

KfK 4127
August 1986

Transienter Wärmeübergang an turbulent strömendes überkritisches Helium

W. Nick
Institut für Technische Physik

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
Institut für Technische Physik
KfK 4127

Transienter Wärmeübergang an turbulent
strömendes überkritisches Helium *)

W. Nick

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

*) Von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe
genehmigte Dissertation

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

ZUSAMMENFASSUNG

Zur Untersuchung der thermischen Stabilität von Supraleitern, die durch überkritisches Helium zwangsgekühlt werden, wurde der Wärmeübergang an das strömende Helium als Funktion der Zeit experimentell bestimmt (für kurze Heizerlängen und rechteckige Heizpulse). Der thermodynamische Zustand des Heliums sowie die turbulente Strömung entsprechen den Betriebsdaten supraleitender Magnete. Es wurde ein stark erhöhter, zeitabhängiger Wärmeübergang vor allem in den ersten Millisekunden gefunden, der etwa einem $1/\sqrt{t}$ -Gesetz folgt. Im Gegensatz zum stationären Wärmeübergang wird dieser transiente Wärmeübergang nicht (oder nur schwach) von der Strömungsgeschwindigkeit oder dem Druck des Heliums, der übertragenen Flächenheizleistung oder der Länge des beheizten Stücks des Strömungskanals beeinflusst. Die Dauer dieser Phase hängt dagegen von der Reynoldszahl der Strömung ab, anschließend erfolgt ein allmählicher Übergang in die stationäre Wärmeübertragung.

Erklärt wird der transiente Wärmeübergang durch Wärmeleitung in die Strömungsgrenzschicht. Dafür wird eine partielle Differentialgleichung hergeleitet, die das räumliche und zeitliche Verhalten der Grenzschicht für beliebige Temperaturverläufe der beheizten Kanalwand beschreibt. Sie kann durch ein Computerprogramm gelöst werden, das gleichzeitig auch die longitudinale Wärmeleitungsgleichung in der beheizten Wand integriert. Die numerischen Resultate stimmen qualitativ gut mit den experimentellen Ergebnissen überein - die gemessenen Wärmeübergangskoeffizienten sind jedoch etwa um einen Faktor 2 größer als berechnet.

Mit dem Computerprogramm können Stabilitätsanalysen von Supraleitern mit forciert überkritischer Kühlung durchgeführt werden. Analytisch kann berechnet werden, für welche Zeiten und welche beheizte Längen der erhöhte Wärmeübergang zur Verfügung steht.

TRANSIENT HEAT TRANSFER TO A TURBULENT FLOW OF SUPERCRITICAL HELIUM

Abstract

To investigate thermal stability of superconductors cooled by forced convection of supercritical helium, heat transfer was determined experimentally as function of time (for short heated lengths and square heater pulses). Thermodynamic state of the helium and turbulent flow correspond to operating conditions of superconducting magnets. A strongly enhanced time-dependent heat transfer in the first milliseconds was found, following a $1/\sqrt{t}$ -law. In contrast to steady state heat transfer this transient heat transfer is not (or only weakly) influenced by flow velocity or pressure of the helium, by transferred heat flux density or by the heated length of the duct. The duration of transient heat transfer however depends on Reynolds number of the flow, it is followed by a gradual transition to steady state conditions.

Transient heat transfer is explained by thermal conduction into the boundary layer of the flow. A partial differential equation is derived, describing time and space dependent behaviour of the boundary layer for arbitrary temperature developments of the heated wall. It is solved by a computer programme, which integrates simultaneously longitudinal thermal conduction in the wall. Qualitatively the numerical results agree well with the experimental findings - the measured heat transfer coefficients however are higher than calculated by about a factor of 2.

The numerical programme can be utilized for stability analysis of superconductors with supercritical forced-convection cooling. Analytically it can be calculated, for which time durations and heated lengths there exists an enhanced heat transfer.

INHALTSVERZEICHNIS

1. EINLEITUNG	1
2. EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG DES TRANSIENTEN WÄRMEÜBERGANGS	7
2.1 Zielvorgaben für das Experiment	7
2.2 Aufbau und Durchführung des Experiments	10
2.2.1 Messeinsatz	10
2.2.2 Temperaturmessung - Wärmeübergangsmesselement	13
2.2.3 Strömungsgeschwindigkeit - Kolbenantrieb	17
2.2.4 Druckregelung	18
2.2.5 Elektrische Heizung des Messelements	19
2.2.6 Elektrische Messwerterfassung	20
2.3 Halbautomatische Auswertung der Messkurven	21
2.3.1 Temperatur des Heizelements	22
2.3.2 Elimination des Temperaturrauschens	23
2.3.3 Ans Helium übertragene Wärmeleistung	26
2.3.4 Genauigkeit der Wärmeleistungskorrekturen	29
2.3.5 Wärmeübergangskoeffizient und Wärmewiderstand	32
2.4 Ergebnisse der Messungen	35
2.4.1 Variation der Heizleistung	36
2.4.2 Variation der Strömungsgeschwindigkeit	38
2.4.3 Variation des Heliumdrucks	40
2.4.4 Strömungsrichtung und stationärer Wärmeübergang	41
2.4.5 Vergleich der verschiedenen Heizer	44
3. THEORETISCHE MODELLE FÜR DEN TRANSIENTEN WÄRMEÜBERGANG	47
3.1 Ziel	47
3.2 Vergleich mit dem 2-Phasengebiet	48
3.3 Wärmeleitung	50
3.4 Wärmeübergangsmodell mit ruhender Grenzschicht	54
3.5 Orts- und zeitabhängiges Wärmeübergangsmodell	61
3.5.1 Thermische Einstelllänge und Einstellzeit	61
3.5.2 Herleitung der Differentialgleichung	65

3.5.3 Analytische Lösungen der Differentialgleichung	75
3.5.4 Numerische Lösungen der Differentialgleichung	79
3.5.5 Vergleich mit den Experimenten	85
3.5.6 Weitere Voraussagen der Theorie	89
4. ZUSAMMENFASSEND E SCHLUSSBEMERKUNGEN	93
5. ANHANG	97
5.1 Stationärer Wärmeübergang - Übersicht	97
5.1.1 Wärmeübergang für konstante Eigenschaften	97
5.1.2 Temperaturabhängigkeit der Materialeigenschaften	100
5.1.3 Einfluss des thermischen Auftriebs	104
5.2 Beschreibung des numerischen Verfahrens - Zeitschrittweite	108
5.3 Numerisches Simulationsprogramm	112
5.3.1 Steuersprache	112
5.3.2 FORTRAN-Programm	113
5.4 Auswertungsprogramm für den Transientenrekorder	122
LITERATUR- UND QUELLENVERZEICHNIS	127
NOMENKLATUR	135

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 1.	Aufbau des Experiments - Meßeinsatz	11
Abbildung 2.	Wärmeübergangselement	13
Abbildung 3.	Elektrische Schaltung für die Heizpulse	19
Abbildung 4.	Thermokraft des Gold/Eisen-Chromel-Elements	22
Abbildung 5.	Temperaturrauschen im Einzelexperiment	23
Abbildung 6.	Geglätteter Temperaturverlauf und -änderungsrate	24
Abbildung 7.	Temperatur- und Leistungsverlauf im Eichexperiment	28
Abbildung 8.	Leistungskorrekturen bei großem Wärmeübergang	30
Abbildung 9.	Leistungskorrekturen bei kleinem Wärmeübergang	31
Abbildung 10.	Berechneter Verlauf des Wärmeübergangs	33
Abbildung 11.	Verlauf des Wärmewiderstands	34
Abbildung 12.	Zeitverhalten bei Variation der Heizleistung	36
Abbildung 13.	Verlauf des Wärmewiderstands	37
Abbildung 14.	Zeitverhalten bei Variation der Reynoldszahl	38
Abbildung 15.	Verlauf des Wärmewiderstands	39
Abbildung 16.	Wärmewiderstandsverlauf bei Variation des Drucks	41
Abbildung 17.	Zeitverhalten bei sehr langen Heizpulsen	42
Abbildung 18.	Verlauf des Wärmewiderstands bei Variation der Hei- zerlänge	44
Abbildung 19.	Geschwindigkeitsprofile	55
Abbildung 20.	"Temperatursprung" für ruhende Grenzschicht	58
Abbildung 21.	"Leistungssprung" für ruhende Grenzschicht	59
Abbildung 22.	Modell der Temperaturgrenzschicht	62
Abbildung 23.	Zeitlicher Einstellvorgang der Grenzschichtdicke	76
Abbildung 24.	Stationäres Grenzschichtprofil am Heizungsanfang	78
Abbildung 25.	Temperaturverläufe bei Variation der Reynoldszahl	80
Abbildung 26.	Temperaturverläufe bei Variation der Heizleistung	81
Abbildung 27.	Verlauf der ans Helium abgegebenen Heizleistung	82
Abbildung 28.	Verlauf des Wärmeübergangskoeff. für Leistungssprung	83
Abbildung 29.	Wärmewiderstand für unterschiedlichen Verlauf der Heizleistung	84

Abbildung 30. Vergleich mit dem Experiment: Verlauf des Wärmewiderstands	85
Abbildung 31. Vergleich mit dem Experiment: Variation der Reynolds- zahl	87
Abbildung 32. Druckabhängigkeit des Wärmeübergangs	88
Abbildung 33. Stationärer Wärmeübergang abhängig von der Heizer- länge	89
Abbildung 34. Wärmeübergang abhängig von der Wartezeit	91
Abbildung 35. Wärmeübergang hinter einer stationären Heizstrecke	92
Abbildung 36. Vergleich von stationären Wärmeübergangsformeln . .	100
Abbildung 37. Temperaturabhängige Korrekturfaktoren	104
Abbildung 38. Auftriebsabhängige Korrekturfaktoren	107
Abbildung 39. Grenzschichtverhalten bei zu großem Zeitschritt . .	110

TABELLEN

Tabelle 1. Übersicht über die durchgeführten Experimente	35
Tabelle 2. Charakteristische Zahlenwerte für die Grenzschicht . .	65
Tabelle 3. Maximal zulässige Dichteänderung und Wandtemperatur für Vernachlässigung des Auftriebs	105
Tabelle 4. Koeffizienten für die Auswertung der Meßkurven mit dem Transientenrekorder	123

1. EINLEITUNG

In Zukunft wird die Supraleitung sicher noch viel häufiger zum Einsatz kommen, als dies schon heute vor allem in der Forschung der Fall ist. Das liegt nicht nur daran, daß das Phänomen der Supraleitung für die Physiker ein so interessantes Untersuchungsobjekt darstellt, sondern dafür gibt es handfeste Gründe.

Für die Wissenschaft ist die Supraleitung ein hervorragendes Hilfsmittel, mit dem sich viele Experimente besser, das heißt genauer durchführen lassen. Zwei Beispiele seien hier genannt: die geforderte zeitliche Konstanz des Magnetfelds für Kernspinresonanzmessungen (NMR) können nur supraleitende Magnetspulen liefern, da hier kein Netzgerät mit unvermeidlichem Netzbrumm ständige Energiedissipation ausgleichen muß. Die extreme Präzision der heute möglichen Magnetfeldmessungen mit SQUID's ist Folge des besonderen quantenmechanischen Zustands der Supraleitung.

Das Argument für den zunehmenden wirtschaftlichen Einsatz der Supraleitung kann nur sein, daß damit bestimmte Wirkungen billiger zu erzielen sind. Wo grundsätzlich keine elektrischen Energieverluste auftreten, sind ökonomische Vorteile bei Erzeugung, Transport und Speicherung von Energie möglich. Vorteilhaft ist die Anwendung der Supraleitungstechnik deshalb überall da, wo konstante oder nur langsam veränderliche Magnetfelder benötigt werden. Ein Beispiel hierfür gibt die Entwicklung der kontrollierten Kernfusion mit magnetischem Plasmaeinschluß - mit normalleitenden Torusspulen kann die Energiebilanz eines zukünftigen Fusionsreaktors sicher nicht positiv ausfallen.

Leider hat die Supraleitung aber einen "Haken" - dieser physikalische Zustand tritt nur unterhalb einer für das jeweilige Material charakteristischen Temperatur, der sogenannten Sprungtemperatur T_c auf. Diese Grenze liegt bei allen auf absehbare Zeit verfügbaren Materialien so niedrig, daß nur flüssiges Helium (bei 4 K) als Kühlmittel in

Frage kommt. Die Vorteile der Supraleitung müssen also immer mit dem Aufwand für die Erzeugung und Aufrechterhaltung der tiefen Temperaturen erkauft werden.

Da die spezifische Wärme aller Stoffe (Ausnahme: Helium) bei diesen Temperaturen sehr klein wird, mehr als einen Faktor 1000 kleiner als bei Raumtemperatur, entsteht das "Stabilitätsproblem": schon kleine Energiebeträge können die Temperatur des Supraleiters über die Sprungtemperatur hinaus erhöhen. Damit wird aber die Dissipation der im Magnetfeld gespeicherten Energie an der betroffenen Stelle sozusagen "eingeschaltet", die Folgen sind weitere Wärmeproduktion, weiterer Temperaturanstieg und durch Wärmeleitung das räumliche Anwachsen des normalleitenden Bereichs. Die Instabilität besteht also darin, daß eine relativ kleine Auslöse-Energie die Freisetzung viel größerer Energiemengen als Joulesche Wärme einleiten kann, die vorher verlustfrei gespeichert waren.

Dies plötzliche Normalleitendwerden, kurz als "Quench" bezeichnet, kann unter ungünstigen Umständen beispielsweise zur völligen Zerstörung des supraleitenden Magneten führen. Um solch katastrophale Konsequenzen zu vermeiden, werden eine ganze Reihe von Schutzmaßnahmen ergriffen. Auf der untersten Ebene müssen die den Quench auslösenden Prozesse möglichst verhindert oder in ihrem Energiebetrag genügend klein gehalten werden. Man wird aber nie mit Sicherheit ausschließen können, daß ein solches Primärereignis entsprechender Amplitude trotzdem einmal stattfindet.

Als nächstes versucht man, die Größe der freigesetzten Wärmeleistung in der einmal entstandenen normalleitenden Zone zu begrenzen. Zu diesem Zweck wird der eigentliche Supraleiter von einer Matrix aus gut leitfähigem Material (i.a. Kupfer) umgeben. Die Matrix kann im Quenchfall den Strom von dem jetzt hochresistiven Supraleitermaterial übernehmen und verringert dadurch stark die Rate der Wärmeproduktion im Leiter. Schließlich sorgt man durch gute Kühlbedingungen mit flüssigem Helium dafür, daß die erzeugte Wärme abgeführt wird. Wenn mehr Wärme abgeführt werden kann, als im normalleitenden Zustand überhaupt

entsteht, wird der Leiter wieder unter die Sprungtemperatur gekühlt, es tritt "Recovery" des supraleitenden Zustands ein: man hat einen kryogen stabilen Leiter.

Solche quasistationären Stabilitätstheorien sind schon früh vorgeschlagen worden [61, 44], die Einhaltung dieser Kriterien hat ein sehr zuverlässiges Betreiben supraleitender Magnete ermöglicht. In der Praxis haben sich diese Kriterien oft als zu konservativ erwiesen: es war in vielen Fällen möglich, Supraleitungsmagnete auch mit geringerer Stabilisierung sicher zu betreiben, als durch diese Theorien vorgeschrieben wird. Wie kann man aber diese erhöhte Stabilität verstehen, um sie bei zukünftigen Leiterkonzepten von vornherein in der Auslegung zu berücksichtigen?

Eine wichtige Rolle bei der Beantwortung dieser Frage spielte die Erkenntnis, daß der Wärmeübergang ja nicht erst einsetzt, wenn schon ein großer normalleitender Bereich existiert und gekühlt werden soll, sondern daß ein guter Wärmeübergang schon das Entstehen der Normalleitungszone verhindern oder einschränken kann. Für Badkühlungsbedingungen wurde experimentell herausgefunden, daß der wirksame Wärmeübergangskoeffizient keine zeitlich konstante Größe ist. Vielmehr steht in den ersten Millisekunden ein weit höherer Wärmeübergang zur Verfügung [33, 55, 63], als in den der Stabilitätstheorie bis dahin zugrundegelegten stationären Wärmeübertragungsbedingungen. Stabilität gegen kurzzeitige Störungen ist also auch vorhanden, wenn die begrenzte Dauer dieses hohen transienten Wärmeübergangs ausreicht, daß der Leiter wieder supraleitend wird.

Die Untersuchung der Stabilität wird damit ein zeitabhängiges, ein dynamisches Problem. Besonders mit Computerprogrammen, die Modelle für den transienten Wärmeübergang enthalten, konnte daraufhin für badgekühlte Leiter eine gute Voraussage der thermischen Stabilität erreicht werden [20, 42, 46].

Die Supraleitungstechnik entwickelt sich zur Zeit aber weg von badgekühlten Leitern und hin zu Konzepten mit Kühlung durch forciert

strömendes überkritisches Helium. Der Leiter befindet sich dabei selbst im Kühlkanal für das turbulent strömende Helium, oder er steht in gutem Wärmekontakt mit einem separaten Strömungskanal. "Überkritisch" soll hier nur bedeuten, daß der Druck größer als der kritische Druck (2.2 bar) ist, es impliziert keine Aussage über die Temperatur des Heliums. Durch diese relativ kleine Druckerhöhung eliminiert man alle Probleme, die sich sonst aus dem Phasenübergang flüssig - gasförmig ergeben, das ist nicht zuletzt die schlechte Vorhersagemöglichkeit von 2-Phasenströmungen und -wärmeübergängen.

Die Gründe für die Bevorzugung überkritischer Zwangskühlung liegen aber nicht auf dem Gebiet des Wärmeübergangs, der meist sogar schlechter als bei Badkühlung ist. Während bei der Wärmeübertragung an Helium unterhalb des kritischen Drucks die hohe latente Wärme des Phasenübergangs ausgenutzt werden kann, steht für den Wärmeübergang an überkritisches Helium nur die spezifische Wärme des Heliums zur Verfügung. Allerdings tritt der für die Stabilität gefährliche Übergang vom Blasensieden ins Filmsieden im einphasigen, überkritischen Helium nicht mehr auf. Die ausschlaggebenden Argumente für die zunehmende Verwendung überkritisch zwangsgekühlter Leiterkonzepte sind dagegen

- o der robustere mechanische Aufbau des gesamten Magneten, wodurch zum Beispiel unkontrollierte Leiterbewegung als Quenchauslöser besser verhindert wird,
- o bessere Hochspannungseigenschaften des Magneten, die besonders bei Stromänderungen und im Quenchfall wichtig werden, und
- o eine günstige Helium-Ökonomie, man kommt mit weniger Kühlmittelvolumen im Magneten aus und kann die stationäre Kühlleistung über den Heliumdurchsatz auf einfache Weise regeln.

Hier stellt sich die Frage, ob es die erhöhte Stabilität aufgrund eines transient verbesserten Wärmeübergangs auch für forciert überkritisch gekühlte Leiter gibt. Tatsächlich wurde die Hypothese eines zeitabhängig erhöhten Wärmeübergangs für diesen Fall schon sehr früh

vorgeschlagen [32], da man die große experimentell gefundene Stabilität durch den schlechten stationären Wärmeübergang überhaupt nicht erklären konnte.

Dieser transiente Wärmeübergang wurde schon von verschiedenen Autoren durch Wärmeleitung in eine Heliumrandschicht erklärt [2, 15, 22]. An großen beheizten Längen wurde er in der Zwischenzeit auch experimentell bestätigt [7]. Eine Aufgabe dieser Arbeit ist es dagegen, den transienten Wärmeübergang an turbulent strömendes überkritisches Helium auch für kurze Heizerlängen zuverlässig zu bestimmen, bei Variation der Parameter Strömungsgeschwindigkeit, Druck und an das Helium übertragene Heizleistung.

Kurze Längen der beheizten Kanalwand wurden für diese Untersuchung gewählt, da möglichst gute Aussagen für das Stabilitätsverhalten eines Supraleiters gegenüber lokalisierten, kurzzeitigen Energiefreisetzen, also Punktstörungen in Raum und Zeit, ermöglicht werden sollen.

Durch die Strömung des Heliums kommt es zu einer Verkopplung von Orts- und Zeitkoordinate. Nach dem Wärmeleitungsmodell ist der Wärmeübergang sogar für räumlich ausgedehnte Störungen vorübergehend erhöht, da die thermische Grenzschicht in dieser Zeit erst aufgebaut wird. Ebenso ergibt sich aber stationär eine verbesserte Wärmeübertragung für kurze Heizerlängen [3], da sich die thermische Grenzschichtdicke nicht auf einer beliebig kleinen Strömungsstrecke einstellen kann. Dies führt zu einem verbesserten Wärmeübergang am strömungsaufwärts gelegenen Ende eines Heizers. Die Folge für das Stabilitätsverhalten von Supraleitern ist, daß sich eine normalleitende Zone unterschiedlich schnell in Strömungsrichtung des Heliums und entgegengesetzt dazu ausbreitet. Zu der Asymmetrie des Grenzschichtverhaltens kommt noch dazu, daß strömungsabwärts auch die Temperatur des Heliums im turbulenten Strömungskern langsam ansteigt.

Ein sehr wichtiger Gesichtspunkt für die Anwendbarkeit der Ergebnisse ist darüber hinaus, daß sich das theoretische Modell nicht nur auf die

Rechteckspulse beschränken darf, die im Wärmeübergangsexperiment am einfachsten zu realisieren sind. Bei der Untersuchung der Stabilität eines Supraleiters oder beim (Beinahe-)Quenchen eines Magneten treten ganz andere zeitliche Leistungsverläufe auf. Die theoretische Basis, um auch in solchen Fällen Vorhersagen machen zu können, kann nur eine Energiebilanz für die Heliumgrenzschicht sein, in der sich sowohl die thermischen, als auch die hydrodynamisch entscheidenden Prozesse abspielen.

2. EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG DES TRANSIENTEN WÄRMEÜBERGANGS

2.1 ZIELVORGABEN FÜR DAS EXPERIMENT

Bevor ich die durchgeführten Experimente beschreibe, möchte ich hier die damit zu realisierenden Ziele genauer darstellen und verständlich machen, weshalb der experimentelle Aufbau gerade so gewählt wurde. Dabei will ich auch diskutieren, inwiefern sich dies Experiment von anderen unterscheidet, die sich stärker auf den "reinen" Wärmeübergang einerseits oder andererseits auf die thermische Stabilität von Supraleitern konzentrieren.

Erreicht werden soll:

- o die präzise Vorgabe der Parameter Druck, Temperatur und Strömungsgeschwindigkeit,
- o die "schnelle" Erzeugung der Heizleistung und Messung der Temperaturdifferenz zwischen Heizer und Kühlmittel Helium sowie
- o die möglichst realistische Simulation der Wärmeübergangsverhältnisse bei zwangsgekühlten Supraleitern.

Das erste Ziel versteht sich eigentlich von selbst. Um allerdings den Parameterraum zu reduzieren, wurden die Experimente nur bei der festen Badtemperatur 4.2 K durchgeführt. Der untersuchte Druckbereich soll 3 bis 10 bar umfassen. Von den möglicherweise sehr komplexen Phänomenen in der Nähe des kritischen Punktes selbst ($T = 5.2 \text{ K}$, $p = 2.2 \text{ bar}$) soll ein "Sicherheitsabstand" eingehalten werden. Bei der Kühlung von technischen Supraleitern wird man dies ebenfalls tun, da in diesem Zustandsbereich teilweise stark verminderte Wärmeübergänge gemessen worden sind (siehe Anhang 5.1.2).

Die Reynoldszahl soll zwischen 10^4 und 10^5 variiert werden. Die Experimente zeigen, daß die transienten Wärmeübergangseffekte bei Strömung bis $Re = 10^4$ sich nur wenig von denen bei ruhendem überkritischem Helium unterscheiden. Auf der anderen Seite können die Ergebnisse leicht zu noch höheren Reynoldszahlen hin extrapoliert werden. Eine Grenze für die Extrapolation ergibt sich hier erst, wenn die Grenzschichtdicke in den Bereich der Rauigkeit der Kanalwand fällt. Für glatte Kupferoberflächen ist diese Beschränkung aber weit entfernt.

Die Unabhängigkeit der Vorgabe von Druck, Temperatur und Strömung ist nicht selbstverständlich. Wenn beispielsweise das Helium unter Druck in den Kryostaten einkondensiert wird und nach teilweiser Entspannung in einem Drosselventil die Meßstrecke durchströmt, sind die erreichten Heliumzustände (Druck und Temperatur) nicht unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit zu variieren [7, 9, 24, 49]. Dann besteht zumindest die Gefahr, daß die so bestimmten Wärmeübergangsformeln die Abhängigkeit der Parameter widerspiegeln.

Da das Ziel dieser Arbeit jedoch nicht das stationäre Wärmeübergangsverhalten, sondern der Einstellvorgang über eine Zeitdauer von etwa 0.1 Sekunden ist, kann die unabhängige Vorgabe der Zustandsparameter leicht erreicht werden. Untersucht wird deshalb der Wärmeübergang an eine relativ kleine Heliummenge, die sich ständig in einem Kupferblock (konstante Badtemperatur) unter vorgegebenem Druck (externe Gasflasche) befindet und von einem Kolben "im Kreis herumgepumpt" werden kann.

Um Aussagen über den transienten Wärmeübergang im Bereich von Millisekunden machen zu können, muß sowohl die Heizung als auch die Temperaturmessung der beheizten Oberfläche hinreichend "schnell" sein. Viele der bekannten und genauen Temperaturfühler (z.B. Kohle- oder Germaniumwiderstände) kommen wegen ihrer großen thermischen Trägheit hierfür nicht in Frage, wohl aber Thermoelemente (Gold/Eisen gegen Chromel).

Dünne Drähte mit temperaturabhängiger Widerstandscharakteristik (Supraleiter- oder Rhodium/Eisendrähte) können wegen ihrer kleinen Wärmekapazität gut zur schnellen Heizung und gleichzeitig Temperaturmessung benutzt werden [21, 54, 55]. Es ist aber fraglich, ob der Wärmeübergang an der stark gekrümmten Oberfläche eines solchen Drahtes eine gute Simulation für die Verhältnisse an der Wand eines Strömungskanals darstellen kann. Dünne amorphe Kohleschichten bieten ebenfalls die Möglichkeit, zu heizen und gleichzeitig mit kleiner Zeitkonstante die Temperatur zu messen [7, 22]. Die Oberflächenstruktur solcher Schichten ist aber völlig anders als die eines kupferstabilisierten Supraleiters.

Um die Verhältnisse bei zwangsgekühlten Supraleitern realistisch zu simulieren, soll das Material der beheizten Oberfläche eine gute Wärmeleitfähigkeit aufweisen (Kupfer). Dadurch kann parallel zur Strömungsrichtung die Wärme im beheizten Kupferrohr dorthin transportiert werden, wo der Wärmeübergang augenblicklich gut ist. Es wird also nicht, wie etwa bei dünnwandigen Stahlrohren als Heizungs- und Wärmeübergangsmaterial, die räumliche Verteilung der übertragenen Heizleistung von außen vorgegeben [9, 24, 49]. Die Verteilung des Wärmestroms kann sich vielmehr aufgrund des variierenden Wärmewiderstands der Heliumgrenzschicht einstellen.

Um nützliche Aussagen für die Stabilität von Supraleitern besonders bei lokaler Energiefreisetzung beizusteuern, wurden nur relativ kurze beheizte Längen untersucht. Die Stabilität gegenüber plötzlichen, räumlich ausgedehnten Störungen läßt sich aus solchen Ergebnissen dann durchaus extrapolieren, wogegen man aus Messungen an großen Heizerlängen allein nicht auf die Stabilität bei lokalen Freisetzungen schließen kann. (Wärmeübergangsmessungen in langen Kühlkanälen sind dagegen unverzichtbar, wenn es um stationäre Wärmeabfuhr aus großen Strukturen geht, bei denen das Kühlmittel wesentliche thermodynamische Zustandsänderungen erfährt - dies ist aber eine völlig andere Zielsetzung.)

2.2 AUFBAU UND DURCHFÜHRUNG DES EXPERIMENTS

Der Kern der Apparatur wird von einem Kupferblock gebildet, der sich im Heliumbad eines Kryostaten (12 cm Innendurchmesser, 95 cm Höhe) befindet. Das Helium im Innern des Kupferblocks wird von einem Kolben durch einen Strömungskanal gedrückt, in dem der Wärmeübergang gemessen werden kann.

Das Heliumbad ist durch 2 Vakuumräume und einen mit flüssigem Stickstoff (77 K) gefüllten Bereich von der Umgebungstemperatur abgeschirmt. Die thermische Isolation ist insgesamt so gut, daß nach dem Abkühlen und Füllen des Kryostaten mit flüssigem Helium (Verbrauch dazu etwa 10 - 15 l LHe) mehr als 4 Stunden lang experimentiert werden kann. Dann ist zwar noch lange nicht alles Helium verdampft, der Kupferblock aber nicht mehr vollständig von Flüssigkeit bedeckt.

2.2.1 MESSEINSATZ

Der Meßeinsatz besteht aus dem bereits erwähnten Kupferblock mit einigen Einbauten. Er hängt an einem VA-Stahlrohr am Deckel des Kryostaten. In diesem Rohr wird die Kolbenstange geführt, durch den Ringspalt dazwischen kann das He-Meßvolumen mit Druck beaufschlagt werden. Dieser innere Heliumraum ist gegen das äußere Heliumbad mit Indium abgedichtet und durch eine kleine Rohrleitung und ein vom Kryostatdeckel aus bedienbares Kaltventil mit dem Heliumbad verbunden.

Solange der Kupferzylinder ins Heliumbad eintaucht, wird durch die gute Wärmeleitfähigkeit des verwendeten OFHC-Kupfers die Temperatur des Heliums innen auf 4.2 K konstant gehalten. Dies wird kontrolliert durch geeichte Kohlewiderstände (C-100: etwa 100 Ohm bei Raumtemperatur, etwa 1000 Ohm bei 4.2 K und einem Meßstrom von 10 μ A). Zwei Kohlewiderstände befinden sich unten und oben im inneren Heliumraum, ein dritter ist in der Nähe der Wärmeübergangsmessstrecke in den Kupferblock eingegossen.

Übersicht:

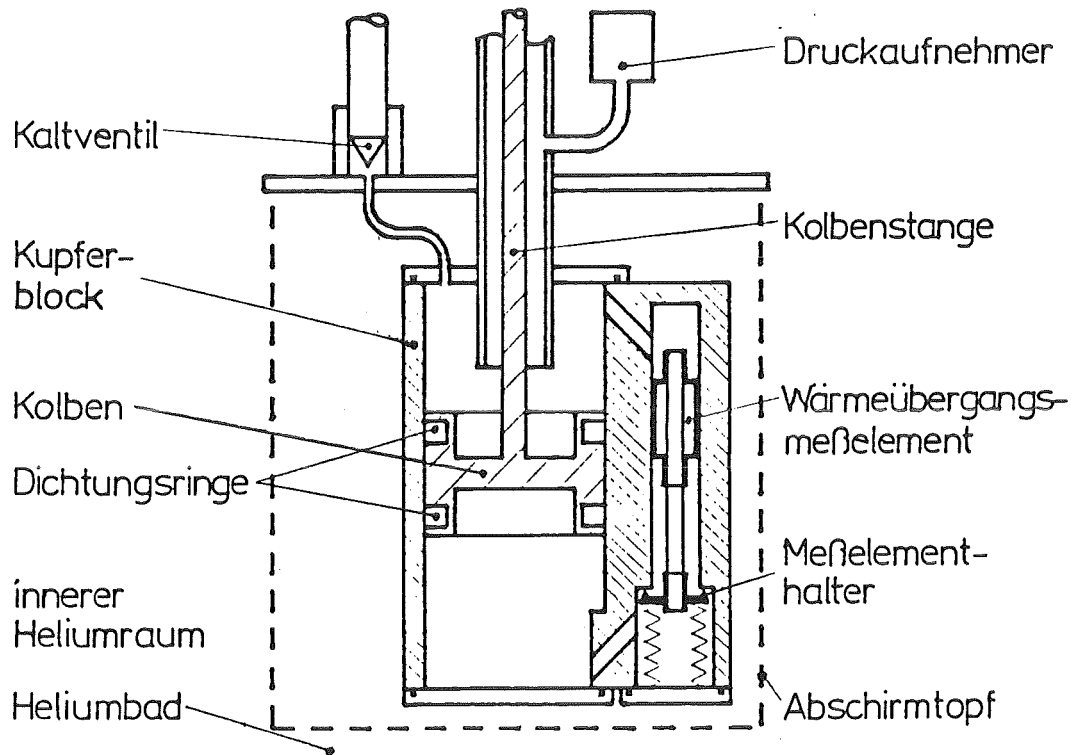
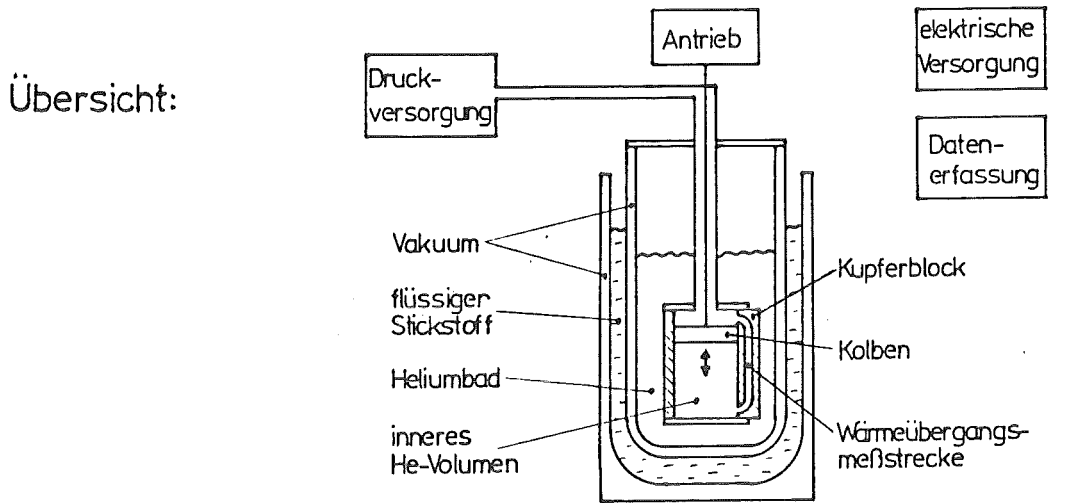


Abbildung 1. Aufbau des Experiments - Meßeinsatz

ANMERKUNG: Ursprünglich war die Apparatur auch für Experimente bei anderen Temperaturen als 4.2 K ausgelegt worden. Dazu umschließt ein VA-Topf den Kupferblock und ist mit dem oberen Flansch vakuumdicht verschraubt. Der neu entstandene Zwischenraum kann separat abgepumpt werden, um die Temperatur des Heliums im Innern des Kupferblocks von

der Badtemperatur zu entkoppeln. Die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente sind jedoch alle ohne diese Vorrichtung, das heißt bei der Siedetemperatur von flüssigem Helium unter Normaldruck (4.2 K) durchgeführt worden.

In der großen Bohrung des Kupferblocks kann ein Kolben in vertikaler Richtung bewegt werden. Der Heliumraum oberhalb und unterhalb des Kolbens ist über Verbindungsbohrungen und die Wärmeübergangsmeßstrecke verbunden. Bei einer Bewegung des Kolbens nach unten wird also das Helium im unteren Raum durch das Meßelement in den oberen Bereich gedrückt. Bei einem Kolbendurchmesser von 4.46 cm und einem maximalen Hub von 5.4 cm (extern begrenzt) ergibt sich ein umgepumptes Heliumvolumen von 84 cm^3 .

Der Kolben ist oben und unten durch spezielle PTFE-Ringdichtungen (Hersteller: Advanced Products, Belgien) abgedichtet. Die Elastizität dieser Dichtung auch bei tiefen Temperaturen ergibt sich durch die Spannung einer darin eingelagerten Stahlspirale, die das Teflon gegen Lauffläche und Kolben drückt. Die Abmessungen der Dichtungsnut sind dabei unter Berücksichtigung der thermischen Kontraktion vor allem des Teflons für die kalte Betriebstemperatur berechnet worden. Bei Raumtemperatur sitzt der Kolben deshalb fest und kann erst unterhalb von Stickstofftemperatur problemlos bewegt werden.

Außerdem wurde die Lauffläche an der Innenseite des Cu-Zylinders möglichst gut poliert (geschätzte Rauhtiefe $< 1 \mu\text{m}$). Eventuelle Vertiefungen können durch Abrieb der Teflonringe ausgefüllt werden. Um die Qualität dieser Oberfläche zu erhalten, wurde der innere Heliumraum fast ständig unter He-Atmosphäre gehalten. Dieser Kolben ist bei den auftretenden kleinen Druckdifferenzen ausreichend dicht. Wegen des kleinen hydraulischen Widerstands des Strömungskanals mit eingebautem Meßelement kann sich keine so große Druckdifferenz aufbauen, die einen merklichen Leckstrom durch den Spalt an den Dichtungsringen vorbeitreiben würde.

2.2.2 TEMPERATURMESSUNG - WÄRMEÜBERGANGSMESSELEMENT

Die zweite, engere Bohrung des Kupferblocks (Durchmesser 16 mm) nimmt das eigentliche Wärmeübergangselement auf. Es ist ein zylindrischer Körper aus Epoxydharz (Araldit CY 221 + HY 979, Hersteller: Ciba-Geigy), dessen zentrale Bohrung (4 mm) den Strömungskanal darstellt. In der Wand dieses Kanals befinden sich zwei eingegossene Kupferhülsen (Wandstärke 1 mm), die sowohl Heizelemente als auch Temperaturfühler bilden.

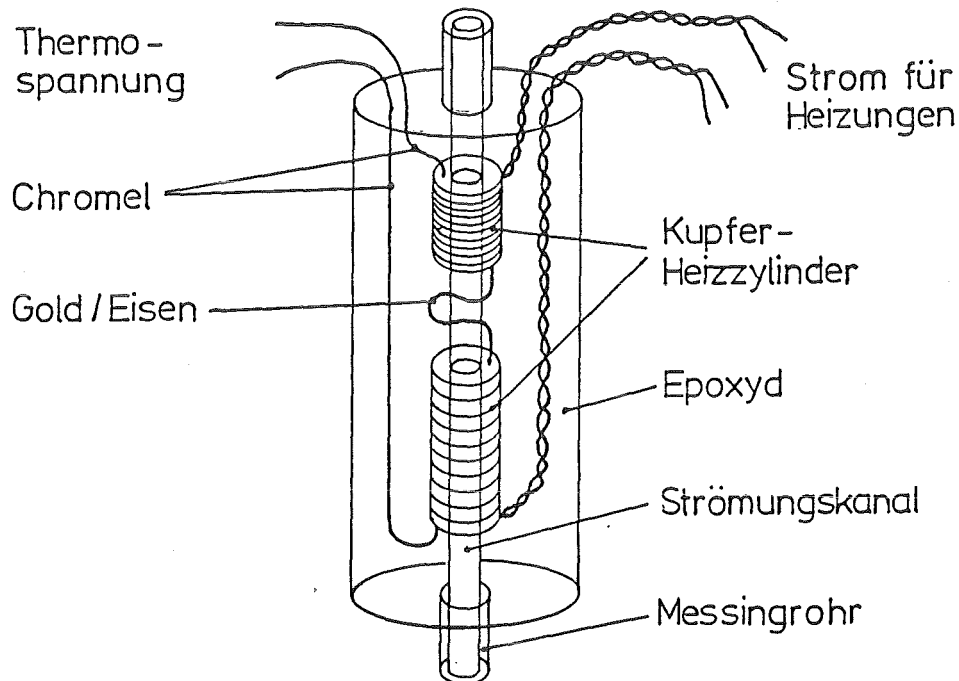


Abbildung 2. Wärmeübergangselement

Die Messung der Temperaturdifferenz zwischen den beiden Kupferhülsen erfolgt durch das Thermoelement Gold(0.3 Atom-% Fe)-Chromel (Hersteller: Johnson Matthey Metals, kalibriert und geliefert von Cryogenic Calibrations, England), eine der wenigen, für Messungen bei Heliumtemperatur geeignete Materialkombination [5, 6, 14, 53, 60]. Der empfindliche Gold/Eisen-Draht verläuft ganz im Epoxyd, nur der un-

empfindlichere Chromeldraht führt von beiden Heizzylindern aus dem Epoxykörper heraus.

Zur Kontaktierung wurde der Thermoelementdraht vor dem Einbetten in Araldit in eine kleine Längsnut des Heizzylinders eingelegt und die Nut dann mit Lötzinn vollgepreßt. Die einzelnen Thermoelementdrähte wurden also nicht direkt miteinander in Kontakt gebracht, sondern sie liegen in gegenüberliegenden Nuten der jeweiligen Kupferhülse. Es ergibt sich insgesamt folgende Abfolge von Materialien:

	A ₁		A ₂		B ₁		B ₂	
Chromel	--	Kupfer	--	Gold/Eisen	--	Kupfer	--	Chromel
	<---Temperatur T ₁ --->				<---Temperatur T ₂ --->			

Da durch die gute Wärmeleitfähigkeit des Kupfers die Kontakte A₁ und A₂ dieselbe Temperatur T₁, die Kontakte B₁ und B₂ aber beide die Temperatur T₂ haben, verhält sich die Anordnung wie ein einfaches Chromel-Gold/Eisen-Chromel-Thermoelement und mißt die Temperaturdifferenz zwischen T₁ und T₂. Wenn aber Kontakt A₁ und A₂ bzw. B₁ und B₂ nicht exakt dieselbe Temperatur hätten, würde die Temperaturdifferenz von A₂ und B₁, also der Enden des Gold/Eisendrahts gemessen. Die Ursache dafür ist, daß die Thermokraft für das Thermoelement Chromel-Kupfer bei Heliumtemperatur sehr klein wird (normales Verhalten fast aller Materialkombinationen), das Element Kupfer-Gold/Eisen hat dagegen fast dieselbe Charakteristik wie das geeichte Chromel-Gold/Eisen-Thermoelement [Additionssatz für Thermoelemente].

Nach dem Anbringen des Thermoelementdrahtes wurde eine Heizung aus lackisoliertem Konstantandraht (0.05 mm Durchmesser, CuNi44, WM50, etwa 240 Ohm/m) auf die Kupferhülse gewickelt. Die Stromzuführung erfolgte durch Supraleiter-Monofilamente aus Niob-Titan in einer Kupfermatrix (0.06 mm Durchmesser), die Enden des Konstantandrahts können als Spannungssonde benutzt werden.

Um zu erreichen, daß die in der Heizung erzeugte ohmsche Wärme möglichst vollständig ins Kupfer und nicht ins umgebende Epoxyd abgelei-

tet wird, wurde die Heizung noch mit einem kleinporigen PE-Material abgedeckt (- das der Übersichtlichkeit halber nicht im Bild gezeigt ist, es handelt sich um handelsübliches Material zum Abdichten von Türspalten). Da das Epoxydharz dann beim Vergießen nicht alle Poren ausfüllt, bleiben hier kleine Luftblasen übrig, die bei Heliumtemperatur ausfrieren und damit die Wärmeleitung behindern.

Nach diesen Vorarbeiten, die zum Teil unter dem Mikroskop ausgeführt werden mußten, wurden die Kupferzylinder mit Epoxydharz (CY 221 + HY 979) als Vollzylinder vergossen. Anschließend wurde vorsichtig der zentrale Strömungskanal ausgebohrt. Durch Bearbeitung mit einer Reibahle wurde eine spiegelnde Innenoberfläche der Heizzylinder hergestellt. Für den Wärmeübergang an das Helium steht also eine glatte Übertragungsfläche zur Verfügung. An der Übergangsstelle zwischen Epoxyd und Kupfer entstand allerdings trotz dieser vorsichtigen Bearbeitung eine kleine Stufe in der Kanalwand (etwa 0.05 mm), die möglicherweise durch Erzeugung zusätzlicher Turbulenz die Wärmeübergangsmessungen beeinflußt hat.

Die Qualität eines solchen Meßelements wurde durch die experimentelle Bestimmung der Zeitkonstante der Heizung bestätigt. In diesen Messungen wird der Wärmeübergangswiderstand zwischen Konstantan-Heizdraht und Kupferhülse mit dem Wärmewiderstand aufgrund von radialer Wärmeleitung ins Epoxyd hinein verglichen. Zu diesem Zweck wurde der Temperaturverlauf für kurze Heizpulse (Dauer 0.3 ms) gemessen, während der innere Heliumraum evakuiert war. Die Temperatur des Kupfers reagierte fast sofort (Verzögerungszeit < 0.1 ms), nach etwa 2 - 3 ms stieg sie nur noch ganz langsam. Der Anstieg selbst erfolgte näherungsweise exponentiell mit einer Zeitkonstante von 0.3 bis 0.5 ms (abhängig von der erreichten Temperatur). Für Zeiten oberhalb von etwa 1 - 2 ms kann also das Nachhinken von Heizung und Temperaturmessung vernachlässigt und somit das Meßelement als "momentaner" Heizer angesehen werden.

Auch wenn diese Elemente bei Raumtemperatur genau in die Bohrung des Kupferblocks passen, ergibt sich doch durch die große thermische

Kontraktion des Epoxyds bei Heliumtemperatur ein nicht vernachlässigbarer Ringspalt. Bei etwa 3 % thermischer Kontraktion entspricht dieser Spalt einem Rohr mit Durchmesser 0.5 mm. Deshalb ist das Meßelement durch ein Stück Messingrohr (Innendurchmesser 4 mm) und Teflonschlauch mit einem kleinen Halter (zentrale Bohrung ebenfalls 4 mm) verbunden. Bei tiefen Temperaturen schrumpft der Schlauch dicht auf die Rohrenden auf. Der Meßelementhalter wird von kleinen Spiralfedern gegen einen Absatz in der Bohrung des Kupferblocks gedrückt und verhindert damit eine merkliche Heliumströmung an der Meßstrecke vorbei durch den Randspalt.

Die in dieser Arbeit dargestellten Experimente sind mit 2 verschiedenen Meßelementen durchgeführt worden. Die Längen der verwendeten Kupferhülsen betragen für das eine 4 mm und 16 mm, für das andere 6 mm und 12 mm. Mit ein und demselben Meßelement können also Experimente bei 2 verschiedenen Heizerlängen gemacht werden, da beide Heizzyylinder im Prinzip identisch sind und ihre Funktionen vertauschen können. Die Strömungsrichtung wird so gewählt, daß das Helium immer zuerst durch den unbeheizten Kupferzylinder strömt, der dadurch die Temperatur des ungestört strömenden Mediums annimmt. Anschließend erreicht das Helium das beheizte Stück der Kanalwand. Die gemessene Temperaturdifferenz zwischen beiden Heizzy lindern entspricht also genau der Temperaturdifferenz zwischen beheizter, wärmeübertragender Kanalwand und ungestörtem Fluid.

Zusammen mit dem Messingrohr ist auf diese Weise gewährleistet, daß das strömende Helium vor Erreichen des beheizten Kupferzylinders eine geradlinige und ungestörte Einlauflänge von etwa dem 20-fachen des Kanaldurchmessers vorfindet. Dadurch wird verhindert, daß der gemessene Wärmeübergang durch hydrodynamische Einlaufeffekte stark verfälscht wird [12, 39, 64].

2.2.3 STRÖMUNGSGESCHWINDIGKEIT - KOLBENANTRIEB

Die große Flächenreduktion zwischen der Kolbenbohrung (Durchmesser 44.6 mm) und dem Meßkanal (4.0 mm) ermöglicht es, mit moderaten Kolbengeschwindigkeiten von einigen mm/s Strömungsgeschwindigkeiten im Wärmeübergangselement von bis zu 1 m/s zu erreichen. Der gewünschte Bereich der Reynoldszahl von 10^4 bis 10^5 ist damit problemlos realisierbar.

ANMERKUNG: Die Apparatur ist nur für Untersuchungen bei deutlich turbulenter Strömung geeignet ($Re > 10^4$). Bei kleineren Reynoldszahlen wären viel größere Einlaufstrecken notwendig, ehe sich das stationäre laminare Strömungsprofil einigermaßen eingestellt hat [57, 64], die in dieser kompakten Anordnung nicht vorhanden sind.

Die kleinen Kolbengeschwindigkeiten ermöglichen eine einfache und gasdichte Schiebedurchführung für die Kolbenstange durch den Kryostatdeckel. Der Antriebsmechanismus befindet sich auf dem Deckel: ein drehzahlgesteuerter Elektromotor (Scheibenläufermotor, Hersteller: BBC) treibt über einen Zahnriemen ein Zahnrad mit Innengewinde an, in dem sich eine gegen Verdrehen gesicherte Spindel und damit die Kolbenstange entsprechend heben oder senken muß. Durch mechanisch betätigte Endschalter wird der Motor in den Extrempositionen des Kolbens automatisch gestoppt.

Ein elektrischer Funktionsgenerator (Hersteller: Heinzinger, Typ: ITP 221) liefert den Sollwert für die Drehzahlregelung des Motors (Hersteller: BBC). Aufgrund der Ganghöhe der Antriebsspindel ergibt sich aus der Drehzahl die Kolbengeschwindigkeit und über das Flächenverhältnis der Bohrungen die Strömungsgeschwindigkeit im Meßkanal. Da der Scheibenläufermotor eine zweite Scheibe als Tachometer besitzt, ist auch die Messung des Istwerts der Drehzahl bzw. der Strömungsgeschwindigkeit sehr einfach. Diese Regelung ist in der Lage, eine konstante Drehzahl nach spätestens 50 ms zu erreichen. Die Auslösung des Heizpulses und Messung des Wärmeübergangs erfolgte jedoch erst wesentlich später.

2.2.4 DRUCKREGELUNG

Das VA-Rohr, in dem sich die Kolbenstange bewegt, dient auch zur Einstellung des Drucks im inneren Heliumraums. Das Meßvolumen stellt sozusagen das untere, kalte Ende einer Heliumsäule dar, deren oberes Ende bei Raumtemperatur aus einer Gasflasche über einen Druckregler (Hersteller: G.E.C. Elliot Automation, England, Lieferant: Fisher Controls, Frankfurt) auf konstantem Druck gehalten wird. Hier sind außerdem ein Manometer (bis 15 bar) sowie ein Sicherheitsventil angeschlossen.

Diese Regelung ist dafür ausgelegt, das langsame Driften des Druckes als Folge des Kolbenhubs auszugleichen. Bei einer Bewegung des Kolbens nach unten werden beispielsweise wärmere Teile der Kolbenstange mit kälterem Helium in Kontakt gebracht, es findet eine Wärmeübertragung von der Stange ins Helium statt. Die Folge wäre bei abgeschlossenem Volumen ein langsamer Druckanstieg. Umgekehrt würde sich bei einer Kolbenbewegung nach oben eine Verringerung des Druckes ergeben.

Daß diese Druckschwankungen tatsächlich ausgeglichen werden können, zeigt nicht nur das im Warmen befindliche Manometer, sondern auch ein im Heliumbad angebrachter Druckaufnehmer (Hersteller: E. Brosa, Tettang). Derartige Druckfühler haben sich auch bei Heliumtemperatur bewährt [13, 40], obwohl sie ursprünglich nicht für diesen Bereich konstruiert wurden.

Da dieser kalte Druckaufnehmer eine Grenzfrequenz von ≈ 1 kHz hat, kann er auch schnelle Druckschwankungen aufzeichnen. Auf diese Weise wird kontrolliert, daß auch während eines Heizpulses kein kurzzeitiger Druckanstieg erfolgt. Dies liegt letzten Endes daran, daß die zugeführten Energiebeträge die gesamte Enthalpie des Helium-Meßvolumens nur unwesentlich erhöhen - der Meßkanal selbst kann schon für Zeiten oberhalb von 1 ms nicht mehr als abgeschlossen betrachtet werden.

Das Helium im Innenraum kommt über die Druckregelung aus der Gasflasche bei Raumtemperatur. Wenn das äußere Heliumbad bereits gefüllt ist, darf deshalb der Innendruck nicht mehr erhöht werden. Dies hätte nämlich zur Folge, daß relativ warmes Gas in den Innenraum gedrückt wird. Auf der Außenseite des Kupferblocks findet dann ein so heftiger Wärmeübergang statt, daß unter Umständen bald alles flüssige Helium verdampft ist. Deshalb muß der Druck schon während des Abkühlens langsam erhöht werden. Die Experimente mit dem größten Druck werden dann zuerst durchgeführt, der Druck wird anschließend immer nur verringert.

2.2.5 ELEKTRISCHE HEIZUNG DES MESSELEMENTS

Die Schaltung zur Erzeugung der rechteckigen Heizpulse vorgegebener Amplitude und Dauer ist in Abbildung 3 dargestellt.

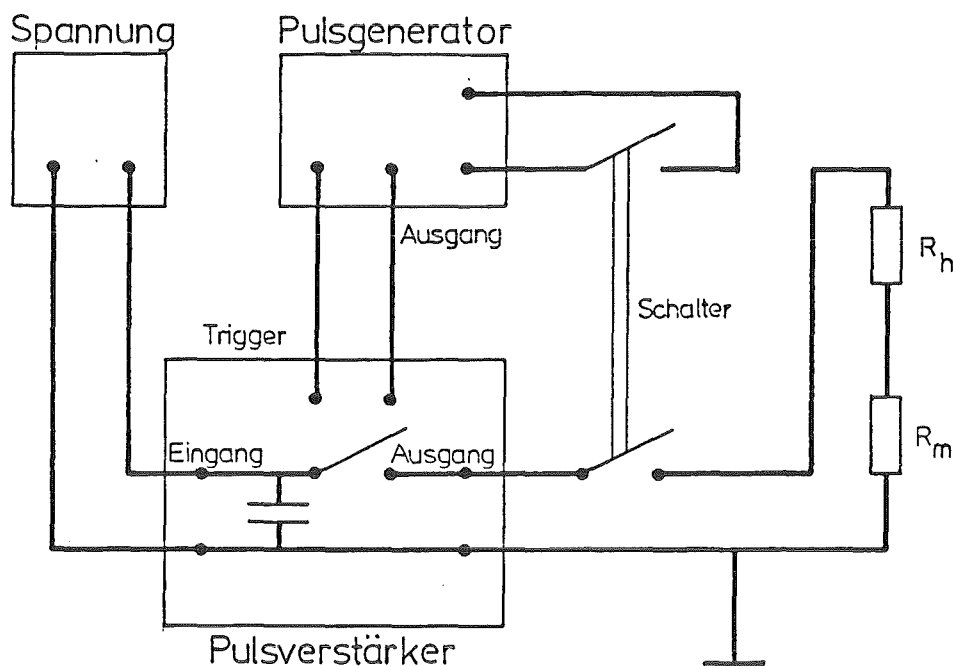


Abbildung 3. Elektrische Schaltung für die Heizpulse

Im Ausgangszustand ist der Stromkreis für die Heizung des Wärmeübergangsmeßelements nicht geschlossen, dadurch wird dieses vor versehentlichen (zu hohen) Heizpulsen geschützt. Mit dem manuellen Schließen des Schalters wird dann gleichzeitig ein Pulsgenerator (Hersteller: Hewlett-Packard, Modell 8005A) getriggert. Dieser liefert nach einer einstellbaren Verzögerungszeit (einige ms) - dann ist das mögliche Prellen des Schalters abgeklungen - einen Rechteckspuls der gewünschten Dauer auf den Eingang eines Pulsverstärkers (im Institut gebaut).

Der Kondensator des Pulsverstärkers ist bereits auf die vorgesehene Spannung aufgeladen. Durch den Puls wird jetzt der Leistungsschalter geschlossen, der Strom kann über Heizwicklung und Meßwiderstand (50 Ohm) fließen. Die Zeitkonstante des RC-Gliedes ist so groß, daß während der Dauer eines typischen Heizpulses von etwa 0.1 s die Spannung nur unwesentlich abfällt. Da der Widerstand sowohl von Heizelement als auch Meßwiderstand bei den gegebenen Leistungen konstant und bekannt ist, hat man über den Meßwiderstand ein Signal des Heizpulses gegen Masse zur Verfügung.

2.2.6 ELEKTRISCHE MESSWERTERFASSUNG

Die Aufnahme und Speicherung der zeitabhängigen Meßsignale - Spannung des Thermoelements und des Heizpulses - erfolgt mit einem digitalen Transientenrekorder (Hersteller: Norland Corporation, Wisconsin, USA, Modell: 3001). Pro Meßkurve werden 1024 Punkte aufgezeichnet, jeder Punkt hat eine Auflösung von 12 bit (0.025 % des eingestellten Meßbereichs). Die gemessenen Kurven können auf Disketten abgespeichert und später ausgewertet werden.

Die Aufzeichnung der Spannung des Heizpulses stellt kein Problem dar. Das Thermoelementsignal ist dagegen sehr klein, da die Thermokraft nur ungefähr 15 $\mu\text{V}/\text{K}$ beträgt. Die Thermospannung wird deshalb erst um einen Faktor 1000 vorverstärkt (Hersteller: Preston, USA, Modell: XWB-A). Außerdem wird dabei das erdfreie Signal in eine Spannung ge-

gen Masse umgesetzt. Die Temperaturauflösung ist nun eine Funktion des Eingangsrauschens dieses Vorverstärkers, das wiederum von der eingestellten Bandbreite abhängt. Es muß also ein Kompromiß geschlossen werden zwischen Zeit- und Temperaturauflösung.

Um das Rauschen zu verringern, wurde das Thermoelement im Helium mit zwei $10\text{k}\Omega$ -Widerständen kurzgeschlossen. Experimentell wurde überprüft, daß sich die Amplitude des Temperatursignals durch diese Belastung der "Spannungsquelle Thermoelement" nicht verringert. Das Potential zwischen beiden Widerständen wurde zur Abschirmung der Thermospannung benutzt und mit dem Guard-Eingang des Verstärkers verbunden. Auf diese Weise ergab sich eine mittlere quadratische Schwankung der Temperatur von maximal 0.1 K bei einer Bandbreite des Vorverstärkers von 10 kHz (0.1 ms pro Punkt am Rekorder). Um das Rauschen weiter zu reduzieren, wurden mit dem Transientenrekorder jeweils mehrere Messungen (z.B. 10) hintereinander aufgenommen und addiert. Dadurch ist es auch möglich, Ausreißer zu erkennen und von der Auswertung auszuschließen. Bei wiederholten Messungen ist es natürlich wichtig, darauf zu achten, daß die Parameter Heliumzustand (Druck und Temperatur) und Strömungsgeschwindigkeit wirklich konstant sind.

2.3 HALBAUTOMATISCHE AUSWERTUNG DER MESSKURVEN

Der Transientenrekorder kann mathematische Operationen mit ganzen Kurvenverläufen (und nicht nur einzelnen Zahlen) ausführen. Auf diese Weise wurde aus der Thermospannung die Temperatur des Heizers und aus dem Heizpuls der zeitliche Verlauf der ans Helium übertragenen Wärmeleistung berechnet. Durch Quotientenbildung ergibt sich daraus der transiente Wärmeübergangskoeffizient direkt auf dem Bildschirm des Rekorders. Das Auswerteprogramm ist im Anhang 5.4 aufgelistet, ich möchte hier nur kurz die entscheidenden Schritte darstellen.

2.3.1 TEMPERATUR DES HEIZELEMENTS

Zur Berechnung des Temperaturverlaufs muß aus der bekannten Temperaturabhängigkeit der Thermokraft eine geeignete einfache Berechnungsvorschrift hergeleitet werden. Die gemessenen Punkte sowie der näherungsweise Verlauf gemäß Gl.2-1 sind in Abbildung 4 dargestellt.

$$(2-1) \quad T' = 2.174 \cdot (\Delta U_{TE} + 241)^{\frac{1}{2}} - 29.55 \quad [\text{K}]$$

Thermospannung ΔU_{TE} in μV

$$T = \begin{cases} T' & \text{für } T' \leq 10 \text{ K} \\ T' + 0.015 \cdot (T' - 10)^2 & \text{für } T' > 10 \text{ K} \end{cases}$$

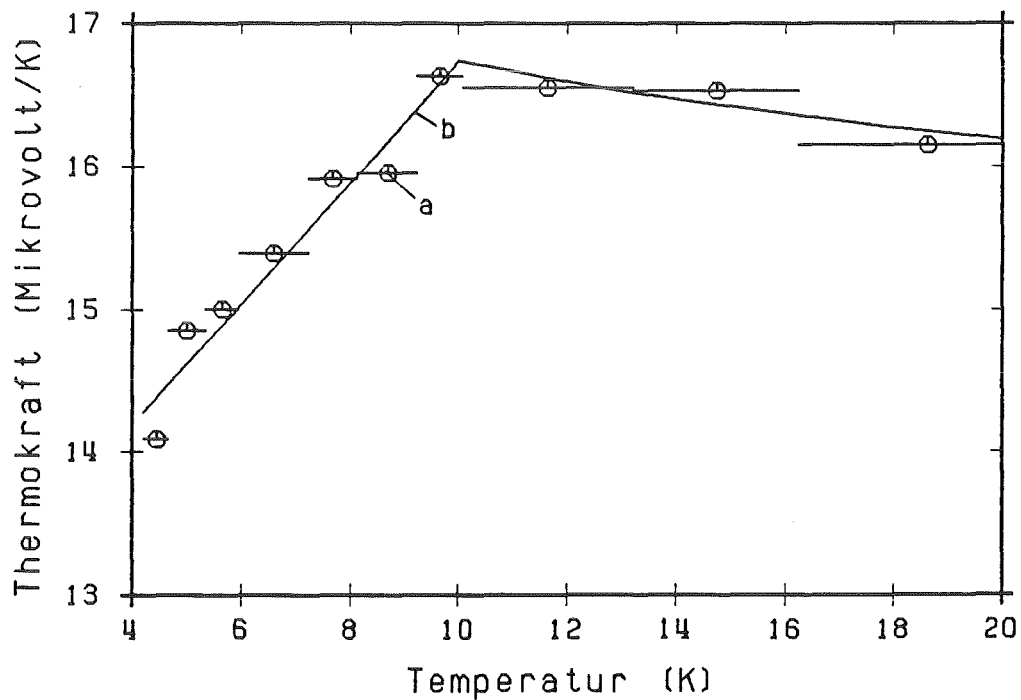


Abbildung 4. Thermokraft des Gold/Eisen-Chromel-Elements:

- a) gemessene Punkte (von Cryogenic Calibrations)
- b) Näherung für die Auswertung (Gl.2-1)

2.3.2 ELIMINATION DES TEMPERATURRAUSCHENS

Die angewandte Methode, um das Rauschen des Temperatursignals bei der Auswertung so weit wie möglich zu reduzieren, soll an einem Beispiel erläutert werden. Die Abbildung 5 zeigt den vom Transientenrekorder berechneten Temperaturverlauf eines Einzelerperiments 5 ms vor und nach dem Einsetzen des Heizpulses. Im numerisch differenzierten Signal (unterer Teil der Abbildung) ist der Beginn des Heizpulses nicht mehr zu erkennen, alles geht im Rauschen unter.

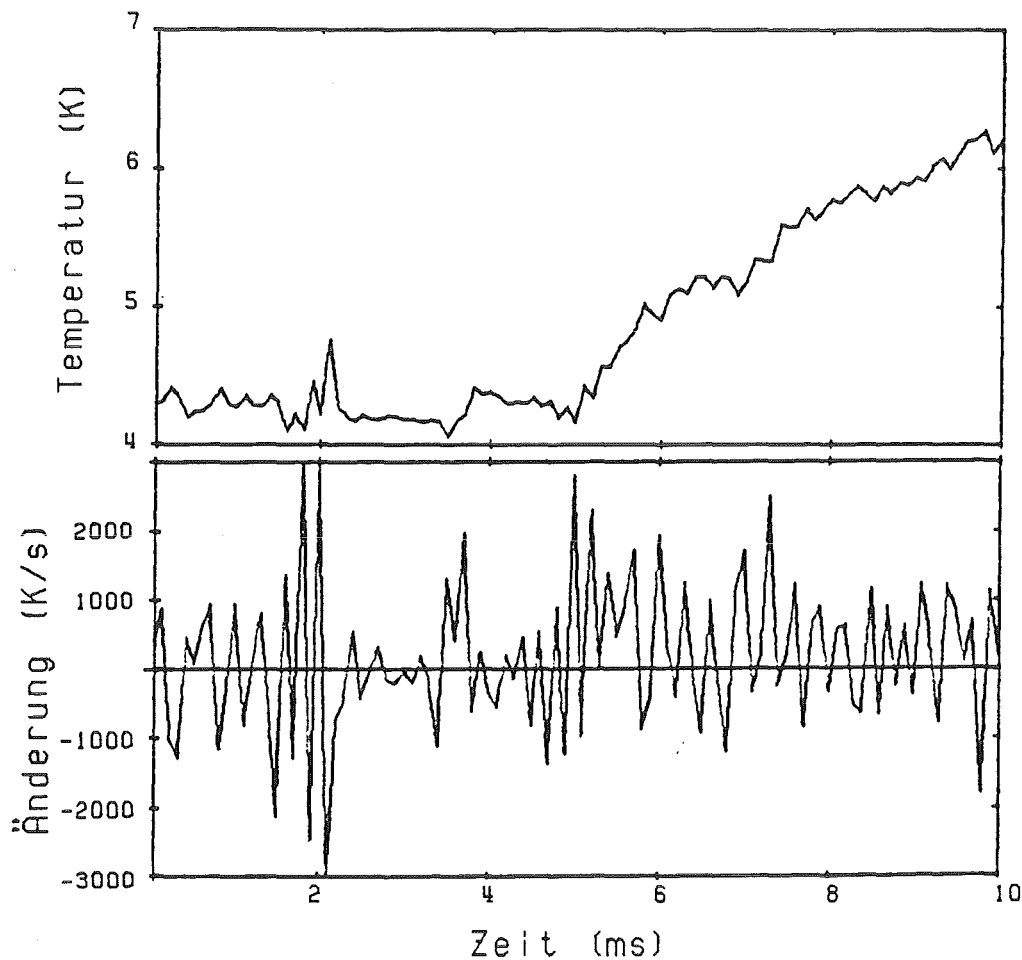


Abbildung 5. Temperaturrauschen im Einzelerperiment:

4 mm Heizer, etwa 0.9 W/cm^2 , $Re = 50000$, 6 bar
oben: Temperaturverlauf
unten: Temperaturänderungsrate dT/dt

Die Spitze im Temperatursignal etwa 3 ms vor Beginn des Pulses ist auf das Schließen des Heizungsstromkreises zurückzuführen. Das Bild zeigt auch deutlich die prompte Reaktion der Temperatur mit Beginn des Heizpulses und demonstriert damit die gemessene kleine Zeitkonstante der Heizung.

Die folgende Abbildung 6 läßt erkennen, daß durch Mittelung der Thermospannung aus 10 ansonsten gleichen Einzelerperimenten das Rauschen um einen Faktor von etwa $\sqrt{10} \approx 3$ reduziert wird.

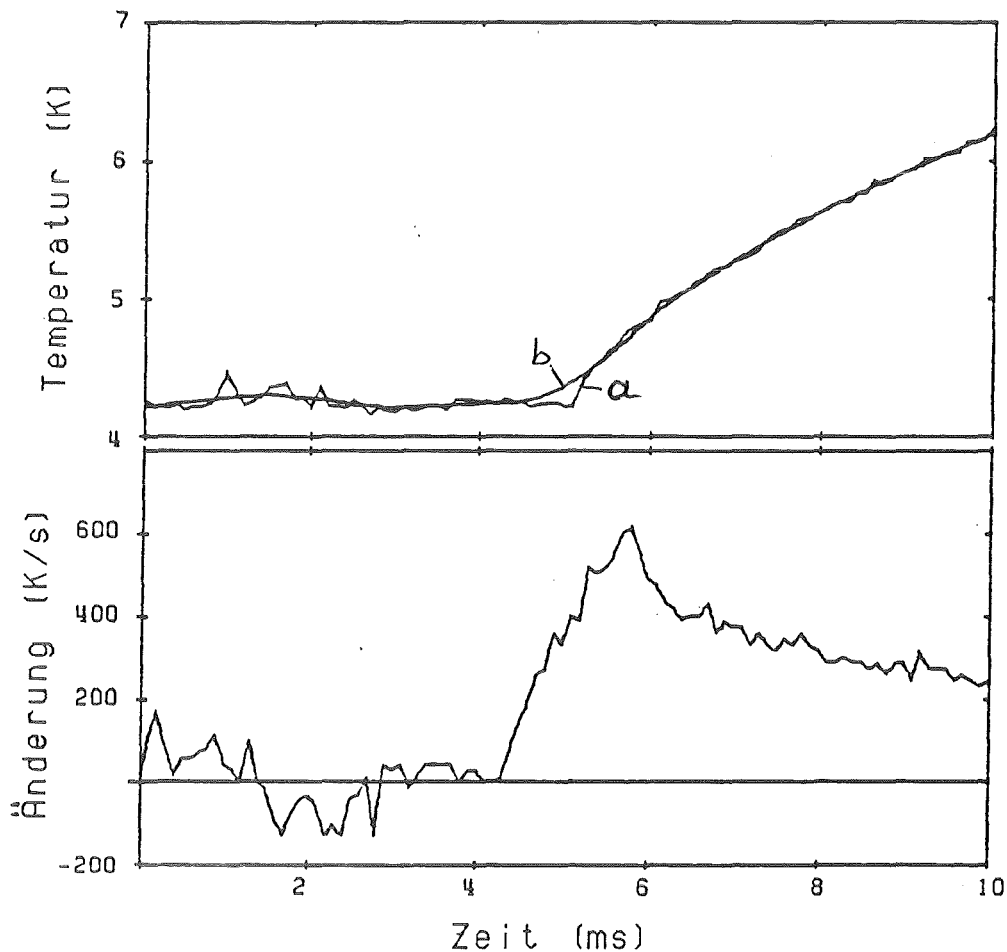


Abbildung 6. Geglätteter Temperaturverlauf und -änderungsrate:

- oben: a) gemittelter Temperaturverlauf aus 10 Experimenten
 - b) zusätzlich geglättet über 15 Punkte
 - unten: Ableitung des geglätteten Verlaufs
-

Der Transientenrekorder bietet eine weitere Möglichkeit, den Kurvenverlauf zu glätten. Dabei wird jeder Punkt durch das arithmetische Mittel seiner nächsten Nachbarn ersetzt (maximal 15 Punkte, also 7 zeitlich davor und 7 dahinter). Wie die Abbildung zeigt, wird durch die Mittelung über 15 Punkte der scharfe Temperaturanstieg mit Beginn des Heizpulses "verwaschen". Die Temperatur beginnt schon 0.7 ms früher anzusteigen, der Maximalwert der zeitlichen Ableitung wird erst etwa 0.7 ms zu spät erreicht. Der Vergleich mit Abbildung 5 zeigt dennoch, daß dies starke Glätten einfach notwendig ist, um für die folgenden Auswertungsschritte einen brauchbaren Verlauf der Temperaturänderungsrate zur Verfügung zu haben. Selbstverständlich werden niederfrequente Rauschanteile (mit einer Periode ≥ 15 Punkte = 1.5 ms) auf diese Weise nicht eliminiert.

2.3.3 ANS HELIUM ÜBERTRAGENE WÄRMELEISTUNG

Die insgesamt im Heizdraht entwickelte Wärme errechnet sich in einfacher Weise aus dem Quadrat der Heizpulsspannung U_m über den Meßwiderstand R_m . Die Heizleistung (Heizungswiderstand R_h) soll gleich auf die gekühlte Fläche des Heizelements A bezogen werden, den Wert des vom Auswertungsprogramm benutzten Registers R_g findet man in der Tabelle 4 im Anhang 5.4.

$$(2-2) \quad \dot{Q}_{\text{ges}} = \frac{U_m^2}{R_g} \quad R_g = \frac{R_m^2 \cdot A}{R_h}$$

Zur Berechnung der ans Helium übertragenen Wärmeleistung \dot{Q} müssen von der insgesamt freigesetzten Joule'schen Wärme abgezogen werden:

- o die zur Temperaturerhöhung des Heizelements aufgebrauchte Leistung \dot{Q}_{Cu} und
- o die durch Wärmeleitung ins Epoxy abgeführte Leistung \dot{Q}_{Epo} .

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{ges}} - \dot{Q}_{\text{Cu}} - \dot{Q}_{\text{Epo}}$$

Die benötigte Leistung zur Temperaturerhöhung des Heizers berechnet sich aus der temperaturabhängigen spezifischen Wärme aller Bestandteile der Heizung (Kupferhülse, Lötzinn, Konstantandraht) und der Zeitableitung des Temperaturverlaufs. Um einfach rechnen zu können, sind alle Formeln für die spezifische Wärme der Komponenten nach demselben Schema gebildet worden [30, 34, 38, 47]:

$$\begin{aligned} &\text{für Kupfer } (\rho = 8.93 \text{ g/cm}^3) \\ C(T) &= 0.751 \cdot T^3 + 11.0 \cdot T \quad \left[\frac{\mu\text{J}}{\text{gK}} \right] \\ &\text{für Lötzinn Sn60Pb } (\rho = 8.5 \text{ g/cm}^3) \\ C(T) &= 10 \cdot T^3 \quad \left[\frac{\mu\text{J}}{\text{gK}} \right] \\ &\text{für Konstantan CuNi44 } (\rho = 8.8 \text{ g/cm}^3) \\ C(T) &= 0.561 \cdot T^3 + 113 \cdot T \quad \left[\frac{\mu\text{J}}{\text{gK}} \right] \end{aligned}$$

Durch Integration über die Temperatur, Multiplikation mit Dichte und Volumen und Addition der Heizungsbestandteile erhält man die temperaturabhängige Enthalpie des Heizers. Diese wird auf die gekühlte Oberfläche des jeweiligen Heizelements bezogen, die Zahlenwerte der resultierenden Auswertungsregister R_7 und R_8 sind in Tabelle 4 aufgelistet

$$(2-3) \quad E_{\text{Cu}}(T) = R_8 \cdot (T^2 + R_7)^2$$

$$\dot{Q}_{\text{Cu}} = \frac{d}{dt} E_{\text{Cu}}(T)$$

Die Wärmeleistung zur Temperaturänderung des Heizers ergibt sich aus der Enthalpie durch Bildung der Zeitableitung. Bei der numerischen Differentiation (d.h. Differenz aufeinanderfolgender Punkte geteilt durch die Zeitschrittweite) wird das Rauschen drastisch verstärkt. Deshalb muß der Kurvenverlauf vorher stark geglättet werden. Trotzdem zeigt das Rechenergebnis noch starke Schwankungen, die letztlich Folge

des Verstärkerrauschens sind, also nicht als zeitliche Fluktuation von übertragener Wärmeleistung interpretiert werden dürfen.

Zur Bestimmung der ins Epoxy abgeleiteten Wärme wurden spezielle Eichexperimente mit allen Heizern durchgeführt. Dazu wurde die Temperaturantwort des Heizelements gemessen, wenn sich praktisch kein Helium im Innenraum befand (Restgasdruck: 1 bis 2 Torr). Durch die Wärmeleitfähigkeit des verbliebenen He-Gases wird die Temperatur des unbeheizten Kupferzylinders auf 4.2 K gehalten. Durch die geringe Dichte ist die vom Gas aufgenommene Wärmemenge aber klein verglichen mit der ins Epoxy abgeleiteten Wärme. In diesen Experimenten kann somit der Verlauf der ans Epoxy abgegebenen Leistung bei gegebenem Temperaturverlauf bestimmt werden. Abbildung 7 zeigt eine solche Schar von Temperaturkurven und zugehörigen Heizleistungen.

Es wurde versucht, aus diesen Messungen Fitfunktionen zu gewinnen, mit denen aus dem Temperaturverlauf die ins Epoxy abgeführte Leistung näherungsweise berechnet werden kann. Diese Aufgabe ist nicht eindeutig lösbar. Beispielsweise kann die Wärmeleistung im Eichexperiment durch die Angabe von Temperaturdifferenz und verstrichener Zeit bestimmt werden, genauso gut aber auch durch Temperatur und Temperaturänderungsrate. Angegeben werden sollen hier 2 verschiedene Fitfunktionen an, mit denen bei allen Heizelementen eine gute Approximation (etwa $\pm 20\%$) der Ergebnisse der Eichmessungen möglich war (die Koeffizienten und Exponenten wurden durch ein Computerprogramm [45] bestimmt):

$$(2-4) \quad \dot{Q}_{\text{Epo}} = R_4 \cdot \Delta T^{1.5} + R_5 \cdot \frac{dT}{dt} + R_6 \cdot \left(\Delta T \cdot \frac{dT}{dt} \right)^{1.25}$$

$$(2-5) \quad \dot{Q}_{\text{Epo}} = R_4' \cdot \Delta T^{1.5} + R_5' \cdot \frac{dT}{dt} + R_6' \cdot \left(\frac{\Delta T^2}{t} \right)$$

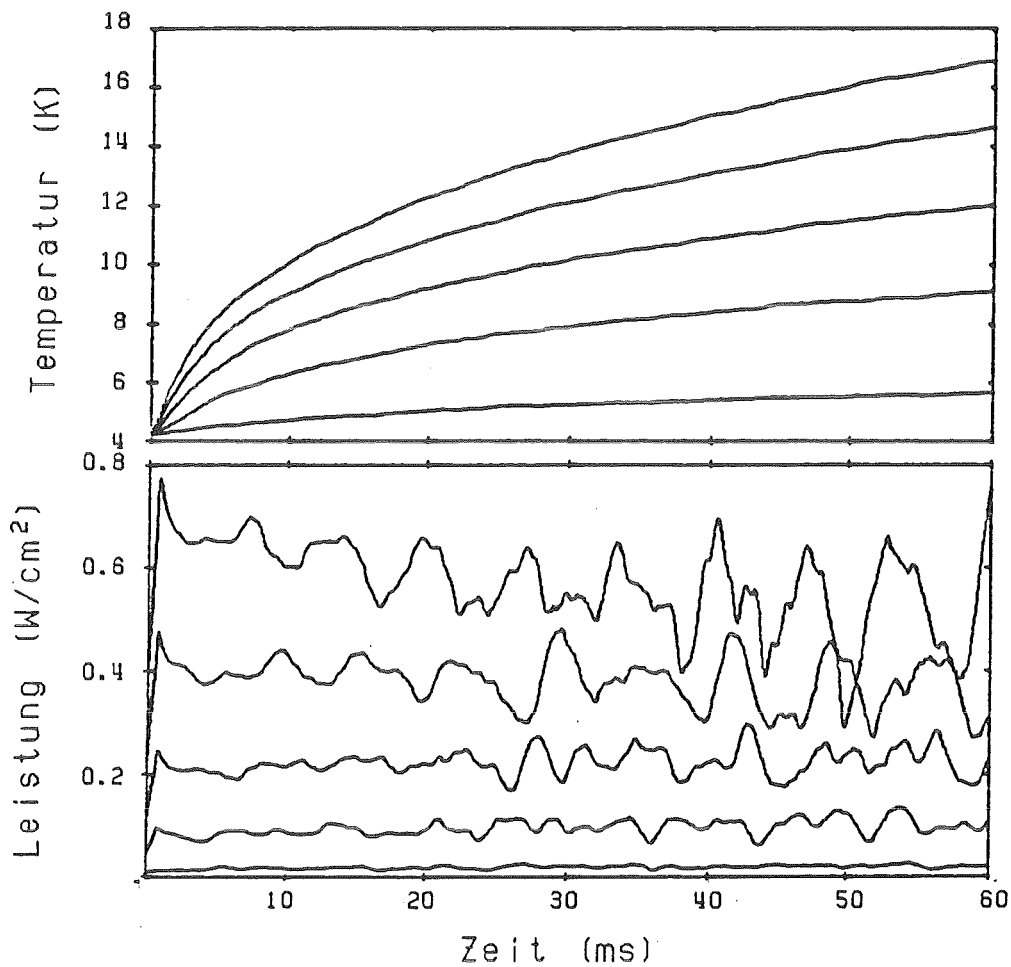


Abbildung 7. Temperatur- und Leistungsverlauf im Eichexperiment:

Beispiel: 6mm-Heizer

oben: Verlauf der Heizertemperatur

unten: ins Epoxy abgeleitete Wärmeleistung

bezogen auf die innere (gekühlte) Oberfläche

Selbstverständlich ist es nicht allgemein zulässig, statt der Analyse der mehrdimensionalen Wärmeleitungsgleichung mit allen Besonderheiten der Geometrie und mit temperaturabhängigen Materialeigenschaften jetzt nur diese Fitfunktionen für beliebigen Temperaturverlauf auszuwerten. Wenn die Entwicklung der Temperatur aber "ähnlich" ist, das heißt, wenn sich die Parameter Temperatur, Temperaturänderungsrate und Zeit in vergleichbaren Größenordnungen befinden wie in einem der Eichexperimente, dann liefern die Fitfunktionen zumindest eine brauchbare Abschätzung für die ins Epoxy abgeleitete Wärme, und zwar mit den

begrenzten mathematischen Mitteln des Transientenrekorders. Eine gewisse Kontrolle ergibt sich dann aus dem Vergleich der Anwendung beider Fitformeln auf denselben Temperaturverlauf.

2.3.4 GENAUIGKEIT DER WÄRMELEISTUNGSKORREKTUREN

Wichtig für die Beurteilung der Zuverlässigkeit der Ergebnisse ist es, wie groß die Korrekturterme aufgrund der endlichen Wärmekapazität des Heizers (\dot{Q}_{Cu}) und aufgrund der Wärmeleitung ins Epoxyd hinein (\dot{Q}_{Epo}) eigentlich sind. Der Anteil dieser Terme an der gesamten Wärmeleistung ist nicht konstant, sondern er hängt indirekt (über die erreichten Temperaturen) vom Wärmeübergang ans Helium im jeweiligen Experiment ab.

Ziemlich problemlos sieht es bei großen Strömungsgeschwindigkeiten und dementsprechend gutem Wärmeübergang aus. In Abbildung 8 oben kann die ans Helium übertragene Leistung \dot{Q} mit der insgesamt erzeugten Wärmeleistung pro Kühlfläche verglichen werden: der Anteil der Korrekturen beträgt nur etwa 15 %.

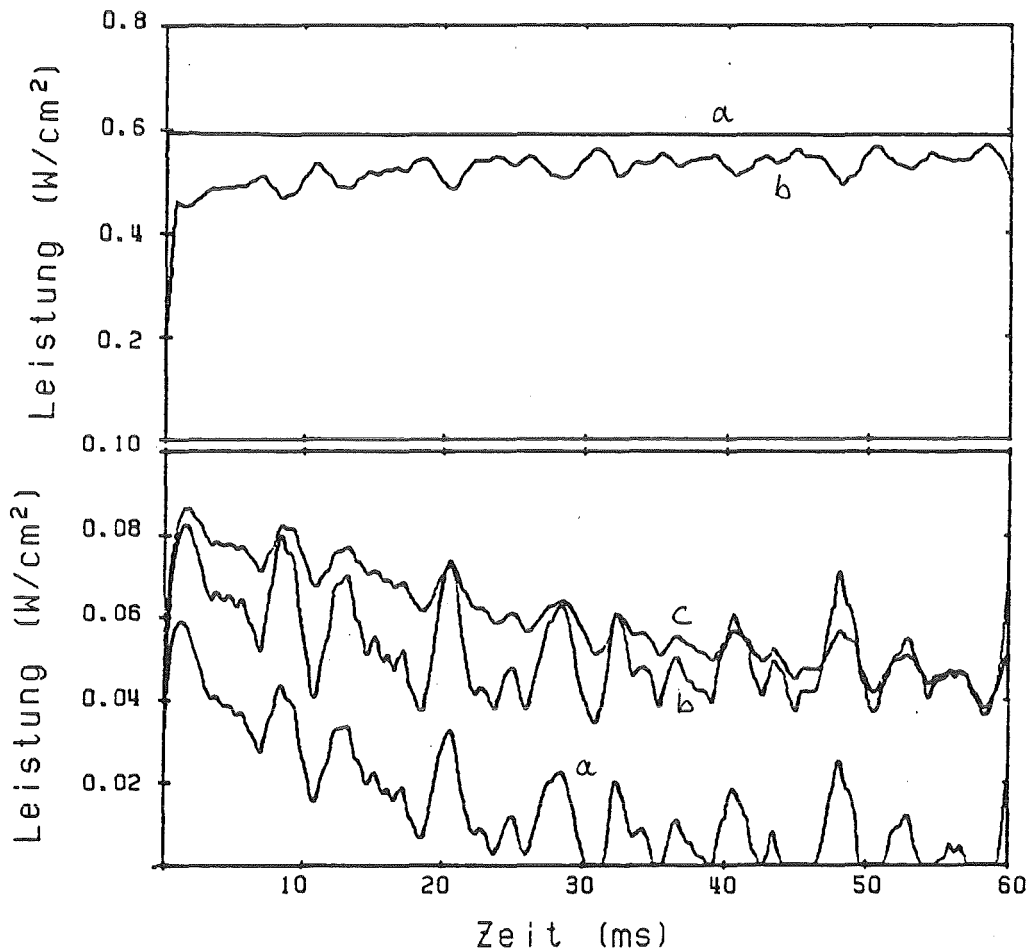


Abbildung 8. Leistungskorrekturen bei großem Wärmeübergang:

4 mm-Heizer, 6 bar, $Re = 100000$

oben: a) gesamte Wärmeleistung

b) an Helium übertragene Leistung (mit Gl.2-4)

unten: a) Korrekturterm für die Heizerenthalpie und

b) für Wärmeleitung ins Epoxyd nach Gl.2-4

c) dasselbe nach Gl.2-5

Im unteren Teil der Abbildung sind die Korrekturterme \dot{Q}_{Cu} und \dot{Q}_{Epo} einzeln dargestellt, berechnet sowohl nach Formel (2-4) als auch nach (2-5). Beide Fitfunktionen für die Wärmeleitungskorrektur liefern offensichtlich vergleichbare Resultate. Aus der Größe dieser Kurvenverläufe ergibt sich: selbst wenn diese Korrektur um 50 % unsicher wäre, so liegt der Fehler in der ans Helium übertragenen Wärme-

leistung und beim Wärmeübergangskoeffizienten doch bei weniger als 6 %!

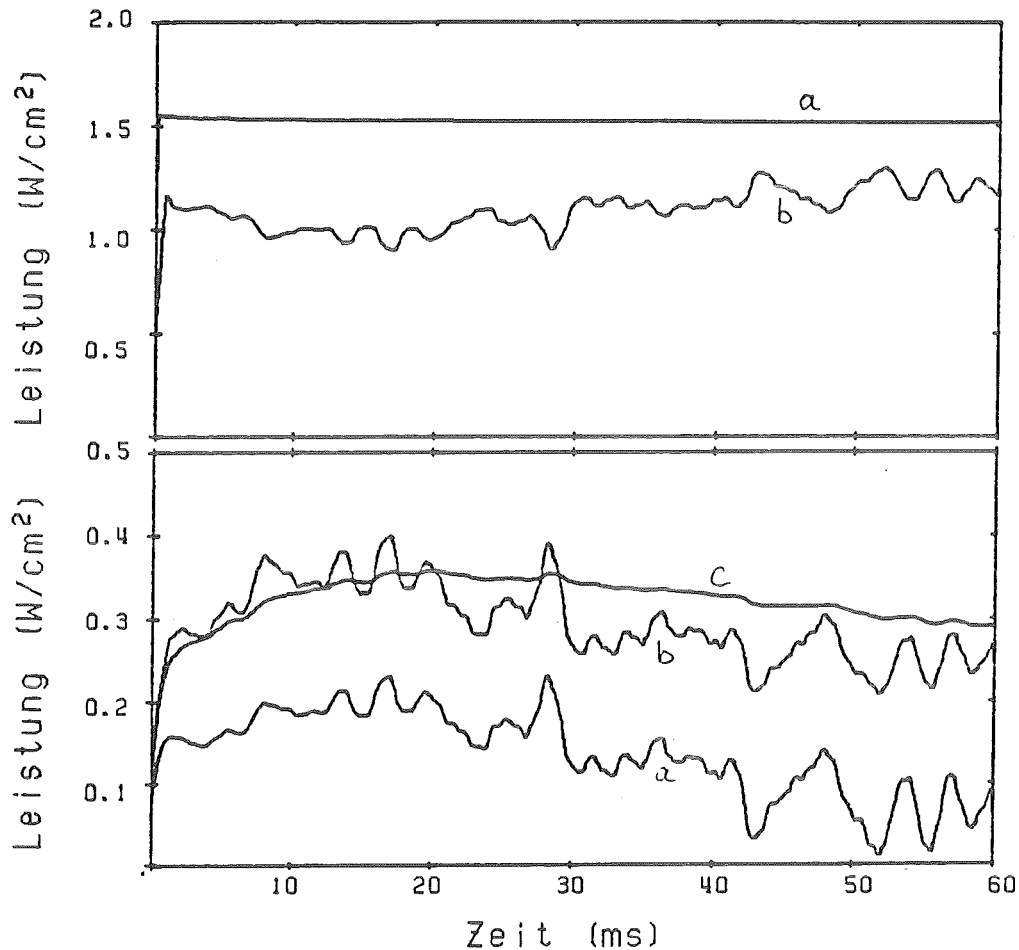


Abbildung 9. Leistungskorrekturen bei kleinem Wärmeübergang:

4 mm-Heizer, 6 bar, $Re = 20000$

oben: a) gesamte Wärmeleistung

b) an Helium übertragene Leistung (mit G1.2-4)

unten: a) Korrekturterm für die Heizerenthalpie und

b) für Wärmeleitung ins Epoxyd nach G1.2-4

c) dasselbe nach G1.2-5

Bei kleineren Strömungsgeschwindigkeiten, dementsprechend schlechterem Wärmeübergang, und größerer Heizleistung sieht es nicht so günstig aus. Dann erreicht das Heizelement eine viel größere Temperaturdifferenz. Da die ans Helium übertragene Wärmeleistung aber nur linear mit

der Temperaturdifferenz ansteigt, die Wärmekapazität des Heizers und die abgeleitete Wärme aber stärker als linear mit der Temperatur anwachsen, erhöht sich der relative Anteil der Korrekturterme beträchtlich. Diese Situation ist in Abbildung 9 dargestellt: Beide Korrekturterme "verbrauchen" zusammen über 30 % der gesamten Heizleistung. Ihre Größe entspricht nun der Hälfte der ans Helium übertragenen Wärmeleistung. Bei einer angenommenen Unsicherheit der Korrekturterme von 50 % ergibt sich also ein möglicher Fehler des Wärmeübergangs von 25 %.

2.3.5 WÄRMEÜBERGANGSKOEFFIZIENT UND WÄRMEWIDERSTAND

Durch Quotientenbildung aus übertragener Wärmeleistung und Temperaturdifferenz von Heizer und Helium wird der Wärmeübergang bestimmt. Da jedoch die Heizertemperatur vor Beginn des Pulses um 4.2 K herum schwankt, würden bei dieser Division betragsmäßig sehr kleine Werte des Divisors auftreten (eventuell ist auch Null dabei). Der Quotient wird dann sehr groß. Da die Auflösung des Rekorders nur relativ zum größten dargestellten Funktionswert 0.025 % beträgt, geht bei dieser Division die ganze wesentliche Information verloren.

Deshalb soll vor der Division eine untere Schranke für die Temperaturdifferenz eingeführt werden (0.3 K). Alle Punkte mit kleineren Werten werden entsprechend heraufgesetzt. Beim Dividieren gibt es jetzt kein Problem mehr, allerdings wird die "Spitze" der Wärmeübergangskurve willkürlich abgeschnitten. In Abbildung 10 ist oben der Temperaturverlauf für die ersten 10 ms eines Heizpulses dargestellt, darunter der auf diese Weise berechnete transiente Wärmeübergang.

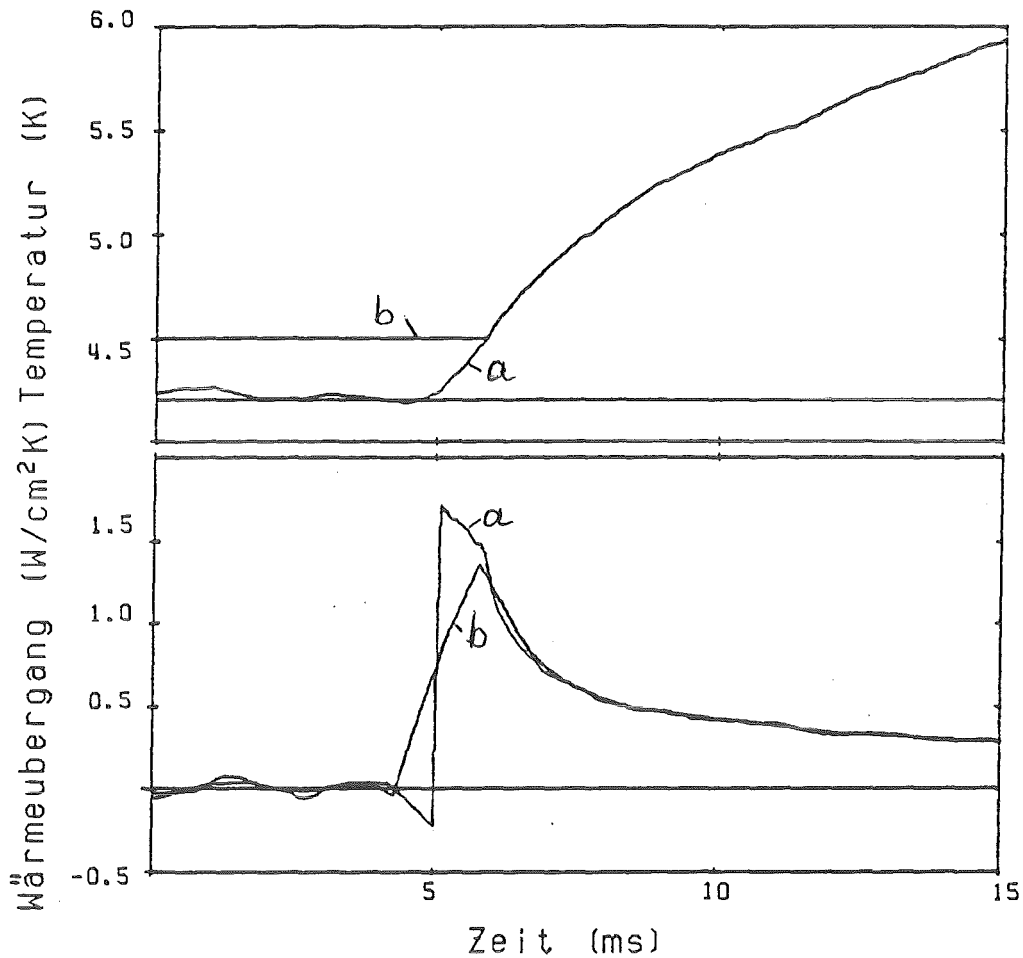


Abbildung 10. Berechneter Verlauf des Wärmeübergangs:

4 mm-Heizer, 10 bar, etwa 0.5 W/cm^2 , $Re = 100000$
oben: a) gemessener Temperaturverlauf
b) abgeschnitten für die Division
unten: a) errechneter Wärmeübergangskoeffizient
b) zusätzlich geglättet

Durch nachträgliches Glätten entsteht künstlich ein etwa linearer Anstieg des Wärmeübergangs. Auch die negative Spitze im Wärmeübergang vor Beginn des Heizpulses ist ein Artefakt, das sich durch die Glättung der Korrekturterme im Verlauf der Rechnung erklärt. Zuverlässige Werte für den Wärmeübergang können erst ab einem späteren Zeitpunkt aus diesen Rechnungen entnommen werden (z.B. falls über 15 Punkte geglättet wurde: 7 Punkte, d.h. hier 0.7 ms, nachdem die Temperaturdifferenz die Schwelle von 0.3 K überschritten hat).

Weniger Interpretationsschwierigkeiten ergeben sich, falls statt dem Wärmeübergang dessen Kehrwert, der sogenannte Wärmewiderstand berechnet wird. Auch diesmal muß dafür gesorgt werden, daß im Nenner keine Werte nahe bei Null auftreten. Da die Wärmeleistung aber relativ sprunghaft mit Beginn des Heizpulses ansteigt, bedeutet das keine merkliche Einschränkung. Ich will deshalb im folgenden, wenn Wärmeübergänge zu vergleichen sind, immer den Wärmewiderstand verwenden. Die Wärmewiderstandskurve stellt so etwas wie die universelle Temperaturantwort des Heizelements auf einen Leistungsinput der Größe 1 W/cm^2 dar.

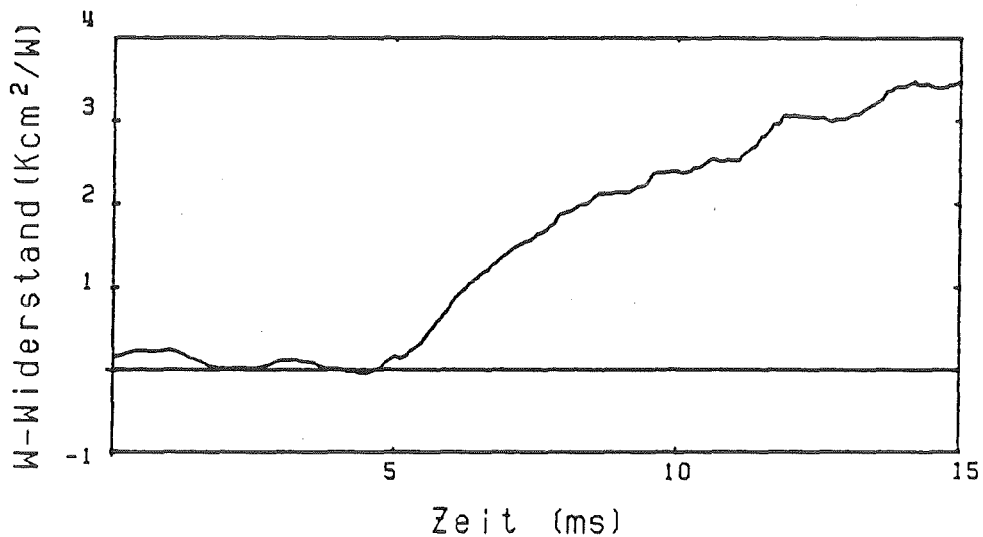


Abbildung 11. Verlauf des Wärmewiderstands:

dasselbe Experiment wie in Abbildung 10

2.4 ERGEBNISSE DER MESSUNGEN

Es ist hier nicht möglich, einigermaßen vollständig die Resultate der verschiedenen Meßreihen zu dokumentieren. Stattdessen soll tabellarisch ein Überblick über die Variationsbereiche der Parameter in den Experimenten gegeben werden.

Das allgemeine Ergebnis der Experimente ist, daß der transiente Wärmeübergang für Rechteckspulse von der Zeit abhängt, aber nicht, oder nur schwach, von der Höhe des Heizpulses, der Strömungsgeschwindigkeit, dem Heliumdruck oder der Länge des Heizers. Dies soll in den anschließenden Abschnitten dieses Kapitels jeweils an einem repräsentativen Beispiel dargestellt werden. In der folgenden Tabelle ist auch gezeigt, wie diese Beispielfälle aus dem gesamten Parameterraum herausgegriffen sind.

Tabelle 1: Übersicht über die durchgeführten Experimente

Parameter: Länge des Heizers: 4 mm, 6 mm, 12 mm, 16 mm

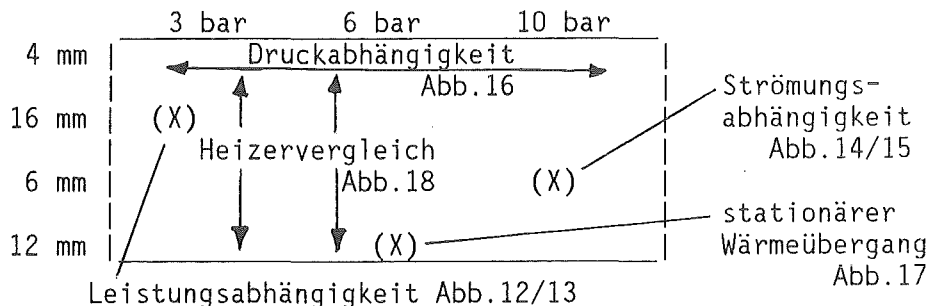
Strömungskanal: Durchmesser 4 mm, senkrecht

Heliumdruck: 3 bar, 6 bar, 10 bar

Reynoldszahl: 0, 10^4 , $2 \cdot 10^4$, $5 \cdot 10^4$, 10^5

Heizleistung: 0.2 W/cm^2 bis 2.0 W/cm^2

Auf den folgenden Seiten dargestellte Beispiele:



2.4.1 VARIATION DER HEIZLEISTUNG

Die unterschiedliche Temperaturantwort des Heizers auf Heizpulse verschiedener Amplitude ist in Abbildung 12 gezeigt, Strömungsgeschwindigkeit usw. sind konstant gehalten.

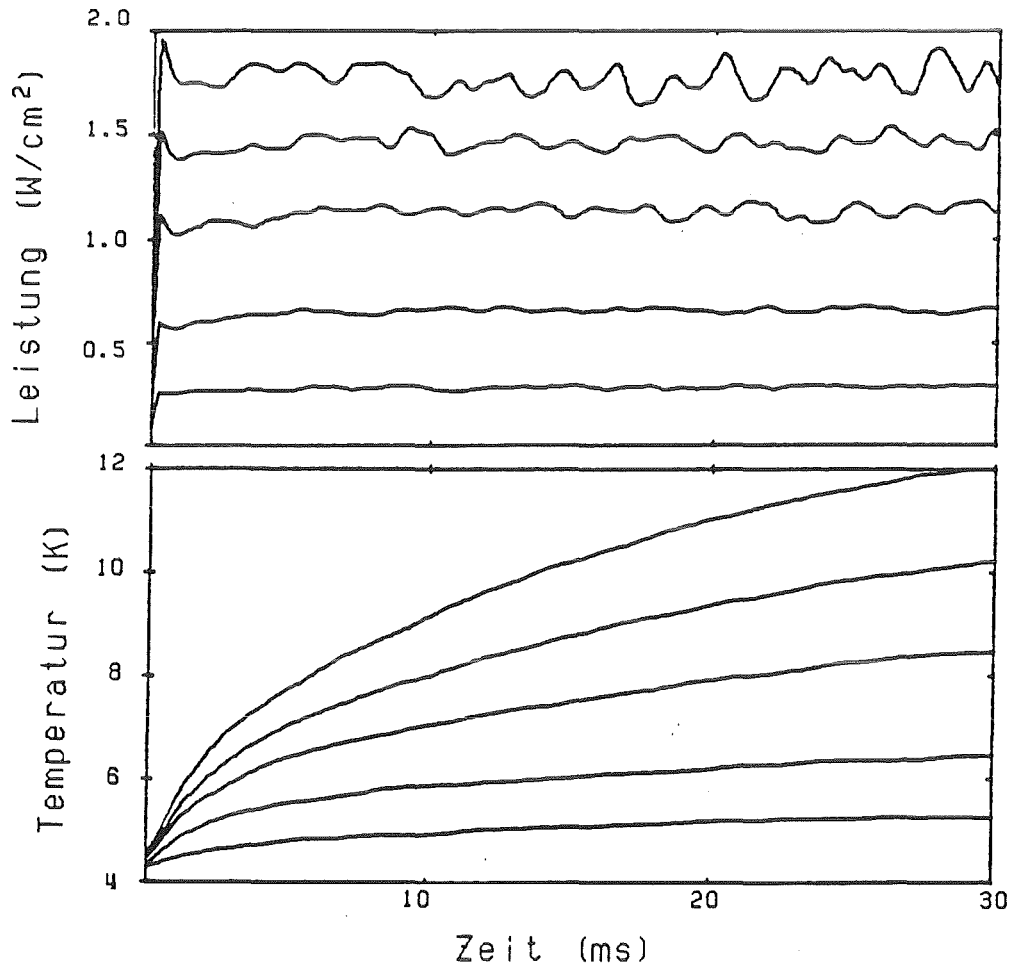


Abbildung 12. Zeitverhalten bei Variation der Heizleistung:

16 mm-Heizer, Druck 3 bar, $Re = 10^5$
oben: ans Helium übertragene Wärmeleistung
unten: zugehörige Temperaturverläufe

Der daraus berechnete Verlauf des Wärmewiderstands, also die Temperaturdifferenz geteilt durch die übertragene Wärmeleistung, ist in Abbildung 13 wiedergegeben. Im Rahmen der Genauigkeit dieser Berechnungen - anschaulich zu erkennen in der Größe der Schwankungen in der Abbildung - fallen alle Wärmewiderstandsverläufe zumindest anfangs auf ein und dieselbe Kurve. Das heißt, daß der transiente Wärmeübergang nicht von der aufgebrachten Wärmeleistung abhängt. Unabhängig davon ist es eine bekannte Tatsache, daß der stationäre Wärmeübergang, der sich nach genügend langer Pulsdauer einstellt, durchaus auch von der übertragenen Wärmeleistung abhängt (siehe Anhang 5.1.2).

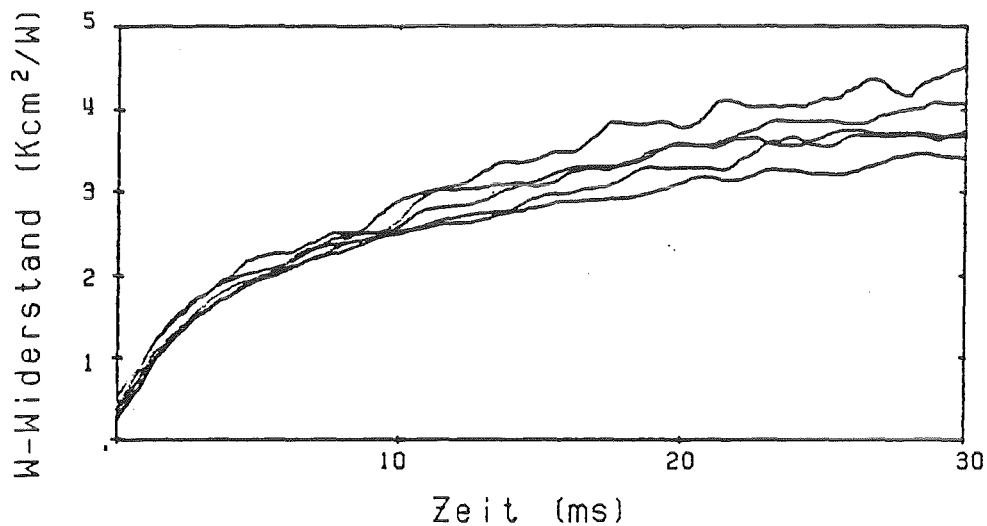


Abbildung 13. Verlauf des Wärmewiderstands:
bei Variation der Heizleistung,
Parameter wie in Abbildung 12

2.4.2 VARIATION DER STRÖMUNGSGESCHWINDIGKEIT

Da der stationäre Wärmeübergang vor allem von der Reynoldszahl der Strömung als entscheidendem Parameter abhängt, würde man dies zunächst auch für den transienten Wärmeübergang erwarten. Das Ergebnis der Experimente fällt aber anders aus, die Temperaturverläufe und Leistungen sind in Abbildung 14 dargestellt, der daraus berechnete Wärmewiderstand in Abbildung 15.

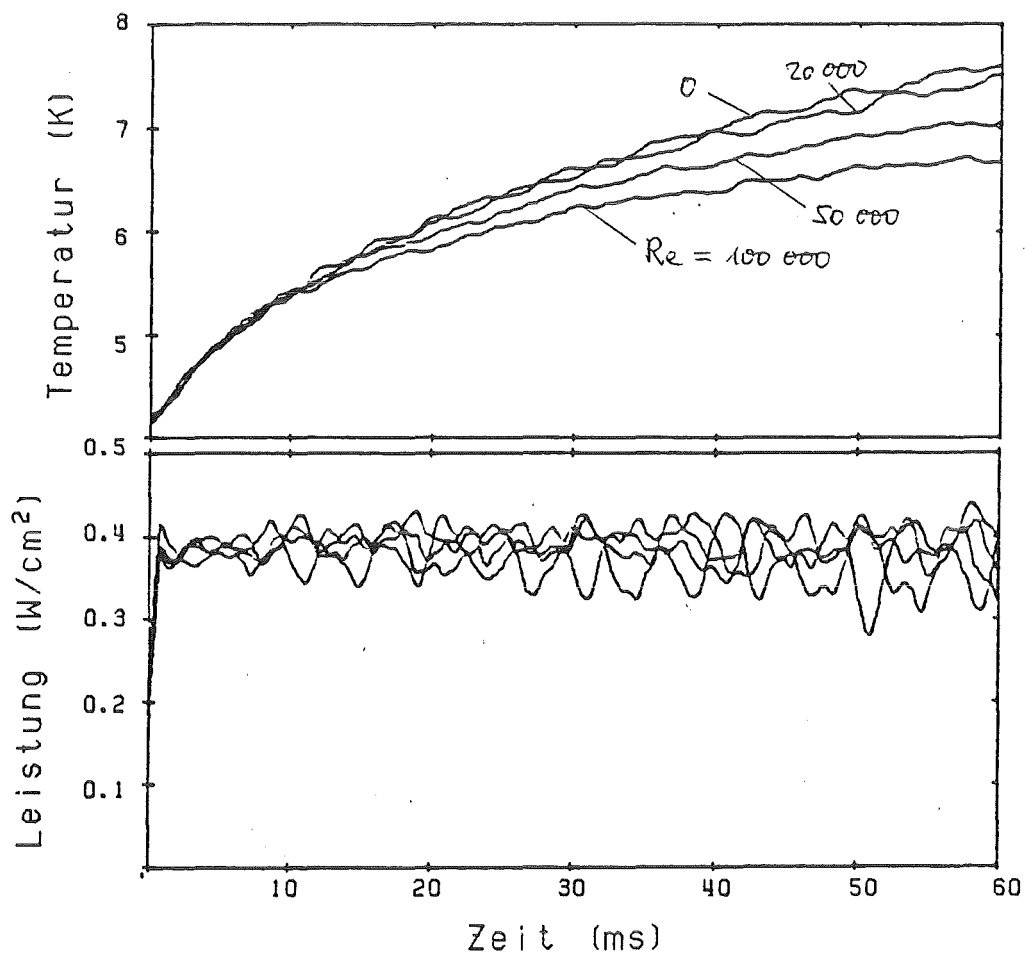


Abbildung 14. Zeitverhalten bei Variation der Reynoldszahl:

6 mm-Heizer, Druck 10 bar
oben: Temperaturverläufe
unten: übertragene Wärmeleistungen

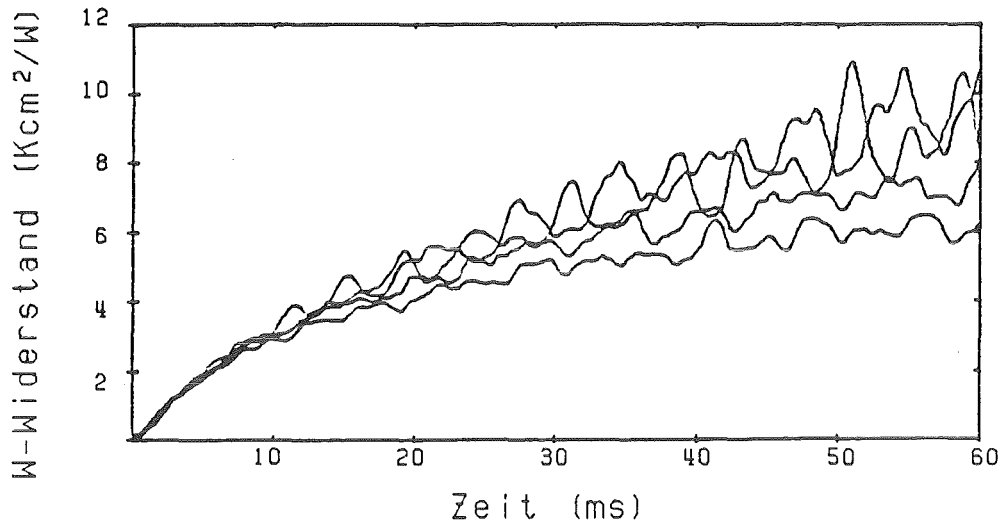


Abbildung 15. Verlauf des Wärmewiderstands:

bei Variation der Reynoldszahl,
Parameter wie in Abbildung 14

Man sieht, daß der transiente Wärmeübergang offensichtlich nicht von der Strömungsgeschwindigkeit abhängig ist. Dies zeigt sich auch, ohne daß man irgendwelche Wärmewiderstände berechnen muß, direkt darin, daß alle Temperaturverläufe für konstante Heizleistung dasselbe Anfangsstück besitzen. Der steigende stationäre Wärmeübergang mit zunehmender Strömung macht sich dann dadurch bemerkbar, daß die Temperaturen bzw. Wärmewiderstände zu verschiedenen Zeitpunkten von diesem universellen Verlauf allmählich abzweigen. Für große Reynoldszahl, das heißt guten stationären Wärmeübergang und kleine stationäre Temperaturdifferenz, ist diese Zeit schon früher erreicht als bei kleiner Strömungsgeschwindigkeit und dementsprechend schlechtem stationärem Wärmeübergangskoeffizient.

2.4.3 VARIATION DES HELIUMDRUCKS

Auch der stationäre Wärmeübergang an strömendes überkritisches Helium ist nur schwach druckabhängig (siehe dazu Anhang 5.1). Es wäre aber durchaus möglich, daß die relative Nähe des kritischen Punktes den transienten Wärmeübergang beeinflußt, eventuell zu dem Zeitpunkt, wenn der Heliumzustand gerade die transponierte kritische Linie überschreitet (Fortsetzung der Phasengrenze ins überkritische Gebiet: Maximum der spezifischen Wärme c_p). Die Experimente, die beispielsweise in Abbildung 12 auf Seite 37 für einen Heliumdruck von 3 bar dargestellt sind, zeigen demgegenüber, daß dies zumindest nicht zu einer so starken Modifizierung des Wärmeübergangs führt, die sich deutlich von den vorhandenen experimentellen Unschärfen abheben würde.

Darüberhinaus gibt es eine schwache Druckabhängigkeit, die sich analog zum stationären Fall erklären läßt. Wie Abbildung 16 zeigt, ist bei kleiner Wärmeleistung der Wärmeübergang bei 3 bar etwas besser als bei größerem Druck, bei großer Leistung ist es dagegen umgekehrt. Dies kann qualitativ damit erklärt werden, daß bei kleinen Temperaturdifferenzen der ausgeprägte Peak in der spezifischen Wärme des Heliums bei niedrigem Druck zur Geltung kommt, bei großen Temperaturdifferenzen aber die stärkere Dichteabnahme mit der Temperatur (Nähe zum 2-Phasengebiet).

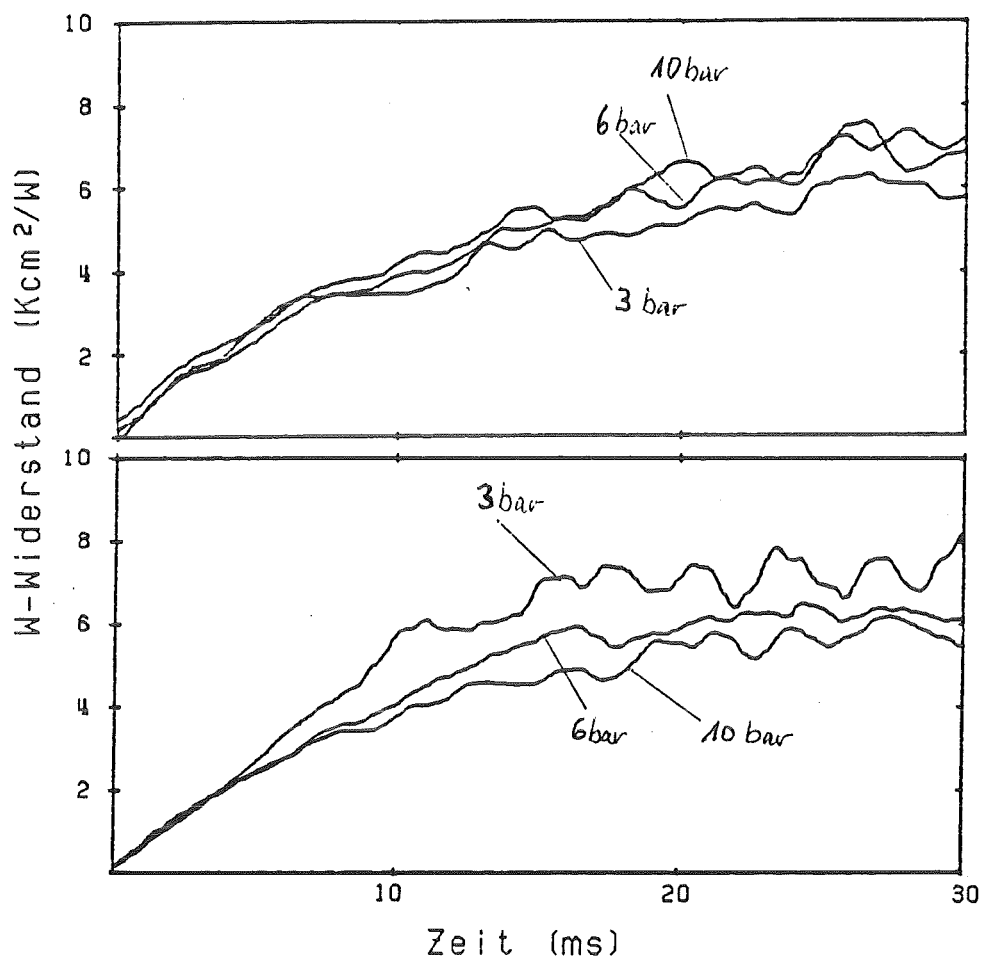


Abbildung 16. Wärmewiderstandsverlauf bei Variation des Drucks:

4 mm-Heizer, $Re = 20000$

oben: etwa 0.2 W/cm^2

unten: etwa 1.4 W/cm^2

2.4.4 STRÖMUNGSRICHTUNG UND STATIONÄRER WÄRMEÜBERGANG

Die transiente Phase des Wärmeübergangs hängt nicht von der Richtung der Heliumströmung ab (nach oben oder unten). Versuche mit sehr langen Heizpulsen zeigten aber, daß die stationäre Wärmeübertragung in dieser speziellen Experimentiereinrichtung stark von der Strömungsrichtung abhängt, ein Beispiel dafür ist in Abbildung 17 vorgestellt.

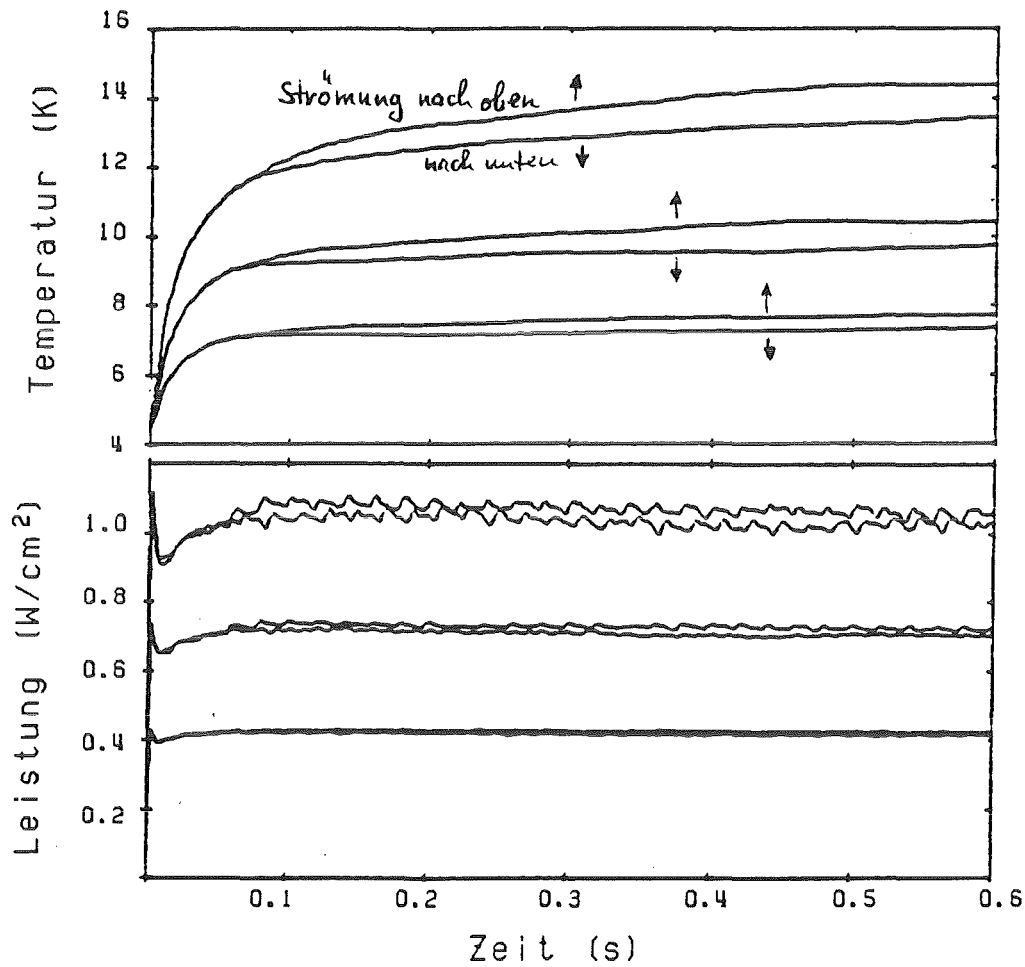


Abbildung 17. Zeitverhalten bei sehr langen Heizpulsen:

12 mm-Heizer, 6 bar, $Re = 50000$, beide Richtungen
oben: Temperaturen
unten: Verlauf der übertragenen Heizleistung

Dies überraschend unterschiedliche Verhalten je nach Orientierung des Heliumstroms kann nicht damit erklärt werden, daß der Thermofühler für die "ungestörte" Fluidtemperatur einmal vor, im anderen Falle aber hinter der Heizstrecke liegt. Für den 12 mm-Heizer würde dieser Effekt dann gerade in die entgegengesetzte Richtung gehen. Außerdem zeigen Experimente mit den anderen Heizelementen qualitativ dasselbe Verhalten.

Als richtungsabhängiger Einflußfaktor bleibt nur der thermische Auftrieb der erwärmten Heliumgrenzschicht übrig. Dieser starke Einfluß war zunächst unerwartet, durch einen dünneren Strömungskanal hätte dies vermieden werden können. Um ein Kriterium dafür anzugeben, wann Auftriebseffekte wichtig werden, muß die Grashofzahl als dimensionslose Kennzahl der Auftriebskräfte mit der Reynoldszahl verglichen werden. Das ist im Anhang 5.1.3 durchgeführt worden (Gl.5-7, ausgewertet in Tabelle 3 auf Seite 105), außerdem sind dort Korrekturfaktoren für den stationären Wärmeübergang angegeben.

Wenn Auftriebseffekte wichtig sind, hat dies zur Folge, daß die stationäre Wärmeübertragung leistungsabhängig wird, denn die zur Korrelation verwendete axiale Grashofzahl (siehe Gl.5-8) ist proportional zu der dem Helium zugeführten Wärmeleistung. Auftriebseffekte sind auch stark geometrieabhängig. Man kann deshalb nicht die für lange vertikale Kühlrohre angepaßten Formalismen einfach auf eine so kurze Anordnung übertragen. Unabhängig davon aber bleibt die Aussage, daß der Auftrieb eine sehr große Rolle spielt, denn dafür entscheidend ist letztlich eine lokale Kräftebilanz in der erwärmten Grenzschicht.

Falls der stationäre Wärmeübergang bestimmt werden sollte, steckt eine weitere Fehlerquelle in der Wärmeleitung ins Epoxydharz hinein. Dieser Wärmestrom erreicht einen stationären Zustand erst nach einigen Sekunden, wie Abschätzungen der Zeitkonstanten und numerische Simulationen gezeigt haben. Entscheidend dafür ist die stark mit der Temperatur ansteigende spezifische Wärme des Epoxyds. Solange aber der Wärmewiderstand zwischen Innen- und Außenseite des zylindrischen Epoxydkörpers nicht konstant wird, "sieht" auch das Helium eine veränderliche Temperaturdifferenz und Heizleistung und erreicht noch nicht den stationären Wärmeübertragungszustand.

Es bleibt festzuhalten, daß das hier beschriebene Experiment aus beiden genannten Gründen nicht geeignet ist, stationäre Wärmeübergangskoeffizienten zu ermitteln, was aber auch nicht das Ziel dieser Arbeit war.

2.4.5 VERGLEICH DER VERSCHIEDENEN HEIZER

Beim Gegenüberstellen von Wärmewiderstandsverläufen aus den verschiedenen Meßserien zeigt sich, daß der transiente Wärmeübergang auch von der Länge der beheizten Strecke nicht abhängt. Dies Ergebnis ist in Abbildung 18 sowohl bei einem Druck von 3 bar, als auch bei 6 bar dokumentiert.

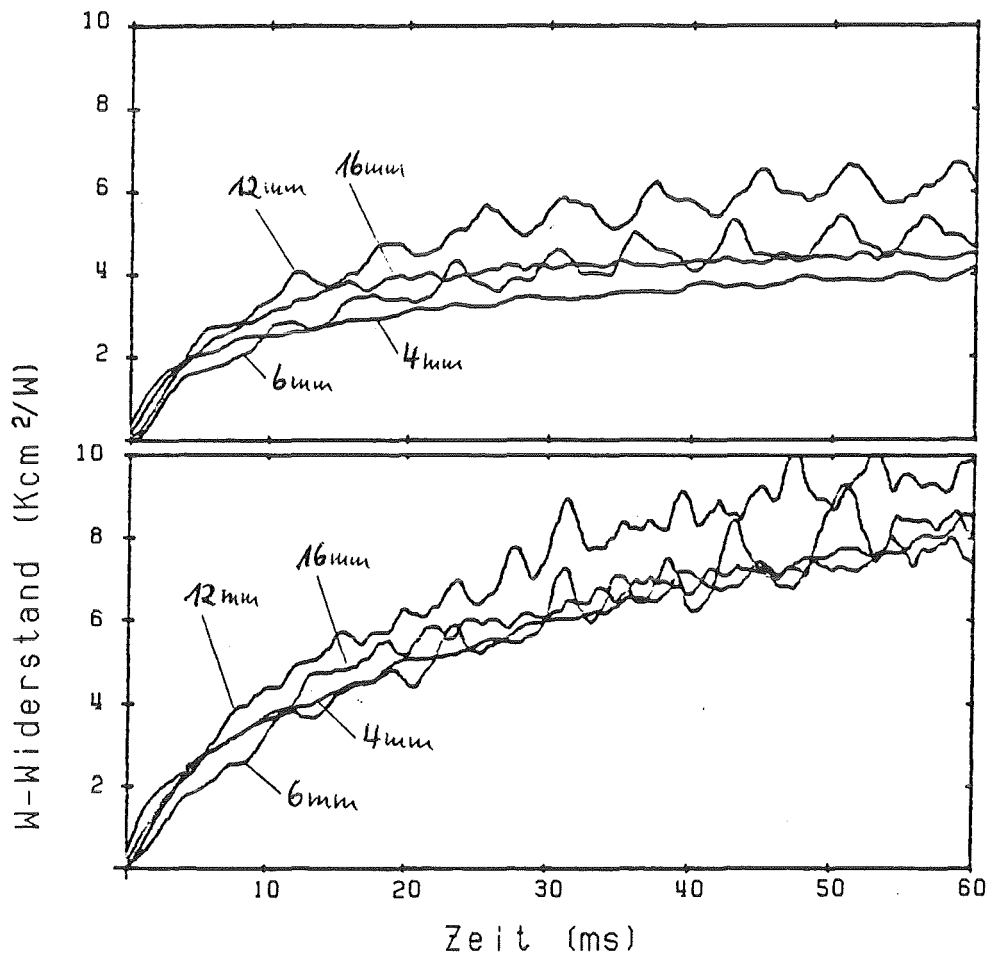


Abbildung 18. Verlauf des Wärmewiderstands bei Variation der Heizertlänge:

oben: Druck 3 bar, $Re = 10^5$

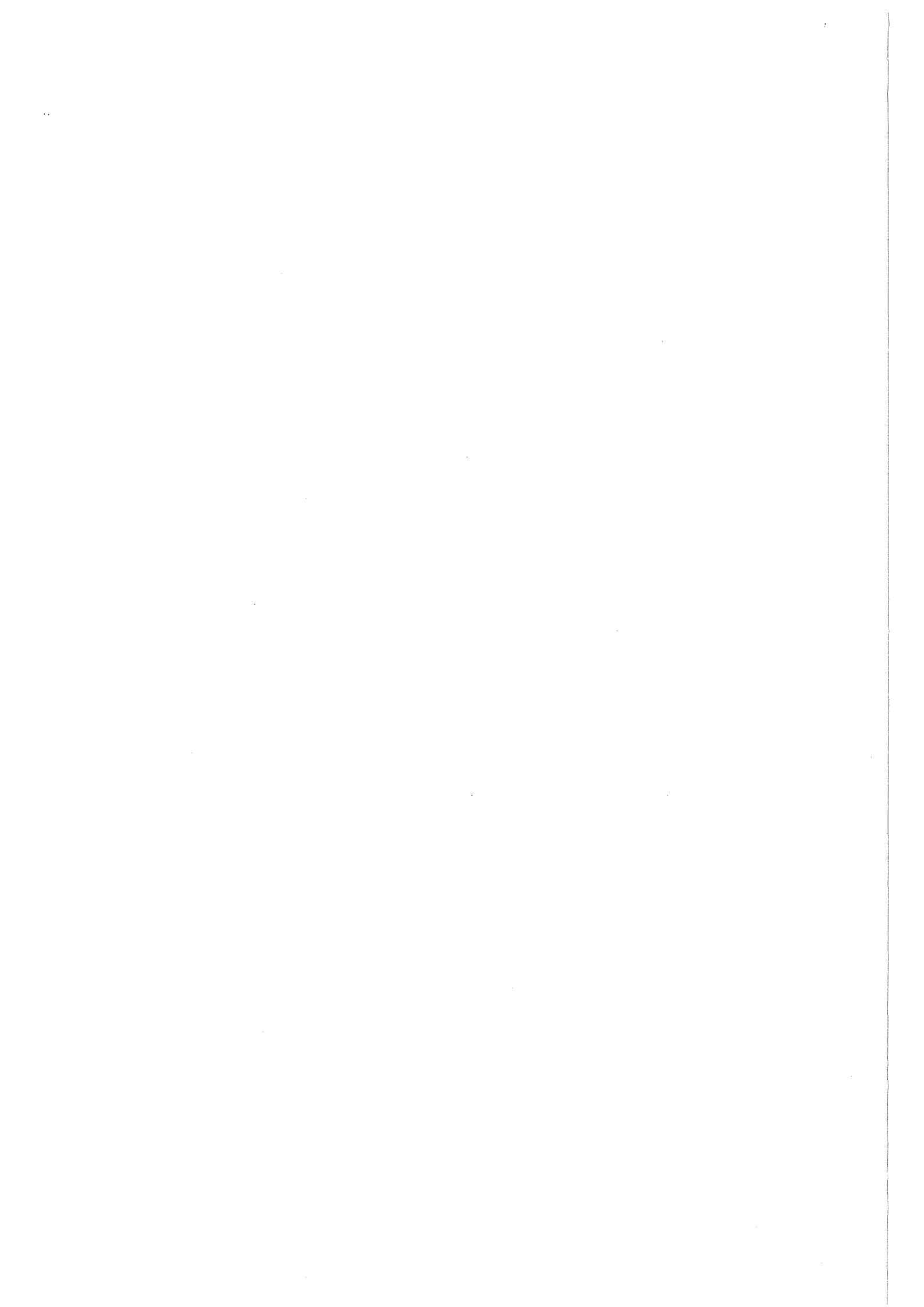
unten: Druck 6 bar, $Re = 2 \cdot 10^4$

Wärmeleistung $0.4 - 0.7 \text{ W/cm}^2$

Wie man sieht, hängen die Diskrepanzen zwischen den einzelnen Kurven nicht systematisch mit der Heizerlänge zusammen. Sie sind vielmehr Ausdruck zufälliger Unterschiede der einzelnen Meßelemente. So hat der 6 mm-Heizer eine vergleichsweise schlechtere thermische Ankopplung des Konstantan-Heizdrahts an die Kupferhülse als die anderen Heizelemente. Dementsprechend hinkt seine Temperaturentwicklung etwas nach, das täuscht dann einen kleineren Wärmewiderstand oder einen erhöhten Wärmeübergang vor. Der 12 mm-Heizer liefert für große Zeiten immer einen etwas schlechteren Wärmeübergang. Beim 6 und 12 mm-Heizer ist das Rauschen offensichtlich stärker als bei 4 und 16 mm.

Generell ist anzunehmen, daß der stationäre Wärmeübergang für kurze Heizer erhöht ist, mit zunehmender Heizerlänge aber abnimmt und gegen einen Grenzwert strebt. Wegen der oben angegebenen Schwierigkeiten, stationäre Wärmeübergangskoeffizienten zu messen, konnte das nicht festgestellt werden. Der transiente Wärmeübergang ist jedoch nicht von der Heizerlänge abhängig.

Die Unabhängigkeit des transienten Wärmeübergangs von der Heizerlänge paßt auch gut mit den Resultaten von W. Bloem [7] zusammen, der für eine viel längere Heizstrecke ($L/D \approx 50$) ganz ähnliche Temperaturverläufe gemessen hat.



3. THEORETISCHE MODELLE FÜR DEN TRANSIENTEN WÄRMEÜBERGANG

3.1 ZIEL

Der transiente Wärmeübergang fällt in das Gebiet instationärer Vorgänge in turbulenter Strömung. Die Transportprozesse in turbulenten Strömungen, mit ihrem Spektrum von unberechenbaren Fluktuationen, sind heute noch Gegenstand intensiver hydrodynamischer Forschung - eine große Zahl von Physikern weltweit arbeitet derzeit an mit Turbulenz und Hydrodynamik zusammenhängenden Problemen. Die heute vorhandenen Modelle (Übersicht W. Rodi [52]) sind ziemlich aufwendig und meines Erachtens noch nicht allgemein akzeptiert. Dies ist besonders bemerkenswert, wenn man die häufige Anwendung turbulenter Strömung in der Praxis bedenkt.

Bewährte Modellvorstellungen existieren überhaupt nur für den Fall stationärer Transportvorgänge (siehe Anhang 5.1). Dann können die Gleichungen mit den fluktuierenden Momentanwerten dadurch vereinfacht werden, daß zeitliche Mittelwerte gebildet werden. Das führt zum Begriff einer durch die Turbulenz erzeugten "effektiven Wärmediffusivität", die allerdings keine konstante Materialeigenschaft des Kühlmediums ist, sondern vor allem vom Ort innerhalb des Kühlkanals und von den charakteristischen Kennzahlen der Strömung abhängig ist (Übersicht für Medien in der Nähe des kritischen Punktes: [26, 29]). Die Eignung turbulenter Strömungen zum Abführen von Wärme besteht darin, daß diese turbulente Wärmediffusivität viel größer als die in Ruhe oder bei laminarer Strömung verfügbare Wärmediffusivität des Kühlmittels selbst ($\lambda/\rho c_p$) ist. Obwohl die ortsabhängig erhöhte turbulente Diffusivität eigentlich nur für stationäre Verhältnisse angewendet werden darf, wurde schon versucht, diese Modellvorstellung auch als Eingangsgröße für zeitabhängige Wärmeleitungsrechnungen in turbulenten Heliumströmungen zu benutzen [1].

Angesichts der geschilderten Schwierigkeiten darf man nicht erwarten, durch Messungen wie die hier dargestellten und etwas Theorie könnte wesentlich zu dem Kenntnisstand über instationäre Prozesse bei turbulenter Strömung beigetragen werden. Die Aufgabenstellung für diese Arbeit war eine andere: Es sollte nur soweit über das bekannte stationäre Gebiet hinausgegangen werden, daß das zeitabhängige Verhalten erfaßt, die Modellvorstellungen aber hinreichend einfach bleiben, um auf die Probleme der Kühlung von supraleitenden Magneten mit strömendem Helium direkt anwendbar zu sein. Die Komplexität heutiger numerischer Turbulenzmodelle (siehe z.B. [12, 50]) sollte dabei vermieden werden, da sie in der Vergangenheit so abschreckend auf die an thermischer Stabilität von Supraleitern interessierten Physiker gewirkt haben, daß sie bis heute auf diesem Gebiet nicht angewendet wurden. Umgekehrt zeigt das Ergebnis dieser Arbeit, daß diese aufwendigen Modelle hierfür auch nicht notwendig sind. Vielmehr können die bisher unberücksichtigten Details der Wärmeübertragung, abhängig von Raum und Zeit, mit relativ wenig Rechenaufwand durch das hier vorgeschlagene Modell beschrieben werden.

Trotz der grundsätzlichen Undeterminiertheit der turbulenten Fluktuationen will ich also versuchen, ein quasi-deterministisches Modell für die sich aufbauende thermische Grenzschicht zu entwickeln. Dies kann nur möglich sein, wenn der größte Teil der Fluktuationen unterhalb des interessierenden Zeitbereichs für die Variation der Wärmeübertragung liegt. Die Reproduzierbarkeit der experimentellen Bestimmung des zeitabhängigen Wärmeübergangs zeigt, daß diese Bedingung erfüllt ist.

3.2 VERGLEICH MIT DEM 2-PHASENGEBIET

Da die experimentell festgestellten Temperaturverläufe im überkritischen Helium in den ersten Millisekunden praktisch nicht von der Strömungsgeschwindigkeit abhängen, ist hier ein strömungsunabhängiger Prozeß wirksam: Wärmeleitung (Diffusion) ins Helium. Später kommt als wärmeabführender Mechanismus noch Konvektionsströmung, also das Wegbewegen erwärmter Flüssigkeitsbereiche dazu. Aber auch bei Helium im

2-Phasengebiet finden Wärmeleitung und Konvektion statt: Was macht dann den Unterschied ?

Für Drücke unterhalb des kritischen Drucks (etwa 2.2 bar) befindet sich das Helium im 2-Phasengebiet, das heißt, zu einem gegebenen Wert des Druckes gibt es eine Siedetemperatur, bei der Heliumgas und -flüssigkeit koexistieren können. Durch die große latente Wärme des Phasenübergangs kann thermische Energie in der Grenzschicht gespeichert werden. Darüberhinaus kann die Temperatur der Flüssigkeit am Siedepunkt aber auch begrenzt erhöht werden, ohne daß Verdampfung einsetzt, es entsteht der metastabile Zustand "überhitzter Flüssigkeit". Wärmetransportmechanismen in der Grenzschicht sind somit:

- o Wärmeleitung - erst die Überhitzung ermöglicht die dafür notwendigen Temperaturgradienten in der Flüssigkeit "am Siedepunkt" - und
- o Konvektionsströmung insbesondere des Gasanteils, dabei wird die in der Form von latenter Wärme gespeicherte Energie transportiert.

Das bekannte Verhalten des Wärmeübergangs in siedendem 2-Phasenhelium unter Normaldruck (Badkühlung) kommt durch ein Wechselspiel dieser verschiedenen Effekte zustande. Im Blasensieden beispielsweise erfolgt Wärmeleitung in der überhitzten Schicht hin zu aktiven Verdampfungscentren. Dort bilden sich dann Dampfbläschen, die sich schließlich ablösen und Auftriebsströmung erzeugen [4]. Auch der transiente Wärmeübergang bei Heliumbadkühlung erklärt sich durch das Zusammenwirken von Wärmeleitung und Umwandlung der in der überhitzten Flüssigkeit gespeicherten Energie in latente Wärme nach einer charakteristischen Zeit [55].

Im überkritischen Helium ergibt sich eine grundsätzlich einfachere Beschreibung aus folgenden Gründen:

- o Es gibt keinen Phasenunterschied flüssig-gasförmig mehr, das Helium ist einphasig. Damit entfällt die Energiespeicherung in Form von latenter Wärme.
- o Es treten keine Überhitzungsphänomene auf, die thermodynamisch schwierig zu beschreiben sind (metastabiler Zustand).
- o Die sprunghafte Dichteabnahme am Siedepunkt entfällt, der Anstieg der Temperatur führt im nicht abgeschlossenen Volumen zu einer kontinuierlichen Erniedrigung der Dichte.

Die Vorgänge im überkritischen Helium sind also stetiger, nicht so sprunghaft und singular wie im 2-Phasengebiet.

3.3 WÄRMELEITUNG

In der Anfangsphase der Wärmeübertragung an überkritisches Helium machen sich Einflüsse der Konvektionsströmung noch nicht bemerkbar.

- o Die erwärmten Flüssigkeitsschichten befinden sich nahe am Rand des Kühlkanals, wo die lokale Strömungsgeschwindigkeit klein ist. Erst nach einer gewissen Zeit reicht diese thermische Randschicht, die gemäß dem Diffusionsgesetz anwächst, so weit in die Strömung hinein, daß sie von der dort herrschenden Geschwindigkeit merklich beeinflußt wird.
- o Durch die Wärmeübertragung selbst induzierte Strömungen - natürliche Konvektion - tritt erst nach einiger Zeit ein, da die Auftriebskräfte groß genug sein müssen, um die viskose Reibung zu überwinden. Wegen der kontinuierlichen Dichteänderung im überkritischen Helium sind diese Auftriebskräfte kleiner als im 2-Phasengebiet. Solche induzierten Strömungen möchte ich deshalb relativ zur von außen vorgegebenen Zwangskonvektion im folgenden vernachlässigen.

Die instationäre Wärmeleitungs-Differentialgleichung im Helium lautet:

$$(3-1) \quad \rho(T) \cdot c_p(T) \cdot \frac{\partial T_{\text{He}}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda(T) \cdot \frac{\partial T_{\text{He}}}{\partial y} \right]$$
$$T_{\text{He}}(t=0) = T_0 \quad \text{Anfangszustand}$$
$$T_{\text{He}}(y=0) = T_W(t) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{Randbedingungen}$$
$$T_{\text{He}}(y \rightarrow \infty) = T_0$$

Ich habe bereits die Wärmeleitungsterme in x-Richtung (längs der Strömung) und in z-Richtung (parallel zum Umfang des Kühlkanals) vernachlässigt, da die Temperaturgradienten hier viel kleiner sind als in y-Richtung (senkrecht zur Rohrwand in die Strömung hinein). Wenn die Heliumtemperatur am Rand unmittelbar der Temperatur des Heizers folgen soll, ist damit der Wärmewiderstand der Grenzfläche Metall - Helium, der sogenannte Kapitza-Widerstand vernachlässigt. Dies ist zulässig, da für Temperaturen oberhalb von 4.2 K der Wärmewiderstand der Heliumrandschicht viel größer ist.

Durch die Temperaturabhängigkeit der Materialparameter wird die partielle Differentialgleichung nichtlinear, sie kann nur noch numerisch gelöst werden. In der Praxis setzt man deshalb vereinfachend konstante Werte ein. Entweder nimmt man Zahlenwerte für eine mittlere Temperatur (z.B. 5 K), oder man mittelt den Parameter selbst über das interessierende Temperaturintervall. Für die Materialeigenschaften des Heliums sind Tabellenwerke [43] und Computerprogramme [28] vorhanden.

Die gesuchte Wärmeübertragung von der Wand ins Helium ergibt sich aus der Lösung der Differentialgleichung 3-1:

$$(3-2) \quad \dot{Q} = -\lambda \cdot \frac{\partial T_{\text{He}}}{\partial y}(y=0)$$

Eine geschlossene Darstellung für die übertragene Leistung als Folge des vorgegebenen Temperaturverlaufs eines Heizers kann mittels der Laplace-Transformation gegeben werden [19]. Laplace-Transformierte von Zeitfunktionen will ich durch einen Querstrich und das Argument s anstelle der Zeit t kennzeichnen. Man erhält aus Gl.3-1 und 3-2:

$$(3-3) \quad \bar{Q}(s) = (\rho c_p \lambda \cdot s)^{\frac{1}{2}} \cdot \overline{\Delta T_W}(s)$$

Man muß nun in den Zeitbereich zurücktransformieren, notfalls näherungsweise oder numerisch. Da sich \sqrt{s} nicht rücktransformieren läßt, wohl aber $1/\sqrt{s}$, ergibt sich aus Gl.3-3 ein Faltungsintegral, symbolisiert durch das Zeichen " * " :

$$(3-4) \quad \begin{aligned} \dot{Q}(t) &= (\rho c_p \lambda / \pi)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{t}} * \frac{d}{dt} \Delta T_W(t) \\ &= (\rho c_p \lambda / \pi)^{\frac{1}{2}} \cdot \int_0^t \frac{1}{\sqrt{(t-t')}} \cdot \frac{dT_W(t')}{dt'} dt' \end{aligned}$$

Bei der Wärmeleitung läßt sich also eigentlich kein Wärmeübergangskoeffizient definieren, sondern die abgeführte Wärmeleistung hängt vom Verlauf der Heizertemperatur in der gesamten vorhergehenden Zeit ab. Der Vorfaktor $1/(t-t')^{\frac{1}{2}}$ zeigt an, daß die Temperaturänderungen des Heizers umso schwächer eingehen, je weiter sie zeitlich zurückliegen.

Ich will noch zwei spezielle Lösungen der Wärmeleitungsgleichung angeben, die im folgenden als Referenzlösung verwendet werden. Eine konstante Flächenheizleistung, ab dem Zeitpunkt $t = 0$ ("Leistungssprung"), ergibt sich bei folgendem Temperaturverlauf:

$$(3-5) \quad \Delta T_W(t) = \frac{\dot{Q}}{(\pi \rho c_p \lambda / 4)^{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{t} \quad \text{für } t \geq 0$$

Falls die Temperaturdifferenz zwischen Heizer und Helium zur Zeit $t = 0$ von Null auf einen konstanten Wert springt ("Temperatur-Sprung"), ergibt sich für die übertragene Heizleistung pro Fläche:

$$(3-6) \quad \dot{Q}(t) = (\rho c_p \lambda / \pi)^{1/2} \cdot \frac{\Delta T_W}{\sqrt{t}} \quad \text{für } t > 0$$

Wenn man aufgrund dieser Lösungen rein formal einen Wärmeübergangskoeffizienten definieren will, so erhält man:

$$(3-7) \quad h(t) = \frac{\dot{Q}(t)}{\Delta T_W(t)} = \frac{\text{const}}{\sqrt{t}} \quad \text{für } t > 0$$

Es wurde vorgeschlagen, dies als universelle Formel für den transienten Wärmeübergang zu betrachten, der zum schon bekannten stationären Wärmeübergang dazukommt [1, 2, 22, 31, 32], bei Bloem [7] wird nach einer bestimmten Zeit vom transienten auf den stationären Wärmeübergang "umgeschaltet". Gegen eine solche Vorgehensweise bestehen aber grundsätzliche Einwände:

- o Ein physikalisch korrekter Ausdruck für den transienten Wärmeübergang darf gerade nicht explizit von der Zeit abhängen. Das "Uhrwerk" des transienten Wärmeübergangs besteht sozusagen aus Temperaturen, Leistungen und Energien. Diese müssen die Argumente einer Formel für den transienten Wärmeübergang sein, nicht die Zeit selbst.
- o Es gibt auch Lösungen des Wärmeleitproblems (Gl.3-1 und 3-2), bei denen der formale Wärmeübergangskoeffizient nicht der Gl.3-7 folgt [15]. Sie gilt nur für ganz bestimmte Temperatur- oder Leistungsverläufe, wobei die "Konstante" jedesmal einen anderen Wert annimmt.

- o Die von diesen Autoren vorgenommene Addition von transientem und stationärem Wärmeübergang bedeutet physikalisch die Parallelschaltung von zwei unabhängigen Übertragungsmechanismen. Das ist sicher falsch, die ganze Energie muß durch dieselbe Grenzschicht hindurch, die sich aber zu verschiedenen Zeiten in unterschiedlichen Zuständen befindet. Der transiente Wärmeübergang muß als Einstellvorgang angesehen werden, somit besteht ein enger Zusammenhang zum stationären Wärmeübergang.

Daß mit der vorgeschlagenen Formel 3-7 trotzdem erfolgreich gearbeitet werden konnte, liegt darin begründet, daß sie die Art der Singularität der Wärmeübertragung für kleine Zeiten richtig beschreibt.

3.4 WÄRMEÜBERGANGSMODELL MIT RUHENDER GRENZSCHICHT

Dieses theoretische Modell, bei dem jeglicher Einfluß der Flüssigkeitsbewegung in der Grenzschicht vernachlässigt wird, ist von D. Junghans vorgeschlagen worden [36, 37]. Dabei wird ein Heliumvolumen (Temperatur T_{BL} , "BL" steht für "Boundary Layer") als thermischer Puffer zwischen der beheizten Kanalwand (Temperatur T_w) und der turbulenten Heliumströmung (Temperatur T_0) zwischengeschaltet. Die Materialeigenschaften des Heliums werden konstant angenommen. Die Dicke der Schicht folgt aus der Forderung, daß sich für ein lineares Temperaturprofil aus der Wärmeleitung gerade der stationäre Wärmeübergang ergeben soll:

$$(3-8) \quad \delta_{st} = \frac{\lambda}{h_{st}}$$

In Abbildung 19 wird diese Grenzschichtdicke mit dem bekannten Geschwindigkeitsprofil für ausgebildete turbulente Rohrströmung [64] verglichen.

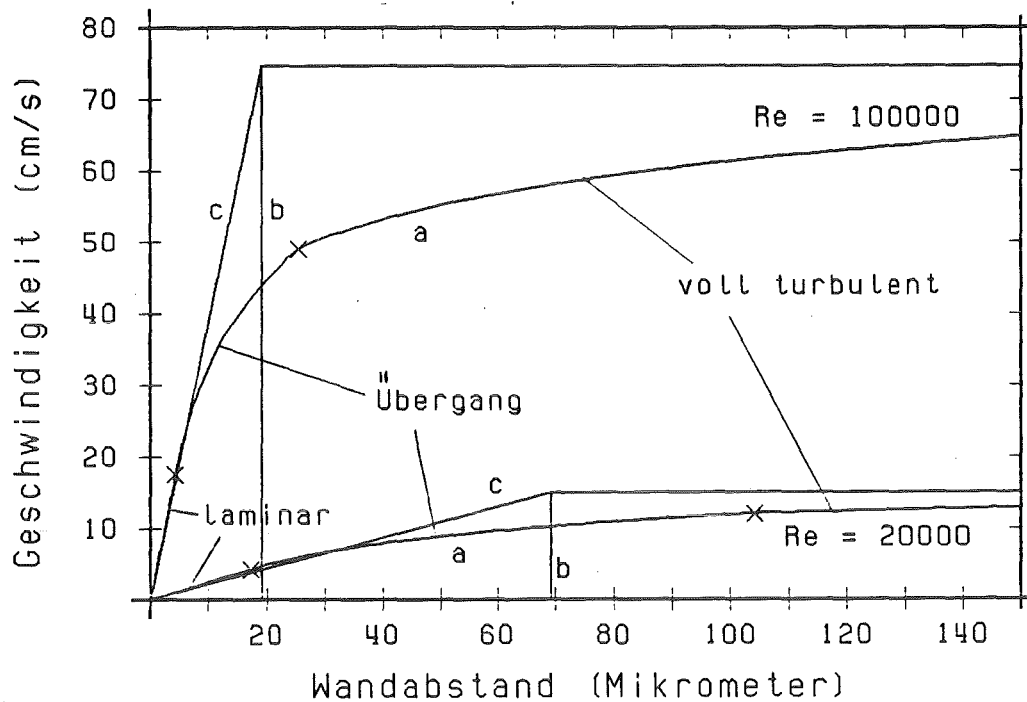


Abbildung 19. Geschwindigkeitsprofile:

Vergleich der verschiedenen Modelle:

- a) logarithmisches Gesetz für ausgebildete turbulente Strömungsgrenzschicht
- b) Modell einer ruhenden Grenzschicht
- c) lineares Geschwindigkeitsprofil

Für den stationären Wärmeübergang kann eine der üblichen theoretischen Korrelationsformeln verwendet werden, wie z.B. die Dittus-Boelter-Gleichung [18]:

$$(3-9) \quad Nu_{st} = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.4}$$

$$Nu = \frac{h \cdot D}{\lambda} \quad Re = \frac{\rho \cdot u_0 \cdot D}{\mu} \quad Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda}$$

Entscheidend ist nun, wie die zeitabhängigen Wärmeübergänge vom Heizer in die Grenzschicht $h_1(t)$ und aus der Grenzschicht in die Hauptströmung $h_2(t)$ modelliert werden. Diese hängen in Wirklichkeit von den

thermischen und hydrodynamischen Details der Schicht ab. Um diese nicht untersuchen zu müssen, sind stark vereinfachende Annahmen nötig.

- o Der stationäre Wärmewiderstand besteht aus der Hintereinanderschaltung der einzelnen Wärmewiderstände $1/h_1$ und $1/h_2$. Es wird postuliert, daß dies nicht nur asymptotisch für große Zeiten, sondern immer gelten soll.

$$\frac{1}{h_{st}} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}$$

- o Wenn in einem Gedankenexperiment bei einer plötzlichen Temperaturänderung entweder des Heizers oder des strömenden Heliums sich die Grenzschicht gleichartig verhalten soll, heißt das

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{T_W - T_{BL}}{T_{BL} - T_0}$$

Für kleine Zeiten, das heißt $T_{BL} \approx T_0$, ergibt dies den geforderten hohen transienten Wärmeübergang. Die zugrundeliegende Annahme kann aber nicht streng richtig sein, da sich die beiden Begrenzungen der Schicht physikalisch stark unterscheiden. Auf der einen Seite liegt ja Wärmeleitung in ein ruhendes Medium vor, während auf der anderen Seite schon eine große Strömungsgeschwindigkeit herrscht und die effektive Wärmeleitfähigkeit durch Turbulenz stark erhöht ist.

Diese Annahmen sowie eine Energiebilanz führen insgesamt zu folgendem Formalismus:

$$(3-10) \quad \rho c_p \delta_{st} \cdot \frac{dT_{BL}}{dt} = \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2$$

$$\dot{Q}_1 = h_1 \cdot (T_W - T_{BL}) \quad h_1 = \frac{T_W - T_0}{T_{BL} - T_0} \cdot h_{st}$$

$$\dot{Q}_2 = h_2 \cdot (T_{BL} - T_0) \quad h_2 = \frac{T_W - T_0}{T_W - T_{BL}} \cdot h_{st}$$

Dieses Modell hängt, wie verlangt, nicht explizit von der Zeit ab, sondern die Wärmeströme werden von der Grenzschichttemperatur gesteuert, die sich ihrerseits aus einer Energiebilanz ergibt. Durch die Wahl der Schichtdicke nach Gl.3-8 erhält man den richtigen stationären Wärmeübergang. Es kann auch gezeigt werden, daß sich für kleine Zeiten der Wärmeübergangskoeffizient wie $1/\sqrt{t}$ verhält.

Um das zeitliche Verhalten dieses Modells anschaulicher zu machen, möchte ich eine analytische Beispielrechnung darstellen. Für den Fall eines Sprungs der Heizertemperatur zur Zeit $t = 0$ ist die Lösung des Gleichungssystems 3-10:

$$(3-11) \quad \frac{t(q)}{t_T} = -\frac{\pi}{8} \cdot \left[\ln \frac{q-1}{q+1} + \frac{2q}{(q+1)^2} \right]$$

$$t_T = \frac{\rho c_p \delta_{st}}{\pi h_{st}} \quad q = \frac{h_1 \cdot (T_W - T_{BL})}{h_{st} \cdot (T_W - T_0)}$$

Der Verlauf der vom Heizer abgeführten Wärmeleistung wird in Abbildung 20 mit der Wärmeübertragung durch stationären Wärmeübergang sowie durch Wärmeleitung (Gl.3-6) verglichen.

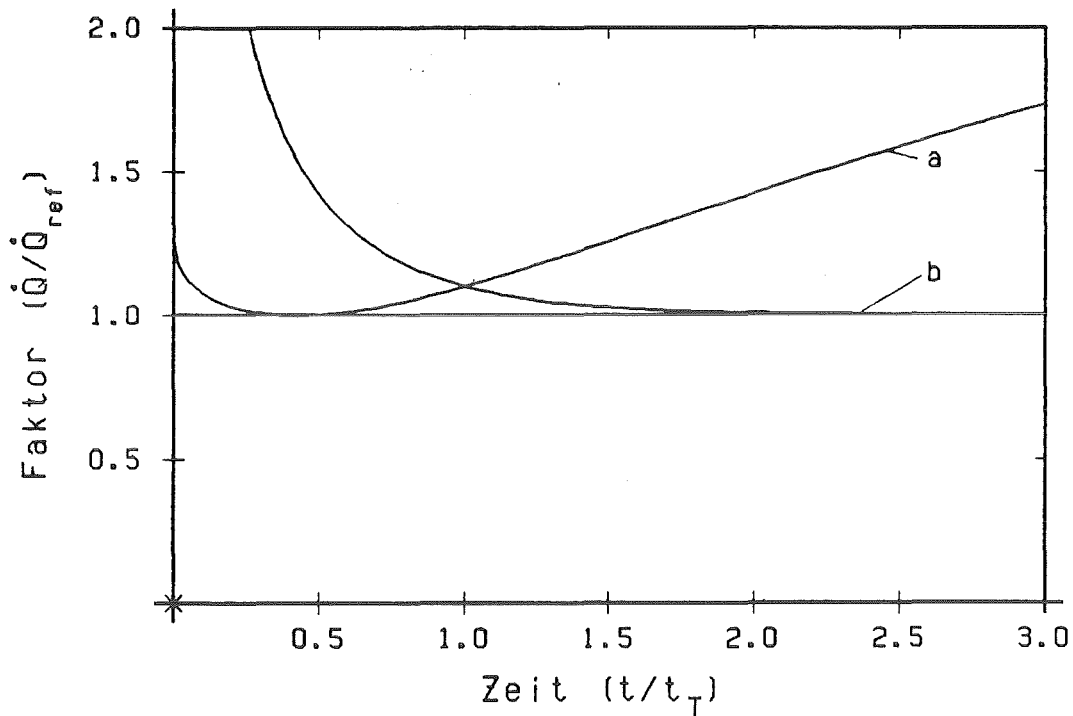


Abbildung 20. "Temperatursprung" für ruhende Grenzschicht:

Abgeführte Wärmeleistung nach diesem Modell
a) relativ zur Wärmeleistung aufgrund von Wärmeleitung
b) relativ zur stationären Wärmeübertragung

Man sieht aus Abbildung 20, daß bis zum Zeitpunkt t_T die Wärmeübertragung etwa der Wärmeleitung folgt (größte Abweichung ist $\sqrt{(\pi/2)}$), für größere Zeiten nähert sie sich asymptotisch dem stationären Wärmeübergang.

Ebenso kann man die zeitliche Entwicklung der Heizleistung vorgeben und die sich ergebenden Temperaturverläufe untersuchen. Abbildung 21 zeigt das Ergebnis numerischer Rechnungen für einen Sprung in der Wärmeleistung. Anfangs verhält sich auch jetzt die Wandtemperatur entsprechend der Wärmeleitungslösung (Gl.3-5), später wird die Temperaturdifferenz stationär. Der Übergang erfolgt für

$$(3-12) \quad t_Q = \frac{\pi \rho c_p \delta_{st}}{4 h_{st}}$$

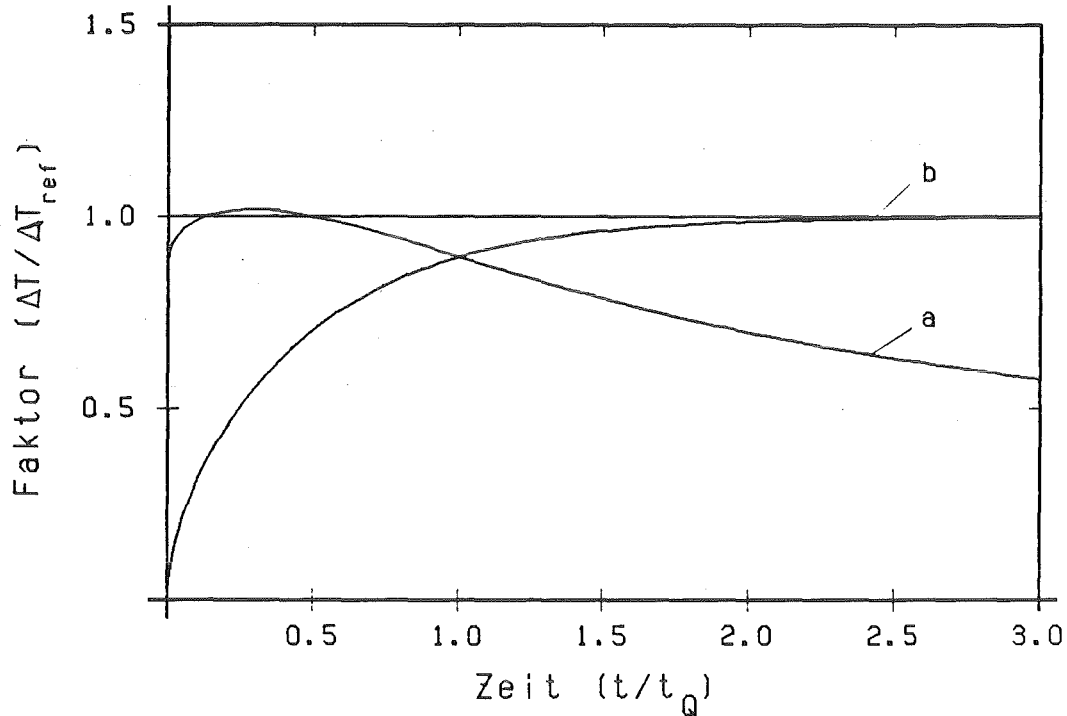


Abbildung 21. "Leistungssprung" für ruhende Grenzschicht:

Heizer-Temperaturdifferenz für dieses Modell
a) relativ zum Temperaturverlauf für Wärmeleitung
b) relativ zur stationären Wärmeübertragung

Zusammenfassend zeigen beide Beispielrechnungen, daß dies ein numerisch relativ einfaches Modell ist, bei dem der Wärmeübergang anfangs etwa der Wärmeleitungsgleichung folgt, später aber stationär wird. Außer den Materialeigenschaften des Heliums enthält das Modell als Parameter nur den stationären Wärmeübergangskoeffizient, der in der Regel gut bekannt ist.

Kritikpunkt an diesem Modell ist, daß es keine Variation des Wärmeübergangs in Strömungsrichtung berücksichtigen kann. Dies mag eine zulässige Annahme für einen sehr langen Heizer sein. Für diesen Fall gibt es experimentelle Untersuchungen [7], die zeigen, daß der

Wärmeübergang anfangs tatsächlich einem Wurzelgesetz (Gl.3-7) folgt, also durch Wärmeleitung erklärt werden kann.

Das Vernachlässigen aller Strömungseffekte entspricht aber überhaupt nicht der Situation auf der angeströmten, vorderen Seite des Heizers. Dort wird das erwärmte Helium der sich bildenden Temperaturgrenzschicht ständig durch "kaltes" Helium teilweise ersetzt, so daß sich effektiv eine dünnere Schicht, d.h. stationär ein erhöhter Wärmeübergang ergibt. Diese Ortsabhängigkeit der Grenzschicht zu berücksichtigen ist umso wichtiger, je kürzer die Heizerlänge ist. Entscheidend könnte dies sein für die Anwendung bei der thermischen Stabilität von Supraleitern, die kurzzeitigen, lokalisierten Störungen ausgesetzt sind.

3.5 ORTS- UND ZEITABHÄNGIGES WÄRMEÜBERGANGSMODELL

3.5.1 THERMISCHE EINSTELLLÄNGE UND EINSTELLZEIT

Mit einer relativ einfachen Beispielrechnung möchte ich zunächst eine Vorstellung davon vermitteln, auf welcher Länge nach Beginn eines Heizers stationär ein erhöhter Wärmeübergang stattfindet. Die Kenntnis dieses problemspezifischen Längenmaßstabs ermöglicht dann abzuschätzen, ob im konkreten Fall ein strömungsunabhängiges Grenzschichtmodell, wie z. B. im letzten Abschnitt dargestellt, ausreichend ist oder nicht.

Im folgenden sollen alle Größen nur von der Ortskoordinate x abhängen. Betrachtet wird also der stationäre Zustand, wenn nach genügend großer Zeit alle transienten, zeitabhängigen Prozesse abgeschlossen sind. Die Temperaturdifferenz zwischen Heizer und Helium springe am Beginn der beheizten Strecke bei $x = 0$ auf einen konstanten Wert. Angenommen sei ferner eine Strömungsgrenzschicht mit einer Dicke gemäß Gl.3-8, über die die lokale Strömungsgeschwindigkeit $u(y)$ linear variiert:

$$(3-13) \quad u(y) = \begin{cases} u_0 \cdot \frac{y}{\delta_{st}} & \text{für } y \leq \delta_{st} \\ u_0 & \text{für } y > \delta_{st} \end{cases}$$

Dieses lineare Grenzschichtprofil ist schon in Abbildung 19 auf Seite 55 dem realen Geschwindigkeitsverlauf gegenübergestellt worden.

Die Temperatur des Heliums soll in einer Temperaturgrenzschicht, deren Schichtdicke von der Koordinate in Strömungsrichtung x abhängt, vom Wert mitten im Heliumstrom T_0 bis zur Wandtemperatur T_W linear ansteigen:

$$(3-14) \quad T_{\text{He}}(x,y) = \begin{cases} T_0 + \Delta T_W \cdot \left[1 - \frac{y}{\delta(x)}\right] & \text{für } y \leq \delta(x) \\ T_0 & \text{für } y > \delta \end{cases}$$

Eine Vorstellung von diesem Temperaturmodell soll Abbildung 22 geben. Die Dicke der thermischen Grenzschicht ist kleiner als die Dicke der Strömungsgrenzschicht angenommen worden, da der Fall eines erhöhten Wärmeübergangs untersucht wird.

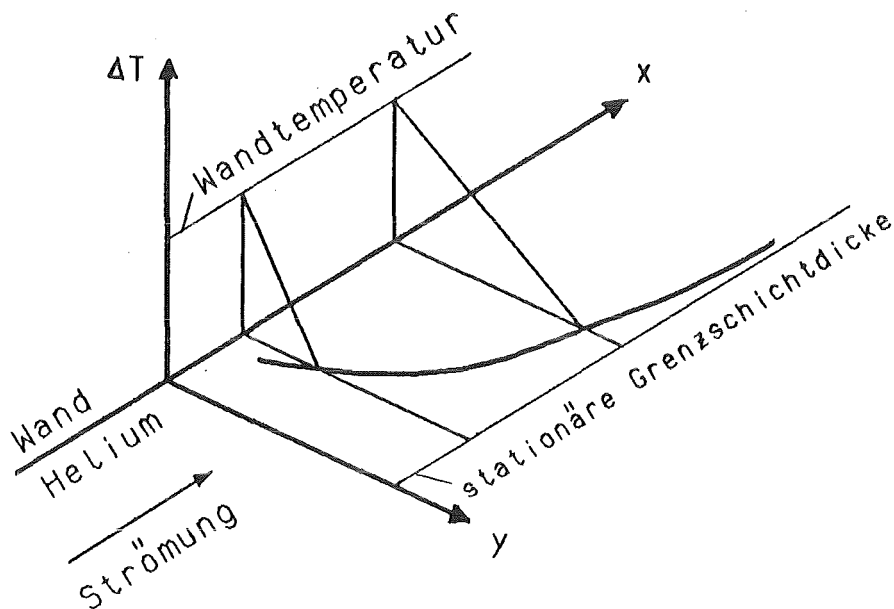


Abbildung 22. Modell der Temperaturgrenzschicht:

Der Wärmestrom vom Heizer in die Grenzschicht hinein folgt aus dem jeweiligen Temperaturgradienten, wird also im Modell durch die lokale Dicke der thermischen Grenzschicht bestimmt:

$$(3-15) \quad \dot{Q}_1 = -\lambda \cdot \frac{\partial T_{\text{He}}}{\partial y}(y=0) = \lambda \cdot \frac{\Delta T_W}{\delta(x)}$$

Weiterhin will ich zunächst annehmen, daß es keine Wärmeabgabe aus der Grenzschicht in die turbulente Hauptströmung geben soll. Diese Annahme ist natürlich unrealistisch, sie wird später modifiziert werden. Man stellt nun eine Energiebilanz auf. Die thermische Energie der Flüssigkeitsteilchen an einer bestimmten Stelle, dazu die übertragene Wärme im Zeitintervall, ergibt zusammen die "neue" Energie derselben Teilchen. Diese haben sich aber inzwischen nach dem Geschwindigkeitsprofil (Gl.3-13) weiterbewegt. Dies ergibt eine gewöhnliche Differentialgleichung für die Dicke der thermischen Grenzschicht:

$$(3-16) \quad \delta^2 \cdot \frac{d\delta}{dx} = \frac{3\lambda\delta_{st}}{\rho c_p u_0}$$

$$\text{Lösung:} \quad \delta(x) = \left(\frac{9\lambda\delta_{st}}{\rho c_p u_0} \cdot x \right)^{1/3}$$

Eine charakteristische Länge läßt sich jetzt dadurch definieren, daß für diesen x-Wert die Temperaturgrenzschicht gerade die Dicke der gesamten Strömungsgrenzschicht erreicht. Man erhält so:

$$(3-17) \quad x_{ch} = \frac{\rho c_p \delta_{st} u_0}{9 h_{st}} = \text{RePr} \frac{\delta_{st}^2}{9 D} = \frac{210 D}{\text{Re}^{0.6} \text{Pr}^{-0.2}}$$

Dabei wurde die Dittus-Boelter-Beziehung (Gl.3-9) für den stationären Wärmeübergang verwendet. Zahlenwerte für die Größe dieser thermischen Einstellänge sind in Tabelle 2 auf Seite 65 zusammengestellt.

In derselben Weise ist auch der Spezialfall örtlich konstanter Heizleistung analytisch lösbar. Die völlig analoge Rechnung soll hier nicht dargestellt werden. Die resultierende Differentialgleichung unterscheidet sich nur durch einen Zahlenfaktor, die thermische Grenzschicht wird um einen Faktor 1.5 langsamer aufgebaut. Das ist verständlich, da die Wandtemperatur erst allmählich mit x ansteigt und somit die singular hohen Werte für die Wärmeübertragung am Anfang des Heizers nicht auftreten.

Daraus folgt, daß es keine universelle Längenabhängigkeit für den Wärmeübergang gibt. Es kommt vielmehr darauf an, welches Temperatur- oder Leistungsprofil vorgegeben wird. Diese Erkenntnis entspricht völlig der weiter oben gemachten Aussage, daß es keine allgemeingültige Formel für den zeitlichen Ablauf des Wärmeübergangs gibt. Und auch die Untersuchung des strömungsunabhängigen Modells hat verschiedene Einstellzeiten für den Fall eines Temperatur- oder Leistungssprungs ergeben (Gl.3-11 und 3-12).

Ich werde nun zeigen, daß auch das Grenzschichtmodell mit linearem Geschwindigkeitsprofil sich für kleine Zeiten ähnlich der Wärmeleitungsgleichung verhält. Zum Zeitpunkt $t = 0$ springt die Temperatur der Kanalwand von T_0 auf einen bestimmten Wert. Angenommen ist ferner, daß man sich in Strömungsrichtung weit hinter dem Beginn der Heizung befindet, so daß die Grenzschichtdicke und der Wärmeübergang nicht mehr vom Ort abhängen. Eine Energiebilanz der Grenzschicht liefert dann die Differentialgleichung für die zeitliche Entwicklung der thermischen Grenzschicht:

$$(3-18) \quad \delta(t) \cdot \frac{d\delta}{dt} = \frac{2 \lambda}{\rho c_p}$$

Lösung: $\delta(t) = \left(\frac{4\lambda t}{\rho c_p} \right)^{1/2}$

Daraus resultiert eine Zeitabhängigkeit des Wärmeübergangs proportional zu $1/\sqrt{t}$. Sie unterscheidet sich von der Lösung für reine Wärmeleitung (Gl.3-7) nur durch den Faktor $\sqrt{\pi}/2 = 0.89$, was für das einfache Modell durchaus akzeptabel ist.

Wir erhalten eine für das Problem charakteristische Zeit durch die Forderung, daß diese Grenzschichtdicke gleich der stationären Dicke des Geschwindigkeitsprofils werden soll. Das ergibt:

$$(3-19) \quad t_{ch} = \frac{\rho c_p \delta_{st}}{4h_{st}} = 2.25 \frac{x_{ch}}{u_0}$$

Einige Zahlenwerte für diese thermische Einstellzeit sind in der folgenden Tabelle angegeben.

Tabelle 2: Charakteristische Zahlenwerte für die Grenzschicht

Reynoldszahl	10^4	$2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	10^5	
stationärer Wärmeübergang	0.0187	0.0326	0.0678	0.1180	W/(cm ² K)
stationäre Grenzschichtdicke	120	69.1	33.2	19.1	µm
charakteristische Länge	3.19	2.11	1.22	0.80	mm
charakteristische Zeit	96.5	31.8	7.35	2.42	ms

Heliumdaten bei $p = 6$ bar, $T = 5$ K
Strömungskanal mit $D = 4$ mm

3.5.2 HERLEITUNG DER DIFFERENTIALGLEICHUNG

Analog zu den Beispielrechnungen des letzten Abschnitts läßt sich auch eine partielle Differentialgleichung für die Variation der Grenzschichtdicke in Raum und Zeit bei beliebiger Vorgabe der Heizertemperatur herleiten. Vorher möchte ich noch einmal die wesentlichen Voraussetzungen dafür zusammenstellen.

Die größte Vereinfachung besteht darin, daß das räumlich und zeitlich schwierig zu beschreibende Phänomen der Turbulenz durch eine Strömung mit fest vorgegebenem Profil ersetzt wird. Um die Einflüsse der Strö-

mung auf den Wärmeübergang dann erfassen zu können, muß ich die raum/zeitliche Entwicklung mindestens einer weiteren Größe betrachten, die den Wärmeübergang sozusagen steuert. Dies soll die Dicke der thermischen Grenzschicht sein (- die gleichwertig zu der lokal in der Grenzschicht gespeicherten Energie ist). Numerisch aufwendigere Modelle verwenden dagegen mehr und verschiedenartige physikalische Größen (Temperatur, Komponenten der Geschwindigkeit, kinetische Energie der turbulenten Bewegung), sowie Felder mit den Werten dieser Größen in einem Netz von Punkten in der Strömung. Die Reduktion der vielen komplexen Abhängigkeiten auf eine einzige Variable scheint mir die größtmögliche Vereinfachung zu sein, die orts- und zeitabhängige Wärmeübergangseffekte nicht völlig vernachlässigt. Im einzelnen sind dann die folgenden Annahmen nötig:

- o Ich verwende temperaturunabhängige Heliumdaten (für eine mittlere Temperatur von 5 K). Da die Prandtl-Zahl von Helium für alle Drücke im hier interessierenden Bereich etwa bei 1 liegt [43], ist die stationäre Dicke von hydrodynamischer und thermischer Grenzschicht etwa gleich groß [64].
- o Die stationäre Grenzschichtdicke wird durch Gl.3-8 gegeben. Für den stationären Wärmeübergang benutze ich dabei die bekannte Dittus-Boelter-Gleichung 3-9, man kann jedoch ohne weiteres irgendeine andere Formel verwenden, um dadurch das hier vorgeschlagene Modell besser an eine spezielle Situation anzupassen.
- o Das Geschwindigkeitsprofil wird linear und unabhängig von x approximiert, siehe Gl.3-13 und Abbildung 19 auf Seite 55. Damit werden mögliche Rückwirkungen der Wärmeübertragung auf die Strömung vernachlässigt.
- o Die Temperaturprofile sollen durch eine lineare Temperaturgrenzschicht variabler Dicke modelliert werden, siehe Gl.3-14 und Abbildung 22 auf Seite 62. Um ständig, auch bei sich ändernder Wandtemperatur, einen linearen Temperaturverlauf aufrechtzuerhalten muß eine schnelle Umverteilung der Wärmeenergie in der

Grenzschicht möglich sein. Dies ist der Fall, da außer sehr nahe an der Wand die effektive Temperaturleitfähigkeit ein Mehrfaches der materialspezifischen Leitfähigkeit beträgt.

Die Vorstellung einer linearen Temperaturgrenzschicht ist sicher problematisch, wenn die Dicke viel größer als stationär wäre. Ob eine solche Situation eintreten kann, und was dann gilt, möchte ich später untersuchen. Vorläufig soll die folgende Bedingung immer erfüllt sein.

$$\delta(x,t) \leq \delta_{st} \quad \text{Bedingung !}$$

- o Der Wärmeinput in die Grenzschicht ergibt sich aus Gl.3-15. Dies ist plausibel, da die Flüssigkeit an der Wand haftet und die Strömungsgeschwindigkeit dort Null ist. Somit gilt die material-spezifische Wärmeleitfähigkeit des Heliums. Diese Wärmeübertragung ist um den Faktor δ_{st}/δ größer, als sie aufgrund des stationären Wärmeübergangs zu erwarten wäre.
- o Die Wärmeabgabe aus der Grenzschicht heraus in die turbulente Strömung kann im allgemeinen nicht vernachlässigt werden, wie ich es in Abschnitt 3.5.1 getan habe. Ich will annehmen, daß dieser Wärmeübergang so groß wie der stationäre ist, dann ergibt sich automatisch das richtige asymptotische Verhalten.

$$(3-20) \quad \dot{Q}_2 = h_{st} \cdot \Delta T_W(x,t) = \frac{\lambda}{\delta_{st}} \cdot \Delta T_W$$

Begründung: Die am inneren Rand der Grenzschicht an die Strömung übertragene Leistung ist proportional dem Temperaturgradienten sowie der effektiven Wärmeleitfähigkeit bei $y = \delta$. Für eine dünne Grenzschicht ergibt sich ein großer Gradient, aber die Leitfähigkeit nahe der Wand ist klein. Je dicker die Grenzschicht wird, umso größer wird der Einfluß der Turbulenz. Eine von der augen-

blicklichen Grenzschichtdicke unabhängige Wärmeübertragung ergibt sich aus der Tatsache, daß die effektive Leitfähigkeit etwa proportional zum Wandabstand zunimmt [64]. Diese Argumentation gilt natürlich nur unter der oben angegebenen Bedingung, also für Situationen mit erhöhtem Wärmeübergang.

Nun zur eigentlichen Herleitung der Differentialgleichung. Die Flüssigkeitsteilchen, die zur Zeit t_1 an der Stelle x_1 waren, befinden sich zur Zeit $t_1' = t_1 + \Delta t$ bei:

$$x_1'(y) = x_1 + u(y) \cdot \Delta t = x_1 + \frac{yu_0 \Delta t}{\delta_{st}}$$

Da das Temperaturprofil immer linear angenommen ist, gilt für diese Teilchen wegen Gl.3-14:

$$\Delta T_1'(y) = \Delta T(x_1'(y), y, t_1')$$

$$= \begin{cases} \Delta T_W(x_1'(y), t_1') \cdot \left[1 - \frac{y}{\delta(x_1'(y), t_1')}\right] & \text{für } y \leq \delta \\ 0 & \text{für } y > \delta \end{cases}$$

Dieser Ausdruck soll nun um den Punkt t_1 in 1. Ordnung nach Δt entwickelt werden. Die Funktionsargumente x_1 und t_1 werde ich aus Gründen der Übersichtlichkeit weglassen. Ich beschränke mich auf den Fall $y \leq \delta$, das bedeutet für $t_1' = t_1 + \Delta t$:

$$y \leq \delta + \frac{yu_0}{\delta_{st}} \cdot \frac{\partial \delta}{\partial x} \Delta t + \frac{\partial \delta}{\partial t} \Delta t$$

Dies alles ergibt näherungsweise für kleine Zeitschritte:

$$\Delta T_1'(y) \approx \left(1 - \frac{y}{\delta} + \frac{y^2}{\delta_{st}^2} \frac{u_0}{\delta} \frac{\partial \delta}{\partial x} + \frac{y}{\delta^2} \frac{\partial \delta}{\partial t}\right) \cdot \Delta T_W +$$

$$+ \frac{yu_0}{\delta_{st}} \cdot \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) \cdot \frac{\partial T_W}{\partial x} \Delta t + \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) \cdot \frac{\partial T_W}{\partial t} \Delta t$$

Die Elimination von y ist möglich durch Integration über die gesamte Schicht. Unter Vernachlässigung von Δt^2 gilt:

$$\int_0^{\delta} \Delta T_1'(y) dy \approx \frac{\delta}{2} \cdot \Delta T_W + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_0 \delta^2}{6\delta_{st}} \cdot \Delta T_W \right) \Delta t + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta}{2} \cdot \Delta T_W \right) \Delta t$$

Die gespeicherte thermische Energie pro Oberfläche ergibt sich daraus durch Multiplikation mit der spezifischen Wärme pro Volumen. Der Energiezuwachs pro Zeiteinheit bestimmt sich aus der Differenz der Wärmeübertragung von der Wand in die Grenzschicht und aus der Grenzschicht heraus in den turbulenten Heliumstrom. Das ergibt:

$$(3-21) \quad \frac{\Delta E}{\Delta t} = \rho c_p \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_0 \delta^2}{6\delta_{st}} \cdot \Delta T_W \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta}{2} \cdot \Delta T_W \right) \right]$$

$$= \lambda \cdot \left[\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta_{st}} \right] \cdot \Delta T_W$$

Jetzt führe ich dimensionslose Variablen ein, indem ich die charakteristische Länge (Gl.3-17) und Zeit (Gl.3-19) als Maßstab benutze.

$$(3-22) \quad \xi = \frac{x}{x_{ch}} \quad \text{reduzierte Länge}$$

$$\tau = \frac{t}{t_{ch}} \quad \text{reduzierte Zeit}$$

$$\eta = \frac{\delta}{\delta_{st}} \quad \text{red. thermische Grenzschichtdicke}$$

Damit erhalten wir aus Gl.3-21 die folgende partielle Differentialgleichung in reduzierten Koordinaten:

$$(3-23) \quad \frac{\partial}{\partial \tau} (\eta \cdot \Delta T_W) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \cdot \Delta T_W - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{3}{4} \cdot \eta^2 \cdot \Delta T_W \right)$$

Falls man $\eta \cdot \Delta T_W$ (multipliziert mit dem Faktor $\rho c_p / 2$) als lokale Energiedichte pro Volumen ansieht, so kann der Ausdruck $\frac{3}{4} \eta^2 \cdot \Delta T_W$ als Leistungsstromdichte interpretiert werden.

ANMERKUNG: Diese Schlußweise macht man sich leicht am Beispiel der Wärmeleitungsgleichung klar. Schreiben wir sie in der unten angegebenen Form, so identifizieren wir $C \cdot T$ als gespeicherte Energie pro Volumen und $-K \cdot dT/dx$ als transportierte Wärmeleistung pro Fläche.

$$\frac{\partial}{\partial t} (C \cdot T) = - \frac{\partial}{\partial x} \left(-K \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

Die Energiestromdichte ergibt sich aber auch als Produkt von Energiedichte und Transportgeschwindigkeit. Durch einen Faktor t_{ch}/x_{ch} läßt sich die Geschwindigkeit in reduzierten Größen ausdrücken. Wir erhalten so für die effektive Wärmetransportgeschwindigkeit aufgrund der Strömung in der Grenzschicht:

$$\eta \Delta T_W \cdot \frac{t_{ch}}{x_{ch}} u_{eff} = \frac{3}{4} \eta^2 \Delta T_W$$

$$(3-24) \quad u_{eff} = \frac{3}{4} \eta \cdot \frac{x_{ch}}{t_{ch}} = \frac{u_0}{3} \cdot \eta \quad \text{für } \eta \leq 1$$

Die Transportgeschwindigkeit und damit der Wärmestrom durch Konvektion sind also umso kleiner, je dünner die Grenzschicht ist.

Ich möchte jetzt versuchen, die unter der Bedingung $\delta \leq \delta_{st}$, also $\eta \leq 1$ hergeleitete Differentialgleichung auf den Fall $\delta > \delta_{st}$ auszuweiten. Zunächst muß geklärt werden, was dieser Fall eigentlich bedeuten soll.

Es wäre wohl unrealistisch, sich entsprechend der bisherigen Interpretation für $\eta \gg 1$ ein lineares thermisches Grenzschichtprofil vorzustellen, das sehr viel weiter als die hydrodynamische Grenzschichtdicke in die Strömung hineinragt. Die starke turbulente Bewegung im Innern der Strömung würde einen solchen Temperaturverlauf sehr schnell zerstören. Übrig bliebe nur ein Profil am Rand, wo die Turbulenz nicht so groß ist. Andererseits haben wir $\eta \Delta T_w$ als lokale Energiedichte interpretiert, und $\eta = 1$ entspricht dem stationären Zustand der Grenzschicht. Mit $\eta > 1$ kann also die Situation angesprochen werden, wenn sich momentan mehr Energie in der Grenzschicht befindet, als im stationären Fall bei gegebener Temperaturdifferenz. Dieser Fall tritt beispielsweise ein, wenn die Wandtemperatur plötzlich stark absinkt. Es ist klar, daß sich der Wärmeübergang vom Heizer in diese schon energieüberladene Grenzschicht dann stark verringert (umgekehrt: erhöhter Wärmeübergang in eine energetisch nicht aufgefüllte Grenzschicht). Da der Wärmeübergang proportional zu $1/\eta$ angenommen wurde, hat das hier vorgeschlagene Modell genau diese Eigenschaft.

Mit dieser neuen Interpretation werde ich die Differentialgleichung 3-23 auf notwendige Änderungen für den Fall $\eta > 1$ hin untersuchen.

- o Der erste Term, die zeitliche Ableitung der lokalen Grenzschichtenergie, soll unverändert bleiben.
- o Der erste Teil des zweiten Terms soll bestehen bleiben, denn der Wärmeübergang von der Wand in die Schicht soll ja für großes η klein werden. Die Herleitung für den zweiten Teil, der für den Wärmeübergang aus der Grenzschicht in die turbulente Kernströmung steht, ist jetzt nicht mehr gültig (siehe Begründung zu Gl.3-20). Für kleine Wandtemperaturen würde die Energie praktisch nicht abgebaut, egal wie energieüberladen die Grenzschicht auch ist. Das

scheint mir nicht vernünftig, ich will stattdessen annehmen, daß dieser Wärmeübergang der gespeicherten Energie, also $\eta \Delta T_W$ proportional ist. Statt Gl.3-20 soll also in diesem Fall gelten:

$$(3-25) \quad \dot{Q}_2 = \frac{\lambda}{\delta_{st}} \Delta T_W \cdot \eta = \frac{\lambda \delta}{\delta_{st}^2} \Delta T_W$$

Das führt zu folgender Änderung in der reduzierten Differentialgleichung:

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \Delta T_W & \rightarrow \rightarrow \rightarrow & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\eta} - \eta \right) \Delta T_W \\ \text{für } \eta \leq 1 & & \text{für } \eta > 1 \end{array}$$

- o Der letzte Term von Gl.3-23 würde unverändert zur Folge haben, daß die wirksame Transportgeschwindigkeit aufgrund der Konvektion für großes η linear anwächst. Das ist physikalisch sicher nicht richtig. Ich will stattdessen annehmen, daß die Transportgeschwindigkeit ebenso groß ist wie für eine stationäre Grenzschicht, also für $\eta = 1$. Es soll also statt Gl.3-24 gelten:

$$(3-26) \quad u_{\text{eff}} = \frac{1}{3} \cdot u_0 \quad \text{für } \eta > 1$$

Dafür muß der konvektive Term der Differentialgleichung so geändert werden:

$$\begin{array}{ccc} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{3}{4} \eta^2 \Delta T_W \right) & \rightarrow \rightarrow \rightarrow & \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{3}{4} \eta \Delta T_W \right) \\ \text{für } \eta \leq 1 & & \text{für } \eta > 1 \end{array}$$

Zusammenfassend ergibt sich folgende universelle Differentialgleichung:

$$(3-27) \quad \frac{\partial}{\partial \tau} (\eta \Delta T_W) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \Delta T_W - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{3}{4} \eta^2 \Delta T_W \right) & \text{für } \eta \leq 1 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\eta} - \eta \right) \Delta T_W - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{3}{4} \eta \Delta T_W \right) & \text{für } \eta > 1 \end{cases}$$

gespeicherte Energie	Wärmeübergang vom Heizer	in die Strömung	Konvektion in der Grenzschicht
-------------------------	-----------------------------	--------------------	--------------------------------------

Dies ist die Energiegleichung für das vorgeschlagene Grenzschichtmodell. Die lokal gespeicherte Energie pro Volumen ($\eta \Delta T_W \cdot \rho c_p / 2$) wird durch Zufuhr von Wärme von der beheizten Kanalwand erhöht (Wärmeleistung pro gekühlte Fläche $1/\eta \cdot h_{st} \Delta T_W$), das ist der erwünschte Wärmeübergang. Diese gespeicherte Energie kann durch Konvektion, das heißt durch Flüssigkeitsbewegung in der Grenzschicht selbst, stromabwärts weitergegeben werden (mit einer Transportgeschwindigkeit u_{eff}). Letztlich muß sie aber aus der Grenzschicht in den turbulenten Strömungskern abgeführt werden. Sowohl dieser Wärmeübergang als auch der konvektive Transport sind von der lokalen Energiedichte abhängig, und zwar in der Form, daß die Energie mit derjenigen Energie verglichen wird, die sich für das jeweils vorgegebene ΔT_W stationär einstellen würde.

Die angegebene Form der Grenzschichtgleichung enthält die gesuchte Funktion $\eta(\xi, \tau)$ in unterschiedlichen Kombinationen mit der vorzugebenden Funktion für den Temperaturverlauf $\Delta T_W(\xi, \tau)$. Eine konventionellere Schreibweise der Differentialgleichung ergibt sich, wenn man die einzelnen Terme ausdifferenziert:

$$a_3 \cdot \eta^3 + a_2 \cdot \eta^2 + a_1 \cdot \eta + 3a_1 \cdot \eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial \xi} + 2a_1 \cdot \eta \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = a_1 \quad \eta \leq 1$$

$$[a_3 + a_2 + a_1] \cdot \eta^2 + \frac{3}{2} a_1 \cdot \eta \frac{\partial \eta}{\partial \xi} + 2a_1 \cdot \eta \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = a_1 \quad \text{für } \eta > 1$$

$$a_1(\xi, \tau) = \frac{3}{2} \frac{\partial T_W}{\partial \xi} \quad a_2(\xi, \tau) = 2 \frac{\partial T_W}{\partial \tau} \quad a_1(\xi, \tau) = \Delta T_W$$

Der nichtlineare Charakter des Problems tritt in dieser Darstellung der Grenzschichtgleichung besonders deutlich hervor. Man sieht, daß sich für jede Art von Temperaturverläufen in Raum und Zeit jeweils andere Koeffizientenfunktionen a_1 bis a_3 ergeben. Ungünstig ist die Tatsache, daß sich die einzelnen Terme jetzt nicht mehr physikalisch interpretieren lassen. Ich will deshalb im folgenden die besser handhabbare Form (3-27) benutzen.

Bei der Lösung der partiellen Differentialgleichung muß sowohl eine Anfangs- als auch eine Randbedingung vorgegeben werden. Die wesentliche Information der Anfangsbedingung ist, wieviel Energie die Grenzschicht zur Zeit $\tau = 0$ an jeder Stelle enthalten hat.

$$(3-28) \quad \eta(\tau=0) \cdot \Delta T_W(\tau=0) = \text{Funktion von } \xi$$

Für den Fall, daß die Temperaturdifferenz für $t < 0$ gleich Null war und in der Grenzschicht somit keine Energie gespeichert ist, heißt das für den Beginn eines beliebigen Temperaturverlaufs:

$$\eta(\tau=0) = 0 \quad \text{für } \Delta T_W(\tau=0+) > 0$$

Auch die vorzugebende Randbedingung ist physikalisch leicht zu verstehen. Man muß wissen, welche Energie das in den untersuchten Bereich hineinströmende Medium bereits mitbringt. Je nachdem, ob die Grenzschichtdicke an dieser Stelle ($\xi = 0$) größer oder kleiner als 1 ist, erhält man eine Bedingung der Art:

$$(3-29) \quad \left. \begin{array}{l} \eta(\xi=0) \cdot \Delta T_W(\xi=0) \\ \eta(\xi=0)^2 \cdot \Delta T_W(\xi=0) \end{array} \right\} = \text{Funktion von } \tau$$

Besonders einfach ist wiederum der Fall, daß sich keine Heizung stromaufwärts befindet. Dann folgt daraus für das vordere angeströmte Ende eines beliebigen Heizers:

$$\eta(\xi=0) = 0 \quad \text{für } \Delta T_W(\xi=0+) > 0$$

3.5.3 ANALYTISCHE LÖSUNGEN DER DIFFERENTIALGLEICHUNG

Um das Verhalten der Grenzschicht anschaulich zu machen, möchte ich zunächst einige einfache Lösungen angeben. Falls man sich zum Beispiel strömungsabwärts weit hinter dem Beginn der beheizten Strecke befindet, fällt die Ortsableitung in Gl.3-27 weg, die Konvektion spielt dort keine Rolle mehr. Für den Fall eines Temperatursprungs in der Zeit erhält man:

$$(3-30) \quad \tau = -2 \cdot [\eta + \ln(1-\eta)] \quad \text{für } \eta < 1$$

Dieser Verlauf des Einstellvorgangs unabhängig von der Strömung wird in Abbildung 23 mit anderen analytischen Lösungen für diesen speziellen Fall verglichen.

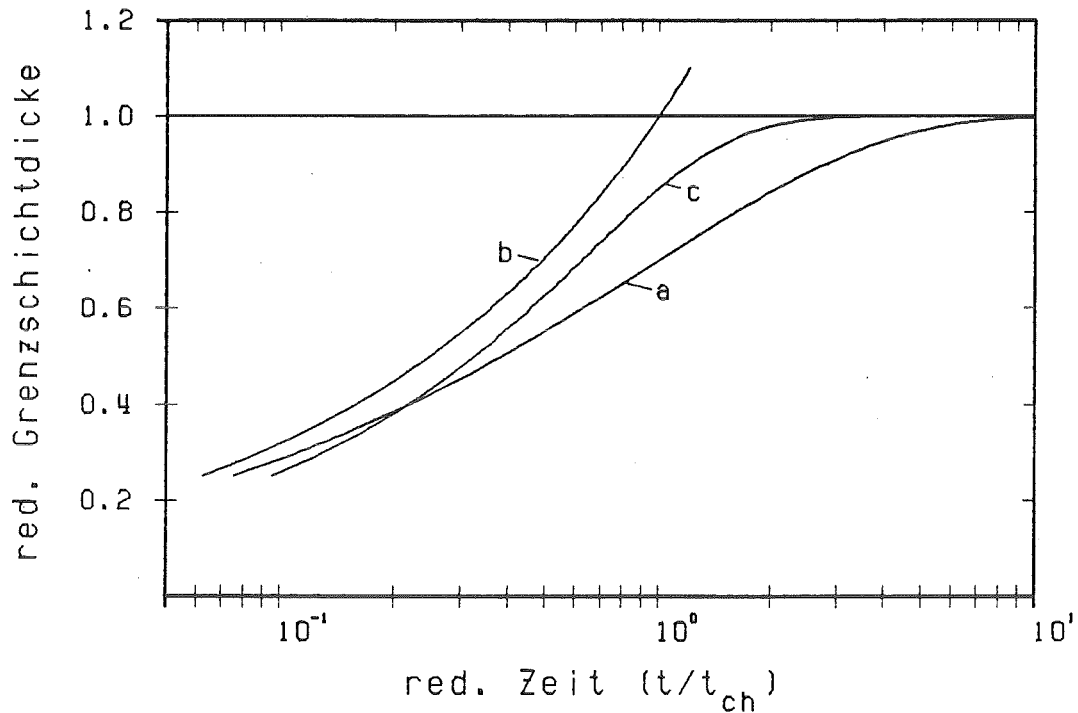


Abbildung 23. Zeitlicher Einstellvorgang der Grenzschichtdicke:

Vergleich der verschiedenen Modelle:

- a) lineares Grenzschichtmodell (Gl.3-30)
- b) Näherung für kleine Zeiten (Gl.3-18)
- c) Modell einer ruhenden Grenzschicht (3-11),
statt η ist h_{st}/h aufgetragen.

Man sieht, daß die Lösung anfangs parallel zur Näherung (Gl.3-18) verläuft, dann aber langsamer ansteigt und gegen den Grenzwert 1 strebt. Das langsamere Anwachsen ist darauf zurückzuführen, daß schon während des Aufbaus der Grenzschicht Wärme in die Strömung abgegeben wird, für die Näherungslösung war dies vernachlässigt worden. Auch das Modell ohne Strömung in der Grenzschicht (siehe Abschnitt 3.4) verhält sich zunächst wie diese Näherung, das heißt entsprechend der Wärmeleitungs- lösung (Gl.3-6), um dann ziemlich scharf in den stationären Zustand umzuknicken.

ANMERKUNG: Durch eine kleine Modifizierung des Modells ergibt sich eine Variante, die sich in ihrem Zeitverhalten eher wie das Junghans-Modell verhält. Dazu fordert man, daß der Wärmeübergang aus der Grenzschicht heraus in die turbulente Kernströmung η -mal so groß wie stationär sein soll (statt Gl.3-20). Dadurch wird diese Wärmeübertragung in der Anfangsphase (kleines η) stark unterdrückt, so wie es in dem Modell der ruhenden Grenzschicht durch die zweite Annahme erfolgt. Am stationären Endzustand ($\eta = 1$) wird durch den Faktor 1 jedoch nichts geändert. Die Differentialgleichung 3-27 würde dann lauten:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\eta \Delta T_W) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\eta} - \eta \right) \Delta T_W \left\{ \begin{array}{l} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{3}{4} \eta^2 \Delta T_W \right) \quad \text{für } \eta \leq 1 \\ - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{3}{4} \eta \Delta T_W \right) \quad \text{für } \eta > 1 \end{array} \right.$$

Diese Anmerkung soll aufzeigen, daß sich nicht alle Annahmen des vorgeschlagenen Modells (Gl.3-27) zwingend aus den beiden wesentlichen Vorgaben ableiten lassen, nämlich daß

- o für kleine Zeiten Wärmeleitungsverhalten vorliegt, und daß
- o für große Zeiten ein asymptotischer Übergang in den stationären Wärmeübergang stattfindet.

Das Gl.3-27 zugrundeliegende Modell ist jedoch besonders einfach und plausibel, es erfordert keine so willkürliche Annahme wie die hier diskutierte Modifizierung.

Auch bei Vernachlässigung der Zeitableitungen wird die Differentialgleichung lösbar. Man erhält auf diese Weise das stationäre Grenzschichtprofil am Beginn einer Heizstrecke mit konstanter Temperatur, dargestellt in Abbildung 24:

$$(3-31) \quad \xi = -3 \cdot \left[\eta + \frac{1}{2} \eta^2 + \ln(1-\eta) \right] \quad \text{für } \eta < 1$$

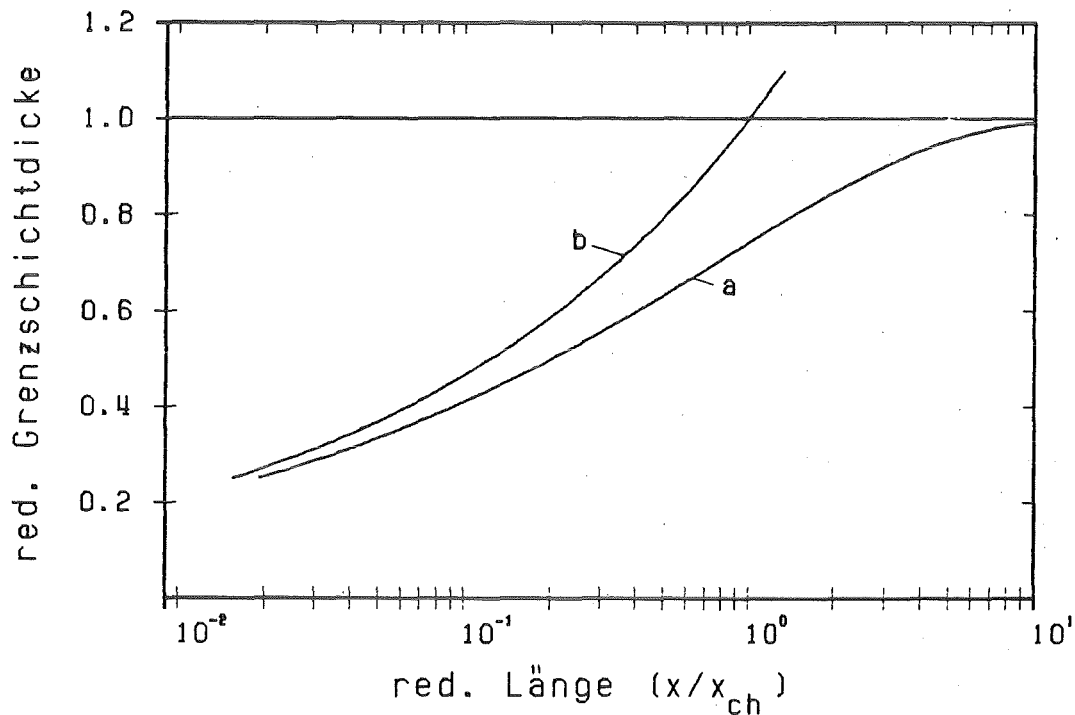


Abbildung 24. Stationäres Grenzschichtprofil am Heizungsanfang:

für einen Temperatursprung
Vergleich der verschiedenen Modelle:
a) lineares Grenzschichtmodell (Gl.3-31)
b) Näherungslösung (Gl.3-16)

Abb. 23 und 24 zeigen zusammen mit den Daten aus Tabelle 2 auf Seite 65, daß für die in den Experimenten vorliegenden Heizerlängen (4 bis 16 mm) bei einer Zeitaufösung im Millisekundenbereich sowohl die Ortsabhängigkeit als auch die Zeitabhängigkeit des transienten Wärmeübergangs wesentlich ist.

3.5.4 NUMERISCHE LÖSUNGEN DER DIFFERENTIALGLEICHUNG

Um die Experimente in Raum und Zeit rechnerisch nachzuvollziehen, muß man die gesamte partielle Differentialgleichung (3-27) numerisch integrieren. Das entsprechende Computerprogramm ist im Anhang (Abschnitt 5.2 und 5.3) erläutert und aufgelistet. Es gestattet, folgende zusätzliche Einflüsse einzubeziehen:

- o Wenn man die in der Heizung erzeugte und nicht die ans Helium übertragene Heizleistung als Funktion von Raum und Zeit vorgeben will, muß die Wärmekapazität der Wand des Kühlkanals berücksichtigt werden. Im Computerprogramm können für Kupfer und Epoxy verschiedene Formeln für die spezifische Wärme als Funktion der Temperatur verwendet werden.
- o Außerdem kann die longitudinale Wärmeleitung in der Wand berücksichtigt werden. Dies ist für eine richtige Beschreibung der Experimente sehr wichtig, da erst die große Wärmeleitfähigkeit des Kupfers dafür sorgt, daß sich eine einheitliche Temperatur des Heizers einstellt, obwohl der Wärmeübergangskoeffizient erheblich über die Länge des Heizers variiert (siehe Abbildung 24). Die Nivellierung der Temperaturprofile hat zur Folge, daß die Wärmeleistung nicht gleichmäßig über die Länge des Heizers verteilt ans Helium abgegeben wird. Stattdessen ergibt sich eine stark erhöhte Leistungsübertragung im vorderen, angeströmten Teil der Heizung.

Da das Epoxydharz ebenfalls eine endliche Wärmeleitfähigkeit besitzt, kann ein Teil der Heizleistung auch durch Wärmeleitung längs des Strömungskanals vom Heizer abgegeben werden.

ANMERKUNG: Im Programm wird nur die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung verwendet. Die radiale Wärmeleitung ins Epoxydharz hinein kann nicht berechnet werden. Dies mag für das hier beschriebene Experiment keine sehr gute Annahme sein (siehe Gl.2-4 und 2-5), für den Anwendungsfall, die thermische Stabilität eines forciert gekühlten Supraleiters spielt es keine Rolle.

Die Abbildung 25 zeigt die numerisch berechneten Temperaturverläufe für einen Heizer von 4 mm Länge, der von überkritischem Helium bei $p = 6$ bar mit verschiedenen Reynoldszahlen gekühlt wird. Man erkennt eine qualitative Übereinstimmung mit entsprechenden experimentellen Kurven: zunächst ein gleichartiger Anstieg etwa nach dem \sqrt{t} -Gesetz der Wärmeleitung (Gl.3-5), dann aber zweigen die Kurven zu verschiedenen Zeiten von diesem gemeinsamen Verlauf ab und streben asymptotisch gegen einen stationären Grenzwert. Dieses Abknicken vom universellen Verlauf geschieht umso früher, je größer die Reynoldszahl ist, ein Anhaltswert für diesen Zeitpunkt wäre etwa das Doppelte der charakteristischen Zeit. Nach etwa 10 charakteristischen Zeiten ist dann der stationäre Wärmeübergang erreicht.

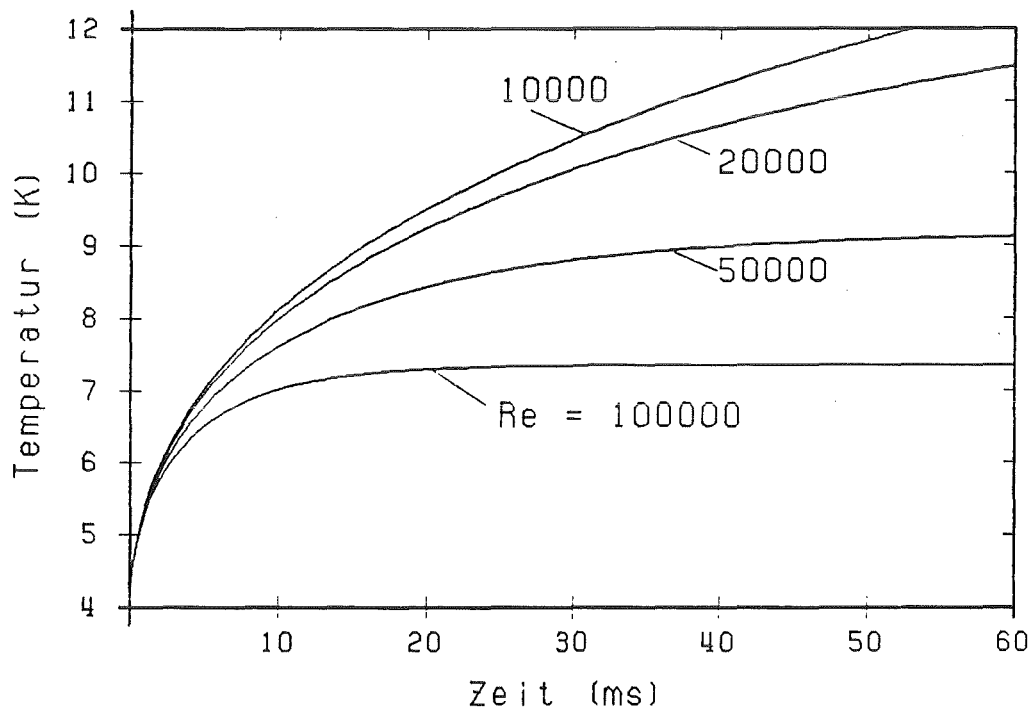


Abbildung 25. Temperaturverläufe bei Variation der Reynoldszahl:

4 mm-Heizer, Leistungssprung von 0.5 W/cm^2 ,
für alle folgenden Abbildungen: Kühlkanal 4 mm
Heliumeigenschaften bei $p = 6$ bar, $T = 5$ K

Die folgenden Abbildungen 26 bis 28 zeigen die Reaktion des Heizers bei fester Strömungsgeschwindigkeit des Heliums auf rechteckige Heizpulse unterschiedlicher Amplitude. Bei großer Heizleistung stellt sich die stationäre Temperaturdifferenz deutlich langsamer ein. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die spezifische Wärme des Heizers (Kupfer) stark mit der Temperatur ansteigt (proportional zu T^3). Obwohl also in diesen Fällen ein großer Teil der Leistung für längere Zeit zur Temperaturerhöhung des Heizers benötigt wird, ist der Verlauf der vom Heizer ans Helium abgegebenen Wärmeleistung doch näherungsweise "rechteckig", so daß der zeitliche Verlauf des Wärmeübergangs bei allen Kurven fast derselbe ist.

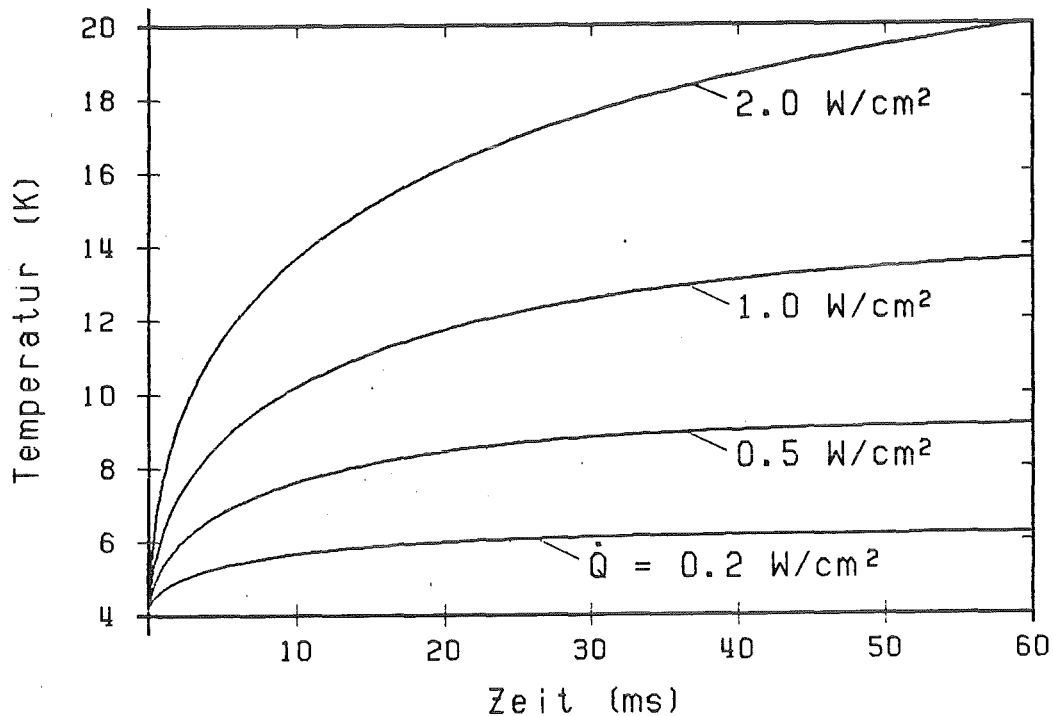


Abbildung 26. Temperaturverläufe bei Variation der Heizleistung:

4 mm-Heizer, Reynoldszahl = 50000,
sonstige Parameter wie in Abbildung 25

Da der Kurvenparameter in Abbildung 27 die insgesamt vom Heizer abgegebene Leistung angibt, zeigt die Differenz zum momentanen Funktionswert an, wieviel davon zur Erhöhung der Heizertemperatur benötigt wird sowie durch Wärmeleitung in Längsrichtung ins Epoxy abgegeben wird.

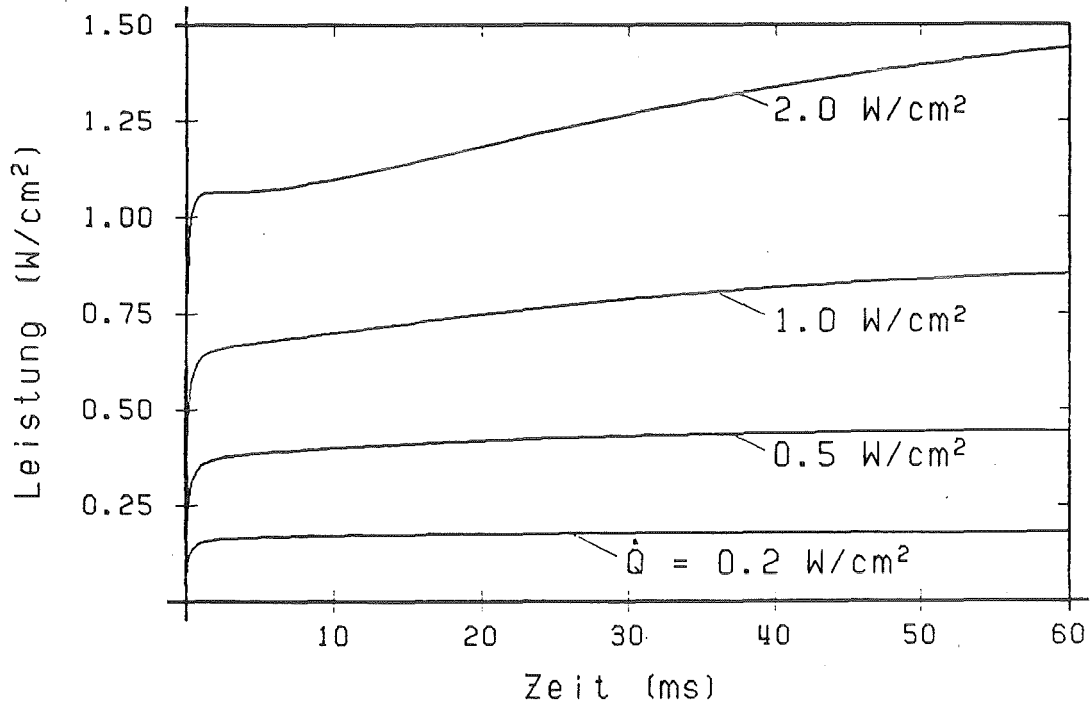


Abbildung 27. Verlauf der ans Helium abgegebenen Heizleistung:
dieselbe Rechnung wie in Abbildung 26

Aus dem Anteil der aufgewendeten Wärmeleistung, der ans Helium abgegeben wird, und der über die Heizerlänge gemittelten Temperaturdifferenz errechnet sich der effektive Wärmeübergangskoeffizient, der in Abbildung 28 dargestellt ist.

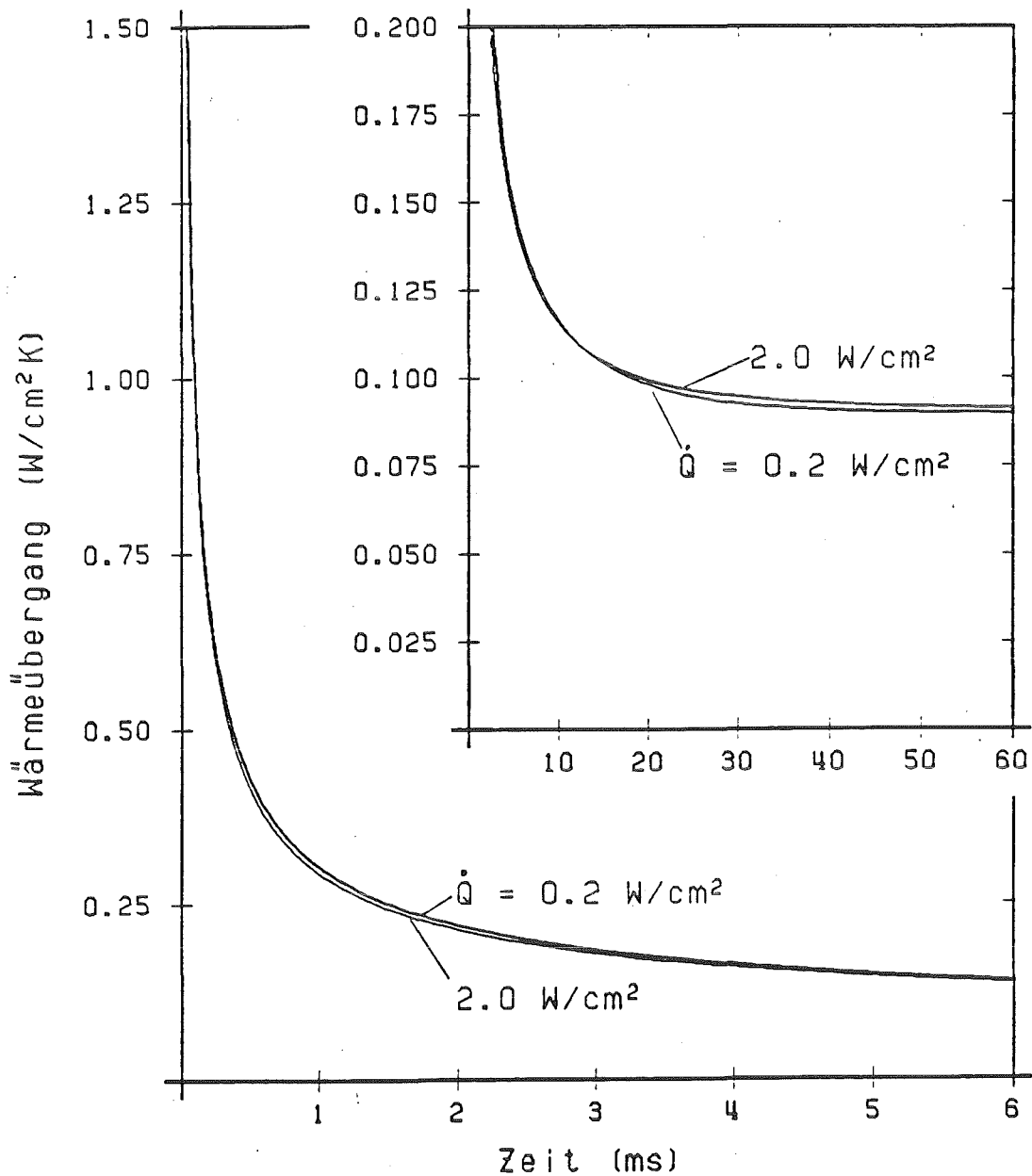


Abbildung 28. Verlauf des Wärmeübergangskoeff. für Leistungssprung:
dieselbe Rechnung wie in Abbildung 26

Das gleichartige Verhalten des Wärmeübergangs in den in Abbildung 28 dargestellten Fällen darf uns jedoch nicht zu dem Schluß verleiten, es gäbe so etwas wie eine universelle Zeitabhängigkeit des Wärmeübergangs. Es ist nur Ausdruck der Ähnlichkeit der Leistungsverläufe in der Zeit. Numerische Rechnungen mit unterschied-

lichem Zeitverhalten der Heizleistung sind in Abbildung 29 dargestellt. Indem jeweils $1/h_{\text{eff}}$ über \sqrt{t} aufgetragen wurde, zeigt sich, daß der Wärmeübergangskoeffizient zwar in allen Fällen anfangs proportional zu $1/\sqrt{t}$ ist, der Proportionalitätsfaktor aber sehr verschiedene Werte annehmen kann.

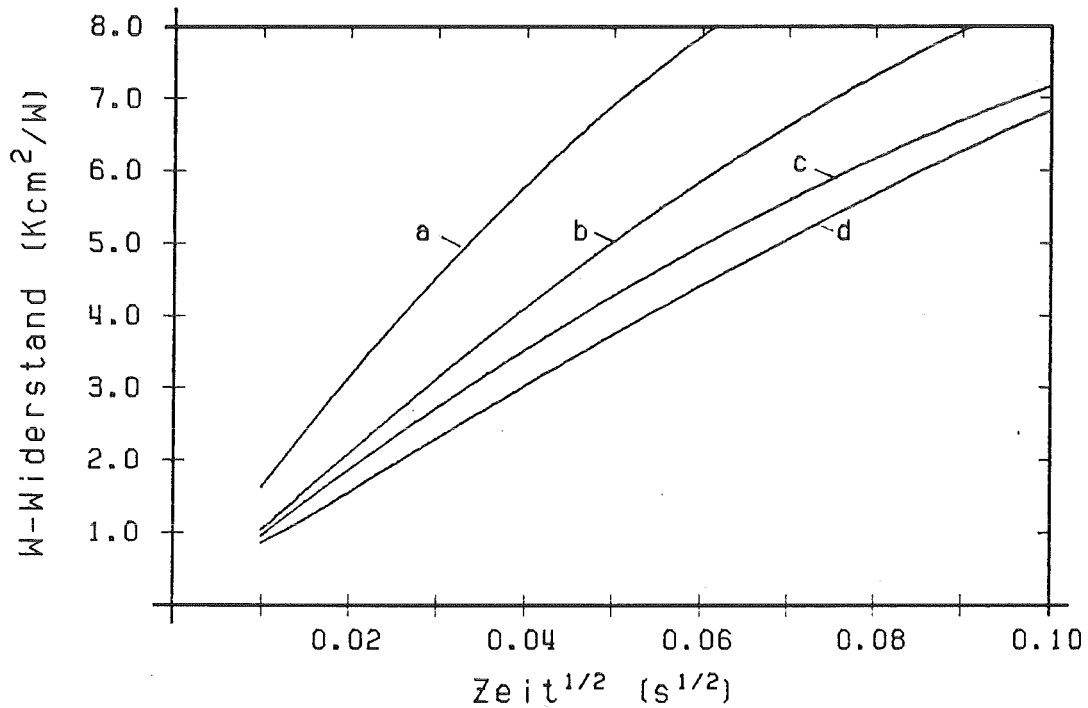


Abbildung 29. Wärmewiderstand für unterschiedlichen Verlauf der Heizleistung:

- a) Temperatursprung
 - b) Leistungssprung
 - c) linearer Anstieg der Temperaturdifferenz
 - d) linearer Anstieg der Heizleistung mit der Zeit
- 4 mm-Heizer, $Re = 50000$

3.5.5 VERGLEICH MIT DEN EXPERIMENTEN

Ein quantitativer Vergleich des numerisch berechneten Wärmeübergangs mit einer Meßkurve ist in Abbildung 30 dargestellt. Aufgetragen ist der Wärmewiderstand, also der Quotient aus Temperaturdifferenz und übertragener Heizleistung, als Funktion der Zeit für den 4 mm-Heizer bei $p = 6$ bar und $Re = 50000$. Man erkennt, daß der zeitliche Verlauf vom Modell richtig wiedergegeben wird. Allerdings unterscheiden sich die beiden Kurven durch einen Zahlenfaktor von etwa der Größe 2 bis 3.

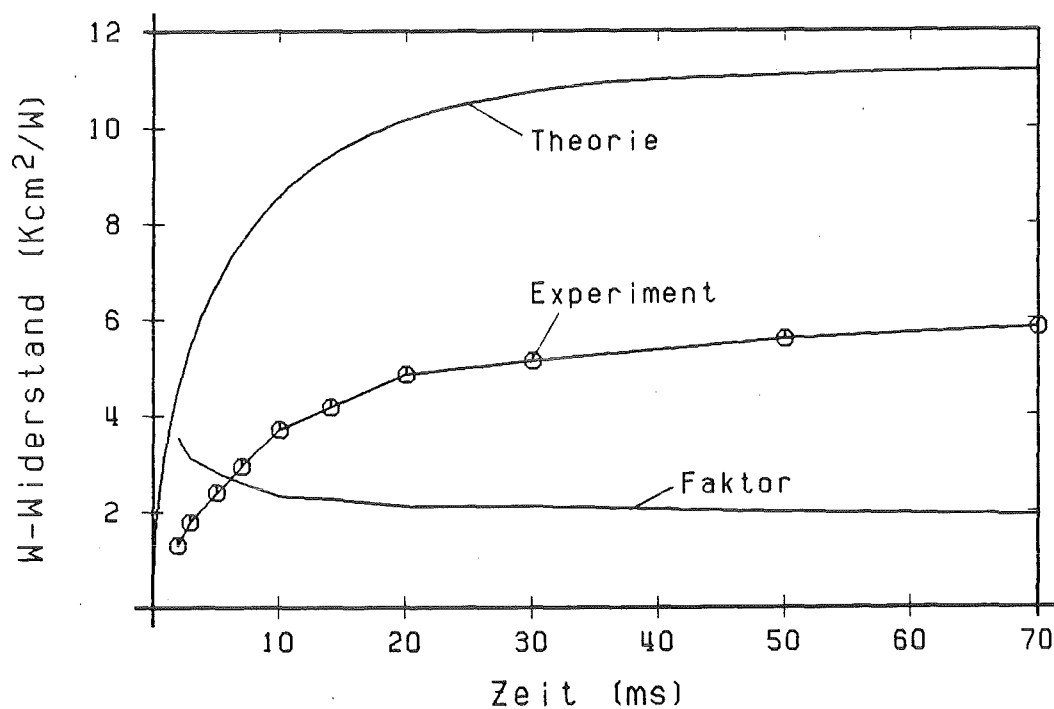


Abbildung 30. Vergleich mit dem Experiment: Verlauf des Wärmewiderstands:

4 mm-Heizer, Druck 6 bar, $Re = 50000$

Die quantitative Diskrepanz will ich als speziellen, vermutlich geometriebedingten Effekt der gegebenen experimentellen Anordnung interpretieren. Diese Diskrepanz läßt sich nicht dadurch beseitigen, daß ein stark erhöhter stationärer Wärmeübergang in die Computerrechnung gesteckt wird. Dann würde sich (siehe Gl.3-19) näm-

lich auch eine viel kleinere charakteristische Zeit ergeben, die bessere Übereinstimmung des stationären Wärmeübergangs würde mit einer schlechteren Übereinstimmung des Zeitverhaltens erkaufte. Man könnte beide Verläufe nur aneinander angleichen, wenn sowohl der stationäre Wärmeübergang als auch die Wärmekapazität der Grenzschicht ($\rho c_p \delta_{st}$) zugleich erhöht würden. Ich habe eine solche Anpassung der berechneten an die gemessenen Kurvenverläufe nicht durchgeführt, da sie mir zu spekulativ scheint und der stationäre Wärmeübergang in den Experimenten nicht genau bestimmt werden kann. Ein Vorzug der hier vorgestellten Theorie ist gerade, daß sie keine speziell angepaßten Fitfaktoren enthält, sondern nur die Materialdaten des Heliums und den in der Regel bekannten stationären Wärmeübergang.

Wie ist die Übereinstimmung bei anderen Strömungsgeschwindigkeiten? Dazu wird in Abbildung 31 der Wärmeübergangskoeffizient 50 ms nach Heizungsbeginn aus verschiedenen Experimenten und Rechnungen verglichen - der stationäre Wärmeübergang stellt sich auch in der Rechnung erst nach viel größerer Zeit ein. Außer der bereits diskutierten quantitativen Diskrepanz fällt auf, daß die Abhängigkeit von der Reynoldszahl im Experiment offensichtlich schwächer ist. Dies zeigt auch ein direkter Vergleich von gemessenen (Abbildung 14 auf Seite 39) und berechneten Temperaturverläufen (Abbildung 25 auf Seite 80). Die Dittus-Boelter-Formel (Gl.3-9) für den stationären Wärmeübergang ist also nicht gut geeignet, die Ergebnisse dieses Experiments wiederzugeben, und das numerische Modell reproduziert nur die Strömungsabhängigkeit der hineingesteckten Wärmeübergangsformel.

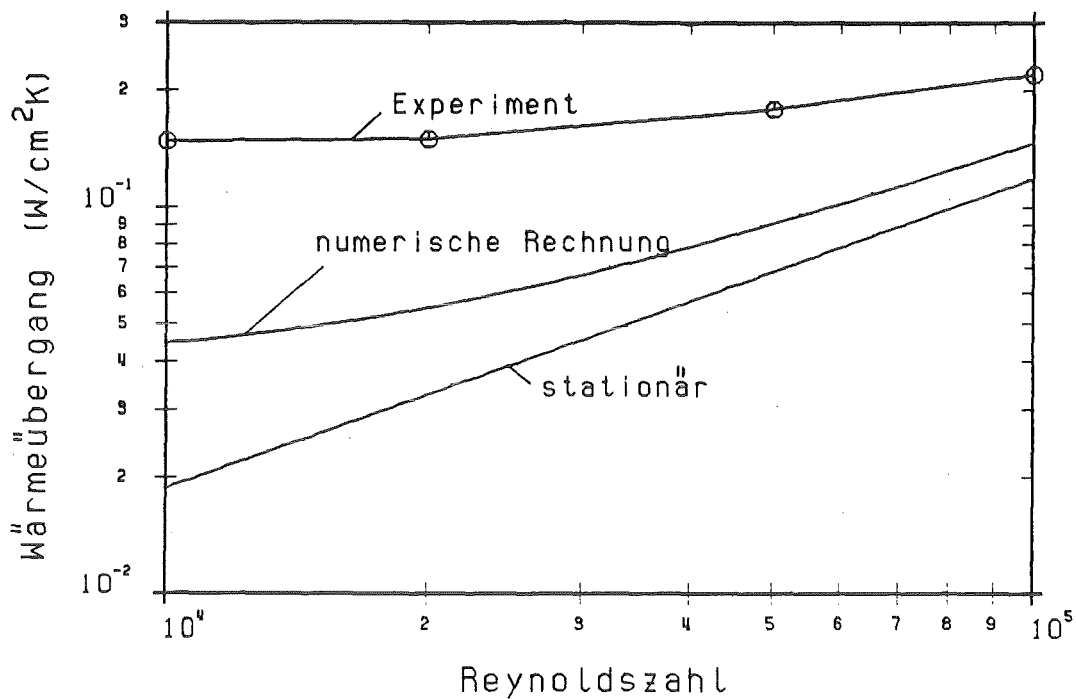


Abbildung 31. Vergleich mit dem Experiment: Variation der Reynoldszahl:

Wärmeübergang 50 ms nach Heizungsbeginn und stationär
4 mm-Heizer, Druck 6 bar

Die nur geringe Verbesserung des stationären Wärmeübergangs mit zunehmendem Heliumdruck ist leicht zu erklären. In der Wärmeleitungsphase gehen die Materialdaten des Heliums nur in der Kombination $(\rho c_p \lambda)^{\frac{1}{2}}$ in die Rechnung ein. Dieser Ausdruck, gemittelt über das interessierende Temperaturintervall - einmal von 4 bis 5 K, zum anderen von 4 bis 10 K, ist in Abbildung 32 in Abhängigkeit vom Druck aufgezeichnet. Eine solche Analyse kann auch für die verwendete stationäre Wärmeübergangsformel (Gl.3-9) leicht angestellt werden, der zu untersuchende Ausdruck lautet dann $\lambda^{0.6} (c_p \mu)^{0.4}$.

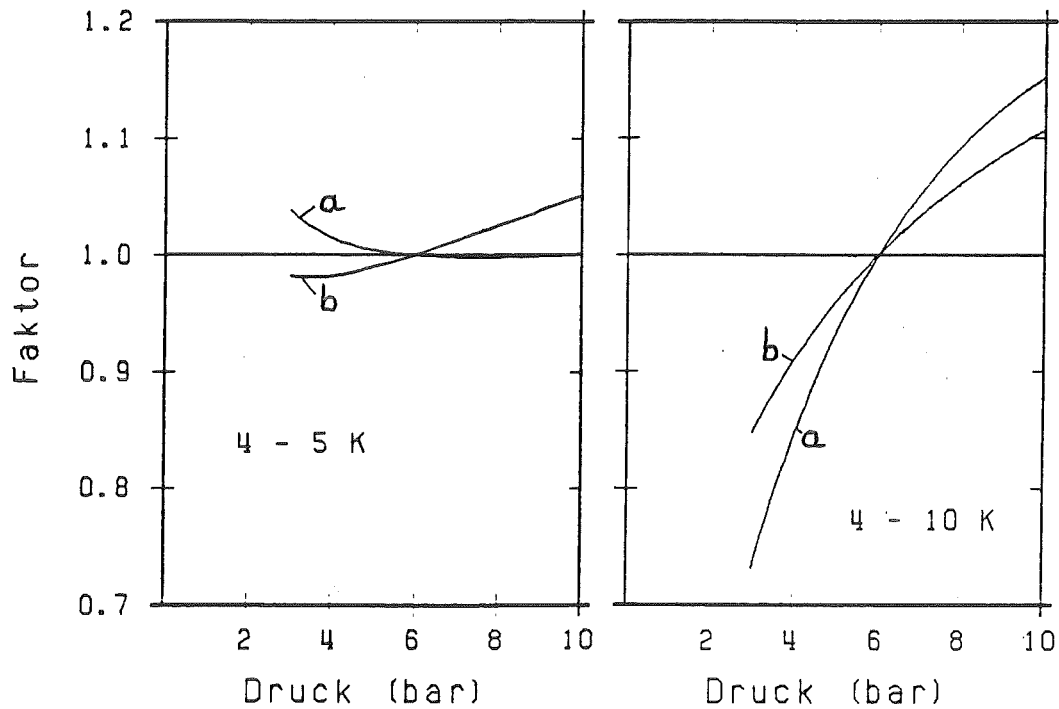


Abbildung 32. Druckabhängigkeit des Wärmeübergangs:

relativ zu $p = 6$ bar

a) für Wärmeleitung

b) für den stationären Wärmeübergang

Materialeigenschaften gemittelt von

4 bis 5 K (links) - und 4 bis 10 K (rechts)

Man erkennt, daß bei kleinen Temperaturen fast keine Abhängigkeit vom Heliumdruck vorhanden ist, wenn große Temperaturdifferenzen auftreten, nimmt der Wärmeübergang (sowohl transient als auch stationär) mit steigendem Druck leicht zu.

3.5.6 WEITERE VORAUSSAGEN DER THEORIE

Die Abhängigkeit des effektiven stationären Wärmeübergangs von der Länge des Heizers kann in den numerischen Rechnungen deutlicher aufgezeigt werden, als dies in den Experimenten möglich war. Dabei ergibt sich eine universelle Kurve, wenn als Längenmaßstab die charakteristische Länge x_{ch} (Gl.3-17) verwendet wird.

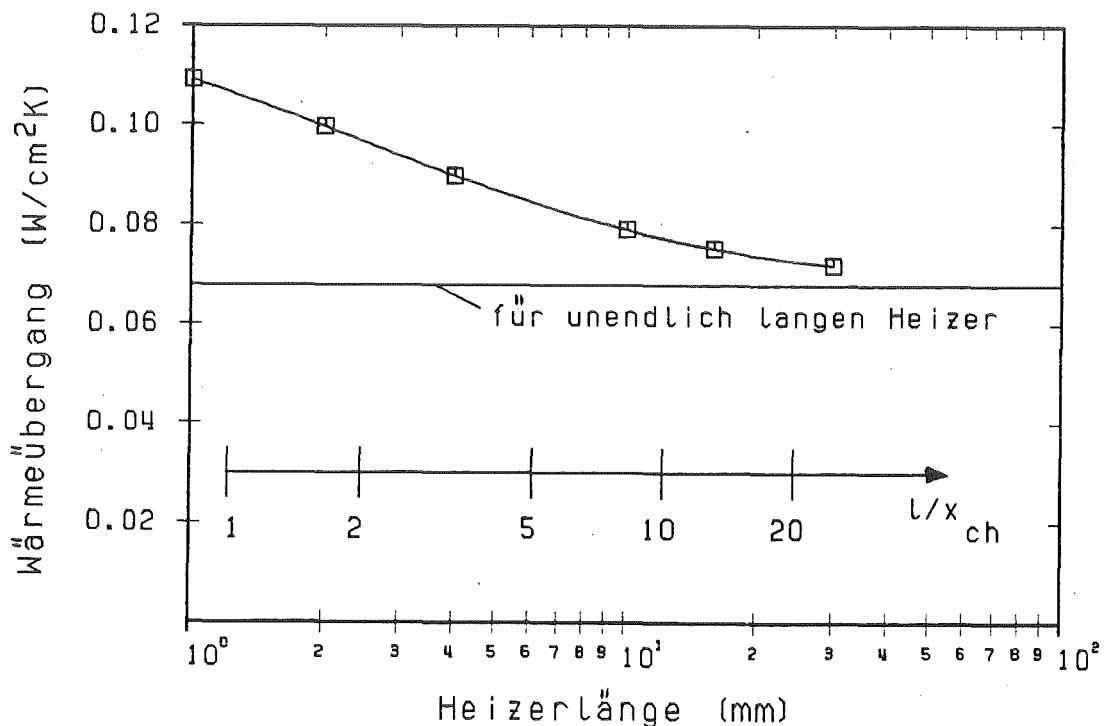


Abbildung 33. Stationärer Wärmeübergang abhängig von der Heizerlänge:

Numerische Rechnung für $p = 6$ bar, $Re = 50000$

Die berechneten Ergebnisse für sehr große Heizerlängen sind natürlich "mit Vorsicht zu genießen", da im verwendeten Computerprogramm nicht berücksichtigt wird, daß sich der thermodynamische Zustand des Heliums in Strömungsrichtung ändert. Für solche Fälle müßte man das Programm so abändern, daß die Enthalpie- und Temperaturzunahme im turbulenten Strömungskern bestimmt wird.

Das vorgeschlagene Grenzschichtmodell erlaubt jedoch auch Aussagen über die Regenerierung der Grenzschicht nach einem Heizpuls. Es ist zum Beispiel klar, daß für einen 2. Heizpuls nur kurze Zeit nach dem Ende eines 1. Heizpulses nicht der volle transiente Wärmeübergang zur Verfügung steht, da noch ein Rest der thermischen Energie des ersten Pulses in der Grenzschicht gespeichert ist. Analytisch lösbar ist der Fall eines sehr langen Heizers (das heißt: Konvektion spielt keine Rolle), bei dem die Temperaturdifferenz Heizer - Helium momentan auf Null (für die Rechnungen: einen kleinen Wert ungleich Null) springt. Man erhält:

$$(3-32) \quad \eta = [1 + (\eta_a^2 - 1) \cdot e^{-\tau}]^{1/2} \approx \eta_a \cdot e^{-\tau/2}$$

Wie man sieht, wird die in der Grenzschicht gespeicherte Energie (näherungsweise) exponentiell abgebaut mit einer Zeitkonstante von 2 charakteristischen Zeiten. Abbildung 34 zeigt anschaulich einen für die Praxis interessanten Fall: Ich nehme an, daß sich an einer langen Heizstrecke schon stationäre Verhältnisse eingestellt haben. Dann wird die Heizleistung aus- und nach einer gewissen Zeitspanne wieder eingeschaltet. Die Abbildung zeigt, wie der Verlauf des Wärmeübergangs dann von der vorhergehenden Wartezeit abhängt.

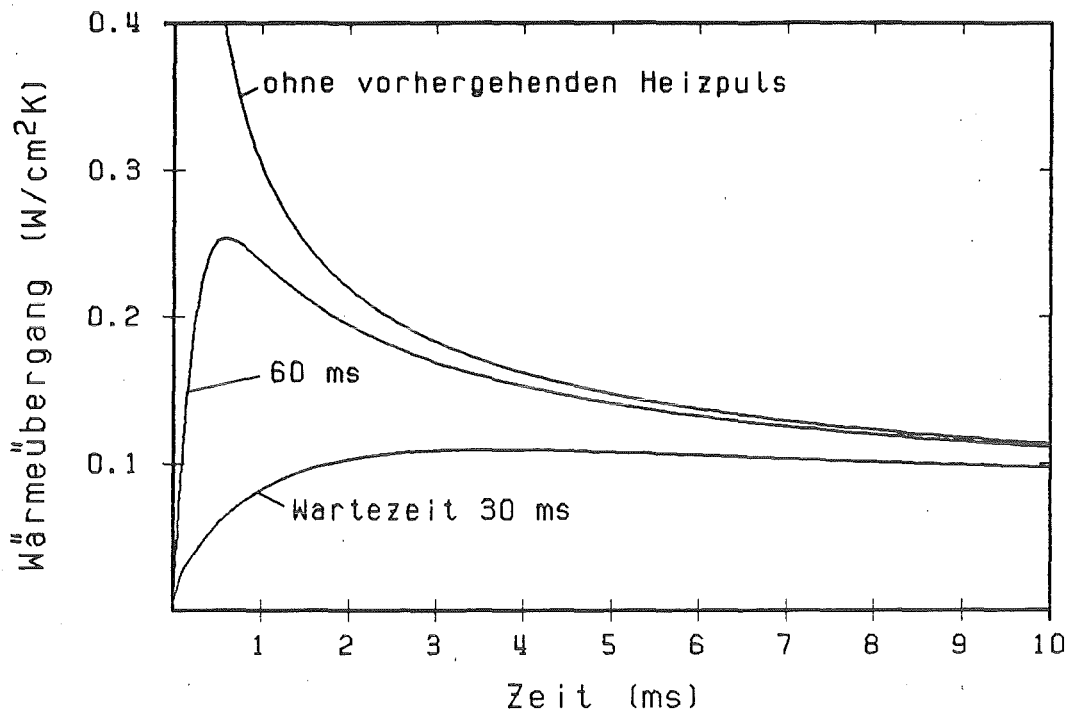


Abbildung 34. Wärmeübergang abhängig von der Wartezeit:

Große Heizerlänge, Leistungssprung,
vorhergehend langer Heizpuls derselben Leistung
(stationärer Zustand)

Ebenso ergibt sich aus dem konvektiven Energietransport in der Grenzschicht, daß strömungsabwärts hinter einer beheizten Länge nur ein verringerter transienter Wärmeübergang vorhanden ist, und zwar umso weniger, je kleiner der Abstand ist. Falls die Temperaturdifferenz am Ende der Heizung sprunghaft Null wird (siehe Bemerkung oben), ergibt die analytische Rechnung für den stationären Fall näherungsweise ein exponentielles Absinken der gespeicherten Grenzschichtenergie mit einer Abklingstrecke von 1.5 charakteristischen Längen.

$$(3-33) \quad \eta = [1 + (\eta_a^2 - 1) \cdot e^{-4\xi/3}]^{1/2} \approx \eta_a \cdot e^{-2\xi/3}$$

Abbildung 35 zeigt dagegen einen praktisch wichtigen Fall: stromabwärts hinter einer langen Heizung, an der sich bereits stationäre Verhältnisse eingestellt haben, wird mit einer kurzen Meßstrecke der zeitabhängige Wärmeübergang bei Leistungspulsen bestimmt.

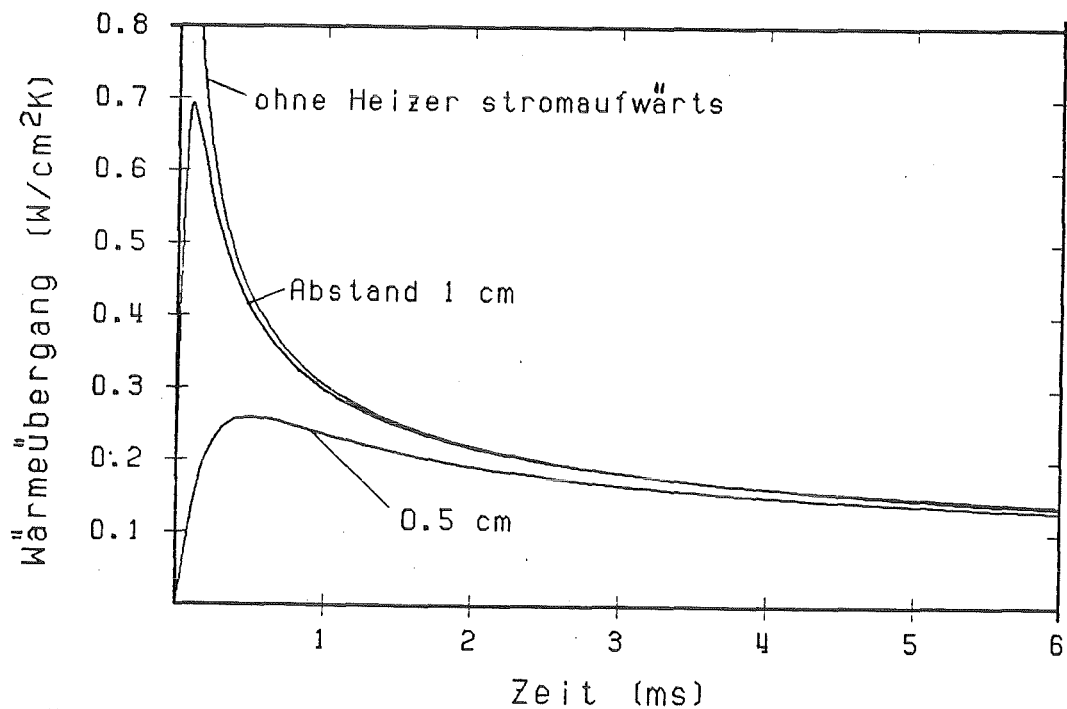


Abbildung 35. Wärmeübergang hinter einer stationären Heizstrecke:

4 mm-Heizer, Leistungssprung,
strömungsaufwärts lange Heizstrecke
derselben Leistung (stationär)

4. ZUSAMMENFASSENDEN SCHLUSSBEMERKUNGEN

Ziel dieser Arbeit war es, den transienten, d.h. zeitabhängigen Wärmeübergang an turbulent strömendes überkritisches Helium experimentell zu bestimmen und theoretisch zu erklären. Damit sollte gleichzeitig ein brauchbares Werkzeug zur Analyse und Prognose der thermischen Stabilität von Supraleitern erarbeitet werden, die durch Zwangsströmung von überkritischem Helium gekühlt werden.

Aus diesem Grunde wurde experimentell der zeitabhängige Wärmeübergang unter Bedingungen gemessen, die den Verhältnissen in einem derartigen Magneten nahe kommen. Heliumdruck von 3 bis 10 bar, Reynoldszahl bis 10^5 , Heizleistung pro gekühlte Oberfläche bis zu 2 W/cm^2 . Um Aussagen über die Stabilität gegen lokalisierte Energiefreisetzen machen zu können, wurden kurze Heizer aus gut wärmeleitendem Kupfer verwendet: L/D variierte von 1 bis 4, der Durchmesser des senkrechten Strömungskanals betrug 4 mm.

Die zu lösenden experimentellen Schwierigkeiten lagen vor allem in der kleinen Thermokraft (etwa $15 \mu\text{V/K}$) des zur schnellen Temperaturmessung verwendeten Gold/Eisen-Chromel-Thermoelements. Für die automatische Auswertung mit einem Transientenrekorder mußte deshalb das Rauschen des Thermoelements bzw. des Vorverstärkers sorgfältig reduziert werden, ohne dabei die Zeitauflösung wesentlich zu verschlechtern.

Es konnte gezeigt werden, daß es tatsächlich einen transient überhöhten Wärmeübergang in den ersten Millisekunden gibt, dessen zeitlicher Verlauf für die vorgegebenen rechteckigen Heizpulse einem $1/\sqrt{t}$ -Gesetz folgt. Die Größe des transienten Wärmeübergangs hängt praktisch nicht von der Höhe der übertragenen Heizleistung, der Strömungsgeschwindigkeit, dem Heliumdruck oder der Länge des Heizers ab. Nach größenordnungsmäßig 10 bis 100 ms - diese Zeit hängt von der Reynoldszahl ab - erfolgt dann ein allmählicher Übergang in die stationäre

Wärmeübertragung, die sehr stark von der Reynoldszahl der Strömung, aber auch von den anderen genannten Parametern beeinflusst wird.

Als Erklärung für diesen transienten Wärmeübergang ist schon von anderen Autoren Wärmeleitung in eine Heliumrandschicht vorgeschlagen worden. Das hier vorgestellte Modell zeigt ein vergleichbares Verhalten wie ein solches Wärmeleitungsmodell. Es ist jedoch numerisch viel einfacher anzuwenden, da die Information über den augenblicklichen Zustand der Grenzschicht an jeder Stelle in einer einzigen Größe (η) zusammengefaßt ist. Bei einem reinen Wärmeleitungsmodell wäre es dagegen notwendig, an jeder Stelle des Strömungskanals ein Temperaturprofil der Randschicht zu speichern (mehrere Punkte) und die zeitabhängigen Wärmeleitungsdifferentialgleichungen für alle diese Profile simultan zu lösen. Damit ist aber die Strömung noch nicht berücksichtigt, die dazu führt, daß sich benachbarte Temperaturprofile stark beeinflussen. Das in dieser Arbeit dargestellte Modell enthält dagegen detaillierte Annahmen über die verschiedenen Energieströme in der turbulenten Grenzschicht: den Wärmeübergang vom Heizer in die Grenzschicht hinein, den Wärmeübergang aus der Grenzschicht heraus in die turbulente Kernströmung und den konvektiven Wärmetransport in der Grenzschicht selbst. Physikalische Eingangsdaten für das vorgeschlagene Modell sind nur die Materialeigenschaften des Kühlmittels Helium und der (normalerweise) bekannte stationäre Wärmeübergangskoeffizient, es enthält keine weiteren, frei anzupassenden Parameter.

Die daraus hergeleitete partielle Differentialgleichung kann von einem Fortran-Computerprogramm gelöst werden, das gleichzeitig auch die Wärmeleitungsgleichung in der Wand des Strömungskanals approximiert. Bei der numerischen Simulation der durchgeführten Experimente ergab sich eine gute Übereinstimmung des zeitlichen Verlaufs der Wärmeübergänge, aber auch der Abhängigkeiten bei variabler Heizleistung und Strömungsgeschwindigkeit. Die gemessenen Wärmeübergangskoeffizienten liegen allerdings sowohl in der transienten als auch in der stationären Phase um etwa einen Faktor 2 höher als die berechneten.

Das dargestellte Computerprogramm ist in seiner Struktur so aufgebaut, daß es auch für Stabilitätsuntersuchungen von forciert überkritisch gekühlten Supraleitern geeignet ist. Die longitudinale Wärmeleitung in den Kupfer-Heizzyllindern entspricht der Wärmeleitung im stabilisierenden Kupfer des Kompositleiters. Neu hinzukommen müßte im wesentlichen nur ein Unterprogramm für die temperaturabhängig im Supraleiter erzeugte Wärme, statt die Heizleistung extern vorzugeben.

Es sollten so weit wie möglich analytische Lösungen bzw. Näherungslösungen angegeben werden. Damit werden einfache Abschätzungen der jeweiligen Effekte möglich, ohne daß man dafür immer gleich einen Computer zur Hand haben muß. Insbesondere kann eine Aussage gemacht werden zu den besonders wichtigen Fragen:

- o Nach welcher Länge des Heizers hat sich eine stationäre Temperaturgrenzschicht einigermaßen aufgebaut, oder umgekehrt, auf welcher Länge hat man einen erhöhten Wärmeübergang sogar stationär zur Verfügung?
- o Wie lange dauert etwa die Aufbauphase der Temperaturgrenzschicht, oder für welche Zeitspanne gibt es auch bei räumlich ausgedehnten Störungen einen transient erhöhten Wärmeübergang?

Sowohl diese analytischen Formeln, als auch das aufgrund der Experimente entwickelte numerische Modell stellen eine gute Basis zur Verfügung, um in Zukunft das Stabilitätsverhalten von zwangsgekühlten Supraleitern besser zu verstehen und vorhersagen zu können.

5.1 STATIONÄRER WÄRMEÜBERGANG - ÜBERSICHT

Die in dieser Arbeit vorgestellte Theorie des transienten Wärmeübergangs kann nicht angewendet werden, ohne daß eine geeignete Formel für den stationären Wärmeübergang vorgegeben wird. Ich möchte in dieser Übersicht ansatzweise die Probleme darstellen, die bei einer hydrodynamischen Berechnung von Wärmeübergangskoeffizienten berücksichtigt werden müssen. Obwohl bei überkritischem Helium alle unten aufgeführten Effekte gleichzeitig auftreten, möchte ich hier aus didaktischen Gründen nacheinander behandeln:

- o den Wärmeübergang an turbulent in einem Kreisrohr strömendes einphasiges Medium mit konstanten Materialeigenschaften,
- o den Einfluß der Temperaturabhängigkeit der Materialparameter des Kühlmittels und
- o den Einfluß von Auftriebskräften auf den Wärmeübergang bei forcierter Strömung.

5.1.1 WÄRMEÜBERGANG FÜR KONSTANTE EIGENSCHAFTEN

Wie sich aus einer Analyse der hydrodynamischen Grundgleichungen (Kontinuitätsgleichung, Impulsgleichungen, Energiegleichung) ergibt, hängt die stationäre Nusseltzahl als dimensionsloses Maß für den Wärmeübergang nur noch von der Reynoldszahl der Strömung und der Prandtlzahl des einphasigen Kühlmittels ab, falls die Voraussetzungen erfüllt sind, daß

- o die axiale Wärmeleitung,

- o Auftriebskräfte,
- o die turbulente Dissipation und
- o die Beschleunigung der Strömung aufgrund der Dichteänderung

vernachlässigt werden können. Es sind einfache Kriterien dafür angegeben worden, wann diese Bedingungen erfüllt sind [27].

Wenn man nun in die stationären hydrodynamischen Grundgleichungen einen Ansatz für die turbulente Diffusivität von Impuls und Wärme einsetzt (i.a. Prandtl's Mischungsweg-Hypothese), so läßt sich das Gleichungssystem numerisch integrieren. Im allgemeinen Fall kommt es darauf an, ob die Temperaturdifferenz von Rohrwand und Kühlmittel oder die Wärmestromdichte fest vorgegeben wird. Für Medien mit einer Prandtlzahl ≥ 0.7 kann dieser Unterschied jedoch vernachlässigt werden [41, Referenz 14].

Das Ergebnis solcher Rechnungen wird mit guter Genauigkeit durch die Formel von Petukhov-Popov [51] beschrieben:

$$(5-1) \quad Nu = \frac{Re \cdot Pr \cdot c_f/2}{K_1 + K_2 \cdot (c_f/2)^{1/2} \cdot (Pr^{2/3} - 1)}$$
$$Nu = \frac{h \cdot D}{\lambda} \quad Re = \frac{u \cdot D}{\nu} \quad Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda}$$
$$K_1 = 1 + 27.2 \cdot c_f/2 \quad K_2 = 11.7 + \frac{1.8}{Pr^{1/3}}$$
$$c_f/2 = \frac{1}{[5.15 \cdot \lg(Re) - 4.64]^2}$$

Ein ganz ähnliches Ergebnis kann man auch schon mit einem viel einfacheren 2-Schichtenmodell erhalten [64], unter Verwendung der bekannten Blasius-Formel für den turbulenten Reibungsbeiwert:

$$(5-2) \quad Nu = \frac{Re \cdot Pr \cdot c_f/2}{1 + 12.5 \cdot (c_f/2)^{1/2} \cdot (Pr-1)}$$
$$c_f/2 = \frac{0.03955}{Re^{1/4}}$$

In beiden Formeln kommt deutlich die "Reynoldsche Analogie" von Wärme- und Impulstransport in der turbulenten Grenzschicht zum Ausdruck. Sie besagt, daß der entscheidende Transportmechanismus in beiden Fällen derselbe ist, nämlich die turbulente Schwankungsbewegung ausgedehnter Flüssigkeitsbereiche. Als Folge davon steigt die Nusseltzahl mit dem Reibungsbeiwert, der Proportionalitätsfaktor ist im wesentlichen das Produkt von Reynolds- und Prandtlzahl.

Die enge Verbindung von Wärmeübergang und Flüssigkeitsreibung hat wichtige Konsequenzen. Wenn beispielsweise in sehr dünnen Röhren der Druckabfall erhöht ist, ist dies auch für die Wärmeübertragung zu vermuten. Und wenn sich der Reibungsbeiwert im Rohreinlauf nach einer Strecke von etwa 10 Durchmessern nicht mehr wesentlich ändert [39, 64], so gilt dies auch für den Wärmeübergangskoeffizient.

Die Petukhov-Popov-Formel oder davon abgeleitete Varianten [66] ist ziemlich unhandlich in der Anwendung. Deshalb wird sehr oft die viel einfachere Dittus-Boelter-Formel verwendet [18]:

$$(5-3) \quad Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.4}$$

Die Einflüsse von Strömung (Reynoldszahl) und Materialeigenschaften des Kühlmittels (Prandtlzahl) sind dabei in verschiedene Faktoren getrennt worden. Wegen der leichten Auswertung dieser Formel werden Wärmeübergänge häufig relativ zum Dittus-Boelter-Wert angegeben. Um eine bestimmte Meßserie möglichst genau darzustellen, ist oft ein Fit mit einer "ähnlichen" Formel möglich, dabei werden sowohl der Vorfaktor als auch die Exponenten variiert [7, 11, 24].

In Abbildung 36 ist die Nusseltzahl als Funktion der Reynoldszahl sowohl nach Petukhov-Popov (Gl.5-1) als auch nach Dittus-Boelter (Gl.5-3) aufgetragen. Da die Prandtlzahl ganz unterschiedlich in beide Formeln eingeht, ergibt sich für $Pr = 2$ beispielsweise eine gute Übereinstimmung, während für $Pr = 0.7$ (Helium bei 6 bar, 4.5 K) eine Diskrepanz von etwa 15 % besteht. Indem nur der Exponent der Reynoldszahl auf 0.785 verringert wird (Bloem[7]: 0.78), erhält man bereits eine gute Übereinstimmung.

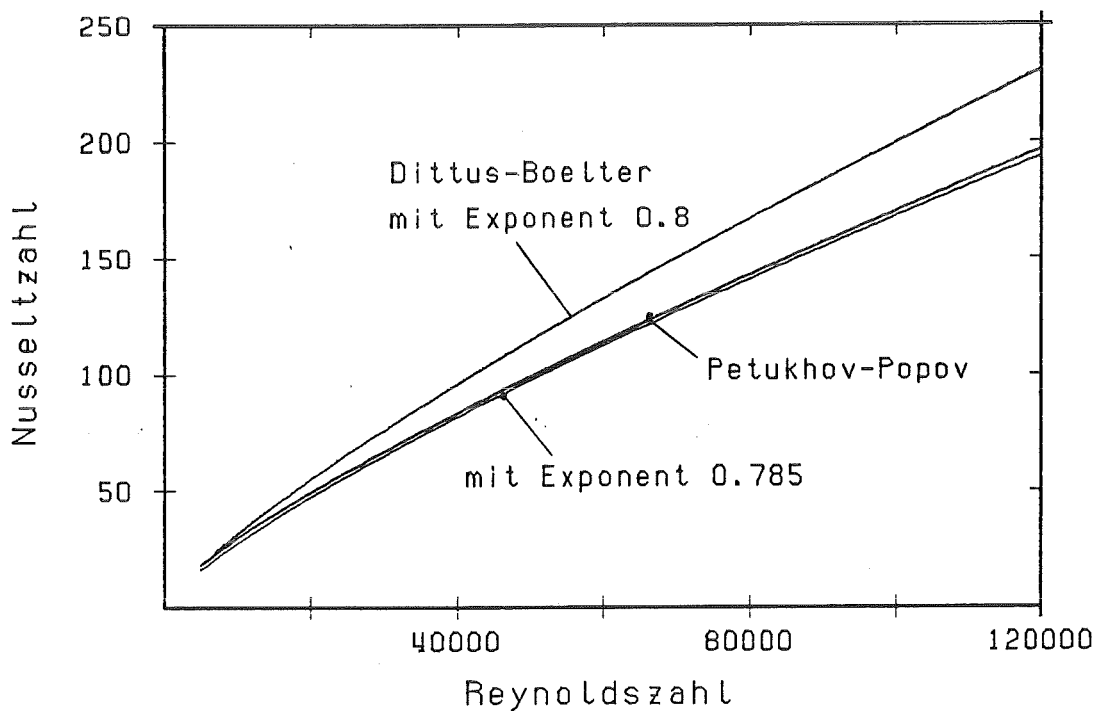


Abbildung 36. Vergleich von stationären Wärmeübergangsformeln:
für Zwangskonvektion von einphasigem Kühlmittel
mit konstanten Eigenschaften

5.1.2 TEMPERATURABHÄNGIGKEIT DER MATERIALEIGENSCHAFTEN

Aus mathematischer Sicht ist jetzt die Voraussetzung nicht mehr gegeben, daß die Nusseltzahl als Funktion von ausschließlich Reynolds- und Prandtlzahl geschrieben werden kann. Für schwache Temperaturabhän-

gigkeiten reicht es dennoch oft aus, wenn die Materialdaten für eine mittlere Temperatur bestimmt werden [17].

Für überkritisches Helium kommt dies einfache Verfahren nicht in Frage, denn spezifische Wärme, Prandtlzahl und Wärmeleitfähigkeit verhalten sich in der Nähe der transponierten kritischen Linie nicht monoton steigend oder fallend, sondern gehen über ein Maximum. Deshalb bietet es sich an, die Materialparameter selbst über das Temperaturintervall zu mitteln (z.B. für Pr: [10], für c_p : [66]). Andere Autoren haben versucht, das Verhältnis der Materialeigenschaften bei Wand- und Badtemperatur in die Wärmeübergangsformel aufzunehmen [27, 66]. Die Verwendung des Temperaturverhältnisses selbst (Giarratano, Arp, Smith [24]) ergibt zwar eine besonders einfache Rechnung, ist aber physikalisch nicht begründbar, da überhaupt nicht berücksichtigt wird, in welchem Zustand relativ zum kritischen Punkt sich das Helium befindet.

$$(5-4) \quad Nu = 0.0259 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.4} \cdot \left[\frac{T_W}{T_0} \right]^{-0.716}$$

Nach anderen Vorschlägen sollen Prandtl- oder Reynoldszahl sowohl für Bad- als auch für die Wandtemperatur bestimmt werden. In die Wärmeübergangsformel wird dann der kleinere Wert eingesetzt (für Pr: [58], für Re: [10]). Alle diese Versuche haben jedoch nur begrenzten Erfolg gehabt, das komplizierte Verhalten in der Nähe des kritischen Punktes zu beschreiben, wo es sowohl ein ausgeprägtes Maximum als auch eine drastische Verringerung des Wärmeübergangs bei großen Heizleistungen gibt.

Ein grundsätzlich besseres Vorgehen besteht darin, die hydrodynamischen Gleichungen unter Einbeziehung temperaturabhängiger Materialeigenschaften numerisch zu lösen [16, 56]. Dabei ergibt sich, daß die Wärmeübertragung außer vom Anfangszustand des Heliums noch von einem korrelierenden Faktor ϕ abhängt, der den vorgegebenen Wärme-

strom, den Massenfluß sowie den Kanaldurchmesser enthält [25]. Derartige Computerrechnungen sind jedoch sehr aufwendig.

Ein praktikables Verfahren muß deshalb, trotz der beschriebenen Schwierigkeiten, von den schnell berechenbaren Gleichungen für den Wärmeübergang bei konstanten Materialdaten ausgehen (Gl.5-1 oder 5-3). Dann müssen die Mechanismen berücksichtigt werden, die in der Nähe des kritischen Punkts zu Änderungen führen.

Die gemessenen überhöhten Werte für den Wärmeübergang sind letztlich darauf zurückzuführen, daß die spezifische Wärme auf der transponierten kritischen Linie einen Maximalwert erreicht. Das heißt, die Grenzschicht kann besonders viel thermische Energie aufnehmen, wenn diese Temperatur im Intervall zwischen Bad- und Wandtemperatur enthalten ist. Ein geeigneter Korrekturterm vergleicht also die mittlere spezifische Wärme der gesamten Grenzschicht mit dem Wert bei der Badtemperatur, der ja in der Prandtlzahl berücksichtigt wurde [9]:

$$(5-5) \quad f_1 = \begin{cases} \left[\frac{c_{pm}}{c_{p0}} \right]^{0.35} & \text{falls } c_{pm} > c_{p0} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$
$$c_{pm} = \frac{H(T_W) - H(T_0)}{T_W - T_0}$$

Die Erhöhung des Wärmeübergangs aufgrund des Peaks der spezifischen Wärme entspricht dem großen Wärmeübergang an 2-Phasenhelium beim Blasensieden aufgrund der latenten Wärme des Phasenübergangs.

Die Verschlechterung des Wärmeübergangs bei großen Wärmeleistungen ist mit der starken Volumausdehnung des überkritischen Heliums zu erklären. Sie hat ihr Pendant im schlechten Filmsiede-Wärmeübergang aufgrund der sprunghaften Dichteabnahme des 2-Phasenheliums am Siedepunkt (Analogie zum 2-Phasengebiet: [29]). Die Expansion der erhitzten

überkritischen Grenzschicht führt dazu, daß effektiv eine Strömungskomponente weg von der beheizten Wand vorhanden ist, die den Wärmeübergang verringert [65]. Der korrelierende Parameter ψ zur Beschreibung dieses Effekts wird aus dem Expansionskoeffizienten bei der Badtemperatur und der Temperaturdifferenz über die gesamte Grenzschicht gebildet [9]. Da der Volumenausdehnungskoeffizient stark temperaturabhängig ist, wäre eigentlich eine Mittelung über das ganze Temperaturintervall angemessen, dies ist aber nicht üblich.

$$(5-6) \quad f_2 = \left[\frac{2}{1 + \sqrt{\psi}} \right]^2$$

$$\psi = 1 + \beta(T_0) \cdot \Delta T_W$$

In Abbildung 37 sind diese Korrekturfaktoren als Funktion der Temperatur der beheizten Wand für einen Heliumdruck von 3 und 10 bar aufgetragen. Man erkennt, daß bei 3 bar, also in der Nähe des kritischen Punktes, starke Variationen des Wärmeübergangs vorkommen. Einerseits ist bei etwa 6 K ein deutliches Maximum vorhanden, andererseits nimmt der Wärmeübergang mit steigender Temperaturdifferenz auch wieder stark ab. Bei einem Druck von 10 bar ändert sich der Wärmeübergang im ganzen Temperaturintervall nur relativ wenig. Die Formel von Giarratano, Arp und Smith (Gl.5-4, [24]) zeigt dagegen beidesmal dasselbe Verhalten, sie steht völlig im Widerspruch zu den neueren Ergebnissen.

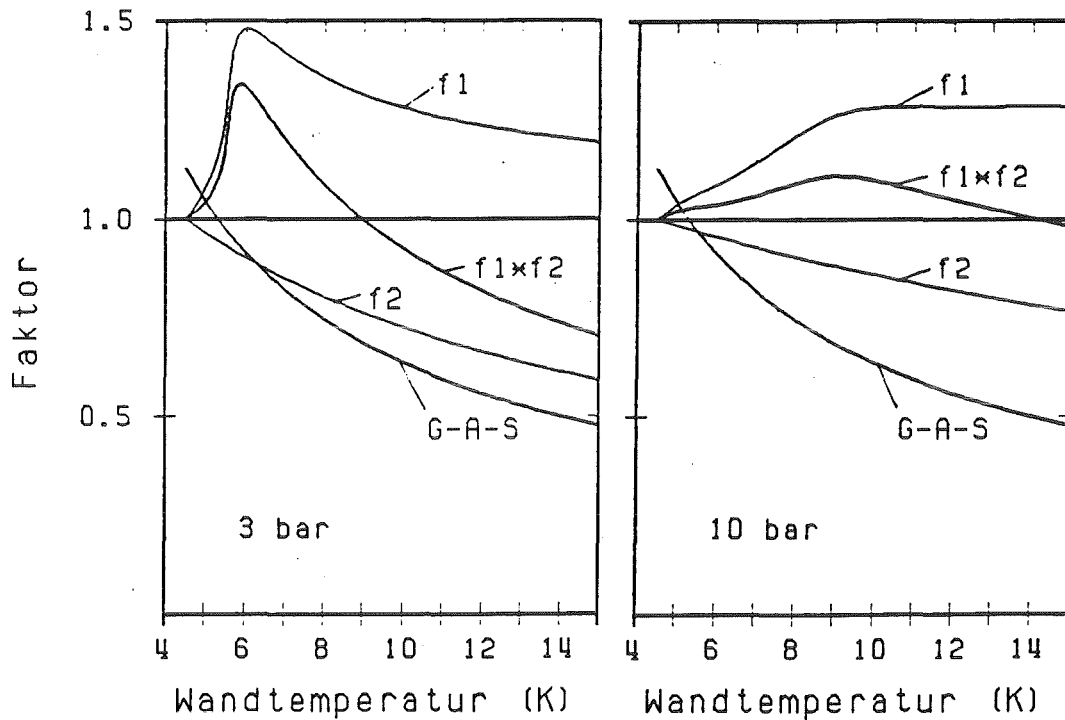


Abbildung 37. Temperaturabhängige Korrekturfaktoren:

für den turbulenten stationären Wärmeübergang
 $T_0 = 4.5 \text{ K}$, $p = 3 \text{ bar}$ (links), 10 bar (rechts)
 f1: Effekt der spezifischen Wärme (Gl.5-5)
 f2: Expansionseffekt (Gl.5-6)
 GAS: Formel von Giarratano/Arp/Smith (Gl.5-4)

5.1.3 EINFLUSS DES THERMISCHEN AUFTRIEBS

Die dimensionslose Kennzahl zur Beschreibung von Auftriebseffekten ist die Grashofzahl. In der Literatur finden sich eine ganze Reihe von ähnlichen Formeln dafür, wann Auftriebseffekte vernachlässigt werden können [11, 26, 27, 62], ich gebe hier den Ausdruck von W. B. Hall an:

$$(5-7) \quad Gr < 0.1 \cdot Re^{1.8}$$

$$Gr = \frac{|\Delta p|}{\rho_0} \cdot \frac{g \cdot D^3}{\nu^2}$$

Die aufgrund der Erwärmung zulässige Dichteänderung ist also umso größer, je grösser die Reynoldszahl der Strömung ist. Auftriebseinflüsse sind daher besonders bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten zu erwarten. Das angegebene Kriterium hängt auch stark vom Durchmesser des Strömungskanals ab. Auftriebseffekte werden demgemäß bei dicken Kanälen entscheidend sein.

Die Auswertung der Bedingung (5-7) mit den Daten des Experiments zeigt, daß hier der Auftrieb eine große Rolle spielt und keinesfalls vernachlässigt werden kann:

Tabelle 3: Maximal zulässige Dichteänderung und Wandtemperatur für Vernachlässigung von Auftriebseffekten

Re =	10^4	$2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	10^5	
$ \Delta\rho/\rho _{\max}$	0.0020	0.0068	0.036	0.124	3 bar
T_{\max}	4.22 K	4.26 K	4.47 K	4.96 K	
$ \Delta\rho/\rho _{\max}$	0.0023	0.0080	0.042	0.145	6 bar
T_{\max}	4.23 K	4.30 K	4.67 K	5.53 K	
$ \Delta\rho/\rho _{\max}$	0.0027	0.0095	0.049	0.172	10 bar
T_{\max}	4.25 K	4.37 K	4.96 K	6.46 K	

$$(D = 4 \text{ mm}, T_0 = 4.2 \text{ K})$$

Eine Folge davon ist, daß für Strömung nach oben und nach unten ganz unterschiedlich modifizierte Wärmeübergänge zu erwarten sind, was das Experiment ja gezeigt hat.

Wenn die Flüssigkeit nach unten strömt, also entgegengesetzt zur Richtung der Auftriebskraft, findet man eine Erhöhung des Wärmeübergangs. Dies erklärt sich dadurch, daß das Schubspannungsprofil der Strömung steiler wird und damit eine stärkere turbulente Flüssigkeitsdurchmi-

schung in der Grenzschicht erfolgt [26]. Umgekehrt wird bei Strömung nach oben, also in Auftriebsrichtung, die Wärmeübertragung zunächst verringert, da weniger Turbulenz in der Grenzschicht erzeugt wird. Bei noch stärkerem Einfluß des Auftriebs wird der Wärmeübergang jedoch wieder verbessert.

Für diese Fälle gemischter Konvektion (Zwangsströmung und natürliche Konvektion aufgrund des Auftriebs) sind von Bogachev et al. Korrekturformeln für den Wärmeübergang an überkritisches Helium angegeben worden [8]. Verwendet wird dabei eine modifizierte axiale Grashof-Zahl, die die Temperaturänderung des Heliums in Strömungsrichtung aufgrund der vorgegebenen äußeren Heizleistung berücksichtigt. Aus dieser Zahl Gr_A und dem Quadrat der Reynoldszahl wird eine Kennzahl für gemischte Konvektion K gebildet. Die angegebenen Korrekturformeln sind in Abbildung 38 dargestellt.

$$(5-8) \quad K = \frac{Gr_A}{Re^2} \quad Gr_A = \frac{1}{4RePr} \cdot \frac{g\beta q D^4}{\lambda \nu^2}$$

für Strömung nach unten:

$$f_3 = \begin{cases} 1 & \text{für } K \leq 10^{-5} \\ 0.45 \cdot (10^5 K)^{-0.33} + 0.55 \cdot (10^5 K)^{0.25} & 10^{-5} < K < 10^{-2} \end{cases}$$

für Strömung nach oben:

$$f_3 = \begin{cases} [1 + 3.2 \cdot 10^8 \cdot K^{1.9}]^{-1} & \text{für } K \leq 3 \cdot 10^{-5} \\ 6.85 \cdot K^{0.23} \cdot [1 + 4.84 \cdot 10^{-4} \cdot K^{-0.54}]^{-1} & \text{für } K > 3 \cdot 10^{-5} \end{cases}$$

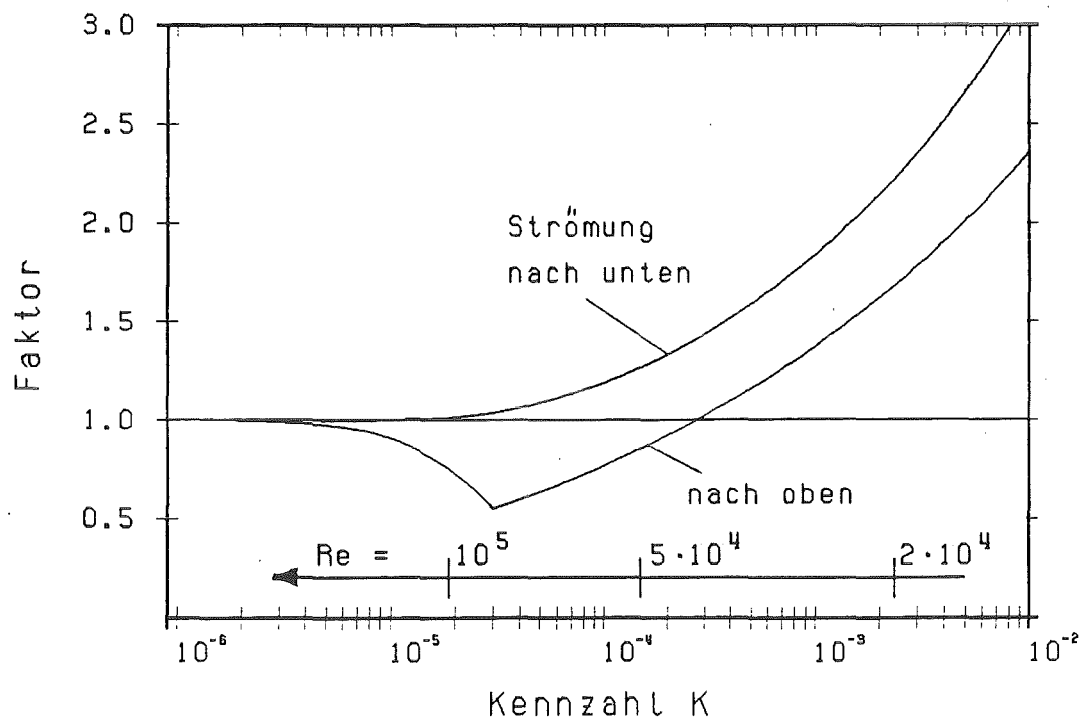


Abbildung 38. Auftriebsabhängige Korrekturfaktoren:

für den turbulenten stationären Wärmeübergang

- a) Strömung nach oben
- b) Strömung nach unten

Unten in der Abbildung 38 ist zur Verdeutlichung angegeben worden, welche Werte der Kennzahl K man in einem Strömungskanal von 4 mm Durchmesser ($p = 6 \text{ bar}$, $T_0 = 4.2 \text{ K}$) bei verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten erhält, wenn die Wand dieses Kanals mit 0.5 W/cm^2 beheizt wird.

5.2 BESCHREIBUNG DES NUMERISCHEN VERFAHRENS - ZEITSCHRITTWEITE

Die Aufgabenstellung besteht darin, 2 gekoppelte partielle Differentialgleichungen in der Zeit und einer Ortsdimension gleichzeitig zu lösen.

Das ist einerseits die in Kapitel 3 hergeleitete Grenzschicht-differentialgleichung (3-27), die den orts- und zeitabhängigen Wärmeübergang steuert. Dazu kommt noch die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung für die Wand des Strömungskanals.

$$(5-9) \quad c(T) \cdot \frac{\partial T_W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K(T) \cdot \frac{\partial T_W}{\partial x} \right] + G - \dot{Q} \cdot p/A$$

G stellt dabei die Energiezufuhr durch die externe Heizung dar, \dot{Q} die Kühlung durch das strömende Helium (genauer: Wärmeabgabe von der Wand in die Grenzschicht). Wärmeleitungsprozesse in radialer Richtung sind hier bereits vernachlässigt worden.

Die Kopplung der beiden Differentialgleichungen erfolgt sowohl über die Temperatur, als auch durch die übertragene Wärmeleistung. Da die Wärmeleitung im Kupfer der dominierende Transportmechanismus in axialer Richtung ist, will ich die Wärmeleitungsgleichung als übergeordnet ansehen und in jedem Zeitschritt zuerst lösen. Mit den daraus erhaltenen Temperaturen wird dann im zweiten Schritt die Entwicklung der Grenzschicht berechnet.

Für die Integration der eindimensionalen Wärmeleitungsgleichung verwende ich das vielfach bewährte, halb-implizite Crank-Nicolson-Verfahren [59]. Das bedeutet, daß die Ortsableitung zur Hälfte in der "alten", zur Hälfte in der "neuen" unbekanntem Temperaturschicht approximiert wird. Daraus ergibt sich ein leicht lösbares lineares Gleichungssystem für die "neuen" Temperaturen. Das Verfahren hat eine gute numerische Stabilität, die im Prinzip beliebig große Zeitschritte erlaubt. Aus Gründen der Genauigkeit sollte dennoch keine zu große

Zeitschrittweite verwendet werden, die optimale Größe hängt dabei von der gewählten Ortsschrittweite ab.

$$(5-10) \quad \Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2} \cdot \frac{C(T)}{K(T)}$$

Wegen der hohen Wärmeleitfähigkeit ist diese Bedingung für das Kupfer um Größenordnungen strenger als für das Epoxydharz.

Bei der Lösung der Wärmeleitungsgleichung wird für die Dauer eines Zeitschritts der "alte" Wärmeübergangskoeffizient verwendet. Insofern ist das Verfahren explizit, das hat eine weitere Grenze für die zulässige Größe des Zeitschritts zur Folge. Die pro Längeneinheit gespeicherte thermische Energie betrage $A \cdot C \cdot \Delta T$. In der Zeit Δt wird durch einen (konstanten) Wärmeübergangskoeffizienten h die Energiemenge $P \cdot h \cdot \Delta T \cdot \Delta t$ ans Helium abgeführt. Dies muß natürlich weniger sein als die insgesamt vorhandene Energie. Daraus folgt mit dem maximalen Wärmeübergang eine Bedingung für die Größe des Zeitschritts:

$$(5-11) \quad \Delta t \leq \frac{A \cdot C}{P \cdot h_{\max}}$$

Auch die Grenzschichtdifferentialgleichung (3-27) führt zu einer Begrenzung der Zeitschrittweite. Da der Wärmeübergang vom Heizer in die Schicht hinein umgekehrt proportional zur momentanen Schichtdicke η ist, muß ein Minimalwert für η vorgegeben werden, damit der Wärmeübergangskoeffizient endlich bleibt.

$$(5-12) \quad h_{\max} = \frac{h_{st}}{\eta_{\min}}$$

Diese obere Schranke für den Wärmeübergang will ich größenordnungsmäßig durch den Kapitza-Widerstand bestimmen, den ich ansonsten vernach-

lässigt habe. Bei den hier dargestellten numerischen Rechnungen wurde hierfür ein Zahlenwert von $5 \text{ W/cm}^2\text{K}$ verwendet [55].

Aufgrund der Singularität des Wärmeübergangs für kleine Zeiten (Gl.3-7) hängt die zulässige Zeitschrittgröße von dieser oberen Schranke ab, je größere Wärmeübertragung zugelassen sein soll, umso kleinere Zeitschritte müssen gewählt werden.

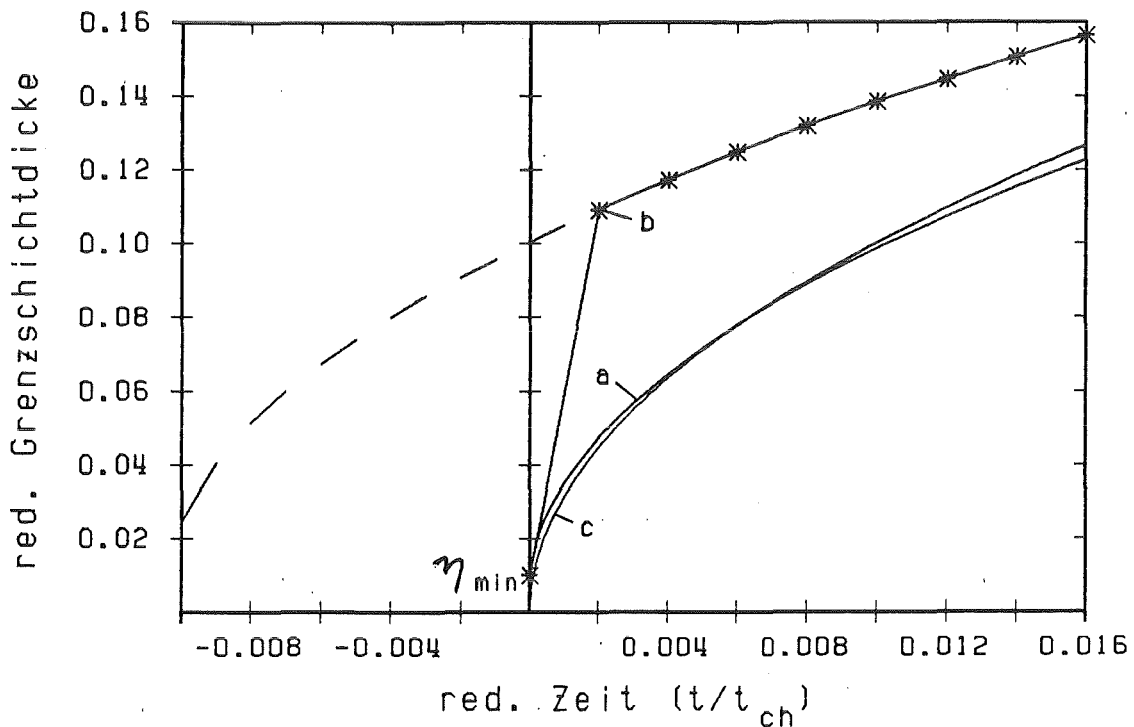


Abbildung 39. Grenzschichtverhalten bei zu großem Zeitschritt:

Rechnung für $\eta_{min} = 0.01$

a) mit $\Delta\tau = 0.0002$

b) mit $\Delta\tau = 0.002$

c) analytische Näherungslösung $\eta = \sqrt{\tau}$

In Abbildung 39 ist dargestellt, wie sich die diskretisierte Grenzschichtgleichung bei (10 mal) zu großer Schrittweite verhält. Die Grenzschichtdicke erreicht schon im 1. Zeitschritt einen viel zu großen Wert. Der Kurvenverlauf knickt dann ab, die Grenzschicht verhält sich im folgenden "normal", wie wenn der Temperatursprung nicht zur Zeit $\tau = 0$ sondern schon früher erfolgt wäre (gestrichelt). Das

numerische Modell verhält sich also trotz zu großem Zeitschritt für große Zeiten "gutmütig" und liefert den richtigen stationären Wärmeübergang. Das Verhalten für kleine Zeiten ist aber falsch.

Da die Heizertemperatur konstant sein soll, lautet die Rechenvorschrift zur sukzessiven Bestimmung der Grenzschichtdicke η :

$$\begin{aligned}\eta(\tau+\Delta\tau) &= \eta(\tau) + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{\eta(\tau)} - 1 \right] \cdot \Delta\tau \\ &\approx \eta(\tau) + \frac{\Delta\tau}{2\eta(\tau)}\end{aligned}$$

Beim Versuch, diese Gleichung zeitlich "rückwärts" zu lösen, findet man mathematisch 2 Lösungen. Sowohl η_1 als auch $\Delta\tau/2\eta_1$ liefern denselben Wert zum Zeitpunkt $\tau+\Delta\tau$. Wenn ich aber verlange, daß die unerwünschte zweite Lösung unter die Schranke η_{\min} fallen soll, ergibt dies:

$$(5-13) \quad \Delta\tau \leq 2 \eta_{\min}^2$$

Setzt man jetzt die Definition der charakteristischen Zeit (Gl.3-19) ein, so sieht man, daß diese Zeitschrittgrenze einerseits von den thermischen Eigenschaften des Kühlmittels und andererseits vom vorgegebenen maximalen Wärmeübergangskoeffizient abhängt.

$$(5-14) \quad \Delta t \leq \frac{\lambda \rho c_p}{2h_{\max}^2}$$

5.3 NUMERISCHES SIMULATIONSPROGRAMM

5.3.1 STEUERSPRACHE

Die folgende JCL ("job control language") holt die gewünschte Version des FORTRAN-Programms (Member WBL4) aus der Bibliothek HEDAT.FORT, übersetzt und druckt sie. Die Parameter für die Ausführung werden eingelesen, der Anfangszustand aus der Datei TEMP.DATA eingelesen (Member ANFG) sowie der erreichte Endzustand wieder nach TEMP.DATA geschrieben (Member ENDE). Die Bedeutung der gelesenen Parameter wird im Kommentar am Anfang des FORTRAN-Programms (siehe unten) ausführlich erklärt.

```
//ITP039W JOB (0039,130,P3C7B),NICK,MSGCLASS=H
// EXEC F7CG
//C.SYSPRINT DD SYSOUT=H
//C.SYSIN DD DISP=SHR,DSN=TSO039.HEDAT.FORT(WBL4)
//G.FT03F001 DD DISP=SHR,DSN=TSO039.TEMP.DATA(ANFG)
//G.FT04F001 DD DISP=SHR,DSN=TSO039.TEMP.DATA(ENDE)
//G.SYSIN DD *
50000.          REYNOLDSZAHL
0.1  30         DELX(CM)  IGES
2.E-6 20000     DELZ(SEC)  KGES
50   500  11  20  KVERL   KPROF  I1   I2
1   11  20      KHZ   IHZ1  IHZ2
0.5          GMAX(W/CM**2)
0.   0.020  0.   DZANST  DZKONS  DZABKL  (SEC)
0.   1.0    0.   DXVORN  DXKONS  DXHINT  (CM)
/*
```

5.3.2 FORTRAN-PROGRAMM

```
PROGRAM WBL4
C
C PROGRAMM ZUR SIMULATION DES WAERME-UEBERGANGS (MODELL 4)
C
C H (WAND -> GRENZSCHICHT) = HSTAT/ETA
C H (GRENZSCHICHT -> HELIUM) = HSTAT          FUER ETA KLEINER ALS 1
C                               = HSTAT*ETA     FUER ETA GROESSER ALS 1
C WAERMELEITUNG: CRANK-NICOLSON-VERFAHREN (HALB-IMPLIZIT)
C                 MATERIALPARAMETER AUS DER ALTEN ZEITSCHICHT
C WAERME-UEBERGANG: EXPLIZITE RECHNUNG IN DER ZEIT
C                 LINKE DIFFERENZEN FUER ORTSABLEITUNGEN
C
C KANAL 3 = TEMP.DATA(ANFG): EINGABE DES ANFANGSZUSTANDS
C         4 = TEMP.DATA(ENDE): AUSGABE DES ENZUSTANDS
C
C TA(): ALTE, BEKANNTE TEMPERATURSCHICHT
C TNULL: BADTEMPERATUR (4.2K)
C DELT():= TA-TNULL ODER DTMIN
C TN(): NEUE, ZU BERECHNENDE TEMPERATUR,
C        RECHTE SEITE DER CRANK-NICOLSON-GLEICHUNGEN
C DTMIN: KLEINSTE TEMPERATURDIFFERENZ
C ETA(): RELATIVE GRENZSCHICHTDICKE (THERMISCH/HYDRODYNAMISCH)
C ETMIN: MINIMALE GRENZSCHICHTDICKE, ERGIBT MAXIMALEN W-UE
C HMAX: MAXIMALER WAERME-UEBERGANGSKOEFFIZIENT (W/(CM**2*K))
C ETADT():= ETA*DELT: PROPORTIONAL DER ENERGIE IN DER GRENZSCHICHT
C          FAKTOR 0.5*RHOCP*DELX*PXOOL*LAMBDA/HSTAT
C X(),DELX: KOORDINATE IN STROEMUNGSRICHTUNG, ORTSSCHRITT (CM)
C I,IGES: LAUFVARIABLE, ZAHL DER ORTSELEMENTE
C Z,DELZ: ZEIT, ZEITSCHRITT (SEC)
C KANF*DELZ: ANFANGSZEIT
C K,KGES: LAUFVARIABLE, ZAHL DER ZU BERECHNENDEN ZEITSCHICHTEN
C KVERL: ZAHL DER ZEITSCHRITTE ZWISCHEN 2 AUSGEGEBENEN VERLAUFSPUNKTEN
C KPROF: ZAHL DER ZEITSCHRITTE ZWISCHEN 2 AUSGEGEBENEN PROFILEN
C I1,I2: ORTSBEREICH FUER DIE MITTELUNG
C LMEAN():= .TRUE. FALLS X IN DIESEM BEREICH LIEGT
C TMEAN,QMEAN,HMEAN: MITTLERE TEMPERATUR, LEISTUNG UND W-UE
C GHEIZ(X,Z,L): EXTERNE HEIZLEISTUNG (W/CM**2) - UP.
C KHZ,IHZ1,IHZ2: ERSTER ZEITSCHRITT, BEGINN UND ENDE DER HEIZUNG
C LX():= 2, FALLS X IM BEHEIZTEN BEREICH LIEGT (KUPFER)
C        SONST = 1 (EPOXY)
C DKANAL: DURCHMESSER DES STROEMUNGSKANALS (CM)
C PCOOL: GEKUEHLTER UMFANG (CM)
C AWAND: QUERSCHNITT DER WAND (CM**2)
C KWAND(T,L): WAERMELEITFAEHIGKEIT DER WAND (W/(CM*K)) - UP.
C KW(): W-LEITFAEHIGKEIT(I,I+1)/(2*DELX**2) (W/(CM**3*K))
C KWI,KWIR: AKTUELLER WERT UND RECHTS DAVON
C CWAND(T,L): SPEZIFISCHE WAERME PRO VOLUMEN (W*SEC/(CM**3*K)) - UP.
C CW: AKTUELLER WERT/DELZ (W/(CM**3*K))
C CWINT(T,L): INTEGRIERTE SPEZIFISCHE WAERME (W*SEC/CM**3) - UP.
C DIA(): DIAGONALELEMENTE DES CRANK-NICOLSON-GLEICHUNGSSYSTEMS
C RE: REYNOLDSZAHL DER STROEMUNG
C PR: PRANDTL-ZAHL DES KUEHLMITTELS
C LAMBDA: WAERMELEITFAEHIGKEIT DES HELIUMS (W/(CM*K))
C RHOCP: SPEZIFISCHE WAERME PRO VOLUMEN (W*SEC/(CM**3*K))
```

```
C HSTAT: STATIONAERER WAERME-Uebergangskoeffizient (W/(CM**2*K))
C Q: WAERMELEISTUNG INS HELIUM (W/CM) FUER STATIONAEREN W-UE
C XNULL: CHAR. LAENGE FUER DEN TRANSIENTEN W-UE (CM)
C ZNULL: CHARAKTERISTISCHE ZEIT DAFUER (SEC)
C FEDT:= FUNKTION 0.75*ETA**2*DELT    FUER ETA KLEINER ALS 1
C          0.75*ETA*DELT            FUER ETA GROESSER ALS 1
C          PROPORTIONAL DER WAERMESTROMDICHTEN DURCH KONVEKTION
C          FAKTOR 0.5*RHOCP*XNULL/ZNULL
C FEDTL: DASSELBE LINKS DER AKTUELLEN POSITION
C EHEIZ: VOM HEIZER INSGESAMT BISHER ABGEGEBENE ENERGIE (W*SEC)
C SUMG: LAUFENDE SUMME DAZU (W/CM)
C EWAND: IN DER WAND GESPEICHERTE THERMISCHE ENERGIE (W*SEC)
C SUMW: LAUFENDE SUMME DAZU (W*SEC/CM**3)
C EBOUL: IN DER GRENZSCHICHT GESPEICHERTE ENERGIE (W*SEC)
C SUMB: LAUFENDE SUMME DAZU (K)
C EHeli: VOM HELIUMSTROM BISHER ABGEFUEHRTE ENERGIE (W*SEC)
C SUMQ: LAUFENDE SUMME DAZU (W/CM)
C ERAND: DURCH DIE RANDBEDINGUNG ABGEFUEHRTE ENERGIE (W*SEC)
C ESUM: ENERGIEBILANZ:= EWAND+EBOUL+EHeli+ERAND-EHEIZ (W*SEC)
C
```

```
IMPLICIT REAL(A-H,M-Z), INTEGER(I-L)
PARAMETER (IMAX=100)
REAL*8 TA(0:IMAX+1), TN(0:IMAX), DIA(0:IMAX), KW(0:IMAX)
REAL X(IMAX), DELT(0:IMAX), ETA(0:IMAX), ETADT(0:IMAX)
REAL KWAND, KWI, KWIR, LAMBDA
REAL*8 EHEIZ, EWAND, EBOUL, EHeli, ERAND, SUMG, SUMW, SUMB, SUMQ
INTEGER LX(0:IMAX+1)
LOGICAL LMEAN(IMAX)
```

C

C EINGABE -----

C

```
C DATEN FUER HELIUM BEI P=6BAR, T=5K
DATA PR, LAMBDA, RHOCP/.795, .225E-3, .600/
DATA TNULL, DTMIN, HMAX/4.2, .001, 5./
DATA DKANAL, PCOOL, AWAND/.4, 1.26, .157/
READ(5,*) RE
```

C DITTUS-BOELTER-FORMEL

```
HSTAT=.023*LAMBDA/DKANAL*RE**.8*PR**.4
XNULL=RE*PR/(9.*DKANAL)*(LAMBDA/HSTAT)**2
ZNULL=LAMBDA*RHOCP/(4.*HSTAT**2)
ETMIN=HSTAT/HMAX
READ(5,*) DELX, IGES
READ(5,*) DELZ, KGES
READ(5,*) KVERL, KPROF, I1, I2
WRITE(6,600) DELX, DELZ, DKANAL, PCOOL, AWAND,
1          PR, LAMBDA, RHOCP,
2          RE, HSTAT, XNULL, ZNULL, ETMIN,
3          KVERL, KPROF, I1, I2
```

600

```
FORMAT(' RECHNUNG MIT PROGRAMM WBL4: '/
1      ' GRENZSCHICHTMODELL 4 - MIT WAERMELEITUNG'//
2      ' DELX=', F5.2, ' CM', 4X, ' DELZ=', 1P, E9.2, ' SEC', 4X,
3      ' DKANAL=', 0P, F5.2, ' CM', 4X, ' PCOOL=', F5.2, ' CM', 4X,
4      ' AWAND=', 1P, E9.2, ' CM**2'/
5      ' PR=', 0P, F6.3, 4X, ' LAMBDA=', 1P, E9.2, ' W/(CM*K)', 4X,
6      ' RHOCP=', E9.2, ' W*SEC/(CM**3*K)'/
7      ' RE=', E9.2, 4X, ' HSTAT=', E9.2, ' W/(CM**2*K)', 4X,
```

```
8      'XNULL=' ,E9.2, ' CM' ,4X, 'ZNULL=' ,E9.2, ' SEC' ,4X,
9      'ETMIN=' ,E9.2/
*      ' KVERL=' ,I4,5X, 'KPROF=' ,I6,5X, 'MITTELUNG: I1=' ,I3,
1      5X, 'I2=' ,I3/)
C
C INITIALISIEREN DER UNTERPROGRAMME
C
      DELTA=KWAND(0.,0)
      DELTA=CWAND(0.,0)
      DELTA=CWINT(0.,0)
C
C KONTROLLE DER BEDINGUNGEN FUER NUMERISCHE STABILITAET
C
C FUER DIE GRENZSCHICHT
      DELTA=2.*ZNULL*ETMIN**2
      WRITE(6,610) DELTA
      IF (DELZ.GT.1.001*DELTA) WRITE(6,620)
C FUER DEN WAERME-UEBERGANG
      DELTA=AWAND*CWAND(TNULL,2)/(PCOOL*HMAX)
      WRITE(6,611) DELTA
      IF (DELZ.GT.1.001*DELTA) WRITE(6,620)
C FUER DIE WAERMELEITUNG
      DELTA=DELX**2*CWAND(TNULL,2)/(2.*KWAND(TNULL,2))
      WRITE(6,612) DELTA
      IF (DELZ.GT.1.001*DELTA) WRITE(6,620)
610   FORMAT(' GRENZSCHICHT VERLANGT ZEITSCHRITT KLEINER ALS ',
1      1P,E9.2, ' SEC')
611   FORMAT(' WAERME-UEBERGANG VERLANGT ZEITSCHRITT KLEINER ALS ',
1      1P,E9.2, ' SEC')
612   FORMAT(' WAERMELEITUNG VERLANGT ZEITSCHRITT KLEINER ALS ',
1      1P,E9.2, ' SEC')
620   FORMAT(' *****',
1      1 '***** WARNUNG - ZEITSCHRITT ZU GROSS')
C
C VORGABE DER EXTERNEN HEIZUNG
C
      READ(5,*) KHZ,IHZ1,IHZ2
      WRITE(6,630) KHZ,IHZ1,IHZ2
630   FORMAT('/' ERSTER BEHEIZTER ZEITSCHRITT:' ,I6,5X,
1      1 'BEHEIZTE ORTSELEMENTE:' ,I3, ' -' ,I3)
      DELTA=GHEIZ(0.,0.,0)
C
C ANFANGSZUSTAND UND RANDBEDINGUNGEN HERSTELLEN
C
      READ(3,300)
      READ(3,310) KANF
      READ(3,300)
      READ(3,320) EHEIZ,EHELI,ERAND
      READ(3,300)
      READ(3,330) TA(0),ETADT(0),LX(0),TA(IGES+1),LX(IGES+1)
      TN(0)=TA(0)
      READ(3,300)
      READ(3,340)(TA(I),I=1,IGES)
      READ(3,300)
      READ(3,340)(ETADT(I),I=1,IGES)
300   FORMAT()
```

```
310  FORMAT(I12)
320  FORMAT(3E12.5)
330  FORMAT(2E12.5,I12,E12.5,I12)
340  FORMAT(5E12.5)
C
SUMW=0.
SUMB=0.
DO 100 I=0,IGES
    DELT(I)=TA(I)-TNULL
    IF (DELT(I).LT.DTMIN) DELT(I)=DTMIN
    ETA(I)=ETADT(I)/DELT(I)
    IF (ETA(I).LT.ETMIN) ETA(I)=ETMIN
    IF (I.EQ.0) GOTO 100
    X(I)=(I-.5)*DELX
    LX(I)=1
    IF (I.GE.IHZ1.AND.I.LE.IHZ2) LX(I)=2
    LMEAN(I)=.FALSE.
    IF (I.GE.I1 .AND. I.LE.I2) LMEAN(I)=.TRUE.
    SUMW=SUMW+CWINT(TA(I),LX(I))-CWINT(TNULL,LX(I))
    SUMB=SUMB+ETADT(I)
100  CONTINUE
    Z=KANF*DELZ
    EWAND=SUMW*AWAND*DELX
    EBOUL=SUMB*2.*ZNULL*HSTAT*PCOOL*DELX
    ESUM=EWAND+EBOUL+EHELI+ERAND-EHEIZ
    PRINT '(/' ANFANGSZUSTAND''')'
    WRITE(6,660) ESUM,EHEIZ,EWAND,EBOUL,EHELI,ERAND,Z
    PRINT '(60X,' TEMPERATUR-VERTEILUNG''')'
    WRITE(6,670) (TA(I),I=1,IGES)
    PRINT '(60X,' ETA * DELTA-TEMPERATUR''')'
    WRITE(6,671) (ETADT(I),I=1,IGES)
    PRINT '(60X,' GRENZSCHICHTDICKE ETA''')'
    WRITE(6,672) (ETA(I),I=1,IGES)
C
    IF (ETA(0).LE.1.) THEN
        FEDTO=.75*ETA(0)**2*DELT(0)
    ELSE
        FEDTO=.75*ETA(0)*DELT(0)
    END IF
    WRITE(6,640) TA(0),ETA(0),ETADT(0),LX(0),TA(IGES+1),LX(IGES+1)
640  FORMAT('/' RANDBEDINGUNG: LINKS T=',F7.3,' K',4X,'ETA=',1P,E9.2,
1      4X,'ETADT=',E9.2,4X,'LX=',I2/
2      16X,'RECHTS T=',0P,F7.3,' K',4X,'LX=',I2//
3      3X,'ZEIT',7X,'TMEAN',4X,'QMEAN',7X,'HMEAN',6X,
4      'TEMP1',4X,'ETA1',3X,'TEMP2',4X,'ETA2'//)
C
C RECHNUNG -----
C
    DIA(0)=0.
    KV=0
    KP=0
C
C BEGINN DER ZEIT-SCHLEIFE
C
    DO 200 K=KANF+1,KANF+KGES
        Z=(K-.5)*DELZ
```

```
KV=KV+1
KP=KP+1
TMEAN=0.
QMEAN=0.
SUMG=0.
SUMW=0.
SUMB=0.
SUMQ=0.
C
C AUFSTELLEN UND LOESEN DES GLEICHUNGSSYSTEMS FUER DIE W-LEITUNG
C
KWI=1./KWAND(TA(0),LX(0))
KWIR=1./KWAND(TA(1),LX(1))
KW(0)=1./(KWI+KWIR)/DELX**2
DO 210 I=1,IGES
  KWI=KWIR
  KWIR=1./KWAND(TA(I+1),LX(I+1))
  KW(I)=1./(KWI+KWIR)/DELX**2
  G=GHEIZ(X(I)-(IHZ1-1)*DELX,Z-(KHZ-1)*DELZ,1)*PCOOL
  SUMG=SUMG+G
  Q=HSTAT*PCOOL*DELT(I)
  IF (ETA(I).LE.1.) THEN
    SUMQ=SUMQ+Q
  ELSE
    SUMQ=SUMQ+Q*ETA(I)
  END IF
  Q=HSTAT*PCOOL*(TA(I)-TNULL)
  IF (LMEAN(I)) QMEAN=QMEAN+Q/ETA(I)
  CW=CWAND(TA(I),LX(I))/DELZ
  DIA(I)=CW+KW(I-1)+KW(I)-DIA(I-1)*KW(I-1)
  TN(I)=KW(I-1)*TA(I-1)+(CW-KW(I-1)-KW(I))*TA(I)
  *      +KW(I)*TA(I+1)+(G-Q/ETA(I))/AWAND
  IF (I.EQ.1) TN(1)=(TN(1)+KW(0)*TA(0))/DIA(1)
  IF (I.EQ.IGES) TN(IGES)=TN(IGES)+KW(IGES)*TA(IGES+1)
  IF (I.NE.1) TN(I)=(TN(I)+TN(I-1)*KW(I-1))/DIA(I)
210  DIA(I)=KW(I)/DIA(I)
  DO 220 I=1,IGES-1
220  TN(IGES-I)=TN(IGES-I)+TN(IGES-I+1)*DIA(IGES-I)
C
C EXPLIZITE BERECHNUNG DER NEUEN GRENZSCHICHT-ENERGIEVERTEILUNG
C
FEDT=FEDTO
DO 230 I=1,IGES
  FEDTL=FEDT
  IF (ETA(I).LE.1.) THEN
    FEDT=.75*ETA(I)**2*DELT(I)
    ETADT(I)=ETADT(I)+DELZ/ZNULL*((1./ETA(I)-1.)
  *      *DELT(I)/2.-XNULL/DELX*(FEDT-FEDTL))
  ELSE
    FEDT=.75*ETA(I)*DELT(I)
    ETADT(I)=ETADT(I)+DELZ/ZNULL*((1./ETA(I)-ETA(I))
  *      *DELT(I)/2.-XNULL/DELX*(FEDT-FEDTL))
  END IF
230  CONTINUE
C
```

C FELD-UMBESETZUNGEN UND ENERGIEBILANZ

C

```
DO 280 I=1,IGES
  IF (LMEAN(I)) TMEAN=TMEAN+(TA(I)+TN(I))/2.
  TA(I)=TN(I)
  SUMW=SUMW+CWINT(TN(I),LX(I))-CWINT(TNULL,LX(I))
  DELT(I)=TN(I)-TNULL
  IF (DELT(I).LT.DTMIN) DELT(I)=DTMIN
  ETA(I)=ETADT(I)/DELT(I)
  IF (ETA(I).LT.ETMIN) ETA(I)=ETMIN
  SUMB=SUMB+ETADT(I)
```

280

```
CONTINUE
TMEAN=TMEAN/(I2-I1+1)
QMEAN=QMEAN/(I2-I1+1)/PCOOL
DELTA=TMEAN-TNULL
IF (DELTA.LT.DTMIN) DELTA=DTMIN
HMEAN=QMEAN/DELTA
EHEIZ=EHEIZ+SUMG*DELX*DELZ
EWAND=SUMW*AWAND*DELX
EBOUL=SUMB*2.*ZNULL*HSTAT*PCOOL*DELX
EHELI=EHELI+SUMQ*DELX*DELZ
ERAND=ERAND+(KW(IGES)*(TA(IGES)+TN(IGES)-2.*TA(IGES+1))
*      +KW(0)*(TA(1)+TN(1)-2.*TA(0)))*AWAND*DELX*DELZ
ERAND=ERAND+2.*XNULL*PCOOL*HSTAT*(FEDT-FEDTO)*DELZ
ESUM=EWAND+EBOUL+EHELI+ERAND-EHEIZ
```

C

C AUSGABE -----

C

```
IF (KV.LT.KVERL) GOTO 290
WRITE(6,650) Z,TMEAN,QMEAN,HMEAN,TA(I1),ETA(I1),TA(I2),ETA(I2)
KV=0
```

290

```
IF (KP.LT.KPROF) GOTO 200
Z=K*DELZ
PRINT *
WRITE(6,660) ESUM,EHEIZ,EWAND,EBOUL,EHELI,ERAND,Z
PRINT '(60X, 'TEMPERATUR-VERTEILUNG')'
WRITE(6,670) (TA(I),I=1,IGES)
PRINT '(60X, 'ETA * DELTA-TEMPERATUR')'
WRITE(6,671) (ETADT(I),I=1,IGES)
PRINT '(60X, 'GRENZSCHICHTDICKE ETA')'
WRITE(6,672) (ETA(I),I=1,IGES)
PRINT *
KP=0
```

C

```
650  FORMAT(1X,1P,E10.3,1X,0P,F7.3,2X,1P,E10.3,2X,E10.3,2X,
1      0P,F6.3,2X,F6.2,2X,F6.3,2X,F6.2)
```

660

```
FORMAT(' ESUM=',1P,E10.3,1X,'EHEIZ=',E10.3,1X,'EWAND=',E10.3,
1      1X,'EBOUL=',E10.3,1X,'EHELI=',E10.3,1X,'ERAND=',E10.3,
2      5X,'ZEIT=',E10.3,' SEC')
```

670

```
FORMAT((63X,10(F6.3,1X)))
```

671

```
FORMAT((63X,10(F6.2,1X)))
```

672

```
FORMAT((63X,10(F6.3,1X)))
```

200

```
CONTINUE
```

C

```
WRITE(4, '( ' ZEITSCHRITT-NUMMER ' ) ' )
WRITE(4,310) K-1
```



```
WRITE(4, '( ' EHEIZ EHELI ERAND ' ) ' )
WRITE(4, 320) EHEIZ, EHELI, ERAND
WRITE(4, '( ' T(0) T(IGES+1) ETADT(0) LX(0) LX(IGES+1) ' ) ' )
WRITE(4, 330) TA(0), ETADT(0), LX(0), TA(IGES+1), LX(IGES+1)
WRITE(4, '( ' TEMPERATUR-VERTEILUNG ' ) ' )
WRITE(4, 340) (TA(I), I=1, IGES)
WRITE(4, '( ' ETA*DELTA-TEMPERATUR ' ) ' )
WRITE(4, 340) (ETADT(I), I=1, IGES)
END
C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
      REAL FUNCTION GHEIZ(X,Z,L)
C BERECHNET DIE EXTERNE HEIZLEISTUNG PRO FLAECHE (W/CM**2)
C IN DER ZEIT: RAMPE MIT ANSTIEGSZEIT DZANST,
C
C           PLATEAU DZKONS UND
C
C           ABKLINGZEIT DZABKL (SEC).
C IM ORT: RAMPE MIT VORDEREM ANSTIEG DXVORN,
C
C           PLATEAU DXKONS UND
C
C           HINTEREM ABFALL DXHINT (CM).
C L=0: EINLESEN DER DATEN
C
      IF (L.NE.0) GOTO 100
      READ(5,*) GMAX
      READ(5,*) DZANST,DZKONS,DZABKL
      READ(5,*) DXVORN,DXKONS,DXHINT
      WRITE(6,600) GMAX,DZANST,DZKONS,DZABKL,DXVORN,DXKONS,DXHINT
600  FORMAT(' MAXIMALE HEIZLEISTUNG:',F7.3,' W/CM**2'/
1      ' DAUER DES ANSTIEGS:',1P,E9.2,' SEC',5X,' DES PLATEAUS:',
2      E9.2,' SEC',5X,' DES ABFALLS',E9.2,' SEC'/
3      ' LAENGE DER VORDEREN FLANKE:',0P,F6.2,' CM',4X,
4      ' DES PLATEAUS:',F6.2,' CM',4X,' DER HINTEREN FLANKE:',
5      F6.2,' CM')
      ZANST=DZANST
      ZKONS=ZANST+DZKONS
      ZABKL=ZKONS+DZABKL
      XVORN=DXVORN
      XKONS=XVORN+DXKONS
      XHINT=XKONS+DXHINT
      GHEIZ=999.
      RETURN
C
100  IF (X.LT.0. .OR. X.GT.XHINT) THEN
      FX=0.
      ELSE IF (X.LT.XVORN) THEN
      FX=X/DXVORN
      ELSE IF (X.LT.XKONS) THEN
      FX=1.
      ELSE
      FX=(XHINT-X)/DXHINT
      END IF
      IF (Z.LT.0. .OR. Z.GT.ZABKL) THEN
      FZ=0.
      ELSE IF (Z.LT.ZANST) THEN
      FZ=Z/DZANST
      ELSE IF (Z.LT.ZKONS) THEN
```

```
FZ=1.  
ELSE  
  FZ=(ZABKL-Z)/DZABKL  
END IF  
GHEIZ=GMAX*FX*FZ  
END
```

```
C  
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC  
C
```

```
  REAL FUNCTION KWAND(T,L)  
  REAL KNUL  
C BERECHNET DIE WAERMELEITFAEHIGKEIT (W/(CM*K))  
C FUER EPOXYD-HARZ ODER KUPFER (RRR=50)  
C   L=1           L=2  
C INITIALISIEREN DES UNTERPROGRAMMS FUER L=0
```

```
C  
  DATA KNUL,ALPHA/.8E-3,.74/  
  IF (L.NE.0) GOTO100  
  WRITE(6,600) KNUL,ALPHA  
600  FORMAT(' WAERMELEITFAEHIGKEIT VON EPOXY:',1P,E9.2,' W/(CM*K)'/  
1     20X,' VON KUPFER:',E9.2,' *T W/(CM*K)')  
  KWAND=900.  
  RETURN
```

```
C  
100  IF (L.EQ.1) THEN  
      KWAND=KNUL  
  ELSE IF (L.EQ.2) THEN  
      KWAND=ALPHA*T  
  ELSE  
      PRINT>(' FEHLER IN KWAND')  
      STOP  
  END IF  
  END
```

```
C  
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC  
C
```

```
  REAL FUNCTION CWAND(T,L)  
C BERECHNET DIE SPEZIFISCHE WAERME PRO VOLUMEN (W*SEC/(CM**3*K))  
C FUER EPOXYD-HARZ ODER KUPFER  
C   L=1           L=2  
C INITIALISIEREN DES UNTERPROGRAMMS FUER L=0
```

```
C  
  DATA A,B,C/6.7E-6,14.6,3.E-3/  
  IF (L.NE.0) GOTO100  
  WRITE(6,600) C,A,B  
600  FORMAT(' SPEZIFISCHE WAERME/VOLUMEN VON EPOXY:',1P,E9.2,  
1     ' W*SEC/(CM**3*K)'/20X,  
2     ' VON KUPFER:',E9.2,' *(T**3 +',E9.2,' *T) W*SEC/(CM**3*K)')  
  CWAND=910.  
  RETURN
```

```
C  
100  IF (L.EQ.1) THEN  
      CWAND=C  
  ELSE IF (L.EQ.2) THEN  
      CWAND=A*T*(T**2+B)  
  ELSE
```

```
      PRINT '(' FEHLER IN CWAND')'
      STOP
    END IF
  END
C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
      REAL FUNCTION CWINT(T,L)
C BERECHNET DAS INTEGRAL DER SPEZ.WAERME VON NULL BIS T
C FUER EPOXYD-HARZ ODER KUPFER
C      L=1          L=2
C INITIALISIEREN DES UNTERPROGRAMMS FUER L=0
C
      DATA A,B,C/6.7E-6,14.6,3.E-3/
      IF (L.NE.0) GOTO100
      WRITE(6,600) C,A,B
600   FORMAT(' WAERMEKAPAZITAET/VOLUMEN VON EPOXY:',1P,E9.2,
1      ' *T W*SEC/CM**3'/20X,
2      ' VON KUPFER:',E9.2,' *(0.25*T**4 +' ,E9.2,
3      ' *0.5*T**2) W*SEC/CM**3')
      CWINT=920.
      RETURN
C
100   IF (L.EQ.1) THEN
      CWINT=C*T
    ELSE IF (L.EQ.2) THEN
      CWINT=A*T**2*(T**2/4.+B/2.)
    ELSE
      PRINT '(' FEHLER IN CWINT')'
      STOP
    END IF
  END
END
```

5.4 AUSWERTUNGSPROGRAMM FÜR DEN TRANSIENTENREKORDER

Ich möchte hier nur eines der erstellten halbautomatischen Programme für den Norland 3001 angeben, und zwar dasjenige, das die Gl.2-4 zur Approximation der ins Epoxy abgeführten Wärmeleitungsverluste verwendet.

Auf diese Weise soll dokumentiert werden, welche Rechenvorgänge und Korrekturen den in dieser Arbeit dargestellten "gemessenen Wärmeübergangsverläufen" tatsächlich zugrunde liegen. Ein Beispiel: das Thermoelement bzw. der Ververstärker für die Thermospannung liefert ein konstantes Signal ungleich Null schon vor dem Beginn des Heizpulses (Offset durch den Verstärker und durch konstante Thermospannungen in den Meßleitungen). Die Festsetzung der Null-Linie durch eine Mittelwertbildung ist möglich, erfordert aber, daß vorher "Ausreißer"-Punkte aus dem Signal eliminiert werden. Diese entstehen durch Überkopplungseffekte zum Beispiel beim Beginn des Heizpulses, sie sind für jeden Betrachter des Kurvenverlaufs unmittelbar als "falsche" Punkte erkennbar.

Im folgenden wird das Auswertungsprogramm leicht kommentiert aufgelistet (genauere Beschreibung der Befehle: |48|). Q1, Q2, Q3 und Q4 bezeichnen dabei die 4 Quadranten des Rekorders mit je einem Kurvenverlauf zu 1024 Punkten. R0 bis R9, A bis H, A' bis H', V und V' sind einzelne Zahlenregister für reelle Zahlen, I ein ganzzahliger Index. Die zwei Kursoren zum Markieren von Punkten des Kurvenverlaufs heißen P und Q. Die Zuweisung von Werten sowohl in Register als auch in Quadranten erfolgt durch den Befehl "->". Die Werte der Zahlenregister R4 bis R9 für die einzelnen Heizer sind in der folgenden Tabelle angegeben.

Tabelle 4: Koeffizienten für die Auswertung der Meßkurven mit dem Norland-Transientenrekorder

Heizerlänge:	4 mm	16 mm	6 mm	12 mm	Dimension
$R_4 =$	8.89	6.46	7.79	7.95	$\cdot 10^{-3} \text{ W/cm}^2 \cdot 1/\text{K}^{1.5}$
$R_5 =$	1.797	0.510	1.896	1.501	$\cdot 10^{-4} \text{ W/cm}^2 \cdot \text{s/K}$
$R_6 =$	4.62	2.03	3.53	4.36	$\cdot 10^{-5} \text{ W/cm}^2 \cdot (\text{s/K}^2)^{1.25}$
$R_4' =$	4.88	4.12	3.88	3.28	$\cdot 10^{-3} \text{ W/cm}^2 \cdot 1/\text{K}^{1.5}$
$R_5' =$	1.920	0.555	2.315	2.016	$\cdot 10^{-4} \text{ W/cm}^2 \cdot \text{s/K}$
$R_6' =$	1.549	0.712	1.281	1.553	$\cdot 10^{-4} \text{ W/cm}^2 \cdot \text{s/K}^2$
$R_7 =$	9.57	10.41	9.74	10.16	K^2
$R_8 =$	3.225	3.239	3.228	3.235	$\cdot 10^{-7} \text{ W} \cdot \text{s/cm}^2$
$R_9 =$	14.29	82.15	15.66	75.40	$\Omega \cdot \text{cm}^2$

Programm:

- 1) 1000 -> I
- 2) 10 -> A
- 3) Dply I A Dply "Display" I und A auf dem Bildschirm
- 4) Paus
- 5) Paus

Das Programm stoppt. Die Adresse der Diskettenspur, auf der sich die auszuwertende Messung befindet, wird nach I eingegeben. Durch A wird angegeben, wieviele Einzelmessungen dabei zusammengezählt wurden (z.B. 10). Mit "Run" geht das Programm dann weiter.

- 6) Disk I -> Q1
- 7) Inc I "Increase" I
- 8) Disk I -> Q2
- 9) Q1 / A -> Q1 Q1 = gemittelte Heizspannung
- 10) Q2 / A -> Q2 Q2 = gemittelttes Thermosignal
- 11) Dply Dply Löschen der Registeranzeige
- 12) 0 -> HSetP "Horizontal Set Cursor P"
- 13) 1023 -> HSetQ
- 14) HSetP
- 15) HSetQ P und Q auf Position 0 und 1023
- 16) Pk-Pk -> A "Peak-Peak": maximale Funktionswertdifferenz
P = Maximum, Q = Minimum

- 17) $A / 2 \rightarrow B$
18) Coord "Coordinates" von P und Q
in die Register V, H, V' und H'
19) $V - B \rightarrow VLevP$ "Voltage Level P"
20) $V' + B \rightarrow VLevQ$
21) HSetP
22) HSetQ
23) VLevP P wird nach rechts bewegt, bis die in 19)
gesetzte Schwelle überschritten wird,
x-Wert nach H, y-Wert nach V
24) T/F Q1 $\rightarrow D$ "Time/Frequency": Zeitkonstante pro Punkt
25) H / D $\rightarrow R1$ Position des Heizpuls-Anfangs
26) VLevQ' Q wird nach links bewegt, bis die in 20)
definierte Schwelle überschritten wird
Position für Ende des Heizpulses
27) H / D $\rightarrow R2$
28) $R1 + 1 \rightarrow C$
29) C if > R2 Der Befehl zwischen "if >" und "End" wird nur
ausgeführt, falls die Bedingung erfüllt ist
30) 1022.5 $\rightarrow R2$ Falls das Ende des Pulses nicht aufgenommen
wurde, findet Q in 26) nur die Anstiegsflanke,
dann wird eben 1022 als Ende festgelegt.
31) End
32) $R1 - 1 \rightarrow HSetQ$
33) HSetP
34) HSetQ
35) VExpn "Vertical Expansion" des Bereichs zwischen
den Kursoren auf dem Bildschirm
36) Paus
37) Paus

Das Programm stoppt, die Kursoren können manuell bewegt werden. Der Bereich zwischen ihnen soll die Null-Linie der Heizspannung ergeben.

- 38) VNorm "Vertical Normal": keine Expansion mehr
39) IntPQ $\rightarrow A$ Integral des Funktionswerts von P bis Q
40) $1/DT \rightarrow B$ Kehrwert der Zeitdifferenz von P nach Q
41) $A * B \rightarrow C$ = Mittelwert zwischen P und Q
42) $Q1 - C \rightarrow Q1$ Subtraktion des Null-Wertes
43) $Q1 * Q1 \rightarrow Q1$
44) $Q1 / R9 \rightarrow Q1$ = gesamte Heizleistung pro Fläche
entsprechend Gl.2-2
45) HSetP
46) HSetQ
47) PNext bewegt P in den nächsten Quadranten (=Q2)
48) QNext dasselbe für Q
49) 0 $\rightarrow A$
50) Dply A Dply
51) 8 $\rightarrow VExpn$
52) Paus
53) Paus

Das Programm stoppt. Solange A=0 ist, können Ausreißer eliminiert werden: Q manuell auf den Ausreißer, P auf einen Punkt mit akzeptablem y-Wert, dann "Run".
Sowie A=1 gesetzt wird, wird der Bereich zwischen P und Q als Null-Linie der Thermospannung interpretiert.

- 54) 1 if > A

- 55) Coor y-Wert von P ins Register V
56) H' / D -> B
57) B + 0.5 -> I gerundeter Wert von B = Position von Q
58) V -> Ith Q2 der in 55) ermittelte y-Wert wird in die
in 57) bestimmte Position von Q2 geschrieben
7 Schritte zurück (dort: Paus)
59) Step -7.
60) End
61) VNorm
62) Dply Dply
63) IntPQ -> A
64) 1/DT -> B
65) A * B -> C = Mittelwert der Thermospannung von P bis Q
66) Q2 - C -> Q2 = reduzierte Thermospannung ΔU_{TE}
67) Q2 * 1000 -> Q2
68) Q2 + 241 -> Q2
69) Sqrt Q2 -> Q2 "Square Root"
70) Q2 * 2.174 -> Q2
71) Q2 - 29.55 -> Q2 = T', siehe Gl.2-1
72) Q2 - 10 -> Q4
73) Sqrt Q4 -> Q4 "Abschneiden" von T' durch
74) Q4 * Q4 -> Q4 Wurzelziehen und anschl. Quadrieren
75) Q4 * Q4 -> Q4
76) Q4 * 0.015 -> Q4 68) bis 76): Berechnen der Temperatur
77) Q2 + Q4 -> Q2 entsprechend Gl.2-1
78) Q2 -> Q3
79) Paus
80) Paus

Das Programm stoppt. Jetzt kann die Temperatur in Q2
manuell geglättet werden, zum Beispiel durch Mittel-
wertbildung über 15 Punkte
(Befehl "15 NPAvg" = "N Point Average")

- 81) Q3 - Q2 -> Q4 Temperatur-Rauschsignal
82) R1 + 3075 -> HSetP
83) R2 + 3072 -> HSetQ
84) HSetP
85) HSetQ Kursoren in Q4 im Bereich der Messung
86) Stat Q4 Vs T/F Statistik-Funktion: bildet Mittelwerte,
und Korrelationen über der Zeit
87) Dply C' D' Dply C'= Mittelwert, sollte etwa Null sein
D'= mittl. quadratische Schwankung
88) PNext
89) QNext Kursoren wieder in Q1
90) IntPQ -> R0
91) 1/DT -> C
92) R0 * C -> R0 mittl. Gesamtheizleistung während des Pulses
93) Dply C' D' R0 Dply
94) Paus
95) Paus

Ende, falls nur Temperatur und gesamte Flächenheizleistung
gefragt sind ("End"), sonst weiter mit "Run".

- 96) Q2 * Q2 -> Q4
97) Q4 + R7 -> Q4
98) Q4 * Q4 -> Q4 96) bis 99): Berechnung der Enthalpie
99) Q4 * R8 -> Q4 des Heizers nach Gl.2-3
100) D/Dx Q4 -> Q4 numerische Differentiation

LITERATUR- UND QUELLENVERZEICHNIS

1. V. Arp, D. E. Daney, P. J. Giarratano, W. G. Steward:
Transient Heat Transfer Processes,
American Institute of Chemical Engineering
1982 Annual Meeting, Los Angeles
2. V. Arp:
Computer Analysis of Quench Transients in Forced-Flow Cooled
Superconductors for Large MHD Magnets,
Proc. MHD Magnet Design Conference, Cambridge 1978, S.411-430
3. V. Arp:
Stability of Force-Cooled Superconducting Magnets - Analysis,
in: Arp, Ballinger, Giarratano, Hess, Jones, Mittag, Steward:
Helium Heat Transfer,
National Bureau of Standards Report Nr. 10753, 1972
4. W. B. Bald:
Cryogenic Heat Transfer Research at Oxford,
Part 1 - Nucleate Pool Boiling,
Cryogenics 13 (1973) 457-469
5. R. Berman, J. Kopp:
The Thermoelectric Power of Dilute Gold-Iron Alloys,
Journal of Physics F: Metal Physics 1 (1971) 457-468
6. R. Berman, J. C. F. Brock, D. J. Huntley:
Properties of Gold + 0.03 per cent (at.) Iron Thermoelements
between 1 and 300 K and Behaviour in a Magnetic Field,
Cryogenics 4 (1964) 233-239
7. W. B. Bloem:
Transient Heat Transfer to a Forced Flow of Supercritical Helium
at 4.2 K,
Cryogenics 26 (1986) 300-308
8. V. A. Bogachev, V. M. Yeroshenko, O. F. Snyitina, L. A. Yaskin:
Measurements of Heat Transfer to Supercritical Helium in Vertical
Tubes under Forced and Mixed Convection Conditions,
Cryogenics, 25 (1985) 198-201
9. V. A. Bogachev, V. M. Yeroshenko, L. A. Yaskin:
Measurements of Mixed Convection Heat Transfer to Upflow of
Supercritical Helium in a Vertical Tube,
Cryogenics, 24 (1984) 266-270
10. D. J. Brassington:
Prediction of Heat Transfer to Supercritical Helium at High Heat
Fluxes using Non-Bulk Values of Pr and Re,
International Journal of Heat and Mass Transfer,
21 (1978) 76-77

11. D. J. Brassington, D. N. Cairns:
Measurements of Forced Convective Heat Transfer to Supercritical Helium,
International Journal of Heat and Mass Transfer,
20 (1977) 207-214
12. T. Cebeci, P. Bradshaw:
Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer,
Springer, New York, 1984
13. G. Cerutti, R. Maghenzani, G. F. Molinar:
Testing of Strain-Gauge Pressure Transducers up to 3.5 MPa
at Cryogenic Temperatures and in Magnetic Fields up to 6 T,
Cryogenics 23 (1983) 539-545
14. J. Chaussy, Ph. Gandit, K. Matho, A. Ravex:
Absolute Thermoelectric Power of Au Fe Alloys between 0.01 K and 7 K,
Journal of Low Temperature Physics 49 (1982) 167-175
15. D. Ciazynski, J. L. Duchateau, B. Turck:
The Capability of Stagnant Pressurized Helium to Absorb Heat Pulses:
Application to the Stability of Internally Cooled Superconducting Cables
Proc. Konferenz über Magnettechnologie MT-9, Zürich 1985, S.605-608
16. M. C. M. Cornelissen, C. J. Hoogendoorn:
Turbulent Heat Transfer to Supercritical Helium: a Numerical Study,
Proc. 16th International Congress of Refrigeration, 1983, S.103-108
Herausgeber: International Institute of Refrigeration, Paris
17. R. G. Deissler:
Heat Transfer and Fluid Friction for Fully Developed Turbulent
Flow of Air and Supercritical Water with Variable Fluid Properties,
Transactions of the ASME 76 (1954) 73-85
18. F. W. Dittus, L. M. Boelter,
Univ. of Calif. Pubs. Eng. 2 (1930) 443
zitiert in:
R. V. Smith:
Review of Heat Transfer to Helium I,
Cryogenics 9 (1969) 11-10
19. Otto Föllinger:
Laplace- und Fourier-Transformation,
AEG-Telefunken, Frankfurt, 1982
20. K. Funaki, F. Irie, M. Takeo, U. Ruppert, K. Lüders, G. Klipping:
Effects of Transient Heat Transfer to Liquid Helium on Steady
Propagation Velocity of Normal Zones in Superconducting Wires,
Cryogenics 25 (1985) 139-145
21. D. Gentile, W. Hassenzahl, M. Polak:
Temperature Measurements using a Monofilamentary Superconducting
NbTi Wire in the Current Sharing State,
Cryogenics 20 (1980) 37-40

22. P. J. Giarratano, W. G. Steward:
Transient Forced Convection Heat Transfer to Helium during a
Step in Heat Flux,
Journal of Heat Transfer 105 (1983) 350-357
23. P. J. Giarratano, M. C. Jones:
Deterioration of Heat Transfer to Supercritical Helium at 2.5 atm.,
International Journal of Heat and Mass Transfer,
18 (1975) 649-653
24. P. J. Giarratano, V. D. Arp, R. V. Smith:
Forced Convection Heat Transfer to Supercritical Helium,
Cryogenics 11 (1971) 385-393
25. K. Goldmann:
Heat Transfer to Supercritical Water and other Fluids with
Temperature-Dependent Properties,
Chemical Engineering Progress Symposium Series,
50 (1954) 105-113
26. W. B. Hall, J. D. Jackson:
Heat Transfer near the Critical Point,
Proceedings 6th International Heat Transfer Conference, Toronto 1978,
Volume 6, Keynote Papers, S.377-392
27. W. B. Hall:
Heat Transfer near the Critical Point,
Advances in Heat Transfer, Volume 7, 1971
Academic Press, New York
28. B. A. Hands:
HEPROP - a Computer Programme for the Thermodynamic and Thermophysical
Properties of Helium,
University of Oxford, Department Report No. 1289/79, 1979
29. R. C. Hendricks, R. J. Simoneau, R. V. Smith:
Survey of Heat Transfer to Near-Critical Fluids,
Advances in Cryogenic Engineering 15 (1970) 197-237
30. J. C. Ho, H. R. O'Neal, N. E. Phillips:
Low Temperature Heat Capacities of Constantan and Manganin,
Review of Scientific Instruments 34 (1963) 782-783
31. M. O. Hoenig, A. G. Montgomery, S. J. Waldman:
Cryostability in Force-Cooled Superconducting Cables,
IEEE Transactions on Magnetics 15 (1979) 792-793
32. Y. Iwasa, M. O. Hoenig, D. B. Montgomery:
Cryostability of a Small Superconducting Coil Wound with Cabled
Hollow Conductor,
IEEE Transactions on Magnetics 13 (1977) 678-681

33. J. Jackson:
Transient Heat Transfer and Stability of Superconducting Composites,
Cryogenics 9 (1969) 103-105
34. V. J. Johnson , National Bureau of Standards (ed):
Properties of Materials at Low Temperatures (Phase I),
Pergamon Press, New York, 1961
35. M. C. Jones, V. D. Arp:
Review of Hydrodynamics and Heat Transfer for Large Helium
Cooling Systems,
Cryogenics 18 (1978) 483-490
36. D. Junghans:
Stabilität forciert gekühlter Supraleiter,
Dissertation an der ETH Zürich, 1982
SIN-Bericht TM-31-05,
Schweizerisches Institut für Nuklearforschung, Villigen/Schweiz
37. D. Junghans:
Stability of Force-Cooled Superconductors,
Part I: Theory, Part II: Experiment,
Cryogenics, 23 (1983) 220-233
38. W. H. Keesom, B. Kurrelmeyer:
Specific Heats of Alloys of Nickel with Copper and with Iron
from 1.2 K to 20 K,
Physica 7 (1940) 1003-1024
Quelle: Handbook of Binary Alloys
39. A. Klein:
Review: Turbulent Developing Pipe Flow,
Journal of Fluids Engineering 103 (1981) 243-249
40. G. Krafft, H. J. Spiegel, G. Zahn:
Suitability of Commercial Strain Gauge Pressure Transducers for
Low Temperature Application,
Cryogenics 20 (1980) 625-628
41. Y. K. Lin, L. C. Chow:
Effects of Wall Conduction on Heat Transfer for Turbulent Flow
in a Circular Tube,
Journal of Heat Transfer 106 (1984) 597-604
42. Yu. M. Lvovsky, M. O. Lutset:
Transient Heat Transfer Model for Normal Zone Propagation,
Part 1 - Theory of a Bare Helium-Cooled Superconductor,
Cryogenics 22 (1982) 581-587
Part 2 - Practical Calculations and Comparison with Experiments,
Cryogenics 22 (1982) 639-647

43. R. D. McCarty:
Thermodynamic Properties of Helium-4 from 2 to 1500 K at Pressures to 10^8 Pa,
Journal of Physical and Chemical Reference Data,
2 (1973) 923-1042
44. B. J. Maddock, G. B. James, W. T. Norris:
Superconductive Composites: Heat Transfer and Steady State Stabilization,
Cryogenics 9 (1969) 261-273
45. Programm MINUIT,
CERN Computer Center Program Library, Genf
46. W. Nick:
Kryogene Stabilität badgekühlter Supraleiter,
KfK-Bericht Nr. 2792, 1979
47. J. De Nobel, F. J. Du Chatenier:
Specific Heats of some Soft Solders,
Physica 29 (1963) 1231-1232
48. 3001 Processing Digital Oscilloscope, User Reference Manual,
Manual No. 208M273A,
Norland Corporation, Wisconsin, USA
49. H. Ogata, S. Sato:
Measurements of Forced Convection Heat Transfer to Supercritical Helium,
Proceedings International Cryogenic Engineering Conference,
Eindhoven/Niederlande 1972, S.291-294
50. S. V. Patankar, D. B. Spalding:
A Finite-Difference Procedure for Solving the Equations of the Two-Dimensional Boundary Layer,
International Journal of Heat and Mass Transfer,
10 (1967) 1389-1411
51. B. S. Petukhov:
Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Physical Properties,
Advances in Heat Transfer, Volume 6, 1970
Academic Press, New York
52. W. Rodi:
Turbulence Models and their Application in Hydraulics - a State of the Art Review,
Sonderforschungsbereich 80, Universität Karlsruhe,
Bericht SFB 80/T/127, Mai 1978
53. L. G. Rubin, B. L. Brandt, H. H. Sample:
Cryogenic Thermometry: a Review of Recent Progress, II,
Cryogenics 22 (1982) 491-503

54. R. L. Rusby:
Resistance Thermometry using Rhodium-Iron, 0.1 K to 273 K,
European Conference on Temperature Measurement,
Conference Series Volume 26,
Institute of Physics, London, 1975
55. C. Schmidt:
Transient Heat Transfer to Liquid Helium and Temperature Measurement
with a Response Time in the Microsecond Region,
Applied Physics Letters 32 (1978) 827-829
56. N. M. Schnurr:
Numerical Predictions of Heat Transfer to Supercritical Helium in
Turbulent Flow through Circular Tubes,
Journal of Heat Transfer 99 (1977) 580-585
57. R. K. Shah:
A Correlation for Laminar Hydrodynamic Entry Length Solutions for
Circular and Noncircular Ducts,
Journal of Fluids Engineering 100 (1978) 177-179
58. M. W. Shitsman:
Heat Transfer to Supercritical Helium, Carbon Dioxide, and Water:
Analyses of Thermodynamic and Transport Properties and
Experimental Data,
Cryogenics 14 (1974) 77-83
59. G. D. Smith:
Numerische Lösung von partiellen Differentialgleichungen,
Vieweg/Winter, Braunschweig/Basel, 1970
60. L. L. Sparks, R. L. Powell, W. J. Hall:
Progress on Cryogenic Thermocouples,
Advances in Cryogenic Engineering 14 (1969) 316-321
61. Z. J. J. Stekly, J. L. Zar:
Stable Superconducting Coils,
IEEE Transactions on Nuclear Science 12 (1965) 367-371
62. H. Tanaka, A. Tsuge, M. Hirata, N. Nishiwaki:
Effects of Buoyancy and of Acceleration owing to Thermal Expansion on
Forced Turbulent Convection in Vertical Circular Tubes - Criteria of
the Effects, Velocity and Temperature Profiles, and Reverse Transition
from Turbulent to Laminar Flow,
International Journal of Heat and Mass Transfer,
16 (1973) 1267-1288
63. O. Tsukamoto, S. Kobayashi:
Transient Heat Transfer Characteristics of Liquid Helium,
Journal of Applied Physics 46 (1975) 1359-1364

64. K. Wilde:
Wärme- und Stoffübergang in Strömungen,
Band 1, Erzwungene und Freie Strömung,
Steinkopff, Darmstadt, 1978
65. L. A. Yaskin, M. C. Jones, V. M. Yeroshenko, P. J. Giarratano,
V. D. Arp:
A Correlation for Heat Transfer to Superphysical Helium in Turbulent
Flow in Small Channels,
Cryogenics 17 (1977) 549-552
66. V. M. Yeroshenko, L. A. Yaskin:
Applicability of Various Correlations for the Prediction of Turbulent
Heat Transfer of Supercritical Helium,
Cryogenics 21 (1981) 94-96

NOMENKLATUR

- T Temperatur
- \dot{Q} Wärmestromdichte, übertragene Heizleistung pro Fläche
- h Wärmeübergangskoeffizient $h = \dot{Q}/\Delta T$
- x Ortskoordinate in Strömungsrichtung
- y " senkrecht zur Wand in die Strömung hinein
- z " parallel zur Wand, senkrecht zur Strömung
- t Zeit
- s inverse Zeit, Argument der Laplace-Transformation
- D Durchmesser des (kreisförmigen) Strömungskanals
- δ Grenzschichtdicke (hydrodynamisch und thermisch)
- u Geschwindigkeit in x-Richtung
- ξ reduzierte Länge $\xi = x/x_{ch}$
- τ reduzierte Zeit $\tau = t/t_{ch}$
- η red. thermische Grenzschichtdicke $\eta = \delta/\delta_{st}$
- Nu Nusseltzahl, Kennzahl des Wärmeübergangs $Nu = h \cdot D/\lambda$
- Re Reynoldszahl, " der Strömung $Re = u_0 \cdot D/\nu$
- Pr Prandtlzahl, " des Kühlmittels $Pr = c_p \cdot \mu/\lambda$
- Gr Grashofzahl, " für den Auftrieb
 $Gr = |\Delta\rho|/\rho \cdot gD^3/\nu^2$

Eigenschaften des Heliums

- c_p spezifische Wärme bei konstantem Druck, pro Masseneinheit
- λ Wärmeleitfähigkeit
- ρ Dichte
- μ Viskosität (dynamische Zähigkeit)
- ν kinematische Zähigkeit $\nu = \mu/\rho$
- β Volumenausdehnungskoeffizient

Eigenschaften der Kanalwand

- C spezifische Wärme pro Volumeinheit
- K Wärmeleitfähigkeit
- A in Längsrichtung wärmeleitender Querschnitt
- p gekühlter Umfang
- G externe Heizung pro Volumeinheit

a_1, a_2 und $a_3(\xi, \tau)$:
zeitabhängige Koeffizienten der Grenzschichtdifferentialgleichung

$c_f/2$ Reibungsbeiwert

f_1 Korrektur des stat. Wärmeübergangs für spezifische Wärme

f_2 " " " " Expansion

f_3 " " " " Auftrieb

Indices

- He Helium
- W Wand des Strömungskanals
- 0 über die Strömung gemittelte Werte
- st stationär
- ch charakteristische Werte für die Grenzschicht
- 1 Übergang von der Wand in die Grenzschicht
- 2 Übergang aus der Grenzschicht in den Strömungskern
- a Anfangswert, Randbedingung