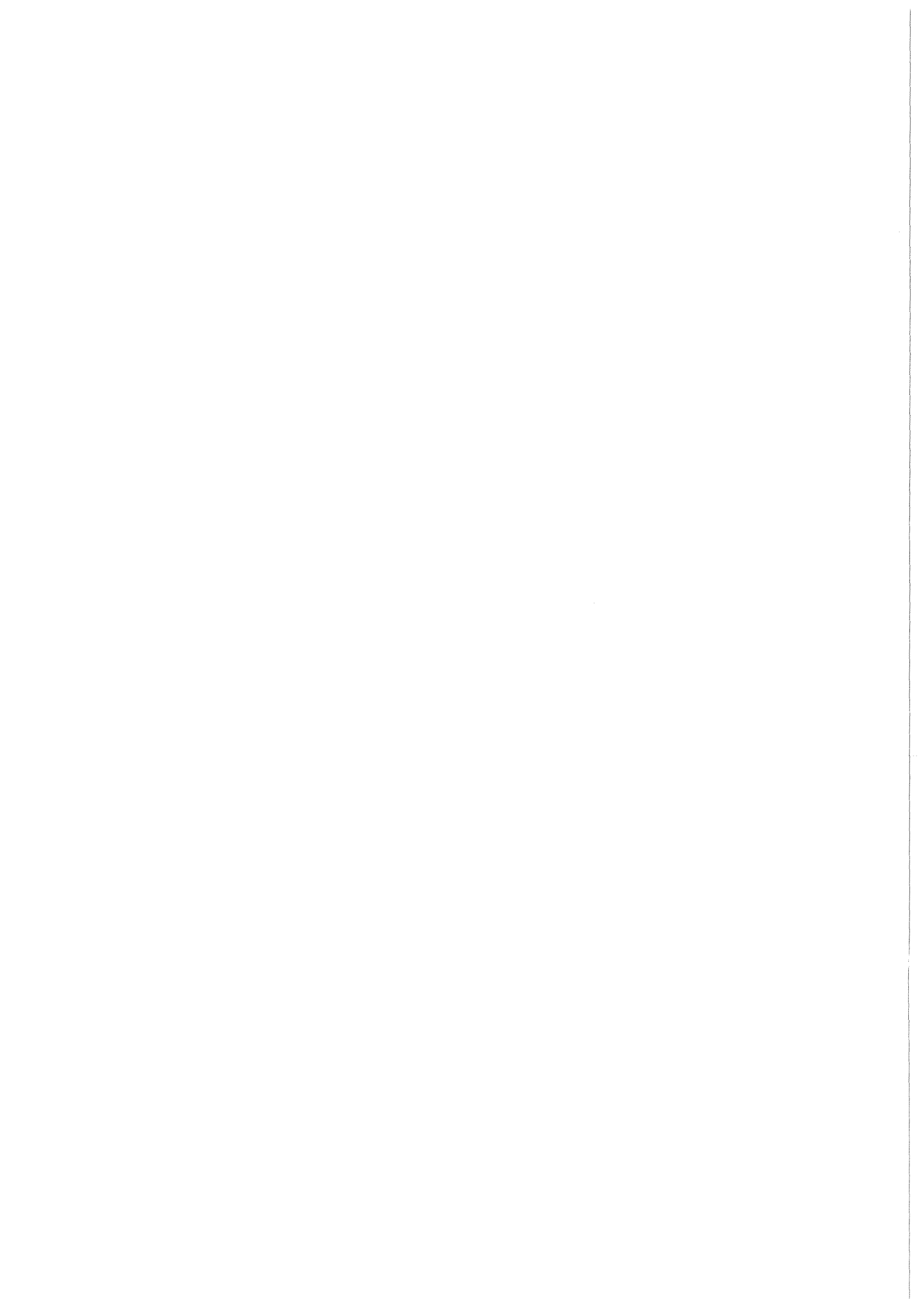


**KfK 3707
März 1984**

**Fluid-Struktur-Wechselwirkung
der Kerneinbauten eines
Druckwasserreaktors beim
Blowdown —
Numerische Simulation mit
einem Homogenisierungsmodell**

**J. Benner
Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Nukleare Sicherheit**

Kernforschungszentrum Karlsruhe



Kernforschungszentrum Karlsruhe
Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Nukleare Sicherheit

KfK 3707

Fluid-Struktur-Wechselwirkung der Kerneinbauten eines
Druckwasserreaktors beim Blowdown - Numerische
Simulation mit einem Homogenisierungsmodell

J. Benner

Als Dissertation genehmigt von der Fakultät für
Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)

Kernforschungszentrum Karlsruhe G.m.b.H, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird ein Verfahren zur numerischen Simulation des Verhaltens der Kerneinbauten eines Druckwasserreaktors beim Blowdown-Störfall beschrieben. Damit wird insbesondere die Bewegung des Reaktorkernes und die Wechselwirkung der Brennelemente mit dem Kernbehälter und dem Kühlmittel untersucht. Außerdem können mit vereinfachten Modellen auch die Corestützen, der obere und untere Tragrost sowie die Gitterplatte berücksichtigt werden. Alle diese Modelle wurden in den Code FLUX-4 integriert, zur Lösung der sehr komplexen, gekoppelten Bewegungsgleichungen von Fluid und Brennstäben wird ein effizientes numerisches Verfahren entwickelt. Mit der neuen Version FLUX-5 wird dann der Blowdown eines Druckwasserreaktors parametrisch untersucht. Die dabei errechneten Kernbehälterbeanspruchungen werden mit FLUX-4 Ergebnissen verglichen, bei denen in Anlehnung an die HDR-Experimente nur die Trägheit der Kernbehältereinbauten durch einen Massering berücksichtigt ist.

Ein weiteres Ziel ist es, Informationen über die Globalbewegung des Kernes beim Blowdown-Störfall zu erhalten. Deshalb beschreibt das entwickelte Kernmodell die gekoppelte Bewegung von Fluid und Brennstäben mit Hilfe der sog. Homogenisierungstheorie, das heterogene Fluid-Stab Gemisch wird damit als ein spezielles Kontinuum mit anisotropen Stoffeigenschaften behandelt. Das so abgeleitete Fluid-Struktur-Wechselwirkungsmodell (in Form einer Matrix der virtuellen Fluidichte) konnte experimentell verifiziert werden. Das Kernmodell berücksichtigt weiterhin noch elastische Stabkräfte gegen Biegungen und axiale Dehnungen und die direkte Wechselwirkung benachbarter Brennelemente, die wegen der endlichen Spalte zwischen den einzelnen Abstandshaltern ein stark nichtlinearer Vorgang ist. Weil sich dieser Effekt bei der parametrischen Untersuchung als sehr bedeutsam erwiesen hat, wurden hierfür zwei verschiedene mathematische Modelle entwickelt und verglichen.

Bei der durchgeführten parametrischen Untersuchung zeigte sich, daß die in der HDR Versuchsanlage benutzte Trägheitsapproximation der Kerneinbauten durch einen Massering zu einer geringfügigen Überschätzung der wirklichen Beanspruchung des Kernbehälters führt. Bei einer realistischen Simulation ergeben sich maximale Beanspruchungen des Kernbehälters, die auch im Falle des sehr unwahrscheinlichen 2F-Bruches zu allenfalls lokalen plastischen Verformungen am Flansch führen können. Auch die abgeschätzten maximalen Biegebeanspruchungen der Brennstäbe liegen weit unterhalb der Fließgrenze.

FLUID-STRUCTURE-INTERACTION OF THE PRESSURIZED WATER REACTOR CORE INTERNALS
DURING BLOWDOWN - NUMERICAL SIMULATION WITH A HOMOGENIZATION MODEL

=====

ABSTRACT

A method for the numerical simulation of the Pressurized Water Reactor (PWR) core internal's behaviour during a blowdown accident is described, by which the motion of the reactor core and the interaction of the fuel elements with the core barrel and the coolant medium is calculated. Furthermore, some simple models for the support columns, lower and upper core support and the grid plate are provided. All these models have been implemented into the code FLUX-4. For the solution of the very complex, coupled equations of motions for fluid and fuel rods an efficient numerical solution technique has been developed. With the new code-version FLUX-5 the PWR-blowdown is parametrically investigated. The calculated core barrel loadings are compared with FLUX-4 results, simulating the core's inertia by a mass ring of HDR type.

In order to investigate the global core motion during the blowdown accident, the core model describes the coupled fluid-rod motion with Homogenization methods. The heterogeneous fluid-rod mixture thus is treated as a special continuum with anisotropic material properties. The derived fluid-structure-interaction model has been verified by experiments. Furthermore, the core model considers elastical rod forces against bending and axial straining and the direct interaction of neighbouring fuel elements, which is a highly nonlinear process due to the finite gaps. It turned out during the parametrical study that this effect is very important, therefore two simulation models have been developed and are compared.

By the parametrical investigation it is shown that the inertia approximation of the core internals which is used in the HDR test-facility (mass ring of 50% core mass) yields a small underestimation of the core barrel loadings. If a realistic blowdown simulation is performed, the maximal core barrel loadings are so small that also in the very unrealistic case of a 100% break they could only cause local plastic deformations of the core barrel flange. The estimated maximal bending stress of the fuel rods is also far below the yield stress.

INHALTSVERZEICHNIS

Zusammenfassung.....	I
Summary.....	II
Inhaltsverzeichnis.....	III
Nomenklatur.....	V
1. Einleitung.....	1
1.1 Problemstellung.....	1
1.2 Stand der Technik.....	4
1.3 Vorgehensweise und Zielrichtung dieser Arbeit.....	8
2. Das FLUX-5 Modell.....	13
2.1 Die Grundannahmen des FLUX-4 Modelles.....	13
2.2 Das Fluid-Stab Kontinuumsmodell.....	16
2.2.1 Die Homogenisierungstheorie.....	16
2.2.2 Das vereinfachte geometrische Modell.....	21
2.2.3 Die heterogenen Gleichungen.....	23
2.2.4 Approximativer Ansatz.....	27
2.2.5 Die homogenisierte Kontinuitätsgleichung.....	28
2.2.6 Die Lösung des lokalen Problems.....	29
2.2.7 Die Lösung des globalen Problems.....	29
2.2.8 Das homogenisierte Modell für elastische Fluid- und Stabkräfte.....	30
2.2.9 Abstandshaltermodelle.....	33
2.2.10 Zusammenfassung.....	38
2.3 Das vereinfachte eindimensionale Fluid-Stab Kontinuumsmodell.....	39
2.3.1 Analytische Lösungen.....	39
2.3.2 Experimentelle Verifikation.....	42
2.4 Das homogenisierte Modell für die Durchströmung perforierter Platten.....	44
2.4.1 Modellannahmen.....	44
2.4.2 Ableitung der Bewegungsgleichungen.....	46

3. Numerik.....	50
3.1 Gesamtcode.....	50
3.2 Die numerische Lösung der Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen.....	54
3.2.1 Diskretisierung.....	54
3.2.2 Der Aufspaltungsalgorithmus.....	58
4. Ergebnisse.....	62
4.1 Eingabedaten.....	62
4.1.1 Geometrie, Stoffdaten.....	62
4.1.2 Diskretisierung.....	65
4.2 Kernbehälterbelastung.....	67
4.2.1 Rechnungen ohne Kernmodell.....	67
4.2.2 Einfluß der Abstandshaltermodellierung.....	73
4.2.3 Sonstige Kernmodellparameter.....	78
4.2.4 Beanspruchungen des DWR Kernbehälters beim Blowdown.....	80
4.3 Beanspruchung der Reaktorkerneinbauten.....	85
4.3.1 Einfluß von Bruchquerschnitt, Öffnungszeit und Stützenlänge....	85
4.3.2 Modellierung der Lochplatten und des oberen Sammelraumes.....	89
4.3.3 Verhalten der Corestützen beim Blowdown.....	92
4.3.4 Einfluß des Abstandshaltermodelles.....	95
4.3.5 Einfluß der Biegesteifigkeit und der virtuellen Fluidichte....	99
5. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen.....	104
Anhang 1: Eigenfrequenzen der eindimensionalen Fluid-Stab- Kontinuumsgleichungen.....	107
Anhang 2: Die Diskretisierung der dreidimensionalen Fluid-Stab- Kontinuumsgleichungen.....	110
Anhang 3: Zusammenstellung der Eingabedaten.....	114
Literatur.....	120

NOMENKLATUR

Allgemeine Symbolik

[1]	Literatur Referenz
(2.5)	Gleichungsnummer
c, α	Beliebige Skalare
\underline{u}	Beliebiger Vektor
u_i	Komponente eines Vektors ($i = 1,2,3$)
$\underline{\underline{A}}$	Beliebige Matrix
$\underline{\underline{I}}$	Einheitsmatrix
$\underline{\underline{u}}^T, \underline{\underline{A}}^T$	Transponierter Vektor bzw. Matrix
$\underline{a} \cdot \underline{b}$	Skalarprodukt zweier Vektoren
$\underline{\underline{A}} \square \underline{\underline{B}}, \underline{\underline{A}} \square \underline{u}$	Matrixprodukt
$ \underline{u} $	Absolutbetrag eines Vektors
$\det(\underline{\underline{A}})$	Determinante einer Matrix
$\text{diag}(\underline{u})$	Aus Vektor \underline{u} aufgebaute Diagonalmatrix
Σ	Summenzeichen
---->	Ersetzung, Approximation
\lim	Grenzwert
$ F_{\underline{m}} $	Volumen des Bereiches $F_{\underline{m}}$
∂	Rand eines zwei- oder dreidimensionalen Bereiches
δ	Differenz
(x,y,z)	Kartesische Koordinaten
(r, ϕ ,z)	Zylinderkoordinaten
t	Zeitkoordinate
\dot{u}, \ddot{u}	Erste bzw. zweite Zeitableitung
$\partial/\partial x$	Partielle Ortsableitung
$\text{div } \underline{u}$	Divergenz des Vektors \underline{u}
$\underline{\nabla} a$	Gradient des Skalars a
$\Delta = \nabla^2$	Laplace-Operator
$\nabla \# \underline{u}$	Dyadische Ableitung des Vektors \underline{u}

$$\nabla \# (u_1, u_2, u_3)^T = \begin{bmatrix} \partial u_1 / \partial x & \partial u_2 / \partial x & \partial u_3 / \partial x \\ \partial u_1 / \partial y & \partial u_2 / \partial y & \partial u_3 / \partial y \\ \partial u_1 / \partial z & \partial u_2 / \partial z & \partial u_3 / \partial z \end{bmatrix}$$

$n \nabla$ Richtungsableitung

Häufig benutzte Indizes

Hochgestellt

ε	Heterogene Funktion
$^{\circ}$	Homogene Funktion
NL	nichtlinear
o	oben
u	unten
-	Volumenmittel
$\bar{\cdot}$	Fouriertransformierte
i, j	Gittermittelpunkte im Finite- Differenzen Netz
$i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}$	Mittelpunkte von Maschengrenzen
n	Zeitebene

Tiefgestellt

m	Periodizitätszellen
i, j, ℓ	Vektorkomponenten
s	Struktur
r	radial
ϕ	azimutal
z	axial
n	normal

Abkürzungen

BE	Brennelement
DWR	Druckwasserreaktor
EMT	Einflußmatrixtechnik
FFT	Schnelle Fouriertransformation
FSI	Fluid-Struktur-Wechselwirkung
HDR	Heißdampfreaktor (in Karlstein/Main)
HT	Homogenisierungstheorie
KBE	Kernbehältereinbauten
KMVS	Kühlmittelverluststörfall
MN	Mega-Newton
MNm	Mega-Newtonmeter
MPa	Mega-Pascal
RDB	Reaktordruckbehälter
RSK	Reaktorsicherheits-Kommission
1D, 2D, 3D	eindimensional, zweidimensional, dreidimensional

Bezeichnungen spezieller Variablen und Konstanten (siehe auch Anhang 3)

		Definition
a	Schallgeschwindigkeit	-
\underline{a}	Vektor der diskreten axialen Bewegungskomponenten	(3.7)
α	Fluid-Volumenanteil	(2.20)
β	Newmark Parameter	(A2.4)
$\underline{\underline{C}}$	Abstandshaltermatrix	(2.40)
c_b	Homogenisierte Biegesteifigkeit	(2.36)
c_d	Homogenisierter axialer Steifigkeitswert	(2.38)
c_s	Homogenisierte Abstandshaltersteifigkeit	Abb. 2.8
c_r	Homogenisierte Ersatzsteifigkeit der Kernumfassung	Abb. 2.8
$c_{rr}, c_{r\phi}$	Elemente der Matrix der Abstands-	(2.41)
$c_{\phi r}, c_{\phi\phi}$	halterkräfte	
d	Seitenlänge eines Brennelementes	(2.47)
E	Funktional der kinetischen Energie	(2.12)
e	Kinetische Energie des Fluid-Stab-Gemisches	(2.30)
E_d	E-Modul bzgl. axialer Dehnung	(2.37)
$F, F_{\underline{m}}$	Gesamter Fluidbereich bzw. Fluidbereich der Zelle \underline{m}	Abb. 2.5
$\underline{\underline{F}}$	Matrix der elastischen Stabkräfte	(2.49)
$f_{rr}, f_{r\phi},$ $f_{\phi r}, f_{\phi\phi},$	Matrixelemente	(2.50)
f_{zz}		
\underline{f}	Stab-Volumenkraft	(2.34)
\underline{g}	Fluid-Volumenkraft	(2.33)
g	Erdbeschleunigung	-
H_M	Wandstärke des Kernbehälters	(4.4)
\underline{h}	Vektor der diskreten horizontalen Bewegungskomponenten	(3.7)
I	Flächenträgheitsmoment	(2.35)
$I_{\underline{m}}$	Staboberfläche in Zelle \underline{m}	Abb. 2.5
$i_{\underline{m}}$	Durchschnitt von $I_{\underline{m}}$ mit der Ebene $z = \text{const}$	(2.7)
\underline{J}	Hamilton Funktional	(2.10)
K	Volumen-Kompressibilität des Fluid-Stab Gemisches	(2.20)
KM	Maximalzahl azimuthaler Fouriermodes	Abb. 3.2
K_Z	Axiale Schnittkraft am Flansch	(4.4)
L	Radius des 1D homogenisierten Fluid-Stab Gemisches	(2.51)
M	Anzahl radialer Maschen	Abb. A1
Ma	Machzahl	(2.16)

M_z	Axiales Schnittmoment am Flansch	(4.4)
\underline{m}	Indexvektor der Periodizitätszellen	Abb. 2.5
$\underline{\underline{\mu}}$	Reibtensor	(2.48)
μ	Reibfaktor beim axialen Durchströmen der Lochplatte	(2.58)
N	Anzahl axialer Maschen	Abb. A1
\underline{n}	Normalenvektor	Abb. 2.5
$\underline{v}_+, \underline{v}_-$	Eigenfrequenzen des 1D homogenisierten Fluid-Stab Gemisches	(2.52)
ω	Kreisfrequenz	(2.16)
p	Druck	(2.7)
\underline{p}	Vektor der diskreten Druckwerte	(3.7)
$\underline{\underline{\Phi}}, \underline{\underline{\Psi}}$	Lokale, periodische Störungsfunktionen	(2.15)
R	Stabradius	(2.7)
\underline{r}	Rechte Seite der diskreten Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen	(3.7)
ρ	Dichte	(2.7)
$\underline{\underline{\rho}}^V$	Matrix der virtuellen Fluidichte	(2.31)
$\underline{\underline{\rho}}$	Parameter der virtuellen Fluidichte	(2.32)
$r_i, r_{i+1/2}$	Maschennetzparameter	Abb. A1
$\Delta r_i, \Delta r_{i+1/2}$		
$S, S_{\underline{m}}$	Gesamter Strukturanteil bzw. Strukturanteil der Zelle \underline{m}	Abb. 2.5
s	Spaltbreite	Abb. 2.12
σ_{st}	Stab-Biegespannung	(4.5)
σ_z^M	Axiale Membranspannung am Flansch	(4.4)
t^f	Fundamentallösung der 1D Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen	(A1.8)
U	Funktional der potentiellen Energie	(2.13)
\underline{u}	Fluidgeschwindigkeit	(2.7)
$V, V_{\underline{m}}$	Gesamter Bündelbereich bzw. Periodizitätszelle \underline{m}	(2.7)
\underline{v}	Fluid-Verschiebung	(2.11)
\underline{w}	Stab-Auslenkung	(2.7)
\underline{x}	reelle Koordinate	-
$\underline{\underline{\Xi}}$	Hilfsfunktion zur Bestimmung von $\underline{\underline{\Phi}}$ und $\underline{\underline{\Psi}}$	(2.23)

1. EINLEITUNG

1.1 Problemstellung

Im Genehmigungsverfahren eines Druckwasserreaktors (DWR) muß nachgewiesen werden, daß auch bei den denkbar schwersten Störfällen eine Gefährdung der Umwelt durch radioaktive Spaltprodukte ausgeschlossen ist. Einer der Störfälle, die in diesem Zusammenhang sehr intensiv untersucht werden, ist der Kühlmittelverluststörfall (KMVS). Eine detaillierte Übersicht über diesen und andere mögliche Störfälle ist in [1] gegeben.

Bei der Sicherheitsanalyse eines KMVS wird normalerweise ein Bruch im kalten Strang einer Hauptkühlmittelleitung unterstellt. Dies führt in der Nähe der Bruchstelle zu einem sofortigen, starken Druckabfall, der sich in Form einer Entlastungswelle ins Innere des Reaktordruckbehälters (RDB) fortpflanzt und zu erheblichen mechanischen Beanspruchungen der Einbauten führt. Gleichzeitig strömt das Kühlmittel mit kritischer Geschwindigkeit aus der Bruchstelle, bis nach ca. 20 sec ein Druckausgleich zwischen RDB und Containment erreicht ist.

Dieser Abschnitt des KMVS wird als Blowdown bezeichnet. Es schließen sich dann weitere Abschnitte wie z.B. die Wiederauffüllphase an, die in dieser Arbeit aber nicht behandelt werden.

Die mechanischen Beanspruchungen der Einbauten sind am größten in den ersten 50 - 100 msec nach der Bruchöffnung. Da erst nach Ablauf dieser Zeit ein großräumiges Verdampfen des Kühlmittels auch im Innern des RDB stattfindet, wird dieser Abschnitt als unterkühlte Blowdownphase bezeichnet.

Über lange Zeit hinweg wurde der KMVS im Genehmigungsverfahren mit etablierten konservativen Methoden behandelt, d.h. mit pessimistischen Verfahren, bei denen die berechneten Beanspruchungen auf jeden Fall zu hoch liegen. Mitte der 70er Jahre waren dann sowohl die physikalischen Modelle als auch die Computersysteme so weit entwickelt, daß mit der Entwicklung realistischerer Berechnungsmethoden begonnen wurde. Das Ziel war es dabei, einen best estimate Code zu entwickeln, um die Sicherheitsreserven der konservativen Verfahren quantitativ möglichst genau zu bestimmen.

Beim KMVS begann man vor allem, sich mit dem Problem der Fluid-Struktur-Wechselwirkung (FSI) zu befassen. Diese war bei den früheren konservativen

Verfahren vollkommen vernachlässigt worden, d.h. das Fluid-Druckfeld wurde unter der Annahme starrer Strukturen errechnet, und dieser Druck dann in einem zweiten Schritt der Struktur als Last aufgeprägt. Es ist physikalisch plausibel, daß diese Methode die wirklichen Strukturlasten überschätzt.

Zur genaueren Untersuchung der FSI-Effekte begann man mit einem umfangreichen theoretischen [2] und experimentellen [3] Programm. Ein wichtiger Teil dieses Programmes waren die Blowdown Experimente, die in den Jahren 1980 - 1982 am stillgelegten Heißdampfreaktor (HDR) in Karlstein/Main durchgeführt wurden. Diese Experimente wurden dazu benutzt, fortgeschrittene Rechencodes zur numerischen Simulation des Blowdowns eines DWR wie SOLA-DF [4], KFIX [5], FLEXWALL [6], STRUYA [7], DAPSY [8] und FLUX [9,10] zu verifizieren. Eines dieser Experimente (V32) wurde zum deutschen Standardproblem Nr. 5 erklärt.

Bis zum Jahr 1981 wurde bei der Analyse der dynamischen Beanspruchungen beim KMVS stets ein Bruch zugrunde gelegt, bei dem der Querschnitt der Kühlmittel-leitung vollständig freigelegt wird (sog. 2F-Bruch). Inzwischen konnte aber nachgewiesen werden, daß diese Annahme zu pessimistisch ist. Aufgrund einer Empfehlung der RSK wird deshalb jetzt nur noch ein Bruch betrachtet, bei dem 10% der Querschnittsfläche freigelegt werden (sog. 0.1F-Bruch). Damit ist das Problem der dynamischen Beanspruchungen beim Blowdown-Störfall entschärft, aber nicht völlig aus der Welt geschafft. Die bisherigen theoretischen [11] und experimentellen [12] Ergebnisse zeigen nämlich, daß eine Reduktion der Bruchfläche um den Faktor 10 die Belastungen der Einbauten zwar reduziert, aber keinesfalls um denselben Faktor.

In der weiteren Arbeit werden wir uns vor allem mit dem im KfK/IRE entwickelten FLUX-Code beschäftigen. Mit der Modell-Version FLUX-4 konnten in den letzten Jahren alle relevanten HDR-Experimente mit großem Erfolg nachgerechnet werden [13-16], so daß die Verifikation dieses Programmes als abgeschlossen betrachtet werden kann. Insbesondere wurde gezeigt, daß die Berücksichtigung von FSI-Effekten tatsächlich von entscheidender Bedeutung für eine realistische Simulation der Kernbehälterbeanspruchungen beim Blowdown ist. Diese Ergebnisse galten aber nur für die HDR-Versuchsanlage, die sich vom realen DWR in mancher Hinsicht erheblich unterscheidet. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es deshalb, die an der idealisierten HDR-Geometrie gewonnenen Erkenntnisse auf einen DWR zu übertragen.

Abb. 1.1 zeigt im Vergleich den grundsätzlichen Aufbau eines typischen DWR's der 1200 MW Klasse und der HDR-Versuchsanordnung. Als wichtigster Unterschied ist zu erkennen, daß die verschiedenen Kernbehältereinbauten (KBE) eines DWR (Reaktorkern, verschiedene Tragroste, Steuerstabführungsrohre, Kernumfassung) im HDR-Modell nur unzureichend wiedergegeben sind. Dies geschieht nämlich nur durch einen Massering, der am unteren Ende des HDR-Kernbehälters befestigt ist. Die Masse dieses Ringes wurde in grober Näherung als 50% der Gesamtmasse eines DWR-Kernes gewählt, um damit den Trägheitseinfluß der KBE auf die Bewegung des Kernbehälters zu simulieren.

Für die Berechnung des Blowdowns eines realen DWR reicht dies grobe Modell aber nicht mehr aus. So ist es aus verschiedenen Gründen ungewiß, ob durch den Massering die für den Kernbehälter effektiv wirksame Kernmasse richtig simuliert wird. Es ist klar, daß eine starke Wechselwirkung zwischen der Bewegung des Reaktorkernes und der Bewegung des Kernbehälters besteht. Für die Größe der daraus resultierenden effektiv wirksamen Kernträgheit sind vor allem die Koppelungsmechanismen zwischen Kern und Kernbehälter entscheidend. Die Koppelung der Kernbewegung mit der Bewegung des Kernbehälters erfolgt nun auf drei Wegen, über:

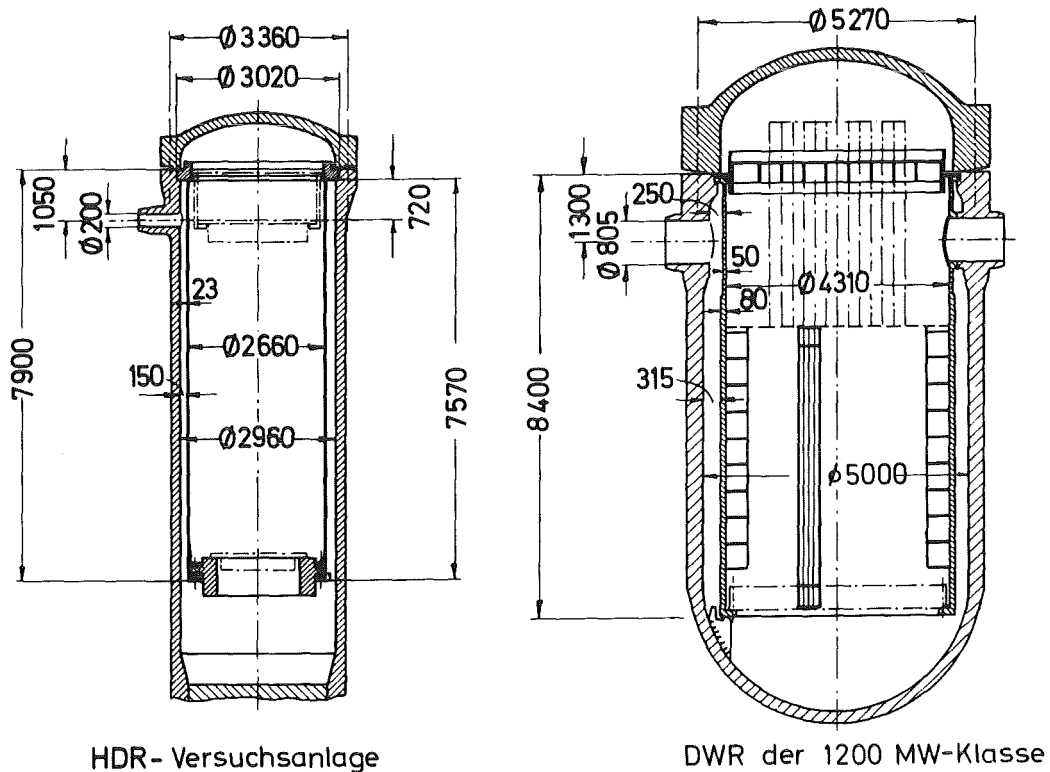


Abb. 1.1: Geometrie von DWR und HDR.

- (a) den unteren Rost und die Gitterplatte,
- (b) die Kernumfassung und die Abstandshalter,
- (c) das Kühlmittel.

Betrachtet man nur die Wechselwirkung über unteren Rost und Gitterplatte, so ist die effektive Kernmasse gering. Die Brennstäbe sind nämlich so biegeweich, daß sie nur in ihren oberen und unteren Abschnitten der Kernbehälterbewegung folgen.

Die Koppelung über die Kernumfassung und die Abstandshalter ist stark nichtlinear, da zwischen benachbarten Brennelementen (BE) sowie zwischen den Randlelementen und der Kernumfassung schmale Spalte von der Größenordnung 1 mm bestehen. Die Stärke dieser Wechselwirkung ist deshalb schwer abzuschätzen, bei kleinen Kernbehälterausslenkungen und weichen Abstandshalterfedern sollte ihr Einfluß allerdings gering sein.

Schließlich bekommt das im Reaktorkern befindliche Fluid vom Kernbehälter eine Querbeschleunigung aufgeprägt, die es über Fluid-Struktur-Wechselwirkung teilweise an die Brennstäbe weitergibt. Bei diesem Koppelungsprozeß hängt die effektive Kernmasse stark vom Schlupf zwischen Kühlmittel und Reaktorkern ab, sie ist deshalb sicherlich nicht zeitlich konstant.

Eine weitere Schwäche der im HDR-Modell benutzten Methode der Kernsimulation ist, daß sie es nicht gestattet, auch die Beanspruchungen der KBE selbst zu untersuchen, obwohl dies im Rahmen einer Sicherheitsanalyse von Bedeutung ist. Beim angenommenen Blowdown durch den kalten Stutzen wird vor allem der Reaktorkern durch horizontale Kräfte belastet, die über Kernumfassung, unteren Rost und Gitterplatte übertragen werden. Würden diese Belastungen zum Abknicken der Brennelemente oder zu stärkeren Beschädigungen der Abstandshalter führen, so könnte die langfristige Kühlbarkeit des Kernes gefährdet sein. Die Modellvereinfachungen, die sowohl den Experimenten als auch dem FLUX-4 Code zugrunde liegen, erlaubten es bislang nicht, derartige Fragen zu untersuchen.

1.2 Stand der Technik

Da die Berücksichtigung weiterer Kernbehältereinbauten in der HDR-Versuchsanlage aus verschiedenen Gründen nicht in Frage kommt, kann der Einfluß der KBE beim Blowdown nur durch Rechenprogramme numerisch simuliert werden. Dazu

muß insbesondere ein physikalisches Modell für die Bewegung des Reaktorkernes und seine Wechselwirkung mit dem Kühlmittel entwickelt werden. In der Literatur findet sich eine Anzahl von Arbeiten auf diesem Gebiet, die aber meist Spezialfälle behandeln, wie

- Fluidströmung durch ein Bündel starrer Stäbe
- Anregung eines Stabbündels durch die Fluidströmung (engl. "flow induced vibrations")
- Einfluß von ruhendem Fluid auf das Schwingungsverhalten des Bündels

Im folgenden wird ein kurzer Überblick dieser Arbeiten gegeben und eventuelle Verbindungen mit der vorliegenden Arbeit aufgezeigt.

Fluidströmung durch ein Bündel starrer Stäbe

Die Strömung von ein- oder zweiphasigem Fluid durch starre Stabbündel wird im Bereich der Thermohydraulik theoretisch und experimentell intensiv untersucht. Dabei werden bei großen Bündeln vor allem 2 Ansätze zur näherungsweisen Beschreibung benutzt:

- (a) Der Unterkanalansatz (engl. "subchannel approach") [17]
- (b) Das Modell eines porösen Körpers (engl. "porous body model") [18]

Beim Unterkanalansatz wird explizit benutzt, daß die Geschwindigkeitskomponente parallel zum Bündel dominierend ist, so daß Vereinfachungen in der Impulsgleichung für die Fluid-Querbewegung vorgenommen werden können.

Das porous body model hat diese Vereinfachungen nicht, da hier die Heterogenität der Geometrie durch Einführung geeigneter Volumenmittelwerte berücksichtigt wird. Die abgeleiteten Gleichungen beschreiben die Bündelgeometrie durch Volumen-Porositäten und Oberflächen-Permeabilitäten. Das porous body model hat damit eine gewisse Ähnlichkeit mit dem in dieser Arbeit benutzten Ansatz, da auch hier Volumenmittelwerte benutzt werden (Kap. 2.2.1). Im Gegensatz zum porous body model, das nur starre Stäbe berücksichtigt, werden bei uns aber flexible Stäbe betrachtet und die Fluid-Struktur-Wechselwirkung berücksichtigt.

Bei kleineren Bündeln, die nur aus wenigen Einzelstäben bestehen, kann man die Bündelgeometrie auch exakt beschreiben. So wird z. B. die Fluidströmung

im oberen Sammelraum und die Belastung der Corestützen eines DWR beim Blowdown durch den Auslaßstutzen von Krieg [19] mit den Randintegralverfahren SING [20] und SING-S [21] untersucht. Eine dreidimensionale Beschreibung der Strömungsvorgänge setzt bei diesem Programm aber inkompressibles Fluid voraus.

Flow induced vibrations

Experimentelle Untersuchungen zu Anregung von Schwingungen eines Brennstab-bündels in Parallelströmung wurden von Hara [22] durchgeführt, während Kissel [23] Stabbündel in Wärmetauschern bei Querströmung untersuchte. In diesem Zusammenhang sind auch die HDR-Laborexperimente von Wolf [24] (erzwungene Schwingungen eines Stabbündels in einem periodisch angeregten, mit Flüssigkeit gefüllten Zylinder), die BE-Schwingungsversuche von Wehling et. al. [25], sowie die Stabbündel-Schwingungsexperimente von Remy und Planchard [26] zu nennen, die in dieser Arbeit als experimentelle Grundlage dienen (s. Kap. 2.3).

Experimentelle Untersuchungen über die Schwingungen von Einzelstäben in Fluid wurden von Chen und Jendrzejczyk [27] sowie von Chen und Wambsganss [28] durchgeführt. Dabei zeigte sich, daß sich das Schwingungsverhalten eines Stabbündels stark vom Verhalten eines Einzelstabes unterscheidet.

Theoretische Modelle zur Beschreibung von strömungsinduzierten Stabbündel-schwingungen bauen meist auf dem Modell von Chen [29,30] auf. Hier wird ein vereinfachtes Fluid-Modell (inkompressible Potentialströmung) verwendet, und die Schwingung der Einzelstäbe werden mit analytischen Ansätzen beschrieben. Die Übereinstimmung der Modellvoraussagen mit dem Meßergebnissen ist allgemein gut. Da für die Bewegung jedes Einzelstabes eine separate Gleichung eingeführt wird, läßt sich diese Theorie auch auf beliebig angeordnete Bündel anwenden. Mit akzeptablem Aufwand ist dies aber nur für Stabbündel mit relativ wenig Einzelstäben möglich. Für den Reaktorkern mit seinen insgesamt mehr als 50000 Einzelstäben ist diese analytische Methode deshalb nicht brauchbar.

Kürzlich haben hier Shimogo und Shinohara [31] einen interessanten Ansatz gefunden, bei dem die analytischen Bewegungsgleichungen der einzelnen Stäbe für große Bündel durch eine Kontinuumsgleichung approximiert werden. Im Vergleich mit der vorliegenden Arbeit ist ihr Modell allerdings stark vereinfacht, es werden inkompressibles Fluid und starre Stäbe vorausgesetzt, sowie die Koppelung der einzelnen Stäbe durch elastische Abstandshalter

vernachlässigt. Das in [31] entwickelte Fluid-Stab Wechselwirkungsmodell ist vor allem für Bündel mit schmalen Spalten konzipiert.

Genau wie die vorliegende Arbeit benutzt auch Planchard [32-34] die Homogenisierungstheorie, um die Schwingungen von Rohrbündeln in nuklearen Dampferzeugern zu untersuchen. Obwohl Planchard formal eine andere Vorgehensweise bei der Homogenisierung benutzt (Methode des asymptotischen Ansatzes) ist sein Fluid-Struktur-Wechselwirkungsmodell sehr ähnlich dem in dieser Arbeit entwickelten Modell. Dagegen fehlen in Planchards Gleichungen ebenfalls noch völlig die elastischen Stabkräfte, sowie die Einbettung in einen Gesamtcode, mit dem auch gleichzeitig die Fluidströmung berechnet wird.

Diese Arbeit baut auf den theoretischen Ansätzen von Schumann [62,63,67] auf, die bei der Modellierung der elastischen Stabkräfte, insbesondere mit der Berücksichtigung von nichtlinearen Wechselwirkungen benachbarter Brennelemente (Kap. 2.2.9) weiterentwickelt werden.

Einfluß von Fluid auf die Schwingungen eines Stabbündels

Der Einfluß des umgebenden Fluides auf das Schwingungsverhalten eines Stabbündels wird meist durch eine zusätzlich aufgebrachte Masse (Massenzuschlag, engl. "added mass") und einen vergrößerten Dämpfungsparameter (engl. "added damping") simuliert. Obwohl eine mathematisch strenge Ableitung der zugehörigen Parameter nur in einigen idealisierten Spezialfällen möglich ist (z. B. ein einzelner Zylinder oder eine einzelne Kugel in unendlich ausgedehnter Potentialströmung), wird diese Methode auch bei wesentlich komplizierteren Problemen angewandt. Eine ausführliche Zusammenstellung von "added mass" und "added damping" Koeffizienten gibt Dong [35], speziell auf zylindrische Stäbe oder Stabbündel wird in [36,37] eingegangen.

Eine Schwäche dieser Theorie ist aber, daß sie streng nur für Probleme mit ruhendem Fluid gültig ist. In einer allgemeineren Situation, wie sie bei der Strömung im Reaktorkern sicher vorliegt, ist die Fluid-Stab Wechselwirkung proportional zur relativen Beschleunigung zwischen Fluid und Stäben, so daß auch das Fluid-Strömungsfeld berechnet werden muß.

Trotz dieser großen Zahl von Einzeluntersuchungen über die Wechselwirkung zwischen Fluid und Stabbündeln gibt es nach Kenntnis des Autors noch keinen Code zur Simulation der Blowdownbeanspruchungen eines DWR, in dem ein

detailliertes Modell des Reaktorkernes und der übrigen KBE vorgesehen ist. Stand der Technik ist es vielmehr, bei der Berechnung der Kernbehälterverformungen nur die Trägheitswirkung der Kerneinbauten, und diese meist auch nur näherungsweise, zu berücksichtigen. Dazu wird die Kernmasse zu einem gewissen Prozentsatz auf einen Massering (HDR- und FLUX-4 Modell), auf die Kernumfassung (Modell der GRS [38]) oder einen elastischen Balken (EPRI [39]) verteilt. Die damit berechneten Verschiebungen von Gitterplatte und unterem Tragrost sind dann Eingabedaten für einen zweiten Rechencode, mit dem die Beanspruchungen der Brennelemente berechnet werden.

Ein typisches Modell dieser Art ist das Programm FLEXWALL [6] der KWU. Hier werden die Belastungen der Kerneinbauten mit dem Netzwerk-Code SHOCK [40] berechnet. Dies Programm kann allerdings nur die Bewegung einiger weniger Brennelemente, und nicht die Bewegung des gesamten Kernverbandes bestimmen. Eine weitere Vereinfachung ist, daß die horizontale und axiale Kernbewegung völlig entkoppelt behandelt wird, während in Wirklichkeit eine Koppelung über die Randbedingungen (Bewegung von Kernbehälter und Tragrosten) und über das Druckfeld vorhanden ist.

1.3 Vorgehensweise und Zielrichtung dieser Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist deshalb die Entwicklung eines umfassenden Rechen-codes zur Simulation der dreidimensionalen, gekoppelten Bewegung von Kernbehälter, Kernbehältereinbauten und Kühlmittel beim Blowdownstörfall. Als Grundlage dient hierzu das vorhandene FLUX-4 Programm, mit dem die gekoppelte Bewegung des Kernbehälters und des Fluides berechnet wird. In Kap. 2.1 sind die wichtigsten Fähigkeiten und Modellvereinfachungen des FLUX-Codes noch einmal kurz aufgeführt.

Der Schwerpunkt der Arbeit ist dann, das FLUX-4 Programm um Modelle für die folgenden Einbauten zu erweitern:

- (a) Reaktorkern mit Kernumfassung,
- (b) Oberer Sammelraum mit Coresstützen,
- (c) Oberer Tragrost,
- (d) Gitterplatte,
- (e) Unterer Tragrost.

Abb 1.2 zeigt eine Übersichtsskizze des neuen Modelles, das die Nummer FLUX-5 erhalten hat.

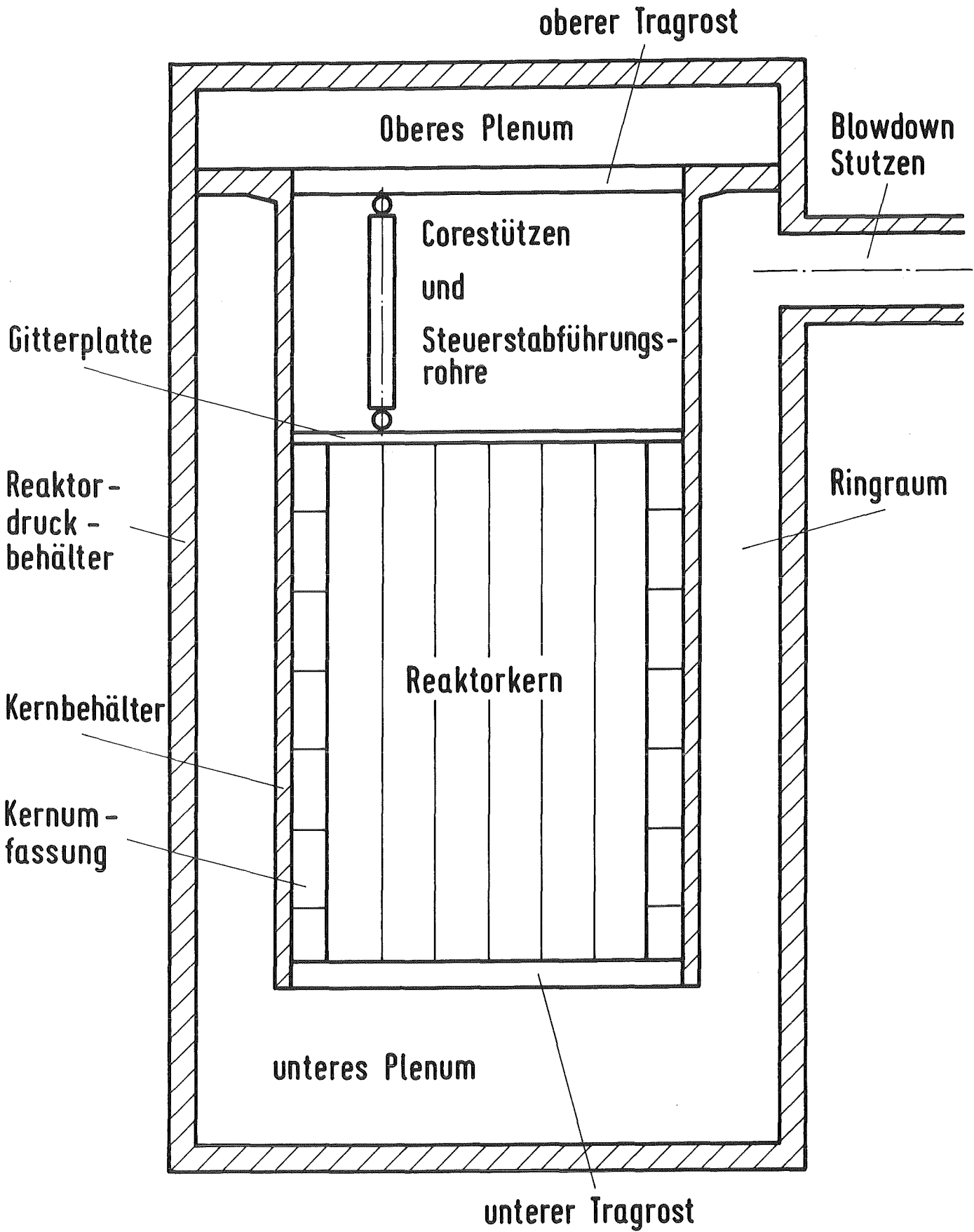


Abb. 1.2: Das FLUX-5 Modell.

Bei der Modellentwicklung steht dabei die Simulation der horizontalen Belastungen von Kern und Kernbehälter im Vordergrund, da diese beim Blowdown durch den kalten Strang am meisten gefährdet sind. Stärkere axiale Beanspruchungen der Roste sind bei diesem Störfall dagegen nicht zu erwarten, da nach neueren Abschätzungen der GRS [41] ein axiales Abheben des Kernbehälters im Tragflansch nicht zu erwarten ist. Die Ursache hierfür ist, daß die zum Niederhalten des Flansches benutzten Tellerfedern zwar im kalten Zustand ein Spiel besitzen, dies Spiel bei Betriebstemperatur aber auf Null geht. Die nach konservativen Verfahren abgeschätzten dynamischen Kräfte am Flansch reichen nicht aus, um die Niederhaltekräfte plus das Eigengewicht von Kernbehälter und Einbauten zu überwinden.

Die einzelnen Komponenten (a) - (e) lassen sich grob in zwei Gruppen trennen:

- (a) und (b): Bündel zylindrischer Stäbe
- (c) - (e): Durchlässige Platten.

Für jede der beiden Gruppen wird im folgenden ein physikalisches Modell entwickelt, das dann durch geeignet gewählte Parameter die Komponenten (a) - (e) abbildet. Die beiden Grundmodelle werden im weiteren als Bündelmodell ((a),(b)) und als Lochplattenmodell ((c)-(e)) bezeichnet, während Brennstäbe und Corestützen meist allgemein Stäbe heißen. Oberer/unterer Rost und die Gitterplatte werden vielfach auch nur als Platten bezeichnet.

Wichtigste Eigenschaften des Bündelmodelles (Kap.2.2)

Mit einem Kontinuumsansatz, der auf der schon erwähnten Homogenisierungstheorie aufbaut, ist es möglich, die Globalbewegung des gesamten Kernverbandes zu simulieren. Dabei wird die Fluid-Struktur-Wechselwirkung voll dynamisch (und nicht nur über einen Massenzuschlag) durch eine theoretisch abgeleitete Matrix der "virtuellen Fluidichte" berücksichtigt. Weiterhin können elastische Stab-Rückstellkräfte, die Kräfte der elastischen Abstandshalter, Reibungseffekte, sowie die Wechselwirkung Reaktorkern - Kernbehälter unter Berücksichtigung von Spielen simuliert werden.

Wichtigste Eigenschaften des Lochplattenmodelles (Kap. 2.3)

Unter Verwendung vereinfachender geometrischer Annahmen wird die Fluid-Struktur Wechselwirkung beim axialen Durchströmen der Roste und der Gitterplatte mit

einem weiteren Homogenisierungsansatz beschrieben. Da vor allem die Horizontalkräfte von Interesse sind, werden die Platten zur Vereinfachung als starr betrachtet. Die den Lochplatten von Fluid und Stäben aufgeprägten Kräfte werden auf den Kernbehälter übertragen.

Zusammenfassend kann man in dieser Arbeit drei verschiedene Aspekte unterscheiden:

(1) Methodischer Aspekt:

Es müssen mit Hilfe des allgemeinen mathematischen Verfahrens der Homogenisierungstheorie Kontinuumsmodelle für die Bewegung der verschiedenen Kernbehältereinbauten sowie ihre Wechselwirkung untereinander, mit dem Kernbehälter und dem Fluid entwickelt werden.

(2) Numerischer Aspekt:

Es ist ein geeignetes numerisches Verfahren zur Lösung der mathematisch sehr komplexen Gleichungen des Bündelmodelles zu entwickeln (Kap. 3). Diese stellen ein System von 7 gekoppelten dreidimensionalen partiellen Differentialgleichungen hohen Differentiationsgrades dar. Die Gleichungen werden mittels eines gemischten finite Differenzen- und Spektralverfahrens diskretisiert, das bezüglich der Zeitableitungen implizit ist. Für die daraus resultierenden großen und schlecht konditionierten linearen Gleichungssysteme müssen effiziente Lösungsverfahren entwickelt werden. Schließlich muß dies Verfahren noch in den bestehenden FLUX-Code integriert werden.

(3) Aspekt der Reaktorsicherheit:

Mit dem erweiterten FLUX-Modell sollen dann zwei Fragenkomplexe untersucht werden (Kap.4):

Welchen Einfluß hat die veränderte Modellierung der KBE auf die berechneten Verformungen und Beanspruchungen des Kernbehälters, insbesondere beim Anschlagen des Kernbehälters gegen den RDB?
Interessant ist dabei vor allem (Kap. 4.2):

- Welche Bedeutung hat die nachgiebige Abstützung der Brennstäbe durch Abstandshalter?

- Spielt die Wechselwirkung Fluid-Brennstäbe für die Kernbehälterbeanspruchungen eine Rolle?
- Welche maximalen Kernbehälterbeanspruchungen sind unter realistischen Annahmen bei einem DWR-Blowdown zu erwarten, und wo treten sie auf?

Der zweite untersuchte Fragenkomplex ist:

Wie sieht die Globalbewegung des Reaktorkernes beim Blowdown-Störfall aus und von welchen Faktoren wird sie beeinflusst? Dabei steht auch hier wieder die Horizontalbewegung im Vordergrund. Im einzelnen sollen folgende Fragen beantwortet werden (Kap. 4.3):

- Über welche Mechanismen wird die Bewegung der Stäbe angeregt und wie sieht diese Bewegung typischerweise aus?
- Welchen Einfluß haben die Bruchquerschnittsfläche, die Bruchöffnungszeit und die Länge des Bruchstützens?
- Welche Bedeutung haben die elastischen Stab-Rückstellkräfte?
- Wie wirkt sich die nichtlineare Koppelung der Stäbe untereinander, sowie zwischen Stäben und Kernbehälter auf die Kernbewegung aus?
- Welchen Einfluß hat die Modellierung der Roste und der Gitterplatte?
- Ist es für eine realistische Simulation der Beanspruchungen von Kernbehälter und Kern erforderlich, auch die Corestützen mit einem homogenisierten Stabmodell abzubilden?
- Führt die Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Wechselwirkungseffekten über eine virtuelle Fluidichte wieder zu einer Reduktion der Beanspruchungen?

2. DAS FLUX-5 MODELL

2.1 Die Grundannahmen des FLUX-4 Modelles

Wie schon in der Einleitung erwähnt, baut diese Arbeit auf dem Rechenprogramm FLUX-4 auf. Abb. 2.1 zeigt die in FLUX-4 beschriebene Geometrie, die sich weitgehend mit der HDR Geometrie deckt. Das FLUX-5 Modell ist eine direkte Erweiterung des älteren Modelles, das die FLUX-4 Fähigkeiten voll umfasst. In diesem Abschnitt werden deshalb die wichtigsten Fähigkeiten und Modellannahmen dieses Codes noch einmal kurz aufgezählt, ausführlichere Erläuterungen sind dazu in [9,10] zu finden.

Geometrie:

FLUX-4 benutzt ein dreidimensionales Modell der Reaktorgeometrie, dessen wesentliche Teile der rotationssymmetrische RDB mit Einbauten und ein am RDB angesetzter Kühlmiteleintrittsstutzen sind (Abb. 2.1). Die in der Realität teilweise gekrümmten Begrenzungen werden im Modell durch einfache Rechteck-Schemata approximiert, wobei die Längenabmessungen so gewählt sind, daß Volumengleichheit mit dem Original-DWR besteht. Bei dem hier untersuchten Problem kann Spiegelsymmetrie bezüglich der von Stutzenachse und Kernbehälterachse aufgespannten Ebene angenommen werden. Die Bruchöffnungsfläche am Stutzen kann beliebig vorgegeben werden. Der Blowdown wird dadurch simuliert, daß an der angenommenen Bruchstelle innerhalb einer charakteristischen Bruchöffnungszeit der Fluiddruck über eine cos-förmige Rampe vom Innendruck auf den lokalen Sattedampfdruck abgesenkt wird.

Fluidmodell:

Als Fluidmodell wird ein kompressibles, einphasiges Potentialströmungsmodell mit einer akustischen Zustandsgleichung benutzt:

$$(2.1) \quad p - p_0 = a^2(\rho - \rho_0) \quad (p_0, \rho_0 = \text{const.})$$

(p - Druck, ρ - Dichte, a - Schallgeschwindigkeit)

Dabei sind die Stoffwerte (Temperatur, Schallgeschwindigkeit) in den 6 auf Abb. 2.1 angedeuteten Bereichen räumlich und zeitlich konstant. Die Stutzenströmung kann statt mit dem einphasigen FLUX-Modell auch mit dem 2-Phasen-Nichtgleich-

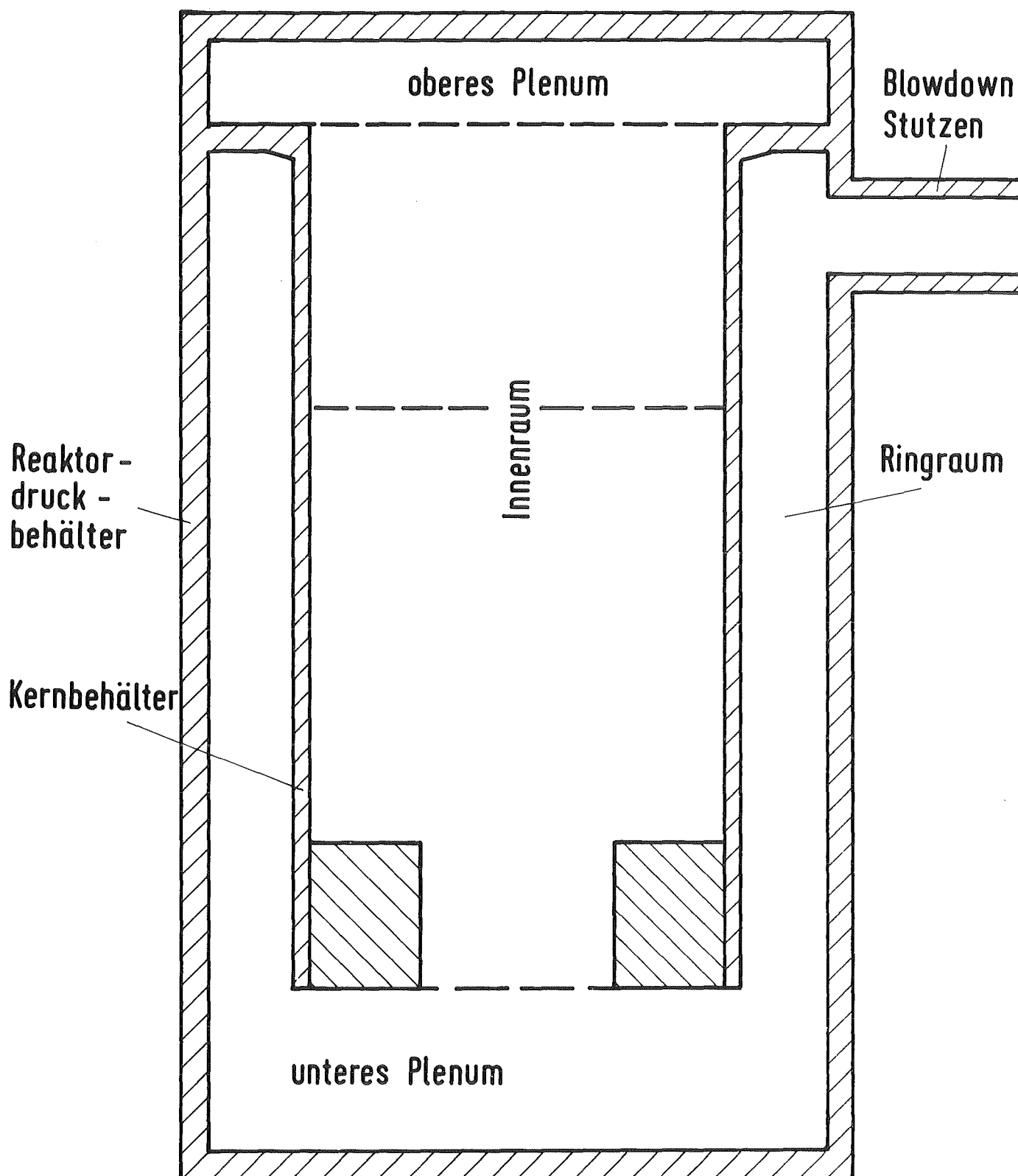


Abb. 2.1: Das FLUX-4 Modell.

gewichts Code DRIX-2D [42,43] berechnet werden. Die Koppelung der beiden Programme kann auf zwei verschiedene Art und Weisen erfolgen. Bei der "weichen" Koppelung wird der Stutzendruck, der in FLUX-4 als Randbedingung eingeht, in einem separaten DRIX-Lauf vorweg bestimmt. Dies bewirkt, daß der Massenstrom über die Koppelungsstelle in der FLUX und DRIX Rechnung normalerweise leicht differiert. Dieser Fehler wird durch die (allerdings sehr rechenzeitaufwendige) "starke" Koppelung vermieden, bei der durch gleichzeitige Ausführung der FLUX und DRIX Rechnung zu jedem Zeitschritt die Erhaltung von Masse, Impuls und Energie an der Koppelungsstelle sichergestellt wird.

Fluid-Struktur-Wechselwirkung

Die Wechselwirkung zwischen Fluid und Kernbehälter bzw. RDB kann mit FLUX-4 voll dynamisch berücksichtigt werden. Dabei wirken einerseits die Fluid-Differenzdrücke als Kräfte auf die Struktur, während andererseits die Struktur-Normalbeschleunigung das Fluid-Druckfeld beeinflusst. Die Struktur-Verformung wird als klein gegen typische Abmessungen des Fluid-Bereiches (wie z.B. die Ringraumbreite) angesehen, so daß Geometrieänderungen vernachlässigt werden. Weiterhin werden Schubspannungen an der Fluid-Struktur Grenzfläche vernachlässigt.

Strukturmodelle für Kernbehälter und RDB

Das FLUX Modell ist so konzipiert, daß ein breites Spektrum von Strukturmodellen für Kernbehälter und RDB verwendet werden kann. Bisher wurden meist die rotationssymmetrischen, linear elastischen Schalenmodelle CYLDY-2 [44] bzw. CYLDY-3 [45] benutzt. Dabei zeichnet sich vor allem der CYLDY-3 Code durch eine hohe Genauigkeit und eine große Flexibilität in Bezug auf die Randbedingungen an den Schalenenden aus. Aus später noch näher dargelegten Gründen (Kap. 2.4) wird in FLUX-5 normalerweise mit starren Schalenrändern gearbeitet. Ebenso wurde bei allen bisherigen FLUX-5 Rechnungen mit DWR-Geometrie der RDB als starr modelliert.

Koppelung von Kernbehälter und RDB

Mit FLUX-4/CYLDY3 ist es möglich, eine nichtlineare Koppelung zwischen Kernbehälter und RDB zu simulieren. Dies bedeutet, daß der Kernbehälter die Möglichkeit hat, sich innerhalb gewisser, an beliebigen Stellen vorgegebbarer Spiele quasi frei zu bewegen. Wird dies Spiel, dessen Anfangswert ebenfalls ein

Eingabeparameter ist, zu irgend einer Zeit überschritten, kommt es an der betreffenden Stelle zum Kontakt zwischen Kernbehälter und RDB. Man spricht dann davon, daß der Anschlag an dieser Stelle aktiv geworden ist. Jedem Anschlag wird dabei eine Flexibilität zwischen 0 und ∞ zugeordnet, auch Plastifizierung kann mit einem einfachen Modell behandelt werden. Nähere Einzelheiten zu diesem Anschlagmodell sind in [46] zu finden, seine Verifikation an Hand des HDR-Versuches V34 in [14].

2.2 Das Fluid-Stab Kontinuumsmodell

2.2.1 Die Homogenisierungstheorie

Die Hauptschwierigkeit bei der Entwicklung mathematischer Modelle für die Bewegung der Reaktorkerneinbauten ist die starke Heterogenität in der Geometrie dieser Komponenten. In dieser Arbeit wird diese Schwierigkeit durch die Verwendung eines speziellen mathematischen Verfahrens, der sog. Homogenisierungstheorie (HT), überwunden. Der wesentliche mathematische Hintergrund der HT wird, soweit er für die Entwicklung des Bündelmodelles und des Lochplattenmodelles nötig ist, im folgenden kurz geschildert. Eine ausführliche Darstellung über Theorie und Anwendung der HT in der Fluidodynamik ist in [47] gegeben.

Mathematisch gesehen ist die HT der Oberbegriff über eine Anzahl von Methoden, mit denen das asymptotische Verhalten bestimmter partieller Differentialgleichungen und Integrodifferentialgleichungen untersucht wird. Genauer gesagt beschäftigt sie sich mit solchen Operatoren A^ε (Gl.(2.2)), deren Koeffizienten periodische Funktionen der Periodenlänge ε sind. Die verschiedenen Homogenisierungsverfahren erlauben es dann, das asymptotische Verhalten der Gleichung (2.2) und ihrer Randbedingungen, die normalerweise ebenfalls von ε abhängen, im Grenzfall $\varepsilon \rightarrow 0$ zu studieren.

$$\begin{array}{rcc}
 (2.2) & A^\varepsilon u^\varepsilon = f^\varepsilon & (+ \text{ Randbedingungen }^\varepsilon) \\
 \varepsilon \rightarrow 0 & \begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} & \downarrow \\
 (2.3) & A^0 u^0 = f & (+ \text{ Randbedingungen }^0)
 \end{array}$$

Im weiteren wird die Gleichung (2.2) als heterogene Gleichung und (2.3) als homogenisierte Gleichung bezeichnet, die Lösungen u^ε bzw. u^0 entsprechend als heterogene bzw. homogene Funktionen.

Derartige Differentialoperatoren A^ε mit periodischen Koeffizientenfunktionen treten in der Physik und der Technik bei der modellmäßigen Beschreibung von heterogenen Problemen auf, die eine periodische mikroskopische Feinstruktur besitzen. Diese Situation liegt bei den Reaktorkerneinbauten vor, da die Anordnung der Stäbe im Reaktorkern und der Corestützen im oberen Sammelraum, sowie der Durchlässe in den Tragrosten und der Gitterplatte zumindest näherungsweise als periodisch angesehen werden kann. Weitere physikalisch/technische Probleme dieser Art, bei denen Homogenisierungsverfahren zur Modellierung eingesetzt werden, sind z.B.:

- Die Strömung von Fluid durch einen porösen Körper [48].
- Der Neutronenfluß in heterogenen Reaktoren [49].
- Die Wellenausbreitung in Kristallen [50].
- Elastische Schwingungen periodischer Strukturen [51].
- Die dynamischen Eigenschaften von Stoffgemischen (Kompositen) [52].

In der Regel ist keines dieser Probleme exakt zu behandeln. Der Ingenieur sucht deshalb nach einem geeigneten Ersatzproblem, das einerseits eine hinreichend gute Approximation für das Ausgangsproblem darstellt, und zum anderen analytisch oder numerisch leichter zu behandeln ist. Hierbei hilft nun die HT durch die explizite Konstruktion der homogenisierten Gleichung (2.3). Physikalisch gesehen beschreibt diese Gleichung dann ein homogenes Kontinuum.

Ein gewisses Problem ist es, abzuschätzen, wie gut die heterogene Gleichung durch die homogenisierte Gleichung approximiert wird. Hier ist man in der Praxis häufig auf heuristische Betrachtungen angewiesen. Anschaulich ist jedoch klar, daß für eine zufriedenstellende Approximation die Periodenlänge ε der heterogenen Störungen sehr viel kleiner als eine typische makroskopische Größenordnung sein muß.

Für bestimmte Probleme ist es möglich, explizite Konvergenzbeweise mit Fehlerabschätzungen herzuleiten, siehe z.B. [53]. Diese Konvergenzbeweise werden dabei meist mit fortgeschrittenen Methoden der Funktionalanalysis, speziell der Sobolevraumtheorie [54] geführt. Für Probleme von praktischen Interesse sind sie in der Regel sehr aufwendig, in dieser Arbeit wird deshalb auf diesen Aspekt nicht näher eingegangen.

Bei der Konstruktion der homogenisierten Gleichung werden nach Ohayon [55] drei verschiedene Methoden angewandt:

- (a) Die Methode des mehrskaligen asymptotischen Ansatzes [56-58]
- (b) Die Energiemethode [56]
- (c) Die Mittelungsmethode [59,60]

Die Energiemethode (b) ist dabei ausschließlich für Konvergenzuntersuchungen brauchbar und gestattet es nicht, die homogenisierte Gleichung explizit zu konstruieren. Sie soll deshalb hier nicht behandelt werden.

Bei der Methode (a) werden durch einen geeigneten asymptotischen Ansatz das globale Problem, d.h. das Verhalten der heterogenen Funktion in Bereichen, die groß sind gegen ε , und das lokale Problem, also das Verhalten von u^ε innerhalb der Periodizitätszelle, entkoppelt. Dieses Homogenisierungsverfahren ist in der Literatur am weitesten verbreitet. Es hat aber, wie in [47] näher erläutert ist, verschiedene Schwächen. Vor allem ist der verwendete asymptotische Ansatz physikalisch sehr unanschaulich.

In dieser Arbeit wird deshalb die sog. Mittelungsmethode (c) benutzt, die im Gegensatz zu den anderen beiden den Vorteil der physikalischen Anschaulichkeit besitzt. Die praktische Anwendung der Mittelungsmethode geschieht formal nach folgenden Schema:

- (1) Aufstellung der Gleichung, die die heterogene physikalische Situation beschreibt. Dabei ist es erforderlich, diese Gleichung in Integralform, also z.B. als Variationsproblem, zu formulieren.
- (2) Einführung der volumengemittelten heterogenen Funktion als neue Variable. Dazu wird u^ε formal als Funktion zweier Ortsvariablen aufgefasst (Abb. 2.2):

$$u^\varepsilon \equiv u^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x})$$

Dabei ist (im zweidimensionalen Raum) $\underline{m} = (m_1, m_2)$ der ganzzahlige Index der einzelnen Periodizitätszellen, und $\underline{x} = (x_1, x_2)$ die lokale Koordinate innerhalb einer Periodizitätszelle. \underline{m} ist also die Koordinate des globalen Problems, und \underline{x} die des lokalen Problems.

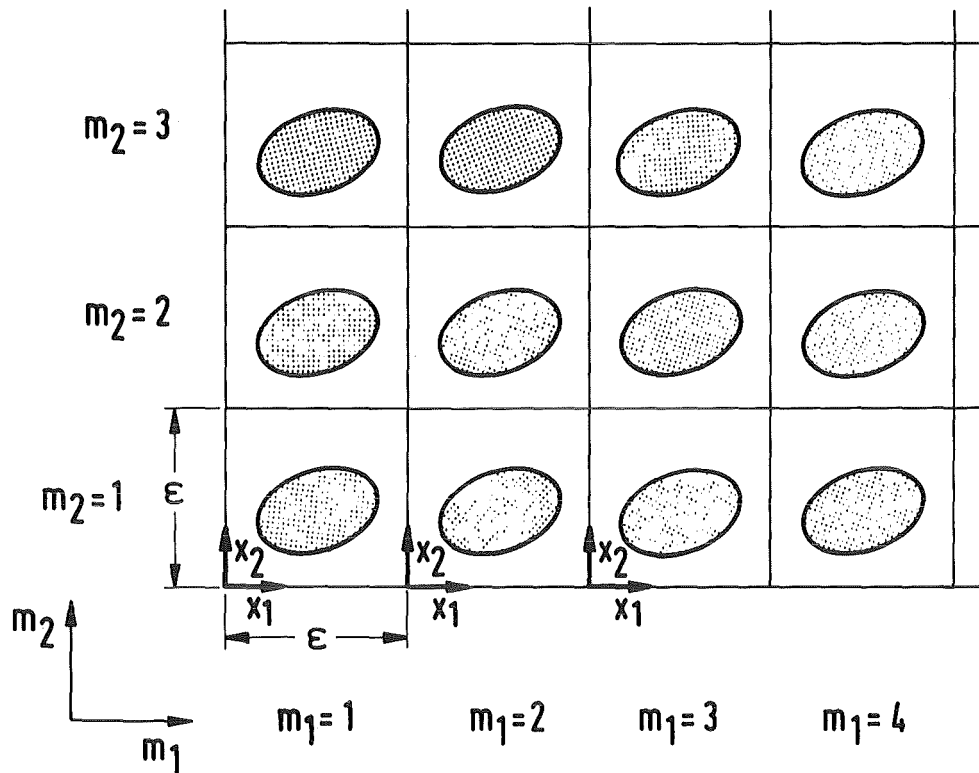


Abb. 2.2: Die Geometrie des heterogenen Problems mit lokalem (x_1, x_2) und globalem (m_1, m_2) Koordinatensystem.

Der Volumenmittelwert von u^ε ist folgendermaßen definiert:

$$(2.4) \quad \bar{u}(\underline{m}) := 1/|F_{\underline{m}}| \iint_{F_{\underline{m}}} u^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}) \, d\underline{x}$$

wobei $F_{\underline{m}}$ der Bereich von Zelle \underline{m} ist, auf dem u^ε definiert ist, mit dem zugehörigen Volumen $|F_{\underline{m}}|$.

(3) Postulierung eines approximativen Ansatzes für u^ε von der Form:

$$(2.5) \quad u^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}) \rightsquigarrow \Phi(\underline{x}) * \bar{u}(\underline{m})$$

Dabei ist $\Phi(\underline{x})$ eine periodische Funktion in \underline{x} mit der Periodenlänge ε , die das lokale Verhalten von u^ε näherungsweise beschreibt.

(4) Einsetzen von (2.5) in die heterogene Gleichung (2.2) und Ableitung neuer Gleichungen für $\Phi(\underline{x})$ und $\bar{u}(\underline{m})$.

(5) Grenzübergang $\varepsilon \rightarrow 0$ in der unter (4) entwickelten Gleichung für $u^-(\underline{m})$.
 Die diskrete Funktion geht in eine kontinuierliche Funktion $u(\underline{z})$ über:

$$(2.6) \quad u(\underline{z}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} u^-(\underline{m})$$

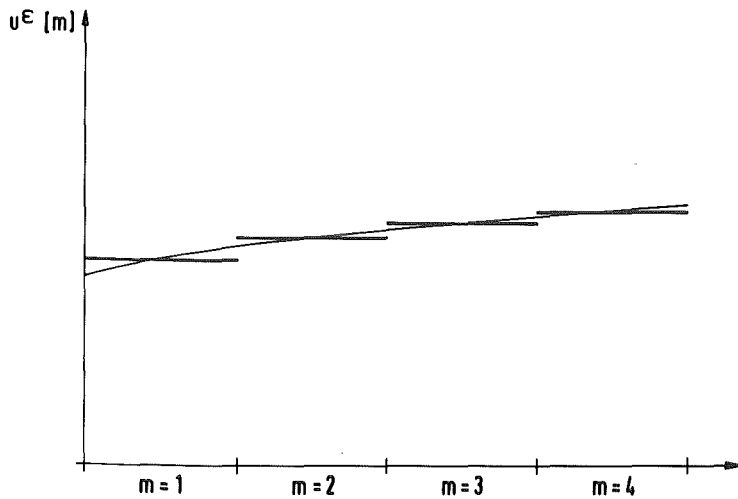


Abb. 2.3a: Beispiel einer global glatten Funktion.

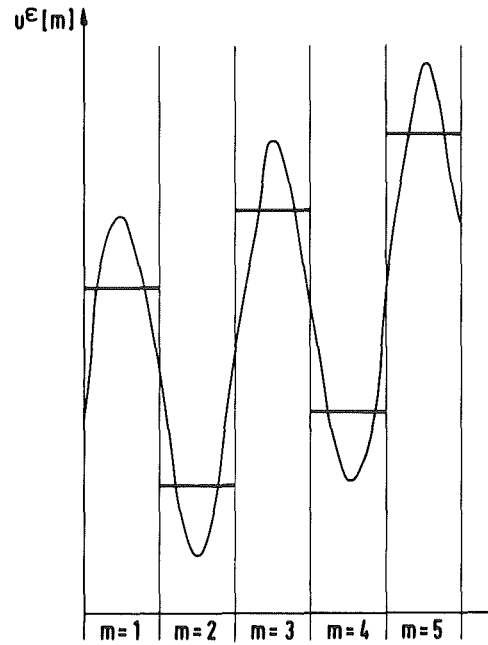


Abb. 2.3b: Nicht global glatte Funktion.

$u(\underline{z})$ ist schließlich die gesuchte "homogenisierte" Lösung von (2.2). Damit sich im Grenzfall $\varepsilon \rightarrow 0$ auch eine physikalisch sinnvolle stetige Funktion ergibt, dürfen sich die Volumenmittelwerte $u^-(\underline{m})$ zwischen benachbarten Zellen nur sehr wenig verändern, (s. Abb. 2.3). Der hier benutzten Approximation liegt damit die Vorstellung zugrunde, daß die Lösung von (2.2) global glatt ist, sie sich folglich nur über Bereiche wesentlich ändert, die groß sind gegen die Abmessungen der Periodizitätszelle. Der Einfluß der Heterogenität macht sich durch die Überlagerung einer periodischen Störung bemerkbar, die durch die lokale Funktion $\phi(\underline{x})$ beschrieben wird (s. Abb. 2.4).

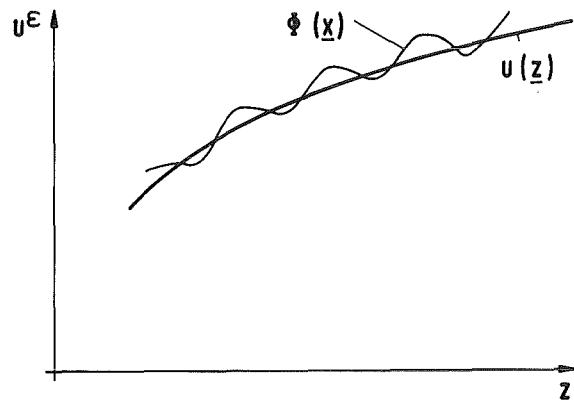


Abb. 2.4: Überlagerung einer global glatte Funktion mit einer periodischen Störung.

Die Mittelungsmethode hat damit formal große Ähnlichkeit mit der Theorie der 2-Phasenströmungen [61] und der Theorie der porösen Körper [18]. Der Vorteil des Homogenisierungsansatzes liegt aber darin, daß er das lokale Verhalten der Lösung wesentlich stärker berücksichtigt. Dies äußert sich letztlich darin, daß im Homogenisierungsmodell, im Gegensatz zu den anderen Kontinuumstheorien, keine empirischen Parameter mehr auftreten. Die theoretische Bestimmung von "effektiven Stoffwerten" ist nämlich ein wesentlicher Teil des Homogenisierungsprozesses.

Der hauptsächliche Nachteil der HT ist, daß sie nur auf ganz bestimmte Probleme anwendbar ist, bei denen die heterogene Störung eine gewisse Periodizität besitzt und die Bewegungsgleichungen in Integralform aufgestellt werden können. Außerdem kann die HT nur, wie oben gezeigt wurde, langwellige physikalische Vorgänge erfassen.

In den folgenden Abschnitten wird nun nach dem angegebenen Schema ein Homogenisierungsmodell für die Bewegung von zylindrischen Stäben in Fluid entwickelt. Das Modell orientiert sich dabei stark an den Arbeiten von Schumann [62,63]. Die Anwendung der HT macht es erforderlich, eine Reihe von Modellannahmen zu treffen, die weiter unten im einzelnen ausgeführt und diskutiert werden.

2.2.2 Das vereinfachte geometrische Modell

Vor. 1: Die zylindrischen Stäbe bilden ein dreidimensionales, periodisches Gitter (Abb. 2.5), wobei Periodizität sowohl bei der geometrischen Anordnung als auch bei den Stoffeigenschaften der Stäbe vorliegen soll. Die Stabauslenkungen sind außerdem so klein, daß dadurch die Periodizität des Gitters nicht wesentlich gestört wird.

Für den Reaktorkern ist die Annahme einer periodischen Stabanordnung nahezu streng erfüllt. Hierbei muß beachtet werden, daß wir formal auch die Periodizität in axialer Richtung benutzen. Die Stabform hängt allerdings nach Voraussetzung von der axialen Koordinate nicht ab, so daß im Prinzip in dieser Dimension Periodizität mit jeder beliebigen Konstanten vorliegt. Die Ableitung bleibt aber unverändert auch im allgemeineren Fall von Stäben mit axial periodisch veränderlicher Geometrie (z.B. Strömungshindernisse durch Abstandshalter) gültig, nur die Matrix der virtuellen Fluidträgheit (Gleichung (2.31)) verändert sich in diesem Fall.

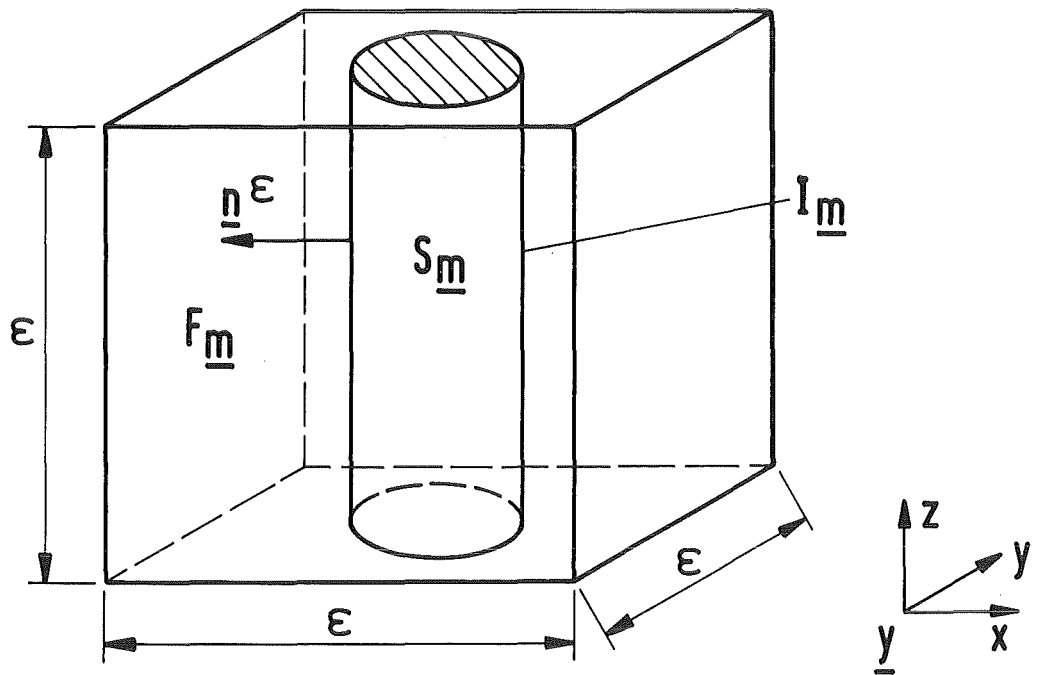
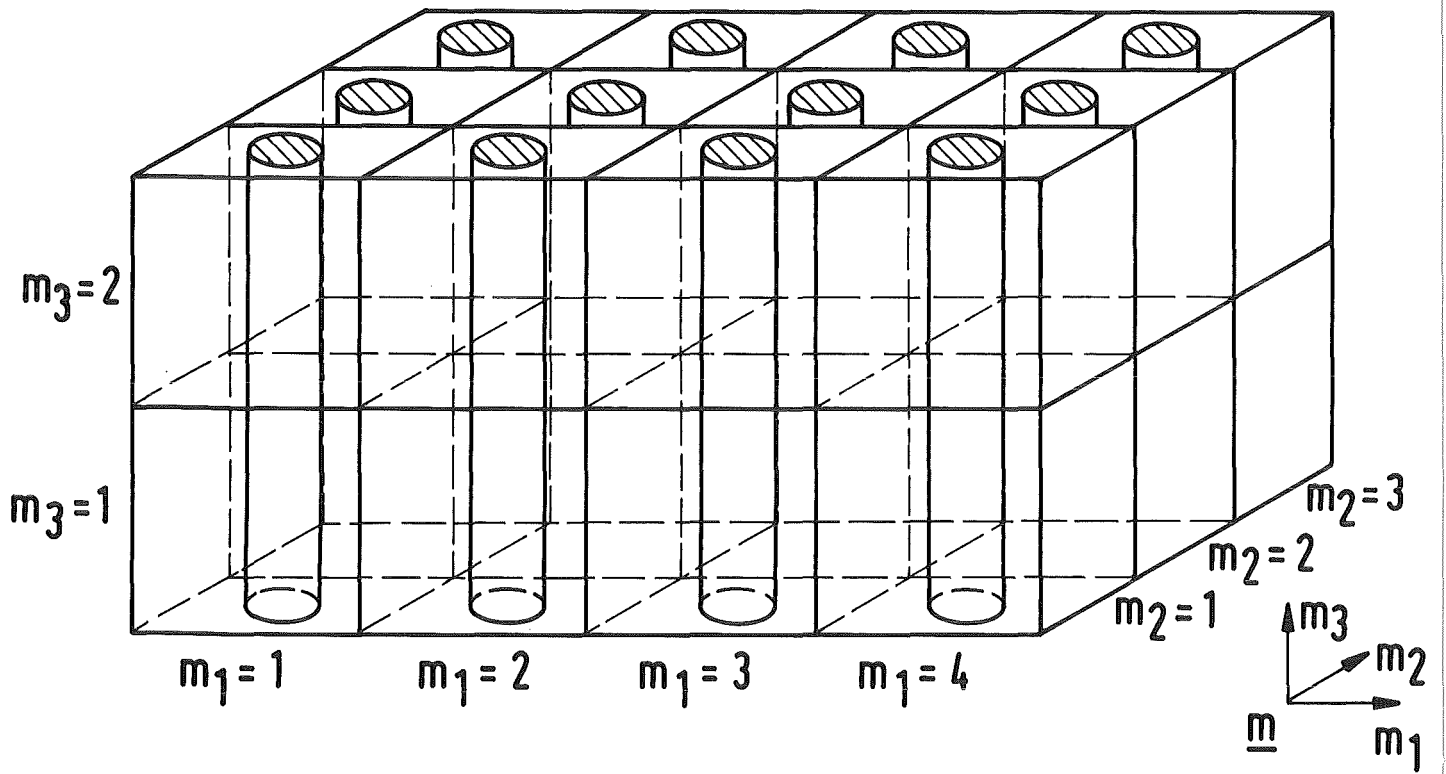


Abb. 2.5: Die Geometrie des Bündelmodellles.

Bei den mechanischen Eigenschaften der Stäbe im Kern sind dagegen Verletzungen der Periodizität festzustellen, die verursacht werden durch:

- (a) Die Zusammenfassung von jeweils 16×16 Stäben zu einem Brennelement.
- (b) Das Auftreten von zwei verschiedenen Stabtypen (Brennstäbe, Skelettstäbe) innerhalb eines BE.

Allgemein wird bei der Ableitung des Bündelmodelles das Prinzip verfolgt, solche nichtperiodischen Heterogenitäten durch geeignete Mittelungen zu eliminieren. Dazu werden die Steifigkeitsparameter der Einzelstäbe so bestimmt, daß die Gesamtsteifigkeit aller Stäbe eines BE gerade den (experimentell ermittelten) effektiven Steifigkeitswert eines BE ergibt. Diesem Verfahren liegt die Vorstellung zugrunde, daß sich alle Stäbe eines BE gleich bewegen (Vor. 5), das Modell also in Wirklichkeit die Bewegung von Brennelementen beschreibt.

Es muß aber noch einmal betont werden, daß diese "Kondensation" der Einzelstäbe zum BE nur die elastischen Eigenschaften der Stäbe betrifft, bezüglich der Fluid-Struktur-Wechselwirkung, die ausschließlich von der Geometrie bestimmt wird, ist das Modell exakt.

Für die Corestützen und Steuerstabführungsrohre im oberen Sammelraum ist Vor. 1 nur in relativ grober Näherung erfüllt. In Wirklichkeit sind die Stützen nicht gleichmäßig verteilt, sondern in einem ringförmigen Gebiet um die Kernbehälterachse konzentriert. Außerdem gibt es insgesamt drei verschiedene Arten von Stützen mit verschiedenen Wandstärken und Außendurchmessern [64]. Das Bündelmodell kann deshalb nur die integrale Belastung der Stützen richtig erfassen. Mehr ist in dem hier betrachteten Zusammenhang (Blowdown durch den kalten Strang) aber auch nicht notwendig, da keine kritischen Belastungen von Einzelstäben zu erwarten sind.

2.2.3 Die heterogenen Gleichungen

Vor. 2 (Fluidmodell): Es wird das einphasige Potentialströmungsmodell von FLUX-4 (Kap. 2.1) benutzt, insbesondere werden Viskositätskräfte vernachlässigt.

Vor. 3 (Stabmodell): Die Stabdeformation und die auf einen Stab einwirkenden Kräfte werden über den Stabquerschnitt als konstant betrachtet.

Vor. 4 (Randbedingungen): Am Rande des Fluid-Stab Bereiches sind entweder die normale Fluidgeschwindigkeit oder die normale Stabverschiebung vorgegeben.

Unter diesen Voraussetzungen wird die gekoppelte Bewegung von Fluid mit einem Bündel zylindrischer Stäbe (Abb. 2.5) nach [62] mit folgenden Differentialgleichungen beschrieben :

Fluidbewegung

$$(2.7a) \quad \rho^\varepsilon - \rho_0 = 1/a^2 (p^\varepsilon - p_0) \quad (\rho_0, p_0 = \text{const})$$

$$(2.7b) \quad \rho_0 (\partial \underline{u}^\varepsilon) / (\partial t) = -\nabla p^\varepsilon + \underline{g}^\varepsilon$$

$$(2.7c) \quad \partial \rho^\varepsilon / \partial t = -\text{div}(\rho_0 \underline{u}^\varepsilon)$$

Stabbewegung

$$(2.7d) \quad a_s^2 * 1/|S_m| \iiint_{S_m} (\rho_s^\varepsilon - \rho_{s,0}) dV = 1/|I_m| \iint_{I_m} (p^\varepsilon - p_0) dO, \quad \rho_{s,0} = \text{const}$$

$$(2.7e) \quad \rho_s^\varepsilon (\partial^2 \underline{w}^\varepsilon) / (\partial t^2) + (1/\pi R^2) * \int_{I_m} p^\varepsilon \underline{n}^\varepsilon ds = \underline{f}^\varepsilon$$

$$(2.7f) \quad \partial \rho_s^\varepsilon / \partial t = -\text{div}(\rho_{s,0} \underline{w}^{\varepsilon*})$$

Koppelungsbedingung

$$(2.7g) \quad \underline{n}^\varepsilon \cdot \underline{u}^\varepsilon = \underline{n}^\varepsilon \cdot \partial \underline{w}^\varepsilon / \partial t \quad \text{auf } I_m$$

Randbedingungen

$$(2.7h) \quad \underline{n} \cdot \underline{u}^\varepsilon = u_n^\varepsilon \quad \text{auf } \partial V_u$$

$$(2.7i) \quad \underline{n} \cdot \underline{w}^\varepsilon = w_n^\varepsilon \quad \text{auf } \partial V_w$$

Dabei werden folgende Bezeichnungen benutzt (Abb. 2.5):

$$\underline{u}^\varepsilon \equiv \underline{u}^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}, t) \quad - \text{lokale Fluidgeschwindigkeit}$$

$$\underline{w}^\varepsilon \equiv \underline{w}^\varepsilon(\underline{m}, z, t) \quad - \text{lokale Stab - Verschiebung}$$

$$\rho^\varepsilon \equiv \rho^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}, t) \quad - \text{lokale Fluidichte}$$

$\rho_s^\varepsilon \equiv \rho_s^\varepsilon(\underline{m}, z, t)$	- lokale Stabdichte
$p^\varepsilon \equiv p^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}, t)$	- lokaler Fluiddruck
$\underline{q}^\varepsilon \equiv \underline{q}^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}, t)$	- Fluid - Volumenkraft
$\underline{f}^\varepsilon \equiv \underline{f}^\varepsilon(\underline{m}, z, t)$	- Stab - Volumenkraft
$V_{\underline{m}}$	- Periodizitätszelle mit Index \underline{m}
$F_{\underline{m}}$	- "Fluidanteil" von $V_{\underline{m}}$
$S_{\underline{m}}$	- "Stabanteil" von $V_{\underline{m}}$
$ V_{\underline{m}} , F_{\underline{m}} , S_{\underline{m}} $	- zugehörige Volumina
$I_{\underline{m}}$	- Staboberfläche in Zelle \underline{m}
$ I_{\underline{m}} $	- Oberfläche von $I_{\underline{m}}$
$\underline{n}^\varepsilon$	- Normale auf $I_{\underline{m}}$
$\underline{i}_{\underline{m}}$	- Durchschnitt von $I_{\underline{m}}$ mit der Ebene $z = \text{const}$
$V = \sum V_{\underline{m}}$	- Gesamtes betrachtetes Volumen
$F = \sum F_{\underline{m}}$	- Gesamter Fluidbereich
$S = \sum S_{\underline{m}}$	- Gesamter Stabbereich
∂V_u	- Randbereich von V mit Fluid
∂V_w	- Randbereich von V mit Stäben
$u_n^\varepsilon, w_n^\varepsilon$	- am Rand von V vorgegebene normale Fluidgeschwindigkeit bzw. Stabverschiebung
a	- Fluid Schallgeschwindigkeit
a_s	- Volumenkompressibilität der Stäbe
R	- Stabradius

Die Fluid- und Stabkräfte werden in diesem Abschnitt als bekannt betrachtet und die genauen Darstellungen von $\underline{q}^\varepsilon$ und $\underline{f}^\varepsilon$ dann in Kap. 2.2.8 und 2.2.9 behandelt.

Diese Differentialform der heterogenen Gleichungen eignet sich für den Homogenisierungsprozess nicht. Es soll deshalb jetzt eine äquivalente Integralform angegeben werden.

Dazu werden die Kontinuitätsgleichungen (2.7c) und (2.7f) über eine Periodizitätszelle integriert. Nach Anwendung des Gauss'schen Integralsatzes ergibt sich dann:

$$(2.8) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\iiint_{V_m} \rho^\varepsilon dV \right) = \sum_{i=1}^3 \left(\iint_{F_i^+} \rho_0 u_i^\varepsilon dF - \iint_{F_i^-} \rho_0 u_i^\varepsilon dF \right)$$

$$(2.9) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\iiint_{S_m} \rho_s^\varepsilon dV \right) = \sum_{i=1}^3 \left(\iint_{S_i^+} \rho_{s,0} w_i^{\varepsilon^*} dF - \iint_{S_i^-} \rho_{s,0} w_i^{\varepsilon^*} dF \right)$$

F_i^+ , F_i^- (bzw. S_i^+ , S_i^-) ($i=1,2,3$) sind dabei die Fluid- (bzw. Stab) Oberflächen von V_m in Richtung der positiven bzw. negativen i -Koordinate).

Die beiden Impulsgleichungen (2.7b) und (2.7e) werden in variationelle Form umgewandelt, die so abgeleitete Variationsaufgabe ist identisch mit dem Hamilton Prinzip [65]: Es ist das Minimum des Funktionales

$$(2.10) \quad J(\underline{v}^\varepsilon, \underline{w}^\varepsilon) = \int_{t_1}^{t_2} (E(\underline{v}^\varepsilon, \underline{w}^\varepsilon) - U(\underline{v}^\varepsilon, \underline{w}^\varepsilon)) dt$$

unter den Nebenbedingungen, die durch die Kontinuitätsgleichungen (2.7c) und (2.7f), die Koppelungsgleichung (2.7g), sowie die Randbedingungen (2.7h) und (2.7i) gegeben sind, zu bestimmen. Dabei ist

$$(2.11) \quad \underline{v}^{\varepsilon^*} \equiv \underline{u}^\varepsilon$$

$$(2.12) \quad E(\underline{v}^\varepsilon, \underline{w}^\varepsilon) = \iiint_F \frac{1}{2} \rho_0 |\underline{v}^{\varepsilon^*}|^2 dV + \iiint_S \frac{1}{2} \rho_{s,0} |\underline{w}^{\varepsilon^*}|^2 dV$$

(kinetische Energie des Fluid - Stab Gemisches)

$$(2.13) \quad U(\underline{v}^\varepsilon, \underline{w}^\varepsilon) = \iiint_F \underline{g}^\varepsilon \cdot \underline{v}^\varepsilon dV + \iiint_S \underline{f}^\varepsilon \cdot \underline{w}^\varepsilon dV$$

(potentielle Energie der Fluid- und Stabkräfte)

2.2.4 Approximativer Ansatz

Als neue Variable werden jetzt die Volumenmittelwerte der heterogenen Funktionen eingeführt:

$$(2.14a) \quad \underline{u}^-(\underline{m}, t) := (1/|F_{\underline{m}}|) \int_{F_{\underline{m}}} \underline{u}^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}, t) dV$$

$$(2.14b) \quad \underline{w}^-(\underline{m}, t) := (1/|S_{\underline{m}}|) \int_{S_{\underline{m}}} \underline{w}^\varepsilon(\underline{m}, z, t) dV$$

$$(2.14c) \quad \underline{\rho}^-(\underline{m}, t) := (1/|F_{\underline{m}}|) \int_{F_{\underline{m}}} \underline{\rho}^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}, t) dV$$

$$(2.14d) \quad \underline{\rho}_S^-(\underline{m}, t) := (1/|S_{\underline{m}}|) \int_{S_{\underline{m}}} \underline{\rho}_S^\varepsilon(\underline{m}, z, t) dV$$

$$(2.14e) \quad \underline{p}^-(\underline{m}, t) := (1/|F_{\underline{m}}|) \int_{F_{\underline{m}}} \underline{p}^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}, t) dV$$

Der (2.5) entsprechende Ansatz lautet hier:

$$(2.15) \quad \begin{aligned} \underline{u}^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}, t) &\longrightarrow \underline{\Phi}(\underline{x}) \square \underline{u}^-(\underline{m}, t) + \underline{\Psi}(\underline{x}) \square \underline{w}^-(\underline{m}, t) \\ \underline{w}^\varepsilon(\underline{m}, z, t) &\longrightarrow \underline{w}^-(\underline{m}, t) \quad \underline{\rho}^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}, t) \longrightarrow \underline{\rho}^-(\underline{m}, t) \\ \underline{\rho}_S^\varepsilon(\underline{m}, z, t) &\longrightarrow \underline{\rho}_S^-(\underline{m}, t) \quad \underline{p}^\varepsilon(\underline{m}, \underline{x}, t) \longrightarrow \underline{p}^-(\underline{m}, t) \end{aligned}$$

(\square - Matrixprodukt, $\underline{\Phi}$, $\underline{\Psi}$ lokale, periodische Matrixfunktionen).

In 2.2.1 wurde gezeigt, daß die Verwendung eines solchen Ansatzes "global glatte" heterogene Funktionen voraussetzt. Im hier vorliegenden Fall heißt das:

Vor. 5: Die Stäbe bewegen sich im wesentlichen "unisono", d.h. räumliche Änderungen des Stabbewegungsfeldes finden nur über Bereiche statt, die groß sind gegen den Abstand benachbarter Stäbe.

Vor. 6: Fluid-Druck und -Dichte ändern sich nur langwellig, lokal im Inneren einer Periodizitätszelle wird das Fluid als inkompressibel angesehen.

Vor. 5 läßt sich nur experimentell verifizieren. So wurde z.B. bei den strömungsinduzierten Schwingungen von offshore - Fördereinrichtungen ein derartiges "unisono" Schwingen der Einzelkomponenten beobachtet [66]. Ähnliche Beobachtungen wurden auch bei einem Kleinexperiment (erzwungene Schwingung eines 5x5 Stabbündels in einem flüssigkeitsgefüllten Zylinder) gemacht (s. Kap. 2.3.2)

Vor. 6 ist im wesentlichen eine Bedingung an die zu erwartende Frequenz ω der Stabschwingungen, es muß gelten:

$$(2.16) \quad Ma = (\omega R)/a \ll 1 \quad (Ma - \text{Machzahl})$$

Für typische DWR Brennstäbe bedeutet dies nach [67]: $\omega \ll 10^5 \text{ sec}^{-1}$, was bei der niedrigen Grundschwingungsfrequenz des DWR Kernbehälters sicher erfüllt ist.

Nach Einsetzen der Ansätze (2.15) in das Funktional J (2.10) ergibt sich ein neues Funktional:

$$(2.17) \quad J^-(\underline{v}^-, \underline{w}^-, \underline{\phi}, \underline{\psi}) = \int_{t_1}^{t_2} (E^-(\underline{v}^-, \underline{w}^-, \underline{\phi}, \underline{\psi}) - U^-(\underline{v}^-, \underline{w}^-, \underline{\phi}, \underline{\psi})) dt$$

mit

$$(2.18) \quad E^-(\underline{v}^-, \underline{w}^-, \underline{\phi}, \underline{\psi}) = \iiint_F \frac{1}{2} \rho_0 |\underline{\phi} \square \underline{v}^{\bullet} + \underline{\psi} \square \underline{w}^{\bullet}|^2 dV + \iiint_S \frac{1}{2} \rho_{s,0} |\underline{w}^{\bullet}|^2 dV$$

$$(2.19) \quad U^-(\underline{v}^-, \underline{w}^-, \underline{\phi}, \underline{\psi}) = \iiint_F \underline{g}^E \cdot (\underline{\phi} \square \underline{v}^- + \underline{\psi} \square \underline{w}^-) dV + \iiint_S \underline{f}^E \cdot \underline{w}^- dV$$

2.2.5 Die homogenisierte Kontinuitätsgleichung

Die einzige Schwierigkeit bei der Ableitung der homogenisierten Kontinuitätsgleichung besteht darin, daß in den Gleichungen (2.8) und (2.9) Oberflächenintegrale der Geschwindigkeiten vorkommen, während der Homogenisierungsansatz (2.15) mit Volumenintegralen arbeitet. Die Umrechnung beider Größen ist aber kein Problem, wenn man die Bedingung der lokalen Inkompressibilität (Vor. 6) und die Periodizität der lokalen Funktionen $\underline{\phi}$ und $\underline{\psi}$ ausnutzt [63]. Bildet man noch die Summe beider Gleichungen, so ergibt sich eine Kontinuitätsgleichung für das Fluid-Stab Gemisch, die unabhängig von der speziellen Zellen-

einteilung ist. Im Grenzwert $\varepsilon \rightarrow 0$ lautet diese Gleichung:

$$(2.20) \quad p^{\circ}/K + \operatorname{div}(\alpha \underline{u} + (1-\alpha) \underline{w}^{\circ}) = 0$$

mit

$$\underline{u} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \underline{u}^{\bar{}}(\underline{m}) \quad \underline{w} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \underline{w}^{\bar{}}(\underline{m}) \quad p = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} p^{\bar{}}(\underline{m})$$

$$K = \left[\alpha/(a^2 \rho_0) + (1-\alpha)/(a_s^2 \rho_{s,0}) \right]^{-1} - \text{Volumen Kompressibilität des Fluid-Stab Gemisches}$$

$$\alpha = |F_{\underline{m}}|/|V_{\underline{m}}| - \text{Porosität des Bündels}$$

2.2.6 Die Lösung des lokalen Problems

Zur Lösung des lokalen Problems wird ein Extremum des Funktionals (2.17) bei festgehaltenem $\underline{v}^{\bar{}}$, $\underline{w}^{\bar{}}$ und verschwindenden äußeren Kräften $\underline{f}^{\varepsilon}$, $\underline{g}^{\varepsilon}$ bestimmt. Außerdem werden die Restriktionen, die sich aus der lokalen Inkompressibilität des Fluides und der Koppelungsbedingung (2.7g) ergeben, durch Einführung eines Lagrange'schen Multiplikators [65] berücksichtigt. Wie in [62] gezeigt wird, ergeben sich dann $\underline{\Phi}$ und $\underline{\Psi}$ aus den folgenden Gleichungen:

$$(2.21) \quad \underline{\Phi} = \nabla\# \underline{\Xi} \quad (\nabla\# - \text{dyadische Ableitung})$$

$$(2.22) \quad \underline{\Psi} = \underline{I} - \underline{\Phi} \quad (\underline{I} - \text{Einheitsmatrix})$$

Dabei ist $\underline{\Xi}$ Lösung der Gleichung:

$$(2.23) \quad \Delta \underline{\Xi} = \underline{0} \quad \text{auf } F_{\underline{m}} \quad (\underline{0} - \text{Nullvektor})$$

mit den Randbedingungen:

$$(2.24a) \quad (n^{\varepsilon} \nabla) \underline{\Xi} = 0 \quad \text{auf } \partial I_{\underline{m}} \quad (n^{\varepsilon} \nabla - \text{Ableitung in Normalenrichtung})$$

$$(2.24b) \quad \nabla\# \underline{\Xi} \quad \varepsilon\text{-periodisch auf } F_{\underline{m}}$$

Eine Lösung des Gleichungssystems (2.23), (2.24) ist nur numerisch möglich.

2.2.7 Die Lösung des globalen Problems

Zur Lösung des globalen Problems werden die Matrizen $\underline{\Phi}$ und $\underline{\Psi}$ als bekannt betrachtet und dann das Extremum von $J^{\bar{}}$ unter den Nebenbedingungen (2.7g) und (2.20) bestimmt. Diese Nebenbedingungen werden wieder durch einen

Lagrangeschen Multiplikator eliminiert, den man nach [67] als Summe von statischem Druck und Staudruck ($p + e$) interpretieren kann. Der Grenzübergang $\varepsilon \rightarrow 0$ liefert schließlich die Gleichungen:

$$(2.25a) \quad \alpha \rho_0 \underline{v}^{\bullet\bullet} + \underline{\rho}^V \square (\underline{v}^{\bullet\bullet} - \underline{w}^{\bullet\bullet}) = \underline{g} - \alpha \nabla (p+e)$$

$$(2.25b) \quad (1-\alpha) \rho_{s,0} \underline{w}^{\bullet\bullet} + \underline{\rho}^V \square (\underline{w}^{\bullet\bullet} - \underline{v}^{\bullet\bullet}) = -\underline{g} + \underline{f} - (1-\alpha) \nabla (p+e)$$

und die Randbedingungen

$$(2.26a) \quad \underline{n} \cdot \underline{v}^{\bullet} = \underline{v}_n^{\bullet} \quad \text{auf } \partial V_u \quad (\underline{n} \text{ äußerer Normalenvektor})$$

$$(2.26b) \quad \underline{n} \cdot \underline{w} = w_n \quad \text{auf } \partial V_w$$

Hier ist:

$$(2.27) \quad \underline{g} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (1/|V_m|) \int_{F_m} \underline{\Phi}^T \square \underline{g}^\varepsilon dV$$

$$(2.28) \quad \underline{f} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (1/|V_m|) [\int_{F_m} \underline{g}^\varepsilon dV + \int_{S_m} \underline{f}^\varepsilon dV]$$

$$(2.29) \quad \underline{\rho}^V = -(1/|V_m|) \rho_0 \int_{F_m} \underline{\Phi}^T \square \underline{\Psi} dV$$

$$(2.30) \quad e = \frac{1}{2} \rho_0 |\underline{v}^{\bullet}|^2 + \frac{1}{2} \rho_{s,0} |\underline{w}^{\bullet}|^2 + \frac{1}{2} (\underline{v}^{\bullet} - \underline{w}^{\bullet})^T \square \underline{\rho}^V \square (\underline{v}^{\bullet} - \underline{w}^{\bullet})$$

Die Matrix $\underline{\rho}^V$ der "virtuellen Fluiddichte" kann numerisch berechnet werden. Nach [63] ergibt sich für die in Abb 2.5 gezeigte Geometrie:

$$(2.31) \quad \underline{\rho}^V = \rho_0 \text{diag}(\rho^-, \rho^-, 0) \quad \text{mit}$$

$$(2.32) \quad \rho^- = k(\alpha)\alpha(1-\alpha)$$

Abb. 2.6 zeigt den Verlauf von ρ^- als Funktion von α .

2.2.8 Das homogenisierte Modell für elastische Fluid- und Stabkräfte

Die Schwerkraft ist hier die einzige auftretende Fluid-Volumenkraft. Nach (2.27) ergibt sich damit für \underline{g} :

$$(2.33) \quad \underline{g} = \alpha \rho_0 g \underline{e}_z \quad (g - \text{Erdbeschleunigung, } \underline{e}_z - \text{Einheitsvektor in axialer Richtung})$$

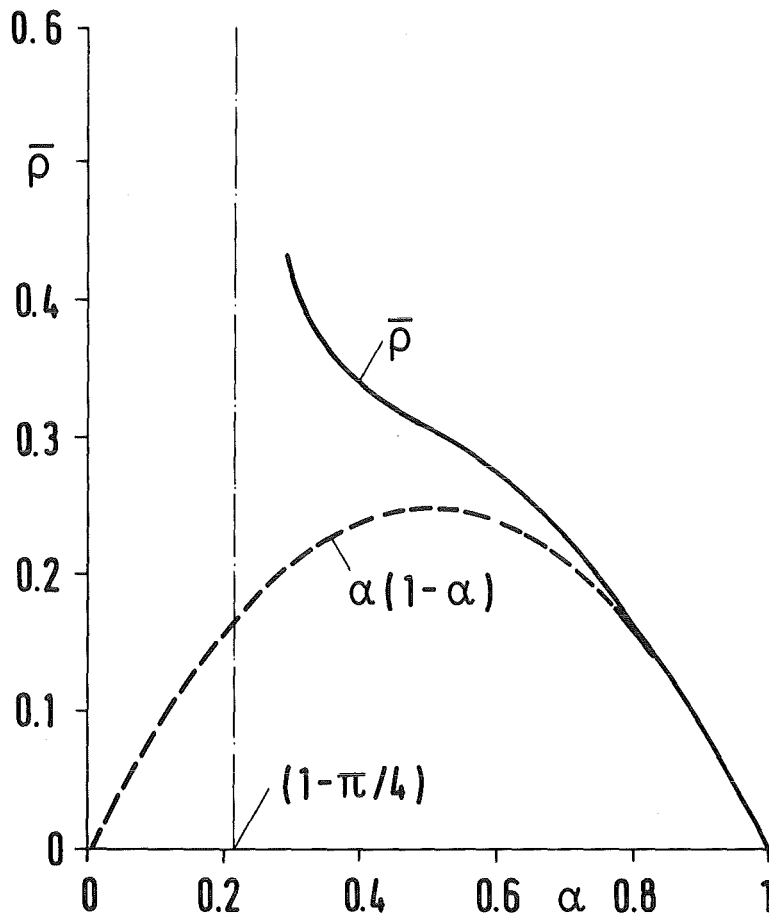


Abb. 2.6: Virtuelle Fluiddichte $\bar{\rho}$ als Funktion von α .

Die Stabkraft \underline{f} setzt sich dagegen aus drei Anteilen zusammen:

$$(2.34) \quad \underline{f} = \underline{f}_{\text{Bieg}} + \underline{f}_{\text{Dehn}} + \underline{f}_{\text{Abst}}$$

mit

- $\underline{f}_{\text{Bieg}}$ - Rückstellkraft gegen Stabbiegungen
- $\underline{f}_{\text{Dehn}}$ - Rückstellkraft gegen axiale Dehnungen
- $\underline{f}_{\text{Abst}}$ - Abstandshalterkräfte

Hier werden zunächst nur die ersten beiden Effekte diskutiert, und die Abstandshaltermodelle dann im nächsten Kapitel angesprochen.

Stabbiegung

Vor. 7: Die Stäbe werden als identische, homogene, linear elastische Balken betrachtet. Dabei wird ein konstanter Steifigkeitswert c_b über die gesamte axiale Länge eines Stabes benutzt. Der Steifigkeitswert eines

Einzelstabes wird dabei so bestimmt, daß sich nach Integration über das gesamte BE die experimentell ermittelte Biegesteifigkeit eines BE ergibt.

Nach [68] ist die Biegekraft/Volumen eines Kreisbalkens vom Radius R bei gerader Biegung:

$$(2.35) \quad F = (EI/\pi R^2) \partial^4 w / \partial z^4$$

(w - Balkenauslenkung, E - Elastizitätsmodul, $I = \pi R^4$ - Flächenträgheitsmoment)

Damit ergibt sich nach (2.28):

$$(2.36) \quad \underline{f}_{\text{Bieg}} = (c_b, c_b, 0)^T \partial^4 w / \partial z^4 \quad \text{mit}$$

$$c_b = EI/\varepsilon^2$$

Axiale Stabdehnung

Vor. 8: Bezüglich axialer Dehnungen werden die Stäbe ebenfalls als linear elastisch betrachtet, wobei drei verschiedene E-Module E_d über die Länge eines Stabes berücksichtigt werden können (Abb. 2.7).

Mit diesem Modell werden die axialen Steifigkeiten der Kopf- und Fußteile der BE gesondert berücksichtigt. Dies ist insbesondere für den BE Kopf wichtig, da die Niederhaltefedern sehr viel weicher als das übrige Skelett-Material sind.

Nach [68] ist die Kraft/Volumen bei der Dehnung eines linear elastischen Balkens entlang seiner Achse:

$$(2.37) \quad F = E_d \partial^2 w / \partial z^2$$

(w - Stabauslenkung, E_d - wirksames E-Modul)

Damit ergibt sich für die homogenisierte Kraft:

$$(2.38) \quad \underline{f}_{\text{Dehn}} = (0, 0, c_d) \partial^2 w / \partial z^2 \quad \text{mit}$$

$$c_d = (1-\alpha)E_d$$

2.2.9 Abstandshaltermodelle

Es werden in dieser Arbeit zwei verschiedene Abstandshaltermodelle benutzt, die als linear und als nichtlinear zu charakterisieren sind. Beide werden im folgenden vorgestellt und ihre Vor- und Nachteile verglichen.

Vor. 9a: (Lineares Abstandshaltermodell)

Die Abstandshalter werden durch ein System identischer, linear elastischer Federn der Steifigkeit c_s modelliert, die jeden Stab mit seinen 4 nächsten Nachbarn, bzw. bei Randstäben mit der Kernumfassung koppeln (s. Abb. 2.8). Für diese Randfedern kann eine separate Steifigkeit c_r benutzt werden (Ersatzsteifigkeit der Kernumfassung).

Dies lineare Modell der Abstandshalterfedern hat eine Reihe von Schwächen. Die wesentlichste Vergrößerung liegt in der Vernachlässigung der endlichen Spalte zwischen benachbarten BE sowie zwischen den Randelementen und der Kernumfassung, die ca. 1 mm betragen [69]. Da die zu erwartenden Auslenkungen der BE während des Blowdowns wesentlich größer als dieser Betrag sind, werden sich diese Spalte während des Störfalles teilweise schließen. Das lineare Modell täuscht aber irrtümlich vor, daß all diese Spalte von Anfang an geschlossen sind. Das gegenseitige Anschlagen zweier BE, bei dem eventuell starke Kräfte übertragen werden, kann somit nicht simuliert werden. Auch die Krafteinleitung vom Kernbehälter in den Kern wird vom linearen Modell nicht richtig beschrieben. In Wirklichkeit findet eine Kraftübertragung nur dann statt, wenn sich der

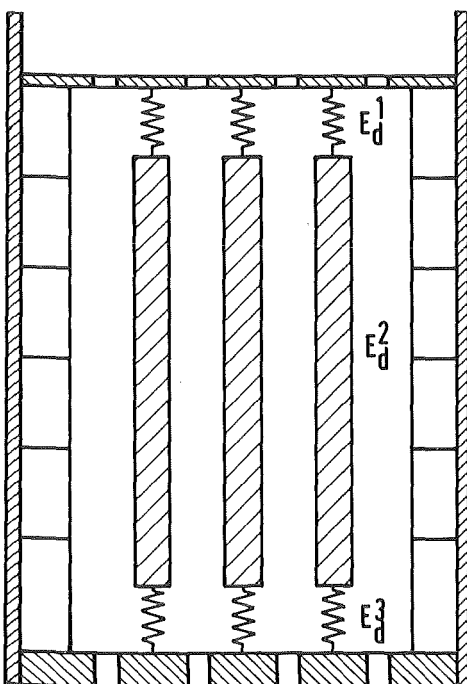


Abb. 2.7: Längsschnitt durch den Reaktorkern.

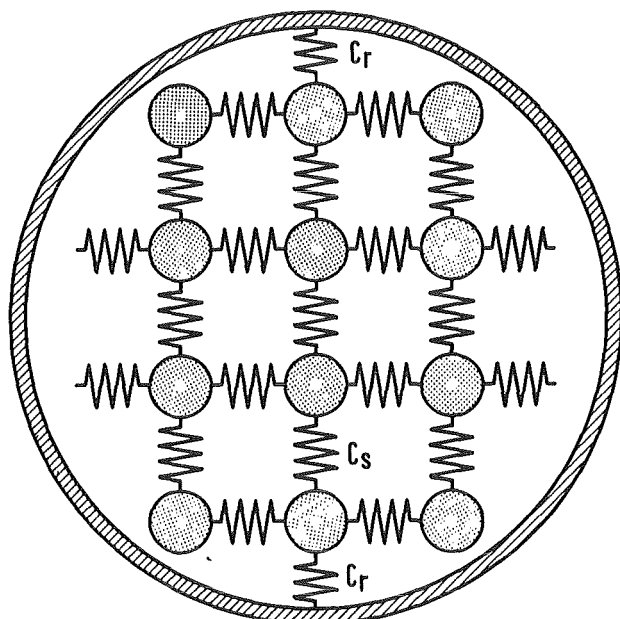


Abb. 2.8: Querschnitt, lineares Modell der Abstandshalter.

Kernbehälter auf den Kern zubewegt, aber nicht, wenn sich der Kernbehälter von Kern entfernt. Diese Unterscheidung kann das lineare Abstandshaltermodell aber nicht treffen.

Eine weitere Vergrößerung liegt in der Vernachlässigung der Kernumfassung. Dies mußte geschehen, da die reale Gestalt der Kernumfassung zu kompliziert ist, um sie mit dem axialsymmetrischen RDB-Modell von FLUX darstellen zu können (s. Abb. 2.9). Die Krafteinleitung von Kernbehälter in den Kern geschieht deshalb im Modell nur radial. Bei reiner Festkörperbewegung des Kernbehälters verändert sich damit die auf die Rand-BE übertragene Kraft mit dem \cos des Umfangswinkels. Auf BE, die in 90° zur Anregungsrichtung sitzen, wird damit über die Kernumfassung gar keine Kraft übertragen.

Diese strenge \cos -Abhängigkeit der Wechselwirkungskraft ist sicher nicht realistisch. Es erscheint aber aussichtslos, die reale Umfangsabhängigkeit bestimmen zu wollen, da praktisch keine Informationen über die lokale Steifigkeit der Kernumfassung und der Formbleche, die Kernbehälter und Kernumfassung verbinden, vorliegen. Es bleibt deshalb nichts anderes übrig, als die direkte Wechselwirkung Kernbehälter-Kern parametrisch zu behandeln. Dies erscheint auch deshalb statthaft zu sein, weil die hauptsächliche Anregung der Brennelemente über Gitterplatte und unteren Rost sowie über das Fluid erfolgt, und das Wechselwirkungsmodell hier realistisch ist (s. Kap. 2.4.1).

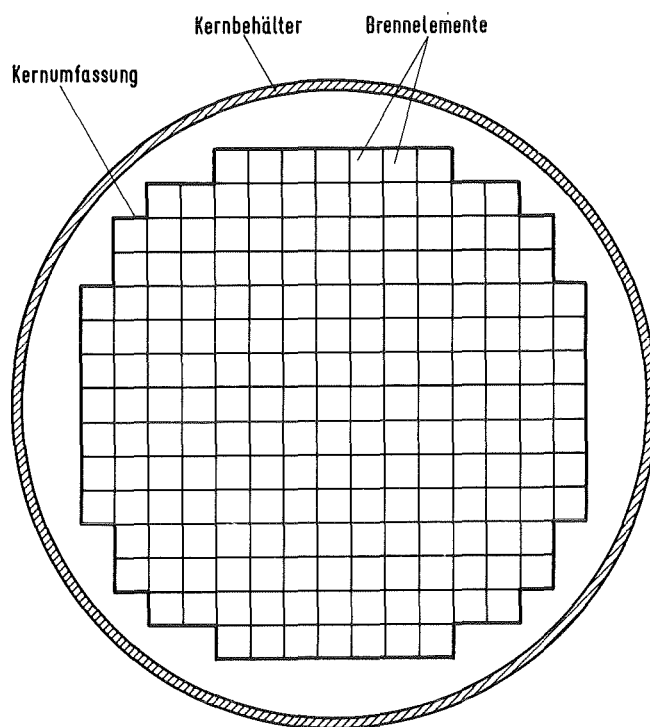


Abb. 2.9: Die Kernumfassung eines DWR.

Nach [67] hat man die folgende Darstellung für die Abstandshalterkraft beim linearen Modell:

$$(2.39) \quad \underline{f}_{\text{Abst}} = \underline{\underline{C}} \square \underline{w} \quad \text{mit}$$

$$(2.40) \quad \underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} c_{rr} & c_{r\phi} & 0 \\ c_{\phi r} & c_{\phi\phi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(2.41a) \quad c_{rr} = (1/r) \partial / \partial r (r c_s \partial \bullet / \partial r) + (1/r^2) \partial / \partial \phi (c_s \partial \bullet / \partial \phi) - c_s \bullet / r^2$$

$$(2.41b) \quad c_{r\phi} = (-1/r^2) \partial / \partial \phi (c_s \bullet) - c_s (1/r) \partial / \partial \phi (\bullet / r)$$

$$(2.41c) \quad c_{\phi r} = - c_{r\phi}$$

$$(2.41d) \quad c_{\phi\phi} = c_{rr}$$

Vor. 9b: (Nichtlineares Abstandshaltermodell)

Die Abstandshalter werden durch ein System identischer Federn ersetzt, zwischen denen endliche Spalte bestehen, und die jeweils zwei Stäbe in radialer Richtung koppeln (Abb. 2.10). Für die Randfedern kann wie beim linearen Modell eine separate Steifigkeit benutzt werden.

Zur Herleitung des zugehörigen analytischen Modelles betrachten wir zunächst ein rein eindimensionales Modell des Reaktorkernes, der in diesem Fall aus einer Reihe hintereinander angeordneter Stäbe besteht, zwischen denen Federn der Steifigkeit c wirksam sind. Das in 2.2.9 beschriebene lineare Abstandshaltermodell bewirkt, daß auf Stab j von seinen beiden Nachbarstäben $j-1$ und $j+1$ eine Kraft folgender Größe ausgeübt wird:

$$(2.42) \quad F_j = c \{ (w_{j+1} - w_j) - (w_j - w_{j-1}) \}$$

Abb. 2.11a zeigt graphisch diese Kraft F_j als Funktion von w_j (bei festgehaltenen w_{j+1}, w_{j-1}).

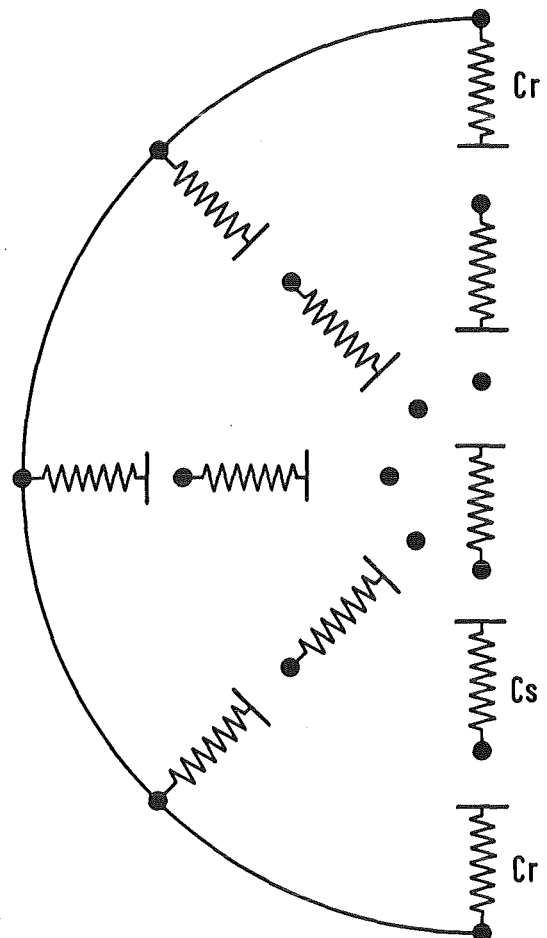


Abb. 2.10: Das nichtlineare Modell der Abstandshalterfedern.

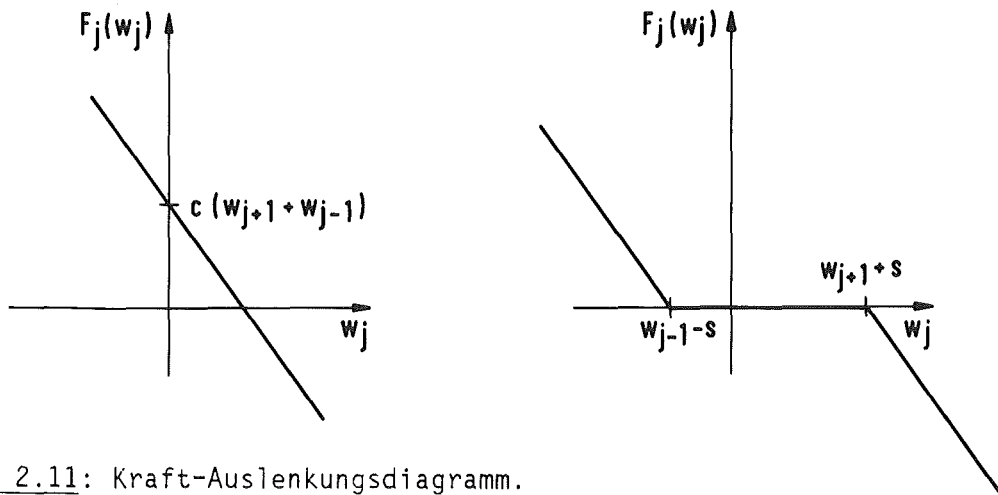


Abb. 2.11: Kraft-Auslenkungsdiagramm.

(a) Lineares Federsystem

(b) Nichtlineares Federsystem

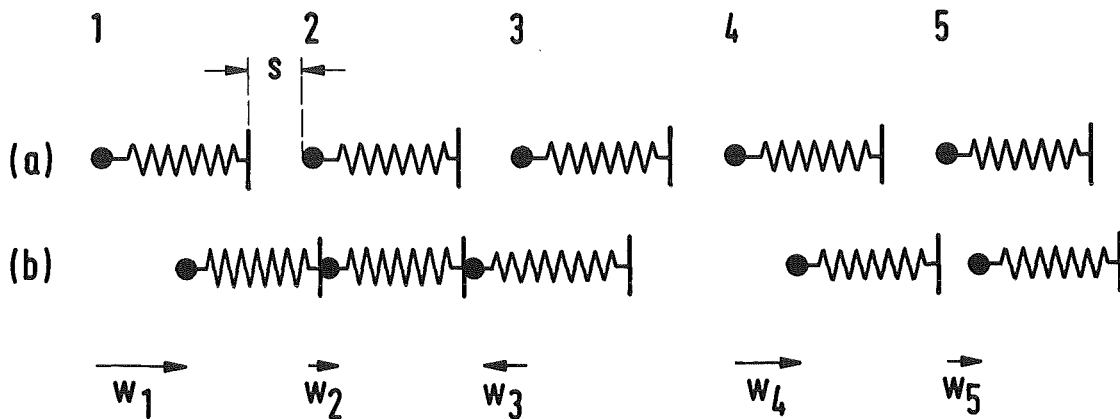


Abb. 2.12: Beispiel eines nichtlinearen Federsystems.

Es soll nun der Hauptfehler des linearen Modelles, die Vernachlässigung der endlichen Spalte, beseitigt werden. Dazu betrachten wir ein Kraftdiagramm, wie es Abb. 2.11b zeigt. Hier wirkt eine positive Kraft auf Stab j nur so lange, wie:

$$w_j - w_{j-1} < -s$$

(Stab 3 in Abb. 2.12). Gilt:

$$w_{j-1} - s \leq w_j \leq w_{j+1} + s$$

(Stab 4 und 5), so ist überhaupt keine Kraft wirksam, während bei

$$w_{j+1} + s < w_j$$

(Stab 1) eine negative Kraft ausgeübt wird. Eine beidseitig wirksame Kraft,

wie sie das lineare Modell stets simuliert, tritt hier nur im Falle:

$$w_{j+1} - w_{j-1} < -2s$$

(Stab 2) auf.

So ein Kraftdiagramm kann analytisch durch eine nichtkonstante Federsteifigkeit c dargestellt werden. Man findet folgende Formel für die wirksame Kraft:

$$(2.43) \quad F_j^{NL} = c^{NL}(w_j, w_{j+1}) * (w_{j+1} - w_j + s) - c^{NL}(w_{j-1}, w_j) * (w_j - w_{j-1} + s)$$

mit

$$(2.44) \quad c^{NL}(w_j, w_{j+1}) = \begin{cases} c & \text{für } w_{j+1} - w_j < -s \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der nächste Schritt ist es nun, dies eindimensionale Modell auf die dreidimensionale Geometrie des Reaktorkernes zu übertragen. Dabei macht die axiale Koordinate keine Schwierigkeiten, man kann sich auf einzelne horizontale Schnitte beschränken. Da die Fouriertransformation in azimuthaler Richtung ein wesentlicher Bestandteil der FLUX-Numerik ist, lassen sich aber keine Anschläge in azimuthaler Richtung simulieren. Deshalb werden hier nur die in Abb. 2.10 angedeuteten radial wirksamen Federn berücksichtigt. Damit ist das dreidimensionale Abstandshaltersystem dann auf quasi eindimensionale Federsysteme (für die einzelnen azimuthalen Abschnitte) zurückgeführt, und Gleichung (2.43) ist unmittelbar anwendbar.

In gewisser Weise stellen die beiden hier vorgestellten Modelle für die Abstandshalter Gegenpole dar. Während beim linearen Modell die Verspannung des Kernes durch die beidseitig wirksamen Federn überschätzt wird, tritt beim nichtlinearen Modell durch die Vernachlässigung der azimuthalen Koppelung eine Unterschätzung auf. Man kann aber sagen, daß das nichtlineare Modell der Realität näher kommt, ohne diese Aussage allerdings quantifizieren zu können. Auf jeden Fall ist die Simulation der Kernverformungen bei Benutzung des nichtlinearen Modelles realistischer, wenn man sich bei der Auswertung auf Stäbe in der Haupt-Anregungsrichtung beschränkt, da die Koppelungsverhältnisse der Stäbe untereinander hier korrekt wiedergegeben sind. Das Modell bietet auch die Möglichkeit, die Beanspruchung der Abstandshalter beim gegenseitigen Anschlagen zweier BE abzuschätzen.

Nach Transformation auf Zylinderkoordinaten und Grenzübergang $\varepsilon \rightarrow 0$ hat die (2.40) entsprechende Abstandshaltermatrix in diesem Fall die Form:

$$(2.45) \quad \underline{\underline{c}}^{NL} = \begin{bmatrix} c_{rr}^{NL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{mit}$$

$$(2.46) \quad c_{rr}^{NL}(w_r) = (1/r) \partial/\partial r (r c_s^{NL}(w_r) \partial \bullet / \partial r) - c_s^{NL}(w_r) \bullet / r^2$$

wobei in der diskreten Form von (2.46) $c_s^{NL}(w_r)$ nach Gleichung (2.44) bestimmt wird.

Die Spaltbreite s muß in Abhängigkeit von der radialen Diskretisierung gewählt werden, da je nach Maschengröße innerhalb einer Zelle mehrere Spalte liegen können. Zur Bestimmung wird die folgende einfache Formel benutzt:

$$(2.47) \quad s = s_0 \Delta r / d$$

(s_0 - Abstand zweier BE im DWR, Δr - radiale Maschenbreite, d - Seitenlänge eines Brennelementes)

2.2.10 Zusammenfassung

Faßt man die Gleichungen (2.20), (2.25), (2.34), (2.36), (2.38) und (2.39) zusammen, so ergibt sich schließlich das folgende System von gekoppelten partiellen Differentialgleichungen, die im folgenden als Fluid-Stab Kontinuums-gleichungen bezeichnet werden:

$$(2.48a) \quad \alpha \rho_0 \underline{v}^{\bullet\bullet} + \underline{\underline{p}}^V \square (\underline{v}^{\bullet\bullet} - \underline{w}^{\bullet\bullet}) = \underline{g} - \alpha \underline{\nabla} (p+e) - \underline{\underline{\mu}} \square (\underline{v}^{\bullet} - \underline{w}^{\bullet})$$

$$(2.48b) \quad (1-\alpha) \rho_{s,0} \underline{w}^{\bullet\bullet} + \underline{\underline{p}}^V \square (\underline{w}^{\bullet\bullet} - \underline{v}^{\bullet\bullet}) = -\underline{g} + \underline{\underline{F}} \square \underline{w} - (1-\alpha) \underline{\nabla} (p+e) - \underline{\underline{\mu}} \square (\underline{w}^{\bullet} - \underline{v}^{\bullet})$$

$$(2.48c) \quad p^{\bullet} / K + \text{div}(\alpha \underline{v}^{\bullet} + (1-\alpha) \underline{w}^{\bullet}) = 0$$

Die Matrix $\underline{\underline{F}}$ der elastischen Stabkräfte hat die folgende Form:

$$(2.49) \quad \underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} f_{rr} & f_{r\phi} & 0 \\ f_{\phi r} & f_{\phi\phi} & 0 \\ 0 & 0 & f_{zz} \end{bmatrix}$$

$$(2.50a) \quad f_{rr} = (1/r) \partial/\partial r (r c_s^r \partial \bullet / \partial r) + (1/r^2) \partial/\partial \phi (c_s^\phi \partial \bullet / \partial \phi) - c_s^r \bullet / r^2 - c_b \partial^4 \bullet / \partial z^4$$

$$(2.50b) \quad f_{r\phi} = (-1/r^2) \partial/\partial \phi (c_s^\phi \bullet) - c_s^\phi (1/r) \partial/\partial \phi (\bullet / r)$$

$$(2.50c) \quad f_{\phi r} = - f_{r\phi}$$

$$(2.50d) \quad f_{\phi\phi} = (1/r)\partial/\partial r(rc_S^{\phi}\partial\bullet/\partial r) + (1/r^2)\partial/\partial\phi(c_S^{\phi}\partial\bullet/\partial\phi) - c_S^{\phi}\bullet/r^2 - c_b\partial^4\bullet/\partial z^4$$

$$(2.50e) \quad f_{zz} = c_d\partial^2\bullet/\partial z^2$$

Bei einer Rechnung mit linearen Abstandshaltermodell gilt:

$$c_S^r = c_S^{\phi} = c_S,$$

bei nichtlinearen Abstandshaltern dagegen:

$$c_S^{\phi} = 0, \quad c_S^r \text{ nach Formel (2.44).}$$

Im Gleichungssystem (2.48) wurden zusätzlich noch Reibungsterme eingeführt, das verwendete Modell entspricht formal einem klassischen Rohrreibansatz. Für den Tensor $\underline{\underline{\mu}}$ wurde in [67] theoretisch die folgende Form abgeleitet:

$$\underline{\underline{\mu}} = \text{diag}(\mu_1, \mu_1, \mu_3)$$

Damit können in erster Näherung die folgenden Dämpfungseffekte berücksichtigt werden:

- Viskositätkräfte bei horizontalen Stabschwingungen
- Dämpfung von horizontalen Stabschwingungen durch eine axiale turbulente Strömung
- Axiale turbulente Reibungskräfte

Für die analytische Darstellung der Parameter μ_1 und μ_3 sei ebenfalls auf [67] verwiesen.

2.3 Das vereinfachte eindimensionale Fluid-Stab Kontinuumsmodell

2.3.1 Analytische Lösungen

Das Gleichungssystem (2.48) ist so komplex, daß eine geschlossene analytische Lösung nicht möglich ist. Es soll deshalb in diesem Abschnitt ein vereinfachtes Modell (1D, linear) betrachtet werden, für das unter speziellen Annahmen analytische Lösungen abgeleitet werden können. Diese Untersuchung erfolgt

aus zwei Gründen: Um ein besseres Verständnis für den Einfluß einiger Modellparameter (wie z. B. die Steifigkeit der Abstandshalter) zu bekommen, und um einen Vergleich mit den Ergebnissen von Laborexperimenten durchführen zu können. Für das FLUX Programm werden diese analytischen Lösungen nicht benutzt, sondern die vollständigen dreidimensionalen Gleichungen (2.48) numerisch integriert (Kap. 3).

Es wird dazu das folgende Differentialgleichungssystem betrachtet (mit $u \equiv u(x,t)$, $w \equiv w(x,t)$, $p \equiv p(x,t)$, $v \equiv u$, $0 < t$, $-L \leq x \leq L$):

$$(2.51a) \quad \alpha \rho_0 v'' + \rho_0 \rho^- (v'' - w'') = -\alpha \partial p / \partial x$$

$$(2.51b) \quad (1-\alpha) \rho_{s,0} w'' + \rho_0 \rho^- (w'' - v'') = -(1-\alpha) \partial p / \partial x + c \partial^2 w / \partial x^2 - (1-\alpha) r w$$

$$(2.51c) \quad p' / K + \partial / \partial x (\alpha v' + (1-\alpha) w') = 0$$

Diese Gleichungen beschreiben die Wechselwirkung zwischen Fluid und einem Bündel starrer Stäbe, die über Federn der Steifigkeit c verbunden sind, und auf die eine Rückstellkraft der Größe $-r w$ einwirkt. Eine Rückstellkraft dieser Art ist z. B. bei frei aufgehängten Stäben die Schwerkraft, oder bei elastisch gelagerten Stäben die Lagerkraft.

Der Spezialfall $r = 0$ von (2.51) wurde schon in [70] ausführlich diskutiert. Dabei stand die Abhängigkeit der Lösung vom Parameter c (Abstandshaltersteifigkeit) im Vordergrund, es wurden die Eigenfrequenzen und Eigenschwingungen von (2.51) bestimmt, sowie für spezielle Randbedingungen (periodische Anregung, linear wachsende Wandbeschleunigung) geschlossene analytische Lösungen abgeleitet.

Im allgemeinen Fall $c > 0$ ergab sich das Auftreten zweier Serien von Eigenfrequenzen, Abb. 2.13 zeigt die dimensionslos gemachten Grundfrequenzen dieser Serien als Funktion von c . Serie 1 enthält dabei die akustischen Eigenfrequenzen des Fluid-Stab Gemisches, während Serie 2 aus den Eigenfrequenzen des Stab-Abstandshalter Systems besteht. Diese Frequenzen verschwinden deshalb im Grenzfall $c \rightarrow 0$.

Wie Abb. 2.13 weiter zeigt, ist bei realistischen BE Steifigkeiten der Einfluß dieses Parameters auf die berechneten Eigenfrequenzen gering. Deshalb war in

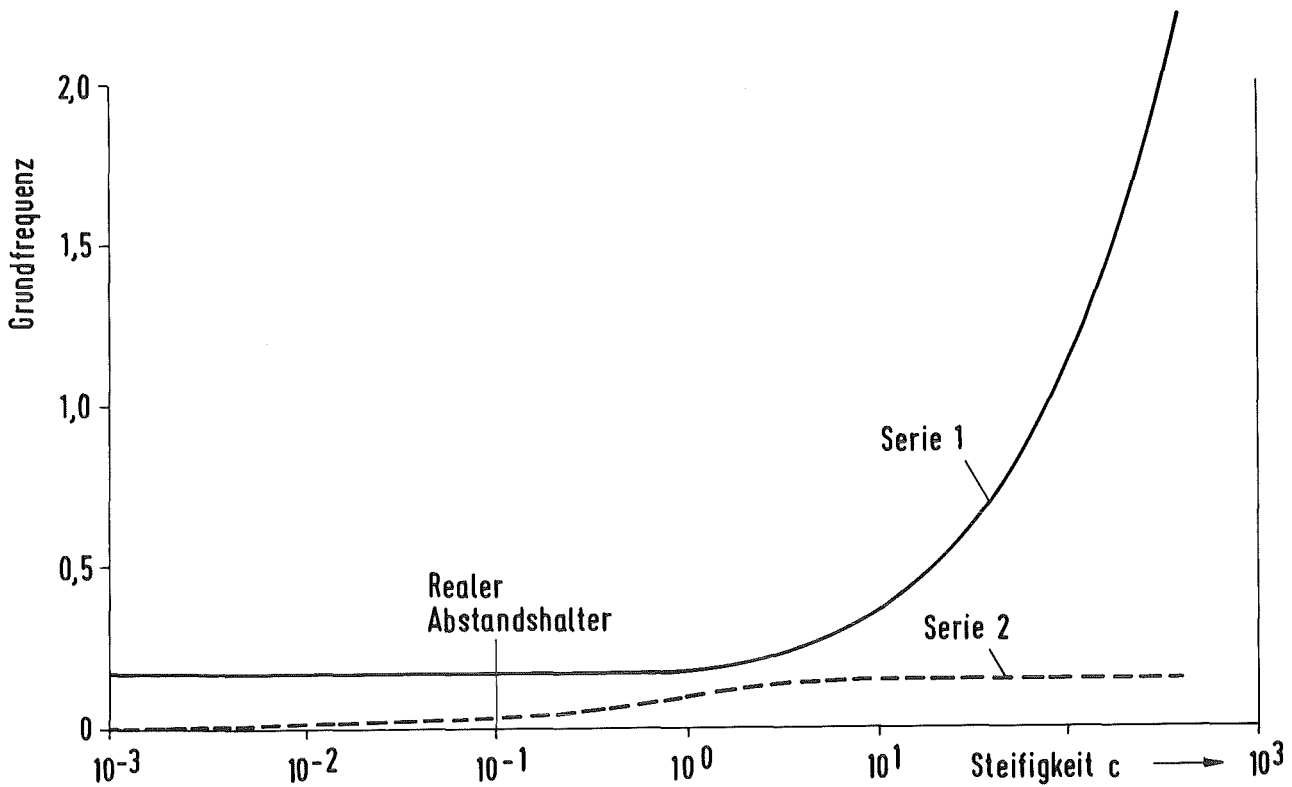


Abb. 2.13: Dimensionslose Eigenfrequenzen des eindimensionalen Fluid-Stab Kontinuumsmodelles als Funktion der Federsteifigkeit c .

[70] die Vermutung geäußert worden, daß in einem Modell für die Bewegung des Reaktorkernes die Abstandshalter in erster Näherung zu vernachlässigen sind. Diese Vermutung hat sich aber mittlerweile als falsch erwiesen (s. Kap. 4). Die Ursache hierfür liegt letztlich in der Biegeweichheit der Stäbe, die im vereinfachten Modell (2.51) nicht berücksichtigt wird.

Hier soll jetzt der Spezialfall " $r > 0, c = 0$ " näher untersucht werden. Es ist auch für diesen Fall mit einiger Mühe möglich, die Eigenfrequenzen des Systems (2.51) geschlossen anzugeben, Einzelheiten der Ableitung sind im Anhang 1 zu finden. Wiederum gibt es zwei Serien von Eigenfrequenzen:

$$\begin{aligned}
 u_{\pm}^2 &= \frac{K\pi^2 n^2 [\alpha(1-\alpha)(\alpha\rho_{s,0} + (1-\alpha)\rho_0) + \rho^- \rho_0] + 4rL^2 \rho_0 (\alpha + \rho^-)(1-\alpha)}{32\pi^2 L^2 \rho_0 [(\alpha + \rho^-)(1-\alpha)\rho_{s,0} + \alpha\rho^- \rho_0]} \\
 (2.52) \pm & \left[\frac{K\pi^2 n^2 [\alpha(1-\alpha)(\alpha\rho_{s,0} + (1-\alpha)\rho_0) + \rho^- \rho_0] + 4rL^2 \rho_0 (\alpha + \rho^-)(1-\alpha)}{32\pi^2 L^2 \rho_0 [(\alpha + \rho^-)(1-\alpha)\rho_{s,0} + \alpha\rho^- \rho_0]} \right]^2 \\
 & - \left[\frac{n^2 \alpha^2 r (1-\alpha) K}{64\pi^2 L^2 \rho_0 [(\alpha + \rho^-)(1-\alpha)\rho_{s,0} + \alpha\rho^- \rho_0]} \right]^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

Interessant ist das asymptotische Verhalten dieser Serien. Man sieht sehr leicht, daß für die "+ Serie" gilt:

$$v_+^2 \rightarrow \infty \quad \text{für } n \rightarrow \infty$$

Diese Frequenzen lassen sich wieder als akustische Eigenfrequenzen des Fluid-Stab Gemisches deuten. Anders verhält es sich aber mit der "- Serie". Eine Taylorentwicklung der Wurzelfunktion in (2.52) zeigt, daß diese Serie einen endlichen Häufungspunkt hat:

$$(2.53) \quad v_-^2 \rightarrow (1/4\pi^2) r / (\rho_{s,0} + \rho_{add})$$

mit

$$(2.54) \quad \rho_{add} = [(1-\alpha)/\alpha + \rho^- / \alpha^2 (1-\alpha)] \rho_0$$

Im Grenzwert $\rho_0 \rightarrow 0$ ist der Häufungspunkt dieser Eigenfrequenzen also die mechanische Eigenfrequenz eines Einzelstabes $(1/2\pi (r/\rho_{s,0})^{1/2})$. Durch Fluid-Struktur-Wechselwirkung wird diese mechanische Eigenfrequenz etwas abgesenkt und gleichzeitig zu einem unendlichen Band aufgespalten. Der Term ρ_{add} hat den Charakter einer "added mass".

2.3.2 Experimentelle Verifikation

Die analytisch bestimmte Formel für die Eigenfrequenzen von (2.51) soll jetzt dazu benutzt werden, das homogenisierte Fluid-Stab Wechselwirkungsmodell experimentell zu verifizieren. Dazu wird als erstes ein BE Schwingungsexperiment von Wehling et al. [25] betrachtet. In diesem Experiment wurden u.a. auch die Eigenschwingungen des BE in Luft und in Wasser untersucht, wobei sich für die Eigenfrequenzen experimentell der folgende Quotient ergab:

$$v_{Luft} / v_{Wasser} = 1.13$$

Nach (2.53) ergibt sich theoretisch (wenn man bei der Schwingung in Luft $\rho_{add} = 0$ setzt):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} v_{-,Luft} / v_{-,Wasser} = (1 + \rho_{add} / \rho_{s,0})^{1/2}$$

mit ρ_{add} nach (2.54). Bei $\alpha = 0.552$, $\rho^- = 0.29$ (Abb. 2.6) und $\rho_0 / \rho_{s,0} = 0.0937$ erhält man:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} v_{-,Luft} / v_{-,Wasser} = 1.129$$

Man sieht eine fast hundertprozentige Übereinstimmung beider Werte.

Bei diesem Experiment war es nicht möglich, die gemessenen Eigenfrequenzen selbst nachzurechnen, da die Steifigkeit der Lagerung (Parameter r in (2.51)) nicht genau bekannt ist. Dies ist anders bei einem Experiment von Planchard und Remy [26]. Hierin wurden akustisch angeregte Querschwingungen von starren, elastisch gelagerten Stäben in Luft untersucht. Experimentell wurden dabei drei Eigenfrequenzen gefunden, die eindeutig auf Fluid-Struktur Wechselwirkung zurückzuführen sind. In Tabelle 2.1 werden diese den theoretisch nach (2.52) ermittelten Frequenzen gegenübergestellt, die Übereinstimmung ist wieder ausgezeichnet (Eingabedaten in Tabelle 2.2).

Eigenfrequenz [Hz]	
Experiment	Theorie
1000	988.5
1900	1977
2900	2965

Tabelle 2.1: Berechnete und gemessene Eigenfrequenzen

$\alpha = 0.62$
$\rho_{s,0} = 2801 \text{ kg/m}^3$
$L = 0.072 \text{ m}$
$\rho_0 = 1.29 \text{ kg/m}^3$
$K = 2.405 \cdot 10^5 \text{ kg/msec}^2$
$\bar{\rho} = 0.265$
$r = 1.3406 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^3 \text{sec}^2$

Tabelle 2.2: Parameter der Planchard Experimentes

Zusammenfassend kann man sagen, daß durch beide Experimente das homogenisierte Fluid-Stab Wechselwirkungsmodell gut bestätigt wird. Damit ist indirekt auch ein experimenteller Beleg für die zentrale Voraussetzung 5 ("unisono" Stabbewegung) gegeben, zumindest für kleine Bündel. Diese Annahme wird qualitativ auch von Laborexperimenten [24] untermauert. In der ersten Phase dieser Kleinexperimente wurde die erzwungene Schwingung eines 16-Stab Bündels in einem flüssigkeitsgefüllten, kreisförmigen Zylinder untersucht. Mittels einer Filmkamera wurde dabei der Response des Bündels auf eine periodische Anregung des äußeren Zylinders aufgenommen. Dabei zeigte sich ein relativ gleichförmiges Schwingungsverhalten des Bündels ohne größere Relativbewegungen. Eine genauere quantitative Auswertung war bei diesem Experiment nicht möglich, da vermutlich der Einfluß der Randgrenzschicht zu groß ist.

2.4 Das homogenisierte Modell für die Durchströmung perforierter Platten

2.4.1 Modellannahmen

Im idealisierten Modell werden die Tragroste und die Gitterplatte eines DWR als einfache perforierte Platten mit einem zweidimensionalen, periodischen Muster von kreiszylindrischen Löchern betrachtet (Lochplattenmodell, s. Abb. 2.14). Im allgemeinsten Fall (bei der Gitterplatte) befindet sich oberhalb und unterhalb der Lochplatte ein Bereich mit Fluid - Stab Kontinuum, wobei die Volumenporositäten im allgemeinen verschieden sind. Die Periodizitätskonstanten des Lochmusters und der beiden Stabbündel seien dagegen gleich.

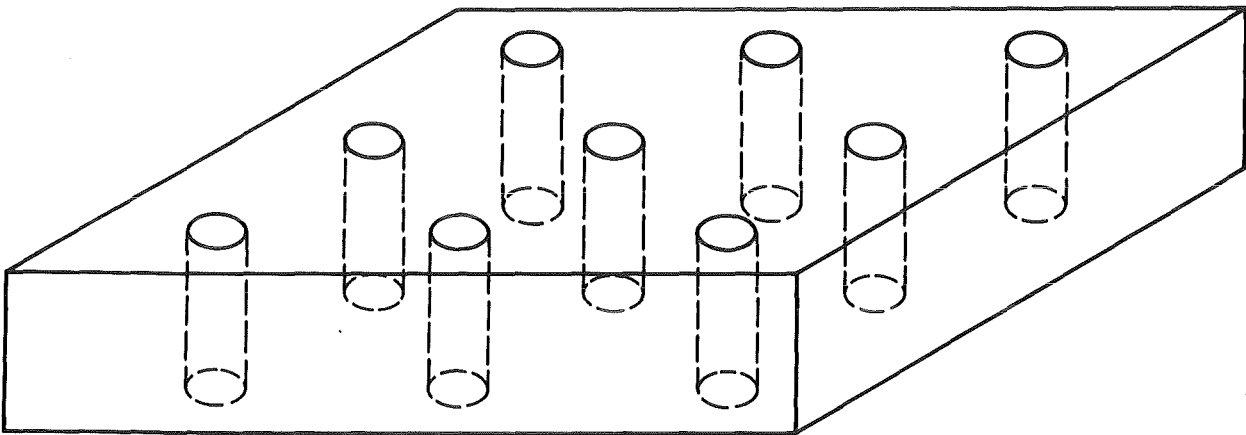


Abb. 2.14: Geometrie des Lochplattenmodelles.

Die Platten werden als starr betrachtet. Sie haben keine eigenen Bewegungsfreiheitsgrade, sondern sind fest mit dem Kernbehälter gekoppelt. Durch diese Koppelung können zwar Kräfte, aber keine Momente übertragen werden. Um die kinematischen Koppelungsbedingungen zu erfüllen, werden die Ränder der Kernbehälterschale ebenfalls als starr modelliert.

Die Annahme einer derartigen biegeweichen Verbindung zwischen Kernbehälter und Platten ist durchaus realistisch. Oberer und unterer Rost sind nämlich lediglich über Flansche mit dem Kernbehälter verschraubt, so daß keine wesentliche Momentübertragung zu erwarten ist, und eine direkte Verbindung zwischen Gitterplatte und Kernbehälter besteht überdies nicht.

Im Modell wird deshalb weiterhin vereinfachend angenommen, daß die Axialbewegung der Gitterplatte gleich der Axialbewegung des oberen Rostes ist. Diese Vereinfachung hat keine prinzipiellen, sondern ausschließlich rechen-

technische Gründe. Anderenfalls müßte nämlich eine separate Gleichung für die Axialbewegung der Gitterplatte eingeführt werden. Diese Gleichung würde dann eine weitere Koppelung der beiden Bereiche "Reaktorkern" und "oberer Sammelraum" (Abb. 1.2) bewirken und zu einem nicht unerheblichen numerischen Mehraufwand führen.

Bezüglich der Horizontalbewegung wird bei der Gitterplatte dasselbe Koppelungsverfahren wie beim oberen und unteren Rost benutzt, wobei allerdings nur der erste Umfangsmodus der Kernbehälterbewegung berücksichtigt wird.

Genauso wie die Verbindung Lochplatte-Kernbehälter wird auch die Verbindung Lochplatte-Stäbe als gelenkig modelliert. Auch dies ist zumindest für die BE eine hinreichend gute Approximation der in der Realität sehr losen Koppelung. Der Kern liegt im wesentlichen nur unter seinem Eigengewicht auf dem unteren Rost auf, und die BE werden dort zentriert. Wie die Rechnungen zeigen, ist beim Blowdown durch den kalten Strang ein axiales Abheben des Kernes nicht zu befürchten. Alles in allem ist dies Modell für die Roste und die Gitterplatte aber doch relativ grob. Es ist deshalb nicht möglich, die Belastungen dieser Strukturen selbst zu simulieren. Dies ist aber auch nicht das Ziel der vorliegenden Codeentwicklung, bei der es primär um den Reaktorkern geht. Deshalb sind die Lochplatten nur in dreierlei Hinsicht wichtig:

- (a) Als Strömungshindernis für das Fluid (Druckabfall),
- (b) Als Abstützung für den Kern und die Corestützen, durch die Kräfte vom Kernbehälter auf die Stäbe und umgekehrt übertragen werden,
- (c) Als träge Masse, die die Kernbehälterbewegung hemmt.

Zur Simulation dieser Effekte reicht das Lochplattenmodell aber aus. So kann der Druckverlust beim axialen Durchströmen der Platte durch eine geeignete Wahl von Plattenporosität, effektiver Plattendicke und Reibungsbeiwert eingestellt werden, wobei diese Parameter wohl experimentell bestimmt werden müßten. Eine Parametervariation (Kap. 4.3.2) hat allerdings ergeben, daß diese Parameter in der stark beschleunigten Anfangsphase des Blowdowns keinen großen Einfluß haben.

Da bei der Krafteinleitung vom Kernbehälter in den Kern, wie schon mehrfach gesagt, die Horizontalkräfte im Vordergrund stehen, kann auch die sicherlich vorhandene axiale Flexibilität der Platten in erster Näherung vernachlässigt

werden. Die axiale Belastung der Lochplatten durch Druckgradientenkräfte, axiale Stabkräfte und Fluid-Struktur-Wechselwirkung wird dann nur im Integral einigermaßen richtig erfaßt. Durch die starre Struktur werden diese Kräfte voll auf den Kernbehälter übertragen, was seine Belastung sicher überschätzt.

2.4.2 Ableitung der Bewegungsgleichungen

Im Unterschied zum Bündelmodell, bei dem wir formal auch in axialer Richtung Periodizität annehmen konnten, liegt beim Lochplattenmodell nur eine zweidimensionale Periodizität vor. Es wird deshalb im weiter unten beschriebenen Homogenisierungsprozess der Grenzwert $\varepsilon \rightarrow 0$ nur in der horizontalen Richtung bestimmt, und die Bewegungsgleichungen sind bezüglich der axialen Koordinate diskrete Differenzgleichungen.

Es besteht in diesem Fall nun aber eine gewisse Willkür in der Wahl der axialen Erstreckung der Periodizitätszelle. Da man letztlich an einer finiten Differenzenapproximation interessiert ist, liegt es nahe, die in den Bereichen oberhalb und unterhalb der Lochplatte vorgegebenen axialen Diskretisierungen zu verwenden (s. Abb. 2.15). Es hat aber wegen dieser Willkür keinen Sinn mehr, die mittlere Fluidgeschwindigkeit in der gesamten Zelle als neue Variable in den homogenisierten Gleichungen zu verwenden, da diese Größe dann abhängig von der speziell gewählten Diskretisierung wäre. Deshalb werden jetzt die mittlere Fluidgeschwindigkeit in der Lochplatte u_z^- und die mittlere horizontale und axiale Verschiebung der Lochplatte w_h^-, w_z^- benutzt. Der Homogenisierungsansatz lautet dann:

$$u_z^\varepsilon(z, \underline{m}, t) \rightarrow \phi(z)u_z^-(\underline{m}) + \psi(z)w_z^{\circ-}(\underline{m})$$

$$(2.55) \quad w_z^\varepsilon(z, \underline{m}, t) \rightarrow w_z^-(\underline{m})$$

$$w_h^\varepsilon(z, \underline{m}, t) \rightarrow w_h^-(\underline{m})$$

mit

$$(2.56) \quad \phi(z) = \begin{cases} \alpha/\alpha^0 & \text{für } z > d/2 \\ 1 & \text{für } -d/2 \leq z \leq d/2 \\ \alpha/\alpha^u & \text{für } z < -d/2 \end{cases} \quad \psi(z) = \begin{cases} (\alpha^0 - \alpha)/\alpha^0 & \text{für } z > d/2 \\ 0 & \text{für } -d/2 \leq z \leq d/2 \\ (\alpha^u - \alpha)/\alpha^u & \text{für } z < -d/2 \end{cases}$$

Mit diesem Ansatz ist (unter der Annahme lokaler Fluid-Inkompressibilität) die Erfüllung der Kontinuitätsgleichung im Kontrollvolumen sichergestellt. Ein

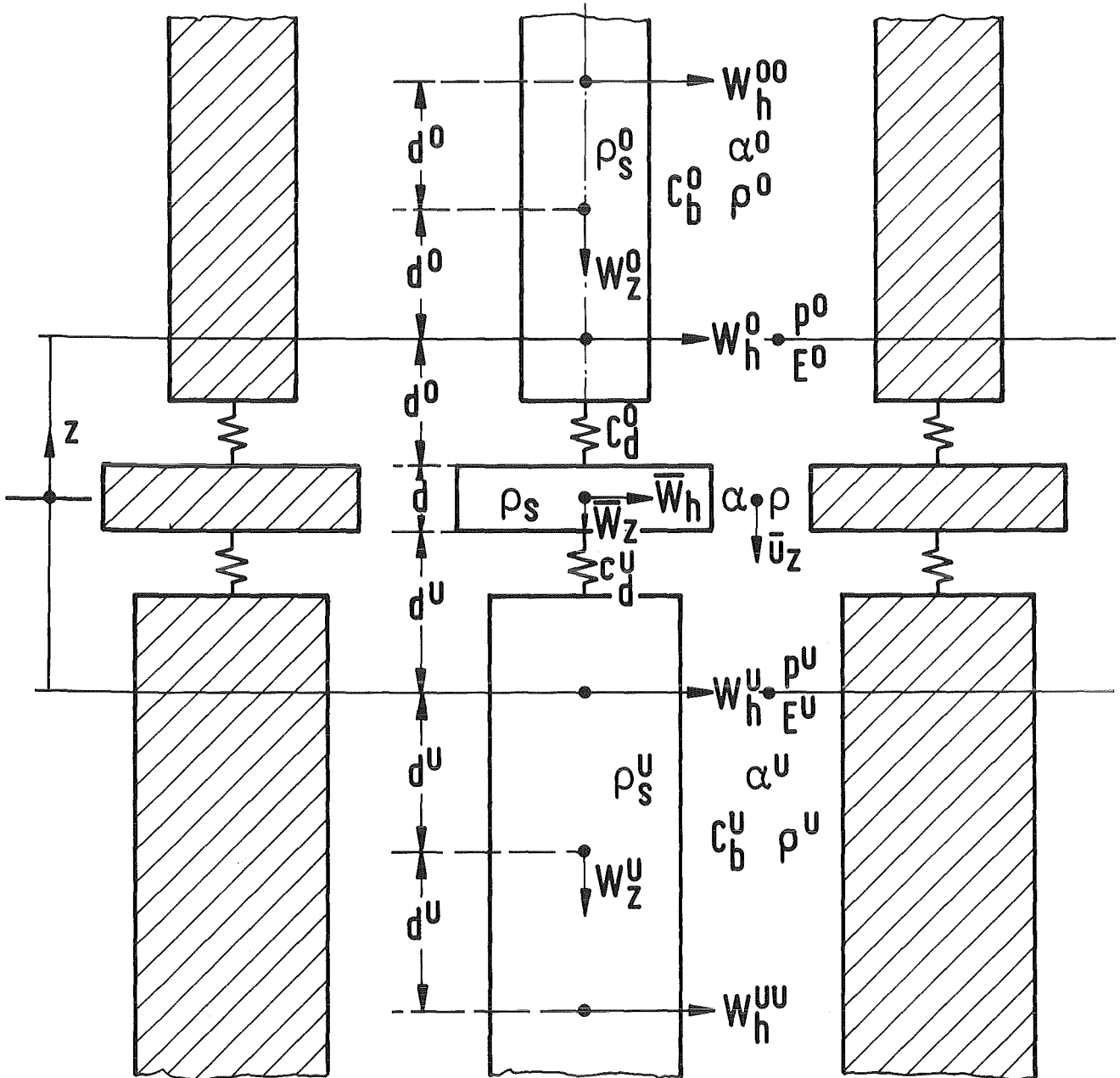


Abb. 2.15: Bewegungsgleichungen des Lochplattenmodelles: Kontrollvolumen und Bezeichnungen.

Ansatz für die horizontalen Fluid-Geschwindigkeitskomponenten ist nicht notwendig, da Fluid-Struktur-Wechselwirkung bei horizontalen Plattenbewegungen vernachlässigt wird. Die Trägheit des Fluides, das sich innerhalb der Platte befindet, kann der Strukturmasse zugeschlagen werden, wobei wegen der Vernachlässigung des horizontalen Schlupfes die Trägheitswirkung der Platte leicht überschätzt wird.

Die Ableitung der homogenisierten Bewegungsgleichungen für Fluid und Struktur geschieht direkt mit Hilfe der Euler-Lagrange'schen Gleichungen [65]:

$$(2.57) \quad d/dt (\partial L / \partial \dot{q}_j) - \partial L / \partial q_j + \partial D / \partial \dot{q}_j = Q_j$$

Dabei ist:

- L = E - U - Lagrange Funktion
- E - Kinetische Energie
- U - Potentielle Energie
- D - Rayleigh'sche Dissipationsfunktion
- Q_j - Generalisierte Kräfte
- q_j - Generalisierte Koordinaten (hier: u_Z⁻, w_Z⁻)

Als äußere Kräfte, die von einem Potential ableitbar sind, treten in diesem Fall die Lagerkräfte der Stäbe auf. Zusätzlich werden auch der statische Fluiddruck p und der Staudruck E = ½ρu_Z² oberhalb und unterhalb der Platte als generalisierte äußere Kräfte behandelt. Mit der Dissipationsfunktion D können Reibungseffekte (Rohrreibung, Stoßdruckverlust) im Lagrange-Formalismus behandelt werden. Die genaue Darstellung aller dieser Terme ist in [71] angegeben.

Nach Einsetzen in (2.57) ergeben sich dann die folgenden Gleichungen (Abb. 2.15):

Axiale Fluidgeschwindigkeit:

$$(2.58a) \quad \rho_{ff} u_Z^{-\bullet\bullet} + \rho_{fs} w_Z^{-\bullet\bullet} + \mu(u_Z^{-\bullet} - w_Z^{-\bullet}) + \alpha(p^0 + E^0 - (p^u + E^u)) = 0$$

Axiale Stabgeschwindigkeit

$$(2.58b) \quad \rho_{ss} w_Z^{-\bullet\bullet} + \rho_{sf} u_Z^{-\bullet\bullet} + \mu(w_Z^{-\bullet} - u_Z^{-\bullet}) + c_d^0(w_Z^{-\bullet} - w_Z^0) + \dot{c}_d^u(w_Z^{-\bullet} - w_Z^u) + (1-\alpha)(p^0 + E^0 - (p^u - E^u)) = 0$$

Horizontale Stabverschiebung

$$(2.58c) \quad \rho_h \underline{w}_h^{-\bullet\bullet} + c_b^0 (\underline{w}_h^{00} - 3\underline{w}_h^0 + 2\underline{w}_h^-) + c_b^U (\underline{w}_h^{UU} - 3\underline{w}_h^U + 2\underline{w}_h^-) = 0$$

$$\rho_{ff} = \rho^0 d^0 \alpha^2 / \alpha^0 + \rho d \alpha + \rho^U d^U \alpha^2 / \alpha^U$$

$$\rho_{fs} = \rho^0 d^0 \alpha (\alpha^0 - \alpha) / \alpha^0 + \rho^U d^U \alpha (\alpha^U - \alpha) / \alpha^U$$

$$\rho_{sf} = \rho_{fs}$$

$$\rho_{SS} = \rho^0 d^0 \alpha (\alpha^0 - \alpha)^2 / \alpha^0 + \rho^U d^U \alpha (\alpha^U - \alpha)^2 / \alpha^U \\ + \rho_s d (1 - \alpha) + \rho_s^0 d^0 (1 - \alpha^0) + \rho_s^U d^U (1 - \alpha^U)$$

$$\rho_h = \rho_s d (1 - \alpha) + \rho_s^0 d^0 (1 - \alpha^0) + \rho_s^U d^U (1 - \alpha^U)$$

$$c_d^0 = (1/2) E_d^0 (1 - \alpha^0) / d^0, \quad c_d^U = (1/2) E_d^U (1 - \alpha^U) / d^U$$

$$c_b^0 = (1/3) C_b^0 / d^{0^3}, \quad c_b^U = (1/3) C_b^U / d^{U^3}$$

Die Gleichungen (2.58) gelten allerdings nur für frei bewegliche Platten. Für die Tragroste und die Gitterplatte eines DWR trifft dies aber nicht zu, da diese Bauteile über Tragflansche mit dem Kernbehälter verbunden sind. Die Summe der Terme auf der linken Seite von (2.58) wird deshalb normalerweise ungleich Null sein. Alle diese Terme haben die Dimension Kraft/Fläche, aufintegriert über die Platte ergeben sie dann die gesamte Schnittkraft zwischen Platte und Kernbehälter. Diese Schnittkraft wird im FLUX-5 Code dem Kernbehälter als äußere Kraft aufgeprägt. Dieser sehr einfache Koppelungsmechanismus reicht hier aus, da die Platten als starr betrachtet werden.

3. NUMERIK

3.1 Gesamtcode

In diesem Abschnitt soll das Verfahren zur numerischen Lösung der Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen (2.48) diskutiert werden. Dazu werden zuerst noch einmal die wesentlichen Grundzüge der Numerik des FLUX Gesamtcodes dargestellt, aus denen sich notwendige Forderungen an das Verfahren zur Lösung von (2.48) ergeben. Die Darstellung erfolgt nur sehr cursorisch, für eine genauere Diskussion sei hier auf [10,72] verwiesen.

Das FLUX Programm ist als "special purpose code" konzipiert, d.h. es werden Lösungsverfahren benutzt, die speziell auf das behandelte Problem (Geometrie, Struktur der Gleichungen etc.) zugeschnitten sind. Auf diese Weise kann in einem gewissen Sinne "optimale" Effektivität erreicht werden.

Ganz allgemein gesprochen beschreibt FLUX ein transientes, nichtlineares, gekoppeltes, dreidimensionales physikalisches Problem. Die Zeitableitungen werden dabei mit einem impliziten finiten Differenzenverfahren, dem sog. Newmark- β Verfahren [73], behandelt. Es hat den Vorteil, von zweiter Ordnung genau und (bei linearen Problemen) unbedingt stabil zu sein, was bei Fluid-Struktur-Wechselwirkungsproblemen sehr wichtig ist.

Die hauptsächliche Nichtlinearität im FLUX Problem ist die nach Möglichkeit lose Lagerung des Kernbehälters. Mittels eines speziell entwickelten Iterationsverfahrens [46] kann diese Nichtlinearität ebenfalls implizit behandelt werden, das Grundschemata des Verfahrens zeigt Abb. 3.1. Das Konvergenzverhalten dieses Verfahrens ist nach den bisherigen Erfahrungen sehr gut, da generell sehr wenige Iterationsschritte (maximal 3) zum Ergebnis führten. Alle anderen Nichtlinearitäten (konvektive Terme, nichtlineare Abstandshalterkräfte) werden dagegen explizit behandelt, was natürlich zu Stabilitätsrestriktionen führen kann.

Wie Abb. 3.1 zeigt, muß letztlich auf jeder Stufe des zeitlichen Integrationsprozesses ein- oder mehrfach ein dreidimensionales (3D) gekoppeltes räumliches Problem gelöst werden. Dies Problem hängt nicht vom jeweiligen Zeitschritt ab, da in FLUX mit zeitlich konstanten Stoffwerten und einer konstanten Zeitschrittweite gearbeitet wird. Es ist aber äußerst komplex, je nach Diskretisierung können in FLUX-5 10000 und mehr räumliche Freiheitsgrade

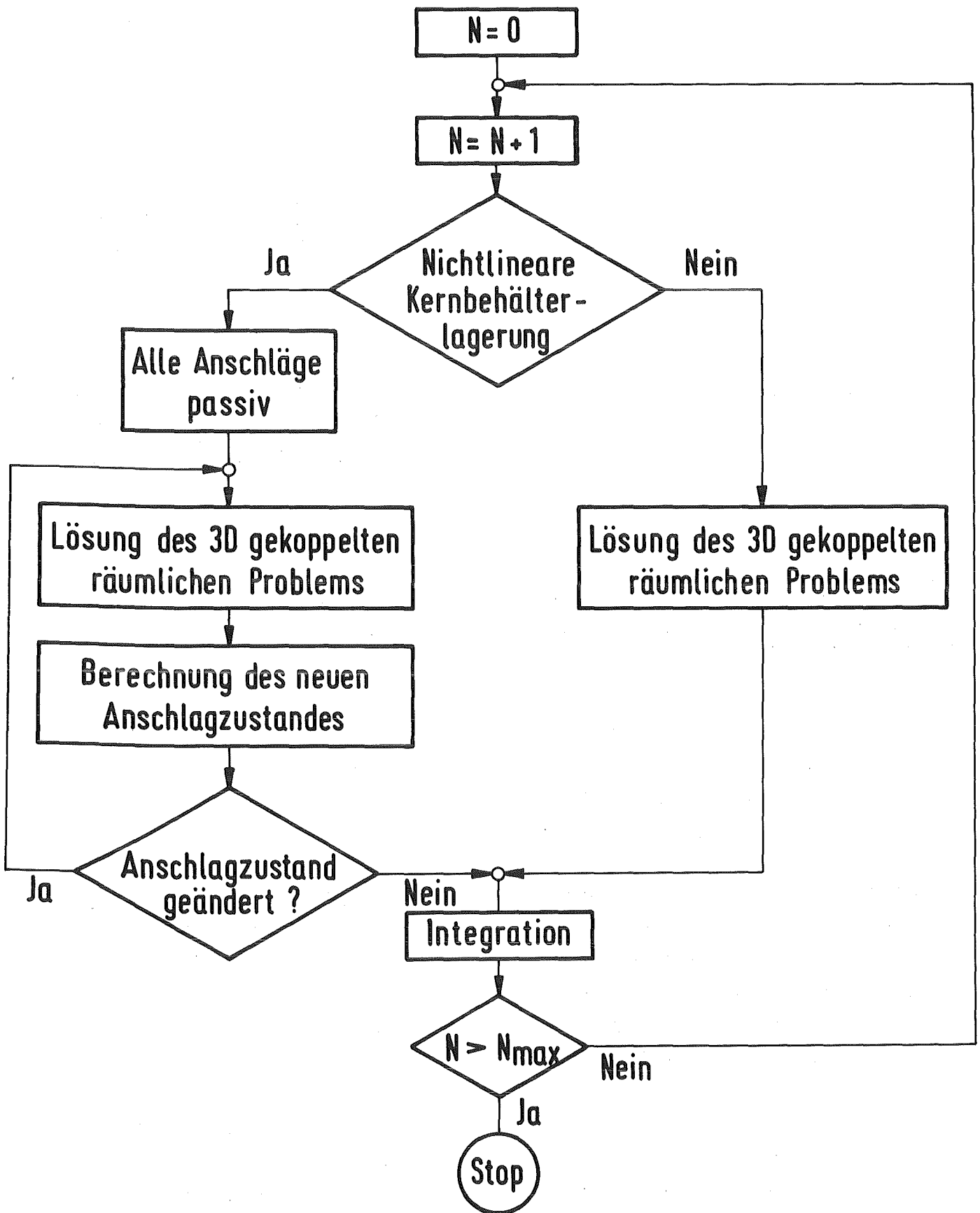


Abb. 3.1: Das Grundscheema der FLUX-Numerik.

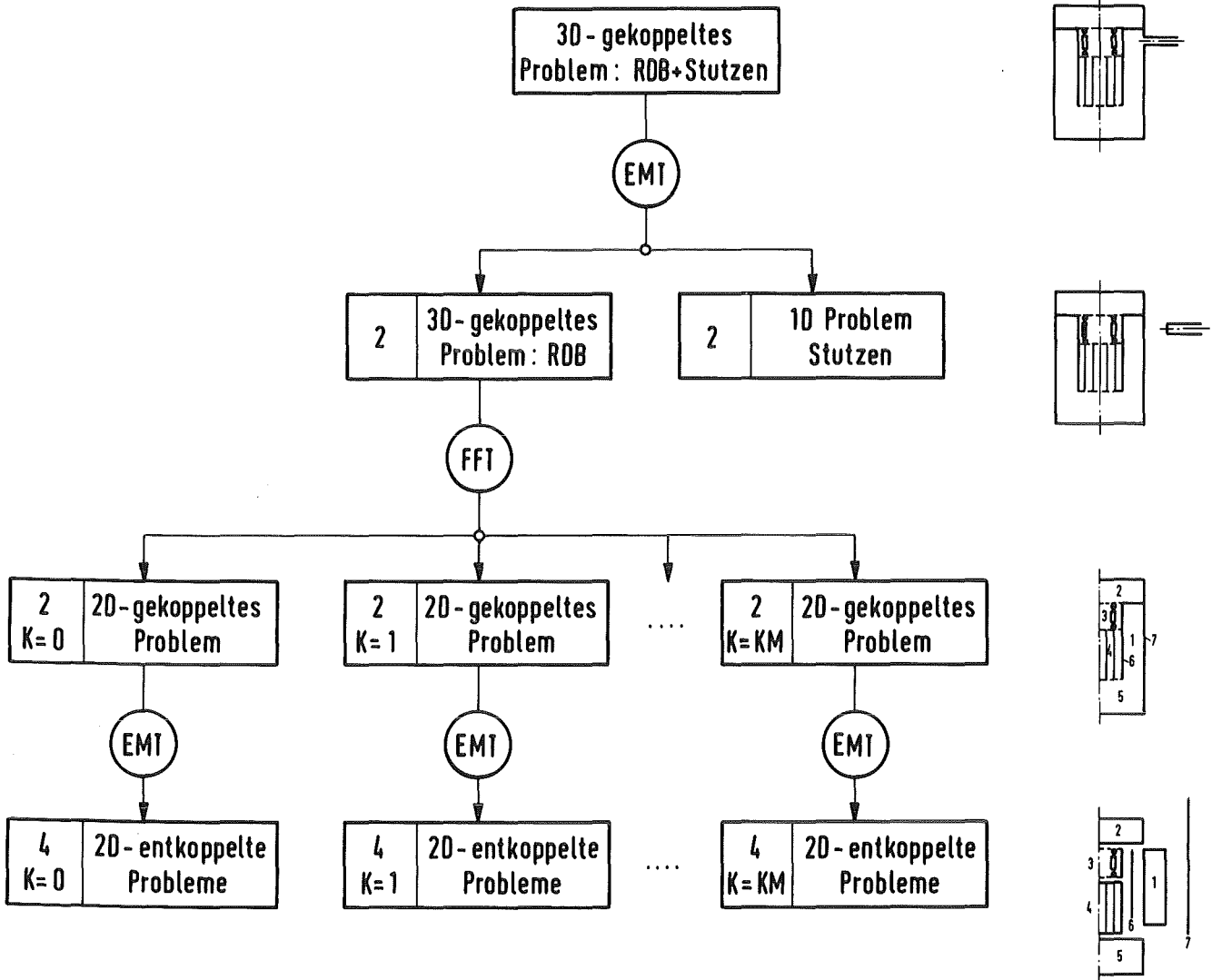


Abb. 3.2: Die Aufspaltung des dreidimensionalen, gekoppelten räumlichen Problems.

- 1 - Ringraum, 2 - oberes Plenum, 3 - Corestützen, 4 - Core,
- 5 - unteres Plenum, 6 - Kernbehälter, 7 - RDB.

auftreten. Deshalb wird das komplexe dreidimensionale räumliche Problem mit speziellen Verfahren in einfachere zweidimensionale (2D) räumliche Probleme aufgespalten. Bei diesem Aufspaltungsprozess, dessen generellen Ablauf Abb. 3.2 zeigt, benutzt man vor allem die schnelle Fouriertransformation (FFT) [74] und die Einflußmatrixtechnik (EMT) [75], für die auch noch der Name "Kapazitätsmatrixtechnik" gebräuchlich ist.

Die Anwendung der EMT ist schematisch in Abb. 3.3 dargestellt. Die EMT dient dazu, die Lösung eines "A-Problems" (Lineares Gleichungssystem $\underline{A}\underline{u} = \underline{f}$) darauf zurückzuführen, zweimal ein "B-Problem" ($\underline{B}\underline{u} = \underline{f}$) und die "Einflußmatrixgleichung" zu lösen. Dabei unterscheiden sich die Matrizen \underline{A} und \underline{B} in genau m

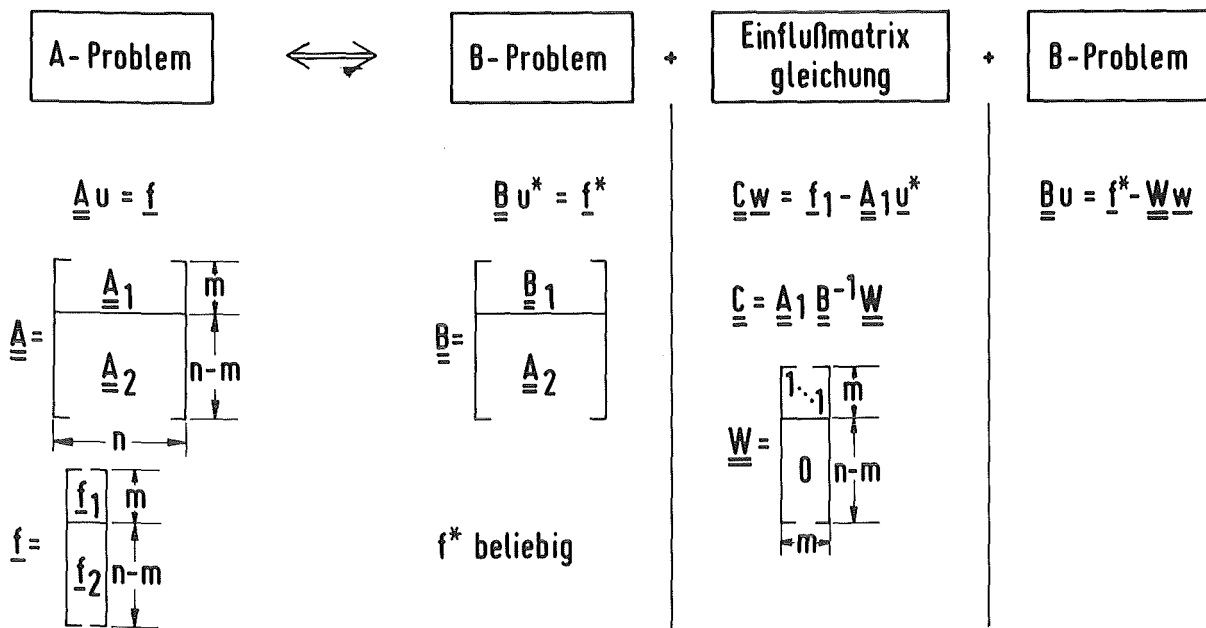


Abb. 3.3: Die Einflußmatrixtechnik.

Zeilen, den sogenannten "unregelmäßigen Gleichungen". Die Einflußmatrix \underline{C} ist eine $m \times m$ Matrix, für deren Aufstellung m -mal das B-Problem zu lösen ist.

Die EMT ist nur sinnvoll anzuwenden, wenn:

- $m \ll n$,
- das B-Problem sehr viel schneller zu lösen ist als das A-Problem,
- das A-Problem mehrfach mit verschiedenen rechten Seiten gelöst werden soll.

Am Ende des Aufspaltungsprozesses sind auf der untersten Stufe die Kernbehälter- und RDB Bewegung von der Fluid- und Stabbewegung vollkommen entkoppelt, sowie die sehr komplexe dreidimensionale Geometrie in einzelne ebene Rechteckbereiche separiert. Eine Entkoppelung der Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen ist allerdings auf diese Art und Weise nicht möglich. Die zur Entkoppelung benötigten Einflußmatrizen brauchen nur einmal vor Beginn der Zeitintegration aufgebaut zu werden.

Insgesamt sind für jeden Rechteckbereich auf der untersten Stufe $KM+1$ verschiedene 2D Probleme zu lösen (KM = Maximaler azimuthaler Fourierindex), und wegen der zweimaligen Verwendung der EMT muß jedes Einzelproblem viermal gelöst werden, um ein 3D-Ausgangsproblem zu lösen. Die Gesamtzahl der 2D Probleme, die während einer Simulation gelöst werden müssen, ist damit:

$$(3.1) \quad S_{\text{ges}} = 4 * N_{\text{max}} * (KM+1) * I$$

(N_{max} - Anzahl der Zeitschritte, I - Durchschnittliche Anzahl der Anschlagiterationen, $I=1$ bei linearer Kernbehälterlagerung)

Schon bei mittelfeiner Diskretisierung ($KM=8$, $N_{\text{max}}=500$, $I=2$) ergibt sich hieraus für S_{ges} eine Zahl von über 30000. Dies zeigt, daß zur numerischen Lösung der Teilprobleme auf der untersten Stufe unbedingt die effektivsten Verfahren eingesetzt werden müssen. In FLUX-4 sind dies die sog. "schnellen elliptischen Löser" [76]. Diese Verfahren sind speziell für die numerische Lösung von Poisson-Gleichungen entwickelt worden, für die wesentlich komplizierteren Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen sind sie deshalb nicht mehr einsetzbar. Hierfür mußte ein eigener Algorithmus entwickelt werden, der im nächsten Kapitel erläutert wird (siehe auch [77]).

3.2 Die numerische Lösung der Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen

3.2.1 Diskretisierung

Um mit dem übrigen FLUX-Code konsistent zu bleiben, werden auch die nach der Fouriertransformation in azimuthaler Richtung entstandenen zweidimensionalen Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen mit finiten Differenzen diskretisiert, Abb. 3.4 zeigt das dabei benutzte Maschennetz. Wie bei fluidodynamischen Problemen allgemein üblich, wird die Technik des "staggered grid" angewandt, d.h. unterschiedliche Variable werden an unterschiedlichen Punkten im Maschennetz berechnet. In diesem Fall werden der Fluiddruck und die azimuthalen Bewegungskomponenten in den Maschenmitten berechnet, axiale Komponenten an axialen Zellgrenzen und radiale Komponenten an radialen Zellgrenzen. Diese Wahl des Netzes hat den Vorteil, daß überall zentrale Differenzenformeln von zweiter Genauigkeitsordnung verwendet werden können, und daß keine künstliche Randbedingung für den Druck erforderlich ist. Einzelheiten über die Diskretisierung sind im Anhang 2 zu finden.

Es treten hier verschiedene Ränder auf, an denen jeweils unterschiedliche Randbedingungen vorgeschrieben werden müssen (Abb. 3.4). Physikalisch entsprechen diese Ränder dem Kernbehälter (rechter Rand), den Lochplatten (oben und unten) und der Kernbehälterachse. Der letzte Rand ist dabei künstlich durch die Transformation auf Zylinderkoordinaten entstanden.

Bedingungen am rechten Rand

Vorgegeben ist w_r^R , die radiale Kernbehälterverschiebung. Die radiale Fluidverschiebung v_r^R wird gleich w_r^R gesetzt, während für die azimuthalen Bewegungskomponenten "no slip" Randbedingungen angesetzt werden.

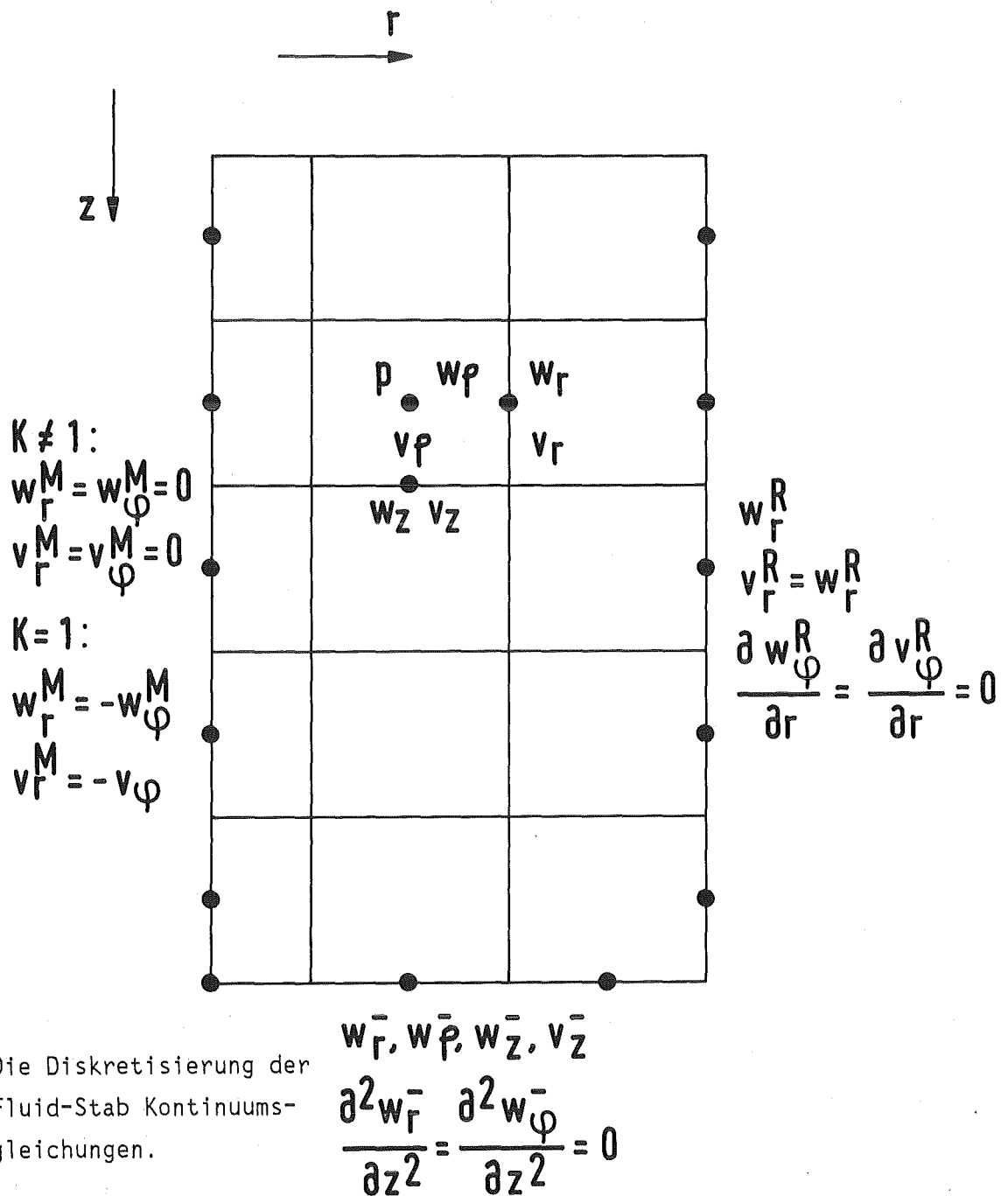


Abb. 3.4: Die Diskretisierung der Fluid-Stab Kontinuums-gleichungen.

Bedingungen am oberen und unteren Rand

Hier werden die drei Verschiebungskomponenten der Lochplatte w_r^- , w_ϕ^- , w_z^- und die axiale Fluidverschiebung in der Lochplatte v_z^- als Dirichlet Randbedingung vorgegeben. Zur Simulation der gelenkigen Kopplung zwischen Stäben und Lochplatte wird die Gleichung benutzt:

$$(3.2) \quad \partial^2 w_r^- / \partial z^2 = \partial^2 w_\phi^- / \partial z^2 = 0$$

Bedingungen auf der Symmetrielinie:

Aus Stetigkeitsgründen ergibt sich als künstliche Randbedingung hier:

$$(3.3) \quad w_r^M = w_\phi^M = v_r^M = v_\phi^M = 0 \text{ für alle Fouriermodes } k \neq 1$$

$$(3.4) \quad \begin{aligned} w_r^M &= -w_\phi^M \\ v_r^M &= -v_\phi^M \end{aligned} \text{ für Mode } k = 1$$

Die vollständige Differenzenform der Gleichungen (2.48) ist in [71] zu finden. Die zugehörige Matrix, die vom Azimutalmode k abhängt, ist eine schwachbesetzte Bandmatrix. Mit einem Netz von N axialen und M radialen Maschen hat diese Matrix bei $k > 1$ die Dimension:

$$(3.5) \quad N_{\text{ges}} = 5 * M * N + 2 * M * (N - 1)$$

und die Bandbreite

$$(3.6) \quad B_{\text{ges}} = 28 * M + 2$$

Bei den Modes $k=0$ und $k=1$ gibt es eine geringe Anzahl von Zusatzgleichungen auf der Symmetrielinie $r=0$.

Bei feiner Diskretisierung ($N=22$, $M=5$) sind diese Matrizen damit relativ groß ($N_{\text{ges}} = 760$, $B_{\text{ges}} = 142$). Sie besitzen allerdings eine regelmäßige Blockstruktur, wobei wegen der axial äquidistanten Diskretisierung und der Wahl von axial weitgehend konstanten Stabsteifigkeiten sehr viele identische Blöcke auftreten. Die Matrizen können deshalb, unter Ausnutzung dieser Blockstruktur, sehr effizient gespeichert werden.

Unglücklicherweise sind die numerischen Eigenschaften dieser Matrizen aber schlecht, sie sind unsymmetrisch, nicht positiv definit und vor allem nicht diagonaldominant. Deshalb führten Versuche, die diskreten Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen mit einem der häufig gebrauchten Iterations- oder Blockiterationsverfahren [78] zu lösen, zu keinem Ergebnis. Mit einem solchen Verfahren hätte die schwache Besetzung und die Blockstruktur optimal ausgenutzt werden können.

Es blieb deshalb nichts anderes übrig, als eine geeignete Variante des Gauss'schen Eliminationsverfahrens zu verwenden. Dieser Algorithmus besteht aus zwei Schritten: Im ersten Schritt wird die Systemmatrix invertiert, und dann im zweiten Schritt die invertierte Matrix mit der gegebenen rechten Seite multipliziert. Bei Matrizen mit großer Bandbreite ist der erste Schritt dabei wesentlich rechenzeitaufwendiger.

Da es beim vorliegenden Problem nur $KM+1$ verschiedene Matrizen gibt ($KM \sim 10-20$), die sehr häufig (30000-mal und mehr) mit verschiedenen rechten Seiten zu lösen sind, liegt es nahe, den Inversionsschritt vorzuziehen, ihn also vor der eigentlichen Zeitintegration auszuführen. Dasselbe Verfahren wird, wie schon erwähnt, auch bei den Kapazitätsmatrizen durchgeführt.

Bei der Inversion von Bandmatrizen verwendet man üblicherweise die sog. "LU-Zerlegung" (Zerlegung in obere und untere Dreiecksmatrizen), da hierbei die Bandstruktur erhalten bleibt. Die schwache Besetzung einer Matrix geht bei der Inversion aber in jedem Fall verloren, der Raum zwischen den äußersten Diagonalen wird mit Elementen ungleich Null "aufgefüllt". Gleichzeitig geht auch eine eventuell vorhandene Blockstruktur verloren.

Da die Bandbreite der hier auftretenden Matrizen relativ groß ist, haben ihre Inverse damit einen großen Speicherplatzbedarf. Schon bei mittelfeinen Diskretisierungen ist es deshalb nicht mehr möglich, alle invertierten $KM+1$ Matrizen gleichzeitig im Kernspeicher zu halten. Die Speicherung auf einem Externspeicher ist zwar prinzipiell möglich, macht es aber aus programm-technischen Gründen erforderlich, die Matrizen für jeden Zeitschritt mehrfach einzulesen. Dieser enorme Aufwand an Computer I/O schlägt sich in Rechenkosten nieder, die für parametrische Untersuchungen unakzeptabel hoch wären.

Im vorliegenden Fall wurde deshalb eine andere Technik gewählt: Unter erneuter Anwendung von EMT und FFT werden die großen Koeffizientenmatrizen vor ihrer Inversion aufgespalten, um so die regelmäßige Blockstruktur besser auszunutzen. Direkte Matrixinversion muß dann letztlich nur noch auf sehr kleine Matrizen von geringer Bandbreite angewandt werden. Auf diese Art und Weise kann bis zu 80% Speicherplatz gespart werden. Gleichzeitig konnte durch die Entwicklung speziell angepasster Lösungsalgorithmen auch die Rechenzeit für das Einsetzen in die invertierte Matrix um 30% gesenkt werden.

3.2.2 Der Aufspaltungsalgorithmus

Der Aufspaltungsalgorithmus arbeitet in zwei Stufen (Abb. 3.5). Zuerst werden die Gleichungen für die horizontalen Bewegungskomponenten $\underline{h} = (w_r, v_r, w_\phi, v_\phi)$, die axialen Komponenten $\underline{a} = (w_z, v_z)$ und die diskretisierte Kontinuitätsgleichung für \underline{p} entkoppelt. Dabei nutzt man aus, daß in den Fluid-Stab Kontinuums-gleichungen eine Koppelung von horizontaler und axialer Bewegung nur über das Druckfeld stattfindet. In symbolischer Schreibweise hat das Gleichungssystem damit folgende Form:

$$(3.7a) \quad \underline{A}_{hh} \underline{h} + \underline{A}_{hp} \underline{p} = \underline{r}_h$$

$$(3.7b) \quad \underline{A}_{aa} \underline{a} + \underline{A}_{ap} \underline{p} = \underline{r}_a$$

$$(3.7c) \quad \underline{A}_{ph} \underline{h} + \underline{A}_{pa} \underline{a} + \underline{A}_{pp} \underline{p} = \underline{r}_p$$

Die Entkoppelung von (3.7a) und (3.7b) kann sehr einfach durch Nullsetzen von \underline{A}_{ph} und \underline{A}_{pa} in (3.7c) erfolgen. Das zu (3.7) gehörige "B-Problem" lautet dann:

$$(3.8a) \quad \underline{A}_{hh} \underline{h} = \underline{r}_h - \underline{A}_{hp} \underline{p} := \underline{r}_h^-$$

$$(3.8b) \quad \underline{A}_{aa} \underline{a} = \underline{r}_a - \underline{A}_{ap} \underline{p} := \underline{r}_a^-$$

mit

$$(3.8c) \quad \underline{p} = \underline{A}_{pp}^{-1} \underline{r}_p$$

Mit Hilfe der EMT läßt sich die Lösung von (3.7) damit auf die zweimalige Lösung von (3.8) zurückführen, wobei die Kontinuitätsgleichung (3.7c) als "unregelmäßige Gleichung" auftritt.

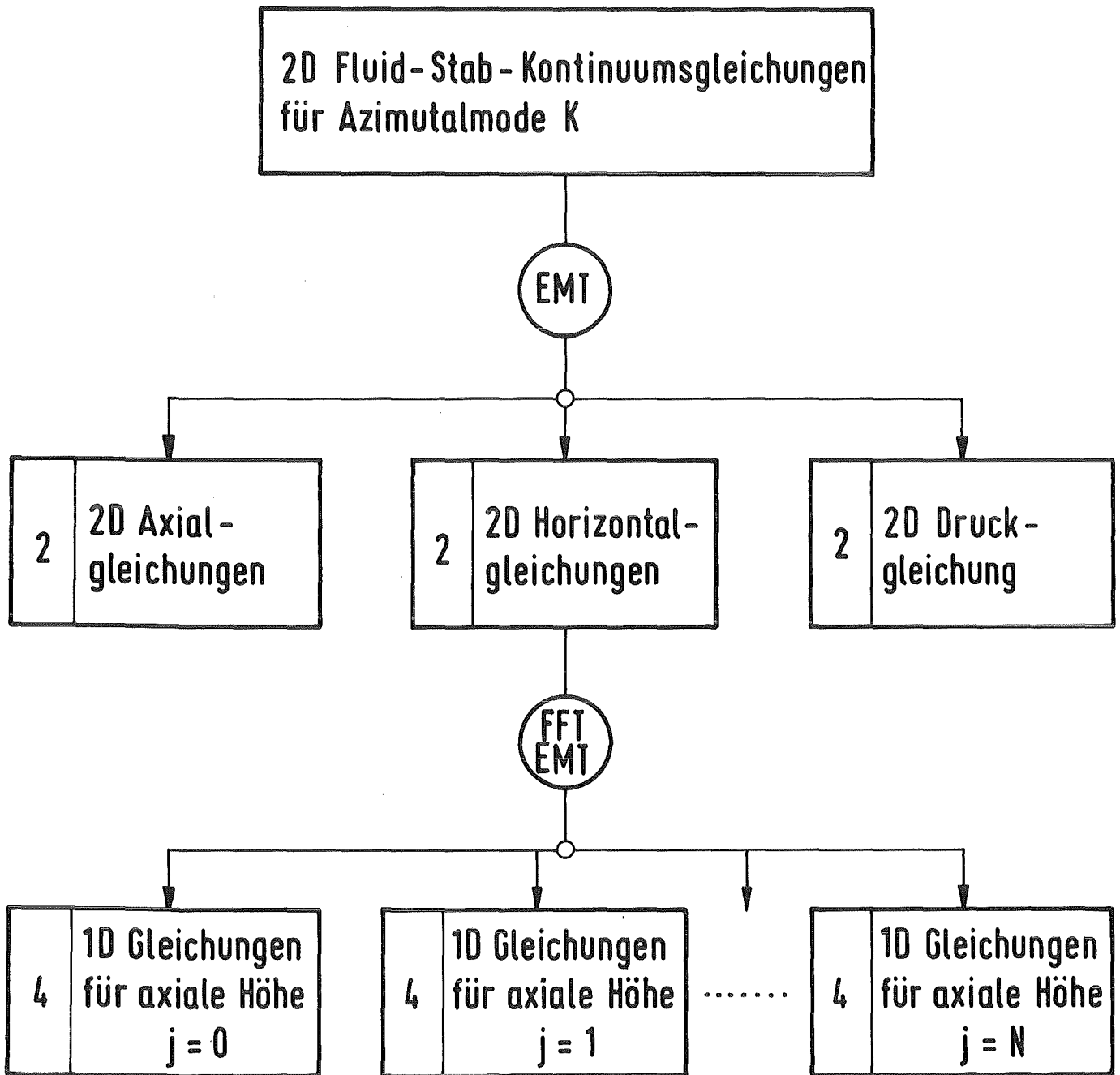


Abb. 3.5: Die Aufspaltung der Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen.

Die Matrix \underline{A}_{aa} der axialen Gleichungen (3.8b) hat nur eine Bandbreite von 5 und lässt sich ohne Schwierigkeiten invertieren. Anders ist es aber bei der Teilmatrix \underline{A}_{hh} (3.8a), die nach wie vor eine hohe Bandbreite besitzt. Ursache hierfür sind vor allem die in den Differentialgleichungen (2.48) auftretenden 4. Ableitungen in axialer Richtung. Der zweite Schritt des Aufspaltungsalgorithmus (Abb. 3.5) ist deshalb, diese Ableitungen durch eine korrigierte Fouriertransformation in axialer Richtung zu eliminieren.

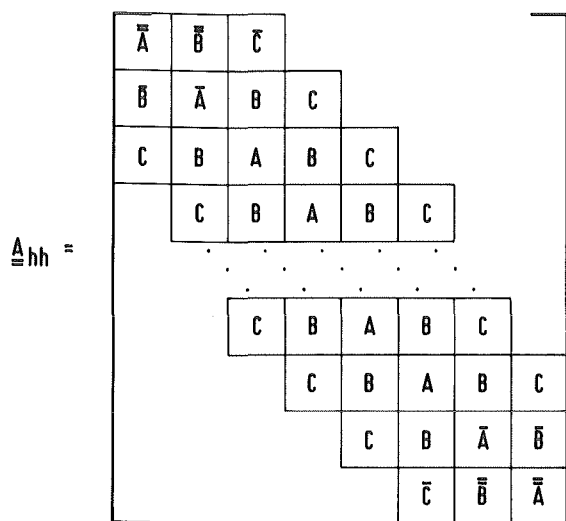


Abb. 3.6: Struktur der Matrix \underline{A}_{hh} .

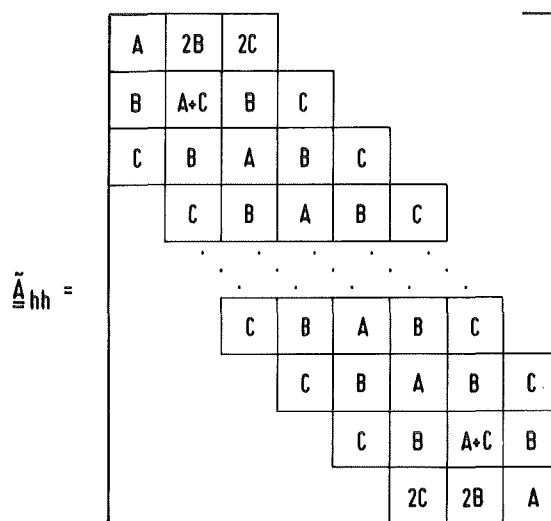


Abb. 3.7: Struktur der Matrix $\tilde{\underline{A}}_{hh}$.

In Abb. 3.6 ist die regelmäßige Blockstruktur der Matrix \underline{A}_{hh} dargestellt. Die einzelnen Untermatrizen gehören dabei zu den diskreten Verschiebungswerten auf einer axialen Ebene. Die Regelmäßigkeit der Blockstruktur ist nur in den obersten und untersten beiden Blockreihen gestört, da in den zugehörigen Maschen einseitige Differenzenformeln verwendet werden müssen.

Es werden nun auch die rechte Seite und die Lösung von (3.8a) entsprechend der Blockstruktur von \underline{A}_{hh} zerlegt:

$$\underline{r}_h^- = (\underline{r}_0, \underline{r}_1, \dots, \underline{r}_N)$$

$$\underline{h} = (\underline{h}_0, \underline{h}_1, \dots, \underline{h}_N)$$

und die Untervektoren einer diskreten Fouriertransformation unterzogen:

$$(3.9) \quad \underline{r}_\ell^{\sim} = \sum_{j=0}^N b_j \underline{r}_j \cos(j\ell\pi/N)$$

$$b_j = \begin{cases} 0.5 & \text{falls } j = 0 \text{ oder } N \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$(3.10) \quad \underline{h}_\ell^{\sim} = \sum_{j=0}^N b_j \underline{h}_j \cos(j\ell\pi/N)$$

In (3.9) und (3.10) wurde die cos-Transformation benutzt, da sie im Gegensatz zur sin-Transformation nicht singularär ist.

Setzt man dies in (3.8a) ein und beachtet die Blockstruktur von \underline{A}_{hh} (Abb. 3.6), so ergeben sich als Gleichungen für die Fouriertransformierten:

$$(3.11) \quad \underline{H}_\ell \square \underline{h}_\ell^{\sim} = \underline{r}_\ell^{\sim} \quad (\ell = 0, 1, \dots, N)$$

mit

$$(3.12) \quad \underline{H}_\ell = \underline{A} + 2\underline{B}^* \cos(\ell\pi/N) + 2\underline{C}^* \cos(2\ell\pi/N)$$

Mit dieser Transformation sind damit die Gleichungen für die einzelnen axialen Höhen entkoppelt worden. Die Größe von \underline{H}_ℓ hängt nur noch von der Feinheit der radialen Diskretisierung ab, und alle \underline{H}_ℓ haben eine feste Bandbreite von 10. Die Speicherung der Inversen von \underline{H}_ℓ bereitet deshalb keine Probleme.

Bisher wurden allerdings nur die "regelmäßigen" Blöcke von \underline{A}_{hh} berücksichtigt. Eine inverse Fouriertransformation zeigt nun, daß statt (3.8a) die Gleichung

$$(3.13) \quad \underline{A}_{hh}^{\sim} \square \underline{h}^{\sim} = \underline{r}_h^{\sim}$$

gelöst wurde, mit $\underline{A}_{hh}^{\sim}$ gemäß Abb. 3.7. Man faßt deshalb (3.13) als zu (3.8a) gehöriges B-Problem auf und löst diese Gleichung wieder mit der EMT.

4. ERGEBNISSE

4.1 Eingabedaten

4.1.1 Geometrie, Stoffdaten

Mit dem Rechenprogramm FLUX-5 soll im weiteren der Blowdown eines DWR parametrisch untersucht werden. Die dazu benötigten Eingabedaten sind in den verschiedenen Tabellen in Anhang 3 aufgeführt, sie werden im folgenden genauer erläutert. In den durchgeführten Rechnungen wurde ein Teil dieser Daten dann parametrisch variiert.

Der im weiteren betrachtete Standard-Blowdown wird ausgelöst von einem 100% Bruch im Kühlmiteleintrittsstutzen, bei 3m intakter Stutzenlänge und 5 msec Bruchöffnungszeit. In allen parametrischen Rechnungen wurde die Geometrie des Reaktors (Tabelle 1), und die Stoffwerte von Kernbehälter (Tabelle 2) und Kühlmittel (Tabelle 3) unverändert gelassen, die Daten wurden nach Angaben des Herstellers (KWU) gewählt. Es wurden bei den bisherigen Rechnungen mit DWR Geometrie nicht die vollen Fähigkeiten des FLUX Modelles verwendet. Die wichtigsten Vereinfachungen sind:

- Starrer RDB
- Steife Kernbehälterflansche
- Einphasiges Fluid auch im Stutzen
- Keine Fluid- und Strukturdämpfung
- Keine Axialbewegung des Kernbehälters im Flansch

Aus früheren Rechnungen zu HDR-Versuchen ist bekannt [79], daß die Flexibilität des RDB im wesentlichen nur zu einer Absenkung der Schallgeschwindigkeit im Ringraum führt, und diese Absenkung wird bei dem sehr massiven Druckbehälter des DWR sicherlich klein sein. Auch auf eine realistische Modellierung der Stutzenströmung mit DRIX-2D konnte für die parametrischen Untersuchungen verzichtet werden. Da mit dem einphasigen Potentialströmungsmodell das kurzfristige Unterschwingen des Stutzendruckes unter den Sattedampfdruck nicht simuliert werden kann, führt dies zu einer Unterschätzung der Einbautenbelastung, die bei der kurzen Bruchöffnungszeit von 5 msec aber äußerst gering ist.

Zweiphaseneffekte im RDB-Inneren können mit der schon früher [79] beschriebenen SAVE-RESTART Technik näherungsweise behandelt werden. Der wichtigste

Effekt der beginnenden Zweiphasigkeit ist die drastische Verringerung der Fluid-Schallgeschwindigkeit. Deshalb wird nach großräumigem Unterschreiten des Satttdampfdruckes im Reaktorinneren, was bei dem hier betrachteten Fall nach ca. 50 msec eintritt, der FLUX-Lauf unterbrochen und anschließend mit einer veränderten Schallgeschwindigkeit weitergerechnet. Es zeigte sich, daß diese Manipulation auf die berechneten Verformungen von Kern und Kernbehälter nur geringen Einfluß hat, so daß diese Rechnungen im weiteren nicht behandelt werden.

Die Größe des Fehlers, der durch Vernachlässigung der endlichen Steifigkeit von unterem und oberem Kernbehälterflansch entsteht, ist nicht genau anzugeben. Untersuchungen zum HDR Versuch V34 [80] haben ergeben, daß die Schalenauslenkungen relativ empfindlich auf die Flanschmodellierung reagieren. Da die maximalen Beanspruchungen am oberen Kernbehälterflansch erwartet werden, ist vor allen eine realistische Modellierung dieses Bereiches wünschenswert. Deshalb wurden nur die parametrischen Rechnungen mit starrem Flansch durchgeführt, während bei einer konservativen Abschätzung der maximalen Blowdown-Beanspruchungen, die in Kap. 4.2.4 vorgeführt wird, die endliche Flanschsteifigkeit zu berücksichtigen ist.

Die Beschränkung auf rein horizontale Flanschbewegungen erscheint nach den in Kap. 1 zitierten Ergebnissen der GRS gerechtfertigt. Bei der konservativen DWR Rechnung in Kap. 4.2.4 wird aber auch diese Vereinfachung fallengelassen und ein axiales Spiel des Kernbehälters zugelassen.

Die parametrischen Rechnungen lassen sich in 4 Gruppen zusammenfassen:

(a) Rechnungen mit linearer Kernbehälterlagerung und mit Kernmodell
(Fall FX5)

Die Eingabedatensätze der homogenisierten Modelle für Reaktorkern und oberen Sammelraum sind in Tabelle 4 angegeben. Normalerweise wird im Fall FX5 aus Rechenzeitgründen im oberen Sammelraum nur reines Fluid betrachtet, da sich gezeigt hat, daß diese Vereinfachung auf die berechneten Kernbehälter- und Kernverformungen nur einen geringen Einfluß hat.

In Tabelle 5 sind die Eingabedaten für das Lochplattenmodell zusammengestellt. Hierin sind u.a. zwei verschiedene Plattenhöhen und -dichten angegeben, die für das Fluid und die Struktur (Kernbehälter) wirksam sind. Dies ist erforderlich, weil die Trägheitswirkung der Lochplatten direkt im

Strukturcode CYLDY3 berücksichtigt wird, hier aber nur homogene Platten vorgesehen sind.

Eine detailliertere Ableitung der Parameter in den Tabellen 4 und 5 ist in [81] gegeben.

(b) Rechnungen mit linearer Kernbehälterlagerung, aber ohne Kernmodell
(Fall FX4)

In diese Gruppe fallen Rechnungen mit dem alten FLUX-4 Code, bei denen die Trägheitswirkung des Kernes nur durch einen Massering simuliert wurde. Wie im HDR Modell wurde auch hier die Masse dieses Ringes auf 50% der Gesamtmasse der KBE, die ca. 200 t beträgt, festgelegt. Die Ausmaße des Ringes sind in Tabelle 6 aufgeführt.

In Kap. 4.2.1 werden noch einige weitere Methoden zur Berücksichtigung der Kernträchtigkeit behandelt und die zugehörigen Rechenergebnisse verglichen.

(c),(d) Die entsprechenden Rechnungen mit nichtlinearer Kernbehälterlagerung
(Fall FX5AN bzw. FX4AN)

Wegen der vorausgesetzten starren Kernbehälterflansche reicht es aus, nur 8 Anschlagpositionen am gesamten Kernbehälter zu betrachten, deren Lage Abb. 4.1 zeigt. In Tabelle 7 sind die zugehörigen Flexibilitäten und Anfangsspiele niedergelegt. Dabei wurden die Spiele nach Herstellerangaben festgelegt [82], während die Werte der Flexibilitäten lediglich grobe Schätzungen darstellen. Für die axialen Niederhaltekräfte am oberen Flansch werden so hohe Werte eingesetzt, daß ein axiales Abheben des Kernbehälters unmöglich ist. Alle Anschläge sind rein linear, d.h. es findet keine Plastifizierung statt.

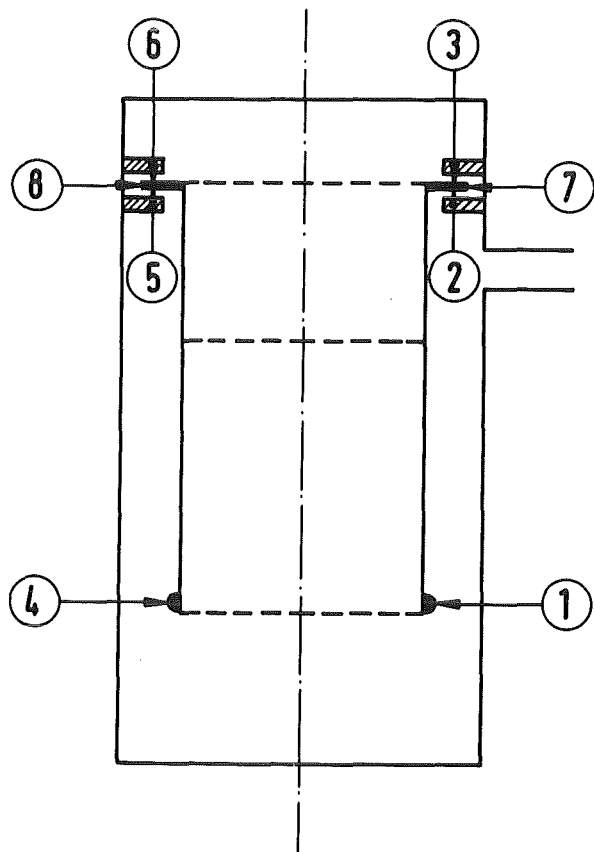


Abb. 4.1: Das verwendete Anschlagmodell

Innerhalb dieser Gruppen ist nun eine große Anzahl parametrischer Rechnungen durchgeführt worden. Tabelle 8 zeigt eine Zusammenstellung aller dieser Rechnungen mit den Angaben, in welchen Punkten sie vom Standardfall abweichen.

4.1.2 Diskretisierung

Bislang wurden Rechnungen mit drei verschiedenen Maschennetzen durchgeführt, die Parameter dieser Netze sind in Tabelle 9 beschrieben. Man kann sie charakterisieren als "grob" (Netz N1), "mittelfein" (Netz N2) und "fein" (Netz N3). Die Komplexität der Netze sowie Rechenzeiten für 100 msec Echtzeitsimulationen der 4 Standardfälle sind in Tabelle 10 angegeben. Man erkennt, daß der neue Code FLUX-5 nur geringfügig langsamer als FLUX-4 ist, was sein Rechenzeitverhalten bei verfeinerter Diskretisierung angeht. Mit dem größten Netz N1 dauert die FX5 Rechnung ca. 2.5 mal länger als die zugehörige FX4 Rechnung, und dieser Faktor steigt bei dem mehr als 10 mal komplexeren N3-Netz auf 5.5.

Als nächstes soll die Frage untersucht werden, mit welcher Diskretisierungseinheit bei der parametrischen Untersuchung gearbeitet werden muß. Es zeigt sich, daß dies von den untersuchten physikalischen Größen abhängt. In dieser Arbeit werden vor allem zwei Aspekte untersucht: Die Verformungen und Beanspruchungen des Kernbehälters und des Reaktorkernes.

Untersuchung des Kernbehälters

Aus Rechnungen zu den HDR Versuchen ist bekannt, daß praktisch erst Rechnungen mit Netz N3 frei von numerischen Einflüssen sind. Für die parametrische Untersuchung der Kernbehälterbelastung kann aber dennoch Netz N1 als ausreichend fein betrachtet werden, wofür zwei Gründe anzugeben sind. Zum einen kommt es bei parametrischen Rechnungen vor allem auf den Vergleich der Rechnungen untereinander an, so daß ein in allen Rechnungen gleicher, kleiner numerischer Fehler toleriert werden kann. Zum anderen ist der Einfluß dieses numerischen Fehlers aus früheren Rechnungen und Vergleichen mit HDR Ergebnissen sehr gut bekannt. So weiß man, daß es eine ganze Reihe von Auswertegrößen gibt, die auch schon bei Rechnungen mit Netz N1 praktisch frei von numerischen Fehlern berechnet werden (z. B. integrale Kernbehälterkräfte, oder Verformungen, die nur von niedrigen Balkenmodes beeinflußt werden). Dagegen werden alle Größen, die von höheren Schalenmodes bestimmt werden (z. B. die maximale Kernbehälterspannung) mit einem groben Netz zu niedrig berechnet.

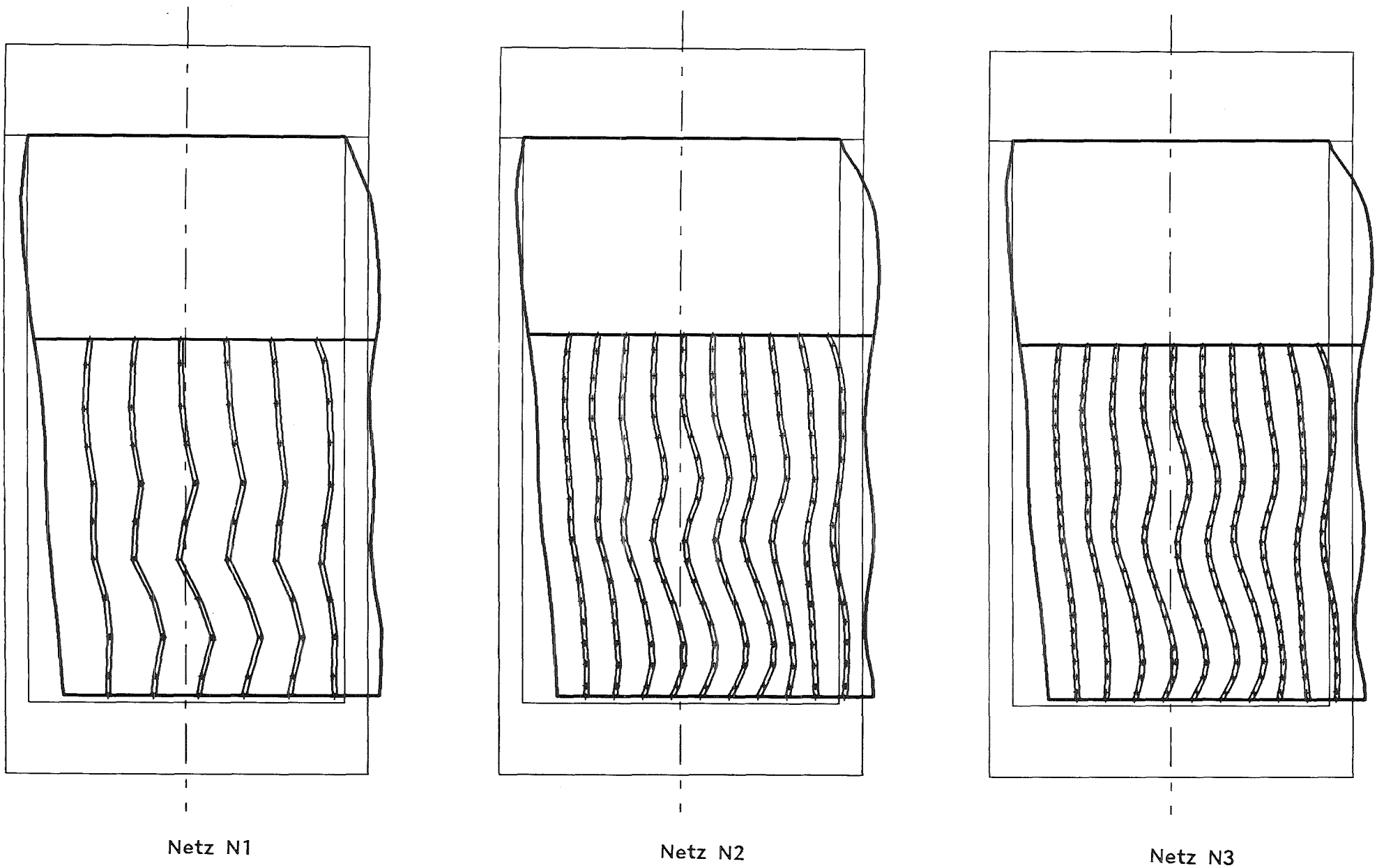


Abb. 4.2: Stabauslenkungen in der Stutzebene, 30 msec nach Bruchöffnung.
 Berechnet mit drei verschiedenen Maschennetzen N1 - N3, alle
 Auslenkungen sind 200 fach vergrößert.

Untersuchung des Kernverhaltens

Bei der Untersuchung des Kernbehälters benutzt man zur Auswertung meist die Zeitverläufe lokaler Größen, und diese werden nicht sehr stark von der Diskretisierungsfeinheit beeinflusst. Bei der Untersuchung des Kernverhaltens sind solche lokalen Größen wegen der starken Wechselwirkung aller Stäbe untereinander allein nicht ausreichend. Es ist genauso wichtig, zu einzelnen diskreten Zeitpunkten den Verformungszustand des gesamten Kernverbandes, oder zumindest eines genügend großen Ausschnittes zu betrachten. Nur so läßt sich ein Einblick in das globale Bewegungsverhalten gewinnen.

In dieser Arbeit werden dazu Längsschnitte durch den Reaktorkern betrachtet, und zwar vornehmlich Schnitte in der Stutzebene (vergl. Kap. 2.2.9). Abb. 4.2 zeigt typische Ergebnisse für den Fall FX5, berechnet mit den drei verschiedenen Netzen N1 - N3. Die Bilder wurden mit dem Plotprogramm COREPLOT erzeugt, das auf dem graphischen System GIPSY [83] aufbaut. Gezeigt ist in jedem Fall der Verformungszustand der Brennstäbe, des Kernbehältes und der Lochplatten 30 msec nach der Bruchöffnung, der hier nicht eingezeichnete Stützen befindet sich auf der rechten Seite. Zur Verdeutlichung wurden die berechneten Verformungen um den Faktor 200 vergrößert.

Man sieht erst bei Netz N3 wirklich "glatte" Stäbe, auch bei N2 sind noch deutlich leichte Knicke in den Stabkonturen zu erkennen. Im Fall N1 ist die radiale und axiale Auflösung zu klein, um noch Details des Verformungszustandes erkennen zu können. Die Knicke sind hier auch so stark, daß alle berechneten Biegungen und Spannungen unrealistisch sind. Für die parametrische Untersuchung des Reaktorkernverhaltens muß also auf Rechnungen mit Netz N2 zurückgegriffen werden.

4.2 Kernbehälterbelastung

4.2.1 Rechnungen ohne Kernmodell

Bevor die FLUX-5 Ergebnisse präsentiert werden, soll in diesem Abschnitt noch einmal auf Rechnungen ohne Kernmodell eingegangen werden. Diese Untersuchung erfolgt aus zwei Gründen. Zum einen ist der FLUX-4 Code ohne Kernmodell ausgezeichnet anhand der HDR-Experimente verifiziert worden, so daß diese Ergebnisse eine sichere Grundlage für die weiteren FLUX-5 Rechnungen bilden. Zum anderen wird in so gut wie allen existierenden Programmen zur numerischen

Simulation der Blowdownbelastungen eines DWR-Kernbehälters in irgend einer Form eine Trägheitsapproximation der KBE vorgenommen. Ein wichtiges Ziel dieser Arbeit ist es deshalb abzuschätzen, wie groß der zu erwartende Fehler bei dieser Approximation ist.

Hier werden insgesamt 4 verschiedene Möglichkeiten, die Trägheit der KBE zu simulieren, durchgespielt. Neben dem Standardfall eines Masseringes von 50% Kernmasse (Fall FX4 bzw. FX4AN) sind dies:

(a) Ein Massering von 100% Kernmasse (Fall FX4-M bzw. FX4AN-M).

(b) Die Masse der KBE wird dem Fluid zugeschlagen. Dazu wird als Fluiddichte ρ_g die Schmierdichte aus Fluid- und Strukturdichte gewählt (FX4-G bzw. FX4AN-G):

$$(4.1) \quad \rho_g = \alpha \rho_0 + (1-\alpha) \rho_{s,0}$$

(c) Wie (b), aber bei der Berechnung der effektiven Fluiddichte wird ein konstanter Schlupf zwischen Fluid und Stäben berücksichtigt. In [70] wurde für diesen Fall die folgende effektive Dichte gefunden (Fall FX4-SL bzw. FX4AN-SL):

$$(4.2) \quad \rho_{s1} = \rho_0 * [(\alpha + \rho^-)(1-\alpha) \rho_{s,0} + \alpha \rho^- \rho_0] / [\alpha(1-\alpha)(\alpha \rho_{s,0} + (1-\alpha) \rho_0) + \rho^- \rho_0]$$

Im Grenzwert $\rho^- \rightarrow \infty$ (kein Schlupf) gilt: $\rho_{s1} \rightarrow \rho_g$

Im Fall (a) wird durch den schweren Massering die tatsächlich wirksame Kernträgheit sicherlich weit überschätzt. Dies ist, wegen der vollständigen Vernachlässigung des Schlupfeffektes, auch noch im Fall (b) zu erwarten, während bei (c) dieser Schlupfeffekt sicherlich überschätzt und die effektive Kernmasse dadurch unterschätzt wird. Bei (b) und (c) tritt aber nicht der Fehler auf, daß die Trägheitswirkung der KBE auf das untere Kernbehälterende konzentriert ist.

Bei den Rechnungen zu (b) und (c) wurde die Fluidschallgeschwindigkeit so gewählt, daß die Kompressibilität des künstlichen Fluides in beiden Fällen gleich der Kompressibilität des homogenisierten Fluid-Stab Gemisches ist:

$$(4.3) \quad \rho_g a_g^2 = \rho_{s1} a_{s1}^2 = [\alpha / \rho_0 a^2 + (1-\alpha) / \rho_{s,0} a_s^2]^{-1}$$

Aus (4.1) - (4.3) ergeben sich dann folgende Zahlenwerte:

$$\rho_g = 4011 \text{ kg/m}^3 \quad a_g = 485 \text{ m/sec}$$

$$\rho_{s1} = 1591 \text{ kg/m}^3 \quad a_{s1} = 770 \text{ m/sec}$$

Abb. 4.3 - 4.6 zeigen einige Ergebnisse von Rechnungen mit linear gelagertem Kernbehälter.

In Abb. 4.3 sind die berechneten radialen Verschiebungen des unteren Kernbehälterendes (reine Balkenbewegung) dargestellt. Man erkennt, daß sich das Ergebnis von FX4-M stark von den anderen drei Kurven unterscheidet, Amplitude und Frequenz sind hier ca. 20% niedriger. Dies ist eindeutig ein Effekt der sehr hohen Kernträgheit.

In den restlichen drei Rechnungen zeigen sich bei Amplitude und Frequenz nur sehr geringe Unterschiede. Der schnellste Anstieg und das höchste Maximum tritt bei FX4-SL auf, in diesem Fall hat der Kernbehälter auch die höchste Grundfrequenz. Dies Ergebnis ist wegen der im Vergleich zu den anderen Rechnungen sehr niedrigen effektiven Kernmasse plausibel.

Interessant ist vor allem, daß die Ergebnisse von FX4 und FX4-G fast deckungsgleich sind, obwohl bei FX4-G die Kernmasse überschätzt wird. Der 50% Massering scheint also etwas zu schwer zu sein. Insgesamt ist der Einfluß der Kernträgheit auf die Balkenbewegung der Kernbehälters aber recht gering.

Größere Unterschiede zwischen den einzelnen Rechnungen sind bei den Schalenschwingungen zu erkennen (Abb. 4.4 und 4.5). Hier zeigen die Rechnungen FX4-G und FX4-SL, in denen die Kernträgheit durch ein schweres Fluid simuliert wurde, Peaks, die bei FX4 und FX4-M nicht vorkommen. Die wohl plausibelste Erklärung für diese Auslenkungsspitzen ist die folgende:

Es handelt sich um einen Fluid-Struktur-Wechselwirkungseffekt. Während der ersten 20 msec wird das Fluid im Kernbehälter-Inneren stark in Stutzenrichtung beschleunigt. Dann wird diese Balkenbewegung des Kernbehälters rapide abgebremst, und die Trägheit des (sehr schweren) Fluides im Inneren führt zu einer Verformungswelle, die sich am Kernbehälter von unten nach oben ausbreitet. Die Rechnungen mit Massering können diesen Effekt nicht simulieren, da die Kernmasse hier am unteren Ende konzentriert ist.

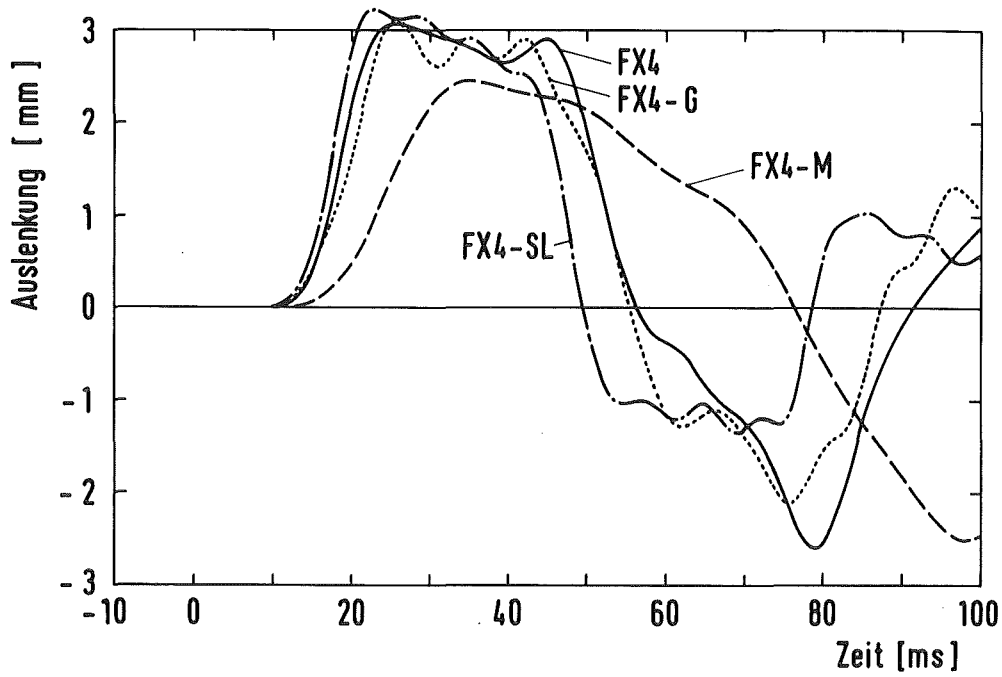


Abb. 4.3: Zeitlicher Verlauf der Auslenkung des unteren Rostes bei verschiedener Approximation der Kerneinbauten. Reine FLUX-4 Rechnungen:

- FX4 - Massering von 50% Kernmasse
- FX4-M - Massering von 100% Kernmasse
- FX4-G - Fluiddichte nach (4.1)
- FX4-SL - Fluiddichte nach (4.2)

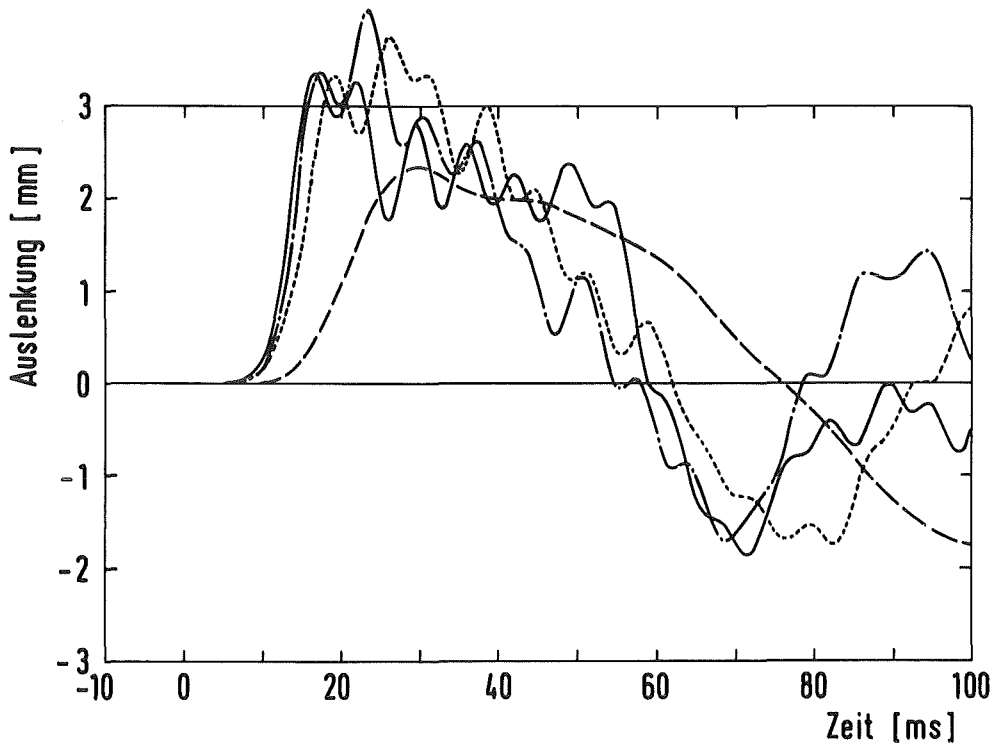


Abb. 4.4: Zeitlicher Verlauf der radialen Kernbehälterauslenkung 4m unterhalb des Stützens. Kennzeichnung der Kurven wie in 4.3.

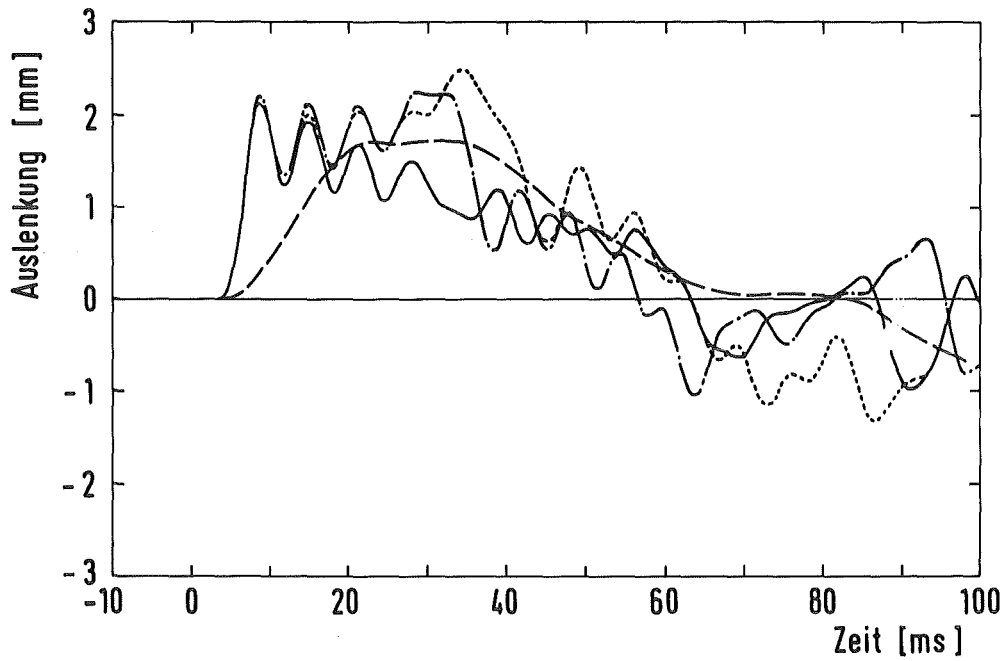


Abb. 4.5: Zeitlicher Verlauf der radialen Kernbehälterauslenkung am Stutzen. Kennzeichnung der Kurven wie in 4.3.

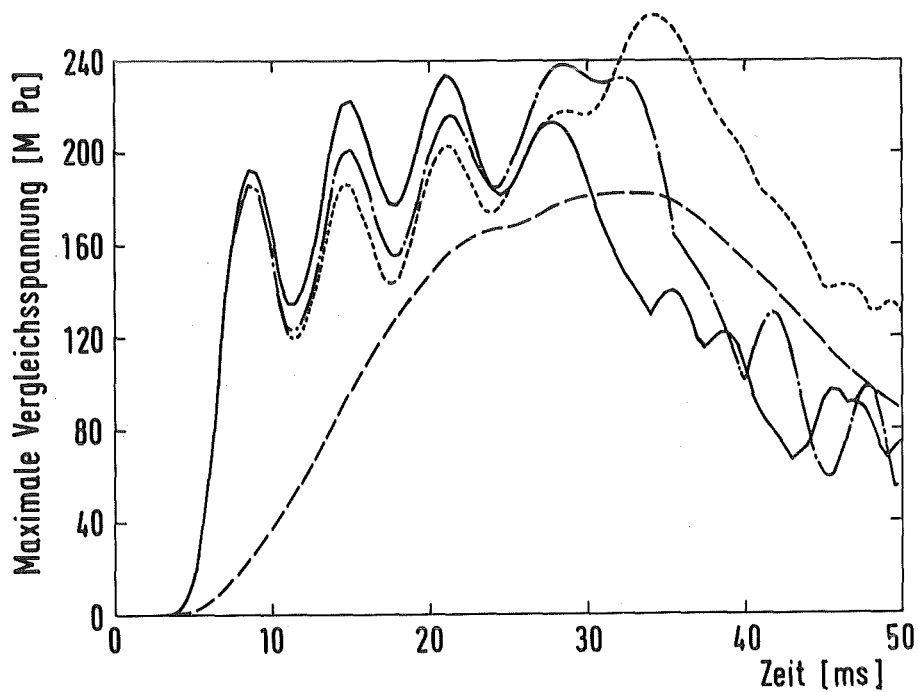


Abb. 4.6: Zeitlicher Verlauf der maximalen Vergleichsspannung am Kernbehälter. Kennzeichnung der Kurven wie in 4.3.

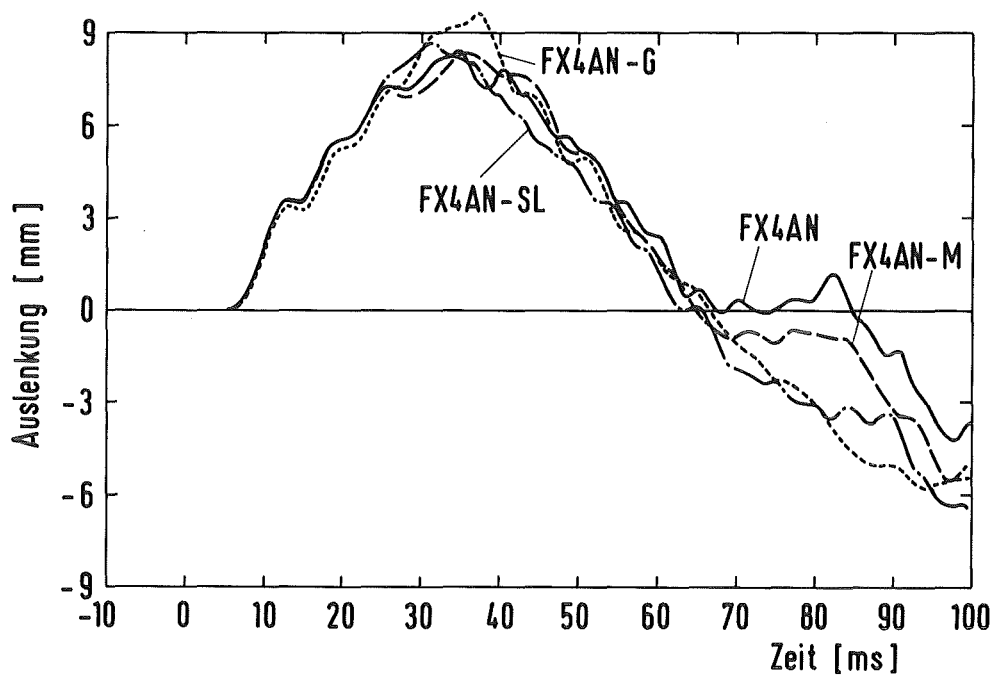


Abb. 4.7: Zeitlicher Verlauf der radialen Kernbehälterauslenkung in Höhe der Gitterplatte. Reine FLUX-4 Rechnungen mit lose gelagertem Kernbehälter.

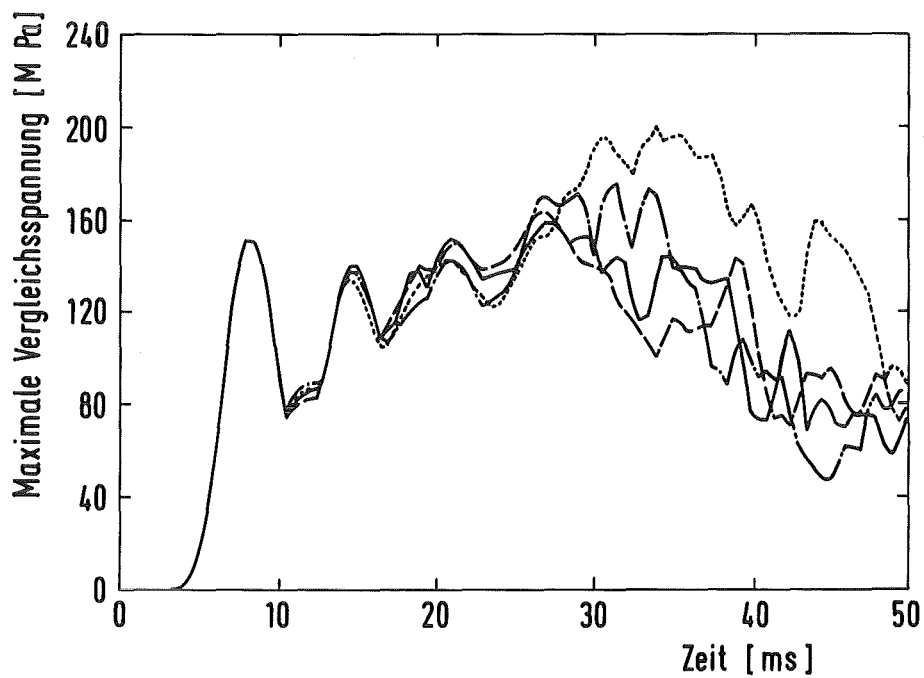


Abb. 4.8: Zeitlicher Verlauf der maximalen Vergleichsspannung am Kernbehälter. Kennzeichnung der Kurven wie in 4.7.

Dieser Auslenkungsspeak macht sich in abgeschwächter Form auch bei der berechneten Maximalspannung am Kernbehälter bemerkbar (Abb. 4.6), in der Rechnung FX4-G liegt das absolute Spannungsmaximum um ca. 10% höher als bei FX4. In diesen Kurven wurde für jeden Zeitschritt die maximale Vergleichsspannung (nach der v. Mises-Hypothese) über die gesamte Kernbehälterschale bestimmt. Dabei kann natürlich der Ort, an dem dies Maximum angenommen wird, von Zeitschritt zu Zeitschritt variieren. Das absolute Spannungsmaximum trat aber in allen Rechnungen oberhalb des Stutzens an der Kernbehälterereinspannung auf.

Bei den entsprechenden Rechnungen mit Anschlägen (Abb. 4.7, 4.8) sind die Unterschiede geringer. Wegen der großen Spiele an der oberen und unteren Lagerung führt der Kernbehälter über weite Zeitbereiche reine Festkörperbewegungen aus, wobei sich die unterschiedliche Kernmodellierung nur durch ein geringfügig anderes Zeitverhalten bemerkbar macht.

In allen 4 Rechnungen schlägt der Kernbehälter nach ca. 25 msec am unteren Ende an, und löst sich nach 40-50 msec wieder von dort. Innerhalb der simulierten 100 msec findet kein Anschlag an der gegenüberliegenden Seite statt. Am oberen Flansch erfolgt der Anschlag nach 30 msec, und nach 40 msec wieder die Ablösung.

In der kurzen Zeit, die der Kernbehälter sowohl oben als auch unten anliegt, kommt es in der Schale zu Auslenkungs- und Spannungsspeaks. Wegen des schon erwähnten Fluid-Struktur Wechselwirkungseffektes treten die höchsten Belastungen wieder in den Rechnungen mit schwerem Fluid auf, die Unterschiede sind jetzt noch ausgeprägter als in den Rechnungen mit fest eingespanntem Kernbehälter. Im ganzen wird die Kernbehälterspannung durch die lose Lagerung aber reduziert.

4.2.2 Einfluß der Abstandshaltermodellierung

Aus einer Vielzahl parametrischer Rechnungen hat sich ergeben, daß im Rahmen des Fluid-Stab Kontinuumsmodelles die Modellierung der Abstandshalter den größten Einfluß auf die berechnete Kernbehälterbeanspruchung hat. In den Abbildungen 4.9 - 4.12 werden Ergebnisse von Rechnungen mit linear gelagertem Kernbehälter verglichen, wobei die folgenden Varianten untersucht wurden:

- (a) Standardfall: Lineares Abstandshaltermodell (FX5)
- (b) Alle Federsteifigkeiten der Abstandshalter sind auf Null (FX5-A)

(c) Steifigkeit c_r der Kernumfassungs-Ersatzfedern (Abb. 2.8) ist Null (FX5-B)

(d) Nichtlineares Abstandshaltermodell (FX5-C)

Aus Abb. 4.9 sieht man, daß die Rechnungen zu FX5 und FX5-A starke Unterschiede in den Amplituden der Kernbehälterbewegung (hier: Radiale Auslenkung 4m unterhalb des Stützens) zeigen. Bei Berücksichtigung des linearen Abstandshaltermodelles sinkt die Amplitude sowohl der Balken- als auch der Schalenbewegung um 30% . Die berechnete Maximalauslenkung liegt damit noch unter dem FLUX-4 Vergleichsergebnis (FX4).

Die Ursache hierfür ist, daß durch das (unrealistische) beidseitig wirkende, lineare Federsystem die gesamte Kernbehälterschale stark verspannt ist. Die Energie kann deshalb sehr schnell vom Kernbehälter in den gesamten Kernverband umgespeichert werden, und dort kurzfristig in den Federn gespeichert werden. Gleichzeitig werden noch lokale Kernbehälterdeformationen durch die Zugwirkung der Abstandshalterfedern stark gedämpft.

Diese starke Verspannung ist aber, wie schon erwähnt, unrealistisch. Eine Lockerung durch Vernachlässigung der Randfedern (FX5-B) oder Verwendung des einfachen nichtlinearen Modelles (FX5-C) (Abb. 4.10) führt dann auch zu erheblich höheren Amplituden der Kernbehälterauslenkung. Aber auch das gelockerte Stab-Abstandshaltersystem beeinflusst die Kernbehälterbewegung noch deutlich, verglichen mit der FX5-A Rechnung ganz ohne Koppelungskräfte fallen die maximalen Auslenkungen in FX5-B und FX5-C um ca. 7% niedriger aus. Sie sind damit fast identisch mit den Ergebnissen des Rechenlaufes FX4-G (Kernmasse durch die Schmierdichte aus Fluid- und Stabdichte ersetzt).

Bei den berechneten Maximalspannungen am Kernbehälter (Abb. 4.11 und 4.12) ergibt sich ein ähnliches Bild. Das lineare Abstandshaltermodell senkt die berechneten Beanspruchungen um ca. 10% ab, die Unterschiede zwischen FX5-A, FX5-B und FX5-C sind von der Tendenz her plausibel, aber insgesamt recht klein. Interessant ist, daß bei allen Rechnungen mit Kernmodell die berechnete Maximalspannung kleiner ausfällt als beim FLUX-4 Vergleichslauf, und das obwohl die berechnete Spannung bei diesem Lauf eher zu niedrig ist (vergl. 4.2.1). Die generelle Tendenz ist also, daß die Berücksichtigung eines detaillierten Kernmodelles die berechneten Beanspruchungen des Kernbehälters reduziert. Im Vergleich mit Rechnungen, bei denen die Kernträgheit durch

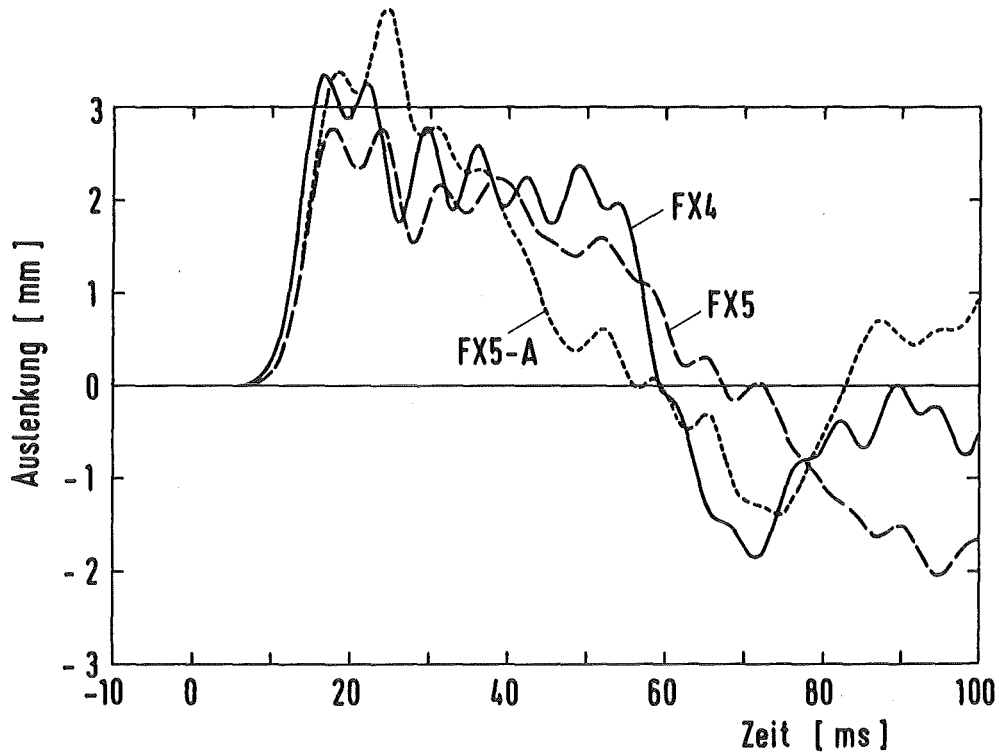


Abb. 4.9: Zeitlicher Verlauf der radialen Kernbehälterauslenkung 4m unterhalb des Blowdownstutzens.

- FX4 - FLUX-4 Standardlauf
- FX5 - FLUX-5 Standardlauf
- FX5-A - FLUX-5 Lauf ohne Koppelungskräfte.

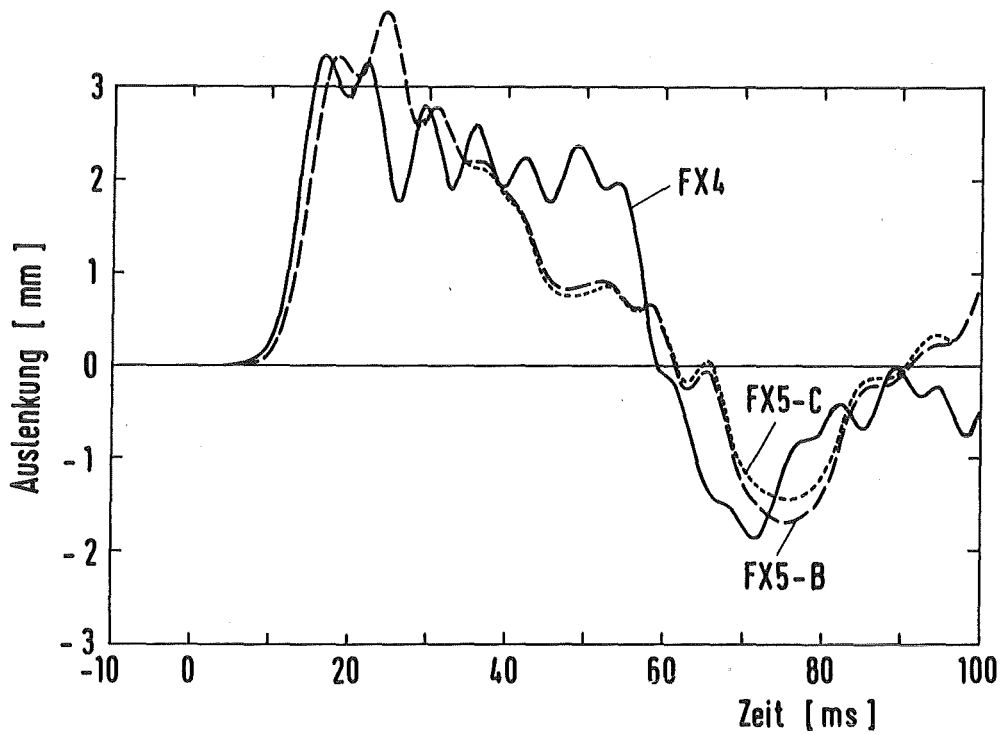


Abb. 4.10: Zeitlicher Verlauf der radialen Kernbehälterauslenkung 4m unterhalb des Stutzens.

- FX4 - FLUX-4 Standardlauf
- FX5-B - FLUX-5 Lauf ohne Steifigkeit der Kernumfassung
- FX5-C - FLUX-5 Lauf mit nichtlinearem Abstandshaltermodell.

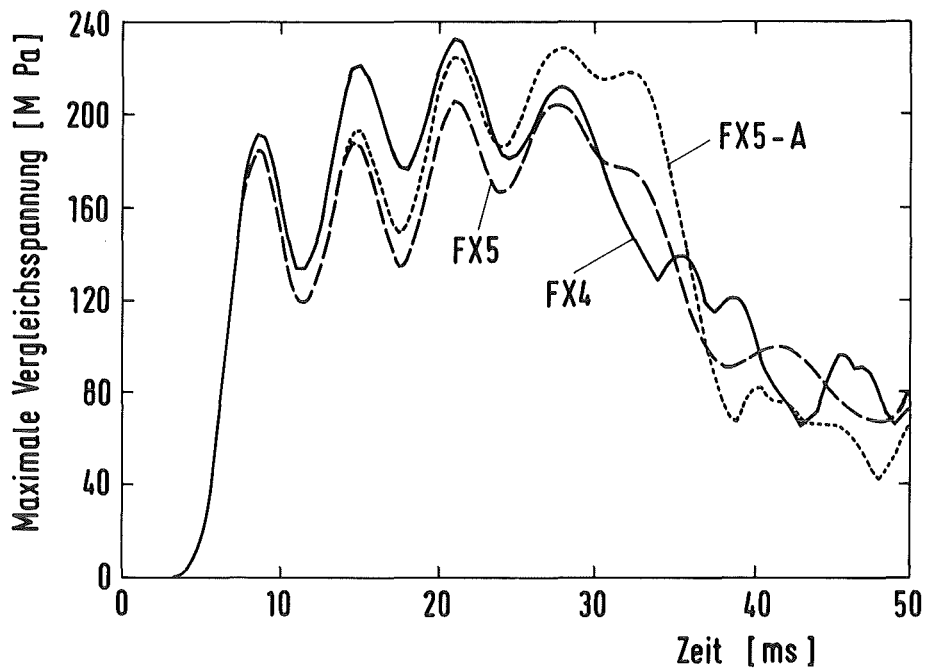


Abb. 4.11: Zeitlicher Verlauf der maximalen Vergleichsspannung am Kernbehälter.
Kennzeichnung der Kurven wie in 4.9.

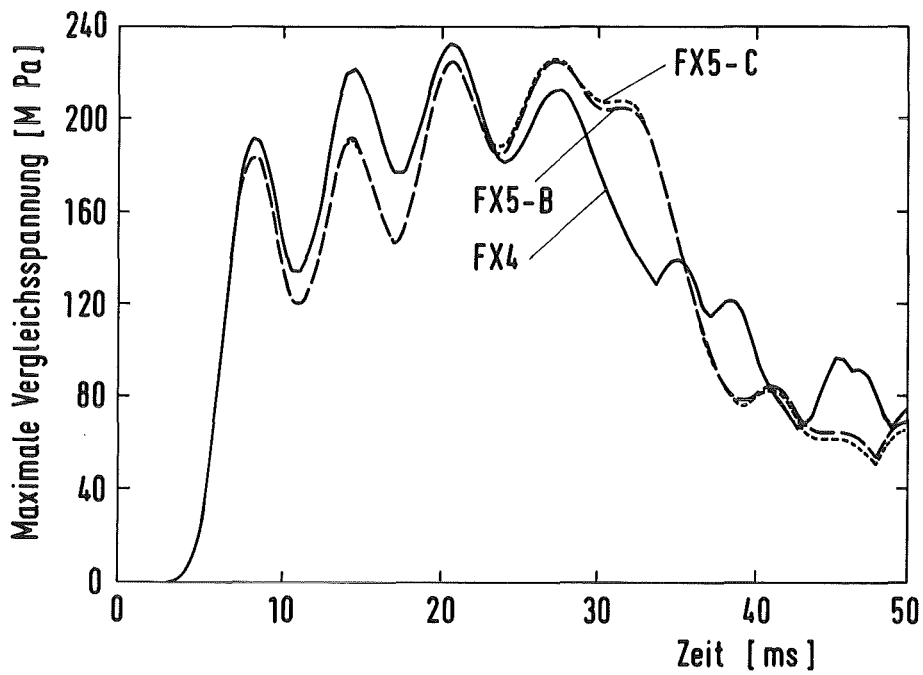


Abb. 4.12: Zeitlicher Verlauf der maximalen Vergleichsspannung am Kernbehälter.
Kennzeichnung der Kurven wie in 4.10.

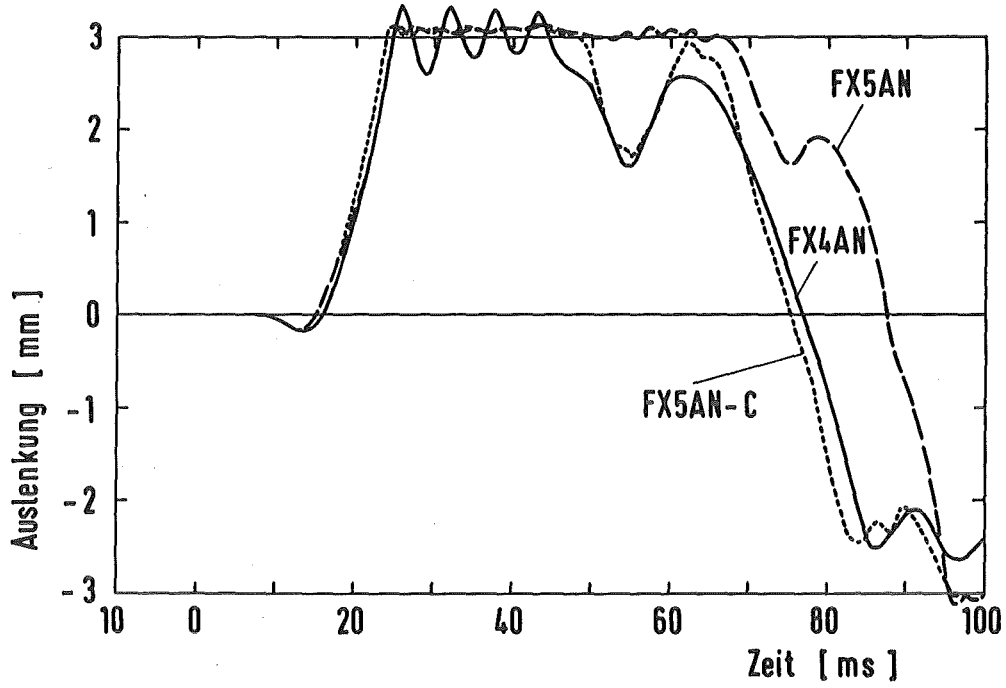


Abb. 4.13: Zeitlicher Verlauf der Auslenkung des unteren Rostes. Rechnungen mit lose gelagertem Kernbehälter.

- FX4AN - FLUX-4 Standardlauf
- FX5AN - FLUX-5 Standardlauf
- FX5AN-C - FLUX-5 Lauf mit nichtlinearem Abstandshaltermodell.

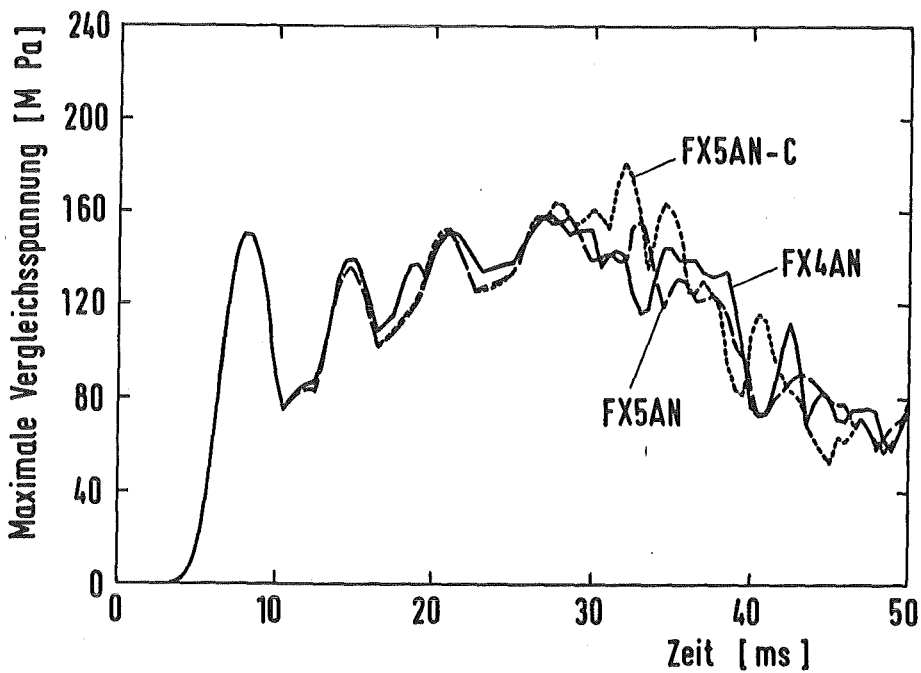


Abb. 4.14: Zeitlicher Verlauf der maximalen Vergleichsspannung am Kernbehälter. Kennzeichnung der Kurven wie in 4.13.

einen 50% Massering berücksichtigt wird, ist dieser Effekt allerdings relativ klein.

Ein ähnliches Bild ergibt sich auch bei Rechnungen mit nichtlinear gelagertem Kernbehälter. Hier sind die Unterschiede zwischen den Rechnungen FX5AN-A, FX5AN-B und FX5AN-C äußerst gering. Jetzt werden aber auch die Grenzen des hier benutzten nichtlinearen Modelles der Abstandshalterfedern erreicht, wegen der starken Festkörperbewegung des Kernbehälters macht sich die Vernachlässigung von azimuthal wirkenden Kräften stark bemerkbar. Bei Verwendung des linearen Abstandshaltermodelles ändern sich die Ergebnisse überraschenderweise relativ stark, so bleibt, wie Abb. 4.13 zeigt, der untere Rost wesentlich länger am RDB "kleben". Dies kann wohl so erklärt werden, daß die Energie, die in den ersten 30 msec vom Kernbehälter in das Stab-Feder System geflossen ist, zwischen 40 und 50 msec wieder zurückfließt und der Kernbehälter dadurch in Stutzenrichtung gedrückt wird. Inwieweit dies Verhalten tatsächlich realistisch ist, kann mit den vorhandenen Modellen aber nicht geklärt werden.

Die errechneten Maximalspannungen am Kernbehälter (Abb. 4.14) zeigen Spitzen zu dem Zeitpunkt, an dem der Kernbehälter am oberen Tragflansch anschlägt. Jetzt liegt das absolute Spannungsmaximum in Lauf FX5AN-C sogar geringfügig höher als im FX4AN Vergleichslauf (Rechnung mit 50% Massering). Verglichen mit FLUX-4 Rechnungen, bei denen die Kernträchtigkeit der Fluiddicke zugeschlagen wird, sind die in FX5AN-C berechneten Spannungen allerdings geringer. Damit bestätigt sich auch bei Rechnungen mit nichtlinear gelagertem Kernbehälter die generelle Tendenz, daß mit einem realistischen Modell für die Kerneinbauten die berechneten Kernbehälterbelastungen sinken.

4.2.3 Sonstige Kernmodellparameter

Die übrigen Parameter des Kernmodelles haben nach der Parameterstudie keinen allzu großen Einfluß auf die Kernbehälterbewegung. Abb. 4.15 zeigt beispielhaft drei Rechnungen, bei denen die Biegesteifigkeit der Brennstäbe variiert wurde. Neben dem Standardlauf FX5 sind hier zu finden:

Fall FX5-W: Biegesteifigkeit der Stäbe ist Null.

Fall FX5-S: Biegesteifigkeit ist 10 mal höher als normal.

Die Abweichungen der einzelnen Kurven untereinander sind insgesamt kleiner als 10% . Je höher der Steifigkeitsparameter der Stäbe ist, desto stärker wird

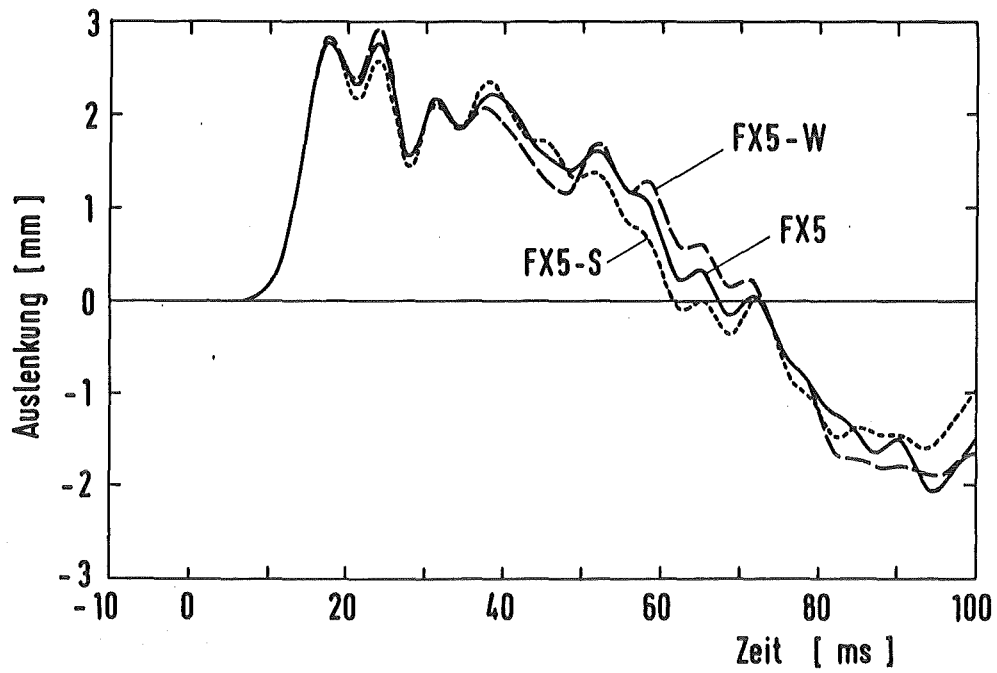


Abb. 4.15: Zeitlicher Verlauf der radialen Kernbehälterauslenkung 4m unterhalb des Stutzens. Rechnungen mit unterschiedlicher Biegesteifigkeit der Stäbe.

FX5 - Standardlauf FLUX-5

FX5-W - Biegesteifigkeit Null

FX5-S - Biegesteifigkeit 10 mal höher als normal

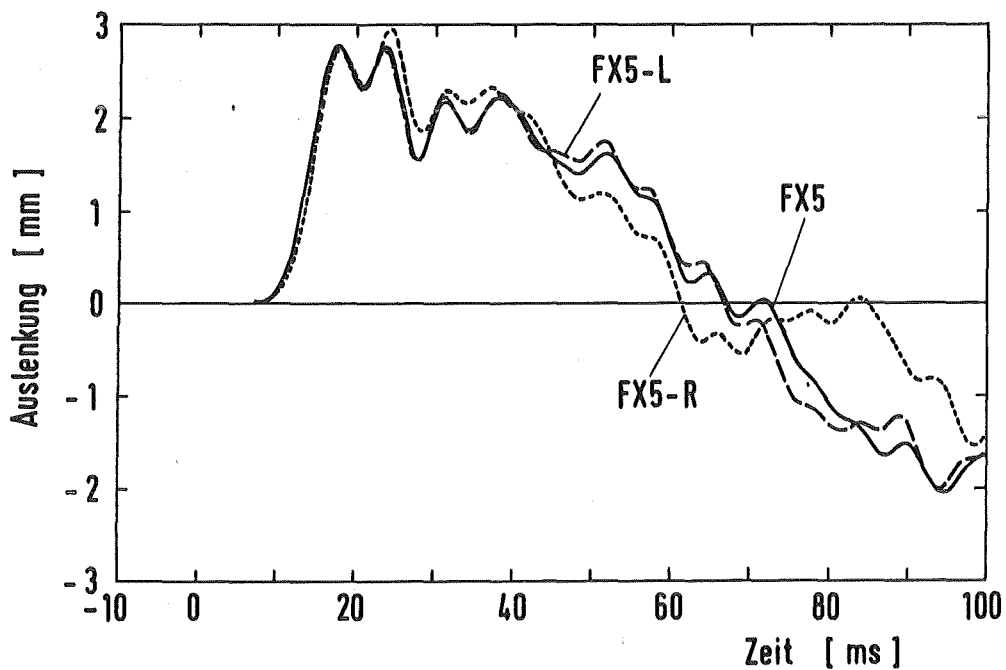


Abb. 4.16: Zeitlicher Verlauf der radialen Kernbehälterauslenkung 4m unterhalb des Flansches. Rechnungen mit unterschiedlichen Parametern der virtuellen Fluidichte.

FX5 - $\rho^- = 0.29$

FX5-L - $\rho^- = 0$

FX5-R - $\rho^- = 100$

die Kernbehälterbewegung durch den Kern gebremst.

Ähnlich sind die Verhältnisse auch bei einer Variation der virtuellen Fluidichte ρ^- . In Abb. 4.16 sind berechnete radiale Kernbehälterauslenkungen von drei Rechnungen mit unterschiedlichem ρ^- aufgetragen:

(a) Fall FX5: Standardlauf, $\rho^- = 0.29$

(b) Fall FX5-L: $\rho^- = 0$

(c) Fall FX5-R: $\rho^- = 100$

Durch die sehr hohe virtuelle Fluidichte im Fall FX5-R wird erzwungen, daß praktisch kein Schlupf zwischen Fluid und Stäben besteht. Die effektive Kernträgheit ist deshalb im Rechenlauf FX5-R größer als in den beiden Vergleichsläufen, was sich durch einen etwas langsameren Anstieg der Auslenkungskurve bemerkbar macht. Das absolute Auslenkungsmaximum liegt bei FX5-R dennoch geringfügig höher als in den beiden anderen Rechnungen, die Ursache hierfür kann nicht mit letzter Sicherheit festgestellt werden. Alles in allem ist die Bedeutung der virtuellen Trägheit des Reaktorkernes für die Kernbehälterbewegung aber relativ gering. Dies gilt auch, wenn die elastischen Stabkräfte vernachlässigt werden.

In einem Rechenprogramm, dessen ausschließliches Ziel die Simulation der Kernbehälterbeanspruchung ist, kann somit auf die Berücksichtigung der virtuellen Trägheit des Kernes verzichtet werden. Wenn allerdings auch das Verhalten des Kernes selbst untersucht werden soll, muß die virtuelle Trägheit berücksichtigt werden (Kap. 4.3.5).

4.2.4 Beanspruchung des DWR Kernbehälters beim Blowdown

In diesem Abschnitt soll abschließend gezeigt werden, mit welchen Kernbehälterbeanspruchungen bei einem DWR-Blowdown maximal zu rechnen ist. Dabei wird wiederum von einem 2F-Bruch mit 5 msec Bruchöffnungszeit und 3m intaktem Stutzen ausgegangen. Um zu einer konservativen Abschätzung der Beanspruchungen zu kommen, unterscheidet sich die durchgeführte FLUX-5 Simulation (Fall FX5-DWR) in folgenden Punkten von den bisherigen Rechnungen:

- Es wird die Flexibilität des oberen Flansches berücksichtigt.
- Der Kernbehälter hat am Flansch horizontale und axiale Spiele.
- Bei Störfallbeginn ist der Kernbehälter nicht zentriert gelagert.

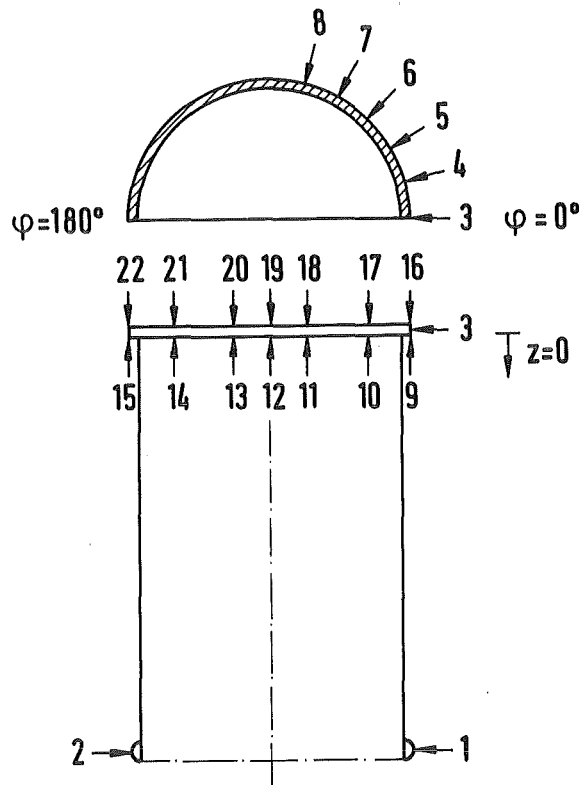


Abb. 4.17: Das für die Rechnung FX5-DWR benutzte Anschlagmodell. Die Anschläge 3 - 8 sind in 15° Abstand angeordnet, die Anschläge 7 - 15 bzw. 16 - 22 in 30° Abstand.

Die Flexibilität des Flansches wird mit dem CYLDY3-Ringmodell [15] simuliert. Bei den Rechnungen hat sich herausgestellt, daß der Kernbehälterflansch sehr weich ist. Dies machte es erforderlich, ein sehr detailliertes Anschlagmodell mit insgesamt 22 Anschlagpunkten zu verwenden (s. Abb. 4.17). Die benutzten Anfangsspiele und Flexibilitäten sind in Tabelle 11 (Anhang 3) aufgeführt.

Bei der Rechnung FX5-DWR wird als axiale Niederhalte­kraft nur das Eigengewicht der Kerneinbauten eingesetzt, so daß der Kernbehälter ein quasi freies axiales Spiel von 0.4 mm besitzt. Als Ausgangsposition nehmen wir den sehr unwahrscheinlichen Fall an, daß der Kernbehälter radial am Anschlag 2 (Abb. 4.17) anliegt, so daß am Flansch ein sehr großes Horizontalspiel von 10.5 mm auftritt. Durch dies große Spiel, sowie die vollständige Vernachlässigung von Reibungseffekten wird die Aufprallenergie des Kernbehälters sicherlich überschätzt.

Die FLUX-5 Rechnung wurde mit dem Netz N3 durchgeführt, unter Benutzung des nichtlinearen Abstandshaltermodelles. Auf die Verwendung des homogenisierten Fluid-Stab Modelles für den Corestützenbereich wurde verzichtet, was nach den weiter unten dargestellten Ergebnissen (Kap. 4.3.4) statthaft ist. Aus Rechenzeitgründen wurden nur 80 msec Realzeit simuliert, in diesen Zeitraum fallen nach den bisherigen Erfahrungen die Beanspruchungsmaxima.

Abb. 4.18 zeigt die berechneten Auslenkungen von unterem und oberem Rost, und der Kernbehälterschale gegenüber der Stützenöffnung, während Abb. 4.19 die axiale Auslenkung des Flansches an zwei Punkten wiedergibt. Man erkennt, daß quasi unmittelbar nach Blowdownbeginn der Kernbehälter zu kippen beginnt, und zwar auf den Stützen zu. Nach 10 msec schließt sich der obere axiale Anschlag 22 (180° zum Stützen). Gleichzeitig beschreibt der Kernbehälter jetzt eine horizontale Festkörperbewegung in Stützenrichtung, wobei der obere Kernbehälterteil allerdings vorausseilt. Deshalb kommt es trotz der unterschiedlichen Spiele oben und unten fast gleichzeitig zum horizontalen Anschlag (30 msec).

Wegen der Massenträgheit schwingt der Kernbehälter danach noch einige Zeit nach, dies führt zu den in Abb. 4.20 und 4.21 erkennbaren Beanspruchungsmaxima zwischen 30 und 60 msec. Der Flansch ist so weich, daß er kurzfristig radial bis zur 45° Position (Anschlag 6) am RDB anliegt. Ab 60 msec ist dann deutlich eine globale Bewegung des Kernbehälters vom Stützen weg zu erkennen. Bei 70 msec kehrt sich auch die Kippbewegung um, und der obere axiale Anschlag 16 am Stützen ist jetzt geschlossen.

Auf Abb. 4.20 sind die berechneten Maximalspannungen dargestellt. Man erkennt einige deutliche Spannungsspitzen bis fast 400 MPa, die aber größtenteils Biegespannungen darstellen und deshalb für eine Sicherheitsanalyse nur eine geringe Bedeutung haben. Die Membranspannungen liegen mit maximal 163 MPa knapp unter der Fließgrenze. Interessant ist, daß sich das horizontale Anschlagen nicht durch einen Spannungspeak bemerkbar macht.

In Abb. 4.21 sind schließlich die axiale Schnittkraft und das axiale Schnittmoment (um die horizontale Achse senkrecht zur Stützenachse) des Kernbehälters am Tragflansch dargestellt. Diese Größen wurden aus den mit CYLDY3 ermittelten Kernbehälterspannungen gerechnet:

$$(4.4a) \quad \text{Axiale Schnittkraft:} \quad K_z = H_M \int_0^{2\pi} \sigma_z^{M^*R_M} d\phi$$

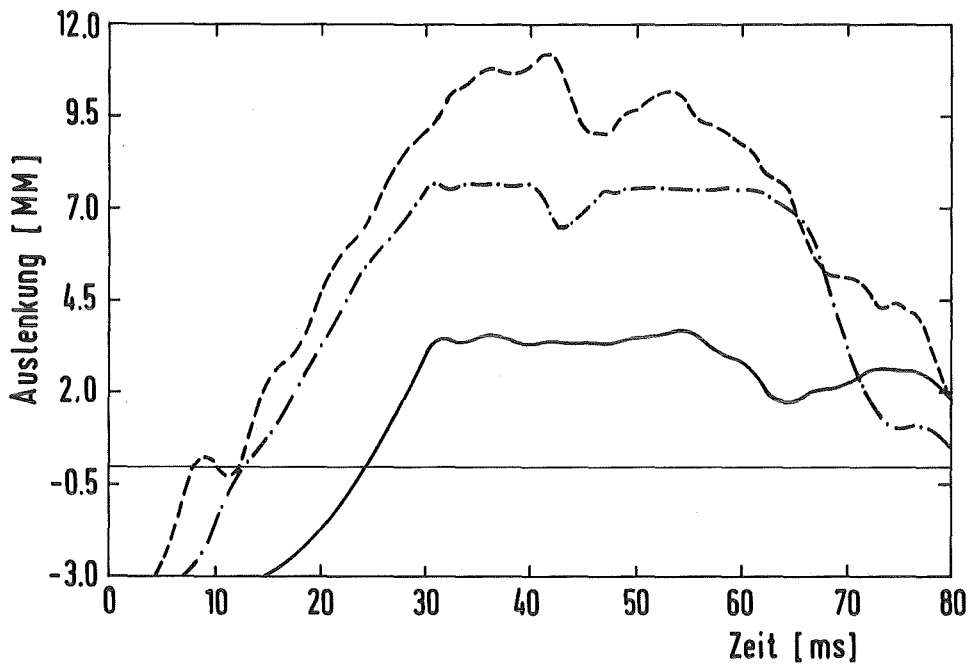


Abb. 4.18: Simulation eines DWR Blowdowns, zeitlicher Verlauf der radialen Kernbehälterauslenkung.

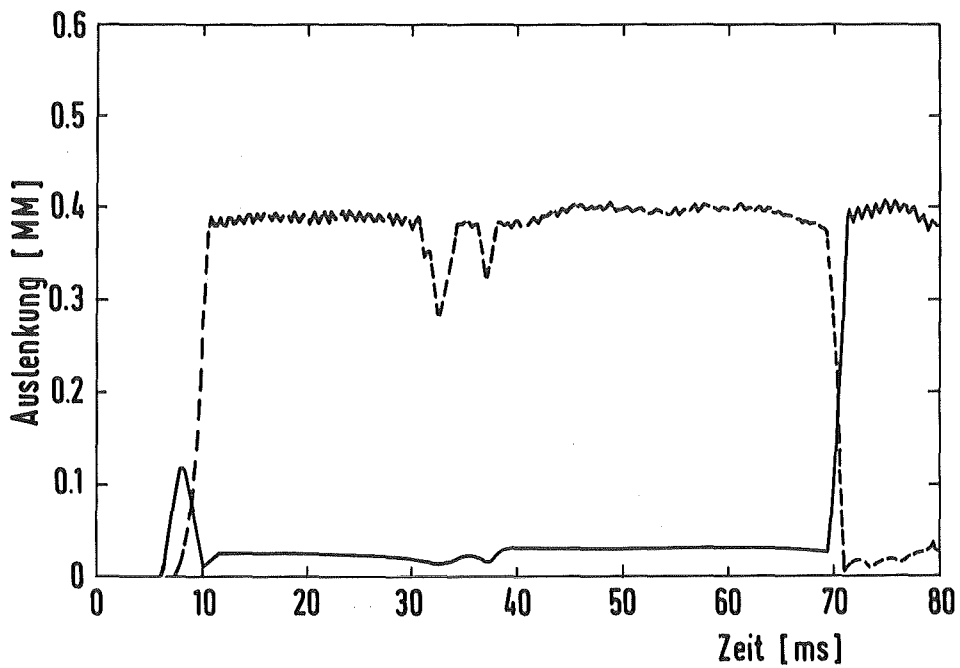


Abb. 4.19: Simulation eines DWR Blowdowns, zeitlicher Verlauf der axialen Auslenkung des Flansches.

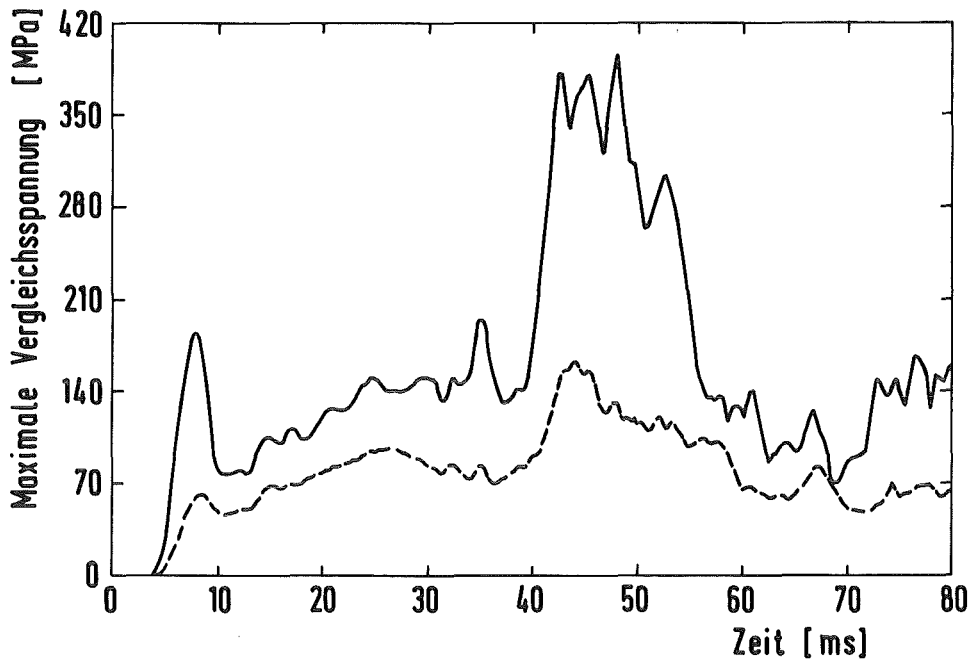


Abb. 4.20: Zeitlicher Verlauf der maximalen Vergleichsspannung am Kernbehälter (durchgezogenen) mit Membrananteil (gestrichelt).

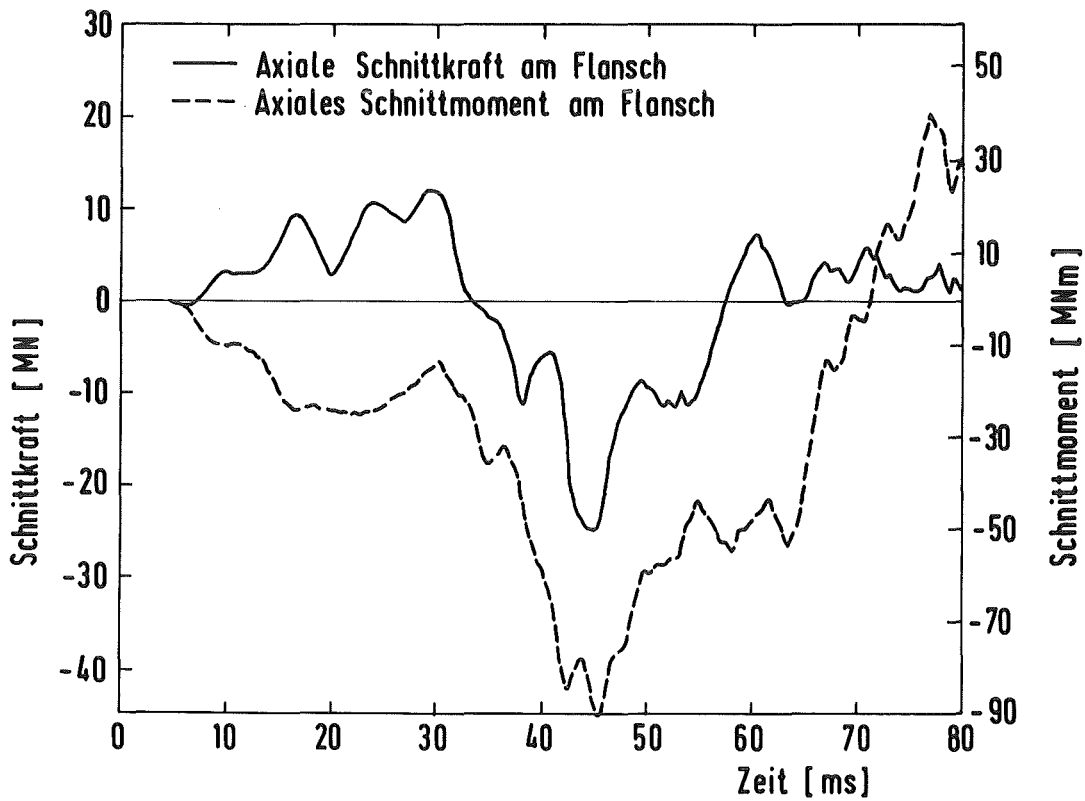


Abb. 4.21: Zeitlicher Verlauf der axialen Schnittkraft und des axialen Schnittmomentes des Kernbehälters am Flansch.

$$(4.4b) \quad \text{Axiales Schnittmoment: } M_z = -H_M \int_0^{2\pi} \sigma_z^M \cos\phi \cdot R_M^2 d\phi$$

(H_M - Wandstärke des Kernbehälters, R_M - Kernbehälterradius, σ_z^M - axiale Membranspannung am Flansch)

Die Axialkraft beträgt maximal 13 MN, das Schnittmoment 90 MNm. Nach den neuesten Ergebnissen einer Flanschsimulation mit dem Finite Elemente Programm ADINA bedeutet dies, daß keine größere Plastifizierung am Flansch zu erwarten ist [84].

4.3 Beanspruchung der Reaktorkerneinbauten

In diesem Abschnitt wird die Beanspruchung des Reaktorkernes beim Blowdown parametrisch untersucht. Wir gehen dabei nur auf Rechnungen mit fest eingespanntem Kernbehälter ein. Bei lose gelagertem Kernbehälter ergeben sich zwar wegen der veränderten Festkörperbewegung des Kernbehälters andere Verformungszustände des Kernes, es treten aber keine prinzipiell neuen Effekte auf.

4.3.1 Einfluß von Bruchquerschnitt, Öffnungszeit und Stutzenlänge

Schon früher haben parametrische Untersuchungen mit dem FLUX-4 Code gezeigt, daß die charakteristischen Parameter des Bruches (freigelegter Querschnitt, Öffnungszeit und Abstand des Bruches vom RDB) von großer Bedeutung für die resultierende Beanspruchung des Kernbehälters sind. Eine entsprechende parametrische Untersuchung soll jetzt auch für den Reaktorkern durchgeführt werden. Dabei werden vor allem die maximalen Biegebeanspruchungen der Stäbe ausgewertet, die nach folgender Formel abgeschätzt werden können:

$$(4.5) \quad \sigma_{st} = E \cdot r \cdot [(\partial^2 w_r / \partial z^2)^2 + (\partial^2 w_\phi / \partial z^2)^2]^{1/2}$$

(E - Elastizitätsmodul des BE-Hüllrohrmaterials; r - Stabradius; w_r, w_ϕ - radiale bzw. azimutale Stabauslenkung).

Das verwendete homogenisierte Stabmodell kann natürlich einzelne Belastungsspitzen, wie sie in der Nähe von Einspannungen oder Abstandshaltern auftreten, nicht erfassen. Somit stellen die absoluten Stabspannungen, die mit (4.5) errechnet werden, nur relativ grobe Näherungen dar.

Bruchquerschnitt

Die maximale Biegebeanspruchung der Stäbe erwies sich bei der durchgeführten Parametervariation als nahezu unabhängig von der Größe des Bruches. So zeigt Abb. 4.22 im Vergleich die Ergebnisse des FLUX-5 Standardlaufes FX5 (2F-Bruch) und eines Rechenlaufes mit angenommenem 0.1F-Bruch. In den dargestellten Kurven wurde für jeden Zeitschritt das Maximum der Biegespannung nach (4.5) über alle Stäbe bestimmt. Da sich der Ort, an dem das Maximum angenommen wird, mit der Zeit ändert, sind die Kurven unstetig. In der Regel treten die Spannungsspitzen aber in der Nähe der oberen Einspannung auf.

Das Ergebnis von 4.22 ist wegen der sehr geringen Unterschiede beider Kurven überraschend, obwohl schon früher [11] festgestellt wurde, daß bei einer Reduktion des Bruchquerschnittes sich die Beanspruchungen nichtlinear verhalten. Dies gilt vor allem für lokale, hochfrequente Größen. Die Biegespannung der Stäbe wird nun vor allem von der Beschleunigung des unteren Rostes bestimmt, die eine solche lokale Größe darstellt. Abb. 4.23 zeigt, daß diese Beschleunigung tatsächlich weitgehend unabhängig von der Bruchgröße ist, die Reduktion der Bruchöffnung von 100% auf 10% wirkt sich im Ergebnis kaum aus. Die Problematik 2F - 0.1F-Bruch scheint damit, soweit es die Beanspruchung des Kernes angeht, von geringerer Bedeutung zu sein.

Bruchöffnungszeit

In Abb. 4.24 ist die Abhängigkeit der vier Parameter "Maximale Stabauslenkung", "Maximale Stab-Biegespannung", "Auslenkung unterer Rost" und "Beschleunigung unterer Rost" von der angenommenen Bruchöffnungszeit dargestellt. Die Größen sind dabei auf den jeweiligen Maximalwert (der in der 1 msec Rechnung auftritt) normiert. Man erkennt ein fast lineares Absinken der Beanspruchung mit wachsender Bruchöffnungszeit. Dabei verändern sich aber die maximalen Auslenkungen der Stäbe und des unteren Rostes wesentlich weniger als die berechneten Biegespannungen. Dieses Verhalten ist durch die Strukturträgheit bedingt, die verhindert, daß bei sehr schnellem Druckabfall auch die Struktur-auslenkungen entsprechend wachsen (Abb.4.25). Die Beschleunigung des Kernbehälters in Stutzenrichtung nimmt bei einem schnelleren Druckabfall aber stark zu, was zu der in Abb. 4.24 erkennbaren erhöhten Biegebeanspruchung der Brennstäbe führt.

Abb. 4.22:

Maximale Biegebeanspruchung der Brennstäbe bei unterschiedlichen Bruchgrößen:

- FX5 - 2F-Bruch
- FX5-10% - 0.1F-Bruch.

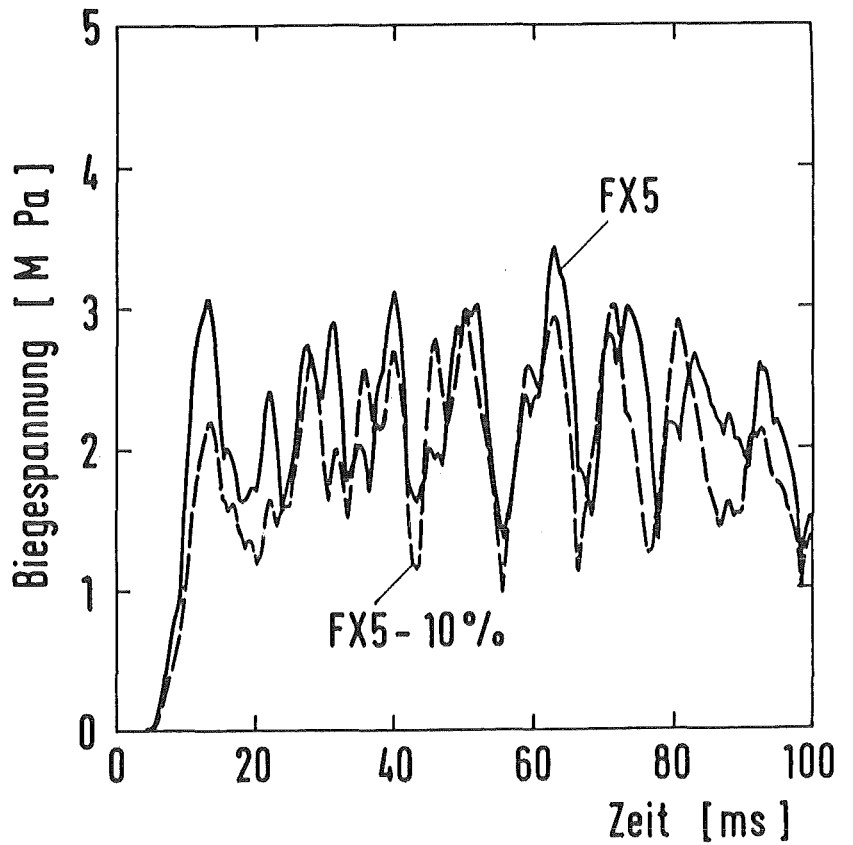
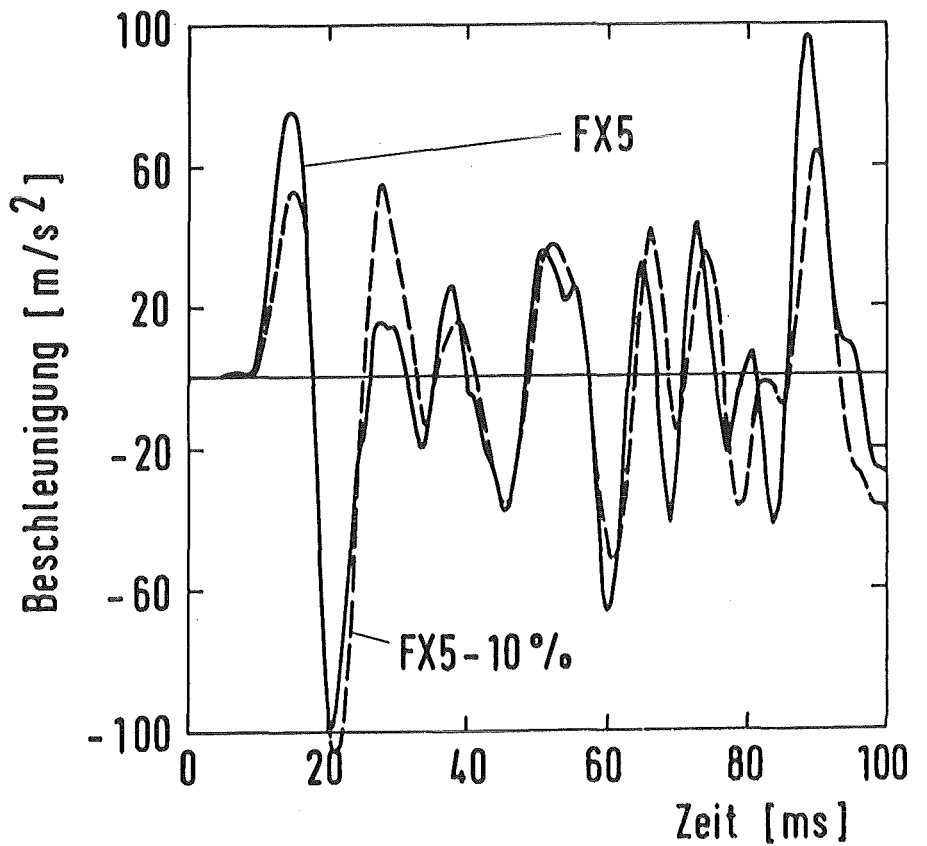


Abb. 4.23:

Beschleunigung des unteren Rostes bei unterschiedlichen Bruchgrößen.

- FX5 - 1F-Bruch
- FX5-10% - 0.1F-Bruch.



- Max. Stabauslenkung
- △ Auslenkung des unteren Rostes
- ◇ Maximale Stab-Biegespannung
- Beschleunigung des unteren Rostes

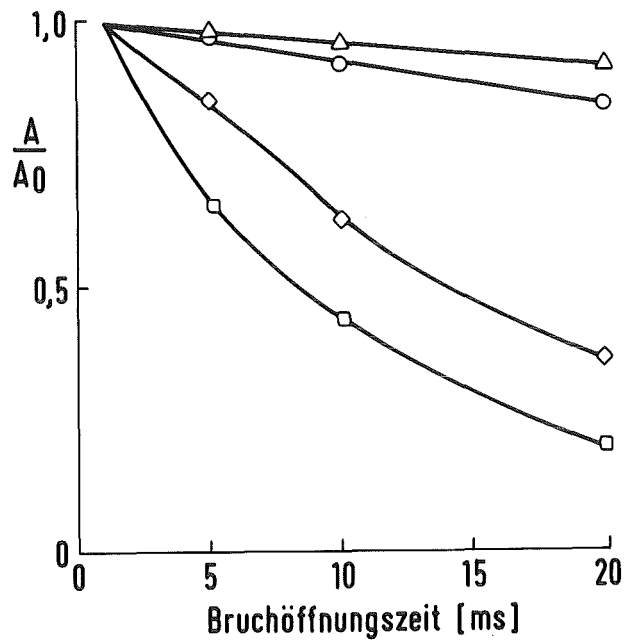


Abb. 4.24:

Der Einfluß des Parameters
"Bruchöffnungszeit".

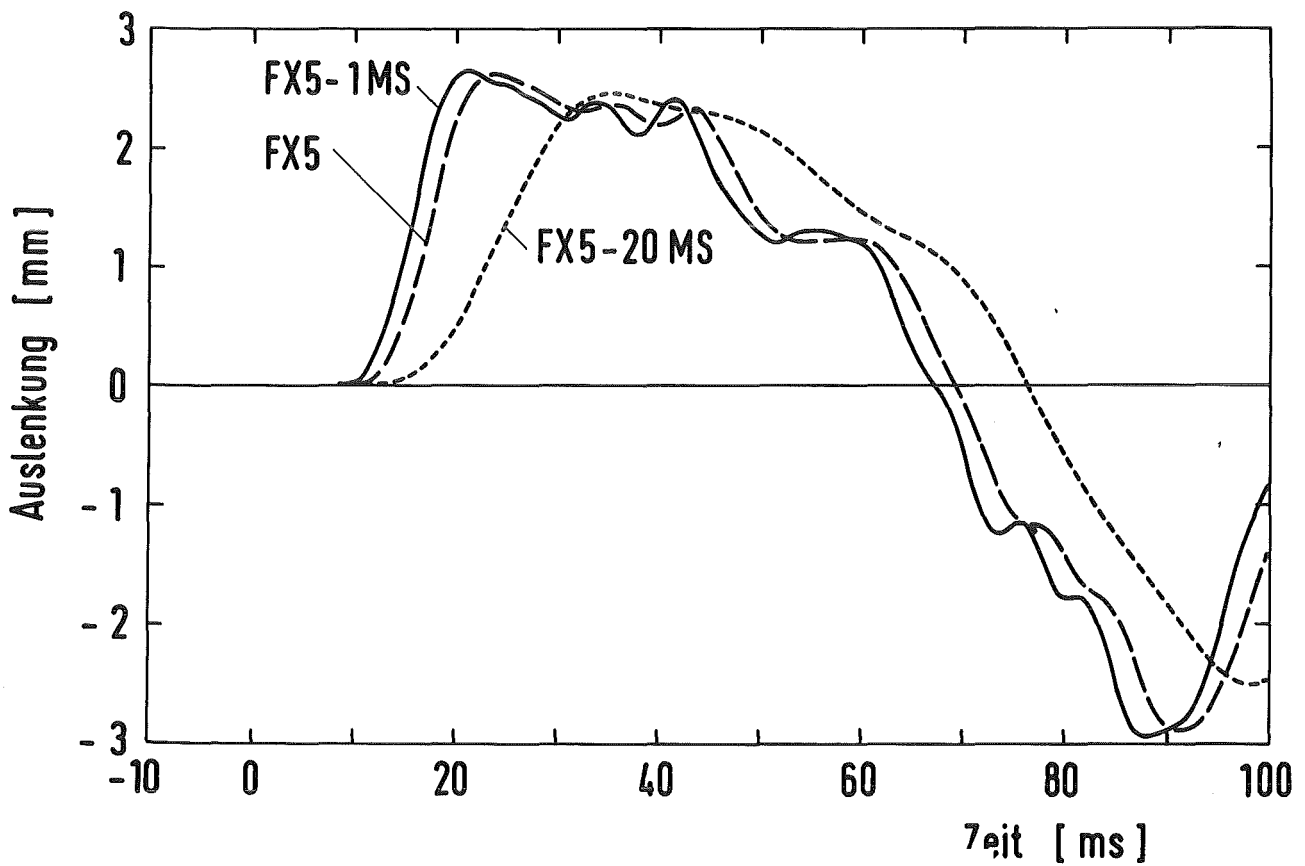


Abb. 4.25: Auslenkung des unteren Rostes bei
verschiedenen Bruchöffnungszeiten.

- FX5 - $T_b = 5$ msec
- FX5-1MS - $T_b = 1$ msec
- FX5-20MS - $T_b = 20$ msec

Länge des intakten Bruchstützens

Bei allen bisher durchgeführten FLUX-5 Rechnungen wurde eine intakte Stützenlänge von 3 m zugrundegelegt, da sich in diesen Abstand vom RDB die erste Schweißnaht im Primärkreis befindet. Tritt ein Bruch dennoch näher am RDB auf, so sinkt die effektive Trägheitslänge des Stützens, und die Druckentlastungswelle erreicht Kernbehälter und Kern schneller und steiler. Dies führt zu erheblich höheren Beanspruchungen, wie sie Abb. 4.26 zeigt. In dieser Abbildung sind wieder normierte Werte dargestellt, wobei als Basis eine Rechnung mit 0.3 m intaktem Stützen gewählt wurde. Man erkennt z.B., daß bei einer Reduktion der Stützenlängen von 3 m auf 30 cm die Biegespannung der Stäbe um den Faktor 2.5 steigt. Es muß somit gewährleistet werden, daß Brüche, falls sie überhaupt auftreten, nur in deutlichem Abstand vom RDB entstehen können.

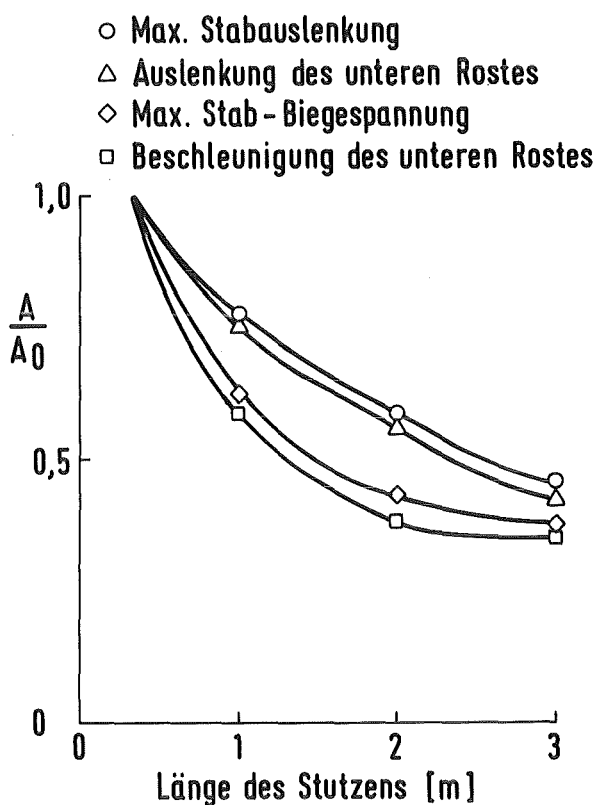


Abb. 4.26:
Der Einfluß des Parameters
"Stützenlänge".

4.3.2 Modellierung der Lochplatten und des oberen Sammelraumes

In diesem und den folgenden Abschnitten wird als Basis für die Parametervariationen wieder ein Blowdown mit 100% Bruchöffnung, 5 msec Öffnungszeit und 3 m

Stutzenlänge benutzt. Als nächstes soll der Einfluß des Lochplattenmodelles innerhalb des FLUX-5 Gesamtmodelles betrachtet werden. Die wesentlichen freien Parameter sind hier die Dicke der Lochplatte, ihre Porosität sowie ein Reibungsbeiwert für die Fluidströmung innerhalb der Platte.

Bei den parametrischen Rechnungen ergab sich, daß der Reibungsdruckverlust innerhalb der Platte praktisch keine Rolle spielt. Dies war auch nicht anders zu erwarten, da in den hier betrachteten 100 msec die Strömungsgeschwindigkeit des Fluides im Innern des Kernbehälters sehr gering ist.

Eine Variation der Plattendicke wirkt sich etwas stärker auf die numerischen Ergebnisse aus. Die Unterschiede sind aber nur bei den zeitlichen Druckverläufen deutlich zu sehen, während sie auf Kernbehälter- und Kernausslenkungen bzw. Spannungen kaum durchschlagen. Abb. 4.27 zeigt beispielhaft drei FLUX-5 Rechnungen mit verschiedener Dicke h des unteren Rostes, gezeigt ist dabei der zeitliche Druckverlauf direkt unterhalb des unteren Rostes:

FX5	- "Normallauf"	$h = 0.595 \text{ m,}$
FX5-1.2L	- "Dicke" Platte	$h = 1.2 \text{ m,}$
FX5-0.1L	- "Dünne" Platte	$h = 0.1 \text{ m.}$

Zum Vergleich ist außerdem noch das Ergebnis des FLUX-4 Standardlaufes angegeben. Man erkennt, daß der Druck unterhalb der Lochplatte umso schneller absinkt, je dicker diese Platte ist. Der Unterschied im Druckabfall zwischen der FX5-0.1L und der FX5-1.2L Rechnung beträgt insgesamt aber nur wenige bar.

Interessant ist auch ein Vergleich dieser drei Kurven mit dem FLUX-4 Ergebnis (Lauf FX4). Hier ist ein wesentlich größerer Unterschied festzustellen, in der FLUX-4 Rechnung fällt der Druck langsamer ab. Dies ist auch bei den errechneten zeitlichen Druckverläufen weiter oben im RDB festzustellen. In der FLUX-5 Rechnung hat das Fluid also eine höhere effektive Schallgeschwindigkeit. Die Ursache hierfür ist, daß die in FLUX-5 benutzte Kontinuitätsgleichung ein Gemisch aus Fluid und Stäben beschreibt, dessen effektive Schallgeschwindigkeit man folgendermaßen angeben kann:

$$(4.6) \quad a_{\text{eff}} = [\alpha/a^2 + (1-\alpha)/a_s^2]^{-1/2}$$

(a - Fluid-Schallgeschwindigkeit; a_s - Stab-Schallgeschwindigkeit; α - Porosität des Stabbündels)

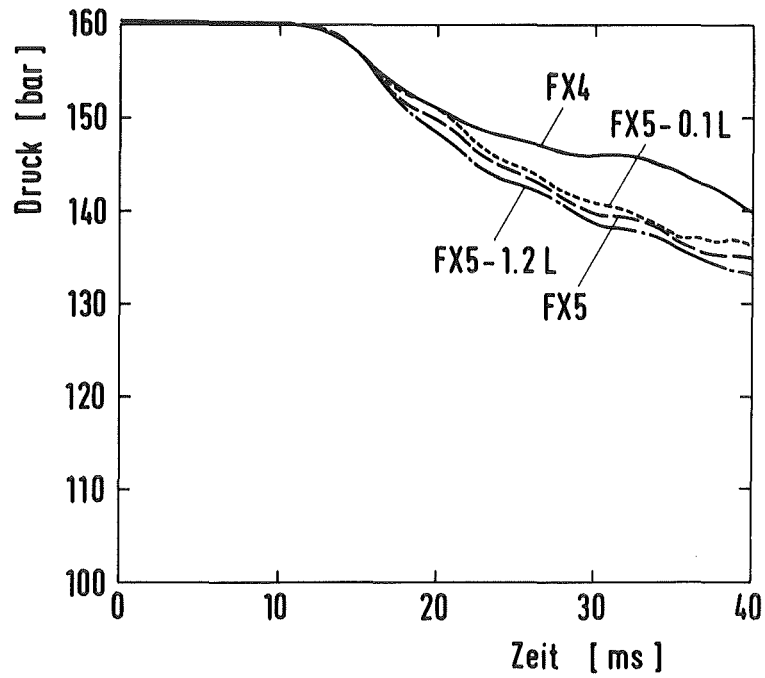


Abb. 4.27: Zeitlicher Druckverlauf im unteren Plenum bei verschiedenen Plattendicken.

- FX5 - $h = 0.595 \text{ m}$
- FX5-1.2L - $h = 1.2 \text{ m}$
- FX5-0.1L - $h = 0.1 \text{ m}$

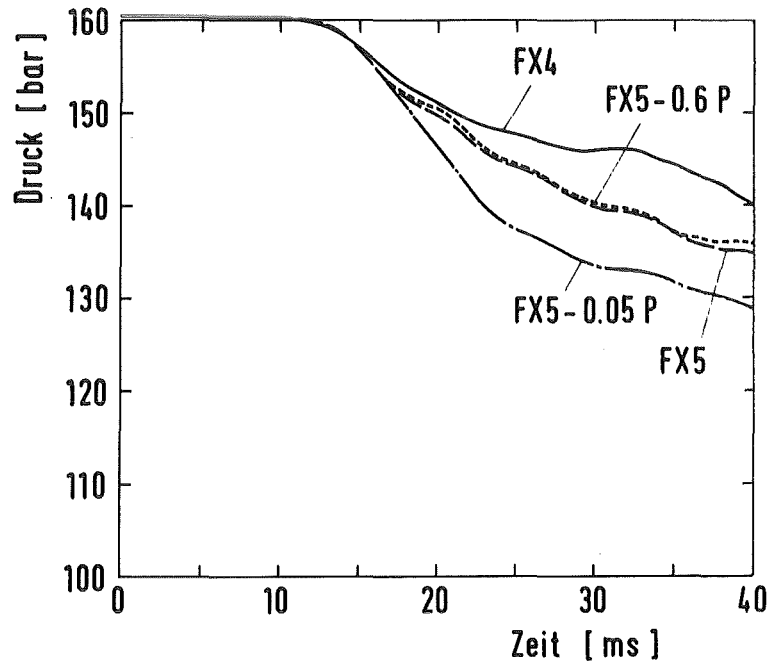


Abb. 4.28: Zeitlicher Druckverlauf im unteren Plenum bei verschiedenen Plattenporositäten.

- FX5 - $\beta = 0.33$
- FX5-0.6P - $\beta = 0.6$
- FX5-0.05P - $\beta = 0.05$

Ein FLUX-4 Lauf, in dem die Fluid-Schallgeschwindigkeit nach (4.6) gewählt wird, liefert zeitliche Druckverläufe, die mit dem FX5-Fall fast identisch sind.

Ein anderer wichtiger Parameter des Lochplattenmodelles ist die Porosität (= Lochgröße) der Lochplatte. Um seinen Einfluß zu studieren, sind in Abb. 4.28 die errechneten zeitlichen Druckverläufe (an derselben Stelle wie in Abb. 4.26) bei verschiedener Porosität β des unteren Rostes dargestellt. Es sind aufgeführt:

FX5	- Standardlauf	$\beta = 0.33,$
FX5-0.6P	- Porosität hoch	$\beta = 0.6,$
FX5-0.05P	- Porosität niedrig	$\beta = 0.05.$

Zum Vergleich ist außerdem wieder das FX4-Ergebnis eingezeichnet.

Das Ergebnis ist, daß eine Variation des β -Wertes um den realistischen Wert $\beta=0.33$ herum die errechneten Druckverläufe nur sehr wenig beeinflußt.

Insbesondere macht sich eine Vergrößerung des β -Wertes kaum in den Ergebnissen bemerkbar. Erst eine Reduktion der Durchlässigkeit auf sehr niedrige und unrealistische Werte (hier: 5%) führt unterhalb des unteren Rostes zu einem deutlich schnelleren Druckabfall.

Insgesamt hat sich damit gezeigt, daß die Bedeutung des Lochplattenmodelles innerhalb des FLUX-5 Gesamtmodelles für die Kerneinbauten nur gering ist. Die Verwendung eines relativ groben Modelles erscheint damit gerechtfertigt.

4.3.3 Verhalten der Corestützen beim Blowdown

Abb. 4.29 zeigt den Verformungszustand der Corestützen, des Reaktorkernes und des Kernbehälters zu verschiedenen Zeitpunkten nach der Bruchöffnung.

Dargestellt ist dabei wieder ein Schnitt durch den Reaktorkern in der Ebene von Stützenachse und Kernbehälterachse, die Auslenkungen sind um den Faktor 200 vergrößert. Die zugehörige FLUX-5 Rechnung wurde mit dem Netz N2 durchgeführt. Man erkennt, daß die Bewegung der Corestützen stark von der Kernbehälterbewegung beeinflußt wird. Die Gitterplattenauslenkungen sind dagegen in diesem Fall (fest eingespannter Kernbehälter!) zu klein, um merkliche Stabauslenkungen anzuregen.

Die erste deutliche Bewegung der Corestützen ist 10 msec nach Bruchöffnung in der Nähe des Blowdown-Stützens zu beobachten, dies kann eindeutig als Fluid-Struktur-Wechselwirkungseffekt gedeutet werden. Diese Bewegung setzt sich dann

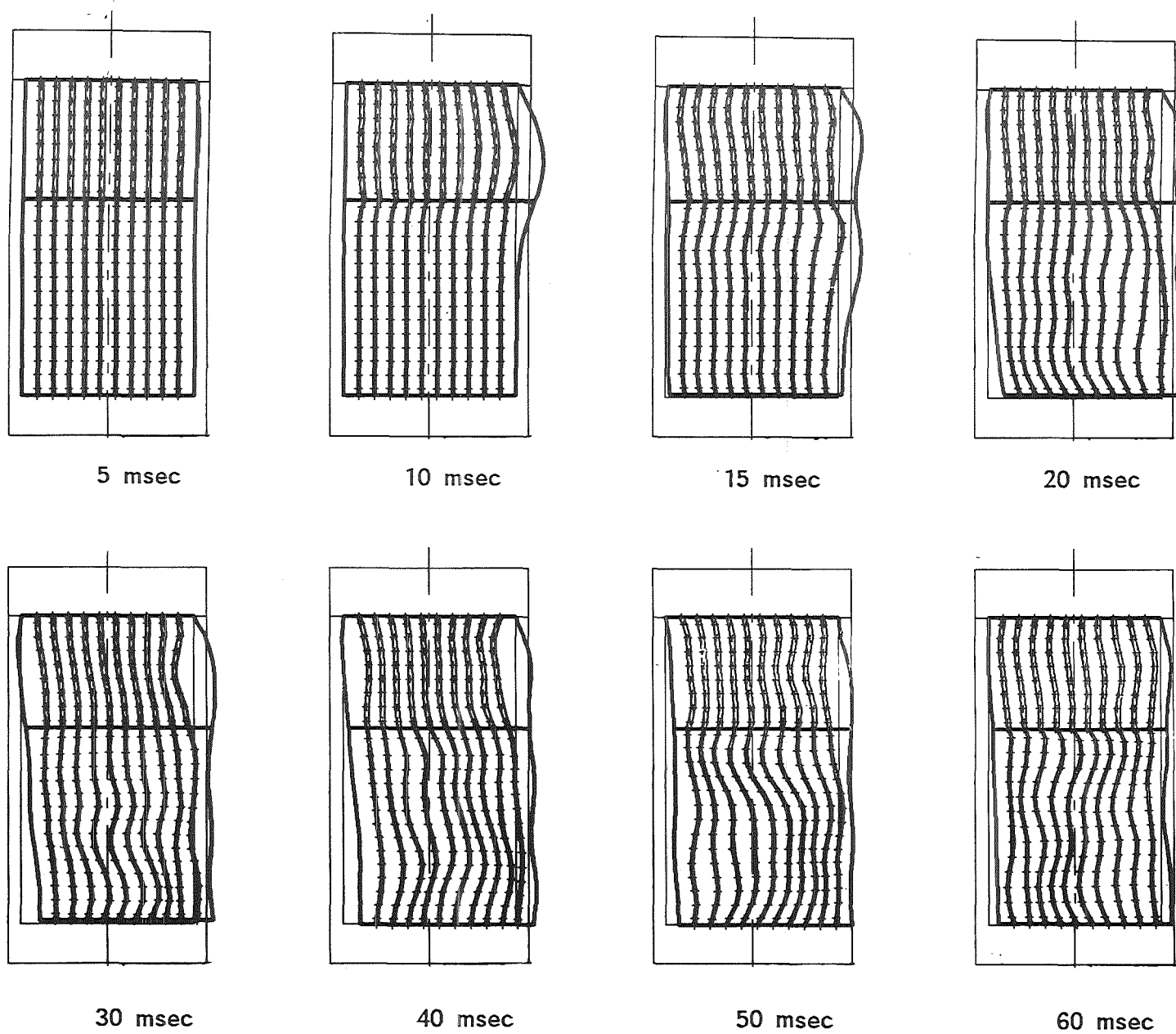


Abb. 4.29: Auslenkung der Brennstäbe und der Corestützen in der Stutzebene zu verschiedenen Zeiten nach der Bruchöffnung. Die Auslenkungen sind um den Faktor 200 vergrößert.

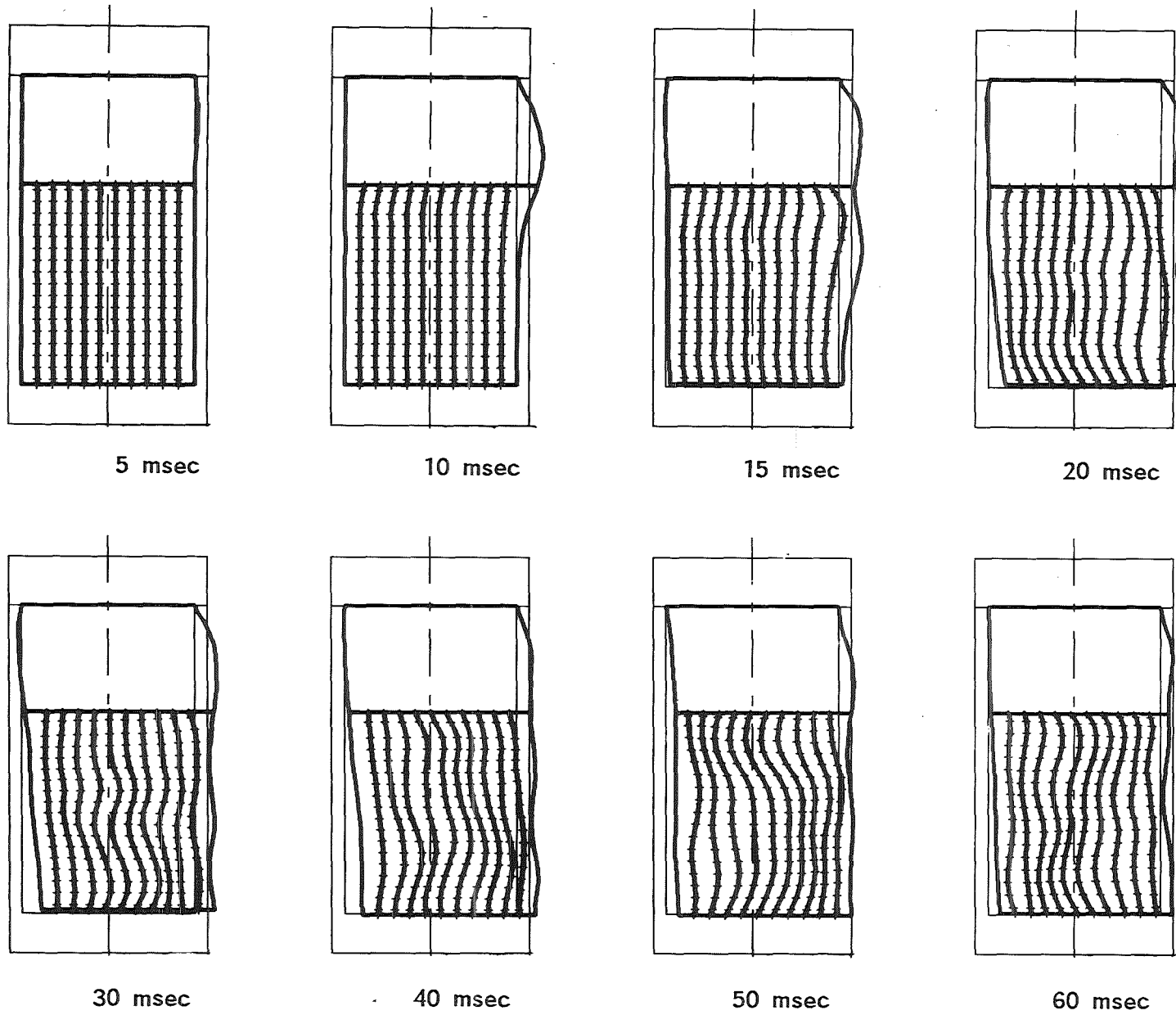


Abb. 4.30: Vergleichsergebnisse zu 4.29 mit einer Rechnung ohne Corestützen.

in den nächsten Millisekunden unter Abschwächung ins Reaktorinnere fort. Ab ca. 30 msec verändert sich das Verformungsbild. Der Druck ist jetzt auf Höhe des oberen Sammelraumes im gesamten Ringraum stark abgesunken, während er in diesem Bereich im Inneren des Kernbehälters noch relativ hohe Werte hat. Dadurch wird der Atmungsmodus des Kernbehälters angeregt, was sich vor allem im oberen Kernbehälterteil bemerkbar macht. Diese Atmungsbewegung des Kernbehälters überträgt sich auf die Corestützen und prägt für den Rest der Simulationszeit das Verformungsbild. Die beobachteten Stützenbiegungen sind insgesamt nur klein, vor allem im Vergleich zu den Brennstabbiegungen. Eine quantitative Auswertung der Biegebeanspruchungen ist wegen des relativ groben Corestützenmodelles nicht sinnvoll.

In Abb. 4.30 sind Ergebnisse einer Vergleichsrechnung zu 4.29 aufgezeigt, bei der sich im Corestützenbereich nicht das homogenisierte Fluid-Stab Gemisch, sondern reines Fluid befindet. Vergleicht man die dabei erhaltenen Brennstabauslenkungen, so findet man praktisch keine Unterschiede. Es ist deshalb statthaft, auf die genauere Modellierung des oberen Sammelraumes zu verzichten, solange es um die Bewegung von Kernbehälter oder Kern geht.

4.3.4 Einfluß des Abstandshaltermodelles

Bei der Untersuchung der Kernbehälterbelastungen (Kap. 4.2.2) hat sich ergeben, daß die Modellierung der elastischen Koppelungskräfte zwischen benachbarten Stäben von entscheidender Bedeutung für die berechneten Beanspruchungen ist. Diese Aussage gilt in verstärktem Maße noch für die Beanspruchungen des Kernes.

Besonders deutlich zeigt sich dies anhand von Bildern, die den Verformungszustand des Kernes zu verschiedenen Zeiten wiedergeben. Hier sollen im weiteren die Ergebnisse eines Rechenlaufes mit linearem Abstandshaltermodell (FX5, Abb. 4.30), mit nichtlinearem Abstandshaltermodell (FX5-NL, Abb. 4.31) und einer Rechnung vollkommen ohne Koppelungskräfte (FX5-A, Abb. 4.32) verglichen werden. In allen drei Rechnungen treten die ersten Stabauslenkungen ca. 10 msec nach der Bruchöffnung auf, hervorgerufen durch eine horizontale Verschiebung der Gitterplatte. Merkbliche Unterschiede zwischen den einzelnen Rechnungen sind zum ersten Mal auf den 15 msec Bildern zu erkennen. Nach dieser Zeit hat die erste Kernbehälter-Verformungswelle die Höhe des Reaktorkernes erreicht. In der FX5-Rechnung (Abb. 4.30) führt dies wegen der Zugwirkung der linearen Koppelungsfedern zwischen Kernbehälter und Kern zu einer erheblichen Auslenkung des äußersten Brennelementes und zu einem Biegespannungsmaximum in

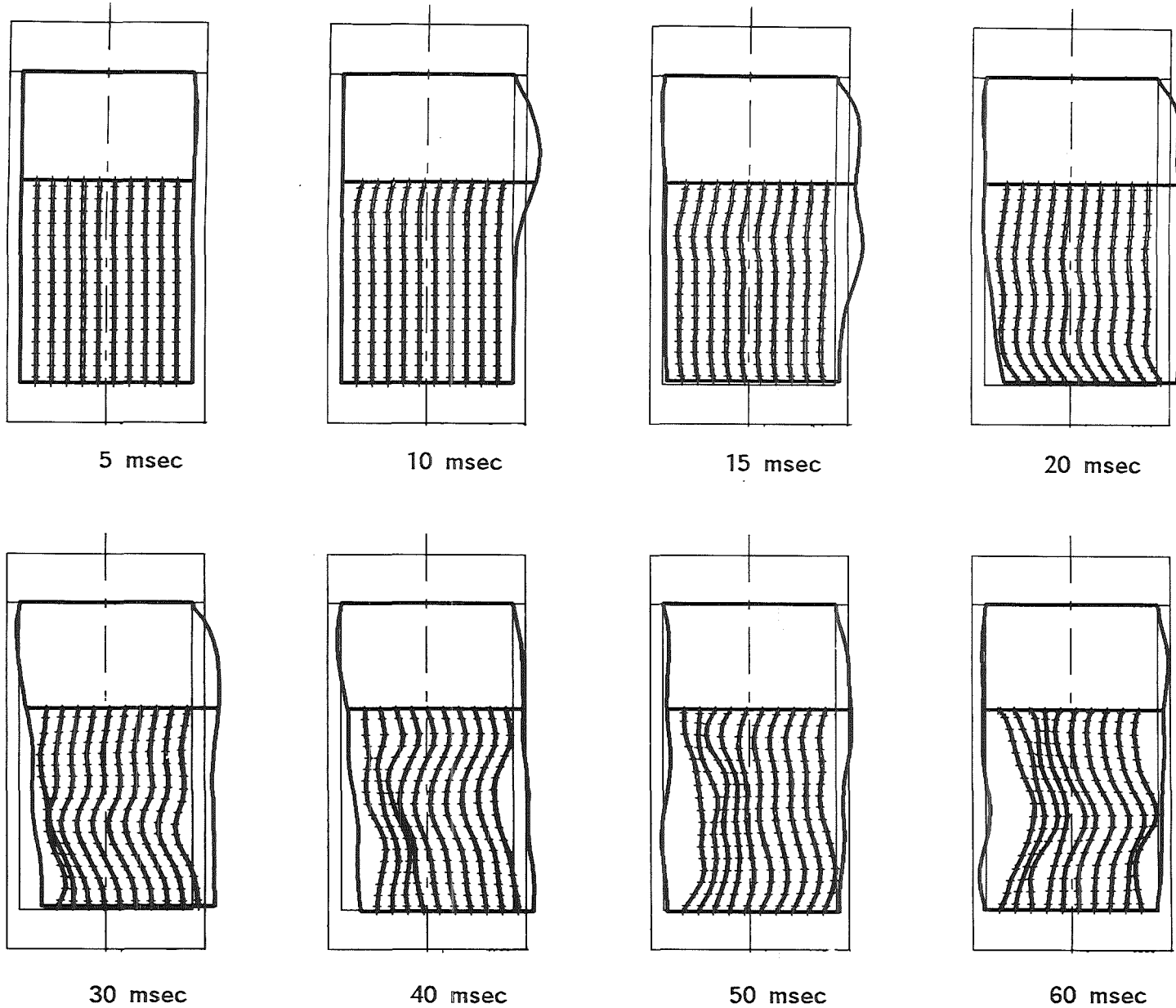


Abb. 4.31: Vergleichsergebnisse zu 4.29 mit einer Rechnung mit nichtlinearem Abstandshaltermode11.

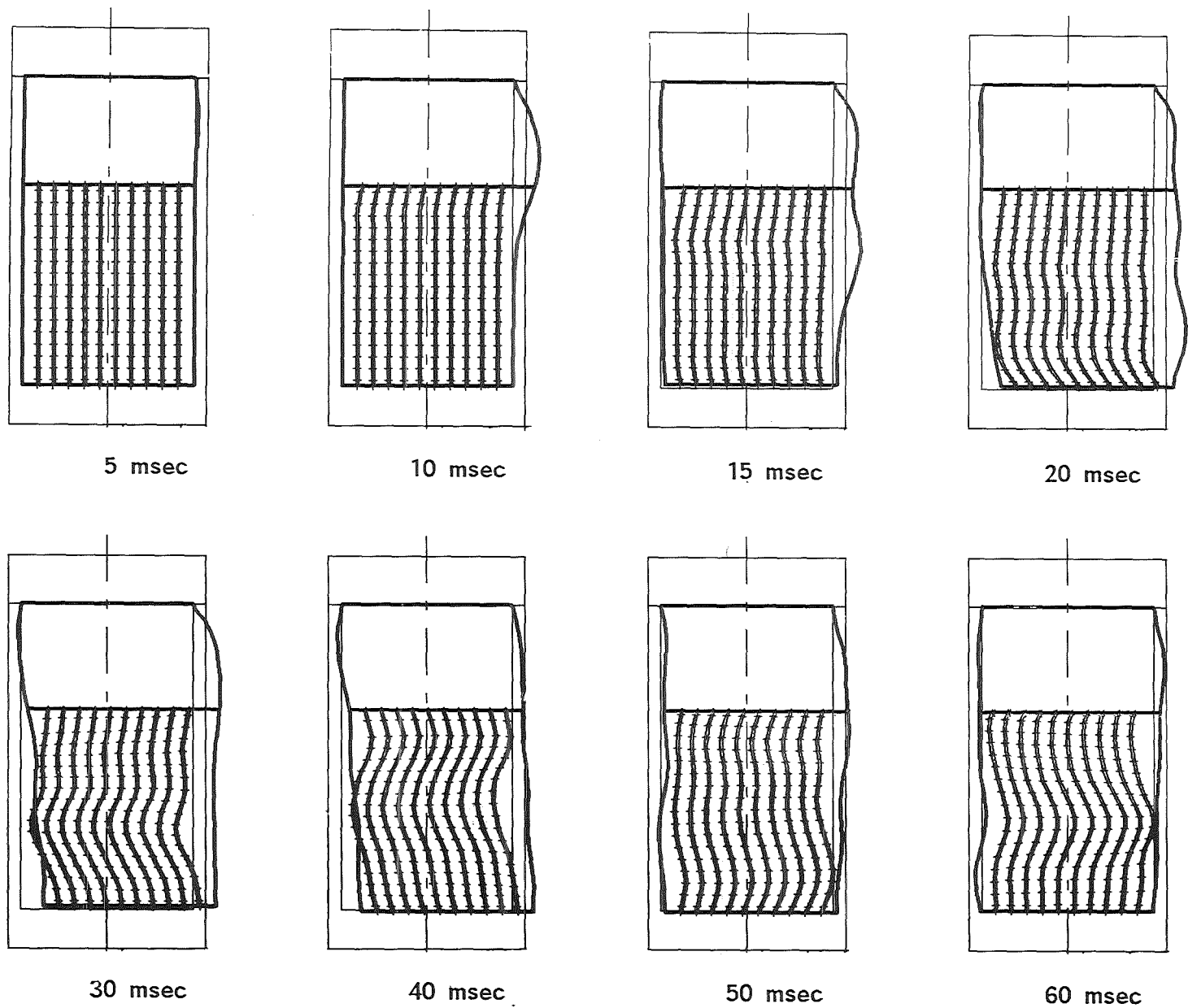


Abb. 4.32: Vergleichsergebnisse zu 4.29 mit einer Rechnung ohne Abstandhalterkräfte.

der Nähe der oberen Einspannung. Diese Auslenkung ist in der Realität nicht vorhanden, sie wird in den beiden Vergleichsrechnungen (Abb. 4.31 und 4.32) auch nicht wiedergegeben. Eine stärkere Anregung des gesamten Kernverbandes setzt in allen drei Rechnungen erst mit der Bewegung des unteren Rostes ein, die zwischen 15 und 20 msec nach der Bruchöffnung beginnt. Die Anregung über dem unteren Rost bleibt dann auch über den gesamten Simulationszeitraum bestimmend.

Bis 20 msec nach Blowdownbeginn unterscheiden sich die Rechnungen FX5-NL (Abb. 4.31) und FX5-A (Abb. 4.32) nicht. In dieser Zeit findet also noch kein gegenseitiges Anschlagen benachbarter Brennelemente statt. Erst zwischen 20 und 25 msec kommt es zum ersten Mal zum Kontakt zwischen Brennelementen und Kernbehälter, und zwar in der Nähe des unteren Tragrostes, auf der dem Stützen gegenüberliegenden Kernbehälterseite. Von jetzt ab zeigt sich deutlich der Einfluß des nichtlinearen Abstandshaltermodelles. Während bei Vernachlässigung der Wechselwirkungskräfte sich die Brennstäbe sehr stark vom Stützen wegbewegen (Abb. 4.32, 30 msec und 40 msec), werden sie bei Berücksichtigung der Anschlagkräfte von Kernbehälter aufgehalten (Abb. 4.31, 30 msec und 40 msec). In der Folge kommt es dadurch auch zu Anschlagkontakten der Brennelemente untereinander, die sich im Reaktorinneren in Richtung auf den Stützen fortpflanzen. Im Gegensatz dazu bleibt in den Vergleichsrechnungen FX5 und FX5-A die Bewegung der Brennstäbe weitgehend synchron. Es sind einzelne BiegeWellen in den Stäben zu erkennen, die durch horizontale Schwingungen des unteren Tragrostes angeregt werden. Bei der Reflexion dieser BiegeWellen an der oberen Einspannung der Brennstäbe kommt es hier zu Biegemaxima.

Insgesamt macht ein Vergleich dieser Bilder deutlich, daß nur mit dem nichtlinearen Koppelungsmodell der Stäbe ein realistisches Verformungsbild erzielt wird. Die unterschiedliche Bewegung der Stäbe schlägt sich natürlich auch bei den errechneten Beanspruchungen nieder, so zeigt sich bei der maximalen Stab-Biegespannung (Abb. 4.33) in der FX5-Rechnung der schon erwähnte Spannungspeak ganz am Anfang, der durch die unrealistische Zugwirkung der Koppelungsfedern bedingt ist. Alles in allem liefert die lineare Rechnung aber um ca. 25 % niedrigere Maximalspannungen.

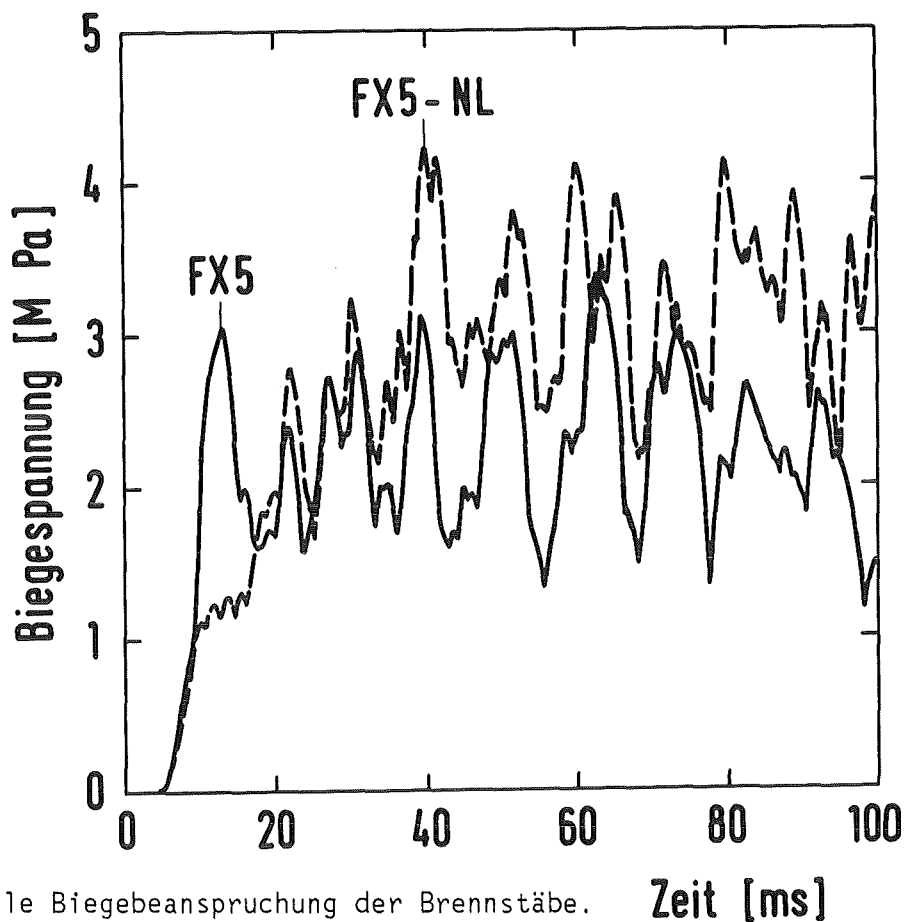


Abb. 4.33: Maximale Biegebeanspruchung der Brennstäbe.

FX5 - Lineares Abstandshaltermodell

FX5-NL - Nichtlineares Abstandshaltermodell

4.3.5 Einfluß der Biegesteifigkeit und der virtuellen Fluidichte

Bei der parametrischen Untersuchung der Kernbehälterbeanspruchungen (Kap.4.2.3) hat sich ergeben, daß Biegesteifigkeit der Brennstäbe und die virtuelle Trägheit des Fluid-Stab Gemisches keine sensitiven Parameter für Kernbehälterauslenkungen und -Spannungen sind. Dies ist anders, wenn man das Verhalten des Kernes selbst untersucht. In Abb. 4.34 sind drei Rechnungen mit unterschiedlichen Biegesteifigkeitsparametern verglichen, gezeigt ist jeweils der Verformungszustand 30 msec nach Blowdown. Dabei wurde in allen drei Rechnungen das nichtlineare Abstandshaltermodell benutzt, mit folgenden Steifigkeitswerten:

FX5-NL - Standardlauf $C_b = 6.73 \cdot 10^6$ N,

FX5-NL-W - "weiche" Stäbe $C_b = 6.73 \cdot 10^5$ N,

FX5-NL-S - "steife" Stäbe $C_b = 6.73 \cdot 10^7$ N.

Man sieht deutliche Unterschiede in den Stabkonturen. Je steifer die Stäbe

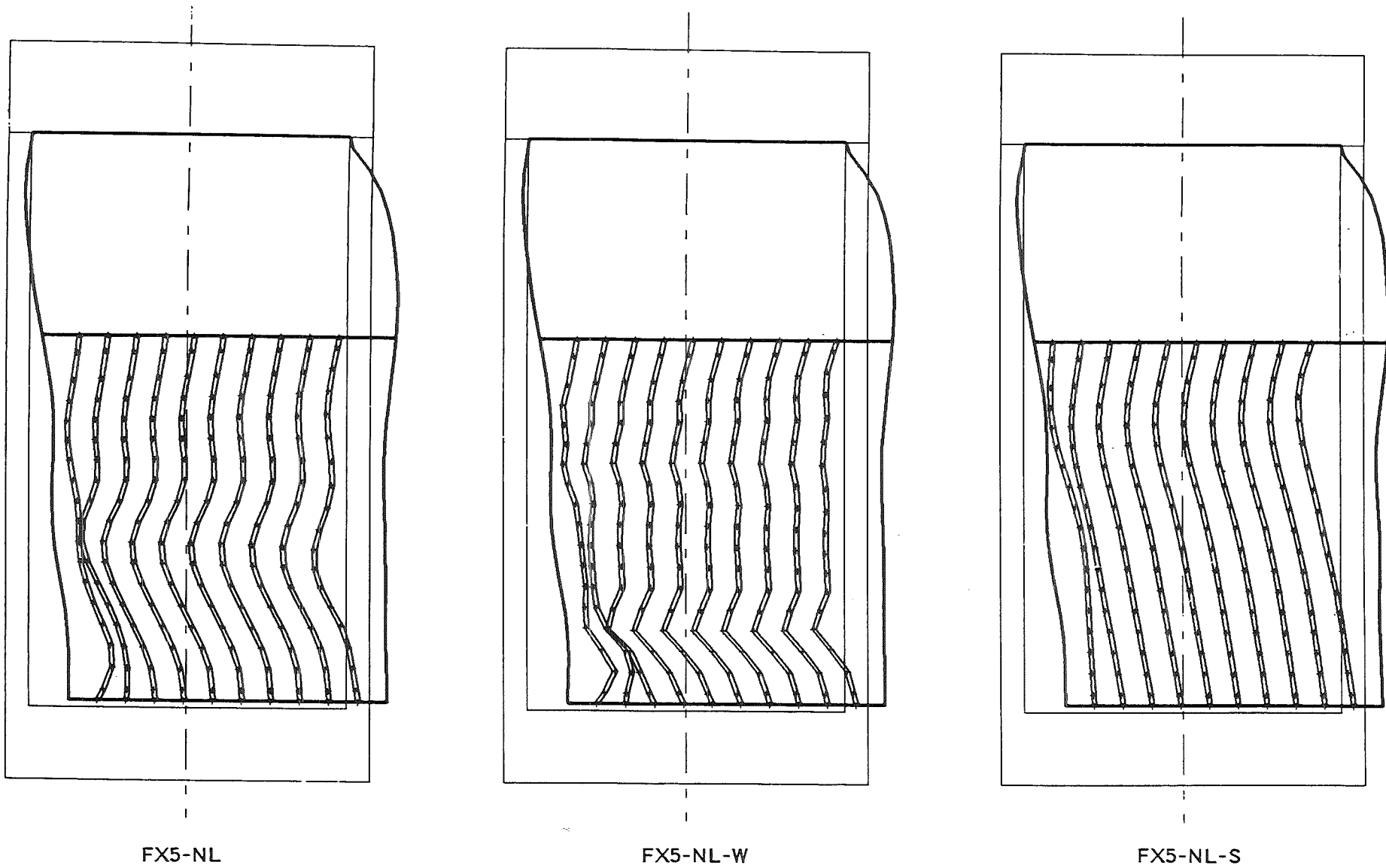


Abb. 4.34: Stabauslenkungen in der Stutzebene, 30 msec nach der Bruchöffnung. Rechnungen mit unterschiedlicher Biegesteifigkeit, nichtlineares Abstandshaltermmodell.

FX5-NL - $c_b = 6.73 \cdot 10^6$ N FX5-NL-W - $c_b = 6.73 \cdot 10^5$ N
 FX5-NL-S - $c_b = 6.73 \cdot 10^7$ N

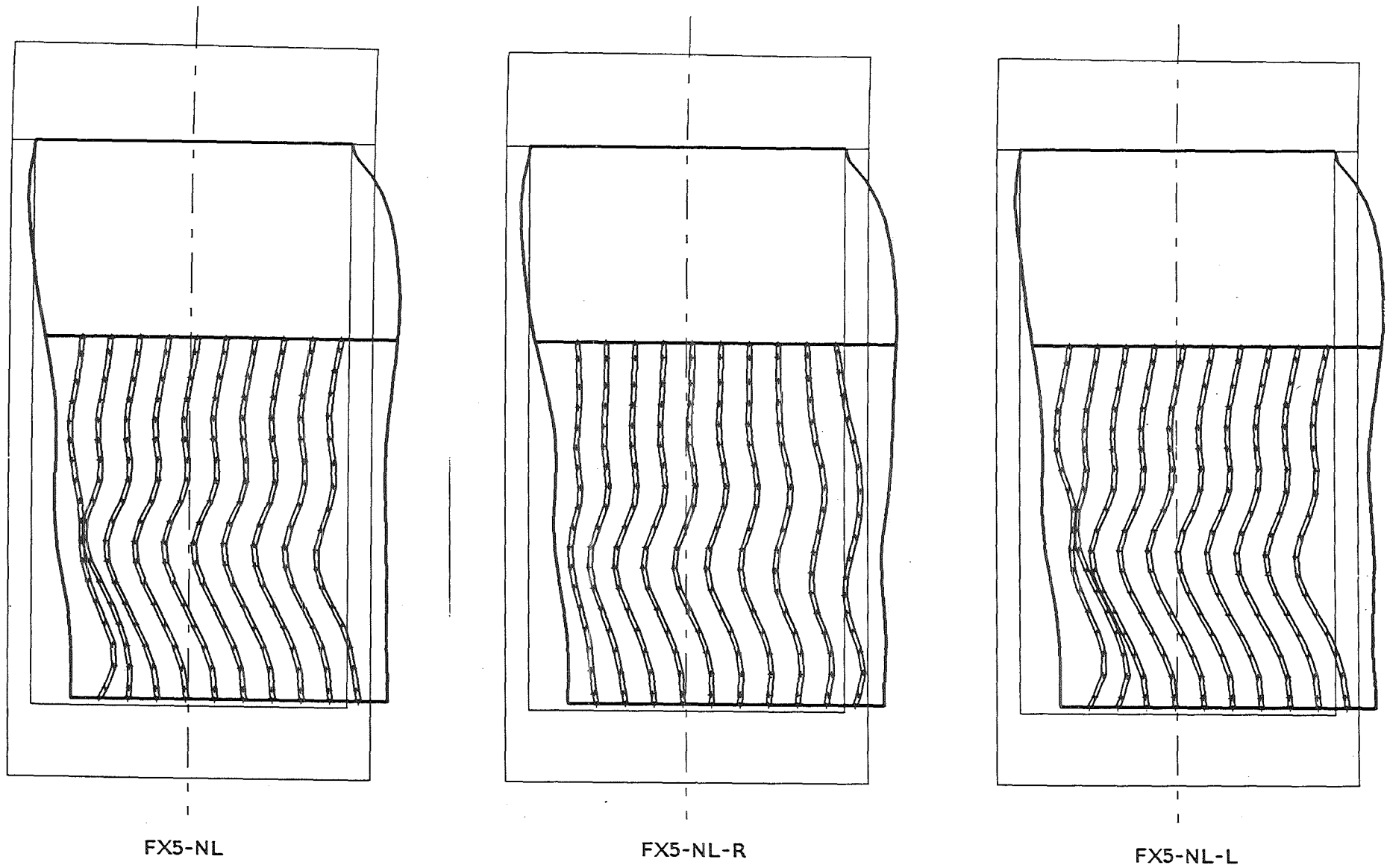


Abb. 4.35: Stabauslenkungen in der Stutzebene, 30 msec nach der Bruchöffnung. Rechnungen mit unterschiedlicher virtueller Fluidichte, nichtlineares Abstandshaltermodell.

$$\text{FX5-NL} - \rho^- = 0.29 \quad \text{FX5-NL-R} - \rho^- = 100 \quad \text{FX5-NL-L} - \rho^- = 0$$

sind, desto schneller wandern die vom unteren Rost angeregten Biegewellen nach oben. Bei der Rechnung mit weichen Stäben (FX5-NL-W) zeigt sich in dem Bereich, in dem es zum Kontakt zwischen einzelnen Brennelementen kommt, ein sehr kompliziertes Verformungsbild, die axiale Diskretisierungsfeinheit (Netz N2) reicht hier offensichtlich nicht aus. Deshalb sind auch die errechneten Biegespannungen der Stäbe in dieser Rechnung unrealistisch hoch. Bei Erhöhung der Biegesteifigkeit sinken die errechneten Stabbiegungen dagegen erheblich, die in FX5-NL-S errechnete maximale Biegespannung ist ca. 4mal niedriger als in der Rechnung FX5-NL.

Ähnlich sind die Verhältnisse auch bei einer Variation des Parameters ρ^- (virtuelle Fluidichte). Abb. 4.35 zeigt die 4.34 entsprechenden Ergebnisse der Rechnungen:

- FX5-NL - Virtuelle Dichte nach Abb. 2.6 ($\rho^- = 0.29$ bei $\alpha = 0.552$),
- FX5-NL-L - Vernachlässigung der virtuellen Dichte ($\rho^- = 0$),
- FX5-NL-R - sehr hohe virtuelle Dichte ($\rho^- = 100$).

Im Falle $\rho^- = 100$ wird durch die hohe virtuelle Trägheit verhindert, daß ein nennenswerter Schlupf zwischen Fluid und Stäben besteht. Aus 4.35 ist zu entnehmen, daß dies eine sehr starke Koppelung der Stäbe untereinander bewirkt, die sich wieder fast synchron bewegen. Auch die vollständige Vernachlässigung der Fluid-Struktur-Wechselwirkung über die virtuelle Dichte (FX5-NL-L) macht sich bei den Stabauslenkungen bemerkbar, wie in 4.35 zu erkennen ist. Eine genaue quantitative Auswertung zeigt, daß die Biegebeanspruchung der Stäbe in der Rechnung FX5-NL-L um 20 % höher liegt als bei FX5-NL.

Interessant ist auch die Abschätzung der beim Anschlag zwischen den Brennelementen übertragenen Kräfte. Dazu wird die Formel (2.43) benutzt, die radiale Maschengröße entspricht bei Netz N2 ungefähr dem Abstand der Brennelemente im DWR. Die maximale Anschlagkraft beträgt in der FX5-NL Rechnung ca. 50 KN (Abb. 4.36). Dieser Kraftstoß wird beim ersten Anschlag der Randelemente an den Kernbehälter wirksam.

Ob eine Kraft dieser Größenordnung zu schwerwiegenden Beschädigungen der Abstandshalter führen kann, ist ohne eine detaillierte Analyse eines einzelnen Brennelementes nicht vorherzusagen. Interessant ist aber, daß bei Vernachlässigung der virtuellen Fluidichte (Lauf FX5-NL-L) die Maximalbeanspruchung um ca. 10% ansteigt. Es bestätigt sich also wieder die schon häufig gemachte

Beobachtung, daß sich bei Berücksichtigung von FSI Effekten die Beanspruchungen reduzieren. Abb. 4.36 zeigt weiterhin, daß auch bei steiferen Anschlägen (FX5-NL-S) die auftretenden Anschlagkräfte kleiner sind.

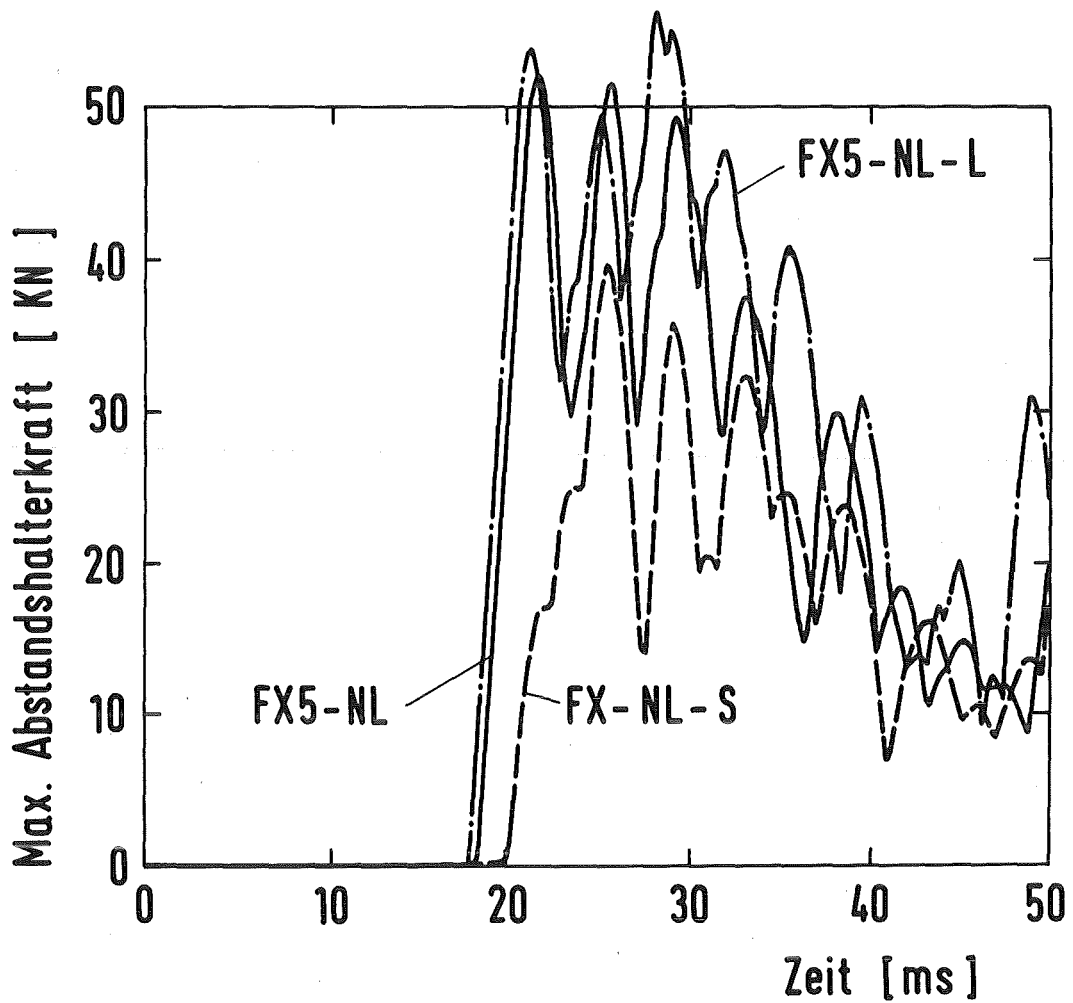


Abb. 4.36: Maximale Anschlagkraft der Brennelemente.

FX5-NL - Standardlauf

FX5-NL-L - $\rho^- = 0$

FX5-NL-S - $c_b = 6.73 \cdot 10^7 \text{ N}$

5. ZUSAMMENFASSUNG UND SCHLUSSFOLGERUNGEN

(a) Zum methodischen Aspekt

In dieser Arbeit wurden physikalische Modelle für das dynamische Verhalten der Reaktorkerneinbauten beim Blowdown-Störfall eines DWR entwickelt. Damit ist es jetzt erstmals möglich, die gekoppelte Bewegung von Kernbehälter, Kern und Kühlmittel mit einem einzigen Code zu simulieren, und somit alle relevanten Einflußfaktoren beim DWR-Blowdown mit realistischen Modellen zu berücksichtigen. Durch parametrische Untersuchungen und einen Vergleich mit dem experimentell verifizierten FLUX-4 Code konnte nachgewiesen werden, daß der neue Code FLUX-5 plausible Ergebnisse liefert.

Zur näherungsweisen Beschreibung der auftretenden, sehr komplexen fluid- und strukturdynamischen Vorgänge wurde die Homogenisierungstheorie erfolgreich eingesetzt. Damit ist dies theoretische Konzept nach Wissen des Autors zum ersten Mal im Bereich der Fluidodynamik bei einem relevanten ingenieurwissenschaftlichen Problem praktisch angewendet worden. Das mit Hilfe der Homogenisierungstheorie entwickelte Wechselwirkungsmodell zwischen Fluid und einem Bündel zylindrischer Stäbe konnte experimentell verifiziert werden. Das Modell berücksichtigt auch elastische Stabkräfte, wodurch das Gesamtsystem eine sehr hohe Anzahl von Freiheitsgraden erhält. Die benutzten Steifigkeitsparameter sind hier aber noch mit gewissen Unsicherheiten behaftet. Besonders hervorzuheben ist, daß auch das gegenseitige Anschlag benachbarter Brennelemente, sowie der Randelemente gegen den Kernbehälter mit einem einfachen Modell simuliert werden kann.

(b) Zum numerischen Aspekt

Die abgeleiteten Bewegungsgleichungen für Fluid und Brennstäbe bilden ein System von 7 gekoppelten partiellen Differentialgleichungen die von drei Orts- und einer Zeitkoordinate abhängen. Bei der Diskretisierung dieser Gleichungen wurde auf Konsistenz mit dem FLUX-Code geachtet. Das benutzte Lösungsverfahren hat sich als stabil erwiesen, obwohl starke Nichtlinearitäten (Abstandshaltermodell) in den Gleichungen vorhanden sind, die nur explizit behandelt werden können.

Die Fluid-Stab-Kontinuumsgleichungen sind so komplex, daß die in FLUX sonst benutzten "schnellen" Verfahren direkt nicht einsetzbar sind. Es mußte

deshalb für die numerische Lösung der Fluid-Stab-Kontinuumsgleichungen ein gänzlich neues Verfahren entwickelt werden. Hierin wird auf eine geschickte Art und Weise die Einflußmatrixtechnik und die schnelle Fouriertransformation gekoppelt, um die große Koeffizientenmatrix in eine Anzahl kleinerer Matrizen aufzuspalten. Das entwickelte numerische Verfahren erreicht damit trotz der sehr viel komplexeren Gleichungsstruktur fast die Effektivität des alten, auf der Lösung von Poisson-Gleichungen aufbauenden Verfahrens. Bei einer um den Faktor 3 höheren Komplexität des FLUX-5 Codes im Vergleich zu FLUX-4 steigt die Rechenzeit nur um einen Faktor von maximal 5.5. So ist es möglich, Simulationen von feiner örtlicher und zeitlicher Diskretisierung mit vertretbarem numerischen Aufwand durchzuführen.

(c) Zum Reaktorsicherheitsaspekt

Beanspruchung des Kernbehälters

Mit den FLUX-5 Rechnungen konnte erstmals theoretisch nachgewiesen werden, daß sich auch mit einer einfachen Trägheitsapproximation der Kerneinbauten eine befriedigende Simulation der Kernbehälterbeanspruchungen durchführen läßt, die berechneten Beanspruchungen werden auf diese Weise geringfügig überschätzt. Damit ist die vereinfachte Modellierung des Reaktorkernes, wie sie in Anlehnung an die HDR-Experimente in vielen reaktorsicherheitstechnischen Rechenprogrammen vorgenommen wird, jetzt auch für einen DWR gerechtfertigt.

Es wurden Rechnungen sowohl mit fest eingespanntem Kernbehälter als auch mit lose gelagertem Kernbehälter durchgeführt, bei denen das Anschlagen des Kernbehälters gegen den RDB simuliert wurde. Dabei konnte nachgewiesen werden, daß sich bei Lockerung der Einspannung die maximalen Kernbehälterbelastungen deutlich reduzieren, obwohl beim Anschlagen Spannungsspitzen auftreten. Die Höhe dieser Spitzen hängt stark von der lokalen Flexibilität des Flansches am Anschlagpunkt ab und ist deshalb sehr anlagenspezifisch. Die Spitzen treten aber über so kleine Zeiträume auf, daß sie nur zu lokaler Plastifizierung am Anschlagort führen können.

Unter konservativen Annahmen liegen die berechneten maximalen Membranspannungen bei ca. 160 MPa, und das maximale axiale Schnittmoment am Flansch bei 90 MNm. Wie Ergebnisse von Finite Elemente Rechnungen zeigen, sind damit selbst bei dem hier untersuchten 2F-Bruch allenfalls lokale plastische Verformungen des Flansches zu erwarten.

Bewegung der Kernbehältereinbauten

Mit dem Rechenprogramm FLUX-5 konnte erstmals eine erfolgreiche Simulation der Bewegung des gesamten Kernverbandes durchgeführt werden. Die sich ergebenden Verformungen von Brennstäben, Coresetzen und Tragrosten sind physikalisch plausibel. Es wurde gezeigt, daß die hauptsächliche Anregung der Kernbrennstäbe über unteren Rost und (bei lose gelagertem Kernbehälter) über die Gitterplatte erfolgt. Die angenommene Biegesteifigkeit der Stäbe bestimmt entscheidend die Details der induzierten Biegeformen. Die bei realistischer Wahl des Steifigkeitswertes abgeschätzte maximale Biegespannung der Stäbe liegt weit unterhalb der Fließgrenze.

Für eine genaue Simulation der Brennstabverformungen ist vor allem eine realistische Modellierung der gegenseitigen elastischen Abstützung benachbarter Brennelemente wichtig. Mit dem entwickelten nichtlinearen Wechselwirkungsmodell läßt sich das Anstoßen der Randelemente gegen den Kernbehälter, sowie die Ausbreitung dieses Stoßes ins Reaktorinnere darstellen. Die Fluid-Struktur-Wechselwirkung beeinflusst die Stabbewegung merklich, bei Vernachlässigung der virtuellen Fluidträgheit erhöhen sich die Biegespannungen um 20 %. Ähnliches gilt auch für die berechnete Abstandshalterbelastung. Dagegen hat die genaue Modellierung der Tragroste und der Gitterplatte nur einen geringen Einfluß auf die berechnete Stabverformung.

Auch die Bewegung der Coresetzen und Steuerstabführungsrohre kann mit dem homogenisierten Modell näherungsweise wiedergegeben werden. Hier ist vor allem eine Atmungsbewegung des Stabbündels erkennbar.

Mit dem Rechenprogramm FLUX-5 steht damit ein geeignetes Werkzeug zur Verfügung, mit dem die mechanischen Beanspruchungen der Einbauten eines Druckwasserreaktors beim Blowdown-Störfall realistisch simuliert werden können. Der Code ist insbesondere auch ein Instrument, das anstelle aufwendiger Experimente zur Überprüfung der Genauigkeit bzw. Konservativität einfacher Berechnungsverfahren und Programme herangezogen werden kann.

Anhang 1: Eigenfrequenzen der eindimensionalen Fluid-Stab Kontinuumsleichungen

In Kap. 2.3 wurde das folgende System partieller Differentialgleichungen betrachtet:

$$(A1.1a) \quad \alpha \rho_0 v^{\circ\circ} + \rho_0 \rho^- (v^{\circ\circ} - w^{\circ\circ}) = -\alpha \partial p / \partial x$$

$$(A1.1b) \quad (1-\alpha) \rho_{s,0} w^{\circ\circ} + \rho_0 \rho^- (w^{\circ\circ} - v^{\circ\circ}) = -(1-\alpha) \partial p / \partial x + c \partial^2 w / \partial x^2 - r(1-\alpha)w$$

$$(A1.1c) \quad p^{\circ} / K + \partial / \partial x [\alpha v^{\circ} + (1-\alpha)w^{\circ}] = 0$$

mit $v \equiv v(x,t)$, $p \equiv p(x,t)$, $w \equiv w(x,t)$ und $0 < t$, $-L \leq x \leq L$.

Zur Vereinfachung werden die Gleichungen (A1.1a) und (A1.1b) nach t sowie (A1.1c) nach x differenziert. Man kann dann p aus (A1.1a) und (A1.1b) eliminieren und erhält in Matrixschreibweise das folgende Gleichungssystem für $\underline{S} = (v^{\circ}, w^{\circ})^T$:

$$(A1.2) \quad \underline{A} \underline{S}^{\circ\circ} - \underline{B} \partial^2 \underline{S} / \partial x^2 + \underline{C} \underline{S} = 0$$

$$(A1.3) \quad \text{mit } \underline{A} = \begin{bmatrix} \rho_0(\alpha + \rho^-) & -\rho_0 \rho^- \\ -\rho_0 \rho^- & (1-\alpha)\rho_{s,0} + \rho_0 \rho^- \end{bmatrix} \underline{B} = \begin{bmatrix} \alpha^2 K & \alpha(1-\alpha)K \\ \alpha(1-\alpha)K & (1-\alpha)^2 K \end{bmatrix} \underline{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (1-\alpha)r \end{bmatrix}$$

Um die Eigenwerte der Gleichung (A1.2) zu bestimmen, macht man für die Zeitabhängigkeit der Unbekannten den Ansatz:

$$(A1.4) \quad \underline{S}(x,t) = \underline{s}(x) \cos(\omega t)$$

Nach Einsetzen dieses Ansatzes in (A1.2) ergibt sich die Gleichung:

$$(A1.5) \quad \underline{B} \partial^2 \underline{s} / dx^2 + \underline{D} \underline{s} = \underline{0} \iff \underline{D}^{-1} \underline{B} \partial^2 \underline{s} / dx^2 + \underline{s} = \underline{0}$$

mit

$$\underline{D} = \omega^2 \underline{A} - \underline{C}$$

Als Eigenfunktionen bezeichnet man dann nichttriviale Lösungen von (A1.5), die die Randbedingung

$$(A1.6) \quad \underline{s}(x=\pm L) = 0$$

erfüllen. Dies ist i. A. nur für bestimmte Parameter ω möglich, die als Eigenfrequenzen des Systems (A1.1) bezeichnet werden.

Man sieht sofort, daß die Matrix $\underline{\underline{B}}$ singulär ist. Es existiert darum genau ein $\lambda \neq 0$, und ein Vektor $\underline{e} = (1, e)^T$ mit

$$(A1.7) \quad \underline{\underline{D}}^{-1} \square \underline{\underline{B}} \square \underline{e} = \lambda \underline{e}$$

(A1.5) hat dann Fundamentallösungen $\underline{s}_i^f(x) = \underline{e} t_i^f(x)$ ($i = 1, 2$), für die im Falle $\lambda > 0$ gilt:

$$(A1.8a) \quad t_1^f(x) = \cos(x/\sqrt{\lambda}) \quad , \quad t_2^f(x) = \sin(x/\sqrt{\lambda})$$

Bei $\lambda < 0$ lautet die Darstellung:

$$(A1.8b) \quad t_1^f(x) = \cosh(x/\sqrt{|\lambda|}) \quad , \quad t_2^f(x) = \sinh(x/\sqrt{|\lambda|})$$

Die allgemeine Lösung von (A1.5) ist immer eine Linearkombination der beiden Fundamentallösungen. Um die Randbedingungen (A1.6) mit einer Funktion, die nicht identisch Null ist, zu erfüllen, muß daher gelten:

$$(A1.9) \quad \text{Det} \begin{bmatrix} t_1^f(L) & t_2^f(L) \\ t_1^f(-L) & t_2^f(-L) \end{bmatrix} = 0$$

Dies bedeutet im Falle $\lambda > 0$:

$$(A1.10) \quad -2\cos(L/\sqrt{\lambda}) * \sin(L/\sqrt{\lambda}) = 0 \iff L/\sqrt{\lambda}_n = n * \pi / 2 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

und im Falle $\lambda < 0$:

$$-2\cosh(L/\sqrt{|\lambda|}) * \sinh(L/\sqrt{|\lambda|}) = 0$$

Man sieht sofort, daß es im letzteren Falle $\lambda < 0$ keinen Eigenwert gibt.

Der nächste Schritt ist es nun, die Eigenwerte λ (als Funktion von ω) der Matrix $\underline{\underline{D}}^{-1} \square \underline{\underline{B}}$ explizit auszurechnen. Mit elementarer linearer Algebra erhält man:

$$(A1.11) \quad \lambda = \frac{K \{ \alpha^2(1-\alpha)\rho_{s,0} + \rho_0\rho^- + \rho_0\alpha(1-\alpha)^2 - [\alpha^2(1-\alpha)r/\omega^2] \}}{\omega^2\rho_0 \{ (1-\alpha)\rho_{s,0}(\alpha+\rho^-) + \rho_0\alpha\rho^- - [(1-\alpha)r(\alpha+\rho^-)/\omega^2] \}}$$

Aus den Bedingungen (A1.10) und (A1.11) erhält man schließlich ein Polynom 4. Grades zur Bestimmung der Eigenfrequenzen $\omega = \omega_n(\lambda_n)$, $n = 1, 2, \dots$. Löst man dies nach ω_n auf und beachtet noch, daß $\omega_n = 2\pi\nu_n$ gilt, so ergibt sich schließlich Gleichung (2.51).

Anhang 2: Die Diskretisierung der dreidimensionalen Fluid-Stab
Kontinuumsgleichungen

(a) Azimutale Fouriertransformation

Die dreidimensionalen Fluid-Stab Kontinuumsgleichungen werden mittels azimutaler Fouriertransformation in eine Anzahl zweidimensionaler Gleichungen umgewandelt. Dabei wird für den Druck und für die radialen und axialen Bewegungskomponenten die diskrete cos-Transformation benutzt. Für die diskrete Winkelposition $\phi_j = j\pi/KM$ ($j = 0, 1, \dots, KM$) lautet diese Transformation:

$$(A2.1a) \quad s(r, \phi_j, z, t) = \sum_{k=0}^{KM} b_k s_k^{\sim}(r, z, t) * \cos(k\phi_j) \quad (j = 0, 1, \dots, KM)$$

für $s \equiv p, v_r, w_r, v_z, w_z$.

Für die azimutalen Bewegungskomponenten wird dagegen die diskrete sin-Transformation benutzt:

$$(A2.1b) \quad s(r, \phi_j, z, t) = \sum_{k=0}^{KM} s_k^{\sim}(r, z, t) * \sin(k\phi_j) \quad (j = 0, 1, \dots, KM)$$

für $s \equiv v_\phi, w_\phi$.

Für die Approximation der Ableitungen in azimutaler Richtung ergibt sich bei Anwendung der cos-Transformation:

$$(A2.2a) \quad \partial/\partial\phi [s(r, \phi_j, z, t)] = \sum_{k=0}^{KM} -k b_k s_k^{\sim}(r, z, t) * \sin(k\phi_j)$$

$$(A2.2b) \quad \partial^2/\partial\phi^2 [s(r, \phi_j, z, t)] = \sum_{k=0}^{KM} -k^2 b_k s_k^{\sim}(r, z, t) * \cos(k\phi_j) \quad (j = 0, 1, \dots, KM)$$

und im Falle der sin-Transformation:

$$(A2.3a) \quad \frac{\partial}{\partial \phi} [s(r, \phi_j, z, t)] = \sum_{k=0}^{KM} k s_k^{\sim}(r, z, t) \cdot \cos(k\phi_j)$$

$$(A2.3b) \quad \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} [s(r, \phi_j, z, t)] = \sum_{k=0}^{KM} -k^2 s_k^{\sim}(r, z, t) \cdot \sin(k\phi_j) \quad (j = 0, 1, \dots, KM)$$

Nach Einsetzen der Ausdrücke (A2.1) - (A2.3) in (2.47) lassen sich die Gleichungen für die einzelnen Fouriermodes entkoppeln. Im weiteren beschäftigen wir uns nur noch mit den Gleichungen für einen einzelnen Fouriermode k ($0 \leq k \leq KM$). Zur Schreiberleichterung wird die Kennzeichnung \sim im weiteren weggelassen.

(b) Zeitliche Diskretisierung

Zur zeitlichen Diskretisierung wird das implizite Newmark- β Schema verwendet. Dazu sei Δt ein (konstantes) Zeitinkrement, und s^n eine Differenzenapproximation von s zur Zeit $n \cdot \Delta t$. $s \equiv s(r, z, t)$ bezeichne dabei eine der Variablen $p, v_r, w_r, v_\phi, w_\phi, v_z, w_z$, und $\delta s^n := s^n - s^{n-1}$.

Dann wird die Funktion s und ihre erste und zweite Zeitableitung durch die folgenden Differenzenausdrücke approximiert:

$$(A2.4) \quad \begin{aligned} s^{\circ\circ} &\longrightarrow (\delta s^{n+1} - \delta s^n) / \Delta t^2 \\ s^\circ &\longrightarrow (\delta s^{n+1} + \delta s^n) / 2\Delta t \\ s &\longrightarrow s^n + \beta(\delta s^{n+1} - \delta s^n) \end{aligned}$$

Meist wird mit $\beta = \frac{1}{4}$ gearbeitet, das Verfahren ist dann unbedingt stabil und von zweiter Ordnung genau.

(c) Diskretisierung der radialen und axialen Ableitungen

Es soll jetzt die Diskretisierung der in Gleichung (2.47) vorkommenden Terme mit radialen und axialen Ableitungen aufgezeigt werden, die dabei benutzten Maschennetz-Parameter sind in Abb. A1 erklärt. Wegen der Verwendung eines versetzten Maschennetzes ("staggered grid") treten drei Arten von Variablen auf, die entweder in der Maschenmitte, an axialen Maschengrenzen oder an

radialen Maschengrenzen lokalisiert sind. Die Indizierung wurde so gewählt, daß sich ganzzahlige Indizes auf Maschenmitten und halbzahlige Indizes auf die jeweiligen Maschengrenzen beziehen (Abb. A1). Randbedingungen werden an den Grenzen $i = M + \frac{1}{2}$, $j = \frac{1}{2}$ und $j = N + \frac{1}{2}$ vorgegeben, $s \equiv s(r, z)$ bezeichnet wieder eine beliebige Variable.

$$(a) \quad \partial/\partial r[s^{i,j}] = (s^{i+\frac{1}{2},j} - s^{i-\frac{1}{2},j})/\Delta r_i \\ (i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N)$$

$$(b) \quad (1/r)\partial/\partial r[r\partial s^{i,j}/\partial r] \rightarrow [r_{i+\frac{1}{2}}(s^{i+1,j} - s^{i,j})/\Delta r_{i+\frac{1}{2}} - \\ r_{i-\frac{1}{2}}(s^{i,j} - s^{i-1,j})/\Delta r_{i-\frac{1}{2}}]/(r_i \Delta r_i) \\ (i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N)$$

$$(c) \quad (1/r)\partial/\partial r[r\partial s^{i+\frac{1}{2},j}/\partial r] \rightarrow [r_{i+1}(s^{i+3/2,j} - s^{i+\frac{1}{2},j})/\Delta r_{i+1} - \\ r_i(s^{i+\frac{1}{2},j} - s^{i-\frac{1}{2},j})/\Delta r_i]/(r_{i+\frac{1}{2}} \Delta r_{i+\frac{1}{2}}) \\ (A2.5) \quad (i = 0, \dots, M-1, j = 1, \dots, N)$$

$$(d) \quad (1/r)\partial/\partial r[r\partial s^{i,j}/\partial r] \rightarrow (r_{i+\frac{1}{2}}s^{i+\frac{1}{2},j} - r_{i-\frac{1}{2}}s^{i-\frac{1}{2},j})/(r_i \Delta r_i) \\ (i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N)$$

$$(e) \quad \partial/\partial z[s^{i,j+\frac{1}{2}}] \rightarrow (s^{i,j+1} - s^{i,j})/\Delta z \\ (i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N-1)$$

$$(f) \quad \partial/\partial z[s^{i,j}] \rightarrow (s^{i,j+\frac{1}{2}} - s^{i,j-\frac{1}{2}})/\Delta z \\ (i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N)$$

$$(g) \quad \partial^2/\partial z^2[s^{i,j+\frac{1}{2}}] \rightarrow (s^{i,j+3/2} - 2s^{i,j+\frac{1}{2}} + s^{i,j-\frac{1}{2}})/\Delta z^2 \\ (i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N-1)$$

$$(h) \quad \partial^4/\partial z^4[s^{i,j}] \rightarrow (c_1^j s^{i,j-2} + c_2^j s^{i,j-1} + c_3^j s^{i,j} + \\ c_4^j s^{i,j+1} + c_5^j s^{i,j+2})/\Delta z^4 \\ (i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N)$$

Dabei ist:

$$c_1^j = 1, \quad c_2^j = -4, \quad c_3^j = 6, \quad c_4^j = -4, \quad c_5^j = 1 \quad \text{für } 2 \leq j \leq N-2$$

$$c_1^j = 0, \quad c_2^j = -8, \quad c_3^j = 13, \quad c_4^j = -6, \quad c_5^j = 1 \quad \text{für } j = 1$$

$$c_1^j = 8/3, \quad c_2^j = -6, \quad c_3^j = 19/3, \quad c_4^j = -4, \quad c_5^j = 1 \quad \text{für } j = 2$$

$$c_1^j = 1, \quad c_2^j = -6, \quad c_3^j = 13, \quad c_4^j = -8, \quad c_5^j = 0 \quad \text{für } j = N$$

$$c_1^j = 1, \quad c_2^j = -4, \quad c_3^j = 19/3, \quad c_4^j = -6, \quad c_5^j = 8/3 \quad \text{für } j = N-1$$

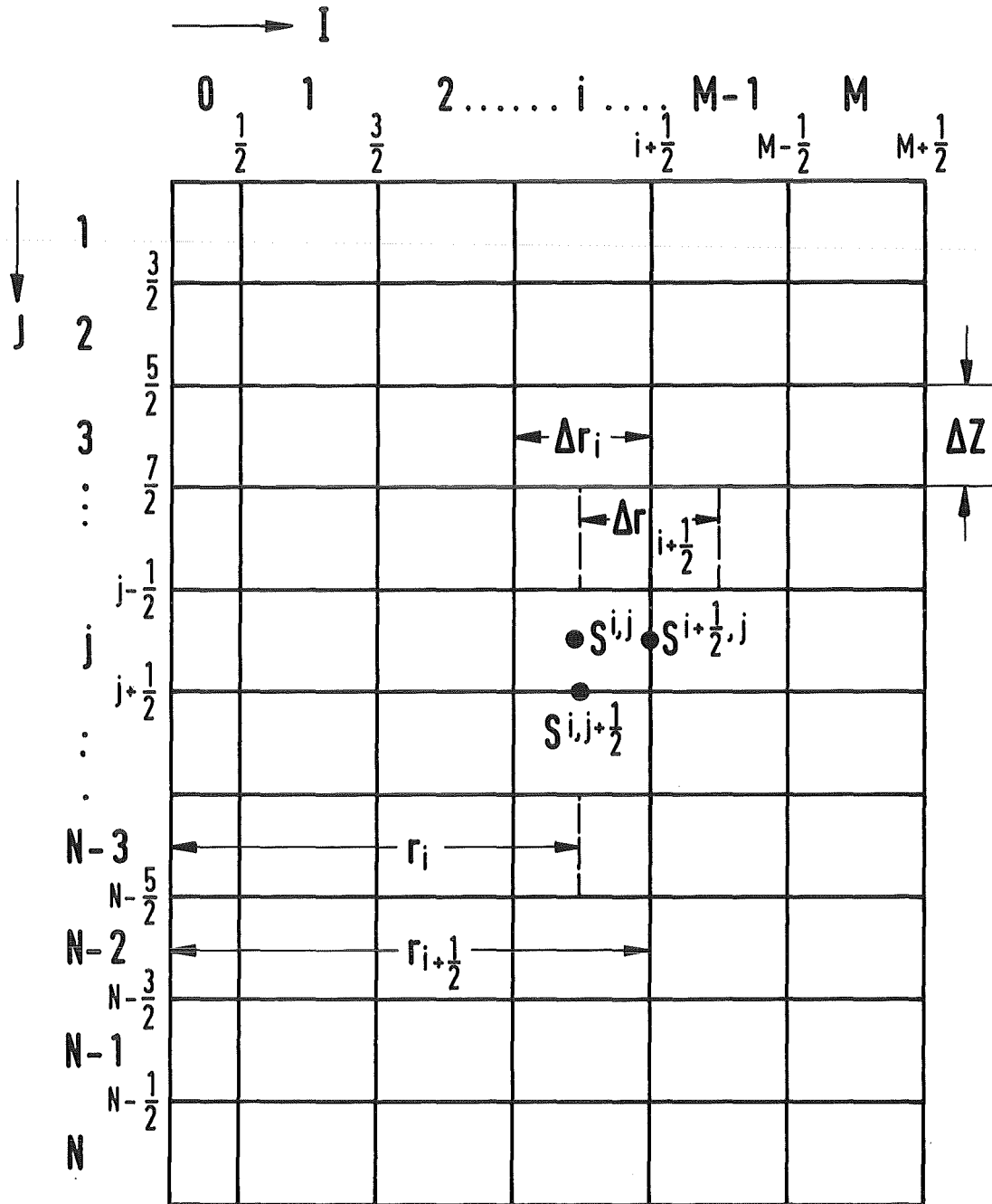


Abb. A1: Das verwendete Maschennetz.

Anhang 3: Zusammenstellung der Eingabedaten

Tabelle 1: Geometrie des DWR-Modelles

Radius des Kernbehälters	R_M	2.145	[m]
Axiale Länge des Kernbehälters	L_M	7.63	[m]
Höhe des oberen Plenums	L_U	1.217	[m]
Höhe des unteren Plenums	L_L	0.974	[m]
Höhe des oberen Sammelraumes	L_Z	2.76	[m]
Länge des Blowdown-Rohres	L_S	3.0	[m]
Breite des Ringraumes	H_R	0.315	[m]
Abstand der Blowdown-Stutzen Achse vom Kernbehälterflansch	L_F	1.080	[m]
Radius des Blowdown-Rohres	R_S	0.375	[m]

Tabelle 2: Stoffdaten des Kernbehälters

Dichte des Kernbehälters	ρ	7800	[kg/m ³]
Wandstärke des Kernbehälters	H_M	0.08	[m]
E - Modul des Kernbehälters	E	1.7E11	[N/m ²]
Querkontraktionszahl	ν	0.3	[-]

Tabelle 3: Stoffdaten des Kühlmittels

Temperatur im Stutzen	T_6	291	[°C]
Temperatur im Ringraum	T_1	291	[°C]
Temperatur im unteren Plenum	T_5	291	[°C]
Temperatur im Brennstabbereich	T_4	308.5	[°C]
Temperatur im ob. Sammelraum	T_3	326	[°C]
Temperatur im oberen Plenum	T_2	326	[°C]
Anfangsdruck	p_0	16.04	[MaPa]
Sattdampfdruck an der Bruchstelle	p_{sat}	7.204	[MaPa]
Dichte im Stutzen	ρ_6	736.4	[Kg/m ³]
Dichte im Ringraum	ρ_1	736.4	[Kg/m ³]
Dichte im unteren Plenum	ρ_5	736.4	[Kg/m ³]

Dichte im Brennstabbereich	ρ_4	701.1	[Kg/m ³]
Dichte im ob. Sammelraum	ρ_3	658.4	[Kg/m ³]
Dichte im oberen Plenum	ρ_2	658.4	[Kg/m ³]
Schallgeschwindigkeit im Stutzen	a_6	994.1	[m/sec]
Schallgeschwindigkeit im Ringraum	a_1	994.1	[m/sec]
Schallgeschwindigkeit im unteren Plenum	a_5	994.1	[m/sec]
Schallgeschwindigkeit im Brennstabbereich	a_4	900.9	[m/sec]
Schallgeschwindigkeit im ob. Sammelraum	a_3	791.3	[m/sec]
Schallgeschwindigkeit im oberen Plenum	a_2	791.3	[m/sec]

Tabelle 4: FLUX-5 Eingabeparameter für Reaktorkern und oberen Sammelraum

		Reaktor- kern	Ob. Sammel- raum	
Volumenanteil des Fluides	α	0.556	0.7	[-]
Parameter der virtuellen Dichte	ρ^-	0.29	0.23	[-]
Dichte der Stäbe	$\rho_{s,0}$	8157	1713	[kg/m ³]
Kompressions-Schallgeschwindigkeit der Stäbe	a_s	812.9	∞	[m/sec]
Volumensteifigkeit des Fluid- Stab Gemisches	1/K	1.06E-9	1.698E-9	[m ² /N]
Steifigkeit pro Längeneinheit der Abstandshalter	c_s	1.12E8	-	[N/m ²]
Steifigkeit pro Längeneinheit der Kernumfassungs-Ersatzfeder	c_r	1.12E8	-	[N/m ²]
Effektive Biegesteifigkeit der Brennelemente	c_b	6.73E6	5.31E6	[N]
E-Modul bzgl. axialer Dehnung	E_d	2.36E9	2.5E10	[N/m ²]
E-Modul/Länge des oberen Stabendes	$E_{d,0}$	5.23E6	2.5E10	[N/m ³]
Reibfaktor für horizontale Bewegungskomponenten	μ_1	0	0	[kg/m ³ sec]
Reibfaktor für axiale Bewegungskomponenten	μ_3	0	0	[kg/m ³ sec]
Seitenlänge Brennelement	d	0.23	-	[m]
Spaltbreite zwischen zwei BE	s_0	1	-	[mm]

Tabelle 5: Eingabedaten für das Lochplattenmodell

		Oberer Rost	Gitter- platte	Unterer Rost	
Masse	m	31000	4000	16400	[kg]
Plattenhöhe, wirksam für Struktur	h_s	0.440	0.165	0.4	[m]
Plattenhöhe, wirksam für Fluid	h_f	0.440	0.04	0.595	[m]
Plattenhöhe oberhalb Schalenrand	h_r	0.36	-	0.08	[m]
Plattendichte, wirksam f. Struktur	ρ_s	4874	6918	2836	[kg/m ³]
Plattendichte, wirksam f. Fluid	ρ_f	5186	1906	3226	[kg/m ³]
Porosität	β	0.06	0.12	0.33	[-]
Reibfaktor	μ	0	0	0	[kg/m ³ sec]

Tabelle 6: Geometrie des Masseringes (nur bei FLUX-4 Rechnung)

Höhe des Masseringes	1.364	[m]
Innenradius	1.2	[m]
Außenradius	2.105	[m]

Tabelle 7: Eingabeparameter des Anschlagmodelles für die parametrischen Rechnungen, Position der Anschläge in Abb. 4.1

	1	2	3	4	5	6	7	8
Anfangsspiel								
[mm]	3	0	0.4	3	0	0.4	7.5	7.5
Flexibilität								
[m/N]	1E-11	0	1E-11	1E-11	0	1E-11	1E-12	1E-12
Vorspannkraft								
[N]	0	1E8	0	0	1E8	0	0	0

Tabelle 8: Rechenläufe der Parameterstudie

Kapitel	Kennzeichnung	Maschen- netz	Besonderheiten
4	FX5	N1,N2,N3	Standardlauf FLUX-5, Kernbehälter fest
	FX5AN	N1,N2	" " " " , " lose
	FX4	N1,N2,N3	Standardlauf FLUX-4, Kernbehälter fest, Massering von 50% Kernmasse
	FX4AN	N1,N2	Standardlauf FLUX-4, Kernbehälter lose, Massering von 50% Kernmasse
	4.2.1	FX4-M	N1
	FX4AN-M	N1	" " " " , " lose
	FX4-G	N1	Kernmasse durch effektive Fluiddichte (4.1), Kernbehälter fest
	FX4AN-G	N1	Kernmasse durch effektive Fluiddichte (4.1), Kernbehälter lose
	FX4-S	N1	Kernmasse durch effektive Fluiddichte (4.2), Kernbehälter fest
	FX4AN-S	N1	Kernmasse durch effektive Fluiddichte (4.2), Kernbehälter lose
4.2.2	FX5-A	N1	FLUX-5 ohne Abstandshalter, Kernbeh. fest
	FX5AN-A	N1	" " " " , " lose
	FX5-B	N1	FLUX-5 ohne Kernumfassungs-Ersatzfedern, Kernbehälter fest
	FX5AN-B	N1	FLUX-5 ohne Kernumfassungs-Ersatzfedern, Kernbehälter lose
	FX5-C	N1	FLUX-5 mit nichtlinearen Abstandshaltern, Kernbehälter fest
	FX5AN-C	N1	FLUX-5 mit nichtlinearen Abstandshaltern, Kernbehälter lose
	4.2.3	FX5-W	N1
	FX5-S	N1	Biegesteifigkeit 10 mal höher als normal
	FX5-L	N1	$\rho^- = 0$
	FX5-R	N1	$\rho^- = 100$
4.2.4	FX5-DWR	N3	Konservative DWR-Blowdown Simulation
4.3.1	FX5-10%	N1	FLUX-5, " " 0.1F-Bruch
	FX5-1MS	N1	FLUX-5, Blowdown mit 1 msec Bruchöffnungszeit

	FX5-10MS	N1	FLUX-5, Blowdown mit 10 msec Bruchöffnungszeit
	FX5-20MS	N1	FLUX-5, " " 20 " "
	FX5-0.3S	N1	FLUX-5, Blowdown mit 0.3 m intaktem Stutzen
	FX5-1S	N1	FLUX-5, " " 1 m " "
	FX5-2S	N1	FLUX-5, " " 2 m " "
4.3.2	FX5-1.2L	N1	Dicke des unteren Rostes $h = 1.2$ m
	FX5-0.1L	N1	" " " " $h = 0.1$ m
	FX5-0.6P	N1	Porosität des unteren Rostes $\beta = 0.6$
	FX5-0.05P	N1	" " " " $\beta = 0.05$
4.3.3	FX5-SM	N2	FLUX-5, oberer Sammelraum mit homogenisiertem Fluid-Stab Modell
4.3.4	FX5-A	N2	FLUX-5, ohne Abstandshalter
	FX5-NL	N2	FLUX-5, mit nichtlinearem Abstandshaltermodell
4.3.5	FX5-NL-W	N2	Biegesteifigkeit der Stäbe 10 mal niedriger als normal
	FX5-NL-S	N2	Biegesteifigkeit der Stäbe 10 mal höher
	FX5-NL-L	N2	$\rho^- = 0$
	FX5-NL-R	N2	$\rho^- = 100$

Tabelle 9: Die verwendeten Maschennetze

		N1	N2	N3
Anzahl radialer Maschen im Innenraum	MM	3	5	5
Anzahl radialer Maschen im Ringraum	MD	1	1	1
Anzahl radialer Maschen am Massering*	MR	2	2	2
Maschenanzahl im Stutzen	MS	20	30	30
Anzahl axialer Maschen im Innenraum	NM	14	26	36
Anzahl axialer Maschen im Kern	NMZ	9	17	23
Anzahl axialer Maschen im oberen Plenum	NU	2	3	5
Anzahl axialer Maschen im unteren Plenum	NL	2	3	5
Anzahl azimuthaler Fouriermodes für Fluid und Struktur	KM	4	8	12
Grenzeigenfrequenz des Kernbehälters [Hz]	OMAX	1000	1500	1500
Maximale Zahl der Strukturfreiheitsgrade je Umfangsmode	CYMMM	20	40	60
Zeitschrittweite [sec]	Δt	5E-4	2E-4	2E-4
Spaltbreite [mm]	s	2.1	1.3	1.3
Gesamtzahl der Kernbehälter-Freiheitsgrade	NSMAX	100	236	308
Gesamtzahl der Fluidmaschen	NFMAX	380	1758	3618

Tabelle 10: Rechenzeiten

		N1	N2	N3
Gesamtzahl der räumlichen Freiheitsgrade	FLUX-4	480	1994	3926
Rechenzeiten bei linearer Kernbehälterlagerung	FX4	3.5	25	54
[min] CPU-Zeit IBM 3033	FX5	9	106	300
Rechenzeiten bei nichtlinearer Kernbehälterlagerung	FX4AN	2.2	18	-
[min] CPU-Zeit M7890 **	FX5AN	7	76	123 ***

Tabelle 11: Eingabeparameter des Anschlagmodelles für die Rechnung FX5-DWR. Position der Anschläge in Abb. 4.17.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anfangsspiel [mm]	6	0	10.5	10.4	10.2	9.85	9.36	8.77	0	0	0	0
Flexibilität [10^{-11} m/N]	5	5	5	5	5	5	5	5	0	0	0	0
Vorspannkraft [10^5 N]	0	0	0	0	0	0	0	0	2.31	2.31	2.31	2.31

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Anfangsspiel [mm]	0	0	0	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
Flexibilität [10^{-11} m/N]	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
Vorspannkraft [10^5 N]	2.31	2.31	2.31	0	0	0	0	0	0	0

* Nur bei FLUX-4 Rechnung

** Die SIEMENS 7890 ist ca. 3 mal schneller als die IBM 3033

*** Nur 80 msec Echtzeit wurden simuliert

Literatur

- [1] D. Smidt: Reaktor-Sicherheitstechnik, Springer-Verlag New York (1979).
- [2] E.G. Schlechtendahl: Coupled Fluid-Structure Analysis for LWRs in the Federal Republic of Germany, Nucl. Safety 20 (1979), 551 - 563.
- [3] R. Krieg, E.G. Schlechtendahl, K.-H. Scholl: Design of the HDR experimental program on blowdown loading and dynamic response of PWR-vessel internals, Nucl. Engrg. Des. 43 (1977), 419 - 435.
- [4] C.W. Hirt, N.C. Romero: Application of a Drift-Flux Model to Flashing in Straight Pipes, Los Alamos, Report LA-6005-MS (1975).
- [5] W.C. Rivard, M.D. Torrey: K-FIX - A Computer Program for Transient, Two Dimensional, Two Fluid Flow, Los Alamos, Report LA-NUREG-6623 (1977).
- [6] W. Rott: Fluid-Struktur-dynamisch gekoppelte Berechnung der Druckentlastungsvorgänge im RDB-Ringraum bei Blowdown, Reaktortagung 1978, Hannover (1978).
- [7] F. Katz et al.: 2D Fluid-Flow in the Downcomer and Dynamic Response of the Core Barrel during PWR Blowdown, SMIRT 4, Vol. B, San Francisco, Paper B5/2 (1977).
- [8] T. Grillenberger: DAPSY - Ein Programm für die Druckwellenausbreitung im Reaktorkühlkreislauf, MRR-P-24 (1976).
- [9] U. Schumann: Effektive Berechnung dreidimensionaler Fluid - Struktur - Wechselwirkung beim Kühlmittelverluststörfall eines Druckwasserreaktors - FLUX, KfK 2645 (1978).
- [10] U. Schumann: Fast Elliptic Solvers and Three-Dimensional Fluid-Structure Interactions in a Pressurized Water Reactor, J. Comp. Phys. 36 (1980), 93 - 127.
- [11] U. Schumann et al.: Weiterentwicklung und Verifizierung gekoppelter fluid-strukturmechanischer Codes zur Analyse der dynamischen Spannungen und Verformungen der RDB-Einbauten bei Kühlmittelverluststörfällen in LWR, in: Projekt Nukleare Sicherheit, Jahresbericht 1981, KfK 3250 (1982), 4100/32 - 4100/53.

- [12] L. Wolf et al.: Unveröffentlichter Bericht (1983).
- [13] A. Ludwig, U. Schumann: Fluid-Structure Analysis for the HDR Blowdown and Snapback experiments with FLUX, Nucl. Engrg. Des. 70 (1982), 321 - 333.
- [14] U. Schumann: Experimental and Computed Results for Fluid-Structure Interaction with Impacts in the HDR Blowdown Experiments, Nucl. Engrg. Des. 73 (1982), 303 - 317.
- [15] A. Ludwig et al.: Progress in Fluid-Structure Analysis with FLUX for the HDR-RPV-I Blowdown Experiments, 7th SMiRT, Chicago, 22.8-26.8.1983, Paper B6/2 (1983).
- [16] U. Schumann et al.: Precomputation with FLUX for the German Standard Problem No. 5: "Loadings on RPV Internal Structures during Rapid Depressurization", KfK 3444 B (1983).
- [17] W.T. Sha: An Overview on Rod-Bundle Thermal-Hydraulics Analysis, Nucl. Engrg. Des. 62 (1980), 1 - 24.
- [18] W.T. Sha et al.: A new Approach for Rod-Bundle Thermal-Hydraulics Analysis, Nucl. Technology 46 (1979), 268 - 280.
- [19] R. Krieg et al.: Mechanisches Verhalten der Kernmanteleinspannung und der Corestützen beim Blowdown, in: Projekt Nukleare Sicherheit, Jahresbericht 1981, KfK 3250 (1982), 4100/62 - 4100/72.
- [20] R. Krieg, G. Hailfinger: SING-1 - Ein Computerprogramm zur Berechnung transienter, dreidimensionaler, inkompressibler Potentialströmungen nach einem Singularitätenverfahren, KfK 2505 (1978).
- [21] R. Krieg et al.: Transient, Three Dimensional Potential Flow Problems and Dynamic Response of the Surrounding Structures, Part I and II, J. Comp. Phys. 34 (1980), 139 - 183.

- [22] F. Hara: Two-Phase Flow Induced Parametric Vibrations in Structural Systems - Pipes and Nuclear Fuel Pins, Rep. of the Institute of Industrial Science, Univ. Tokyo, UDC 693.814.2 (1979).
- [23] J.H. Kissel: Flow Induced Vibrations in a Heat Exchanger with Seal Strips, Trans. ASME 104 (1982), 372 - 378.
- [24] E. Erb, K.H. Lang, E. Wolf: Laborversuche zur Abstützung fluid-strukturdynamischer Rechenprogramme zur Beschreibung der Anfangsphase bei Kühlmittelverluststörfällen, in: Projekt Nukleare Sicherheit, Jahresbericht 1981, KfK 3250 (1982), 4100/54 - 4100/61.
- [25] H.J. Wehling et al.: Experimentelle Bestimmung der dynamischen Kennwerte von Brennelementen für Druckwasserreaktoren, 6th SMiRT, Paris, 17.-21.8.1981, Paper D3/7 (1981).
- [26] J. Planchard et al.: A Simplified Method for Determining Acoustic and Tube Eigenfrequencies in Heat Exchangers, J. Pressure-Vessel Technology 104 (1982), 175 - 179.
- [27] S.S. Chen, J.A. Jendrzejczyk: Dynamic Response of a Circular Cylinder Subjected to Liquid Cross Flow, Trans. ASME 101 (1979), 106 - 112.
- [28] S.S. Chen, M.W. Wambsganss: Parallel-Flow-Induced Vibrations of Fuel Rods, Nucl. Engrg. Des. 18 (1972), 253 - 278.
- [29] S.S. Chen: Vibrations of Nuclear Fuel Bundles, Nucl. Engrg. Des. 35 (1975), 399 - 422.
- [30] S.S. Chen: Crossflow-Induced Vibrations of Heat Exchanger Tube Banks, Nucl. Engrg. Des. 47 (1978), 67 - 86.
- [31] T. Shimogo, Y. Shinohara: Vibrations of Square and Hexagonal Cylinders in a Liquid, ASME Paper 80-C2/PVP-9 (1980).
- [32] J. Planchard: Computation of the Acoustic Eigenfrequencies of Cavities Containing a Tube Bundle, Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg. 24 (1980), 125 - 133.

- [33] J. Planchard: Eigenfrequencies of a Tube Bundle Placed in a Confined Fluid, *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.* 30 (1982), 75 - 93.
- [34] J. Planchard: Développements asymptotiques des fréquences propres d'un faisceau de tubes élastiques plongés dans un fluide incompressible, *E.D.F. Bull. de la direction des études et recherches, serie C, no. 2* (1982), 65 - 76.
- [35] R.G. Dong: Effective Mass and Damping of Submerged Structures, UCRL-52342 (1978).
- [36] P.M. Moretti, R.L. Lowerly: Hydrodynamic Inertia Coefficients for a Tube Surrounded by Rigid Tubes, *Trans. ASME 75-PVP-47* (1976), 190 - 193.
-
- [37] L.N. Carlucci: Damping and Hydrodynamic Mass of a Cylinder in Simulated Two-Phase Flow, *ASME Paper 79-DET-81* (1979).
- [38] S. Meier: Persönliche Mitteilung (1982).
- [39] F.H.Chang et al.: LOCA-Hydroloads Calculation with Multidimensional Nonlinear Fluid/Structure Interaction, NP-1401, Vol.4 (1983).
- [40] V.K. Gabrielson: SHOCK Code User's Manual, a Computer Code to Solve the Dynamic Response of Lumped-Masses-Systems, Sandia Corp. Livermore Lab., SCL-DR-65-34 (1966).
- [41] S. Meier, Persönliche Mitteilung (1983).
- [42] H. Möisinger: Investigation of Blowdown Problems with the Computer Code DRIX-2D, *Nucl. Sci. Engrg.* 76 (1980), 89 - 102.
- [43] H. Möisinger: Zweidimensionale numerische Experimente zur instationären Zweiphasen-Wasser-Strömung am Beispiel der HDR-Blowdownversuche mit DRIX-2D, *KfK 2853* (1979).
- [44] A. Ludwig, R. Krieg: Dynamic Response of a clamped/ring-stiffened circular cylindrical shell under non-axisymmetric loading, *Nucl. Engrg. Des.* 43 (1977), 437 - 453.

- [45] A. Ludwig, R. Krieg: An Analytical Quasi-Exact Method for Calculating Eigenvibrations of Thin, Circular Cylindrical Shells, J. Sound Vibr. 74 (1981), 155 - 174.
- [46] U. Schumann: Impacts and Fluid-Structure Interactions in Pressurized Water Reactor Safety-Analysis, Nucl. Engrg. Des. 69 (1982), 313 - 326.
- [47] J. Benner: Unveröffentlichter Bericht (1983).
- [48] F. Vodák: Continuum Models of Porous Media, Int. J. Sol. Struct. 17 (1981), 699 - 706.
- [49] E.W. Larsen: Homogenized Diffusion Approximations to the Neutron Transport Equation, Nucl. Sci. Engrg. 73 (1980), 274 - 285.
- [50] F. Odeh, J.B. Keller: Partial Differential Equations with Periodic Coefficients and Bloch Waves in Crystals, J. Math. Phys. 51, No. 11 (1964), 1499 - 1504.
- [51] A. Bourgeat, R. Tapiero: Comportement thermo-élastique homogénéisé d'une plaque d'échangeur thermique, in: P. Lascaux (Ed.), Proc. Third Int. Symp. on Numerical Methods in Engineering, Paris, 14.3-16.3 1983, 597 - 607.
- [52] R.M. Christensen: Mechanics of Composite Materials, John Wiley New York (1979).
- [53] I. Babuska: Solution of Interface Problems by Homogenization I and II, SIAM J. Math. Anal. 7 No. 5 (1976), 603 - 645.
- [54] R.A. Adams: Sobolev Spaces, Academic Press New York (1975).
- [55] R. Ohayon: Homogénéisation par développements asymptotiques mixtes. Calcul des vibrations de milieux élastiques a structures périodique, La Recherche Aérospatiale no 2 (1979), 109 - 118.

- [56] A. Bensoussan et al.: Asymptotic Analysis for Periodic Structures, North Holland Amsterdam (1978).
- [57] E. Sanchez-Palencia: Non-Homogeneous Media and Vibration Theory, Springer New York, Lecture Notes in Physics 127 (1980).
- [58] C. Conca: On the Application of the Homogenization Theory to a Class of Problems Arising in Fluid Mechanics, Univ. Pierre et Marie Curie 83006 (1983).
- [59] E. Sanchez-Palencia: Comportement local et macroscopique d'un type de milieu physique hétérogène, Int. J. Engrg. Sci 12 (1974), 331 - 351.
- [60] V.L. Berdichevskii: On Avaraging of Periodic Systems, PMM/J. Appl. Math. Mech. 41 (1977), 1010 - 1023.
- [61] A.E. Bergles et al.: Two-Phase Flow and Heat Transfer in the Power and Process Industries, Hemisphere Publ. Washington (1981).
- [62] U. Schumann: Homogenized Equations of Motion for Rod Bundles in Fluid with Periodic Structure, Ing. Archiv 50 (1981), 203 - 216.
- [63] U. Schumann: Virtual Density and Speed of Sound in a Fluid-Solid Mixture with Periodic Structure, Int. J. Multiphase Flow 7 (1981), 619 - 633.
- [64] B. Dolensky: Unveröffentlichter Bericht (1979).
- [65] H. Goldstein: Classical Mechanics, Addison Wesley Publ. New York (1959).
- [66] A.D.K. Laird, R.P. Warren: Groups of Vertical Cylinders Oscillating in Water, J. Engrg. Mech. Div., Proc. of the American Soc. of Civil Engineers 89, No. EM1 (1963), 25 - 35.
- [67] U. Schumann, J. Benner: Homogenized Model for Fluid-Structure Interactions in a Pressurized Water Reactor Core, 6th SMiRT, Paris, 17.8.-21.8.1981, Paper B5/7 (1981).

- [68] K. Magnus, H.H. Müller: Grundlagen der technischen Mechanik, B.G. Teubner Stuttgart (1979).
- [69] KWU-Erlangen: Persönliche Mitteilung (1982).
- [70] J. Benner, U. Schumann: Analytical Investigation of a One-Dimensional Homogenized Model for a Pressurized Water Reactor Core, Nucl. Engrg. Des. 66 (1981), 413 - 426.
- [71] J. Benner: Unveröffentlichter Bericht (1981).
- [72] U. Schumann, J. Benner: Direct Solution of the Discretized Poisson-Neumann Problem on a Domain Composed of Rectangles, J. Comp. Phys. 46 (1982), 1 - 14.
- [73] N.M. Newmark: A Method of Computation for Structural Dynamics, J. Engrg. Div. ASCE 85, No. EM3 (1959), 67 - 94.
- [74] J.W. Cooley, J.W. Tucky: An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, Math. Comp. 19 (1965), 297 - 301.
- [75] B.L. Buzbee et al.: On Direct Methods for Solving Poisson's Equation, SIAM J. Numer. Anal. 8 (1970), 1 - 29.
- [76] U. Schumann, R.A. Sweet: A Direct Method for the Solution of Poisson's Equation with Neumann Boundary Conditions on a Staggered Grid of Arbitrary Size, J. Comp. Phys. 20 (1976), 171 - 182.
- [77] J. Benner: Numerical Simulation of Fluid-Structure Interactions in a Pressurized Water Reactor Core, in: P. Lascaux (Ed.): Proc. Third Int. Symp. on Numerical Methods in Engineering, Paris, 13.3.-16.3.1983, 337 - 347.
- [78] J. Stoer, R. Bulirsch: Einführung in die Numerische Mathematik II, Springer New York (1973).
- [79] U. Schumann: Unveröffentlichter Bericht (1982).
- [80] U. Schumann: Unveröffentlichter Bericht (1982).

- [81] J. Benner: Unveröffentlichter Bericht (1982).
 - [82] KWU-Erlangen: Persönliche Mitteilung (1982).
 - [83] G. Enderle et al.: GIPSY-Handbuch, KfK 2878 (1980).
 - [84] M. Geiss, J. Benner, A. Ludwig: Integritätsnachweis für die Behältereinbauten eines Druckwasserreaktors beim Blowdown - Ergebnisse und Wertung, PNS Jahreskolloquium 1983, in: KfK 3670.
-