramm nicht umgehen. Hierbei ist es nötig, die Bahnen einzelner Strahlsegmente zu verfolgen. Zumindest im Bereich der Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke des Trirotrons sollten dabei relativistische Effekte berücksichtigt werden, um relevante Aussagen über Wirkungsgrad, Verstärkung, Strahlverluste u.ä. zu erhalten. Der relativistische Faktor nimmt nämlich bei Spannungen oberhalb von 51 kV Werte größer als 1.1 an.

## 5.1 Relativistische Kraftgleichung in Zylinderkoordinaten

Für die Berechnung der Flugbahnen der Strahlsegmente im Trirotron benötigt man die relativistische Kraftgleichung in Zylinderkoordinaten. Aus ihr lassen sich dann die Beschleunigung und die Geschwindigkeit der Strahlsegmente errechnen. Die relativistische Kraftgleichung lautet:

$$m_{0}\left(\frac{d\tilde{x}}{dt}\vec{v} + \tilde{x}\frac{d\tilde{v}}{dt}\right) = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \qquad \qquad \tilde{x} = (1 - \frac{|\vec{v}|^{2}}{c^{2}})^{-1/2}$$

Im Zylinderkoordinatensystem gelten für die Geschwindigkeit und die Beschleunigung die Gleichungen

$$\vec{v} = \vec{r}\vec{e}_r + r\vec{\phi}\vec{e}_{\phi} + \vec{z}\vec{e}_z \qquad \text{und}$$
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (\vec{r} - r\vec{\phi}^2)\vec{e}_r + (2\vec{r}\vec{\phi} + \vec{r}\vec{\phi})\vec{e}_{\phi} + \vec{z}\vec{e}_z$$

(Punkte kennzeichnen die Ableitung nach der Zeit). Gesucht sind die radiale, azimutale und axiale Beschleunigungskomponente. Diese ergeben sich in Vektorschreibweise zu (siehe auch Appendix H und [3])

$$m_{0}x\left[\begin{matrix}\dot{r}\\\dot{r}\\\dot{r}\\\dot{z}\\\dot{z}\end{matrix}\right] = -e \cdot \left[\begin{matrix}(1-(\frac{\dot{r}}{c})^{2}) E_{r}\\(1-(\frac{\dot{r}\phi}{c})^{2})E_{\phi}\\(1-(\frac{\dot{r}\phi}{c})^{2})E_{\phi}\end{matrix}\right] -e \cdot \left[\dot{r}B_{z}-\dot{r}B_{z}\\\dot{r}B_{\phi}-\dot{r}B_{z}\end{matrix}\right] + \frac{e}{c^{2}} \cdot \left[\dot{r}r\dot{\phi}E_{\phi}+\dot{r}\dot{z}E_{z}+\frac{m_{0}}{e}xc^{2}r\dot{\phi}^{2}\right] + \frac{e}{c^{2}} \cdot \left[\dot{r}r\dot{\phi}E_{\phi}+\dot{r}\dot{\phi}zE_{z}-2\frac{m_{0}}{e}xc^{2}\dot{r}\dot{\phi}\right] + \frac{e}{c^{2}} \cdot \left[\dot{r}e^{2}r\dot{\phi}E_{\phi}+\dot{r}\dot{\phi}zE_{z}-2\frac{m_{0}}{e}xc^{2}\dot{r}\dot{\phi}\right] + \frac{e}{c^{2}} \cdot \left[\dot{r}e^{2}r\dot{\phi}E_{\phi}+\dot{$$

Der elektronische Wirkungsgrad ist gegeben durch

$$n_{e} = \frac{\frac{I}{e} (W_{kinE} - W_{kinA})}{\frac{I}{e} W_{kinE}}$$

Hierin ist

W<sub>kinE</sub> = Energie eines Elektrons bei Eintritt in den äußeren Resonanzring W<sub>kinA</sub> = Energie eines Elektrons bei Verlassen des äußeren Resonanzrings.

Die Gesamtenergie eines Teilchens ist

$$W = mc^2 = m_0 c^2 + W_{kin}$$

m<sub>0</sub> = Ruhemasse des Elektrons c = Lichtgeschwindigkeit.

Die kinetische Energie eines Elektrons ist also

$$W_{kin} = m_o c^2(\gamma - 1)$$

Mit  $P = \frac{I}{e}W_{kin}$  ergibt sich der elektronische Wirkungsgrad des i-ten Strahlsegments zu

$$\eta_{ei} = \frac{\gamma_{Ei} - \gamma_{Ai}}{\gamma_{Ei} - 1}$$

 $x_{Ei}$  = relativistischer Faktor des i-ten Strahlsegments bei Eintritt in den äußeren Resonanzring

 $x_{Ai}$  = relativistischer Faktor des i-ten Strahlsegments bei Verlassen des äußeren Resonanzrings.

Hieraus folgt der gesamte elektronische Wirkungsgrad zu

,

$$\eta_{e} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (\gamma_{Ei} - \gamma_{Ai})}{\sum_{i=1}^{N} (\gamma_{Ei} - 1)}$$

wenn alle Strahlsegmente den gleichen Strom führen.

## 6. RADIALSTEGRESONANZRING: MESSUNGEN, PROBLEME, LOSUNGEN

Der innere Radialstegresonanzring ist ein entscheidender Bestandteil des Trirotrons. Deshalb ist die Klärung der folgenden Fragen von grundlegendem Interesse:

- Wie genau stimmt die nach Kapitel 4.1.3.1 berechnete Resonanzfrequenz des TE<sub>111</sub>-Modes mit der gemessenen überein und welche Resonanzfrequenzen besitzt der Resonanzring in der Umgebung des TE<sub>111</sub>-Modes?
- 2. Wie ändert sich die radiale E-Feldkomponente in axialer Richtung?
- 3. Stimmen die berechnete und die gemessene Güte überein und
- 4. wie läßt sich eine umlaufende Welle trotz fertigungsbedingter Exzentrizitäten und Störungen in der Resonanzringgeometrie bei gleichzeitig möglichst kleinem Resonanzringumfang (kleiner Kathodenumfang) und geringer Spaltbreite erzeugen und nachweisen?

Punkt eins läßt sich durch eine Wobbelmessung mit anschließender Ausmessung der Resonanzfrequenz klären. Die qualitative E-Feld-Verteilung in axialer Richtung kann durch leichte Modifikation des Störkörpers an einem vorhandenen Störkörpermeßplatz gezeigt werden. Die Güte läßt sich der Resonanzkurve entnehmen. Die umlaufende Welle schließlich kann z.B. durch am Resonanzringumfang angebrachte Meßsonden oder Richtkoppler nachgewiesen werden.

Ein Radialstegresonanzring für eine Frequenz von ca. 320 MHz hat z.B. bereits eine Höhe von ca. 0.5 m und einen Außendurchmesser von rund 0.35 m. Deshalb bewegen sich allein die Materialkosten bereits im tDM-Bereich, und die Fertigungszeit ist lang. Aus diesen Gründen wäre ein verkleinertes Modell für eine höhere Frequenz wünschenswert. Dem widersprechen jedoch drei Gründe:

 Bei höheren Frequenzen, d.h. bei kleineren Resonanzringabmessungen, ist die Störkörpermessung im ohnehin schon schmalen Spalt des Radialstegresonanzrings nicht mehr möglich,







Bild 1: Radialstegresonanzring mit Abstimmvorrichtungen

,

- 2. an einem 1:1 Modell können z.B. die HF-Einkopplungen getestet werden, und
- 3. es stehen in dem genannten Frequenzbereich die benötigten Meßgeräte sowie ein leistungsstarker Sender zur Verfügung.

Deshalb wurde ein 1:1-Modell des Radialstegresonanzrings gebaut, der unter den folgenden Gesichtspunkten dimensioniert wurde:

- Die Materialkosten für die Kathode sollen klein gehalten werden, und der Heiz- und Kühlleistungsbedarf soll möglichst gering sein. Darum muß ein möglichst kleiner Kathodenumfang und somit auch ein kleiner Resonanzringumfang gewählt werden.
- Möglichst viele der von der Kathode emittierten Elektronen sollen in die Beschleunigungsstrecke gelangen. Hierfür muß die Spaltweite des Resonanzrings klein sein. Zu berücksichtigen ist hierbei die fertigungstechnische Machbarkeit.
- Die Leistungseinkopplung soll mit 13/30-Koaxialleitungen erfolgen, wodurch der Abstand zwischen Resonanzringaußen- und -innenradius gegeben ist.
- 4. Die Feldinhomogenität an der Stegkante soll bis zum Kathodenbereich hin abgeklungen sein.

Die Abmessungen des aus Ms58 gefertigten Resonanzrings sind in Abb.21 vereinfacht wiedergegeben. Bild 1 zeigt den Resonanzring mit den HF-Einkopplungen, Tunern und Meßsonden.

## 6.1 Resonanzfrequenz

Für die Resonanzfrequenzmessung wurde ein Meßplatz aufgebaut, dessen Blockschaltbild in Abb.22 dargestellt ist.

Diese Messung ergab im Bereich zwischen 100 MHz und 500 MHz zwei Resonanzfrequenzen. Die untere bei 109.7 MHz ist die des TEM-Modes. Die obere bei ca. 320 MHz ist die des  $TE_{111}$ -Modes. Bei einem idealen Resonator müßte die Resonanzfrequenz des  $TE_{111}$ -Modes unabhängig von der Einkoppelstelle sein. Da jedoch in der Praxis Exzentrizitäten und Asymmetrien unver-



## Abb. 22: Resonanzfrequenzmeßplatz

meidbar sind, ergaben sich bei zwei um 90° versetzten Einkopplungsstellen zwei verschiedene Resonanzfrequenzen von 320.44 MHz und 319.06 MHz. Durch entsprechendes Abstimmen des Resonanzrings konnte eine gemeinsame Resonanzfrequenz der um 90° versetzten Moden von 319.86 MHz erreicht werden. Vergleicht man die für den TEM-Mode und den TE<sub>111</sub>-Mode nach Kapitel 4.1.3.1 berechneten Resonanzfrequenzen mit den gemessenen, so stellt man für den TEM-Mode im Rahmen der Meßgenauigkeit keine Abweichung fest. Die TE<sub>111</sub>-Mode-Resonanz liegt bei der Berechnung mit Hilfe der TEM-Resonanzfrequenz um 0.7% unter der gemessenen, während die nach der zweiten in Kapitel 4.1.3.1 angeführten Methode bestimmte Resonanzfrequenz um 0.3% zu hoch liegt. Somit eignen sich die angegebenen Beziehungen für die Berechnung des TEM-Modes und des hier interessierenden TE<sub>111</sub>-Modes.

Beim Vergrößern der Resonanzringspaltbreite, wie es beim Nachweis der umlaufenden Welle geschieht (Kap.6.4), erhöht sich die Resonanzfrequenz des Radialstegresonanzrings. Ohne Abstimmung des Resonanzrings liegen auch hier die beiden  $TE_{111}$ -Mode-Resonanzen nebeneinander, wie es aus der in Abb.23 gezeigten Resonanzkurve hervorgeht. Durch geeignete Abstimmung des Resonanzrings lassen sich die beiden Resonanzfrequenzen aneinander angleichen, wie es aus Abb.24 hervorgeht.

## 6.2 Güte

Die Bestimmung der Güte des Resonanzrings kann auf verschiedene Arten erfolgen (Messung der 3dB-Bandbreite (Amplitude und/oder Phase), Messung



Abb. 23: Resonanzkurve des nicht abgestimmten Resonanzrings





- 74 -

der Ausschwingzeit des Resonators, Ausmessung der Resonanzkurve). Da von dem hier behandelten Messingresonanzring eine geringe Güte erwartet wird (Kap. 4.1.3.2), insbesondere auch wegen des schmalen Resonanzringspalts, wird die Resonanzkurve zur Gütemessung herangezogen. Hierzu wurde ein rechnergesteuerter Meßplatz zusammengestellt, der die Resonanzkurve vollautomatisch durchläuft und aufzeichnet.

Die für den abgestimmten Resonanzring aufgenommenen Resonanzkurven zweier um 90° versetzt angeregter  $TE_{111}$ -Moden zeigt Abb.24. Anhand dieser Kurven läßt sich feststellen, daß beide Resonanzfrequenzen bei 319.86 MHz liegen. Nach Ausmessen der 3dB-Bandbreite und unter Berücksichtigung der jeweiligen Koppelfaktoren ergeben sich unbelastete Güten von

$$Q_{0A} = 768$$
 und  $Q_{0B} = 769$ .

Die in Kapitel 4.1.3.2 für diesen Radialstegresonanzring berechnete Güte betrug 949. Die Meßwerte liegen also ca. 20% unter den berechneten Werten. Als Ursache hierfür ist die Oberflächenrauhigkeit des Resonanzrings (Rauhtiefe = 4  $\mu$ m, Eindringtiefe bei 320 MHz = 6.8  $\mu$ m) anzusehen.



<u>Abb. 25:</u> Resonanzkurven (f<sub>res</sub> = 320.80 MHz)

Zum Nachweis der umlaufenden Welle (Kap. 6.4) wird ein mit Meßsonden bestückter zweiseitig kupferbeschichteter Epoxyd-Glasfaserhartgewebestreifen im Stegbereich um den Resonanzringumfang angebracht werden. Hierdurch vergrößert sich die Spaltbreite des Resonanzrings in diesem Bereich und ebenso die Resonanzfrequenz. Es ergeben sich dann bei zwei um 90° versetzt angeregten  $TE_{111}$ -Moden die in Abb.25 angegebenen Resonanzkurven.

Die Resonanzfrequenz hat sich hierbei auf 320.80 MHz erhöht. Die unbelasteten Güten vergrößern sich entsprechend der größeren Spaltweite zu

und

 $Q_{0C} = Q_{L} \cdot 1.273 = 858$  $Q_{0D} = Q_{L} \cdot 1.265 = 828$ .

## 6.3 Radiales elektrisches Feld (Störkörpermessung)

Zur qualitativen Messung des Verlaufs der radialen E-Feld-Komponente in axialer Richtung wurde der in Abb.26 gezeigte Störkörpermeßaufbau verwendet. Als Störkörper wurden dielektrische Zylinder verwendet, die in axialer Richtung durch den Resonator bewegt wurden. Diese Zylinder wurden dabei vorher so ausgerichtet, daß sie zur Resonatorachse zeigten. Die mit diesem Aufbau gewonnenen Kurven sind in Abb.27 wiedergegeben. Die Feldüberhöhung im Stegbereich ist deutlich erkennbar.



## Abb. 26: Störkörpermeßplatz



b) TE<sub>111</sub>-Mode <u>Abb. 27:</u> radiale E-Feldkomponente in axialer Richtung

## 6.4 Umlaufende Welle

Der Nachweis der umlaufenden Welle kann z.B. auf drei verschiedene Arten erfolgen:

- mittels einer Richtkoppelschleife , die an die umlaufende Welle ankoppelt,
- 2. durch eine Meßsonde, die entlang des Resonanzringumfangs bewegt werden kann und
- durch einzelne unbeweglich angebrachte Meßsonden am Umfang des Resonanzrings.

Der Nachweis mit Hilfe einer <u>Richtkoppelschleife</u> birgt zwei Nachteile in sich, da sich zum einen der Abgleich schwierig gestaltet und zum anderen die erreichbare Richtwirkung nicht ausreichend ist. (Übliche Schleifen-





<u>Abb. 28:</u> Meßergebnisse bei der Anregung stehender Wellen im TE<sub>111</sub>-Mode durch Koppelschleifen

richtkoppler erreichen ca. 30dB 'directivity'.) Die am Resonanzringumfang angebrachte <u>bewegliche</u> <u>Sonde</u>, ähnlich wie bei Messungen mit einer Schlitzleitung, wäre wegen der in azimutaler Richtung möglichen kontinuierlichen Verschiebung der Meßsonde gut geeignet. Die Schwierigkeit liegt

- 78 -



Bild 2: Meßplatz zum Nachweis der umlaufenden Welle



<u>Abb. 29:</u> Blockschaltbild des Meßplatzes zum Nachweis der umlaufenden Welle

hierbei jedoch in der aufwendigen Mechanik (wegen der geringen Spaltbreite des Resonanzrings müßte eine exakte azimutale Führung gefordert werden). Bringt man statt dessen an fest vorgegebenen Stellen <u>unbewegliche</u> <u>Meßsonden</u> an, so entfällt die umfangreiche Mechanik. Nach Kalibrierung der einzelnen Meßsonden kann die umlaufende Welle mit ausreichender Genauigkeit nachgewiesen werden.





Bei der praktischen Realisierung der zuletzt geschilderten Nachweisart wurde ein zweiseitig kupferbeschichteter Epoxyd-Glashartgewebestreifen mit zwölf Meßsonden bestückt. Nach der Kalibrierung der einzelnen Meßsonden wurde der Streifen im Stegbereich am Resonanzringumfang befestigt. Anschließend wurde dann erst einmal in jede der beiden um 90° versetzten Resonanzringeinkopplungen separat HF-Leistung eingespeist, so daß sich jeweils eine stehende  $TE_{111}$ -Mode-Welle ausbilden konnte. Die Meßergebnisse sind nach Betrag und Phase getrennt in Abb.28 wiedergegeben. Bei beiden Darstellungen sind die zugehörigen Fehlerbalken mit eingezeichnet. Die Ausbildung der stehenden Wellen ist deutlich sichtbar.

Im Anschluß an die Messung der stehenden Welle wurde der in Bild 2 gezeigte Aufbau zur Erzeugung und zum Nachweis der umlaufenden Welle zusammengestellt. Das Blockschaltbild dieses Meßaufbaus zeigt Abb.29. Die Ergebnisse einiger repräsentativer Messungen sind in Abb.30 wiederum getrennt nach Betrag und Phase für unterschiedlich gut gelungene Abgleiche wiedergegeben. Hierbei wurden die Phasenmeßwerte einmal zusammen mit der linear zunehmenden Sollphase aufgetragen und einmal die Phasendifferenz zwischen azimutalem Meßsondenabstandswinkel und zugehöriger HF-Phase zwischen diesen Meßsonden. Anhand des Betrags der HF-Spannung ebenso wie aus der Phasendifferenz läßt sich – wie noch gezeigt wird – quantitativ entnehmen, wie groß der Anteil der noch vorhandenen stehenden Welle ist bzw. wie groß der in Gegenrichtung umlaufende unerwünschte Wellenanteil ist.

Der Anschaulichkeit halber betrachte man die umlaufende Welle als Zeiger in der komplexen Ebene (Abb.31a). Die Zeigerlänge gibt dabei den Betrag der Spannungsamplitude an und der Winkel zwischen Zeiger und reeller Achse den HF-Phasenwinkel. Für eine umlaufende Welle erhält man dann einen konstanten Wert für den Betrag der Spannungsamplitude und einen kontinuierlich zunehmenden HF-Phasenwinkel (s.a. Appendix I), d.h. die Zeigerspitze beschreibt einen Kreis. Für eine stehende Welle erhält man andererseits durch vektorielle Addition zweier gleich langer mit identischer Winkelgeschwindigkeit gegensinnig rotierender Zeiger einen Verlauf von  $|U(\phi)|$ , der dem Betrag des Cosinus proportional ist und als HF-Phasenwinkel nur die Werte 0° und 180° (s.a. Appendix I).

Interessant beim Nachweis der umlaufenden Welle ist insbesondere der

- 82 -

Fall, daß die zwei um 90° räumlich und zeitlich versetzt angeregten stehenden Wellen unterschiedliche Amplituden haben. Dies läßt sich in der komplexen Ebene als Addition zweier Vektoren unterschiedlicher Amplitude darstellen, deren einer in x-Richtung von  $(1+x_T) \cdot U_0$  bis  $-(1+x_T) \cdot U_0$ schwingt und deren anderer in jy-Richtung von  $(1-x_T) \cdot U_0$  bis  $-(1-x_T) \cdot U_0$ zum ersteren um 90° zeitlich versetzt schwingt (Abb.31b). Der resultierende Vektor dieser beiden stehenden Wellen beschreibt eine Ellipse. Dieser Sachverhalt ist noch anschaulicher, wenn man anstelle von den beiden stehenden Wellen von einer fortschreitenden Welle der Amplitude U $_{
m O}$  und einem unerwünschten gegenläufigen Wellenanteil der Amplitude U $_1$  = x $_{\mathsf{T}}ullet \mathsf{U}_0$ ausgeht. Man sieht dann sofort qualitativ (Abb.31a), daß die Amplitudenabweichung ebenso wie die Phasenabweichung zwei Minima und zwei Maxima durchläuft. Um nun aus dem resultierenden Zeiger den Anteil der unerwünschten Welle zu erhalten, trennt man den Vektor nach Betrag und Phase auf:

Die fortschreitende Welle hat die Spannungsamplitude  $U(\phi) = U_0 e^{-j\phi}$  und somit  $|U(\phi)| = U_0$ . Durch Überlagerung zweier gegensinnig umlaufender Wellen gleicher Amplitude ergibt sich bekanntermaßen die stehende Welle zu

$$U(\phi) = U_0^{\bullet}(e^{j\phi} + e^{-j\phi})$$
 und  $|U(\phi)| = 2U_0^{\bullet}\sqrt{0.5 \cdot (1 + \cos(2\phi))}$ .

Bei der Überlagerung zweier gegenläufiger Wellen unterschiedlicher Amplitude erhält man dann

$$U(\phi) = U_0 e^{j\phi} + x_T U_0 e^{-j\phi}$$
,

d.h. der resultierende Zeiger beschreibt eine Ellipse [42]. Durch Betragsbildung folgt

$$|U(\phi)| = U_0 \sqrt{(e^{j\phi} + x_T e^{-j\phi}) \cdot (e^{-j\phi} + x_T e^{j\phi})} =$$
$$= U_0 \sqrt{1 + x_T + 2x_T \cos(2\phi)}.$$

Der Maximalwert und der Minimalwert von  $|U(\phi)|$  sind.

$$|U(\phi)|_{\max} = |U(0,\pi)| = U_0(1 + x_T)$$
 und  
$$|U(\phi)|_{\min} = |U(\pi/2, 3\pi/2)| = U_0(1 - x_T) .$$



- <u>Abb. 31:</u> Darstellung zweier entgegengesetzt umlaufender Wellen unterschiedlicher Amplitude, aber gleicher Ausbreitungsgeschwindigkeit in der komplexen Ebene
  - a) durch Addition der Vektoren zweier entgegengesetzt umlaufender Wellen unterschiedlicher Amplitude
  - b) durch Addition der Vektoren zweier räumlich und zeitlich um 90° versetzt angeregter stehender Wellen unterschiedlicher Amplitude

Aus der Differenz zwischen Maximum und Minimum des gemessenen Amplitudenverlaufs ergibt sich also offensichtlich der Anteil der unerwünschten gegenläufigen Welle.

Wie man den Meßwerten des Betrags der HF-Spannung in Abb.30 entnehmen kann, deuten sie auf einen gegenläufigen Wellenanteil hin, der in der Größenordnung des Meßfehlers liegt. Da stets dieselbe Meßsonde (O°-Position) als Bezugsmeßsonde verwendet wurde (in der komplexen Ebene läge sie auf einer der Koordinatenachsen), müssen – bei einer räumlichen und zeitlichen Phasenverschiebung von 90° zwischen den Einkopplungen – die Meßwerte stets oberhalb oder unterhalb des Bezugsmeßwerts liegen. Dies ist bei beiden dargestellten Meßkurven des Amplitudenbetrags im Rahmen der Meßgenauigkeit der Fall. Dadurch, daß bei den beiden wiedergegebenen Messungen die Meßwerte einmal oberhalb und einmal unterhalb des Bezugsmeßwerts liegen, ist nachgewiesen, daß der Abgleich auf eine umlaufende Welle ohne gegenläufigen Wellenanteil trotz fertigungsbedingter Exzentrizitäten möglich ist.

Gemäß den vorangegangenen Ausführungen erkennt man z.B. an sowohl positiven als auch negativen Meßwerten, bezogen auf den hier gewählten Bezugsmeßwert, daß die zeitliche und/oder die räumliche Phasendifferenz der beiden Moden nicht 90° beträgt. Dies bedeutet in der komplexen Ebene, daß die Ellipse gedreht ist d.h., daß ihre Achsen nicht mit den Koordinatenachsen zusammenfallen.

Um eine Kontrolle der Meßwerte zu haben, kann man die Phasenmeßwerte zur Hand nehmen. Der HF-Phasenwinkel entlang des Azimuts des Resonanzrings ergibt sich aus dem Winkel des resultierenden Zeigers der beiden überlagerten Wellen zu

$$\phi_{\text{HF}}(\phi) = \arctan\frac{\text{Im}(U(\phi))}{\text{Re}(U(\phi))} = \arctan\frac{(1-x_{\text{T}})\sin\phi}{(1+x_{\text{T}})\cos\phi} = \arctan\left(\frac{1-x_{\text{T}}}{1+x_{\text{T}}} \, \text{tg}\phi\right).$$

Die Differenz zwischen  $\phi_{\rm HF}$  und dem azimutalen Winkel, unter dem die Meßsonde angebracht ist, stellt die Phasenabweichung zur nur in einer Richtung umlaufenden Welle dar und beträgt

$$\Delta \phi_{\rm HF}(\phi) = \phi - \arctan(\frac{1-x_{\rm T}}{1+x_{\rm T}} tg\phi).$$

Da der Abstand zwischen den einzelnen Meßsonden 30° beträgt, ist es naheliegend, die Differenz aus azimutalem Winkel zweier Meßsonden zueinander und der zwischen diesen Meßsonden gemessenen HF-Phasendifferenz graphisch aufzutragen. Anhand der vorherigen Ausführungen müssen diese Meßwerte dann auf einer Kurve entsprechend

$$\Delta \phi_{\text{HF}}(\phi) = 30^{\circ} - \left[ \operatorname{arctg}(\frac{1-x_{\text{T}}}{1+x_{\text{T}}} \, \text{tg}\phi) - \operatorname{arctg}(\frac{1-x_{\text{T}}}{1+x_{\text{T}}} \, \text{tg}(\phi-30^{\circ})) \right]$$

liegen.

## 7. KONSTRUKTIONSBESCHREIBUNG ZUM TRIROTRONEMISSIONSEXPERIMENT

Wie schon in der Einleitung dargelegt wurde, ist die Erzeugung und der · Nachweis des umlaufenden Elektronenstrahls für das Trirotron grundlegend. Hierfür benötigt man die Kathode und den koaxialen Radialstegresonanzring. Weiterhin sind der Einfluß des Durchgriffs der Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke in den inneren Resonanzring sowie der Einfluß von Raumladungskräften auf die Strahlform von Interesse. Deshalb ist ein Experiment geplant, zu dem der innere Teil des Trirotons einschließlich einer Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke konstruiert und aufgebaut werden soll. Der Ausgangsresonanzring des Trirotrons ist bei diesem Versuchsaufbau durch eine Anode ersetzt, hinter der sich an verschiedenen Stellen Meßsonden befinden. Diese sollen es ermöglichen, den zeitlichen Verlauf des umlaufenden Elektronenstrahls sowie die axiale Strahlaufspreizung aufzuzeigen. Die Darstellung des zeitlichen Elektronenstrahlverlaufs soll dann auf einem Oszillographen erfolgen, dessen obere Grenzfrequenz 1 GHz und unter Verwendung eines "Sampling"-Einschubs 14 GHz beträgt.

Beim Trirotron muß infolge der Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke entweder die HF-Speiseleistung oder die HF-Ausgangsleistung über ein hohes Potential geführt werden, oder aber der HF-Speiseverstärker hochgelegt werden. Die damit verknüpften Probleme wurden beim Trirotronemissionsexperiment (TEE) dadurch ausgeklammert, daß die HF-Meßsonden ebenso wie der Oszillograph auf hohem Potential liegen.

In den folgenden Unterkapiteln werden komponentenweise die Überlegungen geschildert, die zur Konstruktion des Trirotronemissionsexperiments führen.

## 7.1 Kathode

Gemäß den Ausführungen des Kapitels 3 soll eine thermische Kathode gewählt werden. Wegen des Spannungsabfalls entlang der direkt geheizten Kathoden wird eine indirekt geheizte Kathode gewählt. Wegen der langjährigen Erfahrung mit Wolframschwammkathoden, ihrer Anwendung in Klystrons und ihrer Langlebigkeit [24] (Kapitel 3.3.2) wird diese Kathodenart als Referenzlösung gewählt. In demselben Kapitel wurde beschrieben, daß sich das Problem des - bezogen auf den Stand der Technik - großen Kathodenumfangs durch eine Kreissegmentkathode lösen läßt. Die Realisierbarkeit einer solchen Kathode ist zwar möglich, jedoch sind für die Herstellung der kreisbogenförmig gekrümmten Segmente Vorexperimente und spezielle Werkzeuge erforderlich. Dies bedingt einen finanziellen Aufwand, der für ein erstmaliges TEE weder gerechtfertigt ist, noch mit den zur Verfügung stehenden Mitteln erbracht werden kann.

Erheblich geringere Kosten ergeben sich für ebene Kathodensegmente. Nähert man den Kathodenring deshalb durch ein Polygon an, so ergeben sich entlang eines Kathodensegmentes wegen der Änderung des Abstandes zwischen Segment und Gitter unterschiedliche Verhältnisse von  $U^{3/2}/b_s^2$ . Somit variiert die Stromdichte entlang eines jeden Kathodensegments. Läßt man eine Stromdichteabnahme von weniger als 20% noch zu, so ergibt sich, ausgehend von einem vorgegebenen minimalen  $b_s$ , eine zulässige Vergrößerung von  $b_c$  um  $\Delta b_c$  zu

Wählt man beispielsweise eine Spaltbreite b<sub>s</sub> von 5 mm, so ergibt sich ein  $\Delta b_s = 0.59$  mm. Bei einem Kathodenradius von r<sub>c</sub> = 157.5 mm muß der Kathodensegmentwinkel  $\alpha_c$  dann kleiner als

$$\alpha_{c} = 2 \arccos \frac{r_{c} - \Delta b_{s}}{r_{c}} = 9.92^{\circ}$$

sein. Dies ergibt 36.3 Kathodensegmente. Da  $\alpha_c$  jedoch kleiner als 9.92° und die Anzahl der Kathodensegmente durch drei teilbar sein soll (damit sich drei einzeln heizbare übergeordnete Kathodenteile ergeben), werden 39 Segmente mit einer Länge von je 25.34mm gewählt. Somit ergibt sich

$$\frac{b_s^2}{(b_s + \Delta b_s)^2} = (\frac{5}{5.51})^2 = 0.82$$

Nachdem das Problem des Kathodenumfangs auf diese Weise gelöst ist, muß eine geeignete indirekte Heizung für die Kathodensegmente gesucht werden. Eine Möglichkeit, die gleichzeitig einen guten Wärmeübergang vom Heizdraht zur Kathode gewährleistet, besteht darin, den Heizdraht direkt in die Kathode einzubetten. Der Bezug solcher Kathodensegmente mit integrierter indirekter Heizung stößt jedoch vor allem auf finanzielle Schwierigkeiten, da hierfür umfangreiche technologische Kenntnisse erforderlich sind und die Herstellungszeit lang ist. Deshalb wird der Heizdraht separat von der Kathode durch  $Al_2O_3$ -Röhrchen geführt und somit die Spannungsisolation des Heizdrahts gegenüber der Kathode erreicht. Um die Kathodensegmente möglichst gleichmäßig zu heizen, werden die Heizröhrchen über, unter und hinter der Kathode angebracht. Dies insbesondere deshalb, weil die Wärmeleitfähigkeit des porösen Wolframs geringer als die des nicht porösen ist.

Da Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Keramik druckstabil ist und ein guter Wärmeübergang zwischen den Aluminiumoxidröhrchen und dem Wolframschwamm hergestellt werden soll, werden die Röhrchen durch eine klammerartige Halterung an das jeweilige Kathodensegment gedrückt. An den Übergangsstellen zwischen W-Heizdraht und Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Röhrchen ist bis 1900°C laut [45] keine Reduktion der Keramik zu erwarten. Zur Verringerung der benötigten Heizleistung tragen Wärmestrahlungsschirme hinter der Kathode bei.

Damit die azimutale Winkelbreite des Elektronenstrahls auf die gewünschten Werte (Kap. 4.1.1.2) gebracht werden kann, benötigt die Kathode eine positive Vorspannung gegenüber der Resonanzringaußenwandung. Dies bedeutet, daß die Aluminiumoxidröhrchen selbst bei ca. 1100°C noch hinreichend große spezifische Widerstände aufweisen müssen. Da der spezifische Widerstand von Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> bei 1100°C jedoch nur noch ca. 10<sup>6</sup>  $\Omega$ cm [49] beträgt, werden die Heiznetzteile auf Kathodenpotential gelegt. Als Ort der Potentialtrennung bietet sich der Kathodenbereich an, da hier auch eine Verringerung des Wärmeübergangs erreicht werden muß. Eine andere Lösung bestünde z.B. darin, den Resonanzringsteg gleichspannungsmäßig vom Resonanzring zu trennen, wodurch einerseits eine bessere Feldhomogenität vor der Kathode erzielt werden könnte und andererseits eventuell auftretendes Multipacting verringert bzw. ganz verhindert werden könnte.

## 7.2 Innerer Resonanzring

An den inneren Resonanzring sind hinsichtlich der mechanischen Stabilität insbesondere wegen der geforderten Zentrizität bei geringer Resonanzringspaltbreite recht hohe mechanische Anforderungen zu stellen. Weiterhin ist eine hohe elektrische und Wärmeleitfähigkeit sowie gute Vakuumtauglichkeit zu fordern. Deshalb wird als Material für den Resonanzring OFHC-(oxygen free high conductivity) Kupfer verwendet.

Wegen der Wärmestrahlung und der emittierten Elektronen im Kathodenbereich und um einen guten HF-Übergang zu gewährleisten, wurden am Resonanzringsteg im Kathodenbereich Molybdänlippen vorgesehen (Abb.33).

Die Einkopplung der HF-Leistung in den Resonanzring erfolgt mittels zweier um 90° räumlich versetzt angeordneter Koppelschleifen. Die zugehörigen 13/30-Koaxialleitungen sind durch HF-Fenster vakuumdicht abgeschlossen (Abb.32). Durch drehbare Bälge an der Außenwandung der 13/30-Leitung kann die Koppelanordnung beim Überstülpen des Oberteils des Vakuumbehälters an diesen angeflanscht werden, ohne verstellt werden zu müssen (Abb.33).

Als Gitter an der Außenwandung des Resonanzrings erscheint für diesen ersten Versuchsaufbau ein Molybdängitter ausreichend. Wegen der hohen Transparenz des Gitters, die wegen der Wärmebelastung durch auftreffende Elektronen größer als 90% sein soll, empfiehlt es sich, bei der Herstellung Molybdänblech zu verwenden, damit eine gute Formstabilität gewährleistet ist. Die Perforierung des Blechs kann durch Stanzen, Laserbestrahlung oder Funkenerosion erfolgen. Während Stanzen wegen der zu dünnen verbleibenden Gitterstege und die Verwendung eines Lasers durch die Wärmeableitung des Blechs Nachteile aufweist, eignet sich die Funkenerosion. Die Halterung des Gitters erfolgt durch Pressung mit Hilfe von Ringsegmenten am unteren Teil der oberen Resonanzringhälfte. Das untere Gitterende soll wegen der Wärmeausdehnung des Gitters beweglich sein. Wegen der Zerstörungsgefahr des Gitters durch Überschläge von der Anode soll durch eine äußere Schutzschaltung eine Schnellabschaltung der Hochspannung sichergestellt werden.

Schwierigkeiten im Resonanzringbereich könnten durch die starke Wärmebelastung in der Kathodenumgebung und im Gitterbereich sowie durch Multipacting auftreten.

## 7.3 Anodenbereich

Der Bereich zwischen Resonanzringaußenwandung und der Wand des Vakuumbehälters sei hier als Anodenbereich bezeichnet. Zwischen Resonanzring und



<u>Abb. 32:</u> Hochfrequenzeinkopplung (Schleifenkopplung)

Anode liegt die Gleichspannung zur Beschleunigung der Elektronen. Die Halterung der Anode muß deshalb mit Isolatoren erfolgen. Wegen des Gewichts der Anode entfallen Halterungen, bei denen die Isolatoren radial ausgerichtet und somit Hebelkräften ausgesetzt sind. Ferner sollen die Isolatoren nicht direkt der entstehenden Bremsstrahlung ausgesetzt werden. Deshalb empfiehlt es sich, die Anode auf 'Isolatorbeine' zu stellen, zumal Keramik eine große Druckbelastung verträgt.

Durch die Energie des auftreffenden Elektronenstrahls ist die Anode einer hohen Wärmebelastung ausgesetzt. Aus Gründen der Wärmeableitung wird deswegen OFHC-Kupfer verwendet. Da die maximale Elektronenstrahlleistung 30kW betragen kann, ist für einen guten Wärmeübergang zwischen Anode und Kühlwasser zu sorgen. Dies erfolgt hier – ähnlich wie bei den Kollektoren von Klystrons, die Leistungen von über 150 W/cm<sup>2</sup> abführen können – durch Einfräsen von Nuten (Oberflächenvergrößerung), d.h. durch Einbringen von Kühlkanälen in die Anode.

Da das Anodenkühlwasser außerhalb des Trirotrons auf Erdpotential liegen soll, muß sich zwischen Kühlwasserzuführung und Anode ein Isolator befinden. Damit die Hochspannung entlang dieser Strecke über dem Kühlwasser abfallen kann, muß das deionisierte Kühlwasser stets kontrolliert und gereinigt werden. Weiterhin werden am oberen und unteren Isolatorende Metallgitter eingefügt, die feste Potentiallinien vorgeben.

Zur Messung der Stromdichteverteilung des Elektronenstrahls befinden sich an drei verschiedenen Stellen der Anode Schlitze, hinter denen axial bewegliche HF-Meßsonden angebracht sind. Da diese einer hohen Wärmebelastung ausgesetzt sind, wurde für einen guten Wärmetransport durch Wärmeleitung und -strahlung gesorgt.

## 7.4 Gesamtkonstruktion

Nachdem nun die wichtigsten Komponenten des TEEs beschrieben wurden, müssen diese unter Berücksichtigung der vorher dargelegten Überlegungen zu einer Gesamtkonstruktion verbunden werden. Um Exzentrizitäten des inneren Resonanzrings, der Kathode und der Anode weitestgehend zu vermeiden, empfiehlt sich ein senkrechter Aufbau, so daß der Radialstegresonanzring, die Kathode und die Anode um eine zentrale Säule aufgebaut werden können. Legende zu Abb. 33:

- HF-Einkopplung 1
- Koppelschleife 2
- Vakuumgefäß 3
- Kathodenkühlkreislauf 4
- 5 Kathodenhalterung
- 6 Kathode

¢"

- 7 Kathodenheizdrähte mit Isolierröhrchen
- Wärmestrahlungsschirme 8
- Isolator für Anoden-9 kühlkreislauf
- Radialstegresonanzring 10
- Tunerbohrung 11
- 12 Heizstromzuführung
- 13 Zentralsäule
- 14 Vakuumpumpstutzen
- Membranbalg 15
- 16 HF-Meßschleifenbohrung
- 17 Anodenisolator
- 18 Meßsondenmotorik
- 19 Gitter
- 20 Elektronenstrahlmeßsonde
- 21 Kathodenjustierung
- Anode 22
- 23 Anodenkühlkreislauf
- 24 Ausheizstäbe
- Sichtglas 25



Abb. 33: Ausschnitt aus der Übersichtszeichnung des TEEs



Abb. 34: räumliche Darstellung des TEEs

Prinzipiell besteht die Möglichkeit, z.B. Teile des Resonanzrings und die Anode als Trennfläche zwischen Vakuum und Umgebung zu benutzen. Eines der gewichtigsten Gegenargumente besteht jedoch darin, daß die Gleichspannung zwischen Radialstegresonanzring und Anode isoliert werden muß. Dies bedingt großflächige Isolatorringe, die einerseits teuer, aufwendig und schwer erhältlich sind und andererseits über den gesamten Umfang die Vakuumdichtigkeit gewährleisten müssen. Letzteres stößt wegen der benötigten Metall-Keramik-Verbindungen auf große Schwierigkeiten. Aus diesem Grund werden die Komponenten des TEEs in einen Vakuumbehälter integriert, der gleichzeitig als Schirm gegen die entstehende Bremsstrahlung dient.

Um das wegen der Kathode geforderte Vakuum von  $10^{-5}$  Pa ( $\simeq 10^{-8}$  Torr) erreichen zu können, wurden die Bauteile des TEEs so konzipiert, daß das gesamte Gerät bis zu Temperaturen von 200°C – 300°C ausheizbar ist. Die Ausheizung kann mit Hilfe der in das Gerät integrierten Heizstäbe erfolgen.

Abbildung 33 gibt einen Ausschnitt aus der Übersichtzeichnung wieder. Sie zeigt den Experimentieraufbau, der in einen ausheizbaren Vakuumbehälter integriert ist, dessen Durchmesser ca. 74 cm beträgt. Das Grundkonzept des TEEs läßt sich anhand der vereinfachten räumlichen Darstellung in Abbildung 34 leichter verstehen, da in ihr vor allem die für das Experiment wesentlichen Komponenten eingezeichnet sind.

## 8. ZUSAMMENFASSUNG

Das Trirotron stellt einen neuartigen Hochfrequenz-Hochleistungsverstärker dar, der aufgrund seines rechnerisch ermittelten hohen Wirkungsgrades und seiner erwarteten Dauerstrichleistung im Megawattbereich besonders für Beschleuniger und Fusion interessant erscheint. Beim Trirotron wird die Hochfrequenzleistung ähnlich wie beim Gyrocon in einem Ausgangsresonanzring dem umlaufenden Elektronenstrahl entnommen, sein Aufbau ist jedoch kompakter und die aufwendigen und problematischen [46] Strahlumlenkeinrichtungen entfallen. Außerdem läßt sich die HF-Ausgangsleistung des Trirotrons durch die eingespeiste HF steuern.

Während die Gyroconentwicklung in Trondheim, Norwegen [6,7] theoretisch, in den USA in Los Alamos [3] zusätzlich experimentell und in den UdSSR in Novosibirsk [5] an funktionsfähigen Einzelexemplaren weiterverfolgt wird, existierte vom Trirotron bisher nur ein kurzgefaßter Realisierungsvorschlag [2]. Anwenderinteresse im Zusammenhang mit der Studie zur Spallationsneutronenquelle [9] gab den Anstoß, im Rahmen dieser Dissertation an der theoretischen und experimentellen Trirotronentwicklung zu arbeiten.

Bei der systematischen Untersuchung der möglichen Trirotronvarianten, nämlich der linearen, der zylindrischen und der zirkularen, zeigte sich, daß das zirkulare Trirotron für den hier geplanten Anwendungsfall am geeignetsten ist. Daher wurde eine umfassende theoretische Analyse des zirkularen Trirotrons vorgenommen. Die mathematische Beschreibung des Trirotrons erlaubte es, entwurfsrelevante Teilaspekte analytisch oder mit Hilfe von Computerprogrammen zu untersuchen. Die Lösung eines grundlegenden Problems des Trirotrons, nämlich der Erzeugung der ausschließlich in einer Richtung azimutal umlaufenden Welle, wie sie zur Erzeugung des umlaufenden Elektronenstrahls benötigt wird, konnte durch Messungen an einem hierfür konstruierten Radialstegresonanzring gezeigt werden.

Der nächste Schritt in der Entwicklung eines Trirotrons besteht im Nachweis der technischen Realisierbarkeit. Der Ausgangsresonanzring des Trirotrons ist von den in Novosibirsk betriebenen Gyrocons bekannt und erreicht dort bei der Umwandlung von Elektronenstrahl- in Hochfrequenzleistung einen hohen Wirkungsgrad. Das Funktionieren des Trirotronprinzips läßt sich also durch den Nachweis des rotierenden Elektronenstrahls am Eingang des äußeren Resonanzrings demonstrieren. Dieses Trirotronemissionsexperiment wurde nach der Diskussion verschiedener Kathodenarten hinsichtlich ihrer Eignung und fertigungstechnischen Machbarkeit als Versuchsaufbau konzipiert und konstruiert und die Fertigung der dazugehörigen Komponenten eingeleitet.

Mit diesem Experimentieraufbau soll die Erzeugung des rotierenden Elektronenstrahls nachgewiesen werden. Die zu messenden Strahleigenschaften und hier insbesondere die axiale Stromdichteverteilung und deren zeitlicher Verlauf werden dann eine sichere Extrapolationsbasis für den Bau eines vollständigen und funktionsfähigen Trirotrons darstellen. Die hierbei gewonnenen Meßergebnisse werden Rückschlüsse auf die Zuverlässigkeit der Rechenergebnisse erlauben und sollen als Grundlage für weiterführende Entwicklungsarbeiten dienen.

Ob das Trirotron danach als Hochleistungsverstärker für Dauerstrichbetrieb mit dem Klystron konkurrieren kann, wird im wesentlichen von den folgenden Kriterien abhängen:

- 1. Fertigungsaufwand
- 2. Stufenleistung
- 3. Gesamtwirkungsgrad und
- 4. Leistungsverstärkung.

Beim jetzigen Stand der Entwicklung ist der Fertigungsaufwand für das Trirotron noch nicht mit dem des Klystrons vergleichbar. Die Leistungsverstärkung des Trirotrons von 20 dB liegt zwar unter der von Klystrons, die Verstärkungen bis zu 50 dB erreichen, entspricht jedoch den oberen Verstärkungswerten von Tetroden und erscheint für einen Hochleistungsverstärker ausreichend. Hinsichtlich der Stufenleistung und des rechnerisch ermittelten Wirkungsgrades ist das Trirotron dem Klystron überlegen. Die erwarteten Dauerstrichleistungen von einigen MW und Wirkungsgrade von über 80% bei Leistungsverstärkungen im Bereich von 20 dB lassen eine Weiterführung der Trirotronentwicklung sinnvoll und notwendig erscheinen.

## APPENDIX A

Die Gleichungen zur Berechnung von  $\delta$  und  $\zeta$  lauteten (Gleichung (4.9) und (4.10)):

$$\cos \zeta - \cos \delta + a_{GH}^{\bullet}(\delta - \zeta) = 0$$
(A1)  
und  
$$b_{s} = \frac{\eta}{\omega^{2}} E_{HF}^{\bullet}(a_{GH} \frac{(\delta - \zeta)^{2}}{2} + \sin \zeta - \sin \delta + (\delta - \zeta) \cdot \cos \zeta)$$

Mit Hilfe von [42]

$$-(\cos\delta - \cos\zeta) = 2\sin\frac{\delta+\zeta}{2}\sin\frac{\delta-\zeta}{2}$$

sowie den Abkürzungen  $\delta - \zeta = \xi$ ,  $\delta + \zeta = \xi_p$  und  $a_{GH} = -|E_G|/E_{HF}$  führt Gleichung (A1) zu

$$2\sin\frac{\xi_P}{2}\sin\frac{\xi}{2} + a_{GH}\xi = 0. \tag{A3}$$

Mittels [42]

$$\sin \zeta - \sin \delta = -2\cos \frac{\zeta + \delta}{2} \sin \frac{\delta - \zeta}{2} = -2\cos \frac{\xi}{2} \sin \frac{\xi}{2},$$
$$C = \omega^2 b_s / (\eta E_{HF})$$

folgt aus Gleichung (A2):

 $-2\cos\frac{\xi_{\rm P}}{2}\,\sin\frac{\xi}{2} +\,\xi\cos\frac{\xi_{\rm P}-\xi}{2} + \frac{{}^{\rm a}{\rm GH}}{2}\xi^2 - C \,=\, 0 \ . \label{eq:2.1}$ 

Wegen  $\cos \frac{\xi_{P} - \xi}{2} = \cos \frac{\xi_{P}}{2} \cos \frac{\xi}{2} + \sin \frac{\xi_{P}}{2} \sin \frac{\xi}{2}$  lautet die Gleichung nun

$$-2\cos\frac{\xi_{p}}{2}\sin\frac{\xi}{2} + \xi\cos\frac{\xi_{p}}{2}\cos\frac{\xi}{2} + \xi\sin\frac{\xi_{p}}{2}\sin\frac{\xi}{2} + \frac{a_{GH}}{2}\xi^{2} - C = 0.$$

Der vorletzte und der drittletzte Term der linken Seite der Gleichung sind aber laut (A3) identisch, so daß nun Gleichung (A3) zu

$$\cos\frac{\xi_{\rm P}}{2}(-2\sin\frac{\xi}{2} + \xi\cos\frac{\xi}{2}) - C = 0$$
 (A4)

führt. Die Beziehung [42]  $\cos \frac{\xi_p}{2} = \sqrt{1 - \sin \frac{2\xi_p}{2}}$  und Gleichung (A3) lassen aus Gleichung (A4) die Gleichung

$$\sqrt{1 - \frac{a_{GH}^2}{4}} \xi^2 \frac{1}{\sin \frac{2\xi}{2}} \left(-2\sin \frac{\xi}{2} + \xi \cos \frac{\xi}{2}\right) = C$$
(A5)

entstehen. Quadrierung von (A5) führt zu der im Text angeführten Gleichung.

## APPENDIX B

Eine Iterationsvorschrift für ein Computerprogramm läßt sich folgendermaßen erstellen:

Das erste nach dem Nulldurchgang  $n_1$  des elektrischen Feldes an der Kathode emittierte Teilchen erfährt bis zum folgenden Nulldurchgang  $n_2$  eine von der Kathode weggerichtete Beschleunigung. Während der Zeit zwischen den beiden Nulldurchgängen legt dieses Teilchen eine Strecke s zurück, die größer als die Resonanzringspaltbreite  $b_s$  ist (die Fälle  $s = b_s$  oder  $s < b_s$  sind uninteressant, da dann praktisch keine Emission aus dem inneren Resonanzring erfolgt). Nun sucht man das Teilchen, das später emittiert wird und beim Nulldurchgang  $n_2$  gerade die Strecke  $b_s$  zurückgelegt hat. Ausgehend von diesem Elektron läßt man zu immer späteren Zeitpunkten Elektronen starten, bis schließlich das Elektron gefunden ist, das den Resonanzringspalt gerade nicht mehr verlassen kann. Der Start- und Austrittszeitpunkt des vorangegangenen Elektrons ergeben mittels  $\omega t_1 = \zeta$ und  $\omega t_2 = \delta$  die gesuchten Winkel.

Diese Iterationsvorschrift zeichnet sich vor allem durch geringen Programmieraufwand aus.

## APPENDIX C

Die Gleichung zur Berechnung der Wandverluste eines Resonanzrings, in dem durch zwei räumlich und zeitlich versetzt angeregte TE<sub>111</sub>-Moden eine Welle in azimutaler Richtung umläuft, lautet:

$$P_{V2} = \frac{R_S}{2} IJ |\vec{J}|^2 dA =$$

$$= \frac{R_S}{2} \{ JJ (H_{\phi o}^2 + H_{zo}^2)_{r=r_i} r_i d\phi dz + JJ (H_{\phi o}^2 + H_{zo}^2)_{r=r_a} r_a d\phi dz +$$

$$+ JJ (H_{ro}^2 + H_{\phi o}^2)_{z=0} r dr d\phi + JJ (H_{ro}^2 + H_{\phi o}^2)_{z=h} r dr d\phi \}$$

 $(H_{ro}, H_{\phi o}, H_{zo} \text{ sind bis auf die Abhängigkeiten der Form } (\omega t - \phi)$  die im Text angegebenen Feldkomponenten  $H_r, H_{\phi}, H_z$ ). Hierin läuft dr von  $r_i$  bis  $r_a$ , dø von 0 bis  $2\pi$  und dz von 0 bis h. Wegen  $\beta = \frac{\pi}{h}$  sind die beiden letzten Doppelintegrale identisch. Ferner gilt

 $\int_{0}^{h} \sin^{2}\beta z \, dz = \int_{0}^{h} \cos^{2}\beta z \, dz = h/2$ 

Somit lautet die Verlustleistung nun

$$P_{V2} = \frac{R_{S}E_{0}^{2}}{2\omega^{2}\mu^{2}} \{ (\beta^{2} + k_{c}^{4}r_{i}^{2})\pi r_{i}h + (\beta^{2}\frac{r_{i}^{2}}{r_{a}^{2}} + k_{c}^{4}r_{i}^{2}) \frac{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a})}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})} \pi r_{a}h + 2(k_{c}^{2}r_{i}^{2}\beta^{2}\frac{2\pi}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})} \int Z_{1}^{2}(k_{c}r)rdr + \beta^{2}r_{i}^{2}\frac{2\pi}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})} \int Z_{1}^{2}(k_{c}r)\frac{1}{r}dr \}$$

Für die hier auftretenden Integrale über die Quadrate von Zylinderfunktionen bzw. deren Ableitung benötigt man die folgenden Gleichungen, die teils aus [47], [48] stammen und teils leicht selbst herleitbar sind:

$$Z_{1}^{'2}(z) = Z_{0}^{2}(z) - \frac{2}{z}Z_{0}(z) Z_{1}(z) + \frac{1}{z^{2}}Z_{1}^{2}(z)$$
$$Jz \cdot Z_{0}^{2}(z)dz = \frac{z^{2}}{2}(Z_{0}^{2}(z) + Z_{1}^{2}(z))$$
$$J_{z}^{1} Z_{1}^{2}(z)dz = -\frac{1}{2}(Z_{0}^{2}(z) + Z_{1}^{2}(z))$$
  
$$JZ_{0}(z)Z_{1}(z)dz = -\frac{1}{2}Z_{0}^{2}(z) \qquad (partialle Integration)$$

mit  $r = z/k_c$ ,  $dr = dz/k_c$  (z ist das Argument der Zylinderfunktionen).

Man erhält dann nach Zusammenfassung der Terme  $(Z_1(z))^2/z$ 

$$P_{V2} = \frac{R_{s}E_{0}^{2}}{2\omega^{2}\mu^{2}} \{ (\beta^{2}+k_{c}^{4}r_{i}^{2})\pi r_{i}h + (\beta^{2}\frac{r_{i}^{2}}{r_{a}^{2}} + k_{c}^{4}r_{i}^{2}) \frac{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a})}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})}\pi r_{a}h + \frac{4\pi r_{i}^{2}\beta^{2}}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})} \cdot \frac{k_{c}^{2}r_{a}^{2}}{2} (Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) + Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a})) - \frac{k_{c}^{2}r_{i}^{2}}{2} (Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) + Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})) + Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) - Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) - (Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) + Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a})) - Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) - Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) + Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})) \}.$$

Dieser Ausdruck läßt sich weiter vereinfachen, wenn man sich den in der folgenden Gleichung dargestellten Zusammenhang herleitet, der für  $r = r_i$ und  $r = r_a$  aufgrund der im Text aufgeführten Randbedingungen für E<sub>d</sub> gilt:

$$\frac{1}{2}Z_1^2(k_cr) - \frac{k_c^2r^2}{2}Z_0^2(k_cr) = \frac{k_c^2r^2}{2}Z_1^{\prime 2}(k_cr) - k_c^2r^2Z_1^{\prime}(k_cr)Z_0(k_cr) = 0$$

Somit folgt:

$$P_{V2} = \frac{R_{S}E_{0}^{2}\pi r_{i}}{2\omega^{2}\mu^{2}} \left\{ \frac{\beta^{2}h}{r_{i}} + k_{c}^{4}r_{i}h + \frac{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a})}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})} \left(\frac{\beta^{2}h}{r_{a}} + k_{c}^{4}r_{a}h\right) + 2\beta^{2}\left(\frac{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a})}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})} \left(k_{c}^{2}r_{a}^{2} - 1\right) - k_{c}^{2}r_{i}^{2} + 1\right)\right\}.$$

Umformen führt auf die im Text angegebene Gleichung der Verlustleistung.

Zur Berechnung der Güte wird die im Resonanzring gespeicherte Energie gemäß

$$W_{\rm S} = \frac{\epsilon}{2} JJJ |\vec{E}|^2 dV$$

errechnet. Unter Benutzung von

$$JzZ_1^{\prime 2}(z) dz = \frac{1}{2} \{Z_1^{2} \cdot (z^{2} - 1) + Z_0^{2} \cdot (z^{2} + 1)\}$$

und unter Berücksichtigung der Randbedingung für  $\mathsf{E}_{\phi}$  folgt

$$W_{S} = \frac{\varepsilon}{2} \frac{E_{0}^{2} k_{c}^{2} r_{i}^{2}}{Z_{1}^{2} (k_{c} r_{i})} \frac{\pi h}{k_{c}} \{ \frac{1}{2} [Z_{1}^{2} (k_{c} r_{a}) \cdot ((k_{c} r_{a})^{2} - 1) - Z_{1}^{2} (k_{c} r_{i}) \cdot ((k_{c} r_{i})^{2} - 1) ] \}.$$

Aus der Definition der Güte, nämlich

7

$$Q = \frac{\omega W_S}{P_{V2}}$$

ergibt sich Gleichung (4.34).

## - 103 -

### APPENDIX D

Die Berechnung der Wandverluste eines Rechteckhohlleiters im TE<sub>10</sub>-Mode folgt bekanntermaßen aus der Integration der tangentialen Magnetfelder an den Innenwänden des Rechteckhohlleiters zu

$$P_{V\Box} = \frac{R_{S}}{2} \{ \int [H_{zo}^{2}]_{x=0} | dy dz + \int [H_{zo}^{2}]_{x=a} | dy dz + \int [(H_{xo}^{2} + H_{zo}^{2})]_{y=0} | dx dz + \int [(H_{xo}^{2} + H_{zo}^{2})]_{y=b} | dx dz \}$$

 $(H_{xo}, H_{zo} \text{ sind bis auf Abhängigkeiten der Form (<math>\omega t - \beta z$ ) die im Text angegebenen Feldkomponenten  $H_x$  und  $H_z$ ). Die Integrationsgrenzen sind in x-Richtung durch x=0 und x=h gegeben, in y-Richtung durch y=0 und y=b und in z- Richtung durch z=0 und z=l. Die beiden ersten und die beiden letzten Doppelintegrale sind jeweils identisch. Also ergibt sich:

$$P_{VD} = \frac{R_{S}}{2} \left\{ \frac{2E_{0}^{2}\lambda_{0}^{2}}{4Z_{0}^{2}h^{2}} + \frac{2E_{0}^{2}}{Z_{TE10}^{2}} \right\} + \frac{2E_{0}^{2}\lambda_{0}^{2}}{2Z_{0}^{2}h^{2}} + \frac{2E_{0}^{2}\lambda_{0}^{2}}{4Z_{0}^{2}h^{2}} + \frac{2E_{0}^{2}\lambda_{0}^{2}}{4Z_{0}^{2}h^{2}} + \frac{2E_{0}^{2}\lambda_{0}^{2}}{2Z_{0}^{2}h^{2}} + \frac{2E_{0}^{2}\lambda$$

Mit [36]

$$Z_{\text{TE10}}^2 = Z_0^2 \frac{1}{(1 - (\frac{\lambda_0}{2h})^2)}$$
(D1)

und

$$1 = \lambda_{g} = \frac{\lambda_{0}}{\sqrt{1 - (\frac{\lambda_{0}}{2h})^{2}}}$$

folgt daraus

- 104 -

$$P_{VD} = \frac{R_{S}E_{0}^{2}1}{Z_{0}^{2}} \left\{ \frac{\lambda_{0}^{2}}{2h^{2}}b + h(1 - (\frac{\lambda_{0}}{2h})^{2}) + \frac{\lambda_{0}^{2}}{2h^{2}}\frac{h}{2} \right\} = \frac{R_{S}E_{0}^{2}\lambda_{0}}{2Z_{0}^{2}\sqrt{1 - (\frac{\lambda_{0}}{2h})^{2}}} \left( (\frac{\lambda_{0}}{h})^{2}\frac{b}{2} + h \right) \text{ q.e.d.}$$

Nimmt man eine 1/r-Abhängigkeit der elektrischen Feldamplitude E<sub>O</sub> an, d.h.

$$E_0 = E_{0r} \cdot r_i / r ,$$

so muß man die Integration zur Berechnung der Wandverluste nun in Zylinderkoordinaten durchführen. Hierbei gehen die x-, y-, z-Koordinaten in die z-, r-,  $\phi$ -Koordinaten über. Dies führt zu:

$$\begin{split} \mathsf{P}_{\mathsf{Vr}} &= \frac{\mathsf{R}_{\mathsf{S}}}{2} \left\{ \frac{\mathsf{E}_{0r}^{2} \lambda_{0}^{2} \cdot 2}{4 Z_{0}^{2} \mathsf{h}^{2}} \int_{r}^{r} \frac{r_{i}^{2}}{r^{2}} \, r \, dr \, d\phi \, + \frac{\mathsf{E}_{0r}^{2} \lambda_{0}^{2}}{4 Z_{0}^{2} \mathsf{h}^{2}} \, (\int \!\!\!\! \cos^{2}(\frac{\pi}{\mathsf{h}}z) r_{i} \, d\phi \, dz \, + \\ &+ \int \!\!\!\! \int_{r}^{r} \frac{r_{i}^{2}}{r_{a}^{2}} \, \cos^{2}(\frac{\pi}{\mathsf{h}}z) r_{a} \, d\phi \, dz) \, + \frac{\mathsf{E}_{0r}^{2}}{Z_{\mathsf{T}\mathsf{E}10}^{2}} \, (\int \!\!\!\! \sin^{2}(\frac{\pi}{\mathsf{h}}z) r_{i} \, d\phi \, dz \, + \, \int \!\!\!\! \int_{r}^{r} \frac{r_{i}^{2}}{r_{a}^{2}} \, \sin^{2}(\frac{\pi}{\mathsf{h}}z) r_{a} \, d\phi \, dz) \right\} \, . \end{split}$$

Auswertung der Integrale ergibt

$$P_{Vr} = \frac{R_{S}E_{0r}^{2}}{2} \left\{ \frac{\pi r_{i0}^{2}\lambda_{0}^{2}}{Z_{0}^{2}h^{2}} \ln \frac{r_{a}}{r_{i}} + \frac{\pi \lambda_{0}^{2}}{2Z_{0}^{2}h^{2}} \left(r_{i}\frac{h}{2} + \frac{r_{i}^{2}}{r_{a}^{2}}r_{a}\frac{h}{2}\right) + \frac{1}{Z_{TE10}^{2}} \left(2\pi r_{i}\frac{h}{2} + \frac{r_{i}^{2}}{r_{a}^{2}}2\pi r_{a}\frac{h}{2}\right) \right\} .$$

Unter Verwendung der Gleichung (D1) folgt durch Umformung

$$P_{Vr} = \frac{R_{S}E_{0r}^{2}\lambda_{0}^{2}\pi r_{i}}{2Z_{0}^{2}h^{2}} \{r_{i} \ln \frac{r_{a}}{r_{i}} + \frac{h}{4} + \frac{r_{i}}{r_{a}}\frac{h}{4} + (1 - (\frac{\lambda_{0}}{2h})^{2})(\frac{h^{3}}{\lambda_{0}^{2}} + \frac{r_{i}}{r_{a}}\frac{h^{3}}{\lambda_{0}^{2}})\} = \frac{R_{S}E_{0r}^{2}\lambda_{0}^{2}\pi r_{i}}{2Z_{0}^{2}h^{2}} \{r_{i} \ln \frac{r_{a}}{r_{i}} + \frac{h^{3}}{\lambda_{0}^{2}}(1 + \frac{r_{i}}{r_{a}})\}.$$

### - 105 -

## APPENDIX E

In Gleichung (4.46) muß v<sub>z</sub> noch durch die bekannten Größen v<sub>y0</sub> und  $v_{y0}$  ausgedrückt werden. Hierzu geht man von der z-Komponente der Kraftgleichung aus, die

$$\frac{dp_z}{dt} = \frac{d}{dt} (\Im_m v_z) = e\mu v_y H_x = -\frac{e\mu}{Z_{TE10}} v_y E_y = -\frac{e}{C_1} \frac{v_y}{c} E_y$$

lautet. Hierbei wurden die folgenden Zusammenhänge verwendet:

$$H_x = -E_y/Z_{TE10}$$
 (s. Kap.4.1.5) sowie  $Z_{TE10} = Z_0/\sqrt{1 - (\lambda_0/2h)^2} = Z_0 \cdot C_1$ 

(siehe Appendix D). Die Integration zur Berechnung von  $p_z$  und somit auch von  $v_z$  läßt sich vereinfachen, wenn man berücksichtigt, daß

$$\ddot{x} = - v_y E_y / U_R$$

(ähnlich wie auch in Appendix H) gilt. Es ergibt sich dann

$$\frac{\mathrm{d} \mathbf{p}_z}{\mathrm{d} \mathbf{t}} = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{C}_1} \frac{\mathbf{U}_{\mathbf{R}}}{\mathbf{c}} \mathbf{\mathring{x}}.$$

Integration führt zu

$$p_z = \Im m_o v_z = \frac{e}{C_1} \frac{U_R}{c} \Im + p_{z0}.$$

Mit der Randbedingung, daß v $_{\rm Z}$  bei Eintritt des Elektrons in den Ausgangshohlleiter Null ist, folgt

$$\mathfrak{M}_{0} \mathsf{v}_{z} = \frac{e}{C_{1}} \frac{\mathsf{U}_{R}}{c} (\mathfrak{F} - \mathfrak{F}_{y0}) .$$

Hieraus ergibt sich die Geschwindigkeit v<sub>7</sub> bei y=b zu

$$v_z = \frac{c}{C_1 \tilde{x}_A} (\tilde{x}_A - \tilde{x}_{y0}).$$

Setzt man dieses Ergebnis in Gleichung (4.46) ein, so erhält man nach einigem Umformen

$$\gamma_{A} = \frac{-\gamma_{y0} + \sqrt{C_{1}^{4} + \gamma_{y0}^{2}C_{1}^{2} - C_{1}^{2}}}{C_{1}^{2} - 1}.$$

#### APPENDIX F

Die Berechnung der radialen Abmessungen des  $\rm TM_{110}-Mode-Resonators$  geschieht bei gegebenem r $_{\rm max}$  und  $\rm k_c$  folgendermaßen:

Zuerst überpüft man, ob der Wert des vorgegebenen  $r_{max}$  zulässig ist. Der minimale erlaubte Wert ergibt sich daraus, daß  $r_{max}$  nur so klein werden darf, daß  $r_i$  gerade Null wird. Dies ist der Fall, wenn der Koaxialresonator in einen Zylinderresonator übergeht. Hierbei gehen die Zylinderfunktionen in Besselfunktionen gleicher Ordnung über. Das Maximum der Besselfunktion  $J_1(z)$  liegt dann dort, wo  $J_1(z)$  seine erste Nullstelle hat, d.h. bei z = 1.84118 (z.B.[32]). Der Wert für  $r_{max}$  muß für einen K(axialresonator also die Ungleichung

$$r_{\max} > \frac{1.84118}{2\pi} \lambda = 0.293033 \cdot \lambda$$

erfüllen.

Da E<sub>z</sub> laut Voraussetzung seinen maximalen Wert bei  $r = r_{max}$  annimmt, ergibt sich der äußere Resonatorradius aus

$$Z_{1}'(k_{c}r_{max}) = J_{1}'(k_{c}r_{max}) N_{1}(k_{c}r_{a}) - J_{1}(k_{c}r_{a}) N_{1}'(k_{c}r_{max}) = 0$$
.

Benutzt man das Newton-Raphson-Verfahren (NRV) zur Lösung dieser Gleichung, so benötigt man einen Anfangswert für r<sub>a</sub> sowie die Ableitung

$$\frac{d}{dk_{c}r_{a}} Z'_{1}(k_{c}r_{max}) = J'_{1}(k_{c}r_{max})N'_{1}(k_{c}r_{a}) - J'_{1}(k_{c}r_{a})N'_{1}(k_{c}r_{max}) .$$

Die Anfangsnäherung für  $r_a$  ergibt sich durch Addition von  $r_{max}$  und der halben Breite eines abgerollten Resonanzrings, also eines Rechteckhohl-leiters im TE<sub>10</sub>-Mode zu

$$r_{a} = r_{a} + 0.5 \cdot b = r_{max} + 0.25 \cdot \lambda_{c} = r_{max} + 0.25 \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\frac{\lambda}{2\pi r_{max}})^{2}}}$$

Die n-te Näherung lautet dann

$$r_{a_{n}} = r_{a_{n-1}} - \frac{Z_{1}(k_{c}r_{max})}{\frac{d}{d(k_{c}r_{a})} Z_{1}(k_{c}r_{max})}$$

Nachdem man auf diese Weise den Wert von  $r_a$  erhalten hat, ergibt sich der Wert für  $r_i$  aus der Bedingung  $Z_1(k_c r_i) = 0$ . Wendet man auch hier das NRV an, so lautet die n-te Näherung für den Innenradius

$$r_{i_{n}} = r_{i_{n-1}} - \frac{Z_{1}(k_{c}r_{i})}{Z_{1}(k_{c}r_{i})}$$

Die Berechnung der Radien r<sub>i</sub> und r<sub>a</sub> nach obigem Verfahren erfolgt ebenfalls in dem im Text erwähnten Fortran-Programm mit der Bezeichnung TM110.

#### - 109 -

## APPENDIX G

Die Wandverluste eines Koaxialresonanzrings, in dem zwei räumlich und zeitlich um 90° versetzte  $TM_{110}$ -Moden eine in azimutaler Richtung umlaufende Welle erzeugen, ergeben sich aus der Integration der tangentialen Magnetfelder (s. Gleichung (4.52)) über die Resonanzringinnenwände zu

$$P_{V2} = \frac{\kappa_{S}}{2} \{ JJH_{\phi o}^{2}|_{r=r_{i}} r_{i}d\phi dz + JJH_{\phi o}^{2}|_{r=r_{a}} r_{a}d\phi dz + JJ(H_{ro}^{2}+H_{\phi o}^{2})|_{z=0}rdr d\phi + JJ(H_{ro}^{2}+H_{\phi o}^{2})|_{z=1}rdrd\phi \}$$

 $(H_{ro}, H_{\phi o}, H_{zo}$  sind bis auf die Abhängigkeiten der Form (wt- $\phi$ ) die im Text angegebenen Feldkomponenten  $H_r$ ,  $H_{\phi}$ ,  $H_z$ ). In den Integralen läuft dr von  $r_i$  bis  $r_a$ , d $\phi$  von 0 bis  $2\pi$  und dz von 0 bis h. Die beiden letzten Integrale sind identisch. Mit der in Appendix C angegebenen Umformung der Ableitung der Zylinderfunktionen nimmt die Verlustleistung die Form

$$P_{V2} = \frac{R_{S}\omega^{2}\varepsilon^{2}E_{0}^{2}}{k_{c}^{2}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{max})} \{\pi r_{i}h(Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) - \frac{2}{k_{c}r_{i}}Z_{0}(k_{c}r_{i})Z_{1}(k_{c}r_{i}) + \frac{1}{k_{c}^{2}r_{i}^{2}}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})) + \pi r_{a}h(Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) - \frac{2}{k_{c}r_{a}}Z_{0}(k_{c}r_{a})Z_{1}(k_{c}r_{a}) + \frac{1}{k_{c}^{2}r_{a}^{2}}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a})) + \frac{2\pi}{k_{c}^{2}}\int_{r}^{1}T^{2}Z_{1}^{2}(k_{c}r)rdr + 2\pi\int_{0}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r)rdr - \frac{4\pi}{k_{c}}\int_{0}^{2}Z_{0}(k_{c}r)Z_{1}(k_{c}r)dr + \frac{2\pi}{k_{c}^{2}}\int_{r}^{1}T^{2}Z_{1}^{2}(k_{c}r)rdr\}$$

an. Nach Ausführen der Integration über die Zylinderfunktionen (s.a. Appendix C) lautet die Verlustleistung

$$P_{V2} = \frac{R_{S}\omega^{2}e^{2}E_{0}^{2}\pi}{k_{c}^{2}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{max})} \{r_{i}h(Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) - \frac{2}{k_{c}r_{i}}Z_{0}(k_{c}r_{i})Z_{1}(k_{c}r_{i}) + \frac{1}{k_{c}^{2}r_{i}^{2}}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})) + r_{a}h(Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) - \frac{2}{k_{c}r_{a}}Z_{0}(k_{c}r_{a})Z_{1}(k_{c}r_{a}) + \frac{1}{k_{c}^{2}r_{a}^{2}}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a})) - \frac{2}{k_{c}^{2}}(Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) - Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i})) + Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a}) - Z_{1}^{2}(k_{c}r_{i})) + r_{a}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) - r_{i}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) + r_{a}^{2}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{a}) - r_{i}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) + r_{a}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) - r_{i}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) + r_{a}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) - r_{i}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) + r_{a}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) + r_{a}^{$$

Berücksichtigt man die Randbedingungen für  $H_r$ , infolge derer  $Z_1(k_cr_i) = Z_1(k_cr_a) = 0$  galt, so vereinfacht sich  $P_{V2}$  zu (Gleichung (4.53)):

$$P_{V2} = \frac{R_{S}\omega^{2}\varepsilon^{2}E_{0}^{2}\pi}{k_{c}^{2}Z_{1}^{2}(k_{c}r_{max})} \{r_{i}hZ_{0}^{2}(k_{c}r_{i}) + r_{a}hZ_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) + r_{a}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) - r_{i}^{2}Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i})\}$$

Zur Berechnung der Güte muß die gespeicherte Energie berechnet werden, die sich zu

$$W_{S} = \frac{\varepsilon}{2} SSS |E|^{2} dV = \frac{\varepsilon}{2} E_{0}^{2} \frac{1}{Z_{1}^{2}(k_{c}r_{max})} \int \int J^{a} Z_{1}^{2}(k_{c}r)r dr d\phi dz =$$

$$= \frac{\varepsilon}{2} E_{0}^{2} \frac{\pi h}{k_{c}^{2} Z_{1}^{2}(k_{c}r_{max})} \{(k_{c}r_{a})^{2} Z_{0}^{2}(k_{c}r_{a}) - (k_{c}r_{i})^{2} Z_{0}^{2}(k_{c}r_{i})\}$$

ergibt, wobei wiederum  $Z_1(k_cr_i) = Z_1(k_cr_a) = 0$  berücksichtigt wurde. Aus

$$Q = \frac{\omega W_S}{P_{V2}}$$

folgt die im Text angegebene Gleichung für die Güte.

## APPENDIX H

Die relativistische Kraftgleichung in Zylinderkoordinaten lautet ausgeschrieben

$$\mathbf{m}_{0}\mathbf{\tilde{v}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{\tilde{r}} - \mathbf{r}\phi^{2} \\ 2\mathbf{\tilde{r}}\phi + \mathbf{r}\phi^{2} \\ \mathbf{\tilde{z}} \end{bmatrix} = -\mathbf{e} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{r}} \\ \mathbf{E}_{\phi} \\ \mathbf{E}_{z} \end{bmatrix} - \mathbf{e} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{\tilde{r}} \\ \mathbf{r}\phi \\ \mathbf{\tilde{z}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\mathbf{r}} \\ \mathbf{B}_{\phi} \\ \mathbf{B}_{z} \end{bmatrix} - \mathbf{m}_{0}\mathbf{\tilde{v}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{\tilde{r}} \\ \mathbf{r}\phi \\ \mathbf{\tilde{z}} \end{bmatrix}$$

Hierin soll  $\mathring{x}$  durch die Komponenten von È und B ausgedrückt werden. Verwendet man

$$W = mc^2 = \Im m_0 c^2 ,$$

so erkennt man, daß eine Energieänderung eine Änderung des relativistischen Faktors %, also

bewirkt. Weiterhin gilt:

$$W = J \vec{F} d\vec{s}$$
 und  $\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{v}$ .

Wegen  $d\vec{s}$  parallel zu  $\vec{v}$  folgt daraus

$$dW = m_0 c^2 dv = \vec{F} d\vec{s} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) d\vec{s} = -e\vec{E} d\vec{s} = -e\vec{E} \vec{v} dt.$$

Dies ergibt

$$\frac{d\mathscr{E}}{dt} = -\frac{e}{m_{o}c^{2}} (\mathring{r}E_{r} + r\mathring{\phi}E_{\phi} + \mathring{z}E_{z}).$$

Eingesetzt in die relativistische Kraftgleichung erhält man die in Kapitel 5.1 aufgeführte Gleichung.

## APPENDIX I

Zum besseren Verständnis der Meßauswertungen ist es notwendig, den Verlauf des Betrags und der Phase der HF-Spannung von fortschreitenden und stehenden Wellen in Abhängigkeit vom azimutalen Winkel entlang des Resonanzringumfangs zu kennen. Dies kann am anschaulichsten dadurch geschehen, daß man die Kurven für den Betrag und die Phase graphisch darstellt.

Geht man von einer nur in einer Richtung azimutal umlaufenden Welle aus und überlagert dann einen gegenläufigen Wellenanteil, dessen Amplitude von Null ausgehend schrittweise erhöht wird, so erhält man die in Abb. 35 dargestellten Kurven.



Abb. 35: Übergang von der fortschreitenden zur stehenden Welle

# LISTE DER VERWENDETEN FORMELZEICHEN

Ohne gesonderte Erläuterungen gelten die folgenden Definitionen für die angeführten Formelzeichen:

Â	magnetische's Vektorpotential (Vs/m)
à	Beschleunigung (m/sec)
<sup>a</sup> GH	-IE <sub>G</sub> I/E <sub>HF</sub>
₿	Induktion $(T = Vs/m^2)$
b	Hohlleiterbreite (m)
b	Kathodenbreite (m)
b	Resonator- bzw. Resonanzringspaltbreite (m)
B <sub>r</sub> ,B <sub>z</sub>	r-, z-Komponente der Induktion (T)
C .	Lichtgeschwindigkeit (m/s)
Cd	Ersatzkapazität für die Feldinhomogenität an der Stegkante (F/cm)
Cp	Leistungsrichtkoppelfaktor
Ē	elektrischer Feldstärkevektor (V/m)
E	Betrag der elektrischen Feldstärke (V/m)
е	Elementarladung (As)
Е <sub>О</sub>	Amplitude der elektrischen Feldstärke (V/m)
e <sub>Om</sub>	mittlere elektrische Feldstärke (V/m)
E <sub>G</sub>	elektrische Gleichfeldstärke (V/m)
e <sub>hf</sub>	Amplitude der elektrischen Hochfrequenzfeldstärke (V/m)
ES	elektrische Feldstärke im Resonanzringspalt (V/m)
E <sub>max</sub>	maximale elektrische Feldstärke (V/m)
E(m <sub>i</sub> )	vollständiges elliptisches Integral zweiter Gattung
E,E,E,E r,ø,z	radiale, azimutale und axiale elektrische Feldstärkekomponente (V/m)
e <sub>r</sub> ,e <sub>¢</sub> ,e <sub>z</sub>	r-, φ-, z-Einheitsvektor
<sup>E</sup> x <sup>, E</sup> y <sup>, E</sup> z	x-, y-, z-Komponente der elektrischen Feldstärke (V/m)

Kraft (N)

F

f Frequenz (Hz) f<sub>res</sub> Resonanzfrequenz (Hz)

G	Gleichspannungsleitwert des Elektronenstrahls = $I_0/U_0$ (1/ $\Omega$ )
G <sub>B</sub>	Leitwert des Elektronenstrahls $(1/\Omega)$
GG	Generatorleitwert $(1/\Omega)$
G <sub>R</sub>	Ersatzleitwert des Resonanzrings mit umlaufender Welle (1/ $\Omega$ )
GS	Hochfrequenz-Ersatzleitwert des Elektronenstrahls (1/ $\Omega$ )

ĥ	magnetischer Feldstärkevektor (A/m)	
<b>h</b> .	axiale Resonanzringhöhe (m)	
h <sub>c</sub>	axiale Kathodenhöhe (m)	
$H_{r}, H_{\phi}, H_{z}$	radiale, azimutale und axiale magnetische Feldstärkekomponente	(A/m)
H <sub>x</sub> ,H <sub>y</sub> ,H <sub>z</sub>	x-, y-, z-Komponente der magnetischen Feldstärke (A/m)	

Strom (A)
Stromamplitude (A)
Elektronenstrahlstrom (A)
von der Kathode emittierter Strom (A)
Generatorstrom (A)
aus dem inneren Resonanzring tretender Elektronenstrom (A)

Stromdichtevektor (A/m )
Betrag der Stromdichte (A/m <sup>2</sup> )
Stromdichte an der Kathode $(A/m^2)$
Besselfunktion n-ter Ordnung

Ĵ

J

JC Jn Jn

1

т<sub>о</sub>

Ableitung der Besselfunktion n-ter Ordnung nach dem Argument

Rechteckhohlleiterlänge (m)

Ruhemasse des Elektrons (kg)

- 114 -

<sup>m</sup> 1, <sup>m</sup> 2	Argumente der vollständigen elliptischen Integrale
<del>"</del> ≽ n	Normaleneinheitsvektor auf den Resonanzringwänden, in den Resonanzring hinein gerichtet
n <sub>c</sub>	Verhältnis der Windungszahlen eines Transformators
Nn	Neumannfunktion n-ter Ordnung
Nn	Ableitung der Neumannfunktion n-ter Ordnung nach dem Argument
Р	Leistung (W)
PO	HF-Leistung an der Stelle z=0 (W)
Po	Gleichleistung des Elektronenstrahls (W)
Pe	an die Elektronen abgegebene HF-Leistung = I•W <sub>HF</sub> /e (W)
PG	Gleichleistung (W)
PHF	Hochfrequenzleistung (W)
PN	HF-Nutzleistung (W)
PS	eingespeiste HF-Leistung (W)
PT	tansportierte Leistung (W)
PV	Verlustleistung (W)
PVD	Verlustleistung des Rechteckhohlleiters (W)
P <sub>V1</sub>	Verlustleistung des inneren Resonanzrings (W)
P <sub>V2</sub>	Verlustleistung des Ausgangsresonanzrings (W)
<sup>р</sup> у	y-Komponente des Impulses (kg•m∕s)
Q	Güte
Q <sub>O</sub>	unbelastete Güte
Qext	externe Güte
QL	belastete Güte
Q	Güte des resonanten Hohlleiters mit Rechteckquerschnitt
Q <sub>W</sub>	Wärmestrahlleistung (W)
2	Außannadius (m)
'a v	Kathodennadius (m)
່ C ກ.	Radius der Heizdrahtschleife (m)
'h ዮ	Innenradius (m)
'i r	mittlerer Radius (m)
ה 'm' ה	Radius des maximalen elektrischen Feldes (m)
'max	Naurus des maximaren erekurisenen rendes (m)

rs	Stegradius (m)
R <sub>S</sub>	Skinwiderstand (Ω)
S	Strecke (m)
s <sub>o</sub>	Länge der Gleichspannungsbeschleunigungsstrecke
se	Sekundärelektronenausbeute
Т	Temperatur (K)
t	Zeit (s)
t <sub>D</sub>	Durchflugszeit (s)
U	Spannung (V)
u	=ln $(r/r_c)$
U <sub>O</sub>	Spannungsamplitude (V)
U	Gleichspannung zwischen innerem und äußerem Resonanzring (V)
US	Beschleunigungsspannung im Resonanzringspalt (V)
U <sub>R</sub>	Ruhespannung des Elektrons = $c^2/\eta$
U <sub>HF</sub>	Hochfrequenzspannungsamplitude (V)
V	Geschwindigkeitsvektor (m/s)
۷ <sub>y0</sub> ,۷ <sub>z0</sub>	y-, z-gerichtete Anfangsgeschwindigkeit (m/s)
v <sub>max</sub>	Betrag der maximalen Geschwindigkeit (m/s)
۷ <sub>r</sub> ,۷ <sub>φ</sub> ,۷ <sub>Z</sub>	radiale, azimutale und axiale Geschwindigkeitskomponente (m/s)
vу	y-Komponente der Geschwindigkeit (m/s)
W	Energie (WS) $2/2$
W <sub>kin</sub>	Kinetische Energie (Ws = kg·m /s <sup>-</sup> )
<sup>w</sup> G w	kinetische Energie eines Elektrons infolge eines Gleichfeldes (Ws)
₩HF w	despeichente Energie (Ws)
"S	gespercher ve Lhergie (ws)
Y	Admittanz'(1/0)
Y.	Kehrwert des leitungswellenwiderstandes $(1/\Omega)$
'L Yu	Admittanz des inneren Resonanzrings $(1/\Omega)$
W	······································

Z<sub>0</sub> z<sub>h</sub> z<sub>s</sub> Z<sub>L</sub> Z<sub>n</sub> Z<sub>n</sub> Z<sub>n</sub> Z<sub>TEmn</sub> Wellenwiderstand des Vakuums  $(\Omega)$ 

axiale Position der Heizdrahtschleife (m)

Spalthöhe (m)

Leitungswellenwiderstand (Ω)

Zylinderfunktion n-ter Ordnung

Ableitung der Zylinderfunktion n-ter Ordnung

Feldwellenwiderstand des TE-mn-Modes im Rechteckhohlleiter Spannungs-Leistungs-Impedanz (Ω)

α	Dämpfung (Np/m)
۵	Winkel eines Kathodensegments
α <sub>n</sub>	Rechteckhohlleiterdämpfung (Np/m)
α <sup>CH</sup>	arcsin( E <sub>G</sub>  /E <sub>HF</sub> )
β	Fortpflanzungskonstante
β	s. Child-Langmuir-Gesetz, Kapitel 4.1.1.2
β <sub>K</sub> ,	Koppelfaktor
8	relativistischer Faktor
δ	Winkel
δ	Eindringtiefe
ζ	Winkel
η	spezifische Ladung des Elektrons (As/kg)
η_	elektronischer Wirkungsgrad
η <sub>B</sub>	Betriebswirkungsgrad
λ	Wellenlänge (m)
λ <sub>O</sub>	Freiraumwellenlänge (m)
λ <sub>c</sub>	Grenzwellenlänge (m)
λ <sub>α</sub>	Leitungswellenlänge (m)
้ น	Permeabilitätskonstante = 4•π•10 <sup>-7</sup> (Vs/Am)
ž	$= \delta - \zeta$
π	3.1415926
ď	spezifische Leitfähigkeit (S/m)
ø	Phasenwinkel
φ <sub>A</sub>	Austrittsarbeit
i Α W	Winkelgeschwindigkeit = $2\pi f (1/s)$

÷ .,

#### LITERATURVERZEICHNIS

[1] J.W. McRae Harmonic Generation System US Patent No. 2 408 437, Oktober 1946 [2] J.V. Lebacgz, A.J. Dudas, W.R. Fowkes The Trirotron IEEE Trans. Nucl. Sci., Vol. NS-26, Juni 1979, S.3891-3893 [3] P.J. Tallerico, J.E. Rankin The Gyrocon: A High-Efficiency, High-Power Microwave Amplifier IEEE Trans. on Electron Dev., Vol. ED-26, No.10, Oktober 1979, S.1559-1566 und P.J. Tallerico, J.E. Rankin The Gyrocon Radio-Frequency-Generator Project for FY-78 and FY-79 Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-8537-SR, September 1980 [4] H. Döring Das Gyrocon

Physikalische Blätter, Band 38, No. 1, Januar 1982, S.5-7

[5] G.I. Budker et al. The Gyrocon - An Efficient Relativistic High-Power VHF-Generator Particle Accelerators, Vol.10, 1979, S.41-59

[6] T. Wessel-Berg
 A New Concept for Generation of Multi-Megawatt Power Approaching
 Hundred Percent Conversion Efficiency
 Technical Digest, Int. Electron Dev. Meeting, Washington, 1977, S.238-241

[7] T. Wessel-Berg, L.M. Earley, J.R.Frey, I.Tammaru
 High Gain Deflection Modulated Microwave Amplifiers Using Electric
 Deflection
 Technical Digest, Int. Electron Dev. Meeting, Washington, 1980, S.322-325

- [8] K.-R. Müller unveröffentlichter Bericht über das Trirotron Juni 1981
- [9] J.E. Vetter The Basic Concept of the SNQ Linear Accelerator Kernforschungszentrum Karlsruhe, KfK 3180B, Juni 1981
- [10] W.J. Gallagher The Multipactor Electron Gun Proc. of the IEEE (Lett.), Vol.57, Januar 1969, S.94-95
- [11] D.J. Liska Multipactoring Electron Gun for High Duty Linacs Proc. of the IEEE (Lett.), Vol.59, August 1971, S.1253-1254
- [12] K.Krebs Über die Pendelvervielfachung von Sekundärelektronen in hochfrequenten Feldern Zeitschrift für angewandte Physik, Bd.2, No.10, Oktober 1950, S.400-411
- [13] M.v. Ardenne Tabellen zur angewandten Physik, Bd.1 VEB, Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1975, S.98
- [14] W.J. Gallagher The Multipactor Effect IEEE Trans. on Nucl. Sci., Vol. NS-26, Juni 1979, S.4280-4282
- [15] C.A. Spindt, I. Brodie, L. Humphrey, E.R. Westerberg Physical Properties of Thin-Film Field Emission Cathodes with Molybdenum Cones Journ. of Applied Physics, Vol.47, No.11, November 1976, S.5248-5263

[16] I. Brodie, C.A. Spindt The Application of Thin-Film Field-Emission Cathodes to Electronic Tubes Applications of Surface Science, Vol.2, No.2, Januar 1979, S.149-163

- [17] z.B. J.F. Hainfield Understanding and Using Field Emission Sources Scanning Electron Microscopy, Vol.1, 1977, S.591-604
- [18] J.K. Cochran, A.T. Chapman, R.K. Feeney, D.N. Hill Review of Field Emitter Arrays Technical Digest, Int. Electron Dev. Meeting, Washington, 1980, S.462-466
- [19] Stanford Research Institute, Februar 1980, private Mitteilung
- [20] Jäger, Hamburg, Juni 1981, private Mitteilung
- [21] W.H. Kohl Materials and Techniques for Electron Tubes Reinhold Publishing Corporation, N.Y., 1962, S.538
- [22] M.v. Ardenne, Zitat [13], S.88
- [23] W.H. Kohl, Zitat [21]
- [24] E. Demmel, Hamburg, 1980, private Mitteilung
- [25] A.H. Meleka Electron Beam Welding McGraw Hill, 1971
- [26] H. Barkhausen Lehrbuch der Elektronenröhren, Bd.1 S. Hirzel Verlag Leipzig, 1965
- [27] R.F. Harrington Introduction to Electromagnetic Engineering McGraw Hill, N.Y., 1958, S.130-133
- [28] K.R. Spangenberg Vacuum Tubes McGraw Hill, N.Y., 1948

- [29] J.R. Whinnery, H.W. Jamieson, T.E. Robbins Coaxial Line Discontinuities Proc. of the IRE, Vol.32, No.11, November 1944
- [30] P.I. Somlo The Computation of Coaxial Line Step Capacitances IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-15, No.1, Januar 1967
- Th.S. Saad [31] Microwave Engineers' Handbook, Bd.1 Artech House Inc., Dedham, Massachusetts, 1971, S.87-92
- R.A. Waldron [32] Theory of Guided Electromagnetic Waves Van Nostrand Reinhold Company, 1970
- [33] J.A. Cochran

Further Formulas for Calculating Approximate Values of the Zeros of Certain Combinations of Bessel Functions IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques (Correspondence), Vol. MTT-11, No.11, November 1963

- J.V. Lebacqz, März 1980, private Mitteilung [34]
- [35] N. Marcuvitz Waveguide Handbook McGraw Hill, N.Y., 1951
- z.B. R.E. Collin [36] Grundlagen der Mikrowellentechnik VEB Verlag Technik, Berlin, 1973
- [37] S. Hopfer

The Design of Ridged Waveguides

IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-3, No.5, Oktober 1955

[38] W. Lorek

Eine Erweiterung der quasistationären Hohlleiter-Ersatzschaltbilder auf Steghohlleiter und ihre Anwendung bei der parametrischen Steuerung des H<sub>10</sub>-Wellenfeldes Darmstädter Dissertation, D17, 1970/71

[39] z.B. G. Megla
Dezimeterwellentechnik
Berliner Union Stuttgart, 1962

[40] M. Sucher, J. Fox Handbook of Microwave Measurements, Vol. II Polytechnic Press, 1963

[41] W.R. Fowkes, P.B. Wilson Application of Travelling Wave Resonators to Superconducting Linear Accelerators IEEE Trans. on Nucl. Sci., Vol. NS-18, No.3, Juni 1971, S.173-175

- [42] z.B. I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew Taschenbuch der Mathematik, 11.Auflage Verlag Harry Deutsch, Frankfurt/M., 1971
- [43] F. Borgnis Die konzentrische Leitung als Resonator Hochfrequenztechnik und Elektroakustik, Bd.56, 1940, S.47-54
- [44] P.J. Tallerico The Gyrocon, A Deflection-Modulated, High Power Microwave Amplifier Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-6907, Oktober 1977
- [45] W. Espe Werkstoffkunde der Hochvakuumtechnik, Bd.2 VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1962

[46] P.J. Tallerico

Status of the Los Alamos Gyrocon IEEE Trans. on Nucl. Sci., Vol. NS-28, No.3, Juni 1981, S.2797-2799

- [47] Jahnke, Emde, F. Lösch
  Tafeln höherer Funktionen
  Teubner Verlagsgesellschaft 1965, S.154
- [48] K. Pöschl Mathematische Methoden in der Hochfrequenztechnik Springer Verlag 1956, S.182
- [49] A. Goldsmith, Th. E. Waterman, H. J. Hirschhorn Handbook of Thermophysical Properties of Solid Materials, Vol. III: Ceramics Macmillan Company, New York, 1961, S.49