

KfK 4023
Februar 1986

Elektronenkühlung für niederenergetische Antiprotonen

A. Wolf
Institut für Kernphysik

Kernforschungszentrum Karlsruhe



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Kernphysik

KfK 4023

ELEKTRONENKÜHLUNG
FÜR NIEDERENERGETISCHE ANTIPROTONEN *

Andreas Wolf

* von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe (T.H.)
genehmigte Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

ZUSAMMENFASSUNG

Divergenz und Strahlgröße von gespeicherten Ionenstrahlen lassen sich verringern, indem man ihnen einen intensiven, monoenergetischen Elektronenstrahl mit geringer Transversalbewegung überlagert ("Elektronenkühlung"). Die vorliegende Arbeit behandelt zunächst die theoretischen Grundlagen der Methode und beschreibt anschließend Planung und Aufbau einer Elektronenstrahlapparatur zur Kühlung von Antiprotonen mit MeV-Energien im Speicherring LEAR am CERN. Im Hinblick auf die quantitative Beschreibung des Verfahrens werden die mikroskopischen Vorgänge bei der Dämpfung der Ionenbewegung, die Auswirkung der Dämpfung auf die Ionen in einem Speicherring und die Eigenschaften des verwendeten intensiven, magnetisch geführten Elektronenstrahls diskutiert. Besondere Aufmerksamkeit wird den vorteilhaften Auswirkungen des magnetischen Führungsfelds für den Elektronenstrahl auf die Kühlung des Ionenstrahls geschenkt. Die im Ultrahochvakuum betriebene Elektronenstrahlapparatur und die bei ihrem Aufbau gewonnenen Erfahrungen werden beschrieben; beim Testbetrieb durchgeführte Experimente werden dargestellt. Die Arbeit behandelt weiterhin die numerische Simulation der Elektronenkühlung auf der Grundlage der diskutierten Theorie. Durch die Simulation werden Kühlzeiten und Gleichgewichtszustände des Ionenstrahls bei Elektronenkühlung in einem Speicherring nach Vorgabe realistischer äußerer Parameter berechnet. Abschließend werden zerstörungsfreie Methoden zur Ausmessung der Geschwindigkeitsverteilung im Elektronenstrahl beschrieben, die bei der Optimierung der Strahlkühlung behilflich sein können.

ELECTRON COOLING FOR LOW-ENERGY ANTIPROTONS

ABSTRACT

Divergence and size of stored ion beams can be reduced superimposing on them an intense, monoenergetic electron beam with little transverse motion ("electron cooling"). The present work first considers the theoretical foundations of the method and then describes the planning and construction of an electron beam device for cooling antiprotons with MeV energies in the storage ring LEAR at CERN. With respect to the quantitative description of the method, the microscopic processes during the damping of the ion motion, the effect of the damping on an ion in a storage ring, and the properties of the intense, magnetically guided electron beam are discussed. Special attention is paid to the improvement of ion beam cooling due to the magnetic field guiding the electron beam. The electron beam device, operated in ultra-high vacuum, and the experience gained during its construction are described; experiments performed during the test period are presented. The work further develops a numerical simulation of electron cooling on the basis of the theory discussed. Given realistic external parameters, the simulation yields cooling times and equilibrium states of the ion beam during electron cooling in a storage ring. Finally, non-destructive methods for measuring the velocity distribution in the electron beam are described, which may prove helpful for optimizing the beam cooling.

INHALTSVERZEICHNIS

1.	EINLEITUNG	1
2.	MIKROSKOPISCHE THEORIE	7
2.1	Grundlegende Eigenschaften der Stoßprozesse zwischen geladenen Teilchen in Teilchenstrahlen	7
2.2	Abschätzungen zur Ladungsabschirmung	13
2.3	Kühlkraft und Diffusion	16
2.4	Einfluß eines Magnetfeldes	21
2.5	Praktische Kühlkraftberechnung und Beispiele	30
3.	DER IONENSTRAHL UND DIE AUSWIRKUNG DER ELEKTRONENKÜHLUNG	36
3.1	Der Phasenraum des Ionenstrahls	36
3.1.1	Definitionen	37
3.1.2	Betatron-Phasenraum	38
3.1.3	Der longitudinale Phasenraum	41
3.1.4	Verteilungsfunktionen zur Beschreibung des Ionenstrahls	44
3.2	Kühlratenberechnung	45
3.3	Streuprozesse im Ionenstrahl	48
3.3.1	Streuung am Restgas oder an einem internen Target	48
3.3.2	Intrabeam-Scattering	51
4.	DER ELEKTRONENSTRAHL	53
4.1	Grundlegende Beziehungen	54
4.2	Gesetzmäßigkeiten in der Elektronenkanone	57
4.3	Richtungsänderung im toroidalen Magnetfeld	60
4.4	Strahleigenschaften in der Kühlstrecke	62
4.4.1	Systematische Geschwindigkeitsunterschiede	62
4.4.2	Thermische Bewegung und Geschwindigkeitsverteilung	65
4.5	Abbremsung und Rückgewinnung des Elektronenstrahls	67
4.6	Numerische Bahnrechnungen in der Elektronenkanone und im Kollektor	70
4.6.1	Vorgehen	71
4.6.2	Berechnungen der Elektronenkanone	72
4.6.3	Berechnungen im Kollektor	79
5.	PLANUNG UND TEST DER ELEKTRONENSTRAHLAPPARATUR	83
5.1	Rahmenbedingungen am LEAR	83
5.1.1	Überblick	83
5.1.2	Strahlenergien und erwartete Kühlzeiten	84

Inhaltsverzeichnis ii

5.1.3	Vakuumanforderungen	87
5.2	Gesamtplan der Anlage	90
5.3	Beschreibung einzelner Komponenten	92
5.3.1	Elektronenkanone und Kollektor	92
5.3.2	Hochspannungsversorgung und Steuerung	96
5.3.3	Das Magnetfeld	98
5.4	Versuchsbetrieb	101
5.4.1	Vakuumbedingungen	101
5.4.2	Strahlbetrieb in der Testapparatur	109
6.	NUMERISCHE SIMULATION DER ELEKTRONENKÜHLUNG	118
6.1	Kühlratenberechnung für einzelne Ionen	118
6.2	Simulation der Strahlkühlung	126
6.3	Weiterentwicklung und Anwendung der Simulation	130
7.	AUSBLICK	132
Anhang A:	Skalare Potentiale bei der Berechnung von Kühlkraft und Diffusion	137
Anhang B:	Kanonische Störungsrechnung zur Beschreibung binärer Stoßprozesse	140
Anhang C:	Kühlkraftberechnung aus der Polarisierung eines Elektronengases	143
Anhang D:	Relativistische Beziehungen	147
Anhang E:	Start von Elektronenbahnen für numerische Rechnungen im Kollektor	149
Anhang F:	Einzelheiten zur numerischen Simulation	151
ANMERKUNGEN UND LITERATURANGABEN		155

1. EINLEITUNG

Elektronenkühlung ist ein Verfahren zur Verringerung des Phasenraumvolumens von Strahlen geladener Teilchen in Speicherringen. Diese Größe stellt bei der Herstellung von Teilchenstrahlen ein wichtiges Kriterium dar; sie charakterisiert die Abweichungen zwischen den Ortskoordinaten und Impulsen der einzelnen Teilchen. "Temperatur" und räumliche Ausdehnung eines Teilchenstrahls sind komplementäre Aspekte des Phasenraumvolumens: Die Impulsabweichungen bedingen eine Relativbewegung der Teilchen gegeneinander, deren mittlere kinetische Energie als Strahltemperatur aufgefaßt wird. Sie kann zwar mit teilchenoptischen Methoden durch die Aufweitung des Strahls verringert werden; dabei sinkt jedoch die räumliche Teilchendichte. Von einer "Phasenraumkühlung" des Teilchenstrahls wird hingegen gesprochen, wenn seine Temperatur verringert wird, ohne gleichzeitig die räumliche Ausdehnung zu vergrößern. Werden Divergenz und Energieunschärfe eines Strahls auf diese Weise reduziert, so sinken auch die Strahlabmessungen, die bei einer nachfolgenden Fokussierung der Teilchen durch äußere elektromagnetische Felder erreicht werden können.

In diesem Sinne führt Phasenraumkühlung zur Verdichtung von Teilchenstrahlen. Sie ermöglicht es, Teilchen aus einer Quelle mit geringer Phasenraumdichte in einem Speicherring zu akkumulieren. Für physikalische Experimente kann die Stromdichte der Strahlen erhöht und die Ausdehnung von Teilchenpulsen in Flugrichtung verringert werden. Andererseits kann die Strahlkühlung Störungen entgegenwirken, die das Phasenraumvolumen gespeicherter Strahlen zu erhöhen versuchen. Eine solche Störung ist z.B. die Coulomb-Viel-fachstreuung der gespeicherten Teilchen.

Jede Phasenraumkühlung eines Teilchenstrahls setzt eine Reibungskraft voraus, durch die Bewegungen relativ zu einer physikalisch vorgegebenen Geschwindigkeit und Richtung gebremst werden. Eine derartige Geschwindigkeitsvorgabe kann mit Hilfe eines zweiten, kälteren Teilchenstrahls geschehen, der mit dem zu kühlenden Strahl in Berührung gebracht wird, so daß die Teilchen beider Strahlen miteinander in Wechselwirkung treten können. Ähnlich wie bei der Abbremsung geladener Teilchen in Materie tritt dann eine Reibungskraft dadurch auf, daß durch Stoßprozesse Energie der Relativbewegung auf zahlreiche Teilchen des kälteren Strahles übergeht. Im Hinblick auf die Gesamtheit der Teilchen in beiden Strahlen findet ein Temperatenausgleich statt. Solche Strahlkühlung läßt sich realisieren, wenn zu Teilchen bestimmter Energie und Masse ein anderer, kälterer Teilchenstrahl gleicher Geschwindigkeit verfügbar ist.

2 Einleitung

Wegen der geringen Masse und leichten Verfügbarkeit von Elektronen bietet es sich an, einen Ionenstrahl mit einem gleich schnellen sowie möglichst parallelen, monoenergetischen und intensiven Elektronenstrahl zu kühlen. Diese "Elektronenkühlung" wurde im Jahre 1966 von G.I. Budker¹ erstmals öffentlich erwähnt und in den folgenden Jahren hauptsächlich von ihm und seinen Mitarbeitern theoretisch und experimentell untersucht.² Wie Abb. 1 schematisch zeigt, wird ein Elektronenstrahl auf einem geraden Teilstück eines

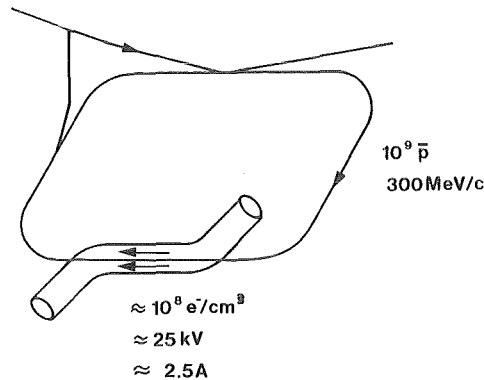


Abb. 1: Typische Situation bei der Elektronenkühlung in einem Speicherring mit niederenergetischen Antiprotonen

Speicherringes wiederholt von den zirkulierenden Ionen durchlaufen. Wegen der geringen Elektronenmasse ist dabei die Energie des Elektronenstrahls um den Faktor $1/1836$ kleiner als die eines gleich schnellen Protonen(p)- oder Antiprotonen(\bar{p})-Strahls. Zu p- oder \bar{p} -Strahlen bis ca. 2 GeV kinetischer Energie können daher gleich schnelle Elektronenstrahlen durch Beschleunigung in elektrostatischen Feldern hergestellt werden, wenn die Beschleunigungsspannung von 1 MeV hierfür als obere Begrenzung angenommen wird. Aus plasmaphysikalischen Berechnungen³ kennt man die typischen Zeiten für den Temperatenausgleich zwischen Ionen und Elektronen; bei technisch realisierbaren Dichten des Elektronenstrahls und an schwach relativistischen Teilchenstrahlen ergeben sich Zeitkonstanten der Größenordnung 1 bis 10 sec. Die Temperatur elektrostatisch erzeugter Elektronenstrahlen -- bestimmt durch die Temperatur einer Glühkathode -- beträgt nur 10^{-3} der typischen Temperatur eines gespeicherten Protonenstrahls ($\approx 100 \text{ eV}$).

Die Erkenntnis, daß durch die Emission von Synchrotronstrahlung bei hochrelativistischen Teilchenstrahlen eine Verringerung des Phasenraumvolumens auftritt,⁴ hat die schnelle Entwicklung von Elektronen- und Positronenspeicherringen ermöglicht. Dagegen war bis zum Vorschlag der Elektronenkühlung kein praktikables Verfahren zur Phasenraumkühlung von Protonen und schwereren Ionen bekannt. Zur Geschichte der Strahlkühlverfahren wird auf einen Vortrag

von A.M. Sessler⁵ hingewiesen. Bereits im Zusammenhang mit den ersten Ideen, Speicherringe zu bauen, wurde Phasenraumkühlung erwogen.⁶ Es wurde diskutiert⁷, hierfür den Energieverlust umlaufender Teilchen an Elektronen in Metallfolien auszunutzen. Der in dieser Situation auftretende Kühleffekt ist jedoch wegen der hohen Relativgeschwindigkeit zwischen Elektronen und Ionen nur gering und wird außerdem von der Streuung an den Atomkernen des Materials begleitet, so daß diese Methode keine praktische Bedeutung erlangt hat. Sie wurde allerdings kürzlich zur Verdichtung hochrelativistischer Myonenstrahlen erneut in Betracht gezogen.⁸

Zwei Jahre nach dem Vorschlag der Elektronenkühlung wies S. van der Meer darauf hin, daß eine Reibungskraft zur Strahlkühlung auch durch äußere elektromagnetische Felder hervorgerufen werden kann, wenn sie durch die "Schwankungserscheinungen" im gespeicherten Teilchenstrahl selbst gesteuert werden.⁹ Diese "stochastische Kühlung" erlaubt insbesondere die rasche Verdichtung von Teilchenstrahlen mit großer Phasenraumunschärfe. Im Gegensatz zur Elektronenkühlung ist der Aufwand für die stochastische Kühlung nicht prinzipiell von der Ionenstrahlenergie abhängig; dieses Verfahren hat daher die Akkumulation von Antiprotonen am CERN bei 3.5 GeV ermöglicht.¹⁰ Fortschritte bei der Entwicklung der stochastischen Kühlung sind an die Verminderung der Rauschleistung und die Erhöhung der Bandbreite von Hochfrequenzverstärkern gebunden. Für gespeicherte dichte Ionenstrahlen liegen die erreichbaren Kühlzeiten zur Zeit in der Größenordnung von Minuten.¹¹

Die Elektronenkühlung ist bisher in drei Projekten experimentell erprobt worden (Tabelle 1). Hierbei wurde das Auftreten einer schnellen Phasenraumkühlung, das nach den plasmaphysikalischen Abschätzungen erwartet wird, bestätigt. Motiviert waren diese Arbeiten durch die geplante Akkumulation von Antiprotonen; hierfür wären jedoch wesentlich höhere Elektronenenergien und Stromstärken erforderlich, als sie in den verschiedenen Anlagen erreicht werden konnten. Andererseits zeigten die Experimente, daß die Elektronenkühlung gut geeignet ist, schwach relativistische, dichte Ionenstrahlen hoher Qualität schnell herzustellen und unter dem Einfluß starker Streuprozesse aufrechtzuerhalten.

Mit diesen Vorzügen kann die Elektronenkühlung als ein nützliches Werkzeug der Mittelenergie-Teilchenphysik und der Kernphysik angesehen werden, das auf seine Anwendung wartet. Neben der Elektronenkühlung von niederenergetischen Antiprotonen am Speicherring LEAR am CERN, die Gegenstand dieser Arbeit ist, sind neuerdings auch für Kernphysik und Schwerionenphysik Speicherringe geplant, in denen die Elektronenkühlung eingesetzt werden soll.¹⁵ Bei den vorgesehenen Anwendungen stehen Experimente an den umlaufenden Strahlen im Vordergrund; infolge der starken Phasenraumkühlung können hier Störungen durch Streuprozesse in bisher ungekanntem Maße toleriert werden. Zudem eröffnet die Situation

Tabelle 1
Projekte zur Erprobung der Elektronenkühlung

	NAP-M ¹²	ICE ¹³	Fermilab ¹⁴	
Arbeitsbereich und Parameter der Apparaturen:				
Ionenart	p	p	p	
Ionenenergie	1.5 ... 85	46	114, 200	MeV
Elektronenenergie (max.)	46	26	111	keV
Elektronenstrom (max.)	0.8	2.2	3	A
Elektronendichte (max.)	3.7	0.8	0.6	$\times 10^8 \text{ cm}^{-3}$
Speicherringumfang	47	74	135	m
Elektronenstrahllänge	1	3	5	m
Projektzeitraum	1970-1983	1976-1980	1978-1983	
Experimentelle Ergebnisse:				
Ionenenergie	65	46	200	MeV
Elektronenstrom	0.1	1.3	1	A
Zahl gespeicherter Ionen	$\approx 10^7$	1×10^8	2×10^6	
Vakuum	7×10^{-10}	3×10^{-9}	1×10^{-8}	mbar
Kühlzeit ^a	5	2.5	5 ... 10	s
Gleichgewichtsemittanz ^b	0.23	1.5	0.4	$\pi \text{ mm mrad}$
Gleichgewichts-Impulsband ^c	$< 5 \times 10^{-5}$	6×10^{-5}	1×10^{-5}	

^a Dämpfungszeit der Divergenz auf e^{-1}

^b Mittelwert aus horizontaler und vertikaler Emittanz für 90 % der Teilchen

^c $2 \times \sigma_p$

zweier mit geringer Relativgeschwindigkeit überlagerter Teilchenstrahlen neuartige Experimentiermöglichkeiten in der Elektronenkühlanlage selbst.¹⁶

Der seit 1983 in Betrieb befindliche Low Energy Antiproton Ring (LEAR) macht die am CERN produzierten und im Akkumulator (AA) gespeicherten Antiprotonen Experimenten der Mittelenergie-Teilchenphysik zugänglich¹⁷. Für die Planung des Speicherrings LEAR waren die folgenden Ziele ausschlaggebend¹⁸:

- Abbremsen von \bar{p} auf Impulse von 0.1 GeV/c (kinetische Energien von 5.3 MeV) oder weniger (möglicherweise bis hinab zu einigen keV kinetischer Energie durch externe weitere Abbremsung);
- langsame Extraktion über ca. 10^3 sec bei Impulsen zwischen 0.1 und 2 GeV/c;
- Untersuchung der Streuung von \bar{p} an ringinternen Gastargets;

- Erzeugung von antiprotonischen Atomen ($p\bar{p}$) durch Wechselwirkung in gleichsinnig umlaufenden \bar{p} - und H^- -Strahlen;
- Speicherringexperimente bei kinetischen Energien bis 2 GeV mit gegensinnig umlaufenden p - und \bar{p} -Strahlen.

Die Grundparameter des LEAR, die sich aus diesen Anforderungen ergeben, sind in Tabelle 2 zusammengefaßt.

Gegenwärtig werden am LEAR Antiprotonen auf Impulse oberhalb von 0.2 GeV/c abgebremst und durch langsame Extraktion externen Experimenten zugeleitet. Um die Vielfalt der aufgeführten Betriebsarten zu verwirklichen, ist eine stark

Tabelle 2
Charakteristische Eigenschaften des Speicherrings LEAR

Gespeicherte Ionen	\bar{p} , p , H^- (evtl. O^{n+})
Impuls-(Energie-)Bereich	0.1 GeV/c (5.3 MeV) ... 2 GeV/c (1.3 GeV)
Einschußimpuls(-energie)	0.6 GeV/c (\bar{p}), 0.3 GeV/c (p , H^-)
Umfang	78.54 m (= $2\pi \times 12.5$ m)
Öffnung der Vakuumkammer	± 70 mm (hor.), ± 29 mm (vert.)
Vakuum ^a	3×10^{-12} mbar
Füllzyklus	3×10^9 \bar{p} alle 3600 s
langsame Extraktion	ca. 10^6 \bar{p} /s während ≈ 3000 s
Gerade Teilstücke	4×8 m
Hauptsächliche Nutzung der geraden Teilstücke: ^b	
	(1) Inflektion/Extraktion
	(2) Low- β -Insertion für internes Target bzw. $p\bar{p}$ -Kollisionen
	(3) Elektronenkühlung
	(4) HF-Beschleunigungsresonatoren

^a N_2 -Äquivalent für Coulombstreuung

^b verwirklicht oder vorgesehen; vgl. Abb. 33

wirksame Phasenraumkühlung erforderlich oder zumindest nützlich.¹⁹ In einer Zusammenarbeit zwischen dem CERN und dem Kernforschungszentrum Karlsruhe wird deshalb eine Elektronenstrahlapparatur aufgebaut, in der Antiprotonen mit Impulsen zwischen 0.1 und 0.37 GeV/c gekühlt werden können.

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Planung und den Aufbau dieser Elektronenkühlanlage. Der Aufbau ist bis zur Inbetriebnahme der Anlage mit

6 Einleitung

einem Elektronenstrahl außerhalb des Speicherrings beschrieben (Kapitel 5). Planung wird in weitem Sinne verstanden; grundsätzlich stellt sich das Problem, wie die Eigenschaften der Elektronenstrahlapparatur den Prozeß der Phasenraumkühlung beeinflussen und im Hinblick darauf zweckmäßig zu wählen sind. Es sind in diesem Zusammenhang drei Themenkreise von Bedeutung: die mikroskopische Wechselwirkung zwischen Ionen und Elektronen, deren Auswirkung auf die Ionenbewegung im Speicherring und die physikalischen Gesetzmäßigkeiten in intensiven Elektronenstrahlen (Kapitel 2 bis 4). Dabei wird ein spezielles Augenmerk auf die Bedingungen für eine "superschnelle" Phasenraumkühlung gerichtet, die auf dem Einfluß eines äußeren longitudinalen Magnetfeldes in der Elektronenstrahlapparatur beruht. Bisher besteht Zurückhaltung, diesen Effekt bei Abschätzungen der Wirksamkeit der Elektronenkühlung mit einzubeziehen. Werden die Ergebnisse der erwähnten Teilbereiche zusammengefügt, so lassen sich diesbezüglich einige einfache Regeln angeben (vgl. Abschnitt 2.5); außerdem ist es hierdurch möglich, den Prozeß der Phasenraumkühlung mit einem Elektronenstrahl unter Vorgabe der äußeren Bedingungen numerisch zu simulieren (Kapitel 6).

2. MIKROSKOPISCHE THEORIE

Die Reibungskraft, die ein Ion in einem Elektronenstrahl erfährt, wird durch das Zusammenwirken zahlreicher Stoßprozesse zwischen dem Ion und den umliegenden Elektronen verursacht. Dabei sind sowohl die binären Wechselwirkungen mit einzelnen Elektronen als auch die Auswirkungen von kollektiven Verschiebungen der Elektronen von Bedeutung. Erst die Betrachtung beider Aspekte ermöglicht es, quantitative Aussagen über die Beeinflussung des Ions durch die Elektronen zu machen.

Im folgenden werden die physikalischen Vorgänge in einem Bezugssystem betrachtet, in dem die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen verschwindet (Ruhezustand des Elektronenstrahls). Die typischen Bedingungen bei der Elektronenkühlung -- Dichte und Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen, Anwesenheit eines Magnetfeldes, dessen Stärke -- ergeben sich aus den Möglichkeiten zur Erzeugung geeigneter Elektronenstrahlen, auf die in Kapitel 4 eingegangen wird. Solche Bedingungen werden hier vorausgesetzt. Bei der mikroskopischen Beschreibung wird außerdem angenommen, daß Dichte und andere Eigenschaften der Elektronengesamtheit räumlich homogen sind, solange sie nicht gerade durch die Ladung des Ions beeinflußt werden. Diese Annahme wird im nachhinein begründet in Abschnitt 2.2 durch die Angabe des räumlichen Bereiches, in dem die entscheidenden Wechselwirkungen eines Ions mit umliegenden Elektronen stattfinden.

2.1 Grundlegende Eigenschaften der Stoßprozesse zwischen geladenen Teilchen in Teilchenstrahlen

Der Ablauf von Stoßprozessen zwischen geladenen Teilchen wird durch die große Reichweite des Coulombschen Wechselwirkungspotentials grundlegend beeinflußt. Für ein Ion (Testteilchen), das mit räumlich gleichmäßig verteilten Elektronen (Feldteilchen) in Wechselwirkung tritt, dominieren deshalb Stoßprozesse mit einer geringen Änderung der Teilchengeschwindigkeit, an denen eine große Zahl von Elektronen in relativ weitem Abstand vom Ion beteiligt ist. Der entscheidende Wechselwirkungsbereich wird nicht durch das binäre Potentialgesetz begrenzt. Erst die Reaktion der Elektronengesamtheit auf das Störfeld des Ions bestimmt die Reichweite der Wechselwirkung.

Wegen der geringen Impulsveränderung bei der überwiegenden Zahl dieser Stoßprozesse kann ihre Beschreibung in einer Störungsrechnung erfolgen. Im Anschluß daran ergeben sich Aussagen über die zeitliche Entwicklung des Bewegungszustandes des Ions mit Hilfe statistischer Annahmen über die Verteilung der Elektronen. Als Ergebnis läßt sich die Änderung des Ionenimpulses durch einen Mittelwert (die Reibungskraft) und eine Streugröße (den Diffusionstensor) angeben.

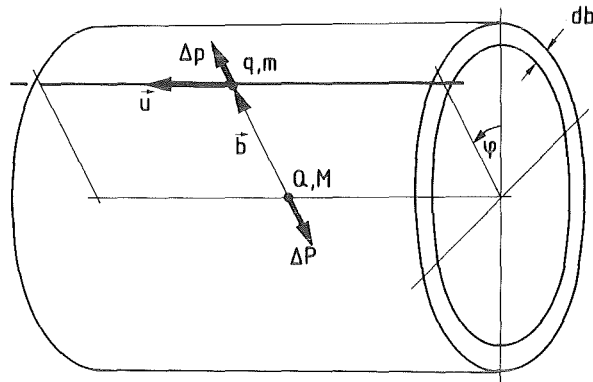


Abb. 2: Wechselwirkung eines Ions (Ladung Q , Masse M) mit einem Elektron (Ladung q , Masse m)

Für zwei geladene Teilchen der Ladung Q bzw. q , die sich mit der Relativgeschwindigkeit \vec{u} und einem Stoßparameter \vec{b} ohne Einwirkung äußerer Felder begegnen, ergibt sich der Impulsübertrag beim Stoß in erster störungstheoretischer Näherung als

$$\Delta \vec{P} = -\Delta \vec{p} = -(\vec{b}/b) \cdot 2Qq / (4\pi\epsilon_0 bu) . \quad (2-1)$$

Hierbei wird die Kraft zwischen den Teilchen entlang der geradlinigen ungestörten Flugstrecke (Abb. 2) integriert.²⁰ Die Impulsüberträge $\Delta \vec{P}$ addieren sich zu einer resultierenden Änderung des Ionenimpulses bei der Abfolge einzelner Stoßprozesse mit den Feldteilchen. Eine Mittelung über deren räumliche Verteilung läßt Wahrscheinlichkeitsaussagen über die gesamte Impulsänderung nach zahlreichen Stoßprozessen zu.

Es wird zunächst die Addition der Impulsänderungen bei Wechselwirkungen mit einem festen Betrag b des Stoßparameters und bei Variation des Winkels φ betrachtet. Bei einer solchen Integration verschwindet der Erwartungswert des Vektors der Impulsänderung, $\langle \Delta \vec{P} \rangle_\varphi$. Wird die Integration über den Winkel für die Produkte $\Delta P_i \Delta P_k$ der Vektorkomponenten durchgeführt, so ergibt sich die statistische Unschärfe der resultierenden Impulsänderung:²¹

$$\langle \Delta P_i \Delta P_k \rangle_\varphi = 2\pi n_e b u \, db \cdot (\delta_{ik} - u_i u_k / u^2) \cdot |\Delta P|^2 / 2 . \quad (2-2)$$

Hierbei ist $2\pi n_e b u db$ die Zahl der in der Zeiteinheit vom Ion passierten Feldteilchen. Über welchen Bereich der Vektor der Impulsänderung nach Ablauf des Einheits-Zeitintervalles statistisch verteilt ist, wird durch die Gesamtheit der Größen $\langle \Delta p_i \Delta p_k \rangle_\varphi$ angegeben. Diese Größen bilden den Tensor zweiter Stufe, der die Streuung des Ions bei der Wechselwirkung mit den Elektronen beschreibt. Der eingeklammerte Ausdruck in Gl. 2-2 gibt den Sachverhalt wieder, daß die möglichen Impulsänderungen in der Ebene senkrecht zur Relativgeschwindigkeit liegen (Einheitstensor senkrecht zu \vec{u}).

Da der statistische Erwartungswert des Impulsübertrages selbst verschwindet, ergibt sich in erster störungstheoretischer Näherung keine Abbremsung des Ions. Erst aus dem mittleren Energiegewinn durch den Impulsübertrag nach Gl. 2-1, der auf Kosten der ursprünglichen gerichteten Bewegungsenergie des Ions geht, läßt sich dessen mittlere Impulsänderung berechnen. Diese durch die Stoßprozesse übertragene Energie ist pro Zeiteinheit

$$\Delta E_Q = 2\pi n_e b u db \cdot (|\Delta p|^2/2m + |\Delta P|^2/2M) . \quad (2-3)$$

Hier gibt der erste Term in der Klammer den Energiegewinn der Elektronen an. Er folgt aus $\langle \Delta p_i \Delta p_k \rangle_\varphi = \langle \Delta P_i \Delta P_k \rangle_\varphi$ (Impulserhaltung) und Gl. 2-2. Durch den zweiten Term wird die Energie berücksichtigt, die bei der Streuung aus der gerichteten Ionenbewegung auf die Freiheitsgrade des Ions senkrecht zu seiner ursprünglichen Bewegungsrichtung übertragen wird.

Mit der Anwendung des Energiesatzes wird die Störungsrechnung zur Ermittlung der Reibungskraft in die zweite Ordnung fortgeführt. Dabei läßt sich der Vektor der Reibungskraft angeben, weil neben der Komponente $\vec{F}u = -\Delta E_Q$ wegen der Symmetrie der Anfangsbedingungen auch seine Richtung festliegt: Der Kraftvektor ist bei räumlicher Gleichverteilung der Elektronen, einheitlicher Elektronengeschwindigkeit und bei Abwesenheit äußerer Felder der Relativgeschwindigkeit \vec{u} entgegengesetzt. Auf die allgemeine Situation bei der Berechnung der Reibungskraft in zweiter störungstheoretischer Näherung wird in Abschnitt 2.4 eingegangen.

Aus den Gleichungen 2-1 und 2-3 ergibt sich also nach einer Integration über die Stoßparameter b der Kraftvektor

$$\vec{F} = -n_e Q^2 q^2 / (4\pi \epsilon_0^2) \cdot (1/m + 1/M) \cdot (\vec{u}/u^3) \int db/b . \quad (2-4)$$

Die gesamte Diffusionsrate des Ions folgt unmittelbar aus Gl. 2-2 durch Einsetzen von $\Delta \vec{P}$:

$$D_{ik} = n_e Q^2 q^2 / (4\pi \epsilon_0^2) \cdot (\delta_{ik}/u - u_i u_k / u^3) \int db/b . \quad (2-5)$$

Entscheidend für die Anwendung dieser Näherung ist nun die Behandlung des Integrals über den Stoßparameter b und damit die Feststellung der Grenzen, innerhalb derer die einfache Beziehung 2-1 zwischen Impulsübertrag und Stoßparameter vorausgesetzt werden kann.

Die untere Begrenzung des Stoßparameterbereiches ergibt sich naturgemäß durch den Übergang zu "violenten" Stoßprozessen, bei denen sich der Bewegungszustand mindestens eines der beiden Teilchen stark verändert. Die genaue Form der Bahnkurven wird dann wesentlich. Ohne jedoch die Einzelheiten der Bahnkurven zu betrachten, läßt sich für die untere Grenze des Bereichs, in dem die Störungsrechnung erster Ordnung gültig bleibt, eine Abschätzung angeben. Sie ergibt sich aus dem maximalen Wert²² des Energieübertrags bei Coulombstößen. Damit wird Gl. 2-1 ergänzt durch die Bedingung

$$|\Delta p|_{\max}^2 = 2m \cdot \Delta E_{\max} = 2m \cdot 2\mu^2 u^2 / m = 4\mu^2 u^2 \quad (2-6)$$

mit der reduzierten Masse $\mu = mM/(m+M)$. Der Impulsübertrag steigt also unterhalb der Stoßparametergrenze

$$b_{\min} = Qq / (4\pi\epsilon_0 \mu u^2) \quad (2-7)$$

nicht weiter entsprechend Gl. 2-1 mit b^{-1} an, sondern bleibt betragsmäßig konstant. Infolgedessen nimmt die gesamte Wirkung aller Stoßprozesse mit Elektronen im Abstand $b < b_{\min}$ in gleichem Maße wie die Zahl der beteiligten Elektronen ($\propto b$) ab.

Die obere Grenze des Stoßparameterbereiches ergibt sich aus der Abschirmung des elektrischen Feldes des Ions durch eine kollektive Bewegung der Elektronen in diesem Feld. Infolge dieser Abschirmung kann für große Stoßparameter die Coulombkraft zwischen Elektronen und dem Ion nicht mehr vorausgesetzt werden. Das Auftreten der Abschirmung läßt durch die Betrachtung unabhängiger Stoßprozesse nicht erfassen; Einzelheiten werden im weiteren Verlauf dieses Kapitels diskutiert. Indessen können die Auswirkungen in diese binäre Beschreibung eingefügt werden. Dazu wird die relative Verringerung des Impulsübertrags gegenüber Gl. 2-1 näherungsweise angegeben.

Um beiden Begrenzungen Rechnung zu tragen, werden hier die Integrale über den Stoßparameter in Gl. 2-4 und 2-5 ersetzt durch

$$\int_0^{\infty} g(b) db/b = -\int_{-\infty}^{\infty} g^*(\ln b) d(\ln b) \quad (2-8)$$

mit der Korrekturfunktion

$$g(b) = e^{-b/\lambda} \cdot \begin{cases} (b/b_{\min})^2, & b < b_{\min}; \\ 1, & b > b_{\min}. \end{cases} \quad (2-9)$$

Diese Funktion beschreibt einerseits, daß der Energieübertrag ($\propto |\Delta P|^2$) der exponentiellen Abschirmung des Coulombpotentials in einem Plasma folgt. Die Abschirmlänge λ ergibt sich aus unabhängigen Betrachtungen, vgl. Abschnitt 2.2; für die bei der Elektronenkühlung auftretende Situation gilt meist $\lambda \gg b_{\min}$. Andererseits berücksichtigt die Funktion g pauschal, aber unabhängig von der störungstheoretischen Näherung, die Mechanik der Stoßprozesse bei Entfernungen

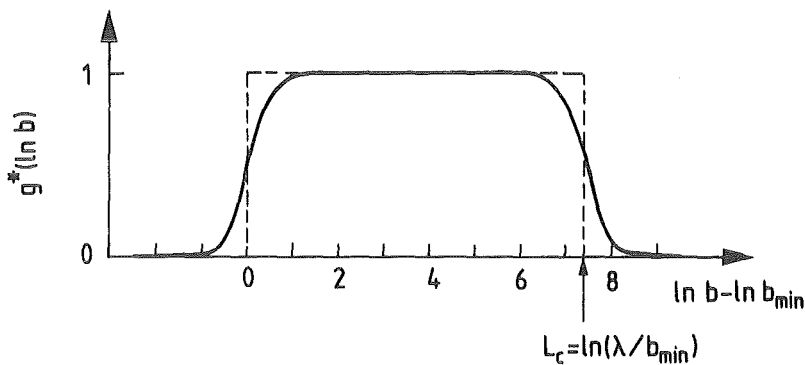


Abb. 3: Korrekturfunktion für den Energieaustausch eines Ions mit geladenen Teilchen in einem Plasma bei Variation des Stoßparameters

$b < b_{\min}$, indem $|\Delta P|^2$ auf den maximalen Wert nach Gl. 2-6 begrenzt wird.

Die auf eine logarithmische Skala transformierte Funktion $g^*(\ln b)$ ist in Abb. 3 skizziert; sie ändert sich wesentlich nur in den Bereichen $\ln \lambda \pm 1/2$ und $\ln b_{\min} \pm 1/2$. Daher kann das Integral in Gl. 2-8 annähernd durch den "Coulomb-Logarithmus"

$$L_C = \ln(\lambda/b_{\min}) \quad (2-10)$$

angegeben werden, vorausgesetzt, dieser Wert selbst ist groß gegenüber 1. Diese Näherung wird durch die geraden, unterbrochenen Linien in Abb. 3 verdeutlicht. Nach dem Ersetzen des Integrals über den Stoßparameter durch L_C sind Näherungsausdrücke für Reibungskraft und Diffusionstensor mit einer relativen Genauigkeit von ungefähr $1/L_C$ bestimmt.

Bisher wurde eine einheitliche Geschwindigkeit der Elektronen angenommen. Tatsächlich werden in einem Elektronenstrahl verschiedene Geschwindigkeiten nach einer Verteilungsfunktion auftreten, die in erster Linie durch die Temperatur der Elektronen bestimmt wird. Im thermischen Gleichgewicht erwartet man im

Ruhesystem des Elektronenstrahls bei der Temperatur T eine isotrope Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung der Form

$$f_{\text{iso}}(\vec{v}) = (\sqrt{2\pi}\Delta)^{-3} e^{-v^2/(2\Delta^2)} \quad (2-11)$$

mit der Geschwindigkeitsbreite

$$\Delta = \sqrt{kT/m} = \langle v \rangle / \sqrt{3} = \langle v_{\perp} \rangle / \sqrt{2} = \langle |v_{\parallel}| \rangle . \quad (2-12)$$

In einem Teilchenstrahl wird durch die Einwirkung äußerer Felder das thermische Gleichgewicht häufig gestört. So tritt, wie in Abschnitt 4.4.2 genauer diskutiert wird, bei der Beschleunigung der Elektronen eine Kompression der Geschwindigkeitsunterschiede in Strahlrichtung auf, wobei die longitudinale Breite der Geschwindigkeitsverteilung auf

$$\Delta_{\parallel} = \Delta_{\perp}^2 / (2\beta\gamma c) . \quad (2-13)$$

reduziert wird. Hier ist $\beta c \gg \Delta_{\perp}$ die Strahlgeschwindigkeit und $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. Das Verhältnis der transversalen und longitudinalen Breiten $\Delta_{\perp}/\Delta_{\parallel}$ wird bei den üblichen Strahlgeschwindigkeiten sehr groß ($\approx 10^3$). Eine nützliche Näherung stellt deshalb die gestauchte Geschwindigkeitsverteilung der Form

$$f_{f1}(\vec{v}) = (2\pi\Delta_{\perp}^2)^{-1} e^{-v_{\perp}^2/(2\Delta_{\perp}^2)} \cdot \delta(v_{\parallel}) \quad (2-14)$$

mit der Diracschen Deltafunktion in longitudinaler Richtung dar. Diese Verteilung erscheint im Geschwindigkeitsraum als eine flache Scheibe, die in der Ebene senkrecht zur Richtung der Strahlgeschwindigkeit liegt (englische Bezeichnung: flattened velocity distribution).

Wenn der Coulomb-Logarithmus groß gegen 1 ist, kann die Veränderung von b_{min} bei der Integration über die Geschwindigkeitsverteilung vernachlässigt und eine mittlere Relativgeschwindigkeit

$$\langle u \rangle = \max(\langle v \rangle, V) \quad (2-15)$$

außerhalb des Integrals verwendet werden. Für die relevanten Verteilungsfunktionen werden nur bei wenigen Stoßprozessen Relativgeschwindigkeiten auftreten, die um mehr als eine Größenordnung von $\langle u \rangle$ abweichen. Im entscheidenden Bereich der Geschwindigkeitsverteilung wird also die relative Variation des Coulomb-Logarithmus infolge der Veränderung von b_{min} wiederum $1/L_C$ nicht übersteigen.

Mit Hilfe einer Verteilungsfunktion $f(\vec{v})$ der Elektronengeschwindigkeiten erhält man daher in guter Näherung die folgenden Ausdrücke für den Kühlkraftvektor und den Diffusionstensor in Abhängigkeit von der Ionengeschwindigkeit \vec{V} im Ruhesystem des Elektronenstrahls:

$$\vec{F}(\vec{V}) = -n_e Q^2 q^2 / (4\pi\epsilon_0^2 \mu) \cdot L_C \cdot \int d^3v f(\vec{v}) \vec{u} / |u|^3 ; \quad (2-16)$$

$$D_{ik}(\vec{V}) = n_e Q^2 q^2 / (4\pi\epsilon_0^2) \cdot L_C \cdot \int d^3v f(\vec{v}) (\delta_{ik} - u_i u_k / u^2) / u . \quad (2-17)$$

Unter dem Integral tritt die Ionengeschwindigkeit nur innerhalb der Relativgeschwindigkeit $\vec{u} = \vec{V} - \vec{v}$ auf. Der Coulomb-Logarithmus L_C ist durch Gl. 2-10 mit

$$b_{\min} = Qq / (4\pi\epsilon_0) \min[1/(\mu V^2), 1/(\mu \langle v^2 \rangle)] \quad (2-18)$$

gegeben.

2.2 Abschätzungen zur Ladungsabschirmung

Die Größenordnung der oben eingeführten Abschirmlänge λ kann durch eine Betrachtung der Kontinuumseigenschaften des Elektronengases ermittelt werden. Die Elektronen verhalten sich in einem Bezugssystem, in dem ihre mittlere strömungsartige Bewegung verschwindet, wie in einem äußerlich neutralen Plasma^{2,3} und besitzen Gleichgewichtspositionen, die durch ihre gegenseitige Abstoßung festgelegt sind. In der Kontinuumsnäherung wird der Zustand des Plasmas durch die räumliche Verteilung der Elektronen und die Verteilung ihrer Geschwindigkeiten beschrieben, ohne die Koordinaten der einzelnen Teilchen in Betracht zu ziehen. Zeitliche Schwankungen der Ladungsdichte treten in Form von Schwingungen mit einer charakteristischen Frequenz auf, die als Plasmafrequenz bezeichnet wird und durch

$$\omega_{pl} = \sqrt{n_e q^2 / (\epsilon_0 m)} \quad (2-19)$$

gegeben ist.

Die Abschirmung der Ionenladung kann dadurch erklärt werden, daß sich die anfangs gleichförmige Elektronendichte bei der Annäherung des Ions verändert, um einen feldfreien Zustand wiederherzustellen. Die Änderung der Ladungsdichte erfolgt als Reaktion auf die Störung durch das Ion in einer charakteristischen Zeit $\tau_{pl} = 1/\omega_{pl}$. Andererseits ist bei einer Relativgeschwindigkeit u zwischen

Elektronen und einem Ion in der Entfernung b die Einwirkungsdauer des Ionenfeldes größenordnungsmäßig gegeben durch $\tau_s = b/u$, eine Zeit, die auch die Dauer der binären Stoßprozesse mit dem Stoßparameter b charakterisiert. Die Ladungsabschirmung macht sich daher in einer Entfernung $b > \lambda$ vom Ion bemerkbar, wobei die "Abschirmlänge" λ die Größe

$$\lambda = \langle u \rangle / \omega_{p1} \quad (2-20)$$

annimmt.

Für die Relativgeschwindigkeit wird hier der Mittelwert über die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen als wahrscheinlichster Wert eingesetzt. Dieser Wert kann für die Abschätzung angegeben werden durch Gl. 2-15, so daß sich die Abschirmlänge in Abhängigkeit von der Ionengeschwindigkeit schreiben läßt als

$$\lambda = \begin{cases} \langle v \rangle / \omega_{p1} = \lambda_D, & V < \langle v \rangle; \\ V / \omega_{p1} = \lambda_a, & V > \langle v \rangle. \end{cases} \quad (2-21)$$

Die Einstellung eines feldfreien Zustands im Abstand $b < \lambda$ wird für langsame Ionen ($V < \langle v \rangle$) durch die thermische Eigenbewegung der Elektronen verhindert. Ein bekannter Grenzfall dieser Situation ist die Abschirmung einer ruhenden Ladung in einem Plasma mit isotroper Maxwellverteilung der Elektronengeschwindigkeiten.²⁴ Sie erfolgt nach einem Exponentialgesetz, so daß sich der Potentialverlauf

$$\phi(r) = Q / (4\pi\epsilon_0) \cdot r^{-1} e^{-r/\lambda_D} \quad (2-22)$$

mit der Debyelänge λ_D (Gl. 2-21) ergibt. Für ein schnelles Ion ($V > \langle v \rangle$) ist die Reichweite des Potentials größer; denn die Abschirmung setzt erst ein, wenn das Ionenfeld bezüglich der Plasmaschwingungen adiabatisch auf die Elektronen einwirkt (adiabatische Abschirmlänge λ_a).

Der genaue Verlauf des Ionenfeldes unter dem Einfluß der Abschirmung geht aus dieser pauschalen Betrachtung nicht hervor. Für ein schnell bewegtes Ion und auch für ein langsames Ion im Falle der gestauchten Geschwindigkeitsverteilung im Ruhesystem eines Elektronenstrahles wird man nicht von einer kugelsymmetrischen Feldverteilung um das Ion ausgehen können, wie sie durch Gl. 2-22 beschrieben wird. Mit Hilfe der stoßfreien Boltzmann-Gleichung kann die Abschirmung eines ruhenden Ions in einem Elektronengas mit gestauchter Geschwindigkeitsverteilung ausgerechnet werden.²⁵ Dabei ergibt sich, daß der über die Winkel gemittelte Potentialverlauf weiterhin in guter Näherung durch eine Ex-

ponentialfunktion nach Gl. 2-8 mit $\lambda = \lambda_D$ beschrieben wird. Mit der gleichen Methode wird die Verwendung der adiabatischen Abschirmlänge λ_a gerechtfertigt.

Die Werte der Abschirmlänge λ und des minimalen Stoßparameters b_{min} sind in Abb. 4 als Funktionen der Ionengeschwindigkeit V im Ruhesystem aufgetragen.

Folgende äußere Parameter werden hierbei vorausgesetzt:

- Strahlgeschwindigkeit $v_0 = 0.3 \cdot c$ (Elektronenenergie ca. 25 keV)
- Elektronendichte $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$ (Stromdichte ca. 0.12 A/cm^2)
- Elektronentemperatur $T = 0.12 \text{ eV/k}$ (ca. 1350 K)
- Ionenart: Proton oder Antiproton.

Die Ionengeschwindigkeit im mitbewegten Koordinatensystem ist relativ zur Strahlgeschwindigkeit angegeben als $\theta = V/v_0$. θ_e bezeichnet die mittlere Divergenz der Elektronen durch ihre thermische Bewegung. Bei den Geschwindigkeitsabweichungen $\theta < 10^{-2}$ von Ionen in einem Speicherring erreicht

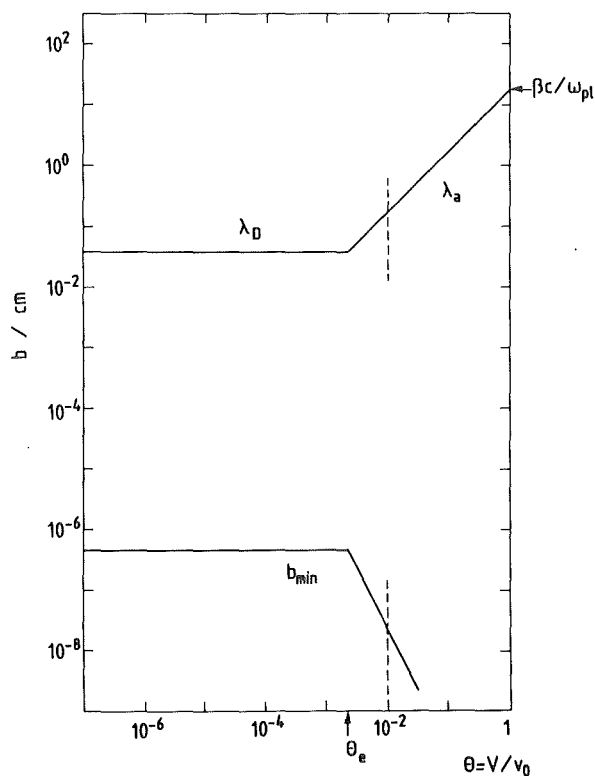


Abb. 4: Maximaler und minimaler Stoßparameter bei der Elektronenkühlung für verschiedene Ionengeschwindigkeiten (äußeres Magnetfeld vernachlässigt)

die Abschirmlänge maximal 1 mm. Diese transversale Ausdehnung des Wechselwirkungsbereichs ist klein gegenüber den normalerweise vorliegenden Abmessungen des Elektronenstrahls, so daß es gerechtfertigt ist, räumlich homogene

Eigenschaften des Elektronengases bei den mikroskopischen Betrachtungen voraussetzen. Aus dem Verhältnis der gezeigten Längen läßt sich außerdem der Betrag des Coulomb-Logarithmus, $L_C \approx 10$, bestimmen.

Während der in Abb. 2 gezeigten Wechselwirkung sind bei der Elektronenkühlung Elektronen und Ionen in einer gemeinsamen Bewegung entlang der Strahlrichtung begriffen. Die effektive Wechselwirkungsdauer (Stoßzeit) ist im Ruhesystem gegeben durch $\tau_s = b/\langle u \rangle$; im Laborsystem legen die Stoßpartner dabei eine Strecke

$$s = \gamma \tau_s v_0 = \min(\gamma b v_0 / V, \gamma b v_0 / \langle v \rangle) < \gamma v_0 / \omega_{p1} \quad (2-23)$$

zurück.

Der maximale Wert der gemeinsamen Flugstrecke s (ca. 20 cm) läßt sich in Abb. 4 auffinden als Schnittpunkt der Geraden für λ_a mit der vertikalen Achse bei $\theta = 1$. (Für relativistische Strahlen ist dieser graphisch ermittelte Wert noch mit γ zu multiplizieren.) Homogenität der Elektronenstrahleigenschaften über diese Länge wurde vorausgesetzt, um die oben genannten Ergebnisse für Kühlkraft und Diffusionskoeffizienten zu erhalten. Auch diese Bedingung ist bei den üblichen Elektronenstrahlanlagen erfüllt.

Sollten Länge L oder Radius R des Elektronenstrahls die angegebenen Grenzen für die longitudinale oder transversale Richtung unterschreiten, so wäre zumindest der Coulomb-Logarithmus zu modifizieren.²⁶

2.3 Kühlkraft und Diffusion

Kühlkraft und Diffusion wirken zusammen bei der Herstellung des Temperaturgleichgewichtes in einer größeren Ansammlung geladener Teilchen. Ein im Vergleich zur thermischen Geschwindigkeit schnelles Testteilchen erfährt einen Verlust seiner Energie durch die Reibungskraft, während ein langsames oder ruhendes Teilchen durch die Diffusion Bewegungsenergie aufnimmt. So werden bei der Elektronenkühlung die Ionen durch die Kühlkraft im Ruhesystem der Elektronen gebremst, unterliegen bei geringer Eigengeschwindigkeit aber der Diffusion. Einer der beiden Prozesse herrscht vor, bis sich die Temperaturen beider Teilchensorten angeglichen haben.

Die quantitative Beschreibung des Temperatenausgleichs ist geschlossen durchzuführen, wenn für Elektronen und Ionen Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilungen vorausgesetzt werden. Dieser Ansatz gibt die Verhältnisse bei der Elektronenkühlung in einem Speicherring nur unvollkommen wieder, ist aber für Abschätzungen geeignet und wird daher in diesem Abschnitt betrachtet.

Die Methode bei der Berechnung von Kühlkraft und Diffusion ausgehend von einer gegebenen Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen ist in Anhang A dargestellt. Die statistischen Mittelwerte können durch das Fehlerintegral $\text{erf}(x)$ ausgedrückt werden. Bezogen auf die Bewegungsrichtung des Ions entlang der z-Achse lauten die Kühlkraftkomponenten

$$\begin{aligned} F_z(V) &= -C_1 L_C (M + m) G(W) / \Delta^2, \\ F_x &= F_y = 0; \end{aligned} \quad (2-24)$$

die Komponenten des Diffusionstensors sind

$$\begin{aligned} D_{zz} &= 2C_1 L_C m M G(W) / V, \\ D_{xx} = D_{yy} &= C_1 L_C m M [\text{erf}(W) - G(W)] / V, \\ D_{xy} = D_{yx} = D_{zy} = D_{yz} = D_{xz} = D_{zx} &= 0. \end{aligned} \quad (2-25)$$

Hier hat die Konstante C_1 den Wert

$$\begin{aligned} C_1 &= n_e (Z^2/A) \cdot 4\pi r_e r_p c \cdot c^3, \\ 4\pi r_e r_p c &= C_0 = 1.6292 \times 10^{-17} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}. \end{aligned} \quad (2-26)$$

In den Gleichungen dient die thermische Geschwindigkeit als Bezugsgröße für die relative Ionengeschwindigkeit:

$$W = V / (\sqrt{2}\Delta). \quad (2-27)$$

Den Verlauf der Kühlkraft (Abb. 5) beschreibt die von Chandrasekhar²⁷ definierte Funktion

$$G(W) = [\text{erf}(W) - W \cdot \text{erf}'(W)] / (2W^2). \quad (2-28)$$

In Abb. 5 ist zu erkennen, daß sich für $W \ll 1$ eine geschwindigkeitsproportionale Reibungskraft einstellt, wie sie auch in der makroskopischen Mechanik bekannt ist. Durch die Diffusion tritt im gleichen Geschwindigkeitsbereich eine annähernd konstante Anregung der Ionenbewegung auf (Abb. 6).

Die Einflüsse von Reibung und Diffusion auf das Ion können verglichen werden anhand der Energieänderung durch beide Prozesse. In einer Zeiteinheit ist diese Energieänderung anzugeben durch

$$\langle \Delta E \rangle = V F_z + (D_{xx} + D_{yy} + D_{zz}) / (2M). \quad (2-29)$$

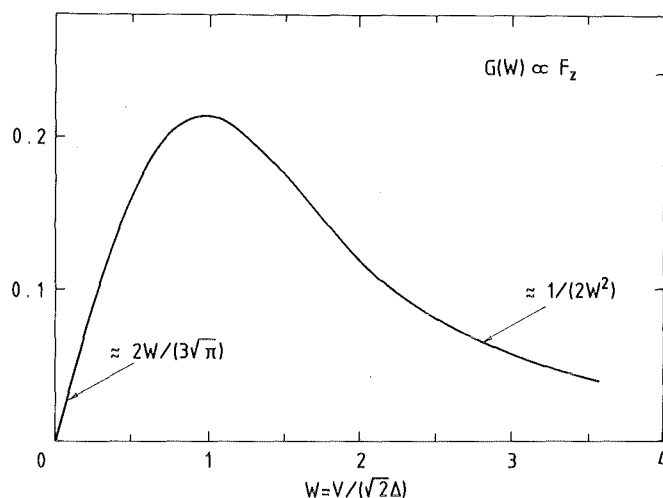


Abb. 5: Geschwindigkeitsabhängigkeit der Reibungskraft für eine isotrope Maxwellverteilung der Elektronengeschwindigkeiten

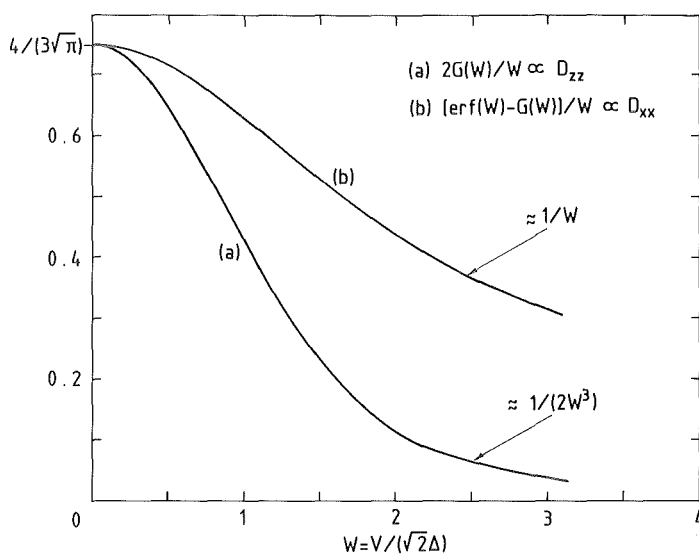


Abb. 6: Geschwindigkeitsabhängigkeit der Diffusionskoeffizienten

Die Addition der Beiträge nach Gl. 2-24 und Gl. 2-25 ergibt die Funktion

$$\langle \Delta E \rangle = C_1 L_C / (\sqrt{2}\Delta) \left[-2(M + m)WG(W) + m \text{erf}(W)/W \right] ; \quad (2-30)$$

die relative Energieänderung $\langle \Delta E \rangle / (1/2 MV^2)$ ist in Abb. 7 gezeigt. Es ist zu erkennen, daß auch für ein Ion mit einer Geschwindigkeit unterhalb der thermischen Unschärfe Δ die Reibung überwiegt und die Diffusion erst bei $W < \sqrt{m/M}$ Oberhand gewinnt. Bei der Elektronenkühlung von Ionen in einem

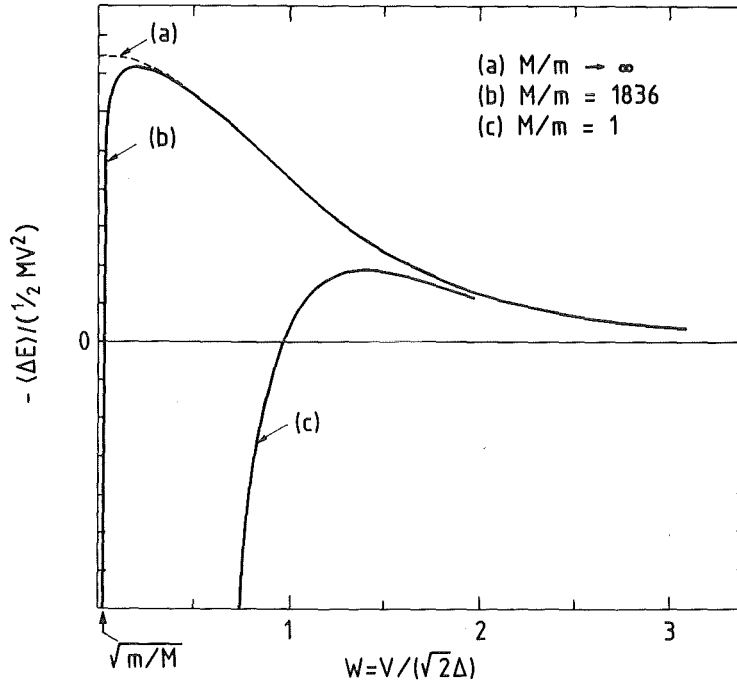


Abb. 7: Relativer Energieverlust eines Ions bei Feldteilchen verschiedener Masse

Speicherring entspricht dieser Wert relativen Geschwindigkeitsabweichungen von ca. 5×10^{-5} (Strahlgeschwindigkeit $0.3 \cdot c$). Die Einstellung derart niedriger Relativgeschwindigkeiten zwischen Elektronen und Ionen wird erschwert durch technische Unvollkommenheiten der Elektronenstrahlanlage und des Speicherrings sowie durch andere Streuprozesse, denen der gespeicherte Ionenstrahl unterliegt. Für die Beschreibung des Abbremsprozesses ist es unter diesen Bedingungen ausreichend, Ausdrücke für die Reibungskraft zu finden. Die Situation ist unterschiedlich bei der Wechselwirkung von Teilchen ähnlicher Massen (siehe Abb. 7), etwa bei einer vorgeschlagenen Kühlung von Positronen durch Elektronen.²⁸

Um den Ausgleich der thermischen Energien (Temperaturen) zweier Teilchenstrahlen genauer zu beschreiben, ist auch für die Ionengeschwindigkeiten eine Verteilungsfunktion anzunehmen. Für die folgende Abschätzung wird hierfür ebenfalls eine Maxwell'sche Verteilung im Ruhesystem gewählt, über deren Breite eine Temperatur T_Q des Ionenstrahles definiert werden kann. Der Mittelwert von $\langle \Delta E \rangle$ mit der normierten Verteilung $f_Q(V)$ führt dann auf die Änderung der Ionentemperatur:²⁹

$$\frac{3}{2} d(kT_Q)/dt = \int d^3V f_Q(V) \langle \Delta E \rangle \quad . \quad (2-31)$$

Die Integration läßt sich für die Maxwellverteilung geschlossen ausführen mit dem Ergebnis

$$dT_Q/dt = (T - T_Q)/\tau \quad . \quad (2-32)$$

Die Ausgleichszeit

$$\tau = [2\sqrt{2}C_1/(3\sqrt{\pi})]^{-1} (kT_Q/M + kT/m)^{3/2} \quad (2-33)$$

ist von großer Bedeutung, da sie eine Abschätzung der Kühlzeiten bei der Elektronenkühlung ermöglicht.¹ Für eine gegebene Temperatur T der Elektronen nimmt die Ausgleichszeit τ bei sinkender Ionentemperatur schnell ab und erreicht bei $\langle V \rangle < \langle v \rangle$ einen konstanten, durch die Elektronentemperatur bestimmten Wert.

Bei der Angabe von Kühlzeiten in einem Speicherring sind noch einige zusätzliche Faktoren zu berücksichtigen. Da der Elektronenstrahl (Länge L) nur einen Bruchteil $\eta_L = L/C$ des Ringumfangs C einnehmen wird, reduziert sich die Aufenthaltszeit der Ionen im Elektronenstrahl gegenüber ihrer Speicherzeit um diesen Faktor η_L . Hierdurch verlängert sich die Kühlzeit in der Praxis um ein oder zwei Größenordnungen. Für relativistische Strahlgeschwindigkeiten ist außerdem die Zeitdilatation und die Verringerung der Elektronendichte im Ruhesystem durch die Lorentzkontraktion zu beachten.

Alle diese Einflüsse sind in der Referenz-Kühlzeit

$$\tau_0 = 3\sqrt{\pi}/(2\sqrt{2}) A/Z^2 (C_0 L_C \eta_L n_e^*)^{-1} \gamma^2 (\Delta_{\max}/c)^3 \quad (2-34)$$

berücksichtigt. Das Ergebnis ist stark abhängig von der mittleren Relativgeschwindigkeit $\Delta_{\max} = \max(\Delta, \langle V \rangle/\sqrt{3})$. Mit n_e^* wird die Elektronendichte im Laborsystem bezeichnet.

Diese Zeitkonstante beschreibt die Dämpfung der kinetischen Energie von Ionen unter Vernachlässigung der fokussierenden Kräfte im Speicherring. Genauere Berücksichtigung der Schwingungen um die Sollbahn ergibt eine Verlängerung der Dämpfungszeit um einen Faktor 2. Häufig wird die Abklingzeit der Strahldivergenz angegeben, die noch einmal doppelt so lang ist. Werden beide Faktoren hier berücksichtigt, erhält man bei den Parametern auf S. 15, mit $\eta_L = 0.02$ (LEAR) und $L_C = 10$ für $\Delta_{\max} = \Delta$ die Dämpfungszeit

$$4\tau_0 \approx 4 \text{ sec} \quad . \quad (2-35)$$

Während die Diffusion, wie oben diskutiert wurde, für die Beschreibung der Elektronenkühlung eines gespeicherten Ionenstrahls unter den praktisch gegebenen Bedingungen von untergeordneter Bedeutung ist, sollten andererseits bei der

Berechnung der Reibungskraft die physikalischen Verhältnisse möglichst genau berücksichtigt werden. In den folgenden Abschnitten wird daher die mikroskopische Theorie der Reibungskraft weiter betrachtet. Das führt zu Resultaten, die von Gl. 2-24 erheblich abweichen.

2.4 Einfluß eines Magnetfeldes

Zur Herstellung eines schwach relativistischen dichten Elektronenstrahles mit homogener, hoher Dichte und geringer Transversalenergie ist die Verwendung eines Magnetfeldes entlang der Strahlrichtung erforderlich, das für die Elektronen die Zyklotronfrequenz ω_c groß gegenüber der Plasmafrequenz ω_{p1} werden läßt (Kapitel 4). Die Mechanik der Ionenbewegung bleibt dadurch weitgehend unbeeinflusst. Das Magnetfeld verändert jedoch den Charakter der Vielfachstreuung zwischen Ionen und Elektronen erheblich, da Stoßprozesse eine wichtige Rolle spielen, bei denen die zeitliche Änderung des vom Ion entlang der Elektronenbahn hervorgerufenen Feldes langsam im Verhältnis zur Zyklotronperiode erfolgt. Bei diesen adiabatischen Stoßprozessen reduziert das Magnetfeld den Einfluß der Elektronenbewegung in den transversalen Freiheitsgraden; die Zeit, während der sich ein Elektron im Feld des Ions aufhält, wird in erster Linie durch die Geschwindigkeit des Ions selbst und durch die longitudinale Elektronengeschwindigkeit bestimmt. Im Gegensatz zum feldfreien Fall erwartet man also, daß nur die longitudinale Temperatur der Elektronen für den maximalen Wert der Reibungskraft ausschlaggebend ist. Wegen der Kompression der Geschwindigkeitsverteilung in longitudinaler Richtung (Gl. 2-13) kann die Reibungskraft für kleine Ionengeschwindigkeiten durch den Einfluß des Magnetfeldes um einen Faktor $(\Delta_{\perp}/\Delta_{\parallel})^3$ zunehmen, der bis zu 10^9 betragen kann! Dies ist für die Anwendung der Elektronenkühlung in Speicherringen außerordentlich interessant.

Der geringste Abstand zwischen Ionen- und Elektronenbahn muß bei den adiabatischen Stoßprozessen größer sein als die Strecke, um die sich Elektron und Ion während der Zyklotronperiode bis zur erneuten geringsten Annäherung gegeneinander bewegt haben. Diese Strecke (vgl. Abb. 8b) ist gegeben durch $2\pi r_1$ mit

$$r_1 = u^*/\omega_c, \quad (2-36)$$

wobei \vec{u}^* die Relativgeschwindigkeit zwischen Elektron und Ion unter Vernachlässigung der Zyklotronbewegung ist:

$$\vec{u}^* = \vec{V} - \vec{v}_i. \quad (2-37)$$

In Abb. 8 sind Situationen bei Stoßprozessen im Magnetfeld mit verschiedenen Stoßparametern dargestellt. Unter dem Stoßparameter wird jeweils der geringste Abstand zwischen dem Ion und der Bahn eines Elektrons verstanden. Kommt es zu sehr dichter Annäherung (a), so findet nur eine kurzzeitige ("schnelle") Wechselwirkung ohne entscheidende Auswirkung des Magnetfeldes statt. Im Fall (b) stellt sich das Elektron während zahlreicher Zyklotronperioden auf das Feld des Ions ein. Die Zyklotronbewegung erfährt eine adiabatisch einsetzende und

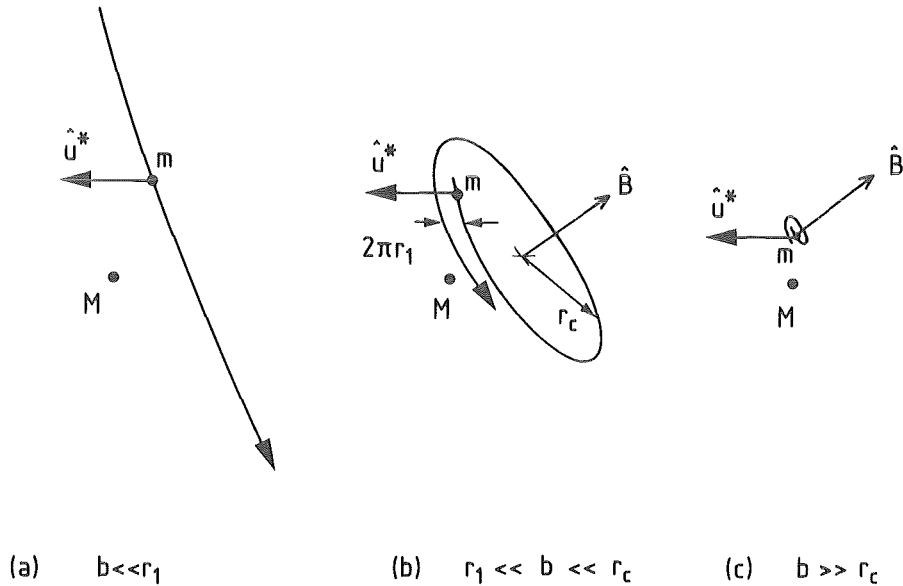


Abb. 8: Stoßprozesse im Magnetfeld zwischen einem Ion (M) und Elektronen (m) bei verschiedenen Stoßparametern (von rechts nach links Verringerung des Stoßparameters um eine je Größenordnung bei festen Abmessungen der Elektronenbahn)

wieder abklingende Störung. Die Inhomogenität des Ionenfeldes über die Zyklotronbahn ist bei dem gezeigten Beispiel von Bedeutung, da der Zyklotronradius r_c größer als der geringste Abstand zwischen den Teilchen ist. Auch im Fall (c) erfolgt die zeitliche Änderung des Ionenfeldes langsam im Vergleich zur Zyklotronperiode. Hier ist jedoch zusätzlich die Kraft des Ions auf das Elektron über den Bereich der Zyklotronbewegung praktisch konstant, da die Entfernung der beiden Teilchen sehr viel größer als der Zyklotronradius ist. Für diese Situation liegt es nahe, die Wechselwirkung als Stoßprozeß des Ions mit einem Elektron zu beschreiben, dessen Eigenbewegung transversal zum Magnetfeld unwirksam ist ("magnetisiertes" Elektron, "eingefrorene" Transversalbewegung). In den beiden Fällen (b) und (c) ist zu erwarten, daß das Magnetfeld den Impulsübertrag zwischen Elektron und Ion gegenüber der Situation ohne äußeres Feld verändert.

Vor der Behandlung der Reibungskraft wird zunächst der Einfluß des Magnetfeldes auf die Ladungsabschirmung abgeschätzt. Wegen $\omega_c \gg \omega_{pl}$ setzt die Ladungsabschirmung noch nicht ein, wenn die Wechselwirkungszeit zwischen Elektronen und Ionen die Dauer der Zyklotronperiode erreicht. Die Abschirmung spielt also keine Rolle für alle Elektronen in Entfernungen von weniger als r_1 um das Ion. Andererseits bewirkt das Magnetfeld, daß sich für Elektronen in Abständen jenseits von r_1 die für die Wechselwirkungszeit entscheidende Relativgeschwindigkeit zum Ion reduziert auf

$$\langle u^* \rangle \approx \max(\langle |v_{||}| \rangle, V) . \quad (2-38)$$

Die Abschirmlänge wird daher, entsprechend den Überlegungen in Abschnitt 2.2, bestimmt nach Gl. 2-20 mit $\langle u^* \rangle$ statt $\langle u \rangle$. Sie entspricht der adiabatischen Abschirmlänge λ_a abgesehen von der Situation bei sehr kleinen Ionengeschwindigkeiten $V < \langle |v_{||}| \rangle$, wo die Debyelänge mit der longitudinalen Geschwindigkeitsunschärfe $\langle |v_{||}| \rangle$ der Elektronen zu verwenden ist (vgl. Gl. 2-21).

Vor dem Einsetzen der Abschirmung für $b > \lambda$ kommt es im Stoßparameterbereich zwischen r_1 und λ zu binären Stoßprozessen, deren Ablauf vom Magnetfeld beeinflusst wird. Wie die Diskussion von Abb. 8 gezeigt hat, ist hierbei neben dem adiabatischen Grenzradius r_1 noch die Größe des Zyklotronradius von Bedeutung, der durch die Geschwindigkeit eines Elektrons senkrecht zur gemeinsamen Richtung von Magnetfeld und Strahl gegeben ist:

$$r_c = v_{\perp} / \omega_c . \quad (2-39)$$

Für Stoßprozesse mit $b \gg r_c$, die zunächst diskutiert werden, vereinfacht sich die Mechanik erheblich, da in guter Näherung die Bewegung des Ladungsschwerpunkts des rotierenden Elektrons zur Berechnung des Impulsübertrages wie in Abschnitt 2.1 herangezogen werden kann. Dabei können die Freiheitsgrade des Elektrons senkrecht zum Magnetfeld ganz unberücksichtigt bleiben; insbesondere hängt der Impulsübertrag auf das Ion nicht von der transversalen Elektronengeschwindigkeit ab.

In dieser Näherung wurden Diffusion und Reibungskraft zuerst von Derbenev und Skrinskij³⁰ berechnet. Da der Einfluß des Magnetfeldes auf das Ion vernachlässigt wird, ergibt sich für den Diffusionstensor $\langle \Delta P_i \Delta P_k \rangle_{\varphi}$ der Ausdruck nach Gl. 2-2 mit \vec{u}^* an Stelle von \vec{u} . Wie im feldfreien Fall ist es möglich, die Reibungskraft aus dem in erster Ordnung berechneten Impulsübertrag zu erhalten. Da das Magnetfeld aber die Rotationssymmetrie um die Richtung der Relativgeschwindigkeit im allgemeinen stört, kann nicht mehr aus dem Energieverlust des Ions auf den Reibungskraftvektor geschlossen werden. Statt dessen ist es

möglich, eine bereits 1955 im Rahmen der Plasmatheorie abgeleitete, allgemeinere Beziehung³¹ zu verwenden. In Anhang B wird der Zusammenhang dieser Beziehung mit der kanonischen Störungsrechnung erläutert, und es wird versucht, eine elementare Herleitung zu geben.

Man erhält damit für den Vektor der Reibungskraft

$$\vec{F} = 1/(2m) \cdot (\partial/\partial u_{\parallel}^*) \langle \Delta P_{\parallel} \Delta \vec{P} \rangle . \quad (2-40)$$

Setzt man hier den Impulsübertrag ein, der sich aus Gl. 2-2 mit der adiabatischen Relativgeschwindigkeit \vec{u}^* ergibt, so findet man für die Kraftkomponenten parallel und senkrecht zum Magnetfeld

$$\left. \begin{array}{l} F_{\parallel} \\ \vec{F}_{\perp} \end{array} \right\} = n_e Q^2 q^2 / (8\pi \epsilon_0^2 m) \cdot L_C^* \cdot \int d^3 v f(\vec{v}) \left(\frac{\partial}{\partial u_{\parallel}^*} \right) \left(\begin{array}{l} u_{\perp}^{*2} / u^{*3} \\ u_{\parallel}^* \vec{u}_{\perp}^* / u^{*3} \end{array} \right) . \quad (2-41)$$

Bei der Integration über die Stoßparameter muß man sich auf den Gültigkeitsbereich der vorausgesetzten Näherung beschränken:

$$L_C^* = \ln(\lambda^*/r_c) \quad (2-42)$$

mit $\lambda^* = \langle u^* \rangle / \omega_{p1}$. Nach der Mittelung über eine Geschwindigkeitsverteilung mit verschwindender longitudinaler Breite (Gl. 2-14) und nach Ausführung der Differentiation (mit $\partial u^* / \partial u_{\parallel}^* = u_{\parallel}^* / u^*$) folgt schließlich:

$$\left. \begin{array}{l} F_{\parallel} \\ \vec{F}_{\perp} \end{array} \right\} = -n_e Q^2 q^2 / (8\pi \epsilon_0^2 m) \cdot L_C^* \cdot \left(\begin{array}{l} 3V_{\perp}^2 / V^2 \cdot V_{\parallel} / V^3 \\ (3V_{\parallel}^2 - V^2) / V^2 \cdot \vec{V}_{\perp} / V^3 \end{array} \right) . \quad (2-43)$$

In diesem Ausdruck tritt die transversale Elektronentemperatur nur noch im Coulomb-Logarithmus auf, wo für r_c der gemittelte Wert $\langle v_{\perp} \rangle / \omega_c$ einzusetzen ist. Da die longitudinalen Geschwindigkeitsunterschiede der Elektronen vernachlässigt werden, ist die Formel gültig für Ionengeschwindigkeiten $V > \langle |v_{\parallel}| \rangle$ und zeigt im Vergleich mit Gl. 2-24 das Anwachsen der Kühlkraft um den Faktor von etwa $(\Delta_{\perp}/V)^3$ für $V < \langle v_{\perp} \rangle$. Die Abhängigkeit der Kühlkraft vom Winkel α zwischen der Ionengeschwindigkeit \vec{V} und dem Magnetfeld (der Strahlrichtung) ist in Abb. 9 dargestellt. Ein longitudinal bewegtes Ion mit einem Winkel $\alpha < 54.7^\circ$ wird in transversaler Richtung beschleunigt. Die für die Leistung der Reibungskraft entscheidende Komponente entlang \vec{V} ist jedoch, wie auf der Abbildung zu erkennen ist, immer gegen die Ionengeschwindigkeit gerichtet.

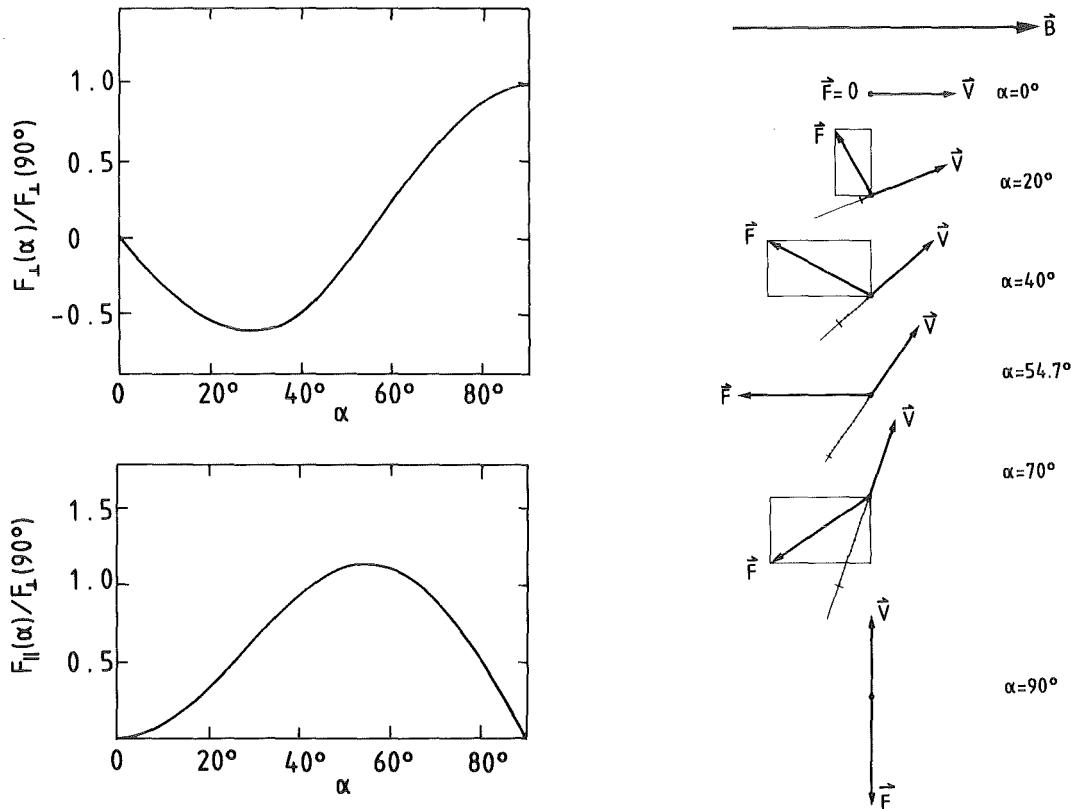


Abb. 9: Kühlkraft im Magnetfeld durch Stoßprozesse mit $b > r_c$: Abhängigkeit vom Winkel α , den die Ionengeschwindigkeit im Ruhesystem mit der Magnetfeldrichtung bildet. In den Vektordiagrammen ist die Projektion von \vec{F} auf \vec{V} eingezeichnet.

Mit Gl. 2-43 steht ein Ausdruck für die Kühlkraft durch adiabatische Stoßprozesse im Magnetfeld zur Verfügung, der insbesondere eine charakteristische Winkelabhängigkeit infolge der Anisotropie des Impulsübertrags beinhaltet. Ihm liegt jedoch die Näherung $b \gg r_c$ zugrunde, die es erlaubt, die transversale thermische Bewegung der Elektronen ganz zu vernachlässigen.

Eine andere Vereinfachung der Mechanik ist im Bereich $b \ll r_1$ zulässig. Bei Stößen eines Ions mit derart eng benachbarten Elektronen ist die Elektronenbahn trotz des Magnetfeldes in guter Näherung geradlinig; außerdem nähern sich die Stoßpartner während der Zyklotronbewegung des Elektrons nur einmal bis auf den Abstand b (siehe Abb. 8). Also kann die Anwesenheit des Magnetfeldes vernachlässigt und die Argumentation von Abschnitt 2.1 unter Berücksichtigung aller Freiheitsgrade des Elektrons angewendet werden. Die Kühlkraft durch nicht-adiabatische Stoßprozesse ergibt sich dann wie im feldfreien Fall aus Gl. 2-16, nur daß als Coulomb-Logarithmus

$$L_C = \ln(r_1/b_{\min}) \tag{2-44}$$

verwendet werden muß.

Grundsätzlich können die getrennt errechneten Beiträge zur Kühlkraft aus verschiedenen Stoßparameterbereichen addiert werden, um die gesamte Kühlkraft zu

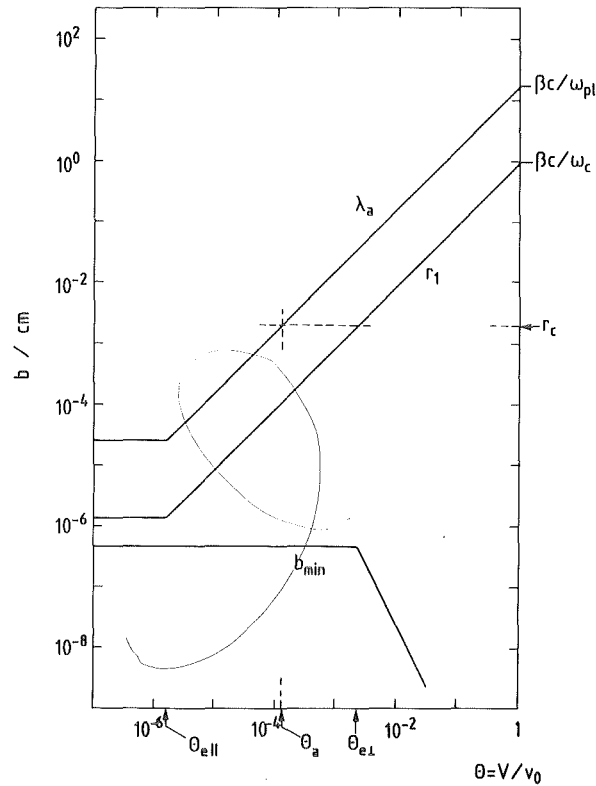


Abb. 10: Grenzen der Stoßparameterbereiche für adiabatische und nicht-adiabatische Wechselwirkung eines Ions mit Elektronen im Magnetfeld [gestauchte Geschwindigkeitsverteilung ($\Delta_{||} \ll \Delta_{\perp}$)]

erhalten. Die Grenzen zwischen diesen Bereichen sind in Abb. 10 dargestellt. Es werden die auf S. 15 genannten Parameter verwendet; zusätzlich wird ein Magnetfeld von 50 mT vorausgesetzt ($\omega_c/\omega_{pl} \approx 25$). Angesichts der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen ist wiederum r_c als häufigster (typischer) Zyklotronradius $\langle v_{\perp} \rangle/\omega_c$ zu verstehen. Die relative Bedeutung der Stoßparameterbereiche (b_{min}, r_1) und (r_1, λ_a) hängt stark von der Ionengeschwindigkeit V ab. Für $V > \langle v_{\perp} \rangle$ ($\theta > \theta_{e\perp}$) sind die Kühlkraftanteile durch schnelle und adiabatische Stöße von gleicher Größenordnung ($\propto V^{-2}$) und unterscheiden sich neben der Winkelabhängigkeit in erster Linie durch den Coulomb-Logarithmus, der für den nicht-adiabatischen Anteil um etwa einen Faktor 5 größer ist. Infolgedessen überwiegt dieser Anteil. Sinkt aber V unter den Wert $\langle v_{\perp} \rangle$, so geht der nicht-adiabatische Anteil linear mit V zurück, während der adiabatische Anteil nach Gl. 2-43 weiter mit V^{-2} ansteigt.

Bei der Interpretation dieses starken Anstiegs muß man jedoch darauf zurückkommen, daß Gl. 2-43 mit einer Näherung berechnet wurde, die nur für den Stoßparameterbereich $b \gg r_c$ gilt. Die Stoßparameter zwischen r_1 und r_c

(unterhalb der gestrichelten Linie in Abb. 10) werden durch die Gleichungen 2-43, 2-42 einerseits und 2-16, 2-44 andererseits noch nicht erfaßt. Obwohl also bei sinkender Ionengeschwindigkeit die relative Bedeutung der adiabatischen Kühlkraft schnell zunimmt, gibt das bis jetzt erhaltene Ergebnis diesen Anteil immer ungenauer wieder.

Es ist also festzuhalten, daß mit Gl. 2-43 allein die Kühlkraft durch adiabatische Wechselwirkung im Magnetfeld bei kleinen, aber realistischen Ionengeschwindigkeiten nicht mehr zuverlässig berechnet werden kann; denn diese Gleichung gilt nur für einen Teil des adiabatischen Stoßparameterbereiches. In fast allen Veröffentlichungen zur Elektronenkühlung wird diese Tatsache dadurch verdeckt, daß der Zyklotronradius r_c als Grenzzadius zwischen adiabatischen und "schnellen" Stoßprozessen angenommen wird (r_c statt r_1 in Gl. 2-44). Nach der oben gegebenen Argumentation verschwindet aber der Einfluß des Magnetfeldes auf die Wechselwirkung erst unterhalb von r_1 , und es gibt adiabatische Stoßprozesse, bei denen die transversale Elektronenbewegung nicht vernachlässigt werden kann. Im übrigen zeigt Abb. 10, daß der Coulomb-Logarithmus nach Gl. 2-42 in der Nähe oder unterhalb einer Ionengeschwindigkeit $V_a = r_c \omega_{pl}$ nicht mehr $\gg 1$ oder sogar negativ ist (Schnittpunkt der Geraden r_c und λ_a bei $\theta_a = V_a/v_0$). Somit verliert Gl. 2-43 bei kleinen Ionengeschwindigkeiten ihre Aussagekraft.

Um die Kühlkraft zu berechnen, die aus dem Zwischenbereich von r_1 bis r_c herrührt, ist es erforderlich, die Mechanik der binären Stoßprozesse genauer in Betracht zu ziehen. Im Gegensatz zum Fall $b \ll r_1$ bedeutet für solche Stoßparameter das Feld des Ions bezüglich der Zyklotronbewegung immer noch eine adiabatisch -- während zahlreicher Umlaufperioden -- einwirkende Störung, wie bei der Diskussion von Abb. 8 festgestellt wurde. Allerdings ist das Feld des Ions über den Bereich der Zyklotronbewegung räumlich nicht annähernd homogen; im Gegensatz zum Fall $b \gg r_c$ wird hier der Wert des Zyklotronradius r_c , d.h. die transversale Temperatur der Elektronen, den Impulsübertrag auf das Ion beeinflussen. Die Behandlung der binären Stoßprozesse in diesem Bereich ist daher erheblich komplizierter als für die Grenzfälle und wurde im Zusammenhang mit der Elektronenkühlung bisher nicht durchgeführt. Grundsätzlich kann die Behandlung durch Verallgemeinerung der in Anhang B dargestellten störungstheoretischen Rechnung erfolgen. Andererseits liegt eine Methode vor, die ohne die Betrachtung binärer Stoßprozesse zu einer Lösung des Problems kommt.

Dieses erst kürzlich von Sørensen und Bonderup²⁵ konsequent angewendete Verfahren vermeidet bei der Betrachtung adiabatischer Stoßprozesse im endlichen Magnetfeld die Voraussetzung $b \gg r_c$ und zudem die Unsicherheiten, die in Bezug

auf die Ladungsabschirmung im Magnetfeld bestehen. Die Autoren schlagen zur Berechnung der Kühlkraft einen Weg ein, der nicht mehr von der Betrachtung binärer Stoßprozesse ausgeht und die Wechselwirkung der Elektronen untereinander von vornherein enthält. Hierzu wird zunächst die Polarisation des Elektronengases durch ein zeitabhängiges elektrisches Feld bestimmt. Indem das Ergebnis auf das Feld eines bewegten Ions angewandt wird, kann dann die mittlere Kraft auf dieses Teilchen infolge der von ihm selbst induzierten Inhomogenität der Elektronenladungsdichte berechnet werden -- die Reibungskraft.

Das Ergebnis kann als ein Integral über die Beiträge aus verschiedenen Entfernungen vom Ion, $b = k^{-1}$, dargestellt werden:

$$\vec{F} = -n_e Q^2 q^2 / (4\pi\epsilon_0^2 m V^2) \cdot \int d(\ln k) \vec{I}(\ln k) \quad (2-45)$$

(vgl. Gl. 2-4). In diesem Zusammenhang wird das Reziproke der Ortsfrequenz k , die bei der Berechnung durch eine Fouriertransformation zustandekommt, als Maß für den räumlichen Abstand vom Ion interpretiert. Abb. 11 zeigt den Verlauf der Funktion $I_1(\ln k)$ für ein transversal bewegtes Ion ($\alpha = 90^\circ$) mit den Geschwindigkeiten $V = 0.5 \cdot \langle v_1 \rangle$ und $V = 0.2 \cdot \langle v_1 \rangle$.³² Die Fläche unter den durchgezogenen Kurven entspricht der jeweils resultierenden Reibungskraft. Es ist zu erkennen, daß ein großer, bei der unteren Kurve der überwiegende Teil der Kühlkraft von Elektronen im Abstand $r_1 < b < \lambda_a$ herrührt. Oberhalb des Argumentes $\ln r_1^{-1}$, d.h. bei Stoßparametern $b < r_1$, geht die Funktion $I_1(\ln k)$ in eine Konstante über. Das Integral über diesen konstanten Funktionswert zwischen $\ln r_1^{-1}$ und $\ln b_{\min}^{-1}$ reproduziert das Ergebnis für die Kühlkraft durch nicht-adiabatische Stoßprozesse nach Gl. 2-16 mit dem Coulomb-Logarithmus nach Gl. 2-44. Die Berechnung der Kühlkraft über die dielektrische Polarisation des Elektronengases im Magnetfeld liefert also in diesem Stoßparameterbereich das gleiche Ergebnis wie die Betrachtung binärer Stoßprozesse nach Abschnitt 2.1 ohne Berücksichtigung des Magnetfeldes. Im Übergangsbereich gerade unterhalb von r_1 kommt es zu Abweichungen der Funktion I_1 von dem konstanten Wert des anschließenden Plateaus. Schnelle Änderungen des Kraftbeitrages treten immer dann auf, wenn die Zyklotronperiode gleich einem ganzzahligen Vielfachen der Wechselwirkungszeit ist. Die abgebildeten Sprünge der Funktion \vec{I} werden in der Realität durch die Unterschiede der longitudinalen Elektronengeschwindigkeiten verschmiert, die bei der Berechnung nicht eingehen (gestauchte Geschwindigkeitsverteilung).

Dieses Ergebnis zeigt durch Anwendung einer einzigen Rechenmethode klar die unterschiedliche Bedeutung der Stoßparameterbereiche oberhalb und unterhalb von r_1 . Außerdem beschreibt es mit hoher Genauigkeit das Einsetzen der Ladungsabschirmung im Magnetfeld. Der Verlauf der Funktion \vec{I} legt es nahe, mit ihrer Hilfe die Kühlkraft im Bereich $b > r_1$ zu bestimmen, aber die nur mühsam zu

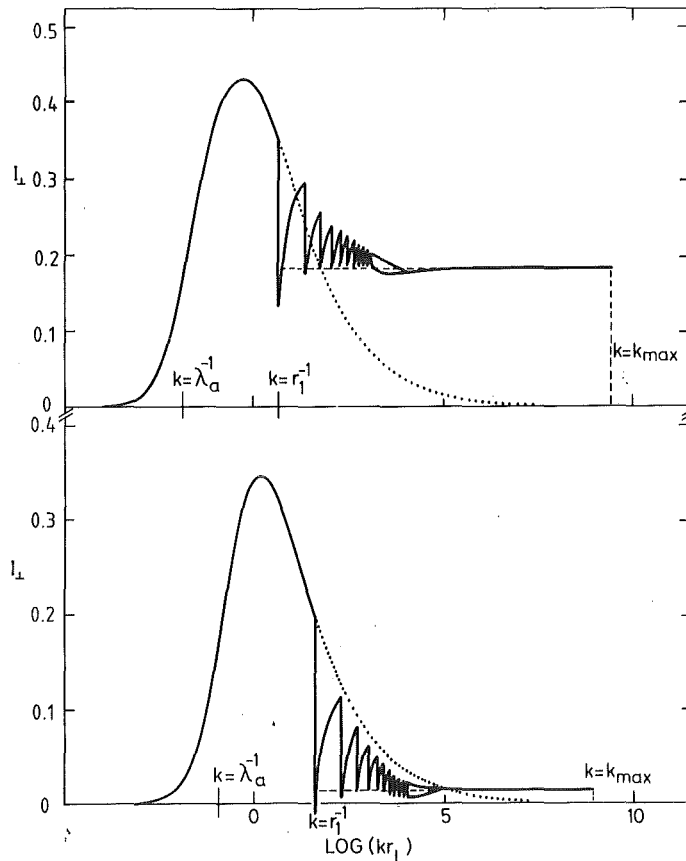


Abb. 11: Beiträge zur Kühlkraft im Magnetfeld durch Polarisation des Elektronengases in verschiedenen Abständen $b = k^{-1}$ vom Ion.³² Berechnet für ein im Ruhesystem der Elektronen transversal bewegtes Ion mit $V = 0.5 \langle v_1 \rangle$ (oben) und $V = 0.2 \langle v_1 \rangle$ (unten), $T_e = 1 \text{ eV/k}$, $B = 70 \text{ mT}$, $n_e = 3 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$. Bezeichnungen: $r_L \equiv r_c$, $k_{\text{max}} = b_{\text{min}}^{-1}$.

berechnenden Variationen der Beiträge unterhalb von r_1 zu vernachlässigen und den Kühlkraftbeitrag aus dem Bereich zwischen b_{min} und r_1 durch das Ergebnis für binäre, vom Magnetfeld unbeeinflusste Stoßprozesse wiederzugeben. Die genaue Berechnung der Funktion \vec{I} über den gesamten Stoßparameterbereich wurde in Einzelfällen, wie sie in der Abbildung gezeigt sind, durchgeführt, so daß der Fehler bei dieser Vernachlässigung abgeschätzt werden kann ($< 10\%$).³³

Eine korrekte Berechnung der Kühlkraft im Magnetfeld ist also durch Addition eines "magnetischen" und eines "nicht-magnetischen" Beitrags möglich. Im magnetischen Anteil werden die adiabatischen und daher vom Magnetfeld stark beeinflussten Stoßprozesse berücksichtigt, und die Kühlkraft wird aus dem dielektrischen Verhalten der Elektronen bestimmt. Das Vorgehen bei diesem Teil der Berechnungen ist in Anhang C genauer beschrieben. Der nicht-magnetische Anteil beschreibt im Gegensatz dazu die schnellen, vom Magnetfeld unbeeinflussten Stoßprozesse. Zur seiner Berechnung wird weiterhin Gl. 2-16 angewendet. Es erscheint hier jedoch wesentlich, eine Geschwindigkeitsverteilung einzusetzen, die die Verhältnisse im Elektronenstrahl möglichst genau wiedergibt.

Durch Kombination dieser Methoden läßt sich eine Berechnung der Kühlkraft im Magnetfeld mit guter Genauigkeit und annehmbarem Aufwand durchführen. Trotz der bereits angebrachten Vereinfachungen sind dabei für beide Kühlkraftanteile numerische Integrationen erforderlich. Wegen des Gewinns an Genauigkeit gegenüber einfachen Formeln wurde versucht, dieses Verfahren für praktische, häufig wiederholte Kühlkraftberechnungen einzusetzen. Die Ausführung dieser Berechnungen wird im nächsten Abschnitt unter Angabe einiger charakteristischer Ergebnisse demonstriert.

2.5 Praktische Kühlkraftberechnung und Beispiele

Die folgenden Kühlkraftberechnungen behandeln getrennt die Anteile durch schnelle und adiabatische Stoßprozesse. Anhand der Ergebnisse wird der Einfluß äußerer Parameter auf den Verlauf der Kühlkraft diskutiert. Die gleichen Berechnungen bilden den Ausgangspunkt für die in Kapitel 6 beschriebene numerische Simulation der Elektronenkühlung in einem Speicherring.

Im Bereich schneller Stoßprozesse, der für die Kühlkraft auf heiße Ionen den Ausschlag gibt, wird grundsätzlich von der gestauchten Geschwindigkeitsverteilung f_{f1} nach Gl. 2-14 ausgegangen, in der nur transversale thermische Bewegung auftritt. Neben der thermischen Geschwindigkeitsverteilung im Elektronenstrahl wird jedoch auch eine allen Elektronen gemeinsame transversale Bewegung auf Zyklotron-Spiralbahnen berücksichtigt. Eine solche kohärente transversale Bewegung wird bei der Beschleunigung und Strahlführung durch unerwünschte transversale Felder angeregt (vgl. Abschnitt 4.1). Die thermische Transversalbewegung wird indessen hauptsächlich durch die Bedingungen an der Kathode bestimmt (Abschnitt 4.4.2).

Bei der kohärenten Bewegung ändern sich die transversalen Geschwindigkeitskomponenten v_{0x} , v_{0z} aller Elektronen entlang der Strahlrichtung (Koordinate s) gemäß

$$\begin{aligned} v_{0x} &= v_{0\perp} \cos(s/\lambda + \varphi_0) , \\ v_{0z} &= v_{0\perp} \sin(s/\lambda + \varphi_0) , \end{aligned} \quad (2-46)$$

mit $\lambda = \beta c / \omega_c$. Es ist plausibel (vgl. Abschnitt 4.1), dieser Bewegung die thermische Verteilung der transversalen Geschwindigkeiten an der Kathode zu überlagern, um zu einer Verteilung

$$f_s(\vec{v}) = f_{f1}(\vec{v} - \vec{v}_{0\perp}) \quad (2-47)$$

zu gelangen, die entsprechend der Spiralbewegung der Elektronen von der Position s entlang des Elektronenstrahls abhängt.

Nun ist die Dauer der schnellen Stoßprozesse nach ihrer Definition kurz gegenüber ω_c , so daß die Kühlkraft über die verschiedenen Phasen der kohärenten Bewegung entlang des Elektronenstrahls gemittelt werden kann. Dabei ist der Einfluß der Anfangsphase φ_0 vernachlässigbar, wenn die Elektronenstrahllänge $L \gg 2\pi\lambda$ ist, was typischerweise zutrifft. (λ kann Abb. 10 als Wert von r_1 bei $V/\beta c = 1$ entnommen werden.)

Die über die Elektronenstrahllänge gemittelte, effektive Geschwindigkeitsverteilung ist also

$$f_{s,av}(\vec{v}) = (2\pi\Delta_1^2)^{-1} \delta(v_{||}) e^{-(v_{\perp}-v_{0\perp})^2/(2\Delta_1^2)} e^{-v_{0\perp}v_{\perp}/\Delta_1^2} I_0(v_{0\perp}v_{\perp}/\Delta_1^2) \quad (2-48)$$

mit der modifizierten Besselfunktion $I_0(x)$ ($e^{-x}I_0(x) \rightarrow 0$ für $x \rightarrow \infty$). Zur Kühlkraftberechnung muß in Gl. 2-16 mit der Verteilung $f_{s,av}$ über die Elektronengeschwindigkeit \vec{v}_1 integriert werden. Um nur eine Integration ausführen zu müssen, werden die beiden Kraftkomponenten aus einem Potential im Geschwindigkeitsraum, $\Phi(\vec{V})$, bestimmt (vgl. Anhang A).

Das Ergebnis hängt von den drei dimensionslosen Parametern $W = V/\langle v_1 \rangle$, $\alpha = \arctan(V_{\perp}/V_{||})$ und $w = v_{0\perp}/\langle v_1 \rangle$ ab und ist in Anhang A ausführlich angegeben.

Zur Darstellung der Kühlkraft ist es praktisch, die Naturkonstanten und die natürliche Geschwindigkeitsabhängigkeit $\propto V^{-2}$ abzuspalten. Die Kühlkraft \vec{F} auf ein Ion der Ladung Ze wird also über den Vektor \vec{K} berechnet, mit dem sie durch die Beziehung

$$\vec{F} = -\vec{K} \cdot Z^2 e^2 \omega_{p1}^2 / (4\pi\epsilon_0 V^2) \quad (2-49)$$

verknüpft ist. Als Funktion der Ionengeschwindigkeit ist \vec{K} langsamer veränderlich als \vec{F} .

In Abb. 12 sind die Komponenten der nicht-magnetischen Kühlkraft bei einer gestauchten Geschwindigkeitsverteilung für den Winkel $\alpha = 85^\circ$ in dieser Normierung dargestellt. Es sind Kurven für verschiedene Werte der kohärenten Geschwindigkeit w gezeigt. Die gepunkteten Linien geben den Verlauf von $L_C V_{||}/V$ (bei $F_{||}$) und $L_C V_{\perp}/V$ (bei F_{\perp}) an. Dies sind die Grenzwerte der normierten Kühlkraft für große Ionengeschwindigkeit.

Bei dem vorausgesetzten Winkel α ist die Bewegung des Ions im Ruhesystem fast transversal gerichtet. Man erwartet daher bei einer isotropen Geschwindigkeitsverteilung, daß die Transversalkomponente der Kühlkraft stark überwiegt. Im Gegensatz dazu erreicht hier, infolge der gestauchten Verteilung, die longitudinale Komponente der Kühlkraft auch bei transversal gerichteter Ionenbewegung erhebliche Werte für $v \approx \langle v_1 \rangle$ und dominiert für $v \ll \langle v_1 \rangle$. Die

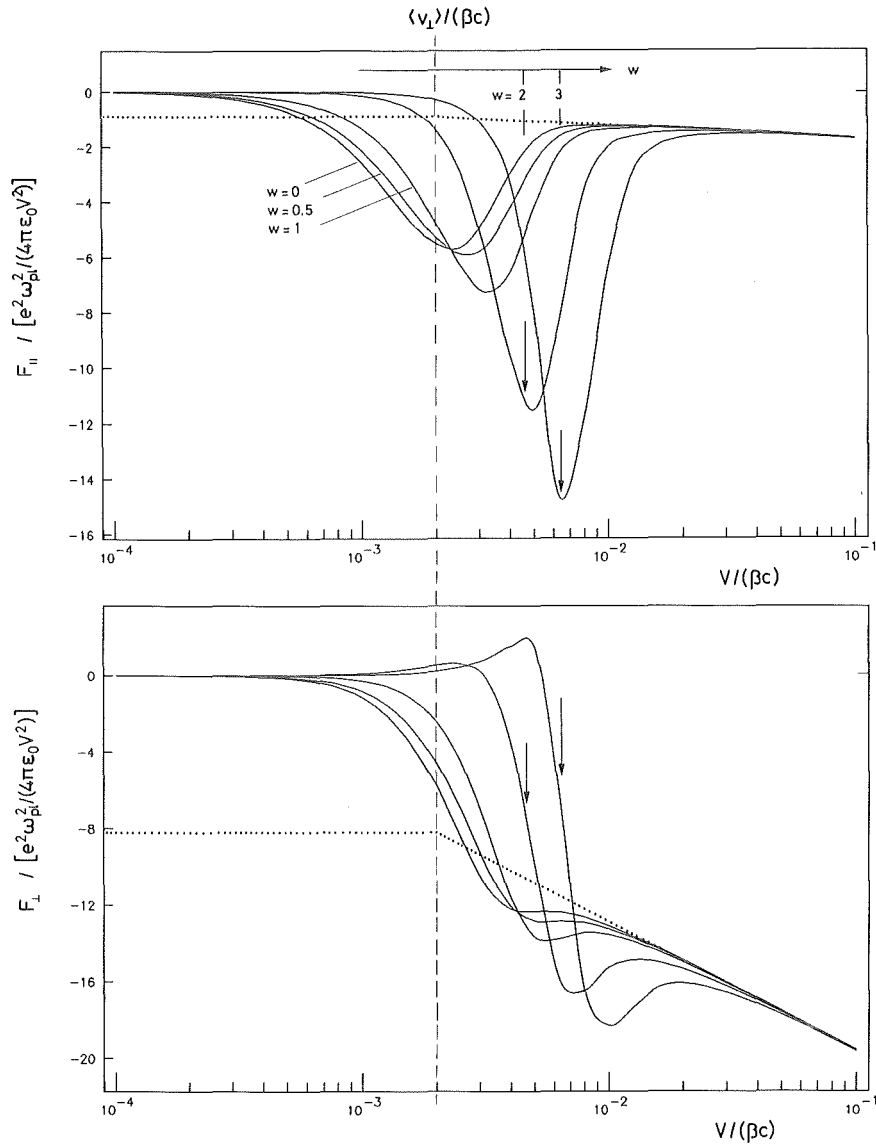


Abb. 12: Nicht-magnetischer Anteil der Kühlkraft bei Vernachlässigung der longitudinalen Elektronentemperatur (gestauchter Geschwindigkeitsverteilung), endlicher transversaler Temperatur gemäß $\langle v_{\perp} \rangle$ und zusätzlicher kohärenter Elektronenbewegung im Magnetfeld entsprechend dem Parameter w . Richtung der Ionengeschwindigkeit im Ruhesystem: $\alpha = 85^\circ$.

Reibungskraft ist nicht mehr parallel zur Geschwindigkeit des Ions im Ruhesystem des Elektronenstrahls. Die Stelle, an der der höchste Wert der normierten longitudinalen Kühlkraft vorliegt, verschiebt sich durch die kohärente Bewegung der Elektronen ($w \neq 0$) zu größeren Ionengeschwindigkeiten und liegt für $w > 1$ ungefähr bei $V = v_{0\perp}$ (Pfeile). Ebenfalls für $w > 1$ werden die Ionen bei kleinen Relativgeschwindigkeiten durch die Wechselwirkung mit den Elektronen in transversaler Richtung beschleunigt (Vorzeichenwechsel der Kühlkraftkomponente).

Für die Simulationsrechnungen wurde die nicht-magnetische Kühlkraft in Abhängigkeit der drei Parameter W , α und w tabelliert; eine entsprechende Tabelle wurde auch für den Anteil durch adiabatische Stoßprozesse angelegt, der im folgenden diskutiert wird.

Die magnetische Kühlkraft läßt sich nach Gl. 2-45 angeben, wobei die Komponenten der Funktion \vec{I} nach Anhang C berechnet werden. Das Ergebnis hängt ab von den Parametern W und α und zusätzlich von dem magnetfeldabhängigen Wert $h = \omega_c / \omega_{p1}$.

Abb. 13 zeigt den Verlauf der normierten Kühlkraft in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit W . Dicke durchgezogene und gestrichelte Linien stellen die

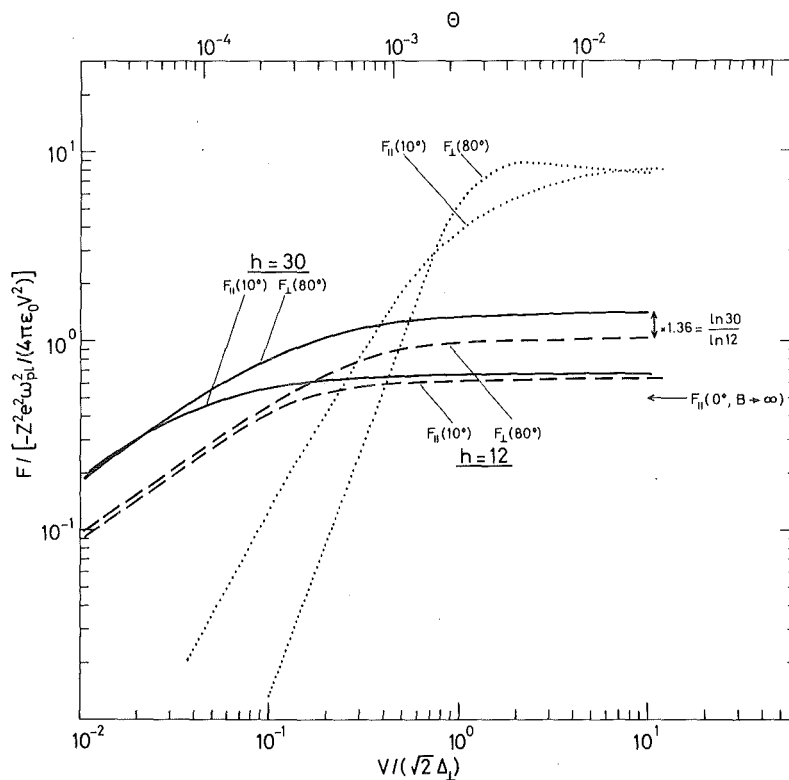


Abb. 13: Komponenten der normierten magnetischen Kühlkraft für zwei Werte des Magnetfeldes und, zum Vergleich, Verlauf der nicht-magnetischen Kühlkraft ($w = 0$). Obere Skala für $\theta = V/(\beta c)$ mit $\beta = 0.3$ und $\langle v_{\perp} \rangle$ entsprechend $T_{\perp} = 0.12$ eV/k.

magnetische Kühlkraft für zwei Magnetfelder im Verhältnis von ungefähr 2:1 dar. Für beide Werte von h sind gezeigt die longitudinale Kraft auf ein im Ruhesystem beinahe longitudinal bewegtes Ion [$F_{||}(10^\circ)$] und die transversale Kraft auf ein beinahe transversal bewegtes Ion [$F_{\perp}(80^\circ)$]. Zum Vergleich ist die nicht-magnetische Kühlkraft eingezeichnet ($w = 0$), die nur bei großen Ionen-geschwindigkeiten von Bedeutung ist.

Unter Berücksichtigung der Normierung erkennt man, daß zu kleinen Geschwindigkeiten hin zunächst ein Anstieg der magnetischen Kühlkraft mit V^{-2}

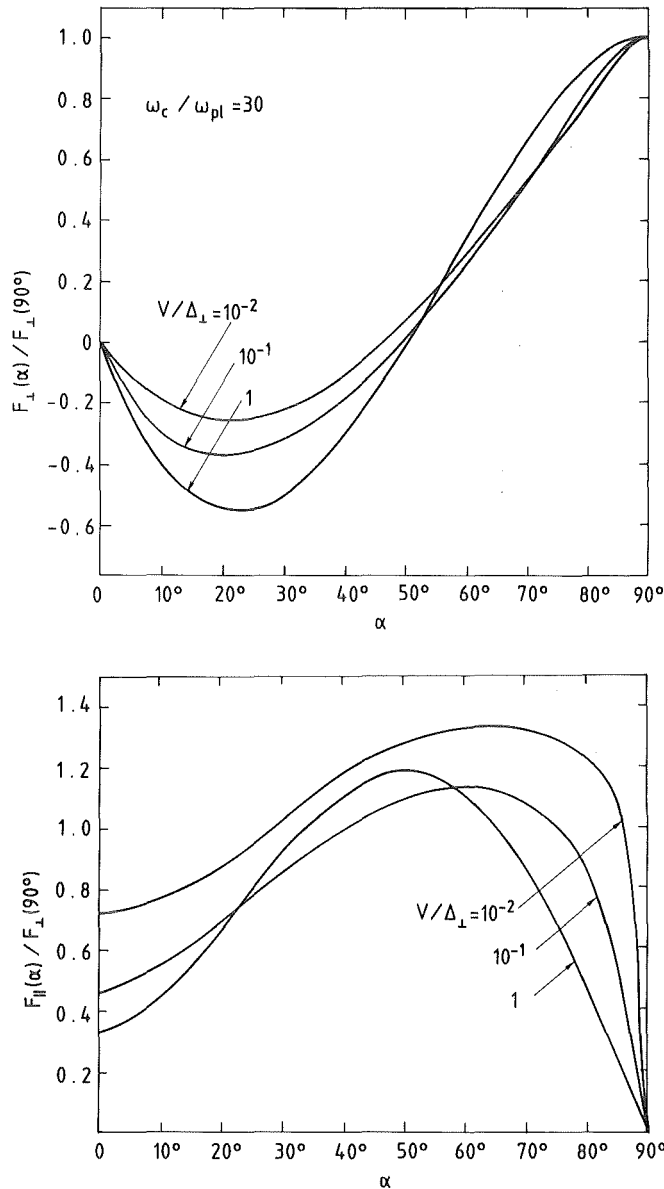


Abb. 14: Winkelabhängigkeit der Kühlkraft durch adiabatische Wechselwirkung im gesamten Stoßparameterbereich $b > r_1$

erfolgt. Sie überwiegt bald die nicht-magnetische Kühlkraft, deren Abhängigkeit von V im Bereich $V < \langle v_{\perp} \rangle$ durch einen positiven Exponenten zwischen 0 und 1 beschrieben wird. Der schnelle Anstieg der magnetischen Kühlkraft wird jedoch durch die thermische Bewegung der Elektronen unterhalb von $\langle v_{\perp} \rangle$ allmählich gebremst und erfolgt dann ungefähr mit V^{-1} . Das Anwachsen nach diesem Gesetz hält an, bis die sehr geringe longitudinale Geschwindigkeitsbreite $\langle |v_{\parallel}| \rangle$ erreicht wird, die bei der vorliegenden Berechnung nicht berücksichtigt ist.

Die Winkelabhängigkeit der beiden Komponenten der magnetischen Kühlkraft (Abb. 14) ändert sich mit der Ionengeschwindigkeit V . Für $V \approx \langle v_1 \rangle$ ist der Verlauf der Kraft sehr ähnlich zu dem Ergebnis nach Gl. 2-43 (vgl. Abb. 9). Wenn sich dagegen das Ion langsam im Vergleich zur thermischen Elektronengeschwindigkeit bewegt, nimmt die relative Bedeutung der transversalen Kraftkomponente mehr und mehr ab.

Zu einer ersten Diskussion der Verhältnisse bei der Elektronenkühlung in einem Speicherring ist in Abb. 13 oben eine horizontale Achse gezeigt, die die Divergenz eines (Anti-)Protonenstrahls von ca. 0.3 GeV/c ($\beta = 0.3$) angibt. Hierfür wurde eine transversale Elektronentemperatur (Kathodentemperatur) von 1300 K vorausgesetzt. Mit Hilfe dieser Skala zeigt sich, daß man bereits bei Strahldivergenzen um 1 mrad mit der Elektronenkühlung in einem Bereich arbeitet, in dem die magnetische Kühlkraft für die Abbremsung der Ionen ausschlaggebend ist. Es ist deshalb besonders wichtig, diesen Kraftbeitrag korrekt zu berechnen.

Bei geringeren Strahlgeschwindigkeiten βc verschiebt sich die Divergenzskala in Abb. 13 nach links, da bei gleicher Divergenz die Ionengeschwindigkeit im Ruhesystem geringer ist, die thermische Geschwindigkeit der Elektronen jedoch konstant bleibt. Für die Veränderung der Kühlkraft mit β bei festgehaltener Strahldivergenz $\theta \approx 10^{-3}$ ist im Bereich $\beta < 0.3$ das oben festgestellte Verhalten $F \propto V^{-1}$ ausschlaggebend: Man erwartet $F \propto \beta^{-1}$ für konstante Divergenz. Daraus ergibt sich, daß die Rate der Phasenraumkühlung ($\propto \vec{V} \cdot \vec{F} / V^2$) bei fester Strahldivergenz und konstanter Elektronendichte mit β^{-2} zunimmt, wenn die Strahlgeschwindigkeit sinkt. Dieses Verhalten wurde experimentell beobachtet³⁴, bislang aber nicht theoretisch begründet. Die theoretische Begründung der Beobachtung ist nunmehr durch die Ergebnisse der Kühlkraftberechnung gegeben.

Bei der Realisierung der Elektronenkühlung variiert die erzielbare Teilchendichte des Elektronenstrahls ihrerseits mit β^2 (Kapitel 4). Man kann daher in der Praxis, auch wenn die erzielbare Elektronenstromdichte mit der Strahlgeschwindigkeit sinkt, annähernd konstante Kühlzeiten erzielen, solange eine gestauchte Geschwindigkeitsverteilung im Elektronenstrahl auftritt und die Geschwindigkeitsanpassung zwischen Ionen- und Elektronenstrahl hinreichend geringe Relativgeschwindigkeiten zwischen Elektronen und Ionen zuläßt.

3. DER IONENSTRAHL UND DIE AUSWIRKUNG DER ELEKTRONENKÜHLUNG

In diesem Kapitel wird untersucht, wie sich die Auswirkungen der Elektronenkühlung in die ionenoptische Beschreibung der Teilchenbewegung im Speicherring einfügen lassen. Hierbei ist zunächst festzustellen, daß die Bewegung der umlaufenden Ionen durch die Führungsfelder des Speicherrings viel stärker beeinflußt wird als durch Stoßprozesse. Dies gilt für die Elektronenkühlung wie auch für andere Streuvorgänge, die am Ende des Kapitels ebenfalls diskutiert werden. Während der Umlaufzeit eines Ions im Speicherring und der Perioden der Betatron- und Synchrotronschwingungen kann also die Teilchenbewegung auch ohne Berücksichtigung dieser Streuprozesse genau beschrieben werden. Dagegen können sich die ionenoptischen "Konstanten" der Bewegung über viele Perioden langsam verändern. Aus der zeitlichen Variation derartiger Größen werden die "Kühlraten" bestimmt, die die Wirksamkeit der Elektronenkühlung charakterisieren.

3.1 Der Phasenraum des Ionenstrahls

Da die Mechanik unabhängiger Teilchen die Ionenbewegung bestimmt, ist es sinnvoll, den Ionenstrahl im sechsdimensionalen Phasenraum der Orts- und Impulskoordinaten einzelner Teilchen zu beschreiben, wobei dann eine Verteilungsfunktion der Einzelteilchen-Koordinaten den Zustand des Ionenstrahls insgesamt repräsentiert. Derjenige Bereich in diesem sechsdimensionalen Raum, der den überwiegenden (z.B. zu 90 % vorgegebenen) Anteil der Teilchen enthält, bestimmt das Phasenraumvolumen des Ionenstrahls. Die Bewegung in den einzelnen Raumrichtungen wird durch Projektionen auf einen jeweils zweidimensionalen Phasenraum beschrieben. Die in diesen Projektionen vom Ionenstrahl beanspruchten Bereiche werden als Strahlemittanzen bezeichnet. Phasenraumkühlung wird durch die Verringerung dieser Strahlemittanzen charakterisiert.

Um im Hinblick auf die verschiedenen, in der Literatur üblichen Definitionen eindeutige Begriffe verwenden zu können, werden in den folgenden Unterabschnitten kurz die wichtigsten Grundtatsachen der Ionenoptik in Speicherringen zusammengestellt. Gleichzeitig wird ihre Relevanz für die Elektronenkühlung diskutiert. Für die genaue Begründung wird auf Standardreferenzen³⁵ verwiesen; weitere Beziehungen sind in Formelsammlungen³⁶ angegeben.

3.1.1 Definitionen

Die Bewegung von Ionen in einem Speicherring erfolgt in der Nähe einer geschlossenen Bahn, die durch die Stärke der magnetischen Ablenkmfelder und den Betrag p des Teilchenimpulses festgelegt wird. Das begleitende Dreibein x, s, z der "zentralen" geschlossenen Bahn für den Nennimpuls p_0 dient als allgemeines Bezugssystem zur Beschreibung der Felder und der Teilchenkoordinaten (Abb. 15). Teilchen mit einer Impulsabweichung $\delta = (p - p_0)/p_0$ besitzen infolge der Dispersion in den magnetischen Elementen des Speicherrings eine von der

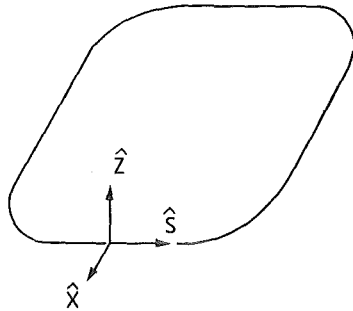


Abb. 15: Definition von Koordinaten in der Nähe der Sollbahn in einem Speicherring

zentralen Bahn abweichende geschlossene Bahn. Die transversale Bewegung wird daher zweckmäßiger durch die Betatron-Koordinaten x_b, z_b beschrieben, die auf die impulsabhängige geschlossene Bahn bezogen sind.

Zur Beschreibung der Impulsabhängigkeit der geschlossenen Bahn für kleine Impulsabweichungen dient die Dispersionsfunktion

$$D(s) = p_0 \cdot (dx/dp) \Big|_{p_0} ; \tag{3-1}$$

sie läßt sich aus dem Verlauf der äußeren Felder entlang der zentralen Bahn berechnen. Damit kann die horizontale Position eines Ions angegeben werden als

$$x = x_b + D(s) \cdot \delta . \tag{3-2}$$

In der üblichen Speicherringanordnung, bei der die zentrale Bahn in einer Ebene verläuft, kann die Dispersion in vertikaler Richtung meist außer Betracht bleiben; sie wird allenfalls durch Feldunregelmäßigkeiten verursacht. Damit gilt in dieser Raumrichtung

$$z = z_b . \tag{3-3}$$

Die transversalen Impulse ergeben sich aus den Winkeln der Teilchenbahn, da sie klein gegenüber dem Strahlimpuls p sind:

$$\begin{aligned} p_x/p &\approx x' = x_b' + D'(s) \cdot \delta, \\ p_z/p &\approx z' = z_b'. \end{aligned} \quad (3-4)$$

Durch das Zeichen ' (z. B. x') wird die Ableitung nach der Koordinate s bezeichnet.

Die longitudinale Koordinate s ist von der durchlaufenen Bahnlänge des Teilchens zu unterscheiden. Als Teilchenposition entlang der Sollbahn stellt s lediglich die Phase der Kreisbewegung dar und stimmt nur für Teilchen mit dem Nennimpuls p_0 mit der durchlaufenen Bahnlänge überein. Der Bahnumfang beim Nennimpuls, C , erlaubt es, den mittleren Krümmungsradius $R = C/(2\pi)$ zu definieren. Daraus ergibt sich die Umlaufphase $\theta = s/R$.

Die Veränderung ΔC des Bahnumfangs durch die Impulsabweichung δ kann aus dem Verlauf des Krümmungsradius $\rho(s)$ und der Dispersionsfunktion berechnet werden und wird beschrieben durch die Größe

$$\alpha = \delta^{-1} \Delta C/C = C^{-1} \int_{s_0}^{s_0+C} ds D(s)/\rho(s) \quad (3-5)$$

("momentum compaction"). Hieraus ergibt sich insbesondere die Umlauffrequenz ω_r bei einem gegebenen Teilchenimpuls p ,

$$\omega_r \approx \omega_0(1 + \eta\delta) \quad (3-6)$$

mit der Konstanten

$$\eta = \gamma^{-2} - \alpha. \quad (3-7)$$

Die Kenntnis der Größe η erlaubt es, die Impulsabweichung eines zirkulierenden Ions durch Messung der Umlauffrequenz zu bestimmen. Am Spektrum der Umlauffrequenzen kann somit die longitudinale Phasenraumkühlung des Strahls im Speicherring beobachtet werden.

3.1.2 Betatron-Phasenraum

Die Bewegung in den transversalen Freiheitsgraden x , p_x (horizontal) und z , p_z (vertikal) wird durch rücktreibende (fokussierende) Kräfte begrenzt, deren Einwirkung auf ein Teilchen sich während seiner Umläufe periodisch wiederholt. Dabei kommt es zu Schwingungen um die Gleichgewichtslage auf der geschlossenen

Bahn, die als Betatron-Schwingungen bezeichnet werden. Die Auslenkung x_b dieser Schwingungen kann für linearen Verlauf der fokussierenden Kräfte (d.h. bei Berücksichtigung der ersten räumlichen Ableitungen der Felder in transversaler Richtung) durch eine harmonische Schwingung der Frequenz $Q_x \omega_r$ beschrieben werden, deren Amplitude und Phasenlage sich entsprechend dem periodischen Verlauf der Führungsfelder entlang des Ringumfangs verändern. Diese Veränderung wird durch die Funktion $\beta_x(s)$ angegeben, die die transversalen Fokussierungseigenschaften des Speicherringes charakterisiert. Für die Auslenkung gilt:³⁷

$$x_b = \sqrt{\epsilon_x \beta_x(s)} \cos \psi_x(s) ; \quad d\psi_x/ds = 1/\beta_x(s) . \quad (3-8)$$

Die Amplitudenkonstante $\sqrt{\epsilon_x}$ und die Phase ψ_x werden durch die Anfangsbedingungen der Bewegung festgelegt. Um die Stabilität des gespeicherten Ionenstrahls zu gewährleisten, muß die Anzahl der Betatron-Perioden auf einem Umlauf,

$$Q_x = (2\pi)^{-1} \int_{s_0}^{s_0+C} ds/\beta_x(s) , \quad (3-9)$$

bestimmte Bedingungen erfüllen.³⁸ Allgemein droht eine resonanzartige Anregung der transversalen Bewegung, wenn die Größen Q_x und Q_z sowie deren Linearkombinationen $n \cdot Q_x + m \cdot Q_z$ in der Nähe ganzzahliger Werte liegen, wobei m und n kleine ganze (positive oder negative) Zahlen sind.

Die Ableitung der Auslenkung nach der Koordinate s ergibt den Winkel der Teilchenbahn

$$x_b' = -\sqrt{\epsilon_x/\beta_x(s)} [\sin \psi_x(s) + \alpha_x(s) \cdot \cos \psi_x(s)] \quad (3-10)$$

mit

$$\alpha_x(s) = -1/2 \, d\beta_x/ds . \quad (3-11)$$

Die Gleichungen 3-8 und 3-10 verknüpfen die Phasenraumkoordinaten p_x und x mit den Wirkungs- und Winkelvariablen der Bewegung. Dabei steht die Wirkung I_x in Beziehung zu der Größe ϵ_x , deren Wurzel die Amplitude der Betatronschwingung angibt und die hier als Teilchenemittanz bezeichnet werden soll:

$$I_x = p\epsilon_x . \quad (3-12)$$

Aus den Koordinaten eines Ions an einer gegebenen Stelle s des Ringumfangs folgt die Teilchenemittanz nach

$$\epsilon_x = \beta_x x_b'^2 + 2\alpha_x x_b x_b' + [(1 + \alpha_x^2)/\beta_x] x_b^2 . \quad (3-13)$$

Die Wirkung I_x ist Konstante der Bewegung bei zeitlich konstanten Feldern und eine adiabatische Erhaltungsgröße³⁹ während einer Veränderung der Strahlenergie oder der Magnetfelder. Im zweidimensionalen Phasenraum der Koordinaten x, p_x umfaßt die Teilchenbahn eine Fläche der Größe πI_x . Das Wirkungsintegral gibt also direkt das Phasenraumvolumen an, auf das die Ionenbewegung beschränkt ist. Die transversale Phasenraumkühlung führt zur allmählichen Verringerung der Größen I_x und I_z .

In der üblichen Situation bei der Elektronenkühlung ist die Länge des Elektronenstrahls kurz im Vergleich zum Umfang des Speicherringes und auch zur "Wellenlänge" der Betatronbewegung, die durch $2\pi \cdot \beta_x$ angegeben wird. Die transversale Position und die Geschwindigkeit eines Ions in der Elektronenkühlapparatur verändern sich daher nur geringfügig auf der gemeinsamen Flugstrecke mit den Elektronen. Sie sind durch die Schwingungsamplituden und -phasen und durch die Fokussierungsfunktionen β_x, β_z an der Kühlapparatur gegeben. Allerdings passiert ein Ion bei mehreren, aufeinanderfolgenden Durchgängen den Elektronenstrahl im allgemeinen mit unterschiedlichen Phasen der Betatronbewegung, so daß die Orts- und Impulskoordinaten von einem Umlauf zum nächsten wesentlich verschieden sein können. Die Phasenraumpunkte des Ions beim Passieren einer gegebenen Stelle s auf dem Ringumfang liegen auf einer Ellipse, deren Achsenlängen durch $\beta_x(s)$ und die Teilchenemittanz ϵ_x festliegen (Abb. 16). Im Laufe der Zeit verteilen sich die Punkte annähernd gleichmäßig über die Ellipse, da der Arbeitspunkt des Speicherringes abseits von Resonanzen geringerer Ordnungen zu wählen ist. Abb. 16 veranschaulicht die Lage der Phasenraumkoordinaten an der Elektronenkühlapparatur. Der Winkel x' bestimmt die Geschwindigkeit des Ions relativ zum Mittelwert der Elektronengeschwindigkeit in der betrachteten Raumrichtung; wie im letzten Kapitel dargestellt wurde, ist die Reibungskraft entscheidend von dieser Geschwindigkeit abhängig. Der ungefähre Verlauf dieser Abhängigkeit ist im rechten Teil der Abbildung skizziert. Durch die transversalen Komponenten der Reibungskraft ändern sich die Winkel x' und z' des Teilchens geringfügig bei jedem Durchqueren des Elektronenstrahls.

Die transversale Position im Elektronenstrahl ist insofern von Bedeutung, als die mittlere Geschwindigkeit und die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im allgemeinen über den Strahlquerschnitt variieren (vgl. Abschnitt 4.4.1). Im oberen Teil der Abbildung ist die Variation der mittleren longitudinalen und transversalen Elektronengeschwindigkeit schematisch dargestellt. Je nach der Lage des Ions im Elektronenstrahl ändert sich die Funktion $F_x(x')$ (Fälle A, B, C) wegen der zusätzlichen Geschwindigkeitsabweichung. Die Kühlkraft auf ein Ion hängt also von jeweils beiden Phasenraumkoordinaten der transversalen Bewegungsrichtungen ab. An diese Darstellung wird in Abschnitt 3.2 bei der Ermittlung von Kühlraten angeknüpft.

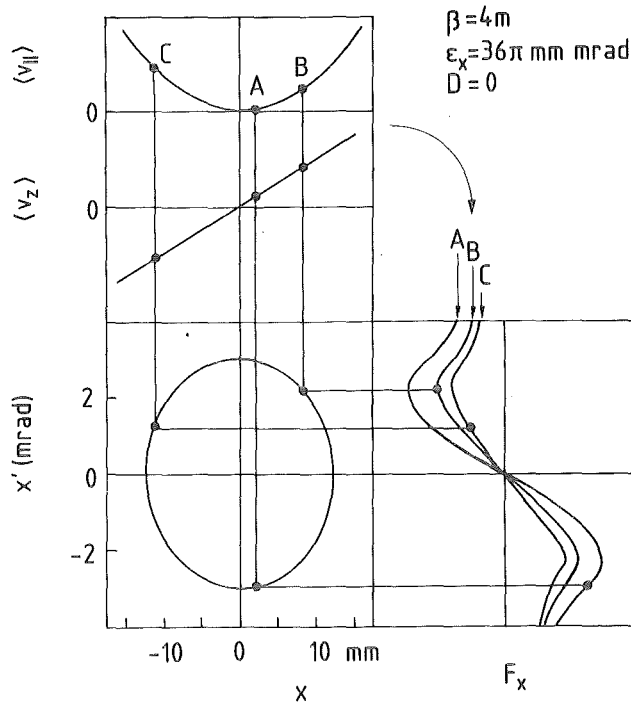


Abb. 16: Positionen eines Ions im Phasenraum bei aufeinanderfolgenden Durchgängen durch den Elektronenstrahl. Einfluß von Orts- und Winkelkoordinaten auf die Kühlkraft (rechts) entsprechend den systematischen Geschwindigkeitsunterschieden im Elektronenstrahl (oben).

3.1.3 Der longitudinale Phasenraum

Treten im Speicherring keine elektrischen Felder auf, so ist der Teilchenimpuls p bzw. die Impulsabweichung δ eine Konstante der Bewegung. Durch hochfrequente elektrische Felder hingegen lassen sich die Teilchen beschleunigen oder abbremsen. Ebenso kann sich, in Erweiterung der rein ionenoptischen Beschreibung, die Teilchenenergie durch Streuprozesse oder durch Aussendung von Synchrotronstrahlung ändern.

So erfolgt auch bei der Elektronenkühlung eine Abbremsung oder Beschleunigung der umlaufenden Ionen durch die longitudinale Komponente der Reibungskraft, die beim Durchqueren des Elektronenstrahls wirkt. In einem frei zirkulierenden Ionenstrahl kann dadurch die Energieunschärfe verkleinert oder auch die mittlere kinetische Energie langsam verändert werden.

Wird der Ionenstrahl hingegen durch ein hochfrequentes Beschleunigungsfeld beeinflusst, so tritt die Reibungskraft der Elektronenkühlung in Wettbewerb mit der elektrischen Kraft im Hochfrequenzresonator. Mit den üblichen Parametern (S. 15) berechnet man für die Energieänderung eines Ions auf einer Elektronenstrahllänge von 1 m einen maximalen Wert von ca. 1 eV. Im Vergleich hierzu wird die Hochfrequenz-Beschleunigungsspannung in der Regel überwiegen und damit für die mittlere Ionenenergie den Ausschlag geben.

Im folgenden wird das Zusammenwirken der Elektronenkühlung mit einem Beschleunigungsresonator bei konstanter Strahlgeschwindigkeit betrachtet. Die Hochfrequenz bewirkt dann eine Bündelung der umlaufenden Teilchen entlang des Ringumfangs, aber keine mittlere Beschleunigung des gespeicherten Strahls. Wird die Elektronengeschwindigkeit auf die Hochfrequenz abgestimmt, so bewirkt die Elektronenkühlung eine Dämpfung der Synchrotronschwingungen. Es kann in diesem Fall eine räumliche Kompression der Teilchen in allen drei Koordinatenrichtungen erreicht werden, da die Dämpfung der Phasenschwingungen auch die Länge der umlaufenden Teilchenbündel (bunches) verringert.

Wegen der Dispersion des Speicherringes führt eine Beeinflussung des longitudinalen Impulses eines einzelnen Teilchens am Ort des Elektronenstrahls gleichzeitig zu einer Veränderung seiner Betatron-Auslenkung; denn die Lage seiner geschlossenen Bahn verschiebt sich, während die Position des Ions im wesentlichen unverändert bleibt. Da die longitudinale Komponente der Kühlkraft auch von den transversalen Ionenkoordinaten abhängt, kommt es durch die Dispersion zu einer Kopplung der Bewegung in den verschiedenen Raumrichtungen, die bei der Angabe der Kühlraten zu berücksichtigen ist (vgl. Abschnitt 3.2).

Die longitudinale Impulskomponente ist bis auf relative Abweichungen der Größenordnung $(p_x^2 + p_z^2)/p^2 \ll \delta$ durch den Impulsbetrag p bestimmt. Der longitudinale Phasenraum kann daher durch die Koordinaten $p = p_0(1 + \delta)$ und s gebildet werden. Es ist zweckmäßig, die longitudinale Position auf ein zirkulierendes Sollteilchen mit der Position $s_0 = R\omega_0 t$ zu beziehen.

Hinsichtlich Bewegung der Ionen im longitudinalen Phasenraum unter dem Einfluß eines harmonisch zeitabhängigen elektrischen Feldes der Frequenz $\omega_1 = h\omega_0$ (h ganzzahlig) wird auf die Analogie⁴⁰ zu einem Kreispendel⁴¹ verwiesen. Insbesondere gilt diese Analogie auch für den anharmonischen Bereich bei großen Schwingungsamplituden und für den Übergang zu offenen Phasenraum-bahnen. Die Phase des Pendels bezüglich der Richtung der Gravitationsbeschleunigung entspricht der Phasendifferenz zum Sollteilchen

$$\theta_1 = h \cdot \theta \quad (3-14)$$

Die Masse des Pendels ist die sogenannte longitudinale Masse des umlaufenden Teilchens,

$$M_\ell = \gamma M / \eta \quad (3-15)$$

mit η nach Gl. 3-7. Die Gewichtskraft auf die Punktmasse des Pendels wird angegeben durch

$$M_\ell g = e\dot{U}/C \quad (3-16)$$

Dabei hat man sich die Veränderung der HF-Spannungsamplitude \dot{U} im Modell als eine Variation der "Gravitations"beschleunigung g vorzustellen.

Das Modell beschreibt in dieser Form die Synchrotronschwingungen eines Ions bei konstanter mittlerer Energie. Es kann leicht durch eine Reibungskraft ergänzt werden, die auf das Pendel wirkt, so daß die Analogie auf die Wirkung

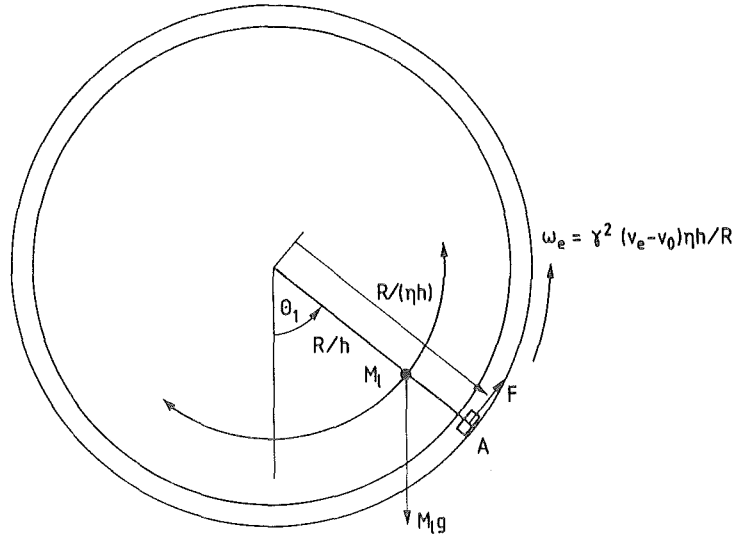


Abb. 17: Analogie zur Betrachtung von Synchrotronschwingungen unter dem Einfluß der Elektronenkühlung bei konstanter mittlerer Energie des Ionenstrahls

der Elektronenkühlung ausgedehnt werden kann. Entsprechend der Geschwindigkeitsabweichung des Elektronenstrahls dreht sich um die Achse des Kreispendels gleichzeitig ein Ring, der durch Gleitreibung bei der Stelle A an den Pendelarm gekoppelt ist (Abb. 17). Der geschwindigkeitsproportionale Bereich der Kühlkraft entspricht dem in der Mechanik bekannten Reibungsgesetz; für die V^{-2} -Abhängigkeit erscheint es schwierig, ein mechanisches Analogon zu finden. Erscheinungen wie das Mitziehen des Ionenstrahls durch die Reibkraft der Elektronenkühlung bei gleichzeitigem Einwirken des HF-Feldes lassen sich anhand dieses Modells verstehen.

Für die Synchrotronschwingungen kann wie für die transversale Bewegung eine adiabatische Invariante

$$I_S = p_0 \epsilon_S \quad (3-17)$$

definiert werden, die die Phasenraumfläche ($\times \pi^{-1}$) angibt. In der harmonischen Näherung können die Schwingungen in Anlehnung an den Formalismus der Betatronbewegung beschrieben werden durch:

$$\begin{aligned}
s - s_0 &= \sqrt{\varepsilon_s \beta_s} \cos \psi_s(t) , & d\psi_s/dt &= 1/\beta_s(t) = Q_s \omega_0 ; \\
\delta &= -\sqrt{\varepsilon_s/\beta_s} \sin \psi_s(t) ,
\end{aligned}
\tag{3-18}$$

mit

$$Q_s = \sqrt{h\nu_e \dot{U} / (2\pi M c^2 \beta^2 \gamma)} . \tag{3-19}$$

Das longitudinale Wirkungsintegral erhält man bei jeder Phasenlage der Synchronschwingung durch

$$\varepsilon_s = (s - s_0)^2/\beta_s + \beta_s \delta^2 . \tag{3-20}$$

Im frei umlaufenden Ionenstrahl ist das Wirkungsintegral I_s proportional zur Impulsabweichung δ .

3.1.4 Verteilungsfunktionen zur Beschreibung des Ionenstrahls

Bisher wurden Phasenraumbahnen einzelner Teilchen betrachtet. Ausgehend davon läßt sich die Gesamtheit der Teilchen eines Ionenstrahls durch die Angabe von Verteilungsfunktionen beschreiben. Die Verteilungen werden zu einem bestimmten Zeitpunkt vorgegeben und entwickeln sich dann aufgrund der mechanischen Gesetzmäßigkeiten. Thermische Gleichgewichtsverteilungen sind für die Auswahl solcher Anfangsbedingungen prädestiniert. In einem harmonischen Potential läßt sich ein solcher Gleichgewichtszustand durch die Gleichverteilung der Schwingungsphasen ψ_x und eine Exponentialverteilung der Wirkungsintegrale

$$f_x(\varepsilon_x, \psi_x) = (2\pi E_x)^{-1} e^{-\varepsilon_x/E_x} \tag{3-21}$$

beschreiben. Hierbei gibt E_x die Strahlemittanz an. Mit ε_x nach Gl. 3-13 ergibt sich dann die zweidimensionale Gaussverteilung für die Phasenraumkoordinaten x_b, x_b' :

$$\begin{aligned}
f_x(x_b, x_b') &= \frac{\sqrt{1 + \alpha_x^2}}{2\pi\sigma_x\sigma_{x'}} \times \\
&\times e^{-\frac{(1 + \alpha_x^2)[x_b^2/(2\sigma_x^2) + x_b'^2/(2\sigma_{x'}^2) + \alpha_x x_b x_b' / (\sigma_x \sigma_{x'} \sqrt{1 + \alpha_x^2})]}{2}}
\end{aligned}
\tag{3-22}$$

Die Breiten für Strahlprofil (σ_x) und Divergenz ($\sigma_{x'}$) sind anzugeben als

$$\sigma_x^2 = 1/2 \beta_x E_x \quad (3-23)$$

$$\sigma_{x'}^2 = 1/2 (1 + \alpha_x^2) E_x / \beta_x .$$

Die Größe α_x (vgl. Gl. 3-11) spielt die Rolle eines Korrelationskoeffizienten der Zufallsverteilung.

Mit diesen Definitionen ist E_x gleich dem Mittelwert der Teilchenemittanzen ϵ_x . Für 63.2 % aller Teilchen ist $\epsilon_x < E_x$.⁴² Ein Teilchen mit $\epsilon_x = E_x$ erreicht die Schwingungsamplitude $\sqrt{2}\sigma_x$.

Für die longitudinalen Phasenraumkoordinaten s, δ läßt sich in einem durch Hochfrequenz gepulst umlaufenden Strahl die Verteilung nach Gl. 3-22 entsprechend anwenden, wobei sich die Bunchlänge

$$\sigma_s^2 = 1/2 \beta_s E_s \quad (\ll C^2) \quad (3-24)$$

und die Impulsunschärfe

$$\sigma_p^2 = 1/2 E_s / \beta_s \quad (3-25)$$

ergeben. Für einen frei zirkulierenden Strahl ist die eindimensionale Gaussverteilung

$$f_s(s, \delta) = (\sqrt{2\pi}\sigma_p C)^{-1} e^{-\delta^2 / (2\sigma_p^2)} \quad (3-26)$$

angemessen.

3.2 Kühlratenberechnung

Die Berechnung der Kühlraten eines umlaufenden Ions kann an die Darstellung in Abb. 16 anschließen. Das Ion erfährt beim Passieren des Elektronenstrahls jedesmal eine kleine Änderung seiner Impulskoordinaten p_i (Numerierung 1 ... 3 der Koordinaten x, s, z). Entsprechend der Phasenlage der Betatron- und Synchrotronschwingungen folgt daraus eine kleine Änderung der Bewegungsintegrale ϵ_i :

$$\Delta\epsilon_i = \sum_j (\partial\epsilon_i / \partial p_j) \Delta p_j . \quad (3-27)$$

Die wiederholte Änderung der Bewegungsintegrale führt zu deren zeitlicher Zu- oder Abnahme mit den mittleren Raten $\dot{\epsilon}_i$, die die Auswirkung der Elektronenkühlung auf ein einzelnes Ion beschreiben. Diese Kühlraten sind das Ergebnis mehrerer Mittelwertbildungen:

- Zunächst sei noch einmal betont, daß sich die Reibungskraft selbst durch Mittelung über Stoßprozesse mit zahlreichen Elektronen ergibt, die sich entlang der Flugstrecke des Ions im Elektronenstrahl ereignen. Bei der typischen Elektronendichte von 10^8 cm^{-3} tritt ein Ion auf einem cm Flugstrecke mit 10^4 bis 10^6 Elektronen in Wechselwirkung, die sich innerhalb der Abschirmlänge λ (0.01 ... 1 mm) befinden. Die Einzelheiten dieser Mittelung, insbesondere die Grenzen für die Annahme unabhängiger Stoßprozesse, wurden in Kapitel 2 diskutiert.

Muß die Veränderung der Betatron-Koordinaten eines Ions während seiner Wechselwirkung mit den Elektronen berücksichtigt werden? Die gemeinsame Flugstrecke von Elektronen und Ionen im Verlauf ihrer Wechselwirkung wurde in Abschnitt 2.2 abgeschätzt (Gl. 2-23) und erreicht demnach ungefähr 20 cm. Dies ist in der Regel kurz im Vergleich zur Betatron-Wellenzahl β_x , die die Änderung der Ionenkoordinaten charakterisiert; unter dieser Voraussetzung ist es gerechtfertigt, die Kühlkraftberechnung unabhängig von den späteren Mittelwertbildungen durchzuführen.

- Bei einer relativen Elektronenstrahllänge

$$\eta_L = L/C \ll 1 \quad (3-28)$$

ergibt sich die Kühlrate $(\Delta\varepsilon_i)_C$ während eines Umlaufs durch Mittelung von Gl. 3-27 über die Längsausdehnung des Elektronenstrahls, geschrieben als $\langle \rangle_L$. Mit der Aufenthaltszeit $\eta_L/(2\pi\omega_r)$ des Ions gilt

$$(\Delta\varepsilon_i)_C = \eta_L/2\pi\omega_r \cdot \Sigma_j \langle (\partial\varepsilon_i/\partial p_j) F_j^* \rangle_L \quad (3-29)$$

F_j^* bezeichnet die Komponenten der Kühlkraft im Laborsystem. Für den häufigen Fall $L < \beta_x, \beta_z$ können konstante Ionenkoordinaten am Ort s_0 des Elektronenstrahls angenommen werden:

$$(\Delta\varepsilon_i)_C = \eta_L/2\pi\omega_r \cdot \Sigma_j (\partial\varepsilon_i/\partial p_j)|_{s_0} \langle F_j^* \rangle_L \quad (3-30)$$

Die Kühlkraft wird zunächst im Ruhesystem des Elektronenstrahls mit Hilfe der dort auftretenden Ionengeschwindigkeit berechnet. Um die Kühlkraft F_j^* zu erhalten, müssen die Kraftkomponenten anschließend ins Laborsystem transformiert werden. Die erforderlichen Lorentztransformationen sind in Anhang D zusammengestellt. Zur Berechnung der mittleren Kühlkraft $\langle F_j^* \rangle_L$ können Variationen der Elektronenstrahleigenschaften über seine Längsausdehnung berücksichtigt werden. Beispielsweise kann eine über die Elektronenstrahllänge gemittelte Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen verwendet werden, wenn die kollektiven Verschiebungen der Elektronen bei der

Kühlkraftberechnung nur im Coulomb-Logarithmus Beachtung finden (vgl. Abschnitt 2.5).

- Die Kühlrate für die einzelnen Umläufe ist starken Schwankungen unterworfen, da ein Ion den Elektronenstrahl mit immer anderen Phasen der Betatron- und Synchrotronschwingungen passiert. Dies wurde bereits im Zusammenhang mit Abb. 16 diskutiert. Dabei ändern sich jeweils die Teilchenkoordinaten für die Kühlkraftberechnung und die Ausdrücke $(\partial \varepsilon_i / \partial p_j) |_{s_0}$. Erst bei Betrachtung zahlreicher Umläufe ergeben sich die durchschnittlichen zeitlichen Änderungsraten $\dot{\varepsilon}_i$. Für analytische Betrachtungen ist es dabei oft zweckmäßig, direkt eine Mittelung über die Schwingungsphasen, geschrieben $\langle \rangle_\psi$, durchzuführen. Damit folgt abschließend für die Kühlraten

$$\dot{\varepsilon}_i = \{2\pi\omega_r (\Delta\varepsilon_i)_C\}_\psi = \eta_L \sum_j \{(\partial \varepsilon_i / \partial p_j) |_{s_0} \langle F_j^* \rangle_L\}_\psi . \quad (3-31)$$

Die Kühlratenberechnung wird nun an einigen Beispielen demonstriert. Im Falle der horizontalen Koordinate folgt unter Vernachlässigung sowohl der Dispersion D als auch der Ableitung $d\beta_x/ds$:

$$\partial \varepsilon_x / \partial p_x = 2\beta_x x_b' / p . \quad (3-32)$$

Die Kühlrate $\dot{\varepsilon}_x$ ist dann proportional zur Leistung der Kühlkraft; denn es gilt

$$\dot{\varepsilon}_x = 2\eta_L \beta_x / (M\gamma\beta^2 c^2) \{V_x^* F_x^*\}_\psi . \quad (3-33)$$

In einer Näherung für kleine Schwingungsamplituden kann man außerdem den Funktionsverlauf der Kühlkraft in der Nähe der Gleichgewichtslage der Schwingung ($|_0$) linearisieren und erhält

$$\dot{\varepsilon}_x = \eta_L \varepsilon_x / (M\gamma) (\partial F_x^* / \partial V_x^*) |_0 . \quad (3-34)$$

Die Lorentztransformation von Kraft und Geschwindigkeit ergibt in diesem Fall

$$\partial F_x^* / \partial V_x^* = \partial F_x / \partial V_x . \quad (3-35)$$

und wurde demnach berücksichtigt.

Für eine isotrope Maxwell-Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten erhält man mit Gl. 2-24 bei guter Abstimmung der Richtungen von Ionen- und Elektronenstrahl ($V_x |_0 < \Delta$) die folgende Kühlzeit $\tau_x = -\varepsilon_x / \dot{\varepsilon}_x$:

$$\tau_x = 3\sqrt{\pi}/\sqrt{2} (C_0 L_C \eta_L n_e^*)^{-1} \gamma^2 (\Delta/c)^3 . \quad (3-36)$$

Der Faktor 2 gegenüber τ_0 nach Gl. 2-34 erklärt sich dadurch, daß bei den Betatronschwingungen nur die Hälfte der Schwingungsenergie als kinetische Energie im Elektronenstrahl auftritt, während der andere Teil in den zusätzlichen Freiheitsgraden der potentiellen Energie gespeichert ist. Die Zeitkonstante τ_0 gilt dagegen für die Dämpfung freier Bewegung.

Nach den Ergebnissen der Kühlkraftberechnung (Abschnitt 2.5) und bei den im Speicherring auftretenden Strahldivergenzen ist es nicht angebracht, den Verlauf der Kühlkraft über den Bereich der Betatronschwingungen zu linearisieren. Es ist daher im allgemeinen viel schwieriger, die Mittelwerte nach Gl. 3-31 für die Angabe der Kühlraten zu bestimmen; hierauf wird in Kapitel 6 eingegangen.

Im Rahmen qualitativer Betrachtungen läßt sich in der linearen Näherung noch die Kopplung zwischen der horizontalen und der longitudinalen Koordinate durch die Dispersion des Speicherrings diskutieren. Hierzu wird wiederum die Ableitung $d\beta_x/ds$ vernachlässigt; außerdem wird $D' = 0$ gesetzt. Mit Gl. 3-2 und 3-13 folgt dann die Ableitung

$$\partial \varepsilon_x / \partial p_s = -2Dx_b / (p\beta_x) . \quad (3-37)$$

Sofern die Kühlkraft vom Ort unabhängig ist, verschwindet der mittlere Kopplungsterm wegen $\{x_b\}_\psi = 0$. Bei einer Variation der Kühlkraft mit dem Ort, die ebenfalls in linearer Näherung beschrieben wird, ergibt sich jedoch in Erweiterung von Gl. 3-34

$$\dot{\varepsilon}_x = \eta_L \varepsilon_x / (M\gamma) [(\partial F_x / \partial V_x)|_0 - D(\beta c)^{-1} (\partial F_s^* / \partial x)|_0] . \quad (3-38)$$

Weitergehende Untersuchungen zum Ablauf der Elektronenkühlung bei Verwendung der linearen Näherung wurden von Derbenev und Skrinskij²⁶ durchgeführt.

3.3 Streuprozesse im Ionenstrahl

3.3.1 Streuung am Restgas oder an einem internen Target

Die Streuung umlaufender Ionen an ruhenden Atomkernen kann beschrieben werden mit Hilfe der Näherung für den Impulsübertrag bei Coulombstößen in Gl. 2-1. Man erhält hiermit einen auch bei relativistischen Geschwindigkeiten gültigen⁴³ Ausdruck für den differentiellen Streuwirkungsquerschnitt:

$$d\sigma/d\Omega = [2ZZ'e^2 / (4\pi\epsilon_0 M\beta^2 \gamma c^2)]^2 \cdot \theta^{-4} , \quad (3-39)$$

wobei θ den Ablenkwinkel und Z' die Ladung des ruhenden Kerns angibt.

Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit führt die Streuung das umlaufende Ion sofort aus der Ringakzeptanz heraus, die durch den Grenzwinkel θ_0 charakterisiert wird. Bei dieser "Einzelstreuung" sinkt die Zahl N der Ionen mit der Rate

$$\alpha_{ES} = -\dot{N}/N = n_g \beta c \cdot \int d\sigma = 4\pi n_g (Z/A)^2 Z'^2 r_p^2 c / (\beta^3 \gamma^2 \theta_0^2) . \quad (3-40)$$

Hierin ist A die Massenzahl der umlaufenden Ionen und n_g die mittlere räumliche Dichte der ruhenden Atomkerne entlang des Ringumfangs. Der Wert von n_g ergibt sich aus dem Ringvakuum oder aus der Massenbelegung ("Dicke") ρd eines internen Targets. Mit der Targetkernmasse M_t gilt

$$n_g = \rho d / (M_t C) . \quad (3-41)$$

Beim Druck Π und einer Temperatur von 300 K folgt für ein zweiatomiges Gas⁴⁴

$$n_g = 4.7563 \times 10^4 \text{ cm}^{-3} \{ \Pi / 10^{-12} \text{ mbar} \} . \quad (3-42)$$

θ_0 ist als der Akzeptanzwinkel am internen Target oder, für die Restgasstreuung, als mittlerer Akzeptanzwinkel des Speicherringes zu wählen.

Die Stöße mit kleineren Ablenkwinkeln $\theta < \theta_0$ bewirken eine Diffusion der umlaufenden Ionen durch Vielfachstreuung. Für die Coulombwechselwirkung mit neutraler Materie ist der kleinste relevante Ablenkwinkel bzw. der größte Stoßparameter ($\theta \propto b^{-1}$ nach Gl. 2-1) gegeben durch⁴⁵

$$\theta_{\min} = (m_e/M) \alpha Z'^{1/3} / (1.4 \cdot \beta \gamma) = 2.84 \times 10^{-6} Z'^{1/3} / (A \beta \gamma) , \quad (3-43)$$

über die Feinstrukturkonstante α . Mit der Ringakzeptanz des LEAR ($\theta_0 \approx 3 \text{ mrad}$) ergibt die Integration über den Stoßparameterbereich der Vielfachstreuung den Coulomb-Logarithmus⁴⁶

$$L_{MS} = \ln(\theta_0 / \theta_{\min}) \approx \ln 165 = 5.1 . \quad (3-44)$$

Damit lassen sich die Diffusionskoeffizienten angeben als

$$D_{xx} = D_{zz} = n_g Z^2 Z'^2 L_{MS} e^4 / (4\pi \epsilon_0^2 \beta c) ; \quad (3-45)$$

alle übrigen Tensorkomponenten verschwinden.

Wie bei der Kühlratenberechnung, die in Abschnitt 3.2 diskutiert wurde, läßt sich aus den Diffusionskoeffizienten die zeitliche Änderung der Bewegungsintegrale ϵ_i erhalten. Allgemein gilt (vgl. Gl. 3-27)

$$\Delta \varepsilon_i = 1/2 \sum_{\ell, m} (\partial^2 \varepsilon_i / \partial p_\ell \partial p_m) \Delta p_\ell \Delta p_m, \quad (3-46)$$

$$\Delta \varepsilon_i \Delta \varepsilon_j = \sum_{\ell, m} (\partial \varepsilon_i / \partial p_\ell) (\partial \varepsilon_j / \partial p_m) \Delta p_\ell \Delta p_m.$$

Die Ableitungen $\partial^2 \varepsilon_i / \partial p_\ell \partial p_m$ usw. sind über die im Laufe der Zeit an jeder Ringposition auftretenden Umlaufphasen ψ zu mitteln. Dies ergibt

$$\{(\partial \varepsilon_x / \partial p_x)^2\}_\psi = 2\varepsilon_x \beta_x / p^2, \quad (3-47)$$

$$\{\partial^2 \varepsilon_x / \partial p_x^2\}_\psi = 2\beta_x / p^2.$$

Durch die Streuung erhöht sich also einerseits die Teilchenemittanz mit einer durchschnittlichen Rate von

$$R_x = \langle \dot{\varepsilon}_x \rangle = 4\pi n_g (Z/A)^2 Z'^2 r_p^2 \beta_x L_{MS} / (\beta^3 \gamma^2); \quad (3-48)$$

andererseits ist die Änderung der Betatron-Amplitude eines Einzelteilchens mit einer statistischen Unschärfe behaftet, die sich angeben läßt als

$$\langle (\Delta \varepsilon_x)^2 \rangle = 2\varepsilon_x \langle \Delta \varepsilon_x \rangle. \quad (3-49)$$

Bei einer rechnerischen Simulation der Vielfachstreuung an Koordinaten einzelner Ionen ist es wichtig, beide Aspekte zu berücksichtigen.

Die allmähliche Erhöhung der Strahlemittanz tritt in Konkurrenz mit der Kühlrate. Insbesondere würde sich bei einer exponentiellen Dämpfung mit der Zeitkonstante $\tau_x = -\varepsilon_x / \dot{\varepsilon}_x$ die Gleichgewichtsemittanz

$$E_x = R_x \tau_x \quad (3-50)$$

einstellen. Ohne Phasenraumkühlung tritt durch die Vielfachstreuung ein Teilchenverlust ein, weil die Schwingungsamplitude umlaufender Ionen mit der Zeit die Ringakzeptanz übersteigt. Für die Berechnung dieser Verluste sind Randbedingungen bei der Verteilungsfunktion der Ionen zu berücksichtigen. Hat sich die Strahlemittanz bereits bis zur Akzeptanzgrenze erhöht, läßt sich so eine Verlustrate von

$$\alpha_{MS} = 1/4 \cdot 14.7 \theta_0^{-2} p^{-2} D_{xx} = 3.7 \cdot L_{MS} \alpha_{ES} \quad (3-51)$$

herleiten.⁴⁷ Ohne Phasenraumkühlung sind also die Teilchenverluste durch Vielfachstreuung um mehr als eine Größenordnung höher als die durch Einzelstreuung. Bei einer ausreichend schnellen Phasenraumkühlung verlängert

sich daher die Lebensdauer eines gespeicherten Strahls erheblich bis zu der durch Einzelstreuung gegebenen Grenze.

Es sei angemerkt, daß sich die Auswirkungen der Diffusion umlaufender Ionen im Elektronenstrahl über die Gleichungen 3-46 ebenfalls beschreiben lassen, obwohl gezeigt wurde, daß dieser Prozess bei der Elektronenkühlung gewöhnlich von geringer Bedeutung ist (Abschnitt 2.3).

3.3.2 Intrabeam-Scattering

Als Intrabeam-Scattering wird die gegenseitige Streuung der Teilchen innerhalb eines einzelnen Strahls bezeichnet. Synonym wird hier der Name "strahlinterne Streuung" gebraucht. Dieser Prozess führt grundsätzlich zur Einstellung einer thermischen Gleichgewichtsverteilung der Teilchengeschwindigkeiten. Bei einem gespeicherten, durch äußere Felder geführten Strahl bedeutet dies nicht unbedingt allein einen Ausgleich der Temperaturen in den verschiedenen Freiheitsgraden unter Erhaltung der gesamten Energie der ungeordneten Bewegung im Ruhesystem des Strahls; es kann dabei auch zu einer generellen Aufheizung der Teilchenstrahls auf Kosten der gerichteten Bewegungsenergie kommen.⁴⁸ Dieser generellen Aufheizung kann nun durch Phasenraumkühlung entgegengewirkt werden. Aber auch bereits angesichts der ersten, harmloseren Auswirkung verdient die strahlinterne Streuung in Speicherringen besondere Beachtung; denn die im letzten Abschnitt beschriebenen, wichtigsten Streuprozesse beeinflussen primär die transversalen Freiheitsgrade und wirken sich erst infolge des Intrabeam-Scattering auf das Impulsband des gespeicherten Strahls aus. Um den Gleichgewichtszustand eines gekühlten Ionenstrahls zu verstehen, müssen also auch diese Prozesse in Betracht gezogen werden.

Die strahlinterne Streuung von unvollständig ionisierten Atomen ist ein weitgehend unerforschtes, komplexes Gebiet, in dem sich auch neue Möglichkeiten zur Phasenraumkühlung eröffnen.⁴⁹ Im folgenden werden nur die Streuprozesse von Atomkernen, insbesondere Protonen oder Antiprotonen diskutiert.

Zu deren Beschreibung eignen sich grundsätzlich die bisher für die Wechselwirkung zwischen Ionen und Elektronen dargestellten Ergebnisse. Die Veränderung der Konstanten der Bewegung eines Ions aufgrund der Reibungskraft und der Diffusion lassen sich wie in den Abschnitten 3.2 und 3.3.1 beschrieben nach Mittelung über den Ringumfang angeben. Reibung und Diffusion selbst folgen durch Betrachtung des Ions als Testteilchen im "Feld" der anderen, gleichartigen Ionen. Wegen der Massengleichheit ist dabei auch die Diffusion wesentlich. Mit Hilfe der Größen $\langle \Delta \epsilon_i \rangle$ und $\langle \Delta \epsilon_i \Delta \epsilon_k \rangle$ läßt sich die zeitliche Veränderung der Verteilungsfunktion f_Q des Ionenstrahls gewinnen aus der Fokker-Planck-Gleichung⁵⁰

$$\partial f_Q / \partial t = -\sum_{i,k} (\partial / \partial \varepsilon_i) [\langle \Delta \varepsilon_i \rangle f_Q - 1/2 (\partial / \partial \varepsilon_k) (\langle \Delta \varepsilon_i \Delta \varepsilon_k \rangle f_Q)] . \quad (3-52)$$

Diese allgemeine Behandlung ist aus den unten genannten Gründen wünschenswert, jedoch ungemein komplex, obwohl die Bestandteile der Theorie vorliegen. So erlegen sich die derzeit verfügbaren Berechnungen Beschränkungen auf, die zu einer erheblichen Vereinfachung führen. Es wird nämlich die Änderung der mittleren Emittanzen für eine gegebene Form der Verteilung gesucht. Dabei wird als Form eine anisotrope Gaußverteilung wie in Gl. 3-22 vorausgesetzt. Unter dieser Annahme läßt sich eine effektive Häufigkeit der Relativgeschwindigkeiten bei Coulombstößen angeben, die bereits einen Durchschnittswert für alle Teilchen des Strahls darstellt. Mit der Häufigkeit der Relativgeschwindigkeiten lassen sich unter Berücksichtigung der Mechanik die Änderungsraten der Strahlemittanzen bestimmen. Gewöhnlich werden die Anwachszeiten der Strahldivergenzen wie

$$\tau_{x'} = \sigma_{x'} (d\sigma_{x'} / dt)^{-1} \quad (3-53)$$

als Ergebnis angegeben. Die Wirkung der strahlinternen Streuung kann entlang des Ringumfangs erheblich variieren;^{4,8} es ist daher oft anzustreben, den Durchschnitt von mehreren solchen Berechnungen an verschiedenen Punkten des Ringumfangs zu bilden.

Der Umfang dieser Berechnung sei kurz beschrieben: Die Integrale über die effektiven Häufigkeiten der Relativgeschwindigkeiten werden auf drei "Streufunktionen" zurückgeführt, die numerisch durch Integration über ein zweidimensionales Gebiet einzeln bestimmt werden müssen.^{5,1} Die Bestimmung der Streufunktionen vereinfacht sich, wenn die Ableitungen der Amplitudenfunktionen β_x , β_z und der Dispersion D vernachlässigt werden. Sie lassen sich dann auf eine einzige Funktion zurückführen, die durch numerische Integration über nur eine Variable zu berechnen ist.^{5,2} Die Genauigkeit der Ergebnisse bei der letzten Vereinfachung hängt von der magnetischen Struktur des untersuchten Speicherringes ab.

Im Zusammenhang mit der Elektronenkühlung besteht großes Interesse an Berechnungen zum Intrabeam-Scattering. Einerseits ermöglicht die starke Kühlung hohe Teilchendichten, die zu hohen Streuraten führen. Andererseits können durch die nichtlineare Variation der Kühlkraft bei der Elektronenkühlung Verteilungsfunktionen zustandekommen, die von einer Gaußverteilung stark abweichen. Unter diesen Gesichtspunkten erscheint die Angabe der globalen Anwachszeiten $\tau_{x'}^{-1}$ nicht ganz angemessen, obwohl diese Größen, in Ermangelung besserer Möglichkeiten, bei den in Kapitel 6 beschriebenen Simulationsrechnungen verwendet werden müssen.

4. DER ELEKTRONENSTRAHL

Zur Elektronenkühlung in einem Speicherring wird ein intensiver, kalter Elektronenstrahl benötigt, der auf die Geschwindigkeit des zirkulierenden Ionenstrahls gebracht und mit ihm über ein möglichst langes Teilstück des Ringes zusammengeführt wird. Wegen der viel niedrigeren Masse der Elektronen und der angestrebten hohen Teilchendichte unterscheiden sich die Bedingungen im Elektronenstrahl erheblich von denen im Ionenstrahl. Insbesondere spielt die Raumladung eine viel größere Rolle. Andererseits kann die Elektronenbewegung bereits durch geringe Magnetfelder erheblich beeinflusst werden.

Zum Ausgleich der Raumladungskräfte erweist es sich deshalb bei schwach relativistischer Strahlgeschwindigkeit als vorteilhaft, den Elektronenstrahl in einem entlang der Strahlrichtung orientierten Magnetfeld zu führen. Energie, die die Elektronen durch transversale Beschleunigung erhalten, führt zu einer Rotationsbewegung mit der Magnetfeldrichtung als Achse. Das longitudinale Magnetfeld wirkt also im Sinne einer kontinuierlichen Strahlfokussierung. Bei langsamen Richtungsänderungen folgt der Elektronenstrahl den Magnetfeldlinien. Während der Einwirkung einer transversalen Kraft auf den Elektronenstrahl tritt außerdem eine Driftbewegung auf, die senkrecht sowohl zur Richtung der äußeren Kraft als auch zum Magnetfeld verläuft. Solche transversalen Kräfte können durch die Raumladung der Elektronen selbst, durch die Verwendung äußerer elektrischer Felder bei der Beschleunigung des Strahls oder durch eine Änderung der Magnetfeldrichtung in Gestalt von Zentrifugalkräften zustande kommen.

Erzeugung und Beschleunigung (1) des Elektronenstrahls geschehen in einer Elektronenkanone, die bereits innerhalb des longitudinalen Magnetfeldes liegt. Nach seiner Erzeugung wird der Elektronenstrahl durch eine geeignete Richtungsänderung (2) der Magnetfeldlinien mit dem Ionenstrahl zusammengeführt. Die Eigenschaften des nun gleichmäßig bewegten Elektronenstrahls (3) sind für die Wirksamkeit der Elektronenkühlung entscheidend. Die Elektronen werden schließlich in einem Kollektor (4) auf das Potential abgebremst, das sie bei ihrer Freisetzung an der Kathode hatten, und mit Hilfe einer kleinen positiven Spannung gegen ihre Raumladung aus der Apparatur herausgeführt.

Auf die allgemeinen Gesichtspunkte der Elektronenbewegung in den vier genannten Bereichen der Elektronenstrahlapparatur wird in den Abschnitten 4.2 bis 4.5 eingegangen. Vorher werden die in allen Fällen geltenden Gesetzmäßigkeiten kurz zusammengefaßt. Am Ende des Kapitels wird das Vorgehen bei numerischen Berechnungen der Elektronenbewegung dargestellt. Anhand einiger

Ergebnisse dieser Berechnungen wird die Funktionsweise der Elektronenkanone und des Kollektors der aufgebauten Elektronenkühlapparatur beschrieben.

4.1 Grundlegende Beziehungen

Die Raumladung eines Elektronenstrahls wird in einer rotationssymmetrischen Anordnung durch die Ladungsdichte $qn_e(r)$ angegeben. Das elektrische Feld dieser Ladungsverteilung folgt aus dem Gaußschen Integralsatz der Form

$$2\pi r E_r = \int_0^r dr' 2\pi r' \cdot [qn_e(r')/\epsilon_0 - \partial E_s/\partial s] . \quad (4-1)$$

Am Auftreten des Terms $\partial E_s/\partial s$ erkennt man, daß sich die Wirkung der Raumladung während der Beschleunigung oder Abbremsung des Elektronenstrahls kompensieren läßt, indem man die Beschleunigungsfeldstärke entlang der Achse in geeigneter Weise verändert. Dies wird beim Start der Elektronen an der Kathode ausgenutzt (Abschnitt 4.2). Durch die Stromdichte $j_s(r) = qn_e(r)v_s(r)$ entsteht außerdem ein Eigenmagnetfeld des Elektronenstrahls, das aus dem Stokesschen Satz folgt:

$$2\pi r B_\varphi = \mu_0 \int_0^r dr' 2\pi r' \cdot j_s(r') . \quad (4-2)$$

Die Kraft F_r durch das Eigenmagnetfeld ist im Gegensatz zur elektrostatischen Kraft radial nach innen gerichtet, $F_r = -qv_s B_\varphi$, und kann als eine relativistische Korrektur der Raumladungskraft angesehen werden. Für einen homogenen Strahl ist die resultierende Beschleunigung durch

$$a_r = r \cdot q^2 n_e / (2\gamma^3 m \epsilon_0) = r \cdot \omega_{pl}^2 / (2\gamma^2) \quad (4-3)$$

gegeben. Dabei wurde die Plasmafrequenz im Ruhesystem des Elektronenstrahls nach Gl. 2-19 verwendet und beachtet, daß sich durch die Lorentzsche Längenkontraktion die Elektronendichte im Ruhesystem gegenüber ihrem Wert im Laborsystem um den Faktor γ^{-1} reduziert.

Die Transversalgeschwindigkeiten der Elektronen im longitudinalen Magnetfeld werden annähernd durch eine lineare Schwingungsgleichung beschrieben, wobei ein Störterm die transversale Beschleunigung repräsentiert. Durch geschickte Beachtung der Eigenschaften erzwungener Schwingungen ist es möglich, die Auswirkung unvermeidbarer, örtlich begrenzter Transversalfelder zu unterdrücken. Da die Lösung der linearen Schwingungsgleichung leicht anzugeben ist, kann mit ihrer Hilfe die Auswirkung von Störfeldern mit bekanntem Verlauf entlang des Elektronenstrahls abgeschätzt werden. Diese Zusammenhänge werden im folgenden präzisiert.

Als Differentialgleichungen für die Änderung der transversalen Koordinaten erhält man ohne Näherung nach der relativistischen Bewegungsgleichung

$$\begin{aligned} \dot{v}_x + \omega_c v_z + (\dot{\gamma}/\gamma)v_x &= q(E_x + v_s B_z)/(\gamma m) , \\ \dot{v}_z - \omega_c v_x + (\dot{\gamma}/\gamma)v_z &= q(E_z - v_s B_x)/(\gamma m) , \\ \dot{x} &= v_x , \\ \dot{z} &= v_z , \end{aligned} \tag{4-4}$$

mit der Zyklotronfrequenz im Laborsystem, $\omega_c = qB_s/(\gamma m)$. In einem Strahl mit geringer Transversalbewegung kann für die Koordinate entlang der Ausbreitungsrichtung s eine unabhängige Lösung der Bewegungsgleichung gefunden werden. Dazu wird der Einfluß von v_x und v_z auf die relativistische Massenzunahme γ vernachlässigt und $v_s \approx \beta c$ einfach aus dem Potential gegenüber der Kathode errechnet. Die Koordinate $s(t)$ des Elektrons folgt aus der Integration von $ds/dt = v_s$. Um eine Linearisierung der Gleichungen 4-4 zu erreichen, wird darüberhinaus die Variation der äußeren Felder über den Bereich der Transversalbewegung vernachlässigt. Die Störfelder sind dann mit Hilfe der Beziehung $s(t)$ einfach als Zeitfunktionen entlang der ungestörten Bahn vorgegeben.

Die Transversalbewegung geringer Amplitude läßt sich also in guter Näherung durch die folgende einfache Differentialgleichung berechnen:

$$\dot{w} + (\dot{\gamma}/\gamma - i\omega_c)w = Q[s(t)] \tag{4-5}$$

mit der komplexen Geschwindigkeit $w = v_x + iv_z$ und der Beschleunigung (Störfunktion)

$$Q = q/(\gamma m) \cdot [(E_x + iE_z) - iv_s(B_x + iB_z)] . \tag{4-6}$$

Die allgemeine Lösung

$$w(t) = (w_0 + w_1) \cdot [\gamma_0/\gamma(t)] e^{i\omega_c(t-t_0)} \tag{4-7}$$

zeigt, daß sich die Beiträge w_0 (durch die Anfangsbedingungen) und w_1 (durch die Störung) je nach Phasenlage vektoriell in der v_x - v_z -Ebene addieren, also auch gegeneinander aufheben können.⁵³ Man erkennt auch, daß die relativistische Massenzunahme bei der Beschleunigung zu einer Verringerung der Schwingungsamplitude führt. Der Übersichtlichkeit wegen werden mögliche Veränderungen des longitudinalen Magnetfelds in der angegebenen Lösung nicht berücksichtigt; eine Erweiterung für s -abhängige Zyklotronfrequenz ist leicht durchzuführen und ändert nichts am linearen Charakter des Ergebnisses.

Der Störbeitrag in der Lösung 4-7 ist

$$w_1(t) = \int_{t_0}^t dt' Q[s(t')] e^{-i\omega_c(t'-t_0)} \quad (4-8)$$

Insbesondere erhält man für eine bei t_0 plötzlich einsetzende und dann konstante Störung

$$w_1(t) = Q/(i\omega_c) \cdot [1 - e^{i\omega_c(t-t_0)}] \quad (4-9)$$

Hieran erkennt man, daß der Einfluß einer "resonanten" Störung, die nach der Dauer $(t - t_0) = 2\pi/\omega_c$ abgeschaltet wird, verschwindet.⁵⁴ Die Flugstrecke der Elektronen in diesem Zeitintervall ist die Zyklotron-Spirallänge

$$2\pi\lambda = 2\pi\beta c/\omega_c \quad (4-10)$$

Im Falle einer kontinuierlich weiter einwirkenden konstanten Störung erhält man durch eine zweite Integration für die Veränderung der transversalen Position das Ergebnis

$$(x-x_0) + i(z-z_0) = Q/\omega_c^2 \cdot [1 - e^{i\omega_c(t-t_0)}] + Q/(i\omega_c) \cdot (t-t_0) \quad (4-11)$$

Der erste Term beschreibt hierin die Zyklotronbewegung um die Magnetfeldlinien, der zweite, linear zeitabhängige Term eine Driftbewegung senkrecht zur Richtung der Störung. Speziell für die Störung durch das Raumladungsfeld läßt sich Q mit Hilfe von Gl. 4-3 angeben. Es ergeben sich dann folgende Werte der Driftgeschwindigkeit $|Q|/\omega_c$ und der Schwingungsamplitude (des Zyklotronradius) $|Q|/\omega_c^2$:

$$v_D = r\omega_{p1}^2/(2\gamma^2\omega_c) \quad (4-12)$$

$$r_c = r\omega_{p1}^2/(2\gamma^2\omega_c^2)$$

Diese Ausdrücke geben die allein durch die Raumladung hervorgerufene transversale Bewegung in einem Elektronenstrahl homogener Ladungsdichte an. Eine weitere Wirkung der Raumladung ist die mittlere Zunahme des Strahldurchmessers um r_c , die auf den ersten Term in der eckigen Klammer von Gl. 4-11 zurückzuführen ist.

Da das Raumladungsfeld in einem zylindrischen Strahl nicht homogen ist, gelten diese Ausdrücke nur in Entfernungen $r \gg r_c$ von der Strahlmitte. Außerdem muß als Beitrag höherer Ordnung eine Zentrifugalkraft berücksichtigt werden, da die Driftbewegung eine Rotation um die Strahlmitte bedeutet. Die Ergebnisse für

die Driftgeschwindigkeit und die Zunahme des Strahlradius stimmen bei einer genauen Rechnung⁵⁵ mit Gl. 4-12 überein bis auf Beiträge der Ordnung $(\omega_{p1}/\omega_c)^n$, $n \geq 4$.

Es wird nun zu Aspekten der einzelnen Komponenten der Elektronenstrahlapparatur übergegangen.

4.2 Gesetzmäßigkeiten in der Elektronenkanone

Beim Aufbau einer Elektronenkanone zur Herstellung eines kalten Elektronenstrahls sind in erster Linie die folgenden Gesichtspunkte zu berücksichtigen:

- Der Start der Elektronen an der Kathode erfolgt in einem in Strahlrichtung zunehmenden elektrischen Feld, das die Kompensation der Raumladung nach Gl. 4-1 erlaubt (Geometrie nach Pierce⁵⁶).
- Das elektrische Beschleunigungsfeld ist nach Möglichkeit parallel zum Magnetfeld gerichtet, da alle Abweichungen die transversale Bewegung anregen. Das wird am präzisesten erreicht, wenn die Feldlinien beider Felder parallel zur Achse verlaufen. Hierdurch wird die Verwendung einer ebenen Kathode favorisiert.
- Transversale Felder sind unvermeidlich, wenn der Elektronenstrahl die Kanone durch eine Öffnung verlässt; die Geometrie wird aber so gewählt, daß der resultierende Störterm nach Gl. 4-9 durch Wahl bestimmter Magnetfeldstärken weitgehend unterdrückt werden kann (resonante Fokussierung).

Der Aufbau einer solchen Elektronenkanone ist schematisch in Abb. 18 gezeigt.

Der Verlauf des Beschleunigungsfeldes in der Nähe der Kathode folgt aus der Bedingung $E_r = 0$ nach Gl. 4-1 in nichtrelativistischer Rechnung für eine konstante Stromdichte j_s . Für das Potential $\Phi(s)$ muß dann gelten:

$$d^2\Phi/ds^2 = -j_s/\sqrt{2e\Phi/m} \quad (4-13)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung für Anfangsbedingungen $\Phi(0) = 0$ und $d\Phi(0)/ds = 0$ an der Kathode ergibt⁵⁷ einen Anstieg des Potentials nach dem Gesetz

$$\Phi(s) = s^{4/3} \cdot [9j_e/(4\epsilon_0\sqrt{2e/m})]^{2/3} \quad (4-14)$$

mit der "technischen Stromdichte" $j_e = |j_s|$. Für ausreichend schwache Beschleunigungsfelder begrenzt sich die Emission der Kathode selbst durch eine

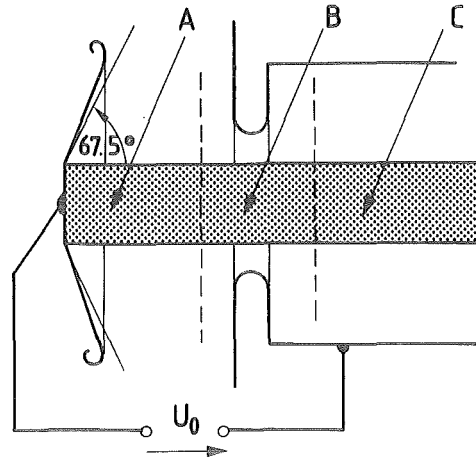


Abb. 18: Bewegungsabschnitte in einer Elektronenkanone für Strahlen mit geringer Transversalenergie. A: Pierce-Region, B: Übergangsregion mit longitudinalem Feldstärkeabfall, C: Driftregion

Raumladungsschicht, die die Feldstärke an der Kathodenoberfläche zum Verschwinden bringt. Dies begründet die zweite verwendete Anfangsbedingung. Für ein Potential $\Phi(s_1) = U$ in der Entfernung s_1 von der Kathode ist die raumladungsbegrenzte gesamte Stromstärke

$$I = \pi R^2 j_e = P_0 \cdot (R/s_1)^2 \cdot U^{3/2} \quad (4-15)$$

mit $P_0 = 1/9 \cdot 4\pi\epsilon_0 \sqrt{2e/m} = 7.34 \mu\text{A}/\text{V}^{3/2}$. Das Verhältnis $P = I/U^{3/2}$ wird als Perveanz des Elektronenstrahls bezeichnet. Somit gibt P_0 die Perveanz einer Elektronenkanone an, deren Pierce-Region die Länge des Strahlradius R hat.

Wird der Elektronenstrahl nach dem Verlassen der Pierce-Region weiter beschleunigt, so verringert sich seine Perveanz entsprechend dem Anstieg des Potentials. Im Zusammenhang mit der Elektronenkühlung wird die Perveanz der Elektronenkanone gewöhnlich aus der Stromstärke und der Potentialdifferenz zwischen Kathode und Driftröhre berechnet.

Bei starken Beschleunigungsfeldern erreicht j_e die maximale Emissionsstromdichte der Kathode, die von deren Material und Temperatur abhängt. In diesem Fall der thermisch begrenzten Emission ist die Feldstärke an der Kathode endlich, und die Beziehungen 4-14, 4-15 sind nicht mehr gültig. Die raumladungsbegrenzte Emission wird für die Elektronenkühlung wie für viele technische Anwendungen bevorzugt, da die Strahleigenschaften bei fester Geometrie von der gewählten Strahlenergie $e \cdot U$ unabhängig sind. Ein weiterer Vorteil der raumladungsbegrenzten Emission ist, daß Variationen der Temperatur und des Oberflächenzustandes über die aktive Schicht der Kathode, die zur Veränderung der maximalen Emissionsstromdichte führen, die Ladungsdichte im Elektronenstrahl nicht beeinflussen.

Um in einem zylindrischen Elektronenstrahl mit dem Radius R in der Nähe der Kathode die Kompensation der Raumladung zu erreichen, muß das Feld für $r \leq R$ radial homogen sein und den Verlauf nach Gl. 4-14 aufweisen. Die äusseren Elektroden sind so anzuordnen, daß sie Äquipotentialflächen eines Feldes darstellen, das sich an der Grenzfläche des Elektronenstrahls stetig an das geforderte Potential innerhalb des Strahls anschließt.⁵⁶ Als Fortsetzung der Kathodenfläche (Potential $\phi = 0$) ergibt sich in der Nähe der Strahlbegrenzung (d.h. $r - R \ll R$) eine kegelförmige Fläche mit einem Öffnungswinkel von $3/4 \cdot 90^\circ = 67.5^\circ$ (vgl. Abb. 18). Dieser Verlauf folgt aus der analytischen Fortsetzung der Funktion $\phi(R,s)$ nach Gl. 4-14 in der komplexen Ebene der Koordinaten s und $r - R$, wobei die Potenz $2/3$ im Ausdruck für den Potentialverlauf den Wert des Öffnungswinkels bestimmt. Die Form der Elektroden in größerem Abstand vom Elektronenstrahl ist mit numerischen Berechnungen oder durch Messungen in einem elektrolytischen Tank⁵⁶ so zu bestimmen, daß die radialen Feldkomponenten im Elektronenstrahl verschwinden.

Zwischen der Pierce-Region und dem Bereich, in dem der Elektronenstrahl mit konstanter Geschwindigkeit zu driften beginnt, ist es unvermeidlich, die longitudinale Feldstärke E_s auf Null zurückgehen zu lassen. Im Gegensatz zum Gebiet vor der Kathode kann also die Wirkung des Raumladungsfeldes nicht länger kompensiert werden. In noch stärkerem Maße unerwünscht ist es, daß nach Gl. 4-1 das Absinken der Beschleunigungsfeldstärke auch unabhängig von der Raumladung mit einer radial ausgerichteten Kraftkomponente einhergeht. Die Wirkung dieser radialen Kraft läßt sich stark verringern, wenn man dafür sorgt, daß sie als "resonante" Störung auf die Elektronen einwirkt. Dieser Begriff wurde in Abschnitt 4.1 im Zusammenhang mit Gl. 4-9 eingeführt und diskutiert. Zur Anwendung dieser "resonanten Fokussierung" ist die Länge des Übergangsbereichs zwischen Pierce-Region und Driftstrecke ungefähr auf die Zyklotron-Spirallänge $2\pi\lambda$ (Gl. 4-10) abzustimmen. Um nicht mit zu hohen Magnetfeldern arbeiten zu müssen, kann der Übergangsbereich mit Hilfe von mehreren Elektroden in die Länge gezogen werden (vgl. Abb. 24). Bei einer Veränderung der Beschleunigungsspannung ist gleichzeitig das Magnetfeld so zu variieren, daß λ konstant bleibt.

Man erkennt, daß sich in Verbindung mit einer Energievariation des Elektronenstrahls sowohl die Stromstärke ($\propto U\sqrt{U}$) als auch das günstigste Magnetfeld ($\propto \sqrt{U}$) nach bestimmten Potenzgesetzen ändern. Diese Beziehungen sind spezielle Fälle von allgemeinen Skalierungsregeln für raumladungsbestimmte Elektronenstrahlen, die aus den Maxwell'schen Gleichungen und der Kontinuitätsgleichung folgen.⁵⁸ Gleiche Verhältnisse bei der Elektronenbewegung werden erreicht, wenn die Potentialdifferenzen überall im selben Verhältnis verändert werden; die Zyklotron-Spirallänge ist konstant zu halten (d.h. $B \propto \sqrt{U}$), und die Stromstärke skaliert mit der 1.5ten Potenz der Spannung. Diese Gesetze gelten nur in nichtrelativistischer Näherung und unter Vernachlässigung statistischer Prozesse (Kathodentemperatur, Streuprozesse).

Im Hinblick auf die Berechnung der Kühlkraft bei der Elektronenkühlung ist es bemerkenswert, daß sich bei einer Variation der Strahlgeschwindigkeit β Plasmafrequenz und Zyklotronfrequenz in derselben Weise ($\propto \beta$) verändern. Das entscheidende Verhältnis ω_c/ω_{p1} bleibt also (bis auf relativistische Korrekturen) konstant. Die Eigenschaften der Elektronenkanone -- Perveanz und Länge der Übergangsregion zur Driftstrecke -- legen demnach die Verhältnisse bei der Wechselwirkung zwischen Ionen und Elektronen über den gesamten Bereich schwach relativistischer Strahlenergien fest!

4.3 Richtungsänderung im toroidalen Magnetfeld

Ein Elektronenstrahl, der in einem longitudinalen Magnetfeld geführt wird, folgt langsamen Richtungsänderungen dieses Feldes. Bei der Elektronenkühlung kann er auf diese Weise mit dem Ionenstrahl, der durch das Führungsfeld nur wenig beeinflusst wird, zur Deckung gebracht werden. Hierzu schließt sich an das Solenoidfeld, in dem der Elektronenstrahl erzeugt wird, ein Toroidfeld an.

Das Toroidfeld ist gekennzeichnet durch eine große Hauptkomponente B_s und

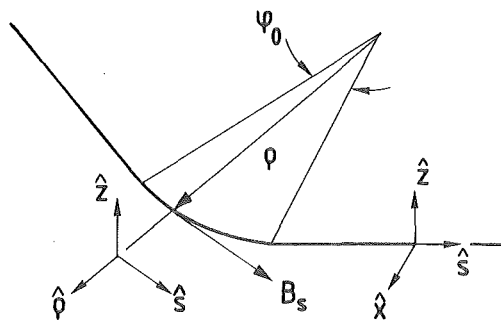


Abb. 19: Koordinaten zur Beschreibung der Elektronenbewegung auf geraden und gekrümmten Strahlabschnitten

geringe Nebenkomponten B_ρ , B_z in einem gekrümmten Bezugssystem nach Abb. 19. In diesen Zylinderkoordinaten nehmen die Bewegungsgleichungen für die transversalen Koordinaten mit der Näherung $\dot{\chi} = 0$ folgende Form an:

$$\begin{aligned} \dot{v}_\rho + \omega_c v_z &= q(E_\rho + v_s B_z)/(\gamma m) + v_s^2/\rho, \\ \dot{v}_z - \omega_c v_\rho &= q(E_z - v_s B_\rho)/(\gamma m), \\ \dot{\rho} &= v_\rho, \\ \dot{z} &= v_z. \end{aligned} \tag{4-16}$$

Im Vergleich zu Gl. 4-4 tritt hier zusätzlich die Zentrifugalbeschleunigung v_s^2/ρ auf. Sie kann jedoch kompensiert werden, wenn die vertikale Komponente B_z den Wert des Biegefeldes

$$B_z(\rho) = m\dot{v}_s/(e\rho) \quad (4-17)$$

annimmt, das dem Impuls der Elektronen und dem Bahnradius entspricht.

Wie in Abschnitt 4.1 lassen sich die exakten Bewegungsgleichungen 4-16 für einen Strahl mit geringer Transversalbewegung von der Gleichung für die s-Komponente entkoppeln und linearisieren. Hierzu ist im Falle des gekrümmten Bezugssystems noch die Bedingung für "adiabatische" Abbiegung zu erfüllen: Der Biegeradius ρ muß groß gegenüber der Zyklotron-Spirallänge λ sein. Diese Bedingung kann in einer der Formen

$$\rho \gg |\lambda| \quad \Leftrightarrow \quad |\omega_c| \gg v_s/\rho \quad \Leftrightarrow \quad |B_s| \gg |B_z(\rho)| \quad (4-18)$$

geschrieben werden. Der hohe Wert des Magnetfelds $|B_s|$ ermöglicht es, daß die Abweichungen von der gekrümmten Sollbahn hinreichend klein bleiben, um die Transversalfelder einschließlich der Zentrifugalkraft entlang der ungestörten Bahn in die Bewegungsgleichungen einsetzen zu können. Weiterhin gilt dann auch in Zylinderkoordinaten bis auf Glieder zweiter Ordnung $\dot{v}_s = 0$.

Nach dieser Linearisierung kann man die Aufheizung des Elektronenstrahles bei seiner Abbiegung im Toroidfeld berechnen. Die transversale Bewegung wird wie im Solenoidfeld durch Gl. 4-7 beschrieben; die komplexe Geschwindigkeit wird nun als $w = v_\rho + iv_z$ angegeben, und die Störfunktion lautet

$$Q = q/(\dot{\gamma}m) \cdot [(E_\rho + iE_z) - iv_s(B_\rho + iB_z)] + v_s^2/\rho \quad (4-19)$$

Die Anregung der Transversalbewegung läßt sich durch die Integration der Störfunktion (Gl. 4-8) bestimmen. Nach der Definition einer Sollbahn mit geraden und gekrümmten Teilstücken, wie sie in Abb. 19 skizziert ist, kann der gesamte Weg des Elektronenstrahls durch die Kühlanlage auf diese Weise verfolgt werden. Die Werte der transversalen Feldkomponenten können beispielsweise Messungen bezüglich dieser Bezugslinie entnommen werden.

Für grundsätzliche Überlegungen ist es interessant, die Aufheizung des Elektronenstrahls durch die unkompensierte Zentrifugalkraft zu berechnen. Diese Kraft ist im Bereich des Toroids als eine konstante Störung aufzufassen, so daß Gl. 4-9 angewendet werden kann. Die Transversalgeschwindigkeit am Ausgang des Toroids hängt also von der Flugzeit auf der gekrümmten Bahn ab (resonante Aufhebung ist prinzipiell möglich) und beträgt maximal

$$|w_1|_{\max} = 2v_s^2/(\omega_c\rho) = 2v_s\lambda/\rho \quad (4-20)$$

Bei der Elektronenstrahlapparatur für LEAR ist $\lambda/\rho \approx 0.011$, so daß die Divergenz $|w_1|/v_s$ nach der Abbiegung im ungünstigsten Fall 22 mrad betragen kann. Dieser Wert ist groß im Vergleich zur thermischen Divergenz. Ohne Biegefeld würde auch eine Versetzung des Elektronenstrahls in der vertikalen (z-) Richtung auftreten, für die man mit Gl. 4-11 die Größe

$$\Delta z = -\lambda \operatorname{arc} \varphi_0 \quad (4-21)$$

findet. Mit dem Sektorwinkel $\varphi_0 = 36^\circ$ folgt $|\Delta z| \approx 7$ mm. Für das richtige Biegefeld, durch das die Kompensation dieser Störungen erreicht werden kann, errechnet sich die relative Stärke

$$B_z/B_s = -v_s/(\omega_c \rho) = -\lambda/\rho \quad (4-22)$$

(also $B_z < 1$ mT im Fall des LEAR-Elektronenkühlers). Die Größe der Divergenz, die bei der Abbiegung des Elektronenstrahls verursacht werden kann, zeigt, daß die richtige Einstellung dieses Transversalfeldes in den Toroiden wichtig ist.

4.4 Strahleigenschaften in der Kühlstrecke

4.4.1 Systematische Geschwindigkeitsunterschiede

Durch die Raumladungseinflüsse bestehen in einem gleichmäßig bewegten Elektronenstrahl immer systematische Geschwindigkeitsunterschiede. Die ständige Einwirkung des Raumladungsfeldes führt in einem starken Magnetfeld zu zwei voneinander weitgehend unabhängigen Erscheinungen:

- Einmal ist mit der radialen Feldstärke ein Anwachsen des Potentials und damit der Elektronenenergie mit dem Abstand von der Strahlmitte verbunden. Weil sich der Elektronenstrahl in einem ausreichend starken Magnetfeld nicht aufweitet, erhält man ein entlang der Ausbreitungsrichtung stabiles Potentialprofil $\Phi(r)$.
- Zum zweiten ist zur Kompensation des Raumladungsfeldes eine azimuthale Driftbewegung der Elektronen erforderlich, die eine radial gerichtete Lorentzkraft verursacht. Diese Driftbewegung erfordert einen gewissen Anteil der Elektronenenergie, der aber durch Verwendung eines ausreichend starken Magnetfeldes ($\omega_c \gg \omega_{p1}$) sehr klein gehalten und im Vergleich zu den longitudinalen Energieunterschieden vernachlässigt werden kann.

Unter der Annahme konstanter Elektronendichte n_e erhält man für das Potential im Elektronenstrahl aus Gl. 4-1 den parabelförmigen Verlauf

$$\Phi(r) = \Phi(0) + r^2 e n_e / (4 \epsilon_0) = \Phi(0) + \Phi' \cdot (r/R)^2 \quad (4-23)$$

mit $\Phi' \cong 30 \text{ Volt}/(\beta\gamma) \cdot \{I/A\}$.

Gegen die Voraussetzung konstanter Ladungsdichte läßt sich einwenden, daß ja in einer ebenen Pierce-Geometrie, wie sie in der Elektronenkanone benutzt wird, ein Elektronenstrahl konstanter Stromdichte erzeugt wird. Die Dichte der Elektronen ergibt sich daraus erst mit Hilfe der longitudinalen Geschwindigkeit, die sich aber gerade mit dem gesuchten Potentialprofil über den Strahlquerschnitt ändert. Es wird nun untersucht, welche Abweichungen unter diesen Umständen von der r^2 -Abhängigkeit des Raumladungsprofils zustandekommen.

Zur Berechnung des Potentialprofils für konstante Stromdichte wird die Elektronendichte aus dem Potential (bezogen auf die Kathode) durch

$$n_e(r) = j_e / \{e c_r [\Phi(r)] \sqrt{2e\Phi(r)/m}\} \quad (4-24)$$

bestimmt. Der relativistische Korrekturfaktor

$$c_r(\Phi) = \sqrt{(\gamma + 1)/(2\gamma^2)}, \quad \gamma = 1 + e\Phi/mc^2 \quad (4-25)$$

wurde eingeführt, um bei relativistisch korrekter Rechnung die nicht-relativistische Beziehung zwischen Potential und Geschwindigkeit mit geringer Abwandlung verwenden zu können:

$$v_s = c_r \sqrt{2e\Phi/m}. \quad (4-26)$$

In Gl. 4-24 ist die transversale Energie der Elektronen vernachlässigt. Die Gleichung für den Potentialverlauf $\Phi(r)$ lautet dann:

$$r \, d\Phi/dr = j_e / (\epsilon_0 \sqrt{2e/m}) \cdot \int_0^r dr' \, r' / [c_r \sqrt{\Phi(r')}] \quad (4-27)$$

Wenn $U_0 = \Phi(0)$ das Potential in der Strahlmitte bezeichnet und näherungsweise c_r konstant mit U_0 berechnet wird, kann die folgende Lösung von Gl. 4-27 in Reihenform gefunden werden:

$$\Phi(r)/U_0 = 1 + \alpha(r/R)^2 - 1/8 \cdot \alpha^2(r/R)^4 + 7/144 \cdot \alpha^3(r/R)^6 + \dots + O(\alpha^n)(r/R)^{2n}, \quad (4-28)$$

$$\alpha = (I/U_0^{3/2})/P_c.$$

Hier ist P_c ein hilfreicher Bezugswert für die Perveanz des Elektronenstrahls mit dem Wert

$$P_c = 4\pi\epsilon_0 \sqrt{2e/m} c_r(U_0) = 66.0 \mu\text{A}/\text{V}^{3/2} \cdot c_r(U_0) . \quad (4-29)$$

Man erkennt, daß α die Potentialunterschiede im Strahl relativ zur Beschleunigungsspannung und damit die longitudinalen Geschwindigkeitsunterschiede angibt. Da ein annähernd gleichförmiges Geschwindigkeitsprofil über einen großen Teil des Strahlquerschnitts angestrebt wird, sind für die Elektronenkühlung sicher nur Perveanzen unterhalb von $P_c/10$ sinnvoll zu verwenden ($\alpha < 0.1$). Die maximale Perveanz für den Transport eines Elektronenstrahls im Magnetfeld ist durch den Brillouin-Grenzwert von $25.4 \mu\text{A}/\text{V}^{3/2}$ gegeben.⁵⁹

Der erste Term der Reihenentwicklung in Gl. 4-28 ist gleich dem Ergebnis in Gl. 4-23, wobei für n_e die Elektronendichte in der Strahlmitte zu setzen ist. Die übrigen Glieder der Reihe ermöglichen eine Fehlerabschätzung. Für $\alpha < 0.1$ stellt Gl. 4-23 den Potentialverlauf im Inneren des Elektronenstrahls bis auf Abweichungen von ca. 10 % des gesamten Gefälles zwischen Mitte und Rand dar.

Die Variation der longitudinalen Geschwindigkeit der Elektronen, die für die Kühlkraftberechnung von besonderem Interesse ist, läßt sich damit endgültig in der Form

$$\Delta v_s/v_0 = 1/2 [\gamma(\gamma + 1)]^{-1} \Delta\phi/U_0 = 1/2 \alpha/(\gamma^3 c_r^2) r^2/R^2 \quad (4-30)$$

angeben, wobei v_0 die Geschwindigkeit in der Strahlmitte bezeichnet und die Definitionen $\Delta v_s = v_s(r) - v_0$ und $\Delta\phi = \phi(r) - U_0$ benutzt werden.

Die transversale Driftgeschwindigkeit der Elektronen ist nach Abschnitt 4.1 (Gl. 4-6, 4-11) gegeben durch

$$v_D = q(d\phi/dr - v_s B_\varphi)/(\gamma m \omega_c) ; \quad (4-31)$$

die radiale elektrische Feldstärke E_r wird durch Differenzieren des Raumladungspotentials nach Gl. 4-28 berechnet. Wird die Strahlgeschwindigkeit mit Hilfe von Gl. 4-26 angegeben, so folgt für den transversalen Winkel der Elektronen durch die Driftbewegung im Abstand r von der Strahlmitte die Größe

$$v_D/v_0 = \alpha/(\gamma^3 c_r^2) \lambda_r/R^2 . \quad (4-32)$$

Wenn Perveanz und Zyklotron-Spirallänge bei der Variation der Elektronenenergie konstant gelassen werden, sind die relativen systematischen Geschwindigkeitsunterschiede bis auf relativistische Korrekturen von der Strahlenergie unabhängig und können mit dem Parameter α durch Gl. 4-30 und Gl. 4-32 praktisch angegeben werden.

4.4.2 Thermische Bewegung und Geschwindigkeitsverteilung

An der Kathode besitzen die Elektronen eine thermische Geschwindigkeitsverteilung entsprechend der Betriebstemperatur T_K der emittierenden Schicht. Dabei gilt für die transversalen Geschwindigkeitskomponenten eine Maxwell-Verteilung mit der Breite

$$\Delta_{\perp K} = \langle v_{\perp K} \rangle / \sqrt{2} = \sqrt{kT_K/m} = \Delta_K . \tag{4-33}$$

Für die longitudinalen Geschwindigkeiten senkrecht zur Kathodenschicht wird häufig⁶⁰ eine halbe Maxwell-Verteilung (vgl. Abb. 20) mit der Breite

$$\Delta_{\parallel K} = \Delta_K \tag{4-34}$$

angenommen.

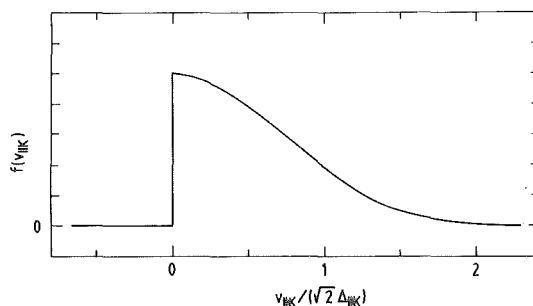


Abb. 20: Verteilung der longitudinalen Geschwindigkeiten an der Kathode

Bei der Beschleunigung ändern sich die Geschwindigkeitsverteilungen in transversaler und longitudinaler Richtung in unterschiedlicher Weise:

i) transversal:

Hier kann Gl. 4-7 mit $|w_0| = v_{\perp K}$ angewendet werden. Es sei daran erinnert, daß diese Gleichung die Rotation der Elektronen um die Magnetfeldlinien bei beliebiger longitudinaler Bewegung und auch unter dem Einfluß transversaler Störfelder beschreibt, solange diese über den Bereich der Rotationsbewegung radial konstant sind. Ohne Störfelder wird $w_1 = 0$, und mit $\gamma_0 = 1$ (an der Kathode) gilt im driftenden Elektronenstrahl

$$|w| = v_{\perp Lab} = v_{\perp K} / \gamma . \tag{4-35}$$

Demnach wird die Verteilung der transversalen Geschwindigkeiten im Laborsystem entsprechend der relativistischen Massenzunahme komprimiert. Ins Ruhesystem des Elektronenstrahls transformieren sich die transversalen Geschwindigkeiten durch Multiplikation mit einem Faktor γ (siehe Anhang D, Gl. D-1), so daß dort die transversale thermische Geschwindigkeitsbreite unverändert durch Gl. 4-33 gegeben ist. Dieser Wert ist für die Kühlkraftberechnung zu verwenden.

Tritt eine Anregung kohärenter Elektronenbewegung durch Störfelder auf, so zeigt allein der lineare Charakter der Bewegungsgleichung 4-5, daß die einfache Addition der kohärenten und der thermischen Geschwindigkeiten zulässig ist. Dies rechtfertigt die in Abschnitt 2.5 (Gl. 2-47) verwendete Geschwindigkeitsverteilung. Im Ruhesystem gilt für $v_{0\perp}$ (Gl. 2-46):

$$v_{0\perp} = \gamma |w_1| \quad (4-36)$$

ii) longitudinal:

Die Addition der thermischen und der kohärenten Geschwindigkeiten, die in transversaler Richtung durchgeführt werden konnte, ist für die longitudinale Bewegung nicht zulässig. Dagegen kann man davon ausgehen, daß die Energieunschärfe der Elektronen, die durch die Kathodentemperatur besteht, während der Beschleunigung erhalten bleibt. Mit der Energieabweichung $\Delta E = \frac{1}{2} m v_{\parallel K}^2$ erhält man dann in nichtrelativistischer Rechnung als Geschwindigkeit im mitbewegten Bezugssystem

$$v_{\parallel} = v_{\parallel K}^2 / (2v_0) \quad (4-37)$$

($v_0 \gg v_{\parallel K}$). Die Breite der longitudinalen Geschwindigkeiten wird also reduziert nach

$$\Delta_{\parallel} / \Delta_{\parallel K} = \Delta_{\parallel K} / (2v_0) \quad (4-38)$$

Dabei tritt auch eine Deformation der Verteilungsfunktion auf, da für Teilchen mit $v_{\parallel K} \ll \Delta_{\parallel K}$ oder $v_{\parallel K} \gg \Delta_{\parallel K}$ ein jeweils anderer Kompressionsfaktor gilt. Dies betrifft aber nur wenige Elektronen, so daß der Faktor mit $\Delta_{\parallel K}$ das Verhalten hinreichend genau charakterisiert.

Bei einer relativistisch korrekten Rechnung (Anhang D) erhält man über die Energie-Impuls-Beziehung folgenden Ausdruck für die longitudinalen Geschwindigkeitsunterschiede im Laborsystem:

$$\Delta v_{\parallel}^* = [v_{\parallel K}^2 + v_{\perp K}^2 (\gamma - 1) / \gamma] / (2\gamma^3 \beta c) \quad (4-39)$$

Die Reduzierung der transversalen Geschwindigkeit um den Faktor γ^{-1} bei der Beschleunigung wirkt sich auch auf die longitudinale Bewegung aus. Bei der Transformation ins Bezugssystem mit der Geschwindigkeit βc ist Gl. D-1 zu beachten. Man erhält dann

$$\Delta_{||}/\Delta_{\perp} = \Delta_K [1 + 2\beta^2\gamma/(\gamma + 1)] / (2\gamma\beta c) . \quad (4-40)$$

Diese Betrachtungen zeigen, daß im Ruhesystem des Elektronenstrahls eine gestauchte Geschwindigkeitsverteilung auftritt, wobei die transversalen und longitudinalen Breiten bei schwach relativistischer Strahlgeschwindigkeit zueinander im Verhältnis $2\gamma\beta c/\Delta_{\perp}$ stehen. Die transversalen Geschwindigkeiten ($\ll \beta c$) im Ruhesystem haben die gleiche Größe wie an der Kathode.

4.5 Abbremsung und Rückgewinnung des Elektronenstrahls

Bei der Beschleunigung in der Kanone wird dem Elektronenstrahl eine hohe elektrische Leistung zugeführt, die mit der größten Stromstärke und Beschleunigungsspannung in der Elektronenkühlanlage für LEAR einen Wert von 160 kW annimmt. Diese Leistung würde in Form von Wärme auf einem Auffänger freigesetzt werden, den die Elektronen mit ihrer vollen kinetischen Energie treffen. Durch Abbremsung der Elektronen und Rückführung des Stroms zur Kathode kann jedoch ein großer Teil der im Elektronenstrahl gespeicherten Leistung zurückgewonnen

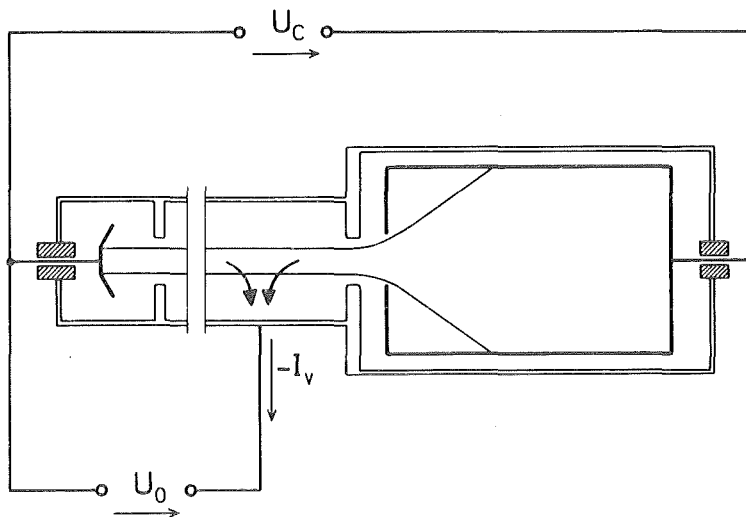


Abb. 21: Kollektor nach dem Prinzip des Faradaybechers (schematisch)

werden. Den Stromfluß bei einer solchen Anordnung zeigt schematisch Abb. 21. Die zum Betrieb des Elektronenstrahls notwendige Leistung P ergibt sich in

diesem Fall aus zwei Parametern: der zum Aufsammeln der Elektronen erforderlichen restlichen Beschleunigungsspannung U_C (Kollektorspannung) und dem Strom I_V , der von Kanone und Auffänger gegen das Erdpotential abfließt. Damit folgt

$$P = I_0 U_C + I_V U_0 . \quad (4-41)$$

Die beiden Anteile zur Gesamtleistung werden der Anlage an verschiedenen Stellen zugeführt: Der erste Beitrag wird von der Kollektorstromversorgung aufgebracht, die die Spannung U_C aufrechterhält, während der zweite Beitrag durch die Spannungsquelle für das Kathodenpotential U_0 fließt. Auch die mit der Betriebsleistung einhergehenden thermischen Belastungen in der Elektronenstrahlapparatur treten an unterschiedlichen Orten auf. Die Leistung $I_0 U_C$ wird nämlich als Wärme an der Kollektorelektrode freigesetzt, ist daher gut lokalisiert und kann durch Kühlung dieser Elektrode leicht abgeführt werden. Dagegen können die Stromverluste I_V grundsätzlich an allen geerdeten Teilen der Apparatur auftreten; dieser "vagabundierende" Anteil der Betriebsverluste ist deshalb in der Praxis folgenschwerer, insbesondere, wenn der Elektronenstrahl bei sehr gutem Vakuum betrieben werden soll.

Der Kollektor der Elektronenstrahlanlage hat also folgende Aufgaben möglichst effektiv zu erfüllen:

- den Elektronenstrahl auf geringe Endenergie abzubremesen,
- den Elektronenstrom auf eine großflächige Kollektorelektrode zu verteilen, wobei die beim Aufprall der Elektronen durch ihre Restenergie freiwerdende Wärme abzuführen ist,
- die Rückströmung von Sekundärelektronen zu verhindern, die an der Kollektorfläche durch den auftreffenden Primärstrahl entstehen.

Im Zusammenhang mit der Elektronenkühlung wurden zunächst Kollektoranordnungen nach der Art eines Faradaybechers erprobt.⁶¹ Eine gute Rückweisung von Sekundärelektronen kommt hier bereits durch die Geometrie des Auffängers (Abb. 21) zustande, wenn Länge und Durchmesser des Bechers groß im Vergleich zur Eintrittsöffnung sind. Die Rückbeschleunigung der Sekundärelektronen wird zusätzlich verhindert, wenn das Magnetfeld an der Eintrittsöffnung schnell abfällt und am Kollektor selbst auf einen geringen Restwert abgeschirmt ist. Die Eintrittsöffnung wirkt dann auf die Sekundärelektronen wie ein magnetischer Spiegel.⁶²

Zum Verständnis des Kollektorwirkungsgrades sind einige Angaben über die Sekundärelektronenemission bei Einfallenergien der Größenordnung 10^3 eV nützlich. Diese Erscheinung wird durch zwei unterschiedliche Prozesse

erklärt:⁶³ Einerseits findet eine Anregung des Festkörpers durch das Feld des einfliegenden Elektrons statt und führt zur Emission mehrerer langsamer Elektronen mit Energien unterhalb von 50 eV. Andererseits können Primärelektronen nach dem Verlust eines Teils ihrer Energie durch

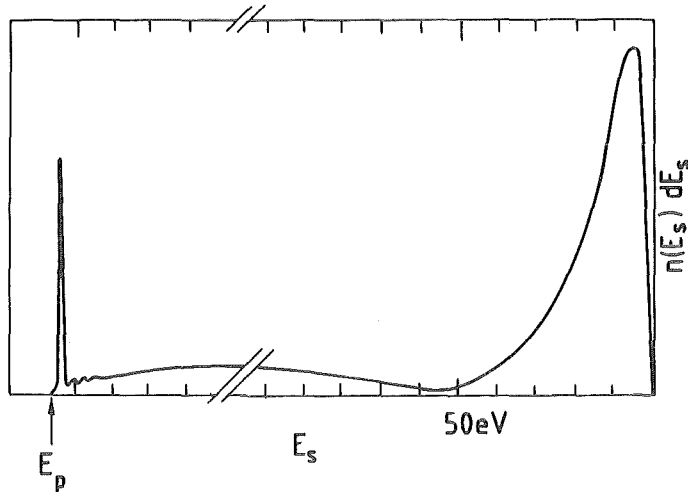


Abb. 22: Energieverteilung der Sekundärelektronen (nach Kollath⁶³)

Vielfachstreuung den Festkörper wieder verlassen ("Rückdiffusion"). Die direkte Reflexion von Elektronen ohne nennenswerten Energieverlust ist bei Primärenergien oberhalb von ca. 200 eV selten gegenüber den anderen erwähnten Prozessen.⁶⁴ Das typische Spektrum der Sekundärelektronen ist in Abb. 22 skizziert. Es ist bemerkenswert, daß die gesamte Ausbeute an Sekundärelektronen (das Verhältnis des emittierten zum auftreffenden Strom) ungefähr gleich oder größer als 1 ist. Davon tritt der größte Anteil bei Energien unter 50 eV auf, allerdings beträgt die Ausbeute im gesamten übrigen Energiebereich⁶⁵ immer noch ca. 10 bis 30 %. Wegen dieser relativ hohen Ausbeute langsamer wie schneller Sekundärelektronen ist es besonders wichtig, ihre Zurückbeschleunigung aus dem Kollektor zu verhindern.

Für den Einfang der Sekundärelektronen im Kollektor ist die Tatsache günstig, daß ihre Austrittsrichtung nicht festliegt und die Bewegungsenergie im Gegensatz zum einfallenden Elektron über alle Freiheitsgrade verteilt ist. Durch diese Feststellung läßt sich der hohe Wirkungsgrad des Faradaybecher-Kollektors bei geeigneter Geometrie erklären. Insbesondere die schnellen Sekundärelektronen weisen beim Erreichen der Eintrittsöffnung hohe Transversalenergie auf, die sich im schnell ansteigenden Magnetfeld in eine Rotation um die Feldrichtung umsetzt. Hierdurch wird die Rückbeschleunigung für einen großen Teil dieser Elektronen verhindert. Die Zurückweisung langsamer Sekundärelektronen durch den Magnetfeldanstieg ist weniger effektiv, da sie

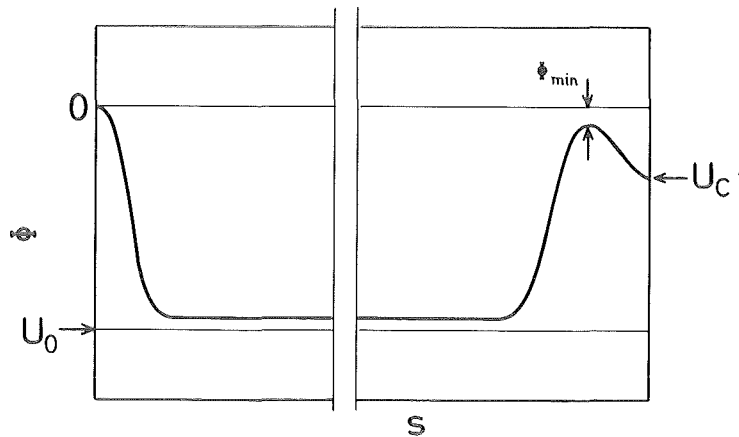


Abb. 23: Potentialverlauf entlang des Elektronenstrahls in Kanone und Kollektor (schematisch)

bereits vom Restfeld im Kollektor erheblich beeinflusst werden und dem Feld adiabatisch folgen.⁶² Ihre Rückbeschleunigung kann aber durch eine Potentialschwelle am Kollektoreingang verhindert werden. Dabei ergibt sich der in Abb. 23 skizzierte Potentialverlauf entlang der Elektronenbahnen.

Bei Elektronenstrahlen mit großem Durchmesser nimmt die Anordnung nach Abb. 21 erhebliche, unpraktische Ausmaße an, wenn ein hoher Wirkungsgrad erreicht werden soll. Bei der Elektronenstrahlanlage für ICE, von der ausgehend der LEAR-Elektronenkühler zu entwickeln war, wurde deshalb eine kompaktere Anordnung angestrebt; hierbei wurden allerdings höhere Stromverluste als bei vorhergehenden Experimenten beobachtet. Dieses Kollektorprinzip wird dennoch für LEAR weiter verwendet und in Abschnitt 4.6.3 im Zusammenhang mit Elektronenbahnrechnungen genauer diskutiert. Bei der Erprobung der Elektronenstrahlapparatur konnten die Stromverluste der Anordnung nach einigen Modifikationen herabgesetzt werden, ohne jedoch den Wirkungsgrad eines Kollektors mit großzügigeren räumlichen Abmessungen zu erreichen.

4.6 Numerische Bahnrechnungen in der Elektronenkanone und im Kollektor

Numerische Feld- und Bahnrechnungen ermöglichen es, die Bewegung eines Elektronenstrahls mit realistischen Annahmen über die felderzeugenden Elemente (Elektroden, Magnetspulen und Eisenteile) vorherzusagen. Beim Aufbau einer Elektronenstrahlapparatur sind solche Berechnungen hilfreich, wenn es um die Auswahl eines günstigen mechanischen Aufbaus geht. Sie können Aufschluß geben über den Einfluß äußerer Parameter (Elektrodenpotentiale, Magnetströme) auf die Arbeitsweise der Apparatur. Für die Interpretation der numerischen Ergebnisse und für das Auffinden geeigneter Feldanordnungen sind nichtsdestoweniger die

Abschätzungen mit analytischen Methoden, die in den vorangehenden Abschnitten dargestellt wurden, von großem Nutzen; insbesondere sind diese Methoden weitgehend unabhängig von der Rotationssymmetrie, die bei den folgenden Bahnberechnungen vorausgesetzt wird.

4.6.1 Vorgehen

Für die Bahnberechnung in einem Elektronenstrahl unter Berücksichtigung der Eigenfelder des Strahls eignet sich eine iterative Methode, bei der abwechselnd das elektromagnetische Feld und Teilchenbahnen berechnet werden, von denen jeweils eine größere Zahl den Strahl repräsentiert. Diese Teilchenbahnen ermöglichen dann vor jedem neuen Iterationsschritt die Definition einer Quellendichte des elektromagnetischen Feldes, die eine Näherung für das Eigenfeld des Strahls zu erhalten erlaubt. Bei der praktischen Durchführung dieser Rechenmethode zeigt sich, daß die konsistente Lösung von Feld und Teilchenbahnen nach größenordnungsmäßig 10 Iterationsschritten konvergiert.^{6 6}

Ausgangspunkt der Berechnungen, die in dieser Arbeit beschrieben werden, ist das Computer-Programm für Elektronentrajektorien von W.B. Herrmannsfeldt^{6 7}, das in einer früheren Version bereits für die Berechnung der Elektronenkanone des Initial Cooling Experiment (ICE) verwendet wurde.^{1 3} Das Trajektorienprogramm ermöglicht Berechnungen für rotationssymmetrische Randbedingungen unter Verwendung relativistischer Bewegungsgleichungen. Es berücksichtigt das Eigenmagnetfeld des Elektronenstrahls unter Vernachlässigung der transversalen Stromkomponenten, deren Einfluß in dem untersuchten parallelen Strahl stets sehr gering ist. Das elektrostatische Feld wird durch Lösung der Poisson-Gleichung unter Verwendung der Methode endlicher Differenzen in einem gleichförmigen Netz mit quadratischen Maschen ermittelt.

Die Elektronenbahnen ergeben sich mit Hilfe von vorgegebenen Anfangskordinaten und -geschwindigkeiten. In der Kanone folgen die Anfangsbedingungen aus dem elektrischen Potentialverlauf dicht vor der Kathode; dabei wird auch die Stromstärke errechnet, die jede Trajektorie repräsentiert. Im Laufe der Iteration stellt sich die raumladungsbegrenzte Stromdichte und damit die Perveanz der Kanone entsprechend den elektrostatischen Randbedingungen ein. Bei Berechnungen des Kollektors werden die Trajektorien nach den Bedingungen in einem gleichmäßig driftenden Elektronenstrahl von gegebener Stromstärke gestartet (Anhang E).

Die notwendige Dichte des Gitters zur Lösung der Poisson-Gleichung richtet sich nach der Feinheit der Strukturen in den Randbedingungen. Eine Maschenweite von 2 mm wurde bei den meisten Berechnungen verwendet. In einigen Fällen wurden Berechnungen der Elektronenkanone bei Maschenweiten von 1 mm und 2 mm miteinander verglichen; die Ergebnisse stimmten zufriedenstellend überein.^{6 8}

Die endliche Gitterdichte führt zu Ungenauigkeiten am Rand des Elektronenstrahls, die sich in künstlichen transversalen Richtungsänderungen äußern. Dies wurde festgestellt⁶⁹ bei der Anwendung von Herrmannsfeldts Trajektorienprogramm auf analytisch lösbare Situationen (ebene Pierce-Geometrie, vgl. Abschnitt 4.2). Jedoch liegt der künstliche Beitrag zur errechneten transversalen Energie unterhalb der thermischen Elektronenenergie an der Glühkathode, die bei den Berechnungen ohnehin unberücksichtigt bleibt. Eine weitere Unsicherheit ($\approx 5\%$) wurde bei den zitierten Untersuchungen hinsichtlich der vom Trajektorienprogramm ermittelten Perveanz einer Elektronenkanone beobachtet. Bei der Planung der Elektronenkühlapparatur beeinträchtigt dies jedoch nicht die Anwendung des Programms. Dessen Zuverlässigkeit wird von den Tests bis auf die erwähnten Einwände bestätigt.

Während für die Berechnung der Elektronenkanone ein homogenes axiales Magnetfeld vorausgesetzt wird, muß im Falle des Kollektors das inhomogene, rotationssymmetrische Feld berücksichtigt werden, das eine Aufweitung des Elektronenstrahls zuläßt (vgl. Abschnitt 4.5). Dieses Feld wird für eine gegebene Anordnung von Spulen und Eisenteilen vor dem Beginn der Bahnberechnung durch ein unabhängiges Programm⁷⁰ bestimmt; Werte des Vektorpotentials A_φ werden dem Trajektorienprogramm übergeben, so daß bei der Bahnberechnung die Magnetfeldkomponenten am Ort der Elektronen durch Interpolation ermittelt werden können. Die Ergebnisse der durchgeführten Magnetfeldberechnung konnten in einem bestimmten Fall durch Messungen der axialen Feldstärke im Kollektor überprüft werden.⁷¹

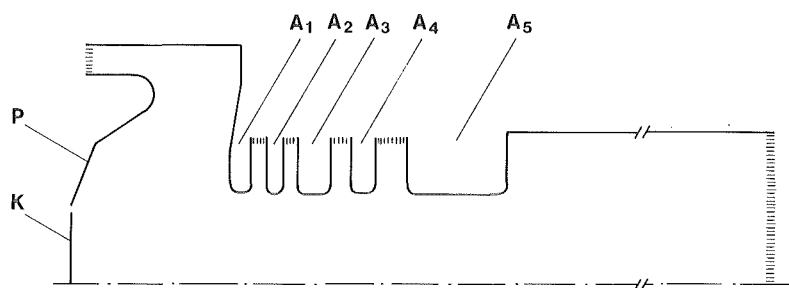


Abb. 24: Elektrostativ Randbedingungen für Berechnungen in der Elektronenkanone (Kathode K); Potential gegeben auf den durchgezogenen Linien, "": Neumann-Randfläche (Potentiallinien normal zur Fläche)

4.6.2 Berechnungen der Elektronenkanone

Beim Aufbau der Elektronenkühlapparatur für LEAR war zunächst keine neue Elektronenkanone zu entwerfen, da diese Komponente vom Initial Cooling Experiment übernommen wurde. Für den späteren Ausbau der Elektronenstrahl-

apparatur ist aber die Entwicklung einer Elektronenkanone vorgesehen. Zur Vorbereitung dieser Entwicklung ist das Studium der Verhältnisse in der bestehenden Anordnung von Interesse, zumal über den ursprünglichen ICE-Entwurf kein detailliertes Material zur Verfügung steht.⁷² Darüberhinaus sind die durchgeführten Bahnberechnungen zum Verständnis der Bedingungen im Elektronenstrahl nützlich (vgl. Abschnitt 5.4.2).

Die Elektrodenanordnung der ICE/LEAR-Elektronenkanone ist in Abb. 24 gezeigt. Einzelheiten des mechanischen Aufbaus werden in Abschnitt 5.3.1 erläutert. Der Potentialverlauf in der Kanone wird durch die Spannung der Anoden ($A_1 \dots A_5$) gegenüber Kathode (K) und Pierceelektrode (P) bestimmt. Für den Potentialanstieg an der Kathode ist die Spannung an der ersten Anode ausschlaggebend; ihre Form wurde im Hinblick auf minimale transversale Felder im Elektronenstrahl gewählt. Die Funktionsweise der Kanone wird nun anhand der Ergebnisse der numerischen Berechnung diskutiert.

Die Ergebnisse sind in Abb. 25a für optimierte Werte der Potentiale und des Magnetfelds gezeigt. Die Problemlösung entsprechend Abb. 24, Äquipotentiallinien und Elektronentrajektorien sind in der r-z-Ebene mit radial überhöhtem Maßstab dargestellt. Darunter (Abb. 25b) ist der Verlauf der radialen elektrischen Feldstärke im Abstand von 1 cm von der Strahlachse angegeben. Es ist zu erkennen, daß Abweichungen von der Pierce-Geometrie und damit radiale Kräfte einsetzen, bevor die Elektronen die Öffnung der ersten Anode erreichen. Dies ist auf das Feld hinter der Öffnung zurückzuführen. Die Pierce-Region endet also nach ungefähr 30 mm, und die Elektronen erreichen dort etwa 20 % ihrer Endenergie. Die "resonante Fokussierung" im Übergangsbereich zur Driftregion ermöglicht trotz der gezeigten Radialfeldstärke sehr geringe transversale Endenergien (siehe Abb. 28).

Die relativen Anodenpotentiale und Werte des Beschleunigungspotentials auf der Achse gehen aus Abb. 25b ebenfalls hervor.

Für ICE wurden neben dem in Abb. 25 gezeigten Fall zwei weitere Sätze von relativen Anodenpotentialen ermittelt. Dabei wird die relative Spannung an Anode 1 verringert, so daß der raumladungsbegrenzte Elektronenstrom sinkt. Die Beschleunigung auf die Endenergie wird zunehmend auf den Bereich außerhalb der Pierce-Region verlagert. Die Perveanz der Elektronenkanone, bezogen auf die Endenergie der Elektronen, verringert sich auf ungefähr die Hälfte bzw. ein Viertel des Ausgangswertes. Durch solche Variation der Perveanz läßt sich bei gegebener Strahlgeschwindigkeit die Stromstärke herabsetzen, um etwa die Belastung des Vakuumsystems durch elektronenbedingte Gasfreisetzung zu verringern. Für den Halb- und Viertelperveanz-Betrieb (P/2 bzw. P/4) sind die Trajektorien und der Verlauf der radialen Feldstärke in den Abbildungen 26 und 27 gezeigt. Die Qualität des Elektronenstrahls, gemessen an der Forderung möglichst geringer transversaler Energie, leidet bei dieser Verringerung der Perveanz.

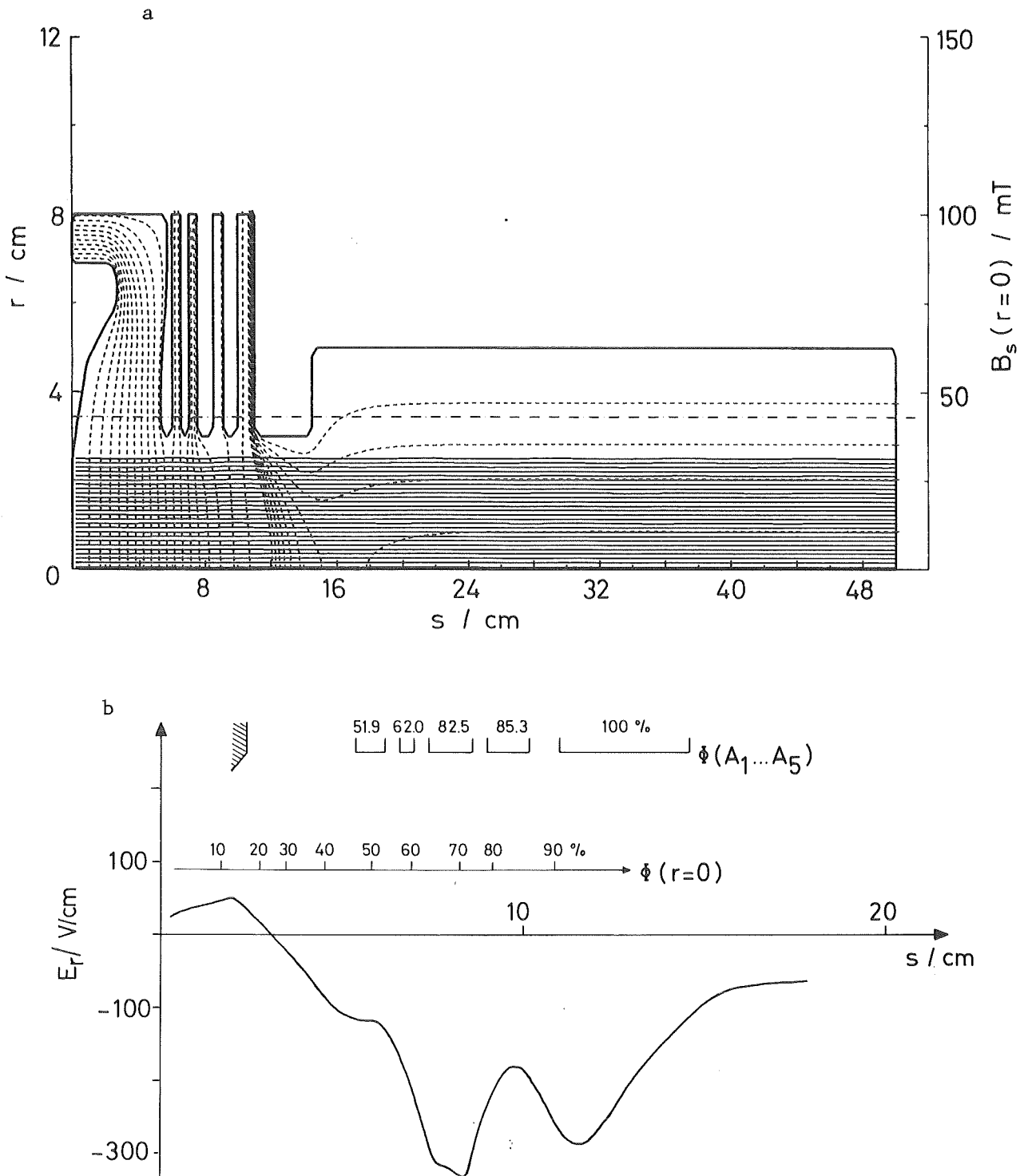


Abb. 25: Resultate der numerischen Bahnberechnung in der Elektronenkanone bei 26 kV Beschleunigungsspannung
 a) Trajektorienverlauf und Äquipotentialflächen (Schnitt durch das rotationssymmetrische Problem)
 b) radiale elektrische Feldstärke 1 cm von der Achse des Elektronenstrahls (Raumladung eingeschlossen)
 Schritte der Äquipotentiallinien: 1.3 kV in der Kanone, 0.13 kV im Driftrohr ab $s \approx 12$ cm.

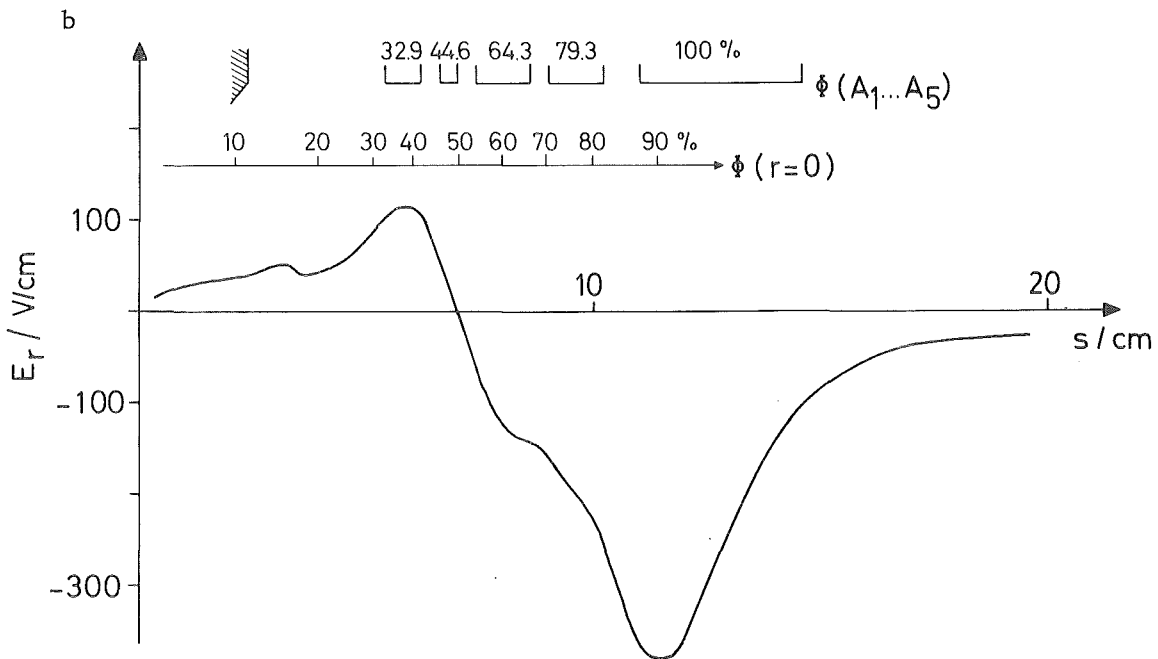
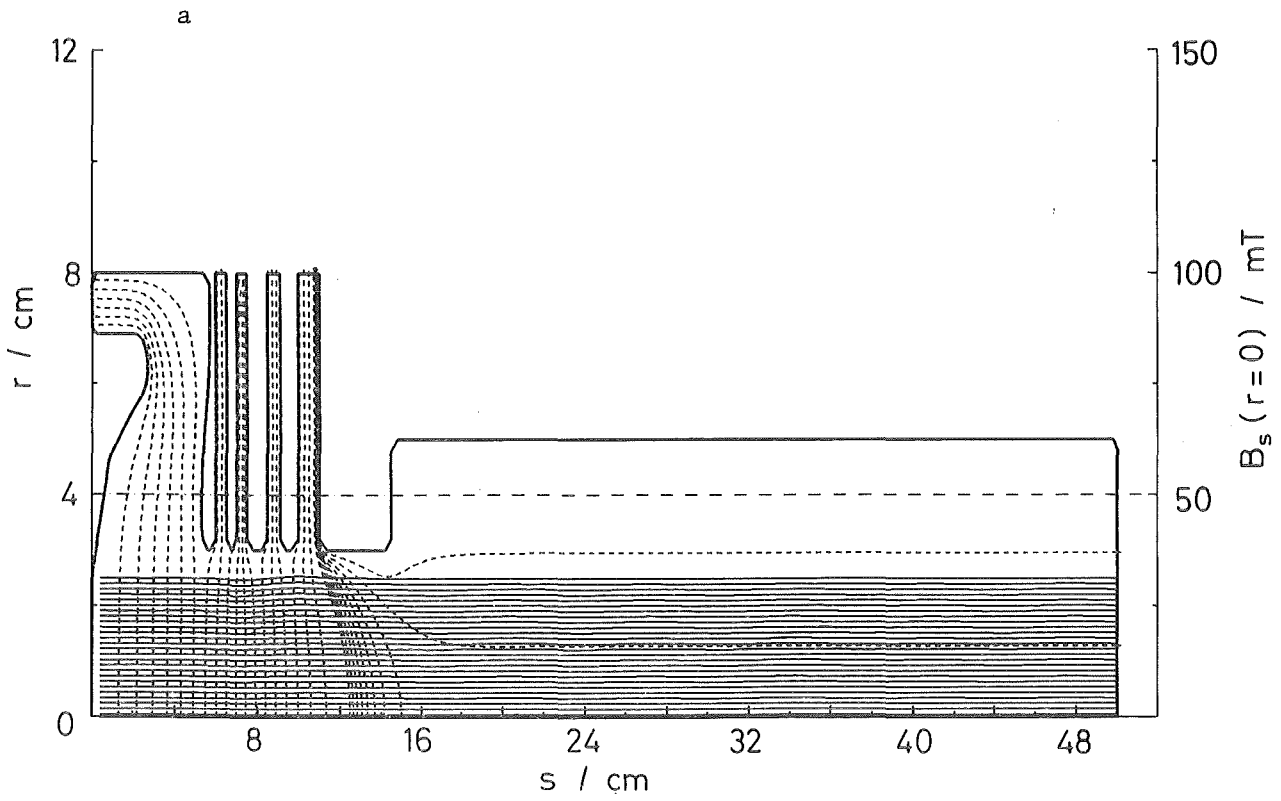


Abb. 26: Resultate wie in Abb. 25 bei halbiertem Stromstärke ($1/2$ Perveanz)

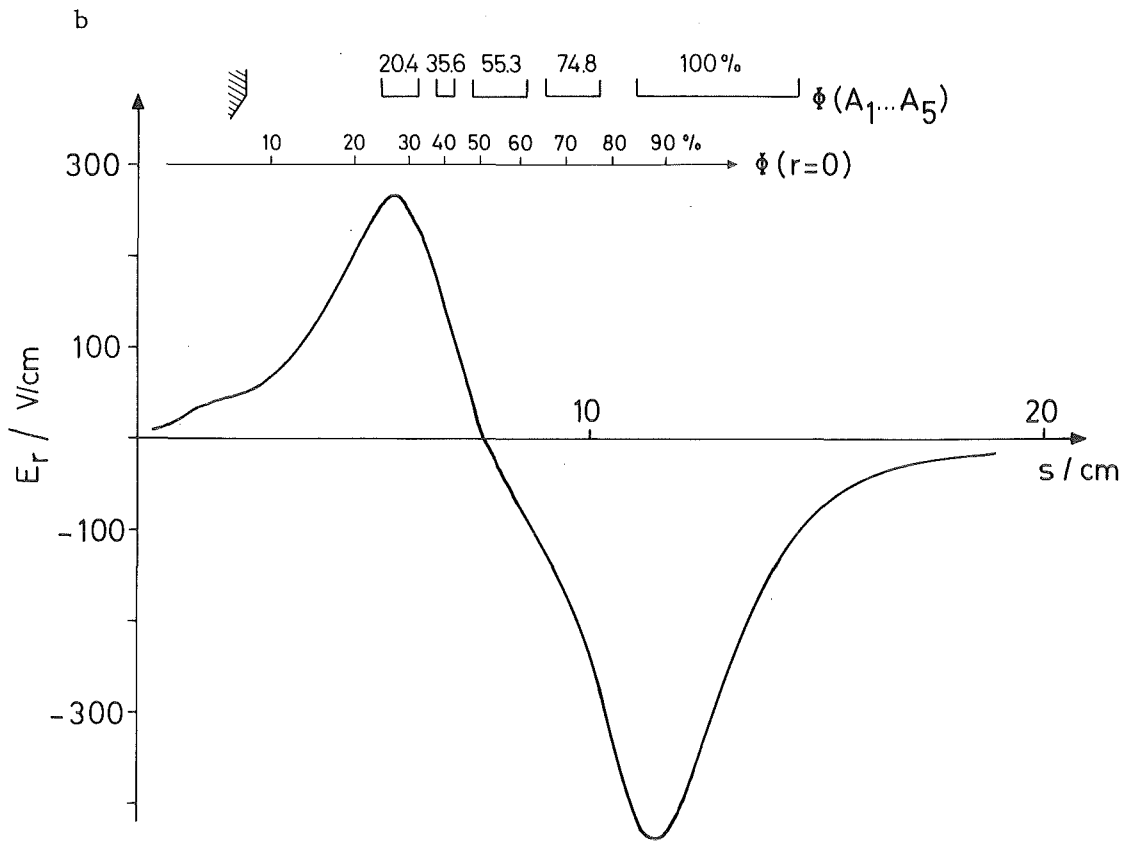
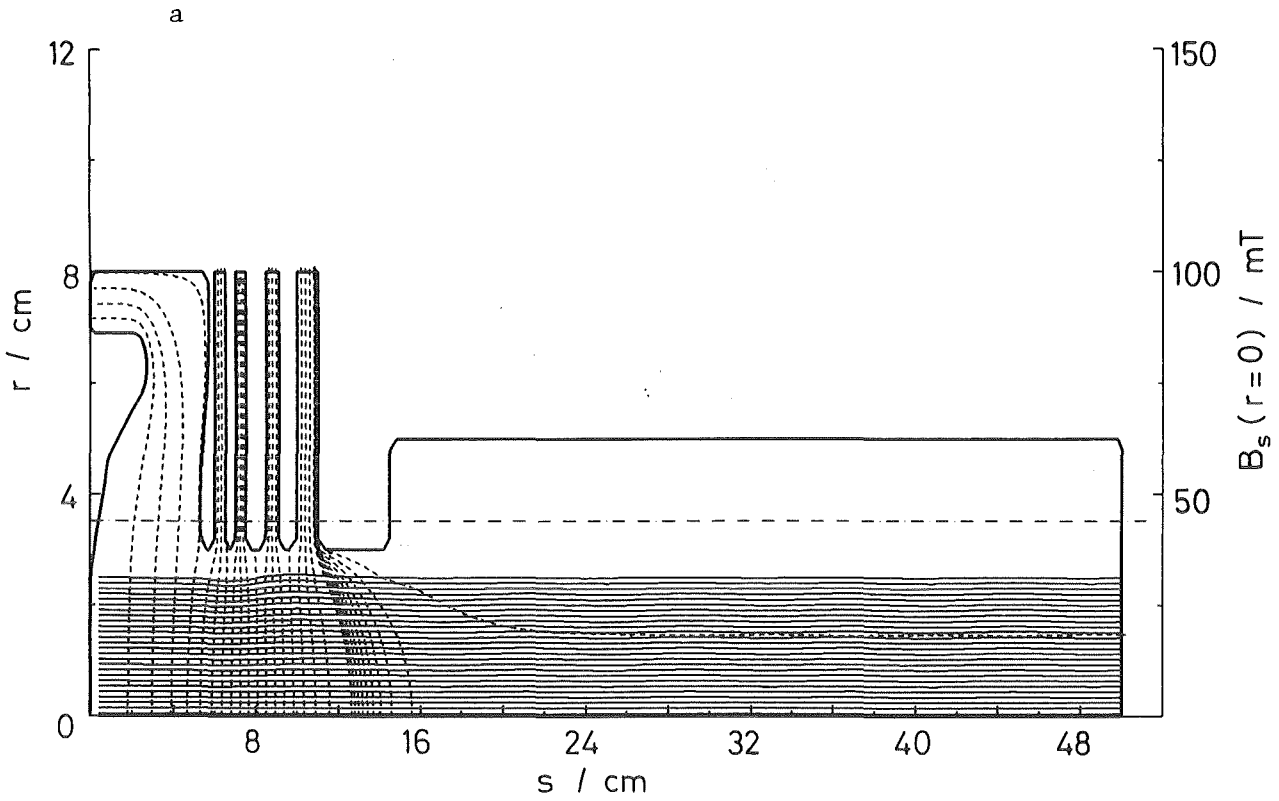


Abb. 27: Resultate wie in Abb. 25 bei $1/4$ Perveanz

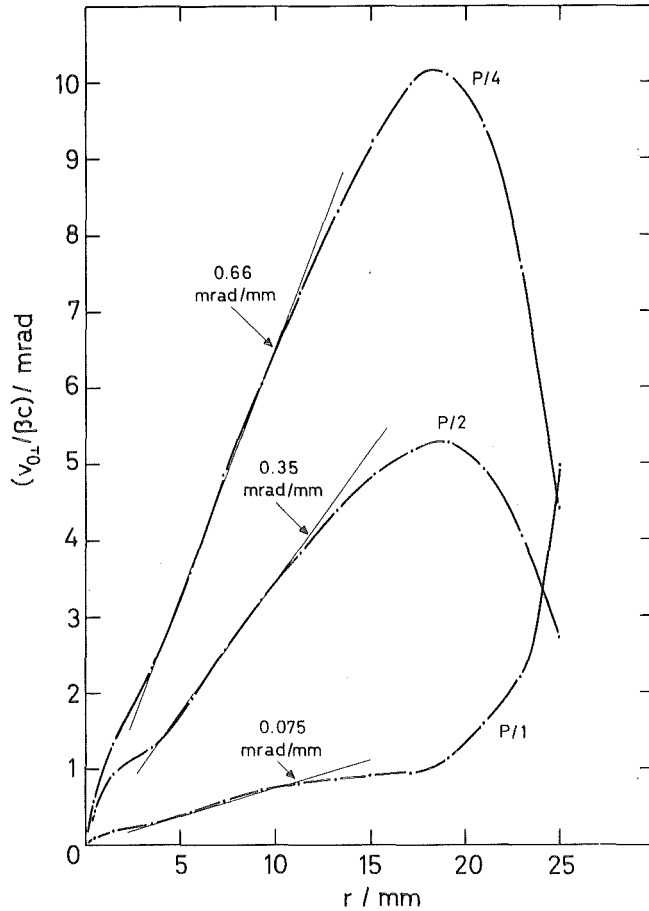


Abb. 28: Divergenz (transversaler Winkel) der Elektronen in Abhängigkeit vom Abstand von der Strahlmitte für optimale Magnetfeldstärke und verschiedene Perveanzen

Abb. 28 zeigt die Variation der Zyklotrongeschwindigkeit $v_{0\perp}$ über den Elektronenstrahlquerschnitt. Dabei ist der transversale Winkel $v_{0\perp}/\beta c$ aufgetragen. In der Nähe der Achse wachsen die Werte linear an, wie man es wegen der entsprechenden Zunahme der Transversalkomponenten im rotations-symmetrischen Feld erwartet. Der durchschnittliche transversale Winkel durch die thermische Bewegung, $\langle v_{\perp} \rangle / \beta c$, beträgt bei $\beta = 0.3$ ($U = 26$ kV) ca. 2 mrad. In Abb. 28 erkennt man, daß für die volle Perveanz die errechnete Zyklotrongeschwindigkeit praktisch über den gesamten Strahlquerschnitt hinweg im Vergleich zur thermischen Bewegung zu vernachlässigen ist. Dagegen überwiegt bei reduzierter Perveanz die kohärente Zyklotronbewegung ab einem Radius von 5 bis 10 mm.

Die Variation der transversalen Energie in der Nähe des optimierten Magnetfeldes ist in Abb. 29 gezeigt. Vollständige Bahnberechnungen ergeben jeweils einen der eingezeichneten Punkte. Für jede Perveanz ist ein Kurvenpaar dargestellt, das die transversale Energie im Abstand von 1 und 2 cm von der Strahlmitte angibt. Die höhere Lage der Minima bei reduzierter Perveanz kann

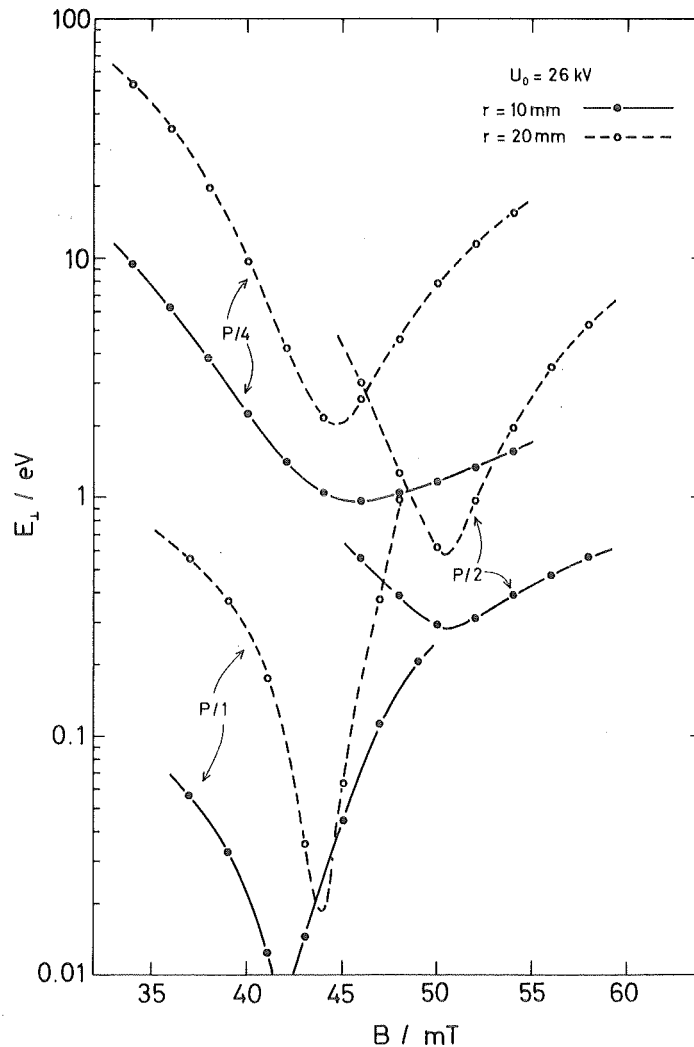


Abb. 29: Variation der transversalen Energie mit dem Magnetfeld (resonante Fokussierung) für die drei Betriebsarten der Kanone

durch den zunehmend unregelmäßigen Verlauf der radialen Feldstärke in der Kanone erklärt werden (Abb. 25b bis 27b). Die Auslöschung der Störbeiträge, die sich in einem homogenen Magnetfeld nur durch Veränderung seiner Stärke erreichen läßt, wird dabei immer weniger vollständig.

An diesen Ergebnissen sind die Grenzen für die Variation der Perveanz einer Elektronenkanone ohne Anpassung der mechanischen Anordnung zu erkennen. Die allein durch die Veränderung der Anodenpotentiale und des Magnetfeldes gegebenen Optimierungsmöglichkeiten reichen für die Realisierung stark variierender Perveanzen bei hoher Strahlqualität nicht aus.

Das Erscheinungsbild des Elektronenstrahls bei starker Verstimung des Magnetfeldes ist schließlich in Abb. 30 dargestellt. Dort liegt beim Radius von 2 cm eine transversale Energie von 50 eV vor (Strahlenergie 26 keV).

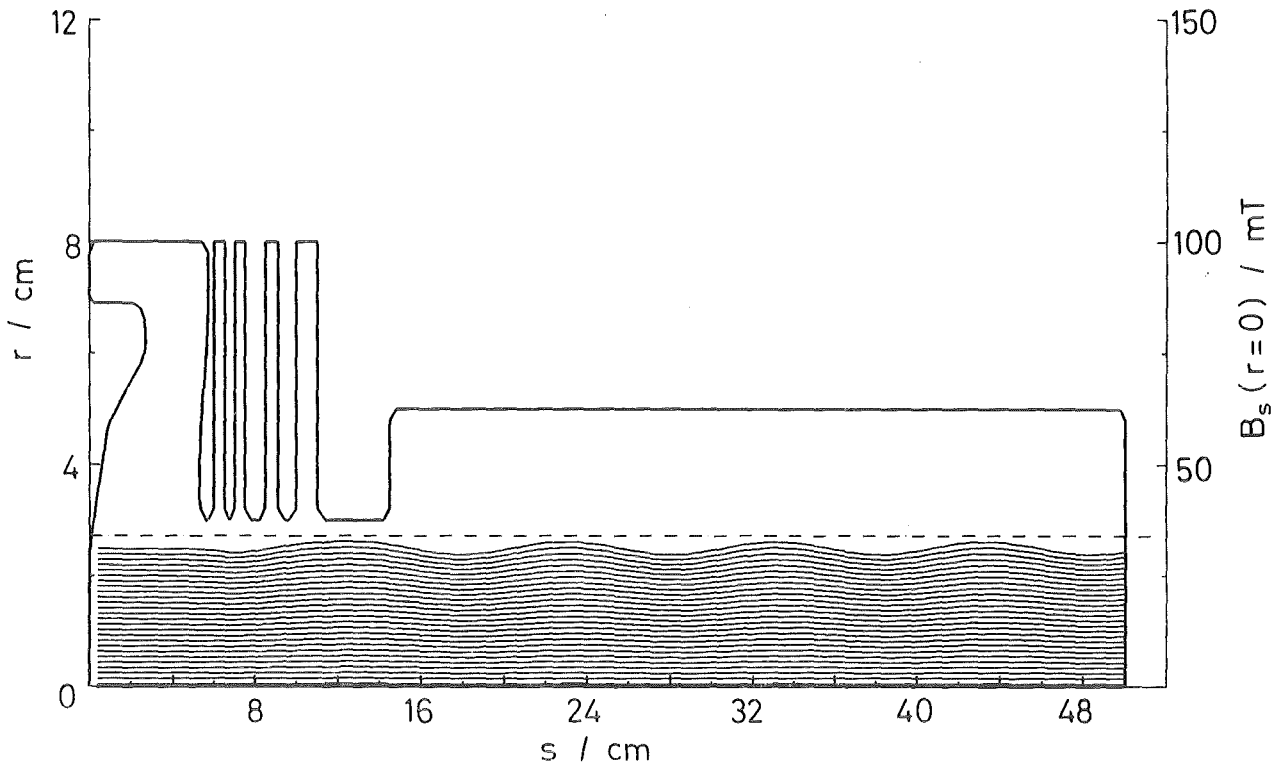


Abb. 30: Elektronenstrahl mit hoher transversaler Energie außerhalb des Minimums der resonanten Fokussierung ($1/4$ Perveanz)

4.6.3 Berechnungen im Kollektor

Es wird nun die Funktion des Kollektors der Elektronenstrahlapparatur für LEAR anhand der numerischen Bahnberechnungen diskutiert. Dazu ist die Anordnung der Elektroden, Eisenteile und Spulen in Abb. 31 gezeigt; Abb. 32 stellt Elektronenbahnen, Äquipotentiallinien und magnetische Flußlinien unter typischen Betriebsbedingungen dar. Die Betriebsparameter wurden experimentell durch Optimierung der Stromverluste ermittelt. Das Vorgehen bei der Berechnung wurde in Abschnitt 4.6.1 beschrieben. Die gezeigte Anordnung wurde durch Weiterentwicklung des Kollektors des ICE¹³ realisiert.

Beim Eintritt in den Kollektor wird der Elektronenstrahl auf einer Strecke von ca. 4 cm abgebremst und anschließend erheblich aufgeweitet. Das Magnetfeld wird durch die geerdete Eintrittselektrode aus magnetischem Eisen ebenfalls auf dieser kurzen Strecke stark herabgesetzt und hinter der Blende durch rotations-symmetrische Korrekturspulen geformt. Die Gegenelektrode auf Kollektorpotential ("Repeller" R) formt das elektrostatische Abbremsfeld und saugt einen Teil der Sekundärelektronen ab. Die spitze Mittelelektrode ("Spike" S) ist negativ gegenüber der Kollektorelektrode C und bewirkt die Ablenkung der Elektronen, so daß sie in radialer Richtung auf der Kollektorelektrode

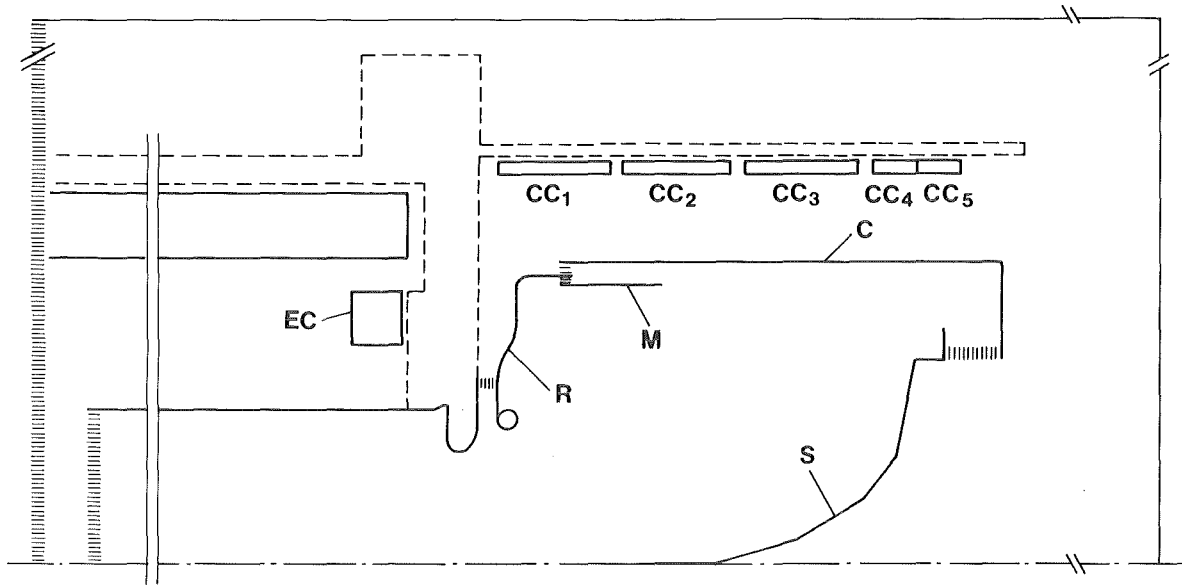


Abb. 31: Randbedingungen für Berechnungen des Kollektors der Elektronenstrahlapparatur: Elektrische Potentialflächen (S, R, M, C und Driftröhre), Eisenregionen (---), Spulen (rechteckige Bereiche EC, CC₁ u.s.w.), Neumann-Randflächen (""")

auftreffen. Das zylindrische "Mesh" M, eine Gitterelektrode, ist ebenfalls negativ gegenüber dem Kollektor; gemeinsam mit dem Spike baut sie ein Potentialminimum vor der Kollektorfläche auf, das in Abb. 32 zu erkennen ist.

Die Elektronen erreichen also vor der eigentlichen Kollektorelektrode ihre geringste Energie und werden anschließend nachbeschleunigt. Dies ermöglicht die Zurückweisung von Sekundärelektronen. Das Verhältnis zwischen dem niedrigsten Potential und der Kollektorspannung wird bestimmt durch die Potentialdifferenz zwischen Mesh und Kollektor ("Meshspannung", vgl. Abschnitt 5.3.2). Dabei ermöglicht die radial gerichtete Bewegung der Elektronen eine Abbremsung auf sehr niedrige Energie: In der Situation, die in Abb. 32 gezeigt ist, ergibt sich mit einer Kollektorspannung U_C von 800 V und einem Gesamtstrom I_0 von 0.45 A ein Potentialminimum Φ_{\min} von etwa 310 V aus den Feld- und Bahnrechnungen (Spannungen bezogen auf das Kathodenpotential). Die Perveanz des Elektronenstrahls am Potentialminimum,

$$P_{\max} = I_0 / \Phi_{\min}^{3/2}, \quad (4-42)$$

beträgt ca. $80 \mu\text{A}/\text{V}^{3/2}$, überschreitet also bei Weitem den Grenzwert für den Transport eines massiven Elektronenstrahls (Abschnitt 4.4.1). Die Meshspannung (bezogen auf den Kollektor) ist in diesem Fall stark negativ (-1400 V). Die Auswirkung verschiedener Spannungen an der Mesh-Elektrode wurde experimentell untersucht; die Ergebnisse sind in Abschnitt 5.4.2 beschrieben.

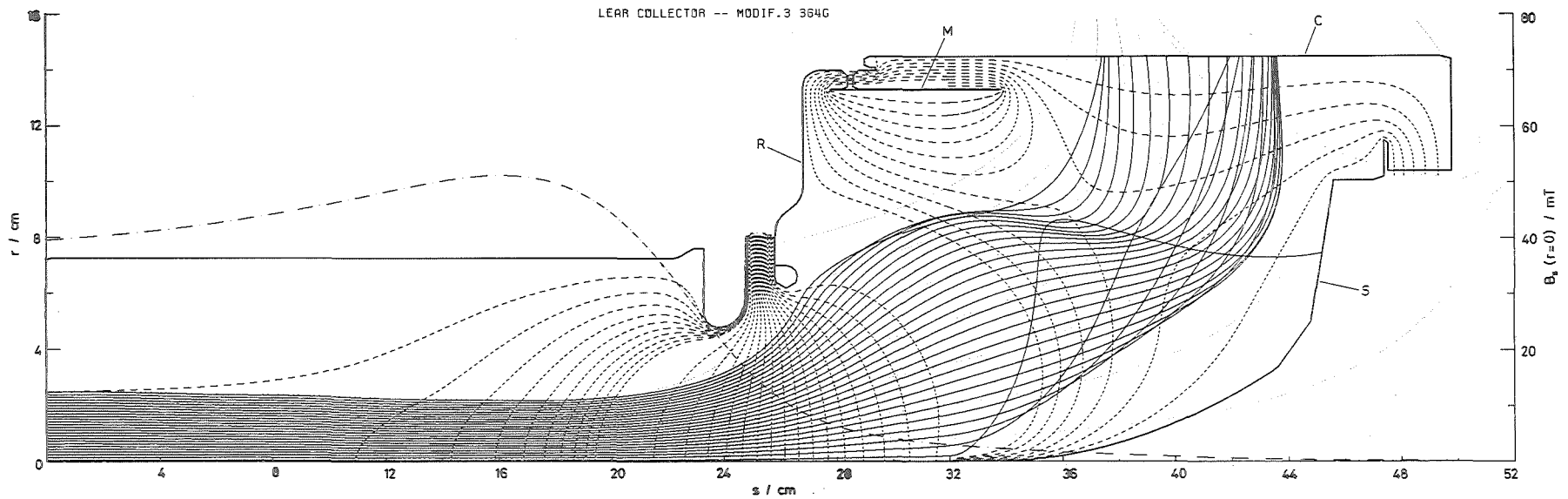


Abb. 32: Ergebnis der Bahnberechnung im Kollektor bei einer Beschleunigungsspannung von 20 kV ($1/4$ Perveanz). Potentiale gegenüber der Kathode: Kollektor (C) 0.8 kV, Spike (S) 0, Mesh (M) -0.6 kV, Repeller (R) 0.88 kV. Schritte der Äquipotentiallinien: 0.14 kV im Kollektor, 1.03 kV zwischen Repeller und Driftrrohr, 0.103 kV im Driftrrohr ($s < 20$ cm). Magnetfeld auf der Achse: - - - -, magnetische Flußlinien: Die Bahn des innersten Elektronenstrahls im Kollektor ist wegen der dichten Annäherung an die Spitze des Spike S und wegen der endlichen Gitterweite bei der Berechnung mit großen Ungenauigkeiten behaftet.

Durch die Verwendung des Spike wird eine rasche Aufweitung des Elektronenstrahls und bezüglich der Mechanik eine kompakte Kollektoranordnung erreicht. Da die Elektronen nicht auf dieser Elektrode auftreffen, kann sie als Gitter ausgeführt werden, so daß die am Kollektor freigesetzten Gase wirksam abgepumpt werden können.

Die numerischen Bahnrechnungen ermöglichen im Falle des Kollektors weniger quantitative Vorhersagen, als daß sie ein Bild von der Elektronenbewegung und der Potentialverteilung vermitteln. Insbesondere wird die Entstehung der Potentialschwelle zur Zurückweisung der Sekundärelektronen verdeutlicht. Es ist ferner die Bedeutung der Korrekturspulen um den Kollektor ($CC_1 \dots CC_5$) für die Führung der Elektronen zu erkennen. Bei einer günstigen Einstellung der Ströme in diesen Spulen liegen die magnetischen Flußlinien innerhalb des Kollektors in der Nähe derjenigen Elektronenbahn, entlang der sie auch im Solenoidfeld vor dem Kollektor verlaufen. Als dünne gepunktete Linien sind in Abb. 32 einige magnetische Flußlinien eingezeichnet, die innerhalb des Solenoids gleichmäßige radiale Abstände aufweisen. Bei geringer Abweichung der Elektronenbahnen im Kollektor von den Flußlinien wird die Rotationsenergie der Elektronen wegen der Erhaltung des kanonischen Impulses p_φ gering gehalten.⁷³ Andererseits kann bei einer starken Verstimmung des Magnetfelds der Anteil der Rotation um die Symmetrieachse an der gesamten kinetischen Energie so groß werden, daß die Bewegung der Elektronen in der r-s-Ebene ihre Richtung umkehrt. Es ist dann eine höhere Kollektorspannung erforderlich, um die Elektronen am Entweichen aus dem Kollektor zu hindern.

Die numerischen Berechnungen waren hilfreich bei der Weiterentwicklung des ICE-Kollektors für die Anwendung am LEAR. Hier ist nur das Ergebnis dieser Entwicklung gezeigt. Dabei wurde auf die ersten experimentellen Resultate hin die Eintrittsöffnung des Kollektors verändert, und die neue Form dieser Elektrode wurde zunächst durch Bahnrechnungen geprüft.

Bei Experimenten und anhand der Rechnungen für verschiedene Werte des Solenoidfeldes (bei proportionaler Änderung der Ströme in den Korrekturspulen) wurde auch festgestellt, daß sich der Elektronenstrahl mit zunehmender magnetischer Feldstärke immer plötzlicher aufweitet. Dabei kann die geerdete Eintrittselektrode oder die Repellerelektrode von den Elektronen getroffen werden. Um dieser Tendenz entgegenzuwirken, wurde eine zusätzliche Spule EC (siehe Abb. 31) vor dem Kollektoreingang eingeführt, die den Strahl vor dem Eintritt in den Kollektor etwas komprimiert und nach den Rechnungen den Abstand der Elektronenbahnen vom Repeller erhöht. Die experimentelle Untersuchung bestätigte die günstige Wirkung der Spule.

Dieser Nutzen der Bahnrechnungen bei der Durchführung von Kollektormodifikationen bestätigt gleichzeitig, daß die numerischen Ergebnisse die komplexe physikalische Situation gut annähern.

5. PLANUNG UND TEST DER ELEKTRONENSTRAHLAPPARATUR

5.1 Rahmenbedingungen am LEAR

5.1.1 Überblick

Die Elektronenkühlung ermöglicht am LEAR (vgl. Kapitel 1) geringe Kühlzeiten in der Größenordnung von Sekunden an dichten \bar{p} -Strahlen bei schwach relativistischen Energien. Diese schnelle Phasenraumkühlung ist besonders nützlich bei der Verwendung eines ringinternen Gastargets, das bei Impulsen unterhalb von 0.6 GeV/c eine starke Aufheizung der transversalen Bewegung der umlaufenden Antiprotonen verursacht. Die Elektronenkühlung kann auch hilfreich sein bei der Abbremsung von Antiprotonen im LEAR auf sehr geringe Impulse (0.1 GeV/c oder weniger) oder bei der Erzeugung kalter H^- -Strahlen.

Mit dieser Motivation ist die Installation einer Elektronenkühlanlage für \bar{p} -Impulse unterhalb von 0.6 GeV/c in der Entwurfsstudie des LEAR-Speicherrings¹⁸ als spätere Ergänzung nach Inbetriebnahme des Ringes vorgesehen. Ein ca. 3 m

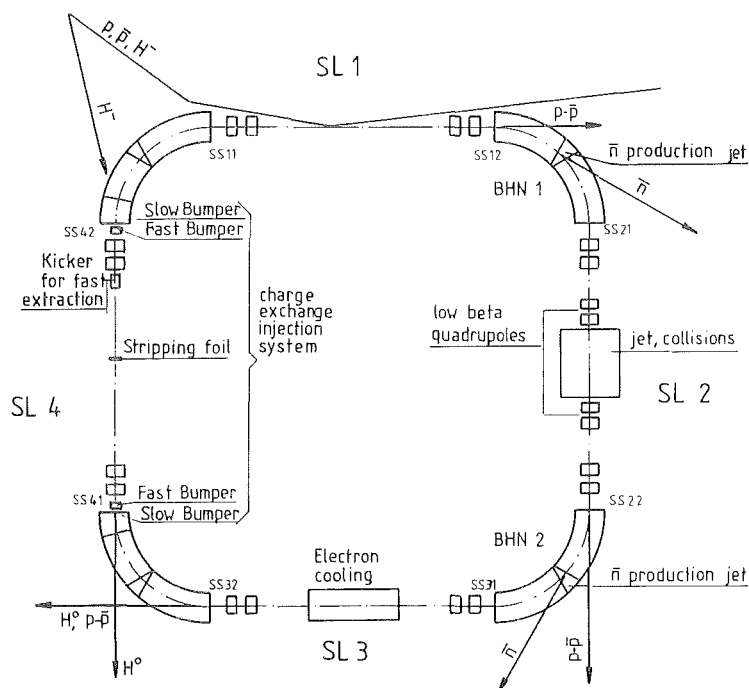


Abb. 33: Plan⁷⁴ des Speicherrings LEAR mit Einbauten für ringinterne Experimente (vgl. Tabelle 2); Lage der Elektronenkühlapparatur

langes Teilstück in der Mitte der geraden Sektion SL3 steht für den Einbau zur Verfügung. Abb. 33 zeigt existierende oder geplante Installationen im LEAR für speicherringinterne Experimente⁷⁴ und die vorgesehene Lage der Elektronenkühlapparatur.

Während der Planung des LEAR wurde am Initial Cooling Experiment (ICE) am CERN die Elektronenkühlung von Protonen bei einem Impuls von 0.3 GeV/c erfolgreich durchgeführt.¹³ Die Eigenschaften der Elektronenstrahlapparatur, die dort verwendet wurde, entsprechen in vielen Punkten den angestrebten Bedingungen bei der Elektronenkühlung am LEAR (Abschnitt 5.1.2). Deshalb wurde die Modifikation der Apparatur des ICE für eine Anwendung am LEAR diskutiert⁷⁵ und schließlich entschieden.

Im einzelnen waren bei dieser Modifikation Elektronenkanone und Kollektor den verschärften Vakuumbedingungen des LEAR (Abschnitt 5.4.1) anzupassen und mit einem neuentwickelten Steuerungssystem zum zuverlässigen Betrieb zu bringen. Im Gegensatz zur experimentellen Arbeitsweise bei einer festen Strahlenergie am ICE wird für LEAR ein routinemäßiger Betrieb über einen großen dynamischen Bereich von Strahlenergien angestrebt. Während der Magnet ebenfalls modifiziert übernommen wurde, wurden die übrigen Teile des Vakuumsystems neu konstruiert und gebaut -- teils um zusätzliche Komponenten einzufügen, teils weil Bauweise und Materialbeschaffenheit der Teile im Hinblick auf die Vakuumanforderungen ungünstig waren. Als zusätzliche Komponenten wurden insbesondere hochwirksame Vakuumpumpen und elektrostatische Sonden (Pick-ups) zur Messung der Position von Elektronen- und Ionenstrahl eingebaut.

Nach der Modifikation erfüllen Elektronenkanone und Kollektor die Vakuumanforderungen. Dies wurde an einem Testaufbau nachgewiesen, an dem auch das neue Steuerungssystem erprobt und der Elektronenstrahl untersucht wurde (Abschnitt 5.4). Parameter, die den Betrieb der Elektronenkühlung über einen großen Bereich von Strahlenergien bei möglichst geringer Belastung des Vakuumsystems erlauben, wurden ermittelt. In der vollständigen Anlage wurden ebenfalls Vakuumbedingungen hergestellt, die die Voraussetzungen für die Installation im Speicherring LEAR erfüllen; schließlich wurde die Elektronenstrahlapparatur außerhalb des Speicherrings endgültig in Betrieb genommen.

5.1.2 Strahlenergien und erwartete Kühlzeiten

Die wichtigsten Parameter der Elektronenkühlanlage für LEAR sind in Tabelle 3 angegeben. Energie und Stromstärke sind in erster Linie begrenzt durch die Stromverluste des Kollektors, die eine Belastung des Vakuumsystems mit sich bringen. Die Perveanz des Elektronenstrahls und das Magnetfeld sind durch die Konstruktion der Elektronenkanone vorgegeben. Der verfügbare Platz am LEAR bestimmt die Länge der Kühlstrecke, wobei die Abmessungen der Toroidmagnete zu

Tabelle 3
Parameter der Elektronenkühlanlage für LEAR

\bar{p} -Impuls	<0.1 ... 0.37 GeV/c		
Elektronenenergie	<3 ... 40 keV		
Elektronenstrom	0.1 ... 4.5 A		
Strahlradius	25 mm		
Strahllänge (Kühlstrecke)	1.5 m = 0.02 × LEAR-Umfang		
Magnetfeld	18 ... 65 mT		
Stromverluste	≈ 1 %		
Kollektor-Verlustleistung	< 20 kW		
"vagabundierende" Verlustleistung	< 1.6 kW		
Kathodentemperatur	1050 °C (0.12 eV/k)		
Präzision:			
Energie der Elektronen	± 5 × 10 ⁻⁵		
Richtung des Magnetfelds	± 2 × 10 ⁻⁴ rad		
Perveanz	0.53	0.31	0.16 μA/V ^{3/2}
Zyklotron-Spirallänge	75.5	67.1	83.7 mm
transversale Winkel ^a	0.075	0.35	0.66 mrad/mm

^a Rechnungen, Anwachsen mit dem Radius

berücksichtigen sind. Die weiteren Werte in der Tabelle beruhen auf Bahnrechnungen oder Messungen beim Aufbau der Apparatur.

Antiprotonen werden in LEAR bei einem Impuls von 0.6 GeV/c injiziert. Wegen der in Tabelle 3 angegebenen Begrenzung der Beschleunigungsspannung ist der gespeicherte Strahl abzubremsen, bevor die Elektronenkühlung beginnen kann. Eine Standardoperation des LEAR ist die Abbremsung des \bar{p} -Strahls von 0.6 auf 0.3 GeV/c; die Qualität des gespeicherten Strahls nach diesem Prozeß geht aus Tabelle 4 hervor. Ohne stochastische Kühlung bei 0.6 GeV/c erreichen die horizontalen Strahlmessungen bei 0.3 GeV/c in der Mitte der Elektronenstrahlanlage 5 cm. Für den Betrieb der Elektronenkühlung am LEAR ohne zeitraubende stochastische Vorkühlung bei der Einschubenergie ist es daher sinnvoll, den Elektronenstrahlradius des ICE beizubehalten. Ein gekühlter \bar{p} -Strahl liegt bei diesem Vorgehen nach weniger als einer Minute vor. Noch sehr viel schneller läßt sich die Strahlqualität durch Elektronenkühlung bei 0.3 GeV/c verbessern, wenn die fünfminütige stochastische Vorkühlung bei höherer Energie in Kauf genommen wird. Dann können außerdem die zusätzlichen Teilchenverluste bei der Abbremsung eines heißen Strahls vermieden werden.

Tabelle 4
Strahlqualität mit 3×10^9 Antiprotonen im LEAR⁷⁶
(Grenzwerte für 90 % der gespeicherten Teilchen)

A: keine stochastische Kühlung

B: stochastische Kühlung während 5 min bei 0.6 GeV/c

		A	B	
Bei 0.6 GeV/c:	E_H	30π	8π	mm mrad
	E_V	15π	4π	mm mrad
	$\Delta p/p$	± 3	± 1	$\times 10^{-3}$
Bei 0.3 GeV/c:	E_H	60π	$\approx 20 \pi$	mm mrad
	E_V	30π	$\approx 15 \pi$	mm mrad
	$\Delta p/p$	± 6	$\approx \pm 2$	$\times 10^{-3}$
Strahlgröße	horizontal	± 25	± 9.7	mm
	vertikal	± 12	± 8.3	mm
Divergenz	horizontal	± 5.4	± 3.2	mrad
	vertikal	± 2.5	± 1.7	mrad

Es wird nun die Zeitkonstante der Elektronenkühlung bei der anfänglichen Qualität des \bar{p} -Strahls abgeschätzt. Die mittlere Divergenz der Antiprotonen beträgt etwa die Hälfte der in Tabelle 4 angegebenen 2σ -Grenzwerte von 3 mrad (Fall A) bzw. 6 mrad (Fall B). Damit liegt die \bar{p} -Geschwindigkeit im Ruhesystem im ersten Fall etwa bei der thermischen Divergenz der Elektronen und im zweiten Fall beim Doppelten dieses Wertes. Für beide Situationen wird daher die Kühlzeit mit Gl. 2-34 berechnet und $\Delta_{\max}/c = \beta\gamma\theta_{\bar{p}}$ gesetzt, mit $\theta_{\bar{p}} = 1.5$ mrad (Fall A) und $\theta_{\bar{p}} = 3$ mrad (Fall B). Bei 0.3 GeV/c (e-Strahlenergie 26 keV) beträgt die Elektronendichte für volle Perveanz $n_e^* = 7.6 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$ (Stromstärke 2.2 A). Mit $L_C = 10$ erhält man

$$4\tau_0(A) = 3.9 \text{ sec} ,$$

$$4\tau_0(B) = 31 \text{ sec} .$$

Nach dieser Zeit (Dämpfungskonstante der Amplitude der Betatronschwingungen) haben sich Emittanz und Impulsunschärfe auf $e^{-2} = 0.14$ ihres ursprünglichen Wertes verringert, und der Strahl erreicht zumindest die gleiche Qualität wie nach fünfminütiger stochastischer Kühlung bei höherem Impuls.

Diese Zeiten geben eine obere Grenze an, da die \bar{p} -Divergenz während der Kühlung sinkt. Bei der numerischen Simulation (Abschnitt 6.2) kann die Dynamik des Kühlprozesses genauer berücksichtigt werden. Wegen des starken Einflusses der magnetischen Kühlkraft versagt die Abschätzung nach Gl. 2-34, sobald der \bar{p} -Strahl die Divergenz des Elektronenstrahls (≈ 1.6 mrad bei 26 keV) wesentlich unterschreitet.

Nach der anfänglichen Kühlung, die wie beschrieben bei 0.3 GeV/c erfolgen kann, interessiert die Kühlrate an einem Strahl hoher Qualität, insbesondere zum Ausgleich der Streuprozesse an einem internen Target. Hier ist das Verhalten der Kühlzeit über den gesamten angestrebten Arbeitsbereich der Elektronenkühlung zu betrachten. Grundsätzlich nimmt die Elektronendichte bei konstanter Perveanz zu niedrigen Impulsen hin ($p \propto \beta$, $\gamma \approx 1$) mit β^2 ab, während die für die Relativbewegung maßgebliche thermische Geschwindigkeit Δ der Elektronen konstant bleibt. Gl. 2-34 liefert dann Kühlzeiten, die mit β^{-2} sehr schnell wachsen. Durch die Wirkung der magnetischen Kühlkraft ergeben sich jedoch bei dem beschriebenen Verhalten der Elektronendichte annähernd gleichbleibende Werte der Dämpfungskonstanten; dies wurde bereits aus der berechneten Geschwindigkeitsabhängigkeit der magnetischen Kühlkraft geschlossen (Abschnitt 2.5) und wird weiter unten durch numerische Simulation bestätigt.

Begrenzt wird die Wirkung der magnetischen Kühlkraft durch die Fehler des Magnetfeldes und der Beschleunigungsspannung in der Elektronenstrahlapparatur. Unterhalb einer Strahldivergenz, die durch die entsprechenden relativen Schwankungsbereiche gegeben ist, bestimmen diese Ungenauigkeiten die Geschwindigkeit der Antiprotonen gegenüber den magnetisierten Elektronen. Auf die Vermeidung solcher Abweichungen wurde deshalb beim Aufbau der Anlage besonders geachtet. Insbesondere die Magnetfeldgenauigkeit erfordert rechtzeitige Vorkehrungen. Bei der erreichten Präzision beeinträchtigen die Winkelabweichungen des Magnetfeldes in der Kühlstrecke die magnetische Kühlkraft erst bei \bar{p} -Emittanzen unterhalb von 0.1π mm mrad.

5.1.3 Vakuumanforderungen

Für die Vakuumanforderungen am LEAR sind die folgenden Kriterien ausschlaggebend:¹⁸

- Lebensdauer des ungekühlten Strahls gegenüber Vielfachstreuung,
- Strahllebensdauer gegenüber Coulombstößen mit großen Ablenkungswinkeln, die das Ion sofort aus der Ringakzeptanz herausstreuen (Einzelstreuung),
- Teilchenverluste und Zahl von Untergrundereignissen bei Experimenten mit einem internen Target,

- Häufigkeit von Umladungsprozessen der negativen Wasserstoffionen (H^-) bei Experimenten mit gleichzeitig gespeicherten \bar{p} - und H^- -Strahlen.

Allen Streuprozessen gemein ist die Zunahme bei kleinen Strahlgeschwindigkeiten; die genannten Kriterien erhalten daher ihr besonderes Gewicht am LEAR in Verbindung mit dem angestrebten Impulsbereich bis hinunter zu 0.1 GeV/c oder noch kleineren Werten. (In diesem Bereich gilt für den p-, \bar{p} - oder H^- -Impuls $\{p/(GeV/c)\} \approx \beta$.)

In Abhängigkeit vom Impuls zeigt Abb. 34 die abgeschätzte Strahllebensdauer gegenüber verschiedenen schädlichen Wechselwirkungen mit dem Restgas des Speicherrings. Für die Verlustrate durch Einzelstreuung folgt nach Gl. 3-40 und Gl. 3-42:

$$\tau_{ES} = \alpha_{ES}^{-1} = 4.84 \times 10^7 \text{ sec } \{\theta_0/\text{mrad}\}^2 \beta^3 \gamma^2 / \{\Pi/10^{-12} \text{ mbar } N_2\}, \quad (5-1)$$

mit dem Akzeptanzwinkel θ_0 . Für Z' wurde die Kernladung von Stickstoff

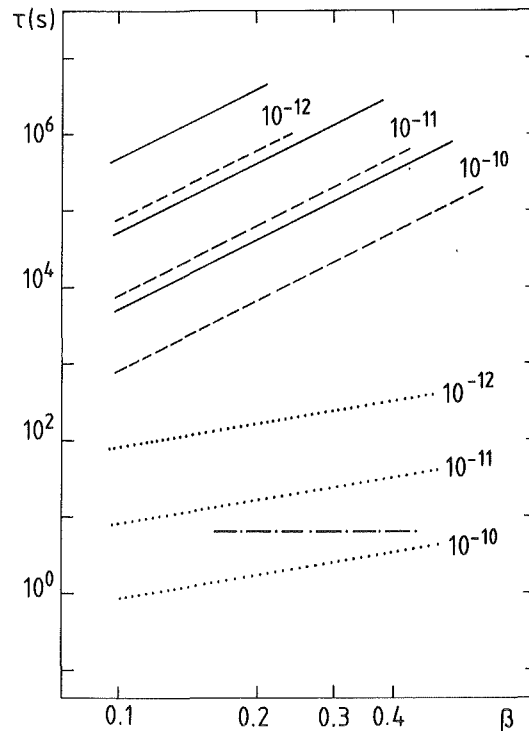


Abb. 34: Strahllebensdauer im LEAR (Akzeptanzwinkel $\theta_0 = 3$ mrad) gegen Coulomb-Vielstreuung (---) und -Einzelstreuung (—) für p; \bar{p} und gegen Umladung für H^- (···); geschätzte Kühlzeit mit Elektronenkühlung (-·-·-). Druckangaben zu den verschiedenen Linien in mbar.

eingesetzt, so daß als Π der N_2 -äquivalente Druck angegeben ist.⁷⁷ Die Verlustrate durch Vielstreuung ist grundsätzlich um den Faktor des Coulomb-Logarithmus L_{MS} (Gl. 3-44) größer.

Der maximale Druck für eine geforderte Lebensdauer von p- oder \bar{p} -Strahlen kann aus dem Verlauf der oberen Geraden abgelesen werden. Für den ungekühlten Strahl (unterbrochene Linien) bei einem Impuls von 0.1 GeV/c und einer Strahllebensdauer von einer Stunde ergibt sich die Forderung nach einem Vakuum unterhalb von 10^{-11} mbar. Als LEAR-Designvakuum, das auch die Elektronenkühlapparatur bei abgeschaltetem Strahl erreichen muß, wurde ein Druck von 4×10^{-12} mbar (N_2 -Äquivalent) festgelegt.

Für die Lebensdauer gegenüber Einzelstreuung -- entscheidend bei eingeschalteter Kühlapparatur und für gespeicherte p- oder \bar{p} -Strahlen -- ergeben sich die schärfsten Kriterien in Verbindung mit der Verwendung interner Targets.⁷⁸ Damit die Streuung im Target überwiegt, muß die Zeitkonstante der Teilchenverluste am Restgas groß gegenüber der Dauer des geplanten Arbeitszyklus bis zur Neufüllung sein. Bei 10^3 bis 10^4 sec Zyklusdauer wird für τ_{ES} die Größe 10^4 bis 10^5 sec gefordert. Zur Forderung $\tau_{ES} = 10^4$ sec können aus der Abbildung impulsabhängige Grenzwerte für den Druck zwischen 10^{-11} mbar (0.1 GeV/c) und 3×10^{-10} mbar (0.3 GeV/c) entnommen werden (durchgezogene Linien). Bei hohen Impulsen, wo die von der Elektronenkühlung freigesetzte Leistung zunimmt, lockern sich günstigerweise die Vakuumanforderungen.

Für die Lebensdauer eines H^- -Strahls gegen Umladung an N_2 wird folgende Beziehung angegeben:⁷⁹

$$\tau_{U,N_2} = 930 \text{ sec } \beta / \{ \Pi / 10^{-12} \text{ mbar} \} . \quad (5-2)$$

Diese Strahllebensdauer (untere Geraden in Abb. 34) ist auch bei bestem Vakuum zu kurz zur Verwendung der stochastischen Kühlung; Elektronenkühlung ist wegen der geringen Kühlzeit das einzige anwendbare Kühlverfahren.

H^- -Ionen können bei einem Impuls von 0.3 GeV/c, Emittanzen um 10π mm mrad und einem Impulsband von $\pm 1 \times 10^{-3}$ in LEAR injiziert werden. Bei dieser Divergenz erwartet man mit voller Perveanz Kühlzeiten unter 5 sec (Kühlzeitgerade in Abb. 34). Dabei ist aber ein Vakuum, das weniger Umladung bewirkt als 10^{-11} mbar N_2 , mit eingeschaltetem Elektronenstrahl erforderlich. Da dies unter günstigen Umständen möglich erscheint, könnte die Elektronenkühlung zur Erzeugung eines H^- -Strahls hoher Qualität bei 0.3 GeV/c benutzt werden. Die für Experimente mit den gleichzeitig gespeicherten H^- - und \bar{p} nutzbare Zeit könnte dann 15 sec oder mehr betragen.

Kalte H^- -Strahlen mit Impulsen unterhalb von 0.3 GeV/c wären nach der anfänglichen Elektronenkühlung durch Abbremsung zu verwirklichen, die wegen der kurzen Strahllebensdauer schnell erfolgen muß. Um die Kühlung während oder zumindest nach der Abbremsung aufrecht zu erhalten, muß die Elektronenstrahlenergie schnell (innerhalb von ca. 1 sec) verändert werden können. Dies ist ein Beispiel für die Notwendigkeit eines leistungsfähigen Steuerungssystems der

Elektronenstrahlapparatur. Beim bereits gekühlten Strahl sind Kühlzeiten von weniger als 1 sec zu erwarten; allerdings darf das Vakuum mit Elektronenstrahl nur noch einige 10^{-12} mbar betragen.

5.2 Gesamtplan der Anlage

Der mechanische Aufbau der Elektronenkühl-Apparatur geht aus Abb. 35 hervor. Das Vakuumsystem, das an beiden Seiten mit dem LEAR-Strahlrohr verbunden wird, befindet sich innerhalb der mit Eisen abgeschirmten Spulen (9, 10), die durch ihr longitudinales Magnetfeld die Richtung des Elektronenstrahls festlegen. Kanone (1) und Kollektor (7) werden im folgenden Abschnitt genauer beschrieben. Die elektrostatischen Pick-ups (3) erlauben die zerstörungsfreie Messung der Position des Elektronenstrahls und des im LEAR gespeicherten p^- , \bar{p}^- oder H^- -Strahls.^{8 0}

Die Vakuumpumpen (2), Widerstands-Heizstreifen mit einer Beschichtung aus einem nicht verdampfenden Gettermaterial (Non-Evaporable Getter NEG), tragen den Hauptteil der Pumpleistung zur Aufrechterhaltung des niedrigen Druckes bei. Die Arbeitsweise dieser Getterpumpen wird in Abschnitt 5.4.1 dargestellt. Ihre Pumpleistung und die bei geheizter Kathode in der Anlage gemessenen Drucke sind

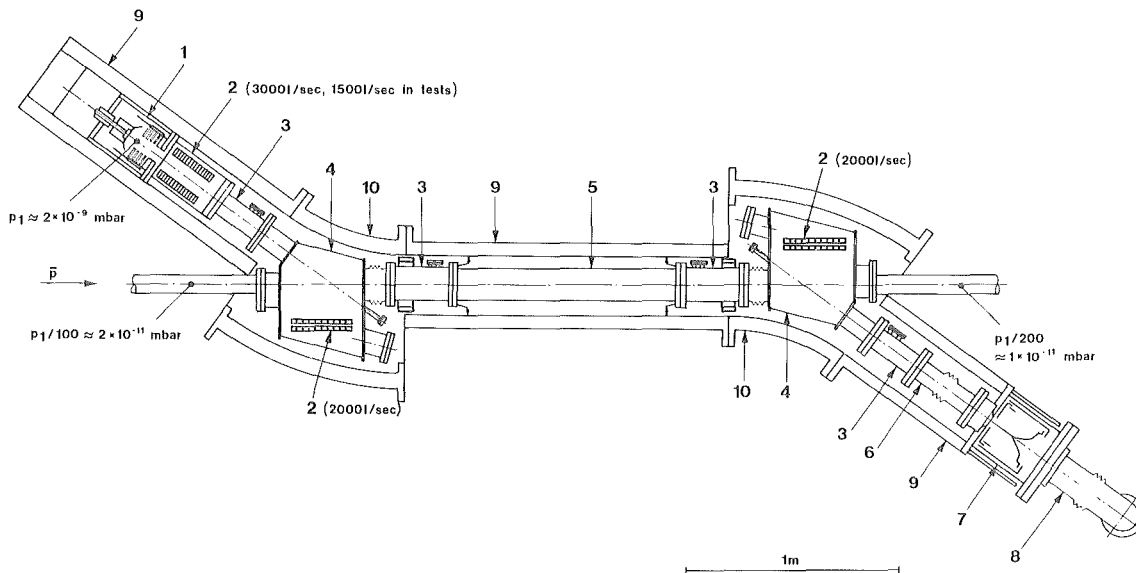


Abb. 35: Schnittzeichnung der Elektronenkühlapparatur für LEAR

in der Zeichnung angegeben. Eine Ionengetter- und eine Turbomolekularpumpe befinden sich am Pumpanschluß (8) des Kollektors. Hierdurch kann die Elektronenkühl-Apparatur unabhängig von einer Verbindung zum LEAR-Strahlrohr ausgepumpt werden.

Die geerdete Potentialfläche um den Elektronenstrahl wird im Strahlrohr (5) durch ein Gitter mit dem Innendurchmesser der Pick-up-Elektroden gebildet. Der Durchmesser wird über die gesamte Kühlstrecke auf ± 0.2 mm konstant gehalten, um Variationen des Potentials entlang der Elektronenstrahlachse unter dem Einfluß der Raumladung zu verhindern. Das Strahlrohr wird zur Magnetachse justiert. Zur Vermeidung transversaler elektrischer Felder ist der Elektronenstrahl zwischen Kanone und Kühlstrecke nach Möglichkeit von einer zylindrischen geerdeten Oberfläche umgeben; in der Toroidvakuumkammer (4) wird ein Gitternetz mit einem Ausschnitt für den Ionenstrahl verwendet. Die Steuerung des

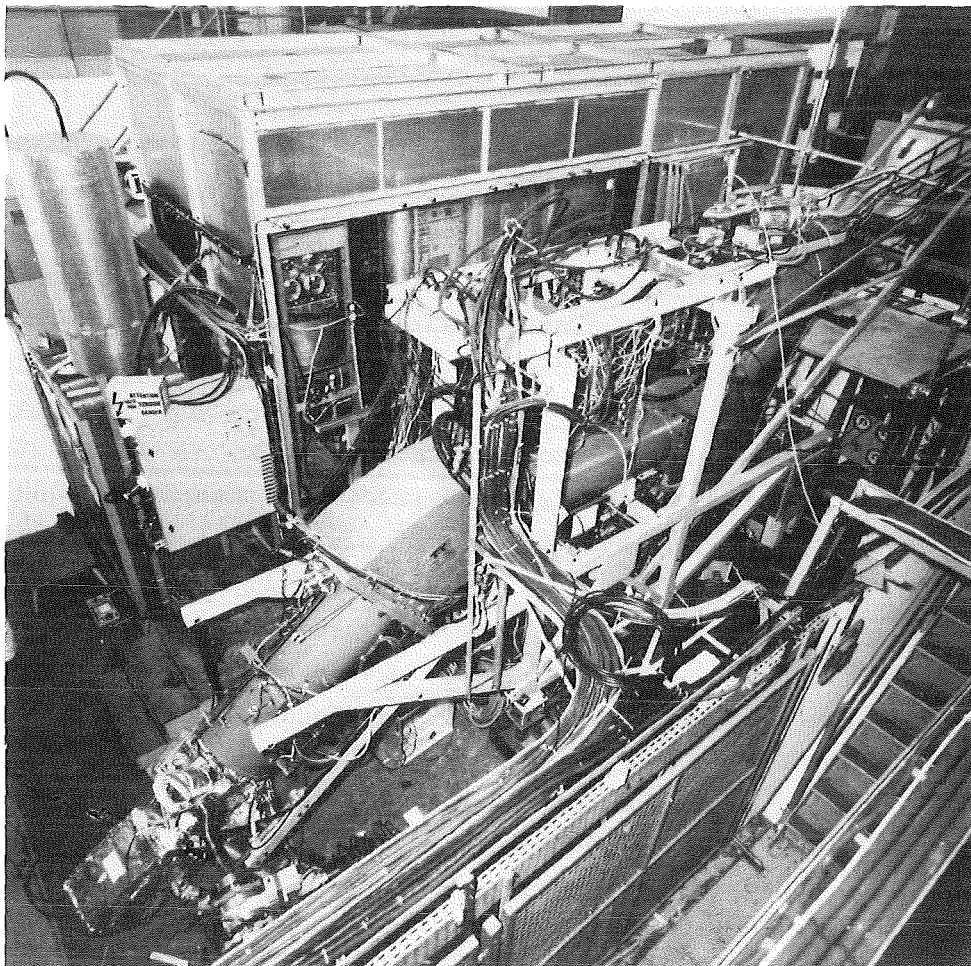


Abb. 36: Gesamtansicht der Elektronenstrahlapparatur mit Versorgungsgeräten (Photo CERN 242-7-85)

Elektronenstrahls erfolgt mit Korrekturspulen, die in Abschnitt 5.3.3 beschrieben sind.

In Abb. 36 ist eine Photographie der Elektronenstrahl-Anlage gezeigt. Links im Vordergrund ist der Kollektor mit der angeschlossenen Ionengetterpumpe zu erkennen. Die Eisenabschirmung der Spulen für das longitudinale Magnetfeld bestimmt das äußere Erscheinungsbild der Apparatur. Links von der Bildmitte tritt der kollektorseitige Toroidmagnet deutlich hervor. Nach der Installation der Apparatur im Speicherring verläuft die Bahn der Antiprotonen von rechts nach links durch das waagrecht liegende Magnetrohr in der Mitte des Bildes. Die Elektronenkanone liegt rechts oben im Bild, vollständig innerhalb des Magneten. Im Hintergrund sind die Hochspannungsplattform und weitere Teile des Steuerungssystems zu erkennen.

5.3 Beschreibung einzelner Komponenten

5.3.1 Elektronenkanone und Kollektor

Es wird nun kurz der mechanische Aufbau der Elektronenkanone und des Kollektors dargestellt. Die Kanone (Abb. 37) befindet sich ganz innerhalb des Solenoidmagneten in ca. 30 cm Abstand vom Wicklungsende. Sie wird fertig montiert und vermessen am Flansch (1) mit der übrigen Apparatur verbunden. Die im Betrieb auf negativer Hochspannung liegenden vier Anoden sind in einem Keramikrohr (2) aufgehängt. Dieses ist an der fünften, geerdeten Anode befestigt, die ihrerseits elektrisch leitend an der Vakuumkammer montiert ist.

Die Kathode (3) mit der Pierce-Elektrode (4) ist in einer Keramikdurchführung (5) am oberen Abschlußflansch (6) der Kanone befestigt. Die Kathodenhalterung wird bei Position 7 durch einen Gasstrom von ca. 100 l/min gekühlt, so daß die Temperatur an der Keramik-Metall-Verbindung der Hochspannungsdurchführung bei heißer Kathode ungefähr 80 °C beträgt.

Die Kathode besteht aus einer Scheibe aus porösem Wolfram, das mit einer Schmelze von Barium-, Calcium- und Aluminiumverbindungen imprägniert ist.⁸¹ Das Elektronen emittierende Material ist Wolfram, dessen Austrittsarbeit durch Adsorption von Barium- und Sauerstoffatomen verringert wird. Die Ausbildung der emissionsfähigen Oberfläche wird durch Freisetzung von Bariumoxyd aus dem Kathodenmaterial und dessen Reaktion mit Wolfram bewirkt. Die Kathode wird durch Heizen auf ca. 1100 °C aktiviert. Im späteren Betrieb lassen sich bei Temperaturen zwischen 950 und 1100 °C Emissionsstromdichten von einigen A/cm² erzielen.⁸² Durch Umwandlung des in der Kathode enthaltenen Bariumkarbonats an Wolfram wird bei Temperaturen ab 600 °C kontinuierlich Kohlenmonoxid freigesetzt, so daß die Kathode eine ständige Gasquelle darstellt.

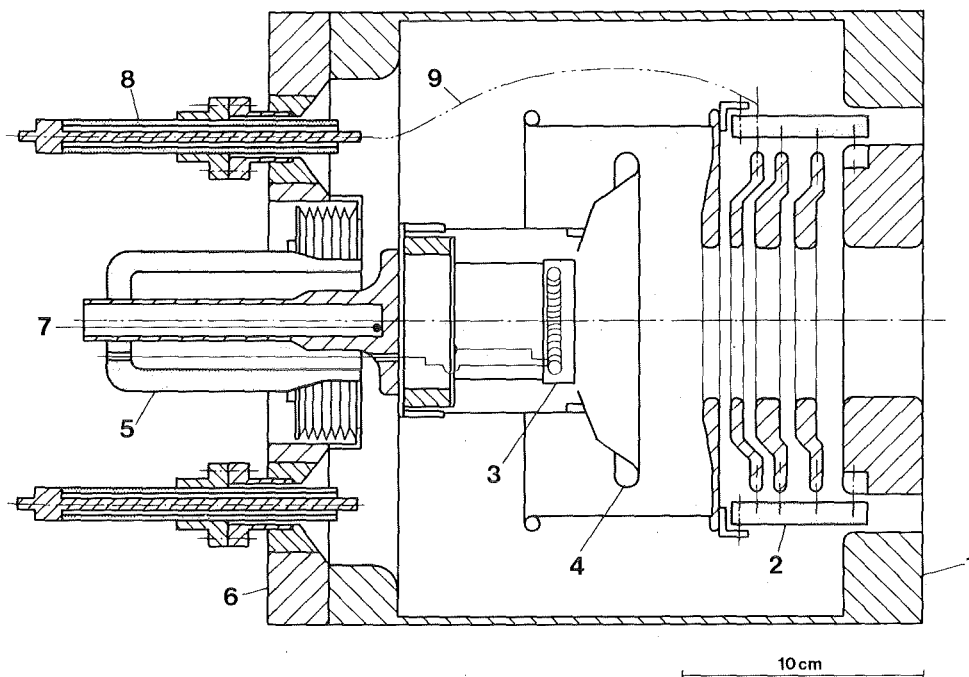


Abb. 37: Elektronenkanone

Meßergebnisse zur Gasfreisetzung durch die Kathode sind in Abschnitt 5.4.1 angegeben. Die Aktivierung derselben Kathode kann nach dem Belüften der Apparatur wiederholt werden. An der verwendeten Kathode wurde nach ungefähr zwölf Aktivierungen ein Nachlassen der Emission bei geringen Betriebstemperaturen beobachtet. Als Lebensdauer dieses Kathodentyps werden 15000 Betriebsstunden angegeben, die in der aufgebauten Apparatur noch nicht erreicht wurden. Zur Vermeidung von Magnetfeldern durch den Heizstrom ist die Heizwicklung hinter der Kathodenscheibe als dicht gewickelter, geschlossener Toroid ausgeführt.

Der Abschlußflansch trägt neben der Kathodendurchführung vier austauschbare Durchführungen (8) für die Anodenspannungen, die über Kontaktfedern (9) mit den Beschleunigungselektroden verbunden sind. Die äußeren Hochspannungsanschlüsse befinden sich in einer mit gasförmigem Freon durchspülten Kammer. Dieses Gas wird auch zur Kühlung der Kathodendurchführung verwendet. Dadurch werden trotz der gedrängten Anordnung Hochspannungsüberschläge vermieden.

Kathode und Pierce-Elektrode wurden mit einer Genauigkeit von ± 0.05 mm zueinander justiert. $1/10$ mm ist auch die erwartete Verschiebung beider Teile gegeneinander durch unterschiedliche thermische Ausdehnung (bei 400°C Temperaturdifferenz über 50 mm und einem Ausdehnungskoeffizienten von $6 \times 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$). Abb. 38 zeigt eine Photographie der Pierce-Elektrode mit der Kathodenhalterung auf dem Abschlußflansch (unten) und des Keramikrohres mit den Anoden (oben). Die Präzision bei der Montage der Anoden beträgt ca. 0.3 mm.

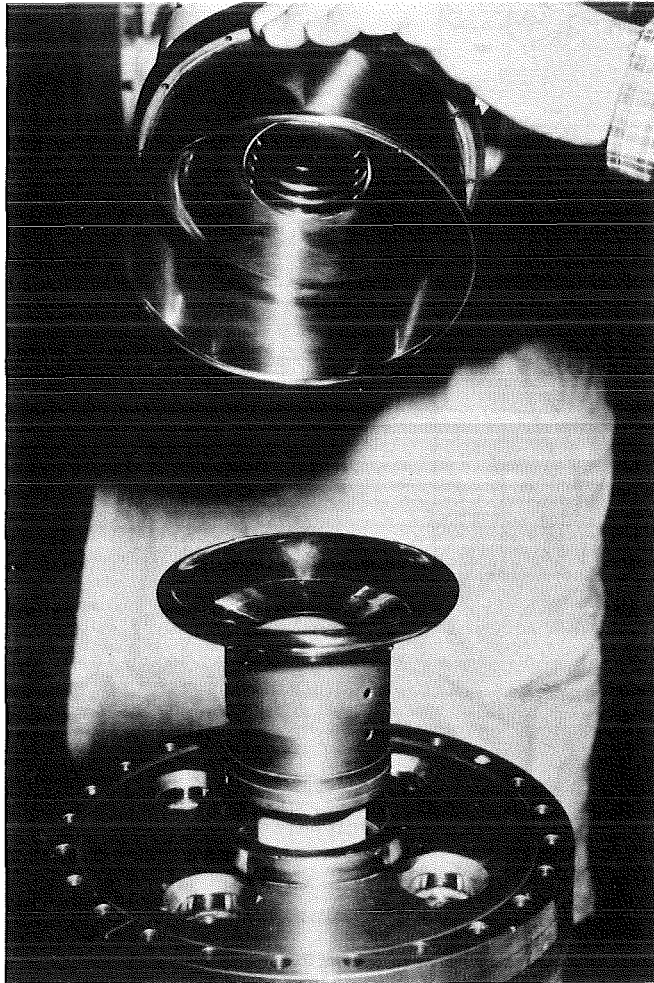


Abb. 38: Pierce-Elektrode und Anoden der Elektronenkanone

Am Kollektor, der in Abb. 39 dargestellt ist, sind drei Hauptbestandteile zu unterscheiden:

- i) Die wassergekühlte Kollektorelektrode (1) ist elektrisch isoliert auf dem Abschlußflansch (2) montiert. An diesem Kollektortopf sind die zusätzlichen Elektroden (3, 4, 5) angebracht, die in Abschnitt 4.6.3 beschrieben wurden. Der Abschlußflansch trägt auch die Hochspannungsdurchführung (6) mit den Anschlüssen der Wasserkühlung und isolierten Anschlüssen für die Hilfselektroden. Abb. 40 zeigt ein Photo des Kollektor-Innenteils.
- ii) Die Vakuumkammer (7) ist am Eintritt des Elektronenstrahls aus Weicheisen (ARMCO) hergestellt und trägt die geerdete Eingangselektrode (8). Nach dem Einbau des Innenteils wird der komplette Kollektor am Flansch (9) an die Apparatur angeschlossen.

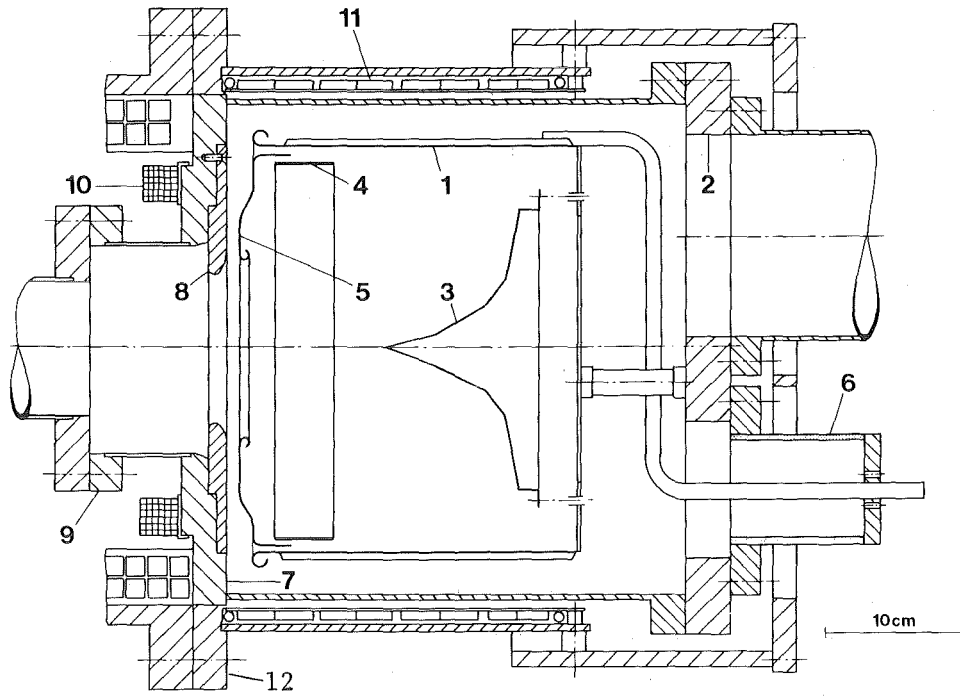


Abb. 39: Kollektor

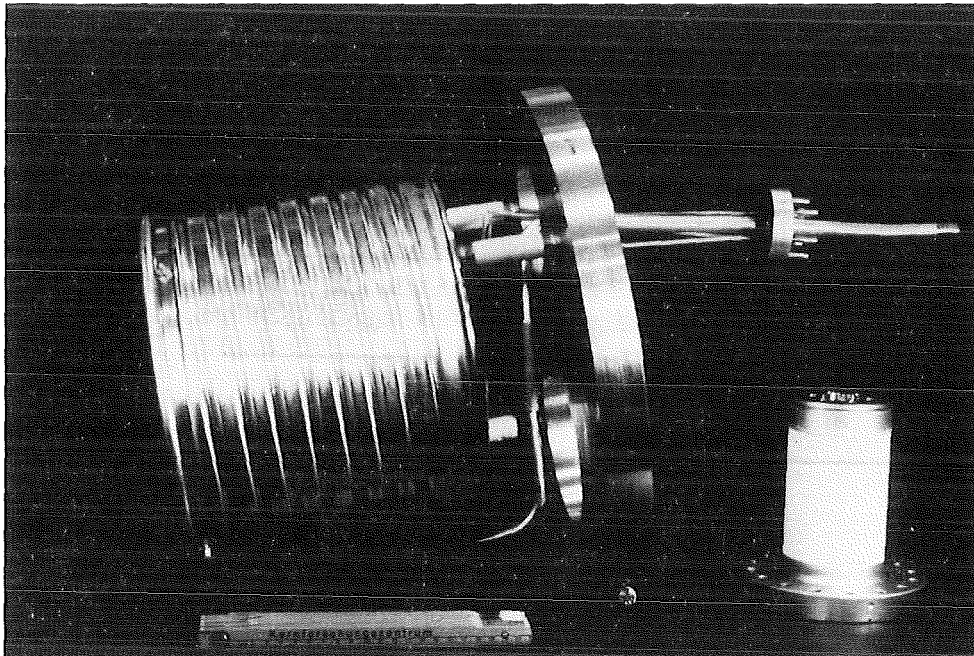


Abb. 40: Kollektorelektrode mit Anschlüssen der Wasserkühlung und Hochspannungsisolator

iii) Die äußeren magnetischen Bauteile werden während des Ausheizens bis auf die gekühlten Spulen (10, 11) entfernt. Zum Betrieb des Elektronenstrahls wird die Vakuumkammer (7) in den Weicheisenflansch (12) eingepaßt und so mit dem Solenoidmagneten verbunden. Durch den magnetischen Schluß zwischen den Eisenteilen werden die in Abschnitt 4.6.3 beschriebenen magnetischen Randbedingungen hergestellt.

Bei der Justierung der Teile des Kollektors wurde eine Genauigkeit von ca. ± 0.5 mm erreicht.

5.3.2 Hochspannungsversorgung und Steuerung

Die wichtigsten Bestandteile des Hochspannungssystems, das in Abb. 41 gezeigt ist, sind die Stromversorgungen für die Beschleunigung der Elektronen (Kathodenspannung U_K) und für die Kollektorspannung U_C . Durch die Kathodenversorgung werden die Stromverluste $I_K - I_C$ ausgeglichen, während die Kollektorversorgung die zur Rückführung des gesamten Elektronenstroms $I_K \approx I_C$ erforderliche Potentialdifferenz aufrechterhält. Die Leistung $U_C I_C$ wird an der Kollektorelektrode freigesetzt und muß über deren Kühlkreislauf (P_1, P_2)

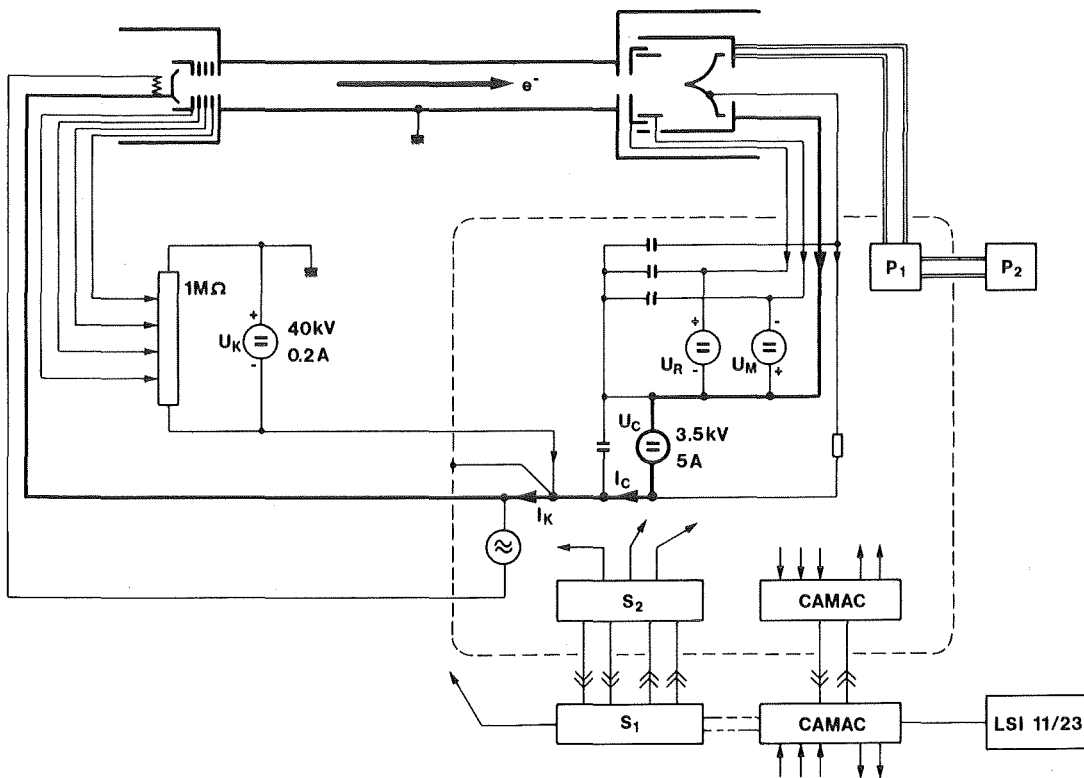


Abb. 41: Versorgung und Steuerung der Elektronenstrahlapparatur

abgeführt werden. Im übrigen sind beim Betrieb des Elektronenstrahls die Hilfselektroden im Kollektor und die Kathodenheizung zu versorgen.

Die hierfür notwendigen Geräte sind auf einer Hochspannungsplattform zusammengefaßt, die auf Kathodenpotential gehalten wird. Auch das Kühlwasser für den Kollektor wird auf diesem Potential umgepumpt; die Wärme wird durch einen Ölkreislauf zur Erde abgeführt. Die hauptsächlich für die Kollektorstromversorgung benötigte elektrische Energie wird der Plattform über einen Isolationstransformator zugeleitet.

Durch das Kathodenpotential wird die Energie der Elektronen in der Driftstrecke kontrolliert. Neben der Geradlinigkeit der magnetischen Feldlinien bestimmt die Stabilität der Kathodenspannung die höchste erreichbare Kühlrate; im Hinblick darauf ist es grundsätzlich sinnvoll, die Genauigkeit der Beschleunigungsenergie eU_K bis zur Größenordnung der thermischen Energieschwankungen der Elektronen an der Kathode (≈ 0.1 eV) zu steigern. Durch Regelung mit einer Hochspannungs-Tetrode erreicht die installierte Spannungsversorgung bei geringer gespeicherter Energie eine Stabilität von ca. ± 1 V. Da an die Kollektorspannung nur geringe Genauigkeitsforderungen gestellt werden, wird hierfür eine unstabilisierte Stromversorgung verwendet.

In den Zuleitungen zu den verschiedenen Elektroden (siehe Abb. 41) werden die Ströme an den eingezeichneten Stellen (Strompfeile) über Widerstände gemessen. Meßwerte für Ströme und Spannungen werden durch eine CAMAC-Station auf der Hochspannungsplattform verarbeitet. Ebenso werden die Spannungsversorgungen durch Referenzspannungen von CAMAC-Digital-Analog-Wandlern gesteuert. Wie in Abb. 41 schematisch dargestellt ist, ist die CAMAC-Station auf der Hochspannungsplattform über Lichtleitfasern mit einer zweiten solchen Station auf Erdpotential verbunden. Diese zweite Station ist an einen Kleinrechner (LSI 11/23) angeschlossen.

Durch die Rechnersteuerung kann die Einstellung der Anlage beim Betrieb im Speicherring auf die Vorgabe weniger Parameter reduziert werden. Im wesentlichen sind Energie, Position und Winkel des Elektronenstrahls für den Kühlprozess relevant. Nach einem Programm, das aufgrund der Erfahrungen beim Test der Apparatur zu erstellen sein wird, kann der Rechner die große Zahl von Betriebsparametern für die einzelnen Versorgungsgeräte entsprechend diesen Vorgaben nachführen. Erste Anhaltspunkte für die Realisierung einer derartigen automatischen Steuerung gibt die experimentelle Untersuchung der Skalierung der Betriebsbedingungen (siehe Abschnitt 5.4.2).

Zum Schutz der elektronischen Geräte hat es sich bewährt, alle Kollektorelektroden mit größeren Kondensatoren (≈ 1 μ F) abzusichern (Abb. 41), um bei plötzlichen Entladungen hohe Spannungsspitzen zu vermeiden. Außerdem erwies es sich als vorteilhaft, die Spike-Elektrode über einen Widerstand anzuschließen, um die Freisetzung von Energie aus dem Kondensator der Kollektor-Stromversorgung bei Entladungen zu begrenzen.

Unabhängig von der Rechnersteuerung geschieht das Aus- und Einschalten der wichtigsten Versorgungsgeräte und die Überwachung ihrer Funktion durch ein fest verdrahtetes Schaltsystem (S_1, S_2 , Abb. 41). Dabei wird die Hochspannungsversorgung und die Heizung der Kathode gegen den Ausfall der notwendigen Kühlsysteme, der Kollektorspannung oder des Magnetfelds abgesichert. Die Verbindungen zur Hochspannungsplattform werden über einzelne Fiberoptik-Schaltleitungen hergestellt.⁸³

5.3.3 Das Magnetfeld

Das Magnetsystem führt die Elektronen auf engen Zyklotronspiralbahnen mit einer Periodenlänge von ungefähr 7 cm von der Kanone zum Kollektor. Besondere Bedeutung kommt dem Magnetfeld auf der Kühlstrecke zu, da es die Bezugsrichtung für die effektive Bewegung der Ionen zu den magnetisierten Elektronen festlegt. Um diese Relativbewegung möglichst gering zu halten und dadurch hohe Kühlraten zu erzielen, sind hohe Forderungen an die Geradlinigkeit des Magnetfeldes in der Kühlstrecke zu stellen.

Die Umrisse der Solenoide und Toroid-Sektoren mit einer Eisenabschirmung sind in Abb. 35 zu erkennen. Diese Magnete erzeugen die Hauptkomponente des Führungsfeldes mit einer Stärke um 100 mT. Mit weiteren magnetischen Elementen (siehe Tabelle 5) können dem Hauptfeld Korrekturfelder geringerer Stärke überlagert werden.

Insbesondere sind in den fünf Hauptspulen jeweils zwei Korrekturspulenpaare angebracht (Abb. 42), die ein schwaches Dipolfeld in zwei senkrecht zueinander

Tabelle 5
Magnetische Elemente der Elektronenkühlanlage

	max. Feld mT	Strom A	Windungen	Leistung kW
Hauptmagnet	150	1000	125/m	90
Endeffekt-Spulen (2×)	8.5	150	12	0.4
Kollektoreingangs-Spule	57	300	36	2.5
Kollektor-Axialfeldspulen (5×)	5	7	≈ 220	0.3
Strahlrichtungsspulen (10×)	0.23	7	6	≈ 0.05
Feldkorrekturspulen (3×)	0.4	7	5 ... 8	≈ 0.05

stehenden Richtungen erzeugen. Hierdurch kann die Richtung des Magnetfeldes und damit des Elektronenstrahls in einem Winkelbereich von ca. ± 5 mrad eingestellt

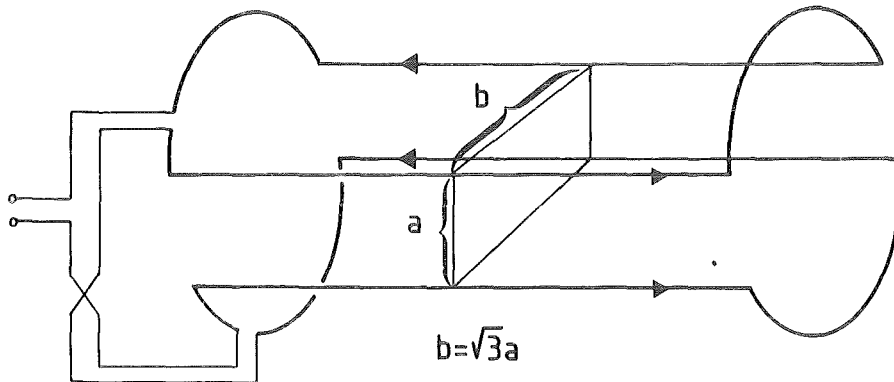


Abb. 42: Spulenordnung zur Steuerung des Elektronenstrahls

werden. In den Toroiden wird mit diesen Dipolspulen zugleich das nach Abschnitt 4.3 erforderliche schwache Biegefeld senkrecht zur Symmetrieebene des Magneten überlagert. Die Funktion der Feldspulen am Kollektor wurde in Abschnitt 4.6.3 erläutert.

Das Feld des Hauptmagneten wurde entlang des gesamten Weges des Elektronenstrahls sorgfältig vermessen. Das Vorgehen bei der Vermessung und weitere Einzelheiten zum Magnetsystem sind an anderer Stelle ausführlich beschrieben.⁷¹ Bei den Messungen konnte insbesondere der Feldverlauf in den Toroiden analysiert werden. Mit den gemessenen Daten können die Feldlinien vom Ort der Kathode bis zum Kollektor verfolgt werden. In ihrer Darstellung in Abb. 43 sind die Abweichungen von der S-förmig gekrümmten Sollachse des Magneten über die gesamte Bahnlänge gezeigt. Diese Feldlinienbilder geben annähernd die Bewegung der Elektronen wieder und sind daher eine wichtige Orientierungshilfe beim Steuern des Strahls mit den Dipolspulen.

Auf der Kühlstrecke konnten die Winkelvariationen der Feldlinien auf ± 0.2 mrad über eine Strecke von 1.3 m reduziert werden. Hierzu dienen spezielle Korrekturspulen, die nach den Ergebnissen der ersten Magnetfeldmessung angefertigt und durch weitere Vermessung optimiert wurden.⁸⁴ Die abschließend gemessenen Winkelabweichungen des Magnetfeldes in der Kühlstrecke zeigt Abb. 44 als Meßpunkte im Vergleich zur Ausgangssituation vor der Korrektur (gestrichelte Linie).

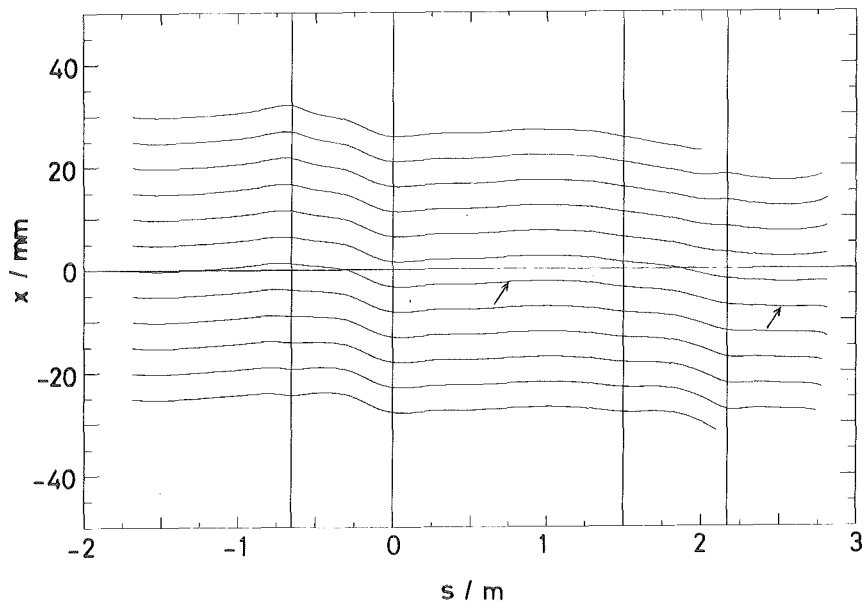
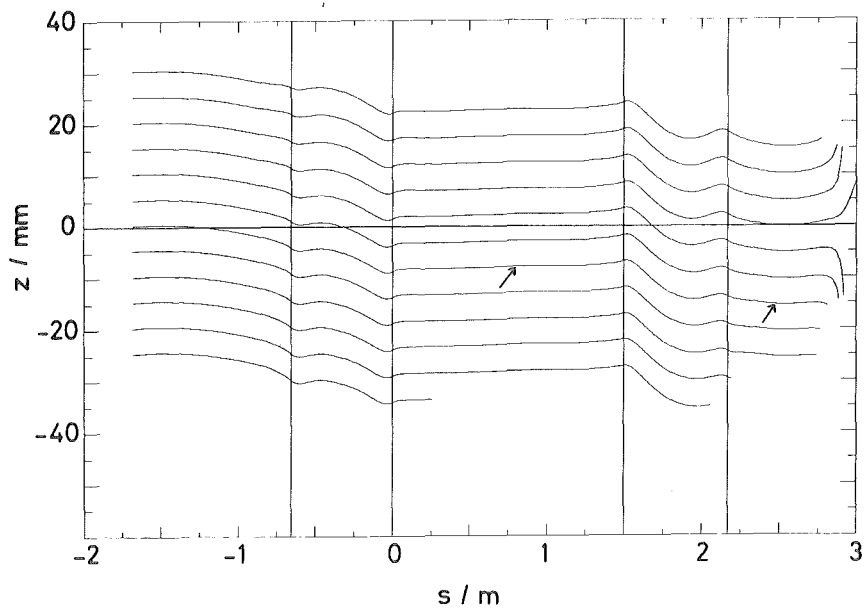


Abb. 43: Verlauf der magnetischen Feldlinien von der Elektronenkanone bis zum Kollektor (Ergebnis der Magnetfeldmessungen); dargestellt sind die horizontalen und vertikalen Abweichungen von Feldlinien, die auf der Kathode gestartet wurden, bezüglich der Sollbahn des Elektronenstrahls

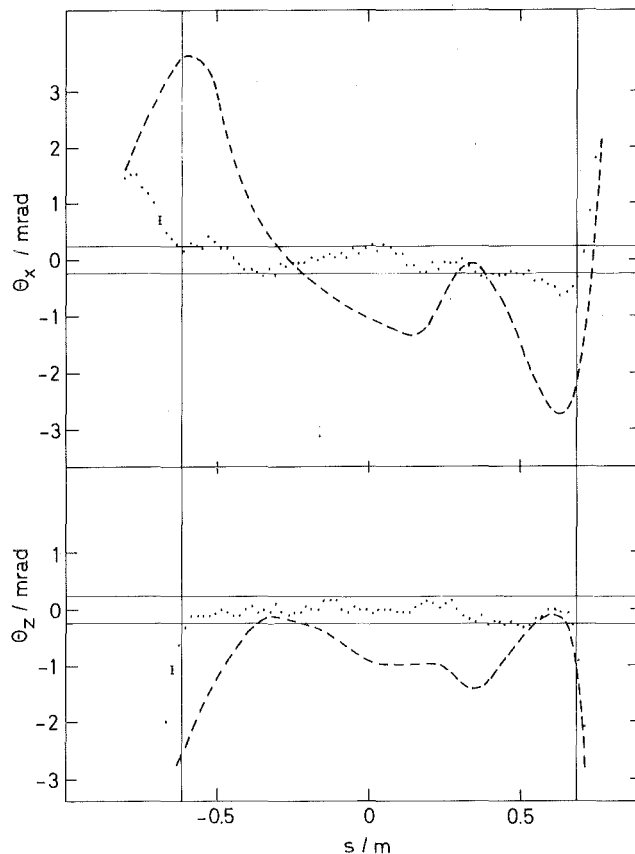


Abb. 44: Änderung des Magnetfeldwinkels entlang der Kühlstrecke ohne (---) und mit (...) Feldkorrekturspulen⁸⁴

5.4 Versuchsbetrieb

Vor und während des Aufbaus der kompletten Elektronenstrahlanlage, wie sie im Abschnitt 5.2 beschrieben ist, wurden wichtige einzelne Aspekte der Apparatur und ihres Betriebs in einem kleineren Versuchsaufbau erprobt. Dieser Aufbau enthielt die Elektronenkanone, den Kollektor und später auch die vor der Kanone angebrachte Getterpumpe. Die Versuche gliederten sich in zwei logische und zeitliche Abschnitte, in denen die Vakuumbedingungen (Jahre 1982/83) und der Elektronenstrahlbetrieb (1983/84) im Mittelpunkt standen.

5.4.1 Vakuumbedingungen

Zur Untersuchung der Vakuumbedingungen wurden folgende Schritte unternommen:

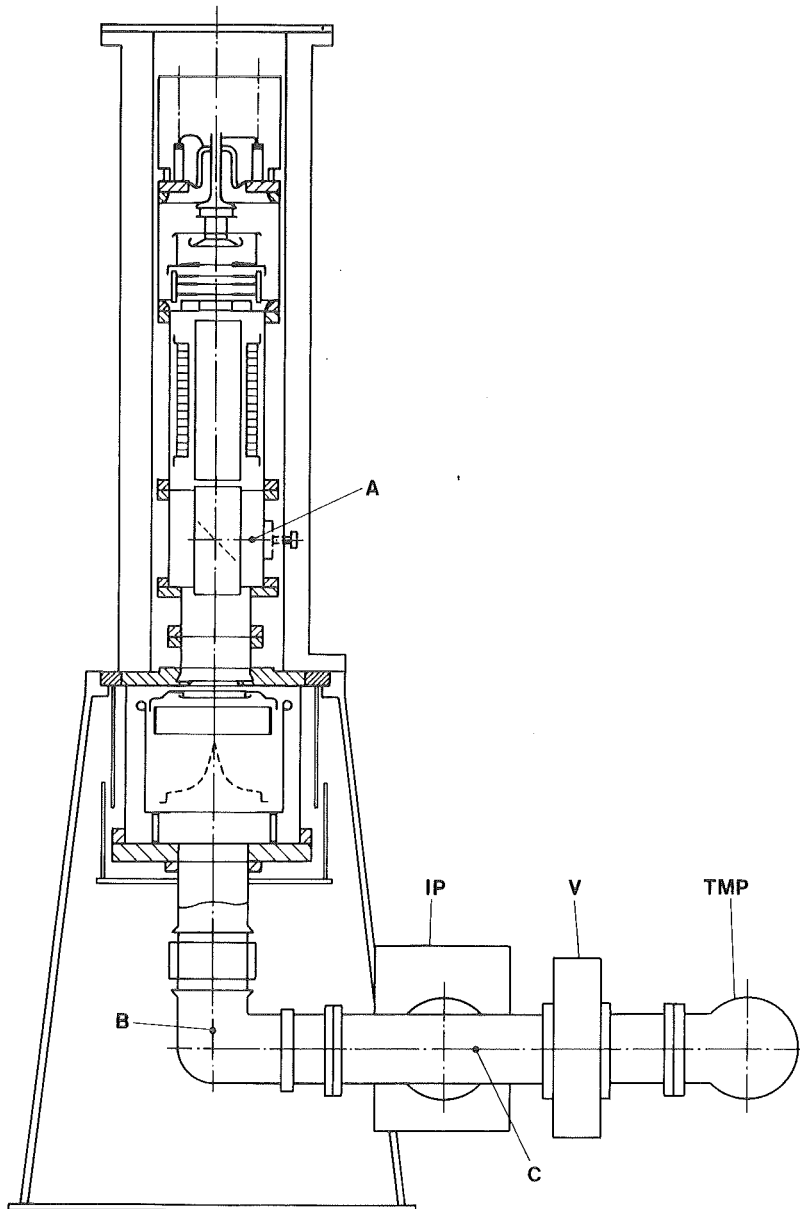


Abb. 45: Testapparatur zur Untersuchung der Vakuumbedingungen und des Elektronenstrahls. Länge des Magnetrohres: 1.3 m; A, B, C: Druckmeßstellen; V: Ventil; IP und TMP: Pumpen, siehe Text

- Montage und Ausheiztests von Kanone und Kollektor unter den für den Einbau im LEAR erforderlichen Bedingungen;
- Untersuchung der Betriebsbedingungen der Kathode und Messung der Gasmenge, die bei verschiedenen Betriebstemperaturen freigesetzt wird;
- Einbau der Getterpumpe vor der Kanone, Untersuchung ihrer Arbeitsweise in Verbindung mit der geheizten Kathode und Bestimmung des Endvakuums.

Die Materialbehandlung vor der Montage und die Ausheizprozedur sind für Komponenten des LEAR-Vakuumsystems vorgeschrieben.⁸⁵ Hervorzuheben sind eine

sorgfältige Reinigung der Materialoberfläche mit chemischen Methoden, eine Wärmebehandlung vor der Montage bei Temperaturen von typisch 950 °C (für Edelstahlteile) im Hochvakuum, und die Ausheizung der montierten Apparatur bei 300 °C während ungefähr 24 Stunden. Flanschverbindungen und Keramik-Metall-Verbindungen sind bei dieser Prozedur besonderen Belastungen ausgesetzt. Die endgültige Konstruktion solcher Teile und das Vorgehen bei der Montage waren das Ergebnis etwa einjähriger Versuche. Technische Einzelheiten hierüber sind an anderer Stelle ausführlich beschrieben.⁸⁶ Erst nach diesen Vorversuchen gelang es, die Vakuum-Testapparatur erfolgreich auszuheizen.

Die Testapparatur mit Kanone und Kollektor ist in Abb. 45 gezeigt. Ohne

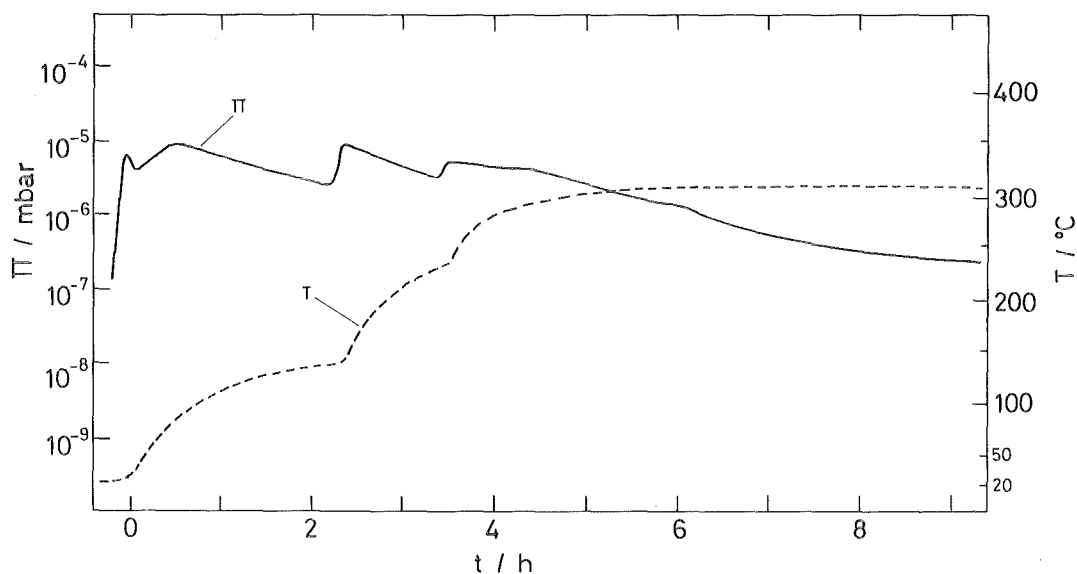


Abb. 46: Temperatur der Vakuumkammer (T) und Druck (Π) während des Ausheizens der Testapparatur

Ausheizen wurde mit der installierten Ionengetterpumpe (IP) und der Turbomolekularpumpe (TMP) zur Vorevakuierung ca. 2 Tage nach dem Schließen des Vakuumsystems ein Druck von 2×10^{-8} mbar erreicht. Dieser geringe Wert ist auf die sorgfältige Oberflächenbehandlung zurückzuführen und steht im Einklang mit den Beobachtungen am UHV-System des LEAR⁸⁷.

Der während des Ausheizens beobachtete Druckverlauf ist in Abb. 46 dargestellt. Nach einer mindestens 15stündigen Ausheizperiode bei 300 °C wird die Temperatur schrittweise auf Raumtemperatur reduziert. Mit TMP und IP erreicht der Druck nach 24 Stunden ca. 2×10^{-10} mbar.

Die Kathode wird zweckmäßig das erste Mal auf hohe Temperaturen gebracht, während sich die Wände noch auf ca. 150 °C befinden. So wird verhindert, daß sich flüchtige Stoffe, die bei dieser Aktivierung der Kathode als Verunreinigungen freiwerden, auf den Wänden niederschlagen. Die

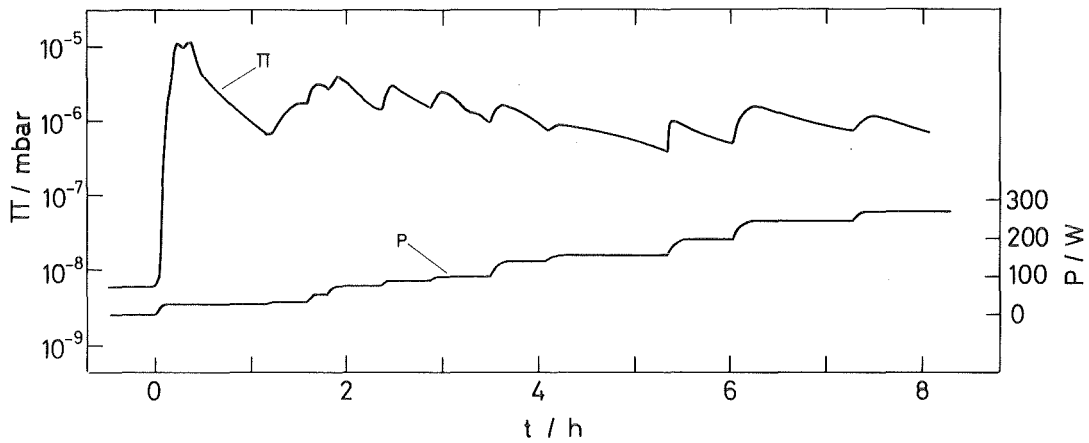


Abb. 47: Leistung der Kathodenheizung (P) und Druck (Π) während des Konditionierens der Kathode

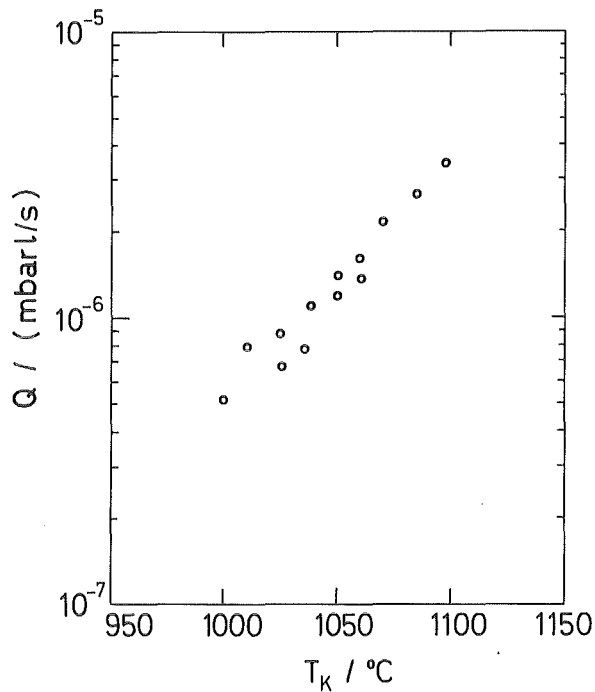


Abb. 48: Aus Druckdifferenzen ermittelte Ausgasraten der Kathode in Abhängigkeit von der Betriebstemperatur T_K

Betriebstemperatur der Kathode wird hierbei durch langsame Steigerung der Heizleistung innerhalb von ca. 8 Stunden erreicht. Der gemessene Druckverlauf während der Aktivierung ist in Abb. 47 gezeigt.

Während der ersten Aktivierung wurde die Kathodentemperatur pyrometrisch gemessen. Die Kombination aus Umlenkspiegel (bei A in Abb. 45), Fenster und Pyrometer wurde zuvor an einem Ofen im relevanten Temperaturbereich geeicht.

Damit konnte die Beziehung zwischen Temperatur und Heizleistung für den späteren Betrieb ohne Beobachtung der Kathode etabliert werden. Die gleichzeitig bestimmte Abhängigkeit des Heizelement-Widerstandes von der Temperatur ist später zu einer ungefähren Temperaturmessung an der Kathode ebenfalls geeignet.

Der Gasdruck in der Testanlage bei geheizter Kathode (1050 °C) betrug ca. 1×10^{-8} mbar. Durch den Vergleich des Druckes an den Meßinstrumenten B und C in Abb. 45 konnte nach der ersten Aktivierung auch die Ausgasrate der Kathode in Abhängigkeit von der Betriebstemperatur ermittelt werden. Da die beiden Meßinstrumente im wesentlichen durch ein glattes Rohr getrennt sind ($\phi 150 \times 550$ mm), kann der Leitwert zwischen den Druckmeßstellen leicht angegeben werden. Damit folgen aus den Druckdifferenzen die Ausgasraten, die in Abb. 48

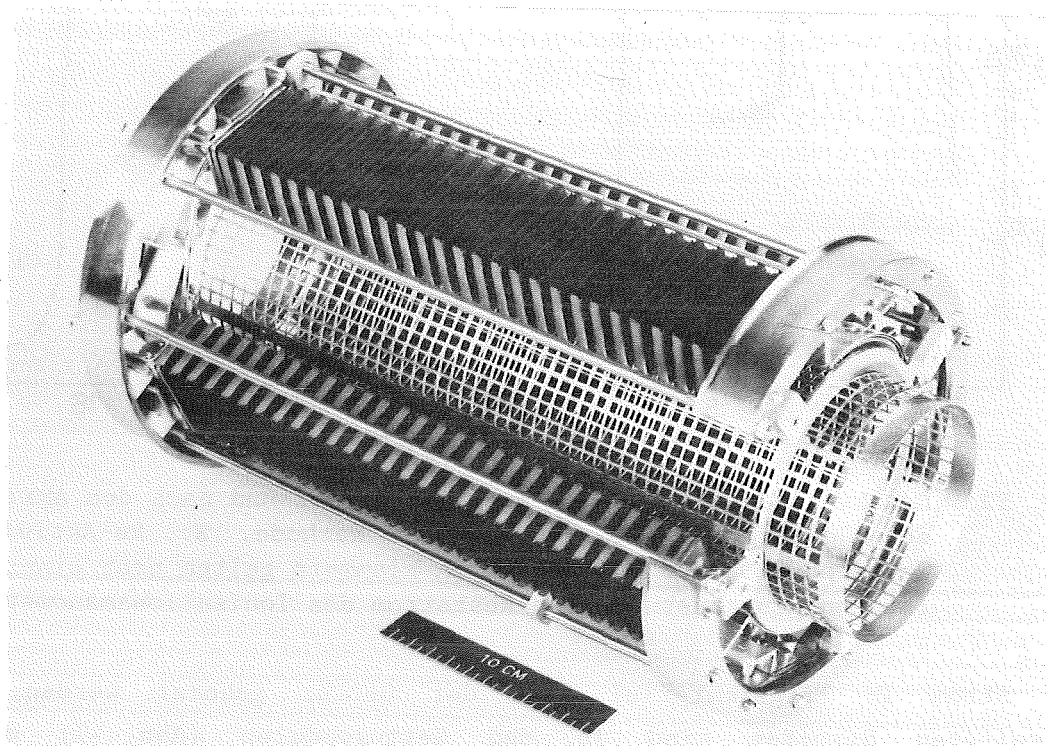


Abb. 49: Gettermodule in der Pumpe vor der Elektronenkanone (Photo CERN 252-3-84)

gegen die Kathodentemperatur aufgetragen sind. Durch die Gasanalyse mit einem Massenspektrometer wurde später festgestellt, daß sich die Atmosphäre bei heißer Kathode hauptsächlich aus Wasserstoff (H_2) und Kohlenmonoxyd zusammensetzt.

Nach diesen Experimenten mit der Kathode wurde die Getterpumpe vor der Kanone dem Aufbau hinzugefügt (oberhalb des mit A bezeichneten Teils in Abb. 45). Dieser Baustein der Apparatur wurde vor seinem Einbau einzeln getestet.⁸⁸ Hierbei wurde insbesondere das günstige Vorgehen bei der

Aktivierung der Pumpenmodule herausgefunden und das Pumpvermögen für Wasserstoff, Stickstoff und Kohlenmonoxyd gemessen.

Das aktive Element der Getterpumpe ist eine Aluminium-Zirkon-Legierung^{8,9}, die auf einen Konstantanstreifen von ca. 2 cm Breite aufgepreßt ist. Durch

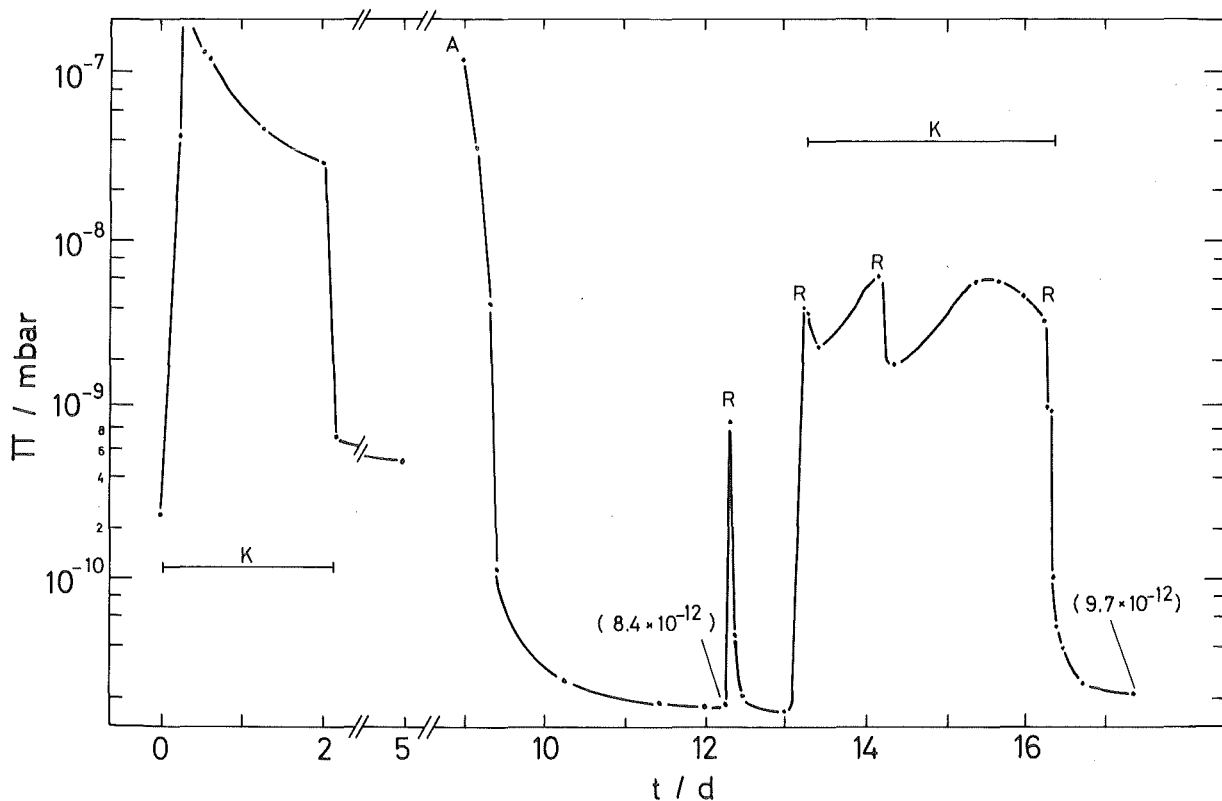


Abb. 50: Druckverlauf während ca. zwei Wochen vor und nach dem Aktivieren (A) der Getterpumpe; K: Heizen der Kathode, R: Re-Aktivierung der Getterpumpe. Die Druckwerte in Klammern gelten nach einer Korrektur für den druckunabhängigen Reststrom des Ionisationsmanometers.

einen Strom im Trägermaterial kann der Getter geheizt werden. Die so vorbereiteten Streifen sind in den Gettermodulen (Abb. 49) wabenförmig aufgewickelt, so daß eine große aktive Oberfläche geschaffen wird. Die vorbereitenden Tests ergaben pro Modul ein Pumpvermögen von 650 l/sec für Wasserstoff und ca. 280 l/sec für Stickstoff oder Kohlenmonoxyd.

Das Gettermaterial wird in der Endphase der Ausheizprozedur, wenn sich die Vakuumkammer auf einer Temperatur von ungefähr 150 °C befindet, ca. 40 min lang auf 700 °C geheizt. Dadurch entstehen auf der Oberfläche der Aluminium-Zirkon-Legierung Anlagerungsstellen für Gasmoleküle. Während adsorbierte Wasserstoffmoleküle kontinuierlich in das Gettermaterial hineindiffundieren, so daß in einer reinen Wasserstoffatmosphäre stets neue Anlagerungsplätze zur Verfügung stehen, verbleiben schwerere Gasmoleküle auf der Oberfläche. Bei Anwesenheit solcher Gase kommt also die Getteraktivität beim Besetzen der Adsorptionsplätze

allmählich zum Stillstand. Beim neuerlichen Heizen der Getterstreifen auf mindestens 400 °C werden die schweren Gasmoleküle durch chemische Prozesse gebunden, so daß nach ca. 10 bis 20 min Re-Aktivierungszeit neue Anlagerungsplätze entstehen.

Die Wirkung der Pumpen wird am gemessenen Druckverlauf während des ersten Versuchsbetriebs verdeutlicht (Abb. 50). Vor ihrer Aktivierung sind die Getterpumpen, die beim Einbau der Luft ausgesetzt waren, unwirksam. Der nach dem Ausheizen beobachtete Enddruck entspricht den Bedingungen vor Einbau der

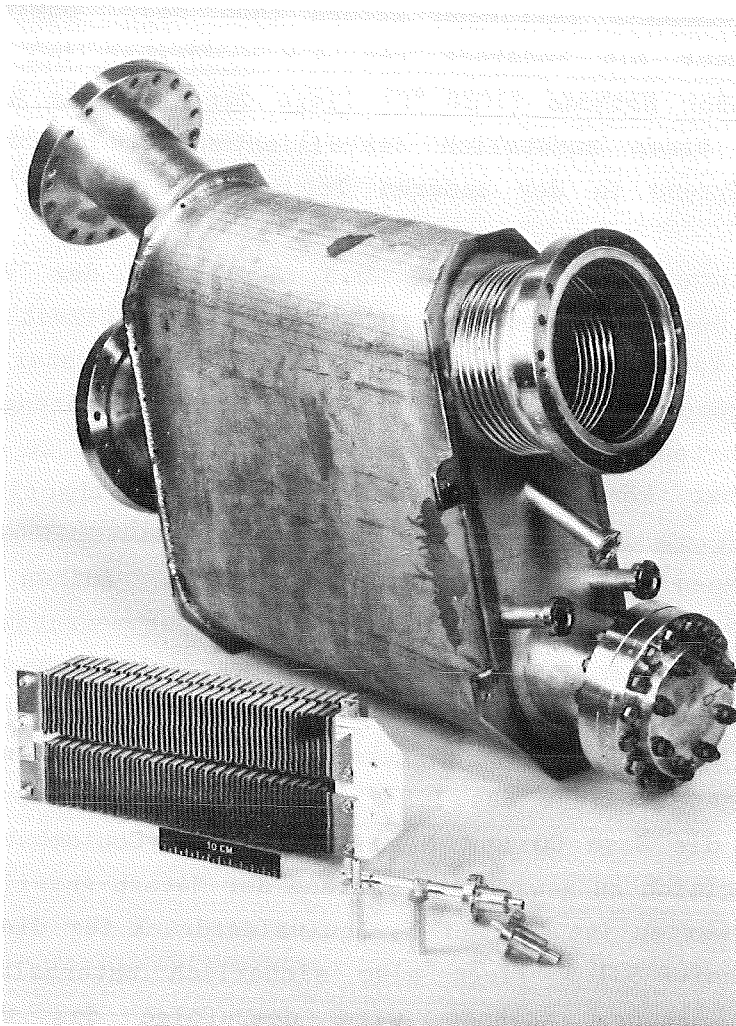


Abb. 51: Toroid-Vakuumkammer mit Gettermodulen und Hochstromdurchführungen (Photo CERN 54-9-84)

Pumpen. Im Anschluß an die oben beschriebene Aktivierung (A) wird hingegen innerhalb von drei Tagen bei kalter Kathode ein Vakuum von 8×10^{-12} mbar erreicht. Beim Betrieb mit heißer Kathode wird der Druck in der Testapparatur

durch die Getterpumpen um eine Größenordnung auf ca. 10^{-9} mbar verringert. Die Abbildung zeigt dann das Nachlassen der Pumpleistung durch die Gasbelastung von der Kathode, so daß nach einer Zeit von etwa 24 Stunden eine Re-Aktivierung (R) erforderlich wird. Der abgebildete Druckverlauf zeigt mehrere solche Re-Aktivierungen während des Dauerbetriebs der Kathode. Die gesamte Kapazität der Gettermodule von mindestens 10 mbar \varnothing erlaubt mehr als 100 derartige Zyklen.

Während der Fertigstellung des endgültigen Aufbaus der Elektronenstrahlapparatur wurde die Handhabung der Getterpumpen weiter verbessert und die Zahl der installierten Module erhöht.⁹⁰ In einer neuen Pumpe vor der Kanone wurden bisher drei Module aktiviert. In den beiden Toroid-Kammern können jeweils vier Gettermodule betrieben werden (Abb. 51). Damit wurde in der endgültigen Apparatur ein Enddruck von 4×10^{-12} mbar bei kalter Kathode gemessen. Bei heißer Kathode (1020 °C) liegt der Druck im kollektorseitigen Toroid wegen der hohen zusätzlich installierten Pumpleistung nunmehr bei 1×10^{-11} mbar, während in der anderen Toroidkammer 2×10^{-11} mbar gemessen werden.

Während zu erwarten ist, daß die Ausgasung der Apparatur durch Elektronenbeschuß beim Strahlbetrieb nach einer Einlaufzeit zum Stillstand kommt, stellt die Kathode eine ständige Gasquelle dar. Daher ist es für den Betrieb der Elektronenstrahlapparatur von besonderer Bedeutung, bei geheizter Kathode die geforderten Vakuumbedingungen (Abschnitt 5.1.3) zu erfüllen. Unter diesem Gesichtspunkt können die Vakuummeßergebnisse abschließend gewertet werden:

Die angegebenen Druckwerte im endgültigen Aufbau wurden durch Ionisationsmanometer ermittelt, die bei einer Gaszusammensetzung von 100 % N_2 den physikalischen Druck anzeigen. Die massenspektroskopische Restgasanalyse⁹⁰ ergibt in der Elektronenkühlapparatur einen überwiegenden Anteil der Gase CO und CH_4 . Für diese Gaszusammensetzung geben die (auf Reststrom korrigierten) Instrumenteablesungen ungefähr das 1.3-fache des physikalischen Drucks an.⁹¹ Andererseits sind die Gase CO und N_2 bezüglich der Coulombstreuung in ihrer Wirkung praktisch gleich zu gewichten, während der Methan-Anteil im Vergleich zu N_2 mit ca. 0.4 zu werten ist.⁹¹ Der N_2 -Äquivalentdruck für die Coulombstreuung entsprechend Abschnitt 5.1.3 liegt also sicherlich unterhalb der angegeben Ablesewerte. Bei heißer Kathode wird demzufolge der durchschnittliche N_2 -Äquivalentdruck im LEAR 1×10^{-11} mbar nicht überschreiten, so daß die Forderungen an die Strahllebensdauer, angegeben in Abschnitt 5.1.3, erfüllt werden können. Durch die Entwicklung des Vakuumsystems von den ersten Testmessungen bis zum Zusammenbau der gesamten Apparatur ist somit eine Grundvoraussetzung für den Einsatz der Elektronenkühlung am LEAR geschaffen.

5.4.2 Strahlbetrieb in der Testapparatur

Der Betrieb mit einem Elektronenstrahl im Testaufbau nach Abb. 45 wurde im Anschluß an die Vakuumuntersuchungen begonnen. Dabei stand das Hochspannungssystem, wie es in Abschnitt 5.3.2 beschrieben wurde, zur Verfügung. Die Richtung des Elektronenstrahls konnte durch zwei Dipolspulen (siehe Abschnitt 5.3.3) entlang des Führungs-Solenoiden gesteuert werden. Ziel der Tests war es, die günstigsten Betriebsparameter, insbesondere im Hinblick auf die Rückgewinnung des Elektronenstroms, zu finden und die Apparatur aufgrund der ersten Betriebserfahrungen zu verbessern.

Für die Elektronenkanone sind die Anodenpotentiale und die Feldstärke des homogenen Magnetfelds zur Erzeugung eines Strahls mit möglichst geringer Transversalenergie in engen Grenzen vorgegeben. Die Betriebsbedingungen des Kollektors waren demgegenüber zu Beginn der Versuche weitgehend unklar. Während der Tests wurde die Apparatur zweimal belüftet, um Eingriffe an Kanone und Kollektor vorzunehmen. Nach der ersten Testperiode (1983) mußte ein geringfügiger Defekt an der Kanone behoben werden. Vor Beginn der dritten Versuchsreihe (zweite Hälfte 1984) wurde die geerdete Eintrittselektrode des Kollektors verändert und eine zusätzliche Spule in ihrer Nähe eingebaut. Damit wurden aufgrund erster Testerfahrungen die Eigenschaften des Kollektors verbessert. Vor der zweiten und dritten Testperiode wurde die Apparatur nicht ausgeheizt, die Getterpumpen wurden jedoch aktiviert. Im wesentlichen wurden die Aspekte des Elektronenstrahlbetriebs bei einem Druck um 10^{-8} mbar getestet.

Mit der endgültigen Kollektoranordnung wurden die Betriebsbedingungen systematisch untersucht. Insbesondere wurden energieunabhängige Betriebsparameter ermittelt, indem die Skalierungsgesetze für raumladungsbegrenzte Elektronenstrahlen (siehe Abschnitt 4.2) verifiziert und die Skalierungsfaktoren bestimmt wurden.

Einfahren

Wenn die Apparatur belüftet und neu evakuiert wurde, tritt beim ersten Anschalten des Elektronenstrahls ein starker Gasanfall auf, weil Gasmoleküle von den Wänden durch auftreffende Elektronen freigesetzt (desorbiert) werden. Auch bei kalter Kathode tritt beim Anlegen einer Hochspannung diese Desorption durch Ladungsträger auf; hierbei führen Gasentwicklung und kleine Verunreinigungen auf der Oberfläche anfänglich zu Entladungen. Die Elektroden und ihre Umgebung werden daher zunächst durch langsame Steigerung der anliegenden Hochspannung ohne Kathodenemission konditioniert (Tabelle 6). Im UHV (erste Testreihe) wurde dabei ein Druckanstieg von 10^{-11} auf 10^{-10} mbar beobachtet.

Tabelle 6
Hochspannungsfestigkeit der Elektroden in Kanone und Kollektor
nach Konditionierung bei ca. 10^{-10} mbar

	max. Spannung kV	Kondit.-Zeit h	Leckstrom μ A
Kollektor -- Umgebung	40	3	6
Kathode -- Umgebung	24	4	13
	40	24	25
Anode 1	17.5	1	23
Anode 2	14.5	2	48
Anode 3	18	4	33
Anode 4	10	4	600
Mesh	> 3		
Repeller	5		
Spike	4		

Beim ersten Erzeugen eines Elektronenstrahls wurde nach dem Heizen der Kathode auf 950 bis 1050 °C zunächst eine sehr kleine Kathodenspannung zwischen 500 und 1000 V und eine geringe Kollektorspannung (ca. 200 V) angelegt. Das Abklingen des zunächst sehr starken Gasanfalls in etwa einer halben Stunde wird abgewartet. Anschließend kann die Hochspannung während einiger Tage langsam gesteigert werden. Elektronenenergien bis 25 kV wurden dann im Viertelperveanzbetrieb (vgl. Abschnitt 4.6.2) ohne größere Probleme erreicht.

Vakuum

Der Druck lag bei diesem Einfahren am ausgeheizten System um 10^{-8} mbar und damit eine Größenordnung über dem Druck bei heißer Kathode ohne Strahl. Wurde die Apparatur einige keV unterhalb bereits realisierter Strahlenergien betrieben, lag der Druck um 3×10^{-9} mbar. Ein stetiges Nachlassen der elektronenstrahlbedingten Ausgasrate war zu beobachten. In der abschließenden Testperiode im unausgeheizten Vakuumsystem wurde nach ca. 100 Stunden Strahlzeit bei einem Elektronenstrom von 1.3 A (18 keV) ein Druck von 1×10^{-8} mbar gemessen. Nach diesen Erfahrungen ist zu erwarten, daß sich die Gasfreisetzung durch den Elektronenstrahl im längeren Betrieb erheblich verringert.

Kollektoreigenschaften vor der Modifikation

Es wird nun das typische Verhalten der Apparatur in der ersten und zweiten Testperiode beschrieben. Abb. 52 zeigt eine Messung der Strom-Verlustrate in Abhängigkeit von der Stärke des Führungsmagnetfeldes vor der Modifikation des

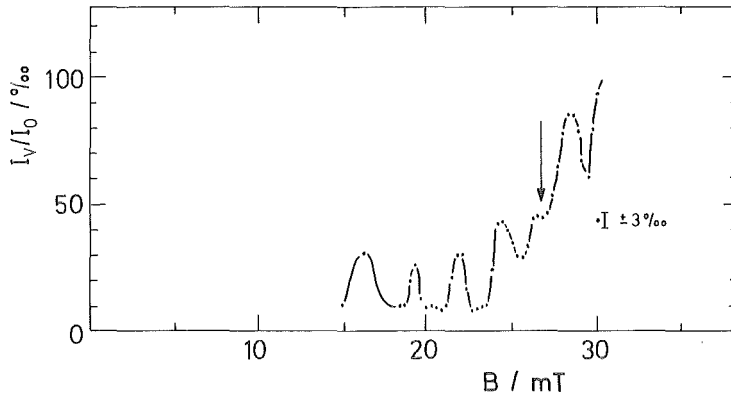


Abb. 52: Stromverluste in Abhängigkeit vom Magnetfeld, 10 kV, $1/4$ Perveanz, Kollektor vor der Modifikation (Pfeil: Minimum der resonanten Fokussierung)

Kollektors. Hierbei wurden, nach anfänglicher Optimierung der Verlustrate, die Ströme in allen Korrekturspulen proportional zum Solenoidstrom verändert, so daß die Geometrie des Magnetfeldes erhalten blieb. Die Messung wurde bei 10 keV und 0.15 A (P/4) durchgeführt. Der Kurvenverlauf kann folgendermaßen interpretiert werden:

- Einerseits tritt eine schnelle Änderung der Verlustrate mit einer Periode von ca. (2.7 ± 0.1) mT auf. Dies deutet darauf hin, daß Elektronen vom Rand des Strahls auf die geerdete Eintrittsblende des Kollektors treffen. Der Strahlradius weist nämlich infolge der transversalen Energie der Elektronen die in Abb. 30 besonders deutlich gezeigte Variation entlang der Ausbreitungsrichtung auf. Daher wird die Größe des Elektronenstrahls am Kollektoreingang durch die Zyklotronperiode und die Laufzeit zwischen Kanone und Kollektor bestimmt. Bei einer Veränderung des Magnetfeldes wird die Strahlgröße in der Entfernung L von der Kanone mit einer Periode

$$\Delta B = 2\pi\beta\gamma mc / (eL) = 10.71 \text{ mT} \cdot \beta\gamma / \{L/m\} \quad (5-3)$$

schwanken. Für die verwendete Apparatur ($L = 0.8$ m) errechnet man $\Delta B = 2.66$ mT.

- Aus der Veränderung der Modulationsamplitude kann auf die transversale Energie der Elektronen geschlossen werden. Dabei zeigt sich deutlich die Wirkung der

resonanten Fokussierung. Die minimale Modulation mit einer Periode von 2.7 mT liegt vor bei (26.6 ± 0.8) mT mit Schwankungen der Verlustrate um nur (3 ± 0.5) %. Die Berechnungen (Abb. 29, P/4) ergeben für die Lage des Minimums der resonanten Fokussierung (27.7 ± 0.7) mT. Die Änderungen des Strahlradius und der Verlustrate sind verknüpft durch

$$\delta\alpha = 2\delta R/R . \quad (5-4)$$

Mit dem bekannten Radius der Blende, $R = 42$ mm, ergibt sich daraus ein Zyklotronradius $r_c = \delta R = (63 \pm 10)$ μm . Man erkennt, daß bereits sehr kleine Werte von r_c eine gut meßbare Variation der Verlustrate ergeben. Die Divergenz am Rand des Elektronenstrahls erhält man nach

$$v_c/\beta c = r_c (\beta\gamma)^{-1} eB/(mc) \quad (5-5)$$

zu 5.0 ± 0.8 mrad in guter Übereinstimmung mit Abb. 28. Damit bestätigt diese Messung ausgezeichnet die numerischen Bahnberechnungen.

- Schließlich nimmt oberhalb von 23.5 mT, also bereits am Minimum der resonanten Fokussierung, die Verlustrate mit dem Magnetfeld zusätzlich zur Modulation kontinuierlich zu. Der Elektronenstrahl wird also bei konstanter Energie, aber zunehmender Magnetfeldstärke vor dem Eintritt in den Kollektor immer stärker aufgeweitet. Bei 27.0 mT trifft ein etwa 1 mm breiter Bereich am Rand des Strahls auf die Eintrittsblende. Die stärkere Aufweitung des Elektronenstrahls mit zunehmendem Magnetfeld läßt sich durch Trajektorienberechnungen am Kollektor nachvollziehen.

Hieraus wird klar, daß gerade in der Nähe des günstigsten Magnetfeldes für den Betrieb der Kanone Stromverluste am Kollektor auftreten, die durch eine Veränderung der Geometrie vermieden werden könnten. Daraufhin wurde die Kollektoranordnung mit Hilfe der in Abschnitt 4.6.3 beschriebenen Bahnberechnungen verbessert. Die verbesserte Anordnung ist es, die in Abschnitt 5.3.1 beschrieben wurde.

Betriebsparameter des verbesserten Kollektors

In der dritten Testreihe wurden die Betriebsbedingungen des modifizierten Kollektors untersucht. Hierbei wurde stets die magnetische Feldstärke am Minimum der resonanten Fokussierung verwendet.

Der günstige Betrieb des Kollektors setzt in erster Linie eine Anpassung des Magnetfeldes durch die Spulen 1 bis 3 (Abb. 40) und eine hinreichend hohe positive Spannung zwischen Kollektor und Kathode voraus. Eine Verstimmung der

Korrekturspulen im Kollektor macht sich primär durch erhöhte Stromverluste bemerkbar; dies kann oft durch Wahl einer höheren Kollektorspannung ausgeglichen werden. Als günstigste Magnetfeld-Einstellung wurde diejenige angesehen, die für die Verluste und für die Kollektorspannung möglichst geringe Werte erlaubt. Bei einer Verringerung der Kollektorspannung U_C sinken zunächst die Stromverluste bis zu einem Minimalwert, wie die in Abb. 53 dargestellte Messung

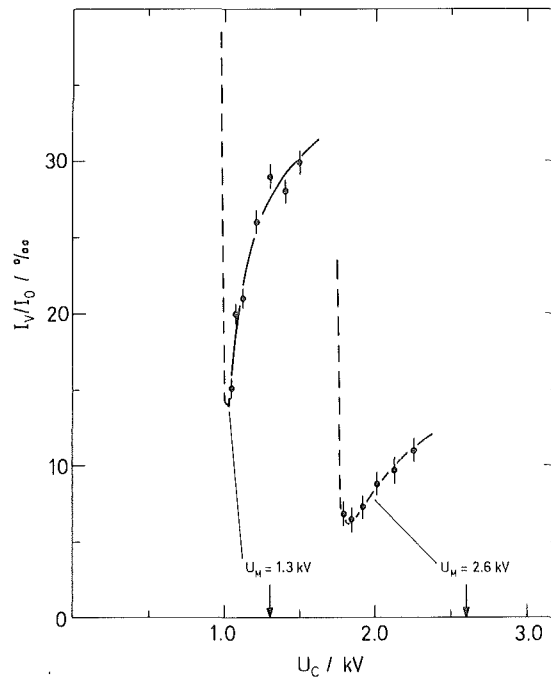


Abb. 53: Stromverluste in Abhängigkeit von der Kollektorspannung für zwei Meshspannungen (10 kV, $1/1$ Perveanz)

bei optimiertem Magnetfeld zeigt. Unterschreitet die Kollektorspannung jedoch einen Mindestwert, so wird ein Teil des Elektronenstrahls vom Kollektor reflektiert, und die Stromverluste steigen stark an.

Durch eine negative Spannung U_M an der Mesh-Elektrode kann eine Potentialschwelle zur Zurückweisung von Sekundärelektronen aufgebaut werden. Damit sinkt, wie in Abb. 53 erkennbar ist, die Stromverlustrate, während eine höhere Kollektorspannung erforderlich ist. Abb. 54 zeigt die gemessene abnehmende Tendenz der Stromverluste mit der Meshspannung. Dabei wurden Ergebnisse von Versuchen bei verschiedenen Strahlenergien zwischen 10 und 26 keV in Abhängigkeit vom Verhältnis U_M/U_C aufgetragen. Aus Abb. 55 geht hervor, wie bei denselben Versuchen durch Erhöhung der Meshspannung die notwendige Kollektorspannung ansteigt. Hier sind auf die Beschleunigungsspannung U_0 bezogene relative Werte dargestellt, so daß die Meßergebnisse unabhängig von der Strahlenergie Aussagekraft besitzen. Aus den beiden Abbildungen geht hervor,

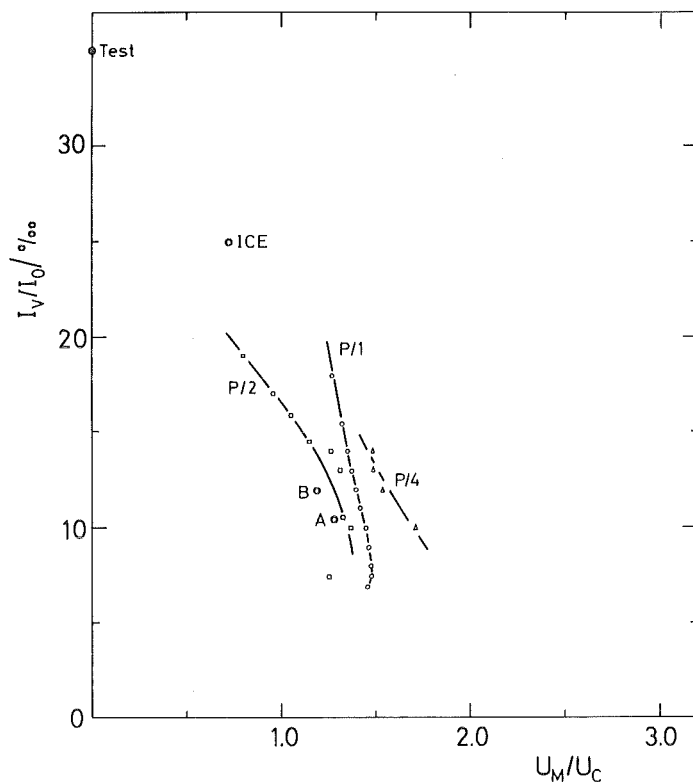


Abb. 54: Abnahme der Stromverluste mit dem Verhältnis der Mesh- zur Kollektorspannung ("ICE": Situation im Initial Cooling Experiment¹³, "Test": Versuch mit Mesh auf Kollektorpotential, A, B: Verluste bei den Arbeitspunkten nach Abb. 55)

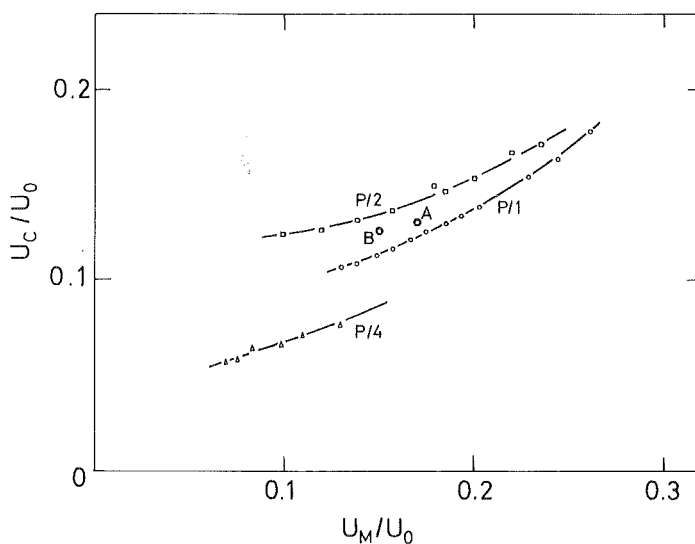


Abb. 55: Korrelation zwischen Mesh- und Kollektorspannung für optimierte Verlustrate (gleiche Meßserie wie in Abb. 54); A, B: Lage der Arbeitspunkte für die Skalierung bei voller Perveanz

daß eine Verringerung der Stromverluste von etwa 2 auf 1 % durch eine Erhöhung der Kollektorspannung um einen Faktor 1.3 bis 1.5 erkauft wird. Dabei steigt die am Kollektor freigesetzte Leistung, die durch die Kühlung unschädlich abgeführt werden kann. Andererseits halbiert sich die in der Vakuumkammer "vagabundierende" Verlustleistung und die Belastung der stabilisierten Kathodenspannungsversorgung, so daß sich die Betriebsbedingungen im Resultat verbessern. Günstige Werte des Verhältnisses der Mesh- zur Kollektorspannung liegen also zwischen 1 und 1.5.

In weiteren Versuchen wurde die Variation der Strahlenergie systematisch erprobt. Dazu wurde ein Arbeitspunkt in der U_C - U_M -Ebene festgelegt; zunächst wurde der Punkt A nach Abb. 55 gewählt. Der beobachtete Stromverlust bei diesem Arbeitspunkt ist in Abb. 54 eingetragen. Es wurde dann angestrebt, die Betriebsparameter über einen größeren Bereich von Strahlenergien durch Skalierung der Elektrodenspannungen und Magnetströme einzustellen. Unter diesen Bedingungen sollte die Geometrie der Elektronenbahnen unverändert bleiben, abgesehen etwa von den Einflüssen der Raumladung von Sekundärelektronen. Für die volle Perveanz der Kanone sind die gesetzten Werte der Meshspannung und der optimierten Kollektorspannung in Abb. 56 gezeigt. Im oberen Teil der Abbildung sind die gemessenen Stromverluste angegeben. Bis ca. 17 kV konnte eine Skalierung der Spannungen mit U_0 bei annähernd konstanten (leicht abnehmenden) Verlusten eingehalten werden. Da mit der bestehenden vorläufigen Spannungsversorgung eine Meshspannung von 2.8 kV nicht überschritten werden konnte, wurde für $U_0 = 18$ kV ein anderer Arbeitspunkt mit geringerem Verhältnis U_M/U_C und etwas höheren Stromverlusten gewählt (B in Abb. 55).

Die zugehörigen, beim Skalierungsversuch eingestellten Magnetströme gehen aus Abb. 57 hervor. Zur Optimierung mußten die Ströme in der Nähe der skalierten Werte etwas variiert werden. Es ist zu erkennen, daß die für sie geforderte $\sqrt{U_0}$ -Abhängigkeit annähernd eingehalten werden kann. Die Abweichungen von der exakten Skalierung deuten darauf hin, daß die Raumladung im Kollektor nicht allein durch den primären Elektronenstrahl beschrieben werden kann. Die Raumladung der Sekundärelektronen und möglicherweise auch eine Neutralisierung der Elektronenladung durch die Ionisation von Gasmolekülen scheinen einen gewissen, allerdings nicht dominierenden Einfluß auf die Elektronenbahnen auszuüben.

Die Beachtung der Skalierungsgesetze erwies sich als sehr nützlich zum Erreichen höherer Spannungen und Ströme. Eine vorläufige Begrenzung der Elektronenenergie war bei diesen Versuchen nur noch durch Faktoren außerhalb des Vakuumsystems der Elektronenstrahlapparatur gegeben, speziell durch den maximal verfügbaren Wert für die Meshspannung und durch die tolerierbare thermische Belastung der Spule am Kollektoreingang. Vor dem Einsatz der Elektronenstrahlapparatur im LEAR lassen sich die Ursachen dieser Begrenzungen beseitigen; für

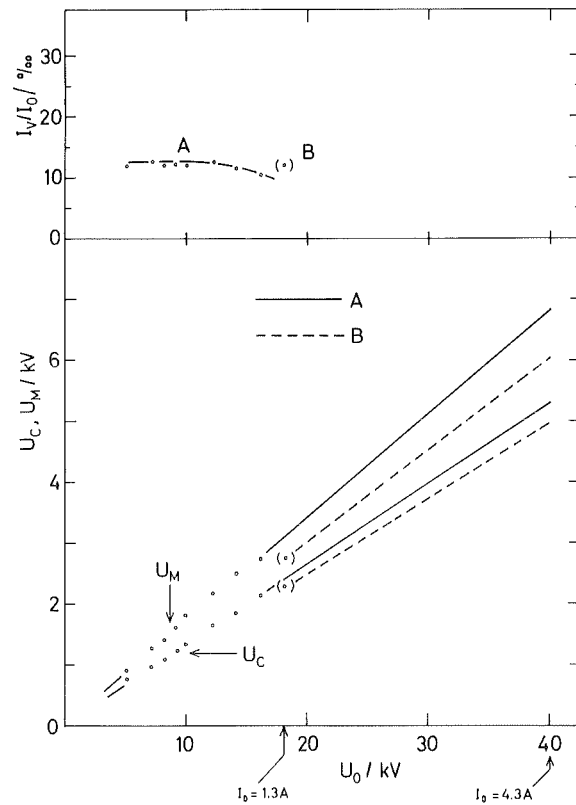


Abb. 56: Skalierung der Betriebsparameter bei voller Perveanz zwischen 5 und 18 kV (Verlustrate, Werte von Mesh- und Kollektorspannung); Extrapolation bis 40 kV für Arbeitspunkte A und B

Tabelle 7

Skalierungsparameter für den Betrieb der Elektronenstrahlapparatur

Arbeitspunkt:	A	B				
Mesh-Spannung	0.175(5)	0.150(5) × U ₀				
Kollektor-Spannung	0.134(2)	0.127(2) × U ₀				
Magnetfeld bei U ₀ = 40 kV:	55.4 mT					
Spulenströme:						
EC	CC ₁	CC ₂	CC ₃	CC ₄	CC ₅	× 10 ⁻² I ₀ ^a
0.302(2)	1.43(3)	0.42(3)	1.40(10)	0 ± 1	0 ± 1	

^a I₀ = Strom durch den Hauptmagneten

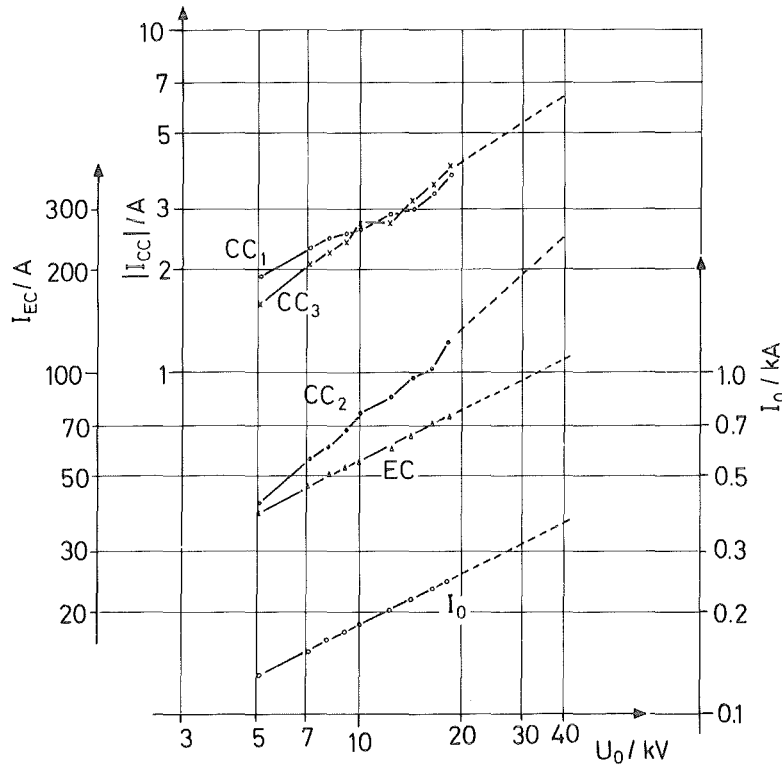


Abb. 57: Spulenströme bei der Skalierung nach Abb. 56; I_0 : Strom im Hauptmagneten, andere Bezeichnungen siehe Abb. 31

den Arbeitspunkt B (gestrichelte Linien in Abb. 56) werden die skalierten Werte bis zu einer Elektronenenergie von 40 keV eingestellt werden können. Die Skalierungsparameter bei voller Perveanz sind in Tabelle 7 angegeben.

Es wurde also demonstriert, daß sich durch Skalierung der Elektrodenpotentiale und Magnetströme unterschiedliche Elektronenenergien schnell einstellen lassen. Damit wurde eine Voraussetzung für den Betrieb der Kühlapparatur über einen großen dynamischen Bereich zwischen 3 und 40 kV geschaffen.

6. NUMERISCHE SIMULATION DER ELEKTRONENKÜHLUNG

Wie die Diskussionen in den Kapiteln 2 bis 4 zeigen, kann die Elektronenkühlung im Speicherring zuverlässig quantitativ beschrieben werden, wenn verschiedene Elemente miteinander kombiniert werden:

- Eine sorgfältige Kühlkraftberechnung, ausgehend von der Geschwindigkeit eines Ions im Ruhesystem der Elektronen, unter Berücksichtigung der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen und des longitudinalen Magnetfelds zur Führung des Elektronenstrahls;
- eine lokale Definition des Ruhesystems der Elektronen, abhängig vom Aufenthaltsort des Ions, unter Einbeziehung der systematischen Geschwindigkeitsunterschiede im Elektronenstrahl;
- die Einfügung der Reibungskraft in die Bewegungsgleichungen des Ions im Speicherring.

Für jedes dieser Teilprobleme wurden oben Beziehungen angegeben, die eine quantitative Beschreibung ermöglichen. Durch deren Kombination zur Darstellung einer komplexen physikalischen Situation zu gelangen, ist die typische Aufgabenstellung einer numerischen Simulation mit Hilfe eines geeigneten Computerprogrammes. Im Hinblick auf die Vorhersage der Leistungen der Elektronenkühlanlage im LEAR wurde solch ein Programm entwickelt.⁹² Vorgehen und Ergebnisse bei diesen Berechnungen werden hier in zwei Schritten mit zunehmend komplizierter Problemstellung dargestellt.⁹³

6.1 Kühlratenberechnung für einzelne Ionen

Nach Abschnitt 3.2 sind die Kühlraten eines Ions die Zeitableitungen $\dot{\epsilon}_i$ der Bewegungsintegrale. Diese Größen können analytisch mit Hilfe der Gl. 3-31 berechnet werden; dies führt aber zu schwer verwertbaren Ausdrücken, wenn die Kühlkraft nicht nur durch eine einfache lineare Beziehung zur Ionen-geschwindigkeit beschrieben werden soll. Genauere Einzelheiten des Kühlkraft-verlaufs und der Eigenschaften des Elektronenstrahls lassen sich bei numerischer Ausführung der Mittelwertbildung berücksichtigen. Die Grundidee ist es, eine größere Zahl von Umläufen des Ions im Speicherring für eine feste Betatron-amplitude zu simulieren.

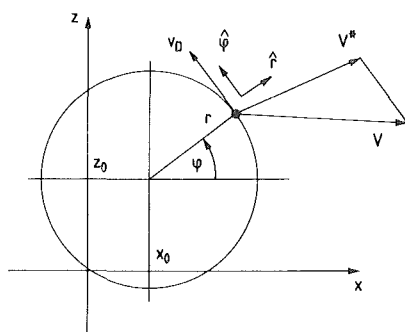


Abb. 58: Transversale Geometrie bei Eigenbewegung des Elektronenstrahls um seine Achse bei (x_0, z_0) ; \vec{r} : Ort des Ions, $\vec{V}^*(\vec{V})$: Ionengeschwindigkeit im Labor-(Ruhe-)system

Zu Beginn der Simulation werden die Größen ε_x , ε_z und δ (siehe Abschnitt 3.1.2) und die Phasen ψ_x , ψ_z beim ersten Passieren des Elektronenstrahls (longitudinale Position s_0) vorgegeben. Mit den Werten $\beta_x(s_0)$, $\beta_z(s_0)$ und $D(s_0)$ der Fokussierungsfunktionen und der Dispersionsfunktion (und ihren Ableitungen) sind die Ionenkoordinaten x , x' , z , z' beim Passieren des Elektronenstrahls zu bestimmen.

Das Herzstück der numerischen Simulation ist nun die Ermittlung der Impulsänderungen (Winkeländerungen) $\Delta x'$, $\Delta z'$, $\Delta \delta$ für den Durchgang des Ions mit den gegebenen Koordinaten durch den Elektronenstrahl. Als Elektronenstrahleigenschaften werden hierbei in Betracht gezogen

- die Verstimmung der Elektronengeschwindigkeit in der Strahlmitte (δ_0),
- die Lage des Strahlmittelpunktes zur Sollbahn im Ring (x_0, z_0) ,
- der Winkel zur Sollbahn (x_0', z_0') ,
- die longitudinalen Geschwindigkeitsunterschiede, beschrieben durch das Potentialgefälle Φ' (Gl. 4-23),
- die Strahlrotation infolge der Raumladung mit der Driftgeschwindigkeit v_D (Gl. 4-12, 4-32),
- die Zunahme der kohärenten transversalen Bewegung bei Fokussierungsfehlern in der Elektronenstrahlapparatur durch Verwendung der Geschwindigkeit $v_{01} = v_1 + r(v_2 - v_1)/R$ mit den transversalen Geschwindigkeitsamplituden v_1 , v_2 in der Mitte und am Rand des Strahls.

Die Verstimmung des Elektronenstrahls δ_0 gibt die Impulsabweichung eines Ions, das genau die Geschwindigkeit der Elektronen in der Strahlmitte angenommen hat, relativ zu dem Impuls der definierten Sollbahn des Speicherrings an. Aus den Koordinaten x und z des Ions folgt seine radiale Position im Elektronenstrahl, die für die Geschwindigkeit des lokalen Ruhesystems ausschlaggebend ist. Die Gleichungen, nach denen die Ionengeschwindigkeit \vec{V} in diesem Ruhesystem aus den

Speicherringkoordinaten bestimmt wird, sind in Anhang F angegeben. Abb. 58 zeigt die transversale Geometrie, insbesondere den Einfluß der Driftgeschwindigkeit v_D auf die Richtung des Vektors \vec{V} . Der Kühlkraftvektor ist in der transversalen Ebene immer entlang der Richtung von \vec{V} orientiert, aber im allgemeinen nicht parallel zur Laborgeschwindigkeit \vec{V}^* des Ions.

Die Berechnung der Kühlkraft aus den Geschwindigkeitskomponenten V_{\perp} und V_{\parallel} wurde in Abschnitt 2.5 beschrieben. Es wird dabei auf Tabellen der normierten Kühlkraftkomponenten $\vec{K} = \vec{F}/[-e^2\omega_{p1}^2/(4\pi\epsilon_0 V^2)]$ zurückgegriffen. Die Kühlkraftanteile durch schnelle und adiabatische Stoßprozesse werden addiert. Bei der nicht-magnetischen Kühlkraft wird die kohärente transversale Bewegung der Elektronen, beim magnetischen Anteil das Verhältnis ω_c/ω_{p1} entsprechend der Magnetfeldstärke und der Elektronendichte berücksichtigt. Aus der gesamten Kraft und der Aufenthaltsdauer des Ions im Elektronenstrahl folgen die Impuls- oder Winkeländerungen nach Anhang F. Durch die partiellen Ableitungen der Bewegungsintegrale nach den Winkeln erhält man ihre Änderungen bei einem Umlauf; für den longitudinalen Freiheitsgrad drückt bei dem betrachteten frei umlaufenden Ionenstrahl (keine Beschleunigung durch ein Hochfrequenzfeld im Ring) die Impulsänderung $\Delta\delta$ direkt die Rate der Phasenraumkühlung aus.

Die bisher beschriebenen Rechnungen werden für zahlreiche Umläufe des Ions wiederholt, um den zeitlichen Mittelwert der Kühlraten zu bestimmen. Entsprechend den Verhältnissen im Speicherring werden für jeden neuen Umlauf die Phasen ψ_x, ψ_z ersetzt durch $\psi_x + 2\pi Q_x, \psi_z + 2\pi Q_z$. Nach N Umläufen erhält man die mittleren Änderungen pro Umlauf durch

$$\langle \Delta\epsilon_i \rangle_N = N^{-1} \sum \Delta\epsilon_i . \quad (6-1)$$

Nach Multiplikation mit der Umlauffrequenz sind dies die gesuchten Kühlraten.

Die Konvergenz der so bestimmten Mittelwerte ist in Abb. 59 an einem Beispiel gezeigt. Der Phasenvorschub $2\pi Q_i$ kann bei den Berechnungen grundsätzlich frei vorgegeben werden, solange nicht Werte gewählt werden, die in einem Speicherring ohnehin zum resonanzartigen Anwachsen der Betatronschwingungen führen würden. In der Abbildung ist die Konvergenz für verschiedene Werte von Q_i gezeigt; die Ergebnisse stimmen überein und konvergieren nach ca. 100 Umläufen. Wesentlich schlechtere Konvergenz ergibt sich im dritten Fall, wo $Q_x \approx 2$ gesetzt wurde.

Auf diese Weise sind die Kühlraten als Funktionen $\dot{\epsilon}_{x,z}(\epsilon_x, \epsilon_z, \delta)$ und $\dot{\delta}(\epsilon_x, \epsilon_z, \delta)$ numerisch zu bestimmen. Anhand einiger Ergebnisse wird nun die Veränderung der Kühlraten bei der zunehmend genaueren Beachtung der Bedingungen bei der Elektronenkühlung demonstriert. Zur graphischen Darstellung der Kühlrate als Funktion der Bewegungsintegrale wird die Zahl der unabhängigen Variablen verringert, indem ein festes Verhältnis für ϵ_z/ϵ_x gesetzt wird (1 in

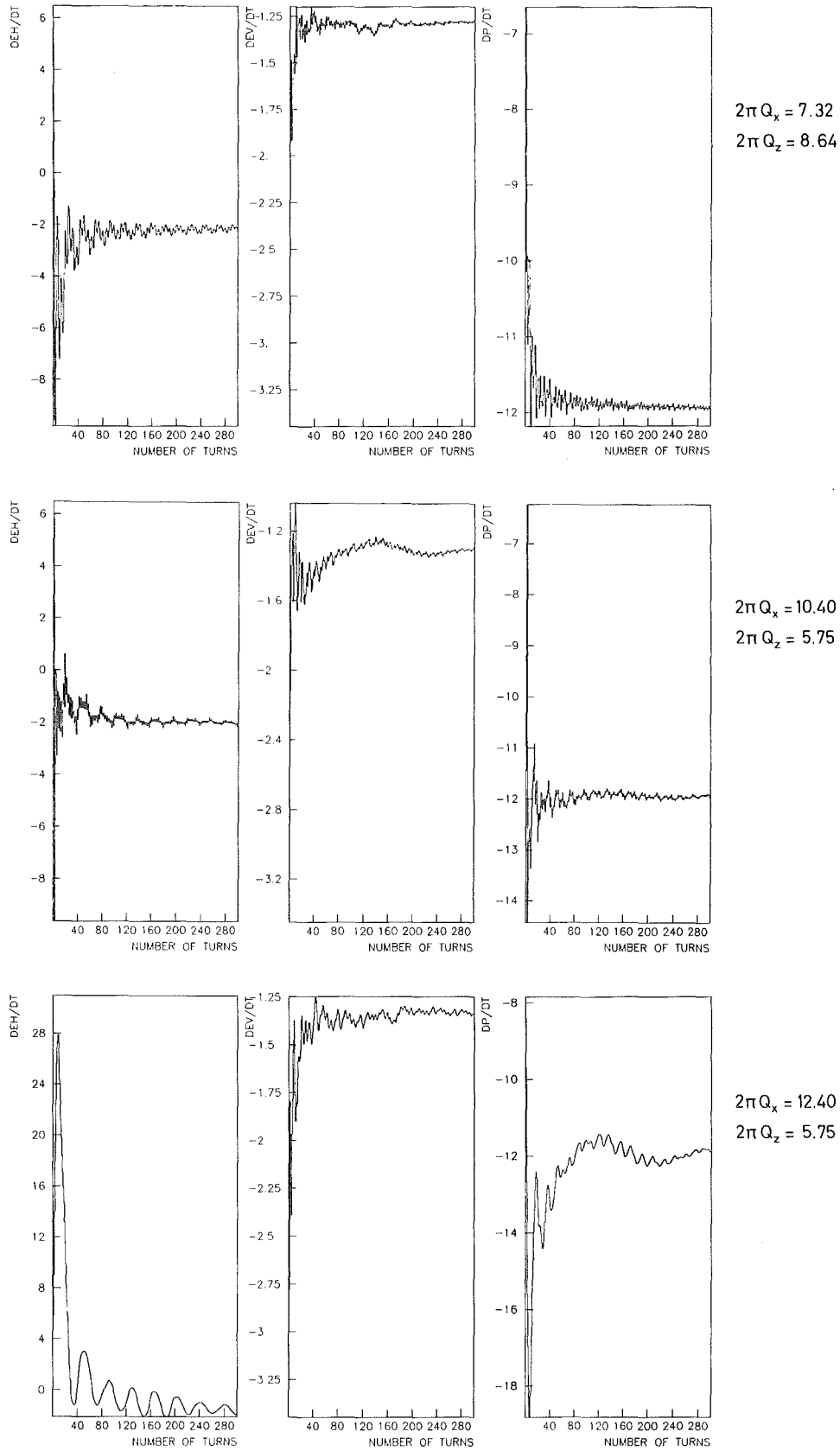


Abb. 59: Konvergenz der Kühlraten für verschiedene Werte des Betatron-Phasen- vorschubs $2\pi Q_H$, $2\pi Q_V$ (wie angegeben)

den folgenden Beispielen) und nur ϵ_x und δ variiert werden. In Abb. 60 sind die Kühlraten $\dot{\epsilon}_x$ und $\dot{\delta}$ als Funktionen dieser beiden Variablen dargestellt. Die

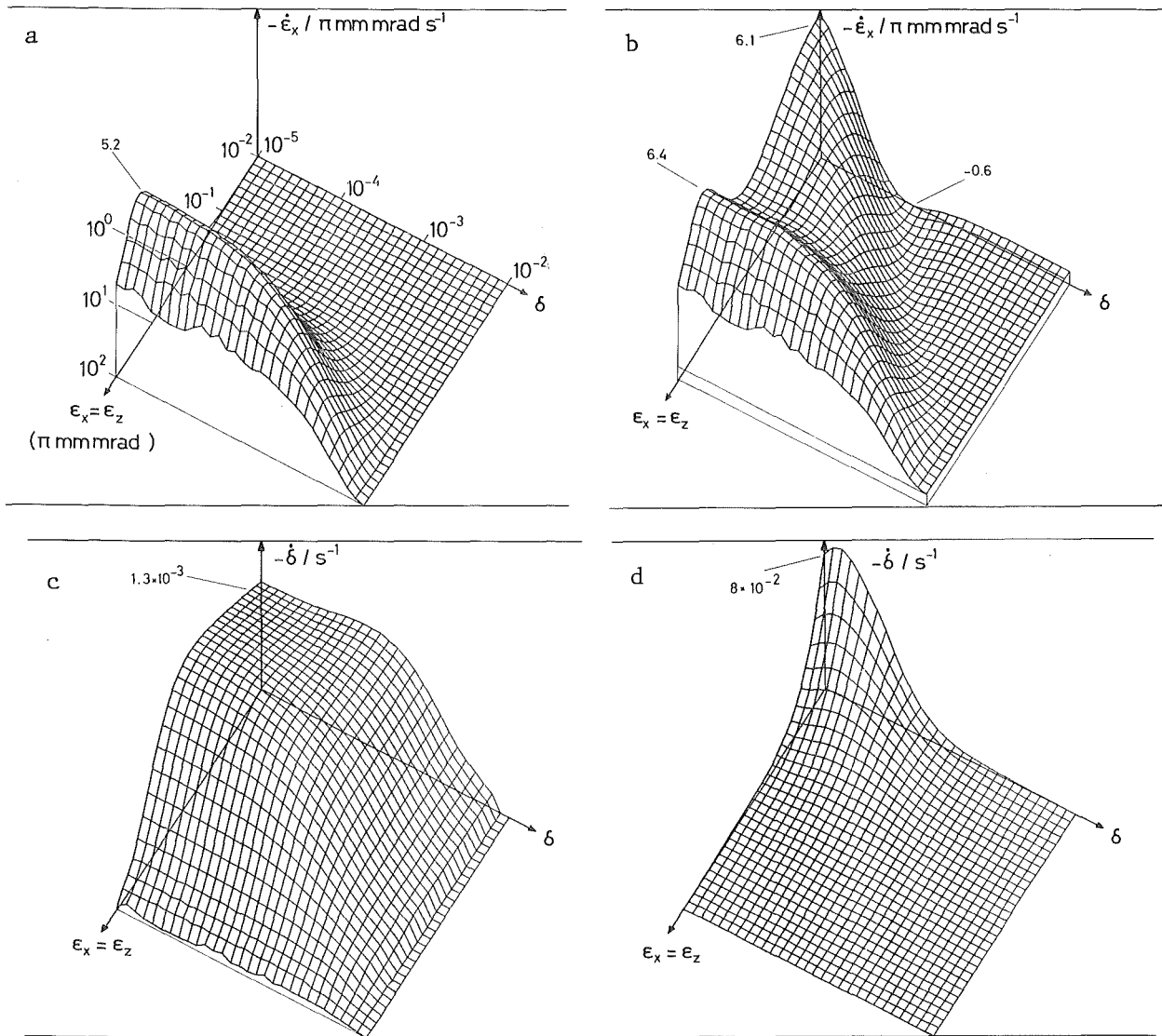


Abb. 60: Änderungsraten von Teilchenemittanz (oben) und Impulsabweichung (unten); links: magnetische Kühlkraft unterdrückt.

bei der Simulation verwendeten Parameter -- sie gehen aus Tabelle 8 hervor -- sind an die Bedingungen im LEAR bei einem \bar{p} -Impuls von 0.3 GeV/c angepaßt.

Zunächst bleiben die systematischen Geschwindigkeitsunterschiede im Elektronenstrahl außer Betracht, und es wird angenommen, daß die Dispersion an der Stelle der Elektronenkühlung verschwindet. Aus dem Vergleich der Diagramme a und b in Abb. 60 ist der Einfluß des magnetischen Kühlkraftanteils ersichtlich, der im Bild a unterdrückt ist. Durch die magnetische Kühlkraft treten auch bei geringen Werten von ϵ_x und δ hohe absolute Kühlraten auf; die

Tabelle 8

Parameter für die numerische Simulation der Elektronenkühlung am LEAR

	LEAR	ICE	
Ionenstrahl und Speicherring:			
Zahl gespeicherter Ionen	3×10^9	variabel ^a	
Restgasdruck	variabel ^b	1.3×10^{-9}	mbar N ₂
$\beta_x(s_0)$	2.0	3.0	m
$\beta_z(s_0)$	5.0	11.0	m
$\beta_x'(s_0) = \beta_z'(s_0)$	0	0	
D(s ₀)	3.7	5.7	m
Q _x	2.3	1.7	
Q _z	2.7	1.16	
α^{-1}	-210.3	1.69	
Startemittanz (hor.)	8.7	20	π mm mrad ^c
Startemittanz (vert.)	6.1	10	π mm mrad ^c
anfängl. Impulsunschärfe	± 1.0	± 1.3	$\times 10^{-3}$ ^c
horizontale Akzeptanz	240	75	π mm mrad
vertikale Akzeptanz	48	30	π mm mrad
Impulsakzeptanz	± 11	± 2.5	$\times 10^{-3}$
Elektronenstrahl:			
Radius	25.4	25.4	mm
Länge	1.5	3	m
Perveanz	0.526	0.307	$\mu\text{A}/\text{V}^{3/2}$
Verstimmung δ_0	0	0	
Zyklotron-Spirallänge	75.5	67.1	mm
Kathodentemperatur	0.12	0.12	eV/k
Transv. Energie ^d , Mitte	0.01	0.01	eV
Transv. Energie, Rand	0.5	1.0	eV
Magnetfeldwinkel θ_{rms}	± 0.2	± 0.4	mrad
Hochspannungs-Fluktuation	± 0.05	± 0.05	$\times 10^{-3} U_0$
Simulation:			
Modellteilchen	100	100	
Umläufe ^e	100	100	
Extrapolationsintervall	0.1	0.15	s

^a siehe Abb. 65

^b siehe Tabelle 9

^c Grenzen für 67 % der Teilchenzahl

^d kohärenter Anteil

^e bei jeder Ratenberechnung (Maximum)

Dämpfungszeiten $\tau_x = -\epsilon_x / \dot{\epsilon}_x$ erreichen dabei die Größenordnung von $1/1000$ sec. Für ein bestimmtes Verhältnis von Teilchenemittanz ϵ_x und Impulsabweichung δ tritt statt der Dämpfung eine Anregung der Betatronschwingungen auf (Vorzeichenwechsel der gezeigten Funktion), wie sie aufgrund der

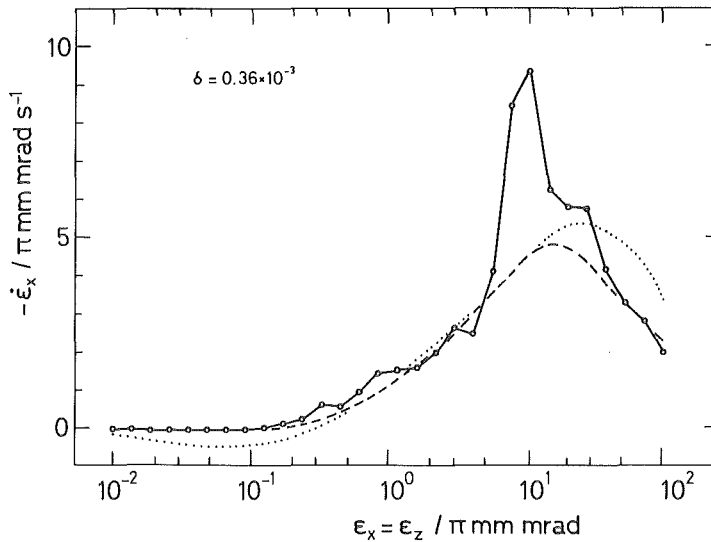


Abb. 61: Horizontale Kühlrate ($\delta = 0.36 \times 10^{-3}$) in Abhängigkeit von der Teilchenemittanz; für einen Elektronenstrahl ohne systematische Geschwindigkeitsunterschiede (wie in Abb. 60) (\cdots), ohne Kopplung von horizontaler und longitudinaler Bewegung ($---$), mit Kopplung (—)

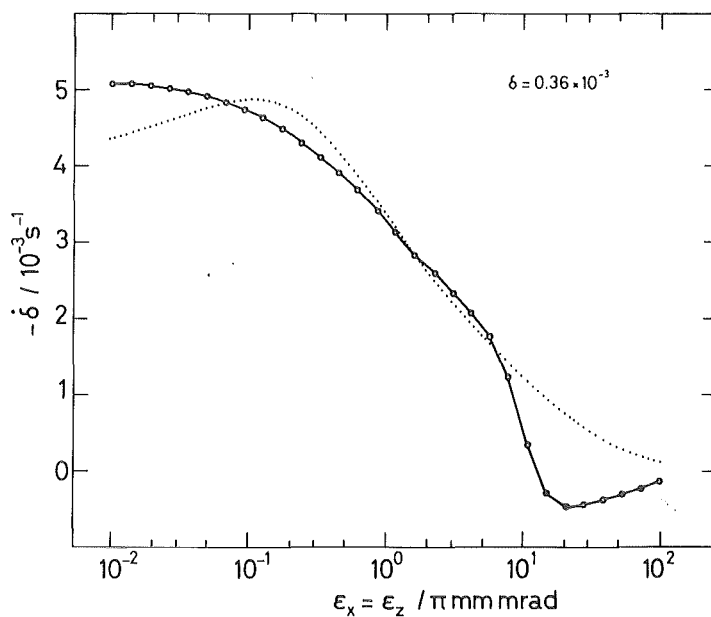


Abb. 62: Änderungsrate der Impulsabweichung bei $\delta = 0.36 \times 10^{-3}$ in Abhängigkeit von der Teilchenemittanz; homogener Elektronenstrahl (\cdots), Geschwindigkeitsunterschiede im Elektronenstrahl berücksichtigt (—)

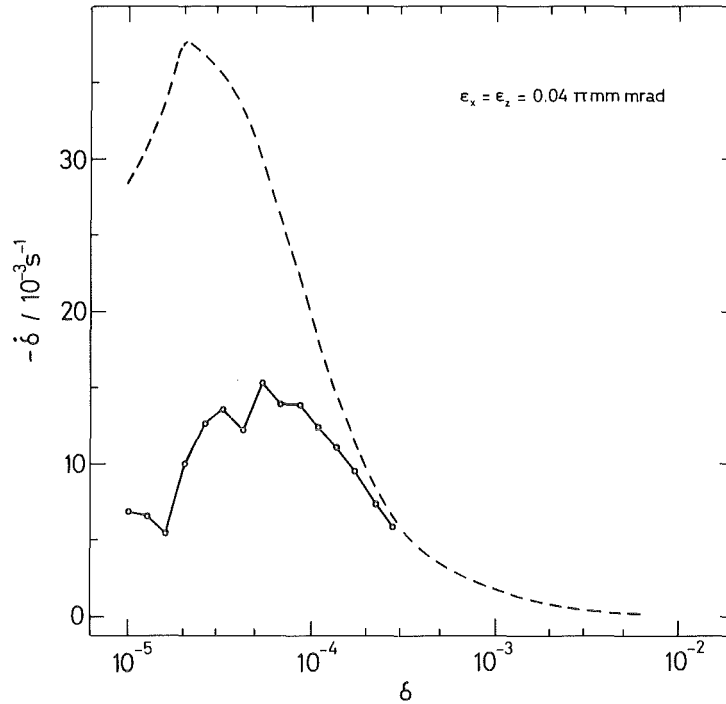


Abb. 63: Verringerung der magnetischen Kühlkraft durch Simulation von Winkelvariationen des Magnetfeldes und Hochspannungsfluktuationen

Winkelabhängigkeit der magnetischen Kühlkraft erwartet wird. In den Diagrammen c und d ist der entsprechende Vergleich für die Änderungsrate $\dot{\delta}$ der Impulsabweichung dargestellt. Dabei ist die vertikale Skala im Bild c um einen Faktor 50 gegenüber Bild d gespreizt.

In Abb. 61 und 62 sind Schnitte durch die dreidimensionalen Darstellungen der Kühlraten für $\delta = 0.4 \times 10^{-3}$ gezeigt. Die gepunkteten Linien geben den Verlauf bei Vernachlässigung der systematischen Geschwindigkeitsunterschiede wieder. Werden diese berücksichtigt und wird die in Tabelle 8 angegebene Dispersion eingesetzt, so folgt der Verlauf der durchgezogenen Linien. Bei der horizontalen Kühlrate wirkt sich dann die Kopplung mit dem longitudinalen Freiheitsgrad aus, die im betrachteten Fall um $\varepsilon_x = 10 \pi \text{ mm mrad}$ auftritt. Es ist zu erkennen, daß die Zunahme der horizontalen Kühlung mit einer Abnahme der Impulsänderung einhergeht. Für die gestrichelte Linie in Abb. 61 wurden die Kopplungsterme ($\propto D$ in Gl. F-5) unterdrückt. Die starke Wirkung der Kopplung kommt zustande, wenn das Ion während der Betatronsoszillationen Orte des Elektronenstrahls erreicht, an denen die longitudinale Elektronengeschwindigkeit größer wird als die des Ions.

Die Kühlrate eines Ions mit kleiner Betatronamplitude und Impulsabweichung wird in erster Linie durch die technische Präzision der Elektronenkühlanlage bestimmt, nämlich durch die Winkelvariationen entlang des Elektronenstrahls und die Fluktuationen der Beschleunigungsspannung. Daß beide Parameter eine

wesentliche Rolle spielen, wird in Abb. 63 für die longitudinale Impulsänderung demonstriert. Hier werden die Größen δ_0 und (x_0', z_0') für die einzelnen Durchgänge des Ions durch den Kühler variiert, indem jeweils Zufallszahlen mit einer Gaußschen Verteilung bei der durch die technischen Ungenauigkeiten vorgegebenen Breite eingesetzt werden. Es wurde die Präzision vorausgesetzt, die beim LEAR-Elektronenkühler erreicht wird (Tabelle 8). Die magnetische Kühlkraft wird dadurch für geringe Geschwindigkeiten des Ions im Ruhesystem begrenzt. Also bestimmen die technischen Ungenauigkeiten den Gleichgewichtszustand, während die Kühlzeit bis zum Erreichen des Gleichgewichts durch die systematischen Geschwindigkeitsunterschiede und die entsprechenden Kühlkräfte festliegt.

6.2 Simulation der Strahlkühlung

Zu einer Simulation der Kühlung eines Ionenstrahls gelangt man in naheliegender Weise durch Kühlratenberechnung für eine Probe von Ionen mit vorgegebenen Werten der Phasenraumkoordinaten. Dafür werden, bei einem frei umlaufenden Ionenstrahl, dessen Emittanzen E_x, E_z und die Impulsunschärfe σ_p zusammen mit einer Verteilungsfunktion vorausgesetzt. Hier wird die in Abschnitt 3.1.4 beschriebene Gaußverteilung der Orts- und Impulskoordinaten zur Definition des Anfangszustandes des Ionenstrahls benutzt. Ermittelt man für jedes Ion der aufgestellten Probe die Kühlraten zu aufeinanderfolgenden Zeitpunkten, so wird sich die zeitliche Entwicklung des Ionenstrahls ergeben. Die Mittelwerte der veränderten Bewegungsintegrale ε_i und die Streuung der Impulsabweichungen δ geben Aufschluß über Strahlemittanzen und Impulsband zu den späteren Zeitpunkten. Um die Einstellung eines Gleichgewichtszustandes zu simulieren, werden neben der Reibung im Elektronenstrahl auch die Streuprozesse der Ionen berücksichtigt, die in Abschnitt 3.3 diskutiert wurden.

Der Rhythmus der Kühlratenberechnung wird durch äquidistante Zeitpunkte im Abstand T gebildet. Die veränderten Bewegungsintegrale der Ionen folgen durch die lineare Extrapolation

$$\varepsilon_i(t + T) = \varepsilon_i(t) + T\dot{\varepsilon}_i \quad (6-2)$$

T wird klein im Vergleich zur erwarteten mittleren Kühlzeit gewählt (Tabelle 8). Während in der Realität in dieser Zeit ca. 10^5 Umläufe des Ions im Speicherring stattfinden, ergeben sich die Kühlraten nach der Simulation von etwa 10^2 Umläufen. Das genaue Vorgehen beim Berechnen der neuen Bewegungsintegrale $\varepsilon_i(t + T)$ unter Berücksichtigung der Strahlaufheizung durch Streuprozesse ist in Anhang F beschrieben.

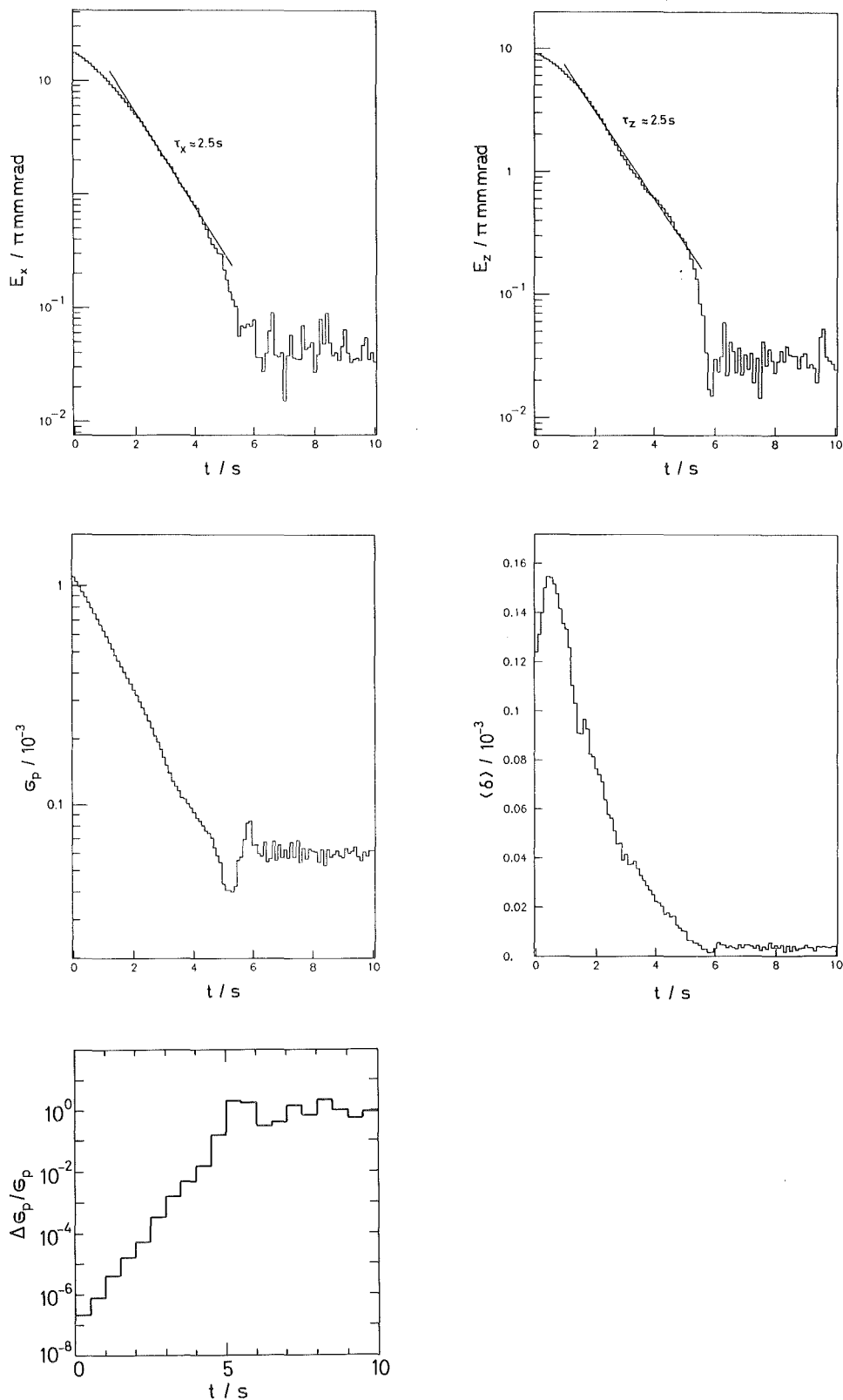


Abb. 64: Zeitlicher Verlauf der Strahlemittanzen, der Impulsunschärfe, des mittleren Impulses und der longitudinalen Aufheizrate durch Intrabeam-Scattering bei der Simulation der Elektronenkühlung (Initial Cooling Experiment bei 0.3 GeV/c , 3×10^8 umlaufende Protonen)

Durch die großen Kühlraten bei der Elektronenkühlung und die damit verbundenen hohen Dichten des Ionenstrahls übt die strahlinterne Streuung der Ionen (Intrabeam-Scattering, vgl. Abschnitt 3.3.2) einen großen Einfluß auf den Gleichgewichtszustand des Ionenstrahls aus. Wie bei der Diskussion dieses Prozesses oben erwähnt wurde, läßt sich die strahlinterne Streuung von einzelnen Ionen nicht durch praktisch verwendbare Ausdrücke numerisch angeben. Mit den Strahlemittanzen und der Impulsbreite können jedoch Aufheizraten für die gemittelten Divergenzen in den einzelnen Raumrichtungen bestimmt werden. Die Auswertung dieser Aufheizraten bei der Simulation geht ebenfalls aus Anhang F hervor.

Die numerische Simulation wurde zunächst mit den Parametern (Tabelle 8) des Initial Cooling Experiment (ICE) durchgeführt, um die Resultate an Meßergebnissen überprüfen zu können. Hier beträgt der Nennimpuls des Ionenstrahls $p_0 = 0.3 \text{ GeV}/c$. Der errechnete zeitliche Verlauf der Emittanzen und der Impulsbreite bei der Elektronenkühlung ist gezeigt in Abb. 64. Zusätzlich zum Zustand des Ionenstrahls sind auch die errechneten longitudinalen Aufheizraten durch die strahlinterne Streuung dargestellt. Diese Aufheizraten bestimmen die Impulsbreite im Gleichgewichtszustand. Der Vergleich mit dem Experiment ist möglich aufgrund der mittleren Kühlzeiten (Geraden in Abb. 64),

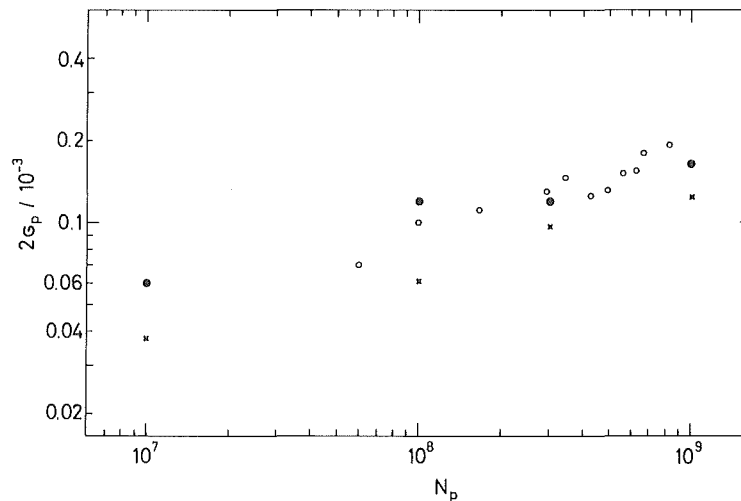


Abb. 65: Gleichgewichts-Impulsunschärfe mit Elektronenkühlung in Abhängigkeit von der Zahl der im Speicherring umlaufenden Ionen (Protonen) bei $0.3 \text{ GeV}/c$; offene Kreise: Ergebnisse des ICE, gefüllte Kreise und \times : Ergebnisse der numerischen Simulation

die bei Rechnung und Experiment (Tabelle 1) gut übereinstimmen. Zur Überprüfung der Gleichgewichts-Impulsbreite wurde bei der Simulation die Zahl der gespeicherten Ionen wie im Experiment verändert. Gerechnete und gemessene¹³ Werte sind in Abb. 65 aufgetragen. Die Simulation zeigt erwartungsgemäß, daß

die Impulsbreite etwas von den transversalen Emittanzen des Ionenstrahls abhängt (Variation bei ca. 5 s in Abb. 64); es sind daher die Werte von σ_p für das Minimum kurz vor Erreichen des Gleichgewichts (Kreuze) und im Gleichgewicht (gefüllte Punkte) aufgetragen. Im Rahmen dieses Variationsbereiches läßt sich eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse mit dem Experiment feststellen. Weniger günstig ist der Vergleich der Ionenstrahl-Divergenz im Gleichgewicht, wo die Simulation um einen Faktor 3 zu geringe Werte liefert. Dies ist dadurch zu erklären, daß nicht alle Ursachen für die transversale Aufheizung eines gespeicherten Ionenstrahls bei der Simulation in Betracht gezogen wurden; schnelle zeitliche Schwankungen des Führungsmagnetfeldes des Speicherrings (durch Welligkeit des Versorgungsstroms) sind z.B. nicht berücksichtigt.

Die numerischen Ergebnisse sind außerdem einzeln für die Schritte der

Tabelle 9
Ergebnisse der Simulation der Elektronenkühlung am LEAR

\bar{p} -Impuls GeV/c	Internes Target		Kühlzeiten ^a			Gleichgewicht ^b		
	"Dicke" g/cm ²	Äquiv. Druck ^c mbar N ₂	τ_x, τ_z s	τ_s s	E_x π mm mrad	E_z π mm mrad	σ_p 10 ⁻³	
0.3	1.2×10^{-9}	1.2×10^{-8}	5.3	3.6	0.08(3)	0.06(3)	0.08(3)	
0.2	4.7×10^{-10}	4.8×10^{-9}	5.4	3.9	0.15(5)	0.13(5)	0.10(2)	
0.1	6.5×10^{-11}	6.8×10^{-10}	4.0	3.7	0.3(1)	0.3(1)	0.14(2)	

^a Zeit bis zum Erreichen des Gleichgewichts

^b Strahlemittanzen für 67 % der Teilchen

^c ringgemittelte Betafunktion gleich dem 1.58fachen der Betafunktion am Target

Kühlkraft- und Kühlratenberechnung überprüft worden; im Computerprogramm wurden hierbei jeweils dieselben Programmteile durchlaufen, die auch in der vollständigen Simulation verwendet werden.

Für LEAR wurde eine Serie von Simulationsrechnungen durchgeführt, bei der der Nennimpuls p_0 der umlaufenden Ionen auf die Werte 0.1, 0.2 und 0.3 GeV/c gesetzt wurde. Die transversale Strahlaufheizung durch ein internes Gastarget wird simuliert, wobei die Dicke p_d des Targets so gewählt wird, daß sich durch Einzelstreuung eine Strahllebensdauer von 1000 sec ergibt.⁷⁸ Elektronenstrom und Magnetfeld wurden verändert entsprechend konstanter Werte von Perveanz und Zyklotron-Spirallänge. Diese Serie von Rechnungen spiegelt typische Betriebsbedingungen mit der Elektronenkühlung am LEAR wieder. Kühlzeiten bis zum

Erreichen des Gleichgewichtszustandes und die Ionenstrahl-Eigenschaften im Gleichgewicht mit der Aufheizung durch das interne Target sind in Tabelle 9 angegeben. Die Simulation ergibt annähernd konstante Kühlzeiten und ein geringes Anwachsen der Gleichgewichtsemittanz in Abhängigkeit vom Strahlimpuls. Dieses Ergebnis ist bemerkenswert, wenn man bedenkt, daß sich die Dichte des Elektronenstrahls beim Übergang zur geringsten Strahlgeschwindigkeit um einen Faktor 10 verringert. Die konstante Kühlleistung ist auf die Eigenschaften der magnetischen Kühlkraft zurückzuführen, und die Rechnungen legen nahe, daß man hieraus bei den eingesetzten Parametern der Elektronenkühlanlage am LEAR tatsächlich wird Nutzen ziehen können.

6.3 Weiterentwicklung und Anwendung der Simulation

Zum Abschluß des Kapitels werden kurz mögliche Weiterentwicklungen der numerischen Simulation diskutiert. Auf die Unvollkommenheit der Berechnungen zum Intrabeam-Scattering wurde bereits in Abschnitt 3.3.2 hingewiesen. Der verwendete Ansatz beruht auf der Annahme eines gaußförmigen Verlaufs des Strahlprofils und der Impulsverteilung; spezielle Verteilungen, wie sie durch die Elektronenkühlung verursacht werden können, können nicht berücksichtigt werden. Diese Erweiterung der Theorie geht jedoch weit auch über die neuesten Beiträge zu diesem Thema⁹⁴ hinaus.

Um die Anwendung der Rechnungen auf gebündelt umlaufende Ionenstrahlen zu erweitern, wäre zusätzlich die Wechselwirkung der Ionen mit einem Hochfrequenzresonator zu beschreiben. Dabei ist folgendes Vorgehen denkbar: Es wird eine geringere Zahl von Umläufen mit festem Impuls simuliert, ohne die Konvergenz der Kühlraten abzuwarten. Nach einem Zeitintervall, in dem eine merkliche Änderung des Impulses durch das Hochfrequenzfeld erfolgt ist [etwa $(\omega_0 Q_S)^{-1}$, siehe Gl. 3-19], wird diese Rechnung wiederholt; solche Zeitschritte werden durchgeführt, bis eine Konvergenz der Kühlraten $\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_s, \dot{\epsilon}_z$ festzustellen ist. Danach erfolgt die Extrapolation über ein Zeitintervall T, das zahlreiche Betatron- und Synchrotronperioden repräsentiert.

Die Simulation einzelner Umläufe des Ions kann mit Stabilitätsuntersuchungen der Ionenbahn verbunden werden, wenn die einzelnen Elemente des Speicherrings dabei genauer berücksichtigt werden. Die Wirkung der Elektronenkühlung gegen eine langsam anwachsende Instabilität könnte hiermit untersucht werden. Man könnte außerdem die Veränderung der Ionenoptik durch das inkohärente⁹⁵ Raumladungsfeld eines durch Kühlung stark komprimierten Ionenstrahls mit einbeziehen. Dies würde zur Klärung der Frage nach den geringsten, durch Kühlung erreichbaren Strahlabmessungen beitragen. Die Programmteile zur Berechnung der Kühlkraft und der Kühlraten könnten in bestehende Programme

eingefügt werden, mit denen die Ionenbewegung im Phasenraum verfolgt werden kann.

Bei der Vorbereitung und Interpretation kommender Experimente mit der Elektronenkühlung wird eine zuverlässige numerische Simulation hilfreich sein, da sie es ermöglicht, eine Verbindung zwischen elementaren Abläufen und äußeren, praktisch relevanten Parametern herzustellen.

7. AUSBLICK

Nachdem die Elektronenstrahlapparatur fertiggestellt ist, liegen die ersten Ergebnisse zum Betrieb der Anlage außerhalb des Speicherrings vor. Nach einer Betriebsdauer von ca. 60 Stunden war es möglich, einen Elektronenstrahl von 2 A bei einer Energie von 25 keV unter stabilen Bedingungen zu erzeugen. Die Stromverluste am Kollektor liegen bei etwa 0.6 %. Die während des Testbetriebs bestimmten Skalierungsparameter waren bei der Einstellung der Apparatur hilfreich und wurden annähernd reproduziert.

Als Ausblick auf kommende Experimente mit der Elektronenstrahlapparatur werden abschließend die Grundlagen für zwei Methoden kurz dargestellt, mit denen die Geschwindigkeitsverteilung des Elektronenstrahls analysiert werden kann, die aber auch weitere Anwendungsmöglichkeiten eröffnen.

Messung der longitudinalen Elektronengeschwindigkeiten

Die longitudinalen Geschwindigkeiten können durch die Dopplerverschiebung gemessen werden, die Licht bei der Streuung an den bewegten Elektronen erfährt. Dies setzt die spektrale Analyse des Thomson-Streulichtes nach Einstrahlung eines intensiven Lichtstrahls entlang der Elektronenstrahlachse voraus. Die Methode wurde im Zusammenhang mit der Elektronenkühlung vorgeschlagen von Kells.⁹⁶ Hiervon ausgehend wurden während der Planung der Elektronenstrahlapparatur einige Beziehungen ermittelt, mit denen die Signalstärke bei solchen Messungen abgeschätzt werden kann.⁹⁷ Es zeigt sich, daß das Verfahren für die LEAR-Elektronenkühlapparatur grundsätzlich praktikabel ist.

Mit der Energie E_i der eingestrahnten Photonen beträgt die Dopplerverschiebung des entgegen der Einstrahlrichtung gestreuten Lichts

$$E_s/E_i = (1 + \beta)/(1 - \beta) \quad (7-1)$$

Bei Änderungen der Elektronenenergie eU beträgt die relative Variation der Streuphotonen-Energie

$$(\delta E_s/E_s)_U = 2\beta\gamma/(\gamma + 1) \delta U/U \approx \beta \delta U/U . \quad (7-2)$$

Wird das Streulicht in einem Raumwinkel Ω um die gemeinsame Licht- und Elektronenstrahlachse beobachtet, so tritt im beobachteten Licht bei konstanter Elektronenenergie die Energievariation

$$(\delta E_s/E_s)_\Omega = -\beta/(1-\beta) \Omega/(2\pi) \quad (7-3)$$

auf. Dies bestimmt den für eine angestrebte Auflösung der Geschwindigkeitsmessung zulässigen Raumwinkel zur Beobachtung. Ein Raumwinkel von $\Omega = 0.2$ msr ist an die Energieschwankungen von 5×10^{-5} im Elektronenstrahl angepaßt.

Die Streulichtintensität folgt mit dem differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Thomson-Streuung zu

$$N_\gamma/N_i = r_e^2 (1 + \beta)/(1 - \beta) n_e \ell \Omega . \quad (7-4)$$

Dabei sind N_γ und N_i die Zahlen der gestreuten und eingestrahnten Photonen; es wird vorausgesetzt, daß der Querschnitt des eingestrahnten Lichtbündels über die Länge ℓ im Elektronenstrahl beobachtet wird. Näherungsweise wird hier und im folgenden angenommen, daß der Beobachtungsraumwinkel über die Länge ℓ konstant ist (begrenzende Blende in großem Abstand vom Streubereich).

Mit der Wellenlänge λ_i und der eingestrahnten Lichtenergie Q_i ergibt sich die Streuphotonenzahl

$$N_\gamma = 3.97 \times 10^{-2} (1 + \beta)/(1 - \beta) \{n_e/10^8 \text{ cm}^{-3}\} \{Q_i/J\} \{\lambda_i/\mu\text{m}\} \{\ell\Omega/\text{cm msr}\} . \quad (7-5)$$

Es erscheinen z.B. für $\lambda_i = 725$ nm, Laserstrahlung von 1 W Dauerleistung und den Elektronenstrahl bei 26 kV nach Tabelle 3 1.2 Photonen/s, wenn die Größe $\ell\Omega$ den Wert $150 \text{ cm} \times 0.2$ msr annimmt. Mit kurzen Laserpulsen hoher Leistung ist der Nachweis dieser Streurrate vorstellbar, da die Koinzidenz mit den eingestrahnten Lichtbündeln und die Wellenlängenverschiebung zwischen dem gestreuten und dem eingestrahnten Licht ausgenutzt werden kann.

Für das Nachweisgerät der Streuphotonen sind das Lichtsammelvermögen $\ell\Omega$ und das spektrale Auflösungsvermögen $\lambda/\delta\lambda$ komplementär. Dabei ist das Spektrometer durch die ihm eigene Beziehung A zwischen der Divergenz $\delta\alpha$ des analysierten Bündels und der hierbei erreichten spektralen Auflösung zu charakterisieren:

$$\delta\alpha = A(\lambda/\delta\lambda) . \quad (7-6)$$

Andererseits besteht bei einer optischen Abbildung in das Spektrometer in großem Abstand vom Streubereich allgemein die Beziehung

$$\ell\Omega = 2\pi s \delta\alpha \quad (7-7)$$

mit dem Öffnungsradius s des Spektrometers. Bei dem hier angestrebten Auflösungsvermögen $\lambda/\delta\lambda \approx -E_s/\delta E_s$ nimmt die Funktion A für ein Fabry-Perot-Spektrometer viel höhere Werte als für ein Gitter- oder Prismenspektrometer an. Mit Hilfe der angegebenen Beziehungen läßt sich zeigen,⁹⁷ daß das bei der Ratenberechnung eingesetzte Lichtsammelvermögen Ω auch die angestrebte spektrale Auflösung zuläßt, wenn ein Fabry-Perot-Spektrometer mit ca. 25 mm Durchmesser verwendet wird. Vorbereitungen zur Realisierung des Meßverfahrens an der Elektronenstrahlapparatur außerhalb des Speicherrings sind im Gange.⁹⁸

Durch die Messung der longitudinalen Elektronengeschwindigkeit in verschiedenen Entfernungen von der Elektronenstrahlmitte kann der Einfluß der Raumladung der Elektronen untersucht werden; es kann nachgewiesen werden, in welchem Maße eine Neutralisierung durch Einfang positiver Ionen im Elektronenstrahl erfolgt. Wenn sich so zeigt, daß sich das Raumladungsprofil beim späteren Betrieb der Elektronenkühlung im LEAR reproduzieren wird, ermöglicht die Analyse des Thomson-gestreuten Lichts die Kalibrierung der Elektronengeschwindigkeit mit hoher Präzision ($\approx 5 \times 10^{-5}$); die Beziehung der longitudinalen Elektronengeschwindigkeit zur Kathodenspannung wäre exakt bekannt. Da ein frei umlaufender Antiprotonenstrahl bei der Elektronenkühlung die Geschwindigkeit der Elektronen annimmt, ließe sich der Absolutwert der \bar{p} -Energie sehr genau bestimmen. Eine ähnliche Absolutgenauigkeit für die Ionenenergie läßt sich durch Messung der Umlauffrequenz im Speicherring nicht erreichen, da der wirkliche Bahnumfang nicht hinreichend genau bekannt ist. Die Messung der Elektronengeschwindigkeit durch Thomsonstreuung ist somit auch für die Teilchenphysik nützlich; sie erlaubt es z.B., die Energie des Anfangszustandes bei Reaktionen der Antiprotonen in einem internen Target exakt festzulegen.

Differentielle Abtastung der Elektronenenergie im Ruhesystem

Die relative Anzahl von Elektronen mit verschiedenen Relativenergien zu gekühlten, positiven Ionen kann durch den Nachweis der stimulierten Rekombination⁹⁹ der beiden Teilchensorten bestimmt werden. Gewöhnlich¹⁰⁰ rekombinieren Elektronen und positive Ionen im Elektronenstrahl durch spontane Strahlungsübergänge; die gebildeten gebundenen Systeme sind bei der Elektronenkühlung von Protonen Wasserstoffatome, die den Speicherring am nächsten Biegemagneten tangential verlassen und durch Teilchenzähler nachgewiesen werden können. Durch Einstrahlung von Licht einer geringen spektralen Breite ΔE_i um die Photonenenergie E_i kann die Wahrscheinlichkeit dieses Prozesses erhöht werden für Elektronen mit einer genau bestimmten kinetischen Energie

$$E = E_i - E_n \quad (7-8)$$

Dabei ist E_n die Bindungsenergie des gebildeten atomaren Systems.

Man erhält⁹⁹ für die Rekombination in den gebundenen Atomzustand n (Hauptquantenzahl bei H) die Wahrscheinlichkeit

$$r_n = \eta_L N n_e g v \sigma_n(v) v^2 \Delta v \int d\Omega f(\vec{v}) . \quad (7-9)$$

wobei $\eta_L N$ die Zahl der Ionen im Elektronenstrahl, g den von der Lichtleistung abhängigen Verstärkungsfaktor, $f(\vec{v})$ die Geschwindigkeitsverteilung und $d\Omega$ das Raumwinkelement im Geschwindigkeitsraum angeben. Mit der Elektronenenergie im Ruhesystem, E , und der normierten Energieverteilungsfunktion $f(\Omega; E)$ läßt sich die Rekombinationsrate schreiben als

$$r_n = \eta_L N n_e g \sqrt{m/2} 2E \sigma_n(E)/m \Delta E \int d\Omega f(\Omega; E)/\sqrt{E} . \quad (7-10)$$

Dabei nähert sich $E \sigma_n(E)$ für das Wasserstoffatom und für geringe Energien $E \ll 13.6 \text{ eV}/n^2$ asymptotisch einer Konstanten [$2E \sigma_n(E)/m \approx K_n$]. Somit kann die relative Häufigkeit von Elektronen mit einer Energie E im Ruhesystem, gewichtet mit $1/\sqrt{E}$, gemessen werden durch die Rate der induzierten Rekombination

$$r_n(E_i - E_n) = r_n(E) = \eta_L N n_e g K_n \sqrt{m/2} \Delta E \int d\Omega f(\Omega; E)/\sqrt{E} . \quad (7-11)$$

Die induzierte Rekombination in den Zustand $n = 2$ läßt sich mit kommerziell erhältlichen gepulsten Lasern bei einer Rate hervorrufen, die den deutlichen Nachweis der hierbei gebildeten Wasserstoffatome erlaubt.⁹⁹ Einzelheiten der Geschwindigkeitsverteilung, insbesondere eine Abflachung in longitudinaler Richtung und eine kohärente transversale Energie der Elektronen (vgl. Abschnitt 2.5) werden sich im Verlauf der Rate $r_2(E)$ äußern. Während für eine isotrope Maxwellverteilung ein exponentieller Abfall der Rate nach $r_2(E) = C_2 e^{-E/(kT)}$ erwartet wird, ergibt sich für eine gestauchte Maxwellverteilung mit endlicher longitudinaler Breite $\Delta_{||} \ll \Delta_{\perp}$ der Verlauf

$$r_2(E) = C_2 (\sqrt{\pi}/2) (\Delta_{\perp}/\Delta_{||}) e^{-E/(kT_{\perp})} \text{erf}(v/\Delta_{||})/(v/\Delta_{||}) \quad (7-12)$$

mit derselben Proportionalitätskonstante C_2 . Gegenüber dem exponentiellen Verlauf erhöht sich die Rekombinationsrate für kleine Energien $E < T_{||}$ um einen Faktor bis zu $\Delta_{\perp}/\Delta_{||}$ und verringert sich für $E > T_{\perp}$.

Dieses Beispiel demonstriert, daß das Verfahren der stimulierten Rekombination einen Zugang zur Form der Geschwindigkeitsverteilung im Ruhesystem der Teilchenstrahlen eröffnet. Es ermöglicht eine Analyse und Optimierung der Geschwindigkeitsverteilung an einer definierten Stelle im Querschnitt des Elektronenstrahls und ist auf longitudinale Energieschwankungen wie auf die ko-

härente transversale Bewegung der Elektronen empfindlich. Weiteres Interesse⁹⁹ besteht an der Erprobung dieses Verfahrens am LEAR als Vorstudie zur Erzeugung von Antiwasserstoff ($\bar{p}e^+$ -Atomen) in überlagerten Antiprotonen- und Positronenstrahlen.

ANHANG A

SKALARE POTENTIALE BEI DER BERECHNUNG VON KÜHLKRAFT UND DIFFUSION

a) Die Potentiale

Für die Berechnung der Komponenten des Kühlkraftvektors und des Diffusions-tensors sind statistische Mittelwerte über die Verteilungsfunktion $f(\vec{v})$ der Elektronengeschwindigkeiten zu bilden:

$$F_i(\vec{V}) = -C_F \int d^3v f(\vec{v}) u_i/u^3, \quad (\text{A-1})$$

$$D_{ik}(\vec{V}) = C_D \int d^3v f(\vec{v}) (\delta_{ik} - u_i u_k/u^2)/u,$$

mit $\vec{u} = \vec{V} - \vec{v}$ (siehe Gl. 2-16, 2-17; die Faktoren vor dem Integral wurden in C_F bzw. C_D zusammengefaßt). Die einzelnen Komponenten der Integranden lassen sich hier folgendermaßen ausdrücken:¹⁰¹

$$u_i/u^3 = -\partial(u^{-1})/\partial V_i, \quad (\text{A-2})$$

$$(\delta_{ik} - u_i u_k/u^2)/u = \partial^2 u / \partial V_i \partial V_k.$$

Wird die Reihenfolge von Integration und Differentiation vertauscht, so brauchen die Mittelwerte über die Geschwindigkeitsverteilung nur für die skalaren "Potentiale" $\Phi(\vec{V})$ und $\Psi(\vec{V})$ berechnet werden:

$$\Phi(\vec{V}) = \int d^3v f(\vec{v}) / |\vec{V} - \vec{v}|, \quad (\text{A-3})$$

$$\Psi(\vec{V}) = \int d^3v f(\vec{v}) |\vec{V} - \vec{v}|.$$

Kühlkraft und Diffusionskoeffizienten folgen aus den Ableitungen

$$F_i(\vec{V}) = C_F \partial \Phi / \partial V_i, \quad (\text{A-4})$$

$$D_{ik}(\vec{V}) = C_D \partial^2 \Psi / \partial V_i \partial V_k.$$

b) Kugelsymmetrie

Bei einer kugelsymmetrischen Verteilungsfunktion $f(\vec{v}) = f_{\text{iso}}(v)$ sind die Potentiale für Kühlkraft und Diffusion unabhängig von der Richtung der Ionengeschwindigkeit. Die Richtung von \vec{V} wird als Bezugsrichtung z gewählt. Dann sind die nicht verschwindenden Komponenten beider Größen

$$F_z = C_F d\Phi/dV, \quad (A-5)$$

$$D_{xx} = D_{yy} = C_D V^{-1} d\Psi/dV, \quad D_{zz} = C_D d^2\Psi/dV^2.$$

c) Maxwellverteilung

In Abschnitt 2.3 wurden Kühlkraft und Diffusion für eine isotrope thermische Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten diskutiert. Die Ergebnisse wurden aus folgenden Potentialen ermittelt, die durch Integration der Gl. A-3 mit der Verteilungsfunktion nach Gl. 2-11 zustandekommen:

$$\Phi = \text{erf}(W)/V, \quad (A-6)$$

$$\Psi(V) = V\{[1 + 1/(2W^2)]\text{erf}(W) + \text{erf}'(W)/(2W)\}.$$

Die Ableitungen nach Gl. A-5 ergeben Gl. 2-24 und 2-25.

d) Kühlkraft bei allgemeiner rotationssymmetrischer Verteilung

Die Geschwindigkeitsverteilungen bei der Elektronenkühlung sind meist rotationssymmetrisch um die Elektronenstrahlachse, aber häufig in dieser Richtung gestaucht. Das Potential ist dann auch abhängig vom Winkel α des Vektors \vec{V} zur Symmetrieachse. Mit einer beliebigen Verteilung $f(\vec{v}) = f_{\text{rot}}(\vec{v})$ lautet das Potential für die Kühlkraft nach Integration über den Azimut (Zylinderkoordinaten)

$$\Phi(V_{\perp}, V_{\parallel}) = 4 \int dv_{\perp} v_{\perp} \int dv_{\parallel} f_{\text{rot}}(v_{\parallel}, v_{\perp}) K(k) / \sqrt{(V_{\parallel} - v_{\parallel})^2 + (V_{\perp} + v_{\perp})^2}; \quad (A-7)$$

hier ist $K(k)$ das vollständige elliptische Integral erster Art,

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} d\varphi / \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}, \quad (A-8)$$

mit dem Parameter

$$k^2 = 4V_1 v_1 / [(V_{||} - v_{||})^2 + (V_{\perp} + v_{\perp})^2] . \quad (\text{A-9})$$

e) Verteilung mit kohärenter und thermischer Transversalbewegung

Die gestauchte Geschwindigkeitsverteilung $f_{s,av}$, in der auch eine kohärente Transversalbewegung der Elektronen berücksichtigt ist, wurde in Abschnitt 2.5 diskutiert und ist in Gl. 2-48 angegeben. Bei der numerischen Berechnung der Kühlkraft ist es praktisch, den Betrag V der Ionengeschwindigkeit und das Potential Φ zu normieren. Hierzu werden neue Größen ϕ und W definiert durch die Beziehungen

$$W = V / (\sqrt{2}\Delta_1) = V / \langle v_1 \rangle , \quad (\text{A-10})$$

$$\Phi = \phi(W, \alpha) / V .$$

Es wird zunächst eine zweidimensionale Tabelle des Potentials ϕ mit linearen Schritten im Winkel α und logarithmischen Schritten in W angelegt. W variiert über mehrere Dekaden um den Wert 1, der Winkel α zwischen 0 und $\pi/2$.

An den so festgelegten Punkten wird das Potential ausgerechnet als das Integral

$$\phi(W, \alpha) = (4/\pi) \int_0^{\infty} dt t e^{-(t-w)^2} e^{-2tw} I_0(2tw) K(k) / \sqrt{\cos^2 \alpha + (t/W + \sin \alpha)^2} \quad (\text{A-11})$$

mit $k^2 = 4(t/W) \sin \alpha / [\cos^2 \alpha + (t/W + \sin \alpha)^2]$. Die kohärente Transversalbewegung ist durch $w = v_{0\perp} / \langle v_1 \rangle$ berücksichtigt (vgl. Abschnitt 2.5).

Die Kühlkraftkomponenten ergeben sich, indem in der gesamten Potentialtabelle mit Hilfe mehrerer Nachbarpunkte numerisch differenziert wird. Dabei folgt die normierte Kühlkraft (Gl. 2-49) aus

$$\begin{aligned} K_{\perp} / L_C &= -\phi_{\alpha} \cos \alpha - \phi_W \sin \alpha , \\ K_{||} / L_C &= \phi_{\alpha} \sin \alpha - \phi_W \cos \alpha ; \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

$$\phi_{\alpha} = \partial \phi / \partial \alpha , \quad \phi_W = \log e \partial \phi / \partial (\log W) - \phi .$$

Die Größen K_{\perp} / L_C und $K_{||} / L_C$ sind es, die für den späteren Gebrauch festgehalten werden. Der Wertebereich der Tabelle kann durch die Symmetrierelationen

$$K_{\perp}(W, \pi - \alpha) = K_{\perp}(W, \alpha) , \quad (\text{A-13})$$

$$K_{||}(W, \pi - \alpha) = -K_{||}(W, \alpha)$$

auf den Bereich $\alpha > \pi/2$ erweitert werden. Für die Kühlkraft bei Geschwindigkeiten außerhalb des Bereichs der Tabelle kann jenseits der oberen Grenze ($W \gg 1$) das asymptotische Verhalten $\vec{K}/L_C \rightarrow \vec{V}/V$ vorausgesetzt werden. An der unteren Grenze ($W \ll 1$) ist in der Regel der hier berechnete nicht-magnetische Anteil der Kühlkraft gegenüber dem magnetischen Anteil so klein (vgl. Abb. 13), daß eine grobe Extrapolation zulässig ist. Für sehr geringe Geschwindigkeiten wird einfach der Verlauf $K/L_C \propto W^3$, der einer geschwindigkeitsproportionalen Reibung entspricht, vorausgesetzt und stetig an die tabellierten Kühlkraftwerte angeschlossen.

Zweidimensionale Tabellen dieser Art wurden einmalig für eine Reihe von Werten der normierten kohärenten Geschwindigkeit w zwischen 0 und 10 ausgerechnet und erlauben es, die nicht-magnetische Kühlkraft in allen praktisch relevanten Fällen durch Interpolation zu bestimmen. Zur Angabe des Endergebnisses für die Kühlkraft werden die aus der Tabelle entnommenen Werte in jedem Einzelfall noch mit dem Coulomb-Logarithmus L_C multipliziert.

ANHANG B

KANONISCHE STÖRUNGSRECHNUNG ZUR BESCHREIBUNG BINÄRER STOSSPROZESSE

Es wird die "zeitabhängige" Störungstheorie der klassischen Mechanik (Variation der Konstanten)¹⁰² für die in Abb. 2 dargestellten Stoßprozesse zwischen geladenen Teilchen betrachtet. Das ebene Zweiteilchenproblem wird durch acht Koordinaten beschrieben. Vier davon sind die Impulse von Ion und Elektron, P_z, P_x, p_z, p_x . Die allgemeinen Ortskoordinaten des Ions werden ausgedrückt als

$$Z(t) = P_z t/M + A, \quad X(t) = P_x t/M + B, \quad (\text{B-1})$$

die des Elektrons als

$$z(t) = p_z t/m + \alpha, \quad x(t) = p_x t/m + \beta. \quad (\text{B-2})$$

Für die ungestörte Bewegung sind alle Koeffizienten dieser Gleichungen Konstanten, nämlich

$$\beta = b, \quad p_z = -mu, \quad (B-3)$$

$$A = B = P_x = P_z = p_x = 0.$$

α gibt die Position eines Elektrons entlang der z-Achse für $t = 0$ an. Durch die Wechselwirkung werden die Konstanten A, B, α, β (allgemein α_i) und die Impulse (allgemein p_i) zeitabhängig, und zwar gilt in n-ter Ordnung der Störungstheorie

$$\dot{\alpha}_i^{(n)} = \partial H / \partial p_i |_{(n-1)}, \quad \dot{p}_i^{(n)} = -\partial H / \partial \alpha_i |_{(n-1)}, \quad (B-4)$$

mit der Struktur der Hamilton-Gleichungen (nach kanonischer Transformation auf p_i, α_i).

Durch die Ladung der Teilchen besteht das Wechselwirkungspotential

$$H(\alpha_i, p_i, t) = qQ / (4\pi\epsilon_0 \sqrt{r_x^2 + r_z^2}) = C / \sqrt{S}, \quad (B-5)$$

mit $r_x = X - x, r_z = Z - z, S = r^2 = r_x^2 + r_z^2$. Für die Lösung erster Ordnung werden r_x und r_z mit den Werten der Koordinaten p_i, α_i für die ungestörte Bewegung berechnet. Im weiteren gilt in den angegebenen Resultaten $r_x = r_x |_{(0)}, r_z = r_z |_{(0)}$. Die Bewegungsgleichungen erster Ordnung lauten

$$\begin{aligned} \dot{p}_i^{(1)} &= Cr_i / \sqrt{S^3}, & \dot{A}_i^{(1)} &= -t/M \dot{p}_i^{(1)}, \\ \dot{p}_i^{(1)} &= -\dot{p}_i^{(1)}, & \dot{\alpha}_i^{(1)} &= -t/m \dot{p}_i^{(1)}. \end{aligned} \quad (B-6)$$

Impuls und Ort der Stoßpartner in erster Ordnung ergeben sich aus der Integration über die Zeit; dabei kann $dt = -dr_z/u$ gesetzt werden. Z.B. gilt

$$\Delta P_x^{(1)}(t) = -C/(ur_x) [1 + r_z / \sqrt{r_x^2 + r_z^2}] \quad (B-7)$$

mit dem Grenzwert ($t \rightarrow \infty$) von $-2C/(ub)$ (vgl. Gl. 2-1). Während die Integration über r_z die Impulsänderung beim Vorbeiflug eines Elektrons akkumuliert, entspricht die Mittelung über gleichmäßig verteilte Elektronen einer Integration über r_x [Bereich $(-\infty, \infty)$]. Für eine räumlich homogene Verteilung ist die Gewichtsfunktion in der x-z-Ebene $\pi n_e |r_x|$.

Daß der mittlere Impulsübertrag $\langle \Delta P_i^{(1)}(\infty) \rangle$ verschwindet, läßt sich allein aus dem Verhalten des Wechselwirkungspotentials in großem Abstand vom Ion schließen; denn das Integral über den Gradienten der Hamiltonfunktion kann in ein Integral über die Gebietsberandung umgeformt werden nach

$$\langle \Delta P_i^{(1)}(\infty) \rangle = \iint dr_z dr_x |r_x| \nabla H = \oint dn |r_x| H - \iint dr_z dr_x H \nabla |r_x|, \quad (B-8)$$

wobei der zweite Term rechts bei der ohnehin vorausgesetzten Rotationssymmetrie des räumlichen Problems verschwindet. Das Randintegral seinerseits verschwindet für ein unendliches Integrationsgebiet, wenn H schneller als mit r^{-1} abfällt. Diese Bedingung ist bei Annahme eines Abschirmradius erfüllt.

Die Störungsrechnung wird jetzt in die zweite Ordnung fortgeführt. Das Ergebnis für die Änderung des Ionenimpulses lautet:

$$\begin{aligned} \dot{p}_i^{(2)} &= -\partial H / \partial \alpha_i \Big|_{(1)} = \\ &= -[1 + \Delta \alpha_j^{(1)}(t) \partial / \partial \alpha_j + \Delta p_j^{(1)}(t) \partial / \partial p_j] \partial H / \partial \alpha_i \Big|_{(0)}. \end{aligned} \quad (\text{B-9})$$

Wird die Reihenfolge von Ableitung und Integration über die Zeit vertauscht und wird $\tilde{H} = \int dt H$ gesetzt, so folgt

$$\dot{p}_i^{(2)} - \dot{p}_i^{(1)} = -[(\partial \tilde{H} / \partial p_j)(\partial / \partial \alpha_j) - (\partial \tilde{H} / \partial \alpha_j)(\partial / \partial p_j)] \partial H / \partial \alpha_i, \quad (\text{B-10})$$

wobei die gesamte rechte Seite mit den Koordinaten der ungestörten Bahn gilt. Wesentlich ist, daß von diesem Ausdruck ein Term der Form $\partial G / \partial \alpha_i$ abgespalten werden kann, der wie in Gl. B-8 bei der Integration über den Ortsraum verschwindet. Dies wird mit Hilfe der Algebra der Poisson-Klammern relativ übersichtlich durchgeführt:

$$\begin{aligned} \dot{p}_i^{(2)} - \dot{p}_i^{(1)} &= (\tilde{H}, (H, p_i)) \\ &= 1/2 [(\tilde{H}, (H, p_i)) + (H, (\tilde{H}, p_i))] + 1/2 [(\tilde{H}, (H, p_i)) - (H, (\tilde{H}, p_i))] \\ &= 1/2 d/dt(\tilde{H}, (\tilde{H}, p_i)) + 1/2 ((\tilde{H}, H), p_i). \end{aligned} \quad (\text{B-11})$$

Weitgehende Auflösung der Poisson-Klammern ergibt dann:

$$\begin{aligned} \dot{p}_i^{(2)} - \dot{p}_i^{(1)} &= 1/2 d/dt[(\partial / \partial p_j) \Delta p_j^{(1)} \Delta p_i^{(1)} + \\ &\quad + (\partial / \partial \alpha_j) \Delta \alpha_j^{(1)} \Delta p_i^{(1)}] + \\ &\quad + 1/2 (\partial / \partial \alpha_i)(\tilde{H}, H). \end{aligned} \quad (\text{B-12})$$

Dieser Ausdruck enthält eine räumliche Divergenz $(\partial / \partial \alpha_j)$, die bei der Integration über das unendliche Gebiet der Ortskoordinaten zu einem Oberflächenintegral führt, das mit dem Potential verschwindet. Für den Gradienten der Funktion $G = (\tilde{H}, H)$ gilt das gleiche Argument. Damit bleiben in Störungsrechnung zweiter Ordnung nach der erforderlichen Mittelung als Impulsänderung des Ions nunmehr zwei Terme übrig, nämlich:

$$\langle \Delta P_i \rangle^{(2)} = 1/2 [(\partial/\partial P_j) \langle \Delta P_j \Delta P_i \rangle^{(1)} + (\partial/\partial P_j) \langle \Delta P_j \Delta P_i \rangle^{(1)}] . \quad (B-13)$$

Im feldfreien Fall ergibt sich Gl. 2-4.

Hier läßt sich nun die Nebenbedingung an die transversale Impulsänderung des Elektrons in einem starken Magnetfeld berücksichtigen. Die an die Magnetfeldrichtung (\parallel) gebundenen Elektronen werden in den Freiheitsgraden senkrecht dazu nicht gestreut ($\Delta p_{\perp} = 0$), während in Feldrichtung die normale Beziehung $\Delta p_{\parallel} = -\Delta P_{\parallel}$ gilt. Wegen des großen Massenverhältnisses wird keine solche Bedingung an den Ionenimpuls gestellt. Aus demselben Grund überwiegt die Ableitung nach dem Impuls des leichten Teilchens, so daß ein Beitrag der relativen Größe m/M zur Kühlkraft vernachlässigt werden kann. Die Divergenz reduziert sich damit auf das Ergebnis, das in Gl. 2-40 gegeben ist.

ANHANG C

KÜHLKRAFTBERECHNUNG AUS DER POLARISATION EINES ELEKTRONENGASES

Hier wird ein Überblick der Methode zur Berechnung der Reibungskraft auf ein Ion aus dem dielektrischen Verhalten eines Elektronengases gegeben. Dieses Verhalten wird durch die dielektrische Funktion ϵ der Elektronengesamtheit beschrieben; solche Funktionen werden in der Plasmaphysik insbesondere bei der Betrachtung der Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen gebraucht. Es kann daher im Rahmen der Reibungskraftberechnung auf Resultate aus scheinbar fernliegenden Gebieten der Plasmaphysik zurückgegriffen werden.

Vom Kontinuumsbild der Plasmaphysik kommend, sind Reibungskraft und Diffusion Erscheinungen, die sich erst bei der Berücksichtigung der Zusammensetzung des Mediums aus individuellen Teilchen ergeben. Im Rahmen einer Verfeinerung der Kontinuumstheorie werden nach und nach Korrelationen zwischen Koordinaten in die quantitative Beschreibung mit einbezogen (BBGKY-Hierarchie). Für eine nützliche Darstellung dieser Zusammenhänge wird auf das Lehrbuch von Clemmow und Dougherty¹⁰³ verwiesen. Andererseits sind die theoretischen Ansätze weitgehend auch unabhängig von so grundlegenden Betrachtungen anschaulich zu begründen.

Das Feld einer freien Ladungsdichte ρ_0 wird im Elektronengas durch eine induzierte Ladungsdichte ρ_{ind} modifiziert. In linearer Näherung ($\rho_{ind} \ll \rho_0$) sind die fouriertransformierten freien und induzierten Ladungsdichten verknüpft über die dielektrische Funktion $\epsilon(\vec{k}, \omega)$ nach

$$\varepsilon(\vec{k}, \omega) [\rho_0(\vec{k}, \omega) + \rho_{\text{ind}}(\vec{k}, \omega)] = \rho_0(\vec{k}, \omega) . \quad (\text{C-1})$$

Hierbei werden räumlich und zeitlich homogene Eigenschaften des Mediums vorausgesetzt und Magnetfelder infolge der Verschiebung von Ladungen vernachlässigt (elektrostatische Näherung). Das dielektrischen Verhalten kann ebenso durch die Größe

$$\chi(\vec{k}, \omega) = \varepsilon^{-1}(\vec{k}, \omega) - 1 = \rho_{\text{ind}}(\vec{k}, \omega) / \rho_0(\vec{k}, \omega) \quad (\text{C-2})$$

beschrieben werden.

Um die Reibungskraft \vec{F} auf ein Ion zu erhalten, wird die elektrische Feldstärke $\vec{E}_{\text{ind}}(\vec{R}, t)$ an seinem Ort $\vec{V}t$ berechnet, die durch die von seinem eigenen Feld induzierte Ladungsdichte entsteht, also

$$\vec{F} = Q \vec{E}_{\text{ind}}(\vec{V}t, t) = -Q / (4\pi\varepsilon_0) \left[\vec{V}_R \int d^3r \rho_{\text{ind}}(\vec{r}, t) / |\vec{R} - \vec{r}| \right]_{\vec{R}=\vec{V}t} . \quad (\text{C-3})$$

Mit der induzierten Ladungsdichte

$$\begin{aligned} \rho_{\text{ind}}(\vec{r}, t) = Q (2\pi)^{-4} \int d^3k d\omega d^3r' dt' e^{i[k(\vec{r} - \vec{r}') + \omega(t - t')]} \times \\ \times \chi(\vec{k}, \omega) \delta(\vec{r}' - \vec{V}t') \end{aligned} \quad (\text{C-4})$$

und der Beziehung

$$|\vec{R} - \vec{r}|^{-1} = (2\pi^2)^{-1} \int d^3k e^{i\vec{k}(\vec{R} - \vec{r})} / k^2 \quad (\text{C-5})$$

folgt

$$\begin{aligned} \vec{F} = -Q^2 / (4\pi\varepsilon_0) (2\pi^2)^{-1} \times \\ \times \left[\vec{V}_R \int d^3k d\omega e^{i(k\vec{R} + \omega t)} \chi(\vec{k}, \omega) k^{-2} \delta(k\vec{V} + \omega) \right]_{\vec{R}=\vec{V}t} . \end{aligned} \quad (\text{C-6})$$

Der Anschluß an die bekannten dielektrischen Funktionen $\varepsilon(\vec{k}, \omega)$ der Plasmaphysik ist hergestellt im folgenden Ergebnis für die Reibungskraft:

$$\vec{F}(\vec{V}) = -Q^2 / (4\pi\varepsilon_0) i / (2\pi^2) \int d^3k (\vec{k} / k^2) [1 / \varepsilon(\vec{k}, -k\vec{V}) - 1] . \quad (\text{C-7})$$

Die dielektrische Funktion ist spezifisch für die jeweilige Geschwindigkeitsverteilung $f(\vec{v})$ der Elektronen; außerdem macht sich hierin ein äußeres Magnetfeld bemerkbar. Im folgenden werden die dielektrischen Funktionen für einige Spezialfälle angegeben. Die Beziehung $\varepsilon(\vec{k}, \omega) = 0$ führt jeweils auf

die Dispersionsrelation für Schwingungen der Ladungsverteilung (Plasmaschwingungen). Ohne äußeres Magnetfeld gilt

- bei einheitlicher Elektronengeschwindigkeit [$f(\vec{v}) = \delta(\vec{v})$]:

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 - \omega_{p1}^2 / \omega^2 ; \quad (C-8)$$

- bei beliebiger Verteilung $f(\vec{v})$:

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 - (\omega_{p1}/k)^2 \vec{k} \int d^3v \vec{\nabla}_v f / (\omega + \vec{k}v) . \quad (C-9)$$

Für den Grenzfall eines sehr starken Magnetfeldes sind die transversalen Geschwindigkeiten ohne Einfluß; es gilt daher bei beliebiger Verteilung:

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 - (\omega_{p1}/k)^2 k_{||} \int d^3v (\partial f / \partial v_{||}) / (\omega + k_{||} v_{||}) . \quad (C-10)$$

Im endlichen Magnetfeld gilt dagegen

- im kalten Elektronengas [$f(\vec{v}) = \delta(\vec{v})$]:

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 - (\omega_{p1}/\omega)^2 [(k_{||}/k)^2 + (k_{\perp}/k)^2 \omega^2 / (\omega^2 - \omega_c^2)] , \quad (C-11)$$

- bei beliebiger Verteilung $f(v_{||}, v_{\perp})$:¹⁰⁴

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 - (\omega_{p1}/k)^2 \times \quad (C-12)$$

$$\times \int d^3v \sum_n J_n^2(k_{\perp} v_{\perp} / \omega_c) [k_{||} \partial f / \partial v_{||} - n(\omega_c / v_{\perp}) \partial f / \partial v_{\perp}] / (\omega + k_{||} v_{||} - n\omega_c) .$$

- bei einer gestauchten Maxwell-Verteilung f_{f1} nach Gl. 2-14:²⁵

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 + (\omega_{p1}/k)^2 \times \quad (C-13)$$

$$\times e^{-(k_{\perp} \Delta_{\perp} / \omega_c)^2} \sum_n I_n [(k_{\perp} \Delta_{\perp} / \omega_c)^2] [(n\omega_c / \Delta_{\perp}^2) / (\omega + n\omega_c) - k_{||}^2 / (\omega + n\omega_c)^2] .$$

Die Reibungskraft folgt mit einer dieser dielektrischen Funktionen durch die Integration über den \vec{k} -Raum, die allgemein folgende Gestalt annimmt:

$$\vec{F} = -Q^2 / (4\pi\epsilon_0) i / (2\pi^2) \int dk/k k^2 \int_0^1 d(\cos \vartheta) \int_0^{\pi} d\varphi \vec{k}/k [1/\epsilon(\vec{k}, -\vec{V}\vec{k}) - 1] . \quad (C-14)$$

In Spezialfällen kann diese Formel vereinfacht werden.²⁵ Grundsätzlich treten bei reellem ε an bestimmten Stellen des innersten Integrationsbereichs Polstellen der Funktion ε^{-1} auf. Sie entsprechen einem resonanten Verhalten des Elektronengases. Der Imaginärteil des innersten Integrals, der nach der Residuentheorie gefunden werden kann, bestimmt den Beitrag zur Reibungskraft für den Ring (k, ϑ) um die Bezugsrichtung. Durch die Vernachlässigung der longitudinalen Geschwindigkeitsunschärfe der Elektronen wird diese Vereinfachung der innersten Integration möglich, da ε reelle Werte annimmt. Der Beitrag der Polstellen wird anschließend durch zwei Integrationen aufsummiert; dabei wird zunächst über die Kugel mit Radius k integriert. Dies ergibt die Funktionen $\vec{I} = (I_{\parallel}, I_{\perp})$ in dem Ausdruck

$$\vec{F} = -Q^2 \omega_{p1}^2 / (4\pi \varepsilon_0 V^2) \int dk/k \vec{I}(k; V_{\parallel}, V_{\perp}) . \quad (C-15)$$

Im endlichen Magnetfeld gehören zu jedem Glied der Summe Σ_n in $\varepsilon(\vec{k}, -\vec{V}\vec{k})$ zwei Polstellen von ε^{-1} , die im Falle $n = 0$ für $|\vec{V}\vec{k}| \approx |\omega_{p1}|$ und sonst für $|\vec{V}\vec{k}| \approx |n\omega_c|$ vorliegen. Der Einfluß der einzelnen Polstellen wurde von Sørensen und Bonderup²⁵ analysiert; dabei ergab sich, daß hauptsächlich der Pol für $|\vec{V}\vec{k}| \approx |\omega_{p1}|$ ("Plasmapol") den zusätzlichen Beitrag zur Reibung durch adiabatische Wechselwirkung zwischen Ion und Elektronen beschreibt. Die Beiträge der übrigen Polstellen lassen sich durch Betrachtung binärer, vom Magnetfeld nicht beeinflusster Stoßprozesse wiedergeben. Zur rationellen Kühlkraftberechnung wird daher nur der Beitrag des Plasmapols berücksichtigt und die äußere Integration auf den Bereich $k < r_1^{-1}$ (Gl. 2-36) beschränkt.

Bei der numerischen Berechnung wird die Variable k durch die dimensionslose Größe $\kappa = k\lambda_a$ (Gl. 2-21) ersetzt. Für die normierte magnetische Kühlkraft folgt damit:

$$\vec{K} = -\int_{-\infty}^{\ln h} d(\ln \kappa) \vec{I}_{(n=0)}(\kappa) \quad (C-16)$$

mit $h = \omega_c / \omega_{p1}$. Die Auswertung der Polstellen von ε^{-1} für $n = 0$ ergibt die Integrale

$$I_{\parallel} = -\kappa t / (2\pi) \Sigma_{\pm} \int_{-1}^1 dt (\pm \omega_r) \theta[v_{\pm}(t)] / \sqrt{v_{\pm}(t)} , \quad (C-17)$$

$$I_{\perp} = 1 / (2\pi) \Sigma_{\pm} \int_{-1}^1 dt \omega_r \theta[v_{\pm}(t)] / \sqrt{v_{\pm}(t)} (\omega_r \pm \kappa t \cos \alpha) / \sin \alpha .$$

Die Stufenfunktion $\theta(x) = 1/2(|x| + x)/|x|$ bewirkt eine Aufteilung des Integrationsbereiches über $t = \cos \vartheta$. In den einzelnen Teilbereichen verschwindet der Integrand, ist nur ein Term mit dem Vorzeichen + oder - zu berücksichtigen, oder es ist über die Summe beider Terme zu integrieren. Die Grenzen der Teilbereiche werden bestimmt durch die Nullstellen der Funktion

$$v_{\pm}(t) = v_{\pm}(|t|) = (1 - t^2) \sin^2 \alpha - (\omega_r/\kappa \pm t \cos \alpha)^2 . \quad (\text{C-18})$$

Hierin ist die normierte Resonanzfrequenz

$$\omega_r = t \sqrt{f_{p1}(\mu)} , \quad \mu = \sqrt{1 - t^2} \kappa h \leq 1 , \quad (\text{C-19})$$

und die Funktion f_{p1} nimmt bei einer gestauchten Maxwellverteilung die Gestalt

$$f_{p1}(\mu) = I_0[(\mu \Delta_1/V)^2] e^{-(\mu \Delta_1/V)^2} \quad (\text{C-20})$$

an. Gl. C-17 gilt nicht für $\alpha = 0$; statt dessen ist in diesem Fall $I_{\perp} = 0$ und

$$I_{\parallel} = \kappa^2 \theta [\mu_0^2 - (\kappa h)^2] , \quad (\text{C-21})$$

wobei μ_0 die Lösung von

$$\mu_0 = h \sqrt{f_{p1}(\mu_0)} \quad (\text{C-22})$$

ist.

Es werden zunächst die Integrale $I_{\perp}(\kappa)$ und $I_{\parallel}(\kappa)$ über ca. zwei Dekaden unterhalb von $\kappa = h$ an Punkten mit gleichmäßigen Abständen in einer logarithmischen Skala berechnet und anschließend das Integral dieser glatten Funktion über $\ln \kappa$ bestimmt. Dies wird für Winkel α zwischen 0 und $\pi/2$ und für Werte der Ionengeschwindigkeit mit logarithmischen Schritten in etwa drei Dekaden um $V/(\sqrt{2}\Delta_1) = 1$ wiederholt, um eine Tabelle zur späteren Interpolation zu bilden. Tabellen für Werte von h zwischen 6 und 50 wurden berechnet.

ANHANG D

RELATIVISTISCHE BEZIEHUNGEN

a) Lorentztransformationen

Betrachtet wird ein Bezugssystem, das sich mit der Geschwindigkeit $\beta_{\parallel} c$ entlang einer vorgegebenen Richtung (\parallel) bewegt. Die Vierergeschwindigkeit eines Teilchens bezüglich des Laborsystems mit der 3-Achse in \parallel -Richtung sei

$\gamma c(\beta_1, \beta_2, \beta_3, i)$. Die Anwendung der Lorentztransformation auf diesen Vierervektor gibt dessen Komponenten im bewegten Bezugssystem, $\gamma' c(\beta_1', \beta_2', \beta_3', i)$. Die Transformation der vierten Komponente ermöglicht es, γ' anzugeben; damit folgt die Dreiergeschwindigkeit desselben Teilchens im bewegten Bezugssystem:

$$\begin{aligned}\beta_1' &= \beta_1 / [\gamma_{||}(1 - \beta_{||}\beta_3)] \approx \gamma_{||}\beta_1, \\ \beta_2' &= \beta_2 / [\gamma_{||}(1 - \beta_{||}\beta_3)] \approx \gamma_{||}\beta_2, \\ \beta_3' &= (\beta_3 - \beta_{||}) / (1 - \beta_{||}\beta_3) \approx \gamma_{||}^2(\beta_3 - \beta_{||}).\end{aligned}\tag{D-1}$$

Die Näherungswerte gelten im Fall $\beta_3 \approx \beta_{||}$.

Die Viererkraft (Minkowski) hat im bewegten System die Komponenten $\gamma'[F_1', F_2', F_3', i\Sigma_j(F_j'\beta_j')]$; dabei sind F_1' bis F_3' die gewöhnlichen Kraftkomponenten (etwa für die Reibung im Elektronenstrahl). Die Rücktransformation ins Laborsystem gibt für die entsprechenden Komponenten

$$\begin{aligned}F_1 &= F_1' / [\gamma_{||}(1 + \beta_3'\beta_{||})] = F_1'\gamma_{||}(1 - \beta_3\beta_{||}) \approx F_1' / \gamma_{||}, \\ F_2 &= F_2' / [\gamma_{||}(1 + \beta_3'\beta_{||})] = F_2'\gamma_{||}(1 - \beta_3\beta_{||}) \approx F_2' / \gamma_{||}, \\ F_3 &= F_3' + (F_1'\beta_1' + F_2'\beta_2')\beta_{||} / (1 + \beta_3'\beta_{||}) = F_3' + (F_1'\beta_1 + F_2'\beta_2)\gamma_{||}\beta_{||} \approx F_3'.\end{aligned}\tag{D-2}$$

Die Näherungen gelten in den ersten Ausdrücken für $\beta_3 \approx \beta_{||}$, im dritten, wenn die Bewegung im Ruhesystem nichtrelativistisch betrachtet werden kann ($\beta_1', \beta_2' \ll 1$).

b) Geschwindigkeitsunterschiede im Elektronenstrahl

Elektronen starten an der Kathode mit einem Impuls p_K und werden durch die Potentialdifferenz $e\phi$ beschleunigt. Das Quadrat der relativistischen Gesamtenergie ist dann

$$m^2c^4 + c^2p^2 = (\sqrt{m^2c^4 + c^2p_K^2} + e\phi)^2.\tag{D-3}$$

Diese Beziehung erlaubt es, den Impuls p nach der Beschleunigung zu berechnen. Mit der Definition

$$p_0^2 = 2me\phi + e^2\phi^2/c^2\tag{D-4}$$

gilt:

$$p^2 - p_0^2 = p_K^2 + 2me\Phi[\sqrt{1 + p_K^2/(mc)^2} - 1] . \quad (D-5)$$

Für die Beschleunigung im rein longitudinalen Feld bleiben die transversalen Impulskomponenten erhalten, so daß der longitudinale Impuls des Elektrons nach der Beschleunigung gefunden werden kann. Für $p_{\perp}^2 = p_{\perp K}^2$ und $p_K/(mc) \ll 1$ folgt aus Gl. D-5

$$p_{\parallel}^2 - p_0^2 = p_{\parallel K}^2 + p_K^2 e\Phi/(mc^2) . \quad (D-6)$$

Setzt man

$$p_{\parallel}^2 - p_0^2 \approx 2p_0 \Delta p_{\parallel} ,$$

$$\Delta p_{\parallel} = m\gamma^3(1 - \beta_{\perp}^2)\Delta v_{\parallel}^* \approx m\gamma^3\Delta v_{\parallel}^* \quad \text{und} \quad (D-7)$$

$$e\Phi/(mc^2) = \gamma - 1 ,$$

so ergibt sich als longitudinaler Geschwindigkeitsunterschied Δv_{\parallel}^* im Laborsystem der Ausdruck, der in Gl. 4-39 angegeben ist.

ANHANG E

START VON ELEKTRONENBAHNEN FÜR NUMERISCHE RECHNUNGEN IM KOLLEKTOR

Für die numerischen Kollektorberechnungen sind Anfangsbedingungen zu finden, die einen gleichmäßig driftenden Elektronenstrahl in einem zylindrischen Strahlrohr beschreiben. Während vorausgesetzt wird, daß die Elektronen keine Zyklotronbewegung aufweisen, sind das Potentialgefälle durch die Raumladung und die langsame Rotation des Strahls um seine Achse zu berücksichtigen. Gewöhnlich sind hierbei die Beschleunigungsspannung zwischen Kathode und Strahlrohr, U_K , der Kathodenradius a_K und die gesamte Stromstärke I sowie die Magnetfeldstärke bekannt; eine konstante Stromdichte an der Kathode wird vorausgesetzt. Durch die Raumladung ist das Potential im Strahl geringer als das des Strahlrohrs, so daß die Elektronen nicht die volle Energie eU_K besitzen; hierbei geht auch der Rohrradius b ein.

Unter der Voraussetzung eines parabelförmigen Potentialverlaufs im Inneren des Elektronenstrahls gilt zwischen der Spannung U_0 in der Strahlmitte und U_K die Beziehung

$$U_0 = U_K / \{1 + \alpha [1 + 2 \ln(b/a)]\} . \quad (E-1)$$

α ist der in Gl. 4-28 definierte Parameter, der selbst von U_0 und der Stromstärke I abhängt. Setzt man $c_r(U_0) = c_r(U_K)$, so resultiert eine kubische Gleichung für $\sqrt{U_0}$; statt jedoch hierfür eine ausdrückliche Lösung zu finden, wird ein sehr einfaches numerisches Iterationsverfahren zur Bestimmung von U_0 verwendet. Dann kann ohne zusätzlichen Aufwand z.B. auch die relativistische Korrektur $c_r(U_0)$ und die leichte Abhängigkeit des Strahlradius a von $\alpha(U_0)$ berücksichtigt werden.

Zum Start der Elektronenbahnen wird der radiale Bereich des Strahls in eine gegebene Zahl gleich großer Intervalle unterteilt; die Mitte jedes dieser Intervalle wird Anfangspunkt einer Trajektorie. Kinetische Energie und transversale Winkel sind für jede Bahn vorzugeben. Diese Werte ergeben sich aus dem Potentialverlauf mit dem berechneten Parameter α und aus der Driftgeschwindigkeit v_D , die ebenfalls mit Hilfe von α gefunden werden kann (Gl. 4-32).

Mit der Driftbewegung um die Strahlachse geht noch ein geringes Anwachsen des Strahlradius einher; es gilt

$$a = a_K [1 + (\omega_D/\omega_c)^2] . \quad (E-2)$$

In diesem Ausdruck ist $\omega_D = v_D/r$ die Winkelgeschwindigkeit der Driftbewegung. Entsprechend den Bemerkungen in Abschnitt 4.1 gelten die angegebenen Formeln für die Driftbewegung bis auf Korrekturen $\propto (\omega_{pl}/\omega_c)^4$.

Bei der Iteration wird $\alpha^{(n)}$ mit $U_0^{(n-1)}$ ausgerechnet, wobei $U_0^{(0)} = U_K$ gesetzt wird. Mit $\alpha^{(n)}$ folgt der Strahlradius $a^{(n)}$ und schließlich

$$U_0^{(n)} = U_K / \{1 + \alpha^{(n)} [1 + 2 \ln(b/a^{(n)})]\} . \quad (E-3)$$

Wird für $\alpha < 0.1$ diese einfache Prozedur ca. viermal wiederholt, so ergibt sich ein Wert für U_0 , der die Beziehungen E-1, E-2 und die Definition von α erfüllt. Mit den Werten $\alpha^{(n)}$ und $a^{(n)}$ werden dann die Anfangskoordinaten der Trajektorien wie beschrieben berechnet.

ANHANG F

EINZELHEITEN ZUR NUMERISCHEN SIMULATION

a) Berechnung der Ionengeschwindigkeit im Ruhesystem

Aus den Ionenkoordinaten x, x', z, z' und den in Abschnitt 6.1 genannten Elektronenstrahleigenschaften werden die longitudinalen und transversalen Geschwindigkeitskomponenten im Ruhesystem mit folgenden Formeln berechnet:

$$\begin{aligned} V_{||} &= \gamma^2 c (\beta_s - \beta_e) , \\ V_r &= \gamma \beta c [(x' - x_0') \cos \varphi + (z' - z_0') \sin \varphi] , \\ V_\varphi &= \gamma \beta c [(z' - z_0') \cos \varphi - (x' - x_0') \sin \varphi] - \gamma v_D . \end{aligned} \quad (\text{F-1})$$

Für die longitudinalen Laborgeschwindigkeiten des Ions und der Elektronen werden folgende Werte eingesetzt:

$$\begin{aligned} \beta_s &= \beta (1 + \gamma^{-2} \delta) , \\ \beta_e &= \sqrt{1 - \gamma_e^{-2}} , \quad \gamma_e = \gamma (1 + \beta^2 \delta_0) + (r/R)^2 \Phi' / (mc^2) . \end{aligned} \quad (\text{F-2})$$

Nach der Geometrie in Abb. 58 gilt

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2} , \quad \varphi = \arctan[(z - z_0)/(x - x_0)] . \quad (\text{F-3})$$

Mit dem Betrag des Geschwindigkeitsvektors \vec{V} und seinem Winkel zur Strahlachse wird die normierte Kühlkraft $\vec{K}(V/\langle v_1 \rangle, \alpha)$ (vgl. Abschnitt 2.5, Gl. 2-49) durch Interpolation in den vorher berechneten Tabellen für den magnetischen und nicht-magnetischen Anteil ermittelt.

b) Änderung der Ionenkoordinaten beim Durchqueren des Kühlers

Um die Winkeländerungen $\Delta x', \Delta z'$ bzw. die Änderung von δ zu erhalten, ist die Impulsänderung $\vec{F} \cdot \Delta t$ jeweils durch den Impuls des Ions, $m\beta\gamma c$, zu dividieren. Mit Gl. 2-26, 2-49 und den Transformationsgleichungen für die Kraftkomponenten (Gl. D-2) folgt:

$$\begin{aligned}\Delta x' &= -C_1 \Delta t / (\beta \gamma) \cdot K_1(W, \alpha) / (V/c)^2 \cdot (V_r \cos \varphi - V_\varphi \sin \varphi) / (\gamma V_\perp) , \\ \Delta z' &= -C_1 \Delta t / (\beta \gamma) \cdot K_1(W, \alpha) / (V/c)^2 \cdot (V_\varphi \cos \varphi + V_r \sin \varphi) / (\gamma V_\perp) , \\ \Delta \delta &= -C_1 \Delta t / (\beta \gamma) \cdot K_0(W, \alpha) / (V/c)^2 .\end{aligned}\tag{F-4}$$

C_1 ist in Gl. 2-26 angegeben. Δt ist die Durchflugzeit durch den Elektronenstrahl im Laborsystem.

c) Änderung der Phasenintegrale

Die Konstanten der Bewegung ε_x ändern sich beim Durchqueren des Elektronenstrahls nach

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_x &= [2x' \Delta x' + (\Delta x')^2] \beta_x + [-2x_b D \Delta \delta + (D \Delta \delta)^2] (1 + \alpha^2) / \beta_x + \\ &+ 2\alpha_x (x_b \Delta x' - x' D \Delta \delta - D \Delta \delta \Delta x') .\end{aligned}\tag{F-5}$$

Die Änderung von ε_z folgt mit den entsprechenden Speicherringparametern für die vertikale Richtung, mit $\Delta z'$ und mit $D = 0$. Es wurden nur Rechnungen mit $D' = 0$ am Ort des Elektronenstrahls durchgeführt.

d) Extrapolation der Bewegungsintegrale

Im Anschluß an die Ermittlung der Kühlraten $\dot{\varepsilon}_x, \dot{\varepsilon}_z, \dot{\delta}$ sind die Bewegungsintegrale nach Ablauf eines Zeitintervalls $T \approx 0.1$ sec zu bestimmen. Der folgende Algorithmus soll allen möglichen Situationen, insbesondere der starken Kühlung eines Ions mit geringen Geschwindigkeitsabweichungen, Rechnung tragen.

Bei den transversalen Koordinaten (allgemein x) wird als Kriterium für eine Fallunterscheidung die dimensionslose "Zeitkonstante"

$$\tau_x = \varepsilon_x / (T \dot{\varepsilon}_x)\tag{F-6}$$

berechnet. Bei langsamer Kühlung ($\tau_x < -1$) oder bei Aufheizung ($\tau_x > 0$) wird eine einfache lineare Extrapolation durchgeführt:

$$\varepsilon_x \leftarrow \varepsilon_x + T \dot{\varepsilon}_x .\tag{F-7}$$

Anschließend wird die Vielfachstreuung des Ionenstrahls am Restgas oder an einem internen Target berücksichtigt. Zu diesem Zweck wird die mittlere Aufheizung R_x

nach Gl. 3-48 verwendet, die nur einmal berechnet zu werden braucht; außerdem wird eine Zufallszahl ζ nach der Normalverteilung (Einheitsbreite) produziert und

$$\varepsilon_x \leftarrow \varepsilon_x + TR_x + \zeta \sqrt{2\varepsilon_x TR_x} \tag{F-8}$$

gesetzt (vgl. Gl. 3-49). Für eine starke Kühlung ($0 > \tau_x > -1$) wird vorausgesetzt, daß der Ionenstrahl während der Zeit T ein Gleichgewicht mit den Aufheizprozessen erreicht. Es wird weiter angenommen, daß die Bewegungsintegrale dann die Exponentialverteilung nach Gl. 2-44 aufweisen. Der neuen Teilchenemittanz ε_x wird in diesem Fall der Wert

$$\varepsilon_x \leftarrow TR_x \tau_x \ln \xi \tag{F-9}$$

mit der gleichverteilten Zufallszahl ξ zugewiesen.¹⁰⁵

Für die Extrapolation des longitudinalen Impulses in einem frei umlaufenden Ionenstrahl wird die mittlere Elektronengeschwindigkeit als Bezugsgröße für jedes einzelne Teilchen während der Kühlratenberechnung mit bestimmt. Gleichzeitig wird die minimale und die maximale longitudinale Geschwindigkeit der Elektronen für jedes Teilchen gespeichert. Die mittlere Elektronengeschwindigkeit $\langle v_{||}^* \rangle$ dient zur Abschätzung des longitudinalen Impulses δ_{eq} , den das umlaufende Ion bei starker Kühlung als Gleichgewichtszustand annehmen würde. Dabei wird

$$\delta_{eq} = \gamma^2 (\langle v_{||}^* \rangle / \beta c - 1) \tag{F-10}$$

gesetzt. Entsprechend werden die Größen δ_{min} und δ_{max} berechnet.

Es wird wiederum die "Zeitkonstante"

$$\tau_s = (\delta - \delta_{eq}) / (T \dot{\delta}) \tag{F-11}$$

für eine Fallunterscheidung herangezogen. Bei mäßiger Kühlung ($\tau_s < -1$) erfolgt die übliche lineare Extrapolation

$$\delta \leftarrow \delta + T \dot{\delta} \tag{F-12}$$

Bei starker Kühlung ($0 > \tau_s > -1$) wird dem Ion der Gleichgewichtsimpuls δ_{eq} zugewiesen. Bewegt sich das Ion vom Durchschnittsimpuls weg ($\tau_s > 0$), so wird die Änderung von δ so begrenzt, daß die Ionengeschwindigkeit die Grenze der minimalen bzw. maximalen Elektronengeschwindigkeit nicht überschreitet:

$$\delta \leftarrow \max[\delta_{min}, \min(\delta_{max}, \delta + T \dot{\delta})] \tag{F-13}$$

e) Intrabeam-Scattering

Mit den neuen Teilchenemittanzen und Impulsabweichungen werden die Mittelwerte über die Ionen gebildet, die an der Simulation beteiligt sind. Damit wird die Emittanz und die Impulsbreite des Ionenstrahls bestimmt. Diese Werte dienen als Eingabe zur Berechnung der relativen Anwachsraten r_x , r_z für die Strahlemittanzen und r_s für σ_p^2 infolge der strahlinternen Streuung. Die transversalen Wirkungsintegrale der Ionen werden dann modifiziert nach

$$\varepsilon_x \leftarrow \varepsilon_x (1 + \text{Tr}_x) . \quad (\text{F-14})$$

Die Impulsverteilung wird aufgeblasen nach Bestimmung des mittleren Ionenimpulses δ_{av} , wobei

$$\delta \leftarrow \delta_{av} + (\delta - \delta_{av}) \sqrt{1 + \text{Tr}_s} \quad (\text{F-15})$$

gesetzt wird.

ANMERKUNGEN UND LITERATURANGABEN

1. G.I. Budker, Proc. Int. Symposium on Electron and Positron Storage Rings, Saclay, 1966 (Presses Univ. de France, Paris, 1967), S. II-1-1; dort werden die vorausgehenden unveröffentlichten Überlegungen zum gleichen Verfahren von G.K. O'Neill anerkannt.
2. G.I. Budker, A.N. Skrinskij, Sov. Phys. Usp. 21(1978), 277-296
3. L. Spitzer, Physics of fully ionized gases. Second revised edition, New York, 1962 (Wiley), S. 135. Die Berechnungen gehen auf das Jahr 1940 zurück. Die Dämpfung der Relativbewegung von Sternen in Galaxien führt auf eine formal ähnliche Theorie wie bei geladenen Teilchen im Plasma, siehe: S. Chandrasekhar, Principles of stellar dynamics. Enlarged edition, New York, 1960 (Dover), Chap. II.
4. D. Bohm, L. Foldy, Phys. Rev. 70(1946), 249-258
5. A.M. Sessler, Proc. Workshop on producing high luminosity high energy proton-antiproton collisions, Berkeley, 1978 (LBL-7574, Berkeley, 1978), S. 53-72
6. D.W. Kerst, F.T. Cole, H.R. Crane, L.W. Jones, L.J. Laslett, T. Ohkawa, A.M. Sessler, K.R. Symon, K.M. Terwilliger, Nils Vogt Nilsen, Phys. Rev. 102(1956), 590-591
7. G.K. O'Neill, Phys. Rev. 102(1956), 1418-1419
8. A.N. Skrinskij, V.V. Parkhomchuk, Sov. J. Part. Nucl. 12(1981), 223-274
9. S. van der Meer, Stochastic damping of betatron oscillations, CERN Int. Rep. ISR-PO/72-31, 1972; D. Möhl, G. Petrucci, L. Thorndahl, S. van der Meer, Phys. Rep. 58(1980), 75-119
10. Design study of a proton-antiproton colliding beam facility, CERN/PS/AA 78-3 (1978); R. Billinge, M.C. Crowley-Milling, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-26(1979), 2974-2977; S. van der Meer, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-28(1981), 1994-1998
11. D. Möhl et al.⁹, S. 96
12. G.I. Budker, N.S. Dikanskij, V.I. Kudelainen, I.N. Meshkov, V.V. Parkomchuk, D.V. Pestrikov, A.N. Skrinskij, B.N. Sukhina, Part. Acc. 7(1976), 197-211
13. M. Bell, J. Chaney, H. Herr, F. Krienen, P. Møller-Petersen, Nucl. Instr. Meth. 190(1981), 237-255; P. Møller-Petersen, Studies of electron cooling in the ICE storage ring at CERN [Dissertation, Aarhus, o.J. (1982?)]
14. T. Ellison, W. Kells, V. Kerner, F. Mills, R. Peters, T. Rathbun, D. Young, P. McIntyre, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-30(1983), 2636-2638
15. Workshop on electron cooling, Bad Honnef, 1982 (KFA Spez-159, Jülich, 1982); Workshop on electron cooling and related applications (ECOOL), Karlsruhe, 1984 (KfK 3846, Karlsruhe, 1985); Workshop on nuclear physics with stored, cooled beams, Indiana, 1984 (AIP, New York, 1985)
16. siehe die Beiträge von I. Katayama (S. 278), P. Kienle (S. 291), H. Poth (S. 305) in: Proc. Workshop Indiana¹⁵

17. LEAR Workshops: Workshop on physics with cooled low-energetic antiprotons, Karlsruhe, 1979 (KfK 2836, Karlsruhe, 1979); Workshop on physics at LEAR with low energy cooled antiprotons, Erice, 1982 (Plenum, New York, 1984); Third LEAR workshop, Tignes, 1985 (Ed. Frontières, Gif sur Yvette, 1985)
18. Design study of a facility for experiments with low-energy antiprotons, ed. G. Plass, CERN/PS/DL/80-7 (1980); P. Lefèvre, D. Möhl, G. Plass, Proc. 11th Int. conf. on high energy accelerators, Geneva, 1980 (Birkhäuser, Basel, 1980), S.819-824
19. D. Möhl, Phase-space cooling techniques and their combination at LEAR, Proc. LEAR Workshop Erice¹⁷, S. 27-48
20. J.D. Jackson, Classical electrodynamics. Second edition, New York, 1975 (Wiley), S. 619
21. Nach dem zentralen Grenzwertsatz der Statistik ist die resultierende Impulsänderung im limes für eine sehr große Zahl unabhängiger Stoßprozesse normalverteilt. Um die Breite der Normalverteilung zu erhalten, können nach diesem Satz die zu den Einzelprozessen gehörenden zweiten zentralen Momente (dies sind die Mittelwerte über die Produkte der Impulskomponenten) addiert werden. Diese Argumentation bildet die Grundlage der Theorie der Coulomb-Vielfachstreuung. Vgl. Jackson²⁰, S. 648
22. Jackson²⁰, S. 620
23. J.D. Lawson, The physics of charged particle beams, Oxford, 1977 (Univ. Press), S. 205
24. Debye-Hückel-Theorie der Ladungsabschirmung, siehe Jackson²⁰, S. 496f
25. A.H. Sørensen, E. Bonderup, Nucl. Instr. Meth. 215(1983), 27-54
26. Ya.S. Derbenev, A.N. Skrinskij, Part. Acc. 8(1977), 1-19
27. S. Chandrasekhar³, S. 63
28. H. Herr, D. Möhl, A. Winnacker, Proc. LEAR Workshop Erice¹⁷, S. 659-676, hier S. 668
29. G. Schmidt, Physics of high temperature plasmas. An introduction, New York, 1966 (Acad. Press), S. 323
30. Ya.S. Derbenev, A.N. Skrinskij, Part. Acc. 8(1978), S. 235-243
31. S.T. Belyaev, The Boltzmann equation for rarefied gases in strong fields, in: Plasma physics and the problem of controlled thermonuclear reactions, Vol. 3. Engl. Übersetzung, London, 1959 (Pergamon), S. 56-76; hier S. 70, Gl. 2.18
32. Abbildung entnommen aus: A.H. Sørensen, Introduction to the theory of electron cooling, Proc. ECOOL¹⁵, S. 1-20 (Fig. 6, S. 17)
33. Sørensen, Bonderup²⁵, S. 48
34. H. Poth, Review of electron cooling experiments, Proc. ECOOL¹⁵, S. 45-70
35. E.D. Courant, H.S. Snyder, Ann. Phys (New York) 3(1958), 1-48 (reprint CERN); A.A. Kolomenski, A.N. Lebedev, Theory of cyclic accelerators, Amsterdam, 1966 (North-Holland); M. Sands, The physics of electron storage rings. An introduction, SLAC 121, Stanford, 1970
36. C. Bovet, R. Gouiran, I. Gumowski, K.H. Reich, CERN/MPS-SI/Int. DL/70/4 (1970); G. Guignard, Selection of formulae concerning proton storage rings, CERN 77-10 (1970)
37. Bovet et al.³⁶, S. 15
38. Courant, Snyder³⁵, S. 36

39. H. Goldstein, Classical mechanics. Second edition, Reading, Mass., 1980 (Addison-Wesley), S. 531
40. Kolomenski, Lebedev³⁵, S. 166
41. Goldstein³⁹, S. 459
42. Bovet et al.³⁶, S. 46
43. Jackson²⁰, S. 644
44. Guignard³⁶, S. 19
45. Jackson²⁰, S. 645, Gl. 13.98
46. Da der Stoßparameterbereich zu $\theta < \theta_0$ bereits berücksichtigt wurde, erscheint die Verwendung von θ_0 im Coulomb-Logarithmus angemessen. Dadurch weicht die Gleichung etwas ab von der üblichen Definition, vgl. Guignard³⁶, S. 33. Der angegebene Zahlenwert gilt für $Z' = 7$ und $\beta = 0.3$ ($A = 1$).
47. W. Hardt, A few simple expressions for checking vacuum requirements in proton synchrotrons, CERN ISR-300/GS/68-11 (1968), S. 10
48. J.D. Bjorken, S.K. Mtingwa, Part. Acc. 13(1983), 115-143
49. K. Kilian, New possibilities with electron cooling in atomic, nuclear and particle physics, Proc. ECOOL¹⁵, S. 361-378, hier S. 376ff
50. Über die Winkelvariablen gemittelte Form, angegeben von Derbenev, Skrinskij²⁶, S. 8
51. M. Martini, Intrabeam scattering in the AA-ACOL machines, CERN PS/84-9(AA), 1984
52. A. Piwinski, Proc. 9th Int. conf. on high energy accelerators, Stanford, 1974 (Atomic Energy Commission, Washington, 1974), S. 405-409
53. J.R. Pierce, Bell Syst. Techn. Journal 30(1951), 825-829; C. Rubbia, CERN EP Int. 77-2, 1977
54. V.I. Kudelainen, I.N. Meshkov, R.A. Salimov, Sov. Phys. Techn. Phys. 16(1972), 1821-1823
55. Lawson²³, S. 140
56. J.R. Pierce, Theory and design of electron beams, New York, 1954 (Van Nostrand), S. 174-181
57. P.T. Kirstein, G.S. Kino, W.E. Waters, Space-charge flow, New York, 1967 (McGraw-Hill), S. 50
58. Kirstein, Kino, Waters⁵⁷, S. 32
59. Kirstein, Kino, Waters⁵⁷, S. 154
60. P.A. Lindsay, Velocity distribution in electron streams, in: Adv. Electronics and electron physics, vol. XIII, New York, 1960 (Acad. Press), S. 181-315; hier S. 202, 217, 309
61. A.I. Arenshtam et al., Sov. Phys. Techn. Phys. 16(1971), 252-253
62. V.I. Kudelainen et al., Sov. Phys. Techn. Phys. 21(1976), 965-970
63. R. Kollath, Sekundärelektronen-Emission fester Körper bei Bestrahlung mit Elektronen, in: Handb. der Physik, Bd. XXI, Berlin, 1956 (Springer), S. 232-303
64. A. Becker, Ann. Phys. 78(1925), 253-276, bes. S. 275
65. E.J. Sternglass, Phys. Rev. 95(1954), S. 345-358, bes. Fig. 7
66. Kirstein, Kino, Waters⁵⁷, S. 382 ff
67. W.B. Herrmannsfeldt, Electron Trajectory Program, SLAC 266, Stanford, 1979
68. J. Schmiedmayer, unveröff. Aufzeichnungen, 1981

69. M. Sedlacek, Computational calculation of electron trajectories, Proc. ECOOL¹⁵, S. 233-244
70. R.F. Holsinger, C. Iselin, The CERN-Poisson package (POISCR). User guide, CERN computer centre, Program library, Long write-up T604, 1982
71. A. Wolf, L. Hütten, H. Poth, Magnetic field measurements in the electron cooling device for LEAR, KfK 3718, Karlsruhe, 1984
72. M. Bell et al.¹³ und M. Bell, unveröff. Berechnungen. Einige Angaben zur transversalen Energie in: M. Bell, CERN EP Int. 79-10, 1979
73. Lawson²³, S. 17
74. D. Möhl, Technical implications of future options for LEAR, Proc. LEAR Workshop Tignes¹⁷, S. 65-82
75. H. Haseroth, Ch. Hill, P. Møller-Petersen, H. Poth, On the use of the ICE gun for electron cooling at LEAR, CERN/PS/LR Note 80-7, 1980
76. D. Möhl, priv. Mitt., Jan. 1985
77. Guignard³⁶, S. 33 und 101, definiert den N₂-äquivalenten Druck für Vielfachstreuung durch "absolute Gas-Faktoren". Für Einzelstreuung (Kernstreuung) bei Vorherrschen der Coulomb-Wechselwirkung werden diese Gas-Faktoren $G = Z'^2$; ein Vergleich zeigt, daß sich mit ihnen für die Gase mit $Z \leq 7$ bis auf Abweichungen von 10 % die gleichen N₂-Äquivalenzdrucke ergeben.
78. K. Kilian, D. Möhl, J. Gspann, H. Poth, Internal targets for LEAR, in: Proc. LEAR Workshop Erice¹⁷, S. 677-690
79. U. Gastaldi, D. Möhl, Co-rotating beams of \bar{p} and H⁻ in LEAR ... , in: Proc. LEAR Workshop Erice¹⁷, S. 649-657
80. L. Bernard, C. Dutriat, J. Gabardo, M. Le Gras, U. Tallgren, P. Têtu, D.J. Williams, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-30(1983) 2247-2249
81. Imprägnierte Nachlieferungs-(Dispenser-)kathode; siehe: R. Levi, Philips' Techn. Rundschau 19(1957/58), 290-295, und die vorausgehenden Beiträge, S. 281-290
82. Levi⁸¹, S. 294
83. J.-L. Vallet, A. Wolf, Bericht in Vorbereitung
84. C. Habfast, A. Wolf, unveröff. Aufzeichnungen, 1984
85. Spezifikationen CERN PS/AA/Spec. 78-25, 1978; PS/ML/Note 80-12, 1980; PS/ML/SPEC 80-1, 1980
86. L. Hütten, C. Habfast, H. Poth, A. Wolf, M. Girardini, A. Poncet, The ultra-high vacuum system of the electron-cooling device for LEAR, KfK 3816, Karlsruhe, 1985
87. M. Brouet, M. Chanel, A. Poncet, P.L. Riboni, The ultra-high vacuum system for LEAR. Design, cost and performances, in: Proc. IXth International vacuum congress, Madrid, 1983 (verfügbar als Report CERN/PS-ML/83-42)
88. M. Girardini, CERN PS/ML/Note Techn./83-10, 1983
89. C. Benvenuti, Nucl. Instr. Meth. 205(1983), 391-401, bes. S. 392
90. L. Hütten et al.⁸⁶, Abb. 10
91. E. Fischer, O. Gröbner, Vacuum technical note (CERN-ISR) vom 19.12.1975
92. Ausgangspunkt war ein Programm von M. Bell, beschrieben in CERN EP Int. 79-10, 1979
93. siehe auch: A. Wolf, Realistic calculations concerning electron cooling in storage rings, Proc. ECOOL¹⁵, S. 21-39
94. Bjorken, Mtingwa⁴⁸, Martini⁵¹

95. Guignard³⁶, S. 43, 44
96. W. Kells, Fermilab TM-771, 1978
97. A. Wolf, KfK Primärbericht 11.01.02 P17 B, 1982
98. C. Habfast, Bericht in Vorbereitung
99. R. Neumann, H. Poth, A. Winnacker, A. Wolf, Z. Phys A313(1983), 253-262
100. Messungen beschrieben bei: Budker et al.¹², S. 202; Bell et al.¹³, S. 243, 248
101. Schmidt²⁹, S. 317
102. Goldstein³⁹, S. 500
103. P.C. Clemmow, J.P. Dougherty, Electrodynamics of particles and plasmas, Reading, Mass., 1969 (Addison-Wesley), Kap. 12
104. vgl. Clemmow, Dougherty¹⁰³, S. 417
105. R.W. Hamming, Numerical methods for scientists and engineers, New York, 1962 (McGraw-Hill), S. 389