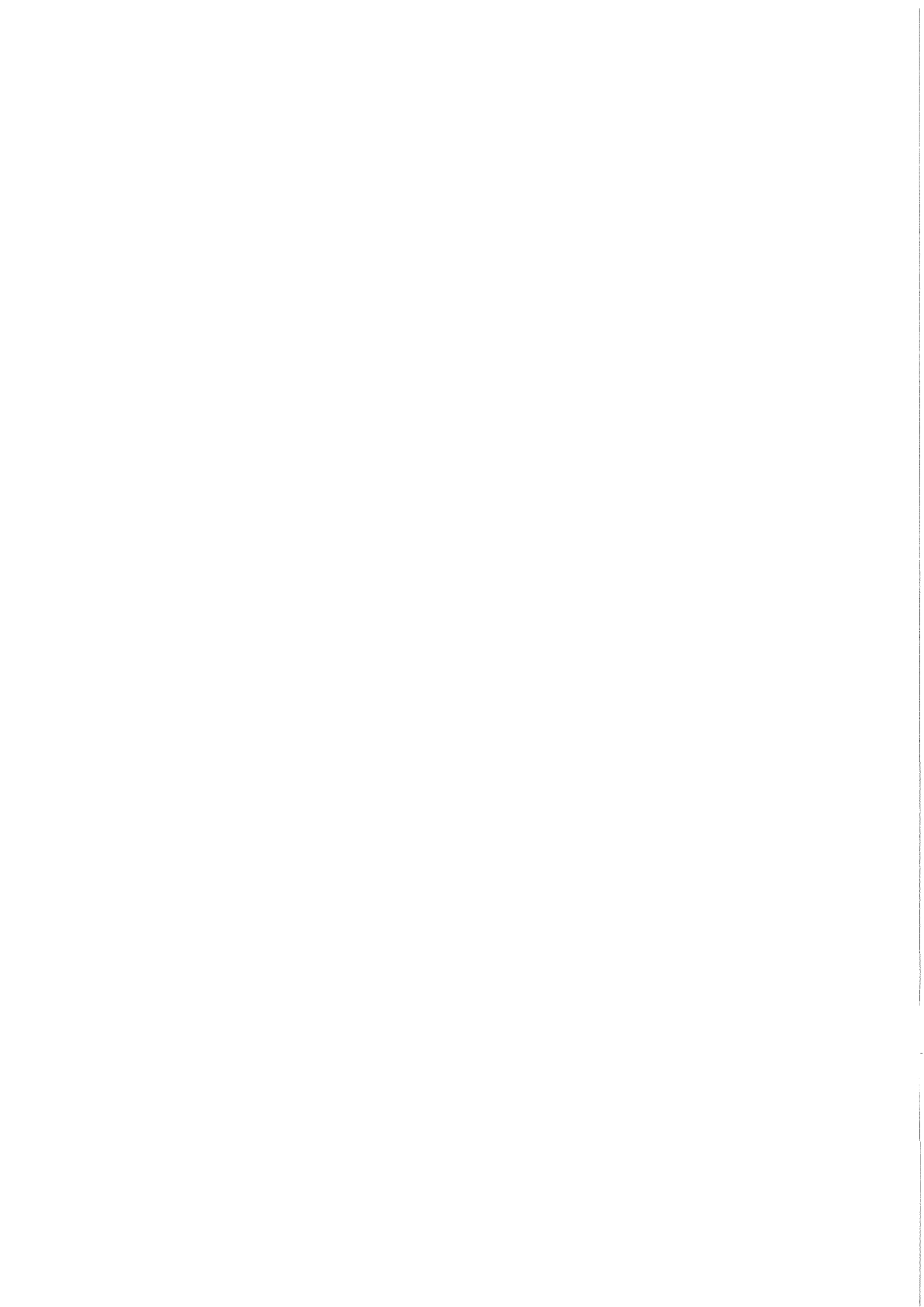


KfK 3967  
Oktober 1985

# **Hüllrohrmaterialbewegung während eines Kühlmitteldurchsatzstörfalls in einem schnellen, natriumgekühlten Reaktor**

P. Henkel  
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik  
Projekt Schneller Brüter

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE  
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik  
Projekt Schneller Brüter

KfK 3967

"Hüllrohrmaterialbewegung während eines Kühlmitteldurchsatzstörfalls  
in einem schnellen, natriumgekühlten Reaktor"

Peter Henkel

Dissertation genehmigt von der Fakultät  
für Maschinenbau der Universität Karlsruhe

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
ISSN 0303-4003

## Zusammenfassung

Ein Modell der Bewegung des Hüllrohrmaterials während eines Kühlmittel-durchsatzstörfalls in einem schnellen, natriumgekühlten Reaktor wird vorgestellt. Seine besonderen Merkmale sind

- Es beschreibt die Hüllrohrmaterialbewegung in einem Brennstabbündel. Das Bündel wird zunächst auf eine äquivalente Ringraumgeometrie abgebildet, innerhalb der schließlich die Bewegung des geschmolzenen Hüllrohrs modelliert wird.
- Als Strömungsformen der Hüllrohrschmelze werden eine Wellen- bzw. Filmströmung längs der Brennstäbe sowie eine Tropfenströmung innerhalb der Kühlkanäle betrachtet. Ein neu entwickeltes Tropfenversprüh-('entrainment')-Kriterium beschreibt das Versprühen der Hüllrohrschmelze gut.
- Die Kühlkanalströmung wird als eine zweidimensionale, instationäre Strömung modelliert. Damit ist es möglich, radiale Querströmungen im Bündel zu beschreiben. Dies erlaubt insbesondere eine konsistente Beschreibung thermisch bedingter Inkohärenzeffekte.

Die Nachrechnung der Hüllrohrmaterialbewegung in den beiden Experimenten STAR1 und STAR2 mit dem nachfolgend dargestellten SANDCMOT-Modell ergibt gute Übereinstimmung mit dem Experiment.

Analysis of Clad Motion During a Loss of Flow (LOF) Accident in a Fast Sodium Cooled Reactor

## Summary

A new model describing clad motion during a Loss of Flow (LOF) accident in a Liquid Metal Cooled Fast (Breeder) Reactor (LMFBR) is presented. Its special features are

- Clad motion is treated within a fuel pin bundle. The bundle geometry is represented by an equivalent annular geometry which serves as the descriptional basis for the clad motion analysis.
- Several flow regimes are considered. These include a wave or film flow along the fuel pin surfaces as well as a drop flow within the coolant channels. A new entrainment criterion is successfully applied to describe the entrainment of molten cladding.
- The coolant flow is modelled as a two-dimensional, nonstationary flow. Therefore, radial cross flows in a pin bundle can be calculated. Especially, thermal incoherency effects can be treated consistently.

The analysis of clad motion in the two experiments STAR1 and STAR2 using the subsequently presented SANDCMOT model gives good agreement with the experimental data.

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
I. Einleitung	1
II. Experimentelle Ergebnisse zur Hüllrohrmaterialbewegung	9
III. Physikalisches Modell der Hüllrohrmaterialbewegung	24
III.A Modellgeometrie	28
III.B Filminstabilitäten und Wellencharakteristika	33
III.C Erhaltungsgleichungen der Film/Wellen-Strömung	42
III.D Erhaltungsgleichungen des wiedererstarteten Hüllrohres	46
III.E Die Schmelz- und Ausfrierraten $\dot{m}$ , $\dot{m}_s$	48
III.F Die Schubspannung $\tau_g$	51
III.G Die Schubspannung $\tau_s$	55
III.H Der Druck $P_f$	59
III.I Die Wärmeströme $q_l$ , $q_s$ , $q_g$ , $q_g'$ , $q_{rad}$ und $q_{rad}'$	60
III.J Die Tropfenversprüh- und Wiedieranlagerungsraten E und D	65
III.K Erhaltungsgleichungen der Gas/Tropfenströmung	71
III.L Die Wechselwirkungsfunktionen K und R	76
III.M Die Schubspannung $\tau_g'$ und der Wärmestrom $Q_g$	77
III.N Physikalische Eigenschaften des Hüllrohrstahles und der Argongasströmung	79
IV. Brennstabmodell	83
V. Differenzenapproximation und Lösungsverfahren	92
VI. Stabilität und Genauigkeit	117
VII. Andere Hüllrohrbewegungsmodelle	122
VIII. Anwendungsrechnungen	124
VIII.A Das STAR1-Experiment	130
VIII.B Das STAR2-Experiment	135
IX. Zusammenfassung	145
X. Nomenklatur	147
XI. Literaturverzeichnis	151
XII. Anhang	157
A. Radiale Tropfengeschwindigkeiten	157
B. Radiale Gasgeschwindigkeiten zwischen zwei Kühlkanälen	159
C. Programmbeschreibung	162

## I. Einleitung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen der Sicherheitsanalyse von schnellen natriumgekühlten Reaktoren (SNR). Für einen SNR werden zwei schwere Störfälle betrachtet, die auf der grundsätzlichen Hypothese basieren, daß bei bestimmten Ereignissen zusätzlich die beiden, voneinander unabhängigen Reaktorabschaltssysteme versagen /1,2/. Diese sind

- der Kühlmitteldurchsatzstörfall, in dessen Verlauf durch ein Versagen des Kühlsystems eine Verminderung des Kühlmittelstromes durch den Reaktorkern eintritt. Ein solcher Störfall kann z. B. durch den Ausfall der Pumpen des primären Kühlkreislaufes eingeleitet werden.
- der Reaktivitätsstörfall, wo im Reaktorkern durch einen beliebigen Mechanismus eine ungewollte Reaktivitätszunahme auftritt. Dies kann z. B. durch ein unkontrolliertes Herausziehen von Kontrollstäben geschehen.

Beide Störfälle haben eine sehr geringe Eintrittswahrscheinlichkeit und werden deshalb auch als hypothetisch bezeichnet /3/. Ihr Studium ist jedoch zur Abschätzung des mit kernzerstörenden Unfällen verbundenen Risikos für die Umgebung eines SNR unerläßlich. Der Verlauf beider Störfälle kann in mehrere Phasen unterteilt werden. Die Einleitungsphase umfaßt alle Vorgänge nach Auslösung des Störfalles bis hin zum Versagen der Brennelementkästen oder einem frühen Abschaltvorgang. Auf die Einleitungsphase folgt entweder eine energetische Kernzerstörungsphase oder die Übergangsphase, in der die fortschreitende Zerstörung noch intakter Kernbereiche vor sich geht. Letztere mündet eventuell in eine energetische Kernzerlegungs- und Entladungsphase ein oder nimmt durch frühe Brennstoffentladungen einen mildereren Verlauf. Es folgen die mechanische Belastungsphase des Reaktortanks und nach der neutronischen Abschaltung des Reaktors die Nachwärmeabfuhrphase.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist das Versagensverhalten der Brennstabhüllen während der Einleitungsphase eines Kühlmitteldurchsatzstörfalles. Die wesentlichen Entwicklungsstufen des Störfalles können dabei wie folgt beschrieben werden: Auf Grund des reduzierten Kühlmittelstromes

fängt das Kühlmittel in thermisch stark belasteten Brennelementen an zu sieden. Bei ungeminderter Leistungsproduktion bilden sich schließlich große Dampfblasen aus. Die oberen und unteren Phasengrenzen führen dabei oszillierende Bewegungen aus /4/, wodurch Scherkräfte induziert werden, die den Natriumrestfilm auf den Hüllrohroberflächen abziehen. Ist diese letzte Wärmesenke verschwunden, heizen sich die Brennstabhüllen schnell auf. Das Hüllmaterial schmilzt durch, bewegt sich und erstarrt schließlich wieder in kälteren Brennstabzonen oder bei Kontakt mit flüssigem Natrium. Ist die Natriumvoidreaktivität positiv und relativ hoch, wie z. B. beim SNR-300 mehrere Dollar, so fängt auch der Brennstoff fast gleichzeitig mit dem Hüllrohrmaterial an zu schmelzen (innerhalb weniger Zehntel Sekunden), und es bildet sich ein Brennstoff-Stahl-Gemisch mit sehr komplexen gegenseitigen Wechselwirkungen /5,6,7/. Diese Situation soll in der vorliegenden Arbeit außer acht gelassen werden. Dagegen werden Reaktorkerne mit geringen Natriumvoidreaktivitäten (0 - 2 \$) betrachtet, in denen die Brennstoffsäule mehrere Sekunden lang ihre geometrische Integrität beibehält /8/, und das geschmolzene Hüllrohr sich innerhalb intakter Bündelstrukturen bewegt. Dies ist die Referenzsituation der vorliegenden Arbeit, die für kleine oder heterogene Reaktorkerne gültig ist. In diesen Fällen kommt der unabhängigen Hüllrohrbewegung eine zentrale Bedeutung zu, wie im folgenden weiter erläutert wird.

Die Austragung des Hüllrohrstahles aus dem Kerninneren hat wichtige Konsequenzen für den weiteren Verlauf des Störfalles. Mit dem Stahl geht eine wichtige Wärmesenke für den Brennstoff verloren, so daß dessen Temperatur stetig ansteigt. Da das Neutronenspektrum zu höheren Energien verschoben wird, steigt auch die Reaktivität an. Temperatur- und Reaktivitätszunahme beeinflussen das Spaltgasverhalten, die Spaltgasfreisetzung und somit dessen Potential, durch Druckaufbau den Brennstoff aus dem Kernbereich zu entladen. Ferner können Kühlkanäle durch Stahlblockaden versperrt werden, wodurch die Austragung des Brennstoffes aus dem Kern stark behindert wird und neue kritische Anordnungen entstehen können. Eine frühe Entladung des Brennstoffes aus dem Kern würde den Reaktor neutronisch abschalten und eine energetische Entwicklung des Störfalles vermeiden. Auch wird die Nachwärmeabfuhr und langfristige Kühlung des Kernes nach Unfallende durch Hüllrohrblockaden sehr erschwert /9/.



Die obigen Ausführungen verdeutlichen die Bedeutung der Hüllrohrbewegung für den Gesamtverlauf des Störfalles. Dies erklärt das fortgesetzte Interesse an der Problematik und die langjährigen Bemühungen um eine modelltheoretische Beschreibung. Die vorliegende Arbeit ist eine logische Fortsetzung dieser Bemühungen und baut auf einem Hüllmaterialbewegungsmodell mit Namen CMOT (cladding motion) auf, das im Kernforschungszentrum Karlsruhe entwickelt und 1978 veröffentlicht wurde /10/. Seine wesentlichen Charakteristiken sind:

- Entsprechend der damals vorhandenen Datenbasis stützt sich das Modell in vielen Punkten auf 'out-of-pile'-Experimente mit Simulationsmaterialien oder auf indirekte Beobachtungen der Hüllrohrbewegung in 'in-pile'-Experimenten /10/. So bestanden zur Zeit der CMOT-Programmentwicklung wesentliche Unsicherheiten in bezug auf das Benetzungsverhalten von Stahlschmelzen und Brennstoff sowie die Wechselwirkung der Natriumdampfströmung mit der Stahlschmelze. Viele der Grundannahmen basieren auf Simulationsexperimenten mit z. B. Wasser- oder Alkoholfilmen in Gegenwart einer Luftströmung /11,12/, Bi-Sn-Legierungen und Luft /13/ oder Wood's Metall und Argon /14,8/. Das in Ref. /10/ veröffentlichte Modell der Hüllrohrbewegung war nur mit dem TREAT-R5-Experiment /15/ verglichen worden. Während dieses Experimentes traten Komplikationen auf, welche die Nachrechnung mit dem CMOT-Programm sehr erschwerten. Nur durch zusätzliche Annahmen konnte eine ausreichende Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment erzielt werden /10/. Der Vergleich stützt sich dabei größtenteils auf Nachuntersuchungen des Testbündels, i. a. auf die axiale Lage und Stärke der oberen und unteren Stahlblockaden.
- Das CMOT-Programm /10/ selbst basiert vielfach auf sehr einschränkenden Annahmen und Vereinfachungen. Es beschreibt die Hüllmaterialbewegung für einen einzigen repräsentativen Brennstab. Der zugehörige Kühlkanal muß bei Mehrstabexperimenten durch eine sinnvolle Abbildung der Realgeometrie bestimmt werden. Die äußere Begrenzung des Kühlkanals wird nur als statische Randbedingung behandelt, ohne eine sich entwickelnde Temperaturverteilung oder u. U. Hüllmaterialbewegung zu berechnen. Da die ursprüngliche CMOT-Version /10/ als ein Unterprogramm des Störfallanalyse-systems CAPRI2 /16,17/ konzipiert war, benötigt die sogenannte 'stand

alone'-Version eine umfangreiche Dateneingabe, die unter anderem die zeitlich veränderlichen Temperaturverteilungen am Brennstoffrand, längs des intakten Hüllrohres sowie im Kühlkanal einschließt. Ebenso müssen die mittlere Dichte des Gases im Kühlkanal und die mittlere Temperatur des Strukturmaterials eingegeben werden. Viele dieser Daten sind a priori nicht bekannt und müssen deshalb extrapoliert oder mit Hilfe eines anderen Programmes berechnet und dann zur Eingabe in den CMOT-Code aufbereitet werden.

- Wesentliche Vereinfachungen werden bei der Beschreibung der Gasdynamik eingeführt. Die Gasströmung wird eindimensional und stationär behandelt. Allein die Reibungsdruckverluste sind im axialen Druckverlust berücksichtigt. Bei plötzlichen Querschnittsveränderungen des Kühlkanals treten jedoch auch reversible sowie irreversible Druckverluste auf, die das Druckprofil nachhaltig beeinflussen.
  
- Eine sehr vereinfachende und nur schwer zu rechtfertigende Annahme wird zur Beschreibung gewisser Inkohärenzeffekte der Hüllrohrbewegung gemacht, die durch radiale Querströmungen der Gasphase im Bündel induziert werden. Es wird angenommen, daß durch die radiale Umverteilung der Gasströmung ein lineares axiales Druckprofil längs des Bündels entsteht. Mit diesem Druckprofil werden nun die Gasgeschwindigkeiten im repräsentativen Kühlkanal bestimmt und letztlich damit die Hüllrohrbewegung im Bündel berechnet. Alle Inkohärenzeffekte basieren somit auf dem linearen Druckprofil. Es ist jedoch klar, daß die radialen Strömungen auch zu Druckverlusten führen und daß das Druckprofil besonders an Kühlkanalblockaden nicht linear ist. Um die inkohärente Hüllrohrbewegung im Bündel zu beschreiben, müssen alle Brennstäbe des Bündels sowie die radialen Querströmungen der Gasphase modelliert werden.
  
- Eine andere Vereinfachung betrifft die Strömungsform des geschmolzenen Hüllrohres. Es wird angenommen, daß gute Benetzung vorliegt und die Hüllrohrschmelze als Film längs des Brennstabes fließt. Nun zeigen aber viele Experimente, daß sowohl übliche Flüssigkeiten als auch geschmolzene Metalle bei ausreichend hohen Gasgeschwindigkeiten die Tendenz haben, Tropfen zu bilden und zu versprühen. Es wird oft beobachtet, daß

ein erheblicher Teil der eingespeisten Flüssigkeit (u. U. mehr als 50%) als eine Tropfenströmung innerhalb der Gasphase transportiert wird /18, 19/. Dieses Phänomen wird besonders in der englischsprachigen Literatur als 'entrainment' bezeichnet.

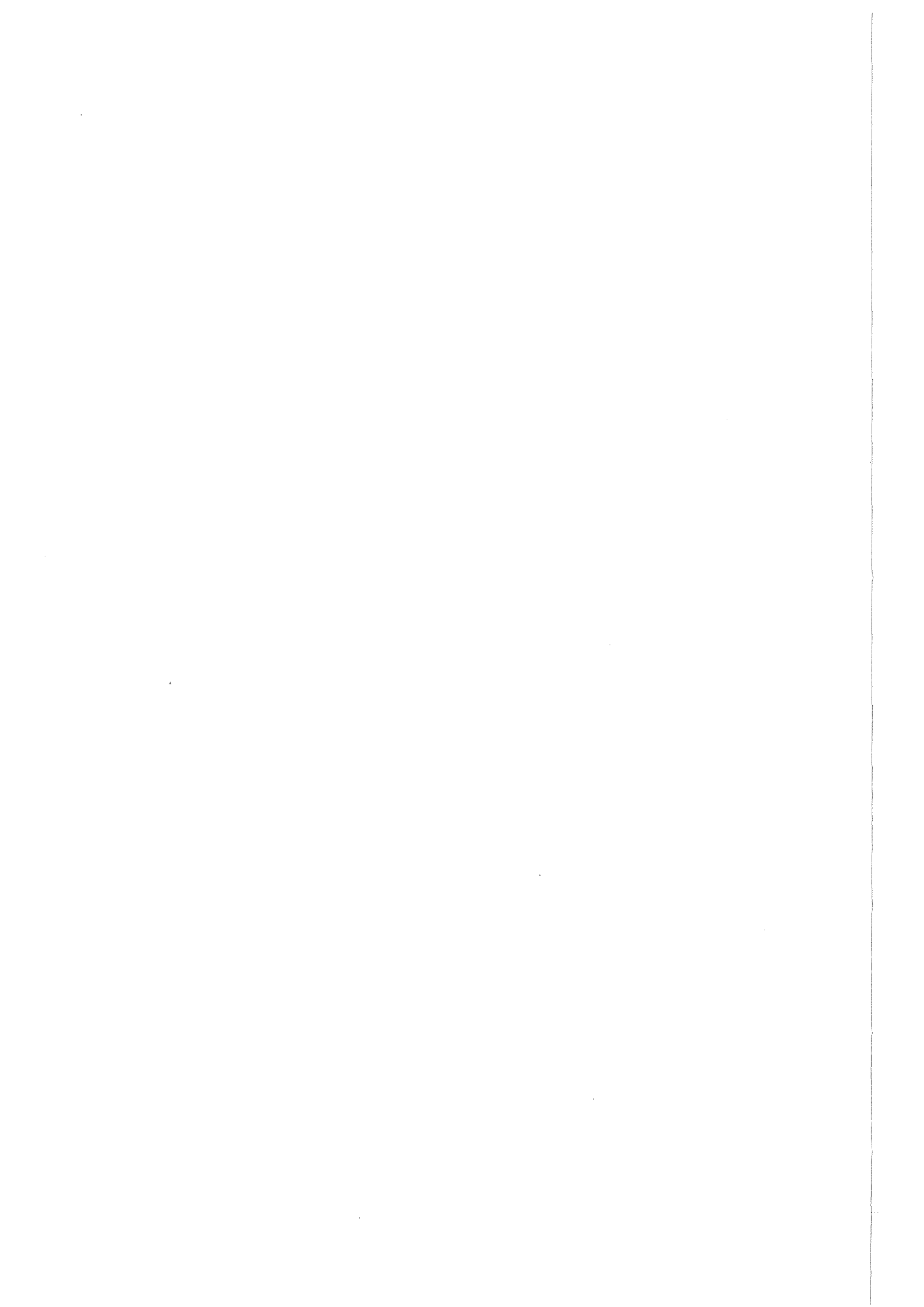
Die Relevanz einer Tropfenströmung für den Fall der Hüllrohrbewegung wurde nun erstmals durch die STAR-Versuchsserie /20-22/ aufgezeigt. Diese 'in-pile'-Versuche, die gegenwärtig an dem Forschungszentrum SANDIA NATIONAL LABORATORIES, Albuquerque, New Mexico, USA, fortgeführt werden, erlauben eine visuelle Beobachtung der Hüllrohrbewegung als auch der Brennstoffbewegung unter störfalltypischen Bedingungen. Diese Versuche zeigen, daß geschmolzenes Hüllrohrmaterial in Gegenwart einer Argongasatmosphäre die Tendenz hat, Tropfen oder isolierte Wellen zu bilden, die häufig versprühen und frei innerhalb der Gasströmung fliegen. Offensichtlich liegt bei Temperaturen zwischen 1700 - 2300 K keine Benetzung zwischen Stahlschmelze und Brennstoff vor. Eine Zusammenfassung der experimentellen Ergebnisse der bereits durchgeführten STAR-Experimente wird im nächsten Abschnitt gegeben. Diese Ergebnisse haben die Fortentwicklung des Hüllrohrbewegungsmodelles CMOT /10/ sehr gefördert. Als Folge entstand ein neues Modell mit Namen SANDCMOT, das weit über den Rahmen des ursprünglichen Ansatzes im CMOT-Modell /10/ hinausgeht. Alle oben genannten Einschränkungen wurden beseitigt. Im einzelnen läßt sich das SANDCMOT-Modell wie folgt charakterisieren:

- Es wird die Hüllrohrbewegung in einem n-Stabbündel beschrieben. Dieses n-Stabbündel wird auf eine äquivalente Ringraumgeometrie abgebildet, die Modellierung erfolgt schließlich innerhalb der Modellgeometrie. Die Abbildung erfüllt die Bedingungen, daß die Massen aller beteiligter Materialkomponenten (Brennstoff, Hüllrohr, Kühlmittel, Struktur) sowie die Kontaktflächen zwischen zwei verschiedenen Materialien in Real- und Modellgeometrie übereinstimmen. Auf diese Weise ist sichergestellt, daß mittlere Temperaturen und hydraulische Durchmesser in beiden Geometrien gleich sind. Durch die Modellgeometrie können symmetrische Brennstabbündel beliebiger Stabzahl, z.B. ein Brennelement, dargestellt werden, die selbst eventuell nur durch eine kleine Zahl von Stäben repräsentiert werden.

- Es wird die zeitlich veränderliche Temperaturverteilung für jede Materialkomponente berechnet. Für das Hüllrohr wird geprüft, ob die Schmelzbedingungen erreicht sind, und, falls so, wird die sich entwickelnde Hüllmaterialbewegung beschrieben. Dies gilt für alle Brennstäbe des Bündels.
  
- Es werden zwei Strömungsformen des geschmolzenen Hüllrohres betrachtet. Die Schmelze kann sich einmal in Form eines ringförmigen Filmes oder einzelner isolierter Wellen längs der Brennstaboberfläche bewegen. Sie kann dabei Brennstoff, intaktes oder wiedererstartetes Hüllrohr kontaktieren. Die Film- und Wellenströmung werden innerhalb eines einheitlichen Formalismus beschrieben; die Filmströmung ist der Grenzfall einer Wellenströmung für verschwindende Kontaktwinkel zwischen Welle und Brennstoff bzw. festes Hüllrohr. Die Formulierung folgt in groben Zügen der ursprünglichen CMOT-Version /10/ bzw. weiterentwickelten Versionen /23, 24/. Die zweite, im SANDCMOT-Modell realisierte Strömungsform ist die Tropfenströmung innerhalb der Kühlkanalströmung. Es wird ein 'entrainment'-Kriterium abgeleitet sowie Versprühraten und Wiederanlagerungsraten der Tropfen spezifiziert. Der Tropfendurchmesser folgt aus Charakteristiken von Instabilitäten, die zum Aufbrechen eines instabilen Filmes führen /25,26,27/. Üblicherweise sind die Tropfengeschwindigkeiten wesentlich höher ((1 - 10) m/s) als entsprechende Film/Wellengeschwindigkeiten ( (1-3) m/s). Dies unterstreicht die Notwendigkeit, beide Strömungsformen der Hüllrohrschmelze zu beschreiben.
  
- Geschmolzenes Hüllrohr kann wieder ausfrieren, wenn es mit kälteren Zonen des Brennstabes oder mit Strukturmaterialien in Kontakt kommt. Der Ausfrierprozeß wird dabei durch die radiale Wärmeleitung in den Brennstab oder das Strukturmaterial bestimmt. Der Wärmeübergang selbst verändert aber auch die Temperaturen im kontaktierten Material. Diese enge Wechselbeziehung wird durch ein Wärme-Leitungsmodell nachgebildet, das beliebig viele Temperaturstützstellen im Brennstab oder der Struktur haben kann und den Wärmeübergang zum geschmolzenen Hüllrohr völlig implizit behandelt. Dieses Wärmeleitungsmodell entstammt einer unveröffentlichten Version des SANDPIN-Codes /28/ und wurde an das Modell für die Hüllmaterialbewegung angekoppelt.

- Die sich mit der Hüllrohrbewegung verändernde Gasströmung wird ebenfalls beschrieben. Es werden die instationären Grundgleichungen für die radiale und axiale Strömungskomponente innerhalb der Modellgeometrie gelöst. Somit ist es möglich, eine radiale Umverteilung der Gasströmung im Bündel zu berücksichtigen. Dadurch induzierte Inkohärenzeffekte auf die Hüllrohrbewegung werden in konsistenter Weise berechnet. Dies ist wesentlich, denn in blockierten Kühlkanälen bewirkt die verminderte Gasströmung eine Verringerung der Schleppkraft auf das geschmolzene Hüllrohr, so daß sich eventuell eine anfangs aufwärts gerichtete Hüllmaterialströmung umkehrt und abwärts fließt. Es kann sich aber auch ein Gleichgewicht einstellen, in dem keine Nettobewegung stattfindet. Dieses als 'flooding' bekannte Phänomen /29/ charakterisiert eine Situation, in der sich große Wellen ausbilden, die abwechselnd auf und ab fließen, ohne zu einer Nettobewegung zu führen. Ein solcher Strömungszustand kann im Modell auf natürliche Weise als Folge der radialen Umverteilung der Gasströmung in einem Brennstabbündel eintreten.

Nach der Zusammenfassung der experimentellen Ergebnisse wird in den folgenden Abschnitten das Hüllrohrbewegungsmodell SANDCMOT dargestellt. Zunächst wird ein physikalisch/mathematisches Modell der Hüllrohrbewegung entwickelt. Es schließt sich die Beschreibung des numerischen Lösungsverfahrens an, wie es in dem Rechenprogramm SANDCMOT verwirklicht wurde. Ein Vergleich mit anderen Modellen gleicher Aufgabenstellung folgt. Danach wird die Analyse der beiden Experimente STAR1 und STAR2 vorgestellt und wichtige Ergebnisse diskutiert. Im ersten Experiment kam ein Brennstab, im zweiten ein Bündel mit 6 Brennstäben zum Einsatz. Eine Zusammenfassung beschließt die Arbeit.



## II. Experimentelle Ergebnisse zur Hüllrohrmaterialbewegung

Eine Reihe von Experimenten haben in der Vergangenheit zum Verständnis der Hüllrohrmaterialbewegung während eines Kühlmitteldurchsatzstörfalls beigetragen. Da 'in-pile'-Versuche recht aufwendig sind, wurden viele 'out-of-pile'-Experimente mit Simulationsmaterialien wie Wasser und Stickstoff oder Helium /29,30/, Alkohol und Luft /12,13,31/, Wood's Metall und Argon /18,14/ sowie Sn-Bi-Legierungen und Argon /18/ durchgeführt. Soweit dem Autor bekannt ist, hat dabei nur Casal /18/ eine klare Trennung zwischen einander benetzenden oder nicht benetzenden Stoffpaaren gezogen. Entsprechend fand er, daß eine Sn-Bi-Legierung auf einem Kupferuntergrund zu einer Filmströmung neigt, während dieselbe Legierung auf einem Stahluntergrund entweder ein völlig dispersives Verhalten mit einem Übergang zu einer Gas/Tropfenströmung zeigt oder aber bei geringen Gasgeschwindigkeiten reibungslos längs des Trägerstabes abgleitet /18/. In dem ersten Fall lag gute Benetzung, im zweiten Falle nur mäßige Benetzung vor. Die anderen oben genannten Experimente sind durch gute Benetzungseigenschaften gekennzeichnet, so daß sich i.a. eine Filmströmung einstellte. Entsprechend beziehen sich die Ergebnisse auf Filmströmungsphänomene, wie z.B.

- die obere und untere Staugrenze des Filmes, also jene Gasgeschwindigkeiten, bei denen die Schleppekkräfte der Gasströmung ausreichen, um Teile des Filmes oder den ganzen Film gegen die Gravitationskräfte nach oben zu bewegen /29,30/,
- die Aufstauung des Filmes und die Ausbildung großer Wellen ('flooding'-Zustand) /12,13,31/,
- verschiedene Wellenphänomene der Filmströmung (Störwellen, Kapillarwellen) /12,13/,
- den Beginn des Versprühens von Tropfen aus der Filmströmung ('entrainment') /8,14/,
- die Druckverluste und Reibbeiwerte der Zweiphasenströmung /12,13,18/,
- eine inkohärente Filmströmung im Stabbündel /8,14/.

Eine ausführliche Zusammenfassung der Ergebnisse der oben genannten Experimente wird in Ref. /10/ gegeben und soll an dieser Stelle nicht wiederholt werden. Dagegen sollen die das Benetzungsverhalten einer Flüssigkeit bestimmenden Faktoren eingehender untersucht werden, da sie die sich entwickelnden Strömungsformen nachhaltig beeinflussen. Denn ist die Benetzung schlecht, so sind Filmkonfigurationen instabil. Die Oberflächenspannungskräfte werden in diesem Fall einen Film destabilisieren und schließlich in eine energetisch stabilere Konfiguration transformieren. Diese kann aus einzelnen Rinnsalen, Tropfen oder Wellen bestehen. Einem späteren Kapitel über Filminstabilitäten und das Aufbrechen eines Filmes vorgreifend, sollen nun einige Ergebnisse dargestellt werden, die das Verständnis der Hüllrohrbewegung in der frühen Phase nach dem Durchschmelzen erleichtern. B.E. Anshus und E. Ruckenstein /32/ haben gezeigt, daß für einen abwärts fließenden Flüssigkeitsfilm eine kritische Reynoldszahl existiert, unterhalb der die sogenannte 'roping'-Instabilität zur Bildung einzelner unbenetzter Stellen führen wird. Für isotherme Bedingungen und eine stationäre Gasphase ist die kritische Reynoldszahl durch

$$Re_{cr} = (v \cdot h_0 / \nu)_{cr} = 4.18 \quad \text{II.1}$$

gegeben. Hier bedeuten  $v$  die mittlere Filmgeschwindigkeit,  $h_0$  die ungestörte Filmdicke und  $\nu$  die kinematische Viskosität des Films. Die 'roping'-Instabilität nach Ref. /32/ ist eine zeitunabhängige Störung der Filmdicke, die in Strömungsrichtung anwächst. Sie wird durch Oberflächenspannungskräfte und thermokapillare Kräfte erzeugt. Die Thermokapillarität beruht auf der Temperaturabhängigkeit der Oberflächenspannung und ist eine wesentliche Ursache für das Aufbrechen eines Filmes /25/.

Der destabilisierende Charakter dieses Effekts läßt sich wie folgt beschreiben. Angenommen ein Flüssigkeitsfilm wird an der Kontaktfläche zu einem Festkörper durch einen konstanten Wärmestrom beheizt. Auf der Filmoberfläche soll eine kleine Welle vorliegen. Die Beheizung hat nun zur Folge, daß sich im Film ein Temperaturprofil ausbildet, das eine höhere Temperatur in Wellentälern als in Wellenbergern hat. Diese Temperaturunterschiede liegen auch an der Filmoberfläche vor und führen dort zu Variationen in der Oberflächenspannung. Ein Gradient in der Oberflächenspannung



ist aber eine Schubspannung, die nun eine Kapillarströmung im Film induziert. Diese ist von heißen Bereichen des Filmes zu kühleren gerichtet und wird deshalb zu einer Verdünnung des Filmes in Wellentälern führen. Dies impliziert nun wiederum höhere Temperaturen im Wellental und der eben beschriebene Prozeß setzt sich fort. Die thermokapillaren Kräfte führen also zu einem Verdünnungsprozeß in Wellentälern und provozieren somit, daß der Film dort aufbricht und sich ein unbenetzter Flecken bildet. Sobald sich eine entblößte Stelle gebildet hat, deformieren die Oberflächenspannungskräfte den Film soweit, bis sich der richtige (i.a. dynamische) Kontaktwinkel zum Festkörper einstellt. Es liegen schließlich einzelne Rinnsale, Tropfen oder Wellen vor. S.G. Bankoff und H.H. Tung /25/ haben die 'roping' Instabilität für eine zeitabhängige, stehende Welle untersucht und konnten damit die Entstehung einer Rinnsalströmung im Falle eines Wasser-bzw. Freonfilmes erklären. Soweit bekannt, wird auch die Theorie von Anshus/ Ruckenstein /32/ durch Experimente von Norman und Mc Intyre /33/ und Simon und Hsu /34/ zumindest qualitativ bestätigt. Haben sich einmal unbenetzte Stellen gebildet, so können diese stabil gegen eine Wiederbenetzung sein, wie Hartley und Murgatroyd /35/ zeigen. Hierzu ist es erforderlich, daß die Oberflächenspannungskräfte am Stagnationspunkt A größer als der Staudruck der Flüssigkeitsströmung sind. Diese Situation ist in Abb.1 schematisch dargestellt.

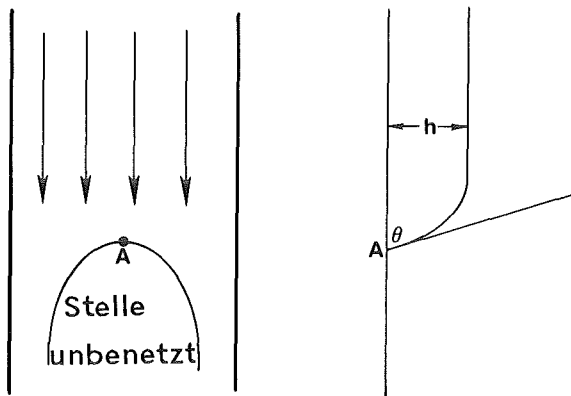


Abb. 1: Konfiguration einer unbenetzten Stelle

Das obige Kriterium kann mit Hilfe einer minimalen, zur Wiederbenetzung führenden Reynoldszahl  $Re_{mw}$  ausgedrückt werden.

$$Re_{mw} = 0.875 \cdot [\gamma \cdot (1 - \cos \theta)]^{3/5}$$

$$\gamma = \frac{\sigma}{\rho \nu^4 \cdot g \sin \beta / 3}^{1/3} \quad \text{II.2}$$

- $\gamma$  : Oberflächenspannungsparameter,
- $\sigma$  : Oberflächenspannung der Flüssigkeit zur Gasphase hin,
- $\rho$  : Dichte der Flüssigkeit,
- $\nu$  : kinematische Viskosität der Flüssigkeit,
- $g$  : Erdbeschleunigung,
- $\beta$  : Neigungswinkel der Strömungsebene zur Horizontalen,
- $\theta$  : Gleichgewichtskontaktwinkel der Flüssigkeit auf dem Festkörper.

Die Reynoldszahl der Flüssigkeitsströmung ist dabei als volumetrische Strömungsrate pro Querschnittsfläche, geteilt durch die kinematische Viskosität  $\nu$ , definiert. Ist die Oberflächenspannung gering und/oder der Kontaktwinkel klein, so zeigt Gl. (II.2), daß i.a. gute Benetzung vorliegt. Es werden sich deshalb ausgedehnte Filmkonfigurationen bilden.

Die obigen Ausführungen zeigen den Einfluß der Oberflächenspannungen auf das Strömungsverhalten einer Flüssigkeit auf. Im Hinblick auf das Brennstoff/Stahl/Natriumdampf-System haben frühere Arbeiten /36,37/ angedeutet, daß die Benetzung am Stahlschmelzpunkt ( $T \approx 1700$  K) schlecht ist, jedoch mit zunehmender Temperatur besser wird. Diese Aussage wird durch Arbeiten von Nikolopoulos et.al. /38,39/ gestützt. Ihre Ergebnisse lassen sich in der Form

$$\sigma(T) = \sigma_0 - \gamma \cdot (T - T_0) \quad \text{J/m}^2 \quad \text{II.3}$$

darstellen und sind in nachfolgender Tabelle zusammengefaßt.

System	$\sigma_o$	$\gamma \cdot 10^3$	$T_o(K)$	$T = 1690 K$	Bemerkungen
UO2/SS 1.4970	1.588	2.0728	1690	1.588	Argongasatmosphäre
UO2/SS 1.4970	1.35	2.07	1690	1.35	gemischte Argon- gas/Natriumdampf- atmosphäre
UO2/Ar	1.507	0.3457	0	0.923	
UO2/Na	1.507	0.3457	0	0.923	
SS 1.4970/Ar	1.19	0.57	1690	1.19	
SS 1.4970/Na	1.19	0.57	1690	1.19	
SS 316/Na	2.08	0.4	273	1.51	Formel nach Ostensen /36/

Tabelle 1: Oberflächenenergien nach Nikolopoulos et al. /38,39/ und Ostensen /36/

Nach Nikolopoulos et al. hängt die Oberflächenenergie des Stahl/Brennstoff-Systems empfindlich von der umgebenden Gasatmosphäre ab. Eine solch ausgeprägte Abhängigkeit liegt bei den Oberflächenenergien von Stahl und Brennstoff gegenüber der Gasphase nicht vor. Die Diskrepanz zwischen Ostensen und Nikolopoulos et al. bei der Oberflächenenergie des Stahls könnte durch die Unterschiede in den Materialien bedingt sein, oder aber, wie Ostensen selbst bemerkt, aus erheblichen Unsicherheiten in seiner Formel folgen.

Mit Hilfe der Young/Laplace Formel

$$\theta = \arccos \left\{ \frac{\sigma_{UO2,GAS} - \sigma_{UO2,SS}}{\sigma_{SS,GAS}} \right\} \quad \text{II.4}$$

ergeben sich folgende Kontaktwinkel der Stahlschmelze auf Brennstoff für  $T = 1690 K$ :

Gasatmosphäre	$\theta$	Bemerkungen
Argon	124°	
Natriumdampf	111°	nach Nikolopoulos et al. /38,39/
	107°	nach Ostensen /36/

Der Unterschied im Kontaktwinkel nach Ostensen bzw. Nikolopoulos et al. ist somit gering. Sowohl der Kontaktwinkel als auch die Größe der Oberflächenspannungen im Brennstoff/Stahl/Natriumdampf bzw. Argongas-System weisen auf ein schlechtes Benetzungsverhalten hin. Die 'roping' Instabilität /32, 25/ ist deshalb ein effektiver Mechanismus für das Aufbrechen eines Filmes. Aus der Theorie nach Anshus/Ruckenstein /32/ folgt ein dimensionsloser Anwachsparameter, für den gilt

$$a = 1/3 \cdot \gamma \cdot Re^{-2/3} (1 + Tk \cdot Re^{1/3}) \quad \text{II.5}$$

$\gamma$  ist der bereits oben definierte Oberflächenspannungsparameter, Re die Reynoldszahl und Tk ein Parameter zur Beschreibung der Thermokapillarität

$$TK = (3 \nu^2/g)^{1/3} q/k (- \partial \ln \gamma / \partial T) \quad \text{II.6}$$

q ist der vom Festkörper her wirkende Wärmestrom und k die Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeit. Für eine Reynoldszahl von 1 und  $Tk = 0$  erhält man

$$a = 7.6 \cdot 10^3, \quad \text{II.5a}$$

was eine starke Instabilität andeutet. Interessanterweise ergibt die Theorie von Anshus/Ruckenstein keine bevorzugte Wellenlänge für das Aufbrechen eines Filmes unter thermokapillaren Kräften. Der Abstand zwischen zwei unbenetzten Stellen muß deshalb aus anderen Überlegungen gefolgert werden /25/. Dieser Punkt wird in einem der folgenden Kapiteln eingehender behandelt.

Die obigen Darlegungen zeigen, daß ein Stahlfilm auf Brennstoff bei Temperaturen nahe dem Stahlschmelzpunkt instabil ist und deshalb in einige wenige Rinnsale oder Tropfen aufbrechen wird. Diese neue Struktur ist energetisch günstiger, wie die Datenbilanz der Oberflächenenergien in Tabelle 1 zeigt. Auch ist nun klar, daß 'out-of-pile'-Simulationsexperimente, die Stoffsysteme mit niedrigen Oberflächenenergien verwenden, nicht repräsentativ für das Referenzsystem Brennstoff/Stahl/Natriumdampf sind. So sind die Oberflächenenergien von Wasser- und Alkoholfilmen gegenüber Luft von der Größenordnung  $3 \cdot 10^{-2} \text{ J/m}^2$ , also etwa einen Faktor 50 kleiner als bei dem

Referenzsystem! Auch geht die Oberflächenspannung linear in den Anwachparameter  $a$  der 'roping'-Instabilität ein (Gl. (II.5)) und beeinflusst daher nachhaltig die Dynamik der Rinnsal- oder Tropfenbildung. Schließlich zeigt Tabelle 1 aber auch, daß mit zunehmenden Temperaturen Stahlschmelzen den Brennstoff besser benetzen. Bei etwa 2400 K beträgt der Kontaktwinkel  $60^\circ$ , bei 2700 K ist er nahe  $0^\circ$ , was völlige Benetzung bedeutet. In der Phase der Hüllrohrbewegung variieren jedoch die Temperaturen nur zwischen 1700 K und etwa 2400 K. Sobald geschmolzenes Hüllrohrmaterial festes Hüllrohr kontaktiert, liegt gute Benetzung vor, und ein Tropfen wird deshalb die Tendenz haben zu zerfließen. Dieser Prozeß wird jedoch durch Ausfriervorgänge und hohe Viskositäten gehemmt, so daß die Ausbildung einer Filmströmung unwahrscheinlich ist.

Die obigen Ausführungen zum Benetzungsverhalten von Stahlschmelzen auf Brennstoff in Gegenwart einer Argongas- oder Natriumdampf-atmosphäre wurden mit einiger Ausführlichkeit bedacht. Der Grund sind die beiden 'in-pile'-Experimente STAR1 und STAR2 der STAR-Versuchsserie /20 - 22/, die deutlich den grundlegenden Einfluß des Benetzungsverhaltens auf die sich entwickelnde Strömungsform zeigen. Diese Versuchsserie untersucht Phänomene der Hüllrohr- und Brennstoffbewegung während der Einleitungsphase eines Kühlmitteldurchsatzstörfalls und wird gegenwärtig an den SANDIA NATIONAL LABORATORIES, Albuquerque, New Mexico, USA fortgesetzt. Der Name STAR ist ein Akronym für SANDIA TRANSIENT AXIAL RELOCATION. Wegen der Bedeutung der beiden oben genannten Experimente für das Verständnis der Hüllrohrbewegung werden ihre wesentlichen Ergebnisse an dieser Stelle zusammengefaßt. Weitere Details werden an späterer Stelle beim Vergleich der Experimente mit Nachrechnungen des SANDCMOT-Modelles erläutert.

Der große Vorteil der STAR-Experimente gegenüber bisherigen Experimenten zur Hüllrohr- und Brennstoffdynamik /40 - 43/ ist die erstmals gebotene Möglichkeit, das Verhalten der Brennstabkomponenten unter störfalltypischen Bedingungen direkt visuell zu beobachten. Die visuelle Beobachtung wird dabei durch ein Spiegelsystem ermöglicht, das um die Testbrennstäbe und das umhüllende Quarzrohr herum angeordnet ist. Über das Spiegelsystem und mehrere Linsen werden die Brennstäbe auf das Objektiv einer Hochfrequenzkamera (ca. 1000 Bilder/sec) abgebildet, so daß der Ablauf des Experi-

menten gefilmt werden kann. Anhand dieser Filmaufnahmen kann die Hüllrohr- und Brennstoffbewegung im Detail verfolgt werden. Die Anordnung des Spiegelsystems in der STAR-Kapsel ist in Abb. 2 zu sehen.

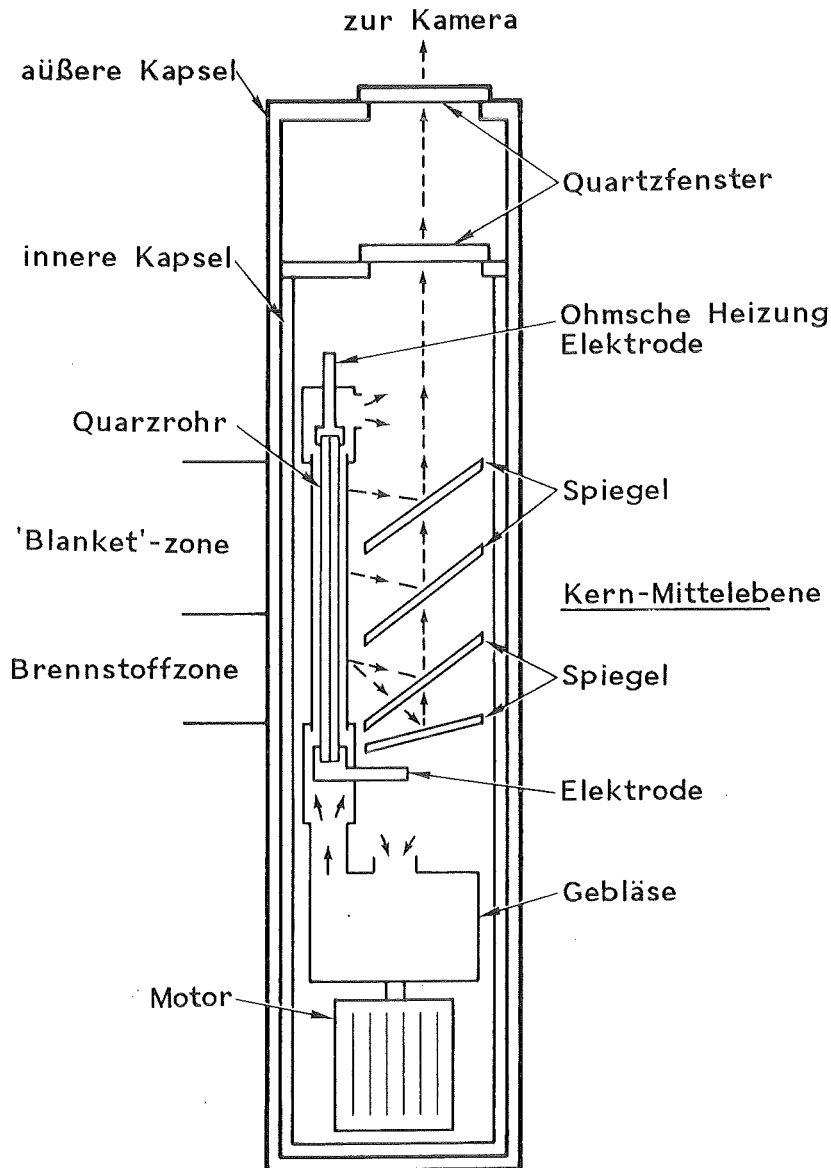


Abb. 2: Aufbau der STAR-Kapsel

Die Spiegel sind räumlich versetzt angeordnet und bilden Front- und Rückseite oder die Seitenansicht eines bestimmten Abschnittes der Brennstäbe

ab. Das STAR1-Experiment benutzte einen einzigen Brennstab, während in STAR2 ein 6-Stabbündel verwendet wurde. Diese waren in Form eines 7-Stabbündels angeordnet, wobei ein Brennstab weggelassen wurde, um bessere optische Bedingungen zu schaffen. Die Brennstäbe enthielten i. a. 40% angereichertes frisches Uranoxid, nur der Zentralstab im 6-Stabbündel war wegen der Flußabsenkung 67% angereichert. Weitere Experimente mit vorbestrahltem Brennstoff sind geplant oder z. T. schon durchgeführt worden /44, 45/. Zur Simulation einer Natriumdampfströmung wurde eine Argongasströmung durch das die Brennstäbe umhüllende Quarzrohr geleitet. Mittlere Gasgeschwindigkeiten betragen am Eintritt der Teststrecke (30 - 45) m/s, mittlere Dichten (0.9 - 1.1) kg/m<sup>3</sup>. Infolge der Aufheizung des Gases längs des Strömungskanals sank die Dichte u. U. auf etwa 0.4 kg/m<sup>3</sup>, und die Gasgeschwindigkeiten stiegen eventuell lokal auf über 100 m/s an. Diese Werte sind typisch für die während eines Kühlmitteldurchsatzstörfalls einsetzende Natriumdampfströmung. Durch entsprechend gewählte Leistungstransienten wurde das Hüllrohr über eine Länge von etwa 17 cm abgeschmolzen. Die in STAR1 und STAR2 beobachtete Hüllrohrmaterialbewegung läßt sich wie folgt zusammenfassen:

- Sobald die Schmelzbedingungen erreicht sind, versucht das Hüllrohr, seine Grenzfläche zum Brennstoff hin sowie die eigene Oberfläche zu minimieren. Als Folge entsteht ein Kontraktionsprozeß, der häufig auch azimuthal verlaufen kann und zur Bildung eines oder mehrerer Rinnsale bzw. großer Tropfen führt. Ein Großteil der Brennstoffoberfläche wird vollständig vom Hüllrohr entblößt und ist in den Filmaufnahmen als hell leuchtende Fläche sichtbar. Offensichtlich führt der Kontraktionsprozeß zu einer Minimierung der Oberflächenenergie des Systems. Dies ist in Übereinstimmung mit den weiter oben ausgeführten Darlegungen zum Benetzungsverhalten von Stahlschmelzen und Brennstoff.
- Geschmolzenes Hüllrohr bewegt sich häufig in Form von einzelnen Rinnsalen oder Wellen. Eine ringförmige Filmbewegung wird nicht beobachtet. In Abb. 3 werden mögliche Formen der Rinnsale bzw. Wellen skizziert sowie von den Filmaufnahmen geschätzte Geschwindigkeiten angegeben. Die ersten drei Skizzen zeigen geschmolzenes Hüllrohr auf festem Hüllrohr, die letzten drei Skizzen dagegen Hüllrohrschmelze auf Brennstoff. In den

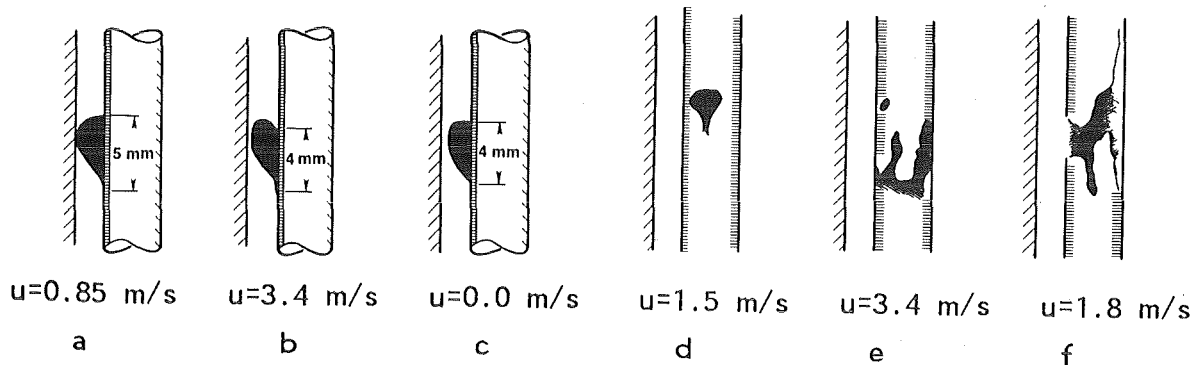


Abb. 3: Mögliche Konfigurationen der Hüllrohrschmelze  
(Skizzen aus STAR1)

folgenden 4 Abbildungen sind mehrere Filmaufnahmen reproduziert, die typische Hüllrohrkonfigurationen festhalten. Die Bilder entstammen dem STAR1- und STAR2-Experiment.

- Einzelne Wellen können in ihrer Gesamtheit vom Brennstab losgelöst werden und frei als Tropfen im Kühlkanal fliegen. Es werden Tropfen mit Durchmessern zwischen 0.7-2 mm beobachtet. Wellen sind häufig größer, bis zu 3 mm. Frei fliegende Tropfen haben Geschwindigkeiten zwischen (2-8) m/s, Wellen, da sie den Brennstab berühren, (1-3) m/s.
- Es können sich kurzfristig mehr als zehn Tropfen im Kühlkanal befinden. Ein solches Ereignis ist jedoch sehr selten und wurde nur einmal (im STAR1-Experiment nahe dem oberen Blanket ( $T \approx 71.6$  sec)) beobachtet.
- Tropfen lagern sich auf dem Quarzrohr wieder ab. Es liegt offensichtlich eine radiale Geschwindigkeitskomponente vor, die von der Größenordnung 1 m/s oder höher ist (STAR1 und STAR2).
- Tropfen, die auf dem Quarzrohr landen, frieren schnell aus. Mehrere Zehnprozent des ursprünglich geschmolzenen Hüllrohres enden sowohl in STAR1 als auch STAR2 auf dem Quarzrohr.



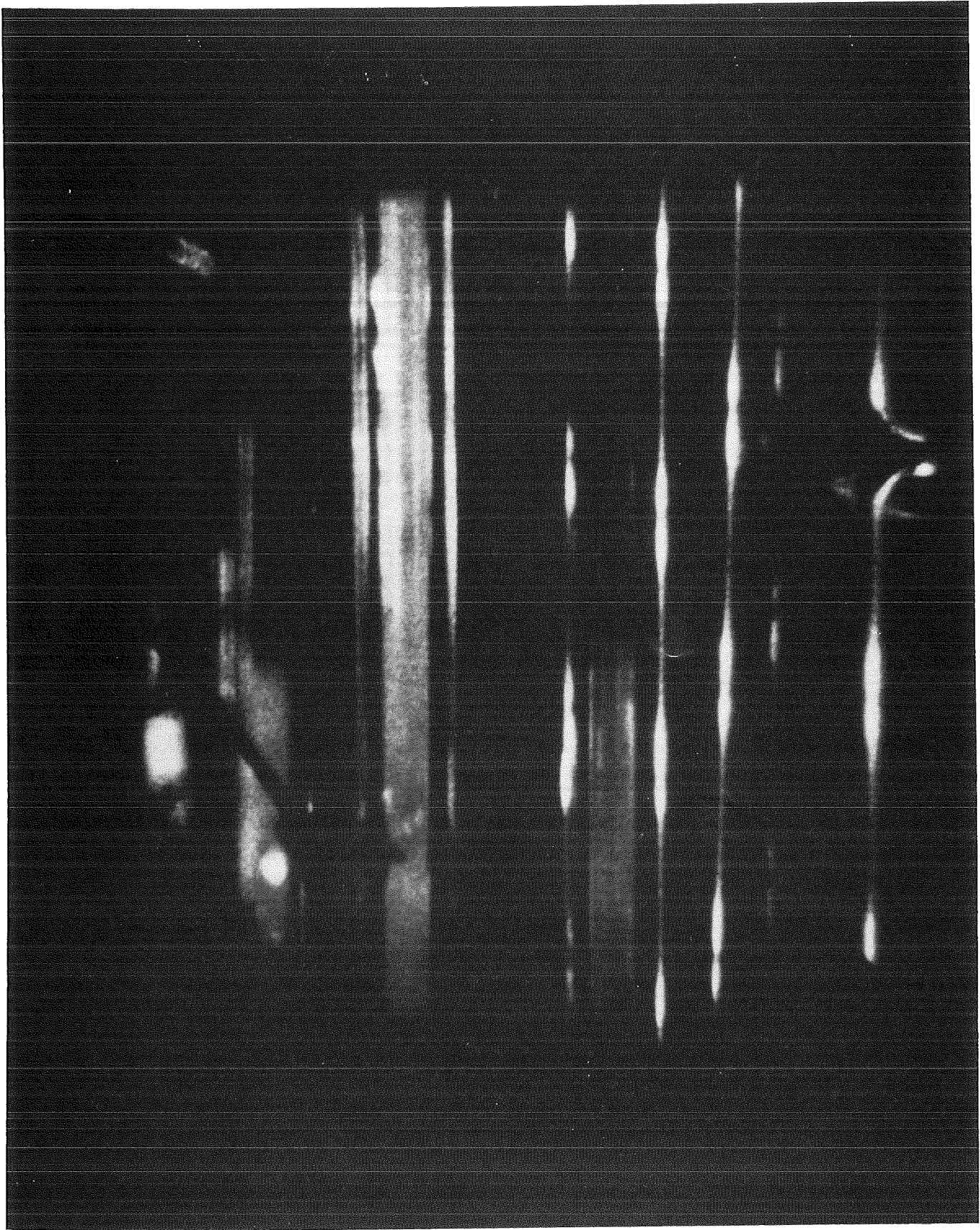


Abb. 4: Beginnende Hüllrohrbewegung in STAR1 ( $T \approx 71.2$  sec)



Abb. 5: Hüllrohrbewegung in STAR1 ( $T \approx 71.4$  sec)

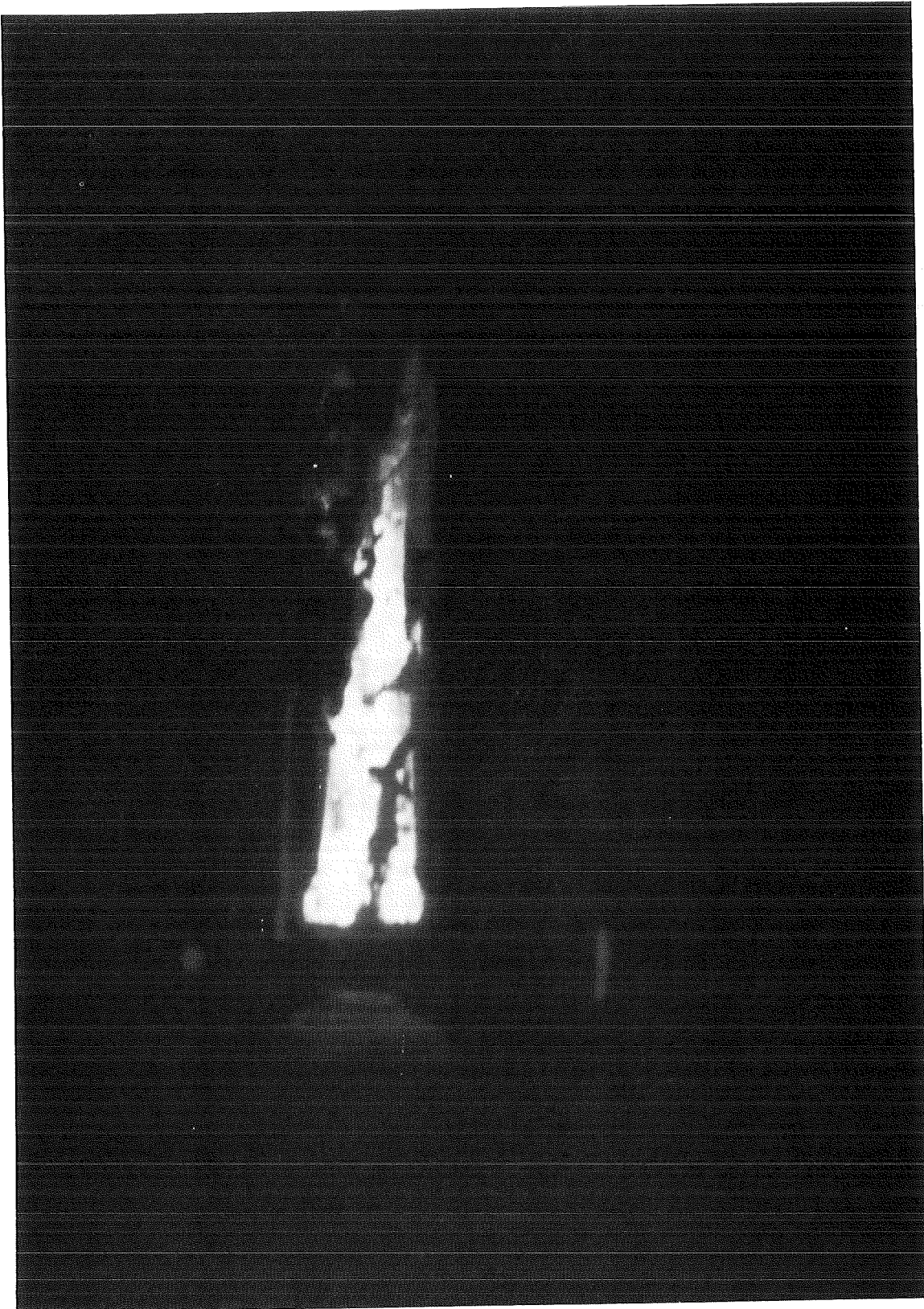


Abb. 6: Hüllrohrbewegung in STAR2 (T ≈ 77.3 sec)



Abb. 7: Hüllrohrbewegung in STAR2 ( $T \approx 77.5$  sec)

- Größere Rinnsale können in mehrere Tropfen (2 - 3) aufbrechen. Ein solch spezielles Ereignis in STAR1 ist in Abb. 8 skizziert, das schließlich zwei Tropfen mit einem Durchmesser von etwas mehr als 1 mm hervorbrachte. Der Aufbruch erfolgte nahe dem oberen Blanket und war innerhalb von 7 msec abgeschlossen.
- Auch wenn einzelne Wellen auf intaktem Hüllrohr fließen, behalten sie ihre Form mehr oder weniger bei. Eventuell frieren sie rasch aus (STAR1).
- Die Hüllrohrbewegung im Bündel wird durch die radialen Querströmungen beeinflusst. Im STAR2-Experiment schmolz das Hüllrohr zunächst auf dem Zentralstab, ohne jedoch zu einer merklichen Hüllrohrbewegung zu führen. Erst als auch das Hüllrohr auf den äußeren Brennstäben mobil wurde, bewegten sich größere Teile aufwärts. Wie im STAR1-Experiment wurden frühzeitig größere Brennstoffoberflächen vollständig von Hüllrohr entblößt.

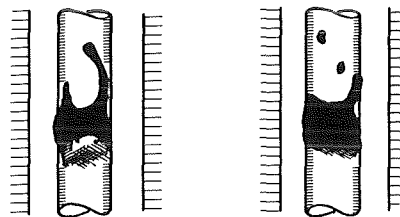


Abb. 8: Zerfall eines Rinnsals in zwei Tropfen im STAR1-Experiment  
( $T \approx 71.4$  sec)

Die beiden STAR-Experimente bieten zum ersten Mal die Möglichkeit, die Hüllrohrbewegung (als auch die spätere Brennstoffbewegung) unter störfalltypischen Bedingungen direkt visuell zu verfolgen. Die oben zusammengefaßten Ergebnisse zeigen, daß Stahlschmelzen bei Temperaturen nahe dem Stahlschmelzpunkt den Brennstoff nicht benetzen. Folglich besteht eine Tendenz, einzelne Rinnsale oder Wellen zu bilden, die sich eventuell vom Brennstab lösen und frei als Tropfen im Kühlkanal fliegen. Die Umsetzung dieser Beobachtung in ein numerisches Modell der Hüllrohrbewegung ist Gegenstand der folgenden Kapitel.

### III. Physikalisches Modell der Hüllrohrmaterialbewegung

Im folgenden werden die betrachtete Physik sowie die grundsätzlichen Annahmen des Modells der Hüllrohrmaterialbewegung während eines Kühlmitteldurchsatzstörfalles dargestellt. Das Ziel ist, die Hüllrohrbewegung in einem Brennstabbündel (z. B. einem Brennelement) vom ersten Schmelzereignis bis zum endgültigen Ausfrieren in gekühlten Zonen des Brennstabbündels zu beschreiben. Da eine enge Wechselwirkung zwischen Hüllrohrschmelze und Kühlkanalströmung vorliegt, muß auch die Dynamik der Gasströmung im Brennstabbündel beschrieben werden. Für das geschmolzene Hüllrohr werden zwei Strömungsgrundformen betrachtet (siehe Abb. 17). Es sind dies:

- die Film/Wellen-Strömung längs eines Brennstabs,
- die Tropfenströmung innerhalb eines Kühlkanals.

Der erste Strömungsbereich umfaßt Filmströmungen sowie die Strömung all jener Filmteile, die nach dem Aufbrechen eines instabilen Filmes vorliegen können. Diese Objekte können sowohl Kinnsale, tropfenförmige Gebilde oder Wellen sein und sollen nachfolgend einheitlich als Wellen bezeichnet werden. Im Rahmen des Filmströmungsmodelles werden ferner auch lokale Pfropfenströmungen behandelt, die dadurch gekennzeichnet sind, daß das geschmolzene Hüllrohr lokal den gesamten Kühlkanal ausfüllt. Pfropfen können z. B. dadurch entstehen, daß zwei große Filmwellen auf benachbarten Brennstäben verschmelzen oder eine Welle so groß wird, daß sie den benachbarten Brennstab oder eine Strukturfläche berührt. An diesen Stellen wird die Gasströmung gezwungen, auf andere Kühlkanäle auszuweichen. Ein Pfropfen wird völlig analog zu einer Filmwelle behandelt, indem die Wechselwirkung mit der Gasströmung durch eine ebensolche mit einer anderen Welle oder einem Festkörper (festes Hüllrohr, Brennstoff oder eine Strukturmaterialkomponente) ersetzt wird. Der Formalismus der Film/Wellenströmung wird deshalb im folgenden für die normale Situation einer nahen Gasströmung entwickelt, und es werden die Modifikationen an den entsprechenden Stellen angegeben, die zur Beschreibung einer Pfropfenströmung nötig sind. Die Nomenklatur unterscheidet nicht zwischen einer Gas- oder Pfropfenströmung und bezieht sich i. a. auf den Fall einer Gasströmung.

Die Film/Wellenströmung ist nun dadurch gekennzeichnet, daß zumindest eine Kontaktfläche zum Brennstab vorliegt und somit Masse, Impuls und Energie mit diesem ausgetauscht werden kann. Die Film- und Wellenströmung können in einem einheitlichen Formalismus behandelt werden, da die auf einen Film oder eine Welle wirkenden Kräfte ihrer Natur nach gleich sind. Unterschiede resultieren im wesentlichen aus geometrischen Gründen, da z. B. die Kontaktfläche eines Filmes bzw. einer Welle zum Brennstab oder der Kühlkanalströmung hin verschieden sind. Auch ändern sich gewisse Wechselwirkungskoeffizienten, die im einen Fall typisch für einen Film sind, im anderen Fall eher für einen Tropfen gelten. Die Gestalt der Wellen wird im folgenden durch eine Kugelkappe approximiert und ist durch das Volumen und den Kontaktwinkel zum Brennstab hin festgelegt. Das Volumen der Wellen wird im Verlauf der Rechnungen konstant gehalten, weshalb die Vereinigung zweier Wellen oder das teilweise Ausfrieren einer Welle nicht beschreibbar sind. Der Kontaktwinkel ist ebenfalls eine Konstante, jedoch für Wellen, die Brennstoff oder Hüllrohr kontaktieren, verschieden. Erhöht sich die Anzahl der Wellen in einer Maschenzelle so sehr, daß sie mehr als die geometrisch mögliche Oberfläche eines Brennstabs bedecken würden, so wird eine Filmkonfiguration angenommen. Diese kann auch als Grenzfall einer Wellenkonfiguration erhalten werden, wenn der Kontaktwinkel zu null gesetzt wird. Der Kontaktwinkel ist eine Eingabegröße und sollte so gewählt sein, daß er ein Mittel zwischen Bug- und Heckwinkel einer Welle darstellt. Diese können aus den Abbildungen (3 - 8) abgeschätzt werden. Ferner wird das Volumen einer Welle aus charakteristischen Wellenlängen (i. a. solche mit einer maximalen Anwachsrate) von Instabilitäten bestimmt, die das Aufbrechen eines Filmes beeinflussen können. Es werden die Kelvin-Helmholtz (K-H)-Instabilität /26/, die kapillare Instabilität einer Flüssigkeitssäule /26/ sowie die zuvor bereits genannte 'roping'-Instabilität /25, 32/ betrachtet. Wie diese Instabilitäten einen Film in eine stabilere Wellenkonfiguration überführen können, wird in einem der folgenden Kapiteln erläutert. Da die Hüllrohrbewegung innerhalb intakter Bündelstrukturen erfolgt, prägen diese eine weitgehend axial gerichtete Strömungsrichtung auf. Eine eindimensionale, zylindersymmetrische Beschreibung der Film/Wellenströmung ist deshalb eine ausreichende Näherung. Folgende Kräfte bestimmen die Hüllrohrbewegung:

- Scherkräfte an der Phasengrenzfläche zum Brennstab hin, die durch die innere Viskosität der Hüllrohrschmelze bedingt sind;
- Scherkräfte, die durch die Wechselwirkung mit der Kühlkanalströmung entstehen. Liegt eine Pfropfenströmung vor, so treten Reibungskräfte zu einem weiteren Brennstab oder einer Filmströmung auf;
- axiale Druckgradienten, die durch die Kühlkanalströmung vorgegeben sind;
- gravitative Kräfte;
- radiale Druckgradienten in der Kühlkanalströmung, die zum Versprühen des Hüllrohres und zum Auftreten einer Tropfenströmung Anlaß geben.

Da ein Teil des geschmolzenen Hüllrohres versprühen und als Tropfen innerhalb der Gasströmung im Kühlkanal fliegen kann, ist es notwendig, neben der Film/Wellen-Strömung auch eine Tropfenströmung zu betrachten. Die Tropfenströmung wird ebenfalls eindimensional behandelt. Radiale Strömungseffekte werden in die Wiedieranlagerungsraten einbezogen. Die auf einen Tropfen wirkenden Kräfte sind:

- Schleppkräfte, die durch die Wechselwirkung mit der Kühlkanalströmung entstehen;
- axiale Druckgradienten in der Kühlkanalströmung;
- gravitative Kräfte;

Die Tropfenströmung ist durch die Schleppkräfte und die Druckgradienten eng an die Gasströmung im Kühlkanal gekoppelt. Dies erfordert eine weitgehend implizite Formulierung der Gas/Tropfen Wechselwirkung sowie die simultane Lösung der Grundgleichungen der Tropfen- und Kühlkanalströmung. Die mathematische Formulierung folgt in wesentlichen Aspekten der grundlegenden Arbeit von Harlow und Amsden /46/.

Die Kühlkanalströmung wird als zweidimensionale, kompressible Strömung behandelt. Es werden die axialen und radialen Navier-Stokes Gleichungen



gelöst. Durch die radiale Strömungskomponente entsteht eine Kopplung benachbarter Kühlkanäle in einem Brennstabbündel, was erheblich die Kohärenz der Hüllrohrbewegung beeinflussen kann. Ist z. B. ein Strömungskanal infolge der Hüllrohrbewegung blockiert, so weicht die Gasströmung auf benachbarte Kühlkanäle aus und reduziert den Gasstrom durch den belasteten Kanal. Dadurch kann eine entscheidende Hüllrohrbewegung wesentlich verzögert werden und eventuell erst eintreten, wenn auch das Hüllrohr in anderen Kanälen schmilzt. Die radiale Umverteilung der Kühlkanalströmung führt also auch zu einer Kopplung der Hüllrohrbewegung auf verschiedenen Brennstäben.

Da durch die Bewegung längs des Brennstabes das geschmolzene Hüllrohr Flächen mit recht unterschiedlichen Temperaturen kontaktiert, muß auch die transiente Entwicklung der Temperaturen in der Hüllrohrschmelze als auch im Brennstab beschrieben werden. Dies leistet ein Brennstabmodell, das die radiale Wärmeleitungsgleichung für die Schmelze, bereits ausgefrorene Teile der Schmelze sowie den Brennstab löst. Ferner sind verschiedene Brennstäbe durch die Wärmestrahlung sowie radiale Wärmeleitung in der Gasphase miteinander thermisch gekoppelt. Die Hüllrohrschmelze wird als nicht-eutektische Legierung angenommen, so daß ein Temperaturintervall zwischen Solidus- und Liquidustemperatur besteht, in dem die Schmelzwärme zu- oder abgeführt wird. Der thermische Zustand der Schmelze ist durch eine einzige Temperatur festgelegt. Fällt diese Temperatur unter die Solidustemperatur, so friert die Schmelze aus. Dieses Kriterium entspricht dem 'bulk-freezing'-Modell, das annimmt, daß die thermische Durchmischung gut ist und deshalb ein flaches Temperaturprofil vorliegt /47/. Dagegen setzt das 'conduction controlled freezing'-Modell ein Temperaturprofil voraus und berechnet daraus eine Ausfrierrate /48/. Da jedoch die in den STAR-Experimenten beobachtete Hüllrohrbewegung größtenteils in Form von Wellen oder Tropfen stattfindet, die durch eine hohe Oberflächenspannung zusammengehalten werden, scheint das 'bulk-freezing'-Modell adäquat zu sein.

Ein besonderes Merkmal des SANDCMOT-Modelles ist die Ringraummodellgeometrie. Dies erfordert eine Abbildung des n-Stabbündels auf eine Ringraumgeometrie. Innerhalb der Modellgeometrie wird schließlich die Hüllrohr- und Kühlkanaldynamik modelliert. Da die Modellgeometrie eine azimutale Symme-

trie besitzt, ist diese Methode vornehmlich für symmetrische Bündelkonfigurationen, wie z. B. ein 7- oder 19-Stabbündel, geeignet. Nichtsymmetrische Bündel können auch abgebildet werden, jedoch gehen viele Details der Asymmetrie verloren.

Auf den folgenden Seiten wird das SANDCMOT-Modell nun ausführlich dargestellt.

### III.A Modellgeometrie

Da die Hüllrohrdynamik innerhalb einer Ringraumgeometrie beschrieben wird, müssen Abbildungsgleichungen spezifiziert werden, die ein n-Stabbündel auf die Modellgeometrie abbilden. Die Abbildungsgleichungen sind durch zwei Forderungen festgelegt:

- Die Massen aller beteiligter Materialkomponenten (Brennstoff, Hüllrohr, Kühlmittel, Strukturmaterial) müssen in Real- und Modellgeometrie gleich sein.
- Die Kontaktflächen zwischen zwei verschiedenen Materialien müssen übereinstimmen.

Beide Forderungen zusammen sichern, daß realistische Energieerzeugungsraten und Wärmeströme berechnet werden. Folglich stimmen die mittleren Temperaturen für jede Materialkomponente in Real- und Modellgeometrie überein. Ferner werden die hydraulischen Durchmesser der Kühlkanäle richtig bestimmt, da die Strömungsquerschnittsflächen sowie deren Randflächen realistisch sind. Zur Illustration werden die Abbildungsgleichungen für ein 7-Stabbündel abgeleitet, das von einem Quarzrohr umgeben ist. Die Bündelgeometrie entspricht der im STAR2-Experiment verwendeten, nur wurde dort ein Brennstab aus optischen Gründen weggelassen. Die Real- und Modellgeometrien sind in den Abbildungen 9 und 10 gezeigt.

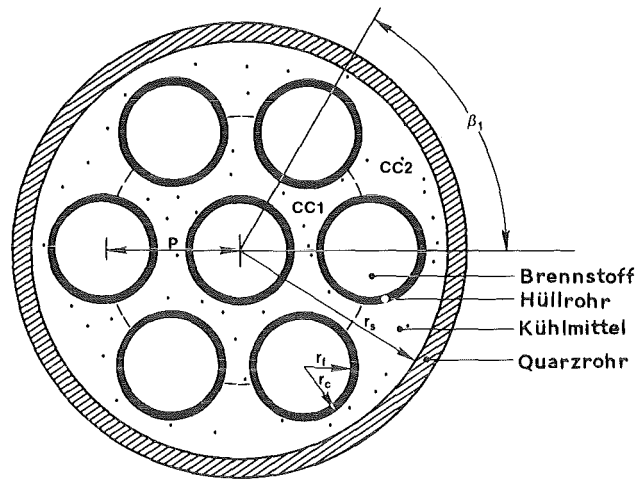


Abb. 9: 7-Stabbündel in einem Quarzrohr

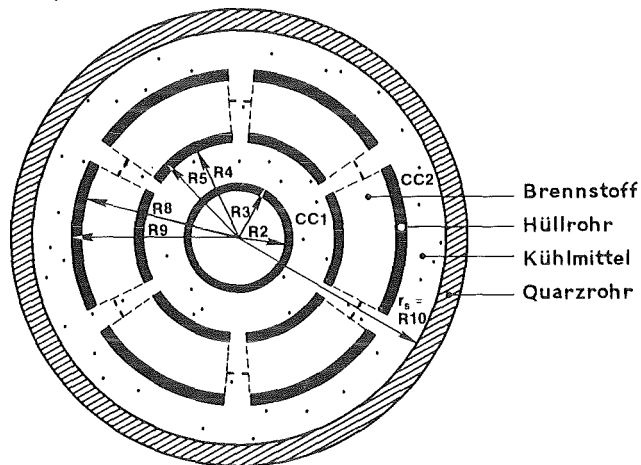


Abb. 10: Äquivalente Ringraumgeometrie für ein 7-Stabbündel

Das Quarzrohr kann eventuell von einem weiteren (ringförmigen) Kühlkanal oder anderen Strukturkomponenten umgeben sein, für die das SANDCMOT-Modell die dynamischen Gleichungen sowie die radiale Wärmeleitung und Wärmestrahlung (über den Kühlkanal hinweg) berechnet. Dieser Aspekt ist jedoch irrelevant für die nun zu besprechenden Abbildungsgleichungen. Das symmetrische  $n$ -Stabbündel ( $n \leq 7$ ) ist durch folgende Größen festgelegt (s. Abb. 9):

n	Anzahl der Brennstäbe
$\beta_1$	Winkel zwischen zwei benachbarten Brennstäben der ersten Reihe und dem Zentralstab ( $\beta_1 = 360/(n-1)$ )
P	Abstand zwischen Zentralstab und nächstem Nachbar (pitch)
$r_f$	Radius der Brennstoffsäule
$r_{fg}$	Innenradius des Hüllrohres ( $r_{fg} = r_f + \int_{\text{gap}}$ )
$r_c$	Radius des Brennstabes
$r_s$	innerer Radius des Quarzrohres

Die beiden Kühlkanäle CC1 und CC2 sind mittels des Kreises mit Radius P um den Zentralstab definiert. Zwischen ihnen besteht eine Kontaktfläche, so daß radiale Querströmungen der Kühlkanalströmung möglich sind.

Die zu dem 7-Stabbündel äquivalente Ringraumgeometrie ist in Abb. 10 zu sehen. Sie besteht aus dem Zentralstab, dem ersten Kühlkanal CC1 und einem Ring aus Brennstabmaterialien in der Reihenfolge Hüllrohr, Brennstabspalt, Brennstoff, Brennstabspalt, Hüllrohr. Dieser Ring repräsentiert die erste Reihe von sechs Brennstäben um den Zentralstab. Es folgt der zweite Kühlkanal CC2. Sind mehr als 7 Brennstäbe vorhanden, so würde nun ein zweiter Ring mit Brennstabmaterialien sich anschließen. In unserem Fall schließt aber das Quarzrohr die Ringraumgeometrie ab. Der erste Ring in Abb. 10 wurde durchbrochen gezeichnet, um anzudeuten, daß die beiden Kühlkanäle CC1 und CC2 miteinander verbunden sind. Tatsächlich, wie die Abbildungsgleichungen zeigen werden, wird aber der erste Ring im Modell undurchbrochen behandelt, und die Querkanäle als eine dem Ring überlagerte Struktur spezifiziert. Dies ist möglich, da die Querkanäle nur im Modell der Kühlkanalströmung benötigt werden. Ihre Geometrie ist durch Querschnittsfläche, Kanallänge sowie hydraulische Durchmesser festgelegt. Die Ringraumgeometrie selbst ist durch die Radien  $R_1 - R_{10}$  gegeben. Diese werden aus der Bedingung an die Massen in Real- und Modellgeometrie bestimmt. Um auch die andere Forderung, die Gleichheit der Kontaktflächen zwischen zwei verschiedenen Materialkomponenten, zu erfüllen, werden Korrekturfaktoren  $F_1 - F_{10}$  eingeführt, die die Radien überall dort korrigieren, wo diese im Sinne einer Kontaktfläche z. B. im Wärmeleitungsmodell benutzt werden. Nach diesen vorbereitenden Bemerkungen sollen nun die Abbildungsgleichungen spezifiziert werden.

$R1 = r_f$	(Brennstoff)
$R2 = r_{fg}$	(Spalt)
$R3 = r_c$	(Hüllrohr)
$F1 = F2 = F3 = 1$	(Korrekturfaktoren)
$\pi(R4^2 - R3^2) = \pi P^2 - \pi r_c^2 (1 + n_1 \beta / 360)$	(Kühlkanal CC1)
$2 \pi R4 \cdot F4 = 2 \pi r_c \cdot n_1 \beta / 360$	(F4)
$\pi(R5^2 - R4^2) = \pi(r_c^2 - r_{fg}^2) \cdot n_1 \beta / 360$	(Hüllrohr)
$2 \pi R5 \cdot F5 = 2 \pi r_{fg} \cdot n_1 \beta / 360$	(F5)
$R6 = R5 + \int_{\text{gap}}$	(Spalt)
$2 \pi R6 \cdot F6 = 2 \pi r_f \cdot n_1 \beta / 360$	(F6)
$\pi(R7^2 - R6^2) = n_1 \pi r_f^2$	(Brennstoff)
$2 \pi R7 \cdot F7 = 2 \pi r_f \cdot n_1 \cdot (1 - \beta / 360)$	(F7)
$R8 = R7 + \int_{\text{gap}}$	(Spalt)
$2 \pi R8 \cdot F8 = 2 \pi r_{fg} \cdot n_1 (1 - \beta / 360)$	(F8)
$\pi(R9^2 - R8^2) = \pi(r_c^2 - r_{fg}^2) \cdot n_1 (1 - \beta / 360)$	(Hüllrohr)
$2 \pi R9 \cdot F9 = 2 \pi r_c \cdot n_1 (1 - \beta / 360)$	(F9)
$R10 = r_s$	(Quarzrohr)
$F10 = 1$	(F10)
$\pi(R10^2 - R9^2) = \pi r_s^2 - \pi P^2 - \pi r_c^2 \cdot n_1 (1 - \beta / 360)$	(Kühlkanal CC2)

$$n_1 = n - 1$$

$$\int_{\text{gap}} = r_{fg} - r_f$$

$$\gamma = 2 \cdot \arcsin(r_c / 2 \cdot P)$$

$$\beta = 180^\circ - \gamma$$

III.A.1

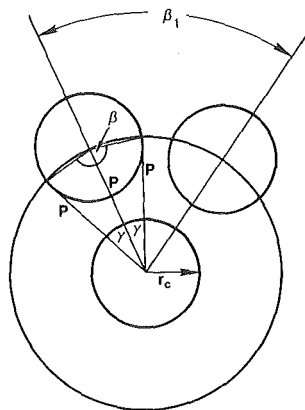


Abb. 11: Ausschnitt aus dem 7-Stabbündel

Die Bedeutung der Winkel  $\gamma$  und  $\beta$  ist aus Abb. 11 zu sehen. Aus ihr ist auch leicht einzusehen, daß die Kontaktfläche zwischen den beiden Kühlkanälen CC1 und CC2 durch

$$ACC_{3/2} = 2 \pi P (1 - n_1 \cdot \gamma / 360) \cdot \Delta Z \quad \text{III.A.2}$$

gegeben ist.  $\Delta Z$  ist dabei die axiale Höhe der Kontaktfläche. Ferner haben die Schwerpunkte der beiden Kühlkanäle einen Abstand

$$DRC_{3/2} = 1/2 \sqrt{2} (\sqrt{R10^2 + R9^2} - \sqrt{R4^2 + R3^2}) \quad \text{III.A.3}$$

Der hydraulische Durchmesser der Querkanäle wird nicht im Sinne obiger Geometrien abgeleitet, sondern ist eine Eingabegröße. Die Lösung des Gleichungssystems (III.A.1) ist einfach und liefert sowohl die Radien R1 - R10 als auch die entsprechenden Korrekturfaktoren F1 - F10. Zusammen mit Gln. (III.A.2, A.3) ist somit die einem 7-Stabbündel entsprechende Modellgeometrie festgelegt. Die Rechnungen für ein 6-Stabbündel verlaufen analog.

Mit den folgenden Daten des 7- bzw. 6-Stabbündels ergeben sich die nachstehend aufgeführten Radien und Korrekturfaktoren:

$n_1$	$r_f$	$r_{fg}$	$r_c$	$\int_{gap}$	P /mm/	$\beta_1$	$\beta$	/°/
6	2.47	2.54	2.921	0.07	7.2	60	156.59	
5						72	156.59	

$n_1$	R1-R10 /mm/									
6	2.47	2.54	2.921	5.438	5.916	5.986	8.511	8.581	8.983	10.86
5				5.769	6.149	6.219	8.317	8.387	8.731	10.86

F1-F10										
6	1.0	1.0	1.0	1.402	1.12	1.077	0.9838	1.003	1.102	1.0
5				1.101	0.8984	0.8638	0.839	0.8555	0.9452	1.0

### III.B. Filminstabilitäten und Wellencharakteristika

Die früheren Überlegungen zur 'roping'-Instabilität (Kapitel II) haben gezeigt, daß kapillare und thermokapillare Kräfte eine wesentliche Rolle beim Aufbrechen eines Filmes und der Bildung einzelner Rinnsale oder Wellen spielen. Jedoch zeigt die Analyse von Anshus und Ruckenstein /32/ aber auch, daß im Rahmen der 'roping'-Instabilität keine bevorzugte Wellenlänge existiert, die das Aufbrechen eines Filmes herbeiführt. Die Kenntnis dieser Wellenlängen würde es erlauben, charakteristische Dimensionen sowie das Volumen der entstehenden Substrukturen abzuschätzen. Es sollen deshalb nun auch andere Instabilitäten betrachtet werden, die eventuell den Übergang von einer Film- zu einer Wellenströmung beeinflussen können. Diese sind besonders im Hinblick auf ihre charakteristischen Wellenlängen von Interesse, die eine maximale Anwachsrate haben und deshalb bevorzugt auftreten werden. Andererseits sind es auch diese Wellenlängen, die sehr wahrscheinlich die Struktur der sich entwickelnden Wellenströmung festlegen werden. Die Vorgänge, die schließlich den Übergang von einer Film- zu einer Wellenströmung herbeiführen, können wie folgt zusammengefaßt werden.

Haben sich kleine Wellen auf der Oberfläche eines Filmes gebildet, so entsteht unter dem Einfluß eines an der Kontaktfläche zum Festkörper wirkenden Wärmestromes ein Temperaturprofil, das zu höheren Temperaturen in Wellentälern als in Wellenbergen führt. Hängt nun die Oberflächenspannung des Films in erster Näherung wie folgt von der Oberflächentemperatur  $T_i$  ab,

$$\sigma(T_i) = \sigma(T_{i0}) - \gamma(T_i - T_{i0}),$$

$$\gamma = \frac{d\sigma}{dT_i} > 0$$

$T_{i0}$ : Referenztemperatur,

III.B.1

so entstehen tangential zur Oberfläche gerichtete Schubspannungen, die eine thermokapillare Strömung induzieren. An der Oberfläche gelten die Gleichungen /49/:

$$h = h_0 + \eta$$
$$\vec{\partial}_s \sigma = -\gamma \vec{\partial}_s T_i = -\gamma \frac{\partial T_i}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial s}$$

III.B.2

Hier bedeuten  $h$ ,  $h_0$  die aktuelle und ungestörte Filmdicke,  $\eta$  eine kleine Störung der Filmdicke, und  $\vec{\partial}_s$  die gerichtete Ableitung längs der Oberfläche. Nach Ostrach /50/ läßt sich eine charakteristische Geschwindigkeit  $v_M$  durch

$$v_M = \frac{\nu \cdot \Delta T_i \cdot \bar{h}}{\mu \cdot L} \quad \text{III.B.3}$$

definieren, wobei  $\bar{h}$  die mittlere Filmdicke,  $\Delta T_i$  und  $L$  eine charakteristische Temperaturdifferenz bzw. Länge und  $\mu$  die dynamische Viskosität bedeuten. Setzt man typische Werte für einen Hüllrohrfilm ein ( $\nu = 4 \cdot 10^{-4}$  N/(m<sup>0</sup>),  $\Delta T_i = 50$  K,  $h = 4 \cdot 10^{-4}$  m,  $L = 10^{-2}$  m,  $\mu = 4 \cdot 10^{-3}$  kg/ms), so erhält man

$$v_M = 0.2 \text{ m/s} \quad \text{III.B.3a}$$

Die durch thermokapillare Kräfte induzierten Geschwindigkeiten können also recht groß sein und sind so gerichtet, daß sie von einer heißen zu einer kalten Zone führen. Dadurch verdünnt sich der Film im Wellental zusätzlich, was wiederum die Temperaturen dort erhöht. Die thermokapillaren Kräfte beeinflussen also die Anwachsrate einer Oberflächenwelle positiv und fördern das Aufbrechen eines Films an den Wellentälern. Dieses als 'roping'-Instabilität bezeichnete Phänomen ist in Abb. 12 illustriert. Alle durch thermokapillare Kräfte verursachten Erscheinungen werden auch als Marangonie-Effekte klassifiziert /50/. Hat sich erst einmal eine unbenetzte Stelle gebildet, so wirken fortan die absoluten Oberflächenspannungskräfte und verformen den Film soweit, bis sich der richtige Kontaktwinkel einstellt. Die absoluten Oberflächenspannungen sind wesentlich stärker als die differentiellen, d. h. es gilt

$$\frac{d\sigma}{dT_i} \cdot \Delta T_i = \Delta \sigma < (1 - \cos \theta) \sigma \quad \text{III.B.4}$$

wobei  $\theta$  der Kontaktwinkel ist.



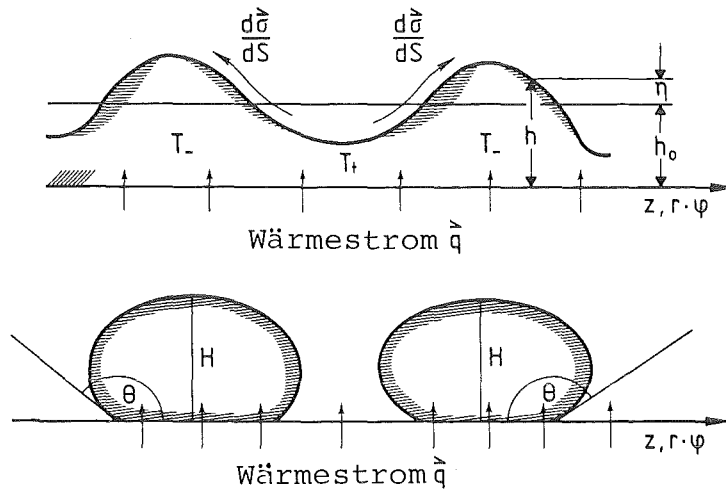


Abb. 12: Aufbrechen eines Filmes unter thermokapillaren Kräften

Die obigen Überlegungen zeigen den wesentlichen Einfluß der thermokapillaren Kräfte auf das Verhalten eines Filmes auf. Neben anderen Autoren bestätigen dies auch Bankoff/Tung /25/ und Fujita/Ueda /51/ in ihren Arbeiten zum Verhalten einer Film/Rinnsalströmung. Da die Oberflächenspannungen auch empfindlich von Verunreinigungen abhängen, können ähnliche Effekte auch durch kontaminierende Substanzen hervorgerufen werden /52/. Die obigen Ausführungen lassen ferner erkennen, daß die thermokapillaren Kräfte i. a. eine Störung mit beliebiger Wellenlänge in dem beschriebenen Sinne beeinflussen werden. Es ist somit verständlich, daß aus ihrer Analyse allein keine charakteristischen Wellenlängen folgen. Liegt nun also eine Oberflächenwelle der Form

$$R = R_0 + E_0 \cos m\varphi \cdot e^{i(kz - \tilde{c}t)} \quad \text{III.B.5}$$

$R, R_0$ : gestörter und ungestörter Radius der Filmoberfläche

$E_0$ : Wellenamplitude für  $t = 0$

$k$ : axiale Wellenzahl;  $\lambda_z = 2\pi/k$

$m$ : azimutale Wellenzahl,  $m \geq 1$ ,  $\lambda_\varphi = 2\pi R/m$

$\tilde{c} = c_r + ic_i$ : komplexe Wellengeschwindigkeit

$c_r, c_i$ : Phasengeschwindigkeit und Anwachsrate

vor, so ist zu erwarten, daß der Film längs der Wellentäler aufbrechen wird (s. Abb. 12a). Das Volumen der sich bildenden Wellen kann nun durch

$$V_w = h_0 \cdot \lambda_z \cdot \lambda_\varphi \quad \text{III.B.6}$$

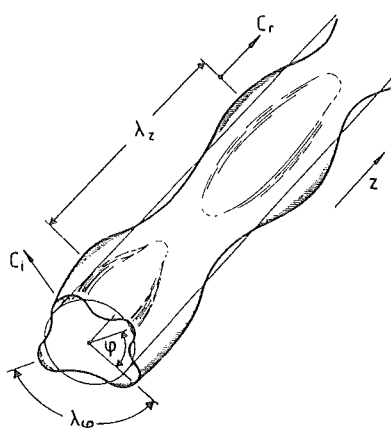


Abb. 12a: Zerfall eines Films, Wellenbildung

abgeschätzt werden, wobei  $h_0$  die ungestörte Filmdicke ist. Die Wellenlängen  $\lambda_z$  und  $\lambda_\varphi$  korrespondieren zu weiteren Instabilitäten und können im Prinzip aus der Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen für obige Störung der Filmoberfläche berechnet werden. Die Analyse müßte die Einflüsse einer Gasströmung und eventuell lokal variierender Wärmeströme berücksichtigen. Im allgemeinen führt ein solches Problem auf eine Orr-Sommerfeld Differentialgleichung /25, 49, 53, 54/, die von vierter Ordnung und linear ist. Die Rechnungen sind schwierig, weshalb hier ein einfacherer Weg vorgeschlagen wird. Es sollen nun einige Instabilitäten, die zu Wellenphänomenen Anlaß geben, isoliert voneinander betrachtet werden und die gegenseitige Beeinflussung in einem realen Problem vernachlässigt werden. Das Ziel ist es, eventuell die Wellenlängen  $\lambda_z$  und  $\lambda_\varphi$  aus der Betrachtung prototypischer Instabilitäten zu bestimmen. Als Kandidaten für einen axialen Wellenmechanismus kommen in Frage:

- die Kelvin-Helmholtz(KH)-Instabilität /26/,
- die kapillare Instabilität einer Flüssigkeitssäule /26/.

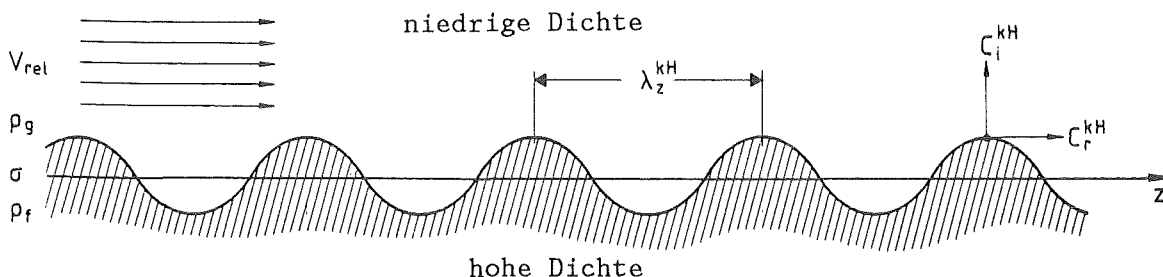


Abb. 13: Situation der Kelvin-Helmholtz-Instabilität

Die KH-Instabilität entsteht auf Grund einer Relativgeschwindigkeit zwischen zwei strömenden Phasen und ist in Abb. 13 illustriert. Die Wellenlänge mit maximaler Anwachsrate ist durch

$$\lambda_z^{KH} = 3 \pi \frac{(1 + \varepsilon) \sigma}{\rho_g \cdot v_{rel}^2} \quad \text{III.B.7}$$

die zugehörige Anwachsrate und Phasengeschwindigkeit durch

$$C_i^{KH} = \left( \frac{4}{27} \cdot \varepsilon \right)^{1/2} \frac{\rho_g \cdot v_{rel}^3}{\sigma (1 + \varepsilon)^2} \quad \text{III.B.7a}$$

$$C_r^{KH} = \frac{\varepsilon \cdot v_{rel}}{(1 + \varepsilon)} \quad \text{III.B.7b}$$

$v_{rel}$  Relativgeschwindigkeit  
 $\varepsilon = \rho_g / \rho_f$  Quotient der Gas- zur Flüssigkeitsdichte  
 $\sigma$  Oberflächenspannung der Flüssigkeit

gegeben. Setzt man nun einige typische Werte für das System Hüllrohrschmelze und Argongas in obige Gleichungen ein ( $v_{rel} = 45 \text{ m/s}$ ,  $\rho_g = 0.9 \text{ kg/m}^3$ ,  $\varepsilon = 1.2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma = 1.19 \text{ N/m}$ ), so findet man:

$\lambda_z^{KH} \text{ /m/}$	$C_i^{KH} \text{ /sec}^{-1} \text{ /}$	$\tau^{KH} = 1/C_i^{KH} \text{ /sec/}$	$C_r^{KH} \text{ /ms}^{-1} \text{ /}$
$6.16 \cdot 10^{-3}$	290.57	$3.4 \cdot 10^{-3}$	$5.4 \cdot 10^{-3}$

Die Wellen haben eine sehr kleine Geschwindigkeit relativ zur Flüssigkeitsströmung und bewegen sich im wesentlichen mit ihr. Die andere oben erwähnte Instabilität wurde ursprünglich im Rahmen der Stabilität von Flüssigkeitssäulen betrachtet und ist in Abb. 14 zu sehen.

Eine Flüssigkeitssäule ist instabil, wenn ihre Oberflächenenergie größer ist als eine in mehrere Fragmente zerfallende Säule. Die destabilisierenden Kräfte sind die Oberflächenspannungen, und die endgültig stabile Konfiguration sind einzelne Tropfen. Auch für diese Instabilität existiert eine Wellenlänge mit maximaler Anwachsrate

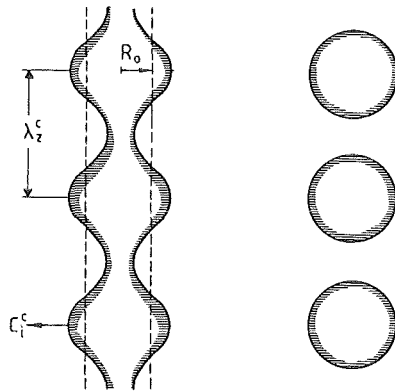


Abb. 14: Situation der kapillaren Instabilität einer Flüssigkeitssäule

$$\lambda_z^c = \frac{4\pi}{1.494} \cdot R_0, \quad \text{III.B.8}$$

wobei  $R_0$  der ungestörte Radius der Flüssigkeitssäule ist. Die zugehörige Anwachsrate und Phasengeschwindigkeit lauten

$$\begin{aligned} C_I^c &= 0.343 \left( \frac{\sigma}{\rho_f \cdot R_0^3} \right)^{1/2} \\ C_r^c &= 0.0. \end{aligned} \quad \text{III.B.8b}$$

Die Situation der klassischen kapillaren Instabilität von Flüssigkeitssäulen ist nicht dieselbe wie für einen Hüllrohrfilm auf einem Brennstoffstab. Dennoch ist diese Instabilität von Interesse, da die Oberflächenenergien der wesentliche, destabilisierende Faktor sind. Das System Hüllrohrschmelze/Brennstoff ist durch hohe Oberflächenenergien gekennzeichnet.

Setzt man typische Werte in obige Gln. ein ( $R_0 = 3 \cdot 10^{-3}$  m), so findet man

$\lambda_z^c$ /m/	$C_I^c$ /sec <sup>-1</sup> /	$\tau^c = 1/C_I^c$ /sec/	$C_r^c$ /ms <sup>-1</sup> /
$2.52 \cdot 10^{-2}$	27.22	$3.67 \cdot 10^{-2}$	0.0

Die kapillare Instabilität hat für den betrachteten Datensatz eine wesentlich geringere Anwachsrate als die KH-Instabilität, weshalb letztere das Wellenspektrum in axialer Richtung dominieren wird. Jedoch geht die Relativgeschwindigkeit der Gas- und Flüssigphase zur dritten Potenz in die Anwachsrate der KH-Instabilität ein, so daß eine Verringerung der Relativgeschwindigkeit einen deutlichen Effekt auf die Anwachsrate hat. Für eine Relativgeschwindigkeit von 13 m/s werden beide Anwachsrate gleich. Ähnliche Instabilitäten in azimuthaler Richtung wie die beiden oben genannten sind dem Autor nicht bekannt. Es wird deshalb vermutet, daß ein längs des Azimuts inhomogener Wärmestrom zwischen Brennstoff und Hüllrohr zu Temperaturvariationen im Hüllrohrfilm führt, die schließlich eine thermokapillare Strömung induzieren. Der Hüllrohrfilm würde dann an den heißen Stellen aufbrechen, ähnlich wie bei der 'roping'-Instabilität beschrieben. Wahrscheinlich ist der Abstand zwischen zwei heißen Punkten eine zufällige Größe, der z. B. auch durch die Lage der Brennstoffpellets sowie die lokale Breite des Spaltes zwischen Brennstoff und Hüllrohr beeinflußt sein kann. Eine gute Übereinstimmung mit beobachteten Wellen- und Tropfenvolumina in den Experimenten STAR1 und 2 erhält man für  $m = 4$

$$\lambda_{\varphi} = 1/2 \pi \bar{R} \quad (\bar{R}: \text{mittlerer Radius des Hüllrohrfilms}) \quad \text{III.B.9}$$

In diesem Fall bilden sich vier Wellen längs des Azimuts auf einer axialen Länge  $\lambda_z$ . Interpretiert man das Wellenvolumen nach Gl. (III.B.6) als das eines Tropfens, so findet man für  $\bar{R} = 2.73 \cdot 10^{-3}$  m,  $h_0 = 3.8 \cdot 10^{-4}$  m einen Tropfendurchmesser von

$$\begin{aligned} D_d &= (3/4 \cdot v_w / \pi)^{1/3} \cdot 2 \\ &= 2.68 \cdot 10^{-3} \text{ m.} \end{aligned} \quad \text{III.B.10}$$

Die Weberzahl eines solchen Tropfens

$$We = \rho_g \cdot v_{rel}^2 \cdot D_d / \sigma \quad \text{III.B.11}$$

beträgt 4.1. Dieser Wert ist wesentlich kleiner als die in der Literatur zu findenden kritischen Weberzahlen von etwa 13. Dies deutet an, daß Hüllrohrtropfen stabil sind gegen hydrodynamische Instabilitäten und nicht weiter zerfallen.

Die bisherigen Überlegungen haben es ermöglicht, das Volumen der nach dem Aufbrechen eines Filmes vorliegenden Wellen abzuschätzen. Sie haben auch gezeigt, daß es mehrere Instabilitäten gibt, die den Übergang von einer Film- zu einer Wellenströmung veranlassen können. Unter ihnen sind die Kelvin-Helmholtz Instabilität, die kapillare Instabilität von Flüssigkeits-säulen und die sogenannte 'roping' Instabilität. Für die Situation der STAR-Experimente ist zu erwarten, daß die Kelvin-Helmholtz Instabilität und die 'roping' Instabilität dominieren werden. Die oben genannten Daten führen zu dem Schluß, daß ein Hüllrohrfilm innerhalb weniger zehn Millisekunden ((20-40) ms) aufbrechen und eine Substruktur ausbilden wird, die aus Rinnsalen und Wellen bestehen kann. Bewegt sich dabei der Film mit einer axialen Geschwindigkeit von 0.5 m/s, so ist der Übergang nach 2.0 cm abgeschlossen.

Basierend auf den oben zusammengestellten Ergebnissen wird nun die Hüllrohrbewegung als eine Strömung einzelner Wellen modelliert. Die Gestalt einer Welle wird als Kugelkappe angenommen und ist durch das Volumen sowie den Kontaktwinkel zum Brennstab festgelegt. Der Kontaktwinkel ist dabei wesentlich durch die Dynamik der Wellen beeinflusst und sollte so gewählt sein, daß er ein Mittel zwischen Front- und Heckwinkel einer Welle (s. Abb. (3 - 8)) darstellt. Das Volumen der Wellen wird im Verlauf der Rechnungen konstant gehalten, ebenso der Kontaktwinkel, jedoch ist dieser verschieden für eine Welle auf Brennstoff bzw. auf festem Hüllrohr. Beide Situationen sind in Abb. 15 - 16 illustriert.

Da das Volumen der Wellen konstant gehalten wird, können Prozesse, die es ändern würden, nicht beschrieben werden. Insbesondere ist es nicht möglich, die Vereinigung zweier Wellen oder das teilweise Ausfrieren einer Welle zu modellieren. Sobald sich jedoch lokal so viele Wellen angesammelt haben, daß sie sich einander berühren, wird eine Filmkonfiguration angenommen. Diese kann auch als Grenzfall der Wellenströmung erhalten werden, wenn der Kontaktwinkel gegen Null geht. Die Wellen in Abb. 15, 16 haben eine Kontaktfläche gegen den Brennstab, die durch

$$K_s = \gamma \cdot H^2 \cdot \sin^2 \theta / (1 - \cos \theta)^2 \quad \text{III.B.12}$$

gegeben ist.  $H$  ist dabei die Amplitude der Welle und  $\theta$  der Kontaktwinkel zum Brennstab hin. Die Amplitude  $H$  kann durch das Volumen  $V_w$  der Wellen und den Kontaktwinkel  $\theta$  ausgedrückt werden:

$$H(V_w, \theta) = (3/4 \pi \cdot V_w \cdot g(\theta))^{1/3}$$

$$g(\theta) = 4 \cdot (1 - \cos \theta) / (2 + \cos \theta) \quad \text{III.B.13}$$

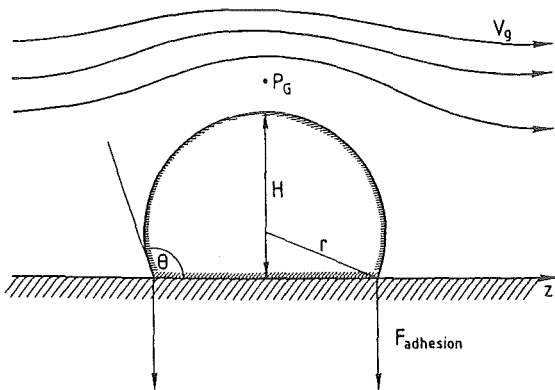


Abb. 15: Welle auf Brennstoff

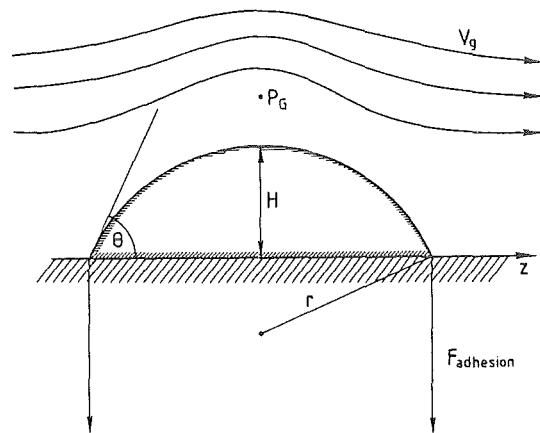


Abb. 16: Welle auf festem Hüllrohr

Ebenso gibt es eine Kontaktfläche zur Gasströmung hin, für deren axiale Projektion gilt:

$$K_{ag} = \pi \cdot H^2 \cdot \sin^2 \epsilon / (1 - \cos \theta)^2$$

$$\epsilon = \min(\theta, 90^\circ) \quad \text{III.B.14}$$

Für die zur Gasströmung normale Projektion folgt

$$K_{ng} = H^2 (\theta - 1/2 \sin 2\theta) / (1 - \cos \theta)^2 \quad \text{III.B.15}$$

Die Gln. (III.B.12-15) legen die wesentlichen geometrischen Eigenschaften einer Welle, wie sie im folgenden benötigt werden, fest. Es sollen nun die Erhaltungsgleichungen einer Film/Wellen-Strömung diskutiert werden.

### III.C Erhaltungsgleichungen der Film/Wellenströmung

Die Film/Wellenströmung ist dadurch gekennzeichnet, daß längs des betrachteten Brennstabes bzw. Brennstabringes eine Kontaktfläche vorliegt. Die Größe dieser Fläche pro axiale Längeneinheit wird nachfolgend als  $S_s$  bezeichnet und ist für eine Film- bzw. Wellenströmung verschieden:

$$S_s = \begin{cases} 2 \pi r_s \cdot F_s & \text{- Film(Pfropfen-)strömung} \\ N \cdot K_s & \text{- Wellenströmung} \end{cases} \quad \text{III.C.1}$$

Die benutzten Symbole bedeuten:

- $r_s$  Radius der Phasengrenze Brennstab/Film (m),
- $F_s$  Flächenkorrekturfaktor für  $r_s$ , wie in Gl. (III.A.1) definiert,
- $N$  Anzahl der Wellen pro axiale Längeneinheit ( $m^{-1}$ ),
- $K_s$  Kontaktfläche einer Welle zum Brennstab bzw. Brennstabring hin, s. Gl. III.B.12 ( $m^2$ )

Sobald die Anzahldichte der Wellen ( $N$ ) so groß wird, daß mehr als die geometrisch mögliche Fläche bedeckt würde, wird  $S_s$  durch den Ausdruck für die Filmströmung definiert. Dem liegt die Vorstellung zugrunde, daß in diesem Falle Wellen miteinander verschmelzen und einen Film ausbilden. Abb. 17 zeigt mögliche Konfigurationen einer Film/Wellen- bzw. Pfropfenströmung.

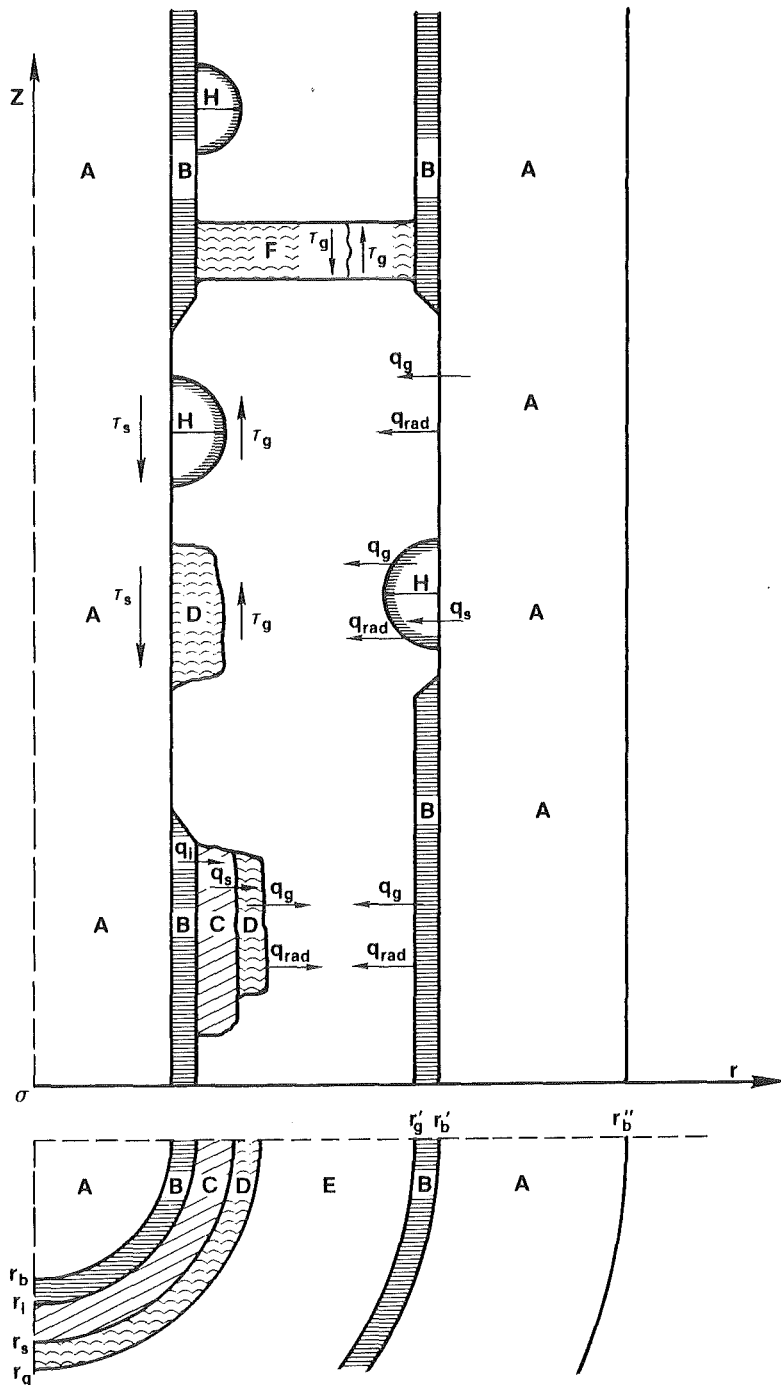
Ferner hat eine Film/Wellenströmung i. a. auch eine Grenzfläche zur Gasphase hin. Die Projektion dieser Fläche (pro axiale Längeneinheit) auf die z-Achse wird als  $S_g$  bezeichnet und ist durch

$$S_g = \begin{cases} 2 \pi r_g \cdot F_g & \text{- Film(Pfropfen-)strömung} \\ N \cdot K_{ag} & \text{- Wellenströmung} \end{cases} \quad \text{III.C.2}$$

gegeben. Liegt eine Pfropfenströmung vor, so wird  $S_g$  durch den Ausdruck für die Filmströmung definiert und bedeutet analog die Kontaktfläche des



Pfropfens zu den Nachbarbrennstäben hin. Ebenso wird verfahren, wenn N so groß wird, daß einzelne Wellen miteinander verschmelzen. In Gl. III.C.2



- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| A: Brennstoff             | B: intaktes Hüllrohr      |
| C: ausgefrorenes Hüllrohr | D: geschmolzenes Hüllrohr |
| E: Kühlkanal              | F: Pfropfenströmung       |

Abb. 17: Konfigurationen einer Film/Wellen- bzw. Pfropfenströmung

bedeuten

- $r_g$  Radius der Phasengrenzfläche Film/Gas bzw. Pfropfen/Nachbarbrennstäbe (m) ,  
 $F_g$  Flächenkorrekturfaktor für  $r_g$ , s. Gl. III.A.1,  
 $K_{ag}$  axiale Projektion der Kontaktfläche einer Welle zur Gasströmung hin, s. Gl. III.B.14.

Wie bereits oben begründet wurde (Kap. III), kann die Film/Wellenströmung als eine eindimensionale Strömung längs eines Brennstabes bzw. Brennstabringes behandelt werden. Die zugehörige Massenbilanzgleichung berücksichtigt die folgenden Prozesse:

- axiale Konvektion des geschmolzenen Hüllrohrs,
- Versprühen und Wiederanlagerung von Tropfen,
- Schmelzen und Ausfrieren des Hüllrohrs.

Die Massenerhaltungsgleichung kann wie folgt ausgedrückt werden:

$$\partial_t \rho_f A + \partial_z \rho_f A v = - \rho_f E + \rho_d D + \dot{m} \quad \text{III.C.3}$$

- $\rho_f$  Dichte des geschmolzenen Hüllrohrs ( $\text{kg/m}^3$ ),  
 $A$  Volumen pro Längeneinheit der Film/Wellenströmung ( $\text{m}^2$ ),  
 $v$  axiale Geschwindigkeit ( $\text{m/s}$ ),  
 $E$  Tropfenversprührate ( $\text{m}^2/\text{s}$ ),  
 $\rho_d$  Dichte der sich anlagernden Tropfen ( $\text{kg/m}^3$ ),  
 $D$  Tropfenanlagerungsrate ( $\text{m}^2/\text{s}$ ),  
 $\dot{m}$  Schmelz- bzw. Ausfrierrate des Hüllrohrs, (positiv für schmelzendes, negativ für ausfrierendes Hüllrohr) ( $\text{kg/ms}$ ).

Die axiale Geschwindigkeit  $v$  folgt aus der Impulserhaltungsgleichung der Film/Wellenströmung, die folgende Kräfte berücksichtigt:

- axiale Druckgradienten,
- Gravitative Kräfte,
- Scherkräfte zwischen Hüllrohrschmelze und Brennstab,
- Scherkräfte zwischen Hüllrohrschmelze und Gasströmung,
- Impulsverlust durch versprühende Tropfen,

- Impulsgewinn durch sich anlagernde Tropfen,
- Impulsgewinn/verlust durch schmelzendes oder ausfrierendes Hüllrohrs.

Die eindimensionale Form der Impulserhaltungsgleichung lautet:

$$\partial_t \rho_f A v + \partial_z \rho_f A v^2 = - A \left\{ \partial_z P_f + \rho_f g \right\} + S_g \tau_g - S_s \tau_s$$

$$- \rho_f E v + \rho_d D v_d + \begin{cases} \dot{m} \cdot v & , \dot{m} < 0 \\ 0 & , \dot{m} \geq 0 \end{cases} \quad \text{III.C.4}$$

- $P_f$  Druckfeld der Film/Wellenströmung (N/m<sup>2</sup>),
- $g$  Erdbeschleunigung (m/s<sup>2</sup>),
- $S_g, S_s$  wie oben definiert (m),
- $\tau_g$  Schubspannung zwischen Hüllrohrschmelze und Gasströmung bzw. Pfropfen und Nachbarbrennstäbe (N/m<sup>2</sup>),
- $\tau_s$  Schubspannung zwischen Hüllrohrschmelze und Brennstab (bzw. Brennstabring) (N/m<sup>2</sup>),
- $v_d$  axiale Tropfengeschwindigkeit (m/s).

Schließlich benötigt man noch eine Gleichung, welche die Erhaltung der Enthalpie durch die Film/Wellenströmung beschreibt. Die Enthalpie des geschmolzenen Hüllrohrs ändert sich durch:

- Wärmeleitung zwischen Hüllrohrschmelze und Gasströmung,
- Wärmeleitung zwischen Hüllrohrschmelze und Brennstab (bzw. Brennstabring),
- Energieverlust durch versprühende Tropfen,
- Energiegewinn durch sich anlagernde Tropfen,
- Energiegewinn bzw. -verlust durch schmelzendes oder ausfrierendes Hüllrohr,
- Wärmestrahlung (bzw. Wärmeleitung im Falle einer Pfropfenströmung) zu den Nachbarbrennstäben.

Die Erhaltungsgleichung der Enthalpie kann wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \int_t \rho_f A e + \int_z \rho_f A v e = S_g q_g - S_s q_s - \rho_f E e + \rho_d D e_d + \\ + S_g q_{\text{rad}} + \begin{cases} \dot{m} \cdot e & , \dot{m} \leq 0, \\ \dot{m} \cdot e_m & , \dot{m} > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad \text{III.C.5}$$

- $e$  spezifische Enthalpie der Film/Wellenströmung (Ws/kg),
- $q_g$  Wärmestrom zwischen Hüllrohrschmelze und Gasströmung ( $\text{W/m}^2$ ),
- $q_s$  Wärmestrom zwischen Hüllrohrschmelze und Brennstab (bzw. Brennstabring) ( $\text{W/m}^2$ ),
- $e_d$  spezifische Enthalpie der Tropfenströmung (Ws/kg),
- $q_{\text{rad}}$  Wärmestrom durch Wärmestrahlung (bzw. Wärmeleitung im Falle einer Pfropfenströmung) ( $\text{W/m}^2$ ),
- $e_m$  spezifische Enthalpie des schmelzenden Hüllrohrs (Ws/kg)

Die Gln. (III.C.3-5) sind die Grundgleichungen, mit deren Hilfe das Verhalten der Film/Wellenströmung längs eines Brennstabes bzw. Brennstabringes bestimmt werden kann. Die besondere Physik dieser Strömung ist in den verschiedenen Wechselwirkungstermen enthalten, die auf der rechten Seite obiger Gleichungen auftauchen, i. a.  $\dot{m}$ ,  $E$ ,  $D$ ,  $P_f$ ,  $\tilde{\tau}_g$ ,  $\tilde{\tau}_s$ ,  $q_g$ ,  $q_s$ ,  $q_{\text{rad}}$ . Diese Größen werden in den nachfolgenden Kapiteln spezifiziert. Bevor dies jedoch geschehen soll, werden noch die Grundgleichungen des wiedererstarrten Hüllrohrs zusammengestellt.

### III.D Erhaltungsgleichungen des wiedererstarrten Hüllrohrs

Ähnliche Grundgleichungen wie für geschmolzenes Hüllrohr gelten auch für wiedererstarrtes Hüllrohr. Die Impulsgleichung erhält eine sehr einfache Form, da die Geschwindigkeit des erstarrten Hüllrohrs verschwindet und braucht deshalb nicht weiter betrachtet werden. Die Massenerhaltungsgleichung läßt sich wie folgt schreiben:

$$\int_t \rho_s A_s = - \dot{m}_s \quad \text{III.D.1}$$

- $\rho_s$  Dichte des erstarrten Hüllrohrs ( $\text{kg/m}^3$ ),  
 $A_s$  Volumen pro axiale Längeneinheit des erstarrten Hüllrohrs ( $\text{m}^2$ ),  
 $\dot{m}_s$  Schmelz- und Ausfrierrate des erstarrten Hüllrohrs ( $\text{kg/ms}$ ).

Die Enthalpieerhaltungsgleichung lautet

$$\partial_t \rho_s A_s e_s = S_s q_s + S_g' (q_g' + g_{\text{rad}}') - S_i q_i$$

$$- \begin{cases} \dot{m}_s \cdot e & , \quad \dot{m}_s < 0 \\ \dot{m}_s \cdot e_s & , \quad \dot{m}_s \geq 0 \end{cases} \quad \text{III.D.2}$$

- $e_s$  spezifische Enthalpie des erstarrten Hüllrohrs ( $\text{WS/kg}$ ),  
 $S_s, q_s$  wie in Gl. III.C.5,  
 $S_g'$  von den Wellen nicht bedeckte Oberfläche des erstarrten Hüllrohrs zur Gasphase hin (pro Längeneinheit) ( $\text{m}$ ),  
 $q_g'$  Wärmestrom zwischen erstarrtem Hüllrohr und Gasströmung ( $\text{W/m}^2$ ),  
 $q_{\text{rad}}'$  Wärmestrom durch Wärmestrahlung (bzw. Wärmeleitung im Falle eines erstarrten Pfropfens) zwischen erstarrtem Hüllrohr und Nachbarbrennstäben ( $\text{W/m}^2$ ),  
 $S_i$  Kontaktfläche pro axiale Längeneinheit zum intakten Hüllrohr hin ( $\text{m}$ ),  
 $q_i$  Wärmestrom zwischen intaktem und erstarrtem Hüllrohr ( $\text{W/m}^2$ ).

Sobald geschmolzenes Hüllrohr in Form von Wellen oder als Film ausfriert, wird es in symmetrischer Weise als homogene Kruste längs des Azimuts angelagert. Eine eventuell vorhandene Wellenstruktur wird nicht mehr berücksichtigt.  $S_i$  ist deshalb durch

$$S_i = 2 \tilde{\pi} r_i \cdot F_i \quad \text{III.D.3}$$

gegeben. Dabei ist  $r_i$  der Radius der Grenzfläche zwischen intaktem und erstarrtem Hüllrohr und  $F_i$  der zugehörige Flächenkorrekturfaktor (s. Abb. 17). Ferner gilt für die Fläche  $S_g'$

$$S_g' = 2 \gamma r_s \cdot F_s - N \cdot K_s \quad , \quad \text{III.D.4}$$

wobei die einzelnen Variablen wie in Gl. III.C.1 definiert sind. Liegt kein geschmolzenes Hüllrohr vor, so ist  $N=0$ , und  $S_g=0$ . Die Wärmeströme  $q_i$ ,  $q_g'$  und  $q_{rad}'$  werden ebenfalls in den folgenden Kapiteln definiert.

### III.E Die Schmelz- und Ausfrierraten $\dot{m}$ , $\dot{m}_g$

Die Bestimmung der Schmelz- und Ausfrierraten  $\dot{m}$ ,  $\dot{m}_g$  ist eng an die Berechnung der Temperaturverteilung innerhalb des Brennstabes sowie des geschmolzenen und wiedererstarrten Hüllrohrs gekoppelt. Die Temperaturen werden im Rahmen eines Brennstabmodells bestimmt, das in größerem Detail in einem der nachfolgenden Kapiteln behandelt wird. Dieses Modell betrachtet axiale Segmente eines Brennstabes bzw. der Ringraummodellgeometrie (s. Kapitel III.A) der Höhe  $\Delta z_j$  und definiert ein Netz von Temperaturstützpunkten innerhalb des Brennstoffs, des Hüllrohrs, der Kühlkanäle und der Strukturmaterialien. Der thermodynamische Zustand des wiedererstarrten und geschmolzenen Hüllrohrs und ebenso der Kühlkanalphase wird durch eine einzige Temperatur festgelegt. Innerhalb der anderen Materialkomponenten kann eine beliebige Anzahl von Temperaturstützpunkten definiert sein. Mit jedem Stützpunkt ist eine gewisse Masse  $m_{ij}$  assoziiert, die auch null sein kann, wenn es sich um eine Oberflächentemperatur handelt. Der Index  $i$  numeriert die Stützstellen in radialer Richtung und  $j$  diejenigen in axialer Richtung. Die Anordnung der radialen Stützstellen ist aus Abb. 19 zu ersehen.

Ein gewisses axiales Segment intakten Hüllrohrs sei nun durch die Indizes  $i_{1j} \leq i \leq i_{2j}$  definiert. Das Versagenskriterium eines solchen Hüllrohrsegments lautet nun, daß alle seine inneren Temperaturen (i. a. solche mit einer positiven assoziierten Masse) über der Liquidustemperatur TLF plus einer vom Benutzer spezifizierten Überhitzung STEMP liegen müssen:

$$T_{ij} \stackrel{\Delta}{\geq} TLF + STEMP \quad , \quad i_{1j} + 1 \leq i \leq i_{2j} - 1 \quad \text{III.E.1}$$

Die zusätzliche Temperatur STEMP wird miteinbezogen, um dem experimentell beobachteten Umstand Rechnung zu tragen, daß das Hüllrohr u. U. erst beweg-

lich wird, wenn eine gewisse Überhitzung eingetreten ist. Bei den Nachrechnungen der Experimente STAR1 und 2 wird jedoch STEMP=0 gesetzt. Liegt neben dem intakten auch wiedererstartetes Hüllrohr vor, so muß auch dessen Temperatur  $T_s$  das obige Kriterium erfüllen, bevor das gesamte Hüllrohr beweglich wird.

$$T_s \geq TLF + STEMP \quad \text{III.E.1a}$$

Sind nun also die beiden Versagenskriterien erfüllt, werden Masse, Impuls, Enthalpie und Temperatur der Film/Wellenströmung wie folgt neu definiert:

$$\Delta m_j = \sum_{i=i_{1j}}^{i_{2j}} m_{ij} + \rho_s A_{sj} \Delta Z_j$$

$$\Delta A_j = \Delta m_j / (\rho_f \cdot \Delta Z_j)$$

$$\Delta e_j = \left( \sum_{i=i_{1j}}^{i_{2j}} m_{ij} e_{ij} + \Delta Z_j \rho_s A_{sj} e_{sj} \right) / \Delta m_j$$

$$\tilde{A}_j = A_j + \Delta A_j$$

$$v_j = A_j v_j / \tilde{A}_j$$

$$\tilde{e}_j = (A_j e_j + \Delta A_j \Delta e_j) / \tilde{A}_j$$

$$\tilde{T}_j = \mathcal{T}(\tilde{e}_j)$$

$$A_{sj} = 0. \quad \text{III.E.2}$$

$\mathcal{T}$  ist eine Funktion, die aus der spezifischen Enthalpie die zugehörige Temperatur berechnet. Mathematisch lassen sich die Schmelzraten  $\dot{m}$ ,  $\dot{m}_s$  wie folgt ausdrücken:

$$\dot{m}_j = \Delta m_j / \Delta Z_j \int (t - t_{fail})$$

$$\dot{m}_{sj} = \rho_s \cdot A_{sj} \int (t - t_{fail})$$

III.E.3

wobei  $\delta$  die Dirac-Delta Distribution bedeutet und durch

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t-t_{\text{fail}}) dt = f(t_{\text{fail}}) \quad \text{III.E.3a}$$

definiert ist.  $f$  ist eine Funktion aus dem Definitionsbereich von  $\delta$  (z.B. Schwarz'scher Funktionenraum) /55/.  $\Delta m_j$  bedeutet die Masse des schmelzenden (zuvor intakten bzw. erstarrten) Hüllrohres.  $t_{\text{fail}}$  ist der Zeitpunkt des Versagens, bei dem das feste Hüllrohr zum ersten Mal das Versagenskriterium Gl.III.E.1 erfüllt. Umgekehrt wird geschmolzenes Hüllrohr auch wieder ausfrieren, wenn seine Temperatur unter die Solidustemperatur TSF fällt:

$$T_j < \text{TSF} \quad \text{III.E.4}$$

In diesem Fall wird die Schmelze dem Feld des wiedererstarteten Hüllrohres nach folgenden Vorschriften zugeführt:

$$\tilde{A}_{sj} = (\rho_s A_{sj} + \rho_f A_j) / \rho_s$$

$$\tilde{e}_{sj} = (\rho_s A_{sj} e_{sj} + \rho_f A_j e_j) / (\rho_s \tilde{A}_{sj})$$

$$\tilde{T}_{sj} = \tilde{\pi}(\tilde{e}_{sj})$$

$$A_j = 0 \quad \text{III.E.5}$$

Mathematisch können die Ausfrierraten  $\dot{m}$  und  $\dot{m}_s$  wie folgt ausgedrückt werden:

$$\dot{m}_j = -\rho_f A_j \delta(t - t_{\text{freeze}})$$

$$\dot{m}_{sj} = \dot{m}_j$$

$$\text{III.E.6}$$



$t_{\text{freeze}}$  ist der Zeitpunkt des Ausfrierens, in dem Gl. (III.E.4) erstmals erfüllt ist. Der soeben beschriebene Ausfrierprozeß basiert wesentlich auf der Vorstellung, daß das Temperaturprofil in der Schmelze aufgrund einer guten thermischen Durchmischung flach ist, so daß der thermische Zustand adäquat durch eine Temperatur beschreibbar ist und die Schmelze in ihrer Gesamtheit ausfriert. Dieser Fall wird als 'bulk freezing' bezeichnet /47/. Unter anderen Umständen mag ein Temperaturprofil in der Schmelze vorliegen, das zu einem eher sukzessiven Ausfrieren Anlaß gibt. Dieser Fall wird als 'heat conduction controlled freezing' bezeichnet /48/. Die gewählte Beschreibungsweise scheint für eine Wellenströmung geeignet zu sein, da die hohen Oberflächenspannungen eine Welle zusammenhalten können.

### III.F Die Schubspannung $\tau_g$

In einem eindimensionalen Modell der Hüllrohrbewegung sind die Schubspannungen  $\tau_g$  und  $\tau_s$  (s. Gl. (III.C.4)) die einzig verbleibenden Repräsentanten des neun-komponentigen Spannungstensors, der in einer allgemeinen dreidimensionalen Formulierung den Spannungszustand einer Flüssigkeitsströmung beschreibt. Beide Schubspannungen beeinflussen sehr sensitiv die Hüllrohrbewegung und bestimmen zu einem großen Ausmaß ihre Strömungsrichtung und Geschwindigkeit. Die Schubspannung  $\tau_g$  muß dabei für zwei verschiedene Fälle spezifiziert werden, je nachdem ob eine Gasströmung vorliegt oder ob sich eine lokale Pfropfenströmung gebildet hat, in der das geschmolzene Hüllrohr den gesamten Kühlkanal ausfüllt. Der erste Fall ist die üblicherweise gegebene Situation und soll nun zuerst besprochen werden. Hier beschreibt  $\tau_g$  den Impulsaustausch zwischen Hüllrohrschmelze und Gasströmung. Da die Wechselwirkung wesentlich von der Struktur der Phasengrenzfläche abhängt, werden unterschiedliche Ansätze für eine Film- oder Wellenströmung verwendet. Die Unterschiede drücken sich schließlich im sogenannten Reibbeiwert aus, der im einen Fall typisch für eine Filmströmung ist, im anderen Fall dagegen eher für eine Tropfenströmung. Die Wechselwirkung hängt ferner vom radialen Geschwindigkeitsprofil der Gasströmung ab. Dieses wird durch die Gegenwart zuvor versprühter Tropfen i.a. so beeinflusst, daß es flacher wird, was im Sinne

eines homogenen Strömungsmodelles durch folgende verallgemeinerte Begriffsbildungen erfaßt werden kann /56/:

$$\begin{aligned}
 A_c &= A_g + A_d \\
 \alpha &= A_g/A_c \\
 \rho_H &= \alpha \cdot \rho_g + (1-\alpha) \rho_d \\
 G_H &= \alpha \cdot \rho_g \cdot v_g + (1-\alpha) \rho_d v_d \\
 v_H &= G_H/\rho_H \\
 Re_H &= G_H/\rho_g \cdot d_h/\mu_g
 \end{aligned}$$

III.F.1

$A_c, A_g, A_d$  Querschnittsfläche des Kühlkanals, der Gas- und Tropfenströmung ( $m^2$ )

$\alpha$  volumetrische Gaskonzentration im Kühlkanalreferenzvolumen,

$v_g$  axiale Gas- bzw. Tropfengeschwindigkeit (m/s),

$\rho_g, \rho_d$  Dichte der Gasphase bzw. der Tropfen ( $kg/m^3$ ),

$d_h$  hydraulischer Durchmesser des Kühlkanals (m),

$\mu_g$  dynamische Viskosität der Gasphase (kg/ms).

$\rho_H, v_H$  und  $Re_H$  sind die Dichte, axiale Geschwindigkeit und Reynoldszahl der homogenen Gas/Tropfenströmung.  $G_H$  bedeutet ihren Massenstrom. Mit den so definierten Größen kann die Schubspannung  $\tau_g$  allgemein wie folgt ausgedrückt werden:

$$\tau_g = 1/8 \cdot C_g \cdot \rho_H \cdot |v_H - v| (v_H - v) \quad \text{III.F.2}$$

Es bedeuten  $v$  die axiale Geschwindigkeit der Film/Wellenströmung und  $C_g$  der sogenannte Reibbeiwert der Zweiphasenwechselwirkung, der die Wechselwirkung im wesentlichen beschreibt. Im Falle einer Filmströmung kann der Reibbeiwert  $C_g$  wie folgt zerlegt werden:

$$C_g = C_{g0} \cdot \Psi_g, \quad \Psi_g \geq 1$$

$$C_{g0} = 0.316 \cdot Re_H^{-1/4} \quad \text{III.F.3}$$

$C_{g0}$  ist der Reibbeiwert einer glatten Fläche.  $\mu_g$  beschreibt die Welligkeit der Phasengrenzfläche und den damit verbundenen Zuwachs des Reibbeiwerts. In der Literatur können mehrere empirische Formeln für  $\Psi_g$  gefunden werden, die unter bestimmten Strömungsbedingungen gültig sind /11,29,56,57/. Sehr häufig wird die Wallis-Beziehung /56/ verwendet:

$$\Psi_g = 1 + 300 \cdot h/d_h \quad \text{III.F.4}$$

$h$  bedeutet die Filmdicke und  $d_h$  den hydraulischen Durchmesser des Kühlkanals. Obige Gleichung besagt, daß der Reibbeiwert  $C_g$  linear mit der Filmdicke anwächst. Nikuradse /58/ hat eine ähnliche Beziehung mittels der Rauigkeitshöhe  $\mathcal{f}$  angegeben:

$$\Psi_g = 1 + 75 \cdot \mathcal{f}/d_h \quad \text{III.F.5}$$

Im Sinne der Nikuradse-Formel deutet die Wallisbeziehung an, daß ein Film eine äquivalente Rauigkeit vom vierfachen Wert der Filmdicke hat. Wegen dieser Rauigkeitsinterpretation wird die Wallis-Beziehung (Gl. (III.F.4)) im Falle einer Filmströmung verwendet.

Liegt dagegen eine Wellenströmung vor, so werden die einzelnen Wellen als Tropfen interpretiert, die durch entsprechende Reibbeiwerte zu beschreiben sind. Die von einer Gasströmung auf einen Tropfen ausgeübte Reibungskraft ist nach Brown /59/ wie folgt gegeben

$$F_{\text{drop}} = A_{\text{drop}} \cdot C_d \cdot 1/2 \cdot \rho_g / v_g - v_d / (v_g - v_d)$$
$$C_d = 0.44 + 24 \cdot \mu_g / (\rho_g / v_g - v_d / \cdot D_d) \quad \text{III.F.6}$$

$A_{\text{drop}}$             Querschnittsfläche des Tropfens ( $m^2$ ),  
 $C_d$                 Reibbeiwert des Tropfens,  
 $\mu_g, \rho_g, v_g, v_d$     wie oben angegeben,  
 $D_d$                 Tropfendurchmesser (m)

Mit Hilfe von Gl. (III.F.6) läßt sich nun die Schubspannung  $\tau_g$  für eine Wellenströmung wie folgt definieren:

$$\begin{aligned}\tau_g &= 1/8 \cdot C_w \cdot \rho_H \cdot /v_H - v/ (v_H - v) \\ C_w &= 4 \cdot C_w' \cdot K_{ng} / K_{ag} \\ C_w' &= 0.44 + 24 \cdot \mu_g / (\rho_H /v_H - v/ \cdot H)\end{aligned}\quad \text{III.F.7}$$

$K_{ng}$ ,  $K_{ag}$  und  $H$  beschreiben die Gestalt einer Welle und sind durch die Gln. (III.B.13-15) festgelegt.  $C_w$  ist der Reibbeiwert einer Welle und ersetzt  $C_g$  im Falle einer Wellenströmung. Mit den Gleichungen III.F.2-4, 7 ist die Schubspannung  $\tau_g$  für eine Film/Wellenströmung in Gegenwart einer Gasströmung definiert.

Liegt nun eine lokale Pfropfenströmung vor, so füllt das geschmolzene Hüllrohr lokal den gesamten Kühlkanal aus. Ist nun der Pfropfen dadurch entstanden, daß zwei große Filmwellen einander berühren, so beschreibt in diesem Falle  $\tau_g$  die Reibungskräfte zwischen den Wellen:

$$\tau_g = 1/8 \cdot C_{ww} \cdot \rho_f \cdot /v^* - v/ (v^* - v) \quad \text{III.F.8}$$

Hier bedeutet  $v^*$  die axiale Geschwindigkeit derjenigen Welle, die auf dem Nachbarbrennstab strömt, und  $C_{ww}$  der zugehörige Reibungskoeffizient. Im allgemeinen werden sich die beiden Geschwindigkeiten  $v$  und  $v^*$  schnell angleichen, so daß sich der Pfropfen mit einer einheitlichen Geschwindigkeit bewegt. Dies kann durch einen hohen Wert des Reibungskoeffizienten erreicht werden, weshalb festgesetzt wird:

$$C_{ww} = 10. \quad \text{III.F.8a}$$

Entstand dagegen der Pfropfen aus einer einzigen Filmwelle, so beschreibt  $\tau_g$  nun die Reibungskräfte zwischen dem Pfropfen und dem Nachbarbrennstab:

$$\tau_g = 1/8 \cdot C_p \cdot \rho_f \cdot /v/ \cdot v \quad \text{III.F.9}$$

$C_p$  ist der zugehörige Reibungskoeffizient. Ist die Pfropfenströmung laminar, so folgt im Ringspalt

$$C_p = 96 / Re_f \quad \text{III.F.9a}$$

$Re_f$  ist die Reynoldszahl der Filmwelle bzw. des Pfropfens:

$$Re_f = 4 \cdot h \cdot |v| \cdot \rho_f / \mu \quad \text{III.F.9b}$$

$h$  ist die Dicke des Pfropfens und  $\mu$  die dynamische Viskosität. Ist die Strömung turbulent, so ist  $C_p$  durch

$$C_p = 0.316 \cdot Re_f^{-1/4} \quad \text{III.F.9c}$$

gegeben. Die Gln. (III.F.8-9c) definieren  $\tau_g$  im Falle einer Pfropfenströmung.

### III.G. Die Schubspannung $\tau_s$

Die Schubspannung  $\tau_s$  tritt an der Kontaktfläche  $S_s$  der sich bewegenden Hüllrohrschmelze zum Brennstab auf und resultiert aus der inneren Viskosität der Schmelze (s. Abb.17). Sie hängt ferner davon ab, ob die Strömung laminar oder turbulent ist und ob das geschmolzene Hüllrohr über einen glatten oder rauhen Untergrund fließt. Ein aufgerauhter Untergrund kann z.B. dadurch entstehen, daß Hüllrohrschmelze ausfriert und sich bizarre Erstarrungsformen bilden. Die kritische Reynoldszahl, bei der eine laminare Filmströmung in eine turbulente übergeht, ist nach Feind /11/ durch

$$Re_{LT} = \frac{4 h |v|}{\nu} / LT = 1600 \quad \text{III.G.1}$$

gegeben.  $v, h$  und  $\nu$  sind axiale Geschwindigkeit, Filmdicke und kinematische Viskosität der Filmströmung. Im folgenden soll die Schubspannung  $\tau_s$  für die drei Fälle einer laminaren oder turbulenten Strömung (über einen glatten Untergrund) sowie einer Rauheitsströmung spezifiziert werden. Die Ausdrücke werden für eine Filmströmung abgeleitet und können problemlos auf eine Wellenströmung übertragen werden.

Laminare Strömung

Liegt eine laminare Strömung vor, so kann ihr radiales Geschwindigkeitsprofil durch eine Parabel approximiert werden. Es müssen dabei die folgenden Randbedingungen erfüllt werden:

$$\begin{aligned} \tilde{v}(r_s, z, t) &= 0 \\ \mu \frac{\partial \tilde{v}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_g} &= \tau_g \\ \int_{r_s}^{r_g} 2 \pi r \tilde{v}(r, z, t) dr &= \pi (r_g + r_s) h \cdot v(z, t) \end{aligned} \quad \text{III.G.2}$$

- $\tilde{v}(r, z, t)$  radiales Geschwindigkeitsprofil (m/s),
- $\mu$  dynamische Viskosität (kg/ms),
- $r_g, r_s$  Radius der Phasengrenze Film/Gas bzw. Film/Brennstab (m)
- $h$  Filmdicke (m),
- $v(z, t)$  mittlere axiale Geschwindigkeit des Films (m/s)

Das Geschwindigkeitsprofil lautet nun:

$$\begin{aligned} \tilde{v}(r, z, t) &= v_0 \cdot \left\{ 1 - \left( \frac{r_g - r}{r_g - r_s} \right)^2 \right\} + \frac{\tau_g}{2 \mu r_g} (r^2 - r_s^2) \\ v_0 &= \left\{ 6 (r_g + r_s) v(z, t) - \frac{3 \tau_g}{2 \mu r_g} (r_g + r_s)^2 h \right\} / (5 r_g + 3 r_s) \end{aligned} \quad \text{III.G.3}$$

Aus dem obigen Geschwindigkeitsprofil kann nun die Schubspannung  $\tau_s$  durch Differentiation berechnet werden:

$$\begin{aligned} \tau_s &= \mu \frac{\partial \tilde{v}(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = g_1 \cdot \mu \frac{v(z, t)}{h} - g_2 \cdot \tau_g \\ g_1 &= 12 (r_g + r_s) / (5 r_g + 3 r_s) \\ g_2 &= r_s / r_g \cdot (3 (r_g + r_s)^2 / (5 r_g + 3 r_s) r_s - 1) \end{aligned} \quad \text{III.G.4}$$

In dieser Form ist  $\tau_s$  die Summe zweier Schubspannungen. Der erste Summand stellt eine einfache Approximation zur laminaren Schubspannung dar, während der zweite Summand den Einfluß einer von der Gasströmung ausgeübten Schubspannung beschreibt. Dieses Ergebnis folgt aus der Fähigkeit

einer viskosen Flüssigkeit, Schubspannungen auf andere Flächen zu übertragen. Die Geometriefaktoren  $g_1$  und  $g_2$  hängen im wesentlichen nur von der Filmdicke und der Krümmung des Brennstabes ab und erlauben eine Vereinfachung für kleine Werte des Quotienten  $h/r_s$ :

$$\tau_s \xrightarrow{h/r_s \rightarrow 0} (96/Re_f) \cdot 1/8 \cdot \rho_f / \nu - 1/2 \tau_g$$

$$Re_f = 4 h/\nu / \rho_f/\mu$$

III.G.4a

$Re_f$  ist die Reynoldszahl des Filmes. Man erkennt nun, daß im ersten Term die bekannte laminare Schubspannung mit dem Reibbeiwert  $96/Re_f$  enthalten ist.

Die Übertragung obiger Ergebnisse auf eine Wellenströmung ist einfach, wenn man die Welle durch eine mittlere Amplitude approximiert und beachtet, daß obiges Geschwindigkeitsprofil für beliebige Filmdicken gültig ist. Die Übertragungsvorschrift wird wie folgt festgesetzt:

$$h \hat{=} H/2$$

$$r_g \hat{=} r_s + H/2 = r_s (1+x)$$

$H$  ist die Amplitude der Welle und durch Gl. (III.B.13) definiert. Damit lautet die laminare Schubspannung für eine Welle:

$$\tau_s^w = g_1^w \mu v(z,t)/H - g_2^w \cdot \tau_g$$

$$g_1^w = 2(3 + 3/2 x)/(1+5/8 x), \quad g_2^w = \frac{1}{1+x} \left( 3 \frac{(2+x)^2}{(8+5x)} - 1 \right) \quad \text{III.G.5}$$

### Turbulente Strömung

Im Falle einer turbulenten Filmströmung ist das Geschwindigkeitsprofil nicht mehr parabolisch. Dagegen bildet sich in der Nähe des Festkörpers eine dünne Grenzschicht aus, in der die Geschwindigkeit steil ansteigt. Außerhalb dieser Schicht nimmt das Profil einen logarithmischen Verlauf, bis der Einfluß der Gasströmung das Profil zu dominieren beginnt. Der

Anstieg der Geschwindigkeit in der Grenzschicht ist wesentlich steiler als im laminaren Fall, weshalb die Schubspannung nun deutlich größer ist. Nach Schlichting /60/ gilt unter Vernachlässigung der Krümmung des Brennstabes:

$$\tau_s = C_t \cdot 1/2 \cdot \rho_f \cdot v^2$$

$$C_t = 0.0256 \cdot \text{Re}_\chi^{-1/4}$$

III.G.6

$\text{Re}_\chi$  ist dabei die mit der Impulsverlustdicke  $\chi$  gebildete Reynoldszahl:

$$\text{Re}_\chi = v \cdot \chi / \nu$$

III.G.7

Die Impulsverlustdicke  $\chi$  ist eine charakteristische Größe der Grenzschicht und kann in einfachen Fällen berechnet werden /60/. Für komplexe Situationen wie die während der Hüllrohrbewegung ist dies nicht mehr möglich. Es soll deshalb ein vereinfachter Ausdruck

$$\chi = 0.0441 \cdot h$$

III.G.8

benutzt werden, der Gl. III.G.6 auf die für eine turbulente Rohrströmung gültige Form reduziert

$$\tau_s = 0.079 \cdot \text{Re}_f^{-1/4} \cdot 1/2 \cdot \rho_f \cdot v^2$$

III.G.6a

Dieser Ansatz wird auch im Falle einer Wellenströmung benutzt, wobei die Reynoldszahl mit der halben Wellenamplitude  $H$  gebildet wird. Zum Schluß soll noch die Situation einer Rauigkeitsströmung betrachtet werden.

#### Rauigkeitsströmung

Eine Flüssigkeitsströmung wird die Rauigkeit der Strömungsfläche spüren, wenn die einzelnen Rauigkeitselemente so hoch sind, daß sie über die laminare Grenzschicht hinaus in die Flüssigkeit ragen. Dies ist das



Kriterium für eine Rauigkeitsströmung und kann nach Schlichting /60/ mittels einer Reynoldszahl wie folgt ausgedrückt werden

$$Re_{\mathcal{J}} = v/\nu \cdot \mathcal{J}/\nu > 100$$

III.G.9

$\mathcal{J}$  ist eine äquivalente Sandrauigkeit der rauhen Strömungsfläche und  $Re_{\mathcal{J}}$  die mit  $\mathcal{J}$  gebildete Reynoldszahl. Nach Schlichting /60/ folgt ferner, daß die zugehörige Schubspannung  $\tau_s$  folgendermaßen geschrieben werden kann:

$$\tau_s = C_r \cdot 1/2 \cdot \rho_f \cdot v/\nu \cdot v$$

$$C_r = (2.87 + 1.58 \cdot \log_{10} z/\mathcal{J})^{-2.5}$$

III.G.10

$z$  ist der Abstand von der ersten Rauigkeitsstelle, über die die Strömung führt. Tritt eine extreme Rauigkeit auf, wie z.B. an den Rändern der Schmelzzone oder bei teilweisen Blockaden, so wird  $C_r$  auf einen hohen Wert gesetzt ( $C_r=0.5$ ).

### III.H Der Druck $P_f$

Das Druckfeld der Film/Wellenströmung  $P_f$  leitet sich aus dem Druck  $P_g$  der Kühlkanalströmung wie folgt ab

$$P_f = P_g - \Delta p_{\sigma} \quad \text{III.H.1}$$

$\Delta p_{\sigma}$  ist der Kapillardruck, für den im Falle einer Filmströmung gilt:

$$\Delta p_{\sigma} = (-1)^i \sigma \frac{\mathcal{D}_z^2 r_g}{(1 + (\mathcal{D}_z r_g)^2)^{3/2}} \quad \text{III.H.2}$$

$\sigma$  ist die Oberflächenspannung,  $r_g$  der Radius der Phasengrenze Film/Gasströmung.  $i$  ist ein Index, der im Rahmen der Ringraummodellgeometrie unterscheidet, ob der Film innerhalb ( $i=0$ ) oder außerhalb ( $i=1$ ) eines Kühlkanalringes liegt. Häufig ist  $\mathcal{D}_z r_g$  klein, so daß der Nenner in Gl. (III.H.2) zu eins gesetzt werden kann.

Liegt eine Wellenströmung vor, so bewegen sich die Wellen im Druckfeld der Kühlkanalströmung, und es gilt deshalb

$$\Delta p_{\omega} = 0. \quad \text{III.H.3}$$

Im Falle einer Pfropfenströmung wird ebenfalls festgesetzt:

$$\Delta p_{\omega} = 0. \quad \text{III.H.4}$$

Der Pfropfen bewegt sich also im Druckfeld der Kühlkanalströmung. Um die Druckverteilung  $p_g$  in einem Pfropfen zu bestimmen, wird angenommen, daß dieser eine kleine Restporosität hat, die einen gewissen Gasdurchsatz noch erlaubt. Für die Gasströmung blockiert der Pfropfen den Kühlkanal also nicht vollständig. Jedoch ist sein Strömungswiderstand so hoch, daß die Gasströmung im wesentlichen auf andere Kühlkanäle (falls vorhanden) ausweicht oder unterbrochen wird. Die Beschreibung der Kühlkanalströmung bleibt einem späteren Kapitel vorbehalten.

### III.I Die Wärmeströme $q_i, q_s, q_g, q'_g, q_{rad}$ und $q'_{rad}$

Die oben genannten Wärmeströme werden benötigt, um die Temperaturen des intakten, wiedererstarteten und geschmolzenen Hüllrohres zu berechnen. Sie sind durch die folgenden Ausdrücke definiert:

$$q_i = \kappa_i \cdot (T_s - T_{ic})$$

$$q_s = \kappa_s \cdot (T - T_s^+)$$

$$q_g = \kappa_g \cdot (T_g - T)$$

$$q'_g = \kappa'_g \cdot (T_g - T_s^+)$$

$$q_{rad} = \kappa_r \cdot (T_2^4 - T_1^4) + \kappa_p \cdot (T^* - T)$$

$$q'_{rad} = \kappa_r \cdot (T_2^4 - T_1^4) + \kappa_p \cdot (T^* - T_s^+)$$

III.I.1

Aus Abb.17 ist zu ersehen, wo die einzelnen Wärmeströme auftreten. In obigen Gleichungen bedeuten

- $q_i$  Wärmestrom zwischen intaktem und wiedererstartetem Hüllrohr ( $W/m^2$ ),  
 $q_s$  Wärmestrom zwischen erstarrtem Hüllrohr bzw. Brennstab und geschmolzenem Hüllrohr ( $W/m^2$ ),  
 $q_g$  Wärmestrom zwischen Hüllrohrschmelze und Gasströmung ( $W/m^2$ ),  
 $q_g'$  Wärmestrom zwischen erstarrtem Hüllrohr bzw. Brennstab und Gasströmung ( $W/m^2$ ),  
 $\kappa_i, \kappa_s, \kappa_g^{(1)}$  Wärmeübergangskoeffizienten ( $W/m^2 K$ ),  
 $T_s$  Temperatur des wiedererstarteten Hüllrohres (K),  
 $T_{ic}$  Oberflächentemperatur des intakten Hüllrohres (K),  
 $T$  Temperatur der Hüllrohrschmelze (K),  
 $T_s^+$  Temperatur der Brennstaboberfläche bzw. des wiedererstarteten Hüllrohres, falls vorhanden (K),  
 $T_g$  Temperatur der Gasströmung (K),  
 $q_{rad}$  Wärmestrom durch Wärmestrahlung bzw. Wärmeleitung zwischen einem flüssigen Pfropfen und den Nachbarbrennstäben (deren Oberfläche Brennstoff, festes oder geschmolzenes Hüllrohr sein kann) ( $W/m^2$ ),  
 $\kappa_r$  Wärmestrahlungskoeffizient ( $W/m^2 K$ ),  
 $T_1, T_2$  Temperaturen der Oberflächen, zwischen denen Wärmestrahlung stattfindet (K),  
 $\kappa_p$  Wärmeübergangskoeffizient zwischen einem Pfropfen (ob flüssig oder erstarrt) und den Nachbarbrennstäben ( $W/m^2 K$ ),  
 $T^*$  Temperatur der Nachbarbrennstäbe (K),

Im folgenden sollen nun die verschiedenen Wärmeübergangskoeffizienten spezifiziert werden.  $\kappa_i$  ist durch

$$\kappa_i = 2 \cdot k_s / \mathcal{J}_s \quad \text{III.I.2}$$

gegeben.  $k_s$  ist die Wärmeleitfähigkeit des wiedererstarteten Hüllrohres und  $\mathcal{J}_s$  im wesentlichen seine Dicke:

$$\mathcal{J}_s = 2 r_i / \ln (1 + (r_s - r_i) / 2 r_i) / \quad \text{III.I.2a}$$

Bedeutet  $T_s^+$  eine Oberflächentemperatur des Brennstabs (z.B. des intakten Hüllrohrs oder des Brennstoffs), so ist  $\kappa_s$  mittels einer Nusseltzahl definiert. Nach Lyon /61/ gilt:

$$\begin{aligned} \kappa_s &= \kappa_s' = k_f / d_f \cdot Nu_s \\ &= k_f / d_f \cdot \left\{ 7. + 0.025 \cdot (Re_f \cdot Pr_f)^{0.8} \right\} \end{aligned} \quad \text{III.I.3}$$

$k_f$            Wärmeleitfähigkeit der Hüllrohrschmelze ( $W/m^2 K$ ),  
 $d_f=2 \cdot h$        charakteristische Dimension (m),  
 $Nu_s$            Nusseltzahl,  
 $Re_f$            Reynoldszahl der Hüllrohrschmelze,  
 $Pr_f$            Prandtlzahl der Hüllrohrschmelze  $Pr_f=(\mu c_p/k)_f$

Ist dagegen erstarrtes Hüllrohr vorhanden, so bedeutet  $T_s^+$  dessen Temperatur, und es gilt

$$\kappa_s = \left\{ \frac{r_s}{k_s} \cdot \left| \ln \left( 1 + (r_i - r_s) / 2 r_s \right) \right| + 1 / \kappa_s' \right\}^{-1} \quad \text{III.I.3a}$$

Der Wärmeübergang berücksichtigt die Wärmeleitung durch das erstarrte Hüllrohr und den sich anschließenden konvektiven Wärmeübergang zum geschmolzenen (und beweglichen) Hüllrohr.

Nach Dittus-Boelter /62/ gilt ferner für den Wärmeübergang zwischen einer turbulenten Gasströmung und einer Oberflächentemperatur:

$$\kappa_{bg} = \frac{k_g}{d_h} \cdot Nu_g = \frac{k_g}{d_h} \cdot \left\{ 0.023 \cdot Re_g^{0.8} \cdot Pr_g^{0.33} \right\} \quad \text{III.I.4}$$

$k_g$            Wärmeleitfähigkeit der Gasphase ( $W/m^2 K$ )  
 $d_h$            hydraulischer Durchmesser des Kühlkanals (m),  
 $Nu_g, Re_g, Pr_g$    Nusselt-, Reynolds- und Prandtlzahl der Gasphase

Mit Hilfe von  $\kappa_{bg}$  lassen sich  $\kappa_g$  und  $\kappa_g'$  wie folgt schreiben:

$$\kappa_g = (1/\kappa_s' + 1/\kappa_{bg})^{-1} \quad \text{III.I.4a}$$

$$\kappa_g' = \left\{ \frac{\sqrt{s}}{k_s} / \ln(1 + (r_i - r_s)/2 r_s) + 1/\kappa_{bg} \right\}^{-1} \quad \text{III.I.4b}$$

Die Wärmeströme  $q_{rad}$  und  $q_{rad}'$  sind so zu verstehen, daß sie i.a. den Wärmestrom durch Wärmestrahlung angeben. Hat sich jedoch ein Pfropfen gebildet, so liegt keine Wärmestrahlung mehr vor, sondern Wärmeleitung zwischen dem Pfropfen und den Nachbarbrennstäben, deren Oberfläche Brennstoff, festes oder flüssiges Hüllrohr sein kann. Ebenso kann der Pfropfen flüssig oder erstarrt sein.

Um nun den Wärmestrahlungskoeffizienten  $\kappa_r$  sowie die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  zu definieren, sollen zwei lange konzentrische Zylinder betrachtet werden. Der innere Zylinder hat eine Temperatur  $T_1$  und eine Fläche  $B_1 = 2\pi r_1 \cdot L$ , während der äußere Zylinder eine Temperatur  $T_2$  und Fläche  $B_2 = 2\pi r_2 \cdot L$  besitzt.  $r_1$  und  $r_2$  sind die Radien und  $L$  die axiale Dimension der Zylinder. Der Nettowärmestrom auf Grund der Wärmestrahlung ist dann für Fläche 1 /62/:

$$q_{rad}^1 = \kappa_r (T_2^4 - T_1^4)$$

$$\kappa_r = \text{BOLTZ} / \left( 1/\epsilon_1 + \frac{B_1}{B_2} (1/\epsilon_2 - 1) \right) \quad \text{III.I.5}$$

und  $B_1/B_2 = r_1/r_2$ . BOLTZ ist die Stefan-Boltzmann-Konstante,  $\text{BOLTZ} = 5.6697 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ , und  $\epsilon_1, \epsilon_2$  die Emissivitäten der Flächen  $B_1, B_2$ . Der Wärmestrom ist negativ, wenn Wärme von der Fläche  $A_1$  abgegeben wird, positiv, falls Wärme absorbiert wird. Die Gleichung III.I.5 wird auch benutzt, wenn die Zylinder nicht sehr lang sind, sondern nur eine Maschenhöhe  $\Delta Z$  hoch sind. Die Wärmestrahlung erfolgt dann ausschließlich in dem Element  $\Delta Z$ , also im wesentlichen normal zu den Flächen  $B_1, B_2$ . Die Übertragung obiger Gleichung auf den Fall der Hüllrohrbewegung längs eines Brennstabes ist einfach.  $B_1$  und  $B_2$  (bzw.  $r_1$  und  $r_2$ ) bedeuten die innere und äußere Berandungsfläche (bzw. Radien) eines Kühlkanals.  $T_1$  und  $T_2$  sind die mittleren Temperaturen der wärmestrahlenden Flächen, die im Falle einer Wellenströmung aus der Temperatur der Wellen  $T_w$  und der nicht bedeckten Berandungsfläche  $T_r$  berechnet werden:

$$X_l = \frac{S_s}{2\pi r_s F_s} / l$$

$$T_1 = X_1 \cdot T_w + (1-X_1) \cdot T_r, \quad 1 = 1,2$$

III.I.6

$X_1$  ist der von den Wellen bedeckte Anteil der Fläche  $B_1$ ;  $S_s$ ,  $r_s$  und  $F_s$  wurden bereits in Gl. (III.C.1) definiert. Ebenso werden die Emissivitäten  $\mathcal{E}_1$  aus den Emissivitäten einer Welle ( $\epsilon_w$ ) und der unbedeckten Berandungsfläche ( $\epsilon_r$ ) berechnet.

$$\mathcal{E}_1 = X_1 \cdot \epsilon_w + (1-X_1) \cdot \epsilon_r, \quad 1 = 1,2.$$

III.I.7

Der von Fläche 2 emittierte oder absorbierte Wärmestrom lautet

$$q_{\text{rad}}^2 = -B_1/B_2 \cdot q_{\text{rad}}^1$$

III.I.8

Liegt keine Pfropfenströmung vor, so gilt

$$\mathcal{K}_p = 0.0$$

$$q_{\text{rad}} = q_{\text{rad}}^i = \begin{cases} q_{\text{rad}}^1 & \text{für Fläche } B_1 \\ q_{\text{rad}}^2 & \text{für Fläche } B_2. \end{cases}$$

III.I.9

Im Falle einer Pfropfenströmung folgt dagegen

$$\begin{aligned} q_{\text{rad}} &= \mathcal{K}_p \cdot (T^* - T) \\ q_{\text{rad}}^i &= \mathcal{K}_p \cdot (T^* - T_s) \\ \mathcal{K}_p &= 2 \cdot k_p / \delta_p \\ \mathcal{K}_r &= 0.0 \end{aligned}$$

III.I.9

$k_p$  ist die Wärmeleitfähigkeit des Pfropfens und  $\delta_p$  seine Dicke.

### III.J. Die Tropfenversprüh- und Wiederanlagerungsraten E und D

In den Experimenten STAR1 und 2 wird häufig beobachtet, daß Teile des geschmolzenen Hüllrohres versprühen und entweder als Tropfen ein Stück weit im Kühlkanal fliegen oder sehr schnell wieder auf umgebenden Strukturen oder Brennstäben angelagert werden. Von den Filmaufnahmen ist auch ersichtlich, daß Tropfen oftmals eine radiale Geschwindigkeitskomponente haben, die von der Größenordnung 1 m/s ist. Das Versprühen eines Films wird besonders in der englischsprachigen Literatur als 'entrainment' bezeichnet. Trotz einer umfangreichen Literatur zu 'entrainment'-Phänomenen bestehen große Unsicherheiten und Widersprüche über Ursachen und Bedingungen für das Versprühen eines Films. Eine ausführliche Diskussion dieses Punktes hat M. Ishii in Ref. /63/ gegeben. So ist es möglich, daß von verschiedenen Autoren veröffentlichte kritische Gasgeschwindigkeiten für beginnendes Versprühen um mehr als 100% differieren /63/. Ferner sagt das von M. Ishii und M.A. Grolmes entwickelte 'entrainment'-Kriterium /64,65/ für das System Hüllrohrstahl/Natriumdampf eine kritische Gasgeschwindigkeit von mehr als 100 m/s voraus. Dasselbe Kriterium kann auch auf das System Hüllrohrstahl/Argongas angewandt werden und würde eine kritische Gasgeschwindigkeit nahe 90 m/s vorhersagen. Dieses Ergebnis ist in deutlichem Widerspruch zu dem in den beiden genannten STAR-Experimenten beobachteten Hüllrohrverhalten, wo das Hüllrohr schon bei Gasgeschwindigkeiten nahe 40 m/s versprüht /20-22/. Neben der Schwierigkeit, verlässliche 'entrainment'-Kriterien in der Literatur zu finden, gibt es nur wenige Korrelationen, welche die Versprührate konsistent beschreiben würden. Whalley und Hewitt /66,63/ haben eine Versprührate in graphischer Form angegeben, wobei die dimensionslose Kennzahl

$$S = \tau_g \cdot h / \sigma$$

III.J.1

als korrelierender Faktor auftaucht. Jedoch ist die Streuung der experimentellen Datenpunkte um die korrelierende Kurve erheblich. Sie würde auch die in den STAR-Experimenten beobachtete Versprührate um mehr als eine Größenordnung unterschätzen. Es ist somit festzustellen, daß in der Literatur bekannte Kriterien für das Versprühen eines Filmes sowie verfügbare Versprühraten keine brauchbaren Ergebnisse für die STAR-Experimente liefern. Eine Erklärung ist, daß viele Experimente zum Versprühen eines

Films mit Materialpaaren durchgeführt wurden, die nicht repräsentativ für das System Brennstoff/Hüllrohr/Natriumdampf bzw. Argongas sind. So wurden häufig Wasser- und Alkoholfilme und Luft verwendet. Dagegen ist das Referenzsystem gerade dadurch ausgezeichnet, daß hohe Oberflächenspannungen ein Benetzen des Brennstoffs verhindern und deshalb keine Filmströmung zulassen. Jedoch beinahe alle in der Literatur veröffentlichten Arbeiten zu 'entrainment'-Phänomenen gehen von einer Filmströmung aus /64,66,67/. In diesem Falle entwickeln sich Wellen auf der Oberfläche des Films, die schließlich in mehrere Tropfen versprühen können. So betrachten M. Ishii und M.A. Grolmes das Abscheren eines Wellenkamms durch tangentielle Gas-scherkräfte als den dominanten 'entrainment'-Mechanismus und entwickeln auf der Basis dieser Vorstellung das bereits erwähnte 'entrainment'-Kriterium /64/. Das in den STAR-Experimenten beobachtete Versprühen des geschmolzenen Hüllrohres legt dagegen eine andere Vorstellung nahe. Diese soll nun im folgenden erläutert werden und als Basis für die Entwicklung eines neuen Versprühkriteriums und einer Versprührate dienen. Das neue Kriterium sowie die Versprührate ergeben befriedigende Ergebnisse bei der Nachrechnung der Hüllrohrbewegung in den Experimenten STAR1 und 2.

Der wesentliche Aspekt der folgenden Darlegungen beruht auf der Tatsache, daß ein Hüllrohrfilm eine Brennstofffläche nicht benetzt und deshalb in einzelne Rinnsale und Wellen aufbrechen wird. Haben sich nun einzelne Wellen gebildet, so zeigen die STAR-Experimente, daß sich diese in ihrer Gesamtheit vom Brennstab lösen können und anschließend als Tropfen im Kühlkanal fliegen werden. Dies ist der überwiegend beobachtete Versprühmechanismus in den STAR-Experimenten. Da die entstehenden Tropfen häufig eine radiale Strömungskomponente haben, liegt es nahe anzunehmen, daß radiale Druckvariationen in der Gasströmung, wie sie bei der Umströmung einer Welle entstehen, ursächlich für den Versprühvorgang sind. Nach Bernoulli entsteht über einer Welle durch die Kompression der Stromlinien ein Unterdruck, der wie ein Sog auf die Welle wirkt und nur durch die Adhäsionskräfte zwischen Welle und Brennstab balanciert wird. Ist nun der Sog stärker als die Adhäsionskräfte, so wird sich die gesamte Welle vom Brennstab lösen und schließlich als Tropfen innerhalb der Kühlkanalströmung fliegen. Die Kräftebilanz zwischen dem Sog über einer Welle und den Adhäsionskräften führt auf das im folgenden zu formulierende Versprühkriterium. Hat sich die Welle erst einmal aus der Reichweite der inter-



molekularen Kräfte bewegt (mehrere Angström), so wirken keine Adhäsionskräfte mehr, und die Welle wird durch den Sog beschleunigt. Der Sog jedoch baut sich ab, sobald sich die Gasströmung um die Welle legt. Die ursprüngliche Beschleunigung reicht aber aus, um die Welle auf radiale Geschwindigkeiten von etwa einem Meter pro Sekunde zu beschleunigen, wie im Anhang gezeigt wird.

Zur Ableitung des Versprühkriteriums sollen die idealisierten Wellenformen der Abbildungen 15 und 16 betrachtet werden. Nach D.E. Woodmansee und T.J. Hanratty /67/ läßt sich der Sog  $P_G$  über einem sinusförmigen Wellenberg durch folgende Gleichung beschreiben:

$$P_G = \rho_g \cdot (v_g - c)^2 \frac{\Delta}{l} F_G (\Delta/l, \Delta/B) \quad \text{III.J.2}$$

$\rho_g$	Gasdichte (kg/m <sup>3</sup> ),
$v_g$	mittlere Gasgeschwindigkeit (m/s),
$c$	Wellengeschwindigkeit (m/s),
$\Delta, l$	Wellenamplitude bzw. Wellenlänge (m),
$F_G$	Korrekturfaktor,
$B$	Breite des Kühlkanals (m).

Der Korrekturfaktor  $F_G$  kann für den Fall eines sinusförmigen Wellenzuges durch

$$F_G = 0.4 \cdot (1/B)^{0.627} \cdot Re_g^{0.229} \quad \text{III.J.2a}$$

approximiert werden. Man erkennt, daß der Sog mit der Wellenamplitude anwächst, mit größerem  $B$  und  $l$  aber kleiner wird. Die Übertragung der Formeln III.J.2-2a auf Wellen in Form einer Kugelkappe geschieht durch die Identifikationen (s. Gl. III.B.12-15):

$$\Delta = H(V_w, \theta)$$

$$l = 4 \cdot H \cdot \sin \epsilon / (1 - \cos \theta)$$

$$c = v$$

$$B = d_h / 2$$

$$P_G = \rho_g (v_g - v)^2 \cdot (1 - \cos \theta) \cdot F_G / (4 \sin \epsilon)$$

$$F_G = 0.4 \cdot \left( \frac{l H \sin \epsilon}{d_h \cdot (1 - \cos \theta)} \right)^{0.627} \cdot Re_g^{0.229}$$

Die Adhäsionskräfte sind ferner durch den Umfang der Kontaktfläche, den Kontaktwinkel und die Oberflächenspannung  $\tilde{\sigma}_{ss, Gas}$  wie folgt festgelegt:

$$F_{adh} = 2 \cdot \gamma \cdot H \cdot \tilde{\sigma}_{ss, Gas} \cdot \sin^2 \theta / (1 - \cos \theta) \quad \text{III.J.4}$$

Das Versprühkriterium lautet nun:

$$K_{ag} \cdot P_G > F_{adh} \quad \text{III.J.5}$$

$K_{ag}$  ist die durch Gl. (III.B.14) definierte axiale Projektion der Kontaktfläche zwischen einer Welle und der Gasströmung:

$$K_{ag} = \gamma \cdot H^2 \cdot \sin^2 \mathcal{E} / (1 - \cos \theta)^2$$

$$\mathcal{E} = \min(\theta, 90^\circ) \quad \text{III.J.6}$$

Setzt man nun die Gln. (III.J.3,4,6) in das Versprühkriterium Gl. (III.J.5) ein und definiert

$$W_e = f_g (v_g - v)^2 \cdot H / \tilde{\sigma}_{ss, Gas}$$

$$\varphi(\theta) = 5.43 \cdot \sin^2 \theta \cdot (1 - \cos \theta)^{0.627} / (\sin \mathcal{E})^{1.627}$$

$$X_E = W_e \cdot Re_g^{0.229} \cdot (H/d_h)^{0.627} / \varphi(\theta)$$

so lautet dieses schließlich

$$X_E > 1 \quad \text{III.J.5a}$$

$W_e$  ist dabei die mit der Wellenamplitude gebildete Weberzahl. Gl. (III.J.5a) ist das im SANDCMOT-Modell verwendete Versprühkriterium. Es berücksichtigt drei Kennzahlen, die Weberzahl, die Reynoldszahl des Gases sowie das Verhältnis der Wellenamplitude zum hydraulischen Durchmesser. Die Funktion  $\varphi(\theta)$  ist in Abb. 18 gezeigt. Sie hat ein Maximum bei  $\theta = 105^\circ$ , fällt danach jedoch steil ab.

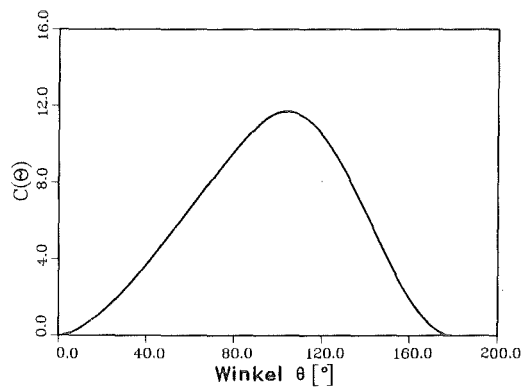


Abb. 18: Die Funktion  $\varphi(\theta)$

Ein Zahlenbeispiel soll das Verständnis der Gl. (III.J.5a) erleichtern.  
Setzt man typische Werte ein,

$\theta / ^\circ /$	$\varphi(\theta)$	H /mm/	$d_h$ /mm/	$\rho_g$ /kg m <sup>-3</sup> /	$v_{rel}$ /ms <sup>-1</sup> /	/Nm <sup>-1</sup> /	$\mu_g$ /kg ms <sup>-1</sup> /
110	5.765	2.3	6.92	0.7	40	1.19	$2.2 \cdot 10^{-5}$
60	3.33	1.44	6.0				

so erhält man

$\theta / ^\circ /$	We	$(H/d_h)^{0.627}$	$Re_g^{0.229}$	$X_E$
110	1.88	0.5	7.92	1.29
60	1.17	0.41	7.92	1.14

III.J.7

Das Ergebnis Gl. (III.J.7) bestätigt die Möglichkeit, daß im Falle der Experimente STAR1 und 2 schon bei relativ geringen Gasgeschwindigkeiten einzelne Wellen versprühen können. Dies wird auch tatsächlich im Experiment beobachtet. Gl. (III.J.7) legt auch nahe, daß Wellen auf einer Brennstofffläche leichter versprühen als solche, die festes Hüllrohr kontaktieren.

Es verbleibt, die Versprührate  $E$  zu spezifizieren, falls das Versprühkriterium erfüllt ist. Im Einklang mit den soweit entwickelten Vorstellungen wird angenommen, daß in einem gewissen Zeitintervall  $\Delta t$  eine bestimmte Anzahl von Versprühereignissen ( $N_E$ ) stattfindet, bei denen jedesmal genau eine Welle vom Brennstab sich löst. Es gilt somit

$$E(j) = \sum_{n=1}^{N_E} V_w / \Delta Z_j \cdot \mathcal{J}(t-t_{En}) \quad \text{III.J.8}$$

$V_w$  ist das durch Gl. (III.B.6) definierte Volumen einer Welle,  $\Delta Z_j$  die axiale Höhe der betrachteten Masche  $j$  und  $\mathcal{J}(t-t_{En})$  die Delta-Dirac-Distribution /55/.  $t_{En}$  bezeichnet den Zeitpunkt des Versprühereignisses  $n$  und liegt in dem betrachteten Zeitintervall. Um die Anzahl  $N_E$  der Versprühereignisse zu bestimmen, wird angenommen, daß die Tropfen mit einer Rate versprühen werden, die umso größer ist, je deutlicher das Versprühkriterium  $X_E > 1$  erfüllt ist:

$$\begin{aligned} \dot{N}_E &= F_E \cdot X_E \\ N_E &= \text{Mod} (\dot{N}_E \cdot \Delta t) \end{aligned} \quad \text{III.J.8a}$$

Mod ist die Modulusfunktion und  $F_E$  eine Versprühfrequenz, die an das Experiment angepaßt werden muß und bei den Nachrechnungen der STAR-Experimente zu  $10^3 \text{ sec}^{-1}$  gesetzt wurde. Dieser Wert erklärt sich so, daß etwa 1 msec vergeht, bis eine versprühende Welle ein radiales Wegstück von der Größe ihrer Amplitude  $H$  zurückgelegt hat. Die Gleichungen III.J.5a, 8, 8a stellen die Essenz des 'entrainment'-Modelles dar.

Die Definition der Tropfenwiederanlagerungsrate  $D$  (Gl. III.C.3) beruht auf der experimentellen Tatsache, daß Tropfen häufig eine radiale Geschwindigkeit von etwa 1 m/s haben. Da die beobachteten Tropfen einen Durchmesser zwischen 0.7-3 mm haben, ist ihre Trägheit so groß, daß die radiale Bewegung im wesentlichen als eine Trägheitsbewegung vom Ort des Versprühens zum Ort der Wiederanlagerung aufzufassen ist. Dies bedeutet, daß die Tropfen nur eine kurze Residenzzeit  $\tilde{\tau}_{res}$  im Kühlkanal haben, die von der Größenordnung weniger Milli-Sekunden ist. Nach dieser Zeitspanne lagern sich die Tropfen wieder an. Die zugehörigen Wiederanlagerungsraten müssen

dabei zwischen Tropfen mit positiver oder negativer radialer Flugrichtung unterscheiden. Tropfen mit positiver radialer Geschwindigkeit versprühten von der inneren Berandungsfläche eines Kühlkanals und werden sich auf der äußeren wieder ablagern. Analoges gilt für Tropfen mit negativer radialer Geschwindigkeit. Die innere Berandungsfläche sei nun durch einen Index 1, die äußere durch einen Index 2 gekennzeichnet. Die zugehörigen Wiederanlagerungsraten lauten

$$D_{2,1}(j) = N_d(j)_{1,2} \cdot v_w / \tau_{res} \quad \text{III.J.9}$$

$D_{2,1}(j)$  ist die Wiederanlagerungsrate auf Fläche 2 bzw. 1,  $N_d(j)_{1,2}$  die Anzahl der Tropfen pro Maschenlänge  $\Delta Z_j$  im Kühlkanal, welche eine positive (1) bzw. negative (2) Flugrichtung haben. Für die Wiederanlagerungsrate  $D$  (s. Gl. (III.C.3) folgt nun (der Index  $j$  wird unterdrückt)

$$D = \begin{cases} D_1 & \text{für Fläche 1} \\ D_2 & \text{für Fläche 2.} \end{cases} \quad \text{III.J. 9a}$$

Eine Abschätzung der Residenzzeit  $\tau_{res}$  sowie der radialen Tropfengeschwindigkeiten wird im Anhang gegeben.

### III.K Erhaltungsgleichungen der Gas/Tropfen-Strömung

Da geschmolzenes Hüllrohr versprühen und in Form einzelner Tropfen innerhalb der Kühlkanalströmung fliegen kann, sollen nun die Gleichungen einer Gas/Tropfen-Strömung zusammengestellt werden. Die Tropfenströmung wird dabei als eindimensionale, axial gerichtete Strömung aufgefaßt, da radiale Bewegungen bereits in die Wiederanlagerungsraten einbezogen wurden. Die Anzahl der Tropfen im Kühlkanal ändert sich durch

- axiale Konvektion,
- versprühende Tropfen,
- sich wiederanlagernde Tropfen.

Die Massenerhaltung der Tropfenströmung lautet nun:

$$\partial_t \rho_d A_d + \partial_z \rho_d A_d v_d = \rho_f (E_1 + E_2) - \rho_d (D_1 + D_2) \quad \text{III.K.1}$$

- $\rho_d, \rho_f$       mikroskopische Dichte der Tropfen bzw. des versprühenden Hüllrohrs ( $\text{kg/m}^3$ ),  
 $A_d$             Volumen pro Längeneinheit der Tropfen ( $\text{m}^2$ ),  
 $v_d$             axiale Tropfengeschwindigkeit ( $\text{m/s}$ ),  
 $E_1, E_2$         Tropfenversprührate von Fläche 1 bzw. 2 ( $\text{m}^2/\text{s}$ ),  
 $D_1, D_2$         Tropfenwiederanlagerungsrate an Fläche 1 bzw. 2 ( $\text{m}^2/\text{s}$ ).

Die Flächen 1 bzw. 2 sind die innere bzw. äußere Berandungsfläche eines Kühlkanals. Die Versprühraten  $E_1$  bzw.  $E_2$  sind analog zu  $E$  (Gl. III.J.8a) definiert.

Der axiale Impuls der Tropfenströmung ändert sich einmal durch die bereits oben genannten Phänomene, zum anderen aber auch durch

- axiale Druckgradienten,
- Gravitationskräfte,
- durch die Gasströmung induzierte Schleppekkräfte.

Die axiale Impulsgleichung lautet also:

$$\begin{aligned} \partial_t \rho_d A_d v_d + \partial_z \rho_d A_d v_d^2 = & -A_d (\partial_z P_g + \rho_d \cdot g) + \\ & + K(v_g - v_d) + \rho_f (E_1 v_1 + E_2 v_2) - \rho_d (D_1 + D_2) v_d \end{aligned} \quad \text{III.K.2}$$

- $P_g$             Druckfeld der Gasströmung ( $\text{N/m}^2$ ),  
 $g$              Erdbeschleunigung ( $= 9.8 \text{ m/s}^2$ ),  
 $v_g$             axiale Gasgeschwindigkeit ( $\text{m/s}$ ),  
 $K$              Impulsaustauschfunktion ( $\text{kg/ms}$ ),  
 $v_1, v_2$         Geschwindigkeit der von den Flächen 1 bzw. 2 versprühenden Wellen ( $\text{m/s}$ ).

Die Erhaltung der Enthalpie durch die Tropfenströmung liest sich wie folgt

$$\begin{aligned} \int_t \rho_d A_d e_d + \int_z \rho_d A_d v_d e_d = \rho_f (E_1 e_1 + E_2 e_2) \\ - \rho_d (D_1 + D_2) e_d + R (T_g - T_d) \end{aligned} \quad \text{III.K.3}$$

$e_d$	spezifische Enthalpie der Tropfen (Ws/kg),
$e_1, e_2$	spezifische Enthalpie der von den Flächen 1 bzw. 2 versprühenden Wellen (Ws/kg),
$T_g, T_d$	Temperatur der Gasströmung bzw. Tropfen (K),
R	Wärmeaustauschfunktion (W/m K).

Die Tropfenströmung ist durch den Druck  $P_g$  und die Wechselwirkungsfunktionen K und R eng an die Gasströmung gekoppelt. Da diese in einem Brennstabbbündel sowohl axiale als auch radiale Strömungskomponenten hat, müssen die Gleichungen für eine zweidimensionale Strömung benutzt werden. Es soll nun ein bestimmter Kühlkanal mit Index k betrachtet werden, wie er in Abb. 10 zu sehen ist. Die mittlere Gasdichte ändert sich durch radiale und axiale Konvektion, was wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$\int_t \rho'_g + (S \cdot \rho_g \cdot u_g) / r^2 + \int_z \rho'_g v_g = 0$$

$\rho'_g$	=	$\rho_g \cdot A_g$	
$S_{1/2}$	=	$ACC_{k+1/2} / \Delta z$	
$X / r^2$	=	$X_2 - X_1$	III.K.4

$\rho_g$	mittlere Dichte der Gasströmung (kg/m <sup>3</sup> ),
$A_g$	Querschnittsfläche der Gasströmung (m <sup>2</sup> ),
$\rho'_g$	Schmierdichte der Gasströmung (kg/m),
$S_{1,2}$	Kontaktflächen pro axiale Längeneinheit zwischen dem betrachteten Kühlkanal und dem nächst inneren (1) bzw. äußeren (2) Kühlkanal (s. Gl. III.A.2)
$u_g$	radiale Geschwindigkeit der Gasströmung (m/s).

- Die axiale Impulsgleichung berücksichtigt die Änderung des Impulses durch
- radiale und axiale Konvektion,
  - axiale Druckgradienten,
  - Gravitationskräfte,
  - Scherkräfte an den Berandungsflächen des Kühlkanals,
  - Reibungskräfte mit der Tropfenströmung,
  - irreversible Druckverluste an abrupten Strömungsquerschnitts-  
veränderungen,

und kann wie folgt formuliert werden:

$$\begin{aligned} \partial_t(\rho'_g v_g) + (s \cdot \rho_g u_g v_g) / \rho_g + \partial_z \rho'_g v_g^2 = \\ -A_g (\partial_z p_g + \rho_g g) + [(B \cdot \tau'_g)]_1^2 + K (v_d - v_g) + K_{irr} \cdot \rho'_g (v_B - v_g) \end{aligned} \quad \text{III.K.5}$$

$B_{1/2}$  sind die inneren bzw. äußeren Berandungsflächen des Kühlkanals (pro axiale Längeneinheit) und  $\tau'_{g1,2}$  die dort auftretenden Schubspannungen.  $K$  beschreibt den Impulsaustausch mit der Tropfenströmung und  $K_{irr}$  ist ein Druckverlustkoeffizient, für den gilt:

$$K_{irr} = \tilde{\zeta}_z / \Delta z \cdot |v_B - v_g| \quad \text{III.K.5a}$$

$v_B$  ist eine mittlere Geschwindigkeit des Hüllrohrs auf den Berandungsflächen, die auch null sein kann, wenn kein geschmolzenes Hüllrohr vorliegt. Ferner wird  $\tilde{\zeta}_z$  wie in Ref. /68/ spezifiziert:

Für Expansionen von Masche  $j$  nach  $j+1$ :

$$\tilde{\zeta}_z = \tilde{\zeta} (1 - A_{gj} / A_{gj+1})^2$$

$\tilde{\zeta}$  hängt von der Expansionsrate  $s$  ab und lautet:

$$\tilde{\zeta} = \min (1, 2.8607 \cdot s - 1,2143 \cdot s^2).$$



Für Kontraktionen von Masche j nach j+1:

$$\xi = \begin{cases} 0.05 \cdot s / 0.267949 & s \leq 0.267949 \\ 0.5 \cdot (1. - 0.80556 A_{gj+1} / A_{gj}) & 0.267949 < s, 0 \leq \frac{A_{gj+1}}{A_{gj}} \leq .72 \\ 0.75 (1. - A_{gj+1} / A_{gj}) & 0.267949 < s, .72 < A_{gj+1} / A_{gj} \end{cases}$$

III.K.5b

Es ist dabei immer impliziert, daß die Geschwindigkeiten  $v_B$  und  $v_g$  an dem engeren Querschnitt zu benutzen sind.

Die radiale Impulsgleichung enthält einige Vereinfachungen. Sie berücksichtigt radiale Druckgradienten, Reibungskräfte und Drosseldruckverluste. Konvektive Terme werden dagegen vernachlässigt.

$$\partial_t (s \rho_g u_g)_1 = -s_1 \cdot \left\{ \partial_r P_g + K_r \cdot 1/2 \rho_g / u_g / u_g \right\}_1, \quad 1 = 1,2$$

$$\partial_r P_g / 1 = (P_{gk} - P_{gk-1}) / DRC_{k-1/2} \quad 1 = 1$$

$$= (P_{gk+1} - P_{gk}) / DRC_{k+1/2} \quad 1 = 2$$

$$K_r = f_r / d_{hr} + \xi_r / DRC$$

$$f_r = 64 \mu_g / (\rho_g / u_g / d_{hr})$$

III.K.6

$\partial_r P_g / 1$  radialer Druckgradient zwischen Kühlkanal k und nächst innerem (1=1) bzw. äußerem (1=2) Kanal ( $N/m^3$ ),

$K_r$  allgemeiner Druckverlustkoeffizient ( $m^{-1}$ ),

$f_r$  Reibbeiwert der radialen Strömung,

$\mu_g$  dynamische Viskosität der Gasströmung (kg/ms),

$d_{hr}$  hydraulischer Durchmesser des radialen Strömungskanals (m),

$\xi_r$  Drosselkoeffizient des radialen Strömungskanals,

DRC Abstand zwischen zwei Kühlkanälen, wie in Gl. (III.A.3) definiert (m).

Falls kein innerer oder äußerer Kühlkanal zu dem betrachteten Kanal k existiert, verschwinden der zugehörige radiale Druckgradient und Druckverlustkoeffizient. Der radiale Drosselkoeffizient  $\xi_r$  ist ebenso wie der hydraulische Durchmesser  $d_{hr}$  eine Eingabegröße. Bei der Nachrechnung des STAR2-Experiments wird  $\xi_r = 1$  und  $d_{hr} = 10^{-3}$  m verwendet.

Schließlich soll noch die Energieerhaltungsgleichung der Kühlkanalströmung besprochen werden. Die Enthalpie ändert sich lokal durch

- radiale Konvektion,
- axiale Konvektion,
- radiale Wärmeströme von oder zu den Berandungsflächen des Kühlkanals,
- Wärmeaustausch mit versprühten Tropfen.

Die Energiegleichung lautet also:

$$\partial_t \rho_g' e_g + (S \rho_g u_g e_g) / r + \partial_z \rho_g' v_g e_g = \left[ (B \cdot Q_g) \right]_r^2 + R (T_d - T_g),$$

III.K.7

- $e_g$  spezifische Enthalpie der Kühlkanalströmung (Ws/kg),  
 $Q_{g1,2}$  Wärmeströme an den Berandungsflächen  $B_{1,2}$  ( $W/m^2$  K),  
 $R, T_d, T_g$  wie in Gl. (III.K.3).

Das Gleichungssystem III.K.1-7 beschreibt die Gas/Tropfenströmung in einem Brennstabbündel. Die Ansätze für die Wechselwirkungsfunktionen K und R, die Schubspannungen  $\tau_g'$  und Wärmeströme  $Q_g$  werden in den folgenden Kapiteln angegeben.

### III.L Die Wechselwirkungsfunktionen K und R

Die Impulsaustauschfunktion K kann nach F. Harlow und A. Amsden /46/ allgemein wie folgt geschrieben werden:

$$K = \left[ 6 \cdot \rho_g \cdot A_d / D_d^2 \right] (3 \tau_g + D_d \cdot C_d / 8 / v_g - v_d / ) \quad \text{III.L.1}$$

$\nu_g$  ist die kinematische Gasviskosität. Die anderen Symbole wurden bereits zuvor definiert,  $D_d$  durch Gl. (III.B.10) und  $C_d$  durch Gl. (III.F.6).

Die Wärmeaustauschfunktion ist ebenfalls nach Ref. /46/ durch

$$R = 12 \cdot A_d \cdot \mathcal{H}_{dg} / \lambda D_d^2 \quad \text{III.L.2}$$

gegeben.  $\lambda \cdot D_d/2$  ist die Dicke derjenigen Schicht des Tropfens, durch die im wesentlichen der Wärmeaustausch mit der Gasströmung stattfindet. Nach Ref. /68/ ist

$$\lambda \approx 0.2 \quad \text{III.L.2a}$$

Ebenso kann man für  $\mathcal{H}_{dg}$  in Ref. /69/ finden,

$$\mathcal{H}_{dg} = K_g \cdot k_d / (K_g + k_d/\lambda) \quad \text{III.L.2b}$$

$$K_g = k_g \cdot \left\{ 1 + 1/2 K_1 \cdot Re_d^{K2} \cdot Pr_g^{K3} \right\} \quad \text{III.L.2c}$$

Der Ausdruck in der Klammer ist eine Nusseltzahlbeziehung für den Wärmeübergang von der Tropfenoberfläche zur Gasströmung. Die Koeffizienten  $K_1$ - $K_3$  folgen nach Ref. /63/ zu

K1	K2	K3	
0.023	0.5	0.33	III.L.2d

Ferner bedeuten  $k_g$  und  $k_d$  die Wärmeleitfähigkeiten des Gases und des Tropfens,  $Pr_g$  die Gas-Prandtlzahl und  $Re_d$  die Reynoldszahl des Tropfens,

$$Re_d = D_d \cdot (v_d - v_g) / \nu_g \quad \text{III.L.3}$$

### III.M Die Schubspannung $\tau'_g$ und der Wärmestrom $Q_g$

Die Schubspannung  $\tau'_g$  tritt an den Berandungsflächen eines Kühlkanals auf und beschreibt die Impulsänderung der Gasströmung auf Grund von Reibungskräften. Die Berandungsflächen können dabei entweder durch geschmolzenes Hüllrohr oder einem Festkörper wie z.B. Brennstoff oder festes Hüllrohr gebildet sein. Folglich lautet ein allgemeiner Ansatz für  $\tau'_g$ :

$$\zeta'_g = 1/8 \cdot f'_g \cdot \rho_H \cdot |v - v_H| \cdot (v - v_H)$$

$$f'_g = \xi \cdot C_f + (1 - \xi) \cdot C_s$$

$$\xi = S_g / (S_g + S'_g)$$

$$C_f = \begin{cases} C_g & \text{für eine Filmströmung} \\ C_w & \text{für eine Wellenströmung} \end{cases}$$

$$C_s = C_{go} \cdot (1 + 75 \mathcal{J} / d_h) \frac{|v_H| / v_H}{|v - v_H| / (v - v_H)} \quad \text{III.M.1}$$

Hierbei bedeutet  $f'_g$  ein mittlerer Reibbeiwert, der berücksichtigt, daß die Gasströmung eventuell sich bewegendes Hüllrohr oder einen Festkörper kontaktiert.  $C_f$  ist der Reibbeiwert der Hüllrohrschmelze und  $C_s$  derjenige des Festkörpers.  $\xi$  gibt den Anteil der Hüllrohrschmelze an der Berandungsfläche an.  $C_s$  berücksichtigt ferner, daß die Berandungsfläche des Festkörpers eine Rauigkeit mit Höhe  $\mathcal{J}$  haben kann, wodurch sich der Reibbeiwert erhöht. Die Erhöhung wird mittels der Nikuradse-Formel Gl. III.F.5 beschrieben. Ferner beziehen sich die Größen mit Index H auf das in Gl. III.F.1 definierte homogene Strömungsmodell der Gas/Tropfenströmung.  $S_g$ ,  $S'_g$ ,  $C_g$ ,  $C_w$  und  $C_{go}$  wurden bereits in früheren Kapiteln (C, D, F) angegeben.  $v$  ist die axiale Geschwindigkeit der Hüllrohrschmelze.

Der Wärmestrom  $Q_g$  beschreibt den Wärmeaustausch zwischen der Gasströmung und den Brennstäben bzw. Strukturmaterialien. Er setzt sich aus  $q_g$  und  $q'_g$  (s. Gl. III.I.1) wie folgt zusammen:

$$Q_g = - \xi \cdot q_g - (1 - \xi) \cdot q'_g \quad \text{III.M.2}$$

Die Gleichungen III.M.1-2 vervollständigen das Gleichungssystem der Gas/Tropfenströmung.

III.N Physikalische Eigenschaften des Hüllrohrstahls und der Argongasströmung

Die Dichte des Hüllrohrstahls SS 316 variiert mit der Temperatur und kann durch folgende Gleichungen beschrieben werden /3/, ( ) = (kg/m<sup>3</sup>):

$$\rho(T) = \begin{cases} 8084. - 0.4209 \cdot T - 3.894 \cdot 10^{-5} \cdot T^2, & T < T_{LF} \\ 7433. + 3.934 \cdot 10^{-2} \cdot T - 1.801 \cdot 10^{-4} \cdot T^2, & T \geq T_{LF} \end{cases}$$

T<sub>LF</sub> ist die Liquidustemperatur des Hüllrohrstahls,

$$T_{LF} = 1723 \text{ K}, \quad \text{III.N.1}$$

Da die Änderungen der Dichte mit der Temperatur klein sind, wird die Hüllrohrbewegung als eine inkompressible Strömung mit einer konstanten Dichte beschrieben. Es gilt folglich

$$\rho_f = \rho_s = \rho_d = \text{DHF}$$

$$\text{DHF} = (T_{\text{ref}} = T_{LF} + \text{STEMP})$$

Für STEMP = 0 K folgt

$$\text{DHF} = 6965. \text{ kg/m}^3. \quad \text{III.N.2}$$

Variieren die Hüllrohrtemperaturen zwischen (1400–2400) K, so sind die Abweichungen der Dichte vom Wert DHF geringer als 7%.

Die dynamische Viskosität des Hüllrohrs ändert sich ebenfalls mit der Temperatur. Für Temperaturen über der Liquidustemperatur gilt /10/:

$$\mu(T) = \mu(T_{LF}) \cdot \exp(T_B/T - T_B/T_{LF}) \quad T \geq T_{LF}$$

$$\mu(T_{LF}) = 5.896 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$T_B = 5509.5 \text{ K} \quad \text{III.N.3}$$

Liegt dagegen die Temperatur zwischen der Solidus- und Liquidustemperatur werden sich innerhalb der Hüllrohrschmelze Mischkristalle bilden. Die Viskosität wird sich im allgemeinen mit der Größe x

$$X = (T-TSF) / (TLF-TSF) \quad \text{III.N.4}$$

ändern, wobei TSF die Solidustemperatur des Hüllrohrstahls ist,

$$TSF = 1695 \text{ K} \quad \text{III.N.5}$$

Nimmt man nun an, daß

- 1.) die Viskositätsfunktion auch für  $T < TLF$  die Form wie in Gl. III.N.3 hat,
  - 2.) die Viskositätsfunktion stetig ist,
  - 3.) die Viskosität unendlich wird für  $T \leq TSF$ ,
- so erhält man

$$\begin{aligned} \mu(T) &= \mu(TLF) \cdot \exp(k_\mu \cdot (1/x - 1)) \\ &= \mu(TLF) \cdot \exp\left(k_\mu \cdot \frac{TLF - T}{T - TSF}\right) \end{aligned}$$

$$TSF \leq T \leq TLF$$

III.N.6

$k_\mu$  ist ein Koeffizient, der nach J.M. Galan Erro /70/ zu

$$k_\mu = 0.73$$

gesetzt wird. Ferner ist

$$\mu(T) = \infty \quad \text{für } T \leq TSF. \quad \text{III.N.7}$$

Die Gleichungen III.N.3-7 beschreiben die Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität des Hüllrohrstahls.

Die spezifische Enthalpie ist ebenfalls eine Funktion der Temperatur. Es gilt allgemein:

$$e(T) = \int_0^T C_p(T) dT, \quad \text{III.N.8}$$

wobei  $C_p(T)$  die spezifische Wärmekapazität des Hüllrohrstahls ist. Die Funktion  $C_p(T)$  wird wie folgt approximiert:

$$C_p(T) = \begin{cases} C_p^S & \text{für } T \leq \text{TSF} \\ \text{HSF}/(\text{TLF}-\text{TSF}) & \text{für } \text{TSF} < T < \text{TLF} \\ C_p^L & \text{für } T \geq \text{TLF}. \end{cases} \quad \text{III.N.8a}$$

$C_p^S$ ,  $C_p^L$  sind die spezifischen Wärmekapazitäten für festes und geschmolzenes Hüllrohr

$$\begin{aligned} C_p^S &= 459.26 \text{ Ws/kg K} \\ C_p^L &= 770.51 \text{ Ws/kg K,} \end{aligned}$$

und HSF ist die Schmelzwärme,

$$\text{HSF} = 2.68 \cdot 10^5 \text{ Ws/kg.} \quad \text{III.N.8b}$$

Damit gilt für  $e(T)$ ,

$$e(T) = \begin{cases} C_p^S \cdot T & T \leq \text{TSF} \\ e(\text{TSF}) + \frac{\text{HSF} (T - \text{TSF})}{\text{TLF} - \text{TSF}} & \text{TSF} < T < \text{TLF} \\ e(\text{TLF}) + C_p^L \cdot (T - \text{TLF}) & T > \text{TLF} \end{cases} \quad \text{III.N.8c}$$

Die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit des Hüllrohrstahls folgt nach Ref. /3/ zu

$$k(T) = \begin{cases} 9.248 + 0.01571 \cdot T & \text{W/m K, } T < \text{TLF} \\ 12.41 + 0.003279 \cdot T & \text{W/m K, } T > \text{TLF} \end{cases}$$

III.N.9

Für das Argongas werden die folgenden Eigenschaften verwendet

$$\beta_g(P_g, T_g) = P_g/R^* \cdot T_g$$

$$R^* = R/M = 208.11 \quad \text{III.N.10}$$

wobei R die allgemeine Gaskonstante und M das Molekulargewicht von Argon ist.  $P_g$  und  $T_g$  sind Druck und Temperatur des Argongases.

Die spezifische Wärmekapazität ist

$$C_{pg} = 521.4 \text{ Ws/kg K} \quad \text{III.N.11}$$

und die dynamische Viskosität

$$\mu_g = 2.25 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms.} \quad \text{III.N.12}$$

Die Wärmeleitfähigkeit wird aus folgender Tabelle interpoliert:

$T_g$ (K)	273	350	500	700	1000
kg (W/m K)	0.0177	0.0201	0.0240	0.0284	0.0340

III.N.13



#### IV. Brennstabmodell

Das Brennstabmodell erfüllt die Aufgabe, die transiente Temperaturentwicklung innerhalb der Brennstäbe und Strukturmaterialien zu berechnen. Es berücksichtigt dabei den Wärmetransport durch radiale Wärmeleitung sowie Wärmestrahlung von den Oberflächen der Brennstäbe. Die axiale Wärmeleitung innerhalb der einzelnen Materialien kann vernachlässigt werden, da ihr Einfluß auf das radiale Temperaturprofil gering ist. Das Brennstabmodell betrachtet gewisse axiale Segmente eines Brennstabbündels und löst die radiale Wärmeleitungsgleichung innerhalb der zu dem Bündel äquivalenten Ringraummodellgeometrie. Die Wärmeströme zwischen den Brennstäben (bzw. den Brennstabringen, die sie modellieren) und der Kühlkanalströmung dienen als Randbedingung für die Wärmeleitungsgleichung. Über diese Randbedingung und die axiale Wärmekonvektion innerhalb der Kühlkanalströmung tritt eine Kopplung verschiedener axialer Segmente ein. Liegt geschmolzenes Hüllrohr auf einem der Brennstäbe vor, so berechnet das Brennstabmodell nur dessen Temperaturänderungen auf Grund der radialen Wärmeleitung bzw. Wärmestrahlung. Die restlichen Terme der Energiegleichung III.C.5 werden im Rahmen des Hüllrohrbewegungsmodelles bestimmt. Diese Aufspaltung der Energiegleichung impliziert häufig auch eine Zeitschrittiteration, da der Integrationszeitschritt für die Hüllrohr- und Gasdynamik kleiner als der des Brennstabmodelles sein kann. In diesem Falle werden die Temperaturen der Hüllrohrschmelze zunächst unter Vernachlässigung der radialen Wärmeleitung und Wärmestrahlung für jeden kleinen Zeitschritt CDT berechnet und schließlich im Brennstabmodell endgültig festgelegt. Der Wärmetransport durch radiale Wärmeleitung beeinflusst die Temperaturen der Hüllrohrschmelze nachhaltig und bestimmt wesentlich den Ort und Zeitpunkt des Ausfrierens. Im folgenden soll nun die Situation der Abb. 19 betrachtet werden, die für den zentralen Brennstab eines Bündels einen Teil des radialen Querschnitts zeigt. Durch die Hüllrohrbewegung liegen sowohl intaktes, erstarrtes und geschmolzenes Hüllrohr nebeneinander vor. Andere Konfigurationen können entstehen, wenn eine oder mehrere der oben genannten Hüllrohrschichten fehlen. So kann es auch sein, daß Brennstoff direkt die Gasphase kontaktiert und Wärme durch Wärmeleitung und -strahlung austauscht.

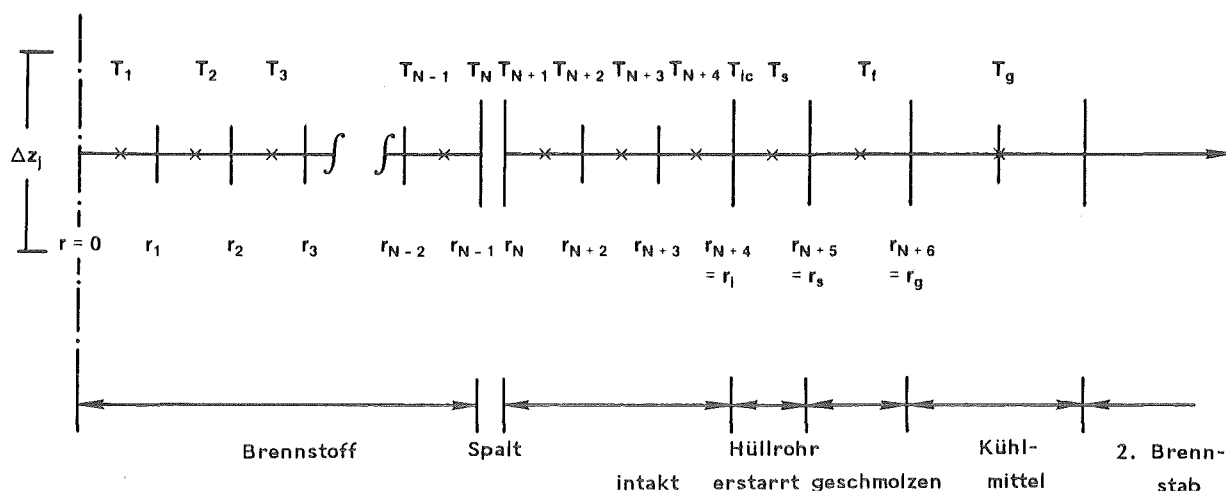


Abb. 19: Lage der Temperaturstützstellen in einem Brennstab

Abb. 19 zeigt das radiale Maschennetz und die Lage der Temperaturstützstellen. Innerhalb des Brennstoffs und des intakten Hüllrohrs kann eine beliebige Anzahl von Temperaturstützstellen definiert sein. Das erstarzte und geschmolzene Hüllrohr wird durch eine einzige Temperatur charakterisiert, ebenso die Kühlkanalströmung. Der Brennstoff kann in mehrere radiale Zonen unterteilt sein, in denen die Porosität und folglich auch die Wärmeleitfähigkeit beträchtlich variieren können. Mit jeder Temperaturstützstelle ist eine gewisse Masse assoziiert, die auch null sein kann, falls es sich um eine Oberflächentemperatur wie z.B.  $T_N$ ,  $T_{N+1}$  oder  $T_{lc}$  handelt. Zu einer Temperaturstützstelle  $T_i$  gehört die Masse

$$m_i = \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \cdot \Delta z_j \cdot \rho_i \quad \text{IV.1}$$

Der Index  $i$  numeriert die Temperaturstützstellen in radialer Richtung,  $j$  bezeichnet ein axiales Segment der Brennstäbe und  $\rho_i$  ist die Materialdichte der Zelle um  $i$ . Handelt es sich um eine Oberflächentemperatur, so ist  $r_i = r_{i-1}$ . Offensichtlich hängen die Größen  $T_i$ ,  $m_i$ ,  $r_i$  und  $\rho_i$  auch vom Index  $j$  ab, jedoch soll diese Abhängigkeit im folgenden der Übersicht wegen in der Notation vernachlässigt werden. Die Temperatur  $T_i$  in einer Maschenzelle ändert sich nun durch einen lokalen Energiequellterm, durch radiale Wärmeleitung und schließlich durch Wärmestrahlung, falls es sich

um eine Temperatur auf der Brennstaboberfläche handelt. Die im Brennstabmodell betrachtete Energiebilanzgleichung lautet:

$$m_i c_{pi} \partial_t T_i = Q_i + \Delta Z_j \cdot (2 \tilde{r}_i q) \Big|_{i-1}^i + \int_{ib} Q_b \Delta Z_j \quad \text{IV.2}$$

$$Q_b = \begin{cases} \tilde{q}_g + S_g q_{rad}, & \text{geschmolzenes Hüllrohr} \\ \tilde{q}'_g + S'_g q'_{rad}, & \text{sonstiges, den Kühlkanal kontaktierendes} \\ & \text{Material (erstarrtes, intaktes Hüllrohr,} \\ & \text{Brennstoff)} \end{cases}$$

$\int_{ib}$  ist das Kroneckersymbol und ist eins, falls  $i$  eine Maschenzelle bezeichnet, die den Kühlkanal kontaktiert, und null sonst;  $Q_b$  ist der zugehörige Energiequellterm an der Brennstaboberfläche. Ferner folgen die Wärmeströme  $\tilde{q}_g$  und  $\tilde{q}'_g$  durch Summation der Wärmeströme  $q_g$  und  $q'_g$  (s. Gln. III.C.5 und III.D.2) über den kleineren Integrationszeitschritt CDT der Hüllrohr- und Gasdynamik:

$$\tilde{q}_g = 1/DT \sum_{v=1}^P CDT_v \cdot \int_g(t_v) \cdot q_g(t_v)$$

$$\tilde{q}'_g = 1/DT \sum_{v=1}^P CDT_v \cdot \int'_g(t_v) \cdot q'_g(t_v)$$

$$t_v = t_n + \sum_{p=1}^v CDT_p$$

$$DT = \sum_{v=1}^P CDT_v \quad \text{IV.2a}$$

Die übrigen Symbole in Gl. IV.2 bedeuten

$c_{pi}$	Wärmekapazität der Masse $m_i$ (Ws/kg K),
$Q_i$	Energiequellterm der Masse $m_i$ (W),
$\Delta Z_j$	Höhe des betrachteten axialen Segmentes $j$ (m),
$r_i, r_{i-1}$	Radien der Randflächen um $m_i$ , wie in Abb. 19 zu sehen (m),
$q_i, q_{i-1}$	radiale Wärmeströme an den Randflächen der Maschenzelle $i$ (W/m <sup>2</sup> ),
$S_g, S'_g$	} wie in Gln. III.C.5 und III.D.2 angegeben
$q_{rad}, q'_{rad}$	

Die Gleichung IV.2 wird mittels eines impliziten Verfahrens gelöst, das im wesentlichen dem Crank-Nicholson-Lösungsschema der Wärmeleitungsgleichung /71/ folgt. Durch die implizite Formulierung der Wärmeströme ist das Verfahren stabil für alle Zeitschrittweiten  $\Delta T$ , falls der Oberflächenenergiequellterm  $Q_b$  beschränkt bleibt. Dieser Punkt wird im Anschluß näher erläutert. Die Differenzenapproximation der Gl. IV.2 lautet:

$$\begin{aligned}
 m_i^{n+1} c_{pi}^{n+1/2} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta T} &= Q_i^{n+1/2} + \int_{i,b} Q_b^{n+1/2} \Delta z_j \\
 + \Delta z_j \cdot 2\pi \cdot \Gamma \cdot \left\{ \beta_i^{n+1/2} (T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}) - \beta_{i-1}^{n+1/2} (T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}) \right\} \\
 + \Delta z_j \cdot 2\pi \cdot (1-\Gamma) \cdot \left\{ \beta_i^{n+1/2} (T_{i+1}^n - T_i^n) - \beta_{i-1}^{n+1/2} (T_i^n - T_{i-1}^n) \right\} \\
 Q_b^{n+1/2} &= \begin{cases} \tilde{q}_g + \int_g^{n+1} q_{rad}^{n+1/2} \\ \tilde{q}_g' + \int_g'^{n+1} q_{rad}'^{n+1/2} \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{IV.3}$$

Die Indices  $n$ ,  $n+1$  bzw.  $n+1/2$  geben die Zeitebenen an. Die Wärmeströme  $\tilde{q}_g$  und  $\tilde{q}_g'$  haben keinen Zeitindex, da sie Größen verschiedener Zeitebenen enthalten, i.a. werden die in  $\tilde{q}_g$  und  $\tilde{q}_g'$  verwendeten Brennstabtemperaturen ( $T_g$  und  $T_1$ ) zur Zeitebene  $n$  und die Gastemperaturen zur Zeit  $t_p$  verwendet. Ferner ist  $\Delta T$  der thermodynamische Integrationszeitschritt,

$$\Delta T = t_{n+1} - t_n \tag{IV.3a}$$

und  $\Gamma$  ein Wichtungsparemeter, der zwischen expliziten ( $\Gamma=0$ ) und impliziten ( $\Gamma=1$ ) Verfahren wählt.

$$0 \leq \Gamma \leq 1 \tag{IV.3b}$$

In den Nachrechnungen der Experimente STAR 1 und 2 wird  $\Gamma=1$  gesetzt, was ein sehr stabiles Verfahren liefert. Für  $\Gamma=1/2$  erhält man das ursprüngliche Crank-Nicholson-Verfahren /71/.

Weiterhin sind  $\beta_i^{n+1/2}$  Wärmeübergangszahlen, die i.a. wie folgt definiert sind:

$$\beta_i^{n+1/2} = \frac{k_i^{n+1/2} \cdot k_{i+1}^{n+1/2}}{k_{i+1}^{n+1/2} \left| \ln \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right| + k_i^{n+1/2} \left| \ln \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right|} \quad \text{IV.4}$$

Die  $\beta$ 's sind ferner null, wenn sie einen Wärmeübergang bezeichnen, der schon in  $Q_b$  berücksichtigt ist. Für die Radien  $r_{i \pm 1/2}$  gilt:

$$r_{i \pm 1/2} = 1/2 (r_i + r_{i+1}) \quad \text{IV.5}$$

Ist  $\mathcal{E} = (r_{i \pm 1/2} - r_i)/r_i$  klein, so erlauben die logarithmischen Ausdrücke eine Vereinfachung:

$$\left| \ln \frac{r_{i \pm 1/2}}{r_i} \right| \approx \frac{1}{r_i} \left| r_{i \pm 1/2} - r_i \right|, \quad |\mathcal{E}| \ll 1 \quad \text{IV.4a}$$

wodurch sich Gl. IV.4 auf eine für ebene Geometrien gültige Form reduziert. Die Größen mit einem Zeitindex  $n+1/2$  können von einer Temperatur

$$T_1^{n+1/2} = 0.5 \cdot (T_1^{n+1} + T_1^n), \quad 1 = i, i+1 \quad \text{IV.6}$$

abhängen. Insbesondere ändert sich  $C_{pi}$  drastisch, wenn die entsprechende Materialkomponente einen Phasenübergang macht, da  $C_{pi}$  eine effektive Wärmekapazität ist, die die Schmelzwärme berücksichtigt. Schließlich bedeutet  $k_i^{n+1/2}$  die Wärmeleitfähigkeit in Masche  $i$ . Beschreibt ferner  $\beta_i^{n+1/2}$  den Wärmeübergang vom Brennstab zum geschmolzenen Hüllrohr, so wird Gl. IV.4 modifiziert, um den Einfluß der Hüllrohrkonvektion in Übereinstimmung mit Gl. III.I.1,3a zu berücksichtigen (s. auch Abb. 19):

$$\beta_{i=s}^{n+1/2} = \frac{S_s^{n+1} / 2\pi r_s}{\frac{1}{k_s^{n+1/2}} \left| \ln \frac{r_{s \pm 1/2}}{r_s} \right| + \frac{1}{r_s \cdot h_s^{n+1/2}}}$$

$$r_{s \pm 1/2} = \begin{cases} r_s, & \text{falls kein erstarrtes Hüllrohr vorliegt} \\ r_s + 0.5|r_i - r_s|, & \text{falls erstarrtes Hüllrohr vorliegt} \end{cases} \quad \text{IV.4b}$$

Schließlich muß beachtet werden, daß  $m_i^{n+1}$  für Materialien, die sich nicht bewegen, zeitlich konstant ist, während  $m_i^{n+1}$  für geschmolzenes und erstarrtes Hüllrohr die zuletzt berechnete Materialverteilung ist.

Schreibt man die Gl. IV.3 für mehrere Indices  $i$  nieder, so erhält man ein gekoppeltes Gleichungssystem für die Unbekannten  $T_i^{n+1}$ . Der Index  $i$  läuft dabei über alle Maschenzellen eines Brennstabs bzw. Brennstabringes;  $i$  beginnt i.a. an dem inneren Kühlkanal eines Brennstabringes und endet an dem nächst äußeren. Die Indices der Randmaschen sollen im folgenden mit  $i_1$  bzw.  $i_2$  bezeichnet werden. Für den zentralen Brennstab ist  $i_1 = 1$ ;  $i_2$  ist die äußerste Randmasche der Ringraumgeometrie.

Die Gln. IV.3 stellen ein Gleichungssystem dar, das in Matrixnotation wie folgt geschrieben werden kann:

$$M \cdot \Pi^{n+1} = Q \quad \text{IV.7}$$

Hier ist  $M$  eine tridiagonale Matrix, deren Elemente folgendermaßen aussehen:

$$\begin{aligned} M_{ii} &= (m_i c_{pi})^{n+1/2} / DT + 2 \pi \Delta z_j \cdot \Gamma \cdot (\beta_i^{n+1/2} + \beta_{i-1}^{n+1/2}) \\ M_{ii \pm 1} &= - 2 \pi \Delta z_j \cdot \Gamma \cdot \beta_i^{n+1/2} \end{aligned} \quad \text{IV.8}$$

$\Pi^{n+1}$  ist ein Spaltenvektor, der die gesuchten Temperaturen enthält:

$$\Pi^{n+1} = (T_{i_1}^{n+1}, \dots, T_{i_2}^{n+1})^T \quad \text{IV.9}$$

$Q$  ist ebenfalls ein Spaltenvektor, der alle Quellterme und Ausdrücke der Zeitebene  $n$  enthält:

$$\begin{aligned} Q_i &= m_i^{n+1} c_{pi}^{n+1/2} \frac{T_i^n}{DT} + Q_i^{n+1/2} + \Delta z_j \cdot \int_{i,b} Q_b^{n+1/2} \\ &+ 2 \pi \Delta z_j (1-\Gamma) \cdot \left\{ \beta_i^{n+1/2} \cdot (T_{i+1}^n - T_i^n) - \beta_{i-1}^{n+1/2} \cdot (T_i^n - T_{i-1}^n) \right\} \end{aligned} \quad \text{IV.10}$$

Das Gleichungssystem IV.7 kann durch das Gauß'sche Eliminationsverfahren gelöst werden /71/. Man erhält somit die gesuchte neue Temperaturverteilung  $T_i^{n+1}$  ( $i = 1, \dots, i_{2b}$ ), die formal auch wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$\overline{T}^{n+1} = M^{-1} \cdot Q$$

$M^{-1}$  ist dabei die zu  $M$  invertierte Matrix:

$$M \cdot M^{-1} = \underline{1} \quad \text{IV.11}$$

Da die Matrix  $M$  selbst von den neuen Temperaturen  $T_i^{n+1}$  abhängt (über die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität  $c_p$  und Wärmeleitfähigkeit  $k$ ), erfordert das Lösungsverfahren eine Iteration. Dies ist ein Ausdruck für die Nichtlinearität der Wärmeleitungsgleichung, wie sie im SANDCMOT-Modell benutzt wird. Die Iteration beginnt, indem neue Temperaturen durch eine Taylorentwicklung in der Zeitvariablen abgeschätzt werden:

$${}^0 T_i^{n+1} = T_i^n + DT^{n+1} (T_i^n - T_i^{n-1}) / DT^n, \quad i = 1, \dots, i_{2b} \quad \text{IV.12}$$

$T_i^n$  ist eine Temperatur zur Zeit  $t_n$ ,  $DT^{n+1}$  der aktuelle Integrationszeitschritt,  $DT^n$  der vorherige Integrationszeitschritt und  $T_i^{n-1}$  eine Temperatur zur Zeit  $t_{n-1}$ . Mit den so geschätzten neuen Temperaturen kann die Matrix  $M$  berechnet und schließlich eine neue iterierte Lösung  ${}^1 \overline{T}^{n+1}$  bestimmt werden:

$${}^1 \overline{T}^{n+1} = M^{-1} ({}^0 \overline{T}^{n+1}) \cdot Q \quad \text{IV.13}$$

Das Iterationsverfahren wird abgebrochen, wenn zwei aufeinander folgende Lösungen ein Kriterium der Form

$$\| {}^k \overline{T}^{n+1} - {}^{k-1} \overline{T}^{n+1} \| < DELTMX \quad \text{IV.14}$$

erfüllen.  $\| \cdot \|$  ist die Maximumsnorm:

$$\| X \| = \max_i \{ |X_i|, \quad i = 1, \dots, i_{2b} \} \quad \text{IV.15}$$

$K \frac{\Delta T}{\Delta x}$  ist dann die gesuchte Lösung des Gleichungssystems IV.7. In den Anwendungsrechnungen wurde

$$\text{DELTMX} = 0.1 \text{ K} \quad \text{IV.14a}$$

gesetzt. Maximal werden fünf Iterationsschritte durchgeführt.

Das oben beschriebene Lösungsverfahren der Gl. IV.3 ist i.a. für alle  $DT > 0$  stabil, falls  $\Gamma \geq 1/2$  gewählt wird. Dieser Punkt soll nun noch etwas erläutert werden. Es ist bekannt, daß das Crank-Nicholson- oder jedes andere Verfahren mit

$$1/2 \leq \Gamma \leq 1 \quad \text{IV.16}$$

für alle Zeitschrittweiten  $DT$  stabil ist [71]. Der Zeitschritt ist also nur durch Genauigkeitsgründe begrenzt. Jedoch benutzt das hier beschriebene Verfahren in dem Oberflächenquellterm  $Q_b^{n+1/2}$  bzw. in dem Wärmestrom zwischen Brennstab und Gasströmung die Temperatur  $T_s^+$  des Brennstabs zur alten Zeitebene  $n$  (s. Gl. V.B.20). Daß dies keinen Einfluß auf das Stabilitätsverhalten des Verfahrens hat, soll nun gezeigt werden. Hierzu wird zur Vereinfachung angenommen, daß  $DT = CDT$  ist und daß man den Wärmeübergang zwischen Brennstab und Gasströmung mehr oder weniger isoliert von anderen Wärmeübergängen im Brennstab betrachten kann. Es bezeichne  $T_s$  die Temperatur einer dünnen zylindrischen Schicht an der Oberfläche des Brennstabs mit Masse  $m_s$  und Wärmekapazität  $c_{ps}$ , sowie  $T_g$ ,  $m_g$  und  $c_{pg}$  die Temperatur, Masse und Wärmekapazität eines Segmentes der Gasströmung. Die benutzten Gleichungen zur Beschreibung des Wärmeübergangs sind

$$\frac{m_g \cdot c_{pg}}{DT} \cdot (T_g^{n+1} - T_g^n) = \int_s \cdot \alpha_{sg} (T_s^n - T_g^{n+1})$$

$$\frac{m_s \cdot c_{ps}}{DT} \cdot (T_s^{n+1} - T_s^n) = \Gamma \cdot \int_p \cdot \alpha_p (T_p^{n+1} - T_s^{n+1}) + Q_b^{n+1/2}$$

$$Q_b^{n+1/2} = \int_s \cdot \alpha_{sg} \cdot (T_g^{n+1} - T_s^n)$$



Hierbei bedeuten  $S_g$  die Kontaktfläche zwischen Brennstab und Gasströmung,  $\kappa_{sg}$  den betreffenden Wärmeübergangskoeffizienten,  $T_p$  eine Temperatur im Brennstab und  $\kappa_p$  den Wärmeübergangskoeffizienten zwischen der Masse  $m_s$  und dem Brennstab. Die Gln. IV.17 können gelöst werden und führen auf das Ergebnis

$$T_s^{n+1} \cdot (\Gamma + \beta) = \left( \beta - \frac{\nu \cdot \alpha}{1 + \alpha} \right) \cdot T_s^n + \Gamma \cdot T_p^{n+1} + \nu \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha} \cdot T_g^n$$

$$\beta = \frac{m_s \cdot c_{ps}}{DT \cdot S_p \cdot \kappa_p} \quad , \quad \alpha = \frac{m_g \cdot c_{pg}}{DT \cdot S_s \cdot \kappa_{sg}} \quad ,$$

$$\nu = \frac{S_s \cdot \kappa_{sg}}{S_p \cdot \kappa_p}$$

IV.18

Damit die Temperaturen  $T_s^{n+1}$  nicht über alle Maßen anwachsen, muß gelten

$$\left| \frac{\beta - \frac{\nu \cdot \alpha}{1 + \alpha}}{\Gamma + \beta} \right| < 1$$

IV.19

was sich zu der folgenden Bedingung reduzieren läßt:

$$\Gamma + 2\beta > \nu$$

IV.20

Im allgemeinen ist der Wärmeübergang zwischen Brennstab und Gasströmung wesentlich schlechter als innerhalb des Brennstabs, weshalb

$$\nu < 1/2$$

IV.21

ist, so daß Gl. IV.20 für alle Zeitschrittweiten  $DT$  erfüllt ist. Somit bleiben die Temperaturen  $T_s^{n+1}$  beschränkt, folglich auch  $T_g^{n+1}$  und  $Q_b^{n+1/2}$ . Das oben dargestellte Verfahren zur Lösung der Wärmeleitungsgleichung in den Brennstäben ist stabil für alle Zeitschrittweiten  $DT$ . Dies wird auch durch die Anwendungen bestätigt.

## V. Differenzenapproximation und Lösungsverfahren

Die zuvor zusammengestellten Grundgleichungen der Film/Wellenströmung und der Gas/Tropfenströmung sind partielle, nichtlineare Differentialgleichungen. Wegen der Komplexität dieser Gleichungen ist eine analytische Lösung i.a. nicht möglich. Deshalb sollen nun approximative Lösungen gefunden werden, indem die Differentialgleichungen durch Differenzgleichungen ersetzt werden und diese auf einem raumfesten Eulerschen Maschennetz gelöst werden. Der erste Schritt besteht also darin, der Ringraummodellgeometrie ein Maschennetz zu überlagern und die benutzten Variablen zu definieren. Das Maschennetz ist so angelegt, daß die Maschenweiten in axialer Richtung beliebig und unterschiedlich sein können, also u.U. auch nicht äquidistant. Dadurch ist es möglich, in bestimmten Gebieten eine hohe Auflösung zu erreichen, während dies in anderen Gebieten nicht der Fall zu sein braucht. So mag es wünschenswert sein, Hüllrohrblockaden detaillierter zu beschreiben als Zonen mit wenig Hüllrohrbewegung. Die Notation wird im folgenden so sein, daß ein Index  $j$  die Abhängigkeit von der axialen Koordinate  $z$  beschreibt und  $k$  diejenige von der radialen Koordinate  $r$ . Ein Index  $v$  bzw.  $v+1$  bezeichnet die Zeitebene.

Die Anordnung der Variablen der Film/Wellenströmung auf dem zugehörigen Maschennetz ist in Abb. 20 zu sehen. Man erkennt, daß die Geschwindigkeiten an den Maschengrenzen definiert sind (und ebenso alle mit ihr gebildeten Größen), während viele der restlichen Variablen im Maschenzentrum definiert sind. Halbindexierte Größen werden dabei im Rechenprogramm wie folgt gespeichert:

$$F(j) = F_{j-1/2} \quad \text{V.1}$$

wobei  $F$  eine beliebige Größe ist.

Die Variablen der Gas/Tropfenströmung werden in ähnlicher Weise wie oben auf das Maschennetz zugeordnet, jedoch treten nun bei den Gasvariablen auch radiale Abhängigkeiten auf, wie dies in Abb. 21 zu sehen ist.

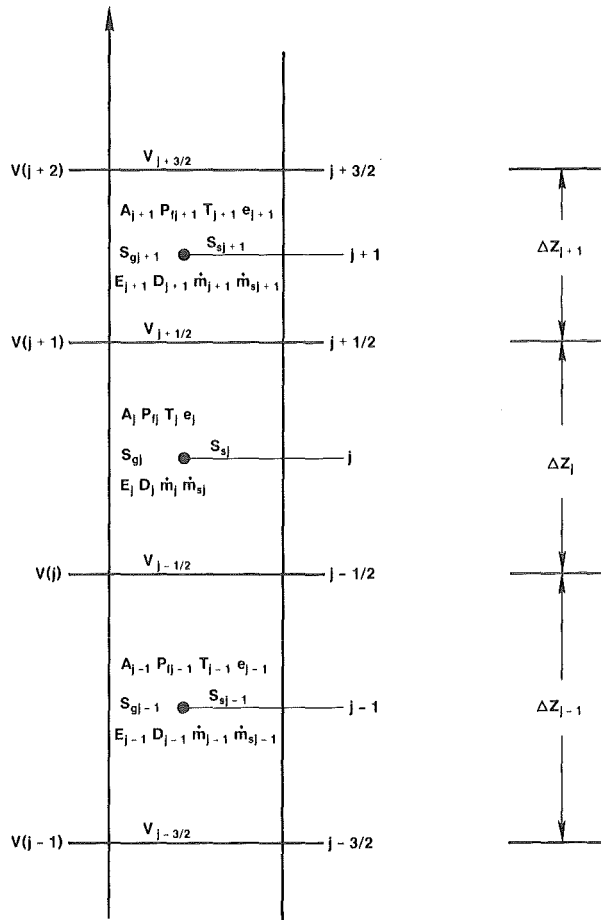


Abb. 20: Zuordnung der Variablen der Film/Wellenströmung auf das Maschennetz

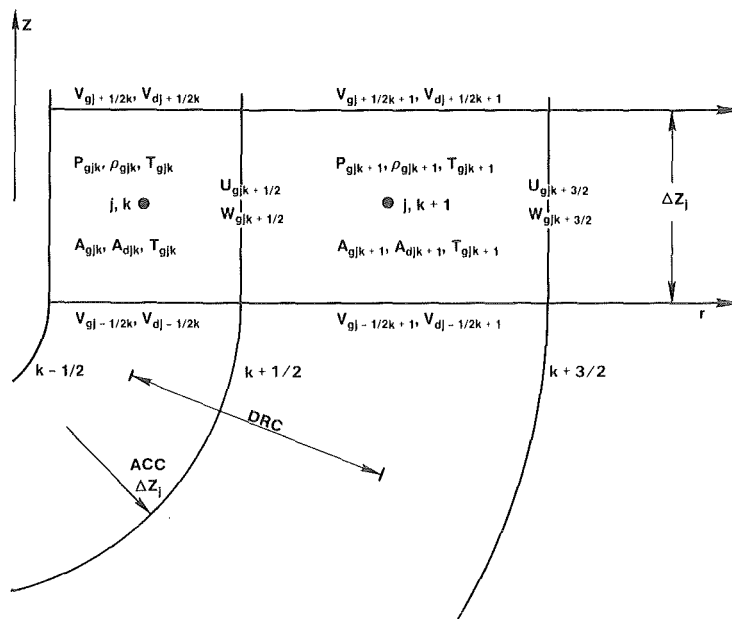


Abb. 21: Zuordnung der Variablen der Gas/Tropfenströmung auf das Maschennetz

Die radialen Geschwindigkeiten  $u_g$  und  $W_g$  sind an den Grenzflächen zwischen zwei Kühlkanälen definiert. Sie werden folgendermaßen im Rechenprogramm gespeichert:

$$G(j,k) = G_{jk+1/2}, \quad G = u_g, W_g.$$

Die Grundgleichungen der Film/Wellen- und Gas/Tropfen-Strömung werden in einer solchen Weise durch Differenzgleichungen approximiert, daß Terme, die wesentlich das Strömungsverhalten oder die Stabilität des Verfahrens beeinflussen, i.a. implizit formuliert werden. Die implizite Formulierung benutzt die entsprechenden Größen zu avancierten Zeitebenen und hat den Vorteil, den Integrationszeitschritt aus Stabilitätsgründen nicht zu beschränken. Andere Terme können explizit ausgedrückt werden, also durch Größen der alten (retardierten) Zeitebene, wenn dadurch keine Stabilitätsprobleme entstehen. Das numerische Verfahren zur Lösung der verschiedenen Grundgleichungen lehnt sich an die Arbeit von F.H. Harlow und A.A. Amsden /46/ an. Die Lösung der Differenzgleichungen geschieht in mehreren Schritten. Zunächst werden die neuen Massenverteilungen der Film/Wellen- und Tropfenströmung bestimmt. Dieser Schritt ist völlig explizit und benutzt Massenströme und Geschwindigkeiten zur retardierten Zeitebene. Anschließend werden mittels einer weitgehend impliziten Formulierung die neue Druckverteilung im Kühlkanal, neue Gasdichten sowie Gas- und Tropfengeschwindigkeiten berechnet. Es folgt die Berechnung der avancierten Geschwindigkeitsverteilung für die Film/Wellenströmung sowie schließlich die Bestimmung der verschiedenen Temperaturfelder der Film/Wellen- und Gas/Tropfenströmung. Die Details dieser Rechenschritte sowie die gewählten Differenzenapproximationen sind Inhalt der folgenden Seiten.

#### V.A Film/Wellenströmung

Die Grundgleichungen der Film/Wellenströmung III.C.3-5 sollen zunächst in eine kompaktere Form gebracht werden, wie sie zur Differenzenapproximation benötigt wird. Es wird dabei davon Gebrauch gemacht, daß die Dichte des Hüllrohrs konstant ist und daß die Schmelz- und Ausfrierraten  $\dot{m}$  und  $\dot{m}_g$  in einem separaten Schritt gemäß Gl. III.E.2 und III.E.5 behandelt werden. Die im folgenden zu lösenden Gleichungen sind:

$$\partial_t A + \partial_z A v = -E + D$$

$$\begin{aligned} \partial_t A v + \partial_z A v^2 = & -A \cdot \partial_z P_f / \rho_f + g - E v + D v_d \\ & + S_g f_g / v_H - v / (v_H - v) + S_g f_p / v^* - v / (v^* - v) \\ & - S_s f_s v \end{aligned}$$

$$\partial_t A e + \partial_z A v e = 1/\rho_f \left\{ S_g (q_g + q_{rad}) - S_s q_s - E e + D e_d \right\} \quad \text{V.A.1}$$

Hierbei bedeuten

$$f_g = 1/8 \tilde{C}_g \cdot \rho_H / \rho_f + S_s / S_g \tilde{g}_2 - 1/8 \tilde{C}_g \rho_H / \rho_f \Delta (Re_{LT} - \tilde{Re}_f)$$

$$f_p = 1/8 \cdot \tilde{C}_p$$

$$\begin{aligned} f_s = & (\tilde{g}_1 \Delta (Re_{LT} - \tilde{Re}_f) + 1/2 \tilde{C}_t / v \Delta (\tilde{Re}_f - Re_{LT})) \cdot \Delta (100 - Re_f) \\ & + 1/2 C_r / v \cdot \Delta (Re_f - 100) \end{aligned}$$

$$\tilde{C}_g = \begin{cases} C_g & \text{Filmströmung} \\ C_w & \text{Wellenströmung} \\ 0 & \text{Pfropfenströmung} \end{cases}$$

$$\tilde{g}_2 = \begin{cases} g_2 & \text{Filmströmung} \\ g_2^w & \text{Wellenströmung} \\ 0 & \text{Pfropfenströmung} \end{cases}$$

$$\tilde{C}_p = \begin{cases} C_{ww}, C_p & \text{Pfropfenströmung} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\tilde{g}_1 = \begin{cases} C_{ww}, C_p & \text{Pfropfenströmung} \\ g_1^w \cdot v / H & \text{Wellenströmung} \end{cases}$$

$$\tilde{Re}_f = \begin{cases} Re_f & \text{Film/Pfropfenströmung} \\ Re_w & \text{Wellenströmung} \end{cases}$$

$$\tilde{C}_t = \begin{cases} C_t & \text{Film/Pfropfenströmung} \\ C_{wt} & \text{Wellenströmung} \end{cases}$$

Ferner ist  $\Delta(x)$  die Heaviside-Stufenfunktion

$$\Delta(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \quad \text{V.A.1a}$$

Die Differenzenapproximation des Gleichungssystems V.A.1 enthält explizite und implizite Teile und lautet:

$$\frac{A_j^{v+1} - A_j}{CDT} + \frac{1}{\Delta z_j} \cdot \left\{ \langle Av \rangle_{j+\frac{1}{2}} - \langle Av \rangle_{j-\frac{1}{2}} \right\} = -E_j + D_j$$

$$\begin{aligned} & \frac{(Av)_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} - (Av)_{j+\frac{1}{2}}}{CDT} + \frac{1}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} \cdot \left\{ \langle Av^2 \rangle_{j+1} - \langle Av^2 \rangle_j \right\} = \\ & -A_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} \cdot \left\{ \frac{1}{P_f} (P_{f,j+1}^{v+1} - P_{f,j}^{v+1}) / \Delta z_{j+\frac{1}{2}} + q \right\} \\ & -E_{j+\frac{1}{2}} \cdot v_{j+\frac{1}{2}} + D_{j+\frac{1}{2}} \cdot v_{ed,j+\frac{1}{2}}^{v+1} \\ & + (S_y^{v+1} \cdot f_g^{v+\frac{1}{2}} / |v_H^{v+1} - v| (v_H^{v+1} - v))_{j+\frac{1}{2}} \\ & + (S_g^{v+1} \cdot f_p^{v+\frac{1}{2}} / |v^* - v|)_{j+\frac{1}{2}} \cdot (v^* - v)_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} \\ & - (S_s^{v+1} \cdot f_s^{v+\frac{1}{2}})_{j+\frac{1}{2}} \cdot v_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(Ac)_j^{v+1} - (Ac)_j}{CDT} + \frac{1}{\Delta z_j} \left\{ \langle Av^v e^{v+1} \rangle_{j+\frac{1}{2}} - \langle Av^v e^{v+1} \rangle_{j-\frac{1}{2}} \right\} = \\ & -E_j e_j + D_j e_{d,j} \end{aligned}$$

V.A.2

Die Indices  $v$  und  $v+1$  bezeichnen die verschiedenen Zeitebenen. Fehlt der Zeitindex, so gilt die Konvention, daß die alte Zeitebene  $v$  gemeint ist. Um Verwechslungen zu vermeiden, wird an gewissen Stellen die vollständige Notation beibehalten. Größen mit einem Zeitindex  $v+1/2$  können von Variablen beider Zeitebenen abhängen. Ferner ist CDT der Integrationszeitschritt der Hüllrohr- und Gasdynamik.

$$t_{v+1} = t_v + \text{CDT} \quad \text{V.A.3}$$

Die radialen Wärmeströme fehlen in der obigen Energiegleichung des geschmolzenen Hüllrohrs, da diese im Rahmen des Brennstabmodells zur Lösung der radialen Wärmeleitungsgleichung in den Brennstäben berücksichtigt werden. Die Enthalpien  $e_j^{v+1}$  sind deshalb vorläufig und werden endgültig mittels Gl. IV.3 berechnet, nachdem die Hüllrohr- und Gasdynamik für einen thermodynamischen Zeitschritt DT berechnet wurde:

$$t_{n+1} = t_n + \sum_{v=1}^P \text{CDT}_v$$

$$\Delta Z_j \int_f A_j^{n+1} c_{pj}^{n+1/2} (T_j^{n+1} - T_j^P) / \text{DT} = \Delta Z_j \left\{ Q_b^{n+1/2} - S_s^{n+1} q_s^{n+1/2} \right\}_j \quad \text{V.A.4}$$

Hierbei bezeichnen  $T_j^P$  und  $T_j^{n+1}$  die vorläufige und endgültige Temperatur der Hüllrohrschmelze,  $A_j^{n+1}$  die zur Zeit  $t_{n+1}$  vorliegende Verteilung der Hüllrohrschmelze und  $Q_b$  den Energiequellterm wie in Gl. IV.3

$$Q_b^{n+1/2} = \tilde{q}_g + S_g^{n+1} \cdot q_{\text{rad}}^{n+1/2} \quad \text{V.A.4a}$$

Ferner ist  $c_{pj}^{n+1/2}$  die von der Temperatur  $T_j^{n+1/2} = 1/2 (T_j^{n+1} + T_j^P)$  abhängige Wärmekapazität, und  $S_s^{n+1}$ ,  $S_g^{n+1}$  sind die zur Zeit  $t_{n+1}$  vorliegenden Kontaktflächen der Hüllrohrschmelze zum Brennstab bzw. zur Gasströmung hin.  $\tilde{q}_g$ ,  $q_{\text{rad}}$  und  $q_s^{n+1/2}$  sind wie in den Gln. IV.2a-4b angegeben.

Die in den Gln. V.A.2 auftauchenden konvektiven Ströme werden mittels einer partiellen 'donor cell' Approximation berechnet. Für eine allgemeine Größe F bedeutet

$$\langle v \cdot F \rangle_{j+1/2} = v_{j+1/2} \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} + \xi \right) F_j + \left( \frac{1}{2} - \xi \right) F_{j+1} \right]$$

wobei  $\xi$  von den Eingabegrößen AO und BO abhängt:

$$\xi = AO \operatorname{sign}(v_{j+1/2}) + BO v_{j+1/2} \operatorname{CDT} / \Delta z_{j+1/2}$$

$$0 \leq AO, BO \leq 1/2$$

V.A.5

sign ist die Signumsfunktion. Bei den Nachrechnungen der STAR-Experimente wird AO = 0.5 und BO = 0 gesetzt, was die sogenannte 'full regular donor cell' Approximation ergibt. Ferner werden Größen, die in den Maschenzentren definiert sind und an den Maschenrändern benutzt werden, wie folgt berechnet:

$$F_{j+1/2} = (\Delta z_j \cdot F_j + \Delta z_{j+1} \cdot F_{j+1}) / (\Delta z_j + \Delta z_{j+1})$$

$$\Delta z_{j+1/2} = 1/2 (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) \quad \text{V.A.6}$$

Weiterhin lautet die Berechnungsvorschrift für die konvektiven Impulsströme  $\langle A v^2 \rangle_{j+1}$ :

$$\langle A v^2 \rangle_{j+1} = \langle A v \rangle_{j+1} \cdot \left( \frac{1}{2} + \xi \right) \cdot v_{j+1/2} + \left( \frac{1}{2} - \xi \right) v_{j+3/2}$$

$$\langle A v \rangle_{j+1} = 1/2 (\langle A v \rangle_{j+1/2} + \langle A v \rangle_{j+3/2})$$

$$\xi = AO \operatorname{sign}(\langle A v \rangle_{j+1}) + BO \langle A v \rangle_{j+1} \operatorname{CDT} / (A_{j+1} \Delta z_{j+1}) \quad \text{V.A.7}$$

Das Druckfeld  $P_f$  ergibt sich im wesentlichen aus dem Druckfeld  $P_g$  der Gasströmung mit einer Korrektur für den Kapillardruck im Falle einer Filmströmung (s. Gl. III.H.1-4):



$$P_{fj}^{v+1} = P_{gj}^{v+1} - \Delta P_{\sigma j}$$

$$\Delta P_{\sigma j} = \begin{cases} (-1)^i \sigma (r_{gj+1} + r_{gj-1} - 2 r_{gj}) / (\Delta z_{j+1/2} \cdot \Delta z_{j-1/2}) \\ 0 \end{cases}$$

V.A.8

Der Druck  $P_{gj}^{v+1}$  ist zeitavanciert und bereits bekannt, wenn die Impulsgleichung der Film/Wellenströmung gelöst wird. Ebenso sind die neuen Geschwindigkeiten der homogenen Gas/Tropfenströmung  $v_H^{v+1}$  bereits berechnet worden. Schließlich werden die konvektiven Enthalpieströme wie folgt bestimmt:

$$\langle Av^v e^{v+1} \rangle_{j+1/2} = \langle Av \rangle_{j+1/2}^v [ (1/2 + \xi) e_j^{v+1} + (1/2 - \xi) e_{j+1}^{v+1} ]$$

V.A.9

und  $\xi$  folgt in ähnlicher Weise wie in Gl. V.A.7. Nach diesen Vorbereitungen kann das Gleichungssystem V.A.2 in folgender Weise gelöst werden:

Die neue Massenverteilung  $A_j^{v+1}$  ergibt sich direkt zu

$$A_j^{v+1} = A_j + r_j \cdot \left\{ \langle Av \rangle_{j-1/2} - \langle Av \rangle_{j+1/2} \right\} + CDT (D_j - E_j)$$

$$r_j = CDT / \Delta z_j$$

V.A.10

Die rechte Seite in obiger Gleichung enthält nur Größen zur Zeitebene  $v$  und kann direkt berechnet werden.

Liegt eine Pfropfenströmung vor, so sind die Impulsgleichungen der Hüllrohrströmung auf beiden Randflächen eines Kühlkanals gekoppelt und müssen simultan gelöst werden. Zu diesem Zwecke wird die Impulsgleichung für  $v_{j+1/2}$  folgendermaßen geschrieben:

$$A_{j+1/2}^{v+1} \cdot v_{j+1/2}^{v+1} - SP^* \cdot (v^*)_{j+1/2}^{v+1} = S_{j+1/2}$$

und ebenso für  $(v^*)_{j+1/2}^{v+1}$

$$- SP \cdot v_{j+1/2}^{v+1} + (A^*)_{j+1/2}^{v+1} \cdot (v^*)_{j+1/2}^{v+1} = S_{j+1/2}^*$$

V.A.11

Hier beschreiben  $A^{v+1}$  und  $(A^*)^{v+1}$  die neuen Massenverteilungen des Hüllrohrs auf den beiden Randflächen eines Kühlkanals. Die Größen  $SP^*$  und  $S_{j+1/2}$  sind wie folgt gegeben

$$SP^* = CDT \cdot (S_g^{v+1} \cdot f_p^{v+\frac{1}{2}} \cdot |v^* - v|)_{j+\frac{1}{2}} / COF$$

$$S_{j+\frac{1}{2}} = \left\{ (Av)_{j+\frac{1}{2}} + \Gamma_{j+\frac{1}{2}} \cdot [\langle Av^2 \rangle_j - \langle Av^2 \rangle_{j+1}] \right. \\ \left. + CDT \cdot [-A_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} \cdot \left[ \frac{1}{P_f} (P_{fj+1}^{v+1} - P_{fj}^{v+1}) / \Delta z_{j+\frac{1}{2}} + g \right] \right. \\ \left. + (S_g^{v+1} \cdot f_g^{v+\frac{1}{2}} / v_H^{v+1} - v / (v_H^{v+1} - v))_{j+\frac{1}{2}} + \right. \\ \left. + E_{j+\frac{1}{2}} \cdot v_{j+\frac{1}{2}} + D_{j+\frac{1}{2}} \cdot v_{d,j+\frac{1}{2}}^{v+1} \right\} / COF$$

$$COF = 1 + CDT \cdot \left[ (S_s^{v+1} \cdot f_s^{v+\frac{1}{2}} / A^{v+1})_{j+\frac{1}{2}} + (S_g^{v+1} \cdot f_p^{v+\frac{1}{2}} / |v^* - v| / A^{v+1})_{j+\frac{1}{2}} \right]$$

$$\Gamma_j = CDT / \Delta z_{j+\frac{1}{2}}$$

V.A.12

Völlig analoge Ausdrücke gelten auch für  $SP$  und  $S^*_{j+1/2}$ , die aus der Impulsgleichung für  $(v^*)_{j+1/2}$  folgen. Die beiden Gleichungen V.A.11 können in einer Matrixgleichung zusammengefaßt werden,

$$Ml_v \cdot \vec{V} = \vec{S}$$

$$Ml_v = \begin{bmatrix} A_{j+1/2} & - SP^* \\ - SP & (A^*)_{j+1/2} \end{bmatrix}$$

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} v_{j+1/2} \\ (v^*)_{j+1/2} \end{bmatrix}, \quad \vec{S} = \begin{bmatrix} S_{j+1/2} \\ S^*_{j+1/2} \end{bmatrix}$$

V.A.11a

Die neuen Geschwindigkeiten  $\vec{V}$  folgen durch Inversion der Matrix  $Ml_v$ :

$$\vec{v} = M|_v^{-1} \cdot \vec{s} \quad \text{V.A.13}$$

Schließlich verbleibt noch, die Enthalpiegleichung zu lösen. Sie führt ebenfalls auf eine Matrixgleichung,

$$M|_e \cdot \vec{e} = \vec{S}_e \quad \text{V.A.14}$$

wobei  $M|_e$  eine tridiagonale Matrix ist:

$$\begin{aligned} (M|_e)_{j,j\pm 1} &= \pm \frac{1}{\Delta z_j} \cdot \left( \frac{1}{2} \mp f_{j\pm \frac{1}{2}} \right) \langle A v \rangle_{j\pm \frac{1}{2}} \\ (M|_e)_{jj} &= \frac{R_j^{v+1}}{CDT} + \frac{1}{\Delta z_j} \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} + f_{j+\frac{1}{2}} \right) \langle A v \rangle_{j+\frac{1}{2}} - \left( \frac{1}{2} - f_{j-\frac{1}{2}} \right) \langle A v \rangle_{j-\frac{1}{2}} \right] \quad \text{V.A.15} \end{aligned}$$

$\vec{e}$  ist der Spaltenvektor der zu berechnenden Enthalpien  $e_j^{v+1}$  und  $\vec{S}_e$  der Vektor

$$(\vec{S}_e)_j = (Ae)_j / CDT - E_j e_j + D_j e_{dj}^{v+1} \quad \text{V.A.16}$$

$\vec{e}$  folgt wiederum durch Inversion der Matrix  $M|_e$ ,

$$\vec{e} = M|_e^{-1} \cdot \vec{S}_e \quad \text{V.A.17}$$

In der Praxis wird nicht die Matrix  $M|_e$  invertiert, sondern das Gauß'sche Eliminationsverfahren auf Gl. V.A.14 angewandt.

Die Gln. V.A.10, 13, 17 geben die Lösung zu dem Gleichungssystem V.A.2 an. Mit den neuen (reduzierten) Massenverteilungen  $A_j^{v+1}$  und  $(A^*)_j^{v+1}$  auf den beiden Randflächen eines Kühlkanals können schließlich noch weitere, besonders im Filmströmungsmodell benutzte Größen, avanciert werden. Soweit wurde nicht unterschieden, welche der Variablen A bzw. A\* die Massenverteilung auf der inneren oder äußeren Berandungsfläche eines Kühlkanals bezeichnet. Die Notation soll nun so festgelegt werden, daß A die Massen-

verteilung des geschmolzenen Hüllrohrs auf der inneren und  $A^*$  diejenige auf der äußeren Randfläche eines Kühlkanals angibt. Dann gilt für die Radien der Film/Gas-Phasengrenzflächen

$$r_{g1j}^{v+1} = \sqrt{(r_{s1}^2)_j^{v+1} + A_j^{v+1} / \pi}$$

$$r_{g2j}^{v+1} = \sqrt{(r_{s2}^2)_j^{v+1} - (A^*)_j^{v+1} / \pi}$$

V.A.18

Die Indices 1 bzw. 2 bezeichnen die innere und äußere Seite eines Kühlkanals.  $r_{s1,2}$  sind die Radien der Phasengrenzfläche Hüllrohrschmelze und Brennstab (s. Gl. III.C.1). Sie können sich ändern, wenn der Brennstab eine thermisch bedingte Expansion oder Reduktion erfährt. Ferner gilt für die Filmdicken

$$h_{1j}^{v+1} = | r_{g1j}^{v+1} - r_{s1j}^{v+1} |, \quad 1 = 1,2 \quad \text{V.A.19}$$

Die Anzahl der Wellen pro axiale Längeneinheit,  $N$ , (s. Gl. III.C.1) ergibt sich zu

$$N_{1j}^{v+1} = A_j^{v+1} / V_w$$

$$N_{2j}^{v+1} = (A^*)_j^{v+1} / V_w$$

V.A.20

$V_w$  ist das Volumen einer Welle nach Gl. III.B.6.

### V.B. Gas/Tropfenströmung

Die Integration der Grundgleichungen der Gas/Tropfenströmung III.K.1-6 geschieht in mehreren Schritten. In einem ersten, expliziten Schritt werden die neue Massenverteilung der Tropfen im Kühlkanal sowie die Querschnittsflächen des Strömungskanals der Gasströmung berechnet. Es folgt die Integration der verschiedenen Impulsgleichungen der Gas- und

Tropfenströmung. Dieser Schritt ist weitgehend implizit, da eine enge Wechselwirkung zwischen den beiden strömenden Phasen vorliegt. Er basiert im wesentlichen auf der Lösung einer Poisson-Gleichung für das Druckfeld  $P_g$  der Gasströmung. Ist der Druck  $P_g$  einmal bekannt, so können die Impulsgleichungen benutzt werden, um simultan die neuen Geschwindigkeiten der Gas- und Tropfenströmung zu bestimmen. Die Poisson-Gleichung in der hier benutzten Form ist eine drei-Punkte-Formel, welche die drei Drücke  $P_{gjk}$ ,  $P_{gj+1k}$  zueinander in Beziehung setzt ( $j$  ist der Index in axialer Richtung). Die Lösung ist zunächst nur formal möglich, da sie von den neuen und noch unbekanntem radialen Querströmungen abhängt. Sie kann jedoch zusammen mit den radialen Impulsgleichungen der Gasströmung benutzt werden, um eine Bestimmungsgleichung für die radialen Querströmungen zu liefern. Diese Gleichung wird schließlich gelöst, liegen mehr als zwei Kühlkanäle vor, so erfolgt die Lösung iterativ. Sie liefert die neuen radialen Geschwindigkeiten der Gasströmung. Diese eingesetzt in die Poisson-Gleichung ermöglicht die Bestimmung der axialen Druckverteilung in den einzelnen Kühlkanälen. Mit der neuen Druckverteilung können die verbliebenen, noch zu bestimmenden Geschwindigkeiten und die Gasdichten berechnet werden. Es schließt sich die Integration der Energiegleichung der Gas- und Tropfenströmung an.

Die oben beschriebenen Schritte zur Integration der Grundgleichungen der Gas- und Tropfenströmung sollen nun im Detail dargestellt werden. Die Massenerhaltungsgleichung der Tropfenströmung III.K.1 läßt sich wie folgt integrieren (ein Index  $k$ , der den Kühlkanal bezeichnet, wird unterdrückt):

$$A_{dj}^{v+1} = A_{dj} + r_j \cdot \left\{ \langle A_d v_d \rangle_{j-1/2} - \langle A_d v_d \rangle_{j+1/2} \right\} \\ + CDT \cdot \left\{ (E_1 + E_2)_j - (D_1 + D_2)_j \right\}$$

$$r_j = CDT / \Delta z_j$$

V.B.1

Fehlt der Zeitindex, so wird wiederum die alte Zeitebene  $v$  angenommen. Es wurde ferner berücksichtigt, daß die Dichte des Hüllrohrs konstant angenom-

men wird und deshalb insbesondere auch  $\rho_f = \rho_d$  ist. Ferner bedeuten  $\langle A_d v_d \rangle_{j+1/2}$  die Volumenströme der Tropfenströmung und sind entsprechend Gl. V.A.5 als 'donor cell'-Ströme definiert.  $A_{dj}^{v+1}$  gibt, in reduzierter Form, die neue Massenverteilung der Tropfen an. Schließlich folgen die neuen Strömungsquerschnitte der Gasströmung zu

$$A_{gj}^{v+1} = \pi(r_{g2}^2 - r_{g1}^2)_j^{v+1} - A_{dj}^{v+1} \quad \text{V.B.2}$$

$r_{g1,2}$  sind die neuen Radien der Berandungsflächen des ringförmigen Kühlkanals; sie wurden bereits zuvor in Gl. V.A.18 berechnet. Der Index 1 bezeichnet die innere, der Index 2 die äußere Randfläche.

Die Integration der verschiedenen Impulsgleichungen der Gas- und Tropfenströmung erfordert eine weitgehend implizite Formulierung der entsprechenden Differenzgleichungen. Diese sollen nun zunächst dargestellt werden. Die Notation ist so, daß der Index k des betrachteten Kühlkanals i.a. weggelassen wird und nur an einzelnen Stellen der Deutlichkeit halber angegeben wird. Die Differenzgleichung der Tropfenimpulsgleichung III.K.2 lautet:

$$\begin{aligned} \frac{(A'_d v_d)_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} - (A'_d v_d)_{j-\frac{1}{2}}^{v+1}}{CDT} + \frac{1}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} \cdot [ \langle A'_d v_d^2 \rangle_{j+1} - \langle A'_d v_d^2 \rangle_j ] = \\ - A_{dj+\frac{1}{2}}^{v+1} \cdot \left[ \frac{1}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} (P_{gj+1}^{v+1} - P_{gj}^{v+1}) + \rho \cdot g \right] \\ + K_{j+\frac{1}{2}}^{v+\frac{1}{2}} \cdot (v_g - v_d)_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} \\ + \rho [ (E_1 v_1)_{j+\frac{1}{2}} + (E_2 v_2)_{j+\frac{1}{2}} - (D_1 + D_2)_{j+\frac{1}{2}} ] v_{dj+\frac{1}{2}}^{v+1} \end{aligned}$$

$$\rho = \rho_f = \rho_d$$

$$A'_d = \rho \cdot A_d$$

$$\langle A'_d v_d^2 \rangle_j = \langle A'_d v_d \rangle_j \cdot \left[ \left(\frac{1}{2} + f\right) v_{dj-\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{2} - f\right) v_{dj+\frac{1}{2}} \right]$$

$$\langle A'_d v_d \rangle_j = \frac{1}{2} (\langle A'_d v_d \rangle_{j-\frac{1}{2}} + \langle A'_d v_d \rangle_{j+\frac{1}{2}})$$

$$f = A0 \operatorname{sign}(\langle A'_d v_d \rangle_j) + B0 \cdot \frac{\langle A'_d v_d \rangle_j}{A_{dj}} \cdot \frac{CDT}{\Delta z_j}$$

V.B.3

AO und BO sind dabei wie in Gl. V.A.5 angegeben. Die axiale Impulsgleichung der Gasströmung wird in folgende Differenzengleichung überführt:

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho_g' v_g)_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} - (\rho_g' v_g)_{j+\frac{1}{2}}}{CDT} + \langle W_g \cdot v_g \rangle_{j+\frac{1}{2}} \Big|_1^2 + \\ & \frac{1}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} \cdot [ \langle \rho_g' v_g^2 \rangle_{j+1} - \langle \rho_g' v_g^2 \rangle_j ] = \\ & - A_g^{v+1} \cdot \left[ \frac{1}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} \cdot (P_g^{v+1} - P_g^{v+1}) + \rho_{g,j+\frac{1}{2}} \cdot g \right] \\ & + [ BF_{j+\frac{1}{2}}^{v+\frac{1}{2}} \cdot (\tilde{p}^v - \alpha \rho_g v_g^{v+1})_{j+\frac{1}{2}} ]_1^2 \\ & + k_{j+\frac{1}{2}}^{v+\frac{1}{2}} (v_{ol} - v_g)_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} + k_{irr,j+\frac{1}{2}}^{v+\frac{1}{2}} (\rho_g' v_B - \rho_g' v_g^{v+1})_{j+\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_g &= S \cdot \rho_g \cdot u_g \\ (\langle W_g v_g \rangle_{j+\frac{1}{2}})_z &= (W_g)_{j+\frac{1}{2}} \cdot [ (\frac{1}{2} + f) \cdot v_{g,j+\frac{1}{2}} \frac{k}{k-1} + (\frac{1}{2} - f) v_{g,j+\frac{1}{2}} \frac{k+1}{k} ] \\ f &= H_0 \operatorname{sign} (W_g)_{j+\frac{1}{2}} \\ BF_{j+\frac{1}{2}}^{v+\frac{1}{2}} &= (B^{v+1} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot f_g' \cdot |v - v_H|)_{j+\frac{1}{2}} \\ \tilde{p}^v &= p_H \cdot v - (1 - \alpha) \rho_{ol} v_{ol} \end{aligned}$$

V.B.4

$\rho_H$  und  $\alpha$  sind dabei wie in Gl. III.F.1 spezifiziert.

Die Differenzenapproximation der radialen Impulsgleichung der Gasströmung III.K.6 bedarf einer gewissen Vorsicht. Approximiert man den radialen Druckgradienten durch eine Konstante über den gegebenen Integrationszeitschritt CDT, so erhält man ein instabiles Verfahren, wie Anwendungsrechnungen zeigen, wenn man nicht zu sehr kleinen Zeitschritten übergeht. Der Grund ist offensichtlich die Konstanz des Druckgradienten, da in ihm unberücksichtigt bleibt, daß sich die Druckdifferenz mit der einsetzenden Strömung abbaut. Ein ähnliches Problem wird auch von F. Kedziur in Ref. /72/ erwähnt. Um nun die neuen radialen Strömungsraten  $W_g$  zu berechnen, wird die radiale Impulsgleichung III.K.6 für ein Modellproblem analytisch gelöst. Das Modellproblem betrachtet zwei benachbarte Kühlkanäle, zwischen

denen ein Druckgradient vorliegt, der eine Überlagerung aus einem konstanten und einem mit der radialen Strömung veränderlichen Anteil ist. Beide Kühlkanäle haben nur eine gegenseitige Verbindung und sind ansonsten nach außen abgeschlossen. Das Modellproblem führt auf folgende Bestimmungsgleichung für die radiale Strömungsrate  $W_g$ :

$$\partial_t W_g = -S \Delta P^0 / DRC - \alpha \cdot \int_0^t W_g dt' - \beta \cdot W_g \quad \text{V.B.5}$$

wobei  $S$  die Kontaktfläche beider Kanäle ist,  $\Delta P^0 / DRC$  der zeitlich konstante Druckgradient und das Integral die Änderung des Druckgradienten auf Grund der radialen Strömungen beschreibt. Für  $\alpha$  und  $\beta$  gilt

$$\alpha = S / DRC_{k+1/2} \cdot (c_k^2 / V_k + c_{k+1}^2 / V_{k+1})$$

$$c_k^2 = R^* \cdot T_k$$

$$\beta = 1/2 K_r \cdot / u_g / \quad \text{V.B.5a}$$

$R^*$  ist die allgemeine Gaskonstante pro Molekulargewicht,  $T$  bzw.  $V$  bezeichnen Temperatur und Volumen der beiden Kühlkanäle und  $c$  ist die isotherme Schallgeschwindigkeit. Im Anhang wird die Ableitung der Gl. V.B.5 gegeben sowie die Lösung  $W_g(t)$  berechnet. Sie hängt von  $\Delta P^0 / DRC$  und der zur Zeit  $t = 0$  vorliegenden Strömungsrate  $W_g^v$  ab. Für die über den Zeitschritt  $CDT$  gemittelte Strömungsrate  $W_g^{v+1}$  gilt:

$$W_g^{v+1} = -S \cdot \phi \cdot \Delta P^0 / DRC + \psi \cdot W_g^v \quad \text{V.B.6}$$

$\phi$  und  $\psi$  sind zeitschrittabhängige Funktionen, die ebenfalls im Anhang angegeben werden. Gl. V.B.6 ist die Bestimmungsgleichung zur Berechnung der neuen radialen Strömungsraten. Der radiale Druckgradient ist ferner durch

$$\Delta P^0 / DRC_{k+1/2} = (P_{gk+1} - P_{gk}) / DRC_{k+1/2} \quad \text{V.B.6a}$$

entsprechend Gl. III.K.6 gegeben.  $k$  und  $k+1$  sind die Indices der benachbarten Kühlkanäle. Ferner wurde immer angenommen, daß Gl. V.B.6 für eine spezielle axiale Masche  $j$  gilt. Der Index  $j$  wurde in obigen Gleichungen unterdrückt.



Die Gln. V.B.3, 4 und 6 geben die Differenzenapproximationen der Gas/Tropfen-Impulsgleichungen an. Ihre Form ist weitgehend implizit durch die zeitavancierte Approximation der verschiedenen Druckgradienten und Wechselwirkungsterme. Die Lösung erfolgt mittels der Kontinuitätsgleichung der Gasströmung, die in eine Poisson-Gleichung für die Druckverteilung in den Kühlkanälen umgeformt werden kann. Die Differenzengleichung der Gas-Kontinuitätsgleichung IV.K.4 lautet:

$$(\rho'_{gj}{}^{v+1} - \rho'_{gj})/CDT + W_{gj}{}^{v+1} \left| \frac{k^{v+1/2}}{k^{v/2}} + (\Delta z_j)^{-1} \left\{ (\rho'_{g} v_g)_{j+1/2}{}^{v+1} - (\rho'_{g} v_g)_{j-1/2}{}^{v+1} \right\} \right. = 0$$

V.B.7

Setzt man nun die zeitavancierten axialen Massenströme nach Gl. V.B.4 in Gl. V.B.7 ein und beachtet, daß

$$\rho_{gj}{}^{v+1} - \rho_{gj}{}^v = c_j^{-2}{}^v (P_{gj}{}^{v+1} - P_{gj}{}^v) \quad \text{V.B.8}$$

so erhält man die gesuchte Druck-Poisson-Gleichung.  $c_j^v$  ist dabei nach F.H. Harlow und A.A. Amsden /46/ die isotherme Schallgeschwindigkeit

$$c_j^v = \sqrt{R^* \cdot T_{gj}^v} \quad \text{V.B.8a}$$

wobei  $R^*$  die Gaskonstante pro Molgewicht ist. Der neue axiale Massenstrom kann wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} (\rho'_{g} v_g)_{j+\frac{1}{2}}{}^{v+1} &= \left\{ \frac{A_{g,j+\frac{1}{2}}{}^{v+1}}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} \cdot (P_{gj}{}^{v+1} - P_{g,j+\frac{1}{2}}{}^{v+1}) + \right. \\ &\quad \left. + k_{j+\frac{1}{2}}{}^{v+\frac{1}{2}} \cdot v_{ol,j+\frac{1}{2}}{}^{v+1} + \overline{(\rho'_{g} v_g)_{j+\frac{1}{2}}} \right\} / COFZ_{j+\frac{1}{2}} \\ COFZ_{j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{CDT} + \frac{BF_{j+\frac{1}{2}}{}^{v+\frac{1}{2}}}{R_c} \Big|_1^2 + \tilde{k}_{j+\frac{1}{2}}{}^{v+\frac{1}{2}} + k_{irr,j+\frac{1}{2}}{}^{v+\frac{1}{2}} \\ \tilde{k}_{j+\frac{1}{2}}{}^{v+\frac{1}{2}} &= k_{j+\frac{1}{2}}{}^{v+\frac{1}{2}} / (\rho_g^v \cdot A_g{}^{v+1})_{j+\frac{1}{2}} \\ \overline{(\rho'_{g} v_g)_{j+\frac{1}{2}}} &= \frac{(\rho'_{g} v_g)_{j+\frac{1}{2}}}{CDT} - \frac{1}{\Delta z_j} [ \langle \rho'_{g} v_g^2 \rangle_{j+1} - \langle \rho'_{g} v_g^2 \rangle_j ] \\ &\quad - \langle W_g v_g \rangle_{j+\frac{1}{2}} \Big|_1^2 - (A_g{}^{v+1} \cdot \rho_g \cdot g)_{j+\frac{1}{2}} \\ &\quad + [ (BF_{j+\frac{1}{2}}{}^{v+\frac{1}{2}} \cdot \tilde{f}^v)_{j+\frac{1}{2}} ]_1^2 + (k_{irr}{}^{v+\frac{1}{2}} \cdot \rho_g' v_B)_{j+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad \text{V.B.4a}$$

Die Druck-Poisson-Gleichung lautet nun:

$$M_{jj} \cdot P_{g,j}^{v+1} - M_{jj-1} \cdot P_{g,j-1}^{v+1} - M_{jj+1} \cdot P_{g,j+1}^{v+1} = G_j^{v+1/2} - \tilde{W}_{g,j}^{v+1/k-1/2}$$

$$M_{jj \pm 1} = \frac{A_{g,j \pm 1/2}^{v+1}}{\Delta z_{j \pm 1/2} \cdot COF z_{j \pm 1/2}}$$

$$M_{jj} = \frac{V_{g,j}^{v+1}}{CDT \cdot C^2 v_j} + \frac{A_{g,j+1/2}^{v+1}}{\Delta z_{j+1/2} \cdot COF z_{j+1/2}} + \frac{A_{g,j-1/2}^{v+1}}{\Delta z_{j-1/2} \cdot COF z_{j-1/2}}$$

$$G_j^{v+1/2} = \frac{V_{g,j}^{v+1} \cdot P_{g,j}^v}{CDT \cdot C^2 v_j} + \frac{(V_{g,j}^{v+1} - V_{g,j}^v)}{CDT} \cdot P_{g,j}^v$$

$$- \frac{1}{COF z_{j+1/2}} \cdot \left\{ k_{j+1/2}^{v+1/2} \cdot v_{d,j+1/2}^{v+1} + \overline{(f'_g v_g)_{j+1/2}} \right\}$$

$$+ \frac{1}{COF z_{j-1/2}} \cdot \left\{ k_{j-1/2}^{v+1/2} \cdot v_{d,j-1/2}^{v+1} + \overline{(f'_g v_g)_{j-1/2}} \right\}$$

$$\tilde{W}_{g,j}^{v+1} = \Delta z_j \cdot W_{g,j}^{v+1}$$

V.B.9

Der Vektor  $G_j$  hängt von Größen beider Zeitebenen ab, weshalb der Zeitindex  $v+1/2$  gewählt wurde. Durchweg wurde der Index  $k$  des betrachteten Kühlkanals der Einfachheit halber weggelassen. Die Matrix  $M$  ist wieder tridiagonal. Gl. V.B.9 kann mittels des Gauß'schen Eliminationsverfahrens /71/ nach der neuen Druckverteilung  $P_{g,j}^{v+1}$  im Kühlkanal  $k$  aufgelöst werden, sobald die neuen Querströmungsraten  $W_g^{v+1}$  und Tropfengeschwindigkeiten  $v_d^{v+1}$  bekannt sind. Das weitere Lösungsverfahren konzentriert sich nun auf die Bestimmung dieser beiden Größen. Im allgemeinen ist hierzu eine Iteration nötig, da sowohl  $W_g^{v+1}$  als auch  $v_d^{v+1}$  von der neuen Druckverteilung abhängen. Die Iteration im Falle der Tropfengeschwindigkeiten unterbleibt aus Gründen der Einfachheit, und  $v_d^{v+1}$  wird an dieser Stelle mittels der alten Druckgradienten wie folgt aus Gl. V.B.3 berechnet:

$$v_{d,j+1/2}^{v+1} = \left\{ A_{d,j+1/2}^{v+1} \cdot \left[ \frac{1}{\Delta z_{j+1/2}} \cdot (P_{g,j}^v - P_{g,j+1}^v) + k_{j+1/2}^{v+1/2} \cdot v_{g,j+1/2}^v + \overline{(A'_d v_d)_{j+1/2}} \right] \right\} / COFD_{j+1/2}^{v+1/2}$$

$$COFD_{j+1/2}^{v+1/2} = \frac{A'_{d,j+1/2}}{CDT} + k_{j+1/2}^{v+1/2} + (D_1 + D_2)_{j+1/2}$$

$$\overline{(A'_d v_d)_{j+1/2}} = \frac{(A'_d v_d)_{j+1/2}}{CDT} - \frac{1}{\Delta z_{j+1/2}} \cdot [\langle A'_d v_d^2 \rangle_{j+1}$$

$$- \langle A'_d v_d^2 \rangle_j] - A_{d,j+1/2}^{v+1} \rho g + \rho (E_1 v_1 + E_2 v_2)_{j+1/2}$$

V.B.10

Zur Bestimmung der radialen Querströmungsraten  $\tilde{W}_g^{v+1}$  wird Gl. V.B.9 formal gelöst

$$P_g^{v+1} = M_{1k}^{-1} \left\{ G_k^{v+1/2} - \tilde{W}_{k+1/2}^{v+1} + \tilde{W}_{k-1/2}^{v+1} \right\} \quad \text{V.B.11}$$

$M_{1k}^{-1}$  ist die zu  $M_{1k}$  invertierte Matrix. Die obige Lösung wird nun in Gl. V.B.6 eingesetzt, um ein gekoppeltes Gleichungssystem für die Querströmungsraten  $\tilde{W}_{k+1/2}^{v+1}$  zu erhalten:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{k+1/2} \tilde{W}_{k+1/2}^{v+1} &= \mathcal{I}_{k+1/2} + \mathcal{O} \left\{ M_{1k}^{-1} \tilde{W}_{k-1/2}^{v+1} + M_{1k+1}^{-1} \tilde{W}_{k+3/2}^{v+1} \right\} \\ \mathcal{R}_{k+1/2} &= \mathcal{I} + \mathcal{O} \left\{ M_{1k}^{-1} + M_{1k+1}^{-1} \right\} \\ \mathcal{I}_{k+1/2} &= \Psi \tilde{W}_{k+1/2}^v + \mathcal{O} \left\{ M_{1k}^{-1} G_k - M_{1k+1}^{-1} G_{k+1} \right\} \\ \mathcal{O}_{j,r} &= \frac{\phi_j \Delta z_j \cdot S_j}{DRC_{k+1/2}} S_{j,r} \quad , \quad \Psi_{j,r} = \Psi_j S_{j,r} \end{aligned}$$

V.B.12

Man beachte, daß an den Rändern des Bündels die Querströmungsraten verschwinden, weshalb  $\tilde{W}_{1/2}^{v+1} = \tilde{W}_{NC+1/2}^{v+1} = 0$ , (NC = Anzahl der Unterkanäle im Bündel). Gl. V.B.12 kann iterativ gelöst werden. Im Falle nur zweier Unterkanäle wie im STAR2-experiment läßt sich die Lösung direkt gewinnen

$$\tilde{W}_{3/2}^{v+1} = \mathcal{R}_{3/2}^{-1} \cdot \mathcal{I}_{3/2} \quad \text{V.B.13}$$

Mit diesem Schritt sind die neuen Strömungsraten  $\tilde{W}_g^{v+1}$  bekannt. Sie können deshalb zusammen mit den neuen Tropfengeschwindigkeiten  $v_d^{v+1}$  in Gl. V.B.11 eingesetzt werden, um die neuen Druckverteilungen  $P_g^{v+1}$ ,  $k = 1, 2$ , zu berechnen. Da  $M_{1k}$  eine tridiagonale Matrix ist, läßt sich das Gauß'sche Eliminationsverfahren anwenden. Sobald der zeitavancierte Druck bekannt ist, werden die Gasdichten nach

$$\rho_{gjk}^{v+1} = P_{gjk}^{v+1} / (R^* T_{gjk}^v) \quad \text{V.B.14}$$

neu bestimmt. Schließlich können nun die neuen Druck- und Dichteverteilungen der Gasströmung benutzt werden, um mittels der Gln. V.B.3 und V.B.4a

die avancierten Tropfen- und Gasgeschwindigkeiten zu berechnen. Beide Gleichungen können in kondensierter Form wie folgt geschrieben werden:

$$M|_V \cdot v^{v+1} = S_V$$

$M|_V$  ist eine 2x2 Matrix

$$\begin{bmatrix} (\text{COFZ} \cdot \rho_g^{v+1})_{j+1/2} & - K_{j+1/2}^{v+1/2} \\ - K_{j+1/2}^{v+1/2} & \text{COFD}_{j+1/2}^{v+1/2} \end{bmatrix}$$

und  $v^{v+1}$  ein Spaltenvektor

$$v^{v+1} = (v_{g, j+1/2}^{v+1}, v_{d, j+1/2}^{v+1})^T$$

ebenso wie  $S_V$ :

$$S_V = \begin{pmatrix} (\rho_g^{v+1} v_g)_{j+1/2} + \frac{R_{g, j+1/2}^{v+1}}{\Delta z_{j+1/2}} (P_{g, j}^{v+1} - P_{g, j+1}^{v+1}) \\ (A_d^{v+1} v_d)_{j+1/2} + \frac{R_{d, j+1/2}^{v+1}}{\Delta z_{j+1/2}} (P_{g, j}^{v+1} - P_{g, j+1}^{v+1}) \end{pmatrix} \quad \text{V.B.15}$$

Die Lösung zu Gl. V.B.15 ist

$$v^{v+1} = M|_V^{-1} \cdot S_V \quad \text{V.B.16}$$

und liefert die neuen Gas- und Tropfengeschwindigkeiten. Ferner gilt für die radialen Gasgeschwindigkeiten  $u_{g1}^{v+1}$ ,  $1 = 3, 2$ :

$$u_{g1}^{v+1} = \tilde{w}_{g1}^{v+1} / (\Delta z \rho_g^{v+1} \cdot S)_1$$

$$\rho_{g1}^{v+1} = 0.5 \cdot (\rho_{g1}^{v+1} + \rho_{g2}^{v+1})$$

V.B.17

$\rho_{g_1}^{v+1}$  und  $\rho_{g_2}^{v+1}$  sind die neuen Gasdichten in den beiden Kühlkanälen. Mit diesem letzten Schritt sind die hydrodynamischen Grundgleichungen der Gas/Tropfenströmung gelöst. Es verbleibt noch, die Energiegleichungen der beiden Phasen zu lösen. Zu diesem Zwecke werden die Gln. III.K.3 und 7 wie folgt diskretisiert:

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho'_d e_d)_{j-1}^{v+1} - (\rho'_d e_d)_j}{C_{DT}} + \frac{1}{\Delta z_j} \left[ \langle \rho'_d v_d e_d \rangle_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} - \langle \rho'_d v_d e_d \rangle_{j-\frac{1}{2}}^{v+1} \right] = \\ & \rho (E_1 e_1 + E_2 e_2)_j - \rho (D_1 + D_2)_j \cdot e_d^j \\ & + R_j^{v+\frac{1}{2}} (T_g^{v+1} - T_d^j) \\ & \langle \rho'_d v_d e_d \rangle_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} = \langle \rho'_d v_d \rangle_{j+\frac{1}{2}}^v \cdot \left[ \left(\frac{1}{2} + f\right) e_d^j + \left(\frac{1}{2} - f\right) e_d^{j+1} \right] \\ & f = A0 \cdot \operatorname{sign}(\langle \rho'_d v_d \rangle_{j+\frac{1}{2}}^v) + B0 \cdot \left( \frac{\langle \rho'_d v_d \rangle}{\rho'_d} \right)_{j+\frac{1}{2}} \cdot \frac{C_{DT}}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad \text{V.B.18}$$

A0 und B0 sind wie in Gl. V.A.5 angegeben. Die Energiegleichung der Gasströmung III.K.7 wird zunächst mittels der Beziehung zwischen den Differentialen

$$de_g = C_{pg} \cdot dT_g \quad \text{V.B.19}$$

in eine Temperaturgleichung überführt und weiterhin mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung III.K.4 ausdifferenziert. Die Differenzenapproximation lautet schließlich:

$$\begin{aligned} & (f'_g)_j C_{pg} \frac{T_g^{v+1} - T_g^j}{C_{DT}} + (f'_g)_j C_{pg} \cdot \frac{1}{\Delta z_j} \cdot \left\{ \right. \\ & M \cdot \left[ \langle v_g T_g \rangle_{j+\frac{1}{2}}^{v+1} - \langle v_g T_g \rangle_{j-\frac{1}{2}}^{v+1} - \bar{T}_g^{v+1} \cdot (v_{g,j+\frac{1}{2}} - v_{g,j-\frac{1}{2}})^{v+1} \right] \\ & \left. + (1-M) \cdot \left[ \langle v_g T_g \rangle_{j+\frac{1}{2}}^{v+\frac{1}{2}} - \langle v_g T_g \rangle_{j-\frac{1}{2}}^{v+\frac{1}{2}} - \bar{T}_g \cdot (v_{g,j+\frac{1}{2}} - v_{g,j-\frac{1}{2}})^{v+\frac{1}{2}} \right] \right\} \\ & + C_{pg} \frac{v+\frac{1}{2}}{j} \cdot \left[ \langle W_g T_g \rangle_j^{v+\frac{1}{2}} - T_g^j \cdot (W_g^j)^2 \right] = \\ & \left[ B_j^{v+1} \cdot Q_g^{v+\frac{1}{2}} \right]_1 + R_j^{v+\frac{1}{2}} \cdot (T_d^j - T_g^j) \end{aligned}$$

und

$$\langle v_g T_g \rangle_{j+1/2}^{v+1/2} = \langle v_g^{v+1} \cdot T_g^v \rangle_{j+1/2}$$

nach 'donor cell'-Vorschrift (Gl. V.A.5)

$$\left( \langle W_g T_g \rangle_j^{v+1/2} \right)_z = \left( W_g \right)_z^{v+1} \cdot \left[ \left( \frac{1+f}{2} \right) \cdot T_{g,j_{k-1}}^v + \left( \frac{1-f}{2} \right) T_{g,j_k}^v \right]$$

$$Q_g j^{v+1/2} = - \left[ \xi_j^{v+1} \cdot \kappa_{g,j}^{v+1/2} \cdot (T_{g,j}^{v+1} - T_j^{v+1}) + (1-\xi_j)^{v+1} \cdot \kappa'_{g,j}{}^{v+1/2} \cdot (T_{g,j}^{v+1} - T_s^{v+1}) \right]$$

V.B.20

$T_j^{v+1}$  wird durch das erste Glied einer Taylorreihe approximiert, indem der mit dem thermodynamischen Zeitschritt  $DT^n$  gebildete (rückwärtige) Temperaturgradient

$$TG_j = (T_j^n - T_j^{n-1}) / DT^n$$

verwendet wird.  $n$  und  $n-1$  geben die im Brennstabmodell betrachteten Zeitebenen an.  $T_j^{v+1}$  folgt nun aus

$$T_j^{v+1} = T_j^n + (t_{v+1} - t_n) \cdot TG_j, \quad t_{v+1} \stackrel{\Delta}{=} t_n \quad \text{V.B.20a}$$

Die Wärmekapazität des Gases ist temperaturabhängig und wird mit Hilfe der Temperatur

$$\tilde{T}_{g,j}^{v+1/2} = 1/2 (\tilde{T}_{g,j}^{v+1} + T_{g,j}^v)$$

berechnet.  $T_{g,j}^{v+1}$  ist die neue, noch nicht bekannte Gastemperatur und wird an dieser Stelle durch

$$\tilde{T}_{g,j}^{v+1} = T_{g,j}^v + CDT^v \cdot (T_{g,j}^v - T_{g,j}^{v-1}) / CDT^{v-1}$$

abgeschätzt.  $CDT^V$  ist der aktuelle Integrationszeitschritt und  $CDT^{V-1}$  der des vorherigen Integrationsschrittes. Da die Wärmekapazität des Argongases nur schwach mit der Temperatur variiert, unterbleibt eine Iteration, und es wird mit dem festen Wert gerechnet

$$C_{Pgj}^{v+1/2} = C_{Pg} (T_{gj}^{v+1/2}) \quad \text{V.B.20b}$$

Die Form der Differenzgleichung V.B.20 ist nachhaltig durch das ursprüngliche SANDPIN-Modell /28/ beeinflusst. Insbesondere können die konvektiven Temperaturströme durch den Wichtungparameter  $f'$  sowohl explizit ( $f'=0$ ) als auch implizit ( $f'=1$ ) bzw. halbimplizit ( $f'=1/2$ ) gewählt werden.

Die Lösung der beiden Gleichungen V.B.18 und 20 geschieht in zwei Schritten. Es werden zunächst vorläufige Temperaturen bestimmt, in denen der Wärmeaustausch zwischen den Tropfen und der Gasströmung vernachlässigt wird. Ein zweiter Schritt schließt sich an, der diesen Wärmeübergang berücksichtigt und die vorläufigen Temperaturen korrigiert. Mit  $R^{v+1/2} = 0$  kann Gl. V.B.18 wie folgt geschrieben werden:

$$M_d \cdot \tilde{e}_d^{v+1} = E$$

$M_d$  ist eine tridiagonale Matrix,

$$M_{d,jj} = \frac{R_{\alpha j}^{v+1}}{CDT} + \frac{1}{\Delta z_j} \left[ \langle A'_d v_d \rangle_{j+\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} + f \right)_{j+\frac{1}{2}} - \langle A'_d v_d \rangle_{j-\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} - f \right)_{j-\frac{1}{2}} \right] + \rho \cdot (D_1 + D_2)$$

$$M_{d,j,j\pm 1} = \frac{\pm 1}{\Delta z_j} \cdot \langle A'_d v_d \rangle_{j\pm \frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{1}{2} \mp f \right)_{j\pm \frac{1}{2}}$$

$\tilde{e}_d^{v+1}$  der Vektor der vorläufigen Tropfenthalpien und E ein Vektor mit

$$E_j = (A'_d e_d)_j / CDT + \rho \cdot (E_1 e_1 + E_2 e_2) \quad \text{V.B.21}$$

Gleichung V.B.21 kann wieder durch das Gauß'sche Eliminationsverfahren gelöst werden /71/. Die Lösung ist

$$\tilde{e}_d^{v+1} = M_d^{-1} \cdot E \quad \text{V.B.22}$$

Ferner folgen die Tropfentemperaturen  $T_d^{v+1}$  durch Umkehrung der Funktion  $e(T)$  s. Gl. III.N.8, also

$$\tilde{T}_d^{v+1} = \overline{\Pi}(\tilde{e}_d^{v+1}), \quad \text{V.B.22a}$$

wobei  $\overline{\Pi}$  die Umkehrfunktion von  $e(T)$  bezeichnet.

In ähnlicher Weise kann auch die Energiegleichung der Gasströmung für  $R^{v+1/2} = 0$  integriert werden. Gl. V.B.20 läßt sich schreiben:

$$M_g \cdot \tilde{T}_g^{v+1} = E_g$$

$M_g$  ist wieder eine tridiagonale Matrix

$$M_{g,jj} = (\rho_g^l)_j^{v+1} c_{p,g,j}^{v+\frac{1}{2}} \cdot \left\{ \frac{1}{CDT} + \frac{1}{\Delta z_j} \cdot \overline{\Pi} \cdot \left( v_{g,j+\frac{1}{2}}^{v+1} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)_{j+\frac{1}{2}} + v_{g,j-\frac{1}{2}}^{v+1} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right)_{j-\frac{1}{2}} \right) \right\} + \left[ \beta_j^{v+1} \cdot \left( \gamma_j^{v+1} \kappa_{g,j}^{v+\frac{1}{2}} + (1-\gamma)_j^{v+1} \kappa_{g,j}^{v+\frac{1}{2}} \right) \right]_1^2$$

$$M_{g,j,j\pm 1} = \pm (\rho_g^l)_j^{v+1} c_{p,g,j}^{v+\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\Delta z_j} \cdot \overline{\Pi} \cdot v_{g,j\pm\frac{1}{2}}^{v+1} \left( \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \right)_{j\pm\frac{1}{2}}$$

$\tilde{T}_g^{v+1}$  ist der Vektor der gesuchten neuen (vorläufigen) Gastemperaturen und  $E_g$  der Vektor mit den Komponenten:

$$E_{g,j} = (\rho_g^l)_j^{v+1} c_{p,g,j}^{v+\frac{1}{2}} \cdot \left\{ \frac{T_{g,j}}{CDT} - \frac{1}{\Delta z_j} \cdot (1-\overline{\Pi}) \cdot \left[ \langle v_g T_g \rangle_{j+\frac{1}{2}}^{v+\frac{1}{2}} - \langle v_g T_g \rangle_{j-\frac{1}{2}}^{v+\frac{1}{2}} - T_{g,j} (v_{g,j+\frac{1}{2}}^{v+1} - v_{g,j-\frac{1}{2}}^{v+1}) \right] \right\} - c_{p,g,j}^{v+\frac{1}{2}} \cdot \left[ \langle W_g T_g \rangle_j^{v+\frac{1}{2}} \Big|_1^2 - T_{g,j} (W_g)_j^{v+1} \Big|_1^2 \right] + \left[ \beta_j^{v+1} \cdot \left( \gamma_j^{v+1} \kappa_{g,j}^{v+\frac{1}{2}} \cdot T_j^{v+1} + (1-\gamma)_j^{v+1} \cdot \kappa_{g,j}^{v+\frac{1}{2}} \cdot T_s^{v+1} \right) \right]_1^2$$



Die obige Matrixgleichung für die neuen Gastemperaturen könnte nun wieder mit Hilfe des Gauß'schen Eliminationsverfahrens gelöst werden. Da jedoch die Strömungsrichtung i.a. festliegt, gibt es einen direkteren Lösungsweg. Zunächst werden die Eingabeparameter AO und BO zur Berechnung der 'donor cell' Ströme  $\langle . \rangle$  (s. Gl. V.A.5) so festgelegt, daß man die volle reguläre 'donor cell'-Approximation erhält:

$$AO = 1/2, \quad BO = 0. \quad \text{V.B.24}$$

Mit dieser Festsetzung nehmen die Größen  $\xi_{j+1/2}$  nur die Werte an,

$$\xi_{j+1/2} = \begin{cases} + 1/2 & , \quad v_g \geq 0 \\ - 1/2 & , \quad v_g < 0 \end{cases}$$

V.B.24a

weshalb entweder  $M_{gjj-1}$  oder  $M_{gjj+1}$  null sind, entsprechend der Strömungsrichtung. Folglich erhält man  $\tilde{T}_g^{v+1}$  durch

$$\tilde{T}_g^{v+1} = E_{gj} - \tilde{T}_{g\underline{j+1}}^{v+1} \cdot M_{g\underline{j+1}} / M_{gjj} \quad \text{V.B.24b}$$

Das Pluszeichen gilt für eine nach unten gerichtete Strömung, das Minuszeichen für eine Aufwärtsströmung. Die Gleichungen V.B.22a und V.B.24b bestimmen die vorläufigen Tropfen- und Gastemperaturen. Diese sollen nun durch die Berücksichtigung des Wärmeübergangs zwischen Tropfen und Gasströmung korrigiert und endgültig berechnet werden. Zu diesem Zwecke werden die beiden folgenden Gleichungen betrachtet:

$$\begin{aligned} (R'_d \cdot c_{pd})_j^{v+1} \frac{T_{dj}^{v+1} - \tilde{T}_{dj}^{v+1}}{CDT} &= R_j^{v+1/2} \cdot (T_{gj}^{v+1} - T_{dj}^{v+1}) \\ (R'_g \cdot c_{pg})_j^{v+1} \frac{T_{gj}^{v+1} - \tilde{T}_{gj}^{v+1}}{CDT} &= R_j^{v+1/2} \cdot (T_{dj}^{v+1} - T_{gj}^{v+1}) \end{aligned}$$

V.B.25

$C_{Pd}^{v+1}$  und  $C_{Pg}^{v+1}$  werden mit den entsprechenden vorläufigen Temperaturen berechnet. Obige Gleichungen können in eine Matrixgleichung umgeformt werden:

$$M|_R \cdot \underline{t}^{v+1} = \tilde{E}$$

$M|_R$  ist die 2x2-Matrix

$$M|_R = \begin{bmatrix} (A'_d C_{Pd})_j^{v+1} / CDT + R_j^{v+1/2} & - R_j^{v+1/2} \\ - R_j^{v+1/2} & (\rho'_g C_{Pg})_j^{v+1} / CDT + R_j^{v+1/2} \end{bmatrix}$$

und  $\underline{t}^{v+1}$  der Vektor

$$\underline{t}^{v+1} = (T_{dj}^{v+1}, T_{gj}^{v+1})^T$$

sowie  $\tilde{E}$  ein Vektor

$$\tilde{E} = \left[ (A'_d C_{Pd})_j^{v+1} T_{dj}^{v+1} / CDT, (\rho'_g C_{Pg})_j^{v+1} T_{gj}^{v+1} / CDT \right]^T \quad \text{V.B.26}$$

der die vorläufigen Temperaturen enthält. Gleichung V.B.26 kann durch Matrixinversion gelöst werden:

$$\underline{t}^{v+1} = M|_R^{-1} \cdot \tilde{E} \quad \text{V.B.27}$$

Obige Gleichung gibt die endgültigen Tropfen- und Gastemperaturen an. Damit sind die Grundgleichungen der Gas/Tropfenströmung integriert. Die gefundenen Lösungen sollen im nächsten Kapitel auf Stabilität und Genauigkeit untersucht werden.

## VI. Stabilität und Genauigkeit

Im folgenden soll gezeigt werden, unter welchen Einschränkungen das zuvor beschriebene Lösungsverfahren der Film/Wellen- und Gas/Tropfenströmung stabil ist. Das Verfahren ist stabil, wenn die Lösung beschränkt bleibt. Diese Forderung führt i.a. auf eine Beschränkung der Zeitschrittweiten CDT. Für das Brennstabmodell wurde bereits gezeigt, daß es für beliebige Zeitschritte DT stabil ist. Ferner soll auch untersucht werden, welcher Fehler entsteht, wenn man die Differentialgleichungen durch Differenzgleichungen ersetzt. Dies wird die Genauigkeit des Lösungsverfahrens aufzeigen. In der Kontinuitätsgleichung der Film/Wellenströmung Gl. V.A.10 wurden die konvektiven Ströme explizit formuliert. Dies erfordert eine Zeitschrittbegrenzung der Form

$$\Delta t_1 \leq \min \left\{ \Delta z_{j+1/2} / |v_{j+1/2}|, \quad j = 1, \dots, \text{JGM} \right\} \quad \text{VI.1}$$

JGM gibt das Maximum des axialen Index j an. Obige Bedingung drückt aus, daß das Hüllrohr nur eine Maschenweite pro Zeitschritt weiterströmt. Sie ist relativ mild, denn die ebenfalls explizit formulierte Wechselwirkung mit der Gasströmung erfordert

$$\Delta t_2 \leq \min \left\{ \left| 2 v h \rho / (1/8 \tilde{C}_g \rho_g v_g^2) \right|_{j+1/2}, \quad j = 1, \dots, \text{JGM} \right\} \quad \text{VI.2}$$

wobei h die Filmdicke und  $\tilde{C}_g$  wie in Gl. V.A.1 ist. v ist eine typische Geschwindigkeitsänderung

$$v \approx \Delta z \cdot \nu / h^2 \quad \text{VI.2a}$$

wobei  $\nu$  die kinematische Viskosität der Hüllrohrschmelze ist. Ferner liefert der gravitative Term eine Beschränkung der Form

$$\Delta t_3 \leq \min \left\{ \left| \Delta z \cdot \nu / (h^2 g) \right|_{j+1/2}, \quad j = 1, \dots, \text{JGM} \right\} \quad \text{VI.3}$$

Die Gas/Tropfenströmung erfordert zunächst, daß

$$\Delta t_4 \leq \min \left\{ \left| \Delta z / v_g \right|_{j+1/2}, \quad j = 1, \dots, JGM \right\} \quad \text{VI.4}$$

Die Wechselwirkung der Tropfen mit der Gasströmung sowie deren Reibungskräfte mit den Randflächen des Strömungskanals wurden implizit formuliert und erfordern daher keine Zeitschrittbeschränkung aus Stabilitätsgründen. Weiterhin wird geprüft, ob der Zeitschritt und die radialen Gasgeschwindigkeiten die Bedingung

$$\Delta t_5 \leq \min \left\{ \left| DRC_1 / u_{g1} \right|_j, \quad j = 1/2, \dots, 1/2 \cdot (NC+1); \quad j = 1, \dots, JGM \right\} \quad \text{VI.5}$$

erfüllen. NC ist die Anzahl der Strömungskanäle. Der Zeitschritt für den nächsten Integrationsschritt ist dann durch

$$CDT = \min \left\{ \Delta t_i, \quad i = 1, 5 \right\} \quad \text{VI.6}$$

gegeben. Weiterhin wurde im Programm eine Vorsorge getroffen, die den Integrationszeitschritt nicht beliebig klein werden läßt. CDT erfüllt immer auch die Bedingung

$$CDT \geq CDTMIN, \quad \text{VI.7}$$

wobei CDTMIN eine Eingabegröße ist. Das Programm zeigte sich in den Anwendungsrechnungen sehr stabil, sogar für Zeitschrittweiten von  $CDT \approx 10^{-2}$  s.

Die Genauigkeit der Differenzenapproximation läßt sich mit der Methode von Hirt /73, 74/ untersuchen. Der grundlegende Gedanke dabei ist, die einzelnen Terme der Differenzgleichung in eine Taylorreihe zu entwickeln und den Diskretisierungsfehler, also die Differenz zwischen Differential- und Differenzgleichung, in niedrigster Ordnung als Diffusionsterm für die betrachtete Variable darzustellen. Der Diffusionsterm beschreibt im wesentlichen den durch die Diskretisierung eingeführten Fehler. Diese Methode soll an Hand der Kontinuitätsgleichungen für die Film/Wellenströmung und Gasströmung demonstriert werden. Die Kontinuitätsgleichung der Tropfen-

strömung wurde analog zu der der Film/Wellenströmung diskretisiert. Die Massenerhaltung der Film/Wellenströmung soll für den Fall verschwindender Quellterme betrachtet werden. Die Erhaltungsgleichung lautet dann (s. Gl. III.C.3):

$$\partial_t A + \partial_z A v = 0 \quad \text{VI.8}$$

Hierbei wurde beachtet, daß die Dichte  $\rho_f$  der Hüllrohrschmelze konstant ist. Die Differenzenapproximation zu Gl. VI.8 lautet für konstante Maschenweiten  $\Delta Z$  (s. Gl. V.A.2):

$$(A_j^{v+1} - A_j) / \text{CDT} + (\Delta Z)^{-1} \cdot \left\{ \langle Av \rangle_{j+1/2} - \langle Av \rangle_{j-1/2} \right\} = 0 \quad \text{VI.8a}$$

Wird der Zeitindex unterdrückt, so gilt wie zuvor die Konvention, daß die Zeitebene  $t_v$  gemeint ist. Die Volumenströme werden der Einfachheit halber für positive Geschwindigkeiten  $v$  und den Fall einer vollen regulären 'donor cell'-Approximation ( $A_0 = 1/2$ ,  $B_0 = 0$ , s. Gl. V.A.5) entwickelt:

$$\begin{aligned} \langle Av \rangle_{j+1/2} &= v_{j+1/2} \cdot A_j \\ \langle Av \rangle_{j-1/2} &= v_{j-1/2} \cdot A_{j-1} \end{aligned}$$

Damit läßt sich Gl. VI.8a wie folgt schreiben:

$$(A_j^{v+1} - A_j) / \text{CDT} + (\Delta Z)^{-1} \left\{ A_j v_{j+1/2} - A_{j-1} v_{j-1/2} \right\} = 0 \quad \text{VI.8b}$$

Faßt man in obiger Formel die A's und v's als stetig differenzierbare Funktionen von  $z$  und  $t$  auf, so kann man sie in eine Taylorreihe entwickeln. Berücksichtigt man nur die niedrigsten Ordnungen, so findet man

$$\begin{aligned} A_j^{v+1} &= A_j + \text{CDT} \cdot \partial_t A + 1/2 \text{CDT}^2 \partial_t^2 A \\ A_{j-1} &= A_j - \Delta Z \cdot \partial_z A + 1/2 (\Delta Z)^2 \partial_z^2 A - 1/6 (\Delta Z)^3 \partial_z^3 A \\ v_{j\pm 1/2} &= v_j \pm \Delta Z/2 \partial_z v + 1/2 (\Delta Z/2)^2 \partial_z^2 v \pm 1/6 (\Delta Z/2)^3 \partial_z^3 v \end{aligned} \quad \text{VI.9}$$

Setzt man Gl. VI.9 in VI.8b ein und berücksichtigt von den höheren Ordnungen nur diejenigen Terme, die eine zweite Ortsableitung von A involvieren (diese beschreiben die Massendiffusion), so erhält man:

$$\begin{aligned} \partial_t A + \partial_z A v = & \left\{ 1/2 \Delta Z \cdot |v_j| - 1/2 \text{CDT} \cdot v_j^2 - 1/4 \Delta Z^2 \partial_z v \right. \\ & \left. + 1/8 \Delta Z^3 \partial_z^2 v - 1/24 \Delta Z^4 \partial_z^3 v \right\} \cdot \partial_z^2 A \end{aligned}$$

VI.8c

Hierbei wurde benutzt, daß

$$\partial_t^2 A \approx v^2 \partial_z^2 A .$$

Das Betragszeichen um  $v_j$  in Gl. VI.10 ist nötig, will man auch die anderen Fälle negativer oder wechselnder Geschwindigkeiten erfassen. Der Ausdruck in Klammern ist ein verallgemeinerter Diffusionskoeffizient. Ist er negativ, so wird sich i.a. eine Instabilität entwickeln, ähnlich wie in Ref. 73 beschrieben. Dagegen ist die Lösung stabil, wenn der Diffusionskoeffizient positiv ist. Die Summe der ersten beiden Terme ist positiv, wenn das Stabilitätskriterium

$$\text{CDT} < \Delta Z / |v_j|$$

erfüllt ist. Die restlichen Terme in der Klammer sind i.a. klein, da sie höhere Potenzen von  $\Delta Z$  enthalten. Der Ausdruck auf der rechten Seite von Gl. VI.8c approximiert den Diskretisierungsfehler in Form eines Diffusionsterms für die Variable A. Der Diffusionskoeffizient sollte möglichst klein sein, um ein genaues numerisches Verfahren zu ergeben. Dies wird offensichtlich möglich, wenn der Zeitschritt nahe dem Wert  $\Delta Z / |v_j|$  ist und die Maschenweiten klein sind.

Eine Abschätzung des Diskretisierungsfehlers ist in ähnlicher Weise wie oben auch für die Kontinuitätsgleichung der Gasströmung möglich. Diese soll nun der Einfachheit wegen für eine eindimensionale Strömung betrachtet werden. Sie lautet

$$\partial_t \rho'_g + \partial_z \rho'_g v_g = 0$$

VI.10

Die Differenzenapproximation obiger Gleichung wurde im Einklang mit Gl. V.B.7 wie folgt gewählt:

$$\{(\rho'_g)^{v+1}_j - (\rho'_g)_j\} / \text{CDT} + (\Delta Z)^{-1} \{(\rho'_g v_g)^{v+1}_{j+1/2} - (\rho'_g v_g)^{v+1}_{j-1/2}\} = 0 \quad \text{VI.11}$$

Entwickelt man wieder die einzelnen Terme in eine Taylorreihe und berücksichtigt von den höheren Ordnungen nur diejenigen Terme, die auf eine zweite Ortsableitung von  $\rho'_g$  führen, so erhält man:

$$\partial_t \rho'_g + \partial_z \rho'_g v_g = \left\{ (c^2 + v_g^2)_j \text{CDT}/2 - 1/4 \Delta Z^2 \partial_z v_g \right\} \partial_z^2 \rho'_g \quad \text{VI.11a}$$

Es wurde dabei benutzt, daß

$$\partial_t^2 \rho'_g \approx (c^2 + v_g^2)_j \partial_z^2 \rho'_g$$

auf Grund der Massen- und Impulsgleichungen ist, und daß

$$\partial_x A_g \approx 0, \quad x = t, z \quad \text{VI.11b}$$

Man erkennt, daß der Diffusionskoeffizient in Gl. VI.11a wegen der Schallgeschwindigkeit  $c$  im Quadrat i.a. positiv und die Differenzenapproximation deshalb stabil ist. Um eine übermäßige Diffusion zu vermeiden, sollte CDT nahe dem Wert

$$1/2 \Delta Z \cdot |v_g| / (v_g^2 + c^2) \approx 1/2 \Delta Z / c \quad \text{VI.11c}$$

sein. In ähnlicher Weise wie für die Kontinuitätsgleichungen können auch die verschiedenen Impulsgleichungen auf ihre Diskretisierungsfehler hin untersucht werden. Es zeigt sich auch da, daß implizit formulierte Teile einen positiven Beitrag zum Diffusionskoeffizienten liefern und deshalb das numerische Verfahren stabilisieren. Explizite Teile ergeben häufig negative Beiträge und erfordern daher eine Zeitschrittbegrenzung.

## VII. Andere Hüllrohrbewegungsmodelle

In der Literatur wurde in der Vergangenheit eine Reihe weiterer Hüllrohrbewegungsmodelle veröffentlicht. Neben dem bereits angesprochenen CMOT-Modell /10/ sind dies das CLAZAS-Modell /76, 77/, das im SAS-4A Programm verwendete CLAP-Modell /7, 78/, das SIMMER-II-Hüllrohrbewegungsmodell /69/, das in Frankreich entwickelte ALFA-Modell sowie die sogenannten 'Lumped-parameter'-Modelle von Ishii et al. /79-82/. Im folgenden sollen kurz die wesentlichen Unterschiede obiger Modelle zum SANDCMOT-Ansatz aufgezeigt werden.

Mit Ausnahme des SIMMER-II-Unfallanalyseprogramms basieren sie alle auf der Vorstellung einer Hüllrohrfilmströmung längs der Brennstaboberfläche. Die Möglichkeit versprühender Hüllrohrtropfen, die sich innerhalb der Gasströmung fortbewegen, wird dabei nicht berücksichtigt. Andererseits wird im SIMMER-II-Programm die Hüllrohrbewegung ausschließlich als eine Tropfenströmung behandelt. Eine gewisse Fortentwicklung erfuhr das SIMMER-II-Modell durch die Arbeit von B.D. Ganapol /83/, wodurch die Hüllrohrbewegung auch als eine Filmströmung dargestellt werden kann. Es bleibt zusammenfassend festzustellen, daß die oben genannten Modelle die Hüllrohrbewegung entweder als eine Film- oder Tropfenströmung beschreiben und nicht berücksichtigen, daß beide Strömungsformen eventuell simultan auftreten können. Da erst durch die STAR-Experimente gezeigt wurde, daß das geschmolzene Hüllrohr einzelne Rinnsale und Wellen bildet, enthalten obige Modelle auch keine Beschreibung einer Rinnsal/Wellenströmung. Diese wurde erstmalig im Rahmen des SANDCMOT-Modelles betrachtet.

Die Grundgleichungen zur Beschreibung der Hüllrohrfilmströmung stimmen in den einzelnen Modellen im wesentlichen überein, wenn auch einzelne Terme u.U. gegenüber dem SANDCMOT-Modell vernachlässigt werden. Die Filmströmung wird als eindimensionale Strömung behandelt, die sich unter dem Einfluß axialer Druckgradienten, der Schwerkraft, der von der Gasströmung ausgeübten Schleppkräfte und der inneren Viskosität entwickelt. Die Schmelze erstarrt wieder durch radiale Wärmeleitung in den Brennstab und (in weit geringerem Ausmaße) durch Wärmeaustausch mit der Gasströmung.

Weitere Unterschiede zwischen den oben genannten und dem SANDCMOT Modell liegen bei der Beschreibung eines Brennstabbündels vor. Abgesehen vom



Ansatz in SIMMER-II wird im allgemeinen ein charakteristischer Brennstab mit assoziiertem Kühlkanal betrachtet und die Hüllrohrbewegung längs des fraglichen Brennstabs berechnet. Für die anderen, den Kühlkanal umgebenden Brennstäbe wird angenommen, daß die Hüllrohrbewegung spiegelbildlich verläuft. Ein Brennstabbündel kann im SAS-Programmsystem /76-78/ und im Ishii-Modell /81/ durch mehrere solcher nebeneinander liegender Unterkänäle beschrieben werden. Radiale Querströmungen werden nicht oder in vereinfachter Weise bestimmt.

Schließlich bleibt noch auf einige Unterschiede im Integrationsverfahren hinzuweisen. Die Modelle ALFA, SIMMER II, CLAP und SANDCMOT benutzen ein raumfestes, Eulersches Maschennetz zur Lösung der diskretisierten Filmströmungsgleichungen. Dieses kann in den drei letzt genannten Programmen variable Maschenweiten haben, was eine höhere Auflösung in Blockadezonen bei nicht wesentlich erhöhter Maschenzahl ermöglicht. Das CLAZAS-Programm basiert auf der sogenannten Lagrange'schen Lösungstechnik, bei der die Umverteilung und Vereinigung einzelner Hüllrohrsegmente beschrieben wird. Die Anwendungen haben gezeigt, daß eine solche Vorgehensweise etwas unbefriedigende Ergebnisse liefert. Schließlich nehmen die sogenannten 'Lumped-parameter'-Modelle von Ishii et al. an, daß der Hüllrohrfilm über seine ganze Länge hin mit einheitlicher Geschwindigkeit strömt und eine konstante Dicke hat. Weiterhin ist der Film isotherm und hat eine konstante Viskosität. Der Vorteil dieser einfachen Modelle liegt in dem schnellen Lösungsverfahren und den kurzen Rechenzeiten. Einige Charakteristiken obiger Modelle sind nochmals in nachfolgender Tabelle zusammengefaßt.

SIMMER-II	CLAP	ALFA	CLAZAS	Ishii-M.	SANDCMOT	Merkmal
(+)	+	+	+	+	+	Filmströmung
+					+	Tropfenströmung
					+	Wellenströmung
+	(+)		(+)	(+)	+	Brennstabbündel
+				+	+	2-dimensionale Kühlkanalströmung
+	+	+		+	+	Eulersches Integrationsverfahren
+	+				+	variable Maschenweiten

Tabelle 2: Vergleich verschiedener Modelle der Hüllrohrmaterialbewegung

### VIII. Anwendungsrechnungen

Das zuvor beschriebene SANDCMOT Programm wird zur Zeit im Rahmen der Analyse der STAR-Experimente /20-22/ eingesetzt. Diese Versuchsserie wurde z.T. schon im Kapitel II erläutert und soll nun noch etwas detaillierter diskutiert werden. Im Anschluß werden die Nachrechnungen der beiden STAR-Experimente 1-2 vorgestellt und mit dem Experiment verglichen. Die STAR-Versuchsserie (SANDIA TRANSIENT AXIAL RELOCATION) hat zum Ziel, Schlüsselphänomene der Hüllrohr- und frühen Brennstoffbewegung während eines Kühlmitteldurchsatzstörfalles zu untersuchen. Die Hüllrohrbewegung ist von besonderer Bedeutung wegen einer möglichen positiven Reaktivitätsrückwirkung und dem Potential von Hüllrohrblockaden im oberen Blanket, die eine frühe Brennstoffdispersion behindern würden. Im zweiten Kapitel wurde bereits der Aufbau der STAR-Testkapsel und die Vorkehrungen zur visuellen Beobachtung der Brennstäbe erläutert. Die Brennstäbe waren i.a. 66 cm lang und enthielten in den beiden Experimenten STAR1 und STAR2 frisches Uranoxid, das bis auf den Zentralstab des 6-Stabbündels 40% angereichert war. Um die Neutronenflußabsenkung im Zentralstab auszugleichen, enthielt dieser 67% angereichertes Uranoxid. Die Brennstäbe waren in gleicher Weise aufgebaut und bestanden aus einem unteren Reflektor rostfreien Stahls, einem unteren Blanket, der Spaltzone aus angereichertem Uranoxid, einem oberen Blanket, dem oberen Reflektor und einem oberen Plenum, das i.a. rostfreien Stahl und/oder Helium enthielt. Die Dimensionen dieser axialen Abschnitte waren wie folgt:

unterer Reflektor	3.21-3.8 cm
unteres Blanket	6.1-5.1 cm
Spaltzone	16.5 cm
oberes Blanket	25.3 cm
oberer Reflektor	3.8 cm
oberes Plenum	11.5 cm

Ferner bestanden die Brennstäbe in radialer Richtung aus der Brennstoffsäule, dem Brennstoff/Hüllrohrspalt und dem Hüllrohr mit den anfänglichen Dimensionen:

äußerer Brennstoffrand	2.47 mm
Spaltdicke	0.07 mm
Hüllrohrdicke	0.381 mm
Brennstabradius	2.921 mm

Die verschiedenen Brennstäbe waren in ein Quarzrohr eingebracht, das eine Dicke von 1.5 mm hatte. Die innere Weite des Quarzrohres betrug

12 mm	im STAR1-Experiment,
22 mm	im STAR2-Experiment.

Im ersten Experiment ergab sich ein hydraulischer Durchmesser des Kühlkanals von 6.12 mm, der sich im STAR2-Experiment auf reaktortypische 4.7 mm verkleinerte. Das Quarzrohr hatte die Aufgabe, die Brennstäbe gegen den Rückströmungskanal und die weiteren Einbauten in der Testkapsel abzuschirmen. Interpretiert man den Rückströmungskanal als symmetrischen Ringraum, so hatte dieser einen hydraulischen Durchmesser von 20 cm. Schließlich bildete ein stählerner Kanister von 2.3 mm Dicke die endgültige Isolation der Testanordnung nach außen. Ein Gebläse am unteren Ende des Quarzrohres ermöglichte eine Argongasströmung durch die Teststrecke, welche die Schleppkraftwirkung einer Natriumdampfströmung auf das geschmolzene Hüllrohr und den Brennstoff simulierte. Der Durchsatz der Argongasströmung, der Druck am Eintritt in die Teststrecke sowie der Druckabfall längs derselben wurden gemessen. Ebenso erlaubte ein Thermoelement am Eintritt und Austritt des Strömungskanals, die zeitliche Temperaturentwicklung der Argongasströmung zu verfolgen. Weitere Thermoelemente waren an den Brennstäben befestigt, eines in der Spalt- und ein weiteres in der Blanketzone. Im STAR2-Experiment befanden sich diese Thermoelemente an einem der äußeren Brennstäbe des Bündels. Neben dieser Instrumentierung innerhalb der Testkapsel erlaubten weitere diagnostische Hilfsmittel außerhalb des Reaktorkerns, zusätzliche Daten zu sammeln. So war ein monospektrales Pyrometer auf einen 1 mm breiten Kreis etwa 2.5 cm über dem unteren Ende der Spaltzone fokussiert, um die Brennstoffoberflächentemperatur während der Leistungstransiente zu verfolgen. Ferner lieferte eine Neutronenspaltkammer am Rande des Reaktorkerns das Referenzsignal für die Reaktorleistung. Die Hüllrohr- und Brennstoffbewegung wurde mittels einer Photosonic

4C 35 mm Kamera gefilmt, die 1000 Bilder pro Sekunde aufnehmen konnte. Bevor der eigentliche Reaktorpuls begann, wurde das Hüllrohr (und ebenso die Brennstäbe) elektrisch auf etwa 1000 K aufgeheizt, um unfalltypische Bedingungen während der Ausfrierprozesse des geschmolzenen Hüllrohrs zu schaffen. Die folgende Tabelle zeigt den prinzipiellen Verlauf der beiden STAR-Experimente:

<u>Ereignis</u>	<u>Zeit (sec)</u>	
	STAR1	STAR2
Beginn der elektrischen Heizung und Datenregistrierung	0.0	0.0
Einschaltung der Hintergrundbeleuchtung	56.0	64.0
Ende der elektrischen Beheizung	65.0	65.0
Einschaltung des Gebläses	56.0	65.5
Start der Kamera	64.0	66.0
Start der Leistungstransiente	70.0	70.0
Maximum des ersten Pulses	70.308	70.48
Maximum des zweiten Pulses	72.902	76.22
Ende der Datenregistrierung	80.0	78.0

Tabelle 3: Prinzipieller Verlauf der Experimente STAR1 und STAR2

Weiterhin zeigen die beiden Abbildungen (22-23) den zeitlichen Verlauf der Leistungstransiente in den beiden STAR-Experimenten. Die nominale Leistung bedeutet dabei ungefähr 150 W/g bzw. 30 kW/m.

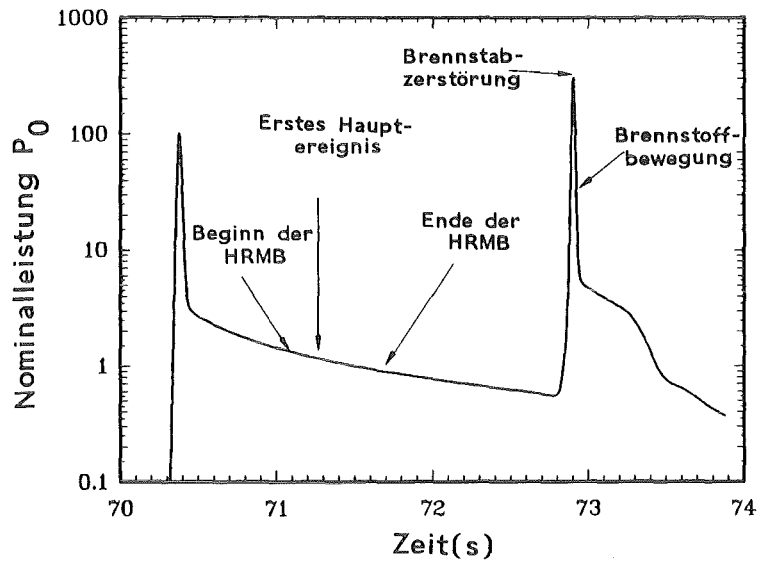


Abb. 22: STAR1 Leistungstransiente

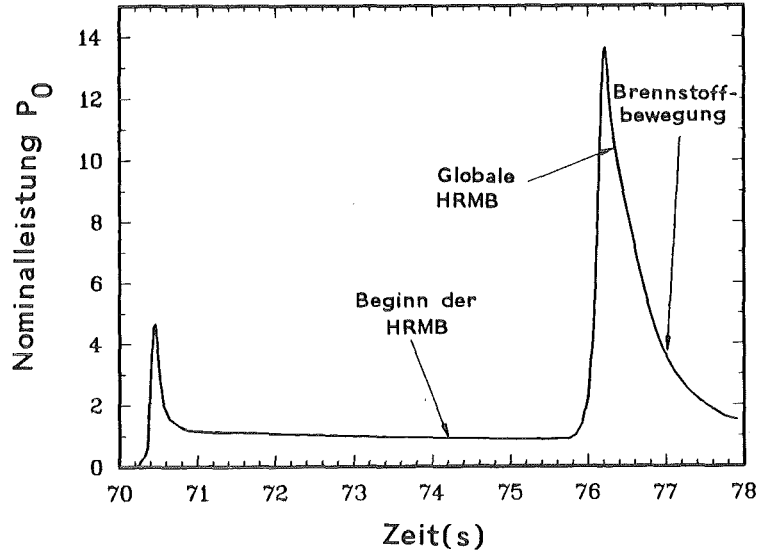


Abb. 23: STAR2 Leistungstransiente

Die obigen Abbildungen zeigen die Reaktorleistung. Die in den Brennstäben deponierte Leistung ergibt sich mit Hilfe des sogenannten Kopplungsfaktors, der die Werte hatte:

STAR 1	STAR 2	
10.76 J/g/MJ	11.51 J/g/MJ	Zentralstab
	7.03 J/g/MJ	Randbrennstäbe

Die Einheit des Kopplungsfaktors ist so zu verstehen, daß er die im Brennstab erzeugte Energie pro Gramm und Mega-Joule Reaktorleistung angibt. Die obigen Werte wurden aus kalorimetrischen Eichexperimenten mit festgelegten Leistungspulsen gewonnen. Die Unsicherheit im Kopplungsfaktor betrug etwa 4-10%.

Der Verlauf der Reaktorleistung im STAR1-Experiment war so gewählt, daß er die Bedingungen während eines Kühlmitteldurchsatzstörfalles mit anschließender Leistungsexplosion reproduzierte. Die zeitliche Koordination und die Höhe des Leistungsmaximums wurden ähnlich wie in CAPRI-B5 /43/ gewählt. In beiden Experimenten kam ein einziger Brennstab mit frischem Brennstoff zum Einsatz, der mehrere Sekunden lang bei nominaler Leistung beheizt wurde. Das Hüllrohr schmolz schließlich, wurde aus der Spaltzone ausgetragen und erstarrte wieder. Erst mehr als eine Sekunde später erfolgte der zweite Leistungspuls, der schließlich den Brennstab bei einer Heizrate nahe 50 K/ms (300x nominale Leistung) zerstörte. Somit erfolgten Hüllrohr- und Brennstoffbewegung getrennt und können separat analysiert werden.

Andere Gründe bestimmten den Verlauf der Reaktorleistung im STAR2-Experiment. Zunächst wurden die Brennstäbe bei nominaler Leistung etwa 6 Sekunden lang beheizt, bevor ein Leistungspuls mit maximal 14-facher nominaler Leistung den Brennstoff auf Temperaturen nahe dem Schmelzpunkt oder darüber aufheizte. Dieser Leistungsverlauf ist typisch für Kühlmitteldurchsatzstörfallszenarien abgebrannter Kerne und wurde gewählt, um mit STAR2 einen Referenzfall für die kommenden Experimente mit vorbestrahltem Brennstoff zu haben. Anders als im STAR1-Experiment war nur wenig Brennstoff-

bewegung zu sehen. Die einzelnen Brennstäbe schienen sich während und nach dem Leistungspuls zu verbiegen, um eine einzige Brennstoffsäule zu bilden. Die Hüllrohrbewegung begann bei etwa 74.4 sec und reichte in den Leistungspuls hinein.

Es bleibt noch anzumerken, daß der kleine, erste Leistungspuls keine tiefere Bedeutung hat, außer den zweiten, eigentlichen Leistungspuls zu triggern und ein charakteristisches, radiales Temperaturprofil zu erzeugen.

Die in den beiden obigen Abbildungen gezeigten Leistungskurven zusammen mit dem Kopplungsfaktor und der im Hüllrohr deponierten elektrischen Leistung bilden die Basis für die Berechnung der in den einzelnen Brennstäben erzeugten Energie im SANDCMOT-Modell. Das axiale Leistungsprofil längs der Brennstäbe hatte die bekannte Kosinusform, wobei das untere Ende der Spaltzone nahe oder im Maximum der Kosinusverteilung saß. Das Verhältnis des Maximums zum Minimum der Leistungsverteilung in der Spaltzone betrug im STAR1-Experiment 1.22 und 1.406 im STAR2-Experiment. Ferner kann im SANDCMOT Programm auch ein radiales Leistungsprofil spezifiziert werden, das jedoch in beiden Experimenten als flach angenommen wurde. Neben der Spezifikation der zeitlichen und räumlichen Leistungsverteilung bedarf das SANDCMOT-Modell noch einer umfangreichen Eingabe der Geometrie und Anfangsbedingungen des Testproblems. Diese Eingabe ist im wesentlichen wie im SANDPIN-Modell /28/ und wird im Anhang kurz erläutert. Ferner benötigt das Programm noch die Spezifikation des Eingangsdruckes, der Eingangstemperatur sowie des Druckabfalls längs der Teststrecke. Diese Daten sind i.a. zeitabhängig einzugeben. Beim Druckabfall besteht die Option, über die Variable NPROPT, anstelle des Druckabfalls den Gasdurchsatz einzugeben.

Das Programm benutzt dann die Durchsatzdaten, um den entsprechenden Druckabfall zu berechnen. In den STAR-Experimenten wurde sowohl der Gasdurchsatz als auch der Druckabfall längs der Teststrecke gemessen. Da jedoch schnelle Durchsatzänderungen mit dem verwendeten Turbometer nicht zu messen waren, wurden die Druckabfalldaten benutzt, um den entsprechenden Gasdurchsatz zu berechnen. Ein Vergleich dieser Rechnung mit der Messung wird weiter unten gegeben.

Im folgenden sollen nun die Ergebnisse der Nachrechnungen des STAR1- und STAR2-Experiments vorgestellt und mit den experimentellen Daten verglichen werden.

#### VIII.A Das STAR1-Experiment

Die zeitliche Entwicklung der Hüllrohrmaterialverteilung, wie sie das SANDCMOT-Modell für das STAR1-Experiment berechnet, ist in Abb. 24 zu sehen. Die Abbildungen zeigen eine Hälfte des radialen Querschnitts der Teststrecke (Brennstab, Kühlkanal, Quarzrohr). Auf der Abszisse, die gleichzeitig auch die axiale Symmetrieachse ist, sind die axialen Entfernungen in Millimetern aufgetragen. Auf der Ordinate sind die Radien wiedergegeben. Einfach schraffierte Gebiete bedeuten die Brennstoffsäule, in der die beiden vertikalen Markierungen die Spaltzone begrenzen. Doppelt schraffierte Zonen repräsentieren intaktes oder wiedererstartetes Hüllrohr, schwarz ausgefüllte Teile deuten geschmolzenes Hüllrohr entweder in Form eines Films bzw. einzelner Wellen oder als Tropfen an. Die einzelnen Gebiete sind immer als zylindersymmetrische Ringe zu verstehen und stellen ein Maß für die tatsächlich vorhandene Masse der betreffenden Materialkomponente dar. Ob das Hüllrohr als Film oder in Form einzelner Wellen strömt, wird durch die Abbildungen nicht ausgedrückt. Ebenso sind die im Kühlkanal fliegenden Tropfen durch zylindrische Ringe repräsentiert, deren Volumen dem der vorhandenen Tropfen entspricht. Der Kühlkanal ist das durch Punkte gekennzeichnete Gebiet. Die Pfeile geben die Richtung der Gasströmung an, während ihre Länge ein Maß für die Strömungsgeschwindigkeit ist. Ferner ist die obere horizontale Begrenzungslinie die Innenseite des Quarzrohrs, auf dem sich die Tropfen ablagern können. Es sollte auch beachtet werden, daß der axiale und radiale Maßstab nicht übereinstimmen, weshalb die Bilder die realen Verhältnisse verzerren.

Tabelle 4 vergleicht einige prägnante Ereignisse im Experiment und in der Rechnung. Sie verdeutlicht, daß die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment hinsichtlich des chronologischen Ablaufs der Hüllrohrbewegung überraschend gut ist. Die Abweichungen sind geringer als 0.1 sec. Weiterhin können die folgenden Punkte festgehalten werden. Ein beträchtlicher



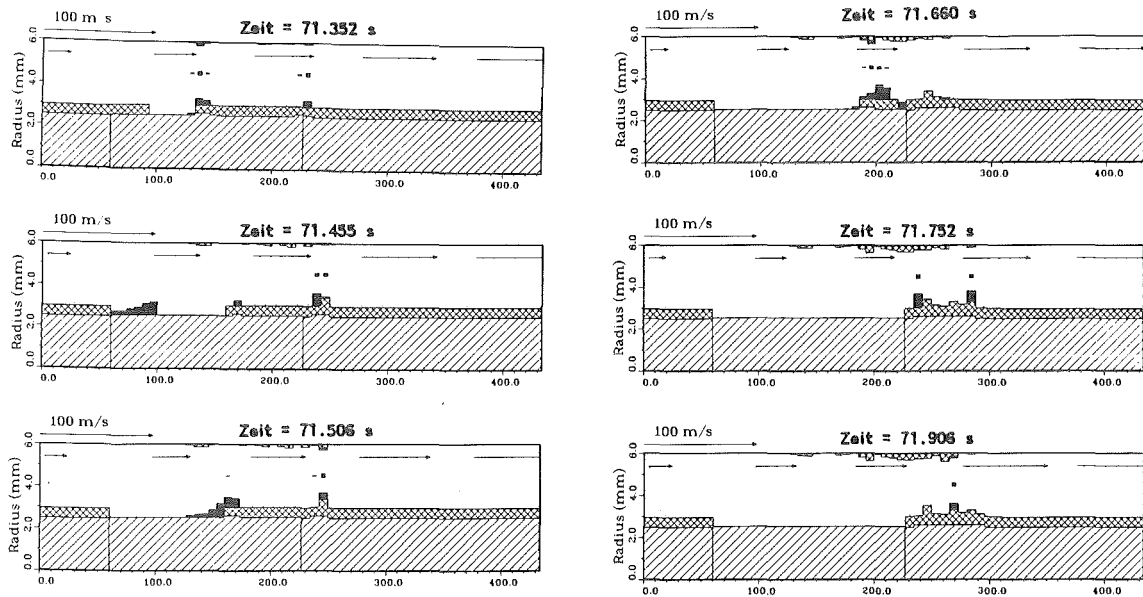


Abb. 24: Zeitlicher Verlauf der Hüllrohrbewegung im STAR1 Experiment.

Teil des geschmolzenen Hüllrohrs versprüht und lagert sich auf dem Quarzrohr ab, wo es schnell ausfriert. Die Rechnung sagt voraus, daß etwa 70% des Hüllrohrs versprühen. Diese Zahl konnte bisher noch nicht durch eine Nachuntersuchung der Testkapsel überprüft werden, jedoch zeigen die Filmaufnahmen, daß ein erheblicher Teil des Hüllrohrs versprüht. Große Teile des Quarzrohrs erscheinen nach einer Weile dunkel auf Grund des ausfrierenden Hüllrohrs. Weiterhin zeigen die Rechnungen, daß die Geschwindigkeiten der Hüllrohrschmelze auf dem Brennstab beträchtlich sein können. Sie liegen im Mittel zwischen (1-3) m/s, erreichen jedoch zeitweise 6 oder 8 m/s. Dieses Ergebnis korrespondiert direkt zu der Wellenstruktur des geschmolzenen Hüllrohrs und den hohen Reibbeiwerten, die die Wechselwirkung dieser Wellen mit der Gasströmung beschreiben. Ferner haben auch die im Kühlkanal fliegenden Tropfen eine hohe axiale Geschwindigkeit, die jedoch im Rahmen der oben genannten Werte bleibt, da die Residenzzeit der Tropfen im Kühlkanal kurz ist ( $\sim 10^{-3}$  sec). Weiterhin zeigt die Abbildung 24 auch, daß die Gasgeschwindigkeiten längs des Brennstabs auf Grund der Aufheizung (eventuell durch direkten Kontakt mit heißem Brennstoff) ansteigen. Der Anstieg ist dabei umgekehrt proportional der Verringerung der Gasdichten, da der Gasdurchsatz längs des Strömungskanals im wesentlichen

<u>Ereignis</u>	<u>Zeit (sec)</u>	
	<u>Experiment</u>	<u>Rechnung</u>
1.) Glühendes Hüllrohr	70.956	-
2.) Erste Zeichen von Hüllrohrbewegung	71.096	-
3.) Einzelner Tropfen fliegt zum Quarzrohr	71.112	-
4.) Erste signifikante Hüllrohrbewegung	71.277	71.27
5.) Versprühendes Hüllrohr, Ablagerung auf dem Quarzrohr	71.345	71.30
6.) Fortgesetztes Versprühen des Hüllrohrs und Ablagerung auf dem Quarzrohr	71.395	71.455
7.) Hüllrohrbewegung am unteren Ende der Spaltzone nahe dem Thermoelement und Pyrometer	71.526	71.455
8.) Hüllrohrbewegung auf intaktem Hüllrohr	71.566	71.557
9.) Hüllrohrbewegung im oberen Teil der Spaltzone	71.677	71.66
10.) Erstarrendes Hüllrohr im oberen Blanket	71.721	71.752
11.) Ende der Hüllrohrbewegung	71.98	72.0

Tabelle 4: Vergleich einiger prägnanter Ereignisse im Experiment und in der Rechnung

konstant bleibt, wie das instationäre Modell der Gas/Tropfenströmung bestätigt. Ein stationäres Modell hätte also dieselben Gasgeschwindigkeiten ergeben. Diese betragen am Eintritt in die Teststrecke etwa 37 m/s, steigen jedoch allmählich an, um eventuell im Verlauf der Hüllrohrbewegung 100 m/s zu erreichen. Dieser Wert stellt ein Maximum für die im STAR1 Experiment realisierten Bedingungen dar. Die nächste Abbildung 25 zeigt den zeitlichen Verlauf des Gasdurchsatzes durch den Strömungskanal.

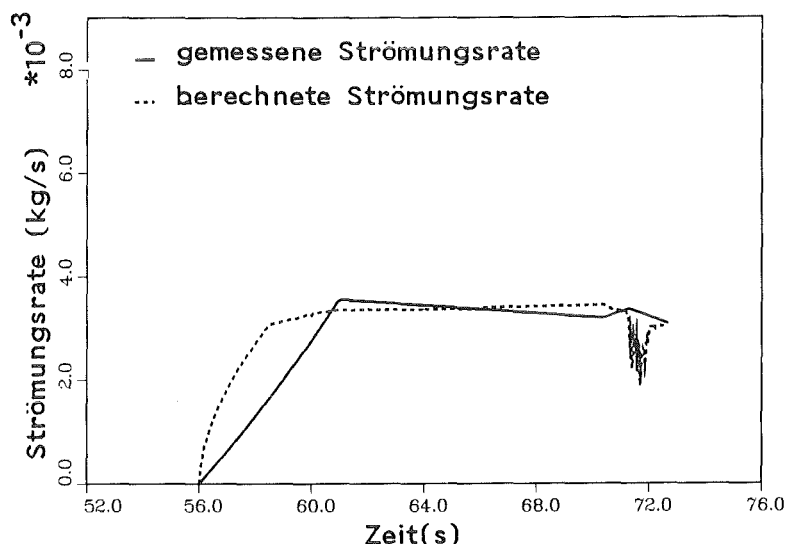


Abb. 25: Gasdurchsatz im STAR1 Experiment

Man erkennt, daß gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Rechnung im stationären Teil der Kurven besteht, daß jedoch auf Grund der bekannten Trägheit des Durchflußmeters Abweichungen auftreten, sobald sich der Gasdurchsatz durch Änderung des Druckabfalls längs der Teststrecke oder auf Grund der Hüllrohrbewegung ändert. Aus dem Verlauf beider Kurven kann man abschätzen, daß die dynamische Zeitkonstante des Durchflußmeters etwa 4 sec beträgt, was durchaus realistisch ist. Der gemessene Druckabfall hat einen ähnlichen Verlauf wie die gerechnete Durchflußkurve, bleibt jedoch auch während der Hüllrohrbewegung auf einem mehr oder weniger konstanten Wert von 8,543 KPa (1,24 PSI). Nur zwischen 71,6–71,85 sec treten kleine Fluktuationen im 5%-bereich auf, die auf die Ausbildung einer partiellen Hüllrohrblockade hinweisen. Danach nimmt der Druckabfall wieder seinen konstanten Wert an, bis die Brennstoffbewegung beginnt. Es ist auch interessant festzustellen, daß beide Kurven in Abb. 25 einem gemeinsamen Wert für die Zeit nach 72 sec zustreben, was die gute Modellierung der Hüllrohrbewegung mit dem SANDCMOT-Modell bestätigt. Ferner war es bei den Rechnungen wichtig, den gesamten Strömungskanal zu modellieren, also insbesondere auch den Druckabfall am Eintritt in die Teststrecke, da dieser erheblich war (2,5027 KPa = 0,36 PSI).

Schließlich zeigt Abb. 26 die Temperaturgeschichte desjenigen Brennstabteils, wo das Hüllrohr zuerst zu schmelzen beginnt. Es sind die Brennstofftemperaturen an drei ausgewählten Positionen und die Hüllrohrtemperaturen aufgetragen. Man erkennt, daß die Brennstofftemperaturen auf Grund des ersten Pulses rasch ansteigen (bei  $T = 70.2$  sec) und daß zeitweise ein erheblicher radialer Temperaturgradient zum Hüllrohr hin besteht. Das Hüllrohr heizt sich allmählich auf und fängt bei  $T = 71.0$  sec an zu schmelzen. Der Temperaturanstieg wird sehr flach, da die Schmelzwärme aufgebracht werden muß. Abb. 26 zeigt auch, daß die Brennstoffoberflächentemperaturen während der Hüllrohrbewegung 2200 K kaum überschreiten und daß deshalb das geschmolzene Hüllrohr den Brennstoff nicht benetzt. Die Brennstofftemperaturen steigen während des zweiten Pulses erheblich an und deuten an, daß Brennstoffdampf zu dem beobachteten dispersiven Verhalten des Brennstoffs führte.

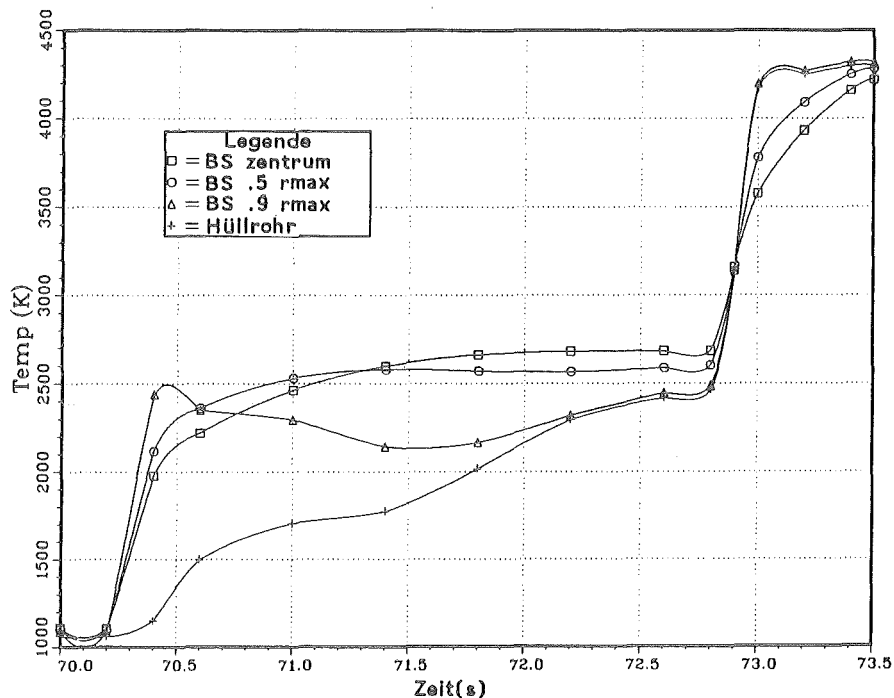


Abb. 26: Temperaturgeschichte des Brennstabs bei  $z = 110$  mm.

Die im STAR1-Experiment beobachtete Hüllrohrbewegung ist nicht völlig prototypisch für einen Reaktor, da einmal keine Bündeleffekte möglich waren und zum anderen der hydraulische Durchmesser des Kühlkanals mit 6.12 mm zu groß war. Die Druckverlust- und Gasdurchsatzmessungen zeigen ebenso wie die Rechnungen, daß sich keine totale Hüllrohrblockade gebildet hat. In engeren Geometrien sind jedoch massivere Blockaden zu erwarten, da die Kühlkanäle leichter versperret werden können und eine freie Tropfenströmung ohne Kontakt zu nahen Brennstäben unwahrscheinlicher ist. Große Tropfen ( $\approx 3$  mm) werden eher als Welle längs eines Brennstabs und nicht frei im Kühlkanal strömen. Solche Strömungsformen können mit dem SANDCMOT-Modell beschrieben werden.

#### VIII.B Das STAR2-Experiment

Der mit dem SANDCMOT-Modell berechnete Verlauf der Hüllrohrbewegung ist in Abb. 27 zu sehen. Die Bedeutung der durch Schraffuren und Punkte gekennzeichneten Gebiete ist dieselbe wie in Abb. 24. Anders als im STAR1-Experiment gibt es neben dem zentralen Brennstab einen Ring weiterer Brennstäbe. Obwohl der Ring undurchbrochen gezeichnet wurde, bestehen Querkäle zwischen den beiden Kühlkanälen, die zu radialen Gasströmungen führen. Die horizontal gezeichneten Pfeile geben wieder Richtung und Größe der axialen Gasgeschwindigkeiten an. Der innere Radius des Quarzrohres beträgt 10.86 mm. Tabelle 5 vergleicht die Zeitpunkte einiger ausgesuchter Ereignisse im Experiment und in der Rechnung.

Der Vergleich zeigt, daß die Chronologie des Experiments durch die Rechnungen gut reproduziert wird. Insbesondere die Zeitpunkte erster Hüllrohrbewegung auf dem zentralen Brennstab und auf den äußeren Brennstäben stimmen sehr gut überein. Die Übereinstimmung ist häufig besser als 0.1 sec. Dieses unerwartet gute Ergebnis bestätigt die Fähigkeit des Modells, den thermodynamischen Aspekt des Störfallverlaufs gut beschreiben zu können. Es bestätigt auch, daß die Ringraummodellgeometrie eine vernünftige Basis zur Darstellung eines Brennstabbündels ist. Das späte Hüllrohrereignis nach 77.68 sec wird dagegen von dem SANDCMOT-Modell nicht berechnet. Es muß aber beachtet werden, daß inzwischen einige Brennstoffsäulen mitein-

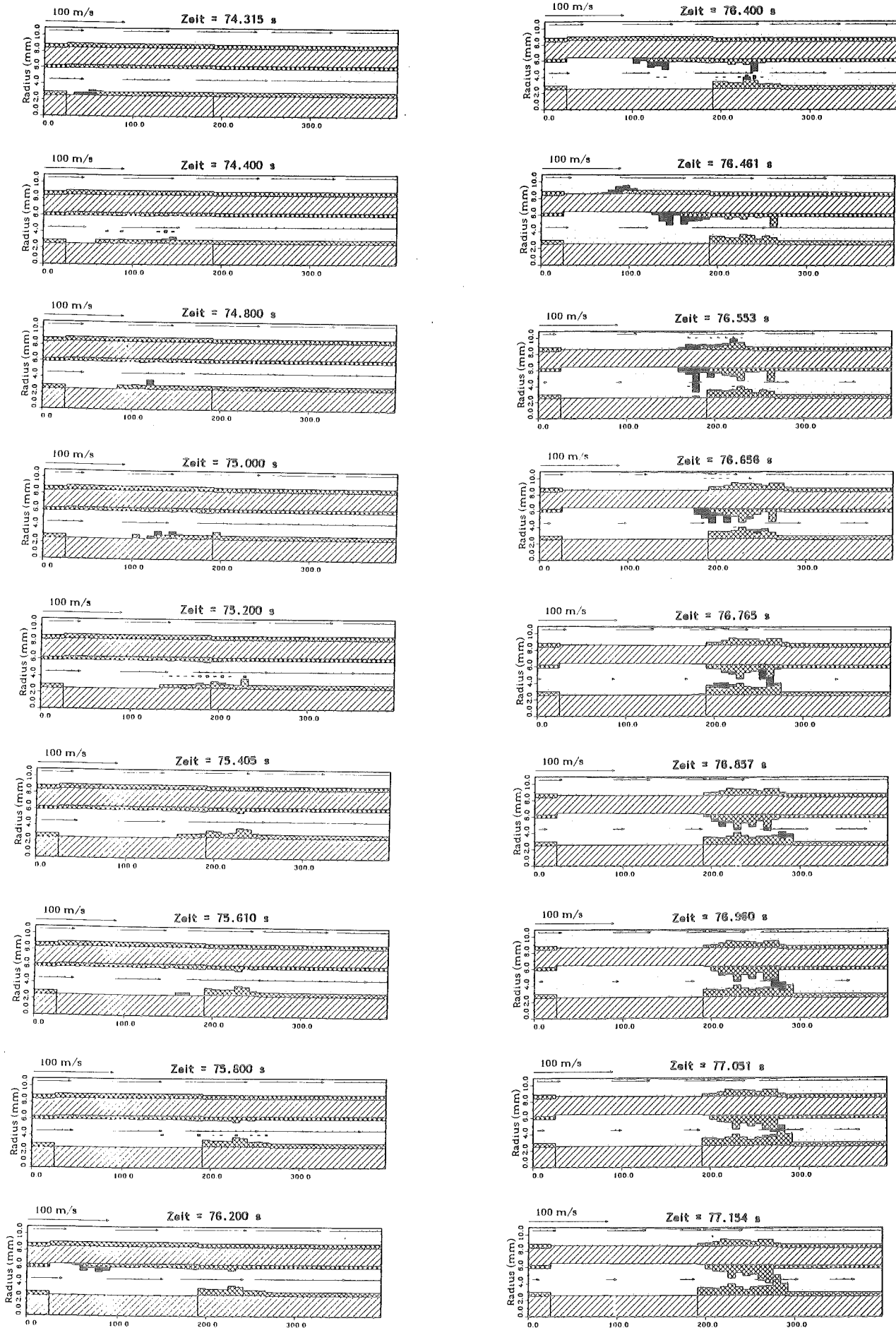


Abb. 27: Zeitlicher Verlauf der Hüllrohrbewegung im STAR2-Experiment

<u>Ereignis</u>	<u>Zeit (sec)</u>	
	<u>Experiment</u>	<u>Rechnung</u>
1.) Glühender zentraler Brennstab, Hüllrohr nahe dem Schmelzpunkt	74.012	-
2.) Lokale Hüllrohrbewegung an 3 Stellen bei $z \sim 50$ mm (z wie in Abb. 27)	74.367	74.300
3.) Fortgesetzte Entblößung des zentralen Brennstabs	74.624	74.7
4.) Tropfen(Wellen)bildung bei $z = 60$ mm	74.753	74.7
5.) Schmelzfront erreicht $z = 120$ mm	75.503	75.2
6.) Kühlkanal füllt sich mit Hüllrohr	75.503	-
7.) Tropfenbildung bei $z = 190$ mm	75.916	75.7
8.) Hüllrohr bildet Brücken zwischen zwei benachbarten Brennstäben aus	75.980	-
9.) Der zentrale Brennstab verbiegt sich etwas	76.086 76.129	- -
10.) Hüllrohr schmilzt an Innenseite des Brennstabrings und strömt in Form von Wellen oder Tropfen aufwärts	76.200	76.2
11.) Allgemeine, aufwärts gerichtete Hüllrohrbewegung auf den äußeren Brennstäben	76.357	76.4
12.) Schmelzzone erreicht oberes Blanket	76.407	76.461
13.) Im Bereich 5 cm über dem unteren Blanket schmilzt Hüllrohr und strömt aufwärts	76.407	76.461
14.) Einzelne Brennstoffsäulen berühren einander (nahe dem unteren Blanket)	76.407	-

15.) Fortgesetzte, aufwärts gerichtete Hüllrohrbewegung auf den äußeren Brennstäben	76.545	76.553
16.) Versprühendes Hüllrohr lagert sich auf dem Quarzrohr ab, Länge: 6.5 cm	76.545	76.553
17.) Radiales Durchbiegen der Brennstäbe, Bildung einer einzigen, großen Brennstoffsäule	76.601	-
18.) Versprühendes Hüllrohr lagert sich auf dem Quarzrohr ab, Länge: (10-15) cm	76.718	76.6
19.) Allgemeine Hüllrohrbewegung ist beendet, ein beträchtlicher Teil des Hüllrohrs ist auf dem Quarzrohr ausgefroren	76.831	76.96 77.051
20.) Beginnende Brennstoffbewegung, Brennstofftropfen im Kühlkanal	77.079	-
21.) Weitere Tropfen fliegen im Kühlkanal aufwärts	77.168	-
22.) Späte Hüllrohrbewegung am unteren Ende der Spaltzone	77.681	-
23.) Hüllrohr bewegt sich aufwärts	77.781	-

Tabelle 5: Vergleich einiger ausgesuchter Ereignisse im Experiment und in der Rechnung

ander verschmolzen sind und daß die Brennstofftemperaturen nahe oder über dem Schmelzpunkt liegen. Deshalb kann vermutet werden, daß die Verformung der Brennstäbe und die einsetzende Brennstoffbewegung eventuell einen direkten Kontakt heißer Brennstoffschmelze mit Hüllrohr ermöglicht hat, wodurch dieses geschmolzen ist und von der Gasströmung aufwärts transportiert wurde. Die Modellierung solcher Ereignisabläufe übersteigt den Rahmen des gegenwärtigen SANDCMOT-Modells, da dieses voraussetzt, daß die Brennstoffsäulen ihre geometrische Integrität bewahren und nicht schmelzen. Wie schon im Falle des STAR1-Experiments sagen die Rechnungen voraus,



daß ein substantieller Teil des geschmolzenen Hüllrohrs versprüht und sich auf dem Quarzrohr ablagert, wo es schnell ausfriert. Nach diesen Rechnungen befinden sich schließlich etwa 50% des auf der Außenseite der Brennstabreihe geschmolzenen Hüllrohrs auf dem Quarzrohr. Dieser Trend wird qualitativ von den Filmaufnahmen bestätigt. Die Filmaufnahmen zeigen auch, daß Hüllrohr von den Randflächen des inneren Kühlkanals versprühen und auf dem Quarzrohr ausfrieren kann. Dies ist möglich, da ein Brennstab in der hexagonalen Anordnung der äußeren Brennstabreihe fehlt und deshalb Hüllrohr direkt zum Quarzrohr fliegen kann. Solche Versprühereignisse können mit dem SANDCMOT-Modell nicht erfaßt werden, da angenommen wird, daß das Hüllrohr nur innerhalb des zugehörigen Kühlkanals strömt und deshalb von einer zur anderen Randfläche des Kühlkanals versprüht. Diese Annahme ist vernünftig, da in einem vollständigen symmetrischen n-Stabbündel der Spalt zwischen zwei Brennstäben zu klein ist, um eine entscheidende radiale Hüllrohrbewegung zwischen zwei Kühlkanälen zu ermöglichen. Weiterhin zeigen die Bilder der Abb. 27, daß zeitweise mehrere Tropfen im inneren Kühlkanal fliegen können, im allgemeinen mit positiven axialen Geschwindigkeiten. Diese Tropfen haben im Modell einen Durchmesser von ungefähr 2 mm, was bedeutet, daß sie stellenweise den gesamten Kühlkanal ausfüllen können. Diese Tatsache kommt in den Bildern nicht deutlich zum Ausdruck, da die Tropfen entsprechend ihrem Gesamtvolumen als zylindersymmetrischen Ring dargestellt werden. Die Vorstellung, daß etwa 2 mm große Tropfen den gesamten Kühlkanal ausfüllen, ist sehr realistisch, denn in den Filmaufnahmen ist diese Situation mehrfach zu sehen. Auch in diesem Punkt ist das Modell konsistent mit dem Experiment. Ein weiteres Ergebnis der Rechnungen ist, daß der innere Kühlkanal zur Zeit  $T = 76.765$  sec im oberen Blanket völlig blockiert wird. Die Blockade entsteht durch eine lokale Pfropfenströmung flüssigen Hüllrohrs, die zu einer Brücke zwischen benachbarten Brennstäben führt. Auf Grund des axialen Druckgradienten bewegt sich das Hüllrohr weiter aufwärts, und zum Zeitpunkt  $T = 76.857$  sec ist die Blockade bereits wieder verschwunden. Da längs des Pfropfens ein erheblicher Druckabfall entsteht, werden die Gasgeschwindigkeiten im inneren Kühlkanal wesentlich reduziert, und die Gasströmung weicht auf den äußeren Kühlkanal aus. Die Gasgeschwindigkeiten im blockierten Kanal betragen aber immer noch mehrere Meter pro Sekunde und führen zu einem gewissen Restdurchsatz fernab von der Blockade. Schließlich zeigt das letzte Bild in

Abb. 27, daß der innere Kühlkanal nach  $T = 77.051$  sec im oberen Blanket mehr oder weniger blockiert ist. Die Blockade wird als unvollständig betrachtet, da sie durch einen Überlapp zweier benachbarter Hüllrohrsegmente (von verschiedenen Brennstäben) zustande gekommen ist. Es ist wahrscheinlich, daß eine solche Konfiguration eine gewisse Porosität längs des Azimuts hat und deshalb einen Restdurchsatz der Gasströmung ermöglicht. Jedoch ist der Druckabfall längs dieser Teilblockade erheblich. Schließlich kann festgestellt werden, daß die Rechnungen für den äußeren Kühlkanal keine totale Blockade voraussagen, da ein Großteil des Hüllrohrs versprüht und sich als eine relativ dünne Schicht auf dem Quarzrohr ablagert. Die Tendenz des Hüllrohrs zu versprühen hat zur Folge, daß Blockaden im oberen Blanket weniger massiv und etwas länger ausfallen als im Falle einer reinen Hüllrohrfilmströmung. Eine Nachuntersuchung der STAR2-Testkapsel wurde bisher noch nicht durchgeführt, ist jedoch geplant und wird Aufschluß darüber geben, wo das Hüllrohr erstarrt ist. Die Vorhersagen der Rechnung werden zumindest qualitativ von den Filmaufnahmen bestätigt und sind im Einklang mit dem beobachteten Verlauf der Hüllrohrbewegung. Daß sich die Brennstoffsäulen verbiegen und eventuell eine einzige Säule bilden, hat die Hüllrohrbewegung wahrscheinlich nur unwesentlich beeinflusst, da die Brennstäbe offensichtlich dort ihre Stabilität verloren haben, wo das Hüllrohr bereits verschwunden war.

Das oben gewonnene Bild der Hüllrohrbewegung im STAR2-Experiment wird durch die folgenden beiden Abbildungen vervollständigt. Diese zeigen den axialen Gasdurchsatz am Eintritt in die beiden Kühlkanäle (Abb. 28) sowie die radialen Gasgeschwindigkeiten zwischen ihnen (Abb. 29).

Zunächst zeigt Abb. 28 die zeitliche Entwicklung verschiedener Gasströmungsraten am Eintritt in die Teststrecke. Es sind die berechneten Durchsätze in den beiden Kühlkanälen, ihre Summe sowie der gemessene Gesamtgasdurchsatz aufgetragen. Die beiden zuletzt genannten Kurven stimmen im stationären Teil zwischen 68.0-76.0 sec gut überein. In dieser Phase verteilt sich die Eingangsströmung etwa im Verhältnis der Querschnittsflächen auf die beiden Kühlkanäle. Da das Durchflußmeter wie im STAR1-Experiment eine gewisse Trägheit hat, folgt es Änderungen des Gasdurchsatzes nur mit einer Verzögerung. Aus diesem Grunde treten Abweichungen zwischen den

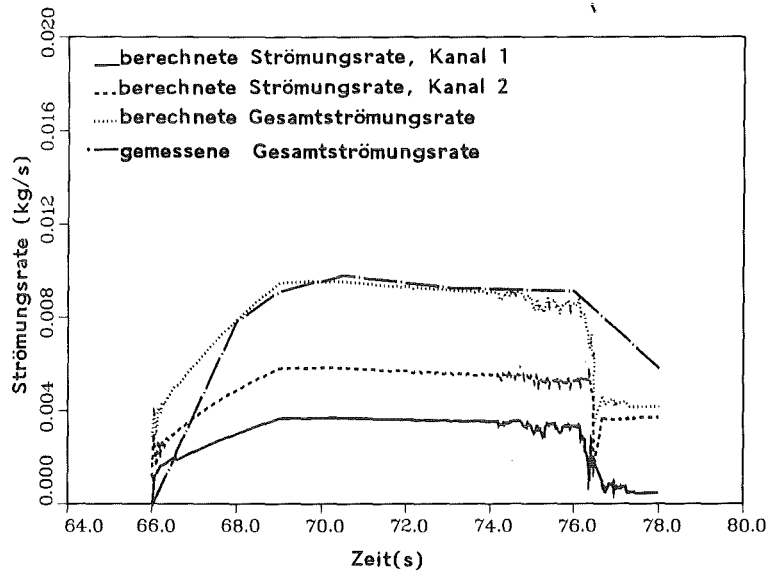


Abb. 28: Axiale Gasdurchsätze am Eintritt in die Teststrecke

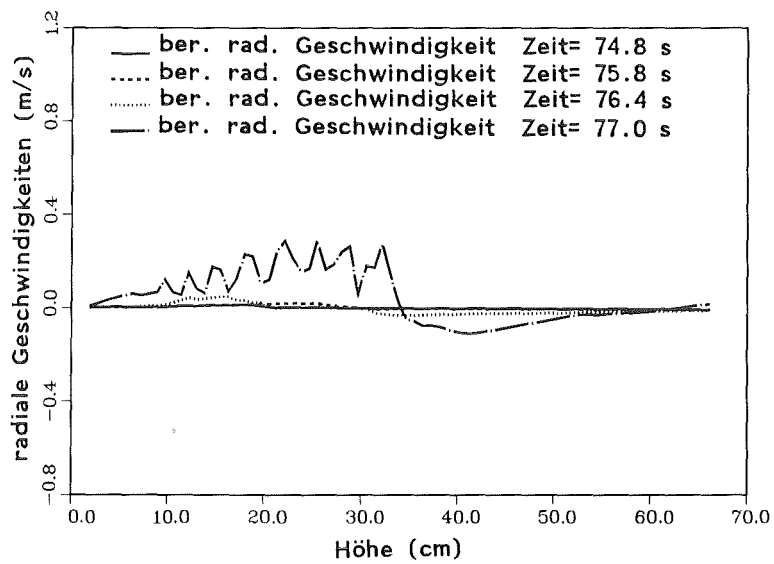


Abb. 29: Radiale Gasgeschwindigkeiten zwischen dem inneren und äußeren Kühlkanal

berechneten und gemessenen Gasdurchsätzen im Anstieg der Kurven und während der globalen Hüllrohrbewegung nach 76.2 sec auf. Aufgrund der zunehmenden Blockierung des inneren Kühlkanals sinken die berechneten Gasströmungsraten drastisch ab. Schließlich beträgt der Gasdurchsatz im inneren Kanal nur noch etwa ein Viertel, im äußeren Kanal etwa die Hälfte des ursprünglichen Wertes. Der gesamte Gasdurchsatz reduziert sich auf die Hälfte seines stationären Wertes. Es ist auch interessant festzustellen, daß der gemessene Gesamtgasdurchsatz gegen den berechneten zu konvergieren scheint, insbesondere wenn man eine dynamische Zeitkonstante des Durchflußmeters von 4 sec annimmt. Ferner zeigen die Rechnungen, daß die frühe Hüllrohrbewegung auf dem zentralen Brennstab in der Zeit zwischen 74.3-76.2 sec die Gasströmung nur unwesentlich beeinflusst. Diese Beobachtung deckt sich mit dem optischen Eindruck der Filmaufnahmen, daß die frühe Hüllrohrbewegung sehr ruhig verläuft und keine gravierenden Geometrieänderungen verursacht. Weiterhin zeigen die Rechnungen, daß die Gasgeschwindigkeiten diejenigen der Hüllrohrschmelze nachhaltig beeinflussen. So strömte das Hüllrohr zu Anfang mit Geschwindigkeiten zwischen (1-3) m/s, nach und während der Reduktion des Gasdurchsatzes jedoch nur mit (0.5-1) m/s. Die berechneten Tropfengeschwindigkeiten bleiben ebenfalls im Rahmen dieser Werte. Schließlich zeigt Abb. 29 die Verteilung der radialen Gasgeschwindigkeiten längs des Brennstabbündels für vier ausgewählte Zeitpunkte. Diese Geschwindigkeiten sind positiv, wenn sie vom inneren zum äußeren Kühlkanal gerichtet sind und negativ sonst. Es ist zu beachten, daß die Abszissen in den Abbildungen 27 und 29 um etwa 7 cm gegeneinander verschoben sind, wodurch der Nullpunkt in Abb. 27 der Abszissenkoordinate  $z = 7$  cm in Abb. 29 entspricht. Die radialen Gasgeschwindigkeiten sind im wesentlichen null, bis bei  $T = 76.2$  sec ein größerer Teil des Hüllrohrs schmilzt und im oberen Blanket wieder erstarrt. Dadurch wird der innere Kühlkanal teilweise oder völlig blockiert, was zu einer radialen Gasströmung führt, die vor der Hüllrohrblockade positiv und negativ dahinter ist. Dies spiegelt direkt die Druckverhältnisse in den beiden Strömungskanälen wider, wo der Druck im inneren Kühlkanal zunächst größer als im äußeren Kanal ist, diese Verhältnisse sich aber hinter der Blockade auf Grund des großen Druckabfalls an ihr umkehren. Integriert man die radiale Strömungsrate vor und hinter der Hüllrohrblockade auf, so erhält man typischerweise etwa  $4 \cdot 10^{-4}$  kg/sec. Dies sind ungefähr 10% des axialen Gasdurchsatzes

durch den äußeren Kühlkanal und 40% des Gasdurchsatzes durch den inneren Kanal, wenn man die Werte nach  $T = 77$  sec zugrunde legt. Dieses Ergebnis verdeutlicht die Bedeutung der radialen Querströmungen in einem Brennstab-bündel.

Schließlich zeigt die folgende Abbildung 30 die Temperaturgeschichte des Brennstoffs und Hüllrohrs in den verschiedenen Brennstäben auf. Die axiale Position ist etwa 3 cm über dem unteren Ende der Spaltzone.

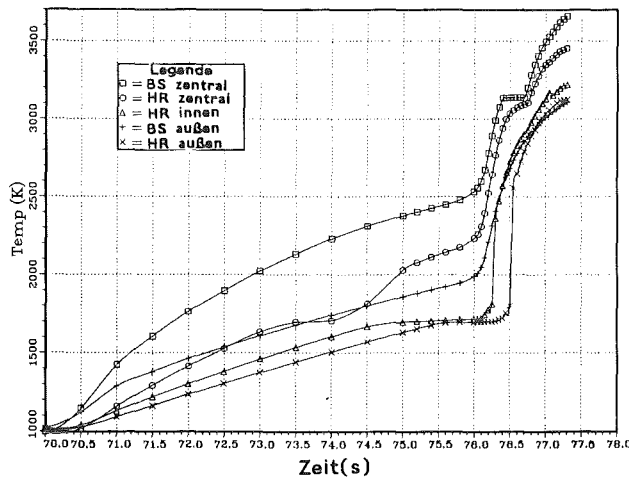


Abb. 30: Temperaturgeschichte der Brennstäbe im STAR2 Experiment

Aus obiger Abbildung ist zu ersehen, daß der Brennstoff des zentralen Brennstabs auf Grund der hohen Anreicherung am heißesten ist. Die Temperaturen erreichen während des zweiten Leistungspulses bei  $T = 78.3$  sec die Schmelztemperatur. Dies erklärt, warum der zentrale Brennstab (etwas früher schon) anfängt, sich zu verbiegen. Offensichtlich geht bei Temperaturen um 3000 K die strukturelle Stabilität verloren. Der Brennstoff der anderen Brennstäbe heizt sich ebenfalls schnell auf und erreicht bei  $T = 76.8$  sec 3000 K. Nach den Filmaufnahmen verbiegen sich die Brennstäbe zur Zeit  $T = 76.601$  sec. Weiterhin kann man aus Abb. 30 ersehen, daß das Hüllrohr auf dem zentralen Brennstab bei  $T = 74.3$  sec geschmolzen ist, das auf den äußeren Brennstäben bei  $T = 76.2$  sec bzw.  $T = 76.4$  sec. Dieses Ergebnis ist in sehr guter Übereinstimmung mit dem Experiment.

Das in STAR2 verwendete Kleinbündel besaß wesentliche Charakteristiken einer reaktortypischen Geometrie. Die Brennstäbe waren in einer Sechseckanordnung aufgebaut, der hydraulische Durchmesser betrug 4.7 mm und war damit prototypisch. Das Fehlen eines Stabs in der äußeren Brennstabreihe hat die Hüllrohrmaterialbewegung wahrscheinlich in zwei Punkten beeinflusst. Die Strömung der Gasphase durch das Bündel war besonders in der Zeit der Hüllrohrbewegung nicht völlig charakteristisch, da sich die Strömung vornehmlich auf hydraulisch unbelastete Unterkanäle verteilte. Dadurch wirkten geringere Schleppkräfte auf die Hüllrohrschmelze, so daß deren Geschwindigkeiten eventuell unterschätzt wurden. Tatsächlich verläuft die erste Phase der Hüllrohrbewegung auf dem Zentralstab sehr ruhig ohne beobachtbaren Nettotransport. Als zweiter Punkt ist zu nennen, daß die Neutronenflußverteilung im Zentralstab wegen des fehlenden Brennstabs azimuthal asymmetrisch war und somit auch die Hüllrohrtemperaturen. Das Hüllrohr scheint schließlich auf der Seite des fehlenden Brennstabs zuerst zu schmelzen und sich dann auf der Rückseite zusammenzuziehen. Dieser Kontraktionsprozeß könnte durch thermokapillare Kräfte bedingt sein, welche die Schmelze zu den kälteren Zonen auf der Rückseite hinziehen. Ähnliche Kontraktionsprozesse werden auch im STAR1-Experiment beobachtet und scheinen ein Charakteristikum der Hüllrohrbewegung zu sein. Azimutale Bewegungen können mit dem SANDCMOT-Modell nicht beschrieben werden. Jedoch treten diese nur kurz nach dem Durchschmelzen des Hüllrohrs auf und scheinen die globale Hüllrohrbewegung nur unwesentlich zu beeinflussen. Diese war in wesentlichen Zügen prototypisch für den Reaktorfall.

## IX. Zusammenfassung

Das zuvor beschriebene SANDCMOT-Modell ist ein phänomenologischer Ansatz zur Beschreibung der Hüllrohrbewegung während eines Kühlmitteldurchsatzstörfalls in einem schnellen, natriumgekühlten Reaktor. Es erfüllt die Aufgabe, für ein Brennstabbündel die Aufheizung der Brennstäbe, das Schmelzen und die anschließende Umverteilung des Hüllrohrs bis zum Wiedereinstarrten in kälteren Zonen des oberen oder unteren Blankets zu berechnen. Das Modell basiert wesentlich auf den Ergebnissen der ersten beiden Experimente STAR1 und 2 der STAR-Versuchsserie, die gegenwärtig an dem Forschungszentrum SANDIA NATIONAL LABORATORIES ALBUQUERQUE, NEW MEXICO, USA fortgesetzt wird /20-21/. Diese 'in-pile'-Versuchsserie bietet erstmals die Möglichkeit, den Versuchsablauf zu filmen, was zusammen mit weiteren diagnostischen Hilfsmitteln ein detailliertes Studium der Hüllrohrbewegung (als auch der späteren Brennstoffbewegung) erlaubte. Die so gewonnenen Ergebnisse haben wesentlich die Entwicklung des SANDCMOT-Modells beeinflusst, dessen besonderen Merkmale die folgenden sind:

- 1.) Es berücksichtigt das Nichtbenetzen des Brennstoffs durch die Hüllrohrschmelze. Es werden mehrere Instabilitäten identifiziert, darunter die Kelvin-Helmholtz, die Kapillare und Thermokapillare Instabilität, die einen Film destabilisieren und schließlich in einzelne Wellen, Rinnsale oder Tropfen fragmentieren können. Aus charakteristischen Wellenlängen läßt sich das Volumen der entstehenden Fragmente abschätzen. Es ergeben sich äquivalente Tropfendurchmesser von etwa 2 mm. Dieser Wert liegt im Rahmen des in den STAR-Experimenten 1-2 beobachteten Tropfenspektrums (0.7-3 mm). Die Benetzungsverhältnisse in diesen Experimenten waren prototypisch, da auch in Gegenwart einer Natriumdampf- anstelle einer Argongasatmosphäre keine Benetzung vorliegt. Folglich werden sich ähnliche Strömungsformen während eines Störfalls entwickeln.
- 2.) Es wird ein physikalisch/mathematisches Modell der Hüllrohrmaterialbewegung in einem Brennstabbündel entwickelt, das zwei Strömungsgrundformen berücksichtigt. Die Film/Wellenströmung beschreibt die Bewegung eines Films bzw. einzelner Wellen, wie sie nach dem Zerfall eines

Films vorliegen, längs der Brennstaboberflächen. Ein Film ergibt sich als Grenzfall einer Welle für verschwindenden Kontaktwinkel der Welle zum Brennstab hin. Eine Wellenströmung führt zu relativ hohen Hüllmaterialgeschwindigkeiten, die im Mittel zwischen (1-3) m/s liegen. Die Wellenstruktur bedingt ferner, daß heißer Brennstoff frühzeitig das Kühlmittel direkt kontaktiert und dieses aufheizt. Als zweite Strömungsgrundform wird eine Tropfenströmung innerhalb des Kühlkanals betrachtet. Die beobachteten Tropfendurchmesser waren im Mittel klein genug, um eine freie Tropfenströmung ohne Kontakt zu benachbarten Brennstäben zu ermöglichen. Sich frei bewegende Tropfen sind auch unter Reaktorstörfallbedingungen zu erwarten, wenn die Brennstäbe genügend weit (z.B. im SNR-300 im Mittel mehr als 2 mm) voneinander entfernt sind. In engeren Geometrien werden die Tropfen häufiger Kontakt zu nahen Brennstäben haben, und es wird sich vornehmlich eine Wellen- oder sogar eine lokale Pfropfenströmung (wo der Tropfen die gesamte Breite des Kühlkanals einnimmt) ausbilden. Solche Strömungsformen können mit dem Wellenströmungsmodell beschrieben werden. Das Versprühen des Hüllrohrs wird durch ein neu entwickeltes Kriterium erfaßt, das auf der Wellensubstruktur basiert und kritische Gasgeschwindigkeiten nahe 40 m/s liefert, in Übereinstimmung mit dem Experiment. Ähnlich niedrige kritische Gasgeschwindigkeiten sind auch unter Reaktorstörfallbedingungen zu erwarten.

- 3.) Ein Brennstabbüdel kann durch eine äquivalente Ringraummodellgeometrie repräsentiert werden. Innerhalb der Modellgeometrie wird die Kühlkanalströmung als eine zweidimensionale (radial und axial), kompressible Strömung behandelt. Die Behandlung radialer Querströmungen des Kühlmittels erlaubt eine konsistente Beschreibung der Inkohärenzeffekte in einem Brennstabbüdel. Die Ringraummodellgeometrie liefert eine befriedigende Darstellung besonders symmetrischer Brennstabbüdel.
- 4.) Die Nachrechnung der beiden STAR-Experimente 1-2 mit dem SANDCMOT-Rechenprogramm ergibt gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die Chronologie der Hüllrohrmaterialbewegung, Hüllrohrgeschwindigkeiten sowie Ort und Zeitpunkt der Blockadebildungen werden gut reproduziert. Insbesondere das STAR2-Experiment war weitgehend reaktorprototypisch, so daß sich die Ergebnisse i.a. direkt auf den Reaktorfall übertragen lassen.



X. Nomenklatur

Die Bedeutung der verwendeten Symbole wurde meist an Ort und Stelle erläutert, weshalb die folgende Zusammenfassung nur die gebräuchlichsten Variablen noch einmal zusammenstellt:

A	(m <sup>2</sup> )	Volumen pro Längeneinheit der Film/Wellenströmung
A <sub>g</sub>	(m <sup>2</sup> )	Querschnittsfläche der Kühlkanalströmung
A <sub>c</sub>	(m <sup>2</sup> )	Querschnittsfläche des Kühlkanals
A <sub>d</sub>	(m <sup>2</sup> )	Volumen pro Längeneinheit der Tropfenströmung
A <sub>s</sub>	(m <sup>2</sup> )	Volumen pro Längeneinheit des wiedererstarteten Hüllrohrs
ACC	(m <sup>2</sup> )	Kontaktfläche zwischen zwei Kühlkanälen
B <sub>1,2</sub>	(m)	innere und äußere Berandungsfläche (pro axiale Längeneinheit) eines Kühlkanals
BOLTZ	(W/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> )	Stefan-Boltzmann-Konstante, BOLTZ = 5.6697 · 10 <sup>-8</sup> W/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup>
C <sub>g</sub>	(-)	Reibbeiwert der Wechselwirkung zwischen Film- und Gasströmung
C <sub>d</sub>	(-)	Reibbeiwert eines Tropfens
C <sub>w</sub>	(-)	Reibbeiwert der Wechselwirkung zwischen einer Welle und der Gasströmung
C <sub>ww</sub> , C <sub>p</sub>	(-)	Reibbeiwerte der Pfropfenströmung
C <sub>p</sub>	(Ws/kg K)	Wärmekapazität
CDT	(sec)	Integrationszeitschritt der Hüllrohr- und Gasdynamik
D	(m <sup>2</sup> /s)	Tropfenwiederanlagerungsrate
D <sub>d</sub>	(m)	Tropfendurchmesser
DT	(sec)	Thermodynamischer Integrationszeitschritt
DRC	(m)	Radialer Abstand zwischen zwei Kühlkanälen
d <sub>h</sub>	(m)	Hydraulischer Durchmesser eines Kühlkanals
d <sub>hr</sub>	(m)	Hydraulischer Durchmesser der Querströmungskanäle zwischen zwei Kühlkanälen
e	(Ws/kg)	Spezifische Enthalpie der Film/Wellenströmung
e <sub>d</sub>	(Ws/kg)	Spezifische Enthalpie der Tropfenströmung
e <sub>s</sub>	(Ws/kg)	Spezifische Enthalpie des wiedererstarteten Hüllrohrs

E	(m <sup>2</sup> /s)	Tropfenversprührate
f <sub>g</sub>	(-)	Reibbeiwert
f <sub>r</sub>	(-)	Reibbeiwert der Querströmungskanäle
F <sub>x</sub>	(-)	Geometriekorrekturfaktoren, x = i,s,g
g	(m/s <sup>2</sup> )	Erdbeschleunigung
h	(m)	Filmdicke
H	(m)	Höhe der Wellen
HSF	(Ws)	Schmelzwärme
k	(W/m K)	Wärmeleitfähigkeit
K	(kg/ms)	Impulsaustauschfunktion zwischen Tropfen und einer Gasströmung
K <sub>ag</sub>	(m <sup>2</sup> )	Axiale Projektion der Kontaktfläche einer Welle zur Gasströmung hin
K <sub>ng</sub>	(m <sup>2</sup> )	Die zur Gasströmung normale Projektion einer Welle
m <sub>i</sub>	(kg)	Masse einer Zelle um die Stützstelle i (s. Brennstabmodell)
m	(kg/ms)	Schmelz- oder Ausfrierrate der Film/Wellenströmung
m <sub>s</sub>	(kg/ms)	Schmelz- oder Ausfrierrate des erstarrten Hüllrohrs
N	(m <sup>-1</sup> )	Anzahl der Wellen pro axiale Längeneinheit
N <sub>d</sub>	(m <sup>-1</sup> )	Anzahl der Tropfen im Kühlkanal pro axiale Längeneinheit
N <sub>E</sub>		Anzahl der Versprühereignisse im betrachteten Integrationszeitschritt CDT
P <sub>g</sub>	(N/m <sup>2</sup> )	Druckfeld der Gasströmung
P <sub>G</sub>	(N/m <sup>2</sup> )	Sog über einer Welle
P <sub>f</sub>	(N/m <sup>2</sup> )	Druckfeld der Film/Wellenströmung
q <sub>x</sub>	(W/m <sup>2</sup> )	Wärmestrom, x = i,ic,s,g,...
Q <sub>x</sub>	(W)	Leistung, x = i,b
q <sub>rad</sub>	(W/m <sup>2</sup> )	Wärmestrom auf Grund der Wärmestrahlung
R	(W/m K)	Wärmeaustauschfunktion zwischen einem Tropfen und der Gasströmung
r <sub>g</sub>	(m)	Radius der Filmoberfläche zur Gasphase hin
r <sub>s</sub>	(m)	Radius der Filmoberfläche zum Brennstab hin
S <sub>g</sub>	(m)	Kontaktfläche pro axiale Längeneinheit aller in einer Masche befindlicher Wellen zur Gasphase hin
S <sub>s</sub>	(m)	Kontaktfläche pro axiale Längeneinheit aller in einer Masche befindlicher Wellen zum Brennstab hin

t	(sec)	Zeitvariable
$T_x$	(K)	Temperatur, $x = i, g, d, s$
TLF	(K)	Liquidustemperatur des Hüllrohrs
TSF	(K)	Solidustemperatur des Hüllrohrs
u	(m/s)	Radiale Tropfengeschwindigkeiten
$u_g$	(m/s)	Radiale Gasgeschwindigkeiten
v	(m/s)	Axiale Geschwindigkeit der Film/Wellenströmung
$v_d$	(m/s)	Axiale Tropfengeschwindigkeiten
$v_g$	(m/s)	Axiale Gasgeschwindigkeiten
$v_H$	(m/s)	Axiale Geschwindigkeit des homogenen Strömungsmodells
$V_w$	(m <sup>3</sup> )	Volumen einer Welle bzw. eines Tropfens
$W_g$	(kg/s)	Radiale Strömungsrate der Gasphase
We		Weberzahl eines Tropfens
Z	(m)	Axiale Koordinate

#### Griechische Variable

	(-)	Anteil der Gasströmung am Gesamtquerschnitt des Kühlkanals (Void)
$\beta$	°	Winkel (s. Modellgeometrie)
$\beta_i$	W/m K	Wärmeübergangskoeffizient
		Wichtungparameter explizit/implizit
	m	Rauhigkeitshöhe
Z	m	Axiale Maschenweite
	°	Kontaktwinkel der Hüllrohrschmelze auf dem Brennstab
x	W/m <sup>2</sup> K	Wärmeübergangszahl, $x = ic, s, g, \dots$
$\mu$	kg/ms	Dynamische Viskosität des Hüllrohrs
$\mu_g$	kg/ms	Dynamische Viskosität der Gasphase
	m <sup>2</sup> /s	Kinematische Viskosität des Hüllrohrs
g	m <sup>2</sup> /s	Kinematische Viskosität der Gasphase
x	kg/m <sup>3</sup>	Dichte, $x = f, g, d, s$
H	kg/m <sup>3</sup>	Dichte der homogenen Gas/Tropfenströmung
	N/m	Oberflächenspannung
	N/m <sup>2</sup>	Schubspannung
res	(sec)	Residenzzeit der Tropfen im Kühlkanal

Indices

b	'boundary'
c	Kühlkanal
d	Tropfen
e,E	'entrainment'
f	Film/Wellenströmung
g	Gasphase
H	Homogenes Strömungsmodell
i	radialer Index, häufig auf das Brennstabmodell bezogen
ic	intaktes Hüllrohr
j	Axialer Index
k	Radialer Index
l	Häufig 1 oder 2 zur Kennzeichnung der inneren (l=1) bzw. äußeren (l=2) Berandungsfläche eines ringförmigen Kühlkanals
l	'liquid'
n	Zeitindex
p	Pfropfen
r	radial, Reibung, 'Radiation'
s	solid (wiedererstartetes Hüllrohr)
ss	'stainless steel'
t	turbulent
v	Zeitindex
w	Welle
z	axial
$\Psi$	azimutal

XI. Literaturverzeichnis

- /1/ K. Wirtz, 'Lectures on Fast Reactors', Gesellschaft für Kernforschung mbH (1973)
- /2/ D. Smidt, 'Reaktortechnik', G. Braun Karlsruhe (1971)
- /3/ A.E. Waltar, A.B. Reynolds, 'Fast Breeder Reactors', Pergamon Press (1981)
- /4/ P. Wirtz, 'Ein Beitrag zur theoretischen Beschreibung des Siedens unter Störfallbedingungen in natriumgekühlten schnellen Reaktoren', KfK 1858 (1973)
- /5/ R. Fröhlich et al., 'Analyse schwerer hypothetischer Störfälle für den SNR 300 Mark 1A Reaktorkern', KfK 2310 (1976)
- /6/ L.L. Smith, N.N. Sheheen, 'SIMMER II: A Computer Program for LMFBR Disrupted Core Analysis', NUREG/CR-0453, LA-7515-M (1980)
- /7/ D.R. Ferguson et al., 'The SAS4A LMFBR Accident Analysis Code System: A Progress Report', CONF-761001 (1976), Chicago
- /8/ R.E. Henry et al., '28-Pin Cladding Relocation Experiments', Trans. Am. Nucl. Soc. 21, 322 (1975)
- /9/ W. Maschek, D. Struwe, 'Verhalten eines Schnellbrüter Reaktorkerns von 2000 MWe bei Kühlmitteldurchsatzstörfällen', Proc. Reaktortagung Mannheim, 342 (1977)
- /10/ G. Angerer, 'Modelltheoretische Untersuchungen des Abschmelz- und Wiedererstarrungsvorgangs von Brennstabhüllen während Störfällen in schnellen natriumgekühlten Reaktoren', KfK 2662 (1978)
- /11/ K. Feind, 'Strömungsuntersuchungen bei Gegenstrom von Rieselfilmen und Gas in lotrechten Rohren', VDI-Forschungsheft 481, Ausgabe B, Band 26 (1960)
- /12/ T.G. Theofanous et al., 'Incoherency Effects in Clad Relocation Dynamics for LMFBR CDA Analysis' Nucl. Eng. Design, 36, 59 (1976)
- /13/ M. DiMonte, T.G. Theofanous, 'Cladding Relocation Dynamics Incoherency Effects', Trans. Am. Nucl. Soc. 22, 405 (1975)
- /14/ R.E. Henry et al., 'Cladding Relocation Experiments', Proc. Conf. Fast Reactor Safety and Related Physics, CONF-761001, Chicago, Illinois, 4, 1691 (1976)
- /15/ G. Höppner et al., 'TREAT R5 Loss-of-Flow Experiment in Comparison with SAS Pretest Analysis', Trans. Am. Nucl. Soc. 18, 213 (1974)
- /16/ D. Struwe et al., 'CAPRI - A Computer Code for the Analysis of Hypothetical Core Disruptive Accidents in the Predisassembly Phase', Proc. Conf. Fast Reactor Safety, CONF-740401, Beverly Hills, Ca, 3, 1525 (1974)

- /17/ B. Kuczera, D. Struwe, P. Wirtz, 'Ansätze zur Behandlung hypothetischer Störfälle in natriumgekühlten schnellen Brutreaktoren', KfK Nachrichten 1/73, 15 (1973)
- /18/ V. Casal, 'Experimental Investigation of Clad Motion in LMFBR', Proc. LMFBR Safety Topical Meeting, Vol. IV, 271, Lyon (1982)
- /19/ J. Papin, M. Fortunato, J.M. Seiler, 'Synthesis of Clad Motion Experiments Interpretation: Codes and Validation', Proc. 2nd International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics, Vol. II, p. 1274-1281, Santa Barbara, Ca, Januar 1983
- /20/ Steven A. Wright, G. Schumacher, P. Henkel, 'STAR 1 Quick Look Report', unveröffentlicht, Sandia Natl. Lab., Albuquerque, NM, USA (1984)
- /21/ Steven A. Wright, G. Schumacher, P. Henkel, 'STAR 2 Quick Look Report', unveröffentlicht, Sandia Natl. Lab., Albuquerque, NM, USA (1984)
- /22/ S.A. Wright, P. Henkel, G. Schumacher, 'Investigation of Fuel and Clad Relocation During LMFBR Initiation Phase Accidents - The STAR-Experiment Program', Trans. Am. Nucl. Soc. 46, 505-507 (1984)
- /23/ P. Henkel, 'Numerical Simulation of Model Experiments with the CMOT-Code', Proc. LMFBR Safety Topical Meeting, Vol. II, 77 Lyon (1982)
- /24/ P. Henkel, 'Analyse von Phänomenen der Hüllrohrbewegung; Anwendung des CMOT-II-Codes auf Hüllenschmelzexperimente', KfK 3847 (1985)
- /25/ S.G. Bankoff, H.H. Tung, 'Rivulet Formation on a Heated Wall', Proc. 7th Int. Heat Transfer Conf., München, West Germany, 4, 363-368 (1982)
- /26/ S. Chandrasekhar, 'Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability', Dover Publ. Inc., New York (1981)
- /27/ J.J. Xu, S.H. Davis, 'Convective Thermocapillary Instabilities in Liquid Bridges', Phys. Fluids, 27, 1102-1107 (1984)
- /28/ P.K. Mast, 'SANDPIN', unveröffentlicht, Sandia Natl. Lab., Albuquerque, NM, USA
- /29/ M.A. Grolmes et al., 'Flooding Correlation for Sodium and Cladding Motion in Subassembly Voiding', Trans. Am. Nucl. Soc., 18, 209 (1974)
- /30/ M.A. Grolmes, G.A. Lambert, 'Film Motion and Cladding Relocation - Flooding and Entrainment Studies', ANL-RDP-25, p. 714 (1974)
- /31/ T.G. Theofanous et al., 'Clad Relocation Dynamics - The Physics and Accident Evolution Implications', Proc. Conf. Fast Reactor Safety and Related Physics, CONF-761001, Chicago, Illinois, 4, 1697 (1976)

- /32/ B.E. Anshus, E. Ruckenstein, 'The Appearance of Dry Patches on a Wetted Wall', J. Colloid and Interface Science, Vol. 51, 12-22 (1975)
- /33/ W.S. Norman, V. McIntyre, 'Heat Transfer to a liquid film on a vertical surface', Trans. Instn. Chem. Engrs., Vol. 38, 301-307 (1960)
- /34/ F.F. Simon, Y.Y. Hsu, 'Thermocapillary induced breakdown of a falling liquid film', NASA, TN D-5642 (1970)
- /35/ D.E. Hartley, W. Murgatroyd, Int. J. Heat Mass Transfer 7, 1003 (1964)
- /36/ R.W. Ostensen et al., 'Intrusion of Molten Steel into Cracks in Solid Fuel in a Transient-Undercooling Accident in a Liquid-Metal Fast Breeder Reactor', Nucl. Technology 36, 200 (1977)
- /37/ B. Gayet, 'Examens Complementaires - Scarabee XII', (1977)  
unveröffentlicht
- /38/ P. Nikolopoulos, G. Ondracek, 'Interfacial Energies Between Uranium-dioxide and Liquid Metals', J. Nucl. Mat. 98, 306-312 (1981)
- /39/ P. Nikolopoulos, et al., 'The Influence of Sodium Vapour on the Wetting of UO<sub>2</sub>-Stainless Steel 1.4970 (Liquid) and Its Interpretation Using Scanning Auger Spectroscopy', J. Nucl. Mat. 101, 277-287 (1981)
- /40/ B.V. Spencer et al., 'Summary and Evaluation of R-Series Loss-of-Flow Safety Tests in TREAT', Proc. Conf. Fast Reactor Safety and Related Physics, CONF-761001, Chicago, Illinois, 4, 1647 (1976)
- /41/ R.E. Holtz, B.W. Spencer, F.J. Testa, 'Summary of Fuel Motion Resulting from the R-Series Loss-of-Flow Experiments', Trans. Am. Nucl. Soc., 23, 358 (1976)
- /42/ A.B. Rothmann et al., 'Results of Recent TOP and LOF Experiments in TREAT', Proc. Conf. Fast Reactor Safety and Related Physics, CONF-761001, Chicago, Illinois, 4, 1625 (1976)
- /43/ J. Dadillon et al., 'CABRI Project - Recent Progress and Present Status', Proc. of the LMFBR Safety Topical Meeting, Lyon, France, July 19-23, 1982
- /44/ S.A. Wright, G. Schumacher, P. Henkel, 'STAR 3 Quick Look Report', 'STAR 4 Quick Look Report', unveröffentlicht Sandia Natl. Lab., Albuquerque, NM, USA (1984)
- /45/ S.A. Wright, G. Schumacher, P.R. Henkel, 'In-pile Observation of Fuel and Clad Relocation During LMFBR Core Disruptive Accidents', Veröffentlichung geplant in Nuclear Technology 1985
- /46/ F.H. Harlow, A.A. Amsden, 'Numerical Calculation of Multiphase Fluid Flow', J. Comp. Phys. 17, 19-52 (1975)

- /47/ M. Epstein, L.J. Stackyra, G.A. Lambert, 'Transient Solidification in FLOW into a Rod Bundle', J. Heat Transfer, 102, 330-334 (1980)
- /48/ M. Epstein, A. Yim, F.B. Cheung, 'Freezing-Controlled Penetration of a Saturated Liquid into a Cold Tube', J. Heat Transfer 99 (1977)
- /49/ A.K. Sen and S.H. Davis, 'Steady thermocapillary flows in two-dimensional slots', J. Fluid Mech. 121, 163-186 (1982)
- /50/ S. Ostrach, 'Low-Gravity Fluid Flows', Ann. Rev. Fluid Mech. 14, 313-345 (1982)
- /51/ T. Fujita, T. Ueda, 'Heat Transfer to Falling Liquid Films and Film Breakdown - I, Subcooled Liquid Films', Int. J. Heat Mass Transfer 21, 97-108 (1978)
- /52/ G.H. Homsy, E. Meiburg, 'The effect of surface contamination on thermocapillary flow in a two-dimensional slot', J. Fluid Mech. 139, 443-459 (1984)
- /53/ M.K. Smith, S.H. Davis, 'Instabilities of dynamic thermocapillary liquid layers. Part 1. Convective instabilities', J. Fluid Mech. 132, 119-144 (1983)
- /54/ M.G. Smith, S.H. Davis, 'Instabilities of dynamic thermocapillary liquid layers. Part 2. Surface-wave instabilities', J. Fluid Mech. 132, 145-162 (1983)
- /55/ J. Dreszer, 'Mathematik Handbuch', VEB Fachbuchverlag Leipzig (1975)
- /56/ G.B. Wallis, 'One-dimensional Two-phase Flow', McGraw Hill Book Company, New York (1969)
- /57/ W.H. Henstock, T.J. Hanratty, 'Interfacial Drag and Film Height in Annular Flows', AIChE J., 22, 990 (1976)
- /58/ J. Nikuradse, Forschungsheft, p. 356 (1932)
- /59/ D.J. Brown, 'Disequilibrium Annular Flow', D. Phil. Thesis, University Oxford (1978)
- /60/ H. Schlichting, 'Grenzschichttheorie', Verlag G. Braun Karlsruhe (1958)
- /61/ R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot, 'Transport Phenomena', John Wiley & Sons (1960)
- /62/ D.K. Edwards, V.E. Denny, A.F. Mills, 'Transfer Processes, An Introduction to Diffusion, Convection and Radiation', McGraw Hill Book Company (1979)
- /63/ G. Hetsroni, 'Handbook of Multiphase Systems', p. 2-95 ff, McGraw Hill Book Company (1982)
- /64/ M. Ishii, M.A. Grolmes, 'Inception Criteria for Droplet Entrainment in Two-Phase Concurrent Film Flow', AIChE J. 21, 308-318 (1975)



- /65/ M. Ishii, M.A. Grolmes, 'Prediction of Onset of Entrainment for Liquid Metals', Trans. Am. Nucl. Soc. 21, 325 (1975)
- /66/ P.B. Whalley, G.F. Hewitt, 'The Correlation of Liquid Entrainment Fraction and Entrainment Rate in Annular Two Phase Flow', AERE-R 9187, UKAEA, Harwell (1978)
- /67/ D.E. Woodmansee, T.J. Hanratty, 'Mechanism for the Removal of Droplets from a Liquid Surface by a Parallel Air Flow', Chem. Eng. Sci. 24, 299-307 (1969)
- /68/ M. Pilch, P.K. Mast, 'PLUGM - A Coupled Thermal-Hydraulic Computer Model for Freezing Melt Flow in a Channel', NUREG/CR-3190, SAND82-1580 (1984)
- /69/ L.L. Smith et al., 'SIMMER II: A Computer Program for LMFBR Disrupted Core Analysis', NUREG/CR-0453, LA-7515-M
- /70/ J.M. Galan Erro, 'Modèle de fusion, mouvement et relocalisation de gaine faisant suite à une réduction de débit du circuit de refroidissement dans un réacteur à neutrons rapides refroidi au sodium', Thèse docteur, Aix-Marseille 1, 1980
- /71/ G.D. Smith, 'Numerical Solution of Partial Differential Equations', Oxford University Press (1965)
- /72/ F. Kedziur, 'CALIPSO - Ein Programm zur Berechnung von Fluidodynamik, Thermodynamik und Geometrieänderungen in versagenden Brennelementen eines schnellen Brutreaktors', KfK 3363 (1982)
- /73/ C.W. Hirt, 'Heuristic Stability Theory for Finite-Difference Equations', J. Comp. Physics 2, 339-355 (1968)
- /74/ F.H. Harlow, A.A. Amsden, 'A Numerical Fluid Dynamics Calculation Method for All Flow Speeds', J. Comp. Physics 8, 197-213 (1971)
- /75/ F.H. Harlow, A.A. Amsden, 'Numerical Calculation of Almost Incompressible Flow', J. Comp. Physics 3, 80-93 (1968)
- /76/ W.R. Bohl, T.J. Heames, 'A Cladding Motion Model for LMFBR Loss-of-Flow Accident Analysis', Trans. Am. Nucl. Soc., 17, 358 (1973)
- /77/ W.R. Bohl, T.J. Heames, 'CLAZAS: The SAS3A Clad Motion Model', ANL/RAS 74-15 (1974)
- /78/ W.R. Bohl, 'CLAP: A Cladding Action Program for LMFBR HCDA LOF Analysis', Trans. Am. Nucl. Soc. 23, 348 (1976)
- /79/ M. Ishii et al., 'One-Dimensional Cladding - Relocation Model for Fast-Reactor Loss-of-Flow Accidents', ANL-76-37 (1976)
- /80/ M. Ishii et al., 'Molten Clad Motion Model for Fast Reactor Loss-of-Flow Accidents', Nucl. Sci. Eng. 60, 435 (1976)

- /81/ M. Ishii et al., 'Multichannel Cladding Relocation Model for Loss-of-Flow Accidents in LMFBRs', Trans. Am. Nucl. Soc. 26, 375 (1977)
- /82/ W.L. Chen et al., 'Parametric Study of the Molten-Clad Motion Based on One-Dimensional Model', Nucl. Eng. Design, 41, 1 (1977)
- /83/ B.D. Ganapol, 'Flow Regime Modelling Study for the SIMMER-II LMFBR Safety Code: Clad Relocation', NUREG/CR-2902, LA-9499-MS

## XII. Anhang

### Anhang A

#### Radiale Tropfengeschwindigkeiten

Im folgenden soll eine Abschätzung der radialen Tropfengeschwindigkeiten gegeben werden. Wie bereits im Kapitel III.J erläutert wurde, treten radiale Tropfengeschwindigkeiten auf Grund des von der Gasströmung auf eine Welle ausgeübten Sogs auf. Dieser Sog wirkt zunächst gegen die Adhäsionskräfte der Welle zum Brennstab hin. Ist er größer als jene, so bewegt sich die Welle radial vom Brennstab weg. Da die intermolekularen Kräfte nur eine Reichweite von mehreren Angström haben, wird die Welle radial beschleunigt, bis sich der Sog abbaut. Die Beschleunigungsphase ist sicher beendet, wenn sich die Welle ein Stückweit von der Größenordnung ihrer Amplitude  $H$  vom Brennstab entfernt hat:

$$T \approx 2 \cdot H / u \quad \text{A.1}$$

$u$  ist die radiale Geschwindigkeit der Welle (des Tropfens) nach der Beschleunigungsphase.

Nimmt man an, daß während der Zeitspanne  $T$  eine konstante, radiale Beschleunigung  $b$  vorliegt,

$$b = K_{ag} \cdot P_g / (\rho_d \cdot V_w) \quad \text{A.2}$$

so gilt für die Endgeschwindigkeit des Tropfens

$$\begin{aligned} u &= b \cdot T \\ &= \sqrt{K_{ag} \cdot P_g \cdot 2 \cdot H / (\rho_d \cdot V_w)} \end{aligned} \quad \text{A.3}$$

In obiger Formel bedeuten  $K_{ag}$  die axiale Projektion der Kontaktfläche einer Welle zur Gasströmung hin,  $P_g$  der Sog über einer Welle,  $\rho_d$  und  $V_w$  die Dichte und das Volumen einer Welle. Nach den Gln. III.B.18 und III.J.3 gilt:

$$\begin{aligned}K_{ag} &= \pi \cdot H^2 \cdot \sin^2 \mathcal{E} / (1 - \cos \theta)^2 \\P_g &= 1/4 \cdot \rho_g \cdot (v_g - v)^2 \cdot F_g \cdot (1 - \cos \theta) / \sin \mathcal{E} \\F_G &= 0.4 \cdot \left( \frac{\rho H \sin \mathcal{E}}{d_k (1 - \cos \theta)} \right)^{0.627} \cdot Re_g^{0.229} \\ \mathcal{E} &= \min (90^\circ, \theta)\end{aligned} \tag{A.4}$$

Setzt man die obigen Gleichungen in Gl. A.3 ein und beachtet, daß

$$\pi \cdot H^3 / v_w = 3 \cdot (1 - \cos \theta) / (2 + \cos \theta)$$

so erhält man schließlich

$$u = \sqrt{1.5 \cdot F_g \cdot (\rho_g / \rho_d) \cdot \sin \mathcal{E} / (2 + \cos \theta)} \cdot (v_g - v) \tag{A.5}$$

Setzt man

$$\begin{aligned}F_g &= 5.0 \\v_g - v &= 40 \text{ m/s} \\H &= 2.0 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\\rho_g &= 0.7 \text{ kg/m}^3 \\\rho_d &= 6.9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \\\theta &= 100^\circ,\end{aligned}$$

so findet man

$$u = 0.8 \text{ m/s} \tag{A.6}$$

Dieses Ergebnis liegt im Rahmen der beobachteten radialen Tropfengeschwindigkeiten.

Anhang B

Radiale Gasgeschwindigkeiten zwischen zwei Kühlkanälen

Im folgenden soll ein Modellproblem analytisch gelöst werden. Hierzu werden zwei Kühlkanäle betrachtet, zwischen denen zur Zeit  $t = 0$  ein Druckgradient  $\Delta P^0/\text{DRC}$  herrscht und eine anfängliche Strömungsrate  $W_g^V$  vorliegt. Die beiden Kühlkanäle haben eine Kontaktfläche  $S$  und sind ansonsten nach außen hin isoliert. Sie werden durch die Indices 1 und 2 gekennzeichnet. Die radiale Impulsgleichung lautet unter Vernachlässigung der konvektiven Terme:

$$\partial_t W_g = - S \partial_r P_g - \beta \cdot W_g$$

$$\beta = 1/2 K_r \cdot /u_g/$$

$W_g$  ist die radiale Strömungsrate,

$$W_g = S \cdot \rho_g \cdot u_g \quad \text{B.1}$$

$\rho_g$  und  $u_g$  sind die Gasdichte und radiale Geschwindigkeit.  $K_r$  ist wie in Gl. III.K.6 definiert. Die obige Gleichung besagt, daß sich der radiale Impuls auf Grund eines radialen Druckgradienten sowie durch Reibungskräfte und irreversible Druckverluste ändert. Der radiale Druckgradient ist dabei eine Überlagerung aus einem zeitlich konstanten und einem mit der Strömung sich ändernden Anteil:

$$\partial_r P_g = \Delta P^0/\text{DRC} + \int (P_2 - P_1)/\text{DRC}$$

und

$$\int P_i = \int \rho_i \cdot R^* \cdot T_i, \quad i = 1, 2. \quad \text{B.2}$$

$R^*$  ist die allgemeine Gaskonstante pro Molekulargewicht und  $T_i$  sind die Temperaturen der beiden Kühlkanäle.  $\int \rho_i$  bedeuten Dichteänderungen, die mittels der Kontinuitätsgleichungen

$$\partial_t V_i \rho_i - (-1)^i \dot{W}_g = 0, \quad i = 1, 2$$

$V_i$       Volumen des Kanals  $i$

$\rho_i$       Gasdichte im Kanal  $i$

B.3

wie folgt ausgedrückt werden können:

$$\int \rho_i = (-1)^i / V_i \int_0^t W_g(t') dt' \quad \text{B.2a}$$

Damit folgt der Druckgradient zu

$$\partial_r P_g = \Delta P_0 / DRC + R^* / DRC (T_1 / V_1 + T_2 / V_2) \cdot \int_0^t W_g(t') dt' \quad \text{B.4}$$

Setzt man den Druckgradienten nach Gl. B.4 in B.1 ein und differenziert nach der Zeit  $t$ , so erhält man die Differentialgleichung

$$\partial_t^2 W_g + \beta \partial_t W_g + \alpha \cdot W_g = 0$$

$$\alpha = S / DRC \cdot R^* (T_1 / V_1 + T_2 / V_2) \quad \text{B.5}$$

Die beiden Anfangsbedingungen lauten:

$$W_g(t = 0) = W_g^v$$

$$\dot{W}_g(t = 0) = -S \cdot \Delta P_0 / DRC - \beta \cdot W_g^v \quad \text{B.5a}$$

Die allgemeine Lösung läßt sich schreiben

$$W_g(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$$

$$r_{1/2} = -\beta/2 \pm \gamma$$

$$C_1 = (-S \Delta P_0 / DRC + r_1 W_g^v) / 2 \gamma$$

$$C_2 = (S \Delta P_0 / DRC - r_2 W_g^v) / 2 \gamma$$

$$\gamma = \sqrt{\beta^2/4 - \alpha} \quad \text{B.6}$$

Ist  $\nu = 0$ , so sind die obigen Fundamentallösungen linear abhängig. Doch ist  $te^{-\beta t/2}$  eine weitere Lösung und  $W_g$  ist durch

$$W_g(t) = C_1 e^{-\beta t/2} + C_2 t \cdot e^{-\beta t/2}, \quad \nu = 0 \quad \text{B.6a}$$

gegeben. Dieser etwas singuläre Fall soll im weiteren unbeachtet bleiben, da er im allgemeinen nicht auftritt. Die allgemeine Lösung B.6 beschreibt zwei grundsätzlich verschiedene Phänomene. Ist  $\beta^2 > 4\alpha$ , so klingt  $W_g$  exponentiell mit der Zeit ab. Ist dagegen  $\beta^2 < 4\alpha$ , so ist die Lösung oszillatorisch und kann wie folgt vereinfacht werden:

$$W_g(t) = e^{-\beta t/2} \cdot (C_1 \cos \nu t + C_2 \sin \nu t)$$

$$C_1 = W_g^v, \quad C_2 = (-S \Delta P^0 / DRC - \beta/2 W_g^v) / |\nu| \quad \text{B.6b}$$

Bildet man den Mittelwert

$$\bar{W}_g = 1/CDT \cdot \int_0^{CDT} W_g(t') dt',$$

so findet man

$$\bar{W}_g = -S \cdot \Phi \cdot \Delta P^0 / DRC + \Psi \cdot W_g^v$$

$$\Phi = (1 - \chi_1 - \chi_2) / (\alpha \cdot CDT)$$

$$\Psi = 2 \chi_2 / (\beta \cdot CDT)$$

$$\chi_1 = e^{-\beta \cdot CDT/2} \cdot \begin{cases} \cosh \nu \cdot CDT & \beta^2 > 4\alpha \\ \cos \nu \cdot CDT & \beta^2 < 4\alpha \end{cases}$$

$$\chi_2 = e^{-\beta \cdot CDT/2} \cdot \beta/2 \cdot \begin{cases} 1/\nu \cdot \sinh \nu \cdot CDT & \beta^2 > 4\alpha \\ 1/|\nu| \cdot \sin \nu \cdot CDT & \beta^2 < 4\alpha \end{cases} \quad \text{B.7}$$

$\bar{W}_g$  hängt vom zeitlich konstanten radialen Druckgradienten und von der anfänglich vorliegenden Strömungsrate ab.  $\bar{W}_g$  beschreibt die über CDT gemittelte Strömungsrate und wird deshalb mit  $W_g^{v+1}$  identifiziert.

Anhang C

Programmbeschreibung

Die folgende Abbildung zeigt das Flußdiagramm des SANDCMOT Programms.

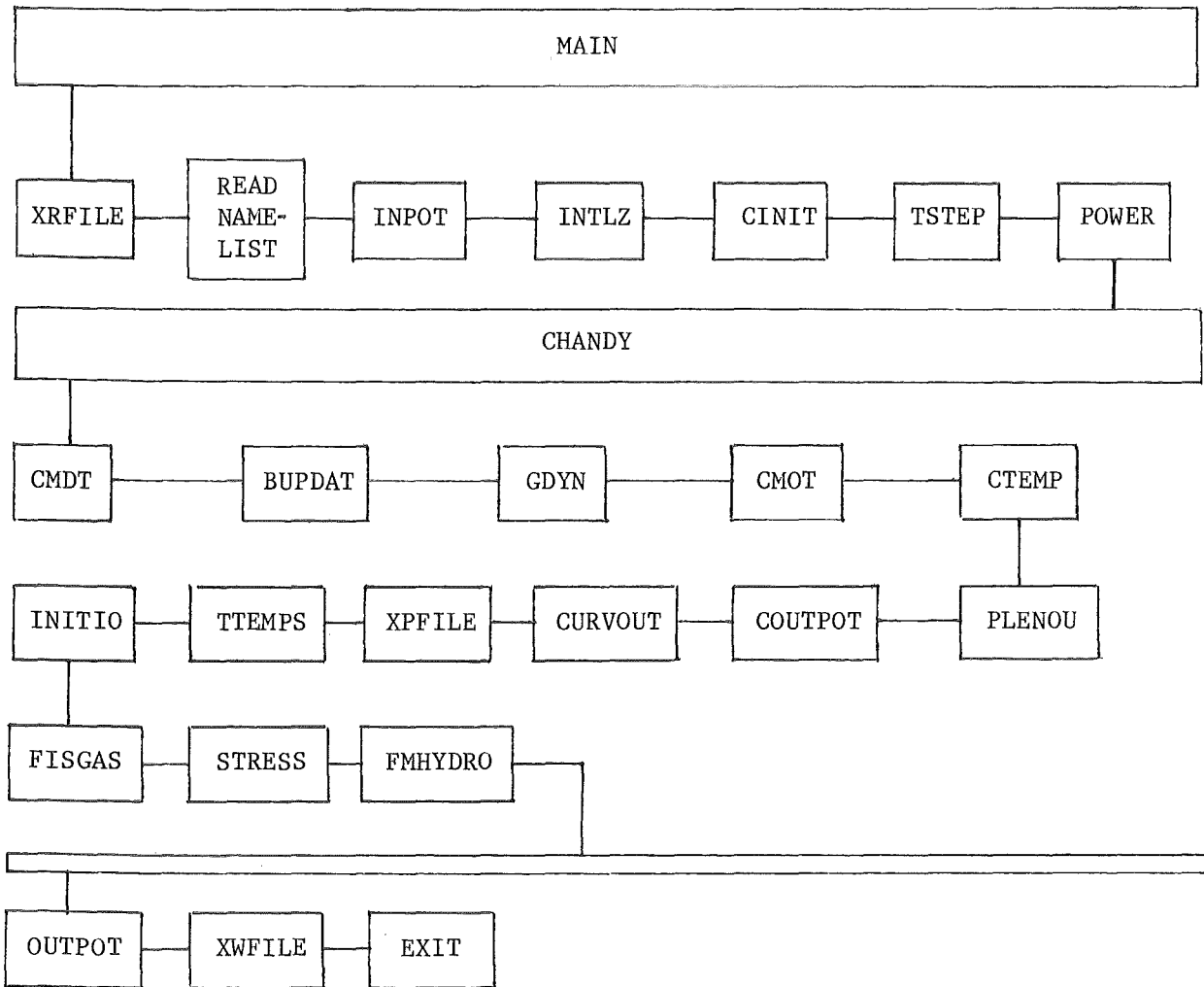


Abb. 31: Flußdiagramm des SANDCMOT-Programms



Die einzelnen, in Abb. 31 genannten Unterprogramme erfüllen folgende Aufgaben:

#### MAIN

organisiert den Programmablauf und setzt verschiedene Variable auf ihre neuen Werte.

#### XRFILE

liest die 'COMMON'-Blöcke von einem sogenannten 'RESTART'-File ein. XRFILE wird nur aufgerufen, falls über die Variable KREST spezifiziert wurde, daß die aktuelle Rechnung eine frühere fortsetzen soll.

#### INPOT

liest die SANDPIN-Eingabe ein, definiert die Geometrie und initialisiert die meisten Variablen.

#### INTLZ

vervollständigt die Initialisierung der Variablen, insbesondere der für die Spaltgasdynamik benötigten Größen.

#### CINIT

initialisiert die für die Hüllrohrbewegung benötigten Variablen. CINIT hat einen 'entry point' INITIO, in dem nachfolgend das für die Hüllrohrbewegung verwendete Maschennetz definiert wird. Auch werden viele der Variablen auf das neue Maschennetz hin indiziert.

#### TSTEP

berechnet den neuen thermodynamischen Zeitschritt DT aus Eingabedaten.

#### POWER

bestimmt die in den Brennstäben deponierte Leistung.

#### CHANDY

organisiert die Programmschritte zur Lösung der Hüllrohr- und Kühlkanaldynamik. Insbesondere leitet es eine Iteration über den Integrationszeitschritt CDT ein, falls dieser kleiner als DT ist.

CMDT

berechnet die Hüllrohr- und Gasdynamikzeitschritte CDT.

BUPDAT

bestimmt die neuen Massenverteilungen der Film/Wellen- und Tropfenströmung. BUPDAT ruft auch das Unterprogramm ENTR auf, das die Tropfenver-  
sprüh- und Wiederanlagerungsraten E bzw. D berechnet.

GDYN

löst die Grundgleichungen der Kühlkanalgasströmung und die Impuls- und  
Energiegleichung der Tropfenströmung. Insbesondere werden die neuen Werte  
für die Druck- und Dichteverteilungen der Gasströmung sowie die neuen Gas-  
und Tropfengeschwindigkeiten berechnet.

CMOT

löst die Impuls- und Energiegleichungen der Film/Wellenströmung.

CTEMP

berechnet die neue Temperaturverteilung in der Kühlkanalströmung.

PLENOU

bestimmt die neue Temperatur des Gasplenums am Ausgang der Teststrecke.

COUPTOT

schreibt die Ausgabe zur Hüllrohr- und Gasdynamik auf die Einheit 6.

CURVOUT

schreibt Daten zur Hüllrohr- und Gasdynamik auf eine externe Einheit.  
Diese dienen zur graphischen Darstellung der Ergebnisse.

XPPFILE

schreibt alle Daten auf eine externe Einheit, die zur graphischen Dar-  
stellung der Hüllrohrbewegung benötigt werden.

TTEMPS

berechnet die Temperaturverteilungen in den verschiedenen Materialkompo-  
nenten (aus SANDPIN entnommen).

### INITIO

definiert das Maschennetz für die Berechnung der Hüllrohrbewegung und initialisiert verschiedene Variablen auf dem neuen Netz (s. auch CINIT).

INITIO wird nur einmal aufgerufen, wenn die Hüllrohrtemperatur erstmals die Schmelzbedingung Gl. III.E.1 erfüllt.

### FISGAS

führt die Spaltgasberechnungen durch.

### STRESS

berechnet die Brennstabmechanik (Spannungszustand, thermisch bedingte Volumenänderungen).

### FMHYDRO

berechnet den statischen Druck in der Brennstoffschmelze.

### OUTPOT

schreibt die Ausgabe des Brennstab- und Spaltgasmodells auf die Einheit 6 (im wesentlichen wie im ursprünglichen SANDPIN-Programm).

### XWFILE

schreibt alle 'COMMON'-Blöcke auf eine externe Einheit, von wo sie wieder bei einer Fortsetzung der Rechnung ('Restart') eingelesen werden können.

### EXIT

beendet die Rechnung.

### Eingabebeschreibung

Die Eingabe zum SANDCMOT-Programm ist aus historischen Gründen zweigeteilt. Ein erster Teil wird formatiert eingelesen und ist die Eingabe zum SANDPIN-Programm. Hierzu existiert eine ausführliche Dokumentation im Programm selbst, weshalb eine Diskussion an dieser Stelle unterbleiben soll. Dagegen wird die vom CMOT-Programm benötigte Eingabe über 'Namelist'-Anweisungen eingelesen. Es gibt elf 'Namelist'-Blöcke, deren Variablen die folgende Bedeutung haben:

NAMelist REST

KREST        Indikator für eine Fortsetzung ('RESTART', KREST = 1) oder  
              Neubeginn der Rechnung (KREST = 0)

NRFR         Einheit, von der bei einem 'Restart' die 'COMMON'-Blöcke  
              eingelesen werden

NRFW         Einheit, auf die die 'COMMON'-Blöcke geschrieben werden

ISTPM        maximale Anzahl der Integrationsschritte

ISTPI        Anzahl der Integrationsschritte bis zum nächsten Schreiben der  
              'COMMON'-Blöcke auf die Einheit NRFW

NPLT         Dummy

NAMelist TYMI

dient zum Überschreiben gewisser SANDPIN-Steuergrößen bei einem 'RESTART'.

TYME         ist ein Feld, das eine Reihe von Zeitpunkten speichert, bei  
              denen sich der thermodynamische Integrationszeitschritt DT  
              ändert

DTYME        zu TYME korrespondierender thermodynamischer Integrations-  
              zeitschritt DT

NTYME        nach NTYME Integrationsschritten erfolgt eine SANDPIN-Ausgabe

NDT         Anzahl der eingegebenen Zeitpunkte im Feld TYME

TFIN         erreicht die Problemzeit TFIN, wird die Rechnung beendet.

NAMelist NAMØ

JLI         unterer Maschenindex auf dem SANDPIN-Maschennetz, von dem ab  
              das CMOT-Maschennetz beginnt

JUI         oberer Maschenindex auf dem SANDPIN-Maschennetz, bis zu dem  
              das CMOT-Maschennetz reicht

DZW         Feld der variablen Maschenweiten des CMOT-Maschennetzes

NCOFLO       Anzahl der Kühlkanäle

IMATM       Materialnummer des Hüllrohrs (SS: IMATM = 3)

NAMelist NAM1

RENC1 kritische Film-Reynoldszahl  $Re_{LT}$  (1600)  
FRICB, FRICE Koeffizienten in der Reibbeiwertrelation Gl. III.F.3  
FRICB1, FRICE1 wie oben, für Gasreynoldszahlen über  $5 \cdot 10^4$   
RENCR kritische Gasreynoldszahl (2300)  
XNYFR Referenzviskosität  
NFRICO Indikator zur Auswahl einer Reibbeiwertrelation  
FRFMAX maximaler Reibbeiwert  
PMAS Plenummasse  
PLENA, PLENZ Fläche und Höhe des Plenums  
IPLen Indikator für Plenumsberechnung  
ACMIN minimale Querschnittsfläche des Kühlkanals

NAMelist NAM2

DR radialer Abstand zwischen zwei Kühlkanälen  
ACONC Kontaktfläche pro Längeneinheit zwischen zwei Kühlkanälen  
FRFR Reibbeiwertmultiplikator für radiale Gasströmung  
DOHR hydraulischer Durchmesser der Querkanäle  
FORIF Drosseldruckverlustkoeffizient  
FORIFI, FORIFO Drosseldruckverlustkoeffizienten am Ein- und Ausgang der Teststrecke ( $\xi = \Delta P / 0.5 \cdot \rho_g \cdot v_g^2$ )  
DPLOS, DPLOSI konstante Druckverluste am Ein- und Ausgang der Teststrecke  
PRGRD Koeffizient für Druckverlustberechnung des Rückströmungskanals  
NPROPT Option, ob Druckverlust oder Gasdurchsatz eingegeben wird  
JORIFI axialer Index zur Berechnung des Drosseldruckverlusts am Teststreckeneingang ( $v_g = v_g$  (JORIFI))

NAMelist NAM3

FZIP Option zur Benutzung der sogenannten 'Zip'- oder 'donor-cell' Differenzenapproximation in der Impulsgleichung der Film/Wellenströmung  
A $\emptyset$ , B $\emptyset$  Koeffizienten in der 'donor-cell'-Formulierung  
CDTMIN minimaler Integrationszeitschritt CDT

NAMELIST CLDI

Es ist als Option vorgesehen, das geschmolzene Hüllrohr als ein Pseudomaterial zu behandeln. In diesem Fall geben die SANDPIN-Größen TMLT1, TMLT2, EMMIS, IMPNT, DATM, HCOF dessen physikalische Eigenschaften an.

STEMP                    Überhitzung                    (siehe Gl. III.E.1, 1a)

NAMELIST WETT

TETCF, TETCC            Kontaktwinkel der Hüllrohrschmelze auf Brennstoff bzw.  
intaktem Hüllrohr

YAZIMT                    azimutale Wellenlänge

die restlichen Variablen werden nicht benutzt.

NAMELIST ENTR

PENTR                    Indikator für den 'entrainment'-Typ

WECR                    kritische Weberzahl

TAURES                    Residenzzeit der Tropfen im Kühlkanal

CENTR                    Faktor zur Veränderung des Versprühkriteriums III.J.5a

FENTR                    Tropfenversprühfrequenz  $F_E$  (s. Gl. III.J.8a)

DNU1-DNU3                Koeffizienten in der Nusseltzahlbeziehung für einen Tropfen

ADPMIN                    minimales Tropfenvolumen pro axiale Längeneinheit

die restlichen Variablen werden nicht benutzt.

NAMELIST THEM

RGAS                    allgemeine Gaskonstante

XMOL                    Molekulargewicht der Kühlkanalgasphase

GB                    Erdbeschleunigung

XNU1-XNU5                Koeffizienten in der Nusseltzahlbeziehung für geschmolzenes  
Hüllrohr (s. Gl. III.I.4)

die restlichen Variablen werden nicht benutzt.

NAMELIST PLOT

DTPL	Zeitinkrement zur Steuerung der Ausgabe von 'PLOT'-Daten auf die externe Einheit 12
DTWRIT	Zeitinkrement für die Ausgabe auf Einheit 6
DTCURV	Zeitinkrement für das Schreiben von zusätzlichen Daten auf die externe Einheit 16
TCURV	Zeitpunkt, ab dem Daten auf die Einheit 16 geschrieben werden
TPLOT	Zeitpunkt, ab dem Daten auf die Einheit 12 geschrieben werden
JLPR, JUPR	unterer und oberer Index zur Kennzeichnung der Daten, die auf Einheit 6 ausgedruckt werden sollen.