

KfK 3765  
Dezember 1984

**Untersuchung der radialen  
Verteilung der Nukleonen in  
Atomkernen der  $1f_{7/2}$ -Schale  
mit Hilfe der elastischen  
Alpha-Teilchen-Streuung**

H. J. Gils  
Institut für Kernphysik

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Kernphysik

KfK 3765

UNTERSUCHUNG DER RADIALEN VERTEILUNG DER  
NUKLEONEN IN ATOMKERNEN DER  $1f_{7/2}$ -SCHALE MIT HILFE  
DER ELASTISCHEN ALPHA-TEILCHEN-STREUUNG\*

Hans Jürgen Gils

\* Von der Fakultät für Physik der  
Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen  
genehmigte Habilitationsschrift

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
ISSN 0303-4003

## ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wird die räumliche Ausdehnung der Kernmaterieverteilung - also der Summe von Protonen und Neutronen - in Atomkernen der  $1f_{7/2}$ -Schale untersucht. Experimentelle Grundlage sind differentielle Wirkungsquerschnitte der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung an  $^{40,42,43,44,48}\text{Ca}$ ,  $^{50}\text{Ti}$ ,  $^{51}\text{V}$ ,  $^{52}\text{Cr}$ , die bei einer  $\alpha$ -Teilchen-Energie von  $E_\alpha = 104$  MeV am Karlsruher Isochron-Zyklotron über einen großen Winkelbereich sehr genau gemessen wurden. Die experimentellen Wirkungsquerschnitte werden zunächst mit Hilfe sogenannter "modellunabhängiger" Optischer Potentiale analysiert, mit denen die Daten ausgezeichnet wiedergegeben werden. Der Fehlerbereich dieser Potentiale ergibt sich in wohldefinierter Form aus den Analysen. Die große Empfindlichkeit der Daten auf die radiale Form der Potentiale rechtfertigt die prinzipielle Eignung der Experimente zur Lösung der gestellten Frage und liefert bereits einige Vorinformationen.

Zur Bestimmung der Kernmaterieverteilungen und insbesondere deren Differenzen wird ein Reaktionsmodell vorgestellt, das einerseits auf einem voll mikroskopischen Vielteilchen-Ansatz beruht. Andererseits werden in diesem Modell aber alle weniger interessierenden Größen phänomenologisch behandelt. Auf diese Weise gelingt es, die experimentellen Wirkungsquerschnitte ebenso gut zu reproduzieren wie mit modellunabhängigen Potentialen und generell volle Konsistenz zu erzielen. Dies wurde bisher mit keinem mikroskopischen Reaktionsmodell erreicht.

Als wesentliches Resultat liefern die Analysen Differenzen der Kernmaterieverteilungen der  $1f_{7/2}$ -Schale, die ein interessantes Verhalten zeigen. Bei den Kernen mit gerader Massenzahl werden die zusätzlichen Neutronen in der Isotopenkette offenbar nicht nur in einen schmalen radialen Bereich eingebaut, den man mit der  $1f_{7/2}$ -Schale identifizieren kann, sondern erstrecken sich über eine recht ausgedehnte radiale Zone, insbesondere im Fall des  $^{48}\text{Ca}$ . Erst beim Einbau weiterer Protonen in der Isotonenkette wird die schärfere Lokalisierung der  $1f_{7/2}$ -Schale ersichtlich, wobei aber auch bereits Besetzungen der f-p-Schale zu beobachten sind.

Die Radien der Kerne mit ungerader Massenzahl zeigen ein ungewöhnliches Verhalten im Vergleich zu den Ladungsradien dieser Kerne. Während letztere kleiner sind als die Kernladungsradien der benachbarten geraden Kerne sind die Radien der Kernmaterieverteilungen der ungeraden Kerne größer als die der benachbarten geraden Kerne. Dies wird theoretisch weder im Bild des Schalenmodells noch im Rahmen von Hartree-Fock-Rechnungen verstanden.

INVESTIGATIONS OF THE RADIAL DISTRIBUTIONS OF NUCLEONS IN  
 $1f_{7/2}$ -SHELL NUCLEI BY ELASTIC ALPHA PARTICLE SCATTERING

Abstract

The radial size and shape of the distribution of nucleons - i.e. the sum of protons and neutrons - in atomic nuclei of the  $1f_{7/2}$  shell is investigated in the present work. The experimental basis of the studies are differential cross sections of elastic  $\alpha$  particle scattering by  $^{40,42,43,44,48}\text{Ca}$ ,  $^{50}\text{Ti}$ ,  $^{51}\text{V}$ ,  $^{52}\text{Cr}$  precisely measured over a wide angular range at the 104 MeV  $\alpha$  particle beam from the Karlsruhe Isochronous Cyclotron. The experimental cross sections are analyzed using so-called "model independent" optical potentials by which the data are very well reproduced. The error bands of these potentials are determined in a well-defined form from the analyses. The high sensitivity of the data to the radial form of the real optical potential justifies, in principle, that the experiments are a suitable tool for investigating nuclear density distributions. Some pre-informations on this question are obtained from the optical potential analyses.

For a more direct access to the nuclear matter distributions - in particular to differences between neighbouring nuclei - a semimicroscopic reaction model is presented which on the one hand is based on a fully microscopic many body approach. On the other hand all quantities being not of particular interest for the results are treated in a phenomenological way. Thereby, it is possible to reproduce the experimental cross sections as well as by the "model independent" potentials and to obtain full consistency between the two approaches. This has not been achieved by any other microscopic reaction model.

As main result of the analyses differences of nuclear matter distributions between the investigated nuclei of the  $1f_{7/2}$  shell are obtained which show an interesting behaviour. In the isotope chain of the even mass number nuclei the additional neutrons are obviously distributed over a wide radial region in particular in the case of  $^{48}\text{Ca}$ . However, when adding protons in the isotone chain a sharper localization of the  $1f_{7/2}$  shell is observed and also occupation of other shells is indicated.

The nuclear matter radii of the odd mass number nuclei show an unexpected behaviour as compared to the corresponding charge radii. Whereas the latter are smaller than those of the neighbouring even mass number nuclei one observes larger radii for the nuclear matter distribution of the odd nuclei. This behaviour is not understood theoretically neither in the framework of the shell model nor in Hartree-Fock calculations.

## Inhalt

	ZUSAMMENFASSUNG	
1.	EINLEITUNG	1
2.	ÜBERBLICK	3
2.1	Definitionen	3
2.2	Kernladungsverteilungen	6
2.3	Verteilungen von Neutronen und Kernmaterie	10
3.	MESSUNG DER DIFFERENTIELLEN WIRKUNGSQUERSCHNITTE	17
3.1	Experimentelle Anordnung	17
3.1.1	Strahlführung und Streukammer	17
3.1.2	Detektoren, Elektronik und Datenaufnahmesystem	19
3.1.3	Targets	21
3.2	Durchführung der Messungen	22
3.3	Bestimmung der Wirkungsquerschnitte	24
4.	METHODEN DER ANALYSE	31
4.1	Grundlagen und Gang der Analyse	31
4.1.1	Optisches Modell	31
4.1.2	Allgemeine numerische Verfahren	35
4.2	Phänomenologische Potentiale	37
4.2.1	Konventionelle Optische Potentiale	37
4.2.2	"Modellunabhängige" Potentialform	41
4.2.3	Targetspin und Quadropulmoment	48
4.3	Mikroskopisches Optisches Potential	55
4.3.1	Faltungsmodell	55
4.3.2	Effektive $\alpha N$ -Wechselwirkung	59
4.3.3	"Modellunabhängige" Kernmaterieverteilungen	69
5.	ERGEBNISSE	75
5.1	Potentiale und Potentialdifferenzen	75
5.2	Kernmaterieverteilungen	81
5.2.1	Dichteabhängigkeit und Kernstruktur	81
5.2.2	Unterschiede der Kernmaterieverteilungen	88



6.	DISKUSSION	95
6.1	Vergleich mit anderen hadronischen Experimenten	95
6.2	Verteilung von Kernladung und Kernmaterie	96
6.3	Kerne mit ungerader Massenzahl	101
7.	SCHLUSSBEMERKUNGEN	104
8.	LITERATURVERZEICHNIS	106

## 1. EINLEITUNG

Eine der bemerkenswertesten Beobachtungen im Bereich der Atomkerne der  $1f_{7/2}$ -Schale ist das ungewöhnliche Verhalten der Kernladungsradien in Isotopenketten. In der zweiten Hälfte der  $1f_{7/2}$ -Neutronenschale nehmen nämlich die Ladungsradien von Ca-, Ti- und Cr-Isotopen mit steigender Neutronenzahl ab [WoSh 81, AnBe 82]. Es ist daher von großem Interesse, die entsprechenden Verteilungen der Neutronen zu untersuchen, die als Ursache für die unerwartete Abnahme der Kernladungsradien vermutet werden müssen. Umgekehrt erhebt sich aber auch die Frage, in welcher Weise sich die Verteilung der Neutronen ändert, wenn sich die Zahl der Protonen in einer Isotonenkette erhöht.

Neben diesen speziellen Aspekten ist das Studium der Nukleonverteilungen von Kernen der  $1f_{7/2}$ -Schale aus allgemeinen Gründen von Bedeutung. Hier findet man nämlich mit  $^{40}\text{Ca}$  den schwersten stabilen doppelt-magischen Kern mit gleicher Anzahl von Protonen und Neutronen ( $T = 0$ ) und mit  $^{48}\text{Ca}$  einen weiteren doppelt-magischen Kern desselben Elements, der mit den höchsten (relativen) Neutronen-Überschuß aller stabilen Kerne hat. Auch die Kette der stabilen  $N = 28$  - Isotone hat einen bemerkenswerten Umfang, die mit  $Z = 26$  in  $^{54}\text{Fe}$  nur zwei Masseneinheiten unterhalb der abgeschlossenen Schale endet. Im Rahmen aufwendiger mikroskopischer Theorien [DeGo 80] werden die Kernmaterieverteilungen dieser - aber auch benachbarter - Kerne der  $1f_{7/2}$ -Schale berechnet und der Vergleich mit den experimentellen Ladungsdichten gilt als empfindlicher Test für unser Verständnis über die Natur der Wechselwirkung zwischen den Nukleonen und den Aufbau der Atomkerne. Die Kernladungsverteilungen repräsentieren allerdings im wesentlichen nur die Verteilung der Protonen im Kern. Zu einem vollständigen Test der Theorien bedarf es auch des Vergleichs mit experimentellen Neutronenverteilungen. Im Gegensatz zur Kernladungsverteilung sind die experimentellen Informationen über die Verteilung der Neutronen oder der gesamten Kernmaterie (Nukleonen) jedoch nur mangelhaft.

Die Ursache hierfür ist leicht einzusehen. Im Fall der Kernladungsverteilung bedienen sich die Experimente elektromagnetisch wechselwirkender Proben wie Elektronen oder M $\mu$ onen. Bei diesen punktförmigen Proben ist die Wechselwirkung mit dem Kern gut bekannt, und die Methoden der Experimentalanalyse wurden so weit entwickelt [Bar70, Sic 74, DrFr 74, Woh 76, WoSh 81], daß die Resultate mit gutem Recht die Bezeichnung "modellunabhängig" tragen können. Die Untersuchung der radialen Verteilung der Neutronen oder Nukleonen dagegen basiert zwangsläufig auf der Benutzung von Probeteilchen, die der starken Wechselwirkung unterliegen. Dies führt zu erheblichen Schwierigkeiten und Unsicherheiten bei der Analyse, insbesondere dadurch, daß die Wechselwirkung zwischen einem im Kern gebundenen Nukleon und einem Probeteilchen sich im allgemeinen von der Wechselwirkung zwischen freien Teilchen unterscheidet. Das genaue experimentelle Studium der starken Wechselwirkung zwischen einem gebundenen Nukleon und einem Probeteilchen setzt aber gerade die Kenntnis der Nukleonenverteilung im Kern voraus. Man steht also vor einem im Grunde unlösbaren Problem, dessen näherungsweise Lösung nur unter gewissen Annahmen und Modellvorstellungen angegangen werden kann.

Zu den verschiedenen recht erfolgversprechenden Ansätzen in dieser Richtung gehört auch die semi-mikroskopische Analyse der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung im Energiebereich um  $E_{\alpha} = 100$  MeV, worüber die vorliegende Arbeit berichtet. Mit dieser Methode wurden acht Kerne der  $1f_{7/2}$ -Schale untersucht, nämlich  $^{40,42,43,44,48}\text{Ca}$ ,  $^{50}\text{Ti}$ ,  $^{51}\text{V}$ ,  $^{52}\text{Cr}$ , wobei auch zwei Kerne mit ungerader Massenzahl eingeschlossen sind, die besonderer Behandlung und Beachtung bedürfen. Nach einem kurzen Überblick über den aktuellen Stand der Untersuchungen von Kernmaterieverteilungen werden die Experimente beschrieben, die am Karlsruher Isochron-Zyklotron durchgeführt wurden. Einen zentralen Platz in der Arbeit nimmt die Erläuterung und Rechtfertigung der Analyse-Methoden ein, die - aufbauend auf einem weithin akzeptierten Modell - eigens für diese Untersuchungen weiterentwickelt wurden. Die anschließend dargestellten Resultate werden im einzelnen diskutiert und - soweit vorhanden - mit anderen experimentellen und theoretischen Untersuchungen verglichen.

## 2. ÜBERBLICK

### 2.1 Definitionen

In der Theorie der Atomkerne führt man Dichteverteilungen oder Einteilchen-Dichtefunktionen für Protonen, Neutronen und Nukleonen (Kernmaterie) ein. Dies sind Verteilungen von *punktförmigen* Teilchen im Kern. Bezeichnet man den Grundzustand eines Kernes mit  $\langle 0 \rangle$ , dann ist die Verteilung von  $Z$  Protonen definiert durch

$$\rho_p(\vec{r}) = \langle 0 | \sum_{i=1}^Z \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) | 0 \rangle \quad (2.1)$$

und die Verteilung von  $N$  Neutronen durch

$$\rho_n(\vec{r}) = \langle 0 | \sum_{i=1}^N \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) | 0 \rangle , \quad (2.2)$$

wobei die Summen jeweils nur über die Protonen bzw. Neutronen laufen. Die hier gewählte Normierung ist

$$\int \rho_p(\vec{r}) d\vec{r} = Z \quad (2.3 a)$$

$$\int \rho_n(\vec{r}) d\vec{r} = N. \quad (2.3 b)$$

Die Nukleonen- oder Kernmaterieverteilung ist dann gegeben durch

$$\rho_m(\vec{r}) = \rho_p(\vec{r}) + \rho_n(\vec{r}) \quad (2.4)$$

mit

$$\int \rho_m(\vec{r}) d\vec{r} = N + Z = A . \quad (2.3 c)$$

Bei Proben, die vorwiegend elektromagnetisch mit dem Kern wechselwirken, beobachtet man im allgemeinen die Verteilung der elektrischen Ladung im Atomkern, die nicht identisch ist mit der Protonenverteilung. Da das Proton (und auch das Neutron) im elektromagnetischen Sinne kein punktförmiges Teilchen ist, sondern eine ausgedehnte Ladungsverteilung  $\rho_{ch}^p(\vec{r})$  besitzt [SiBo 80], ist die Kernladungsverteilung  $\rho_{ch}(\vec{r})$  in erster Näherung durch Faltung der Punktprotonenverteilung mit der Ladungsverteilung des Protons  $\rho_{ch}^p(\vec{r})$  gegeben:

$$\rho_{\text{ch}}(\vec{r}) = \int \rho_{\text{p}}(\vec{r}') \rho_{\text{ch}}^{\text{p}}(|\vec{r}-\vec{r}'|) d\vec{r}' . \quad (2.5 \text{ a})$$

Da

$$\int \rho_{\text{ch}}^{\text{p}}(\vec{r}) d\vec{r} = 1 \quad (2.6)$$

ist, gilt auch für die Kernladungsverteilung

$$\int \rho_{\text{ch}}(\vec{r}) d\vec{r} = Z . \quad (2.7)$$

Anhand von Glch. (2.5 a) erkennt man, daß die Hautdicke der Kernladungsverteilung stets größer ist als die der Protonenverteilung. Auch mögliche Strukturen in der Protonenverteilung sind in der Ladungsverteilung deutlich geglättet.

Die Größe eines Atomkerns wird in geeigneter Form durch den mittleren quadratischen Radius  $\langle r_{\text{m}}^2 \rangle^{1/2}$  (RMS-Radius) der Nukleonverteilung definiert, da diese Definition unabhängig von der Form der Verteilung ist:

$$\langle r_{\text{m}}^2 \rangle = \int \rho_{\text{m}}(\vec{r}) r^2 d\vec{r} / A \quad (2.8)$$

Entsprechende Definitionen gelten für die Protonen-, Neutronen- und Ladungsverteilung des Kerns. Damit erhält man folgende Beziehungen zwischen den Radien:

$$A \langle r_{\text{m}}^2 \rangle = Z \langle r_{\text{p}}^2 \rangle + N \langle r_{\text{n}}^2 \rangle \quad (2.9)$$

und

$$\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle = \langle r_{\text{p}}^2 \rangle + \langle r_{\text{ch}}^2(\text{p}) \rangle , \quad (2.10 \text{ a})$$

wobei  $\langle r_{\text{ch}}^2(\text{p}) \rangle$  der mittlere quadratische Radius der Ladungsverteilung (Ladungsformfaktor) des Protons ist. Diese Ladungsverteilung kann man mit hinreichender Genauigkeit analytisch durch eine Gaußfunktion approximieren, deren RMS-Radius experimentell zu  $\langle r_{\text{ch}}^2(\text{p}) \rangle^{1/2} = 0.86 \text{ fm}$  bestimmt wurde [SiBo 80].

Der Ladungsformfaktor  $\rho_{\text{ch}}^{\text{n}}(\vec{r})$  [SiBo 80] und das magnetische Moment  $\mu_{\text{n}}$  des Neutrons liefern ebenfalls kleine Beiträge zur Kernladungsverteilung, die bei der heutigen Präzision elektromagnetischer Experimente nicht vernachlässigt werden können. Eine gebräuchliche analytische Näherung für den Ladungsformfaktor des Neutrons

ist die Überlagerung von zwei Exponentialfunktionen mit Volumen +1 und -1 und RMS-Radien  $R_+$  und  $R_-$ , die folgende Bedingung erfüllen [BeFr 72]:

$$\begin{aligned} R_-^2 - R_+^2 &= 0.120 \text{ fm}^2 \\ [1/2 (R_+^2 + R_-^2)]^{1/2} &= 0.80 \text{ fm} \end{aligned}$$

Zur Berücksichtigung der wesentlichen Beiträge der Neutronen zur Kernladungsverteilung müssen Gleichung (2.5 a) und (2.10 a) wie folgt ergänzt werden:

$$\rho_{\text{ch}}(\vec{r}) = \int \rho_p(\vec{r}) \rho_{\text{ch}}^p(|\vec{r}-\vec{r}'|) d\vec{r}' + \int \rho_n(\vec{r}') \rho_{\text{ch}}^n(|\vec{r}-\vec{r}'|) d\vec{r}' \quad (2.5 \text{ b})$$

$$\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle = \langle r_p^2 \rangle + \langle r_{\text{ch}}^2(p) \rangle + N/Z \langle r_{\text{ch}}^2(n) \rangle \quad (2.10 \text{ b})$$

Häufig sind Experimente nicht auf den mittleren quadratischen Radius eines Kerns empfindlich, sondern auf ein anderes integrales Moment der Nukleonverteilung. Man definiert daher allgemein ganzzahlige Momente  $M_k$  ( $k \geq -2$ ) durch

$$M_k = [ \int \rho(\vec{r}) r^k d\vec{r} / A ]^{1/k}, \quad (2.11 \text{ a})$$

wobei für  $k = 0$  gilt

$$M_0 = \exp \int \rho(\vec{r}) \ln(\vec{r}) d\vec{r} / A. \quad (2.11 \text{ b})$$

Für einfache Analysen oder Vergleiche von Experimenten hat es sich als nützlich erwiesen, den radialen Verlauf der Dichteverteilung durch eine analytische Funktion zu parametrisieren. Am gebräuchlichsten ist die Fermi-Verteilung

$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 [1 + \exp\{(r-c) / a\}]^{-1} \cdot [1 + w r^2/c^2] \quad (2.12)$$

mit zwei ( $w=0$ ) oder drei Parametern ( $w \neq 0$ ).

Bei der 2-Parameter Fermi-Verteilung ist  $c$  derjenige Radius, bei dem die Dichteverteilung auf die Hälfte des zentralen Wertes abgefallen ist, und  $a$  charakterisiert die Dicke der diffusen Oberflächenzone ("diffuseness"). Die Konstante  $\rho_0$  ergibt sich aus der

Normierungsbedingung Glch. (2.3). Zur Analyse moderner, präziser Experimente, die auf den gesamten radialen Verlauf der Verteilung empfindlich sind, ist die Fermi-Verteilung jedoch zu wenig flexibel und muß durch andere Ansätze ersetzt werden.

## 2.2 Kernladungsverteilungen

-----

Untersuchungen der Ladungsverteilung in Atomkernen werden von drei Methoden getragen, die sowohl auf experimenteller Seite als auch hinsichtlich der Analysemethoden ständig verbessert wurden. Die Methoden ergänzen sich gegenseitig, da man aus ihnen jeweils unterschiedliche Größen bzw. Eigenschaften der Kernladungsverteilung in weitgehend modellunabhängiger Form gewinnt.

Die elastische Streuung von Elektronen dient der Bestimmung der radialen Form der Ladungsverteilung. Sie kann sehr genau ermittelt werden - selbst im Inneren des Kerns - wenn die Experimente einen weiten Bereich hinsichtlich des auf den Kern übertragenen Impulses  $q$  überdecken ( $q \approx 0.3 - 3.5 \text{ fm}^{-1}$ ). Die Modellunabhängigkeit der Resultate wird durch einen flexiblen Ansatz für die Form der Ladungsdichte entweder als Fourier-Bessel-Reihe (FB) [DrFr 74] oder als Summe von Gaußfunktionen (SOG) [Sic 74] gewährleistet. Beide Ansätze sind nicht bloß eine phänomenologische Parametrisierung, sondern lassen sich auf unterschiedliche Weise physikalisch begründen. Die FB-Methode basiert darauf, daß die Ladungsverteilung die Fourier-Transformierte des gemessenen Formfaktors  $F(q)$  ist, der in einfacher Weise mit dem Wirkungsquerschnitt verknüpft ist. Die SOG-Methode ist auf den Eigenschaften der radialen Wellenfunktionen des Kerns aufgebaut.

Die Energieeigenwerte der tiefliegenden Niveaus müonischer Atome hängen von der Ausdehnung der Kernladungsverteilung ab, da die entsprechenden müonischen Orbitale wegen der großen Masse des Müons ( $m_\mu/m_e \approx 209$ ) einen deutlichen Überlapp mit dem Kern haben. Aus der Beobachtung der Röntgenstrahlung solcher müonischer Übergänge gewinnt man ein integrales Moment der Kernladungsverteilung - das "Barrett-Moment"  $\langle r^k \exp(-\alpha r) \rangle$  [Bar 70, WoSh 81] - unabhängig von der gewählten Form der Ladungsverteilung, wie empirische Un-

tersuchungen gezeigt haben. Seit der Einführung hochauflösender Detektoren zur Spektroskopie der Röntgenstrahlung kann das Barrett-Moment mit Fehlern ermittelt werden, die weitaus kleiner sind als die Fehler integraler Momente der Kernladungsverteilung aus der Elektronenstreuung. Bei gemeinsamer Analyse der Elektronenstreuung mit müonischer Röntgenstrahlung desselben Kerns [Woh 76] werden eine Vielzahl integraler Momente genau festgelegt und auch die Fehler in der radialen Form der Ladungsverteilung gegenüber der Analyse der Elektronenstreuung allein reduziert.

Die dritte bedeutende - und älteste - Methode zur Untersuchung von Kernladungsradien ist die Messung der Energieverschiebung optischer Übergänge in Isotopenreihen (Isotopieverschiebung). Ähnlich wie bei der Beobachtung müonischer Atome beruht dieser Effekt auf einer Änderung des nuklearen Coulombfeldes infolge unterschiedlicher Kernladungsverteilungen der Isotope. Ohne Modellannahmen kann gezeigt werden, daß die Energieverschiebungen der Änderung des mittleren quadratischen Radius  $\delta\langle r^2 \rangle$  proportional sind. Durch die Einführung von durchstimmbaren Farbstofflasern wurde diese Methode in den vergangenen Jahren erheblich befruchtet. Die Genauigkeit der Resultate wurde dadurch entscheidend verbessert und als einzige erlaubt diese Methode auch die Untersuchung instabiler, kurzlebiger Isotope, von denen nur geringste Mengen benötigt werden.

Der aktuelle Stand der Untersuchungen der Kernladungsverteilungen soll an einigen Beispielen aus dem hier interessierenden Gebiet der  $1f_{7/2}$ -Schale dargestellt werden. Fig. 2.1 zeigt Differenzen der mittleren quadratischen Radien der Kernladungsverteilungen der Ca-Isotope, bezogen auf  $^{40}\text{Ca}$ , aus Messungen der optischen Isotopieverschiebung und der Röntgenstrahlung müonischer Atome. Als generellen Trend erkennt man zunächst eine Zunahme der Radien bis  $^{44}\text{Ca}$ , dem die eingangs erwähnte Abnahme folgt, wobei  $^{48}\text{Ca}$  im Rahmen der Fehler den gleichen Ladungsradius hat wie  $^{40}\text{Ca}$ . Diesem Trend überlagert ist ein ausgeprägter Unterschied zwischen Kernen mit gerader und ungerader Massenzahl. Die ungeraden Kerne haben jeweils deutlich kleinere Radien als die benachbarten geraden Kerne ("odd-even-staggering"). Sowohl die Abnahme der Ladungsradien in der zweiten Hälfte der Schale als auch der Ungerade-Gerade-Effekt wird von einfachen Modellen wie dem Tröpfchen-Modell [MySw 69, Mye 77] nicht quantitativ beschrieben.



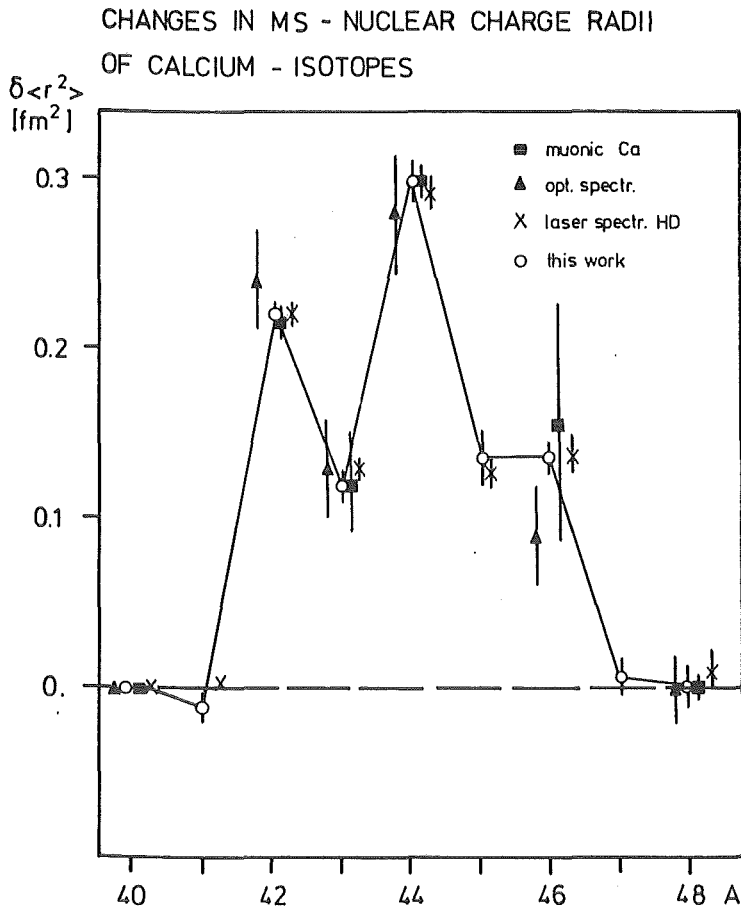


Fig. 2.1:

Differenzen der mittleren quadratischen Ladungsradien der Ca-Isotope aus Messungen der optischen Isotopieverschiebung [BrHe 78, Trä 81, AnBe 82] und Röntgenenergien müonischer Atome [WoSh 81]

Daß die Ladungsverteilung von  $^{48}\text{Ca}$  in bemerkenswerter Weise von der Ladungsverteilung von  $^{40}\text{Ca}$  abweicht, obwohl die RMS-Radien beider Kerne gleich sind, zeigt Fig. 2.2a. Hier ist die Form der Ladungsverteilung von  $^{40}\text{Ca}$  und die Differenz  $\rho_{\text{ch}}(^{48}\text{Ca}) - \rho_{\text{ch}}(^{40}\text{Ca})$  dargestellt. (Die Multiplikation mit  $r^2$  erlaubt einen direkten Vergleich mit radialen Wellenfunktionen). Offenbar ist in  $^{48}\text{Ca}$  gegenüber  $^{40}\text{Ca}$  elektrische Ladung aus dem Kerninnern ( $r \approx 2$  fm), aber auch aus der Randzone des Kerns ( $r \approx 6$  fm) in ein radiales Gebiet um  $r \approx 4$  fm verlagert. Die Untersuchung der Ursache für diese "Polarisation" der Protonen, die aus den Messungen der Elektronenstreuung nicht erkannt werden kann, ist eines der Ziele dieser Arbeit.

Wie die kurze Darstellung und die Beispiele zeigen, ist die Untersuchung der Kernladungsverteilung experimentell und methodisch gesichert und ermöglicht die Offenlegung auch kleinster Details dieser Kerneigenschaft, wobei auch kurzlebige instabile Kerne in die Untersuchungen eingeschlossen werden können. Der Man-

gel auch der aufwendigen mikroskopischen Theorien (siehe Fig. 2.2 b), die experimentellen Resultate nicht vollständig reproduzieren zu können, unterstreicht die Bedeutung dieser Untersuchungen für das Verständnis der Kernstruktur und der Wechselwirkung zwischen den Nukleonen im Atomkern.

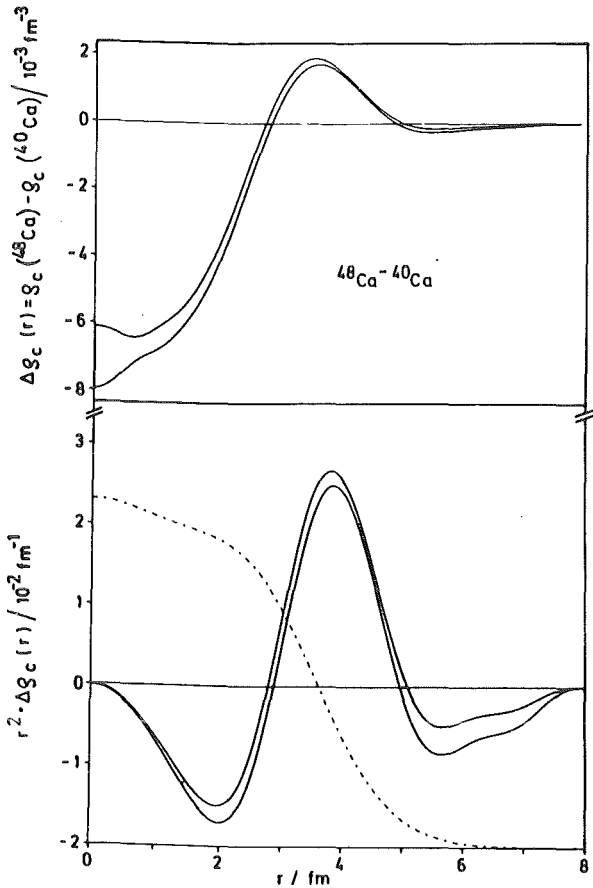


Fig. 2.2 a:

Differenz zwischen den Kernladungsverteilungen von  $^{48}\text{Ca}$  -  $^{40}\text{Ca}$  aus elastischer Elektronenstreuung [EmFr 83] mit Fehlerband.

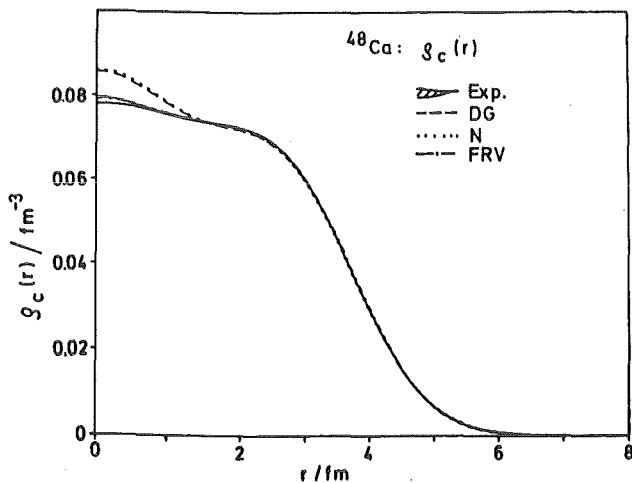


Fig. 2.2 b:

Kernladungsverteilung von  $^{48}\text{Ca}$  mit Fehlerband im Vergleich zu mikroskopischen Rechnungen (aus [EmFr 83]), DG: [DeGo 80], N: [Neg 70], FRV: [FrRe 82]

### 2.3 Verteilungen von Neutronen und Kernmaterie

---

Beim Versuch, einen entsprechenden Überblick über den derzeitigen Stand der experimentellen Untersuchungen der Verteilung von Neutronen oder Nukleonen in Atomkernen zu gewinnen, fällt zunächst die Vielfalt der Methoden auf, mit der die Lösung dieser Frage bisher angegangen wurde. Dies zeigt eine stichwortartige Nennung der wichtigsten Methoden:

- a) Interpretation von Coulomb-Energie-Verschiebungen [NoSch 68]
- b) Ladungsaustausch-Reaktionen und isobare Analog-Resonanzen [BaFr 69]
- c) Totaler- und Reaktionswirkungsquerschnitt verschiedener Projektile [AlBa 73]
- d) Transfer-Reaktionen [DuHa 80]
- e) Röntgenstrahlung hadronischer Atome [BaBi 79]
- j) Elastische Streuung von Protonen, Pionen und leichten zusammengesetzten Projektilen, insbesondere  $\alpha$ -Teilchen [RaHo 81, BlGo 83, GiFr 80 b].

Diese Vielfalt darf nicht als ein Vorzug mißverstanden werden, sondern resultiert aus dem Problem, daß alle Experimente im Rahmen von Reaktions- oder Wechselwirkungsmodellen interpretiert werden müssen, welche empirisch oder fundamental-theoretisch mehr oder weniger gut zu rechtfertigen sind und damit Unsicherheiten mit sich bringen. Dies führt dazu, daß man nach immer neuen Wegen sucht, um aus dem Vergleich vieler Methoden Konfidenz zu erlangen. Neben der auf den Modellunsicherheiten basierenden grundsätzlichen Schwierigkeit bei der Beurteilung der einzelnen Methoden fehlten bis vor kurzem in praktisch allen Fällen realistische Abschätzungen der Fehler der Resultate, die vergleichbar wären mit denen der elektromagnetischen Methoden. Folglich war es auch nicht möglich anzugeben, welche spezifische Größe, welches integrale Moment oder welcher radiale Bereich der Kernmaterieverteilung durch das einzelne Experiment bestimmt wird, so daß auch auf dieser Basis kein vernünftiger Vergleich und keine Beurteilung möglich waren. Abgesehen von den Modellproblemen sollte man jedoch erwarten, daß Experimente, die eine enge Analogie zu den elektromagnetischen Methoden auf-

weisen, auch Aufschluß über entsprechende Eigenschaften der Kernmaterie liefern. (Hierbei ist natürlich klar, daß es ein Analogon zur optischen Isotopieverschiebung nicht geben kann). In diesem Überblick wird daher nur auf solche analoge Methoden eingegangen, obwohl auch andere - wie z.B. Transfer-Reaktionen - wertvolle Resultate liefern.

Die Beobachtung der Röntgenstrahlung pionischer Atome entspricht sogar in experimentellen Details derjenigen müonischer Atome und bietet sich daher zur Untersuchung eines integralen Moments der Kernmaterie an, das allerdings nicht dem Barrett-Moment äquivalent sein muß. Auch die Analyse der pionischen Atome ähnelt im Prinzip derjenigen müonischer Atome, wobei anstelle des wohlbekanntes Coulombpotentials das Optische Potential (siehe Abschnitt 4.1.1) für Pion-Kern-Wechselwirkung tritt, das umfangreiche Modellannahmen beinhaltet.

Zur Bestimmung der radialen Form der Neutronen- oder Nukleonenverteilung sind Streuexperimente notwendig, die - wie bei der Elektronenstreuung - einen weiten Bereich des Impulsübertrags überdecken sollten. Als einfachstes nukleares Projektil favorisiert man für solche Experimente Protonen hoher Energie ( $\sim 1$  GeV), da bei dieser Energie mit einigem Vertrauen die Wechselwirkung zwischen Projektil und einem Nukleon im Targetkern durch die besser bekannte Wechselwirkung zwischen freien Nukleonen ersetzt werden kann (Impuls-Approximation). Aber auch die Streuung von Pionen verspricht spezifische Auskunft über die Verteilung von Neutronen in Kernen zu liefern, insbesondere, da  $\pi^+$  und  $\pi^-$  unterschiedliche Empfindlichkeit auf die Neutronen und Protonen im Kern zeigen sollten. Schon vor der Anwendung dieser Methoden wurde die elastische Streuung von  $\alpha$ -Teilchen zur Untersuchung der Ausdehnung der Kernmaterie eingesetzt [FeBl 70]. Die herkömmlichen Argumente für deren Eignung sind die sogenannte "starke" Absorption, die eine besondere Empfindlichkeit am Kernrand zur Folge haben sollte, sowie die Vereinfachung der Analysen durch den fehlenden Spin und Isospin des Projektils.

Die Analyse der als Beispiele genannten Streuexperimente basiert ebenfalls auf dem Optischen Modell (siehe Abschnitt 4.1.1). Dabei wird die Wechselwirkung zwischen dem untersuchten (Target-)

Kern und der Probe in unterschiedlicher Form mikroskopisch generiert, d.h. auf der Basis der Nukleonenverteilung, die mit der Probe über eine Nukleon-Nukleon- (NN), Pion-Nukleon- ( $\pi$ N) oder  $\alpha$ -Teilchen-Nukleon-Wechselwirkung ( $\alpha$ N) verknüpft ist. Die Rechtfertigung für diese mikroskopischen Reaktions- oder Wechselwirkungsmodelle ist von unterschiedlicher Art. Im Falle der Streuung von Protonen wurde das entscheidende Argument für die Annahme der Gültigkeit der Impuls-Approximation - die hohe Energie - bereits genannt. In das mikroskopische Optische Potential für Protonenstreuung nach Kerman, McManus und Thaler [KMT 59] gehen daher die Amplituden und totalen Wirkungsquerschnitte der Streuung freier Nukleonen als wesentliche unabhängige Parameter ein.

Im Falle der Pionen-Streuung basiert das mikroskopische Optische Potential nach Kisslinger [Kis 55] auf dem ersten Term einer Vielfachstreuungsentwicklung und ebenfalls der Impuls-Approximation. Dabei kann man sich bis zu Energien von einigen hundert MeV auf s- und p-Wellen-Streuung beschränken. Die Werte der Parameter dieses Potentials übernimmt man entweder - ähnlich der Protonen-Streuung - von Pion-Nukleon-Daten oder ermittelt sie aus globalen Analysen von Pion-Kern-Daten bei niedriger Energie [FrGa 80]. Die offensichtlich größeren Unsicherheiten dieses Modells werden dadurch etwas gemildert, daß das Kisslinger-Potential neuerdings auch empirisch gerechtfertigt werden kann [Fri 83]. In die nach Ericson und Ericson [ErEr 66] abgewandelte Form des Pion-Kern-Potentials für pionische Atome gehen im wesentlichen dieselben Parameter ein wie in das Streupotential, so daß beide Experimente eng verknüpft sind.

Grundlage eines mikroskopischen Potentials für  $\alpha$ -Teilchen-Streuung ist - wie bei Pionen - der erste Term einer Entwicklung der Vielfachstreuung, der zum Faltungsmodell führt [JaKe 69, Ber 69]. Bei Energien um 100 MeV können allerdings keine Parameter aus Reaktionen freier Nukleonen übernommen werden, sondern die endliche Dichte von Projektil und Target muß berücksichtigt werden [MaBu 78, MaGi 78, FrGi 78]. Wie dies im einzelnen geschieht und gerechtfertigt wird, zeigt Abschnitt 4.3.

Wohldefinierte Aussagen über die radiale Empfindlichkeit der Streuexperimente liefern bisher nur die in dieser Arbeit beschriebenen Untersuchungen der Streuung von  $\alpha$ -Teilchen, bei der die Nukleonendichte in ähnlicher Form von den Zwängen analytischer Funktionen befreit ist [FrGi 78, GiFr 80 b] wie bei der Analyse der Elektronenstreuung mit Hilfe der FB- oder SOG-Methode. Um dennoch eine Vergleichsmöglichkeit für die radiale Empfindlichkeit zwischen den verschiedenen Streuexperimenten zu gewinnen, wurde in einer exemplarischen Studie [FrGi 82] der Kern  $^{48}\text{Ca}$  untersucht, für den die besten verfügbaren experimentellen Daten aller Methoden verwendet wurden. In einer einheitlichen selbstkonsistenten Weise wurden dabei die nicht quantifizierbaren Mängel der Reaktionsmodelle durch Erzeugung von Pseudo-Daten eliminiert, deren Qualität äquivalent zu derjenigen der realen Daten war. Bei fest vorgegebener Protonenverteilung wurde untersucht, mit welchen Fehlern die Neutronenverteilung aus den Daten ermittelt werden kann. Die Resultate dieser Studie sind in Fig. 2.3 und Tabelle 2.1 dargestellt.\*) In Tabelle 2.1 ist zum Vergleich auch ein Resultat aus der Analyse realer Daten pionischer Atome [PoWa 80, FrGi 81b] aufgenommen. Der für dieses Resultat angegebene Fehler stammt nur aus den experimentellen Fehlern der Energie und Breite der pionischen Röntgenlinie, berücksichtigt aber nicht die Unsicherheiten der Potential-Parameter.

Aus Fig. 2.3 und Tabelle 2.1 erkennt man, daß alle Methoden bis auf die Streuung von  $\pi^-$  eine vergleichbare radiale Empfindlichkeit aufweisen, die allerdings besonders im Kerninneren deutlich geringer ist als die Empfindlichkeit der Elektronenstreuung. (Die Unempfindlichkeit der  $\pi^-$ -Streuung beruht auf starken Nichtlokalitäten im  $\pi^-$ -Kern-Potential, die im  $\pi^+$ -Kern-Potential bei dieser Energie unbedeutend sind [FrGi 82]). Die geringe Empfindlichkeit der hadronischen Proben wird auch von den Fehlern der RMS-Radien unterstrichen, die etwa sechsmal größer sind als die entsprechenden Fehler der Elektronenstreuung und sogar mehr als zehnmals größer als die Fehler aus müonischen Atomen.

---

\*) Die Resultate für  $\alpha$ -Teilchen-Streuung stammen aus einer neueren Analyse, in der die Verbesserungen des Reaktionsmodells berücksichtigt sind, die in dieser Arbeit beschrieben werden.

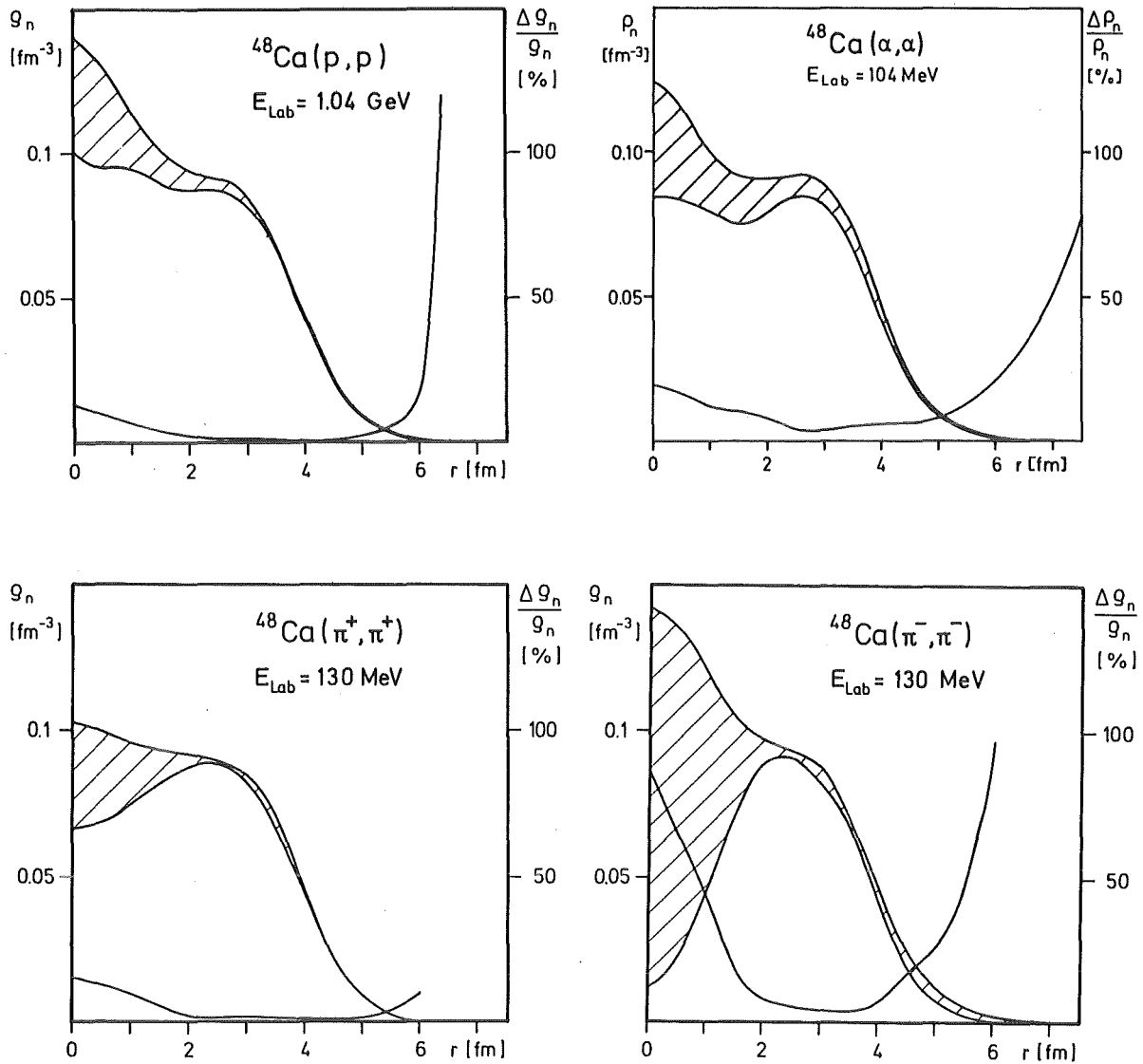


Fig. 2.3: Neutronenverteilung von  $^{48}\text{Ca}$  aus elastischer Streuung von Protonen,  $\alpha$ -Teilchen und Pionen (aus [FrGi 82]). Die schraffierten Flächen repräsentieren den Fehlerbereich, die durchgezogene Linie stellt den relativen Fehler dar (rechte Ordinate).

Tabelle 2.1:

RMS-Radien der Neutronenverteilung von  $^{48}\text{Ca}$  aus verschiedenen Methoden (aus [FrGi 82])

Methode	$\langle r_n^2 \rangle^{1/2}$	$\Delta \langle r_n^2 \rangle^{1/2}$
p-Streuung	3.544	$\pm 0.036$
$\alpha$ -Streuung	3.582	$\pm 0.028$ *) (siehe Fußnote Seite 13)
$\pi^+$ -Streuung	3.58	$\pm 0.03$
$\pi^-$ -Streuung	3.55	$\pm 0.17$
$\pi^-$ Atome	3.56	$\pm 0.03$ (aus [FrGi 81b])

Dennoch erscheint es mit den genannten Methoden möglich, signifikante Aussagen über Unterschiede zwischen Neutronenverteilungen verschiedener Kerne zu gewinnen. Dies wird in Fig. 2.4 anhand von Resultaten der Streuung von 800 MeV Protonen [RaHo 81] demonstriert. Die Abweichung der theoretischen Vorhersagen (DME) [Neg 70, NeVa 70] von den experimentellen Resultaten in Fig. 2.4 ist bemerkenswert. Dies wird im Detail in Kap. 6 diskutiert. Entsprechende Ergebnisse können Fig. 2.3 zufolge auch von der elastischen Streuung von  $\alpha$ -Teilchen erwartet werden, die insbesondere am Kernrand empfindlich ist, wo Isotopen- oder Isotonen-Effekte am stärksten sind.



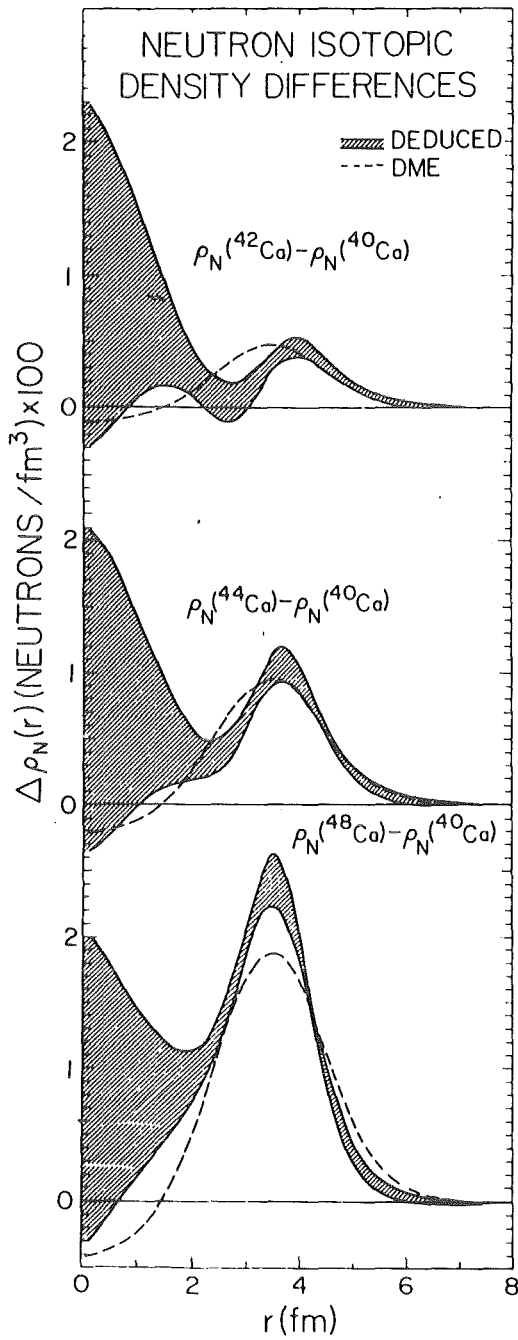


Fig. 2.4:

Differenzen der Neutronenverteilungen von <sup>42,44,48</sup>Ca - <sup>40</sup>Ca aus elastischer Streuung und von 800 MeV Protonen (aus [RaHo 81]).

DME: Ergebnis von Hartree-Fock Rechnungen [Neg 70, NeVa 70].

### 3. MESSUNG DER DIFFERENTIELLEN WIRKUNGSQUERSCHNITTE

#### 3.1 Experimentelle Anordnung

##### 3.1.1 Strahlführung und Streukammer

Die Messungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung wurden am externen Strahl des Karlsruher Isochron-Zyklotrons durchgeführt. Infolge eines Umbaus der Experimentiereinrichtungen am Zyklotron wurden zwei verschiedene Anordnungen des Strahlführungssystems benutzt, deren wesentliche Bestandteile - ein Monochromatormagnet zur Energieanalyse und eine große Vielzweck-Streukammer - jedoch in beiden Fällen dieselben waren. Die Experimente an den Targetkernen mit gerader Massenzahl  $^{40,42,44,48}\text{Ca}$ ,  $^{50}\text{Ti}$ ,  $^{52}\text{Cr}$  wurden in der früheren Anordnung der Streuapparatur durchgeführt, die bereits an anderer Stelle im Detail beschrieben worden ist [Har 68, Reb 71, ReSch 72, Gil 75]. Für die Messungen an den Targetkernen mit ungerader Massenzahl  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{51}\text{V}$  stand die heutige Anordnung des Strahlführungssystems zur Verfügung, deren Grundriß Fig. 3.1 zeigt.

Im Zyklotron werden  $\alpha$ -Teilchen auf eine feste Energie von 104 MeV am Extraktionsradius beschleunigt. Der extrahierte Strahl hat eine Emittanz von 6 mm mrad in horizontaler und 9 mm mrad in vertikaler Ebene (90 % Intensität) [Kne 79] und eine Energieunschärfe von ca. 400 keV [KaMö 75]. Der doppelt-fokussierende  $150^\circ$  ablenkende Monochromatormagnet (siehe Fig. 3.1, rechts oben) reduziert die Energieunschärfe des Strahls bei 1 mm breitem Ein- und Austrittsschlitz auf ca. 50 keV, wobei etwa 10 % der einfallenden Intensität transmittiert wird [Har 68]. Nach einer weiteren Ablenkung um  $26^\circ$  (SW2) wird der Strahl auf das Target im Zentrum der Streukammer fokussiert. Ein durch Blei und Schwerbeton abgeschirmter elektrisch isolierter Faraday-Becher [Har 68] stoppt den Strahl schließlich ca. 2,5 m hinter dem Target. An ihn ist ein Stromintegrator angeschlossen, mit dem der aktuelle Strahlstrom und die akkumulierte Ladung gemessen werden. Der horizontale Durchmesser des Strahlflecks auf dem Target betrug bei den vorliegenden Experimenten 1.0 bis 1.5 mm. Unter der Annahme, daß die gegebene Emittanz des Strahls während des Strahltransports unverändert bleibt, errech-

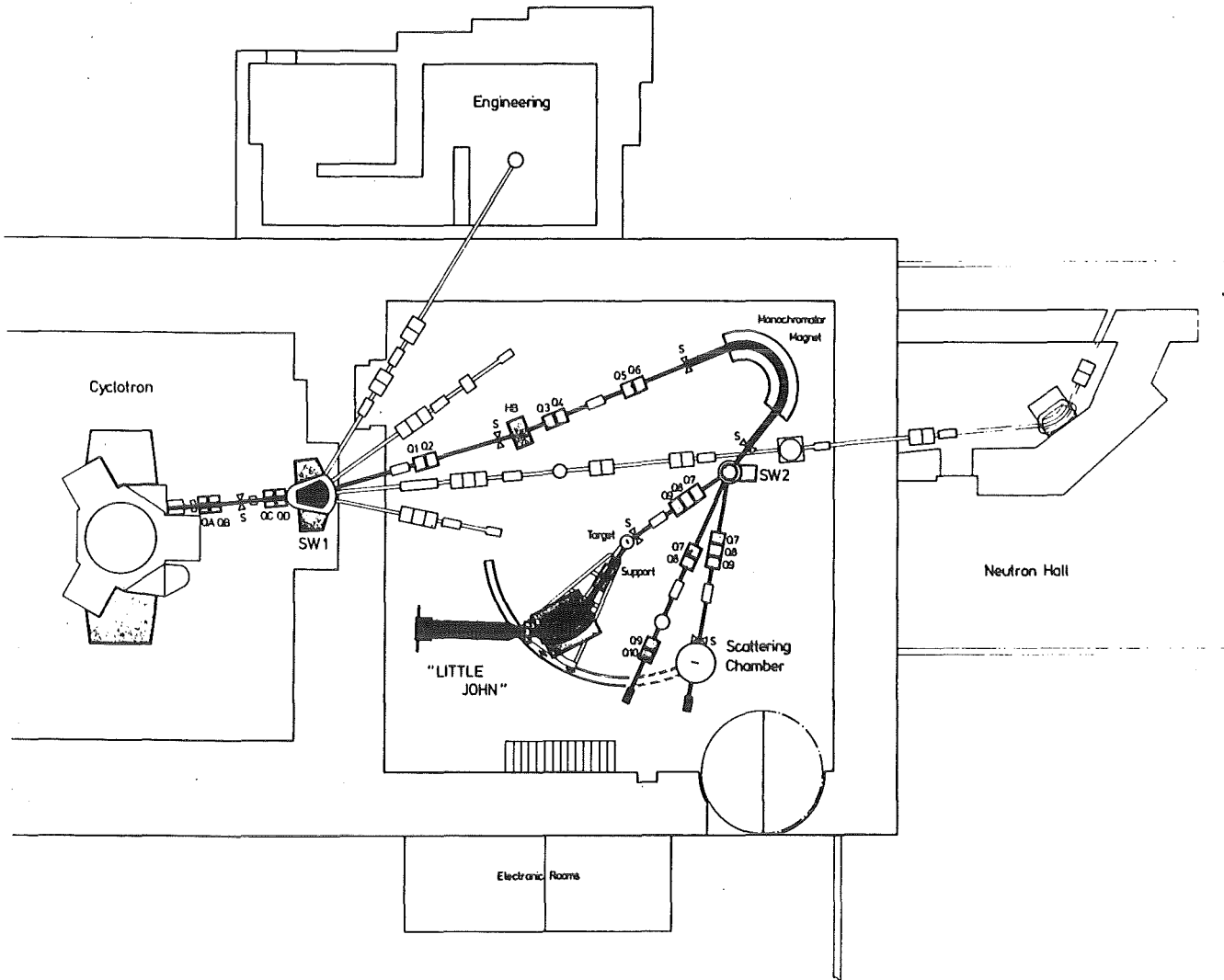


Fig. 3.1: Strahlführungssystem und Streuapparat am Karlsruher Isochron-Zyklotron [Gil 80a]

net man daraus eine Winkeldivergenz des Strahls am Targetort von 1.5 bis 2 mrad ( $\approx 0.1^\circ$ ).

Die Ablenkung des Strahls durch den Schaltmagneten SW2 (siehe Fig. 3.1) ist nicht nur eine durch die beschränkten Raumverhältnisse gegebene Notwendigkeit sondern bietet auch experimentelle Vorteile insbesondere bei kleinen Reaktionswinkeln. Infolge der Strahlablenkung wird nämlich derjenige Anteil unerwünschten Strahluntergrundes auf dem Target deutlich reduziert, der durch Teilchen verursacht wird, die an den Backen des Analysierschlitzes unter extremen Vorwärtswinkeln gestreut werden. Wegen ihrer verminderten Energie laufen solche Teilchen im Bereich des Schaltmagneten gegen die Wand des Vakuumgefäßes und gehen verloren.

Im Innern der Streukammer (Innendurchmesser 130 cm) befinden sich zwei unabhängig voneinander um das Zentrum drehbare Arme, auf welche die Detektoren mit Akzeptanzblenden montiert waren. Beide Dreharme lassen sich mit Hilfe von Getriebemotoren ferngesteuert (Kontrolle über Fernsehkameras) mit einer Einstellgenauigkeit von  $0.01^\circ$  von  $-180^\circ$  (Rückwärtsrichtung) bis  $+180^\circ$  drehen, wobei eine Sicherheitseinrichtung das gegenseitige Berühren der Arme verhindert. Die Detektorhalterungen können mit Hilfe einer automatischen Kühleinrichtung, die flüssigen Stickstoff als Kühlmittel benutzt, auf jede Temperatur zwischen Raumtemperatur und Siedepunkt des Stickstoffs gekühlt werden. Es wurden 5, 6 oder 7 Detektoren verwendet, von denen vier im Streuwinkelabstand von  $1.5^\circ$  fest in ein Gehäuse (Zählerbank) auf einem der Dreharme befestigt waren. Mit diesem Detektorsystem wurden die gesamten Winkelverteilungen gemessen. Die ein bis drei Detektoren, die in ähnlicher Weise auf dem zweiten Dreharm angebracht waren und sich im allgemeinen auf der anderen Seite des Strahls befanden, dienten hauptsächlich zur zusätzlichen Kontrolle des Strahlstromintegrals und der Strahlrichtung (siehe Abschnitt 3.2).

Target bzw. Targethalter mit bis zu sieben Folientargets können durch eine separat evakuierbare Targetschleuse im Deckel der Streukammer gewechselt werden. Die Targetposition kann unter Fernsehkontrolle fernbedient verändert werden. Die Einstellgenauigkeit der Targetposition ist besser als 0.1 mm. Der Winkel zwischen Targetebene und der nominalen Strahlrichtung wird durch manuelle Drehung der Targetschleuse eingestellt, wobei die erreichbare Genauigkeit besser als  $1^\circ$  ist.

Der Druck in der Streukammer betrug während der Experimente etwa  $5 \cdot 10^{-5}$  mbar, im Strahlführungssystem dagegen etwa  $10^{-4}$  mbar.

### 3.1.2 Detektoren, Elektronik und Datenaufnahme

Als Detektoren wurden Silizium-Oberflächensperrschichtzähler mit einer aktiven Fläche von  $50 \text{ mm}^2$  und einer Dicke von 2 mm bzw. 4 mm verwendet. Um auch mit den dünneren Detektoren die zum vollständigen Abbremsen der  $\alpha$ -Teilchen notwendige Dicke von knapp

4 mm zu erzielen, wurden je 2 dieser Detektoren hintereinander montiert und ihre Ladungssignale durch Parallelschaltung vor dem gemeinsamen Vorverstärker addiert. Durch Kühlung auf  $-25^{\circ}\text{C}$  wurde das Stromrauschen reduziert. Die Raumwinkelakzeptanz  $\Omega$  der Detektoren war durch schlitzförmige Messingblenden ausreichender Dicke definiert, die direkt vor den Detektoren montiert waren. Bei Öffnungen von  $1.5 \cdot 5 \text{ mm}^2$  und einem Abstand zur Targetposition von 57.5 cm ergibt sich ein Wert  $\Omega \approx 20 \text{ } \mu\text{sterad}$ , wobei die Streuwinkelakzeptanz  $2.5 \text{ mrad} \approx 0.15^{\circ}$  beträgt.

Eine Teilchenunterscheidung mittels  $\Delta E$ -E-Detektorteleskopen war bei den beschriebenen Experimenten nicht erforderlich, da der maximale Energieverlust von Protonen, Deuteronen und Tritonen in den verwendeten Zählern wesentlich geringer ist als 104 MeV. Auch  $^3\text{He}$ -Teilchen störten nicht, da sie wegen ihrer geringen Bindungsenergie weit außerhalb des interessierenden Bereichs des  $\alpha$ -Teilchenspektrums fallen.

Zur Signalaufbereitung wurden NIM-Elektronik-Module benutzt. Die ladungsempfindlichen FET-Vorverstärker befanden sich unmittelbar an der Streukammer, während die Hauptverstärker außerhalb der Experimentierhalle aufgestellt waren. Die von den Hauptverstärkern gelieferten Signale wurden über einen Mixer an einen 13-bit-ADC weitergegeben, der nach dem Prinzip der sukzessiven Approximation konstante Totzeit für alle verarbeiteten Impulshöhen hat. Nach der Konversion wurde jedem Digitalwert eine 3-bit Routerkennung vorangestellt, die der Nummer des Detektors entsprach. In der anschließenden Transfer-Control-Einheit [Kar 77] wurden die Daten komprimiert und anschließend im externen Speicher des Experimentierrechners akkumuliert. Die Korrektur der Totzeit des gesamten Aufnahmesystems erfolgte durch eine gesonderte elektronische Maßnahme [Bia 79], indem der Stromintegrator für die Dauer der Totzeit gesperrt wird. Die Energieauflösung des gesamten Aufnahmesystems betrug 150 bis 200 keV (FWHM).

Der Experimentrechner steuerte mit einem FORTRAN-Programm [BuSe 79] on-line und interaktiv die gesamte Meßdatenerfassung. Dieses Datenaufnahme-Programm ermöglicht es dem Experimentator, mit Hilfe von zwei Bildschirmen zur Spektrendarstellung in Übersicht und im Detail, mit Hilfe eines Lichtgriffels und einer Be-

fehlstastatur den Meßvorgang zu steuern und den Fortschritt der Datenaufnahme ständig zu kontrollieren. Bei der Vielzahl der Einzelspektren (bis zu 800 in einer Meßperiode) und bei der langen Dauer der Messungen erwies sich diese recht komfortable on-line-Verarbeitung als ein wichtiges Hilfsmittel zur korrekten Durchführung der Experimente und insbesondere zur Überwachung der Experimente.

### 3.1.3 Targets

Als Targets dienten freitragende Folien von ca. 1 cm<sup>2</sup> Fläche, die mit Aluminiumrähmchen am Targethalter befestigt wurden. Die zum größten Teil hochangereicherten Isotope wurden - mit Ausnahme von <sup>40</sup>Ca - in Form von direkt verwendbaren Metallfolien gekauft. Die Herstellerangaben\*) der charakteristischen Daten dieser Targets sind in Tabelle 3.1 zusammengestellt. <sup>40</sup>Ca-Targets wurden vor jeder Experimentierperiode durch Walzen von natürlichem Kalzium selbst hergestellt [BeFe 79]; Die in einem gewissen Bereich schwankenden Dicken dieser Targets wurden durch mehrfaches Ausstechen einer bekannten Fläche und Wägen des ausgestochenen Material bestimmt. Unter Berücksichtigung möglicher Inhomogenitäten beträgt der Fehler dieser Methode etwa 10 % [BeFe 79].

Tabelle 3.1: Charakteristische Daten der Targets

Target	Anreicherung (%)	Dicke (mg/cm <sup>3</sup> )	Art und Anteil der häufigsten Fremdisotope (%)
<sup>40</sup> Ca (nat.)	96.9	5-12	<sup>44</sup> Ca : 2.1
<sup>42</sup> Ca	93.7	3.66	<sup>40</sup> Ca : 5.0
<sup>43</sup> Ca	80.0	1.36	<sup>40</sup> Ca : 12.1, <sup>44</sup> Ca : 6.8
<sup>44</sup> Ca	98.6	2.72	<sup>40</sup> Ca : 1.4
<sup>48</sup> Ca	93.3	1.03	<sup>40</sup> Ca : 2.4
<sup>50</sup> Ti	83.2	1.88	<sup>48</sup> Ti : 12.4
<sup>51</sup> V (nat.)	99.8	0.98	<sup>50</sup> V : 0.2
<sup>52</sup> Cr	99.9	7.00	<sup>53</sup> Cr : 0.1

\*) Oak Ridge National Laboratory, Oak-Ridge, Tenn., USA

### 3.2 Durchführung der Messungen

-----

Die Messungen wurden in vier Experimentierphasen von je ca. 10 Tagen Dauer durchgeführt. Dabei wurden jeweils folgende Targets vermessen:

1. Meßperiode	$^{40}\text{Ca}$ , $^{48}\text{Ca}$
2. Meßperiode	$^{40}\text{Ca}$ , $^{42}\text{Ca}$ , $^{44}\text{Ca}$ , $^{48}\text{Ca}$
3. Meßperiode	$^{40}\text{Ca}$ , $^{50}\text{Ti}$ , $^{52}\text{Cr}$
4. Meßperiode	$^{40}\text{Ca}$ , $^{43}\text{Ca}$ , $^{51}\text{V}$

Der Grund für die wiederholten Messungen am  $^{40}\text{Ca}$  ist, daß sich dieses leicht herzustellende Target besonders gut zur Bestimmung der absoluten Streuwinkelskala (bezüglich des  $\alpha$ -Teilchen-Strahls) eignet, die vor jeder Meßperiode durchgeführt wurde, wie im folgenden beschrieben. Darüber hinaus diente  $^{40}\text{Ca}$  als Bezugskern bei der späteren Auswertung, so daß die Messungen der Winkelverteilungen aller Kerne relativ zu  $^{40}\text{Ca}$  erfolgten.

Da frühere Erfahrungen [ReSch 72, Gil 75] gezeigt hatten, daß bei sehr kleinen Streuwinkeln der Untergrund auf einer Seite des Strahls (in Strahlrichtung rechts) immer etwas kleiner ist als auf der anderen - vermutlich infolge der Blendenstreuung am Monochromatorsystem (siehe Abschnitt 3.1.1) - wurden alle Messungen auf der untergrundärmeren Seite durchgeführt. Zu Beginn einer jeden Meßperiode wurde zunächst eine Energieeichung des Aufnahmesystems zur späteren Identifikation der Linien in den Spektren durchgeführt. Dazu diente ein natürliches Kohlenstoff-Target, das leicht ohne Verunreinigung herstellbar ist. Die prominenten Linien der elastischen Streuung und der inelastischen Anregung des  $2^+$ -Zustandes bei 4.43 MeV sind unverwechselbar. Diese Eichung wurde im Laufe der Messungen mehrfach überprüft. Danach wurde sehr sorgfältig die Richtung des  $\alpha$ -Teilchen-Strahls bezüglich der Winkelskala des Dreharms in der Streukammer bestimmt, mit dem die Messungen der Winkelverteilungen durchgeführt werden sollten. In der ersten Meßperiode wurde dazu der Dreharm zunächst auf die andere Strahlseite (links) gefahren und die Winkelverteilung der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung an  $^{40}\text{Ca}$  im Bereich  $9^\circ \lesssim \theta_{\text{Lab}} \lesssim 20^\circ$  in Schritten von  $0.25^\circ$  gemessen. Anschließend wurde diese Messung auf der anderen

Strahlseite wiederholt. Die Wirkungsquerschnitte aus einer derartigen Messung sind in Fig. 3.2 dargestellt.

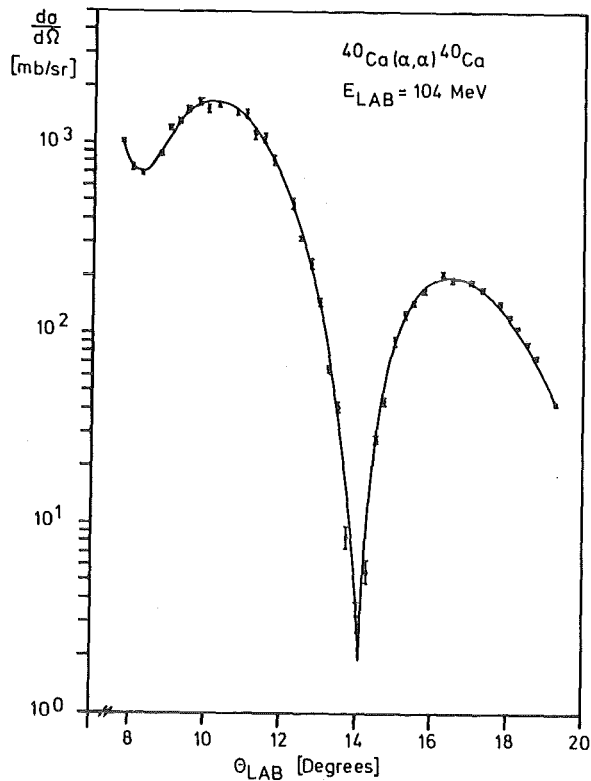


Fig. 3.2:  
Differenzieller Wirkungsquerschnitt der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung an  $^{40}\text{Ca}$  zur Bestimmung der absoluten Winkelskala.

Der Ausschnitt der Winkelverteilung umfaßt zwei Maxima und ein tiefes Minimum, dessen Nominalwinkel auf jeder Seite des Strahls in einer späteren Auswertung bestimmt wurde. Daraus konnte die Richtung des Strahls bezüglich der Winkelskala mit einem Fehler von  $\Delta \theta = \pm 0.05^\circ$  ermittelt werden. Kurzzeitige Schwankungen der Strahlrichtung während der Links-Rechts-Messung sind in diesem Fehler bereits enthalten. In den späteren Meßperioden 2 bis 4 war es dann ausreichend, die Winkelverteilung für  $^{40}\text{Ca}$  im oben genannten Bereich auf einer Strahlseite zu messen und erneut die Nominal-Lage des Minimums zu bestimmen, um anhand der früheren Messung die absolute Winkelskala zu ermitteln. Zur Langzeit-Kontrolle der Strahlrichtung wurden zwei Monitor-Detektoren auf dem zweiten Dreharm so positioniert, daß einer im Maximum der Winkelverteilung bei  $\theta_{Lab} \approx 16^\circ$  und der zweite an der steilen Flanke bei  $\theta_{Lab} \approx 13^\circ$  stand (siehe Fig. 3.2). Bei Richtungsschwankungen des Strahls von  $0.05^\circ$  ändert sich das Verhältnis der Zählrate im Peak der



elastischen Streuung zwischen beiden Detektoren bereits um 20 %, so daß eine empfindliche Kontrolle gegeben war. Der im Maximum stehende Detektor diente zusätzlich zur Kontrolle des Stromzeitintegrals. Bei einigen Messungen wurde noch ein weiterer Monitor-Detektor im Bereich der ansteigenden Flanke um  $\theta_{\text{Lab}} \approx 14.5^\circ$  verwendet. Wegen der Ähnlichkeit der Winkelverteilungen aller untersuchter Targetkerne im Bereich  $\theta_{\text{Lab}} \approx 8 - 20^\circ$  arbeitete dieses Monitorsystem bei allen Targets in gleicher Weise. Es zeigte sich jedoch, daß sowohl die Strahlrichtung bei allen Messungen stabil war, als auch daß die Messung des Stromintegrals mit dem Integrator zuverlässig arbeitete, so daß keine nachträglichen Korrekturen notwendig waren.

Zu den eigentlichen Messungen der Winkelverteilungen wurden bei jeder Winkelstellung die jeweiligen Targets nacheinander vermessen, so daß relative Winkelverschiebungen durch erneutes Setzen der Detektoren weitgehend vermieden wurden. Im Diffraktionsbereich von  $\theta_{\text{Lab}} \approx 2.5^\circ$  bis  $\theta_{\text{Lab}} \approx 70^\circ$  wurden die Wirkungsquerschnitte in Schritten von  $0.5^\circ$  bzw.  $0.25^\circ$  ( $8^\circ \lesssim \theta_{\text{Lab}} \lesssim 20^\circ$ ) gemessen. Im Streuwinkelbereich oberhalb  $70^\circ$  betragen die Winkelschritte  $1.5^\circ$  oder mehr. Die Stromstärke des  $\alpha$ -Teilchen-Strahls wurde den jeweiligen Wirkungsquerschnitten angepaßt, so daß auch bei kleinen Streuwinkeln die Totzeit des Aufnahmesystems unter 10 % blieb.

Die inkrementierten Meßspektren wurden am Ende jeder Messung unter einer bestimmten Winkelstellung der Dreharme mit allen zur weiteren Auswertung notwendigen Informationen vom Datenaufnahmerechner auf Band geschrieben.

### 3.3 Bestimmung der Wirkungsquerschnitte

-----

Die Auswertung der gemessenen Energiespektren erfolgte offline an den Großrechenanlagen der Hauptabteilung Datenverarbeitung und Instrumentierung (HDI) des Kernforschungszentrums Karlsruhe. Die Identifikation der zum Teil zahlreichen Linien in den Spektren erfolgte anhand der experimentellen Energieeichung. Die interessierenden Linien der elastischen Streuung waren allerdings in den meisten Fällen direkt zu erkennen, da bei Energien ober-

halb der elastischen Streuung am Targetkern keine gestreuten Teilchen registriert wurden. Neben der elastischen Streuung waren bei den Kernen mit gerader Massenzahl prominente Linien der Targetanregung zu erkennen, die im Rahmen einer anderen Arbeit analysiert wurden [PeGi 83]. Bei den Targetkernen mit ungerader Massenzahl  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{51}\text{V}$  war eine Targetanregung praktisch nicht zu erkennen. Die Spektren aller Targets hingegen zeigten Linien von Targetverunreinigungen durch Sauerstoff und Kohlenstoff, die bei Streuwinkeln unterhalb  $\theta_{\text{Lab}} \approx 8^\circ$  den Linien der elastischen Streuung am Target überlagert sind. Bei den weniger hoch angereicherten Targets  $^{43}\text{Ca}$  und  $^{50}\text{Ti}$  mußten zusätzlich die starken Beiträge der Fremdisotope berücksichtigt werden (siehe Tab. 3.1).

Die Bestimmung der Linienflächen in den Spektren wurde daher mit einem Anpassungsprogramm [GiNo 74, OeGi 82] durchgeführt, das die Linien durch asymmetrische Gaußverteilungen [SpSch 70] approximiert und bis zu fünf dicht benachbarte Linien trennen kann. Die Linienform, d.h. Breite  $\epsilon$  und Schiefe  $\sigma$  wird bei allen Targetlinien als gleich angenommen. Bei Linien, die von Targetverunreinigungen stammen, weicht die Breite infolge unterschiedlicher Streukinematik von den für die Targetlinien gefundenen Werten ab. Dies wird unter Berücksichtigung der Streuwinkelakzeptanz der Detektoren automatisch korrigiert. Den bei Halbleiterspektrometern für geladene Teilchen bekannten stufenförmigen Untergrund  $\text{UG}(E)$  unter einer Linie parametrisiert das Programm nach folgender Formel

$$\text{UG}(E) = a \int_E^{E_0} I(E) dE, \quad (3.1)$$

wobei  $I(E)$  das Energiespektrum,  $E_0$  eine Abschneideenergie am oberen Ende des interessierenden Bereichs des Spektrums und  $a$  ein für den Verlauf des Untergrundes typischer anzupassender Parameter ist. Diese Berechnung des Untergrundes hat deutliche Vorteile gegenüber dem früher angenommenen linearen Verlauf [Gil 75]. Schließlich führt das Analyseprogramm noch eine Glättung des Spektrums durch. Die Wirksamkeit dieser Spektrenanalyse wird an zwei Beispielen in Fig. 3.3 demonstriert, wo jeweils rechts die Linie der elastischen Streuung an  $^{43}\text{Ca}$  gezeigt ist, der Linien von Sauerstoff- (Mitte) und Kohlenstoff-Verunreinigungen (links) überlagert sind.

Die durchgezogene Kurve ist das berechnete Gesamtspektrum, das sich aus dem Untergrund und den gestrichelt gezeichneten Beiträgen der einzelnen Linien zusammensetzt.

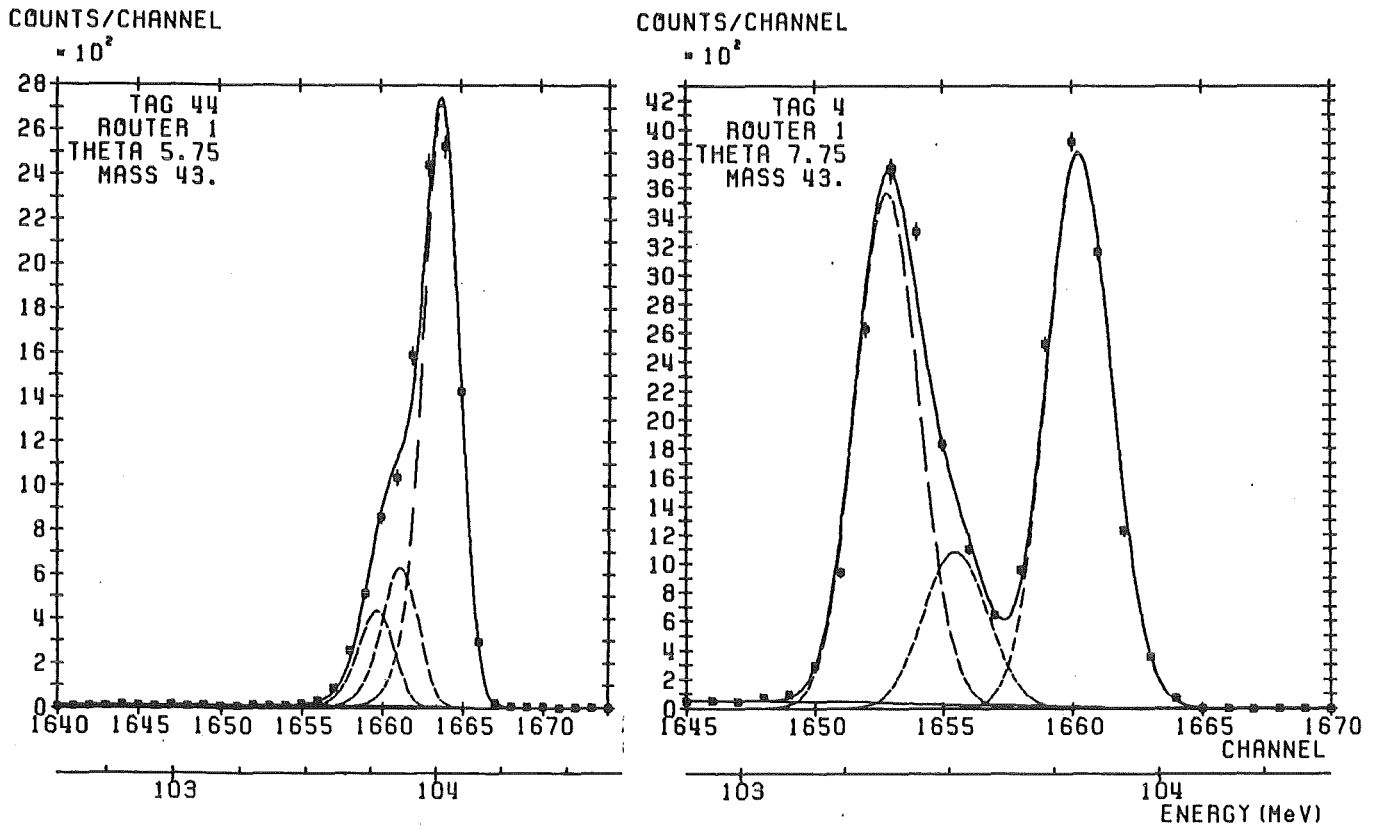


Fig. 3.3: Ergebnisse berechneter Linientrennungen der elastischen Streuung an  $^{43}\text{Ca}$  (rechte Linie), Sauerstoff (Mitte) und Kohlenstoff (links) bei zwei verschiedenen Labor-Streuwinkeln.

Trotz der recht gut arbeitenden Methode zur Berechnung der Linienflächen war es bei kleinen Streuwinkeln ( $\lesssim 6.5^\circ$ ) nicht möglich, die bei fast allen Targets vorhandenen Kontaminationen von Sauerstoff und Kohlenstoff zu separieren. Es wurde daher in diesen Fällen der Anteil dieser Verunreinigungen in den Targets anhand ihrer Wirkungsquerschnitte bei größeren Streuwinkeln bestimmt, wo ihre Linien klar getrennt waren. Mit Hilfe der früher gemessenen vollständigen Winkelverteilungen der elastischen Streuung an  $^{12}\text{C}$  und  $^{16}\text{O}$  [HaHa 70] konnten sodann die Beiträge der Ver-

unreinigungen bei kleinen Streuwinkeln berechnet und vom Inhalt der Summen-Linie abgezogen werden.

Das entsprechende Verfahren wurde im Falle der Targets  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{50}\text{Ti}$  auch zur Korrektur der nicht separierten Isotope  $^{40,44}\text{Ca}$  bzw.  $^{48}\text{Ti}$  (siehe Tab. 3.1) über einen weiten Winkelbereich angewendet. Da auch diese Kontaminationen in unabhängigen Experimenten [ReHa 74] sehr genau vermessen worden waren, war eine zuverlässige Korrektur der gegenwärtigen Messungen an  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{50}\text{Ti}$  gewährleistet.

Aus den Linieninhalten  $I(\theta)$  berechnet man die differentiellen Wirkungsquerschnitte  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)$  nach

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{I(\theta)}{N \cdot \Omega \cdot Q^*} = k \cdot \frac{Z \cdot A \cdot I(\theta)}{d \cdot \Omega \cdot Q} \quad (\text{mb/sr}) \quad (3.2)$$

Hierbei bedeuten

$I(\theta)$  = Linieninhalt = Anzahl der in den Raumwinkel  $\Omega$  gestreuten Teilchen

$N$  = Anzahl der Targetkerne pro  $\text{cm}^2$

$\Omega$  = Akzeptanz des Detektors, d.h. der Raumwinkel, in den die beobachteten Teilchen gestreut werden ( $\mu\text{sr}$ )

$Q^*$  = Anzahl der Projektilteilchen ( $\propto$  der im Faraday-Becher akkumulierten Ladung)

$Z$  = Ordnungszahl der Projektilkerne

$A$  = Atomgewicht der Targetkerne (a m u)

$d$  = Targetdicke ( $\text{mg}/\text{cm}^2$ )

$Q$  = Stromzeitintegral ( $\mu\text{Cb}$ )

$k$  =  $e/L$

$L$  = Avogadro'sche Zahl =  $6.0222 \cdot 10^{+23}$  ( $\text{mol}^{-1}$ )

$e$  = Elementarladung =  $1.6021917 \cdot 10^{-19}$  (Cb)

Bei Verwendung der in Klammern angegebenen Dimensionen wird

$$k = 0.2657885.$$

Die nach Glch. (3.2) ermittelten Wirkungsquerschnitte wurden relativistisch ins Schwerpunktsystem (CM) umgerechnet. Die Meßergebnisse sind in Fig. 3.4 dargestellt; die entsprechenden numerischen Werte sind in [GiFr 79, Pes 82, GiRe 83] zu finden.

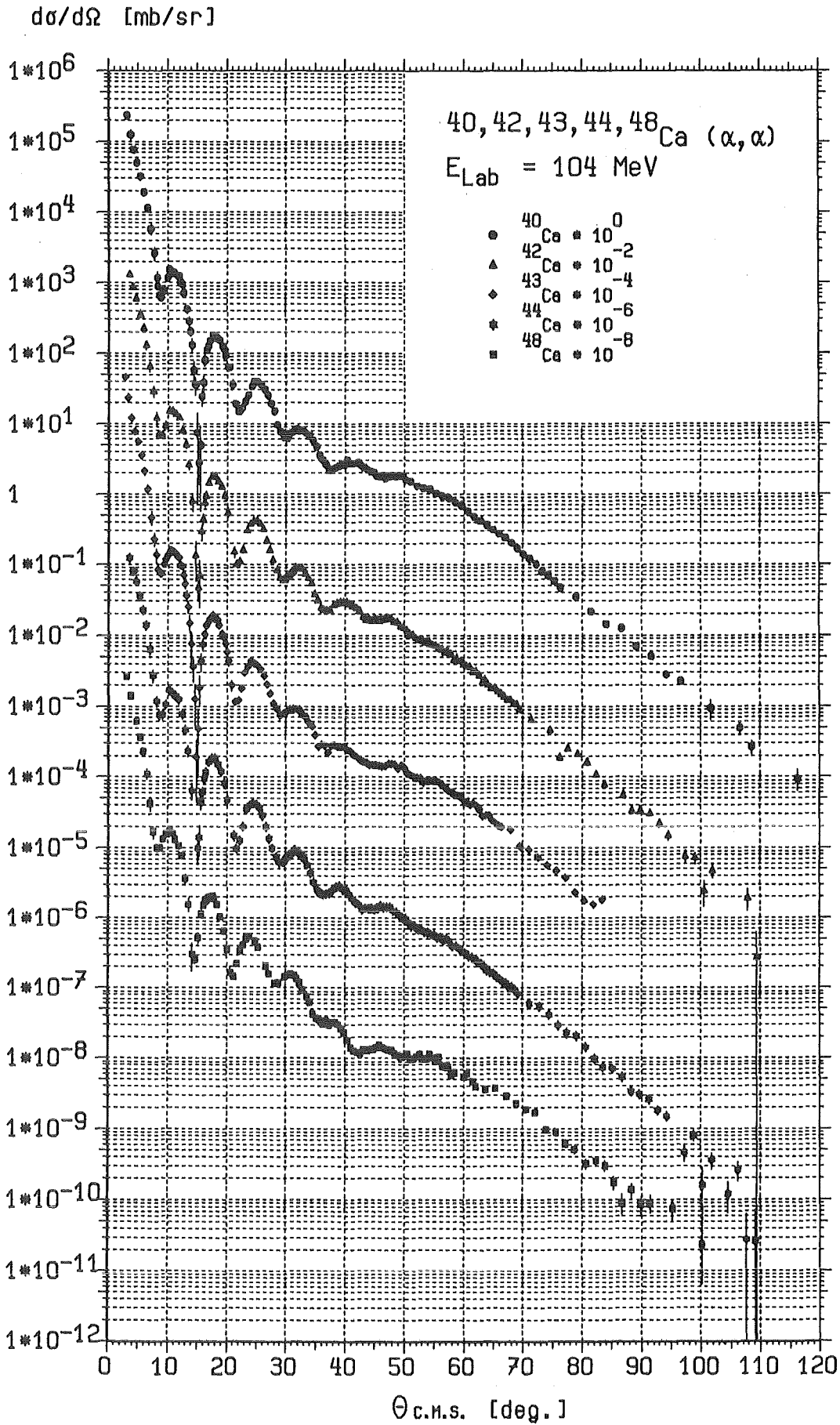


Fig. 3.4 a: Experimentelle Wirkungsquerschnitte der elastischen Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen an den Isotopen  $40, 42, 43, 44, 48 \text{Ca}$

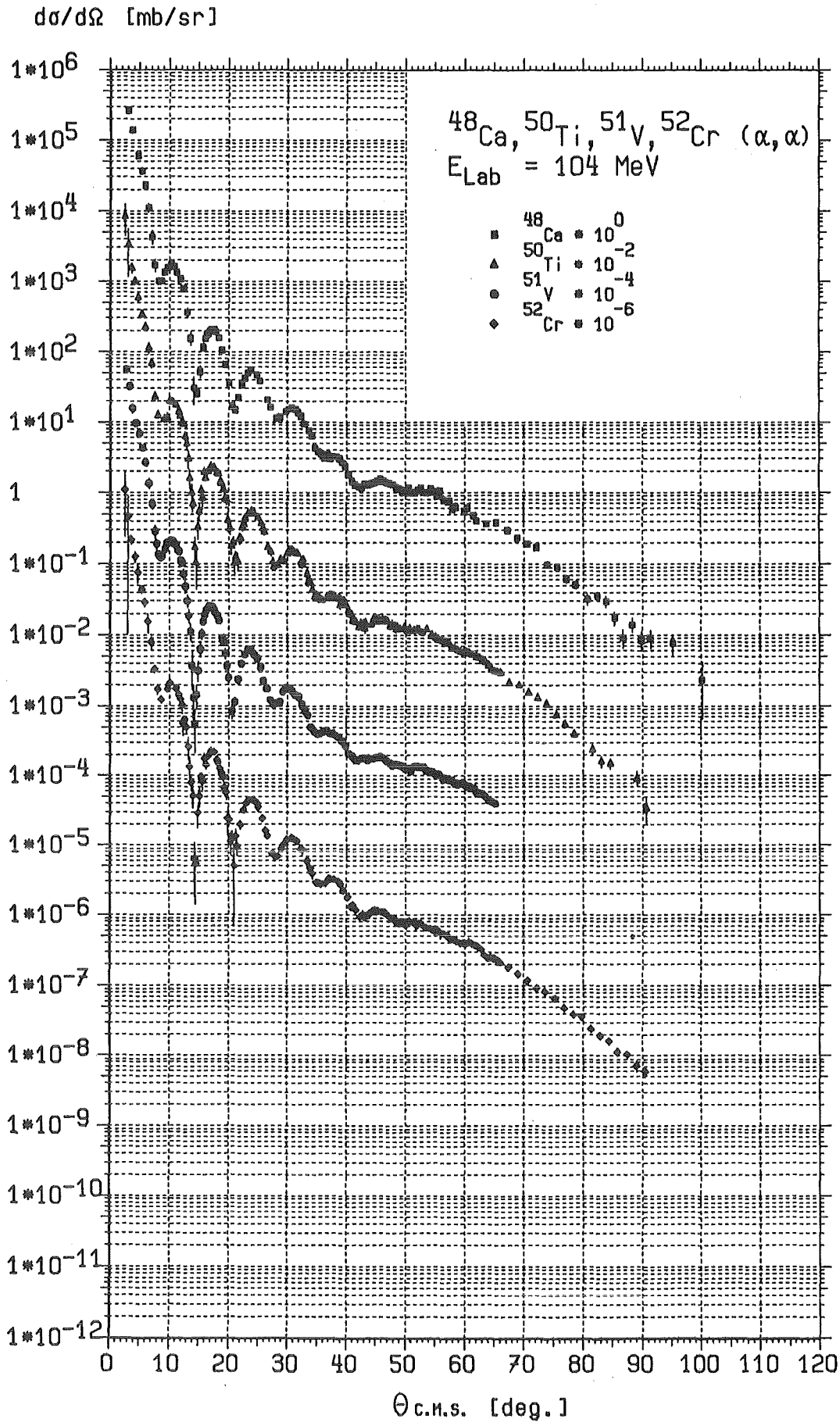


Fig. 3.4 b: Experimentelle Wirkungsquerschnitte der elastischen Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen an den Isotonen  $^{48}\text{Ca}, ^{50}\text{Ti}, ^{51}\text{V}, ^{52}\text{Cr}$

Die in Fig. 3.4 gezeigten Winkelverteilungen sind durch scharfe Oszillationsstrukturen im Bereich kleiner Winkel gekennzeichnet, die durch Interferenz-Effekte infolge "starker" Absorption am Kernrand entstehen [Bla 65, Jac 70]. Bei Streuwinkeln oberhalb etwa  $\theta_{CM} = 60^\circ$  fallen die Wirkungsquerschnitte ohne erkennbare Strukturen exponentiell ab. In einem semiklassischen Bild [Gol 78] ist dieses Verhalten durch Refraktion im Kerninnern zu erklären.

Die experimentellen Fehler enthalten neben dem statistischen Fehler auch einen Beitrag, der sich aus der Unsicherheit in der Bestimmung der absoluten Streuwinkelskala (siehe Abschnitt 3.2) ergibt. Dieser Fehler wurde mit Hilfe der aus benachbarten Punkten gegebenen Steigung der Winkelverteilung in einen Fehler des Wirkungsquerschnittes umgerechnet und quadratisch zum statistischen Fehler addiert. Erwartungsgemäß macht sich dieser Fehler besonders an den steilen Flanken der Oszillationsminima bemerkbar (vergl. z.B. Fig. 3.2 und Fig. 3.4).

Wegen der experimentellen Unsicherheiten insbesondere bei der Bestimmung der Targetdicke, aber auch der Detektorakzeptanz und der Messung des Stromzeitintegrals lassen sich die Wirkungsquerschnitte nach Glch. (3.2) nur auf etwa 10 % genau bestimmen. Dieser vom Streuwinkel unabhängige Fehler ist in den Fehlerbalken nicht enthalten. Die Normierung der absoluten Größe der Wirkungsquerschnitte wurde durch Analysen der elastischen Streuung mit dem Optischen Potential (siehe Kap. 4) festgelegt. Grundlage dieses allgemein akzeptierten Verfahrens [FeBl 70, ReSch 72] ist die Dominanz der gut beherrschbaren Coulombstreuung bei kleinen Streuwinkeln. Aber auch der nukleare Anteil des Optischen Potentials wird bei den vorliegenden experimentellen Daten eindeutig bestimmt, so daß bei Anwendung verfeinerter phänomenologischer Parametrisierungen dieses Anteils die gesamte Winkelverteilung zur Bestimmung der Normierungskonstante herangezogen werden kann. Die Renormierung der Daten betrug in allen Fällen weniger als 10 % und war mit einem Fehler von 0.2 % behaftet.

4. METHODEN DER ANALYSE

4.1 Grundlagen und Gang der Analyse

4.1.1 Optisches Modell

Zur Beschreibung einer Kernreaktion zwischen einem unter Umständen aus mehreren Nukleonen aufgebauten Projektil und einem Targetkern bedarf es der Lösung eines Vielkörperproblems [Fes 58, KMT 59, ViBo 76]. Folglich ist man bei der Interpretation von Streuexperimenten zwischen komplexen Teilchen zwangsläufig auf Reaktionsmodelle angewiesen, zumal auch die zugrundeliegende starke Wechselwirkung schon zwischen freien Nukleonen nicht hinreichend genau bekannt ist, geschweige denn im System kollidierender Atomkerne. Dabei hat sich das Optische Modell über einen großen Bereich von Projektilenergien und im gesamten Massenbereich des Periodensystems als sehr erfolgreich erwiesen [SaLo 79]. Im Optischen Modell wird das Vielkörperproblem durch die Wechselwirkung zwischen zwei (mehr oder weniger) inertem Teilchen approximiert, die durch ein effektives Potential repräsentiert wird. Diese Substitution ist sicher eine vereinfachende Näherung, die das tatsächliche, komplizierte Wechselspiel zwischen Projektil- und Target-Nukleonen glättend mittelt. Andererseits vereinfacht dieses Modell die Rechnungen zur quantitativen Interpretation erheblich. Es ist intuitiv einleuchtend und in den meisten Fällen - hauptsächlich aufgrund der kurzen Reichweite der Nukleon-Nukleon-Kräfte - auch ein recht gutes Modell, wie die Erfolge "a posteriori" beweisen.

Die wesentlichen Annahmen und Näherungen des Optischen Modells sollen anhand einer kurzen Herleitung des Optischen-Modell-Potentials (OMP) verdeutlicht werden. Das OMP  $U(r_\alpha)$  muß so konstruiert werden [Fes 58], daß die Einteilchen-Schrödinger-Gleichung

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_\alpha^2 + U(\vec{r}_\alpha) \right\} \chi(\vec{r}_\alpha) = E_{\text{CM}} \chi(\vec{r}_\alpha) \quad (4.1.1)$$

erfüllt ist. Dabei ist  $\mu$  die reduzierte Masse der wechselwirkenden Teilchen,  $\vec{r}_\alpha$  der Abstand ihrer Massenschwerpunkte und  $E_{\text{CM}}$  die Energie ihrer Relativbewegung im Schwerpunkt-(CM)-System. Die Lö-



sung  $\chi(\vec{r}_\alpha)$  beschreibt unter den vorgegebenen Randbedingungen die Streuung z.B. eines  $\alpha$ -Teilchens an einem Targetkern A.

Ein Standardverfahren, mit dem sich zeigen läßt, daß Glch. (4.1.1) den Streuprozess adäquat beschreibt, ist die Entwicklung der Gesamtwellenfunktion  $\Psi_G$  des Streusystems nach Termen der intrinsischen, antisymmetrisierten Eigenzustände der separaten Kerne:

$$\Psi_G = \sum_{i,j}^{\infty} \psi_{\alpha i}(\vec{\xi}) \psi_{A i}(\vec{\xi}') \chi_{ij}(\vec{r}_\alpha) \quad (4.1.2 \text{ a})$$

$\psi_{\alpha i}(\vec{\xi})$  und  $\psi_{A j}(\vec{\xi}')$  sind die intrinsischen Eigenzustände der Reaktionspartner, die sich aus Lösungen der entsprechenden Schrödinger-Gleichungen ergeben

$$H_\alpha \psi_{\alpha i} = \epsilon_{\alpha i} \psi_{\alpha i} \quad ; \quad H_A \psi_{A j} = \epsilon_{A j} \psi_{A j} \quad . \quad (4.1.2 \text{ b})$$

Die Vielteilchen-Schrödinger-Gleichung des Gesamtsystems läßt sich formal folgendermaßen ausdrücken:

$$H \Psi_G = \{ H_\alpha + H_A - \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_\alpha^2 + V^{\alpha A}(\vec{r}_\alpha) \} \Psi_G = E \Psi_G \quad . \quad (4.1.3)$$

Einsetzen von (4.1.2) in (4.1.3) und die anschließende Eliminierung der Kernvariablen durch die übliche Multiplikation eines speziellen Zustandes von links und Integration über die Kernvariablen führt schließlich zu einem System gekoppelter Gleichungen

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_\alpha^2 + V_{ii,jj}^{\alpha A}(\vec{r}_\alpha) - (E - \epsilon_\alpha - \epsilon_A) \right\} \chi_{ij}(\vec{r}_\alpha) = \sum_{\substack{k,l=0 \\ (k+l) \neq (i+j)}}^{\infty} \chi_{kl}(\vec{r}_\alpha) V_{ik,jl}^{\alpha A}(\vec{r}_\alpha) \quad (4.1.4 \text{ a})$$

mit

$$\begin{aligned} V_{ik,jl}^{\alpha A}(\vec{r}_\alpha) &= \iint d\vec{\xi} d\vec{\xi}' \psi_{\alpha i}^*(\vec{\xi}) \psi_{A j}^*(\vec{\xi}') V^{\alpha A}(\vec{r}_\alpha) \psi_{\alpha k}(\vec{\xi}) \psi_{A l}(\vec{\xi}') = \\ &= \langle \psi_{\alpha i} \psi_{A j} | V^{\alpha A} | \psi_{\alpha k} \psi_{A l} \rangle \end{aligned} \quad (4.1.4 \text{ b})$$

Das Gleichungssystem (4.1.4) stellt den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Zuständen des Gesamtsystems dar. Praktisch ist es aber wegen der unendlichen Anzahl der möglichen Übergangsmatrixelemente  $V_{ik,jl}^{\alpha A}$  in dieser Form nicht zu handhaben. Erst eine Transformation von Glch. (4.1.4) in Glch. (4.1.1) ermöglicht relativ einfache Lösungen des hadronischen Streuproblems. Diese Transformation entspricht einer Projektion eines unendlichen Konfigurationsraumes in einen endlichen Unterraum.

Im Falle der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung vernachlässigt man dazu zunächst einmal die Anregung des Projektils. Da der unterste Anregungszustand des  $\alpha$ -Teilchens bei 20.3 MeV liegt und die maximal übertragbare Energie pro Nukleon bei den hier betrachteten Experimenten ca. 20 MeV im CM-System ist, scheint dies gerechtfertigt. Daher vereinfacht sich Glch. (4.1.4 b) zu

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\alpha}^2 - (E - \epsilon_A) + V_{OO}(\vec{r}_{\alpha}) \right\} \chi_O(\vec{r}_{\alpha}) = \sum_{j \neq 0}^{\infty} \chi_j(\vec{r}_{\alpha}) V_{Oj}(\vec{r}_{\alpha}) , \quad (4.1.4 c)$$

Darüber hinaus kann davon ausgegangen werden, daß sich das Gesamtsystem vor dem Streuereignis im Grundzustand befindet. Berücksichtigt man ferner noch, daß die elastische Streuung das dominierende Ereignis bei Kernreaktionen mit  $\alpha$ -Teilchen ist, so erscheint eine weitere Projektion des Konfigurationsraumes auf den elastischen Kanal (z.B. durch Elimination der inelastischen Streuamplituden  $\chi_j(\vec{r}_{\alpha})$ ) sinnvoll. Sie führt zu

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\alpha}^2 - (E - \epsilon_A) + U_{opt}(\vec{r}_{\alpha}) \right\} \chi_O(\vec{r}_{\alpha}) = 0 , \quad (4.1.4 d)$$

wobei das effektive OMP  $U_{opt}(\vec{r}_{\alpha})$  durch eine Vielfachstreuentwicklung [KMT 59] gegeben ist:

$$U_{opt}(\vec{r}_{\alpha}) = U_{OO}(\vec{r}_{\alpha}) + \sum_{\substack{B \neq 0 \\ n=1}}^{\infty} U_{OB} G^n U_{BO} = U_{OO}(\vec{r}_{\alpha}) + \Delta U(\vec{r}_{\alpha}) . \quad (4.1.5)$$

$U_{OO}(\vec{r}_{\alpha})$  ist reell und hat die Form eines Faltungspotentials (siehe Abschnitt 4.3.1). Der zweite Term, den man auch als "dynamische Polarisation" bezeichnet, resultiert aus Beiträgen der angeregten Zustände und ist generell nichtlokal, komplex und abhängig von der Projektilenergie. In einer äquivalenten, lokalen Näherung [PeBu 62,

JaJo 74] wird daher das OMP üblicherweise in einen Real- und einen Imaginärteil zerlegt:

$$U_{\text{opt}}(\vec{r}_\alpha) = U_{\text{R}}(\vec{r}_\alpha) + iU_{\text{I}}(\vec{r}_\alpha) \quad (4.1.6)$$

Diese Zerlegung gab dem Potential den Namen, da der Imaginärteil bei alleiniger Betrachtung des elastischen Kanals als absorptive Komponente des OMP zu interpretieren ist.

Neben den recht allgemeinen Annahmen und einleuchtenden Näherungen bei der einfachen Herleitung des OMP (detaillierte Herleitungen finden sich z.B. in [Fes 58, Fes 62, KMT 59, ViBo 76, LoTe 77, JLM 77]) tragen sicher auch einige praktische Aspekte zum Erfolg dieses für einen weiten Anwendungsbereich akzeptierten Modells bei. So bietet sich das Modell für eine einfache Potentialanalyse von gemessenen Wirkungsquerschnitten an. Dazu setzt man eine phänomenologische, in den meisten Fällen durch analytische Funktionen mit wenigen Parametern dargestellte Potentialform an (z.B. Woods-Saxon-(WS)-Form) und optimiert die Parameterwerte im Hinblick auf eine bestmögliche Wiedergabe der experimentellen Wirkungsquerschnitte. Dieses Verfahren wird besonders einsichtig, wenn man bedenkt, daß das OMP über die Beziehung

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = |\langle \chi_f | U_{\text{opt}} | \chi_i \rangle|^2 \quad (4.1.7)$$

direkt mit den Wirkungsquerschnitten verknüpft ist. Bei einer geeigneten, flexiblen Wahl der radialen Form [FrBa 78] sind solche phänomenologischen Potentiale keinen weiteren Randbedingungen unterworfen. Sie erlauben deshalb bei mäßigem Rechenaufwand in aller Regel eine sehr gute Beschreibung der gemessenen Wirkungsquerschnitte (siehe Abschnitt 4.2). Dies gilt für viele Projektilteilchen und -energien und das gesamte Periodensystem als Targetkerne. Mögliche Vieldeutigkeiten in den Potentialen lassen sich in vielen Fällen durch entsprechende Qualität der Experimente vermeiden.

Eine Interpretation von  $\alpha$ -Teilchen-Streuexperimenten auf der Basis des Optischen Modells wird daher mit der Untersuchung phänomenologischer Potentiale für die elastische Streuung beginnen. Es wird im folgenden gezeigt werden, daß mit den vorliegenden experimentellen Daten die Realteile der Optischen Potentiale und deren integrale Momente sehr genau bestimmt werden können, so daß auch kleine Unterschiede zwischen den Potentialen benachbarter Kerne sichtbar werden. Dieser empirische Befund ist die eigentliche Rechtfertigung, eine weitergehende Interpretation der Experimente vorzunehmen, bei denen das OMP "mikroskopisch" auf der Basis von Kernmateriedichten berechnet wird. Beurteilungsgrundlage für die Relevanz solcher Rechnungen werden aber immer die phänomenologischen Potentiale sein, die in Abschnitt 4.2 und 5.1 ausführlich diskutiert werden.

#### 4.1.2 Allgemeine numerische Verfahren

Zur Analyse der gemessenen Wirkungsquerschnitte wird zum jeweils verwendeten nuklearen Potential Glch. (4.1.6) das Coulombpotential addiert und die Summe in die radiale Schrödinger-Gleichung eingesetzt, die numerisch integriert wird [Sch 68, Gil 80b]. Da die Analysen auf feine Details in den nuklearen Potentialen abzielen, ist es notwendig, realistische Coulombpotentiale zu verwenden, die aus experimentellen Ladungsdichten [JaVr 74, WoSh 81] numerisch berechnet werden [Gil 80b]. Beim  $\alpha$ -Teilchen wird dabei eine Gauß-Form zugrunde gelegt, während für die Ladungsverteilungen der Targetkerne eine Fermi-Form angenommen wird. Aus den partiellen Streuamplituden gewinnt man theoretische Wirkungsquerschnitte  $d\sigma/d\Omega_{th}(\theta)$ , die nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ( $\chi^2$ -Minimalisierung) durch Variation von Parametern des Potentials an die experimentellen Wirkungsquerschnitte  $d\sigma/d\Omega_{exp}(\theta)$  angepaßt werden. Dabei wird das absolute Minimum der Funktion

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^M \left[ \frac{d\sigma/d\Omega_{exp}(\theta_i) - d\sigma/d\Omega_{th}(\theta_i)}{\Delta(d\sigma/d\Omega_{exp}(\theta_i))} \right]^2 \quad (4.1.8)$$

gesucht. Hierbei ist  $\Delta(d\sigma/d\Omega_{exp}(\theta_i))$  der absolute experimentelle

Fehler des jeweiligen Meßpunktes (siehe Abschnitt 3.3) und M die Anzahl der Meßpunkte. Die numerischen Rechnungen wurden mit dem Karlsruher Code "MODINA" [Gil 80b, Gil 83b] durchgeführt, der eine automatische Such-Routine zum Auffinden des  $\chi^2$ -Minimums enthält. Zur Kontrolle der numerischen Verfahren wurden viele Vergleichsrechnungen mit dem Code "ANALPHA" [Fri 80] durchgeführt. Diese beiden Programme unterscheiden sich in der Methode zur Integration der Schrödinger-Gleichung, benutzen verschiedene Anpassungsroutinen zur Minimalisierung von  $\chi^2$  und wurden beide auf Großrechnern mit unterschiedlicher numerischer Genauigkeit eingesetzt. Dennoch stimmen alle Ergebnisse auf mindestens fünf Stellen überein. Dies demonstriert die numerische Verlässlichkeit der Resultate.

Ein Maß für die Güte der Anpassung der berechneten Wirkungsquerschnitte an die experimentellen ist der  $\chi^2$ -Wert pro Freiheitsgrad

$$\chi^2/F = \chi^2 / (M - N - 1) \quad , \quad (4.1.9)$$

wobei N die Anzahl der variierten Parameter ist. Bei einem "vollkommenen" physikalischen Modell und richtig abgeschätzten Fehlern wird  $\chi^2/F \approx 1$ . Nach Auffinden des  $\chi^2$ -Minimums berechnet das Anpassungsprogramm numerisch die Fehler der variierten Parameter  $a_i$  aus der Kovarianzmatrix [Sch 73]

$$M_{ik} = \frac{\partial^2 f}{\partial a_i \partial a_k} \quad (4.1.10)$$

Hierbei ist f der  $\chi^2$ -Wert pro Freiheitsgrad im Minimum

$$f = (\chi^2/F)_{\min}.$$

## 4.2 Phänomenologische Potentiale

### 4.2.1 Konventionelle Optische Potentiale

Die Analyse der differentiellen Wirkungsquerschnitte mit konventionellen Optischen Potentialen soll zur Demonstration einiger Effekte dienen, die die Begründung zur anschließenden Einführung der "modellunabhängigen" Potentiale liefern, deren Vorzüge erst im Vergleich mit konventionellen Potentialen richtig eingeschätzt werden können.

Ein seit langem gebräuchlicher Ansatz für das Optische Potential ist die Woods-Saxon-Form (WS)

$$U_{\text{opt}}(r_\alpha) = -V_0 f_v(r_\alpha) - i W_0 f_w(r_\alpha) \quad (4.2.1)$$

mit

$$f_{v,w}(r_\alpha) = \{1 + \exp [(r_\alpha - R_{v,w})/a_{v,w}]\}^{-1} \quad (4.2.2)$$

Neben den Potentialtiefen  $V_0$ ,  $W_0$  hat diese Form bei unterschiedlicher Geometrie von Real- und Imaginärteil vier weitere freie Parameter, nämlich die Halbwertsradien  $R_{v,w} = r_{v,w} \cdot A^{1/3}$  und die Oberflächendicken ("diffuseness")  $a_{v,w}$ . Weitere nützliche Größen zur Charakterisierung der Potentiale sind integrale Momente  $M_k$  (Gleich. 2.11) die für jede beliebige Potentialform einheitlich definiert sind:

$$M_k^{\text{Pot}} = \left[ \frac{1}{J} \langle J r^k \rangle \right]^{1/k} \quad (4.2.3)$$

Hierbei ist  $J$  das Volumenintegral des Real- oder Imaginärteils

$$J_{v,w} = -\int U_{R,I}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (4.2.4)$$

Man erkennt, daß das zweite Moment gerade der häufig verwendete mittlere quadratische Radius ist:  $M_2 = \langle r^2 \rangle^{1/2}$ .

Für  $\alpha$ -Teilchen-Streuung haben empirische Studien [BuGr 75, Gol 75] sowie mikroskopische Rechnungen [Vin 77, MaBu 78] gezeigt, daß mit einem quadrierten Woods-Saxon-Formfaktor  $f_v^2$  (Gleich. 4.2.2) im Realteil des Potentials die Experimente über einen großen Energie- und Massenbereich wesentlich besser beschrieben werden als mit der gewöhnlichen WS-Form. Dies wurde auch für die vorliegenden Daten klar bestätigt, für die vergleichende Analysen mit verschiedenen Exponenten im Formfaktor des Real- und Imaginärteils durchgeführt wurden [GiFr 79, Pes 82]. Alle sechs Parameter des Potentials wurden dabei simultan an die Meßdaten angepaßt.

Im Gegensatz zu Analysen der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung bei niedrigeren Energien treten dabei keine Parameter-Vieldeutigkeiten auf, sondern es gibt nur ein einziges Minimum im sechs-dimensionalen Parameterraum. Wie von Goldberg und Smith [GoSm 72] gezeigt wurde, hängt dies mit dem Auftreten der refraktiven Streuung (siehe Fig. 3.4) bei höheren Energien zusammen. Als Kriterium für das Verschwinden der Vieldeutigkeiten gilt allgemein, daß sich der Winkelbereich der experimentellen Daten deutlich über den sogenannten nuklearen "Regenbogenwinkel"  $\theta_R$  hinaus erstrecken muß, der in Anlehnung an die klassische Optik definiert ist [Gol 78] und bei den vorliegenden Experimenten etwa  $\theta_R \approx 60^\circ$  beträgt. Dividiert man die Wirkungsquerschnitte durch diejenigen der Rutherford-Streuung (siehe Fig. 4.1), so erkennt man im Bereich von  $\theta_R$  ein lokales Maximum, bevor die Wirkungsquerschnitte zu größeren Winkeln hin abfallen.

Als Beispiel konventioneller Analysen mit WS- und WS<sup>2</sup>-Formfaktoren sind die Resultate für <sup>40</sup>Ca in Fig. 4.1 und Tabelle 4.1 dargestellt. Am Wert von  $\chi^2/F$  erkennt man die deutlichen Qualitätsunterschiede in der Wiedergabe der Daten. Damit einher gehen merkliche Unterschiede zwischen den Potentialen über einen weiten radialen Bereich, was bereits die Empfindlichkeit der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung auf die genaue Form des Optischen Potentials demonstriert. Beim detaillierten Vergleich der Potentialformen erkennt man, daß der Grund für die unterschiedliche Reproduktion der Meßdaten offenbar in der unterschiedlichen Kopplung zwischen der Oberflächenregion ( $WS > WS^2$ ) und dem Kerninnern ( $WS < WS^2$ ) zu suchen ist. Diese

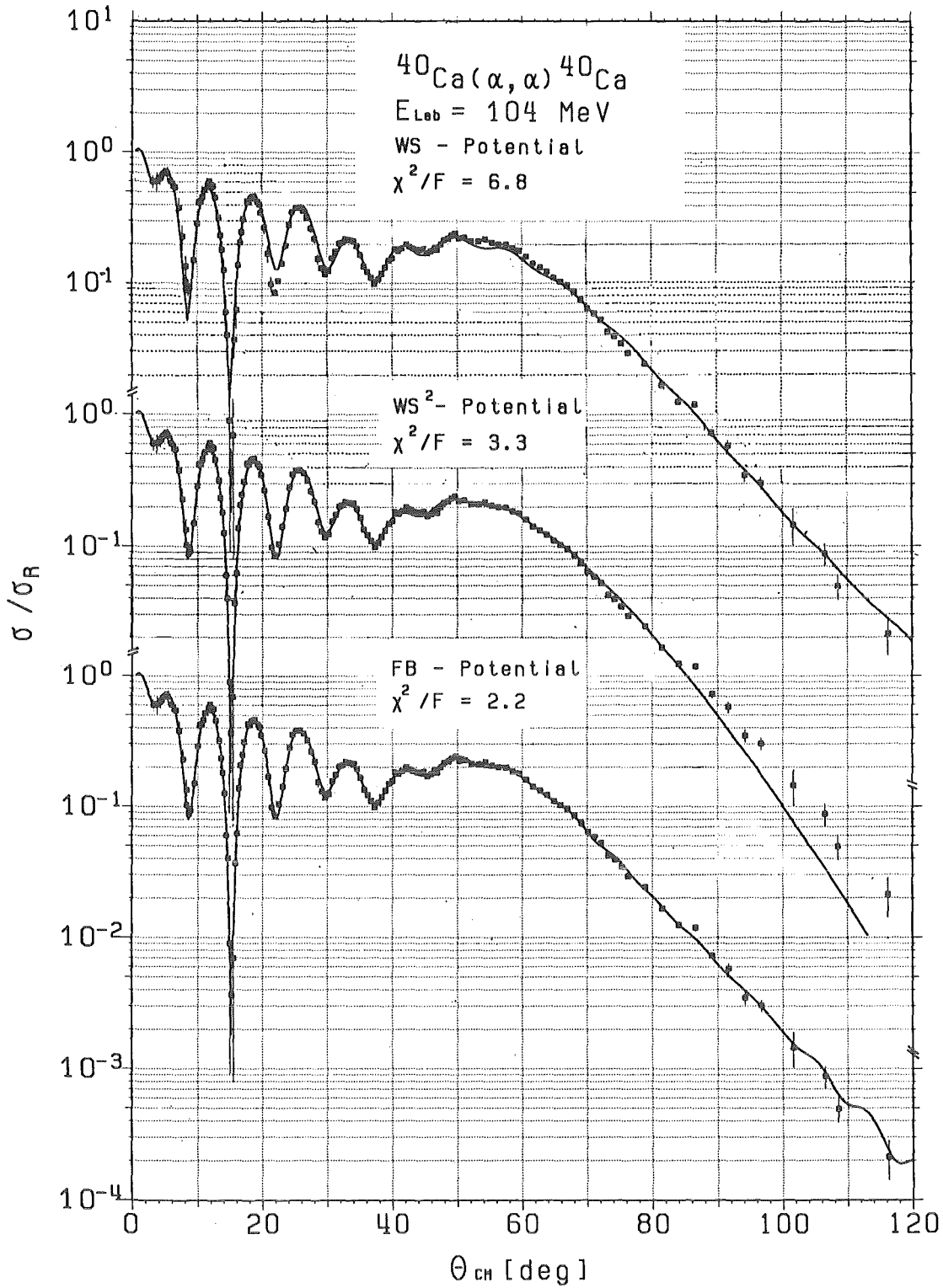


Fig. 4.1: Differentielle Wirkungsquerschnitte der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung an  $^{40}\text{Ca}$  dividiert durch die Wirkungsquerschnitte der Rutherford-Streuung. Die durchgezogenen Linien sind Anpassungen unter Verwendung verschiedener Parametrisierungen des Realteils des Optischen Potentials.



Tabelle 4.1: Integrale Momente des Optischen Potentials für  $^{40}\text{Ca}(\alpha, \alpha)$  bei unterschiedlicher analytischer Parametrisierung. Die Anzahl der variierten Parameter ist 6 (Zeilen 1-3) bzw. 9 (Zeile 4). (V = Volumenabsorption, V+O = Volumen- und Oberflächenabsorption, \* = keine Konvergenz)

$\chi^2/F$	Realteil	$-J_V/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_V^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	Imaginärteil	$-J_W/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_W^2 \rangle^{1/2}$ (fm)
6.8	WS	333.3	4.464	WS	101.2	4.917
3.7	WS <sup>2</sup>	318.0	4.314	WS	101.0	4.935
3.3	WS <sup>2</sup>	309.3	4.311	WS <sup>2</sup> (V)	96.2	4.887
2.9*	WS <sup>2</sup>	335.8	4.367	WS <sup>2</sup> (V+O)	112.3	5.077

zwangsweise Kopplung ist der entscheidende Nachteil jedes im Sinne von Glch. (4.2.2) analytisch parametrisierten Formfaktors. Denn jede Änderung des Potentials in einem lokalen radialen Bereich hat automatisch eine globale Änderung des gesamten Potentials zur Folge. Diese Eigenschaft macht solche Potentiale aber ungeeignet zur Untersuchung von Effekten zwischen benachbarten Isotopen oder Isotonen, da man - aufgrund der Schalenstruktur der Kerne - gerade hier lokale Unterschiede zwischen den Potentialen erwarten kann.

#### 4.2.2 Modellunabhängige Potentialform

Eine größere Flexibilität in der Form des Optischen Potentials und nahezu vollständige Entkopplung der verschiedenen radialen Bereiche wird erzielt, wenn man insbesondere den Realteil durch eine Fourier-Bessel-Reihe (FB) ergänzt [FrBa 78]:

$$-U_R(r_\alpha) = V_0 f_V^2(r_\alpha) + \sum_{n=1}^N b_n j_0\left(\frac{n\pi r_\alpha}{R_C}\right). \quad (4.2.5)$$

Hierbei sind  $j_0$  sphärische Bessel-Funktionen Nullter Ordnung und  $R_C$  ist ein Abschneideradius, oberhalb welchem die FB-Reihe verschwindet. Die Koeffizienten  $b_n$  sind Variable, die nach dem  $\chi^2$ -Kriterium an die Meßdaten angepaßt werden. Die Beibehaltung des ersten Terms ( $WS^2$ -Potential) ist hierbei nicht von entscheidender Bedeutung. Er kann im Grunde auch weggelassen werden, ohne daß sich die Resultate für  $U_R(r_\alpha)$  signifikant ändern. Für die praktische Anwendung des FB-Potentials ist es jedoch von Vorteil, diesen Term beizubehalten, wobei die Parameter aus einer vorangegangenen konventionellen Analyse übernommen werden (und im weiteren fest bleiben). Mit dem vorgegebenen  $WS^2$ -Potential, das die Daten bereits recht gut beschreibt, konvergiert die Suche des  $\chi^2$ -Minimums bei Variation der Koeffizienten  $b_n$  besonders schnell. Darüber hinaus verschwindet das Potential nicht vollständig oberhalb von  $R_C$ , wenn man den  $WS^2$ -Term beibehält.

Die hohe Flexibilität in der Potentialform führt zu einer noch besseren Wiedergabe der experimentellen Daten, wie Fig. 4.1 zeigt. Als weiterer Vorteil des FB-Potentials ist hervorzuheben, daß damit nicht nur die Angabe der Fehler einzelner Anpassungs-

parameter, sondern eine realistische Berechnung der Fehler des Potentials im gesamten radialen Bereich mit  $r \leq R_c$  möglich ist. Auch die Fehler der radialen Momente  $M_k^{\text{Pot}}$  können realistisch berechnet werden. Dies ist ein entscheidender Unterschied zu konventionellen Potentialanalysen, deren Fehler häufig unterschätzt werden [FrBa 78]. Denn in radialen Bereichen, auf die die Daten nicht empfindlich sind, wird eine Empfindlichkeit durch die Extrapolation der funktionalen Form in diese Bereiche vorgetäuscht. Die Information über die Fehler ist in einer Matrix  $C_{mn}$  enthalten, die aus der Kovarianzmatrix  $M$  (Gleich. 4.1.10) generiert wird:

$$C_{mn} = \langle \Delta b_m \Delta b_n \rangle = 2 \cdot (M^{-1})_{mn} \cdot \chi^2 / F \quad (4.2.6)$$

Hierbei sind  $\langle \Delta b_m \Delta b_n \rangle$  die korrelierten Fehler der FB-Koeffizienten und  $\chi^2 / F$  ist der kleinste Wert von  $\chi^2$  pro Freiheitsgrad (siehe Gleich. 4.1.9), der in der Anpassung erzielt wird. Mit den Elementen der Matrix  $C$  können die Fehler jeder Größe berechnet werden, die vom Realteil des Potentials abgeleitet ist [FrBa 78, GiFr 79]. Der Fehler des Potentials selbst an einer Stelle  $r_\alpha$  ist z.B. gegeben durch:

$$[\Delta U_R(r_\alpha)]^2 = \sum_{m,n=1}^N C_{mn} j_0\left(\frac{n\pi r_\alpha}{R_c}\right) j_0\left(\frac{m\pi r_\alpha}{R_c}\right) \quad (4.2.7)$$

Bei der Berechnung der Fehler radialer Momente  $M_k^{\text{Pot}}$  (Gleich. 4.2.3) ist zu beachten, daß  $M_k^{\text{Pot}}$  ein Quotient zweier Integrale über  $U_R(r_\alpha)$  ist. Folglich gibt es Korrelationen zwischen dem Zähler und Nenner dieses Quotienten, die zu einem negativen Beitrag zum Fehler der radialen Momente führen:

$$\left[ \frac{\Delta M_k^{\text{Pot}}}{M_k^{\text{Pot}}} \right]^2 = \left[ \frac{\Delta \langle J r^k \rangle}{\langle J r^k \rangle} \right]^2 + \left[ \frac{\Delta J}{J} \right]^2 - 2 \frac{\Delta \langle J r^k \rangle \cdot \Delta J}{\langle J r^k \rangle \cdot J} \quad (4.2.8)$$

Weitere numerische Details der Fehler-Berechnung sind in [FrBa 78, GiFr 79, Gil 80b] zu finden.

Bei der praktischen Anwendung der FB-Methode ist zunächst die Anzahl der FB-Terme  $N$  und der Wert des Abschneideradius  $R_c$  frei wählbar, und es müssen Kriterien gefunden werden, nach denen diese

freien Parameter gewählt werden. Außerdem ist von vornherein auch nicht klar, ob und wie stark das aus einer Anpassungsrechnung resultierende Potential von der Wahl dieser Parameter abhängt. Zur Auswahl einer geeigneten Anzahl  $N$  von FB-Termen findet man ein wohldefiniertes Kriterium anhand des Wertes von  $(\chi^2/F)_{\min}$ . Wird nämlich in einzelnen Anpassungsrechnungen  $N$  immer weiter erhöht, so nimmt  $(\chi^2/F)_{\min}$  zunächst ab, bleibt dann aber ab einem bestimmten Wert von  $N$  etwa konstant. Bei noch weiterer Erhöhung der Anzahl von FB-Termen scheitert schließlich die Anpassungsrechnung am numerischen Rauschen, da auch nach vielen Iterationen ( $> 100$ ) kein Minimum gefunden wird. Bei den vorliegenden Daten wird das absolute Minimum von  $\chi^2/F$  bei einer Anzahl von acht und mehr FB-Gliedern erreicht. Wählt man hingegen  $N \geq 14$ , so treten Konvergenzschwierigkeiten auf. Der Bereich  $N = 9$  bis  $N = 12$  ist also für die Analyse angemessen.

Ein Kriterium für die Wahl von  $R_C$  kann nicht in so klarer Form durch Testrechnungen gefunden werden, da das Minimum von  $\chi^2/F$  schon bei einem Wert von  $R_C \approx 8$  fm erreicht wird und auch bei  $R_C \approx 15$  fm noch keine Konvergenzschwierigkeiten auftreten. Es zeigt sich jedoch, daß die Fehler im gesamten radialen Verlauf des Potentials für  $R_C \gtrsim 9$  fm konstant bleiben und erst bei  $R_C > 13$  fm weiter ansteigen. Daher kann der Bereich  $R_C = 10$  fm bis  $R_C = 12$  fm als vernünftige Wahl angesehen werden. In diesem Bereich ist das reale Potential auf etwa  $10^{-4}$  des zentralen Wertes abgefallen und weniger als  $10^{-4}$  des Potentialvolumens befindet sich außerhalb dieses Radius, so daß der wesentliche Teil des Potentialverlaufs durch die flexible FB-Form beschrieben wird.

Die Frage der Restabhängigkeit des Potentials von der Wahl von  $N$  und  $R_C$  innerhalb der oben gegebenen Grenzen wurde eingehend untersucht [GiFr 79]. Es zeigte sich, daß weder der radiale Verlauf des Potentials noch die Werte der integralen Momente in systematischer Form von  $N$  und  $R_C$  abhängen. Die Streuungen der einzelnen Resultate bei verschiedenen Kombinationen von  $N$  und  $R_C$  liegen innerhalb der jeweiligen Fehler. Als Beispiel aus diesen systematischen Untersuchungen ist der Wert des Potentials von  $^{40}\text{Ca}$  bei  $r_\alpha = 2, 4$  und  $6$  fm mit den entsprechenden Fehlern aus zwölf verschiedenen Anpassungsrechnungen in Fig. 4.2 dargestellt.

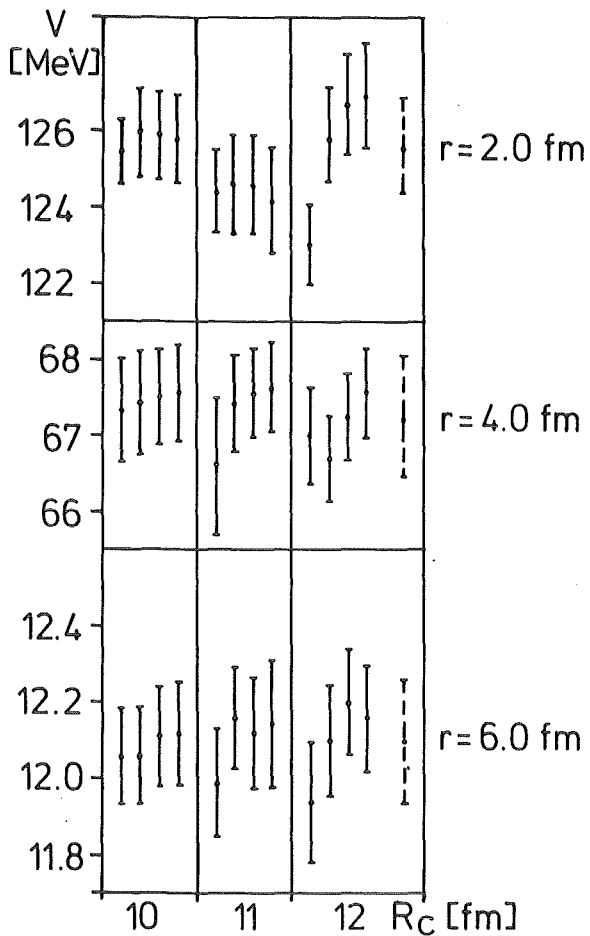


Fig. 4.2: Realteil des Optischen Potentials für  $^{40}\text{Ca}(\alpha, \alpha)$  bei  $r_\alpha = 2, 4, 6$  fm aus zwölf verschiedenen FB-Rechnungen mit  $N = 9 - 11$  und  $R_C = 10 - 12$  fm. Rechts außen ist der Mittelwert mit Fehler angegeben (gestrichelt).

Eine weitere Untersuchung der Eigenschaften der FB-Potentiale befaßte sich mit der Abhängigkeit des Real-Potentials von der Wahl der Form des Imaginär-Potentials [GiFr 79]. Dazu wurde der Imaginärteil ebenfalls durch verschiedene analytische Parametrisierungen und durch FB-Reihen beschrieben, deren Koeffizienten zusammen mit den FB-Koeffizienten des Realteils an die Meßdaten angepaßt wurden. Die Gesamtzahl der Parameter war dabei durch Konvergenzprobleme auf 15 begrenzt (z.B.  $N = 10$  für den Realteil,  $N = 5$  für den Imaginärteil). Die Resultate dieser Studien sind in Tabelle 4.2 zusammengefaßt. Es zeigt sich, daß der Wert von  $\chi^2/F$  beim FB-Imaginärteil nicht besser ist als bei der WS-Form. Aber auch die Form und die radialen Momente des Realteils erweisen sich als wenig abhängig von der Parametrisierung des Imaginärteils. Dies erstaunt insofern nicht, als der Imaginärteil des Potentials durch die elastische Streuung weit weniger gut bestimmt wird als der Realteil, wie die Fehlerbänder des Imaginärteils zeigen, die in jedem Fall die sonst gewählte WS-Form einschließen. Es wurde daher bei den Analysen aller Targetkerne die WS-Form für den Imaginärteil des Potentials beibehalten.

Tabelle 4.2: Integrale Momente des Optischen Potentials für  $^{40}\text{Ca}(\alpha, \alpha)$  bei verschiedener Parametrisierung des Imaginärteils. Die gesamte Anzahl der variierten Parameter ist jeweils 15. (\* = Keine Konvergenz)

$\chi^2 / F$	Realteil	$-J_V/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_V^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	Imaginärteil	$-J_W/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_W^2 \rangle^{1/2}$ (fm)
2.2	WS <sup>2</sup> + FB	324.8 <sub>±</sub> 3.0	4.345 <sub>±</sub> 0.022	WS	103.0	4.934
2.5	WS <sup>2</sup> + FB	315.3 <sub>±</sub> 3.0	4.326 <sub>±</sub> 0.028	WS <sup>2</sup> (V)	98.7	4.896
2.4*	WS <sup>2</sup> + FB	320.6 <sub>±</sub> 5.7	4.338 <sub>±</sub> 0.037	WS <sup>2</sup> (V+0)	102.2	4.950
2.1	WS <sup>2</sup> + FB	323.3 <sub>±</sub> 3.1	4.344 <sub>±</sub> 0.023	WS + FB	102.4 <sub>±</sub> 1.0	4.955 <sub>±</sub> 0.025
2.3	WS <sup>2</sup> + FB	317.3 <sub>±</sub> 3.2	4.336 <sub>±</sub> 0.024	WS <sup>2</sup> (V)+FB	98.8 <sub>±</sub> 1.1	4.901 <sub>±</sub> 0.025
2.2	WS <sup>2</sup> + FB	320.2 <sub>±</sub> 3.2	4.328 <sub>±</sub> 0.023	WS <sup>2</sup> (V+0)+FB	102.4 <sub>±</sub> 1.1	4.972 <sub>±</sub> 0.025

Um die Streuungen der individuellen Anpassungen zu berücksichtigen, wird für alle Größen (einschließlich der Fehler) der arithmetische Mittelwert aus zwölf Rechnungen gebildet, um die endgültigen Resultate der Analyse zu erhalten. Dieses Verfahren läßt sich zwar in keiner Weise mathematisch begründen, erscheint aber im Hinblick auf Fig. 4.2 nicht unvernünftig. Als Beispiel eines gemittelten Potentials ist das Resultat der Analyse von  $^{40}\text{Ca}$  in Fig. 4.3 dargestellt. Zur richtigen Interpretation des Fehlerbandes muß man berücksichtigen, daß wegen der Korrelationen zwischen den radialen Bereichen des Potentials nicht jeder Verlauf innerhalb des Fehlerbandes die experimentellen Daten optimal beschreibt, sondern nur entsprechend korrelierte Potentiale, wie sie sich aus den individuellen Anpassungen ergeben.

Die in Fig. 4.3 demonstrierte hohe Genauigkeit und geringe Modellabhängigkeit, mit der die Form des reellen Optischen Potentials bei der elastischen Streuung von  $\alpha$ -Teilchen im Energie-

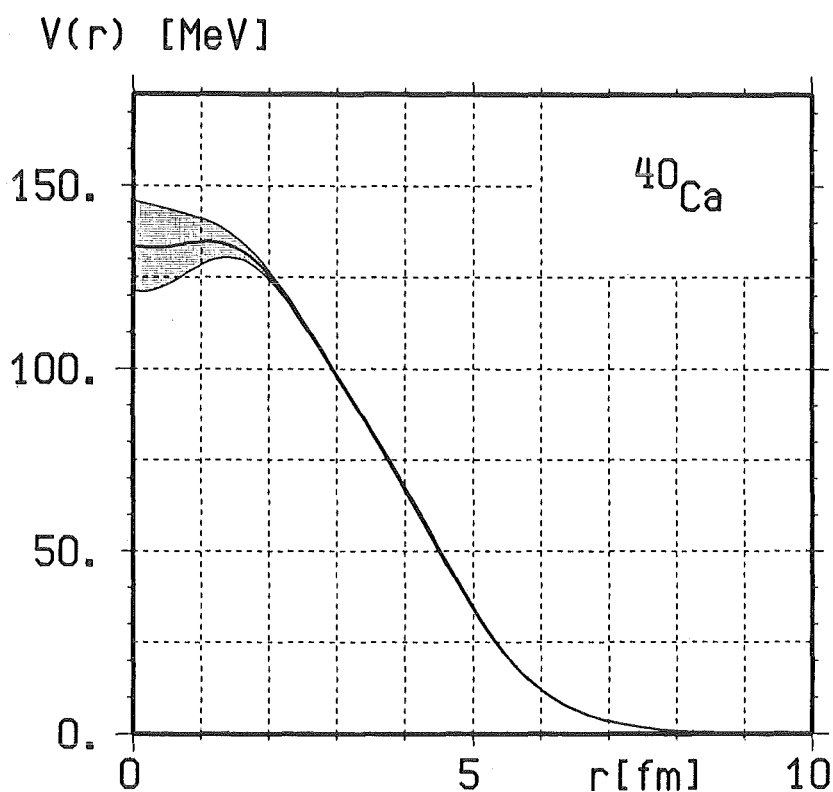
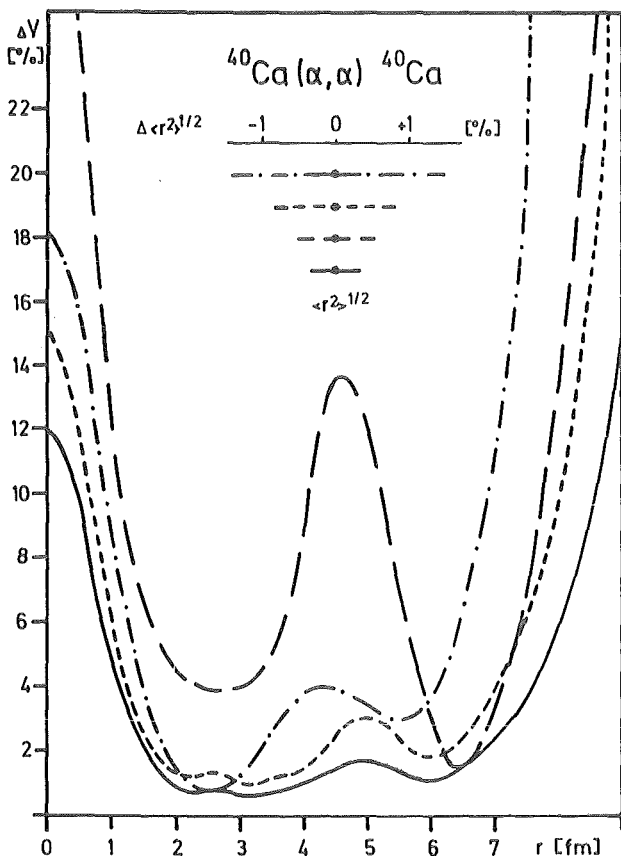


Fig. 4.3: Reelles Optisches Potential für  $^{40}\text{Ca}(\alpha, \alpha)$  mit Fehlerband aus FB-Analysen.

bereich um  $E_\alpha = 100$  MeV bestimmt wird, ist die eigentliche Rechtfertigung, diese Methode zur Untersuchung von Kernmaterieverteilungen zu benutzen. Denn wie in Abschnitt 4.1.1 gezeigt, basiert das Optische Potential auf der Nukleonenverteilung des Targetkerns. Die Genauigkeit der Resultate hängt aber entscheidend von der Präzision der Experimente ab. Um dies zu demonstrieren, wurden die vorliegenden Daten von  $^{40}\text{Ca}$  künstlich "verschlechtert", indem entweder der Streuwinkelbereich am unteren oder oberen Ende eingeschränkt wurde oder die Winkelschritte durch Weglassen von Meßpunkten vergrößert wurden. Die relativen Potentialfehler aus der FB-Analyse dieser Daten sind in Fig. 4.4 zusammen mit den entsprechenden Fehlern des RMS-Radius dargestellt. Man erkennt, welcher radiale Bereich des Potentials von welchem Bereich der experimentellen Winkelverteilung abgetastet wird. Aber auch bei vollem Winkelbereich ist eine genaue Bestimmung des Potentials - und damit der Kernmateriedichten - nur bei entsprechend hoher Qualität der Daten möglich.



Durchgezogene Linie:  
 alle Meßpunkte  $2.5^\circ \leq \theta_{CM} \leq 120^\circ$   
 Gestrichelt (kurz):  
 jeder dritte Meßpunkt  
 $2.5^\circ \leq \theta_{CM} \leq 120^\circ$   
 Gestrichelt (lang):  
 alle Meßpunkte  $2.5^\circ \leq \theta_{CM} \leq 45^\circ$   
 Strich-Punkt:  
 alle Meßpunkte  $30^\circ \leq \theta_{CM} \leq 120^\circ$

Fig. 4.4: Relative Fehler des reellen Optischen Potentials und dessen RMS-Radius aus FB-Analysen verschiedener eingeschränkter Datensätze von  $^{40}\text{Ca}(\alpha, \alpha)$ .



### 4.2.3 Targetspin und Quadrupolmoment

Die Targetkerne mit ungerader Massenzahl  $^{43}\text{Ca}$  und  $^{51}\text{V}$  haben im Gegensatz zu den geradzahligen Targetkernen im Grundzustand einen von Null verschiedenen Spin  $I = 7/2$  und ein spektroskopisches Quadrupolmoment [GrGu 79, AyEr 82]. Infolge des Targetkernspins kann im Wechselwirkungspotential (OMP) im Prinzip eine Spin-Bahn-Komponente der Form  $\vec{L} \cdot \vec{I}$  auftreten, die in den bisherigen Formulierungen des OMP nicht enthalten ist.  $\vec{L}$  ist hierbei der relative Projektil-Target-Bahndrehimpuls. Die Bedeutung und Stärke eines derartigen Targetspin-Bahn-Terms und dessen Rückwirkung auf das zentrale Optische Potential wurden bisher nur wenig untersucht und wenn, dann bei wesentlich kleineren Projektilenergien als im vorliegenden Fall.

In direkter Form sind nur Streuexperimente an ausgerichteten oder polarisierten Targets auf die  $\vec{L} \cdot \vec{I}$  - Komponente empfindlich. Indirekte Informationen glaubte man z.B. aus dem Vergleich der Polarisation von Protonen nach Streuung an einem Targetkern mit Spin und an einem benachbarten spinlosen Kern zu gewinnen. Solche Vergleiche wurden von Rosen und Mitarbeitern [RoBr 61, RoLe 62] mit 10 MeV und 43 MeV Protonen an  $^{27}\text{Al}$  ( $I = 5/2$ ) und  $^{26}\text{Mg}$  ( $I = 0$ ), an Co ( $I = 7/2$ ) und Ni ( $I = 0$ ) und an  $^{209}\text{Bi}$  ( $I = 9/2$ ) und Pb ( $I = 0$ ) durchgeführt. In allen Fällen waren die gefundenen Polarisationen bei den jeweiligen Targetpaaren praktisch identisch. Störungstheoretische Rechnungen zeigten später [Rob 65], daß Kräfte der Form  $\vec{L} \cdot \vec{I}$  oder  $\vec{L} \cdot \vec{S}$  ( $\vec{S}$  = Projektilspin) in erster Ordnung keinen Einfluß auf die Polarisation haben, so daß die erwähnten Experimente auch mit der Existenz solcher Kräfte verträglich sind, deren Stärke jedoch als gering abgeschätzt wird [Lov 74].

In expliziter Form wurde ein  $\vec{L} \cdot \vec{I}$  - Term im OMP bei der Analyse der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung an  $^9\text{Be}$  ( $I = 3/2$ ) im Energiebereich  $E_\alpha = 4 - 20$  MeV von Taylor und Mitarbeitern [TaFl 65] berücksichtigt, wobei man die für die Projektilspin-Bahn-Wechselwirkung übliche Thomas-Form annahm:

$$U_{LI}(r_\alpha) = \lambda_\pi^2 \left( V_{LI} \frac{1}{r_\alpha} \frac{d}{dr_\alpha} f_{LI}(r_\alpha) \right) \vec{L} \cdot \vec{I} \quad (4.2.9)$$

Hierbei ist  $\lambda_{\pi} = \hbar/(m_{\pi}c)$  die Compton-Wellenlänge des Pions und  $f_{LI}(r_{\alpha})$  ein (vom Zentralpotential unabhängiger) Woods-Saxon-Formfaktor (siehe Glch. 4.2.2). Mit dieser Form des Spin-Bahn-Potentials wurden Potentialtiefen von  $V_{LI} = 1.5 - 2.7$  MeV ermittelt, mit denen die experimentellen Daten am besten reproduziert wurden. Die Rückwirkung auf das Zentralpotential bestand dabei aus einer Verkleinerung des spezifischen Volumenintegrals von  $-J_V/4A = 472$  MeV fm<sup>3</sup> und des RMS-Radius von  $\langle r_V^2 \rangle^{1/2} = 3.72$  fm ohne  $\vec{L} \cdot \vec{I}$ -Potential auf  $-J_V/4A = 460$  MeV fm<sup>3</sup> und  $\langle r_V^2 \rangle^{1/2} = 3.67$  fm mit  $\vec{L} \cdot \vec{I}$ -Potential, was im Rahmen der Fehler dieser Werte ein unbedeutender Effekt ist. Ob diese Analysen allerdings als schlüssiger Beweis für die Notwendigkeit einer  $\vec{L} \cdot \vec{I}$ -Kraft im OMP betrachtet werden müssen, ist aus heutiger Sicht fraglich. Denn in den Rechnungen von Taylor et al. [TaFl 65] wird gleiche Geometrie für den Real- und Imaginärteil des zentralen Optischen Potentials ( $f_V(r) \equiv f_W(r)$ , siehe Glch. 4.2.2) angenommen, was zu einer unzureichenden Wiedergabe der experimentellen Wirkungsquerschnitte führt. Folglich verwundert es nicht, daß bei Eröffnung zusätzlicher Freiheitsgrade in Form eines  $\vec{L} \cdot \vec{I}$ -Potentials die Wiedergabe der Daten verbessert wird.

Einen ähnlichen Effekt - allerdings ausgehend vom Projektilspin - beobachtet man auch bei der Analyse der elastischen Streuung von  ${}^6\text{Li}$  ( $\vec{S} = 1$ ) bei einer Energie von  $E_{Li} = 156$  MeV [CoGi 82]. Diese Experimente eignen sich besonders gut zum Vergleich mit der hier betrachteten  $\alpha$ -Teilchen-Streuung, da die spezifische Energie (pro Nukleon) beider Projektile identisch ist. Auch bei der  ${}^6\text{Li}$ -Streuung erzielt man eine etwas bessere Wiedergabe der experimentellen Daten, wenn zusätzlich zum zentralen Potential mit WS-Form ein komplexes Spin-Bahn-Potential (mit sechs weiteren freien Parametern und einer Stärke von  $V_{LS} \approx 1.5$  MeV) eingeführt wird. Benutzt man hingegen im Real-Potential die flexiblere FB-Form, so werden die Daten ohne  $\vec{L}\vec{S}$ -Potential noch besser reproduziert als im obigen Fall, und die Hinzunahme eines  $\vec{L}\vec{S}$ -Potentials bringt keine weitere Verbesserung [CoGi 82]. Die Notwendigkeit eines Projektil-Spin-Bahn-Terms im OMP ist also auch in diesem Fall nicht nachweisbar.

Um für die hier betrachteten ungeraden Targetkerne Hinweise auf die Bedeutung des Spin-Bahn-Potentials zu gewinnen, wurden einige exemplarische Rechnungen für  $^{43}\text{Ca}$  und  $^{51}\text{V}$  mit einem fiktiven Projektilspin von  $S = 1/2$  und  $S = 1$  und einem reellen Spin-Bahn-Potential nach Glch. (4.2.9) durchgeführt. Diese Art des Tests scheint insofern gerechtfertigt, als  $\vec{L}$  ohnehin eine relative Größe zwischen Projektil und Targetkern ist und Effekte infolge eines Projektilspins in jedem Fall stärker sein sollten als Targetspin-Effekte [Hod 71], da die Masse des Spin-tragenden Teilchens umgekehrt proportional in die Stärke des Spin-Bahn-Potentials eingeht. Als zentrales Potential wurde dabei der Einfachheit halber im Realteil die quadratische WS-Form angenommen, und der Imaginärteil hatte die übliche WS-Form. Bei jeweils festgehaltener Stärke  $V_{\text{LS}}$  des Spin-Bahn-Potentials gelang es bei den Analysen nicht, außer den sechs Parametern des zentralen Potentials noch Radius  $r_{\text{LS}}$  und Oberflächendicke  $a_{\text{LS}}$  des Spin-Bahn-Potentials gemeinsam an die Meßdaten anzupassen, da in diesen Fällen keine Konvergenz bei der Parametersuche erzielt wurde. Es wurde daher neben den Parametern des Zentralpotentials nur der Parameter  $a_{\text{LS}}$  variiert.

Tabelle 4.3 Einfluß eines Spin-Bahn-Potentials (LS) auf das reelle Zentralpotential von  $^{43}\text{Ca}$ .

$\chi^2/F$	$V_{\text{LS}}$ (MeV)	$r_{\text{LS}}$ (fm)	$a_{\text{LS}}$ (fm)	$-J_V/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_V^2 \rangle^{1/2}$ (fm)
2.3	0.	-	-	314.4	4.375
2.3	0.5	1.26	2.080	315.0	4.372
2.3	0.5	1.109*)	2.274	315.2	4.373
2.3	1.0	1.26	1.261	313.4	4.364
2.3	1.5	1.26	1.086	311.7	4.360
2.3	2.0	1.26	1.045	309.3	4.353
2.3	2.0	1.347*)	0.946	307.7	4.343
2.4	3.0	1.26	0.945	305.0	4.345
2.8	5.0	1.26	0.880	292.2	4.325
6.8	8.0	1.26	0.787	287.5	4.387

\*) Parameter  $r_{\text{LS}}$  variiert, keine Konvergenz

Die in Tabelle 4.3 zusammengestellten Resultate der Analysen für  $^{43}\text{Ca}$  zeigen, daß die experimentellen Wirkungsquerschnitte trotz der zusätzlich eingeführten und zum Teil frei variierten Parameter auch mit verschwindendem Spin-Bahn-Potential optimal wiedergegeben werden. Weiterhin beobachtet man, daß die Rückwirkung des LS-Potentials auf das zentrale Potential vernachlässigbar ist, solange  $\chi^2/F$  nicht ansteigt. In den Rechnungen, bei denen  $V_{\text{LS}} \geq 3$  MeV ist, beobachtet man in den berechneten Wirkungsquerschnitten weniger tiefe Oszillationsminima, was die Hauptursache für den Anstieg der Werte von  $\chi^2/F$  ist. Bei den experimentellen Daten der Targetkerne mit ungerader Massenzahl sind die Minima jedoch ebenso tief wie bei den geraden Kernen. Für  $^{51}\text{V}$  ergaben die Rechnungen ähnliche Ergebnisse.

Berücksichtigt man zusätzlich zu diesen Resultaten noch die oben erwähnte Reduktion der Stärke der Targetspin-Bahn-Kraft infolge der Targetmasse [Hod 71, Sri 84], so darf die Targetspin-Bahn-Komponente und deren Rückwirkung auf den Realteil des zentralen OMP für die Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen an  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{51}\text{V}$  mit gutem Recht als vernachlässigbar betrachtet werden und bleibt daher im folgenden unberücksichtigt.

Das Grundzustands-Quadrupolmoment der Targetkerne mit ungerader Massenzahl ist - jedenfalls im Rahmen von Kernmodellen - eng mit der radialen Verteilung der Nukleonen zu verknüpfen und bedarf daher hier ebenfalls besonderer Beachtung. Bei der elastischen Streuung von  $^3\text{He}$ - und  $\alpha$ -Teilchen an  $^{59}\text{Co}$  und  $^{60}\text{Ni}$  im Energiebereich um  $E_{^3\text{He}, ^4\text{He}} \approx 50$  MeV wurden deutliche Unterschiede zwischen den Wirkungsquerschnitten dieser benachbarten Kerne mit ungerader und gerader Massenzahl gefunden [FuHa 73, SaFu 74]. Die beobachteten Verschiebungen der Oszillationsstrukturen und die weniger tiefen Minima des ungeraden Targetkerns ließen sich - wie in den oben beschriebenen Fällen - nicht durch eine Targetspin-Bahn-Kraft erklären [Lov 74]. Satchler und Fulmer [SaFu 74] entwickeln daher ein auf dem Kollektiv-Modell aufbauendes einfaches Modell, das diese Unterschiede durch Streuung am Quadrupolmoment des ungeraden Targets zu erklären versucht. Obwohl in den vorliegenden Experimenten (deren Meßpunktdichte im Oszillationsbereich erheblich größer ist als in [SaFu 74]) keine

derartigen Unterschiede zwischen den Wirkungsquerschnitten der geraden und ungeraden Kerne zu erkennen sind, wurde das in [SaFu 74] vorgestellte Modell in seinen wesentlichen Punkten nachvollzogen und auf die vorliegenden Meßdaten von  $^{43}\text{Ca}$  und  $^{51}\text{V}$  angewendet, um die Bedeutung der expliziten Behandlung der Quadrupol-Streuung abzuschätzen.

In dem Modell wird der Kern mit ungerader Massenzahl als ein geradzahligem Rumpfkern mit Spin  $\vec{I}$  behandelt, an dessen Zustände ein Teilchen (oder Loch) in einem Orbit  $\vec{j} = \vec{I} + \vec{s}$  koppelt. Der Rumpfkern ist dabei einer der benachbarten geraden Kerne. Ohne starke Spin-Bahn-Kopplung (jj-Kopplung) wäre im Grundzustand des ungeraden Kerns das Valenz-Teilchen oder Loch mit  $\vec{j} = \vec{I}$  an den  $\vec{L} = 0$  - Grundzustand des geraden Rumpfkerns gekoppelt. Mit Spin-Bahn-Kopplung wird der Rumpf polarisiert und mischt zu anderen Valenz- und Rumpf-Zuständen. Die Grundzustands-Wellenfunktion der ungeraden Kerne wird dann beschrieben durch:

$$\begin{aligned}
 |\text{ungerade}, I M \rangle = & \alpha |(\text{gerade}, 0), j = I; M \rangle \\
 & + \sum_{L,j} \beta_{Lj} |(\text{gerade}, L), j; M \rangle
 \end{aligned}
 \tag{4.2.10}$$

Unter einer Reihe von Vernachlässigungen und Annahmen [SaFu 74] - insbesondere der Ähnlichkeit der Amplituden der Rumpfanregung im ungeraden Kern und der inelastischen Streuung zu den entsprechenden Zuständen im benachbarten geraden Kern - kann folgende Beziehung für die Wirkungsquerschnitte der elastischen  $\sigma_{el}$  und inelastischen Streuung  $\sigma_{inel}$  hergeleitet werden

$$\sigma_{el}(\text{ungerade}) \approx \sigma_{el}(\text{gerade}) + (\alpha\beta_2)^2 \sigma_{inel}(\text{gerade}; 0^+ \rightarrow 2^+)
 \tag{4.2.11}$$

Mit maximal möglichem Beitrag der Rumpfanregung kann mit diesem Modell der Ungerade-Gerade-Effekt im Fall  $^{59}\text{Co}$ ,  $^{60}\text{Ni}$  bei  $E_\alpha \approx 50$  MeV als Folge der Streuung am (Rumpf-)Quadrupolmoment erklärt werden [SaFu 74].

Entsprechende Rechnungen wurden mit der Methode der gekoppelten Kanäle ("Coupled channels") [Reb 71] für die vorliegenden Daten von  $^{42,43}\text{Ca}$  durchgeführt. Dazu wurde eine modifizierte Version

des Coupled-Channels Code ECIS [SchRa 73] verwendet. Die Quadrupolstärke für  $^{42}\text{Ca}$  wurde aus [Ber 69] entnommen, und durch Anpassung des Zentralpotentials ( $WS^2$ -Form) an die Daten der elastischen Streuung von  $^{42}\text{Ca}$  wurden die Wirkungsquerschnitte  $\sigma_{\text{inel}}(2^+)$  für die Anregung des ersten  $2^+$ -Zustandes ( $E_x = 1.54 \text{ MeV}$ ) in  $^{42}\text{Ca}$  berechnet. Der Vergleich der so ermittelten Wirkungsquerschnitte mit der elastischen Streuung an  $^{43}\text{Ca}$  gemäß Glch.(4.2.11) ergibt einen Wert von  $\chi^2/F = 25.8$ , der das Scheitern dieses Modells für den vorliegenden Fall dokumentiert. Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, daß die Diskrepanz in erster Linie auf der stark unterschiedlichen Form und Ausdehnung des Zentralpotentials von  $^{42}\text{Ca}$  und  $^{43}\text{Ca}$  beruht (siehe Kap. 5), die bei der hohen Präzision der vorliegenden Daten eine entscheidendere Rolle spielen mag als in dem von Satchler und Fulmer [SaFu 74] analysierten Beispiel. In Abwandlung des Modells wurden daher (durch Fixierung der entsprechenden Potentialparameter) die Wirkungsquerschnitte der Streuung am ungeraden Targetkern als Summe aus einem sphärischen Anteil  $\sigma_{\text{el}}^{\text{SP}}$  (ungerade) und dem Quadrupolanteil aus Glch. (4.2.11) beschrieben, wobei verschiedene Stärken  $\beta_2$  angenommen wurden. Die Ergebnisse dieser Rechnungen sind in Tabelle 4.4 zusammengestellt.

Man erkennt, daß auch in dieser abgewandelten Form des Modells ein Anteil der Quadrupolstreuung nicht evident wird, was unter Berücksichtigung der großen Ähnlichkeit der Wirkungsquerschnitte der ungeraden und benachbarten geraden Targetkerne nicht unerwartet ist. Wie schon bei den Untersuchungen des Spin-Bahn-Potentials ist auch in diesem Fall keine bedeutende Rückwirkung auf das Zentralpotential zu erkennen, selbst wenn man einen beachtlichen Anteil an Quadrupolstreuung annimmt.

Nachdem die Bedeutung eines Targetspin-Bahn-Potentials bereits als vernachlässigbar erkannt wurde, ist die untergeordnete Bedeutung der Quadrupolstreuung allerdings nicht verwunderlich. Identifiziert man das Quadrupolmoment nämlich mit einer (permanenten) Deformation der Nukleonenverteilung des Targetkerns, so ist dessen Wechselwirkungspotential für die elastische Streuung (wie auch bei deformierten, geradzahligen  $I = 0$  - Targetkernen) zunächst kugelsymmetrisch, da die Orientierung der Deformation gleichförmig verteilt ist [Sat 63]. Erst wenn durch irgendeinen Mechanismus eine Ausrichtung erfolgt, sollte das Wechselwirkungspotential deformiert sein. Eine Ausrichtung der Targetkerne bei der *elastischen*

Tabelle 4.4 Einfluß der expliziten Ankopplung eines Quadrupol-übergangs (siehe Text) auf das zentrale Potential für  $^{43}\text{Ca}(\alpha, \alpha)$

$\chi^2/F$	$B_2$	$-J_V/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_V^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$-J_W/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_W^2 \rangle^{1/2}$ (fm)
3.3	-0.15	315.6	4.352	99.7	5.033
2.5	-0.115*)	317.0	4.364	102.4	5.014
2.3	-0.05	315.8	4.373	104.3	5.004
2.3	0.	314.4	4.375	104.5	4.996
2.3	+0.05	315.9	4.373	104.3	5.004
2.4	+0.10	318.1	4.371	103.7	5.008
3.8	+0.15	322.9	4.366	103.2	5.028

\*) Realistischer Wert für den  $0^+ \rightarrow 2^+$ -Übergang in  $^{42}\text{Ca}$

Streuung kann aber nur über die Spin-Bahn-Wechselwirkung erfolgen (Entsprechend der Ausrichtung bei der elastischen Streuung von  $S \neq 0$  - Projektilen). Aus deren geringer Bedeutung für die vorliegenden Experimente folgt also fast zwangsläufig auch die Vernachlässigbarkeit der Quadrupol-Effekte.

Es erhebt sich nun die Frage, warum in den vorliegenden Experimenten - wie übrigens auch bei der Streuung von Protonen im Energiebereich oberhalb 10 MeV - weder ein deutlicher Targetspin-Bahn-Effekt noch ein bedeutender Einfluß des Grundzustands-Quadrupolmoments auf die Wirkungsquerschnitte der elastischen Streuung an den Kernen mit ungerader Massenzahl zu erkennen ist, während diese Effekte bei der Streuung von  $^3\text{He}$ - und  $\alpha$ -Teilchen im Energiebereich unter  $E = 50$  MeV [FuHa 73, SaFu 74] offenbar eine gewisse Rolle spielen. Eine mögliche Antwort auf diese Frage wird in [FuHa 73] angedeutet, deren Erweiterung auch die hier gemachten Beobachtungen erklären kann. In der zitierten Arbeit werden die in der  $^3\text{He}$ - und  $\alpha$ -Teilchen-Streuung auftretenden Ungerade-Gerade-Effekte dadurch erklärt, daß diese schwereren Projektile im Gegensatz zu den Protonen an der Kernoberfläche stark absorbiert werden und die elastische Streuung somit auf diesen radialen Bereich beschränkt ist. Hier haben aber die Wellenfunktionen der Valenz-Nukleonen gerade ihr Maximum, so daß deren Einfluß an Bedeutung gewinnt. Bei höherer Energie der  $\alpha$ -Teilchen, wie in den vorliegenden Experimenten, entfällt diese Beschränkung der Streuung auf

einen schmalen radialen Bereich, wie Fig. 4.3 verdeutlicht. Somit gewinnt - wie bei der Protonen-Streuung - die gesamte Nukleonenverteilung des Targetkerns gegenüber den einzelnen Valenznukleonen den entscheidenden Einfluß auf den Verlauf der experimentellen Wirkungsquerschnitte.

### 4.3 Mikroskopisches Optisches Potential

#### 4.3.1 Faltungsmodell

Analysen der elastischen Streuung mit phänomenologischen Potentialen - seien die Resultate auch noch so genau - können bestenfalls einen indirekten Einblick in die Form und Ausdehnung der Nukleonenverteilung der Targetkerne geben, wie in Abschnitt 5.1 diskutiert wird. Ein direkter Einblick in die Struktur des Targetkerns - der Ziel dieser Arbeit ist - wird erst in einer "mikroskopischen" Interpretation des OMP möglich, die allerdings stärker als das allgemeine OMP von Modellvorstellungen geprägt ist. "Mikroskopische" Interpretation heißt in diesem Zusammenhang, daß das OMP (Gleich. 4.1.6) nicht durch phänomenologische Parametrisierung sondern aus einer effektiven Nukleon-Nukleon-(NN)-Wechselwirkung gewonnen wird, wobei die räumliche Verteilung der Nukleonen in Projektil und Target eine entscheidende Rolle spielt.

Ein häufig verwendeter Ansatz einer mikroskopischen Interpretation von Streuexperimenten ist das *Faltungsmodell*, das bei vertretbarem Aufwand eine transparente Beziehung zwischen NN-Wechselwirkung und Optischem Potential herstellt. [GrPy 68, JaKe 69, Be 69] In diesem Modell wird der Realteil des OMP, analog zur Berechnung des Coulombpotentials zwischen zwei Ladungsverteilungen, durch Faltung einer effektiven NN-Wechselwirkung über die Materiedichteverteilungen der wechselwirkenden Kerne erzeugt. Daß eine solche Faktorisierung möglich ist, begründen z.B. Barrett und Jackson [BaJa 77] mit der annähernden Konstanz des (spezifischen) Volumenintegrals pro NN-Paar. Das "Faltungspotential" läßt sich aus der Vielfach-Streuentwicklung (Gleich. 4.1.5) herleiten. Der Realteil dieser Entwicklung

$$\begin{aligned} \text{Re } U_{\text{opt}}(\vec{r}_\alpha) &= V_{\text{OO}}(\vec{r}_\alpha) + \Delta U_{\text{NL}}(\vec{r}, \vec{r}_\alpha) \\ &= \langle \psi_{\alpha 0} \psi_{A0} | V_{\text{eff}}^{\text{NN}} | \psi_{\alpha 0} \psi_{A0} \rangle + \Delta U_{\text{NL}}(\vec{r}, \vec{r}_\alpha) \end{aligned} \quad (4.3.1)$$



wird im Ortsraum und in 1. Näherung durch

$$V_{OO}(\vec{r}_\alpha) = \int d\vec{r}_1 \rho(\vec{r}_1) \int d\vec{r}_2 \rho(\vec{r}_2) V_{eff}^{NN}(\vec{r}_{12} = \vec{r}_\alpha + \vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad (4.3.2)$$

ausgedrückt.  $V_{eff}^{NN}$  ist wegen der kurzen Reichweite der NN-Wechselwirkung eine renormalisierte ("effektive") Kraft, die in der Literatur auf verschiedenen Wegen hergeleitet wird (z.B. aus der Vielfach-Streuentwicklung [Fes 58, KMT 59] oder der Einteilchen-G-Matrix [BeSq 59, ViBo 76]).

Der nichtlokale Term  $\Delta U_{NL}$ , der die Beiträge von Austausch- (Kern-Kern)- und Antisymmetrie- (intranuklearen)-Effekten zum Realteil des OMP summarisch berücksichtigt, ist zur Zeit Gegenstand eingehender Untersuchungen [Vin 77, LoTe 77, MaBu 78, Maj 78, MaGi 78, SaLo 79]. Dabei zeigt sich, daß  $\Delta U_{NL}$  speziell im hier interessierenden Energie- und Massenbereich klein ist ( $\lesssim 1\%$  [Vin 77]). Darüber hinaus konnte gezeigt werden, daß  $\Delta U_{NL}$  bei der zu der expliziten Berechnung notwendigen Transformation in ein lokales Äquivalentpotential [PeBu 62, JaJo 74] eine Geometrie annimmt, die der von  $V_{OO}$  sehr ähnlich ist [Vin 78]. Trotzdem läßt sich daraus nicht schließen, daß  $\Delta U_{NL}$  vernachlässigbar ist. Wie sich aus Untersuchungen auf der Grundlage des "Doppelfaltungsmodells" (Gleich. 4.3.2) ergibt, beeinflussen die nichtlokalen Effekte bei Erhaltung der allgemeinen radialen Form die Reichweite und "Diffuseness" des OMP [MaBu 78]. Insbesondere muß bei niedrigen Energien ( $E_\alpha \lesssim 80$  MeV) der relativ langreichweitige Ein-Nukleon-Austausch berücksichtigt werden [SaLo 79, LoOw 75], um eine adäquate Beschreibung experimenteller Daten zu erreichen [MaGi 78].

Ein weiterer Aspekt ist bei der Berechnung des Faltungspotentials zu berücksichtigen: Die effektive NN-Wechselwirkung ist im allgemeinen dichteabhängig. Diese Dichteabhängigkeit ergibt sich im wesentlichen aus der Anwendung des Pauli-Prinzips auf dichtere Kernmaterie und führt zu einer Reduktion der Stärke der effektiven Wechselwirkung [Sin 74, Lov 77, FrGi 78]. In Doppelfaltungsprozeduren (Gleich. 4.3.2) erschwert diese Dichteabhängigkeit insbesondere im Falle der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung die Analysen und vergrößert die Unsicherheit der Resultate. Das liegt zum einen daran, daß die Dichte des  $\alpha$ -Teilchens mehr als doppelt so groß ist als die Dichte schwererer Targetkerne, was eine äquivalente Behandlung

von Projektil und Target wie in Glch. (4.3.2) fragwürdig erscheinen läßt. Zum anderen ist auch nicht à priori klar, welcher Wert der Dichte in der Umgebung eines wechselwirkenden Paares von Nukleonen aus Target und Projektil in einer Lokalen Dichte-Approximation (LDA) bei der Dichteabhängigkeit der effektiven NN-Wechselwirkung einzusetzen ist [JLM 77, GoNa 80, Gil 83a].

Dennoch haben die genannten eingehenden Untersuchungen aller angeschnittenen Fragen die generelle Relevanz des Faltungsmodells für leichte wie auch schwerere Projektile bestätigt. Im großen Rahmen wird insbesondere die Abhängigkeit des OMP von der Projektilenergie und von der Targetmasse quantitativ korrekt wiedergegeben. Vergleicht man jedoch im Detail die Faltungspotentiale mit "modellunabhängigen" FB-Potentialen [FrBa 78, FrGi 81a, KoBr 82], mit denen die bestmögliche Wiedergabe experimenteller Wirkungsquerschnitte erzielt wird, so werden die verbleibenden Mängel des Modells offenbar [Gil 83a]. Der Ursprung solcher z.T. kleiner Detailmängel bleibt dabei wegen der vielfältigen Möglichkeiten unentdeckt. Wenn auch kleine Diskrepanzen zwischen rein phänomenologischen, aber weitgehend modellfreien Potentialen und mikroskopisch auf der Basis der Materiedichteverteilungen und einer geeigneten NN-Wechselwirkung generierten Potentialen für globale Untersuchungen unerheblich sein mögen, so sind sie für die hier angestrebten Untersuchungen von Unterschieden zwischen den Kernmaterieverteilungen benachbarter Kerne von entscheidender Bedeutung. Denn die Diskrepanzen sind z.T. so groß wie die zu erwartenden Effekte, so daß die Methode in der bisher diskutierten Form bei strenger Prüfung wenig Erfolg verspricht.

Ein Ausweg aus dieser Situation wird im folgenden skizziert. In der durch Glch. (4.3.2) gegebenen Form des Faltungsmodells ("Doppelfaltung") werden einzelne Komponenten - wie z.B. die Nukleonendichteverteilung des Projektils - mikroskopisch behandelt (und bilden damit Quellen von Unsicherheiten), obwohl deren mikroskopische Struktur in vielen Fällen überhaupt nicht Ziel der Untersuchung ist. Dies gilt ganz besonders für die Streuung von  $\alpha$ -Teilchen, die man ja gerade wegen des geringen Einflusses der Struktur des  $\alpha$ -Teilchens bevorzugt. Ähnliches gilt für die radiale Form der effektiven Wechselwirkung, deren mikroskopische Ableitung im Zusam-

menhang mit der hier vorliegenden Fragestellung ebenfalls nicht von besonderer Bedeutung ist. Es erscheint daher naheliegend, die mikroskopische Interpretation des OMP gerade so weit vorzunehmen, wie sie für das gesteckte Ziel - nämlich die Untersuchung der Kernmateriedichteverteilungen des *Targets* - unbedingt notwendig ist und andere Effekte weitgehend phänomenologisch zu behandeln. Dieses Vorgehen ist insofern konsequent, als auch das Doppelfaltungsmodell bereits phänomenologische Elemente an solchen Stellen enthält, wo eine voll mikroskopische Behandlung zu aufwendig oder aus anderen Gründen nicht möglich ist. So wird z.B. die Dichteabhängigkeit der effektiven NN-Wechselwirkung praktisch immer phänomenologisch parametrisiert [PeSt 77, Maj 78, MaBu 78, SaLo 79].

Eine derartige Vereinfachung des Faltungsmodells in Richtung Phänomenologie führt zum halbmikroskopischen Einfach-Faltungsmodell mit u.U. dichteabhängiger effektiver  $\alpha$ N-Wechselwirkung  $V_{\alpha N}$ :

$$-\text{Re } U(r_\alpha) = \int V_{\alpha N}(\vec{r}_N, \vec{r}_\alpha, \rho_m) \rho_m(\vec{r}_N) d\vec{r}_N \quad (4.3.3)$$

In diesem Ansatz wird das  $\alpha$ -Teilchen formal als punktförmig (wie ein Nukleon) angesehen und alle Effekte aufgrund seiner endlichen Ausdehnung und Dichte werden phänomenologisch in  $V_{\alpha N}$  berücksichtigt. Bei der Beurteilung dieser Vereinfachung sollte man im Auge behalten, daß die (Punkt-) Nukleonendichte des  $\alpha$ -Teilchens etwa dreimal so groß ist wie die schwererer Kerne und annähernd der Ladungsdichte des Protons äquivalent ist.

Da dieses Modell außer zur Reduzierung von Unsicherheiten der voll-mikroskopischen Behandlung hauptsächlich mit dem Ziel eingeführt wird, bessere Übereinstimmung mit dem Experiment und mit den besten phänomenologischen Potentialen zu erzielen, sind die Kriterien zur Beurteilung der Gültigkeit dieses Modells wesentlich schärfer zu definieren als z.B. bei Doppelfaltungspotentialen. Bei den letztgenannten ist man im allgemeinen schon zufrieden [KoBr 82], wenn man Form und integrale Größen der phänomenologischen Potentiale auf 10 % approximiert, wobei die experimentellen Fehler dieser Größen in weiten Bereichen unter 1 % liegen (siehe Abschnitt 5.1). Die in dieser Arbeit berechneten Faltungspotentiale hingegen werden nur dann als zuverlässig betrachtet, wenn sie im Rahmen der experimentellen Fehler voll mit den phänomenologischen FB-

Potentialen übereinstimmen. Es wird darauf hingewiesen, daß ein derart scharfes und wohldefiniertes Kriterium bisher von keinem mikroskopisch berechneten Optischen Potential erfüllt wurde.

#### 4.3.2 Effektive $\alpha$ N-Wechselwirkung

Als Ansatz für die im Einfach-Faltungsmodell (Glch. 4.3.3) verwendete effektive Wechselwirkung zwischen Projektil und einem Targetnukleon kommen verschiedene Möglichkeiten in Frage. In früheren Anwendungen dieses Modells bei niedrigerer Energie (nur Diffraktionsstreuung) wurde argumentiert, daß das  $\alpha$ -Teilchen nur in Zonen mit geringer Nukleonendichte in den Kern eindringt und folglich  $V_{\alpha N}$  der Wechselwirkung des  $\alpha$ -Teilchens mit einem freien Nukleon sehr ähnlich sein sollte [MaTo 65, Lil 71, MaLi 72,73]. Man ersetzte daher  $V_{\alpha N}$  durch ein phänomenologisches Potential, das die Streuung von Nukleonen an  $\alpha$ -Teilchen beschreibt, wobei bevorzugt eine Gaußform verwendet wurde [BaFr 71]. In anderen Ansätzen wurde  $V_{\alpha N}$  aus einer NN-Wechselwirkung durch Faltung über die Nukleonverteilung des  $\alpha$ -Teilchens erzeugt [Be 69, BeSe 71], später auch mit dichteabhängigen NN-Kräften [Maj 78].

Im Hinblick auf eine möglichst optimale Beschreibung der experimentellen Daten (die sich als sehr wichtig erweisen wird) und zur Vermeidung von Unsicherheiten bei der Übertragung von Resultaten aus anderen Quellen auf die vorliegenden Daten wird hier ein anderes - ebenfalls bewährtes - Konzept zur Ableitung von  $V_{\alpha N}$  verfolgt. Als Grundlage dient eine als bekannt angenommene Materieverteilung eines "Kalibrierungskerns" aus der Serie der gemessenen Targets - in diesem Falle  $^{40}\text{Ca}$ . Nach geeigneter Parametrisierung der effektiven Wechselwirkung werden deren Parameter direkt aus einer Anpassung an die gemessenen Wirkungsquerschnitte für die  $\alpha$ -Teilchen-Streuung am "Kalibrierungskern" ermittelt und für die Analysen der übrigen Kerne festgehalten. Auf diese Weise gelingt es natürlich nur, *Differenzen* zwischen Kernmaterieverteilungen in Bezug auf den Kalibrierungskern zu ermitteln. Dieser Nachteil scheint jedoch durch die weitgehende Beseitigung vieler Unsicherheiten gerechtfertigt.

Ausgangspunkt der Parametrisierung von  $V_{\alpha N}$  ist die früher bewährte Gaußform [BaFr 71, ReHa 74, GiFr 80b], die in etwa die Form und Ausdehnung des Projektils reflektiert. Infolge des refraktiven Verhaltens der Wirkungsquerschnitte bei großen Streuwinkeln erwies es sich jedoch als notwendig [FrGi 78, Gil 79], unabhängig von der speziellen Form der Wechselwirkung explizit eine Abhängigkeit von  $V_{\alpha N}$  von der Nukleonendichte des Targetkerns einzuführen. Die Ursache hierfür ist offensichtlich, daß die Projektile so weit in den Targetkern eindringen (siehe Fig. 4.3), daß Sättigungseffekte auftreten.

Bei dichteabhängigen NN-Wechselwirkungen ist es üblich [PeSt 77, SaLo 79, GoNa 80], eine Faktorisierung in einen dichteunabhängigen Formfaktor  $f(|\vec{x}|)$  vorzunehmen, der nur vom Abstand  $\vec{x}$  zwischen den beiden wechselwirkenden Teilchen abhängt, und in einen dichteabhängigen Teil  $v_{DD}(\rho_m)$ , der nur von der Nukleonendichte in deren Umgebung abhängt. Obwohl für diesen Ansatz keine Begründung gegeben wird (außer einer Vereinfachung der numerischen Rechnungen), beruht die hier verwendete  $\alpha N$ -Wechselwirkung ebenfalls auf diesem Ansatz:

$$V_{\alpha N}(\vec{r}_N, \vec{r}_\alpha, \rho_m) = f(|\vec{r}_\alpha - \vec{r}_N|) \cdot v_{DD}(\rho_m) \quad (4.3.4)$$

In den folgenden Untersuchungen wird direkt gezeigt werden, unter welchen Voraussetzungen dieser Ansatz für die  $\alpha$ -Teilchen-Streuung gerechtfertigt ist.

Eine gute Approximation für den Formfaktor  $f(|\vec{x}|) = f(|\vec{r}_\alpha - \vec{r}_N|)$  ist auch in dieser Formulierung die Gaußform [FrGi 78, GiFr 80b], wobei allerdings die radialen Momente  $M_k^{\text{Pot}}$  und Volumenintegrale  $J_V$  der gefalteten Potentiale systematisch kleiner sind als die entsprechenden Werte der modellunabhängigen FB-Potentiale [GiFr 80b]. Dieser Mangel wird beseitigt, wenn man den Formfaktor als Summe einer Gauß- und einer Yukawa-Form ansetzt [FrGi 82, GiFr 82]:

$$f(|\vec{x}|) = V_G \cdot \exp(-|\vec{x}|^2/a_G^2) + V_Y \cdot \exp(-|x|/a_Y) / (|\vec{x}|/a_Y) \quad (4.3.5)$$

Die Dichteabhängigkeit von effektiven Wechselwirkungen wird - auch in fundamentalen theoretischen Arbeiten - häufig in der Form

$$v_{DD}(\rho_m) = \lambda \cdot [1 - \gamma \rho_m^{2/3}] \quad (4.3.6)$$

angesetzt [Mye 73, JLM 77], die aus folgender Überlegung plausibel wird: In der Thomas-Fermi-Approximation ist der mittlere Impuls eines Nukleons im Kern ("Fermi-Impuls") proportional zu  $\rho^{1/3}$ . Die effektive NN-Wechselwirkung ist eine gerade Funktion des Relativ-Impulses, und der Hauptbeitrag in einer Taylor-Entwicklung ist demzufolge quadratisch im Impuls oder proportional zu  $\rho^{2/3}$ . Der Normierungsfaktor  $\lambda$  in Glch. (4.3.6) ist normalerweise  $\lambda=1$  und für den Parameter  $\gamma$  liefern mikroskopische Theorien Werte zwischen  $\gamma = 1.65 \text{ fm}^2$  und  $2 \text{ fm}^2$  [Mye 73, JLM 77, JeMa 81].

Bei der Anwendung des Ansatzes (4.3.6) auf endliche Kerne (mit ortsabhängiger Dichte  $\rho_m$ ) ist nicht vorgegeben, welche lokale Dichte  $\rho_m(r)$  (d.h. die lokale Dichte an welcher Raumkoordinate  $r$ ) in einer Lokalen Dichte-Approximation (LDA) einzusetzen ist, da die Werte von  $\rho_m$  am jeweiligen Ort der wechselwirkenden Teilchen unterschiedlich sein können. Aus theoretischer Sicht [JLM 77] gibt es keinen Vorzug für irgendeine bestimmte Form der LDA. In praktischen Anwendungen werden meistens die Formen

$$v_{DD}^N(\rho_m) = \lambda \cdot [1 - \gamma \rho_m^{2/3}(\vec{r}_N)] \quad (4.3.6a)$$

$$v_{DD}^{N\alpha/2}(\rho_m) = \lambda \cdot [1 - \gamma \rho_m^{2/3}(\frac{\vec{r}_N + \vec{r}_\alpha}{2})] \quad (4.3.6b)$$

benutzt, und man nimmt an, daß sie aufgrund der kurzen Reichweite von  $f(|\vec{x}|)$  äquivalent sind. Dies ist für NN-Wechselwirkungen offenbar gerechtfertigt, wo man bei Vertauschung der Koordinaten annähernde Äquivalenz findet [JLM 77]. Auf den hier vorliegenden Fall übertragen lautet die Form mit vertauschten Koordinaten

$$v_{DD}^\alpha(\rho_m) = \lambda \cdot [1 - \gamma \rho_m^{2/3}(\vec{r}_\alpha)] \quad (4.3.6c)$$

Ob die Äquivalenz der Formen (4.3.6a - c) allerdings auch für eine  $\alpha N$ -Wechselwirkung gilt, deren Reichweite etwa  $\langle r^2 \rangle_{\alpha N}^{1/2} = 2.3 \text{ fm}$  be-

trägt, muß in Frage gestellt werden. Die verschiedenen Formen der LDA wurden daher in einer exemplarischen Studie untersucht [Gil 83a]. Dabei zeigte sich, daß diese Formen durchaus nicht äquivalent sind, weder in der Wiedergabe experimenteller Daten noch in der Reproduktion phänomenologischer FB-Potentiale. Es wurde daher eine variable Form der LDA vorgeschlagen, die die Glchn. (4.3.6a und c) als Grenzfälle einschließt und einen kontinuierlichen Übergang zwischen diesen Formen erlaubt, wobei auch die Form (4.3.6b) recht gut approximiert wird. Diese Form lautet

$$V_{DD}^M(\rho_m) = \lambda \cdot [1-m \gamma \rho^{2/3}(\vec{r}_N)] \cdot [1 - (1-m) \gamma \rho^{2/3}(\vec{r}_\alpha)] \quad (4.3.7)$$

und ist für  $m = 1$  gleich der Form (4.3.6a) und für  $m = 0$  gleich (4.3.6c). Mit  $m = 0.5$  wird die Form (4.3.6b) angenähert. Diese Form der LDA wird im folgenden gemischte ("mixed") LDA genannt (Index M).

Zur Kalibrierung der effektiven Wechselwirkung einschließlich der Parameter von Glch. (4.3.7) anhand der experimentellen Wirkungsquerschnitte von  $^{40}\text{Ca}(\alpha, \alpha)$  wurde eine berechnete Kernmateriedichte von Brown und Mitarbeitern [BrMa 79] in Glch. (4.3.3) verwendet. Diese auf der Grundlage des Schalenmodells berechnete Dichte reproduziert in ausgezeichneter Weise die experimentelle Kernladungsdichte, und die Neutronenverteilung ist in Übereinstimmung mit verschiedenen Hartree-Fock-Rechnungen [Neg 70, NeVa 70, CaSp 72, DeGo 80]. Die Parameter  $V_G$ ,  $a_G$ ,  $V_Y$  und  $\gamma$  wurden zusammen mit den drei Parametern des WS-Imaginärteils in einer Anpassungsrechnung an die Daten festgelegt. Der Parameter  $a_Y$  wurde so gewählt, daß der RMS-Radius des Faltungspotentials den entsprechenden Wert des modellunabhängigen FB-Potentiale approximiert. Die Rechnungen wurden für eine dichte Folge von Werten des Gewichts-Parameters  $m$  in Glch. (4.3.7) zwischen  $m = 0$  und  $m = 1$  durchgeführt. Die resultierenden Parameterwerte sind in Fig. 4.5 in Abhängigkeit von  $m$  als durchgezogene Linien graphisch dargestellt. Im unteren Drittel von Fig. 4.5 sind zusätzlich die entsprechenden Werte von  $\chi^2/F$  wiedergegeben, die die Güte der Anpassungsrechnungen charakterisieren. In Tabelle 4.5a sind die Parameterwerte mit Fehlerangabe für drei besondere Werte von  $m$  zusammengestellt. Zum Vergleich sind hier auch die Parameterwerte angegeben, die man bei einer LDA der Form (4.3.6b) erhält. Einige charakteristische integrale Momente des Faltungspotentials und des

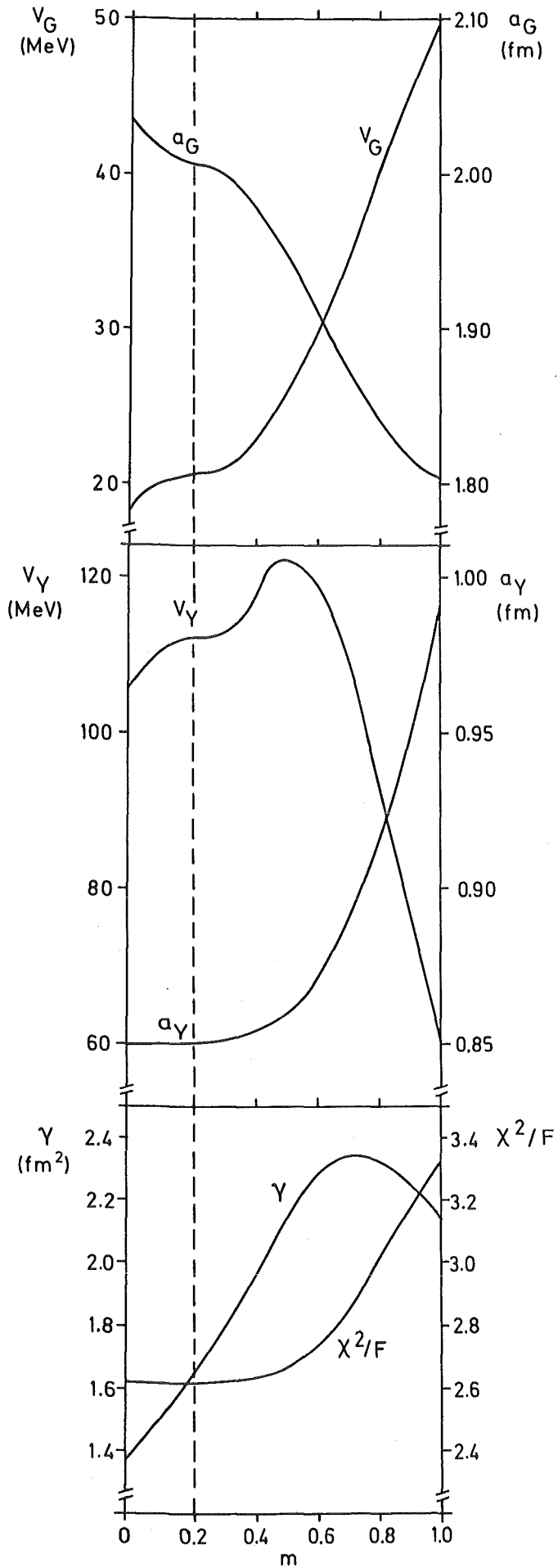


Fig. 4.5:  
 Abhängigkeit der Parameter-  
 werte der effektiven  $\alpha N$ -  
 Wechselwirkung vom Gewichts-  
 parameter  $m$  der LDA (Gleich.4.3.7)  
 und entsprechende Werte von  
 $\chi^2/F$ .



Tabelle 4.5.a: Parameter der effektiven  $\alpha$ N-Wechselwirkung aus Analysen der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung an  $^{40}\text{Ca}$  bei  $E_\alpha = 104$  MeV mit verschiedenen Formen der LDA

LDA Gleich.	$\chi^2/F$	$V_G$ (MeV)	$a_G$ (fm)	$V_Y$ (MeV)	$a_Y$ (fm)	$\gamma$ (fm <sup>2</sup> )	m
4.3.6.a	3.3	50.8 $\pm$ 1.7	1.797 $\pm$ 0.0078	57. $\pm$ 4.4	1.0	2.136 $\pm$ 0.021	1.0
4.3.6.b	2.9	21.4 $\pm$ 1.2	1.926 $\pm$ 0.013	162. $\pm$ 6.6	0.83	1.800 $\pm$ 0.023	-
4.3.6.c	2.6	19.1 $\pm$ 1.1	2.020 $\pm$ 0.014	102. $\pm$ 5.6	0.86	1.382 $\pm$ 0.024	0.0
4.3.7	2.6	20.6 $\pm$ 0.6	2.009 $\pm$ 0.0064	111. $\pm$ 1.8	0.85	1.645 $\pm$ 0.018	0.2

Tabelle 4.5.b: Volumenintegrale J und radiale Momente der reellen Faltungspotentiale und der WS-Imaginärpotentiale im Vergleich zum FB-Potential.

LDA	$\chi^2/F$	$-J_V/4A$	$\langle r_{\bar{V}}^2 \rangle^{1/2}$	$\langle r_V^4 \rangle^{1/4}$	$\langle r_V^6 \rangle^{1/6}$	$-J_W/4A$	$\langle r_W^2 \rangle^{1/2}$
Gleich.		(MeV fm <sup>3</sup> )	(fm)	(fm)	(fm)	(MeV fm <sup>3</sup> )	(fm)
FB	2.2	325 ± 3	4.35 ± 0.02	4.83 ± 0.03	5.28 ± 0.05	103.	4.93
4.3.6.a	3.3	317.	4.35	4.86	5.34	99.	4.94
4.3.6.b	2.9	318.	4.35	4.85	5.30	101.	4.92
4.3.6.c	2.6	321.	4.35	4.84	5.29	102.	4.92
4.3.7	2.6	320.	4.35	4.84	5.29	102.	4.91

WS-Imaginärpotentials sind in Tabelle 4.5b den entsprechenden Werten des "modellunabhängigen" FB-Potentials gegenübergestellt. Fig. 4.2 und Tabelle 4.5 dokumentieren hauptsächlich anhand des  $\chi^2/F$ -Wertes und des Volumenintegrals  $J_V$  des Realteils, daß die verschiedenen Formen der LDA nicht äquivalent sind. Im Detail beobachtet man einen Bereich mit konstantem  $\chi^2/F$ , der sich von  $m = 0$  bis  $m \approx 0.5$  erstreckt. In diesem Bereich zeigen die Parameter des *dichteunabhängigen* Teils  $f(|\vec{x}|)$  nur geringe Variation, wobei auffällig ist, daß bei  $m = 0.2$  der Gradient *aller* Parameter von  $f(|\vec{x}|)$  *gleichzeitig* verschwindet. Der Parameter  $\gamma$  hingegen ist im Bereich  $0 \leq m \leq 0.4$  linear mit  $m$  verknüpft, wie man es aus Glch. (4.3.7) erwartet. Im Gegensatz dazu ändern sich die Parameter von  $f(|\vec{x}|)$  jenseits von  $m \approx 0.4$  sehr stark und die Kopplung zwischen  $\gamma$  und  $m$  wird extrem nicht-linear. Gleichzeitig steigt der Wert von  $\chi^2/F$  deutlich an.

Das bemerkenswerte gleichzeitige Verschwinden der Variation aller Parameter von  $f(|\vec{x}|)$  zusammen mit der linearen Kopplung von  $\gamma$  und  $m$  und dem konstanten Wert von  $\chi^2/F$  bei  $m = 0.2$  bedeutet, daß bei dieser Form der LDA der dichteunabhängige Teil  $f(|\vec{x}|)$  und der dichteabhängige Teil  $v_{DD}^M(\rho_m)$  der effektiven  $\alpha N$ -Wechselwirkung vollkommen entkoppelt sind. Unter zusätzlicher Berücksichtigung der kleinen Parameterfehler bei  $m = 0.2$  ist dies eine direkte Bestätigung der Annahme (Glch. 4.3.4), daß eine Faktorisierung in diese zwei Anteile vorgenommen werden kann. Eine derartige empirische Prüfung dieser Hypothese durch Analysen präziser experimenteller Daten unter leicht veränderten Bedingungen wurde bisher nicht durchgeführt. Die "gemischte" Lokale Dichte-Approximation mit  $m = 0.2$  muß daher - auch in Anbetracht des minimalen Wertes von  $\chi^2/F$  - als beste Näherung zur Beschreibung der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung bei  $E_\alpha = 104$  MeV betrachtet werden. Der entsprechende Wert von  $\gamma = 1.645$  fm<sup>2</sup> stimmt sehr gut mit dem Wert  $\gamma = 1.65$  fm<sup>2</sup> überein, der in Hartree-Fock-Rechnungen mit einer lokalen dichteabhängigen NN-Wechselwirkung gefunden wird [JeMa 81]. Die hier für den Targetkern <sup>40</sup>Ca und die  $\alpha$ -Teilchen-Energie  $E_\alpha = 104$  MeV dargestellten Ergebnisse werden bei anderen Targetkernen und einer anderen Energie ( $E_\alpha = 141$  MeV) voll bestätigt [Gil 83a].

Die wesentlichen Gründe für die Bevorzugung der gemischten LDA (Glch. 4.3.7) gegenüber der häufig gebrauchten Form (4.3.6a) liegen in den Ursachen der Dichteabhängigkeit selbst. Diese sind haupt-

sächlich Pauli-verbotene Zwischenzustände in der Brueckner Reaktions-Matrix und sogenannte "knock-on" Austausch-Terme vom Fock-Typ [JLM 77, JeMa 81]. Beide Beiträge können nicht unabhängig sein von der Dichte an der Stelle des  $\alpha$ -Teilchens  $\rho_m(\vec{r}_\alpha)$  (wie in Glch. 4.3.6a angenommen). Wegen der großen Reichweite von  $f(|\vec{x}|)$  kann  $\rho_m(\vec{r}_\alpha)$  auch nicht durch  $\rho_m(\vec{r}_N)$  ersetzt werden. Auch bei der Ableitung des Einfach-Faltungsmodells (Glch. 4.3.3) aus dem Doppelfaltungsmodell (Glch. 4.3.2) mit dichteabhängiger NN-Wechselwirkung findet man [Sri 84], daß  $v_{DD}$  (Glch. 4.3.4) explizit von  $\vec{r}_\alpha$  abhängen muß.

Man kann spekulieren, daß die Wichtung der beiden Faktoren in Glch. (4.3.7) mit  $m = 0.2$  einen Bezug hat zum Verhältnis der Nukleonenzahlen (1:4) der wechselwirkenden Teilchen. Solange dieser Nachweis jedoch nicht durch fundamentalere Überlegungen erbracht wird, sollte man vermeiden, das Faltungsmodell mit den hier empirisch gefundenen Modifikationen soweit zu strapazieren.

Der unterschiedliche radiale Verlauf der effektiven  $\alpha N$ -Wechselwirkung ist in Fig. 4.6 für  $m = 1$  und  $m = 0.2$  und zwei verschiedene Targetkerndichten  $\rho_m(\vec{r}_N) = 0$  und  $\rho_m(\vec{r}_N) = 0.17 \text{ fm}^{-3}$  dargestellt. Zur Berechnung der Kurven wurde  $\rho_m(\vec{r}_\alpha)$  in realistischer Weise gemäß dem Abstand  $|\vec{r}_N - \vec{r}_\alpha|$  und dem radialen Verlauf der Dichte von  $^{40}\text{Ca}$  variiert [Gil 83a]. Noch klarer werden die Unterschiede beim Vergleich der

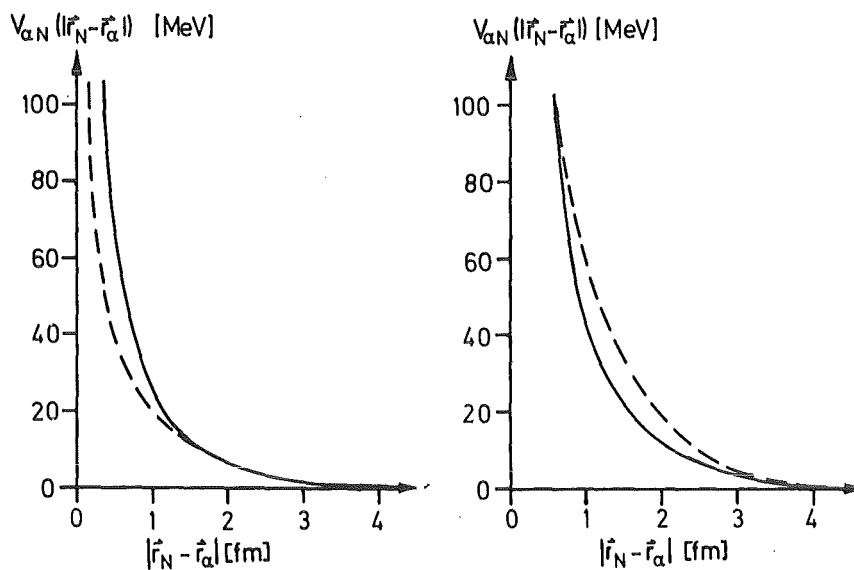


Fig. 4.6: Radialer Verlauf der effektiven  $\alpha N$ -Wechselwirkung für  $m = 1$  (gestrichelte Linien) und  $m = 0.2$  (durchgezogene Linien) und für zwei Werte der Targetkerndichte  $\rho_m = 0.17 \text{ fm}^{-3}$  (links) und  $\rho_m = 0$ . (rechts)

spezifischen Volumenintegrale  $-J_{\alpha N}/4$  und RMS-Radien von  $V_{\alpha N}$  in Tabelle 4.6

Tabelle 4.6: Spezifische Volumenintegrale und RMS-Radien von  $V_{\alpha N}$  für verschiedene Werte von  $m$  und  $\rho_m$

$m$	$\rho_m(\vec{r}_N)$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$-J_{\alpha N}/4$ ( $\text{MeV fm}^3$ )	$\langle r_{\alpha N}^2 \rangle^{1/2}$ ( $\text{fm}$ )
0.2	0.17	230	2.43
1.0	0.17	178	2.27
0.2	0.	370	2.30
1.0	0.	511	2.27

Offensichtlich führt die häufig verwendete Form der LDA ( $m = 1$ ) zu einer zu starken Abschwächung der Wechselwirkung bei zunehmender Dichte im Vergleich zu der angemesseneren Form mit  $m = 0.2$ . Bei der Normierung von  $V_{\alpha N}$  hat dies zur Folge, daß  $V_{\alpha N}$  bei geringer Dichte zu stark und bei großer Dichte zu schwach ist. Die Werte der RMS-Radien können mit dem entsprechenden Wert verglichen werden, den man unter Annahme einer *dichteunabhängigen* Wechselwirkung aus den RMS-Radien des besten phänomenologischen FB-Potentials  $\langle r_{\text{pot}}^2 \rangle^{1/2}$  und der Kernmaterieverteilung  $\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$  berechnet

$$\langle r_{\alpha N}^2 \rangle^{1/2} = (\langle r_{\text{pot}}^2 \rangle - \langle r_m^2 \rangle)^{1/2} = 2.74 \text{ fm} \quad (4.3.8)$$

Infolge der vernachlässigten Dichteabhängigkeit ist dieser Wert wesentlich größer als die entsprechenden Werte aller verschiedener Fal-tungsmodell-Näherungen.

Insbesondere im Zusammenhang mit anderen Targetkernen als dem Kalibrierungskern  $^{40}\text{Ca}$  gewinnt die Frage an Bedeutung, in welcher Form die Parameter  $\lambda$  (bisher  $\lambda = 1$ ) und  $\gamma$  des dichteabhängigen Teils  $V_{DD}^M(\rho_m)$  bei verschiedenen Formen der LDA gekoppelt sind, wenn der dichteunabhängige Teil  $f(|\vec{x}|)$  festgehalten wird. Dies ist in Fig. 4.7 zusammen mit den entsprechenden Werten von  $\chi^2/F$  dargestellt. Die Werte von  $f(|\vec{x}|)$  stammen aus Tabelle 4.5a für  $m = 0.2$ . Man beobachtet wiederum eine lineare Korrelation zwischen  $m$  und  $\gamma$  im Bereich  $0 \leq m \leq 0.4$ , die von einem breiten  $\chi^2/F$ -Minimum begleitet wird, auf Grund dessen man eine äquivalente Wiedergabe der experimentellen Daten im Bereich  $\lambda = 0.95 - 1.05$  und  $\gamma = 1.42 - 1.86 \text{ fm}^2$  erwarten kann.

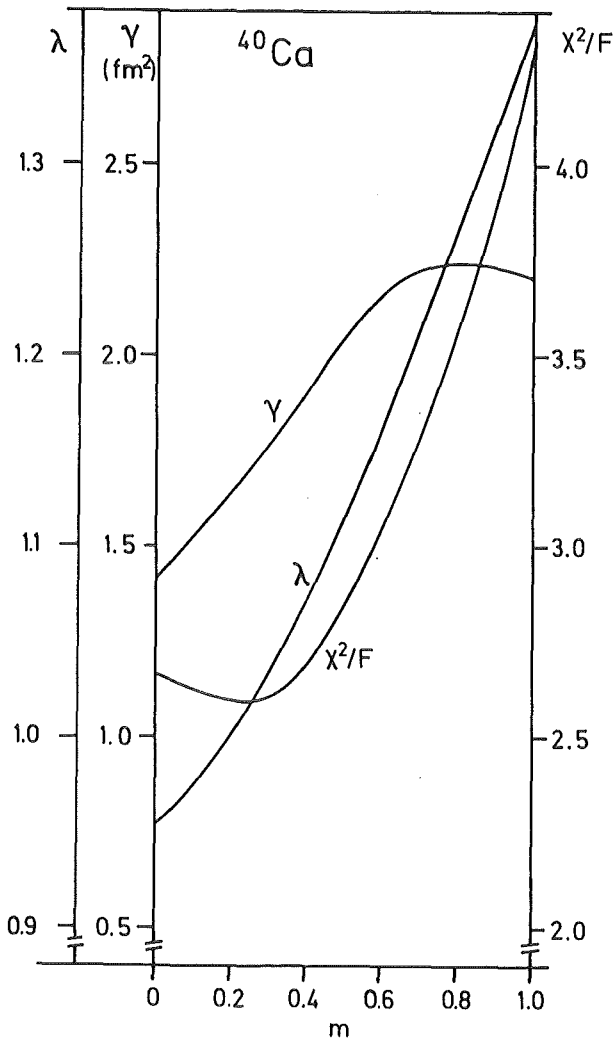


Fig. 4.7  
Korrelationen zwischen den Parametern  $\lambda$ ,  $\gamma$  und  $m$  des dichteabhängigen Teils von  $V_{\alpha N}$  bei festgehaltenen Parametern des dichteunabhängigen Teils und entsprechende Werte von  $\chi^2/F$ .

#### 4.3.3 "Modellunabhängige" Kernmaterieverteilungen

Zur Bestimmung der Kernmaterieverteilungen der Targetkerne und insbesondere deren Differenzen wurde die nach Abschnitt 4.3.2 ermittelte Wechselwirkung beibehalten (Tabelle 4.5a mit  $m = 0.2$ ) und  $\rho_m$  geeignet parametrisiert. Wie bei den Optischen Potentialen (siehe Abschnitt 4.2.1) führt dabei die häufig verwendete Parametrisierung in Form einer einfachen analytischen Funktion, z.B. der Fermi-Form (Gleich. 2.12) zu einer unerwünschten Kopplung zwischen verschiedenen radialen Bereichen der Dichteverteilung, zu Einschränkungen in Details des radialen Verlaufs und damit zu unrealistischen Resultaten. Die Kernmaterieverteilungen  $\rho_m$  wurden daher entsprechend den Optischen Potentialen durch eine FB-Reihe dargestellt:

$$\rho_m(r) = \rho_o(r) + \sum_{n=1}^{N'} \beta_n j_0\left(\frac{n\pi r}{R'_C}\right) \quad (4.3.9)$$

Hierbei ist  $\rho_o(r)$  eine bei der FB-Analyse festgehaltene erste Approximation der Dichte in Form einer Fermi-Verteilung (Gleich. 2.12), deren Volumen auf die Nukleonenzahl  $A$  des jeweiligen Targetkerns normiert ist. Das Volumen der FB-Reihe hingegen ist auf Null normiert, so daß die FB-Reihe eine Umverteilung der  $A$  Nukleonen bezüglich der ursprünglichen Fermi-Form darstellt. Die Normierung der FB-Reihe wird automatisch dadurch gewährleistet, daß

$$\beta_1 = \sum_{n=2}^{N'} \frac{(-1)^n}{n^2} \beta_n \quad (4.3.10)$$

gesetzt wird, und nur die Parameter  $\beta_n$  mit  $n \geq 2$  an die Meßdaten angepaßt werden.

Infolge der ausschmierenden Wirkung des Faltungsintegrals (Gleich. 4.3.3) ist die Kernmateriedichte  $\rho_m(r)$  und ihre Parameter  $\beta_n$  weniger eng verknüpft mit den experimentellen Daten als das Optische Potential selbst. Es ist daher zunächst denkbar, daß die FB-Methode für die Dichteverteilung weniger erfolgreich ist, als für das Optische Potential selbst. In der Tat haben frühere Analysen mit einer effektiven  $\alpha N$ -Wechselwirkung gemäß Gleich. 4.3.6a und einem Gauß-förmigen Formfaktor  $f(\vec{x})$  zu Konvergenzschwierigkeiten geführt, sobald die Anzahl der FB-Terme  $N' \gtrsim 5$  war [GiFr 80b]. Auch war es in diesen Analysen nicht möglich, bei den Anpassungsrechnungen Werte von  $\chi^2/F$  zu erzielen, die nahe an die entsprechenden Werte der FB-Potentialanalysen herankommen. Mit dem vorliegenden Modell hingegen konnte die Anzahl der Parameter  $N'$  ähnlich hoch gewählt werden wie bei den Potentialanalysen ( $N' = 6-9$ ), ohne daß Konvergenzschwierigkeiten auftraten. Geeignete Werte für  $R'_C$  ergeben sich aus ähnlichen Überlegungen wie bei den Potentialanalysen (siehe Abschnitt 4.2.2) zu  $R'_C \approx 6.5 - 7.5$  fm.

Ein weiterer Unterschied zu den FB-Potentialanalysen ergibt sich aus folgendem Befund: Trotz des neben der FB-Reihe vorhandenen Terms  $\rho_o(r)$  (Gleich. 4.3.9), der bis  $r = 10$  fm größer als Null ist (oberhalb  $r = 10$  fm ist  $\rho_m \equiv 0$ ), liefern die Anpassungsrechnungen bei einzel-

nen Kombinationen von  $N'$  und  $R'_C$  negative Dichten im radialen Bereich  $r > 6$  fm, die unphysikalisch sind. Die hierbei beobachtete maximale integrale negative Dichte war 0.055 Nukleoneneinheiten. Um solche unphysikalischen Resultate zu unterdrücken, wurde eine Zwangsbedingung in die Anpassungsrechnungen eingeführt, die bei Auftreten von negativen Dichten den Wert von  $\chi^2$  erhöht:

$$\chi^2_{\text{total}} = \chi^2_{\text{Daten}} \cdot \{ [ A - \int |\rho_m(\vec{r})| d\vec{r} ]^2 + 1 \} \quad (4.3.11)$$

Dies bedeutet, daß eine integrale negative Dichte vom Betrag einer Nukleoneneinheit den totalen Wert von  $\chi^2$  verdoppelt. Durch diese Maßnahme konnte die Anzahl der Fälle reduziert werden, bei denen negative Dichten auftraten, vor allem aber deren maximaler integraler Wert auf 0.02 reduziert werden.

Die Berechnung der Fehler von  $\rho_m(r)$  und deren radialer Momente erfolgt im Prinzip in entsprechender Weise wie bei den FB-Potentialen (siehe Abschnitt 4.2.2). Jedoch entfallen die beiden letzten Terme in Glch. (4.2.8), da das Volumen der Dichteverteilung durch Zwangsbedingung exakt gleich der Nukleonenzahl  $A$  ist. Dabei führt der Wegfall des zweiten, negativen Terms zu einer leichten Vergrößerung der Fehler. Wenn man jedoch die radialen Momente  $M_k(\rho_m)$  der Nukleonendichte (Glch. 2.11) und des entsprechenden Faltungspotentials  $M_k^{\text{Pot}}$  (Faltung) (Glch. 4.2.3) vergleicht, so beobachtet man (innerhalb der einzelnen Anpassungsrechnungen) Korrelationen zwischen diesen Momenten in der Art, daß das Verhältnis  $R_k = M_k(\rho_m) / M_k^{\text{Pot}}$  (Faltung) wesentlich genauer bestimmt ist, als  $M_k(\rho_m)$  selbst. Es zeigte sich vor allem, daß dieses Verhältnis ungewöhnlich stabil ist gegen die Auswahl von  $N'$  und  $R'_C$ . Diese zusätzliche Information kann man daher dazu verwenden, um aus dem Verhältnis  $R_k$  und den Fehlern der radialen Momente der FB-Potentiale  $\Delta M_k^{\text{Pot}}$  (FB) die Fehler der radialen Momente der Kernmateriedichten  $\rho_m$  indirekt zu berechnen:

$$\Delta M_k(\text{ind.}) = R_k \cdot \Delta M_k^{\text{Pot}}(\text{FB}) \quad (4.3.12)$$

Diese Fehler sind gewöhnlich kleiner als die aus den korrelierten Fehlern von  $\rho_m(r)$  (Glch. 4.2.8) direkt berechneten Fehler  $\Delta M_k(\text{dir.})$ . Als endgültige Fehler werden im folgenden die Mittelwerte von  $\Delta M_k(\text{ind.})$  und  $\Delta M_k(\text{dir.})$  angegeben.



Die Wirkungsweise und Vorteile der FB-Methode für die Kernmateriedichte soll am Beispiel des  $^{40}\text{Ca}$  demonstriert werden, wobei die Analysen gleichzeitig eine Art von selbstkonsistenter Prüfung des Faltungsmodells darstellen. Dazu werden drei verschiedene Analysen der Wirkungsquerschnitte von  $^{40}\text{Ca}$  verglichen. Im Fall (A) wird - wie im vorigen Abschnitt beschrieben - die berechnete Kernmateriedichte von Brown et al. [BrMa 79] benutzt, um die Parameter von  $V_{\alpha N}$  zu bestimmen. Anschließend wird  $V_{\alpha N}$  aus (A) unverändert zur Wieder-Analyse der Kernmaterieverteilung  $\rho_m(r)$  übernommen. Im ersten Schritt dieser Wieder-Analyse wird  $\rho_m(r)$  als Fermi-Verteilung angesetzt, deren beide Parameter  $c_m$  und  $a_m$  (Gleich. 2.12) zusammen mit dem Imaginärteil an die Meßdaten angepaßt werden (Fall (B)). Dies ist eine wichtige Stufe in der Prüfung der Selbstkonsistenz und radialen Empfindlichkeit [FrGi 82] der Methode. Denn die resultierende Fermi-Verteilung weicht in ihrem radialen Verlauf deutlich von der ursprünglichen Dichte [BrMa 79] ab, wie Fig. 4.8 zeigt.

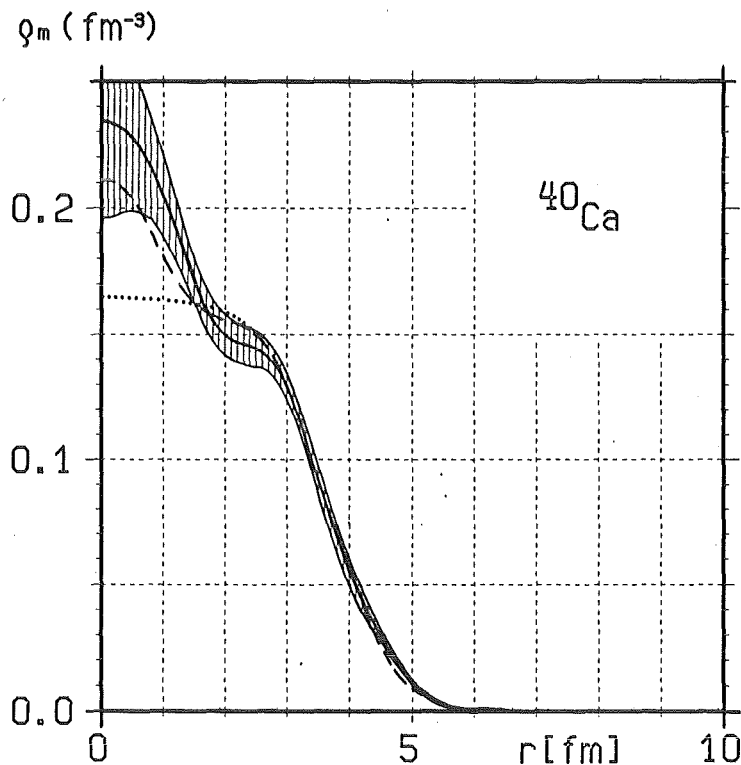


Fig. 4.8: Kernmaterieverteilung von  $^{40}\text{Ca}$

Gestrichelt:	$\rho_m$ aus [BrMa 79]	Fall (A)
Gepunktet:	$\rho_m$ als Fermi-Verteilung	Fall (B)
Schraffiert:	FB-Dichteverteilung mit Fehlerband	Fall (C)

Im Fall (C) schließlich bildet das Resultat von (B) den nun festgehaltenen Term  $\rho_0(r)$  in Glch. (4.3.9) und die FB-Reihe wird hinzugefügt und deren Parameter ermittelt. Die Ergebnisse sind in Fig. 4.8 und Tabelle 4.7 zusammengestellt und demonstrieren eindrucksvoll die Selbstkonsistenz des Verfahrens. Auch bei ungenügend genau bekannter Form von  $\rho_0(r)$  ermöglicht die FB-Methode, feine Strukturen der Kernmateriedichte selbst weit im Innern des Kerns zu erkennen. Wie schon Tabelle 4.5 zeigt auch Tabelle 4.7 die ausgezeichnete Übereinstimmung der Faltungspotentiale mit dem modellunabhängigen FB-Potential, wobei im Fall (C) auch der bestmögliche Wert von  $\chi^2/F$  erreicht wird. Auch im radialen Verlauf stimmen die Faltungspotentiale mit dem FB-Potential ausgezeichnet überein, lediglich im Fall (B) gibt es Abweichungen im Bereich  $r = 0 - 2$  fm, wie nach Fig. 4.8 zu erwarten ist.

Tabelle 4.7: Integrale Momente des reellen Faltungspotentials und des Imaginärpotentials sowie RMS-Radien der Kernmaterieverteilung von  $^{40}\text{Ca}$  aus verschiedenen Analysen

Fall	$\chi^2/F$	$-J_V/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_V^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_V^4 \rangle^{1/4}$ (fm)	$\langle r_V^6 \rangle^{1/6}$ (fm)	$-J_W/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_W^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ (fm)
A	2.6	320.0	4.345	4.837	5.287	102.0	4.914	3.369
B	2.8	320.1	4.344	4.835	5.284	102.6	4.901	3.371
C	2.1	320.5	4.350	4.839	5.287	102.3	4.908	3.377 <sub>-0.017</sub>

- A: Kernmateriedichte aus [BrMa 79] fest, effektive Wechselwirkung angepaßt  
 B: Effektive Wechselwirkung aus Prozedur A, 2-Parameter Fermi-Verteilung angepaßt  
 C: Wie Prozedur B, aber FB-Dichte angepaßt

## 5. ERGEBNISSE

### 5.1 Potentiale und Potential-Differenzen

Die Analyse der Optischen Potentiale wurde in konsistenter Weise für alle Targetkerne so durchgeführt, wie in Abschnitt 4.2.2 für das Beispiel  $^{40}\text{Ca}$  beschrieben. Die Wiedergabe der experimentellen Wirkungsquerschnitte mit dem FB-Potential dokumentiert Fig. 5.1. Die Analysen ergaben Werte von  $\chi^2/F$  zwischen 1.4 und 2.7. Integrale Momente des reellen und imaginären Optischen Potentials und deren Fehler sind in Tabelle 5.1 zusammengestellt. Die Fehler der höheren Momente  $\langle r^4 \rangle$  und  $\langle r^6 \rangle$  zeigen an, daß die Potentiale auch bei großen Radien noch recht gut bestimmt sind (wie schon in Fig. 4.4 deutlich wurde). Zum Vergleich sind in Tabelle 5.1 auch RMS-Radien der Protonenverteilung angegeben, die gemäß Glch. (2.10.b) aus experimentellen Ladungsradien [WoSh 81] berechnet wurden. Als Beispiele für den unterschiedlichen radialen Verlauf zeigt Fig. 5.2 die reellen Potentiale der benachbarten Kerne mit gerader und ungerader Massenzahl  $^{42,43}\text{Ca}$  und  $^{50}\text{Ti}$ ,  $^{51}\text{V}$  mit Fehlerband. Dieses ist im Fall von  $^{51}\text{V}$  insbesondere im Kerninneren etwas breiter als bei den anderen Kernen, da sich die experimentellen Wirkungsquerschnitte nur bis  $\theta_{\text{CM}} = 65^\circ$  erstrecken, was für eine eindeutige Bestimmung der Form jedoch ausreichend ist. Es fällt außerdem auf, daß die Potentiale der ungeraden Kerne eine leichte Vertiefung im Kerninneren haben, die keiner der geraden Kerne aufweist.

Beim detaillierten Studium von Tabelle 5.1 zeigt sich, daß die Volumenintegrale der reellen Potentiale der doppelt-magischen Kerne  $^{40,48}\text{Ca}$  praktisch identisch sind und die aller anderen Kerne kleiner sind, insbesondere in der Isotonenreihe. Das Volumenintegral und die radialen Momente des reellen Potentials von  $^{43}\text{Ca}$  sind kleiner als die entsprechenden Größen der benachbarten geraden Kerne, wogegen bei  $^{51}\text{V}$  eher eine umgekehrte Tendenz zu beobachten ist. Die imaginären Potentiale der doppelt-magischen Kerne  $^{40,48}\text{Ca}$  sind etwas schwächer als die der übrigen Kerne. Weiterhin fällt auf, daß die Volumenintegrale der imaginären Potentiale der ungeraden Kerne kleiner sind als die der geraden Nachbarn, die RMS-Radien hingegen größer.

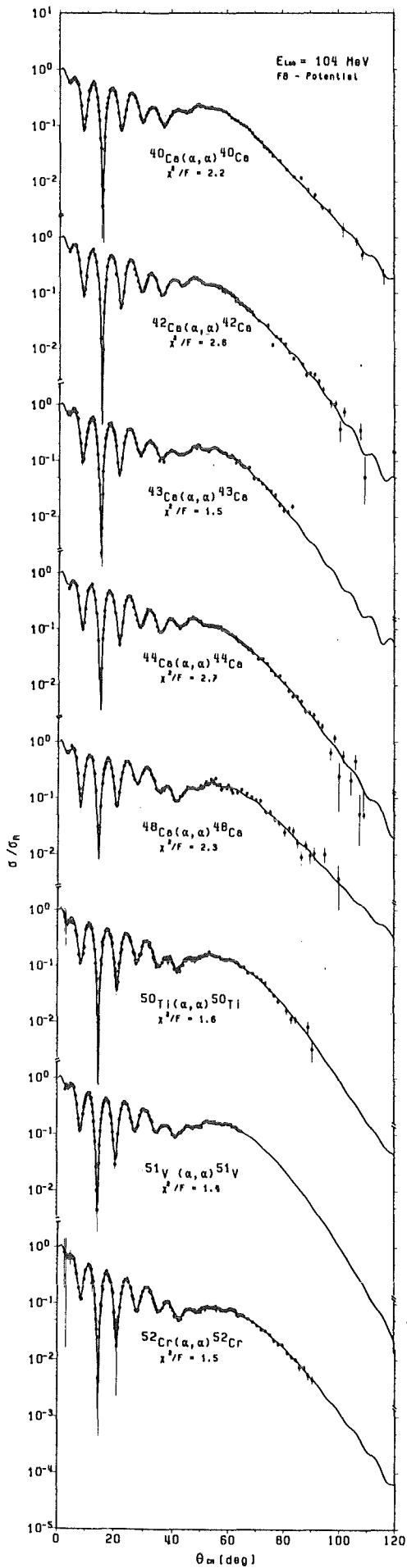


Fig. 5.1:  
Differentielle Wirkungsquer-  
schnitte der elastischen  
 $\alpha$ -Teilchen-Streuung (divi-  
diert durch die Rutherford-  
Streuquerschnitte) und Ergeb-  
nisse der Anpassungsrechnun-  
gen mit dem FB-Potential.

Tabelle 5.1: Volumenintegrale und radiale Momente des reellen (Index v) und imaginären (Index w) Optischen Potentials. Die letzte Spalte zeigt RMS-Radien der Protonenverteilungen.

Target	$\chi^2/F$	$-J_v/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_v^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_v^4 \rangle^{1/4}$ (fm)	$\langle r_v^6 \rangle^{1/6}$ (fm)	$-J_w/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_w^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$ (fm)
<sup>40</sup> Ca	2.2	324.8 ± 3.0	4.345 ± 0.022	4.832 ± 0.033	5.276 ± 0.052	103.0	4.934	3.386
<sup>42</sup> Ca	2.6	316.2 ± 3.0	4.373 ± 0.025	4.851 ± 0.039	5.287 ± 0.060	110.3	4.931	3.422
<sup>43</sup> Ca	1.5	308.4 ± 5.0	4.344 ± 0.030	4.826 ± 0.043	5.259 ± 0.067	103.0	5.033	3.410
<sup>44</sup> Ca	2.7	313.8 ± 3.1	4.404 ± 0.025	4.874 ± 0.037	5.300 ± 0.056	111.5	4.959	3.439
<sup>48</sup> Ca	2.3	324.3 ± 4.9	4.508 ± 0.029	5.023 ± 0.041	5.498 ± 0.059	93.8	5.109	3.409
<sup>50</sup> Ti	1.6	304.0 ± 3.6	4.446 ± 0.023	4.901 ± 0.031	5.297 ± 0.048	93.2	5.048	3.529
<sup>51</sup> V	1.4	305.9 ± 8.0	4.515 ± 0.033	4.970 ± 0.050	5.371 ± 0.091	90.1	5.152	3.521
<sup>52</sup> Cr	1.5	300.4 ± 3.8	4.460 ± 0.024	4.940 ± 0.036	5.367 ± 0.056	96.2	5.088	3.549

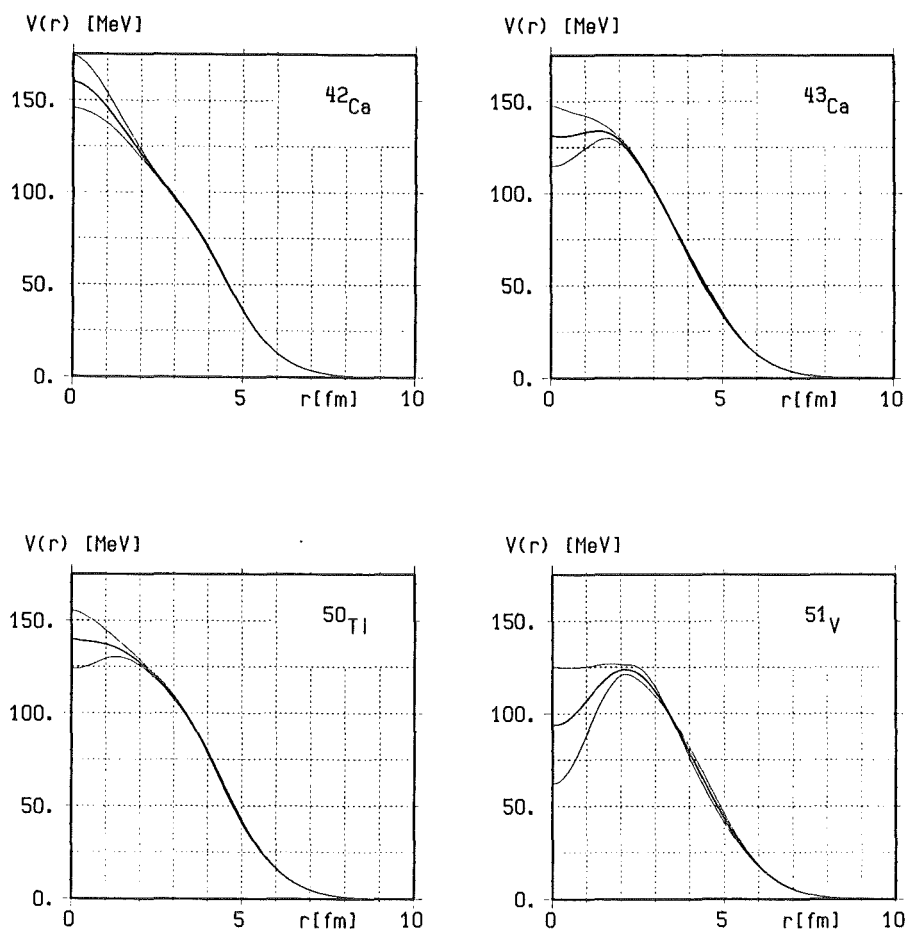


Fig. 5.2: Realteile der Optischen Potentiale für  $^{42,43}\text{Ca}$ ,  $^{50}\text{Ti}$  und  $^{51}\text{V}$  aus FB-Analysen der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung. Die schattierten Flächen entsprechen den Fehlerbändern.

Die meisten dieser Beobachtungen können qualitativ ganz pauschal mit der Kernstruktur verknüpft werden, die zum Beispiel durch die starke Anregung niedrig gelegener kollektiver Zustände bei  $^{42,44}\text{Ca}$ ,  $^{50}\text{Ti}$ ,  $^{52}\text{Cr}$  charakterisiert ist [PeGi 83], woraus eine Abschwächung des Realteils und Verstärkung des Imaginärteils gegenüber den Rumpfkernen  $^{40,48}\text{Ca}$  resultiert. Ähnliche Folgerungen kann man aus der praktisch nicht auftretenden Anregung niedrig gelegener diskreter Zustände der Kerne mit ungerader Massenzahl schließen. (Hier dürften jedoch Transfer-Reaktionen Fluß aus dem elastischen Kanal

nehmen). Warum allerdings die Potentiale (Real- und Imaginärteil) der Isotone generell um ca. 3.5 % schwächer sind als die der Isotope, ist mit einfachen Argumenten nicht zu erklären.

Die Differenzen zwischen den Realteilen der Optischen Potentiale sind für die Isotopenkette in Bezug auf  $^{40}\text{Ca}$  und für die Isotonenkette bezüglich  $^{48}\text{Ca}$  in Fig. 5.3 dargestellt. Um diejenigen radialen Bereiche hervorzuheben, die entscheidend zu den verschiedenen Momenten beitragen, wurden die Differenzen mit  $4\pi r^2$  multipliziert. Vor der Subtraktion wurden die Potentiale auf die Massenzahl A des jeweiligen Targetkerns normiert. Dadurch können die Potentialdifferenzen im Prinzip mit Differenzen der Kernmaterieverteilung verglichen werden, die dem Verlauf der radialen Wellenfunktion  $R(r)$  entsprechen, wobei  $\psi \sim R(r)/r$  ist. Bei einem derartigen Vergleich ist allerdings zu berücksichtigen, daß die Potentiale und Kernmaterieverteilungen durch die relativ lang-reichweitige und obendrein dichteabhängige  $\alpha N$ -Wechselwirkung verknüpft sind, so daß eine exakte Kongruenz der jeweiligen Differenzen nicht erwartet werden kann.

Die Differenzen zwischen den Potentialen der Ca-Isotope mit gerader Massenzahl zeigen ein recht regelmäßiges Verhalten. Wenn eine gerade Anzahl von Neutronen zum  $^{40}\text{Ca}$ -Rumpf addiert wird, so konzentriert sich das zusätzliche Potential im Oberflächenbereich um  $r = 4.5 - 5$  fm mit einer Breite von 2.8 bis 3.2 fm. Unter Berücksichtigung der relativ kleinen und nicht monotonen Änderungen der RMS-Radien der Protonenverteilung in dieser Isotopenkette (siehe Tabelle 5.1) ist es sehr wahrscheinlich, daß die beobachteten deutlichen Potentialdifferenzen praktisch ausschließlich den hinzugefügten  $1f_{7/2}$ -Neutronen zuzuschreiben sind. Dieses Bild ist auch konsistent mit den in Tabelle 5.1 angegebenen Potentialradien, wenn auch im Vergleich direkt benachbarter Kerne wie z.B.  $^{42}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$  die Fehler zu groß sind, um eine schlüssige Bestätigung zu liefern.

Ein etwas anderes Verhalten zeigen die Differenzen zwischen den Potentialen der geraden  $N = 28$  - Isotone. Das zusätzliche Potential scheint weniger scharf lokalisiert als im Fall der Isotope und erstreckt sich vor allem mehr ins Innere der Kerne. Aus dem monotonen Anstieg der RMS-Radien der Protonen und der gleichzeitigen Abnahme bzw. Stagnation der Potential-Radien kann man schließen, daß



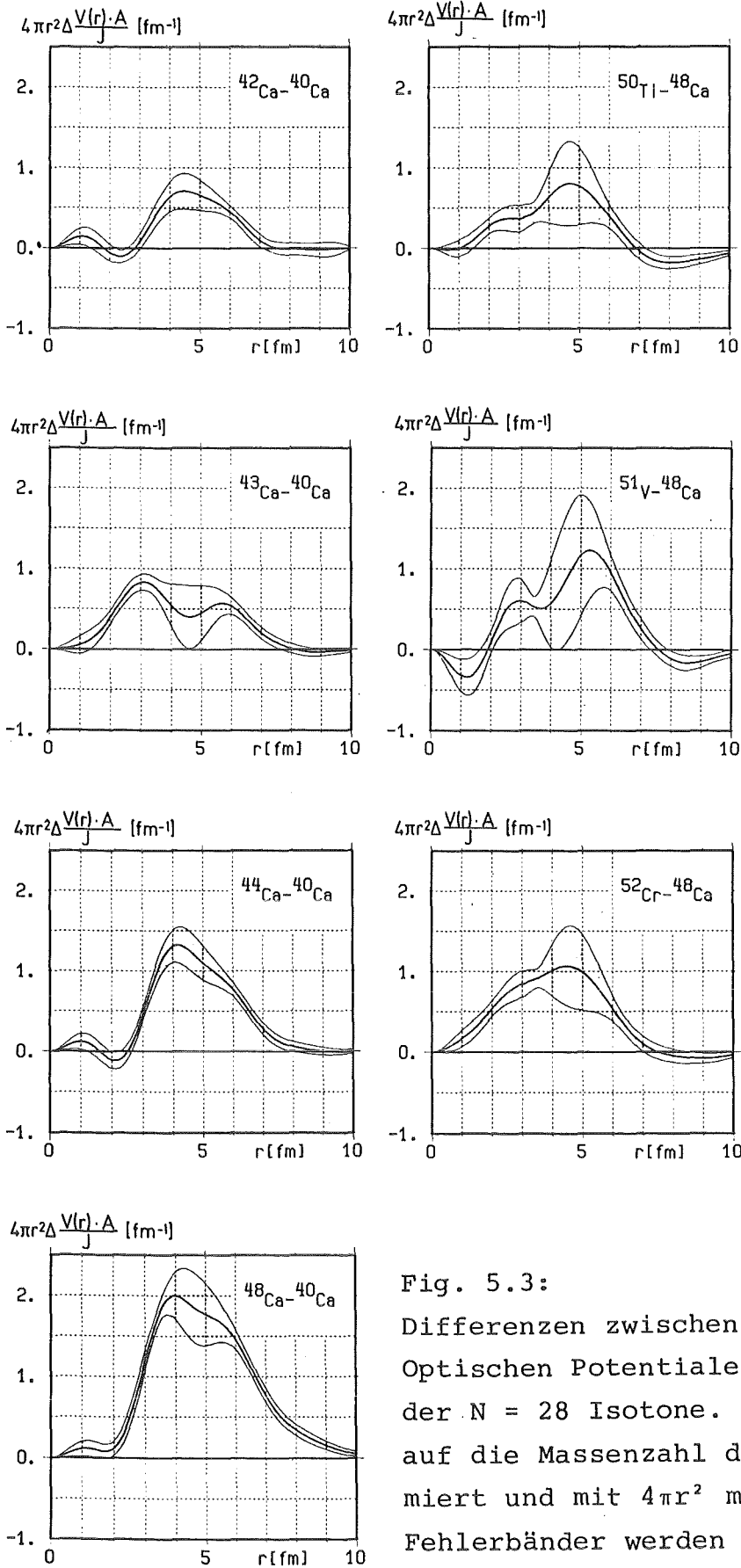


Fig. 5.3:

Differenzen zwischen den Realteilen der Optischen Potentiale der Ca-Isotope und der  $N = 28$  Isotone. Die Potentiale sind auf die Massenzahl der Targetkette normiert und mit  $4\pi r^2$  multipliziert. Die Fehlerbänder werden durch die schattierten Flächen definiert.

die Addition von jeweils zwei  $1f_{7/2}$ -Protonen zum  $^{48}\text{Ca}$ -Rumpf mit einer Verlagerung von Neutronen zum Innern des Kerns verbunden ist. Dies gilt insbesondere für den Schritt von  $^{48}\text{Ca}$  nach  $^{50}\text{Ti}$ .

Die Kerne mit ungerader Massenzahl zeigen ein recht interessantes Verhalten in Bezug auf die magischen Kerne  $^{40,48}\text{Ca}$  und auf ihre direkten geradzahligen Nachbarkerne. Bei der Differenz  $^{43}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$  ist das zusätzliche Potential deutlich in zwei Komponenten aufgespalten und im Vergleich zu den benachbarten Kernen zu kleineren Radien hin verschoben. Im Fall  $^{51}\text{V} - ^{50}\text{Ti}$  hingegen beobachtet man eine Verschiebung zu größeren Radien, wobei die Form der Differenz denen der Nachbarkerne ähnelt.

Bei der Beurteilung der vorliegenden Resultate der Optischen Potentiale ist zu berücksichtigen, daß die Potentiale einerseits zwar die durch die Experimente am besten bestimmten Größen sind, die nur ganz allgemeinen Modellannahmen - wie dem Optischen Modell selbst - unterliegen. Andererseits beruht aber eine Interpretation der beobachteten Potential-Differenzen in Form von Kernstruktur-Effekten auf der Annahme, daß die Potentiale eng verknüpft sind mit den entsprechenden Kernmaterie-Verteilungen und daß Feinheiten des Reaktionsmodells sich bei benachbarten Kernen nicht ändern. Falls diese Annahmen jedoch nicht streng erfüllt sind, können sich die Interpretationen zur Kernstruktur ändern.

## 5.2 Kernmaterieverteilungen

-----

### 5.2.1 Dichteabhängigkeit und Kernstruktur

Die spezifischen Volumenintegrale der modellunabhängig bestimmten Realteile der Optischen Potentiale unterliegen selbst in dem relativ kleinen Bereich der untersuchten Targetmassen, wie Tabelle 5.1 zeigt, deutlichen Schwankungen, die man qualitativ aufgrund der Kernstruktur verstehen kann. Im Faltungsmodell können diese Schwankungen bei festgehaltener effektiver Wechselwirkung  $V_{\alpha N}$  nicht reproduziert werden, selbst wenn man die Nukleonendichte als flexible FB-Reihe (Gleich. 4.3.9) ansetzt. Dies verdeutlicht Tabelle 5.2 (Fall A)

am Beispiel  $^{50}\text{Ti}$ . Aufgrund der Ursachen der Dichteabhängigkeit der effektiven Wechselwirkung  $V_{\alpha N}$ , die eng mit der Kernstruktur verknüpft sind (siehe Abschnitt 4.3), ist allerdings auch gar nicht zu erwarten, daß der dichteabhängige Teil von  $v_{DD}^M$  für verschiedene Targetkerne streng konstant bleibt. In der Tat haben verschiedene Untersuchungen gezeigt [MaBu 78, MaGi 78, MaGi 80, KoBr 82], daß leichte Änderungen der Dichteabhängigkeit der Grund für die Schwankungen der spezifischen Volumenintegrale sind. Es erhebt sich also die Frage, wie solche Änderungen in der hier benutzten semi-phänomenologischen Wechselwirkung zu berücksichtigen sind. Eine weithin übliche Methode ist es [PeSt 77, MaBu 78, MaGi 78, SaLo 79, GoNa 80, KoBr 82], den Normierungsfaktor  $\lambda$  (Gleich. 4.3.7) als freien Parameter zu behandeln und an die Meßdaten anzupassen. Dies führt zu einer besseren Wiedergabe der experimentellen Wirkungsquerschnitte ( $\chi^2/F$  in Tabelle 5.2, Fall B) und zu besserer Konsistenz mit dem FB-Potential. Andererseits ist es ebenso denkbar, die leichten Unterschiede der Kernstruktur durch Änderung des Parameters  $\gamma$  (Gleich. 4.3.7) zu berücksichtigen. Wie Tabelle 5.2 (Fall C) verdeutlicht, ist dies bei  $^{50}\text{Ti}$  einer Anpassung von  $\lambda$  äquivalent. Dieser Befund wird verständlich, wenn man die Korrelationen zwischen  $\lambda$  und  $\gamma$  (siehe Fig. 4.7) berücksichtigt. Bei manchen Kernen, wie z.B.  $^{42,44}\text{Ca}$ , bevorzugen die Daten sogar eine Anpassung von  $\gamma$  anstelle von  $\lambda$  [GiRe 83]. In jedem Fall liegen derartige Variationen dieser Parameter aber weit innerhalb des von Fig. 4.7 vorgegebenen Äquivalenz-Bereichs. Als weitere Möglichkeit einer phänomenologischen Berücksichtigung der Änderung des Volumenintegrals bietet sich an, den Wert von  $\lambda$  aus dem Verhältnis der spezifischen Volumenintegrale der FB-Potentiale eines Kerns mit Massenzahl  $A$ ,  $J_V(A)$ , und des "Kalibrierungskerns"  $^{40}\text{Ca}$ ,  $J_V(^{40}\text{Ca})$ , zu berechnen

$$\lambda_V(A) = J_V(A) / J_V(^{40}\text{Ca}) \cdot 40/A \quad (5.1)$$

und wiederum  $\gamma$  an die Meßdaten anzupassen. Die entsprechenden Resultate für diesen Fall D sind ebenfalls in Tabelle 5.2 zusammengestellt. Auch hier ergibt sich Äquivalenz zu den anderen Möglichkeiten hinsichtlich des resultierenden RMS-Radius der Kernmaterieverteilung und - speziell bei dem Kern  $^{50}\text{Ti}$  - eine ausgezeichnete

Tabelle 5.2: Einfluß geringer Variationen der Parameter  $\lambda$  und  $\gamma$  des dichteabhängigen Terms der effektiven  $\alpha$ N-Wechselwirkung auf das resultierende Optische Potential und die Kernmaterie-Verteilung am Beispiel des  $^{50}\text{Ti}$ .

\* = Parameter wurde an die Meßdaten angepaßt.

Fall	$\chi^2/F$	$\lambda$	$\gamma$ (fm <sup>2</sup> )	$-J_V/4A$ (MeV fm <sup>3</sup> )	$\langle r_V^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ (fm)
-	1.6	- FB - Potential -		304.0+3.6	4.446+0.023	-
A	2.2	1.	1.645	317.0	4.527	3.623+0.030
B	1.8	0.988*	1.645	310.8	4.495	3.559+0.039
C	1.8	1.	1.680*	311.5	4.500	3.550+0.041
D	1.7	0.936	1.494*	304.7	4.468	3.551+0.044
E	1.7	0.968	1.574*	312.0	4.501	3.553+0.024

Konsistenz des Faltungspotentials mit dem empirischen FB-Potential. Ähnliche Untersuchungen der Fälle A-D an allen anderen Targetkernen ergaben [GiRe 83], daß nicht immer Fall D bevorzugt ist, sondern häufig auch C. Um dennoch alle Targetkerne einheitlich zu behandeln, wurde der Wert des Parameters  $\lambda$  als Mittelwert von  $\lambda = 1$  und  $\lambda_V$  anhand von Tabelle 5.1 festgelegt

$$\lambda = (1 + \lambda_V) / 2 \quad (5.2)$$

und der Parameter  $\gamma$  zusammen mit dem Imaginärteil des Optischen Potentials und mit den Parametern  $c_m$ ,  $a_m$  (siehe Glch. 2.12) einer Fermi-Form für die Kernmaterieverteilung an die Meßdaten angepaßt (Fall E).

Bei den anschließenden Analysen mit FB-Materiedichten wurden 6 bis 9 FB-Koeffizienten variiert und die Abschneideradien  $R'_C$  (Glch. 4.3.9) betragen  $R'_C = 6.5$  fm bis 7.5 fm. Mittelung der Resultate gemäß dem in Abschnitt 4.2.2 erläuterten Verfahren lieferten semimikroskopische Potentiale mit den in Tabelle 5.3 zusammengefaßten Eigenschaften.

Die Wiedergabe der differentiellen Wirkungsquerschnitte mit dem FB-Faltungsmodell ist in Fig. 5.4a,b dargestellt. Man erkennt in allen Winkelbereichen eine ausgezeichnete Übereinstimmung der berechneten Wirkungsquerschnitte mit den experimentellen Daten, was auch durch die Werte von  $\chi^2/F$  dokumentiert wird, die nur in einigen Fällen geringfügig über den kleinsten überhaupt erreichbaren Werten liegen (Tabelle 5.1). Bemerkenswert ist ebenfalls die gute Konsistenz zwischen den Faltungsmodell-Potentialen und den phänomenologischen FB-Potentialen. Hierbei ist noch zu berücksichtigen, daß diese Konsistenz in Einzelfällen (wie in Tabelle 5.2 für  $^{50}\text{Ti}$  demonstriert) noch verbessert werden kann, wenn man davon absieht, alle Kerne in einheitlicher Weise hinsichtlich der Dichteabhängigkeit zu behandeln. Diese ausgezeichnete Übereinstimmung bei allen Targetkernen ist die beste Rechtfertigung des verwendeten Reaktionsmodells, das - aus fundamentalerer Sicht - stark vereinfacht erscheinen mag. Eine so gute Konsistenz wurde - nach unserem Wissen - bisher von keinem anderen mikroskopischen Reaktionsmodell für die elastische Streuung von  $\alpha$ -Teilchen erzielt, vor allem nicht bei experimentellen Daten der hier vorliegenden Genauigkeit.

Tabelle 5.3: Integrale Momente des reellen und imaginären Potentials aus Faltungsmodellanalysen mit FB-Kernmateriedichten. Die beiden letzten Spalten zeigen die benutzten Werte der Parameter  $\lambda$  und  $\gamma$  (Gleich. 4.3.7)

Target	$\chi^2/F$	$J_V/4A$ (MeV fm <sup>2</sup> )	$\langle r_V^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_V^4 \rangle^{1/4}$ (fm)	$\langle r_V^6 \rangle^{1/6}$ (fm)	$J_W/4A$ (MeV. fm <sup>3</sup> )	$\langle r_W^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\lambda$	$\gamma$ (fm <sup>2</sup> )
<sup>40</sup> Ca	2.1	320.5	4.350	4.839	5.287	102.3	4.908	1.000	1.645
<sup>42</sup> Ca	2.8	316.7	4.397	4.870	5.299	110.2	4.931	0.987	1.680
<sup>43</sup> Ca	2.0	317.2	4.403	4.894	5.339	106.3	4.994	0.975	1.569
<sup>44</sup> Ca	2.8	312.0	4.416	4.888	5.315	112.4	4.965	0.983	1.670
<sup>48</sup> Ca	2.3	319.6	4.485	4.988	5.446	95.4	5.099	1.000	1.568
<sup>50</sup> Ti	1.7	312.0	4.501	4.971	5.395	96.3	5.044	0.968	1.574
<sup>51</sup> V	2.2	317.2	4.553	5.023	5.442	94.7	5.112	0.971	1.539
<sup>52</sup> Cr	1.4	302.2	4.480	4.963	5.400	97.3	5.073	0.963	1.573

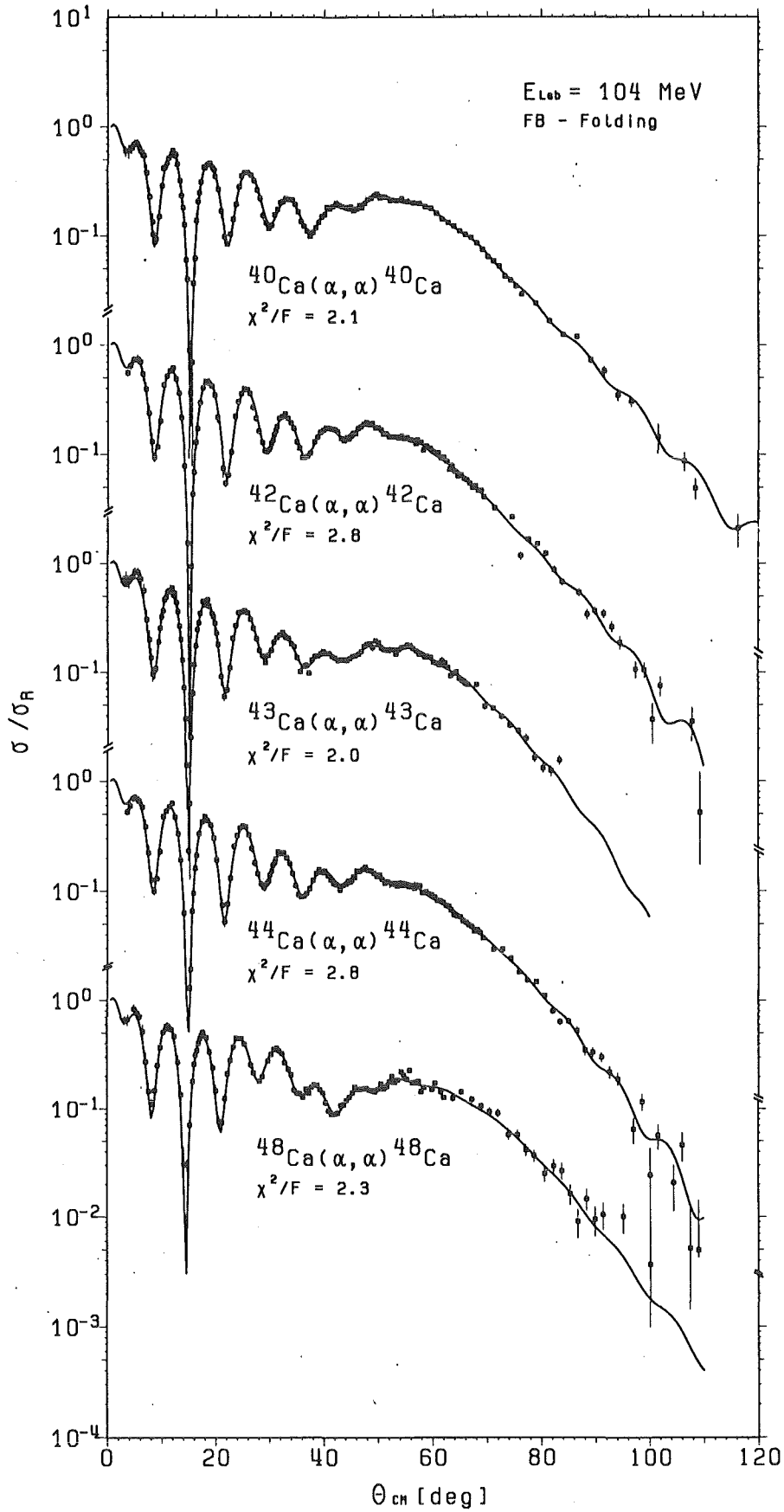


Fig. 5.4 a: Differentielle Wirkungsquerschnitte (dividiert durch die Rutherford-Streuquerschnitte) der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung an  $^{40,42,43,44,48}\text{Ca}$  und Beschreibung durch das FB-Faltungsmodell (durchgezogene Linien)

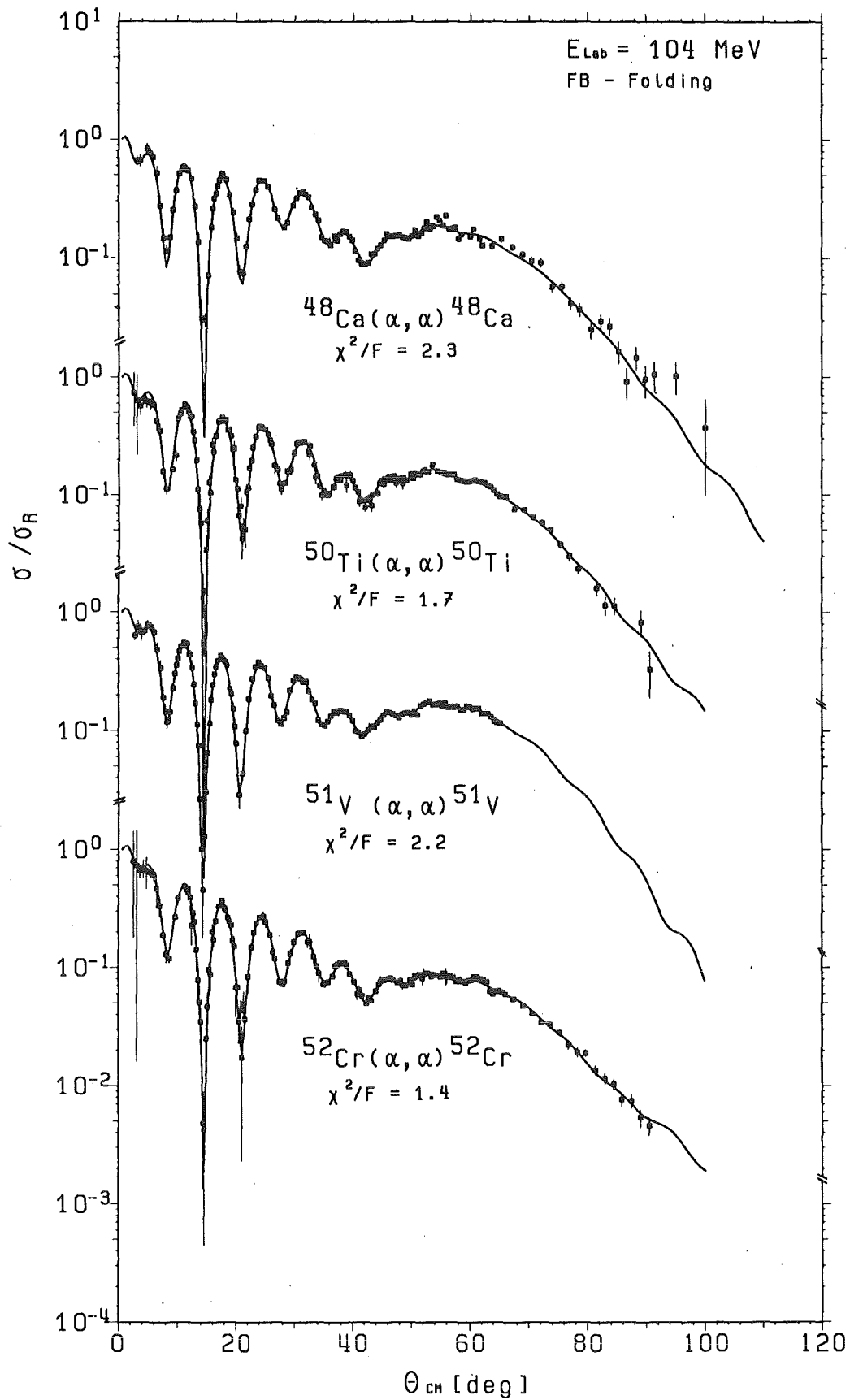


Fig. 5.4 b: Differentielle Wirkungsquerschnitte (dividiert durch die Rutherford-Streuquerschnitte) der elastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung an  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{50}\text{Ti}$ ,  $^{51}\text{V}$ ,  $^{52}\text{Cr}$  und Beschreibung durch das FB-Faltungsmodell (durchgezogene Linien)



### 5.2.2 Unterschiede der Kernmaterieverteilungen

Die in direkter Form aus den Faltungsmodell-Analysen gewonnenen RMS-Radien der Kernmaterieverteilungen  $\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$  sind in Tabelle 5.4 den entsprechenden Radien der Protonenverteilungen  $\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$  gegenübergestellt, die man gemäß Gleichung (2.10 b) aus den experimentellen Ladungsradien [WoSh 81] berechnet. Aus den jeweiligen Werten von  $\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$  und  $\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$  sind zusätzlich die entsprechenden RMS-Radien der Neutronenverteilungen  $\langle r_n^2 \rangle^{1/2}$  abgeleitet worden (letzte Spalte). Zum Vergleich wurden auch die RMS-Radien der Kernmaterieverteilung aus den FB-Potentialen (Tabelle 5.1) gemäß Gleichung (4.3.8) berechnet. Diese "implizite Faltungsinterpretation" basiert - wie in Abschnitt 4.3 erwähnt - auf der Annahme einer *dichteunabhängigen* Wechselwirkung. Dennoch stimmen die so berechneten Materieradien bis auf wenige Ausnahmen recht gut mit den direkt im Faltungsmodell bestimmten Werten überein, was das Verfahren neuerlich rechtfertigt. Die Ursache hierfür ist, daß die Dichteabhängigkeit hauptsächlich das Volumenintegral des Faltungspotentials und weniger die radialen Momente beeinflusst [MaGi 80], eine Beobachtung, die bei der hier benutzten Form der LDA besonders deutlich hervortritt.

Im Gegensatz zu den Radien der Protonenverteilungen steigen die Radien der Kernmaterie- und Neutronenverteilungen der geradzahigen Ca-Isotope monoton mit der Massenzahl an. Die Kernmaterieradien der Isotonenkette mit gerader Massenzahl hingegen sind annähernd konstant. Einen deutlichen Unterschied zwischen den Radien der Protonen- und Neutronenverteilung findet man bei den Kernen mit gerader Massenzahl nur für  $^{48}\text{Ca}$ . Die für diesen Kern abgeleitete Differenz deutet auf eine "Neutronenhaut" dieses Kernes hin.

Die extrahierten Werte für die Kernmaterieradien der Kerne mit ungerader Massenzahl  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{51}\text{V}$  sind besonders bemerkenswert. In beiden Fällen sind die Radien der Kernmaterie größer als die ihrer jeweils benachbarten geradzahigen Isotope bzw. Isotone, ein Effekt, der beim  $^{51}\text{V}$  besonders ausgeprägt ist. Dieses Verhalten steht im Gegensatz zu den bekannten Schwankungen ("odd-even staggering") der Kernladungsradien zwischen Isotopen mit gerader

Tabelle 5.4: RMS-Radien der Kernmaterieverteilungen aus Faltungsmodell-Rechnungen mit FB-Dichten (Spalte 3) und aus impliziten Faltungs-Interpretationen der Optischen Potentiale aus Tabelle 5.1 (Spalte 4). In den letzten beiden Spalten sind die RMS-Radien der Protonenverteilungen [WoSh 81] und der Neutronenverteilungen angegeben, die gemäß Glch. (2.10. b) aus den Spalten 3 und 5 berechnet wurden

Target	Faltungsmodell		Implizite Faltungs- Interpretation		Protonen		Neutronen	
	$\chi^2/F$	$\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ (fm)		$\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$ (fm)		$\langle r_n^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	
$^{40}\text{Ca}$	2.1	(3.38 $\pm$ 0.02)	3.37	(fest)	3.386		(3.37 $\pm$ 0.04)	
$^{42}\text{Ca}$	2.8	3.43 $\pm$ 0.02	3.41		3.422		3.45 $\pm$ 0.04	
$^{43}\text{Ca}$	2.0	3.48 $\pm$ 0.03	3.37		3.410		3.54 $\pm$ 0.06	
$^{44}\text{Ca}$	2.8	3.45 $\pm$ 0.02	3.45		3.439		3.46 $\pm$ 0.04	
$^{48}\text{Ca}$	2.3	3.51 $\pm$ 0.03	3.58		3.409		3.58 $\pm$ 0.05	
$^{50}\text{Ti}$	1.7	3.55 $\pm$ 0.02	3.50		3.529		3.56 $\pm$ 0.04	
$^{51}\text{V}$	2.2	3.63 $\pm$ 0.03	3.59		3.521		3.72 $\pm$ 0.07	
$^{52}\text{Cr}$	1.4	3.54 $\pm$ 0.02	3.52		3.549		3.54 $\pm$ 0.04	

und ungerader Massenzahl, wobei die letzteren im allgemeinen kleinere Ladungsradien haben als ihre geradzahligen Nachbarn. Zur Veranschaulichung sind die Radien der Protonen-, Neutronen- und Kernmaterieverteilungen aus Tab. 5.4 in Fig. 5.5 noch einmal graphisch dargestellt.

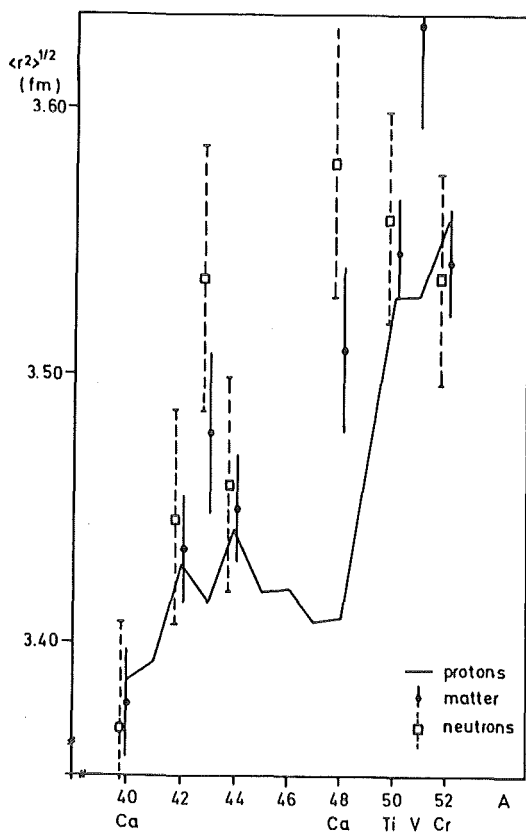


Fig. 5.5:  
RMS-Radien der Protonen-, Neutronen- und Kernmaterieverteilungen von Kernen der  $1f_{7/2}$ -Schale.

Beispiele für die radiale Form der Kernmaterieverteilungen sind in Fig. 5.6 dargestellt. Man erkennt deutliche Strukturen sowohl im Kerninneren als auch an der Kernoberfläche, die ohne Verwendung der FB-Methode (Gleich. 4.3.9) verborgen geblieben wären, was die Notwendigkeit dieser flexiblen Parametrisierung eindrucksvoll unterstreicht.

Differenzen zwischen den Kernmaterieverteilungen der Ca-Isotopenkette (linke Spalte) und der  $N = 28$  Isotonenkette (rechte Spalte) werden in Fig. 5.7 gezeigt. Wie im Fall der Potential-Differenzen (Fig. 5.3) wurden die Differenzen mit  $4\pi r^2$  multipliziert, um die Schalenstruktur hervorzuheben. Obwohl die Fehlerbänder der Dichtedifferenzen wesentlich größer sind als die der Potentialdifferenzen, treten doch deutliche Strukturen hervor, deren all-

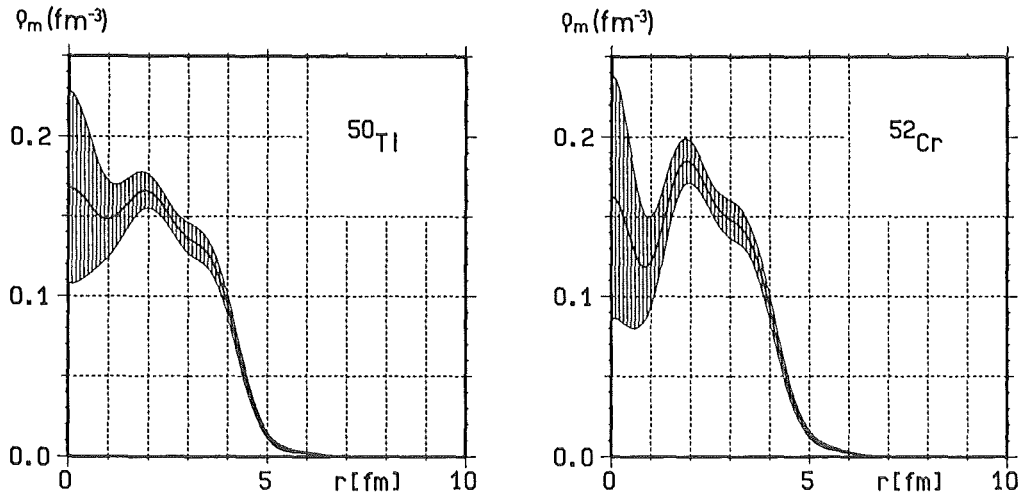


Fig. 5.6: Kernmaterieverteilungen von  $^{50}\text{Ti}$  und  $^{52}\text{Cr}$  mit Fehlerband (schraffierte Fläche) aus Faltungsmodell-Analysen.

gemeiner Trend mit den Potentialdifferenzen konsistent ist. Allerdings sind die Strukturen in den Dichtedifferenzen deutlich schärfer, was auf die glättende Wirkung des Faltungsintegrals zurückzuführen ist. Wie aus dem Verfahren zur Bestimmung der Fehlerbänder klar wird (siehe Abschnitte 4.2.2 und 4.3.3), besagen diese nicht, daß jede beliebige Kurve innerhalb der Einhüllenden eine realistische Dichtedifferenz darstellt, sondern nur bestimmte Kurven, die sich aus den Normierungsbedingungen und den Korrelationen zwischen den verschiedenen radialen Bereichen ergeben. Um diese Einschränkung zu verdeutlichen, sind bei der interessanten Differenz  $^{48}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$  als gestrichelte Kurven zwei besondere Lösungen eingezeichnet, die sich aus bestimmten Kombinationen von  $N'$  und  $R'_C$  ergeben.

Die Dichtedifferenzen der Ca-Isotope mit gerader Massenzahl haben ähnliche Formen, die durch drei Maxima bei  $r \approx 2.4, 3.8, 5.5$  fm und einem negativen Bereich um  $r \approx 1.3$  fm gekennzeichnet sind. Das herausragende Maximum bei  $r \approx 3.8$  fm fällt mit der radialen Lage der  $1f_{7/2}$  Nukleonen zusammen, die z.B. mit Hilfe magnetischer Elektronenstreuung [PlBe 82] oder mit Transferreaktionen [DuHa 80] bestimmt wurde. Die kleineren Maxima bei

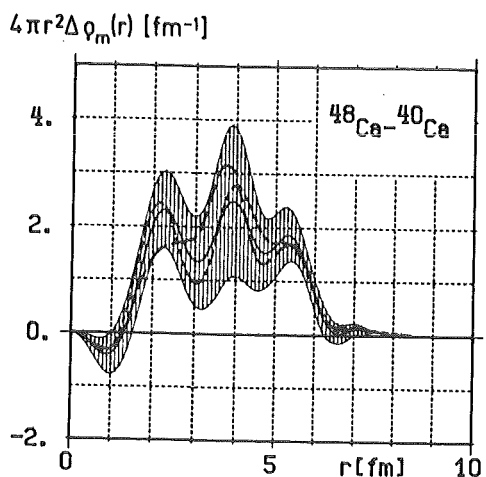
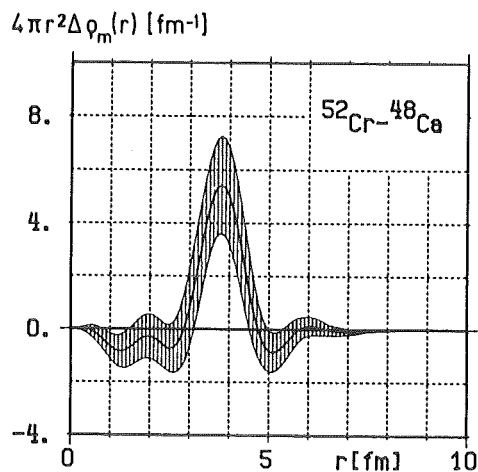
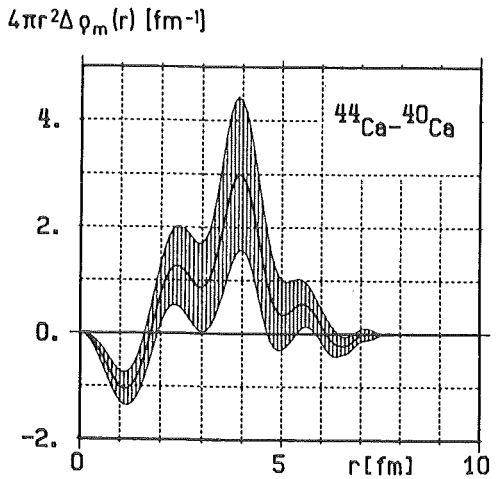
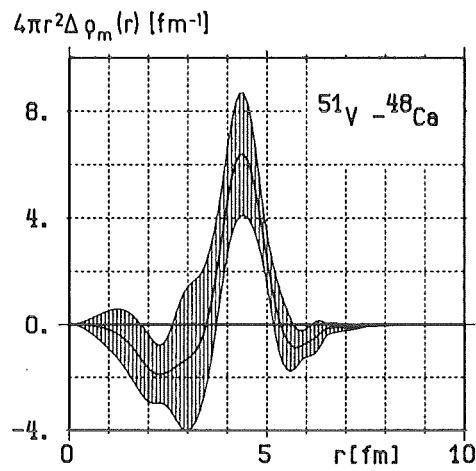
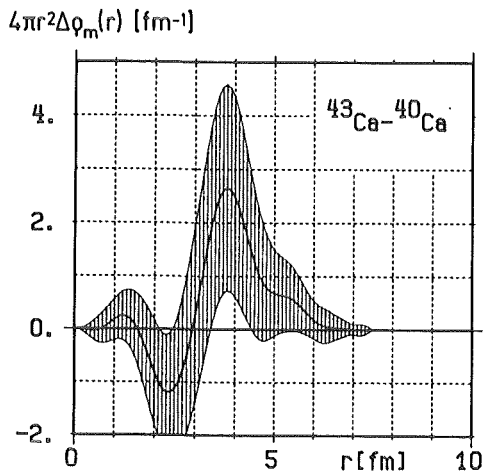
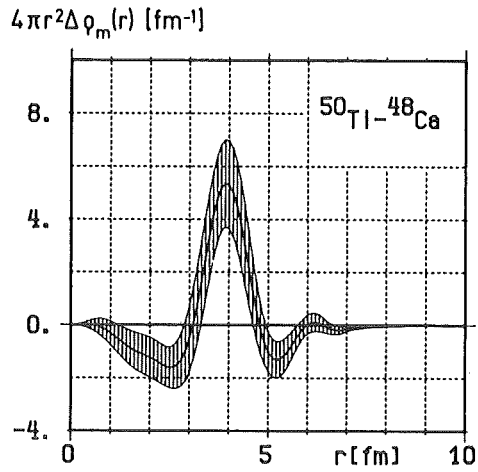
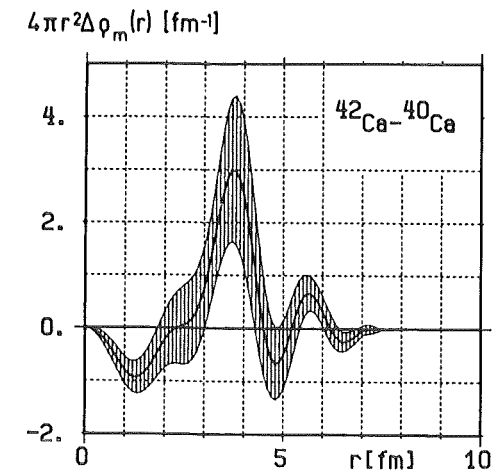


Fig. 5.7: Unterschiede zwischen den Kernmateriedichten der Ca-Isotope (linke Spalte) und der N=28-Isotone (Rechte Spalte) mit Fehlerband (schraffierte Flächen). Man beachte die unterschiedlichen Skalen der Ordinaten.

$r \approx 2.4$  und  $5.5$  fm können als Beimischungen anderer Schalen interpretiert werden. Trotz des relativ großen Fehlerbandes ergibt sich aus Fig. 5.7 deutlich, daß die acht Überschuß-Neutronen in  $^{48}\text{Ca}$  über ein breites radiales Gebiet verteilt sind. Eine derart verbreiterte Verteilung deutet sich bereits bei  $^{44}\text{Ca}$  an; von den vier dazu hinzugefügten Neutronen ist offenbar nur ein geringer Teil im Gebiet der  $1f_{7/2}$ -Schale lokalisiert.

Die Kernmaterieverteilungen der Isotone mit gerader Massenzahl sind ebenfalls durch ein ausgeprägtes Maximum bei  $r \approx 3.9$  fm gekennzeichnet. Im Gegensatz zur Isotopenkette beobachtet man aber negative Bereiche in den Differenzen um  $r \approx 2.5$  fm und  $r \approx 5.5$  fm. Diese negativen Zonen müssen in erster Linie der ungewöhnlichen Dichteverteilung von  $^{48}\text{Ca}$  zugeschrieben werden, bei der erhebliche Anteile von Kernmaterie um  $r = 2.5$  und  $5.5$  fm konzentriert sind, die offenbar in den Bereich der  $1f_{7/2}$ -Schale bei  $r = 3.9$  fm verschoben werden, wenn zusätzliche Protonen zum Aufbau von  $^{50}\text{Ti}$  und  $^{52}\text{Cr}$  hinzugefügt werden. Um das scheinbar unterschiedliche Verhalten der Isotope und Isotone aufzuklären, werden in Fig. 5.8 die Kernmateriedichten der Isotone mit  $^{40}\text{Ca}$  verglichen. Hier erkennt man, daß auch in der Isotonenkette kontinuierlich das Verhalten fortgesetzt wird, das sich in den Differenzen der Ca-Isotope offenbart. Das Hauptmaximum an der radialen Position der  $1f_{7/2}$ -Schale, das in der Stufe von  $^{44}\text{Ca}$  nach  $^{48}\text{Ca}$  nur geringfügig (oder gar nicht)

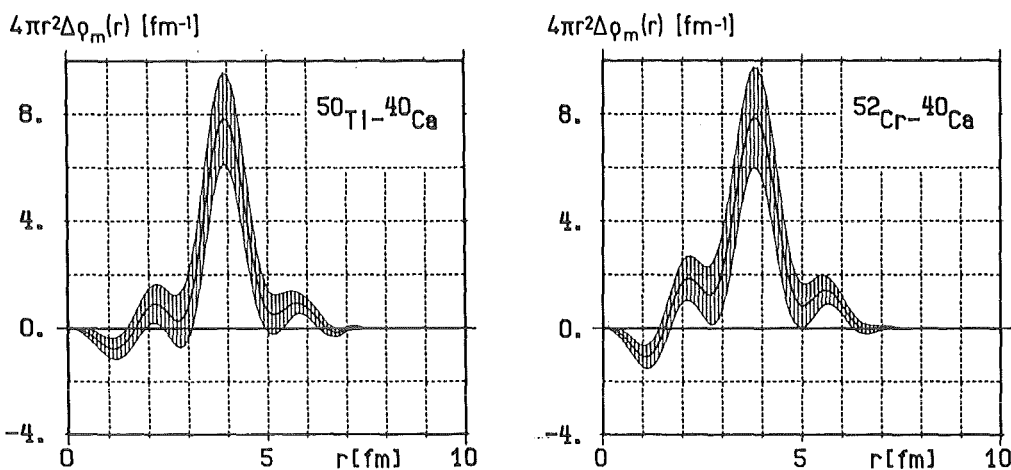


Fig. 5.8: Differenzen der Kernmateriedichten zwischen den  $N=28$  Isotonen und  $^{40}\text{Ca}$ .

aufgefüllt wurde, wird beim weiteren Hinzufügen von Protonen kontinuierlich größer, während die beiden kleineren Maxima weiterhin zu beobachten sind, die in  $^{48}\text{Ca}$  am größten sind.

Die Differenzen zwischen den Kernen mit ungerader Massenzahl  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{51}\text{V}$  und den jeweiligen Rumpfkernen  $^{40,48}\text{Ca}$  fügen sich im Großen und Ganzen kontinuierlich in die jeweilige Kette der geradzahligigen Kerne ein und unterscheiden sich demzufolge untereinander in ähnlicher Form, wie die Kette der Isotope von der Isotonenkette. Während die Differenz  $^{43}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$  verhältnismäßig breit ist, beobachtet man in der Differenz  $^{51}\text{V} - ^{48}\text{Ca}$  ein scharfes Maximum von zusätzlichen Nukleonen im Bereich um  $r \approx 4.5 \text{ fm}$  in  $^{51}\text{V}$ .

Beim Vergleich der Differenzen zwischen den Kernmateriedichten mit den entsprechenden Differenzen der Optischen Potentiale (Fig. 5.3) fällt auf, daß trotz der qualitativen Ähnlichkeit keine einfache Verknüpfung (etwa durch einen Normierungsfaktor) zwischen diesen beiden Größen existiert. Neben der glättenden Wirkung des Faltungsintegrals (Gleich. 4.3.3) wird der Vergleich durch die Dichteabhängigkeit der effektiven  $\alpha\text{N}$ -Wechselwirkung (Gleich. 4.3.7) weiterhin erschwert. Infolgedessen sind Fig. 5.3 und Fig. 5.7 nicht durch eine einfache Faltung verknüpft. Die geringen Renormierungen der Potentiale hinsichtlich ihrer unterschiedlichen Volumenintegrale und die Adjustierungen der Parameter  $\lambda$  und  $\gamma$  machen eine Beziehung zwischen den Differenzen der Potentiale und der Dichten noch komplizierter. Schlußfolgerungen über Form und Ausdehnung von Kernmaterieverteilungen, die allein aus Optischen Potentialen gezogen werden, sollten daher mit äußerster Zurückhaltung interpretiert werden.

## 6. DISKUSSION

### 6.1 Vergleich mit anderen hadronischen Experimenten

Die Nukleonverteilungen der Ca-Isotope mit gerader Massenzahl wurden schon in einer Reihe anderer Experimente mit stark wechselwirkenden Proben untersucht. Zum Vergleich mit den vorliegenden Resultaten werden zwei neuere Experimente diskutiert, die jeweils den derzeitigen Stand der entsprechenden Methode repräsentieren und von denen man annehmen kann, daß sie auf ähnliche Größen empfindlich sind, wie die hier beschriebenen Experimente.

Der radiale Verlauf der Neutronenverteilungen von  $^{42,44,48}\text{Ca}$  wurde von Ray und Mitarbeitern [RaHo 81] mit Hilfe der Streuung von polarisierten Protonen bei  $E_p = 800$  MeV untersucht. Ausschnitte aus den Resultaten dieser Arbeit sind im Abschnitt 2.3 (Fig. 2.4) dargestellt. Addiert man zu den dort gefundenen Differenzen der Neutronenverteilungen die entsprechenden Differenzen der Protonenverteilungen (aus elektromagnetischen Untersuchungen, z.B. [Woh 79]), so erhält man Differenzen der Kernmaterieverteilungen, die mit den in Fig. 5.7 gezeigten vergleichbar sind. Unter Berücksichtigung der Fehlerbänder beider Experimente stimmen die jeweiligen Differenzen  $^{42}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$  und  $^{44}\text{Ca} - ^{48}\text{Ca}$  vollständig überein. Bei der Differenz  $^{48}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$  ergeben sich hingegen Abweichungen in den radialen Bereichen um  $r = 2.3$  fm und  $r = 5.5$  fm, wo im vorliegenden Fall Maxima beobachtet werden, die bei den Analysen der Protonen-Streuung nicht auftauchen. Obwohl die Abweichungen im Rahmen einer Konfidenz von 67 % noch nicht als Widerspruch zwischen den beiden Experimenten interpretiert werden können, erhebt sich die Frage nach deren Ursache. Als wesentlicher Gesichtspunkt ist hierbei die Tatsache zu nennen, daß bei der Analyse der Protonen-Streuung die Neutronendichteverteilungen durch einfache analytische Funktionen (3-Parameter Fermi-Verteilung) dargestellt wurden, deren Parameter an die Meßdaten angepaßt wurden. Die mit dieser Parametrisierung vorgegebenen Zwänge und Kopplungen zwischen verschiedenen radialen Bereichen verhindern das Aufspüren von Strukturen in den Dichteverteilungen, wie im vorliegenden Fall mit Hilfe der FB-Methode. Dies wurde in einer zusätzlichen Analyse der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung besonders deutlich, die hinsichtlich der Behandlung der Dichteverteilung und der Berechnung



von deren Fehler genau der Methode von Ray und Mitarbeitern [RaHo 81] folgte. Dabei ergab sich eine Dichtedifferenz der Kernmaterieverteilungen von  $^{48}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$ , die in voller Übereinstimmung mit Fig. 2.4 ist. Allerdings war die Wiedergabe der experimentellen Daten, charakterisiert durch Werte von  $\chi^2/F = 2.5$  für  $^{40}\text{Ca}$  und  $\chi^2/F = 2.9$  für  $^{48}\text{Ca}$ , und die Übereinstimmung der Faltungspotentiale mit den FB-Potentialen schlechter als bei den in Abschnitt 5.2.2 beschriebenen Ergebnissen mit den flexibleren FB-Dichten. Außerdem waren in den Analysen mit 3-Parameter Fermi-Verteilungen die extrahierten Fehler der Dichten und deren radialer Momente kleiner als bei den FB-Analysen, was den Verdacht aufkommen läßt, daß auch die in [RaHo 81] angegebenen Fehler unterschätzt sein könnten.

Systematische Untersuchungen der radialen Form der Neutronen- oder Kernmaterieverteilungen der  $1f_{7/2}$ -Isotonenkette liegen in der Literatur nicht vor. Gleiches gilt für die Kerne mit ungerader Massenzahl  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{51}\text{V}$ , die hier erstmals untersucht wurden.

Integrale Momente der Neutronenverteilungen - bevorzugt RMS-Radien - wurden von Friedman [Fri 84] aus der Analyse der Röntgenstrahlung pionischer Atome für die hier interessierenden Kerne mit gerader Massenzahl gewonnen. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 6.1 den Ergebnissen dieser Arbeit und der oben diskutierten Protonen-Streuexperimente sowie neueren Ergebnissen aus der Analyse der Pionen-Streuung gegenübergestellt. Man erkennt eine mit wenigen Ausnahmen gute Übereinstimmung der verschiedenen Methoden. In einigen Fällen (wie z.B.  $^{50}\text{Ti}$ ) sind die Resultate aus den Analysen der pionischen Atome in sich inkonsistent (d.h. Linienverschiebung und Linienbreite werden nicht gleichzeitig reproduziert), so daß Abweichungen von den anderen Methoden in diesen Fällen nicht verwunderlich sind und u.U. auf systematischen experimentellen Fehlern beruhen.

## 6.2 Verteilung von Kernladung und Kernmaterie

-----

Zur Interpretation der in Fig. 5.7 dargestellten Differenzen der Kernmaterieverteilungen ist das entsprechende Verhalten der Kernladungsverteilungen und der daraus abzuleitenden Protonenverteilungen von Bedeutung, denn das Verhalten der Kernmaterie wird nur aus dem Zusammenspiel von Protonen und Neutronen verständlich.

Tabelle 6.1 Vergleich der RMS-Radien der Neutronenverteilungen mit anderen Experimenten (Werte in fm)

Methode	$(\alpha, \alpha)$	$(\vec{p}, \vec{p})$	$(\pi^+, \pi^+)$	$\pi$ -Atome
Referenz	diese Arbeit	[RaHo 81]	[BoBr 84]	[Fri 84]
Dichte	FB	F3	F3	F2
$^{40}\text{Ca}$	3.37(4)	3.38(4)	3.32(2)	3.35(1)
$^{42}\text{Ca}$	3.45(4)	3.42(4)	3.33(5)	3.46(3)
$^{43}\text{Ca}$	3.54(6)			
$^{44}\text{Ca}$	3.46(4)	3.49(5)	3.49(10)	3.47(3)
$^{48}\text{Ca}$	3.58(5)	3.58(4)	3.55(3)	3.53(3)
$^{50}\text{Ti}$	3.56(4)			3.67(3)
$^{51}\text{V}$	3.72(7)			
$^{52}\text{Cr}$	3.54(4)			3,72(1)

In Fig. 6.1 sind die Kernladungsverteilungs-Differenzen zwischen  $^{42,44}\text{Ca}$  und  $^{40}\text{Ca}$  sowie zwischen  $^{50}\text{Ti}$ ,  $^{52}\text{Cr}$  und  $^{48}\text{Ca}$  dargestellt [Woh 79, Emr 83, LiBe 83]. (Die Ladungsdifferenz  $^{48}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$  wurde zu Demonstrationszwecken bereits in Abschnitt 2.2, Fig. 2.2a gezeigt). Man erkennt sofort den weniger stark strukturierten Verlauf dieser Dichtedifferenzen, der sich aus der glättenden Wirkung der Faltung über die Ladungsverteilung des Protons (Glch. 2.5) ergibt, die annähernd so stark ist wie die Glättung beim Übergang von der Kernmaterieverteilung zum Optischen Potential (Glch.4.3.3).

In der Isotopenkette, wo die Kernladung konstant ist, ergibt sich beim Vergleich von  $^{42,44}\text{Ca}$  mit  $^{40}\text{Ca}$  im wesentlichen eine Verschiebung von Ladung aus dem Kerninnern in die Oberflächenzone um  $r \approx 3.8$  fm, wo gemäß Fig. 5.7 auch der wesentliche Anteil der zusätzlichen Neutronen angelagert wird. Selbst die kleinen Maxima bei  $r \approx 5.5$  fm in Fig. 5.7 werden durch Fig. 6.1 bestätigt. Auf den ersten Blick ließe sich somit diese Verschiebung der Kernladung (Protonen) in den Fällen  $^{42,44}\text{Ca}$  als eine Polarisierung der Protonen durch die Neutronen infolge der größeren Stärke der np-Wechselwirkung gegenüber der nn- und pp-Wechselwirkung interpretieren. Dabei fällt allerdings auf, daß in  $^{44}\text{Ca}$  ein erheblicher Teil der Kern-

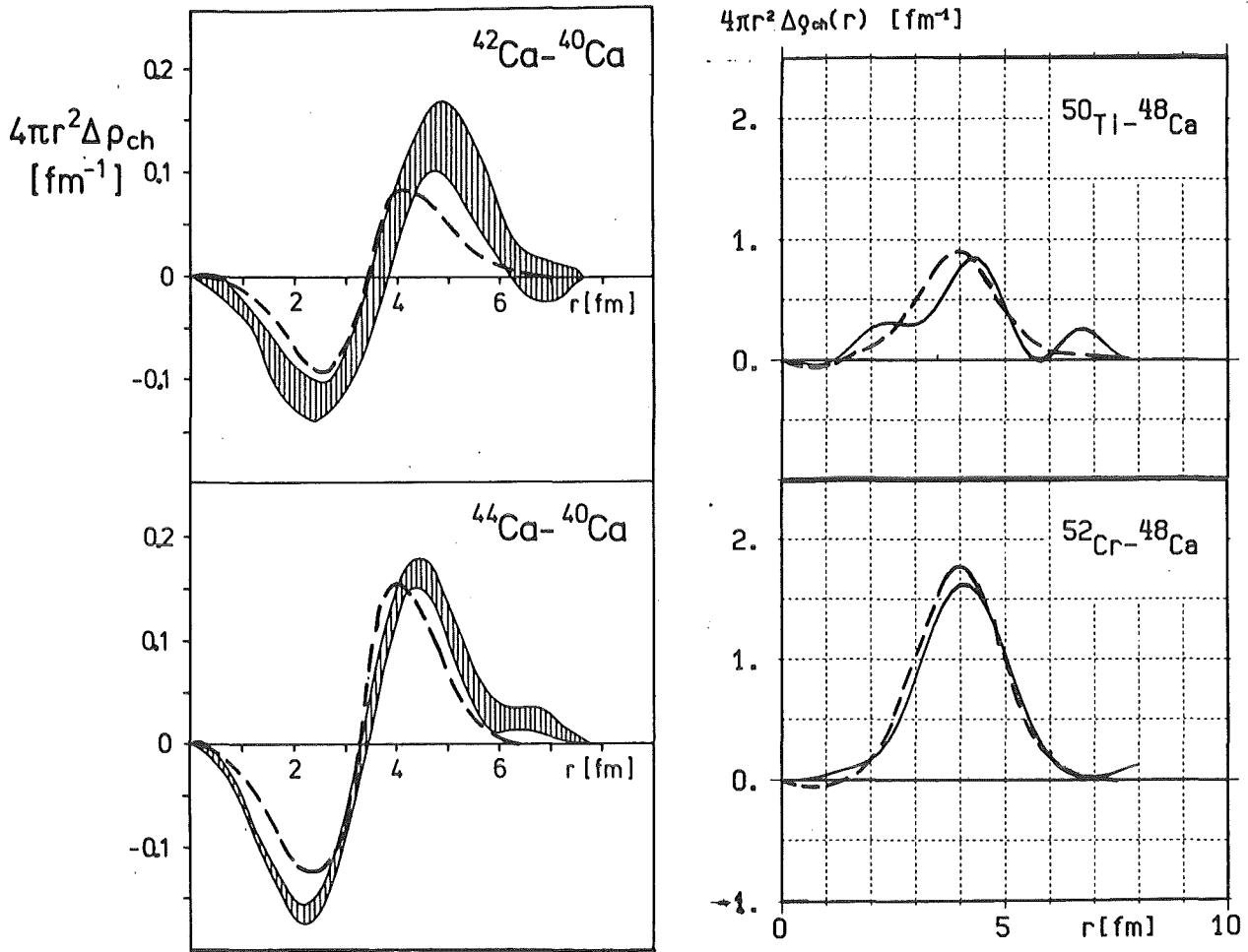


Fig. 6.1: Differenzen der Kernladungsverteilungen von  $^{42,44}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$  (links) und von  $^{50}\text{Ti}$ ,  $^{52}\text{Cr} - ^{48}\text{Ca}$  (rechts) mit Fehlerband im Vergleich zu berechneten Protonendifferenzen (gestrichelt). Ca-Isotope: [Woh 79, BrMa 81] Isotone: [Woh 79, FrRe 84]

materie in einem radialen Bereich um  $r \approx 2.4 \text{ fm}$  angelagert ist, aus dem gerade der wesentliche Anteil der Protonen gegenüber  $^{40}\text{Ca}$  verlorengeht.

Besondere Aufmerksamkeit verdient der Kern  $^{48}\text{Ca}$ , sowohl als Schalenabschluß der Isotopenkette als auch als Rumpfkern der Isotonenkette. Im Gegensatz zu  $^{42,44}\text{Ca}$  wird hier nicht nur Kernladung aus dem Innern des Kerns an die Oberfläche verschoben, sondern auch ein erheblicher Teil der Ladung aus dem äußersten Rand der Ladungsverteilung nach innen in den Oberflächenbereich verlagert

(siehe Fig. 2.2a), was zur Abnahme des Kernladungsradius von  $^{48}\text{Ca}$  gegenüber  $^{44}\text{Ca}$  führt. Demgegenüber besagt die Differenz der Kernmaterieverteilungen  $^{48}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$ , daß die acht zusätzlichen Neutronen in  $^{48}\text{Ca}$  über einen weiten radialen Bereich verteilt sind, mit leichter Bevorzugung der Zone um  $r \approx 3.8$  fm. Wie bereits in  $^{44}\text{Ca}$  im Ansatz zu beobachten, befindet sich dabei ein wesentlicher Anteil der zusätzlichen Neutronen gerade in den radialen Bereichen ( $r \approx 2.3$  und  $r \approx 5.5$  fm), in denen der Anteil der Protonen verringert ist. Dieses Verhalten, das zur Ausbildung der "Neutronenhaut" führt, wird mit der oben erwähnten einfachen Polarisierungshypothese nicht verstanden, sondern erfordert weitergehende Interpretationen. Ein Hinweis darauf könnte noch die Tatsache geben, daß die Minima in den Differenzen der Kernmaterieverteilungen annähernd mit Nullstellen in den Kernladungsdifferenzen zusammenfallen. Dies besagt, daß es offenbar radiale Gebiete gibt, in denen sich weder die Protonen- noch die Neutronendichte merklich ändert (Zwischenräume zwischen den Schalen).

Die Differenzen der Kernladungsverteilungen der Ca-Isotope stehen in gutem Einklang mit theoretischen Vorhersagen des Schalenmodells [BrMa 79] und verschiedener Hartree-Fock-Rechnungen [Neg 70, NeVa 70, CaSp 72, DeGo 80, FrRe 84], wie Fig. 6.1 zeigt. Dies mag zum Teil daran liegen, daß die verwendeten effektiven Kräfte unter anderem an die Kernladungsradien angepaßt wurden [BrMa 70]. Beim Vergleich der Kernmaterieverteilungen mit den entsprechenden theoretischen Vorhersagen tauchen jedoch deutliche Diskrepanzen auf (siehe Fig. 6.2), wie auch schon in früheren Arbeiten beobachtet wurde (siehe Fig. 2.4).

In der Isotonenkette ist die Anzahl der Neutronen konstant, was häufig zu der Ansicht führt, Differenzen der Kernmaterieverteilungen sollten weitgehend identisch sein mit Differenzen der Protonenverteilungen. Daß dies durchaus nicht der Fall sein muß, zeigen die Änderungen der Protonenverteilungen in der Isotopenreihe (trotz konstanter Protonenzahl). Berücksichtigt man wiederum die glättende und ausschmierende Wirkung von Gleichung (2.5), so stimmt die Differenz der Kernmaterieverteilungen  $^{52}\text{Cr} - ^{48}\text{Ca}$  recht gut mit der entsprechenden Ladungsdifferenz überein, was besagt, daß die Neutronenverteilungen beider Kerne ähnlich sind. Ganz unterschiedliches Verhalten von Kernmaterie und Kernladung beobachtet

man hingegen beim Übergang von  $^{48}\text{Ca}$  nach  $^{50}\text{Ti}$ . Die Struktur der Ladungsdifferenz  $^{50}\text{Ti} - ^{48}\text{Ca}$  (Fig. 6.1) läßt sich mit Hilfe von Fig. 2.2a verstehen. Die Maxima in Fig. 6.1 bei  $r \approx 2.2$  fm und  $r \approx 6.5$  fm kennzeichnen offenbar eine Aufhebung der in  $^{48}\text{Ca}$  vorliegenden Polarisation der Kernladung. Demzufolge bleibt die Höhe des Hauptmaximums bei  $r \approx 4.3$  fm gering. Gleichzeitig mit der Anlagerung der Protonen findet beim Übergang  $^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{50}\text{Ti}$  eine erhebliche Umordnung der Neutronen statt. Mit Beginn des Auffüllens der Protonenschale verlagern sich die zuvor über einen weiten radialen Bereich verteilten Neutronen weitgehend in eine schmale Zone um  $r \approx 4$  fm. Um dies zu verdeutlichen, wurde aus den experimentellen Ladungsdichten von  $^{48}\text{Ca}$  [EmFr 83] und  $^{50}\text{Ti}$  [Woh 79] die Protonendichten gemäß Glch. (2.5) berechnet und von den Kernmateriedichten subtrahiert, um die entsprechenden Neutronendichten zu gewinnen (Glch. 2.4). Die Differenz der Neutronendichten  $^{50}\text{Ti} - ^{48}\text{Ca}$ , die den Umordnungsprozeß charakterisiert, ist in Fig. 6.3 dargestellt. Diese Umordnung der Neutronen ist eine der interessantesten Phänomene der Nukleonendichten der Kerne mit gerader Massenzahl in der  $1f_{7/2}$ -Schale. Theoretische Modelle [FrRe 84], die noch das Verhalten der

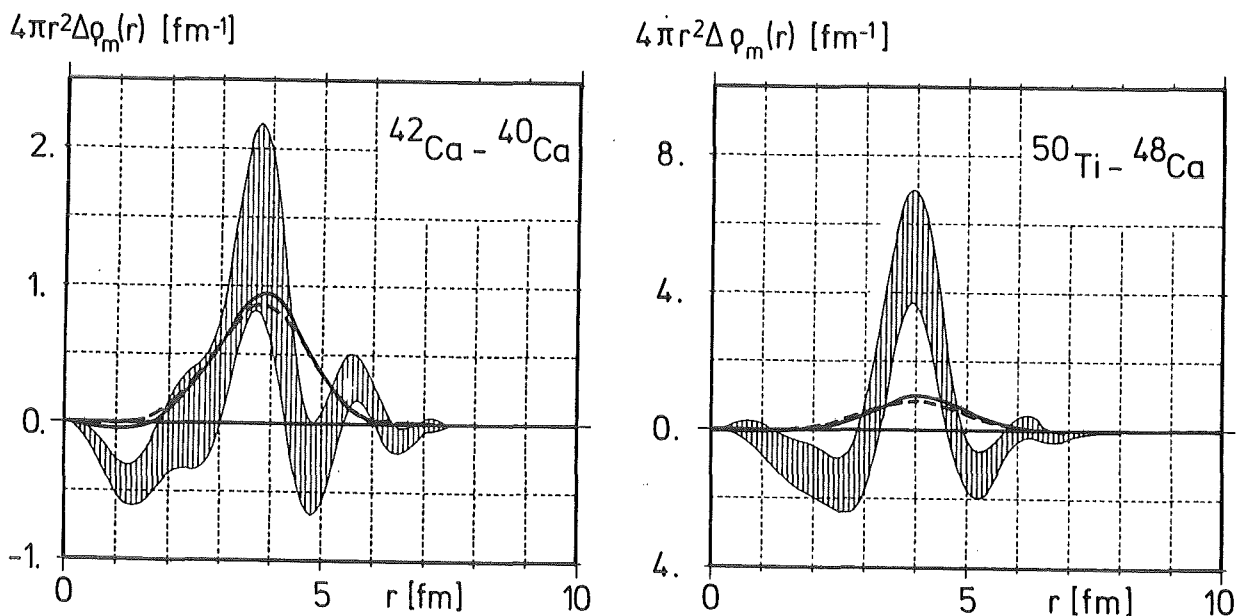


Fig. 6.2 Vergleich der Kernmateriedifferenzen  $^{42}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$  und  $^{50}\text{Ti} - ^{48}\text{Ca}$  mit Hartree-Fock-Rechnungen der Kernmaterie - (durchgezogene Linien) und Neutronen - (Ca-Isotope) bzw. Protonen-Differenz (Isotone, gestrichelt).

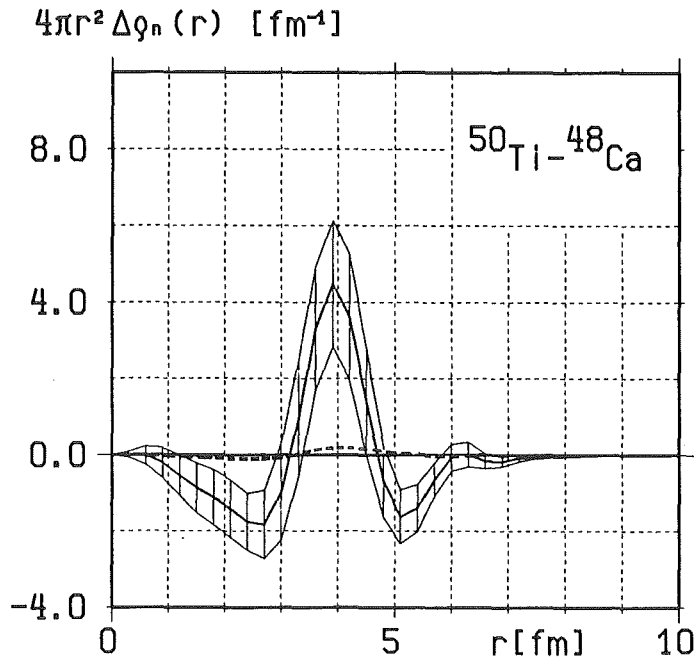


Fig. 6.3 Differenz der experimentellen Neutronenverteilungen  $^{50}\text{Ti} - ^{48}\text{Ca}$  im Vergleich zu Hartree-Fock-Rechnungen [FrRe 84] (gestrichelt)

Kernladungsverteilungen der Ca-Isotope gut reproduzieren, scheitern vollständig am Übergang von  $^{48}\text{Ca}$  zu  $^{50}\text{Ti}$  sowohl hinsichtlich der Kernladungsverteilungen und erst recht hinsichtlich der Neutronenverteilungen, wie Fig. 6.1 bis 6.3 verdeutlichen.

### 6.3 Kerne mit ungerader Massenzahl

Bei den Kernen mit ungerader Massenzahl  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{51}\text{V}$  existieren keine vergleichbaren Messungen der Neutronen- oder Kernmaterieverteilungen. Im Fall des  $^{43}\text{Ca}$  ist auch die Verteilung der Kernladung unbekannt. Die Differenz der Kernmaterieverteilungen zwischen  $^{43}\text{Ca}$  und  $^{40}\text{Ca}$  zeigt kein abweichendes Verhalten gegenüber den übrigen Isotopen. Der geringfügig größere RMS-Radius der Nukleonverteilung im Vergleich zu den Nachbarisotopen scheint aus dem einfachen Schalenmodell-Argument heraus plausibel, daß das ungepaarte Neutron in  $^{43}\text{Ca}$  den maximalen Bahndrehimpuls  $l = 3$  der  $1f_{7/2}$ -Schale hat, während die äußersten Neutronen der jeweiligen Nachbarkerne lediglich Bahndrehimpulse  $l = 0$  oder  $l = 1$  haben. Warum allerdings

gleichzeitig der Radius der Protonenverteilung kleiner ist als der der Nachbarn, ist theoretisch noch nicht voll verstanden.

Die Differenz der Kernmaterieverteilungen von  $^{51}\text{V}$  und  $^{48}\text{Ca}$  zeigt ebenfalls keine besonders auffälligen Abweichungen von den geradzahligen Isotonen. Im Gegensatz zu  $^{43}\text{Ca}$  ist bei  $^{51}\text{V}$  sowohl die radiale Verteilung der gesamten Kernladung [JaVr 74] als auch der Valenzprotonen [PlBe 82] aus Elektronenstreuexperimenten bekannt, so daß ein Vergleich der Resultate der verschiedenen Methoden möglich ist. Die wichtigste Fragestellung eines derartigen Vergleichs ist, ob die Differenz der Kernmaterieverteilungen allein durch die Valenzprotonen zustande kommt oder ob auch Änderungen des Protonen- bzw. Neutronenrumpfes eine Rolle spielen. Leider wird der Vergleich dadurch erschwert, daß die Kernladungsverteilung von  $^{51}\text{V}$  nicht modellunabhängig aus den Elektronenstreuexperimenten extrahiert werden kann [PlBe 82]. Benutzt man als Modellfunktion für die Kernladungsverteilung von  $^{51}\text{V}$  die 2-Parameter-Fermi-Verteilung (Gleich. 2.12) und entfaltet den Ladungsformfaktor des Protons gemäß Gleich. (2.5), so erhält man die in Fig. 6.4 dargestellte Differenz der Protonenverteilungen von  $^{51}\text{V}$  und  $^{48}\text{Ca}$  (letztere wurde dabei, wie oben dargestellt, aus der modellunabhängigen Ladungsverteilung [EmFr 83] gewonnen). Diese Differenz weicht nur geringfügig von

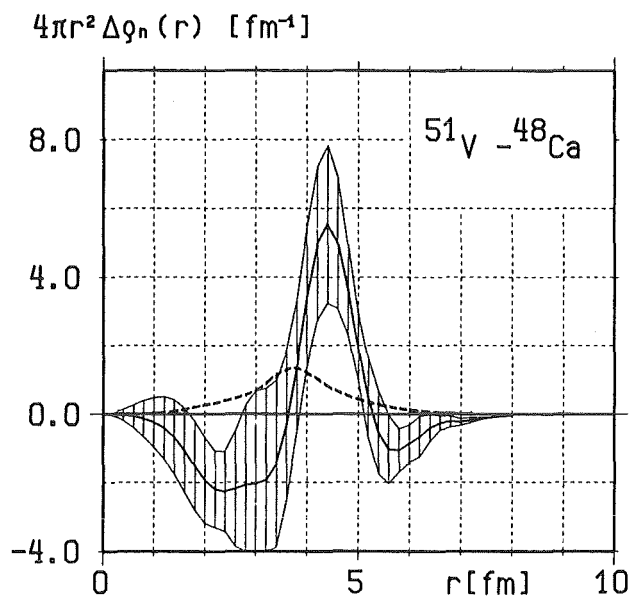


Fig. 6.4 Differenz der Neutronenverteilung mit Fehlerband und der Protonenverteilung (gestrichelt) von  $^{51}\text{V}$  -  $^{48}\text{Ca}$

der Verteilung der Valenzprotonen in  $^{51}\text{V}$  ab, die man aus magnetischer Elektronenstreuung ( $180^\circ$ -Streuung) gewinnt [PlBe 82]. Daraus ist zu schließen, daß sich die Verteilung der Rumpfprotonen beim Hinzufügen der Valenzprotonen von  $^{51}\text{V}$  kaum ändert. Vergleicht man Fig. 6.4 hingegen mit Fig. 5.7, so wird klar, daß die Differenz der Kernmaterieverteilungen von  $^{51}\text{V} - ^{48}\text{Ca}$ , wie im Falle  $^{50}\text{Ti} - ^{48}\text{Ca}$ , nur zum Teil von den zusätzlichen Protonen herrührt. Ein mindestens ebenso großer Beitrag zur Kernmateriedifferenz  $^{51}\text{V} - ^{48}\text{Ca}$  ergibt sich aus der Umordnung der Rumpfneutronen. Allerdings beobachtet man bei  $^{51}\text{V}$  einen auffallenden Unterschied zu den Isotonen mit gerader Massenzahl. Während bei den letzteren die Rumpfneutronen genau in das radiale Gebiet wandern, in dem auch die zusätzlichen Protonen angelagert werden, tendiert die Verschiebung der Neutronen in  $^{51}\text{V}$  deutlich zu größeren Radien, wie Fig. 6.4 verdeutlicht. Dieser interessante Befund kann mit einfachen Argumenten nicht erklärt werden.



## 7. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Die elastische Streuung von  $\alpha$ -Teilchen an Targetkernen der  $1f_{7/2}$ -Schale wurde mit großer Genauigkeit gemessen. Die Analysen der differentiellen Wirkungsquerschnitte haben gezeigt, daß die reellen Optischen Potentiale des Streuprozesses durch die experimentellen Daten sehr genau bestimmt werden, wenn flexible, sogenannte "modellunabhängige" Parametrisierungen wie die FB-Methode verwendet werden. Im Rahmen eines weithin anerkannten Reaktionsmodells - des Faltungsmodells - können diese Potentiale und insbesondere deren Differenzen direkt auf der Grundlage der Kernmaterieverteilungen interpretiert werden. Obwohl die hier verwendete Form des Faltungsmodells ("single-folding") eine verhältnismäßig einfache mikroskopische Beschreibung des Optischen Potentials ist und bedeutende Effekte - wie den Formfaktor der effektiven Projektil-Target-nukleon-Wechselwirkung - phänomenologisch behandelt, konnte dieses Modell erstmals soweit verbessert werden, daß die Faltungspotentiale vollständig mit den "modellunabhängig" bestimmten Potentialen übereinstimmen und daß die experimentellen Wirkungsquerschnitte ebenso gut wiedergegeben werden wie mit den letzteren. Daher können die mit diesem Modell bestimmten Differenzen zwischen den Kernmaterieverteilungen der untersuchten Kerne der  $1f_{7/2}$ -Schale als recht zuverlässig angesehen werden.

Die vorliegenden Resultate der Ca-Isotope sind in Übereinstimmung mit anderen Experimenten. Die Unterschiede der Materieverteilungen dieser Kerne lassen sich im wesentlichen auf die räumliche Verteilung der zusätzlichen Neutronen zurückführen. Die Polarisation des Protonenrumpfes, die sich nur als geringer Effekt in den Differenzen der Kernmateriedichten widerspiegelt, wird qualitativ durch das Verhalten der Neutronen verstanden.

In der erstmals systematisch untersuchten Isotonenkette ergeben sich bemerkenswerte Effekte insbesondere in der ersten Stufe  $^{48}\text{Ca} - ^{50}\text{Ti}$  beim Auffüllen der Protonenschale. Im Gegensatz zur Isotopenkette beruhen hier die Unterschiede der Kernmateriedichten nur zum Teil auf der Verteilung der zusätzlichen Nukleonen

(Protonen). Von ebenso großer Bedeutung für das Verhalten der gesamten Kernmateriedichte sind hier Umordnungsprozesse des Neutronenrumpfes. Dieses unterschiedliche Verhalten der Kerne beim Hinzufügen von  $1f_{7/2}$ -Neutronen oder -Protonen muß unter Berücksichtigung der Tatsache gesehen werden, daß im Falle der Anlagerung der Neutronen in der Isotopenkette die  $1f_{7/2}$ -Protonenschale noch völlig leer ist, während bei der Anlagerung der Protonen in der Isotonenkette die entsprechende Neutronenschale schon vollständig gefüllt ist.

Zum ersten Mal wurden in dieser Arbeit auch die Kernmaterieverteilungen von zwei Kernen mit ungerader Massenzahl experimentell untersucht. Die Materieradien dieser Kerne erscheinen größer als die ihrer geradzahigen Nachbarn. Dieses Verhalten ist gegensätzlich zu den bekannten Ungerade-Gerade-Effekten der Kernladungsradien in Isotopenketten. Besonders bemerkenswert ist das Verhalten der  $1f_{7/2}$ -Neutronen in  $^{51}\text{V}$ , die offenbar in einem Gebiet größeren Radius' konzentriert sind, als die Valenzprotonen dieses Kerns.

Es erscheint reizvoll, die gefundenen Resultate durch systematische Untersuchungen der Kerne  $^{54}\text{Fe}$ ,  $^{46} - ^{49}\text{Ti}$ ,  $^{50,53,54}\text{Cr}$  zu ergänzen und weiter abzusichern, wobei die Gerade-Ungerade-Effekte und deren theoretisches Verständnis von besonderem Interesse sind.

8. LITERATURVERZEICHNIS

- [AlBa 73] B.W. Allardyce, C.J. Batty, D.J. Baugh, E. Friedman,  
G. Heymann, M.E. Cage, G.J. Pyle, G.T.A. Squier, A.S. Clough,  
D.F. Jackson, S. Murugesu, V. Rajaratnam;  
Nucl. Phys. A209, 1 (1973)
- [AlRo 73] K. Alder, F. Roesel, U. Smilansky;  
Ann. Phys. 78, 518 (1973)
- [AnBe 82] A. Andl, K. Bekk, S. Göring, A. Hanser, G. Nowicki, H. Rebel,  
G. Schatz, R.C. Thompson;  
Phys. Rev. C 26, 2194 (1982)
- [AyEr 82] R. Aydin, W. Ertmer, U. Johann;  
Z. Phys. A 306, 1 (1982)
- [Bar 70] R.C. Barrett; Phys. Lett. 33B, 388 (1970)
- [BaBi 79] C.J. Batty, S.F. Biagi, E. Friedman, S.D. Hoath, J.D. Davies,  
G.J. Pyle, G.T.A. Squier, D.A. Asbury, A. Guberman;  
Nucl. Phys. A345, 457 (1979)
- [BaFr 69] C.J. Batty, E. Friedman, G.W. Greenlees;  
Nucl. Phys. A127, 368 (1969)
- [BaFr 71] C.J. Batty, E. Friedman, D.F. Jackson;  
Nucl. Phys. A175, 1 (1975)
- [BaJa 77] R.C. Barrett, D.F. Jackson;  
*"Nuclear Sizes and Structure"*, (Clarendon Press, Oxford  
1977)
- [BeFe 79] G. Bechtold, K. Feißt; Laborbericht (unveröffentlicht),  
Kernforschungszentrum Karlsruhe (1979)
- [BeFr 72] W. Bertozzi, J. Friar, J. Heisenberg, J.W. Negele;  
Phys. Lett. 41B, 408 (1972)
- [Ber 69] A.M. Bernstein; *Advances in Nucl. Phys.*, eds. M. Baranger  
and E. Vogt, (Plenum Press, New York 1969)
- [BeSe 71] A.M. Bernstein, W.A. Seidler;  
Phys. Lett. 34B, 569 (1971)
- [BeSq 59] J.S. Bell, E.J. Squires; Phys. Rev. Lett. 3, 96 (1959)

- [Bia 79] J. Bialy; Gerätebeschreibung (unveröffentlicht),  
Kernforschungszentrum Karlsruhe (1979)
- [Bla 65] J.S. Blair; "Lectures of Theoretical Physics",  
Vol. VIII-C, (University of Colorado Press, Boulder 1965)
- [BlGo 83] M. Blecher, K. Gotow, R.L. Burman, M.V. Hynes, M.J. Leitch,  
N.S. Chant, L. Rees, P.G. Roos, F.E. Bertrand, E.E. Gross,  
F.E. Obenshain, T.P. Sjoreen, G.S. Blanpied, P.M. Freedom,  
B.G. Ritchie;  
Phys. Rev. C 28, 2033 (1983)
- [BoBr 84] K.G. Boyer, W.J. Braithwaite, W.B. Cottingham, S.J. Greene,  
L.E. Smith, C. Fred Moore, C.L. Morris, H.A. Thiessen,  
G.S. Blanpied, G.R. Bureson, J.F. Davis, J.S. McCarthy,  
R.C. Minehart, C.A. Goulding;  
Phys. Rev. C 29, 182 (1984)
- [BrHe 78] H.W. Brandt, K. Heilig, H. Knöckel, A. Steudel;  
Z. Phys. A 288, 241 (1978)
- [BrMa 79] B.A. Brown, S.E. Massen, P.E. Hodgson;  
J. Phys. G 5, 1655 (1979)
- [BuGr 75] A. Budzanowski, K. Grotowski, M. Grzwacz, A. Strzalkowski;  
Progress Report (unveröffentlicht), Institute of Nuclear  
Physics, Krakow (1975)
- [BuKa 76] A. Budzanowski, K. Kapuscik (Hrg.)  
Proceedings EPS Conference "Radial Shape of Nuclei"  
Universität Krakau (1976)
- [BuSe 79] J. Buschmann, W. Segnitz;  
Programmbeschreibung STARTM (unveröffentlicht), Kernfor-  
schungszentrum Karlsruhe (1979)
- [CaSp 72] X. Campi, D. Sprung; Nucl. Phys. A194, 401 (1972)
- [CoGi 82] J. Cook, H.J. Gils, H. Rebel, Z. Majka, H. Klewe-Nebenius;  
Nucl. Phys. A388, 173 (1982)
- [DeGo 80] J. Dechargé, D. Gogny; Phys. Rev. C 21, 1568 (1980)
- [DrFr 74] B. Dreher, J. Friedrich, K. Merle, H. Rothhaas, G. Lührs;  
Nucl. Phys. A235, 219 (1974)
- [DuHa 80] J.L. Durell, C.A. Harter, J.N. Mo, W.R. Phillips;  
Nucl. Phys. A334, 144 (1980)

- [Emr 83] H.J. Emrich; persönliche Mitteilung (Mainz 1983)
- [EmFr 83] H.J. Emrich, G. Fricke, G. Mallot, H. Miska, H.-G. Sieberling, J.M. Cavedon, B. Frois, D. Goutte; International Conference on Nuclear Structure, Amsterdam (1982), Nucl. Phys. A396, 401c (1983)
- [ErEr 66] M. Ericson, T.E.O. Ericson; Ann. Phys. 36, 323 (1966)
- [FeBl 70] B. Fernandez, J. Blair; Phys. Rev. C 1, 323 (1970)
- [Fes 58] H. Feshbach; Ann. Phys. 5, 357 (1958)
- [Fes 62] H. Feshbach; Ann. Phys. 19, 287 (1962)
- [Fri 80] E. Friedman; Programmbeschreibung ANALPHA (unveröffentlicht), Hebräische Universität von Jerusalem (1980)
- [Fri 81] E. Friedman; persönliche Mitteilung (1981)
- [Fri 83] E. Friedman; Phys. Rev. C 28, 1264 (1983)
- [Fri 84] E. Friedman; persönliche Mitteilung (1984)
- [FrBa 78] E. Friedman, C.J. Batty; Phys. Rev. C 17, 34 (1978)
- [FrGa 80] E. Friedman, A. Gal; Nucl. Phys. A345, 457 (1980)
- [FrGi 78] E. Friedman, H.J. Gils, H. Rebel, Z. Majka; Phys. Rev. Lett. 41, 1220 (1978)
- [FrGi 81a] E. Friedman, H.J. Gils, H. Rebel, R. Pesl; Nucl. Phys. A363, 137 (1981)
- [FrGi 81b] E. Friedman, H.J. Gils; IX Int. Conf. on High Energy Physics and Nuclear Structure, Versailles (1981)
- [FrGi 82] E. Friedman, H.J. Gils, H. Rebel; Phys. Rev. C 24, 1551 (1982)
- [FrRe 82] J. Friedrich, G. Reinhard, N. Voegler; Vorabdruck Mainz (1982)
- [FrRe 84] J. Friedrich, G. Reinhard; persönliche Mitteilung (1984)
- [FuHa 73] C.B. Fulmer, J.C. Hafele; Phys. Rev. C 7, 631 (1973)
- [Gil 75] H.J. Gils; Dissertation Universität Heidelberg (1975); Report KfK 2225, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1975)
- [Gil 79] H.J. Gils; in "Proc. Karlsruhe Discussion Meeting", Report KfK 2830, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1979)

- [Gil 80a] H.J. Gils; Report KfK 2972, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1980)
- [Gil 80b] H.J. Gils; Report KfK 3063, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1980)
- [Gil 83a] H.J. Gils; Report KfK 3555, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1983); Z. Phys. (im Druck)
- [Gil 83b] H.J. Gils; Report KfK 3063, 1. Supplement, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1983)
- [GiFr 79] H.J. Gils, E. Friedman, H. Rebel, J. Buschmann, S. Zagromski, H. Klewe-Nebenius, B. Neumann, R. Pesl, G. Bechtold; Report KfK 2838, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1979)
- [GiFr 80a] H.J. Gils, E. Friedman, H. Rebel, J. Buschmann, S. Zagromski, H. Klewe-Nebenius, B. Neumann, R. Pesl, G. Bechtold; Phys. Rev. C 21, 1239 (1980)
- [GiFr 80b] H. J. Gils, E. Friedman, Z. Majka, H. Rebel; Phys. Rev. C 21, 1245 (1980)
- [GiFr 82] H.J. Gils, E. Friedman, H. Rebel; Report KfK 3280, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1982), Seite 2-58
- [GiNo 74] H.J. Gils, W. Nowatzke; Programmbeschreibung WQ2 (unveröffentlicht), Kernforschungszentrum Karlsruhe (1974)
- [GiRe 83] H.J. Gils, H. Rebel, E. Friedman; Report KfK 3556, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1983) Phys. Rev. C 29 (im Druck)
- [Gol 75] D.A. Goldberg; Phys. Lett. 55B, 59 (1975)
- [Gol 78] D.A. Goldberg; in "The Alpha-Nucleus Interaction", Proceeding of the 2<sup>nd</sup> Louvain-Cracow-Seminar, eds. G. Gregoire, K. Grotowski, Louvain-la-Neuve, Belgium (1978)
- [GoNa 80] L.J.B. Goldfarb, P. Nagel; Nucl. Phys. A341, 494 (1980)
- [GoSm 72] D.A. Goldberg, S.M. Smith; Phys. Rev. Lett. 29, 500 (1972)
- [GrEg 81] P. Gretillat, J.P. Egger, R. Corfu, J.-F. Germond, C. Lunke, E. Schwarz, C. Perrin, B.M. Freedom; Nucl. Phys. A364, 270 (1981)

- [GrGu 79] P. Grundevik, M. Gustavsson, I. Lindgren, G. Olsson,  
L. Robertsson, A. Rosen, S. Svanberg; *Phys. Rev. Lett.* 42,  
1528 (1979)
- [GrPy 68] G.W. Greenlees, G.J. Pyle, K.C. Tung;  
*Phys. Rev.* 182, 1115 (1968)
- [HaHa 70] D. Habs, G. Hauser, G. Hoffmann, H. Klewe-Nebenius,  
R. Löhken, U. Martens, H. Rebel, G. Schatz, G.W. Schweimer,  
J. Specht;  
Ext. Bericht 18/70-2, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1970)
- [Har 68] D. Hartwig; Ext. Bericht 18/68-1, Kernforschungszentrum  
Karlsruhe (1968)
- [Hod 71] P.E. Hodgson; "*Nuclear Reactions and Nuclear Structure*",  
(Clarendon Press, Oxford 1971)
- [Jac 70] D.F. Jackson;  
"*Nuclear Reactions*", (Methuen u. Co., London 1970)
- [JaJo 74] D.F. Jackson, R.C. Johnsson; *Phys. Lett.* 49B, 249 (1974)
- [JaKe 69] D.F. Jackson, V.K. Kumbhavi; *Phys. Rev.* 178, 1626 (1969)
- [JaVr 74] C.W. de Jager, H. de Vries, C. de Vries;  
*Atomic Data and Nuclear Data Tables* 14, 479 (1974)
- [JLM 77] J.-P. Jeukenne, A. Lejeune, C. Mahaux;  
*Phys. Rev. C* 16, 80 (1970)
- [JeMa 81] J.P. Jeukenne, C. Mahaux; *Z. Phys. A* 302, 233 (1981)
- [KaMö 75] W.R. Kappel, J. Möllenbeck, H. Schweickert;  
private Mitteilung (1975)
- [Kar 77] W. Karbstein;  
Gerätebeschreibung (unveröffentlicht), Kernforschungs-  
zentrum Karlsruhe (1977)
- [Kis 55] L.S. Kisslinger; *Phys. Rev.* 98, 761 (1955)
- [KMT 59] A.K. Kerman, H. McManus, R.M. Thaler;  
*Ann. Phys.* 8, 551 (1959)
- [Kne 79] W. Kneis; Report KfK 2835, Kernforschungszentrum Karls-  
ruhe (1979)

- [KoBr 82] A.M. Kobos, B.A. Brown, P.E. Hodgson, G.R. Satchler, A. Budzanowski; Nucl. Phys. A384, 65 (1982)
- [LiBe 83] J.W. Lightbody, Jr., J.B. Bellicard, J.M. Cavedon, B. Frois, D. Goutte, M. Huet, Ph. Leconte, A. Nakada, Phan Xuan-Ho, S.K. Platchkov, S. Turck-Chieze, C.W. de Jager, J.J. Lapikás, P.K.A. de Witt Huberts; Phys. Rev. C 27, 113 (1983)
- [Lil 71] J.S. Lilley; Phys. Rev. C 3, 2229 (1971)
- [Lov 74] W.G. Love; Nucl. Phys. A226, 319 (1974)
- [Lov 77] W.G. Love; Phys. Lett. 72B, 4 (1977)
- [LoOw 75] W.G. Love, L.W. Owen; Nucl. Phys. A239, 74 (1975)
- [LoTe 77] W.G. Love, T. Terasawa, G.R. Satchler; Nucl. Phys. A291, 183 (1977)
- [Maj 78] Z. Majka; Phys. Lett. 76B, 161 (1978)
- [MaBu 78] Z. Majka, A. Budzanowski, K. Grotowski, A. Strzalkowski; Phys. Rev. C 18, 18 (1978)
- [MaGi 78] Z. Majka, H.J. Gils, H. Rebel; Z. Phys. A 288, 139 (1978)
- [MaGi 80] Z. Majka, H.J. Gils, H. Rebel; Acta Phys. Pol. B 11, 227 (1980)
- [MaLi 72] P. Mailandt, J.S. Lilley, G.W. Greenlees; Phys. Rev. Lett. 28, 1075 (1972)
- [MaLi 73] P. Mailandt, J.S. Lilley, G.W. Greenlees; Phys. Rev. C 8, 2189 (1973)
- [MaTo 65] V.A. Madsen, W. Tobocman; Phys. Rev. 139, 2864 (1965)
- [Mye 73] W.D. Myers; Nucl. Phys. A204, 465 (1973)
- [Mye 77] W.D. Myers; *"Droplet Model of Atomic Nuclei"* (Plenum, New York, 1977)
- [MySw 69] W.D. Myers, W.J. Swiatecki; Ann. Phys. 55, 395 (1969)
- [Neg 70] J. Negele; Phys. Rev. C 1, 1260 (1970)
- [NeVa 70] J. Negele, D. Vautherin; Phys. Rev. C 5, 1472 (1970)



- [NoSch 68] J.A. Nolen, Jr., J.P. Schiffer, N. Williams;  
Phys. Lett. 27B, 1 (1968)  
J.A. Nolen, Jr., J.P. Schiffer; Phys. Lett. 29B,  
396 (1969); Ann. Rev. Nucl. Sci. 19, 471 (1969)
- [OeGi 82] J. Oehlschläger, H.J. Gils; Programmbeschreibung  
WQJOE (unveröffentlicht), Kernforschungszentrum  
Karlsruhe (1982)
- [Pes 82] R. Pesl; Report KfK 3242, Kernforschungszentrum  
Karlsruhe (1982)
- [PeBu 62] F. Perey, B. Buck; Nucl. Phys. 32, 353 (1962)
- [PeGi 83] R. Pesl, H.J. Gils, H. Rebel, E. Friedman, J. Buschmann,  
H. Klewe-Nebenius, S. Zagromski;  
Z. Phys. A 313, 111 (1983)
- [PeSt 77] F. Petrovich, D. Stanley, J.J. Bevelacqua;  
Phys. Lett. 71B, 259 (1977)
- [PlBe 82] S.K. Platchkov, J.B. Bellicard, J.M. Cavedon, B. Frois,  
D. Goutte, M. Huet, P. Leconte, Phan Xuan-Ho, P.K.A.de Witt  
Huberts, L. Lapikaś, I. Sick;  
Phys. Rev. C 25, 2318 (1982)
- [PoWa 80] R.J. Powers, K.-C. Wang, M.V. Hoehn, E.B. Shera, H.D. Wohl-  
fahrt, A.R. Kunselman;  
Nucl. Phys. A336, 375 (1980)
- [RaHo 81] L. Ray, G.W. Hoffmann, M. Barlett, J. McGill, J. Amann,  
G. Adams, G. Pauletta, M. Gazzaly, G.S. Blanpied;  
Phys. Rev. C 23, 828 (1981)
- [Reb 71] H. Rebel; Habilitationsschrift, Universität Heidelberg  
(1971)
- [ReGi 79] H. Rebel, H.J. Gils, G. Schatz (Hrg.)  
Proceedings of the Karlsruhe Discussion Meeting  
KfK 2830, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1979)
- [ReHa 74] H. Rebel, G. Hauser, G.W. Schweimer, G. Nowicki, W. Wiesner,  
D. Hartmann; Nucl. Phys. A218, 13 (1974)
- [ReSch 72] H. Rebel, G.W. Schweimer, G. Schatz, J. Specht, R. Löhken,  
G. Hauser, D. Habs, H. Klewe-Nebenius;  
Nucl. Phys. A182, 145 (1972)

- [Rob 65] D. Robson; private Mitteilung an R.B. Taylor, N.R. Fletcher, R.H. Davis; Nucl. Phys. 65, 318 (1965)
- [RoBr 61] L. Rosen, J.E. Brolley, L. Stewart; Phys. Rev. 121, 1423 (1961)
- [RoLe 62] L. Rosen, W.T. Leland; Phys. Rev. Lett. 8, 379 (1962)
- [Sat 63] G.R. Satchler; Nucl. Phys. 45, 197 (1963)
- [SaFu 74] G.R. Satchler, C.B. Fulmer; Phys. Lett. 50B, 309 (1974)
- [SaLo 79] G.R. Satchler, W.G. Love; Phys. Rep. 55, 183 (1979)
- [Sch 68] G.W. Schweimer; Arbeitsbericht (unveröffentlicht), Kernforschungszentrum Karlsruhe (1968)
- [Sch 73] G.W. Schweimer; Programmbeschreibung "FITEX", unveröffentlicht, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1973)
- [SchRa 73] G.W. Schweimer, J. Raynal; Programmbeschreibung ECIS 73, Karlsruhe Version (unveröffentlicht), Kernforschungszentrum Karlsruhe (1973)
- [Sic 74] I. Sick; Nucl. Phys. A218, 509 (1974)
- [SiBe 79] I. Sick, J.B. Bellicard, J.M. Cavedon, B. Frois, M. Huet, P. Leconte, P.X. Ho, S. Platchkov; Phys. Lett 88B, 245 (1979)
- [SiBo 80] G.G. Simon, F. Borkowski, Ch. Schmitt, V.H. Walther; Z. Naturforsch. 35a, 1 (1980)
- [Sin 74] B. Sinha; Phys. Rev. Lett. 33, 600 (1974)
- [SpSch 70] J. Specht, G.W. Schweimer; Programmbeschreibung SNG, (unveröffentlicht) Kernforschungszentrum Karlsruhe (1970)
- [Sri 84] D.K. Srivastava; private Mitteilung (1984)
- [TaFl 65] R.B. Taylor, N.R. Fletcher, R.H. Davis; Nucl. Phys. 65, 318 (1965)
- [Trä 81] F. Träger; Z. Phys. A 299, 33 (1981)
- [Vin 77] N. Vinh Mau; Phys. Lett. 71B, 5 (1977)
- [Vin 78] N. Vinh Mau; in "The Alpha-Nucleus Interaction", Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Louvain-Cracow-Seminar, eds. G. Gregoire, K. Grotowski; Louvain-la-Neuve, Belgium (1978)

- [ViBo 76] N. Vinh Mau, A. Boussy; Nucl. Phys. A257, 189 (1976)
- [Woh 76] H.D. Wohlfahrt; Habilitationsschrift, Universität Mainz (1976)
- [Woh 79] H.D. Wohlfahrt; in "Proc. Karlsruhe Discussion Meeting", Report KfK 2830, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1979), Seite 56
- [WoSh 81] H.D. Wohlfahrt, E.B. Shera, M.V. Hoehn, Y. Yamazaki, R.M. Steffen; Phys. Rev. C 23, 533 (1981)

Die vorliegende Arbeit wurde im Institut für Kernphysik III des Kernforschungszentrums Karlsruhe angefertigt. Herrn Professor Dr. G. Schatz danke ich, daß er die Durchführung der Arbeit ermöglichte und stets nach Kräften unterstützte.

Herrn Professor Dr. P. Brix (Heidelberg) und Herrn Professor Dr. P.E. Hodgson (Oxford) danke ich für ihr stetes Interesse an der Fragestellung dieser Arbeit und für viele wertvolle Hinweise.

An den Experimenten zu dieser Arbeit waren meine Kollegen Dr. J. Buschmann, Dr. H. Klewe-Nebenius, Dr. B. Neumann, Dr. R. Pesl, Professor Dr. H. Rebel und Dipl. Ing. S. Zagromski beteiligt, denen ich herzlich für die ständige Einsatzbereitschaft und Hilfe danke.

Der Betriebsgruppe des Karlsruher Isochron-Zyklotrons, insbesondere Herrn Dipl. Ing. F. Schulz und Herrn Biber, sowie Fräulein Dipl. Ing. C. Rämmer und Herrn Bauer von der Strahlführungsgruppe danke ich für ihre ständigen Bemühungen zur Bereitstellung eines gut präparierten  $\alpha$ -Strahls und für ihr stetes Entgegenkommen in allen Belangen des Zyklotron-Betriebs.

Herrn Dr. B.A. Brown (East Lansing) und Herrn Dr. Z. Majka (Krakow) danke ich für viele wertvolle Hinweise und für die Bereitstellung von Ergebnissen vor deren Publikation. Verschiedene Computer-Programme für graphische Darstellungen stellte Herr Dr. J. Buschmann zur Verfügung, dem ich dafür danke. Herrn Dipl. Math. J. Oehlschläger gilt mein Dank für die ständige Hilfsbereitschaft bei der Bewältigung allgemeiner Computer-Probleme sowie für die Überarbeitung und Erweiterung verschiedener Programme. Für ihre stets engagierte Hilfe bei den umfangreichen Rechnungen und für die Anfertigung der Zeichnungen danke ich Fräulein D. Dürrschnabel. Frau B. Lingenfelder danke ich für die mit großer Sorgfalt durchgeführte äußere Gestaltung des Manuskripts.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinem Lehrer und Förderer Herrn Professor Dr. H. Rebel für die stets freundschaftliche Unterstützung und Mithilfe sowie für wichtige Hinweise und die ständige

Bereitschaft zu klärenden Diskussionen. Ebenso danke ich Herrn Professor Dr. E. Friedman (Jerusalem) für die fruchtbare, aufgeschlossene Zusammenarbeit auf dem speziellen und erweiterten Gebiet dieser Arbeit.

Nicht zuletzt möchte ich meiner Familie danken für die Geduld und die Bereitschaft, auf gemeinsame Freizeit zu verzichten, und besonders meiner Frau für ihre Mithilfe bei den Auswertungen.