



Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 5573

**Ein statistisches
Verfahren zur Entdeckung
von Änderungen der
systematischen
Abweichung bei Meßreihen**

N. Peter

Institut für Angewandte Informatik

März 1995

Forschungszentrum Karlsruhe

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 5573

**Ein statistisches Verfahren zur Entdeckung
von Änderungen der systematischen Abweichung
bei Meßreihen**

N. Peter

Institut für Angewandte Informatik

von der Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik
der Universität Braunschweig genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

1995

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

ISSN 0947-8620

Zusammenfassung

Analytische Messungen sind mit Unsicherheiten behaftet, die in vielen Fällen durch zwei Parameter charakterisiert werden können. Diese beiden Parameter sind die Standardabweichungen der zufälligen und der systematischen Abweichungen. Unter zufälligen Abweichungen versteht man dabei diejenigen, die von einer Einzelmessung zur nächsten aufgrund der zufälligen Überlagerung einer mehr oder weniger großen Zahl von sich zeitlich ändernden Störgrößeneinflüssen zufällig schwanken, obwohl alle experimentellen Bedingungen festgehalten werden. Die systematischen Abweichungen sind diejenigen, die sich unter diesen Bedingungen nicht verändern. Des weiteren hat sich aber vielfach gezeigt, daß man keineswegs immer annehmen kann, daß systematische Abweichungen über längere Zeiträume konstant bleiben. Es ist vielmehr vernünftig anzunehmen, daß sich gelegentlich spontane Sprünge bei der systematischen Abweichung einstellen können (hervorgerufen z.B. durch Kalibrieren des Meßgerätes). Diese Sprünge in den experimentellen Randbedingungen können auf die Auswertung von Meßdaten einen wesentlichen Einfluß haben.

In dieser Arbeit wird ein neuartiges statistisches Verfahren beschrieben, mit dem man feststellen kann, ob und wenn ja wann Änderungen der systematischen Abweichung bei einer zu untersuchenden Meßreihe stattfinden. Neben der Beschreibung des Verfahrens werden ausführliche Aussagen über dessen Robustheit gemacht. Das Verfahren wurde anhand von Konzentrationsbestimmungen chemischer Elemente, anhand simulierter Daten sowie anhand von Meßdaten, die bei der industriellen Fertigung erzeugt wurden, getestet. Das Hauptaugenmerk der Arbeit richtet sich dabei auf die Anwendung in der industriellen Fertigung. Es wird aufgezeigt, daß das Verfahren einen wertvollen Beitrag im Bereich "Prozeß- und Qualitätsregelung" leisten kann.

A statistical method to determine changes in the bias of measurement series

Abstract

Analytical measurements are associated with uncertainties which in many cases can be characterized by two parameters. These two parameters are the standard deviations of the random deviations and of the biases. Random deviations are understood to mean those which undergo random variations from one single measurement to the following measurement on account of accidental superposition of a more or less great number of influences by disturbing variables changing with the time, although all experimental conditions are kept constant. The biases are those which do not undergo variations under the said conditions. Besides, it has repeatedly appeared that the assumption of constancy of biases over rather long periods of time can actually not be made in all cases. Rather it is reasonable to suppose that occasionally abrupt jumps may occur in the bias (caused e. g. by calibration of the measurement instrument). These jumps in the experimental boundary conditions may exert a major influence on the evaluation of the measured data.

In this study a novel statistical method is described which allows to determine whether and, if so, when changes in the bias occur in a measurement series to be investigated. In addition to description of the method, detailed information is provided on its reliability. The method was tested by concentration assays of chemical elements and to both simulated data and data measured in industrial scale manufacture. It is demonstrated that the method is capable of making a valuable contribution in "Process and Quality Control".

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
<u>Verwendete Formelzeichen und Begriffe</u>	III
<u>Kurzbeschreibung verwendeter statistischer Verfahren</u>	VIII
1. <u>Einleitung</u>	1
2. <u>Das K-Kanten Densitometer</u>	6
2.1 Beschreibung des Meßgerätes und der Meßwerte	6
2.2 Darstellung der Daten	9
3. <u>Hypothesentests</u>	12
3.1 Kolmogorov-Smirnov-Test	12
3.2 Sukzessive Differenzenstreuung	13
4. <u>Modellbildung</u>	14
5. <u>Statistische Verfahren</u>	16
5.1 Varianzanalyse	16
5.2 CUSUM-Test von Page	20
5.3 V-Maske-Technik	23
6. <u>Formulierung und Beweis der Äquivalenz von (5.2) CUSUM-Test von Page und (5.3) V-Maske-Technik</u>	27
7. <u>STATIV (STATistisches Iterationsverfahren mit Varianzanalyse und V-Maske-Technik)</u>	30
8. <u>Datenauswertung</u>	32
9. <u>Monte-Carlo-Experimente</u>	36

	Seite
10. <u>Methodenvergleich</u>	38
10.1 Das Verfahren von Henderson	38
10.2 Vergleich mit STATIV	42
11. <u>Anwendung von STATIV in der industriellen Fertigung</u>	48
11.1 Kolben-Fertigung	52
11.2 Konus-Fertigung	64
12. <u>STATIV bei unbekanntem Mittelwert</u>	76
13. <u>Schlußbemerkungen</u>	78
14. <u>Literatur</u>	79

Verwendete Formelzeichen und Begriffe

α : Irrtumswahrscheinlichkeit

Am : Americium

cm : Zentimeter

C_p, C_{pk} : Prozeßfähigkeitsindizes

d : Abstand zwischen Bezugspunkt und Scheitelpunkt bei der V-Maske

Fe : Eisen

f_p : relative Prozeßstreuung

g : physikalisch: Gramm
mathematisch: Schätzwert für die Standardabweichung γ

h, -h : obere bzw. untere Schranke beim Page-Test

l : Liter

mg : Milligramm

mm : Millimeter

μ : Erwartungswert. Ersatzweise wird mit dem Mittelwert \bar{x} gerechnet.

μm : Mikrometer

$N(0, \sigma^2)$: Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Varianz σ^2

O_i : obere Page-Statistik

Φ : Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung: Definition:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Pu : Plutonium

σ : Standardabweichung. Sie wird durch s geschätzt.

σ^2 : Varianz. Sie wird durch s^2 geschätzt.

s : Schätzwert für die Standardabweichung einer Zahlenfolge x_1, x_2, \dots, x_n . Er wird berechnet durch:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} .$$

sec : Sekunde

θ : Winkel zwischen V-Schenkel und Horizontale bei der V-Maske

U_i : untere Page-Statistik

\bar{x} : Mittelwert einer Zahlenfolge x_1, x_2, \dots, x_n . Er wird berechnet durch:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i .$$

T_j, X_i, Y_i, Z_{jk} : Zufallsvariablen, deren Realisationen durch t_j, x_i, y_i, z_{jk} ausgedrückt werden.

Alternativhypothese: siehe Hypothesentest

Alarm: Ändern sich im Verlauf eines Meßprozesses die experimentellen

Randbedingungen, so werden die Zeitpunkte, zu denen diese Änderungen entdeckt werden, als Alarmzeitpunkte oder kurz als Alarme bezeichnet.

Bayes: Es werde angenommen, daß das sichere Ereignis E sich darstellen läßt als Summe von n paarweise unvereinbaren zufälligen Ereignissen A_i , $i=1, \dots, n$ ($n \in \mathbb{N}$), d. h. $E = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ mit $A_i \cap A_j = \emptyset$ für $i \neq j$ und $P(A_i) > 0$. $P(A_i)$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß A_i eintritt. Ferner sei B irgendein zufälliges Ereignis mit $P(B) > 0$. Dann gilt für die bedingte Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A_i unter der Bedingung B

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)}, \quad i=1, \dots, n \quad (\text{Bayes'sche Formel})$$

Für die Anwendungen in der Entscheidungstheorie ist folgende Interpretation wichtig: Die zufälligen Ereignisse A_i , $i=1, \dots, n$, seien gewisse Bedingungen, die mit den bekannten Wahrscheinlichkeiten $P(A_i)$ (sog. a-priori-Wahrscheinlichkeit von A_i) eintreten können. Ist bei einem Zufallsexperiment das Ereignis B eingetreten; so interessiert man sich nunmehr für die Wahrscheinlichkeiten $P(A_i | B)$, $i=1, \dots, n$, daß nämlich unter der Voraussetzung "B ist eingetreten" die Bedingung A_i erfüllt ist. Die Bayes'sche Formel gestattet es, bei Kenntnis von $P(B|A_i)$, $i=1, \dots, n$, die Wahrscheinlichkeiten $P(A_i | B)$ (sog. a-posteriori-Wahrscheinlichkeit von A_i) zu berechnen.

CUSUM: cumulative sum, s. Kap. 5.1

Hypothesentest: Eine Hypothese, daß zwei Kollektive hinsichtlich eines Merkmals oder mehrerer Merkmale übereinstimmen, wird in der Entscheidungstheorie Nullhypothese genannt. Da statistische Tests nur Unterschiede, jedoch keine Übereinstimmung zwischen den verglichenen Kollektiven feststellen können,

wird die Nullhypothese in der Regel aufgestellt, um verworfen zu werden. Es liegt im Sinne der Alternativhypothese, sie als "Null und nichtig" zu erweisen. Ein Hypothesentest liefert eine mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit behafteten Aussage darüber, ob eine aufgestellte Nullhypothese akzeptiert oder verworfen wird.

Irrtumswahrscheinlichkeit: Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art oder Wahrscheinlichkeit einer Fehlentscheidung, die in der Ablehnung einer richtigen Nullhypothese besteht.

In der Entscheidungstheorie wird eine aufgestellte Hypothese immer mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit angegeben, damit eine Aussage darüber vorliegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit diese Hypothese zutrifft, wenn sie nicht abgelehnt wird.

Maximum-Likelihood: Es sei eine Stichprobe (x_1, \dots, x_n) vom Umfang n aus einer Grundgesamtheit mit stetig verteiltem Merkmal X gegeben. Die Dichte von X enthalte einen unbekanntem Parameter γ , der aus der Stichprobe geschätzt werden soll; sie habe also die Gestalt $f(x, \gamma)$. Als Likelihood-Funktion bezeichnet man folgende Funktion von γ :

$$L(x_1, \dots, x_n; \gamma) = f(x_1, \gamma) f(x_2, \gamma) \dots f(x_n, \gamma) \quad .$$

Die Maximum-Likelihood-Methode besteht darin, als Schätzung des Parameters γ den Wert zu nehmen, für den die Likelihood-Funktion ihr Maximum erreicht. Dieser Wert $\hat{\gamma}$ ist eine Funktion von x_1, \dots, x_n : $\hat{\gamma} = \Gamma(x_1, \dots, x_n)$.

Die zugehörige Stichprobenfunktion $\Gamma(X_1, \dots, X_n)$ heißt eine Maximum-Likelihood-Schätzung von γ . Man findet $\hat{\gamma}$ (und damit auch $\Gamma(X_1, \dots, X_n)$), indem man die Gleichung $\frac{\delta L}{\delta \gamma} = 0$ nach γ auflöst.

Beim Maximum-Likelihood-Quotienten-Test wird eine Nullhypothese $H_0: \gamma^* \in \Gamma_0$ gegen die Alternativhypothese $H_1: \gamma^* \in \Gamma \setminus \Gamma_0$ über den unbekanntem Parameter γ^* einer vorliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung P_{γ^*} geprüft. Der Test beruht auf dem sogenannten Likelihood-Quotienten (als Testgröße). Der Likelihood-Quotient wird mit Hilfe der Likelihood-Funktion $L(x_1, \dots, x_n; \gamma^*)$ einer konkreten Stichprobe (x_1, \dots, x_n) vom Umfang n durch.

$$\lambda(x_1, \dots, x_n) := \frac{\sup_{\gamma^* \in \Gamma_0} L(x_1, \dots, x_n; \gamma^*)}{\sup_{\gamma^* \in \Gamma \setminus \Gamma_0} L(x_1, \dots, x_n; \gamma^*)}$$

definiert.

Nullhypothese: siehe Hypothesentest

Quantil: Als Quantil der Ordnung p (p -Quantil) Q_p bezeichnet man jeden Wert x , der den Ungleichungen

$$P(X \leq x) \geq p, \quad P(X \geq x) \geq 1-p \quad \text{mit } 0 < p < 1$$

genügt. Einen Spezialfall erhält man für $p=r/100$. Man spricht dann von einem r -ten Perzentil. In der Literatur wird im Gegensatz zu oben das p -Quantil Q_p häufig mit Q_{1-p} bezeichnet.

Systematische Abweichung: Abweichung, die von einer Einzelmessung (einem Wert der Zeitreihe) zur (zum) nächsten konstant bleibt, wenn alle experimentellen Bedingungen festgehalten werden.

Zufällige Abweichung: Abweichung, die von einer Einzelmessung (einem Wert der Zeitreihe) zur (zum) nächsten zufällig schwankt, obwohl alle experimentellen Bedingungen festgehalten werden.

Kurzbeschreibung verwendeter statistischer Verfahren

CUSUM-Test von Page: Der CUSUM-Test von Page [PAG 54] ist äquivalent zur V-Maske-Technik.

Kolmogorov-Smirnov-Test: Dieser Test prüft die Anpassung einer beobachteten an eine theoretisch erwartete Verteilung [SAC 69].

Sukzessive Differenzenstreuung: Hierbei handelt es sich um einen Hypothesentest, der prüft, ob zeitlich aufeinanderfolgende (Meß-)Werte unabhängig voneinander sind oder nicht [SAC 69].

Varianzanalyse: Ist man in der Lage, eine Meßreihe (Zeitreihe) nach einem oder mehreren Kriterien zu klassifizieren, so kann man mit einer "Einfachen Varianzanalyse" [BEN 54] zwei Werte berechnen, die gemäß der in dieser Arbeit zugrundegelegten Modellannahme (s. Kap. 4) als Schätzwerte für die Varianz der zufälligen und der systematischen Abweichungen interpretiert werden.

V-Maske-Technik: Kennt man bei einer Meßreihe (Zeitreihe) die Werte, die gemäß der in dieser Arbeit zugrundegelegten Modellannahme (s. Kap. 4) als Schätzwerte für die Varianz der zufälligen und der systematischen Abweichungen interpretiert werden (s. auch obige Erläuterung zum Stichwort "Varianzanalyse"), so kann man mit Hilfe der V-Maske-Technik [DUN 86] feststellen, ob sich aufgrund von spontanen Änderungen der experimentellen Randbedingungen der Erwartungswert μ (oder ersatzweise der Mittelwert \bar{x}) während eines Meßprozesses geändert hat oder nicht.

1. Einleitung

Auslösendes Moment für die Entstehung des in dieser Arbeit beschriebenen neuartigen statistischen Verfahrens war das K-Kanten Densitometer. Dieses Röntgenabsorptiometer wurde im Kernforschungszentrum Karlsruhe entwickelt. Es ermöglicht eine Identifizierung und quantitative Bestimmung von schweren Elementen in homogenem Medium. Die Proben können Lösungen, Feststoffe oder Legierungen sein. Das K-Kanten Densitometer steht derzeit im Europäischen Institut für Transurane in Karlsruhe und lieferte über mehrere Jahre nahezu regelmäßig Meßdaten. In Kapitel 2 wird näher auf dieses Meßgerät sowie auf die von ihm erzeugten Meßdaten eingegangen.

Analytische Messungen sind in der Praxis oft mit zwei Arten von Unsicherheiten behaftet, die in vielen Fällen durch zwei Parameter charakterisiert werden können: Diese beiden Parameter sind die Standardabweichungen der zufälligen und der systematischen Abweichungen. Unter zufälligen Abweichungen versteht man dabei diejenigen, die von einer Einzelmessung zur nächsten aufgrund der zufälligen Überlagerung der von einer mehr oder weniger großen Zahl von sich zeitlich ändernden Störgrößeneinflüssen hervorgerufenen Auswirkungen auf die Meßgröße zufällig schwanken, obwohl alle experimentellen Bedingungen festgehalten werden. Die systematischen Abweichungen sind diejenigen, die sich bei - meist auf Referenzwerten - festgehaltenen Störgrößen als systembedingte Abweichungen vom "richtigen Wert" einstellen, wobei gemäß [DIN 1319] der "richtige Wert" der Wert ist, den eine "ideale Meßeinrichtung" liefern würde. In der Praxis hat sich aber vielfach gezeigt, daß man keineswegs immer annehmen kann, daß systematische Abweichungen über längere Zeiträume konstant bleiben. Es ist vielmehr vernünftig anzunehmen, daß sich gelegentlich spontane Sprünge bei der systematischen Abweichung einstellen können (hervorgerufen z.B. durch Nach-Kalibrieren des Meßgerätes). Diese Sprünge in den systembedingten Geräteeigenschaften, wie z. B. Nullpunkt, Empfindlichkeit, Linearität, Frequenzgang usw., können auf die Auswertung von Meßdaten einen wesentlichen Einfluß haben. Für die Konstrukteure des K-Kanten Densitometers stellte sich daher die Frage: Wie genau sind die Meßergebnisse, d.h. mit welchen Abweichungen sind sie behaftet und unterliegen die Meßergebnisse gegebenenfalls irgendwelchen spontanen

Sprüngen in ihren systembedingten Meßeigenschaften, wobei die systembedingten Meßeigenschaften zwischen zwei Sprüngen konstant bleiben?

Die Beantwortung dieser Frage führt in der Statistik in das Gebiet "Qualitätskontrolle von Meßdaten". Die dort angewendeten statistischen Verfahren werden unter dem Begriff "Meßkontrollprogramme" zusammengefaßt. Meßkontrollprogramme sind ein Teilgebiet der sogenannten "Metrologie". Man kann diese relativ neue Wissenschaft als Wissenschaft der Messungen [SIM 81] bezeichnen. In diesem Kontext werden Messungen als eine Serie von Manipulationen physikalischer Objekte oder Systeme gemäß einer definierten Prozedur angesehen, aus der eine Zahl resultiert, die angibt, um welchen Faktor die der Messung unterzogene Meßgröße sich von der als Referenz genutzten Maßeinheit unterscheidet. Meßgröße und Maßeinheit haben dabei identische physikalische Dimension. Die Aufgaben, die dabei auftreten, lassen sich in zwei Klassen einteilen:

- I) Erzeugung eines Meßsystems, das man generell als Produktionssystem von repräsentierenden Meßwerten auffassen kann.
- II) Erstellung eines Qualitätskontrollsystems, das die Gültigkeit dieser Meßwerte bestätigen muß.

Die vorliegende Arbeit konzentriert sich auf Fragen aus der Klasse II. Die Qualitätskontrolle startet, sobald die erste Messung gemacht wird. Das grundlegende Prinzip der "Metrologen" ist die Wiederholbarkeit. Man wiederholt die Messungen bei stabilen Objekten unter stabilen Randbedingungen und vergleicht jede darauffolgende Messung mit der Menge aller vorausgegangenen Messungen. Statistische Methoden sollen mit Parametern die Unsicherheit der Meßergebnisse beschreiben, die durch die Unvollkommenheit des Meßobjektes, der Meßgeräte und der Meßverfahren zustande kommt. Für die Qualitätskontrolle von Messungen hat es sich als praktisch erwiesen, ein Meßergebnis als den "Output" eines Meßprozesses zu betrachten, analog zu einem industriellen Produktionsprozeß. Das wird insbesondere dann offensichtlich, wenn eine Reihe von Messungen über einen sehr langen Zeitraum am selben Objekt vorgenommen wird [BEL 84]. In diesem Zusammenhang betrachtet man den Meßalgorithmus, bestehend aus Instrumentierung, Standard (Vergleichsnorm) und Instrumentenbedienung, als den zu kontrollierenden Prozeß.

Um einen Meßprozeß zu charakterisieren, ist es sehr hilfreich, von diesem ein passendes Modell zu entwickeln. Die vorliegende Arbeit

beschäftigt sich mit dem mathematisch-statistischen Teil dieser Aufgabe, die darin besteht, die Ursachen der Art von Abweichungen zu quantifizieren, die deterministisch nicht festzustellen sind. Es muß darauf hingewiesen werden, daß die Entwicklung eines Meßmodells bzw. eines Meßkontrollprogramms ein iteratives Verfahren ist. Man beginnt mit einfachen Modellen, die im Laufe der Entwicklung verfeinert werden. Das ist auch im vorliegenden Fall des K-Kanten Densitometers so. Dessen Meßreihe wurde verwendet, um die statistischen Probleme an realen Daten aufzeigen zu können. Außerdem liefert dieses Gerät aufgrund seines mehrjährigen Einsatzes eine Meßreihe, die aus einer großen Anzahl einzelner Meßwerte besteht. Die dargestellten Verfahren sollen einen Modellcharakter für Meßkontrollprogramme anderer Meßsysteme haben.

Zu dem Themenkomplex, der sich mit der Entdeckung von Änderungen der systematischen Abweichung bei Meßreihen beschäftigt, wurden sowohl auf nationaler als auch auf internationaler Ebene noch wenig statistische Untersuchungen durchgeführt, obwohl die Erfahrung gezeigt hat, daß vielerorts großes Interesse auf diesem Gebiet besteht. Eine Ausnahme ist die Veröffentlichung [HEN 86] (Kap. 10.1). R. Henderson macht darin folgenden Ansatz: Ausgangspunkt ist eine Folge von Zufallsvariablen Y_1, Y_2, \dots, Y_n . Die Folge hat einen sogenannten Wechsellpunkt bei k ($1 \leq k \leq n$), falls die ersten k Beobachtungen der einen Verteilung angehören und die restlichen einer anderen. Der Ansatz beinhaltet eine mögliche Veränderung des Erwartungswertes μ zum Zeitpunkt k . Bei den Daten des K-Kanten Densitometers legt der Autor ein anderes Modell zugrunde. Hier wird gemäß der eingeführten metrologischen Praxis von einem konstanten Mittelwert der Meßreihe über den gesamten Zeitraum ausgegangen. Vergleicht man jedoch anschließend die einzelnen Teil-Zeiträume miteinander, in denen offenbar unterschiedliche, aber jeweils konstante systembedingte Abweichungen vorliegen, so sind die Mittelwerte dieser Teil-Zeiträume natürlich von Teil-Zeitraum zu Teil-Zeitraum verschieden.

Diese Ausgangsüberlegungen haben dazu geführt, daß der Autor ein neuartiges statistisches Verfahren mit Namen STATIV (STATistisches Iterationsverfahren mit Varianzanalyse und V-Maske-Technik) [BEE 87, PET 90] entwickelt hat (Kap. 7). Dieses Verfahren erfüllt zwei Aufgaben. Zum einen legt es den Beginn sowie die Länge der Teil-Zeiträume fest, in denen

konstante systembedingte Abweichungen vorliegen. Das bedeutet, daß es den Zeitpunkt angibt, zu dem sich eine oder mehrere der systembedingten Abweichungen geändert hat oder haben, und es gibt an, für welchen Zeitraum diese neuen Abweichungen Gültigkeit haben. Zum anderen liefert es je einen Schätzwert sowohl für die systematische als auch für die zufällige Meßabweichung.

Die Vorgehensweise bei der Entwicklung von STATIV liegt in dem Umstand begründet, daß der Ausgangspunkt der statistischen Untersuchungen für den Autor die sogenannte CUSUM-Reihe der Meßdaten war (Kap. 5.1). Eine CUSUM-Reihe hat die Eigenschaft, daß sie sich im Falle gleichbleibender experimenteller Bedingungen in der Nähe der Null "schlängelt". Driftet zu einem bestimmten Zeitpunkt die CUSUM-Reihe jedoch in eine Richtung ab, so wird dies als die Auswirkung einer spontanen Änderungen der systembedingten Abweichungen interpretiert, d. h. man geht davon aus, daß sich die systembedingten Abweichungen zuvor spontan geändert haben. Da zum einen das "Abdriften" nicht exakt definiert werden kann und zum anderen bisher das Erkennen von derartigen Abweichungssprüngen in graphisch dargestellten CUSUM-Reihen sowohl vom Maßstab der Graphik, als auch von der subjektiven Betrachtungsweise des Auswertenden abhing, wurde nach einer objektiven Auswertemethode gesucht. Auf diese Weise ist STATIV entstanden, welches aus einer Kombination von Varianzanalyse (Kap. 5.1) und V-Maske-Technik (Kap. 5.3) besteht. Die Anwendungsmöglichkeiten der V-Maske-Technik wurden bei dieser Gelegenheit vom Autor erweitert. Erste Überlegungen des Autors basierten auf einem CUSUM-Test von Page (Kap. 5.2). Programmiertechnische Gründe haben den Autor dann aber dazu veranlaßt, sich für die Einbindung der V-Maske-Technik in STATIV zu entscheiden, nachdem es ihm gelungen war, die Äquivalenz der V-Maske-Technik und des CUSUM-Tests von Page in einer vorher nicht existenten, ausführlichen Form zu beschreiben und zu beweisen (Kap. 6).

Getestet wird das neue Verfahren sowohl an realen Daten des K-Kanten Densitometers als auch an simulierten Daten, die mit Hilfe von Monte-Carlo-Experimenten (Kap. 9) gewonnen wurden. Auf der Basis von durchgeführten Untersuchungen werden Aussagen über die Robustheit von STATIV bezüglich Ausreißern gemacht. Um weitere Erkenntnisse über die Leistungsfähigkeit von STATIV zu gewinnen, wurden schließlich anhand simulierter Daten, die die Voraussetzungen von [HEN 86] erfüllen, Vergleiche mit dem Verfahren von

Henderson angestellt (Kap. 10.2). Hierfür wurden mehrere Zeitreihen unter dem Gesichtspunkt veränderter Parameter analysiert.

Schließlich wurde die Einsatzmöglichkeit von STATIV in der industriellen Fertigung getestet. Zu diesem Zweck hat der Autor bei einer in Stutensee-Blankenloch ansässigen Firma die Produktionsprozesse zweier spezieller Werkstücke verfolgt, Meßreihen aufgestellt und diese anschließend mit STATIV ausgewertet. Die Ergebnisse dieser Auswertung sowie eine detaillierte Beschreibung des Produktionsprozesses findet man in Kapitel 11.

Eine weitere Anwendung von STATIV kann man in [LEI 89] nachlesen. Dort wird die Auswertung einiger chemischer Meßreihen dokumentiert, die die Deutsche Gesellschaft für Wiederaufarbeitung von Kernbrennstoffen (DWK) seinerzeit beim Autor in Auftrag gegeben hat.

2. Das K-Kanten Densitometer

2.1 Beschreibung des Meßgerätes und der Meßwerte

Das K-Kanten Densitometer wurde entwickelt, um Konzentrationsbestimmungen an hochradioaktiven Stoffen durchzuführen. Hierbei hat man es sich zunutze gemacht, daß Röntgenstrahlen beim Durchgang durch die Materie abgeschwächt werden. Je höher die Dichte und die Ordnungszahl der absorbierenden Elemente sind, desto stärker ist die Abschwächung der Röntgenstrahlung. Bei bestimmten Röntgenstrahlungs-Energiewerten steigt die Absorption (behandelt wird hier nur die Absorption an der K-Kante) sprunghaft an. Die Lage der Absorptionssprünge auf der Energiesskala des Transmissionsspektrums der jeweiligen Probe identifiziert die Elemente eindeutig nach ihrem atomaren Aufbau, während die Höhe des Sprungs ein Maß für die Elementkonzentration in der Probe ist.

Abb. 1 zeigt fünf Spektren, die jeweils zwischen 10^2 und 10^3 Impulsen pro Zeiteinheit (1000 sec) beginnen. Um dies zu verdeutlichen, wird an mehreren Stellen die y-Achse unterbrochen. Jedem Kanal auf der Abszisse wird eine Energie zugewiesen. Ein von einer Röntgenröhre erzeugtes Bremsstrahlungskontinuum durchstrahlt eine Meßprobe. Dieses Bremsstrahlungsspektrum wird mittels Fe derart gefiltert, daß das Energiemaximum des Bremsstrahlungsspektrums im K-Kanten-Energiebereich des zu messenden Elements liegt. Die Kollimatoren vor und hinter der Meßprobe dienen dazu, Streustrahlung zu vermeiden. Die transmittierte Strahlung wird mit Hilfe eines Germanium-Halbleiterdetektors nachgewiesen und das Impulshöhenspektrum in einem Analysator aufgezeichnet. Das Schema dieser Meßanordnung wird in Abb. 2 wiedergegeben.

Eine exakte Beschreibung des Meßgerätes findet man in [EBE 80], [EBE 81], [OTT 83] und [OTT 91]. Bei den Daten, die in dieser Arbeit analysiert werden, handelt es sich um die Ergebnisse von regelmäßig durchgeführten Absorptionsmessungen an einer ^{240}Pu -Folie mit einer Flächendichte von etwa 356 mg Pu/cm^2 , was einer Plutoniumlösung von 178 g/l in einer Standardküvette mit 2 cm Schichttiefe entspricht. Der geringe Anteil (0.016 Gewichtsprozent) des kurzlebigen Isotops ^{241}Pu in der Probe garantiert eine nahezu gleichbleibende Plutoniumkonzentration. ^{241}Pu hat eine Halbwertszeit von nur 14 Jahren, während andere Bestandteile der Probe

wie ^{240}Pu eine Halbwertszeit von 6550 Jahren oder ^{242}Pu eine Halbwertszeit von 380000 Jahren haben. Die Abnahme der Plutoniumkonzentration pro Jahr beträgt 0.006%, das bedeutet 0.0107 g/l. Bedingt wird diese Abnahme durch den radioaktiven Zerfall von ^{241}Pu zu ^{241}Am . Die Meßgenauigkeit einer

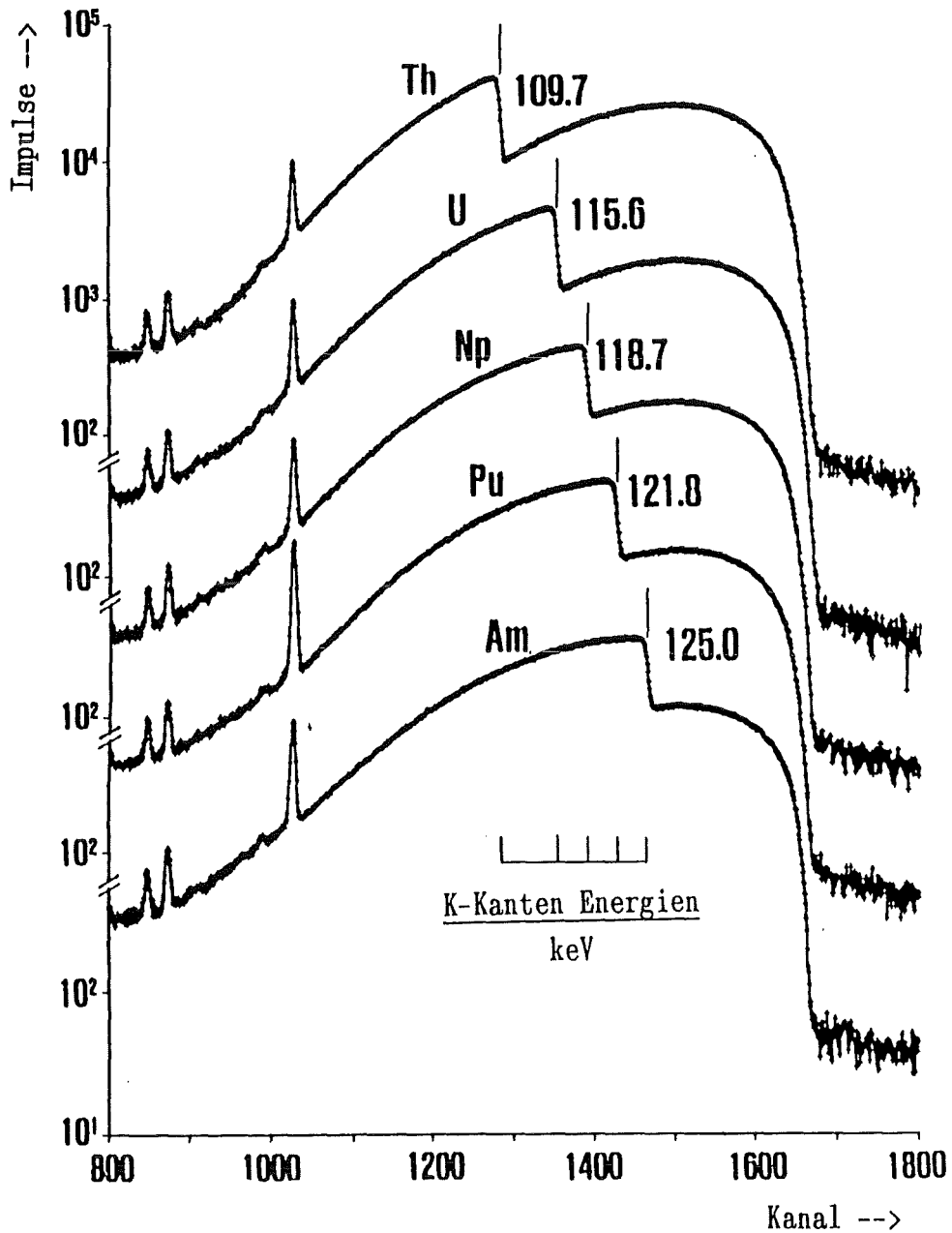


Abb. 1

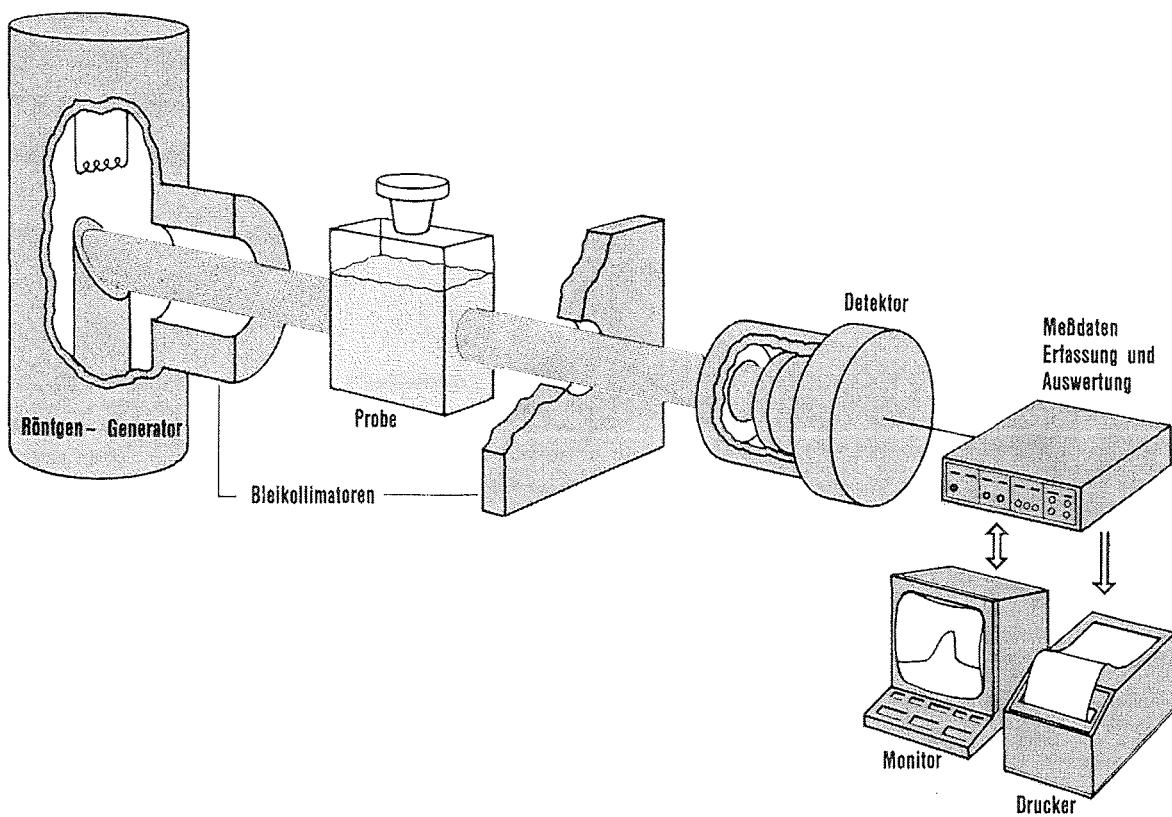


Abb. 2 Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

Einzelmessung von 1000 sec wird von den Konstrukteuren des K-Kanten Densitometers (s. obige Literaturangaben) mit 0.2% - 0.25% angegeben. Dieser Wert deckt sich mit dem Schätzwert $s=0.4413$ g/l der Standardabweichung σ , der aus den 613 Meßwerten, von denen die nachfolgende Analyse ausgeht, berechnet wurde. Durchgeführt wurden die Messungen an allen Arbeitstagen in der Zeit von Juni 1983 bis August 1986 (jeweils eine Messung pro Tag). In diesem Zeitraum war das Gerät nahezu durchgehend in Betrieb. Lediglich zweimal wurde es pro Jahr für kurze Zeit ausgeschaltet, zum einen im Spätsommer zur Wartung des Gerätes und zum anderen über die Weihnachtszeit.

2.2 Darstellung der Daten

Abb. 3 zeigt die graphische Darstellung der in Kapitel 2.1 erwähnten Meßreihe. Auf der y-Achse ist die Menge an Plutonium in Gramm pro Liter aufgetragen. Eine erste Untersuchung auf die Genauigkeit der Meßmethode erfolgt auf graphischem Weg durch Aufzeichnung der sogenannten \bar{x} -Kontrollkarte, einer Kontrollkarte für den Mittelwert (Abb. 4). Hierbei werden die einzelnen Meßwerte x_i , $i=1, \dots, n$ (in diesem Fall gilt $n=613$), in der Reihenfolge ihres zeitlichen Auftretens innerhalb der Meßreihe zusammen mit den als Grenzlinien dargestellten Abständen $\bar{x} \pm s$ und $\bar{x} \pm 2s$ vom Mittelwert \bar{x} der n Meßwerte in ein Koordinatensystem eingetragen. s ist die aus allen n Meßwerten der Meßreihe geschätzte Größe für die Standardabweichung σ . Im Falle einer Normalverteilung lägen etwa 68% aller Werte zwischen $\bar{x} \pm \sigma$, sowie 95% aller Werte zwischen $\bar{x} \pm 2\sigma$. Liegen mehr als 5% der Werte außerhalb von $\bar{x} \pm 2\sigma$, so ist das Meßinstrument einer kritischen Prüfung zu unterziehen [SAC 69]. Streut die eingezeichnete Punkteschar nicht regellos um die Mittellinie, sondern längs einer ansteigenden oder abfallenden Linie, so sind zeitlich abhängige Auswanderungen der systematischen Abweichungen anzunehmen. Liegen mehr als eine festgelegte Anzahl aufeinanderfolgender Meßwerte auf der gleichen Seite der Mittellinie, so kann man als Ursache dafür ebenfalls eine Auswanderung einer systematischen Abweichung vermuten. Die Festlegung dieser Anzahl hängt davon ab, mit welcher Wahrscheinlichkeit man eine Aussage über eine solche Abweichungsauswanderung machen will. Der Autor hat die Anzahl 9 gewählt, da dies einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0.002 entspricht und dieser Wert auch in Kapitel 5.3 Anwendung findet (Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Wert größer oder kleiner als der Erwartungswert ist, ist 0.5. Die Wahrscheinlichkeit, daß 9 aufeinanderfolgende Werte auf der gleichen Seite der Mittellinie liegen ist $0.5^9 = 0.002$). Die Auswertung der \bar{x} -Kontrollkarte (Abb. 4) für die Meßdaten des K-Kanten Densitometers (Abb. 3) ergibt, daß dort 30.67% der Meßwerte außerhalb von $\bar{x} \pm s$ und 4.73% außerhalb von $\bar{x} \pm 2s$ liegen. Es kann daher davon ausgegangen werden, daß die Meßwerte näherungsweise normalverteilt sind. Ferner kann aufgrund dieser

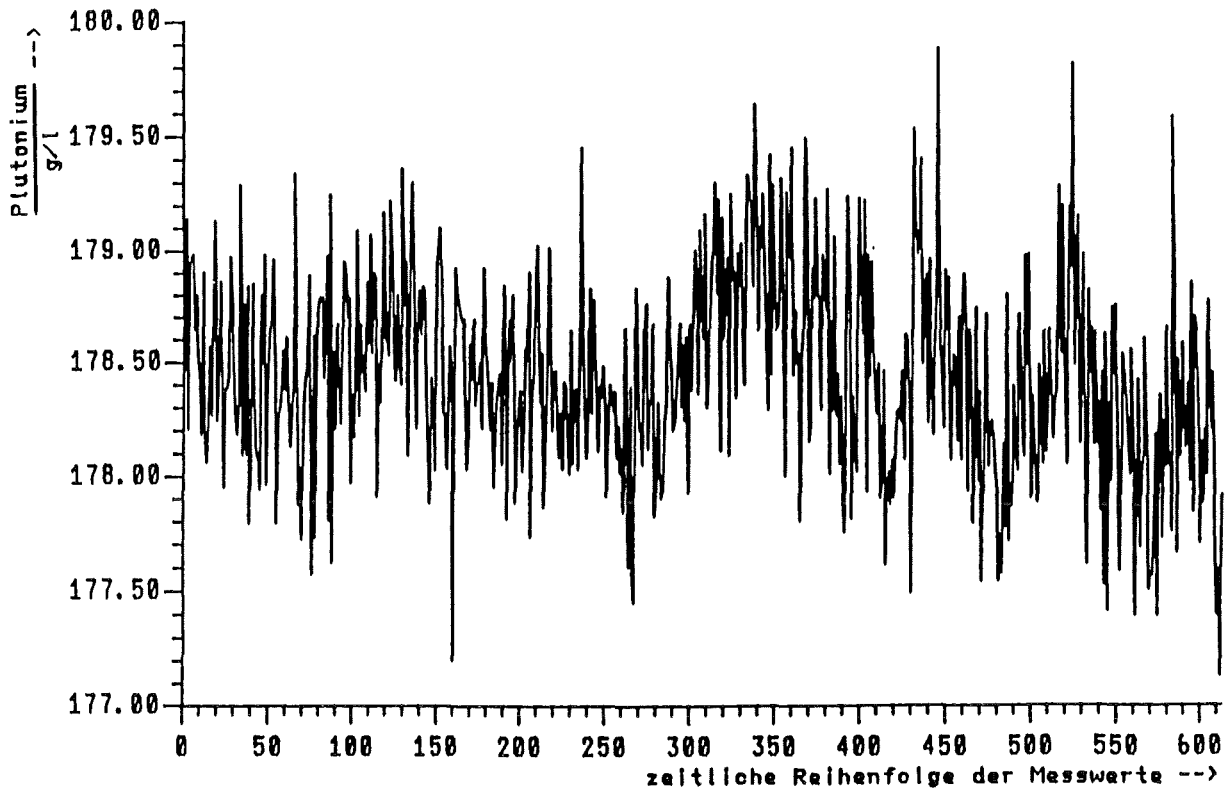


Abb. 3 Messdaten des K-Kanten Densitometers

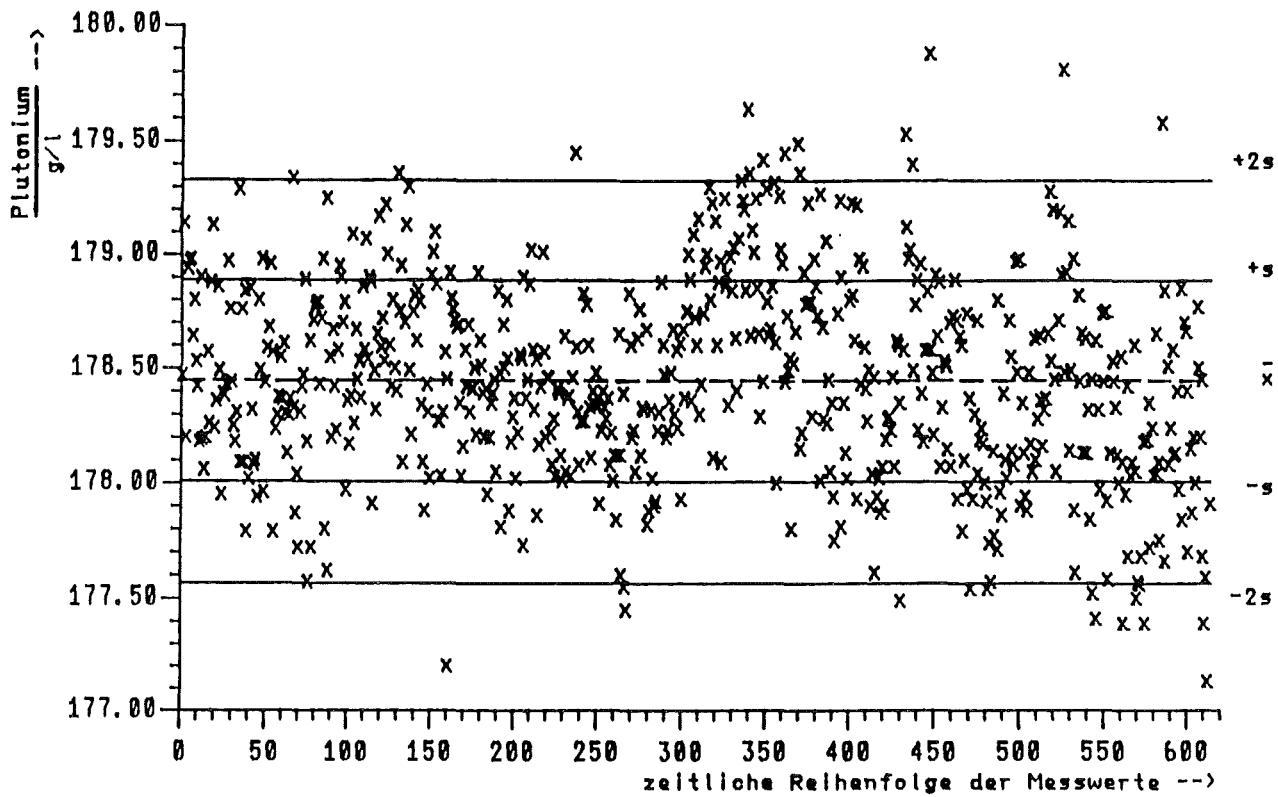


Abb. 4 \bar{x} -Kontrollkarte

Untersuchung vermutet werden, daß sich die systembedingten Abweichungen mehrmals ändern, da mehrmals der Fall auftritt, daß 9 oder mehr aufeinanderfolgende Meßwerte auf derselben Seite der Mittellinie liegen. Die Frage, zu welchen Zeitpunkten sich die systembedingten Abweichungen ändern und wie lange sie konstant bleiben, wird in Kapitel 8 mit Hilfe von STATIV beantwortet. Die \bar{x} -Kontrollkarte kann hierauf keine Antwort geben.

3. Hypothesentests

In diesem Kapitel werden mit den Meßdaten des K-Kanten Densitometers (s. Kap. 2.1) zwei Hypothesentests routinemäßig durchgeführt. Für die Prüfung auf Anpassung an die erwartete Normalverteilung wird in Kapitel 3.1 der aus der Literatur bekannte Kolmogorov-Smirnov-Test zu Rate gezogen. In Kapitel 3.2 wird mit Hilfe der ebenfalls aus der Literatur bekannten Methode der sukzessiven Differenzenstreuung geprüft, ob zeitlich aufeinanderfolgende Meßwerte unabhängig voneinander sind oder nicht.

3.1 Kolmogorov-Smirnov-Test

Der Kolmogorov-Smirnov-Test [SAC 69] prüft die Nullhypothese

H_0 : die Meßwerte sind normalverteilt

gegen die Alternativhypothese

H_1 : die Meßwerte sind nicht normalverteilt.

Hierzu werden die Meßwerte x_i , $i=1, \dots, n$ ($n=613$), der Größe nach (aufsteigend) sortiert. Bezeichnet man die Werte der sortierten Meßreihe mit x'_i , $i=1, \dots, n$ ($n=613$), so berechnet man

$$F_E(x'_i) = \Phi \left[\frac{x'_i - \bar{x}}{s} \right] ,$$

mit Φ als Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung, \bar{x} als Mittelwert über die x_i und s als Schätzwert für die Standardabweichung, sowie

$$F_B(x'_i) = i/n .$$

Von den Differenzen

$$F_B(x'_i) - F_E(x'_i)$$

mit $i=1, \dots, n$, dividiert man diejenige mit dem größten Absolutbetrag durch den Stichprobenumfang n . Als Ergebnis erhält man einen Prüfquotienten D . Es

gilt also

$$D = \frac{\max_{x'_i} |F_B(x'_i) - F_E(x'_i)|}{n} .$$

Errechnet wurde für die Meßreihe gemäß Abb. 2 ein $D=0.00005$. Nach [SAC 69] kann somit die Nullhypothese H_0 für die vorliegende Meßreihe nicht abgelehnt werden.

3.2 Sukzessive Differenzenstreuung

Da die Hypothese einer normalverteilten Grundgesamtheit hier nicht abgelehnt werden kann, kann der Test auf gegenseitige Unabhängigkeit zeitlich aufeinanderfolgender Meßwerte durch die Methode der sukzessiven Differenzenstreuung [SAC 69] erfolgen. Es sei

H_0 : die Meßwerte sind unabhängig

die Nullhypothese und

H_1 : die Meßwerte sind abhängig

die Alternativhypothese.

Man berechnet Δ^2 durch

$$\Delta^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - x_{i+1})^2$$

mit den Meßwerten x_i . Sind die jeweils zeitlich aufeinanderfolgenden Werte voneinander unabhängig, so gilt

$$\Delta^2 \simeq 2s^2 \text{ oder } \Delta^2/s^2 \simeq 2$$

mit s^2 als Schätzwert für die Varianz. Liegt Abhängigkeit vor, so ist

$$\Delta^2 < 2s^2 \text{ oder } \Delta^2/s^2 < 2$$

da benachbarte Werte dann ähnlicher sind als entferntere. Für die vorliegende Meßreihe gilt $\Delta^2/s^2 = 1.41853$. Wegen den in [SAC 69] angegebenen kritischen Schranken muß H_0 in diesem Fall abgelehnt werden.

4. Modellbildung

Um eine Änderung der systematischen Abweichung bei einer beliebigen Meßreihe zu entdecken, wird im folgenden ein einzelner Meßwert x_i durch das nachstehende statistische Modell beschrieben:

$$x_i = x_{jk} = \bar{x} + t_j + z_{jk} \quad (4.1)$$

mit $i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, m$; $k = 1, \dots, n_j$; $\sum n_j = n$.

Den auftretenden Parametern kommt dabei folgende Bedeutung zu:

n : Anzahl der Meßwerte der Gesamtreihe

\bar{x} : Mittelwert der Gesamtreihe

z_{jk} : zufällige Meßabweichung von \bar{x} des k -ten Meßwertes, der mit einer systematischen Meßabweichung t_j behaftet ist

t_j : systematische Meßabweichung von \bar{x} (diese gilt im j -ten Teil-Zeitraum)

n_j : Anzahl der aufeinanderfolgenden Meßwerte, die mit einer konstanten systematischen Abweichung t_j behaftet sind

m : Anzahl der verschiedenen systematischen Abweichungen t_j , mit denen jeweils die Meßwerte im j -ten Teil-Zeitraum behaftet sind.

Es ist zu beachten, daß die Werte zeitlich sequentiell anfallen. Dieses Modell impliziert hier, daß die systembedingten Abweichungen während des gesamten Meßprozesses, also innerhalb einer Meßreihe, nicht für alle n Meßwerte, konstant bleiben, sondern daß sie nur in einem gewissen Teil-Zeitraum konstant sind. Dieser Teil-Zeitraum umfaßt nach dem obigen Modell n_j Meßwerte. Dem ersten Teil-Zeitraum gehören also die Meßwerte x_1, \dots, x_{n_1} an, dem zweiten Teil-Zeitraum gehören die Meßwerte $x_{n_1+1}, \dots, x_{n_2}$ an, usw.. Die systembedingten Abweichungen können sich also zu diskreten Zeitpunkten sprunghaft spontan ändern und bleiben dann wiederum für einen

weiteren Teil-Zeitraum konstant. Die systematische Abweichung t_j beschreibt hier die für einige Zeit konstanten Randbedingungen, das bedeutet, t_j bleibt in diesem (j-ten) Zeitraum, also für n_j aufeinanderfolgende Meßwerte, konstant. Eine Änderung von t_j wird demnach durch die spontane Änderung einer oder mehrerer Randbedingungen (wie z.B. Rekalibrierung, Temperaturschwankungen etc.) hervorgerufen. Jene Abweichungen, die von einer Einzelmessung zur nächsten zufällig schwanken, obwohl alle experimentellen Bedingungen festgehalten werden, werden hier mit z_{jk} bezeichnet. Mit diesem z_{jk} ist der k-te Meßwerte des j-ten Teil-Zeitraums (in diesem gilt die systematische Abweichung t_j) behaftet.

Für die Auswertungsprozedur zieht man die im nächsten Kapitel erläuterten statistischen Verfahren heran, von denen zwei zu einem neuartigen Algorithmus kombiniert werden.

5. Statistische Verfahren

Im Verlauf dieses Kapitels werden drei statistische Verfahren beschrieben, die aus der Literatur bereits bekannt sind, und die bei der angewendeten Auswertungsprozedur eine wichtige Rolle spielen. Hiervon sind der CUSUM-Test von Page (Kap. 5.2) und die V-Maske-Technik (Kap. 5.3) äquivalent. Dieser Sachverhalt wird im nächsten Kapitel ausführlich behandelt. Zusammen mit der Varianzanalyse (Kap. 5.1) stellen sie das Gerüst für eine neue, vom Autor entwickelte, iterative Auswertemethode dar.

5.1 Varianzanalyse

Bei dem Meßmodell in Gleichung (4.1) stellen die t_j bzw. die z_{jk} eine Realisierung der Zufallsvariablen T_j bzw. der Zufallsvariablen Z_{jk} dar. Man setzt gemäß dem vorgestellten Modell an, daß die Zufallsvariablen Z_{jk} normalverteilt sind, jeweils mit dem Erwartungswert 0 und der Varianz σ^2 , d. h. $Z_{jk} \sim N(0, \sigma^2)$, und daß die T_j ebenfalls normalverteilt sind mit dem Erwartungswert 0 und der Varianz γ^2 , d. h. $T_j \sim N(0, \gamma^2)$. Ist man in der Lage, die vorliegende Meßreihe nach einem oder mehreren Kriterien zu klassifizieren, d. h. kann man die Meßreihe in m Intervalle einteilen und somit die n_1, \dots, n_m in Gleichung (4.1) festlegen, so kann man σ^2 und γ^2 mit Hilfe der "Einfachen Varianzanalyse" [BEN 54] schätzen. Zur Festlegung einer Klassifizierung kann die sogenannte CUSUM-Reihe (CUSUM = cumulative sum) herangezogen werden, die wie folgt definiert ist:

$$\text{CUSUM}_i = \sum_{l=1}^i (x_l - \bar{x}) \quad (5.1.1)$$

wobei die x_l zeitlich fortlaufende Werte sind, \bar{x} den Gesamtmittelwert der Zeitreihe darstellt und $i=1, \dots, n$ gilt.

Das Arbeiten mit der CUSUM-Reihe in dieser Form setzt voraus, daß die komplette Meßreihe vorliegt, damit der Gesamtmittelwert berechnet werden kann. Dies hat zur Folge, daß eine on-line-Überwachung nicht möglich wäre.

Es muß deshalb darauf hingewiesen werden, daß man in der Praxis den Gesamtmittelwert beispielsweise durch einen aus früheren Meßreihen bekannten Schätzwert oder einen Sollwert ersetzen kann (s. Kap. 12).

Eine CUSUM-Reihe hat die Eigenschaft, daß sie sich im Falle gleichbleibender experimenteller Bedingungen in der Nähe der Null "schlängelt", da die Meßwerte in diesem Fall um den Gesamtmittelwert streuen und somit nicht signifikant viele von aufeinanderfolgenden Differenzen $x_1 - \bar{x}$ gleiches Vorzeichen haben (was man hier unter signifikant zu verstehen hat, wird durch das Verfahren in Kapitel 7 objektiv festgelegt). Treten signifikant viele von aufeinanderfolgenden Differenzen $x_1 - \bar{x}$ mit gleichem Vorzeichen auf, d. h. driftet die CUSUM-Reihe in eine Richtung ab, so wird dies als Änderung der systematischen Abweichungen interpretiert, d. h. man geht davon aus, daß sich die Randbedingungen geändert haben. Abb. 5 zeigt beispielhaft die CUSUM-Reihe der 613 Meßwerte, die mit dem in Kapitel 2 beschriebenen K-Kanten Densitometer erzeugt wurde (diese Meßreihe wurde in Abb. 2 wiedergegen).

Man könnte aufgrund einer Betrachtung von Abb. 5 erwarten, daß etwa bei den Meßwerten 75, 150, 300 und 450 Änderungen aufgetreten sind, da an diesen Stellen die CUSUM-Reihe in eine Richtung abdriftet, d. h. an diesen Stellen ist eine Steigungsänderung der CUSUM-Reihe zu erkennen. Inwieweit diese subjektive Betrachtungsweise mit der Realität übereinstimmt, wird in Kapitel 8 aufgezeigt. Es ergibt sich damit eine Einteilung der Meßreihe in 5 Intervalle:

- Klasse 1 : von Meßwert 1 bis Meßwert 74
- Klasse 2 : von Meßwert 75 bis Meßwert 149
- Klasse 3 : von Meßwert 150 bis Meßwert 299
- Klasse 4 : von Meßwert 300 bis Meßwert 449
- Klasse 5 : von Meßwert 450 bis Meßwert 613 .

Mit dieser Klassifizierung kann man jetzt eine Varianzanalyse durchführen, die im folgenden kurz beschrieben wird.

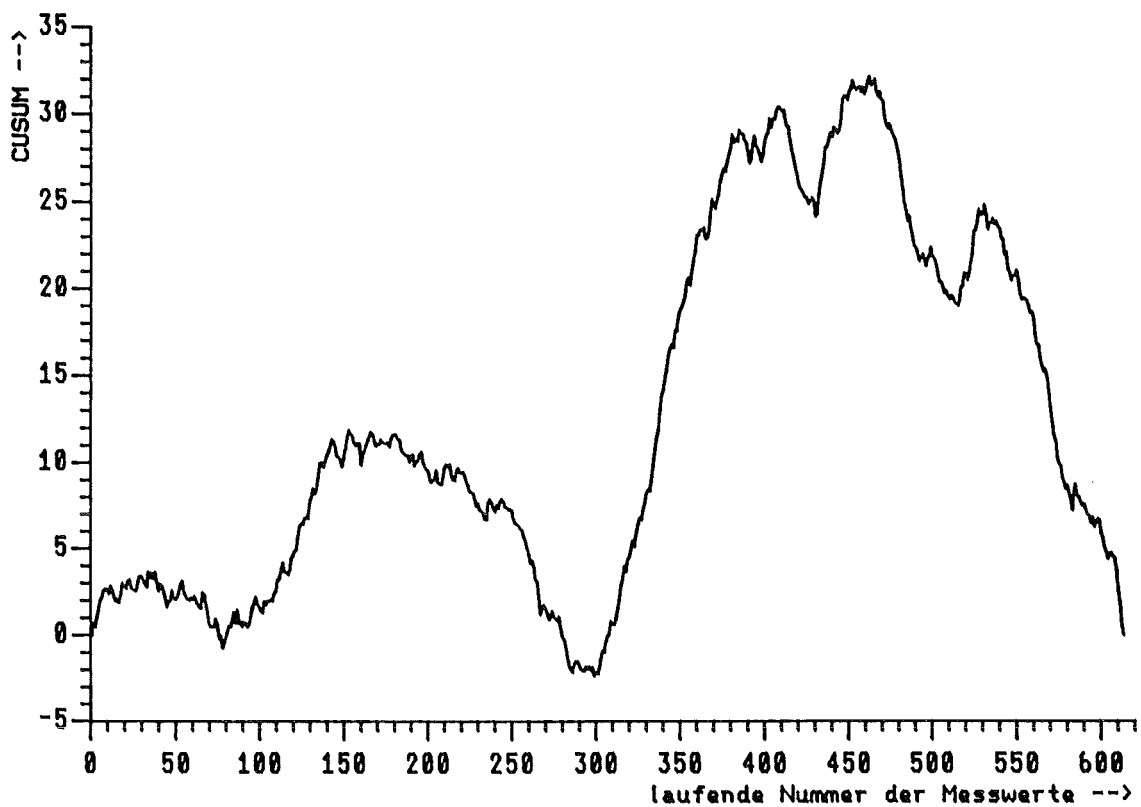


Abb. 5 CUSUM-Reihe der Messdaten aus Abb. 2/3

Wenn mit

$$w_j = \sum_{k=1}^{n_j} x_{jk}$$

die Summe der n_j Beobachtungen der j -ten Klasse (des j -ten Teil-Zeitraumes)

und mit

$$w = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{n_j} x_{jk} = \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{j=1}^m w_j$$

die Summe aller $n = \sum_j n_j$ Beobachtungen bezeichnet wird, dann gilt

$$\bar{x}_j = \frac{w_j}{n_j}$$

für den Mittelwert der j -ten Klasse und

$$\bar{x} = \frac{w}{n}$$

für den Gesamtmittelwert aus allen n Meßergebnissen x_i der Meßreihe. Die Summe y der Abweichungsquadrate (AQ) um den Gesamtmittelwert

$$y = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{n_j} (x_{jk} - \bar{x})^2$$

läßt sich in zwei Teile zerlegen zu

$$y = y_j + y_{jk}$$

Darin gibt y_j die Summe der mit n_j gewichteten Abweichungsquadrate der Klassenmittelwerte \bar{x}_j vom Gesamtmittelwert \bar{x}

$$y_j = \sum_{j=1}^m n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2 = \sum_{j=1}^m \frac{w_j^2}{n_j} - \frac{w^2}{n}$$

wieder und y_{jk} die Summe der Abweichungsquadrate der Einzelwerte x_{jk} vom jeweiligen Klassenmittelwert \bar{x}_j

$$y_{jk} = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{n_j} (x_{jk} - \bar{x}_j)^2 = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{n_j} x_{jk}^2 - \sum_{j=1}^m \frac{w_j^2}{n_j}$$

Die Quotienten aus den Summen der Abweichungsquadrate y_j und y_{jk} und den zugehörigen Freiheitsgraden haben formal die Bedeutung von Varianzen, bzw. von deren Schätzwerten. Sie werden in der Varianzanalyse als "Mittlere Quadrate" bezeichnet. Die Schätzwerte s^2 bzw. g^2 für die hier interessierenden Varianzen σ^2 bzw. γ^2 werden jetzt nach folgendem Schema berechnet:

	Summe der AQ	Freiheits- grade	Mittlere Quadrate	durchschnittliche Mittlere Quadrate
zwischen den Klassen	y_j	$m - 1$	$\frac{y_j}{m - 1}$	$s^2 + \frac{(n^2 - \sum_{j=1}^m n_j^2)}{(m - 1)n} g^2$
innerhalb der Klassen	y_{jk}	$n - m$	$\frac{y_{jk}}{n - m}$	s^2
Total	y	$n - 1$		

Diese Schätzer kommen der realen Situation nahe. Die Klassifizierung der Meßwerte, d. h. die Zuteilung der Meßwerte zu Intervallen ist jedoch zunächst noch mehr oder weniger subjektiv. Nicht immer gibt die graphische Darstellung eindeutig Auskunft darüber, ob sich die systematische Abweichung $\bar{x}_j - \bar{x}$ der j-ten Klasse zu einem bestimmten Zeitpunkt spontan ändert oder nicht, zumal hier auch der Maßstab, in dem die Graphik erstellt wurde, für eine Täuschung sorgen kann. Außerdem kann man den Meßwert, bei dem eine solche Änderung stattgefunden hat, nur ungefähr ablesen. Um solche Unzulänglichkeiten zu eliminieren, wird eine Methode gefordert, die solche Meßwerte eindeutig identifiziert, bei denen ein spontaner Wechsel des instrumentellen Verhaltens eintritt. Ein solcher Wechsel läßt sich statistisch als spontaner Sprung der Zufallsvariablen T_j auf einen neuen Wert beschreiben. Mit eindeutig identifizierten Meßwerten, d. h. mit einer objektiven Klassifizierung, erhält man exakte Schätzwerte s^2 bzw. g^2 .

5.2 CUSUM-Test von Page

E. S. Page hat im Jahre 1954 einen CUSUM-Test veröffentlicht [PAG 54], dem bei der nachfolgenden Zeitreihenanalyse eine weitere wichtige Rolle zugewiesen wird. Kennt man die beiden Schätzwerte s^2 und g^2 für σ^2 bzw. γ^2 (s. Kap. 5.1; diese können je nach Anwendungsfall aus der aktuell abgeschlossenen Meßreihe berechnet werden oder aus früheren Meßreihen bereits bekannt sein), so kann man mit Hilfe von Page erkennen, ob sich die

systematische Abweichung $\bar{x}_j - \bar{x}$ der j-ten Klasse innerhalb der Meßreihe geändert hat bzw. ändert oder nicht. Benutzt wird die zweiseitige Form des CUSUM-Tests, bei dem folgendermaßen vorgegangen wird: Es wird eine Obere Page-Statistik und eine Untere Page-Statistik erstellt. Beide starten jeweils bei Null. Es gilt also $O_0 = 0$ bzw. $U_0 = 0$. Die weiteren Werte werden nach den folgenden Formeln berechnet:

$$O_i = \max\{0, O_{i-1} + x_i - k\} \quad (\text{Obere Page-Statistik})$$

$$U_i = \min\{0, U_{i-1} + x_i + k\} \quad (\text{Untere Page-Statistik})$$

für $i=1, \dots, n$ und $k = \frac{1}{2}g$.

Die Obere Page-Statistik wird demnach niemals negativ, die Untere Page-Statistik wird niemals positiv. Die x_i sind hierbei n Realisierungen der Zufallsvariablen X_i , für die $X_i \sim N(0, \sigma^2)$ gelten soll (hier geht der Schätzwert s^2 ein). k sei eine systematische Abweichungskonstante, die die Abweichung vom Mittel, also hier von der Null, darstellt. Die Wahl von $g/2$ (hier geht der Schätzwert g^2 ein) beruht auf der Auffassung, daß wenn die Meßwerte einer Meßreihe "von guter Qualität" sind, daß sie dann alle im Intervall $[\bar{x}-g, \bar{x}+g]$ liegen [WET 77]. Man hat sich dafür entschieden, für k den halben Abstand, also $g/2$ zu nehmen. Durch Monte-Carlo Simulation wird eine obere Schranke h und eine untere Schranke $-h$ festgelegt. Dabei werden pro Simulationslauf eine bestimmte Anzahl m_1 Realisierungen y_j , $j=1, \dots, m_1$, von unabhängigen Zufallsvariablen Y_j erzeugt, für die $Y_j \sim N(0, \sigma^2)$ gilt. h wird so festgelegt, daß bei einer bestimmten Anzahl m_2 von Simulationsläufen in $(100-\alpha)\%$ aller Fälle die Schranke h überschritten bzw. die Schranke $-h$ unterschritten wird, wobei α die Irrtumswahrscheinlichkeit darstellt. m_1 und m_2 richten sich nach den Eigenschaften des Zufalls-generators, während die Wahl von α davon abhängt, mit welcher Wahrscheinlichkeit die gemachte Aussage richtig sein soll. Gilt $O_i \leq h$ und $U_i \geq -h$ für alle i mit $1 \leq i \leq n$, so nimmt man an, daß der Prozeß während der ganzen Meßreihe statistisch unter Kontrolle stand, d.h. daß sich k darin nicht

geändert hat. Gibt es ein r mit $1 \leq r \leq n$, für das $O_r > h$ oder $U_r < -h$ gilt, so vermutet man, daß sich der systematische Einfluß geändert hat. In Abb. 6 wird der zweiseitige Page-Test beispielhaft auf die vom K-Kanten Densitometer erzeugten Meßdaten der Abb. 2 angewendet. Wie die Graphik zeigt, gilt $O_r > h$ ungefähr bei $r=330$. Damit wird eine Änderung der experimentellen Bedingungen angezeigt und der Meßprozeß sollte überprüft werden. In Kapitel 6 wird vom Autor gezeigt, daß die Änderung aber nicht beim Meßwert r eingetreten ist, sondern schon beim Meßwert $r-q$. Das ist der letzte Wert, der gleich Null war, bevor die Schranke h überschritten wurde. Zu entdecken ist die Änderung aber erst beim Meßwert r .

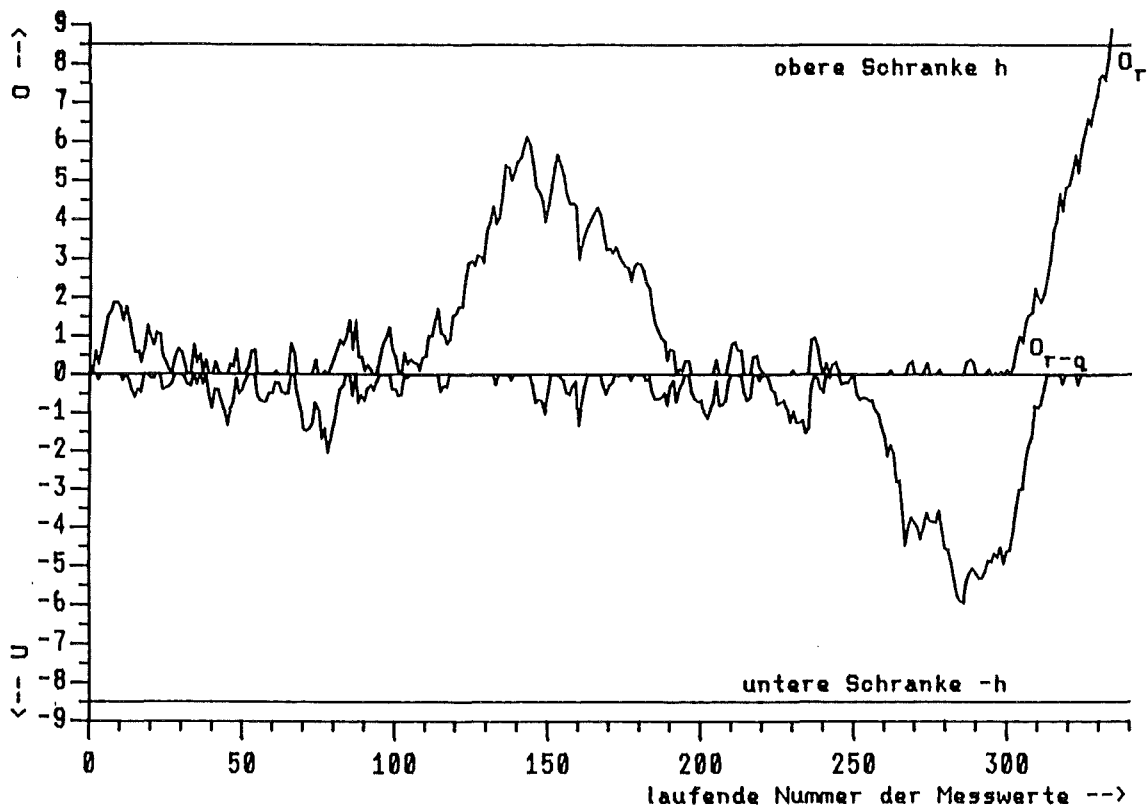


Abb. 6 Page-Test

5.3 V-Maske-Technik

Für die weitere Analyse wird die V-Maske-Technik benutzt, die, wie noch gezeigt wird, äquivalent ist zu dem CUSUM-Test von Page. Die Art und Weise, wie dieses Verfahren vom Autor in STATIV eingesetzt wird, ist programmiertechnisch jedoch einfacher zu realisieren, was sich in diesem Fall positiv auf die Rechenzeit auswirkt. Bei der V-Maske-Technik wird folgendermaßen vorgegangen:

Um eine spontane Änderung der systematischen Abweichung im Meßprozeß zu entdecken, legt man, wie Abb. 7 wiedergibt, eine Maske in Gestalt eines in Abszissenrichtung liegenden, symmetrischen V auf die CUSUM-Reihe (Gl. 5.1.1) [DUN 86]. Der Scheitelpunkt P liegt auf horizontaler Ebene, also in Abszissenrichtung, in einer Entfernung d von dem CUSUM-Wert, der gerade der Bezugspunkt für P und damit für die V-Maske ist. Stellt beispielsweise der i-te CUSUM-Wert den Bezugspunkt dar, so hat P die Koordinaten $(i+d, \text{CUSUM}_i)$. Den Winkel zwischen V-Schenkel und Horizontale

bezeichnet man mit θ . Falls alle zuvor dargestellten CUSUM-Werte innerhalb des V liegen, wird angenommen, daß der Meßprozeß statistisch unter Kontrolle steht, d.h. daß die Randbedingungen konstant bleiben (s. auch Kap. 6: Äquivalenz von Page-Test und V-Maske-Technik). Liegt ein Wert (oder liegen mehrere Werte) außerhalb des V, müssen Überlegungen für mögliche Gründe hierfür angestellt werden. Gründe könnten, wie schon mehrfach erwähnt, z. B. Temperaturschwankungen, Rekalibrieren des Meßgerätes usw. sein.

Die Anwendung der V-Maske-Technik erfordert die Wahl von d und θ . Zum Zwecke einer vernünftigen Bestimmung dieser Größen macht man sich die oben erwähnte Äquivalenz zwischen dem CUSUM-Test von Page und der V-Maske-Technik zunutze. d und θ werden durch folgende zwei Gleichungen bestimmt:

$$k = \tan\theta \quad (5.3.1)$$

$$h = d \tan\theta \quad (5.3.2)$$

Für die Berechnung der V-Maske braucht man somit die Parameter h, d und $\tan\theta$. Aus Gleichung (5.3.1) ergibt sich sofort $\tan\theta$, da man für k den Wert $g/2$ nimmt (s.Kap. 5.2). Aufwendiger wird es, wenn man aus Gleichung (5.3.2) d und h bestimmen will. Die Festlegung des Parameters h, der die

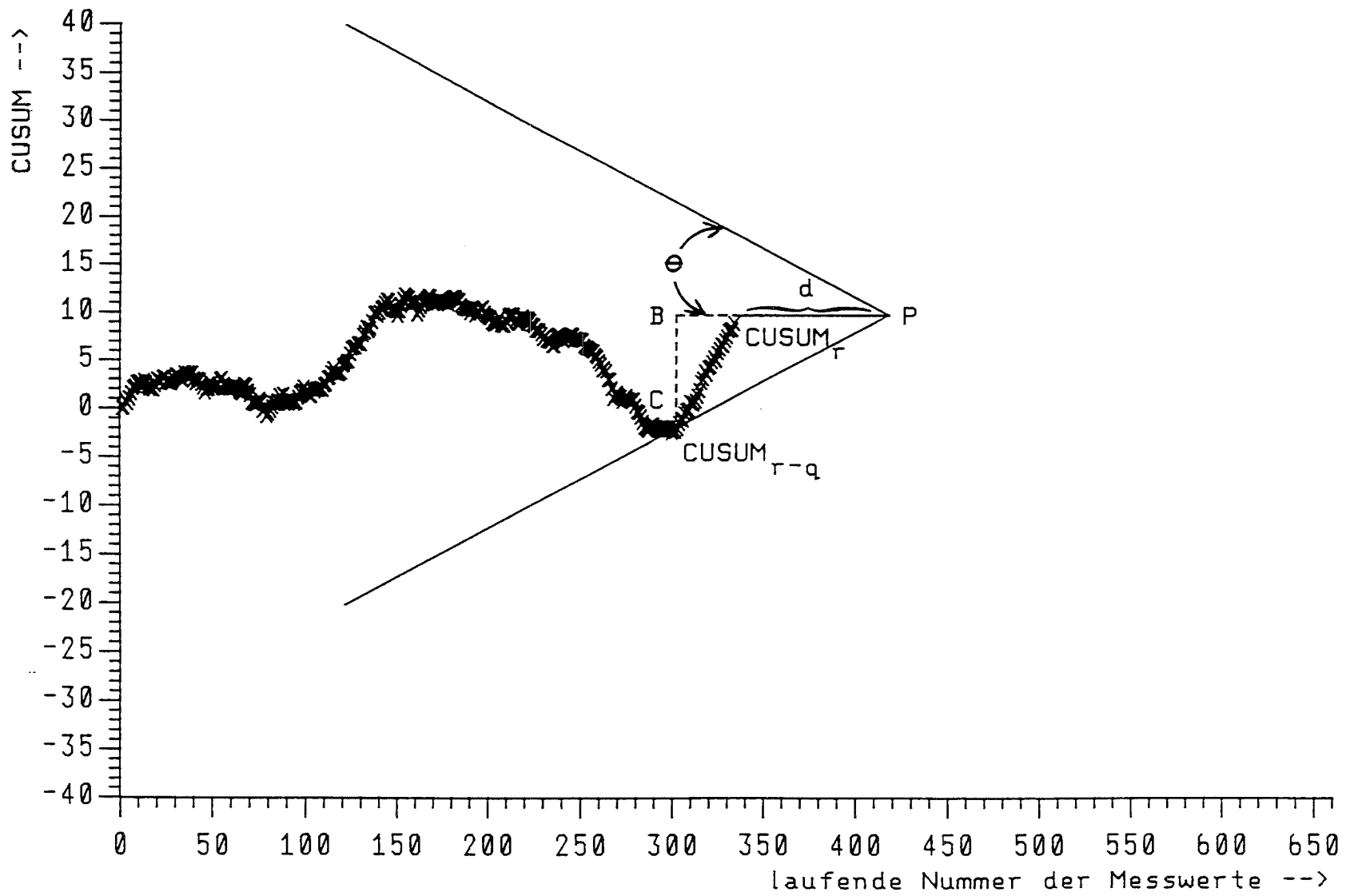


Abb. 7 CUSUM-Reihe mit V-Maske

Testschranke beim Page-Test darstellt, erfolgt durch eine Monte-Carlo Simulation, wie sie in Kapitel 5.2 beschrieben wurde. Im vorliegenden Anwendungsfall wurde $\alpha=0.002$, $m_1=1000$ und $m_2=5000$ gewählt. Die Entscheidung, gerade diese Werte für α , m_1 , m_2 zu wählen, basiert auf eigenen Studien, in denen sich diese Zahlen als besonders geeignet erwiesen haben. Es hat sich dabei gezeigt, daß die Rechengenauigkeit der vom Autor eingesetzten Computer als geringste Irrtumswahrscheinlichkeit ein α von 0.002 zuläßt. m_1 und m_2 wurden von der Leistungsfähigkeit des Zufallsgenerators bestimmt. Der Parameter d bestimmt sich jetzt wie folgt:

$$d = \frac{h}{\tan\theta} = \frac{h}{k} = \frac{2h}{g} .$$

Wenn man die Parameter der V-Maske kennt (diese können entweder aus früheren gleichartigen Meßreihen bereits bekannt sein oder nach Abschluß der Meßreihe berechnet werden), startet man beim ersten CUSUM-Wert, d. h. der Punkt P in Abb. 7 hat zuerst die Koordinaten $(1+d, \text{CUSUM}_1)$, dann $(2+d, \text{CUSUM}_2)$, $(3+d, \text{CUSUM}_3)$ usw., bis ein vorausgegangener CUSUM-Wert auftaucht, der außerhalb des dazugehörenden V-Schenkelbereiches liegt. In Abb. 7 ist dies der Wert CUSUM_{r-q} . Das bedeutet, daß sich demnach bei dem Meßwert x_{r-q} die experimentellen Bedingungen geändert haben. Um weitere Meßwerte aufzufinden, bei denen solche Änderungen stattfinden, hat der Autor die V-Maske-Technik dahingehend erweitert, daß er die V-Maske beim Wert x_{r-q} von neuem startet, nachdem er die CUSUM-Reihe ab diesem Wert neu berechnet hat. Es gilt jetzt

$$\text{CUSUM}_i = \sum_{l=r-q}^{r-q-1+i} (x_l - \bar{x}') .$$

mit

$$\bar{x}' = \frac{1}{q} \sum_{k=0}^q x_{r-q+k}$$

und

$i=1, \dots, n-r+q+1$.

Diese Neuberechnung sagt aus, daß man jetzt eine um die ersten $r-q-1$

Meßwerte verkürzte Meßreihe zugrunde legt. Man läßt also den ersten Zeitraum, in dem die Randbedingungen konstant waren, außer acht und untersucht die verbleibenden Werte daraufhin, ob sich die neuen durch \bar{x}' festgelegten Randbedingungen nochmals ändern oder nicht. In die neue CUSUM-Reihe geht der Mittelwert \bar{x}' ein, der sich aus den ursprünglichen Meßwerten x_{r-q} bis x_r berechnet, also gerade den Meßwerten, die in den Zeitraum fallen, der von der Änderung der Randbedingungen bis zur Entdeckung dieser Änderung vergeht. Die V-Maske wird so lange neu gestartet, bis man alle Meßwerte gefunden hat, bei denen sich die Randbedingungen ändern, d. h. bis man die CUSUM-Reihe ganz durchlaufen hat. Danach ist das Verfahren beendet. Die V-Maske-Technik liefert so mit der Bestimmung jener Meßwerte, bei denen sich die experimentellen Bedingungen geändert haben, eine Klassifizierung der Meßreihe.

6. Äquivalenz von Page-Test und V-Maske-Technik

Andeutungsweise findet man den Beweis für die Äquivalenz in [DUN 86]. In diesem Kapitel soll die Äquivalenzaussage dadurch vervollständigt werden, daß wesentliche Aussagen über den Zeitpunkt der Entdeckung einer Änderung des instrumentellen Verhaltens (dieser Zeitpunkt wird auch als Alarm bezeichnet) und den Zeitpunkt, an dem diese Änderung tatsächlich stattgefunden hat, gemacht und bewiesen werden. Die Äquivalenz der beiden Entscheidungsprozeduren kommt, wie in Kapitel 5.3 bereits erwähnt, durch die Gleichungen (5.3.1) und (5.3.2) zum Ausdruck. Der Sachverhalt soll jetzt verdeutlicht werden.

Abb. 7 zeigt, daß

$$\tan\theta = \frac{\overrightarrow{BC}}{\overrightarrow{BP}}$$

ist. Es gilt

$$\overrightarrow{BC} = \text{CUSUM}_r - \text{CUSUM}_{r-q} = \sum_{i=r-q+1}^r (x_i - \bar{x})$$

und

$$\overrightarrow{BP} = qw + d \quad ,$$

wobei w die Entfernung in Abszissenrichtung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Meßpunkten ist (hier gilt $w=1$). Ein Wert der CUSUM-Reihe liegt außerhalb der V-Maske, wenn für ihn gilt

$$\overrightarrow{BC} > \overrightarrow{BP}\tan\theta \tag{6.1}$$

Da aber (6.1)

$$\Leftrightarrow \sum_{i=r-q+1}^r (x_i - \bar{x}) > (qw + d)\tan\theta$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=r-q+1}^r (x_i - \bar{x} - \tan\theta) > d\tan\theta \tag{6.2}$$

$$\Leftrightarrow k = \tan\theta \quad , \quad h = d\tan\theta$$

gilt, hat man die Gleichungen (5.3.1) und (5.3.2).

Der zentrale Satz in diesem Kapitel lautet

Satz : Der Zeitpunkt r des Alarms bei der V-Maske (in Abb. 7 ist das bei Punkt (r, CUSUM_r)) stimmt mit dem Punkt des Page-Testes (in Abb. 6

ist das bei Punkt $(r, 0_r)$ überein, bei dem die Page-Statistik eine der beiden Schranken h oder $-h$ kreuzt. Ferner stimmt der Zeitpunkt $r-q$ der zuerst angezeigten Änderung der Randbedingungen bei der V-Maske (in Abb. 7 ist das bei Punkt $(r-q, \text{CUSUM}_{r-q})$) mit dem Punkt des Page-Testes überein, bei dem die Statistik zum letzten Mal den Wert Null annimmt (in Abb. 6 ist das bei Punkt $(r-q, 0_{r-q})$), bevor sie eine der beiden Schranken h oder $-h$ kreuzt.

Beweis : Bewiesen wird der Fall, daß die CUSUM-Reihe den unteren Schenkel bei der V-Maske überschreitet, was äquivalent dazu ist, daß die obere Statistik des Page-Testes Alarm gibt. Der umgekehrte Fall (oberer Schenkel des V, untere Statistik) geht analog.

Annahme: Die V-Maske gibt beim r -ten Punkt (r, CUSUM_r) Alarm und meldet die 1. Änderung der Randbedingungen beim $(r-q)$ -ten Punkt $(r-q, \text{CUSUM}_{r-q})$. Das heißt, es gilt Ungleichung (6.2). Mit $k = \tan\theta$ und $h = d \tan\theta$ hat man

$$\sum_{i=r-q+1}^r (x_i - \bar{x} - k) > h \quad (6.3)$$

Da gemäß Definition der oberen Page-Statistik $0_r \geq 0$ und $0_{r-q} \geq 0$ gilt, gibt der Page-Test ebenfalls Alarm beim r -ten Punkt, denn es gilt

$$0_r - 0_{r-q} \geq \sum_{i=r-q+1}^r (x_i - \bar{x} - k)$$

und somit

$$0_r = 0_{r-q} + 0_r - 0_{r-q} > h$$

Um zu zeigen, daß der Punkt $(r-q, 0_{r-q})$ der letzte Punkt der Page-Statistik ist, bevor diese die Schranke h überschreitet, nimmt man an, der Punkt $(r-q, 0_{r-q})$ wäre nicht der letzte. Dann gibt es aber einen letzten Punkt $(j, 0_j)$ mit $(r-q) < j < s$ für den $0_j = 0$ zutrifft. Somit gilt aber

$$0_r = 0_j + \sum_{i=j+1}^r (x_i - \bar{x} - k) > h$$

und damit

$$\sum_{i=j+1}^r (x_i - \bar{x} - \tan\theta) > h ,$$

was im Widerspruch zu der Annahme steht, daß der Punkt $(r-q, \text{CUSUM}_{r-q})$ die 1. Änderung der Randbedingungen ist.

Nimmt man umgekehrt an, daß der Page-Test beim Punkt $(r, 0_r)$ Alarm gibt und der Punkt $(r-q, 0_{r-q})$ der letzte Nullpunkt vor dem Alarm ist, dann gilt

$$0_r = 0_{r-q} + \sum_{i=r-q+1}^r (x_i - \bar{x} - k) > h .$$

Somit gilt Ungleichung (6.3), d.h. die V-Maske gibt Alarm bei Punkt (r, CUSUM_r) und zeigt eine Änderung der Randbedingungen bei Punkt $(r-q, \text{CUSUM}_{r-q})$ an. Wäre das nicht die 1. Änderung, dann gäbe es ein $(r-q) < j < s$, das die Bedingung für eine Änderung erfüllt und somit gäbe es einen weiteren Nullpunkt $(j, 0_j)$ zwischen $(r-q, 0_{r-q})$ und dem Alarmpunkt $(r, 0_r)$.

q.e.d.

Mit obigem Satz konnte der Autor also verdeutlichen, daß der CUSUM-Test von Page nicht nur eine Aussage darüber macht, ob die Randbedingungen während eines Meßprozesses konstant bleiben oder nicht, sondern daß sich im Falle von Nicht-Konstanz auch der Zeitpunkt der Änderung und der Zeitpunkt, zu dem die Änderung entdeckt wird, feststellen läßt.

7. STATIV (STATistisches Iterationsverfahren mit Varianzanalyse und V-Maske-Technik)

In Kapitel 5.1 und 5.3 wurden die "Einfache Varianzanalyse" und die erweiterte "V-Maske-Technik" beschrieben. Diese beiden Methoden werden jetzt vom Autor zu einem Algorithmus kombiniert.

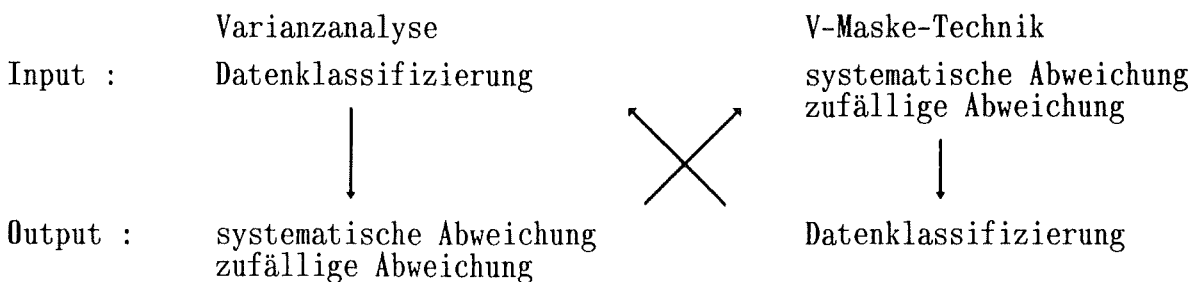
I. Methode : Einfache Varianzanalyse

Bevor man eine Einfache Varianzanalyse durchführt, muß das Datenmaterial klassifiziert werden. Als Ergebnis der Analyse erhält man Schätzwerte für die Varianz der systematischen und der zufälligen Abweichung. Diese beiden Schätzwerte hängen demnach wesentlich von der vorgenommenen Klasseneinteilung ab.

II. Methode : V-Maske-Technik

Zur Bestimmung der Parameter der V-Maske benötigt man die Schätzwerte für die Varianz der systematischen und der zufälligen Abweichungen. Daraus bestimmt man mit Hilfe der Gleichungen (5.3.1) und (5.3.2) den Winkel θ und den Abstand d . Sind diese Parameter bekannt, kann man die erweiterte V-Maske-Technik anwenden. Als Ergebnis werden solche Meßwerte angezeigt, bei denen eine Änderung der systematischen Abweichung anzunehmen ist. Diese Meßwerte stellen den Beginn einer neuen Klasse dar. Man erhält somit eine Klassifizierung der Meßreihe.

Auf diesem Sachverhalt basiert ein neuartiger Iterationsprozeß, der vom Autor entwickelt wurde und der durch folgendes Schema beschrieben wird:



Wesentlich ist jetzt natürlich die Beantwortung der Frage:

Wie wird dieser Iterationsprozeß gestartet?

Eingehende Untersuchungen haben zu einem erstaunlichen Resultat geführt:

Man startet den Iterationsprozeß mit der Varianzanalyse, wobei man eine BELIEBIGE Klassifizierung vorgibt. Die Iteration konvergiert nach einigen Schritten. Das Ergebnis ist unabhängig von der gewählten Anfangsklassifizierung, die als Basis für die erste Varianzanalyse gedient hat. Am Ende des Prozesses ist die "Konvergenz"-Klassifizierung immer dieselbe. Die Anfangsklassifizierung hat einzig und allein Einfluß darauf, wie schnell man Konvergenz erreicht, d.h. nach wievielen Iterationsschritten Konvergenz vorliegt. Man bekommt somit eindeutige Schätzwerte für die Varianz der systematischen und der zufälligen Meßabweichung.

Auf diesen Erkenntnissen konnte ein neues statistisches Verfahren aufgebaut werden. Obiger Iterationsprozeß bekam den Namen:

STATIV (STATistisches Iterationsverfahren mit
Varianzanalyse und V-Maske-Technik)

Bisher konnte lediglich eine Aussage darüber gemacht werden, ob sich im Verlauf eines Meßprozesses die Randbedingungen ändern oder nicht. Genaue Angaben über Häufigkeit, Ort und Zeit konnten nicht gemacht werden. Jetzt war man in der Lage, solche Angaben machen zu können.

Drei weitere interessante Beobachtungen hinsichtlich des Verhaltens von STATIV gegenüber Ausreißern sollten nicht unerwähnt bleiben. Umfassende Untersuchungen haben ergeben:

- 1) Ein Ausreißer kann mit STATIV nicht erkannt werden.
- 2) Ein nicht 'zu großer' Ausreißer verändert die Länge der Zeiträume, in denen die Aussage gemacht wird, daß konstante Randbedingungen vorliegen, unwesentlich. Als nicht 'zu groß' können Werte in der Größenordnung $\bar{x} \pm 4\sigma$ angenommen werden.
- 3) Ein 'sehr großer' Ausreißer (dazu sollte man Werte, die außerhalb $\bar{x} \pm 4\sigma$ liegen, zählen) zerstört das ganze Verfahren. In diesem Fall kan man mit STATIV keine Entscheidung treffen. Der Grund für das Versagen liegt an der dann vorhandenen großen zufälligen Abweichung. Die systematischen Abweichungen sind dann im Verhältnis dazu unbedeutend.

8. Datenauswertung

Die in Abb. 3 graphisch dargestellte Meßreihe, die von einem K-Kanten Densitometer erzeugt wurde, wurde mit STATIV ausgewertet. Folgende Schätzwerte für die zufällige und die systematische Abweichungen wurden errechnet:

	zufällige Abweichung	systematische Abweichung
absolut / $\frac{g}{l}$	0.3932	0.2022
relativ	0.0022	0.0011

Desweiteren erhält man folgende Klassifizierung, s. Abb. 8: Es liegen jeweils konstante Randbedingungen vor

von Meßwert	1	bis Meßwert	301
von Meßwert	302	bis Meßwert	381
von Meßwert	382	bis Meßwert	466
von Meßwert	467	bis Meßwert	494
von Meßwert	495	bis Meßwert	534
von Meßwert	535	bis Meßwert	613

Abb. 8 zeigt Abb. 5 mit den markierten Meßwerten, bei denen sich die Randbedingungen ändern. Hat Abb. 5 noch lediglich eine subjektive Klassifizierung der Meßdaten erlaubt, so stellt jetzt Abb. 8 eine objektive dar. Für denjenigen, der die Verantwortung für den Meßprozeß trägt, hat das Ergebnis zur Folge, daß er versuchen muß herauszufinden, welche experimentellen Bedingungen sich bei den Meßwerten 302, 382, 467, 495 und 535 geändert haben, damit die Ursachen beseitigt werden können.

Die Abb. 9 - 13 verdeutlichen die in Kapitel 5.3 beschriebene erweiterte V-Maske-Technik für die mit STATIV errechneten Schätzwerte für die zufälligen und die systematischen Abweichungen. Sie zeigen, wie bei einem Meßwert, bei dem sich die Randbedingungen spontan geändert haben, eine neu berechnete CUSUM-Reihe eingesetzt wird, bis wieder ein solcher Meßwert entdeckt wird.

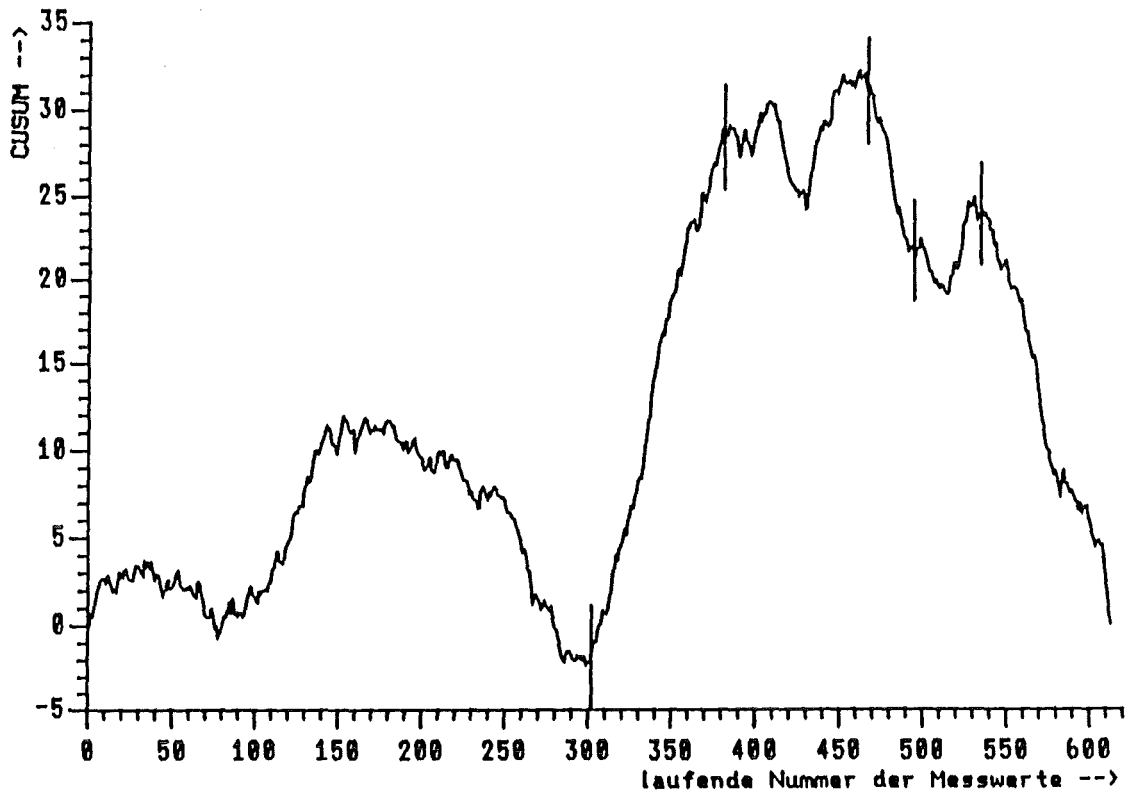


Abb. 8 CUSUM-Reihe mit den Zeitpunkten der Aenderungen

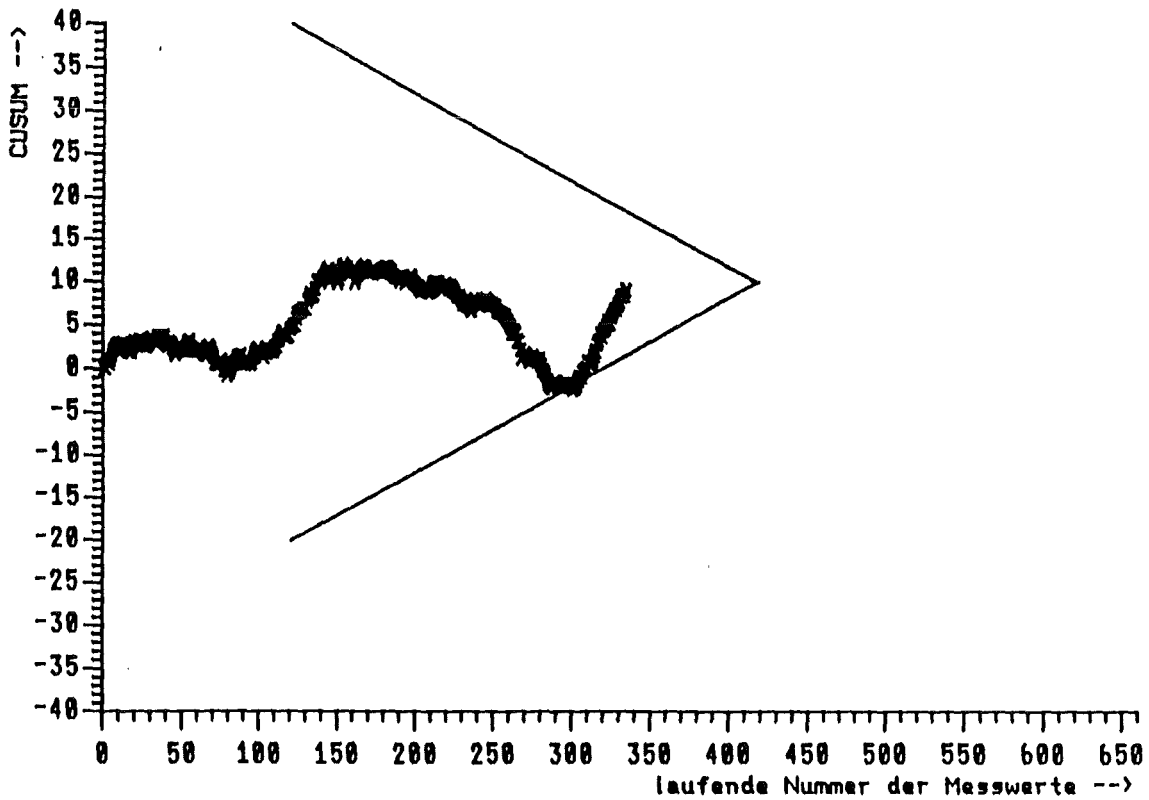


Abb. 9 CUSUM-Reihe mit V-Maske bei der 1. Aenderung

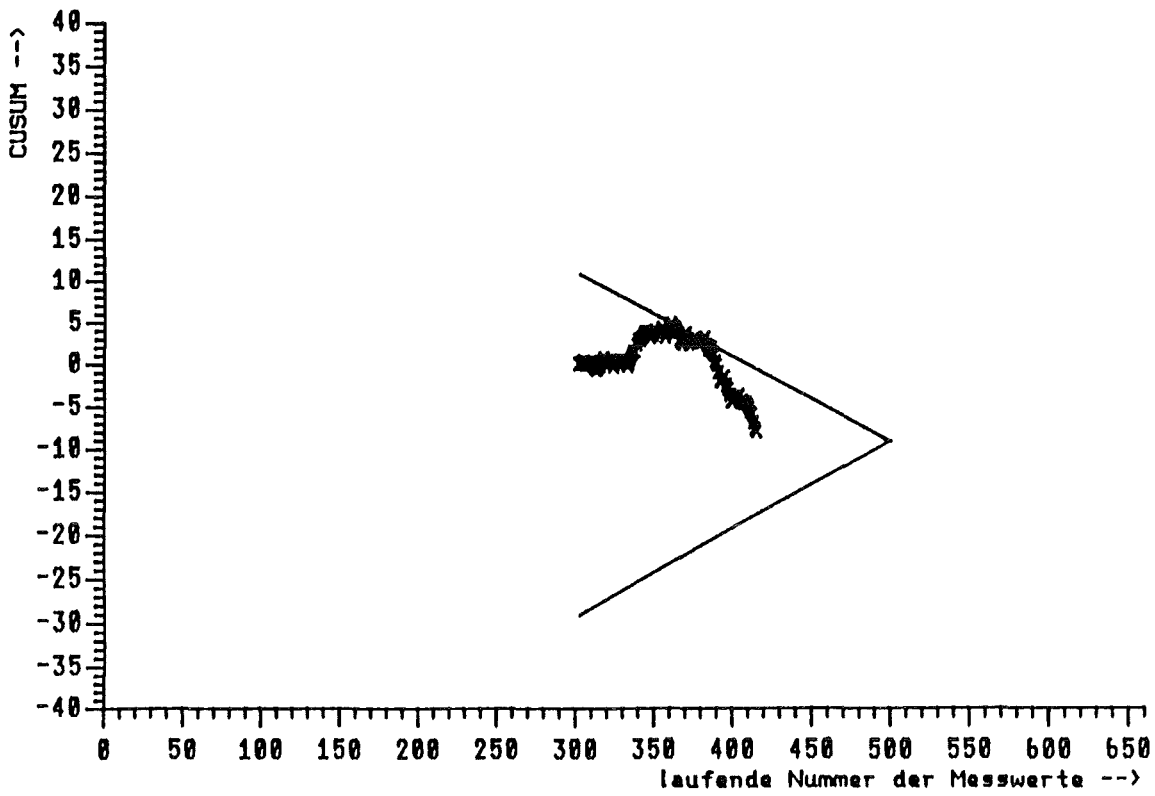


Abb. 10 CUSUM-Reihe mit V-Maske bei der 2. Aenderung

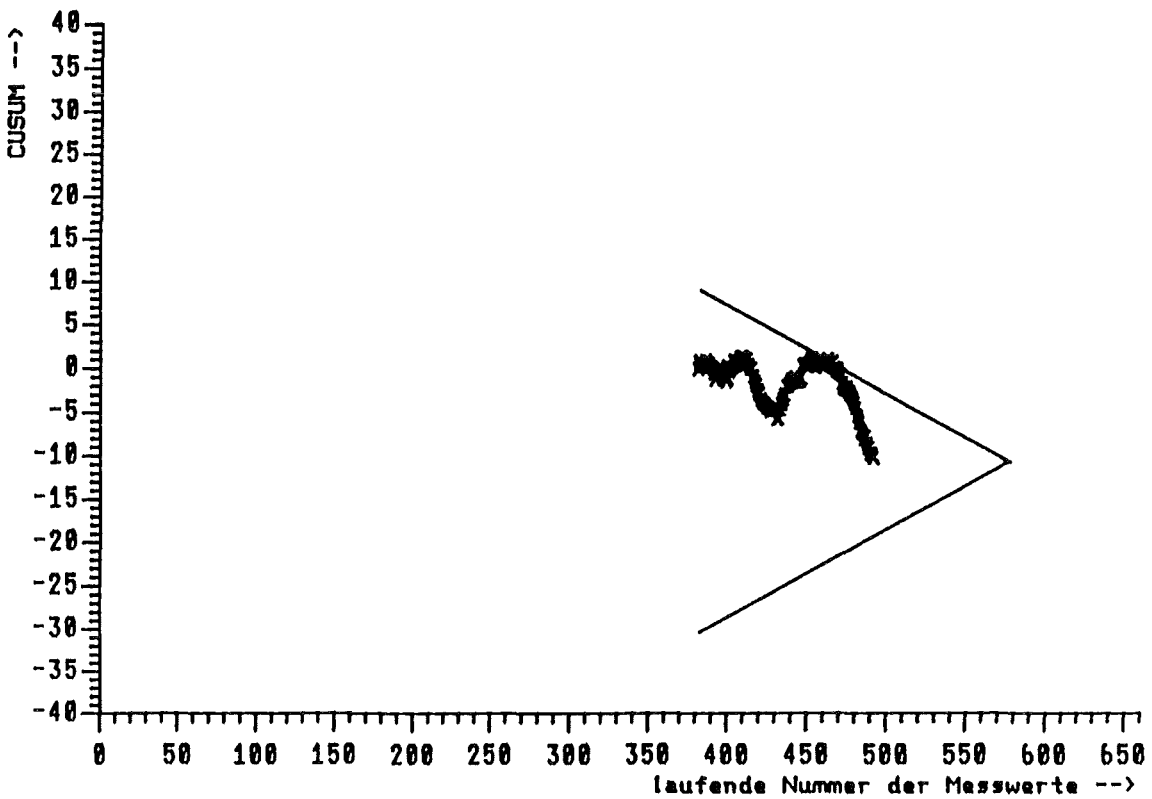


Abb. 11 CUSUM-Reihe mit V-Maske bei der 3. Aenderung

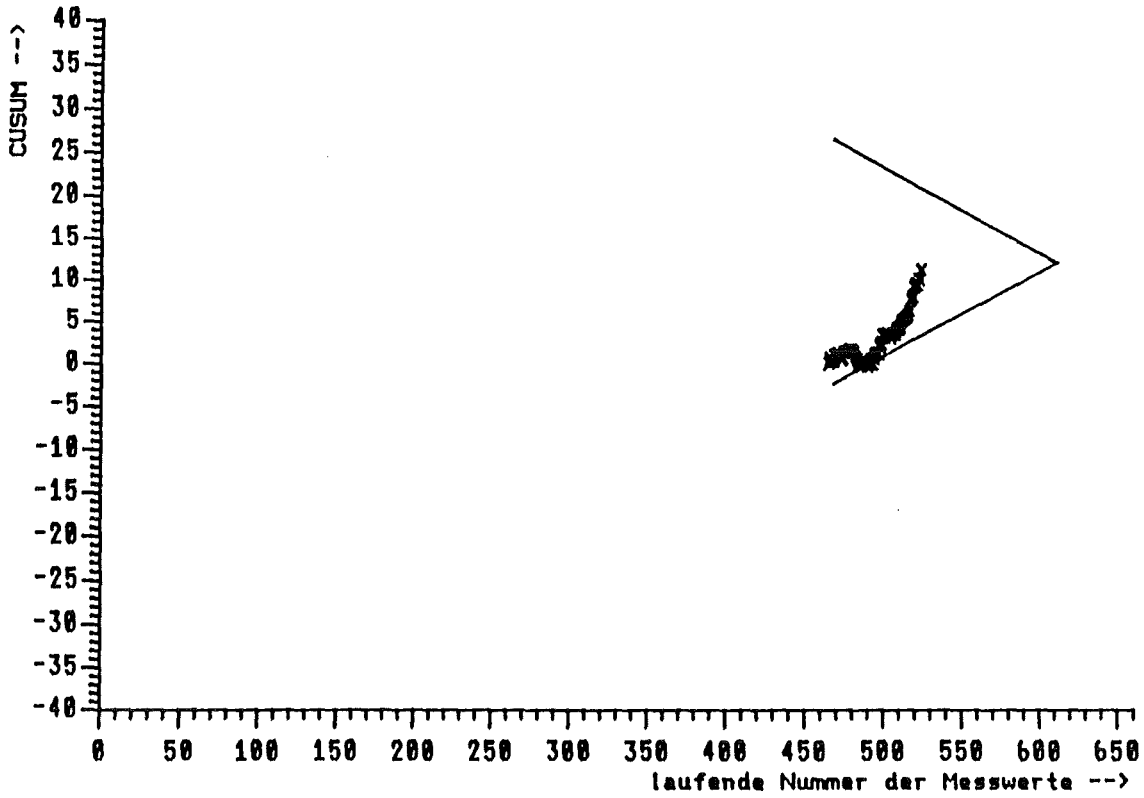


Abb. 12 CUSUM-Reihe mit V-Maske bei der 4. Aenderung

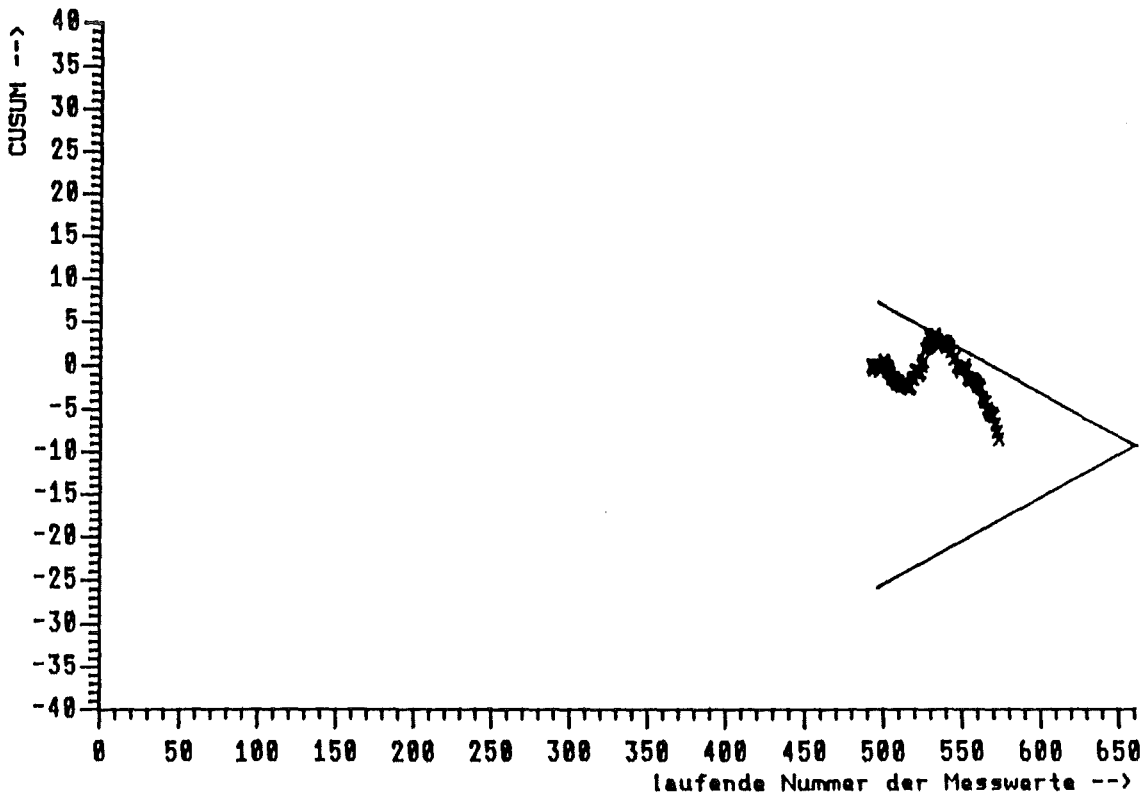


Abb. 13 CUSUM-Reihe mit V-Maske bei der 5. Aenderung

9. Monte-Carlo-Experimente

In diesem Kapitel werden die methodischen Betrachtungen anhand simulierter Daten, die auf Monte-Carlo-Experimenten basieren, nachvollzogen. Für die Daten wird folgendes Modell angenommen:

$$x_i = x_{jk} = t_j + z_{jk}$$

für $i = 1, \dots, 500$, $j = 1, \dots, 5$ und $k = 1, \dots, n_j$ mit $\sum n_j = 500$.

Die z_{jk} sind Realisierungen von 500 normalverteilten Zufallszahlen Z_{jk} mit Mittelwert 0 und Standardabweichung $\sigma=0.3932$, entsprechend der zufälligen Abweichung in der Meßreihe, die mit dem K-Kanten Densitometer erzeugt wurde, siehe Kapitel 2. Die t_j sind Realisierungen von 5 normalverteilten Zufallszahlen T_j mit Mittelwert 0 und Standardabweichung $\gamma=0.2022$, entsprechend der systematischen Abweichung in der K-Kanten-Meßreihe. n_j ist wiederum die Anzahl der Werte, die einer Realisierung t_j entsprechen. Sowohl die z_{jk} als auch die t_j sind simuliert. Für die t_j haben sich dabei folgende Werte ergeben:

$$t_1 = 0.3951, \quad t_2 = -0.3517, \quad t_3 = 0.1213, \quad t_4 = 0.2739, \quad t_5 = 0.2377.$$

Die z_{jk} werden in 5 Klassen eingeteilt und zu jeder Klasse wird gemäß dem folgenden Schema ein t_j hinzuaddiert:

i	
1 - 150	t_1
151 - 250	t_2
251 - 300	t_3
301 - 400	t_4
401 - 500	t_5

Auf diese Art erhält man eine Zeitreihe ähnlich der der K-Kanten Meßreihe. Nach Anwendung von STATIV kann folgende Aussage gemacht werden: Ist die Differenz zweier benachbarter t_j nicht kleiner als die Standardabweichung γ (also hier nicht kleiner als 0.2022), erkennt STATIV eine Änderung der systematischen Abweichung. Das bedeutet für die Experimente, daß die

Anderungen bei den Werten 150 und 250 von STATIV entdeckt werden. Die Änderungen bei den Werten 300 und 400 werden nicht erkannt, da diese nicht genügend signifikant sind, s. Abb. 14.

Die Auswertung dieser simulierten Zeitreihe hat gezeigt, daß STATIV auch hier sinnvolle Ergebnisse liefert. Die Ergebnisse im einzelnen:

Schätzwerte für zufällige und systematische Standardabweichungen:

	zufällige Standardabweichung s	systematische Standardabweichung g
absolut	0.4019	0.5282
relativ	5.4976	7.2247

Es liegt eine konstante systematische Abweichung vor

von Wert	1	bis Wert	149
von Wert	150	bis Wert	248
von Wert	249	bis Wert	500

Abb. 14 zeigt die CUSUM-Reihe der simulierten Werte, wobei die Werte 150 und 249 markiert sind, da sich dort die Randbedingungen ändern.

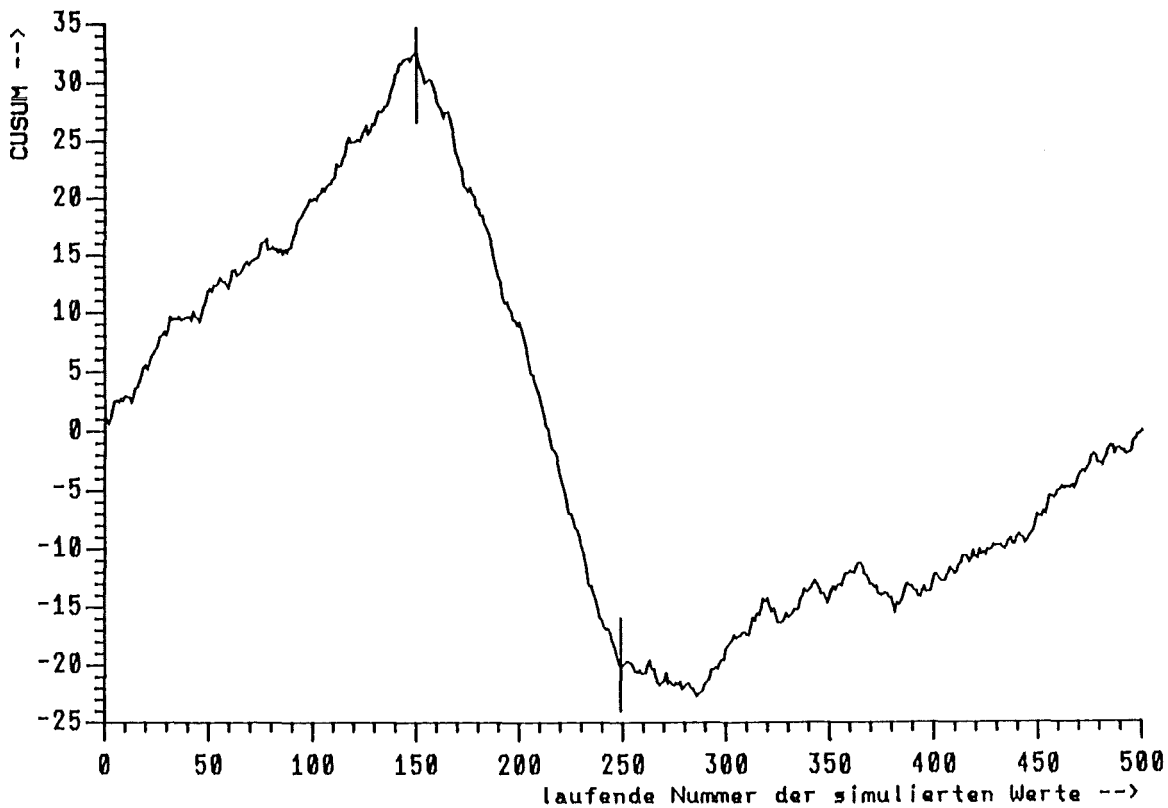


Abb. 14 CUSUM-Reihe mit den Zeitpunkten der Änderungen

10. Methodenvergleich

Im Jahre 1986 hat R. Henderson eine Arbeit über Wechsellpunkte in Zeitreihen veröffentlicht. Sein Verfahren wird im folgenden beschrieben und anschließend ausführlich mit STATIV verglichen. Dabei werden Vorteile und Nachteile beider Verfahren aufgezeigt. Da der von Henderson verwendete Begriff Wechsellpunkt äquivalent ist zu dem Meßwert bei STATIV, bei dem sich die experimentellen Bedingungen spontan geändert haben, wird in diesem Kapitel in beiden Fällen von einem Wechsellpunkt gesprochen.

10.1 Das Verfahren von Henderson

Ausgangspunkt für das Verfahren von Henderson [HEN 86] ist eine Folge von Zufallsvariablen Y_1, Y_2, \dots, Y_n , die einen sogenannten Wechsellpunkt bei Y_k ($1 \leq k \leq n$) haben, falls die ersten k Beobachtungen die eine und die restlichen $(n-k)$ Beobachtungen eine zweite Verteilung besitzen. Betrachtet wird eine korrelierte Folge

$$\mathcal{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)^T$$

mit Mittelwert μ , der ab einem unbekanntem Zeitpunkt möglicherweise zunimmt. Folgendes Modell wird zugrunde gelegt:

$$\mathcal{Y} = \mu \mathbf{1}_n + \delta j_k + \Gamma$$

mit $\mathbf{1}_n$: n -dimensionaler Vektor bestehend aus Einsen

j_k : n -dimensionaler Vektor, bei dem die ersten k Elemente Null sind und die restlichen $(n-k)$ den Wert Eins haben

δ : Änderung des Mittelwertes

Γ : n -dimensionale Normalvariable mit Korrelationsmatrix R , bei der alle Elemente die Varianz σ^2 haben.

Getestet wird die Hypothese

$$H_0 : k = n$$

gegen die Alternativhypothese

$$H_1 : k < n$$

Fortan wird angenommen, daß der Anfangsmittelwert μ bekannt sein kann

oder auch nicht, die Änderung des Mittelwerts unbekannt, aber positiv ist, k unbekannt ist, und die Elemente der Matrix R , insbesondere σ^2 , bekannt sind. Es wird eine Bayes'sche Annäherung für den Parameter des Wechsellpunkts angenommen mit einer a-priori-Wahrscheinlichkeit p für $k=n$, während alle anderen Wechsellpunkte gleich wahrscheinlich sind. Es gilt somit

$$p_0(n) = p \quad \text{und} \quad p_0(k) = (1-p)/(n-1) \quad \text{für} \quad k = 1, \dots, n-1 \quad .$$

Der Anfangsmittelwert sei $\mu=0$. Für gegebenes k und δ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte unter H_1 dann gegeben durch

$$L(\mathcal{Y} | k, \delta) = (2\pi\sigma^2)^{-\binom{1}{2}n} |R|^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathcal{Y} - \delta j_k)^T R^{-1} (\mathcal{Y} - \delta j_k)\right) \quad (10.1.1) \quad .$$

Bezeichnet man die Elemente von R^{-1} mit r_{ij} und setzt man

$$h_{ki} = \sum_{j=k+1}^n r_{ij} \quad , \quad H_k = \sum_{i=1}^n h_{ki} Y_i \quad \text{und} \quad g_k = \sum_{j=k+1}^n h_{kj}$$

so kann (10.1.1) geschrieben werden als

$$L(\mathcal{Y} | k, \delta) = (2\pi\sigma^2)^{-\binom{1}{2}n} |R|^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathcal{Y}^T R^{-1} \mathcal{Y} + \delta^2 g_k - 2\delta H_k)\right) \quad .$$

Für eine Änderung des Mittelwertes sind anfänglich alle Werte von k ($1 \leq k \leq n-1$) gleichwahrscheinlich. Der Likelihood Quotient, um $H_0: k=n$ gegen $H_1: k \neq n$ zu testen, ist daher

$$\left(\frac{1}{(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} L(\mathcal{Y} | k, \delta) \right) / L(\mathcal{Y} | n, \delta) \quad ,$$

was dasselbe ist wie

$$\left(\frac{1}{(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\delta^2 g_k - 2\delta H_k)\right) \right) \quad .$$

Als Potenzreihe in δ wird dieses Verhältnis zu

$$1 + \frac{1}{((n-1)\sigma^2)} \left(\sum_{k=1}^{n-1} H_k \right) \delta + o(\delta)$$

und somit ist die lokal beste Teststatistik

$$T_1 = \sum_{k=1}^{n-1} H_k .$$

Schreibt man

$$u_i = \sum_{j=1}^n (j-1)r_{ij} ,$$

so kann T_1 geschrieben werden als

$$T_1 = u^T \mathfrak{Y} = \sum_{i=1}^n u_i Y_i \quad (10.1.2) .$$

Die geeignete Teststatistik ist daher eine gewichtete Summe von Beobachtungen. Das Gewicht für eine Beobachtung Y_i ist dabei selbst eine gewichtete Summe von Elementen der i -ten Reihe von R^{-1} . Sowohl bei der Nullhypothese als auch bei der Alternativhypothese ist die Statistik eine normalverteilte Zufallsvariable mit Varianz

$$\sigma^2 u^T R u = v^2 .$$

Unter der Nullhypothese gilt $E[T_1]=0$, weshalb bei einem Test mit der Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art α der kritische Wert $vc_{1-\alpha}$ ist, wobei $c_{1-\alpha}$ das $100(1-\alpha)$ -Quantil der Standardnormalverteilung ist. Unter der Alternativhypothese gilt

$$E[T_1] = \delta \sum_{i=k+1}^n u_i = \delta \mu_k .$$

Die Güte des Testes ist daher

$$1 - \Phi(c_{1-\alpha} - \delta \mu_k / v) .$$

Im folgenden sei der Anfangsmittelwert μ unbekannt. Für jeden festen Wert von k kann man dann den Maximum Likelihood Schätzer von μ finden. Diesen benutzt man im Likelihood Quotienten und führt eine ähnliche Prozedur wie oben durch. Man erhält dadurch die lokal beste Teststatistik

$$T_2 = \sum_{i=1}^n u_i (Y_i - \bar{Y}^*) .$$

Hierbei ist \bar{Y}^* der Maximum Likelihood Schätzer von μ unter H_0 , also der Annahme, daß keine Änderung des Mittelwertes vorliegt, d.h.

$$\bar{Y}^* = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{i.} Y_i)}{r_{..}}$$

mit $r_{i.}$ als Summe der i -ten Reihe von R^{-1}

$$\text{und } r_{..} = \sum_{i=1}^n r_{i.}$$

Die Teststatistik T_2 kann auch geschrieben werden als

$$T_2 = \mathbf{w}^T \mathbf{Y} = \sum_{i=1}^n w_i Y_i$$

mit

$$w_i = u_i - r_{i.} \sum_{i=1}^n u_i / r_{..},$$

d. h. die Güte bekommt man, wenn man in Gl. 10.1.2 u durch w ersetzt.

Verwendet wurde dieses Verfahren bei der Materialbilanzierung, weshalb es im nächsten Kapitel unter diesen Bedingungen mit STATIV verglichen werden soll. Es sei die i -te Materialbilanz gegeben durch

$$Y_i = B_{i-1} + I_i - O_i - B_i$$

mit I_i : Input während der Periode i

O_i : Output während der Periode i

B_i : Inventar am Ende der Periode i

Nimmt man an, daß Inventar-, Input- und Output-Messungen unabhängig voneinander sind und daß alle konstante Varianz haben, so ist

$$\sigma^2 = \text{var}(Y_i) = 2\sigma_B^2 + \sigma_I^2 + \sigma_O^2$$

Aufeinanderfolgende Materialbilanzwerte sind nicht unabhängig, da jede Inventar-Messung in zwei Materialbilanzen eingeht. Es gilt

$$\rho = \text{corr}(Y_i, Y_j) = \begin{cases} -\sigma_B^2 / \sigma^2 & \text{falls } |i-j|=1 \\ 0 & \text{falls } |i-j|>1 \end{cases}$$

Somit hat die Korrelationsmatrix R folgendes Aussehen:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma^2 & \rho & 0 & \dots & 0 \\ \rho & \sigma^2 & \rho & 0 & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \rho \\ 0 & \dots & 0 & \rho & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

In der Diagonalen steht σ^2 und in der Sub- bzw. Hyperdiagonalen ρ . Alle übrigen Elemente sind Null. Die Elemente r_{ij} von R^{-1} sind gegeben durch

$$r_{ij} = \begin{cases} (-2\rho)^{i-j} \alpha_{n-i+1} \alpha_j / z \alpha_{n+1} & \text{falls } i \geq j \\ (-2\rho)^{j-i} \alpha_{n-j+1} \alpha_i / z \alpha_{n+1} & \text{falls } j > i \end{cases} \quad (10.1.3)$$

mit $z = (1-4\rho^2)^{\frac{1}{2}}$

und $\alpha_i = (1+z)^i - (1-z)^i$.

Nach einigen Umformungen ergibt sich für die Koeffizienten u_i der Teststatistik T_1 (10.1.2)

$$u_i = \frac{\alpha_{n-i+1} (4\rho(-2\rho)^i + (i(1+2\rho)-2\rho) \alpha_{i+1} z^{-1} - i\beta_{i+1})}{4\rho(1+2\rho)\alpha_{n+1}} + \frac{\alpha_i (-n(-2\rho)^{n-i+1} - (i(1+2\rho)-2\rho) \alpha_{n-i} \rho z^{-1} - i\rho\beta_{n-i})}{(1+2\rho)\alpha_{n+1}}$$

mit $\beta_i = (1+z)^i + (1-z)^i$.

10.2 Vergleich mit STATIV

Um die Leistungsfähigkeit von STATIV zu erkunden, wird in diesem Kapitel STATIV mit dem Verfahren von Henderson verglichen. Zu diesem Zweck werden mehrere Zeitreihen mit vorgegebener Korrelationsmatrix simuliert und ausgewertet. Die Korrelationsmatrix hat die Form aus Kapitel 10.1, d. h. in der Hauptdiagonalen steht der Wert σ^2 und in der Sub- bzw. Hyperdiagonalen der Wert ρ . Alle anderen Elemente sind Null. Da das Verfahren von Henderson

nach den in [HEN 86] aufgeführten Beispielen für $\rho=-0.4$ die beste Güte liefert, wird für die Korrelationsmatrix eben dieser Wert gewählt. Die Änderung des Mittelwertes wird mit $\delta=\sigma$ festgesetzt. Für die Analysen wird zum einen die bei Hendersen verwendete Irrtumswahrscheinlichkeit (Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art) $\alpha=0.05$ und zum anderen die bei den mit STATIV bisher ausgewerteten Zeitreihen benutzte Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha=0.002$, zugrunde gelegt.

Die **erste Frage**, die bei den Untersuchungen gestellt wurde, war:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Wechsellpunkt angezeigt?

Hierbei haben sich schon wesentliche Unterschiede bezüglich der Anwendungsmöglichkeiten beider Verfahren herausgestellt. Das Verfahren von Henderson hat den Nachteil, daß nicht beliebig lange Zeitreihen damit analysiert werden können. Besteht eine Zeitreihe aus wesentlich mehr als 300 Werten, sind heutige Rechner bei der Bestimmung der α_i in Gleichung (10.1.3) bereits überfordert. STATIV hat bei langen Zeitreihen keine Probleme. Dafür hat sich gezeigt, daß STATIV bei Zeitreihen mit weniger als 150 Werten nicht immer zuverlässige Ergebnisse liefert. Es kann bei solchen Zeitreihen Wechsellpunkte nicht zuverlässig erkennen. Diese Situation hat dazu geführt, daß sich der direkte Vergleich auf eine Zeitreihe bestehend aus 300 Werten beschränkt. Die Abbildungen 15 und 16 zeigen die Güte der beiden Verfahren bei $\alpha=0.05$ bzw. $\alpha=0.002$, d. h. sie zeigen mit welcher Wahrscheinlichkeit die beiden Verfahren auf einen Wechsellpunkt, der an einer bestimmten Stelle der Zeitreihe steht, aufmerksam machen. Man sieht auf beiden Abbildungen, daß hier das Verfahren von Henderson bei einem Wechsellpunkt direkt am Beginn sowie nahe dem Ende der Zeitreihe besseres Verhalten aufweist. Die Länge der beiden Intervalle, bei der die Güte kleiner als 1 ist, verändert sich allerdings bei Henderson mit der Änderung der Zeitreihenlänge, s. Abb. 17, während bei STATIV diese Intervalle gleichlang bleiben, wie Abb. 18 zeigt. Abb. 17 basiert auf 3 Zeitreihen, bestehend aus 50, 100 bzw. 300 Werten. Bei Abb. 18 liegen 300 bzw. 500 Werte zugrunde.

Nachdem die Beantwortung der **ersten Frage** Erkenntnisse darüber gebracht hat, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wechsellpunkt angezeigt wird, drängt sich jetzt natürlich die **zweite Frage** auf:

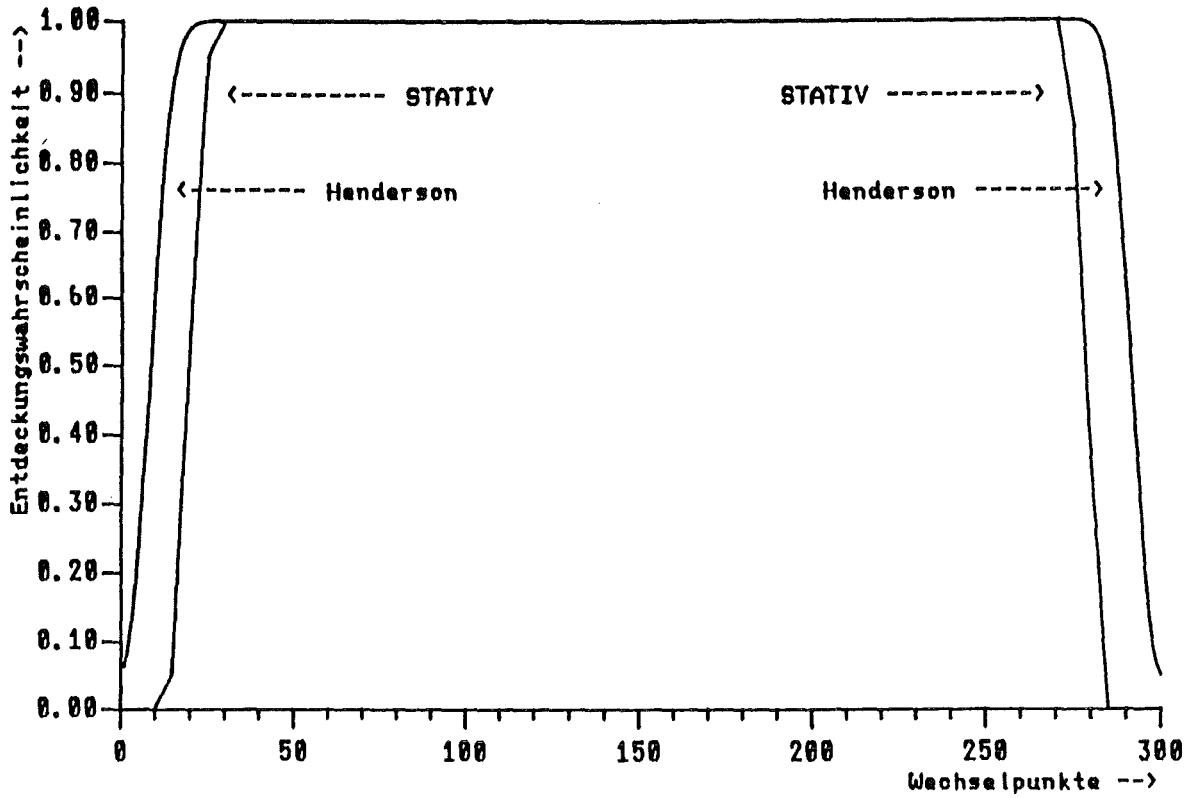


Abb. 15 Güte der Verfahren bei 5% Irrtumswahrscheinlichkeit

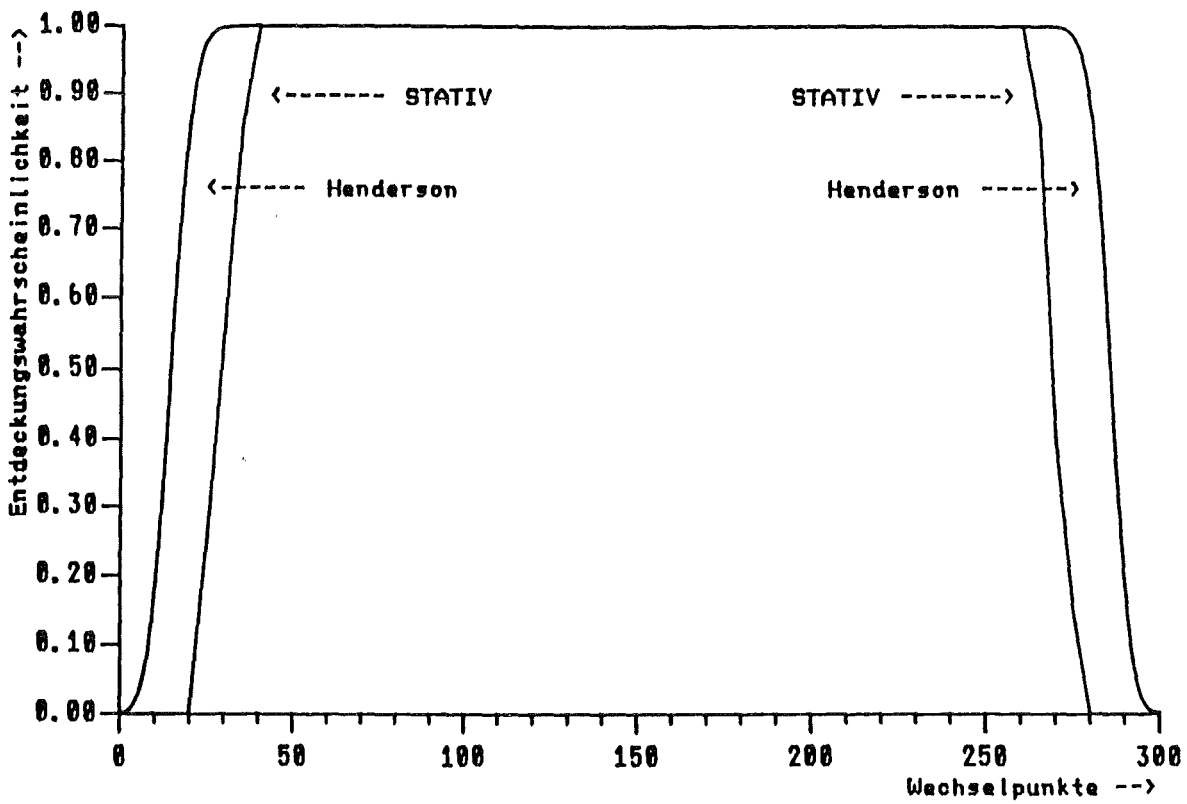


Abb. 16 Güte der Verfahren bei 0.2% Irrtumswahrscheinlichkeit

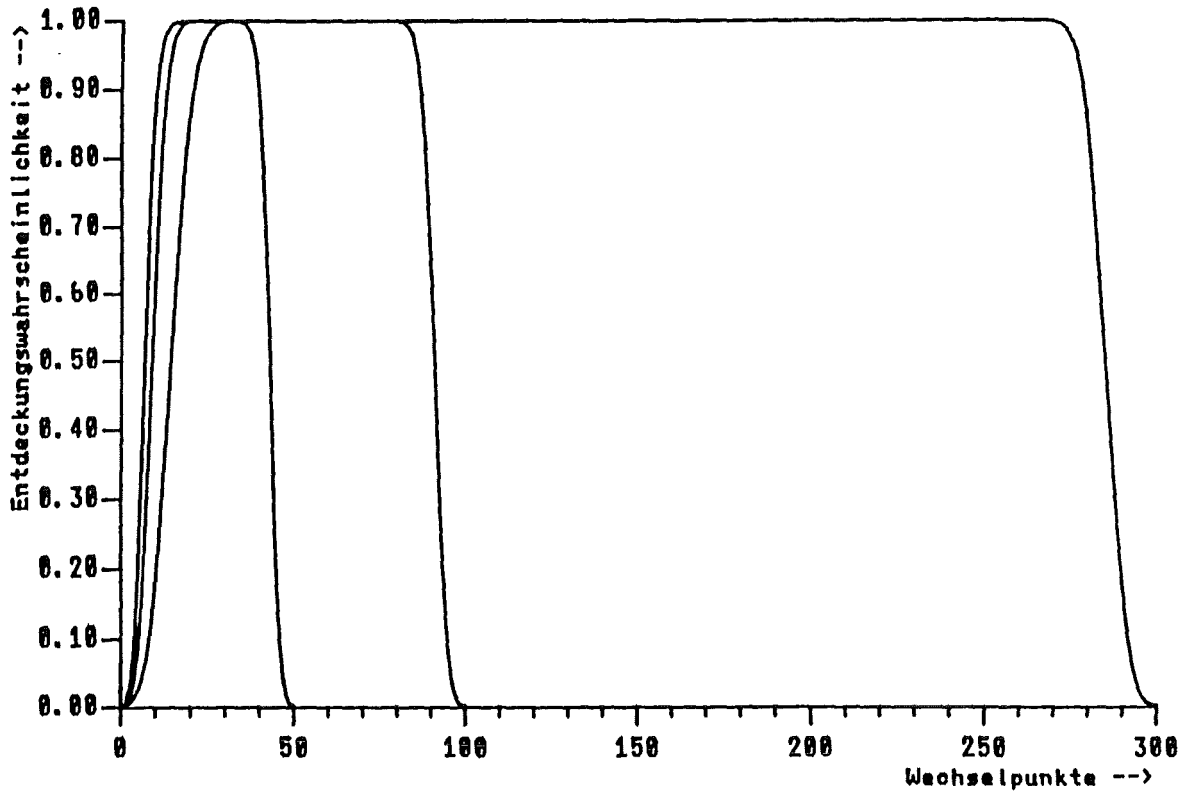


Abb. 17 Guete bei Henderson bei Zeitreihen unterschiedlicher Laenge

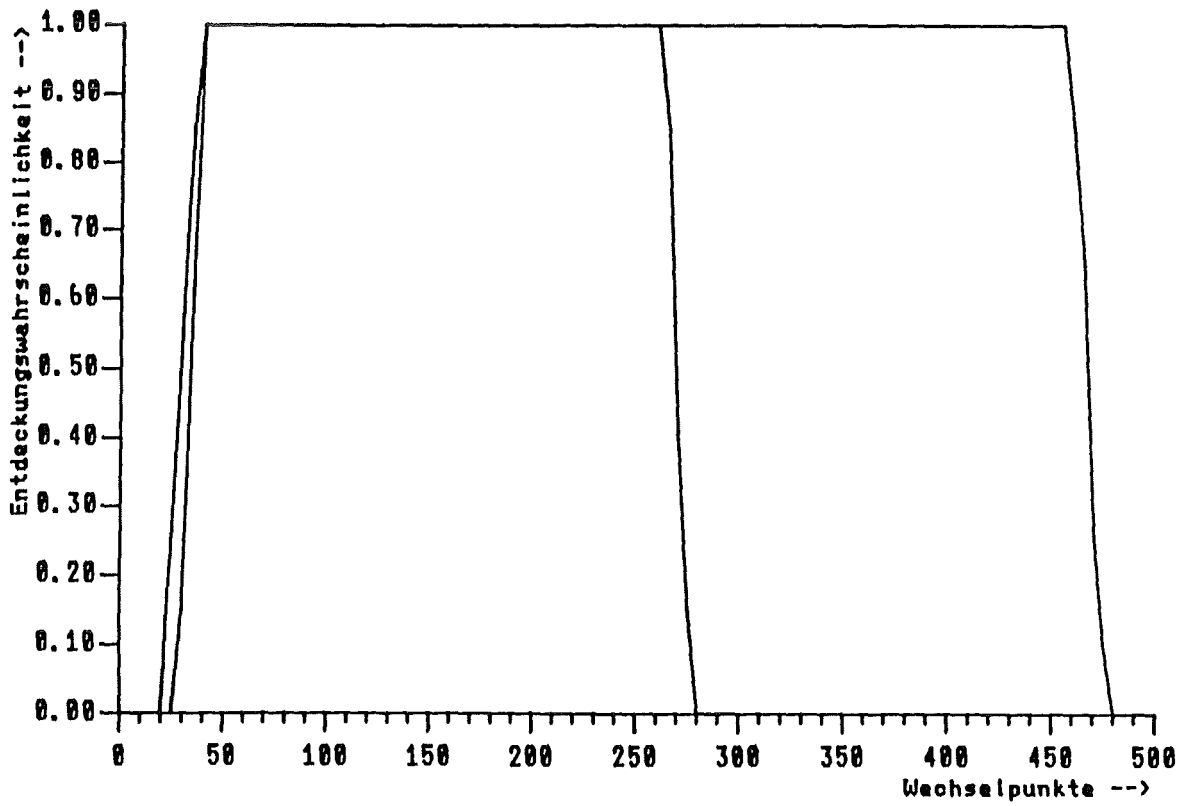


Abb. 18 Guete bei STATIV bei Zeitreihen unterschiedlicher Laenge

**Falls ein Wechsellpunkt entdeckt wird, wird dann auch erkannt,
wo er sich befindet?**

Bei STATIV können folgende Aussagen gemacht werden: Wenn STATIV einen Wechsellpunkt erkennt, erkennt es auch, wo er sich befindet. Bei einem α von 0.05 lokalisiert STATIV den Wechsel zu ca. 90% im Intervall Wechsellpunkt ± 3 , d.h. stellt beispielsweise Wert 150 einen Wechsellpunkt dar, wird er von STATIV zu 90% im Intervall [147,153] lokalisiert. Zu ca. 95% wird der Wechsel im Intervall Wechsellpunkt ± 5 und zu 100% im Intervall Wechsellpunkt ± 9 erkannt. Bei einem α von 0.002 ist die Lokalisierung noch genauer. Ein Wechsel wird hier zu 90% im Intervall Wechsellpunkt ± 3 und zu nahezu 100% im Intervall Wechsellpunkt ± 5 erkannt.

Das Verfahren von Henderson dagegen läßt keinerlei Aussagen darüber zu, wo sich der Wechsellpunkt befindet. Tabelle 1 soll dies verdeutlichen.

Datei k \	1	2	3	4	5	6	7	8	9	20	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
10	95	95	95	95	96	94	92	93	96	98	90	--	93	97	--	97	97	97	8	93
30	81	79	76	75	81	75	18	80	81	82	29	81	72	80	85	80	79	79	8	78
50	70	72	67	65	73	67	18	73	76	71	29	76	60	75	74	67	69	73	8	68
70	81	79	76	75	81	75	18	80	81	82	29	81	72	80	85	80	79	79	8	78
90	95	95	95	95	96	94	18	93	96	98	29	--	93	97	--	97	97	97	8	93

Tabelle 1 Alarmpunkte bei Henderson

In dieser Darstellung sind 20 der simulierten Dateien aufgeführt, die jeweils aus 100 Werten bestehen. Ausgewertet wird für verschiedene k (k=10 bedeutet beispielsweise, daß der 10. Wert ein Wechsellpunkt ist) mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha=0.05$. Die Tabelle zeigt für jede Datei den Zeitpunkt des Alarms für bestimmte k an. Es kann hieraus kein Rückschluß gezogen werden, welcher Wert der Zeitreihe ein Wechsellpunkt darstellt. Das einzig Auffallende ist eigentlich, daß sich die Alarmzeitpunkte bei den unterschiedlichen k nahezu symmetrisch zum Mittelpunkt k=50 verhalten. So sind die Alarmzeitpunkte für k=10 und für k=90 sowie für k=30 und für k=70 fast identisch.

Schließlich wird noch untersucht, wie das Verfahren von Henderson reagiert, wenn es keinen Wechsellpunkt gibt. Das Ergebnis kann Tabelle 2

entnommen werden. Obwohl kein Wechsellpunkt existiert, wird bei den vorliegenden 20 Dateien 4 mal Alarm gegeben. Das entspricht einer Wahrscheinlichkeit eines Fehlers 1. Art von $\alpha=0.2$.

Datei k \	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
100	--	--	--	--	--	--	18	--	--	--	29	--	--	--	--	--	--	--	8	78

Tabelle 2 Falschalarm bei Henderson

Bisher war immer die Rede von einem einzigen Wechsellpunkt. Die **dritte Fragestellung**, die behandelt werden soll, ist daher:

Werden alle Wechsellpunkte in einer Zeitreihe entdeckt?

Die Antwort hierauf steckt zum Teil schon in der Beantwortung von Frage 2. Das Verfahren von Henderson liefert nur die mit einer sehr hohen Irrtumswahrscheinlichkeit behaftete Aussage: Alarm ja oder nein. Für den Fall eines Alarms wird kein Aufschluß darüber gegeben, wo und wie oft ein solcher stattfindet. STATIV hingegen macht beide Aussagen. Es zeigt alle Wechsellpunkte in einer Zeitreihe auf und lokalisiert diese mit großer Genauigkeit.

Zusammenfassend kann man folgendes bemerken: Der Vergleich der beiden Verfahren, der mit den Parametern durchgeführt wurde, die sich hierfür angeboten haben, hat ergeben, daß es bei STATIV von Vorteil ist, wenn die zu analysierenden Zeitreihen aus mehr als 150 Werten bestehen. Das Verfahren von Henderson erlaubt dagegen keine Zeitreihen mit wesentlich mehr als 300 Werten. Was die Güte betrifft, so lassen sich bei der aus 300 Werten bestehenden Zeitreihe keine nennenswerten Unterschiede feststellen. Allgemein ist zu sagen, daß die Güte am Anfang bzw. am Ende von Zeitreihen unterschiedlicher Länge bei STATIV nahezu gleichbleibt, während sie sich bei Henderson ändert. Auffallend war bei Henderson natürlich die bei den simulierten Daten ermittelte Irrtumswahrscheinlichkeit von 20%. Die herausragende Eigenschaft von STATIV ist wohl die, daß man damit nicht nur sämtliche Wechsellpunkte einer Zeitreihe ermitteln kann, sondern diese auch noch sehr genau lokalisieren kann. In dieser Hinsicht kann das Verfahren von Henderson nicht behilflich sein.

11. Anwendung von STATIV in der industriellen Fertigung

Die Bedeutung der Statistischen Qualitätskontrolle in der Fertigung nimmt immer mehr zu. Der steigende Konkurrenzdruck, vielfach hervorgerufen von Anbietern, die in sogenannten "Billiglohnländern" produzieren, zwingt zur kostengünstigen Fertigung. Ein wesentlicher Beitrag hierzu ist, daß teure Nacharbeit vermieden wird (siehe auch nachfolgenden Pressebericht vom März 1992).

„Made in Germany“ soll Gütesiegel bleiben

Die Null-Fehler-Strategie

Riesenhuber startet Programm zur Qualitätssicherung

Bonn (AP). Mit einem fünfjährigen Förderprogramm über 350 Millionen DM will Bundesforschungsminister Heinz Riesenhuber dazu beitragen, daß die Bezeichnung „Made in Germany“ ein auf den Weltmärkten geachtetes Gütesiegel bleibt. Wie Riesenhuber erläuterte, soll das Programm zu einer völlig neuen Strategie der Qualitätssicherung führen: Qualität solle nicht mehr erst am Ende des Produktionsprozesses durch Prüfen und nachträgliche Fehlerbeseitigung, sondern vom ersten Federstrich der Planung an sichergestellt werden.

Laut Riesenhuber haben Umfragen beispielsweise im Maschinenbau ergeben, daß nur rund zehn Prozent der Aufwendungen zur Qualitätssicherung für vorbeugende Maßnahmen der Fehlervermeidung ausgegeben werden. 40 Prozent der Aufwendungen seien für Meß- und Prüfmaßnahmen und 50 Prozent für Fehlerbeseitigung und Fehlerfolgekosten zu veranschlagen. Über 80 Prozent der Firmen, in der Hauptsache kleine und mittlere Unternehmen, betrieben keine planmäßige und strukturierte Erfassung der Qualitätskosten. Lediglich sechs Prozent, besonders größere Unternehmen, praktizierten detaillierte Fehlerursachenanalysen.

Der Minister wies darauf hin, daß Qualität mehr als Fehlerfreiheit bedeute. Sie beinhaltet auch die viel weitergehende und im Marktgeschehen entscheidende Erfüllung von

Kundenwünschen. Die damit verbundenen Herausforderungen könnten nur mit einer ganzheitlich orientierten Qualitätsstrategie bewältigt werden. Sie verlange neben der Lösung von betriebswirtschaftlichen, organisatorischen und technischen Fragen auch eine tiefgreifende Änderung von Einstellung und Verhalten aller Beteiligten.

Die Null-Fehler-Strategie muß nach Darstellung des Ministers von der Planung über die Zulieferer und alle Stationen des Produktionsprozesses bis zur Auslieferung des Produkts reichen. Sie führe im Endeffekt auch zu Einsparungen und zu einer Entlastung der Umwelt, denn sie bedeute weniger Materialverbrauch, weniger Ausschuß, weniger Nacharbeit, einen geringeren Energieverbrauch, weniger Reklamationen und weniger Hektik.

Laut Riesenhuber haben sich für ein erstes Leitprojekt, das exemplarisch den Einstieg in eine solche ganzheitliche Qualitätssicherung fördern soll, auf Anhieb 800 interessierte Firmen gemeldet. Rund 90 Prozent seien kleine und mittlere Unternehmen. Begleitet würden die jeweiligen firmenspezifischen Vorhaben von industriellen Forschungsvereinigungen.

Riesenhuber nannte das Programm ein Angebot an Wirtschaft und Wissenschaft. Es solle als Initiator und Katalysator dazu beitragen, das Qualitätsniveau der deutschen Industrie zu erhalten und auszubauen.

Um dieses Ziel zu erreichen, müssen gewisse Kriterien bei der Produktion beachtet werden, d. h. vorgegebene Werte müssen eingehalten werden bzw. müssen in einem gewissen Toleranzbereich liegen. Hierfür ist es sicherlich von Nutzen, weiterreichende Informationen über die Fertigungsmaschine zu haben, als sie bisher vom Maschinenhersteller gegeben werden. Von

speziellem Interesse ist beispielsweise, inwieweit äußere Einflüsse auf die Fertigungsmaschine das Produktionsverhalten derselben ändert (z. B. in Form von Abweichungen bei den vorgegebenen Maßen). Bevor eine Maschine zur Fertigung herangezogen wird bzw. bevor ein Fertigungsprozeß gestartet wird, werden normalerweise Maschinen- und Prozeßfähigkeitsuntersuchungen durchgeführt. Ziel dieser Untersuchungen ist die Beurteilung des Prozesses mit den vorgegebenen Qualitätsanforderungen unter Anwendung mathematisch-statistischer Auswerteverfahren. Das Ergebnis ist entscheidend für die endgültige Festlegung der Prüfmaßnahmen. Die Maschinenfähigkeitsuntersuchung [VDA 91] ist auf die Fertigungsgenauigkeit der Maschine beschränkt, d. h. Streuungseinflüsse durch nicht maschinenbeziehbare Einwirkungen werden rechnerisch subtrahiert. Die Aufgabe der Prozeßfähigkeitsuntersuchung [VDI77] besteht darin, den gesamten Fertigungsprozeß zur Herstellung des Produktes, d. h. das Zusammenwirken von Personal, Maschinen und Einrichtungen, Methoden, Umgebungseinflüssen und Material in allen Prozeßschritten durch jeweilige Beurteilung des Produktes, unter Anwendung mathematisch-statistischer Auswerteverfahren, mit vorgegebenen Qualitätsforderungen zu vergleichen und durch Analyse der Daten eine Aussage über die Fähigkeiten des Prozesses zu machen. Die Prozeßfähigkeitsuntersuchung kann somit bei der Untersuchung von Prozeßschritten, an denen Werkzeugmaschinen beteiligt sind, auch Aussagen über deren Maschinenfähigkeit beinhalten.

Ein Fertigungsprozeß gilt im mathematisch-statistischen Sinne als stabil oder "beherrscht" [MAS 88], wenn keine systematischen Störeinflüsse mehr vorliegen, sondern nur noch zufällige Störeinflüsse vorhanden sind. Ist diese Voraussetzung erfüllt, so kann die Fähigkeit des Prozesses ermittelt werden. Zur Beurteilung der Prozeßfähigkeit kann unter anderem die "relative Prozeßstreibreite" f_p herangezogen werden. Diese berechnet sich nach der folgenden Formel:

$$f_p = \frac{6s}{\text{OEG} - \text{UEG}} 100\%$$

mit OEG : obere Eingriffsgrenze

UEG : untere Eingriffsgrenze

s : Schätzwert für die Standardabweichung der Grundgesamtheit.

f_p sollte normalerweise nicht mehr als 75% der Werkstücktoleranz bei quantitativen (meßbaren) Qualitätsmerkmalen und nicht mehr als 75% der vorgegebenen Qualitätsforderung (z. B. Anteil fehlerhafter Einheiten oder Anzahl Fehler pro Stichprobe) bei qualitativen (zählbaren) Qualitätsmerkmalen betragen.

Eine weitere Möglichkeit zur Beurteilung und Akzeptanz der Prozeßfähigkeit stellen die Prozeßfähigkeitsindizes C_p und C_{pk} dar. Der C_p -Index berücksichtigt nur die Streuung des Fertigungsprozesses und wird berechnet durch:

$$C_p = \frac{OEG - UEG}{6s}$$

Der C_{pk} -Index berücksichtigt dagegen neben der Streuung des Fertigungsprozesses zusätzlich die Lage des Mittelwertes \bar{x} der Häufigkeitsverteilung zu den Eingriffsgrenzen. Bei der Prozeßfähigkeitsuntersuchung von Prozessen mit nicht nachstellbaren Mermalen und bei Prozessen, deren Qualitätsmerkmale eine einseitige Begrenzung aufweisen, z. B. allen qualitativen (zählbaren) Qualitätsmerkmalen sowie auch Planläufen, Rundläufen, Ebenheiten usw., ist er analog anwendbar. Der C_{pk} -Index wird berechnet durch:

$$C_{pk} = \frac{\Delta_{krit}}{3s}$$

mit $\Delta_{krit} = OEG - \bar{x}$ oder $\Delta_{krit} = \bar{x} - UEG$.

Ein Prozeß ist normalerweise als fähig zu beurteilen, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

$$\begin{aligned} f_p &\leq 75\% \\ C_p &\geq 1.33 \\ C_{pk} &\geq 1.33 \end{aligned}$$

Gilt $1.33 > C_{pk} \geq 1.0$, so ist der Prozeß nur bedingt fähig und erfordert entsprechende Überwachung und eine Veränderung der Lage von \bar{x} zu den Eingriffsgrenzen (nur zulässig bei quantitativen (meßbaren) Qualitäts-

merkmalen). Ein gegenüber dem C_p -Index kleinerer C_{pk} -Index besagt, daß der Mittelwert der Verteilung außerhalb der Toleranzmitte liegt.

In diesem Kapitel soll gezeigt werden, daß STATIV bei der Überprüfung des Prozesses im Hinblick auf Stabilität eingesetzt werden kann. Die Untersuchung erfolgte bei der Firma 'IWK Regler und Kompensatoren GmbH' (IWK : Industrierwerke Karlsruhe) in Stutensee-Blankenloch, einer Tochtergesellschaft der Bopp & Reuther AG, die ihrerseits der Holding IWKA (Industrierwerke Karlsruhe Augsburg) angehört.

11.1 Kolben-Fertigung

Die aufgestellten Meßreihen der ersten Untersuchung beziehen sich auf die Herstellung eines speziellen Kolbens, der zur Steuerung eines Heizungsventils dient. Abb. 19. zeigt eine Fertigungsskizze des Kolbens. Gemessen wurde an zwei aufeinanderfolgenden Tagen. Der Fertigungsprozeß hat folgendes Aussehen: Die Maschine wird programmiert, d. h. die Maße für den Kolben werden der Maschine vorgegeben. Danach wird Rundmaterial aus dem verlangtem Werkstoff eingelegt. Die Fertigungsstufen im einzelnen sind:

- Rundmaterial wird auf festgelegte Länge angeschlagen
- Planen und Durchmesser 8 vordrehen (Revolver 2)
- Durchmesser 6.2 zentrieren (Revolver 2)
- M6-Kerndurchmesser 5 bohren (Revolver 2)
- Durchmesser 1.5 bohren (Revolver 2)
- Durchmesser 6.2 fertigdrehen (Revolver 2)
- Gewinde M6 schneiden (Revolver 2)
- Durchmesser 8_{e8} und Durchmesser 17_{e8} fertigdrehen (Revolver 1)
- auf Durchmesser 8x25 in Gegenspindel spannen (Revolver 1)
- auf festgelegte Länge abstechen (Revolver 2)
- Rückseite planen, R0.5 drehen (Revolver 2)
- Rückseite R14.5x1 drehen (Revolver 2)
- Rückseite M10-Kerndurchmesser 8 bohren (Revolver 1)
- Rückseite Durchmesser 9x16 drehen (Revolver 1)
- Rückseite Gewinde M10x1 schneiden (Revolver 1) .

Revolver 1 und Revolver 2 (s. Abb. 20) arbeiten teilweise parallel. Die Kühl- und Schmierflüssigkeit bestand aus einem Wasser-Öl-Gemisch. Zur Herstellung eines Kolbens wurden drei Minuten benötigt. Eine schnellere Fertigung wäre möglich gewesen, hätte aber unter Umständen zu Lasten der Produktqualität gehen können. Nach Produktionsstart prüft ein Facharbeiter die Kolben so lange mit geeigneten Meßmitteln und korrigiert gegebenenfalls die Maschine, bis die Kolben die gewünschten Maße haben. Danach werden nur noch in unregelmäßigen Zeitabständen Stichproben vom Werker entnommen, es sei denn, die Maschine meldet einen technischen Defekt.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

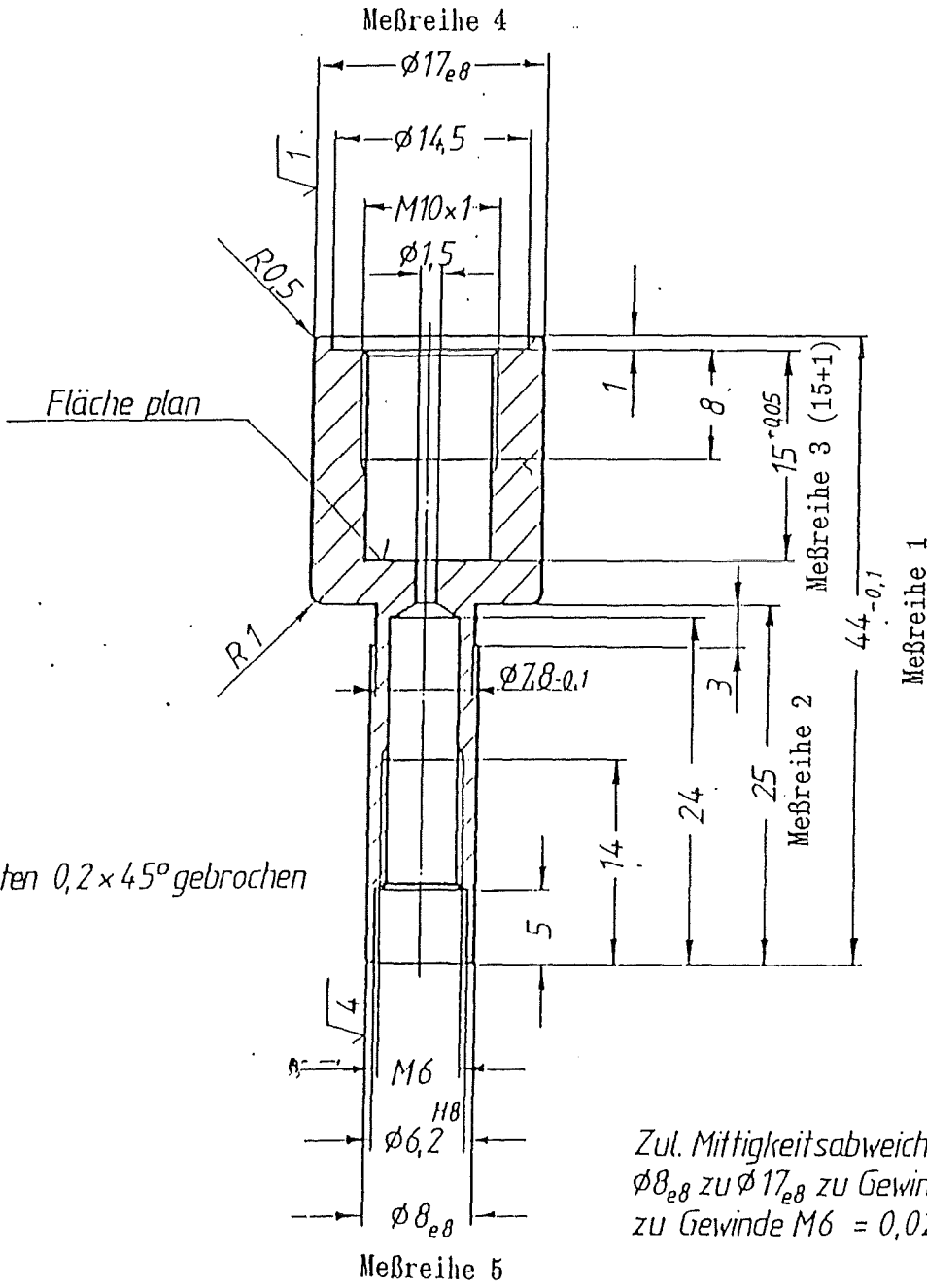
$\sqrt[10]{\frac{\text{geglühtet}}{1} \sqrt{4}}$

√ ... Rz in µm

Zulässige Abweichungen nach DIN 7168 für Maße ohne Toleranzangabe, Genauigkeitsgrad „mittel“

bis 6	± 0,1
über 6 bis 30	± 0,2
.. 30 .. 120	± 0,3
.. 120 .. 315	± 0,5
.. 315 .. 1000	± 0,8
.. 1000 .. 2000	± 1,2
.. 2000 .. 4000	± 2
.. 4000 .. 8000	± 3

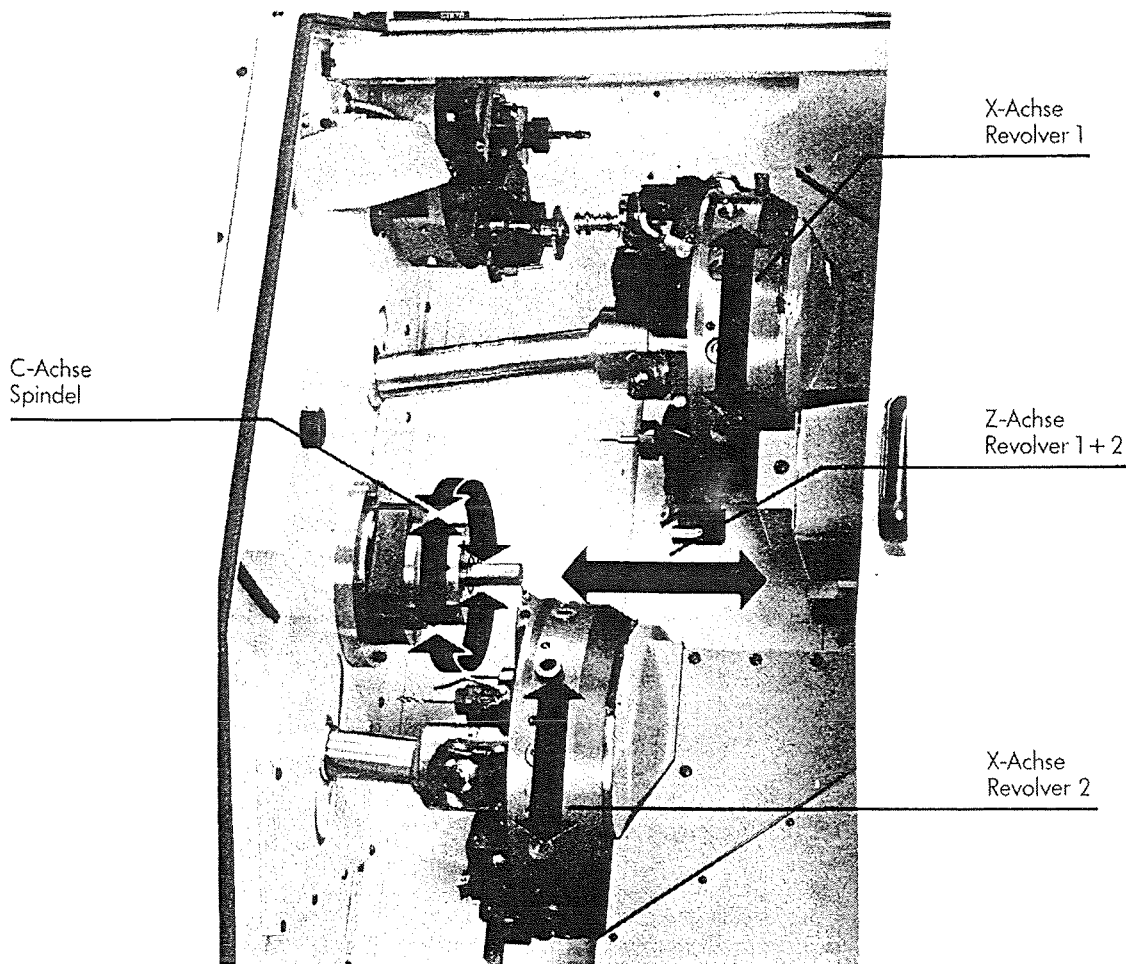
Paßmaß	Abmaße
$\phi 8_{e8}$	-0,025 -0,047
$\phi 17_{e8}$	-0,032 -0,059
$\phi 6,2^{H8}$	+0,022 0



Zul. Mittigkeitsabweichung von $\phi 6,2^{H8}$ zu $\phi 8_{e8}$ zu $\phi 17_{e8}$ zu Gewinde M10x1 zu Gewinde M6 = 0,02mm

				151 145			
① $\phi 7,8-0,1$ -3breit zugefügt							
l	Zahl	Anzahl	Anderungs-Nr.	Datum	Name	Norm	Bezeichnung
Gewicht (kg)	Werkstoff			Rohmaß / Sach-Nr. d. Holzbohle			Denormierung
R	1.4305			Rd 18 x 47			Kolben
F	Kurzname oder Werkstoffnummer			DIN 671			Sachnummer (Zeichnungsnummer)
Maßstab der Umzeichnung	Gezeichnet			Bereich / Abt.			Blatt-Nr.
2:1	Geprüft			RKER			11.29.79.0 01
	Norm			IWKA			Sachcode (Formenzeichensystem)
	Datum			Urspr.			ZA
IWK Regler und Kompensatoren GmbH				Form-Nr.		TA-Nr.	TA-Anz.
				Kombi-Drossel			

Abb. 19



4-Achsen-Drehmaschine

Abb. 20

Erzeugt wurden fünf verschiedene Meßreihen. Sie sind in Abb. 19 gekennzeichnet:

- Meßreihe 1 : Gesamtlänge (44)
- Meßreihe 2 : Länge des unteren Teils (25)
- Meßreihe 3 : Innere Länge des oberen Teil (16)
- Meßreihe 4 : Durchmesser oberer Teil (17)
- Meßreihe 5 : Durchmesser unterer Teil (8) .

Gemessen wurde im μm -Bereich mit einem digitalen Höhenmeßtaster. Die Meßreihen 1, 2 und 3 bestehen jeweils aus 355 Meßwerten, die in den Abbildungen 21 - 23 wiedergegeben sind. Meßreihe 4 und 5, die in Abb. 24 und 25 dargestellt sind, enthalten jeweils 319 Meßwerte, da der Meßbeginn hierfür etwas später stattgefunden hat. Die Frage, die es zu beantworten

galt, war nun:

Kann STATIV bei obigen Meßreihen Änderungen der Randbedingungen feststellen, d. h. haben äußere Einflüsse auf die Maschine wie z. B. Wechsel des Rundmaterials (veränderter Härtegrad des Materials), Werkzeugverschleiß (und schließlich Werkzeugwechsel) innerhalb der Maschine, Öffnen der Maschine bei Stillstand (und damit verbundene Temperaturschwankungen), Absaugen der Späne usw., Einfluß auf die Qualität des Produktes?

Die Auswertung hat ergeben, daß die obige Frage eindeutig mit JA beantwortet werden muß. Die Abb. 26 - 30 zeigen die CUSUM-Reihen der jeweiligen Meßreihen mit den markierten Meßwerten, bei denen sich die Randbedingungen ändern.

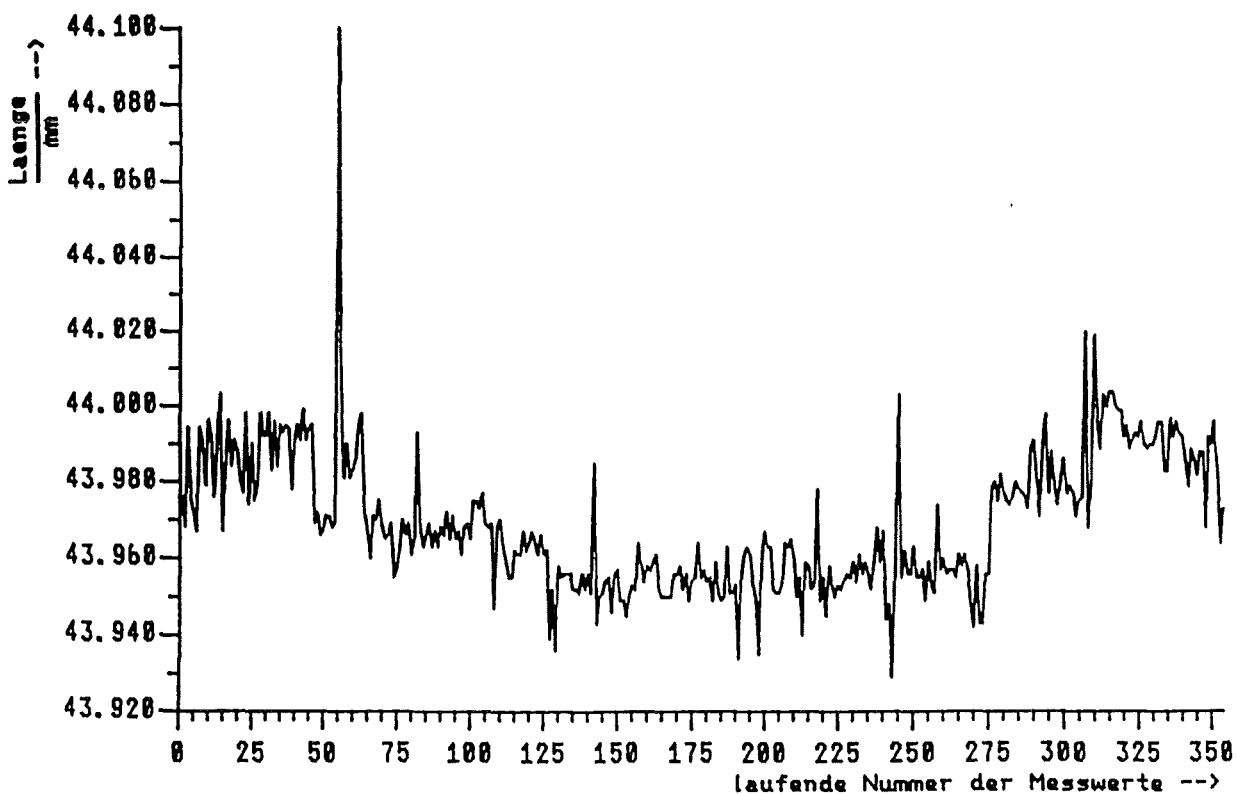


Abb. 21 Messreihe 1

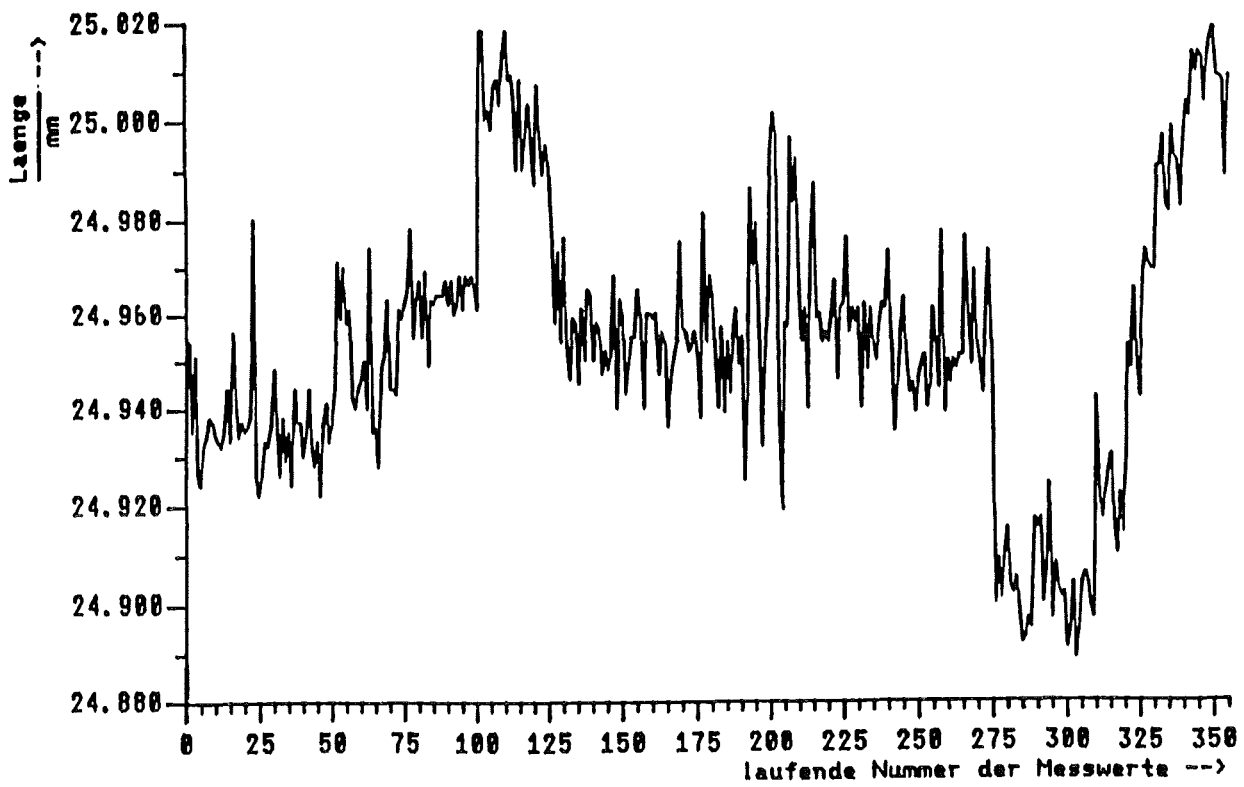


Abb. 22 Messreihe 2

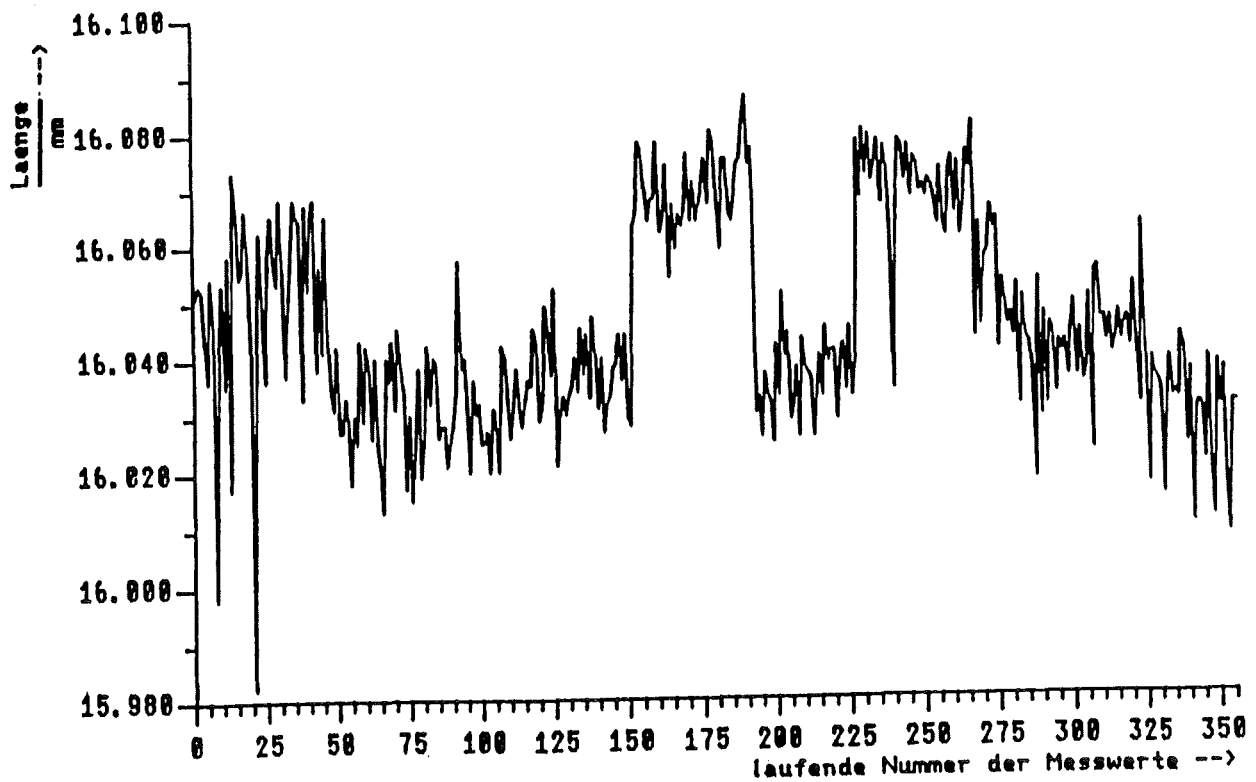


Abb. 23 Messreihe 3

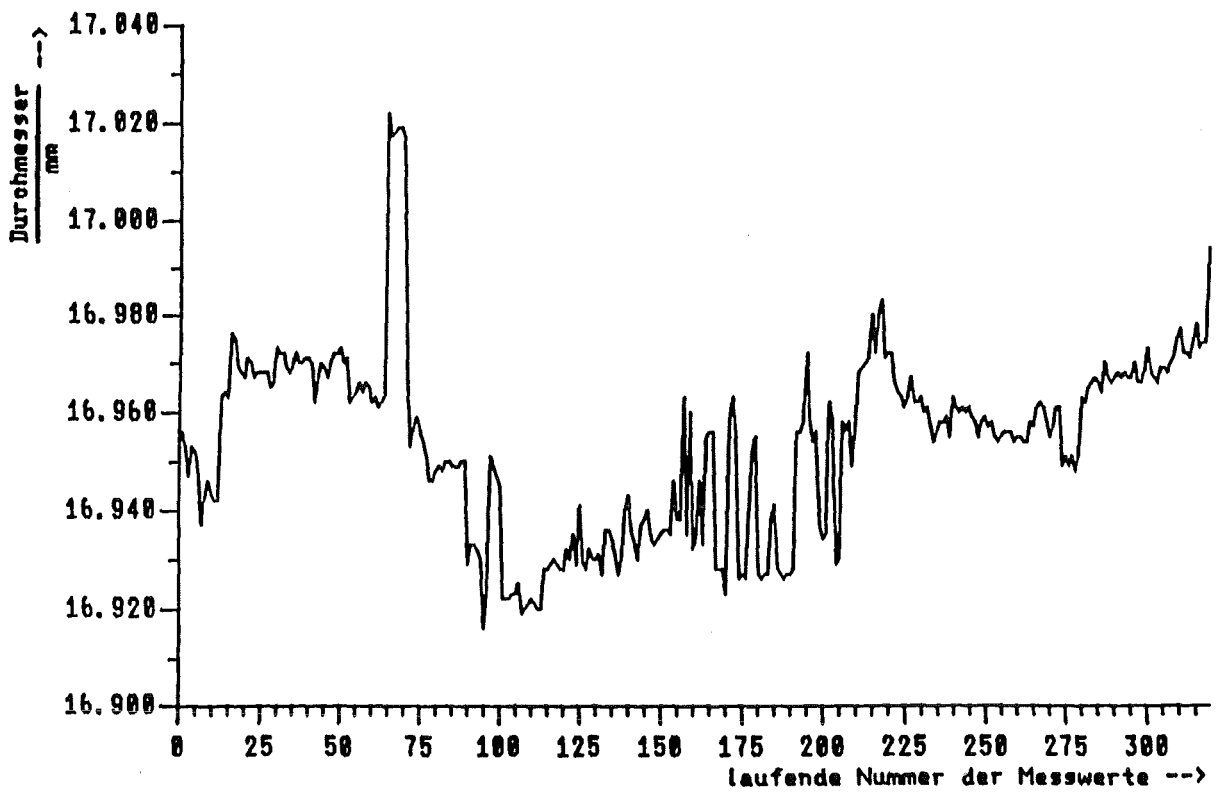


Abb. 24 Messreihe 4

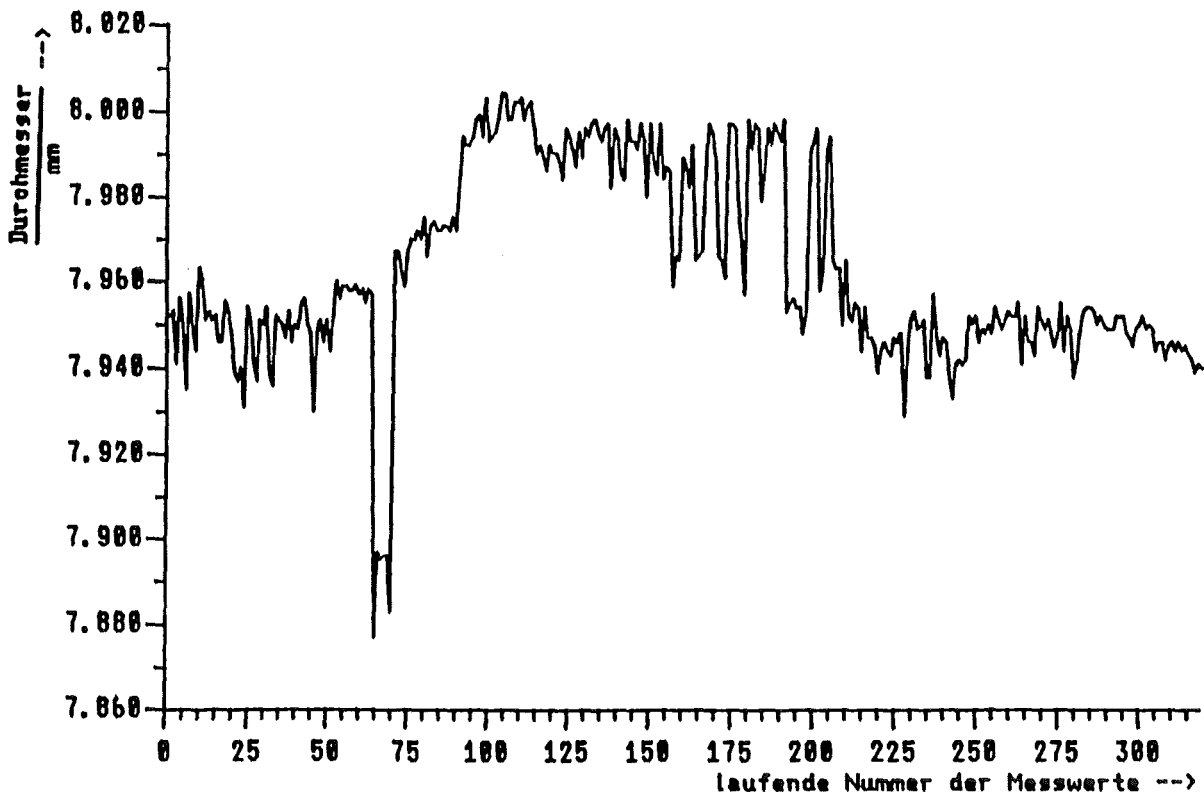


Abb. 25 Messreihe 5

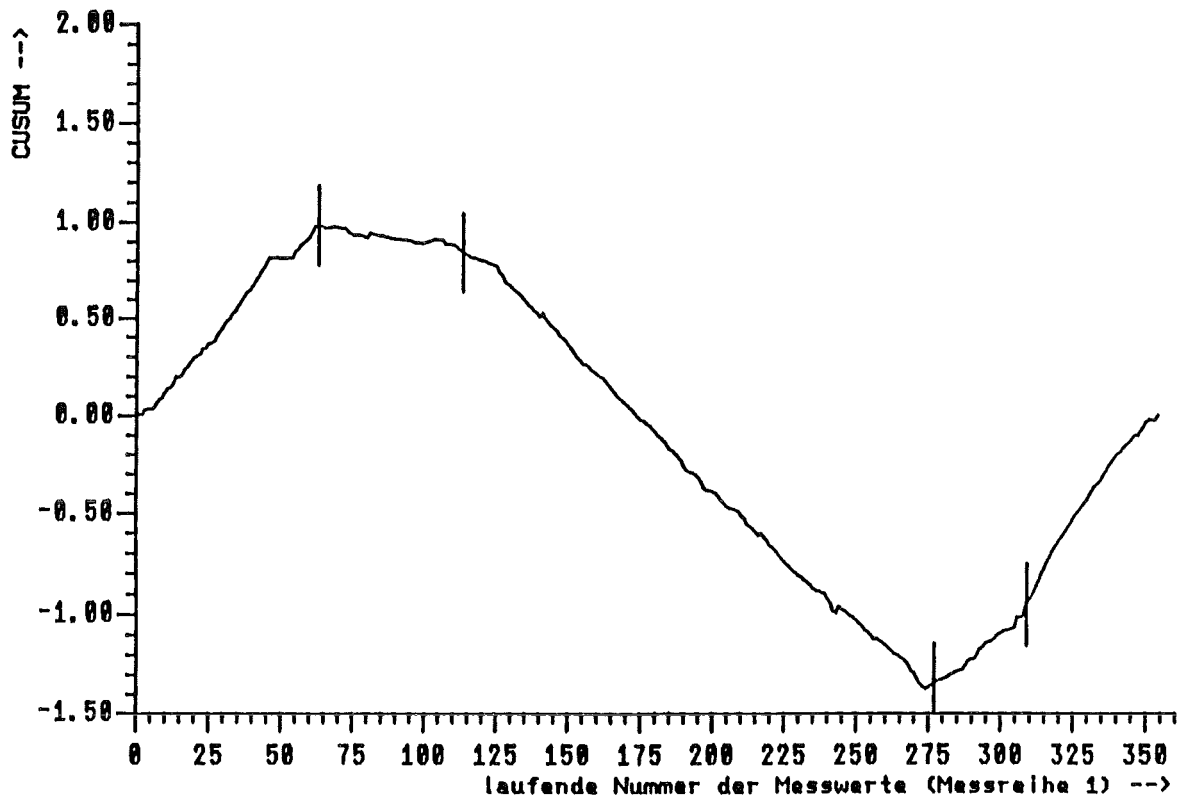


Abb. 26 CUSUM-Reihe mit den Zeitpunkten der Aenderungen

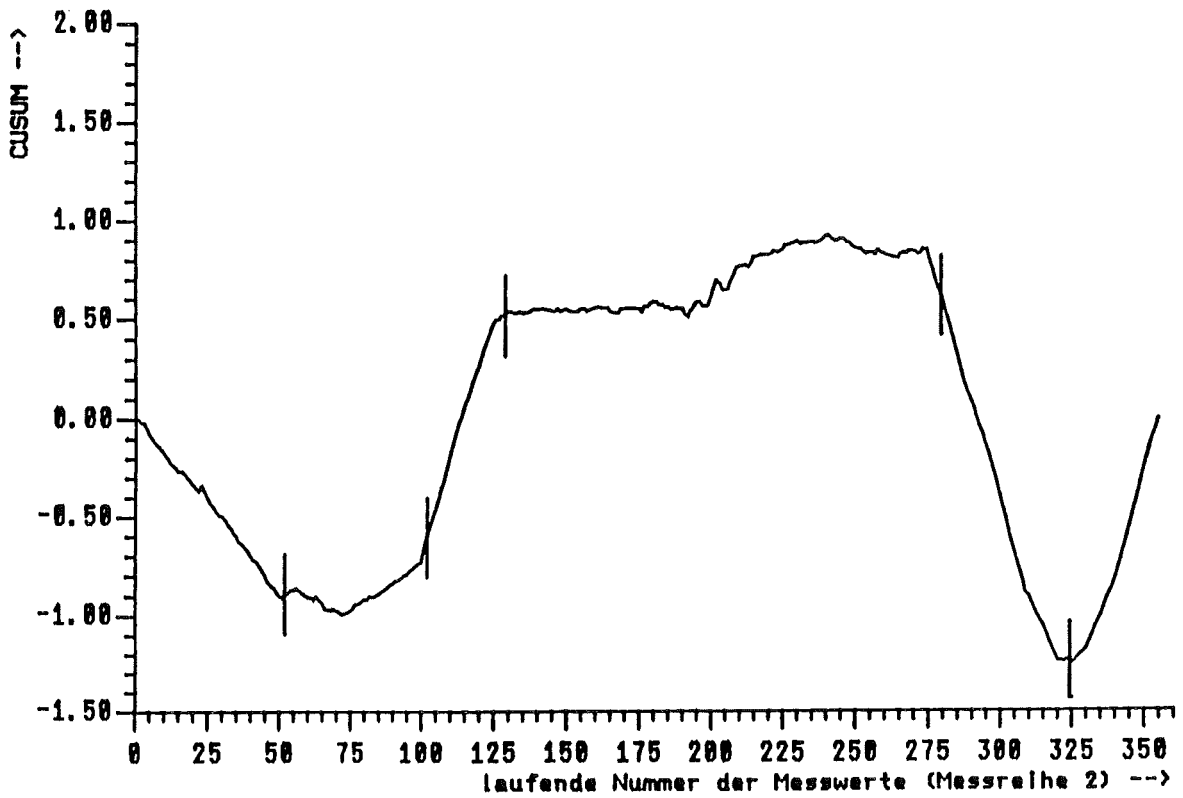


Abb. 27 CUSUM-Reihe mit den Zeitpunkten der Aenderungen

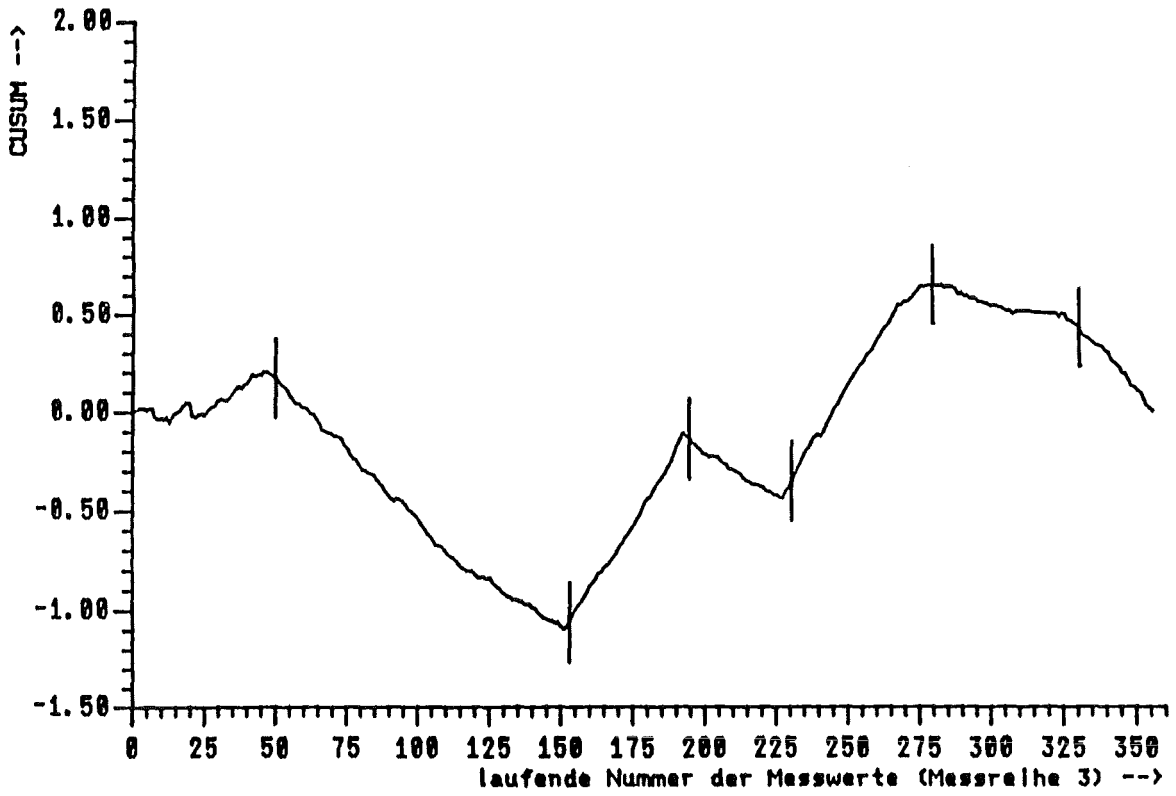


Abb. 28 CUSUM-Reihe mit den Zeitpunkten der Aenderungen

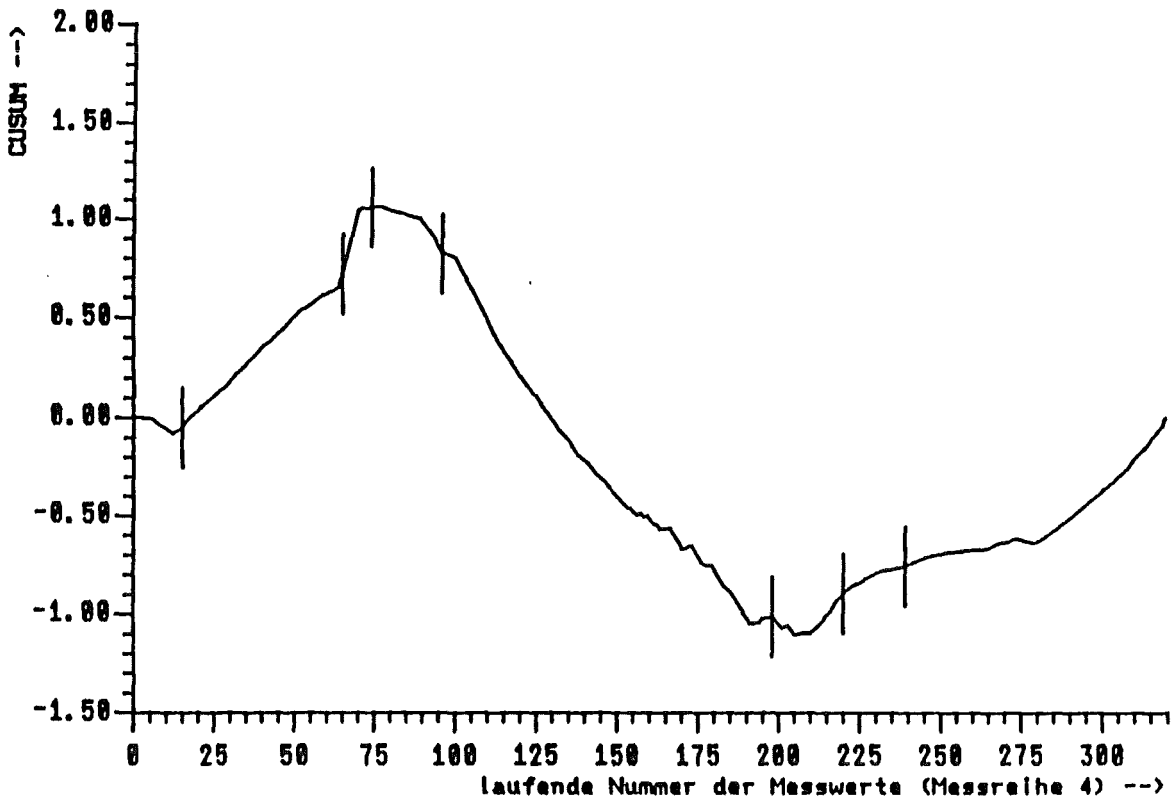


Abb. 29 CUSUM-Reihe mit den Zeitpunkten der Aenderungen

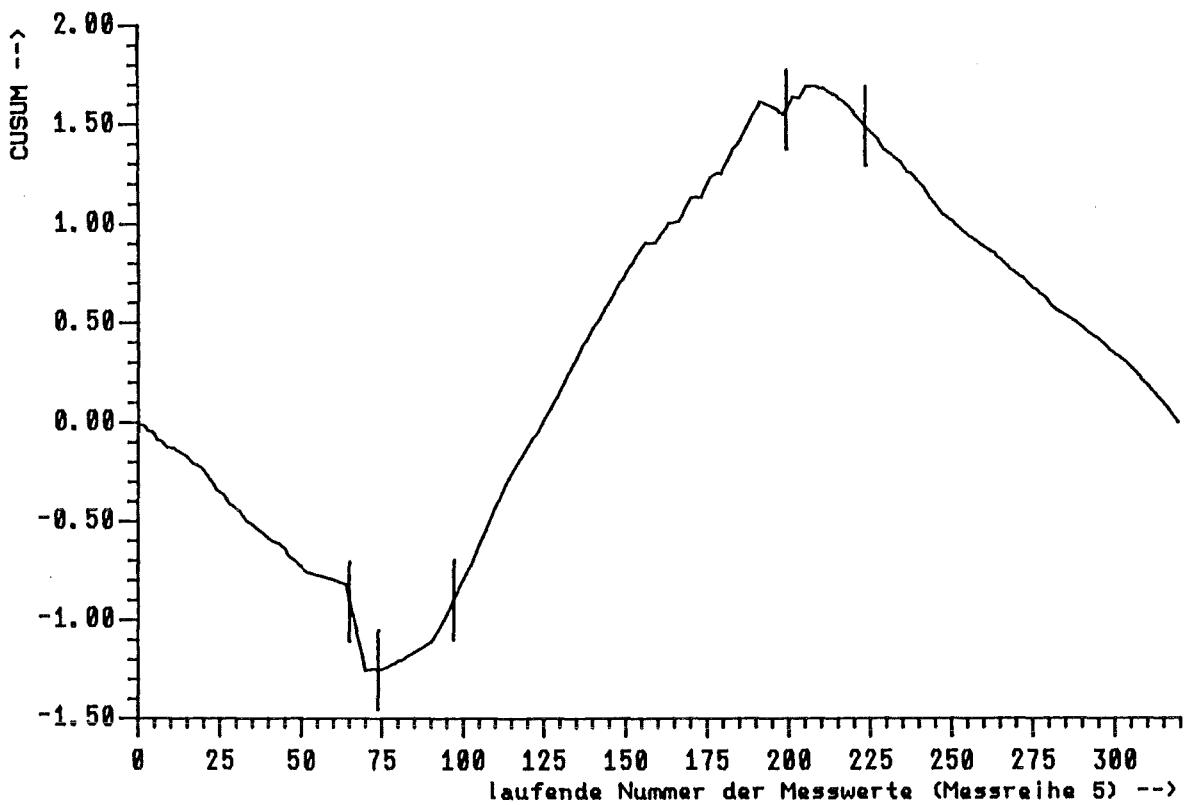


Abb. 30 CUSUM-Reihe mit den Zeitpunkten der Aenderungen

Die Ergebnisse der einzelnen Meßreihen:

Meßreihe 1 (s. Abb. 26):

Bei dieser Meßreihe traf Aussage 3 über Ausreißer in Kapitel 7 zu (S. 31). Meßwert 55 muß als 'zu großer' Ausreißer angesehen werden, sodaß STATIV kein Ergebnis liefern kann. Für die Analyse wurde daher besagter Meßwert eliminiert.

	zufällige Abweichung	systematische Abweichung
absolut / mm	0.009318	0.015168
relativ	0.000212	0.000345

Es liegen konstante Randbedingungen vor

von Meßwert	1	bis Meßwert	62
von Meßwert	63	bis Meßwert	112
von Meßwert	113	bis Meßwert	276
von Meßwert	277	bis Meßwert	308
von Meßwert	309	bis Meßwert	354

Meßreihe 2 (s. Abb. 27):

	zufällige Abweichung	systematische Abweichung
absolut / mm	0.022050	0.019815
relativ	0.000884	0.000794

Es liegen konstante Randbedingungen vor

von Meßwert	1	bis Meßwert	51
von Meßwert	52	bis Meßwert	101
von Meßwert	102	bis Meßwert	128
von Meßwert	129	bis Meßwert	279
von Meßwert	280	bis Meßwert	323
von Meßwert	324	bis Meßwert	355

Meßreihe 3 (s. Abb. 28):

	zufällige Abweichung	systematische Abweichung
absolut / mm	0.011221	0.015098
relativ	0.000699	0.000941

Es liegen konstante Randbedingungen vor

von Meßwert	1	bis Meßwert	49
von Meßwert	50	bis Meßwert	152
von Meßwert	153	bis Meßwert	193
von Meßwert	194	bis Meßwert	229
von Meßwert	230	bis Meßwert	278
von Meßwert	279	bis Meßwert	329
von Meßwert	330	bis Meßwert	355

Meßreihe 4 (s. Abb. 29):

	zufällige Abweichung	systematische Abweichung
absolut / mm	0.011339	0.019233
relativ	0.000669	0.001135

Es liegen konstante Randbedingungen vor

von Meßwert	1	bis Meßwert	14
von Meßwert	15	bis Meßwert	64
von Meßwert	65	bis Meßwert	73
von Meßwert	74	bis Meßwert	95

von Meßwert	96	bis Meßwert	197
von Meßwert	198	bis Meßwert	219
von Meßwert	220	bis Meßwert	238
von Meßwert	239	bis Meßwert	319 .

Meßreihe 5 (s. Abb. 30):

	zufällige Abweichung	systematische Abweichung
absolut / mm	0.012380	0.022957
relativ	0.001553	0.002880

Es liegen konstante Randbedingungen vor

von Meßwert	1	bis Meßwert	64
von Meßwert	65	bis Meßwert	73
von Meßwert	74	bis Meßwert	96
von Meßwert	97	bis Meßwert	198
von Meßwert	199	bis Meßwert	222
von Meßwert	223	bis Meßwert	319 .

Von besonderem Interesse waren die beiden Durchmesser, die in Meßreihe 4 und Meßreihe 5 festgehalten wurden, denn hierbei waren die Maße mit bestimmten Toleranzangaben versehen. Betrachtet man Abb. 31, so fällt sofort auf, daß bei der Fertigung nahezu zeitgleich Änderungen aufgetreten sind. Allerdings bewirkten diese Änderungen immer gegensätzliche Reaktionen. Das bedeutet: Hat die Maschine in einem bestimmten Zeitintervall den oberen Durchmesser überdurchschnittlich groß belassen, fiel der untere dafür überdurchschnittlich klein aus und umgekehrt. Erstaunlich war dieses Ergebnis auch deshalb, weil beide Durchmesser von ein und demselben Werkzeug in einem Arbeitsgang in derselben Werkstückeinspannung gefertigt wurden. Da zunächst weder die verantwortlichen Mitarbeiter der IWK noch die verantwortlichen Mitarbeiter des Maschinenherstellers sich dieses Phänomen erklären konnten, hat man sich dazu entschlossen, weitere Untersuchungen durchzuführen, um die Ursachen herauszufinden und diese dann zu beseitigen.

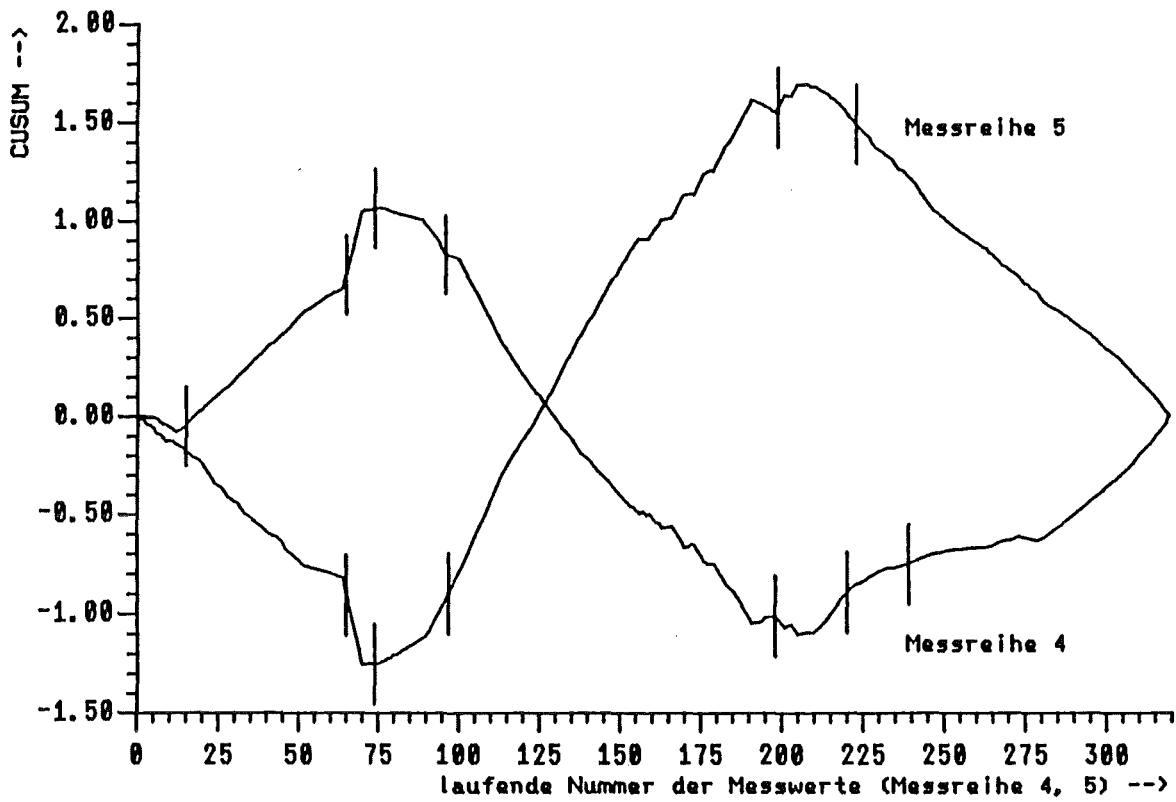


Abb. 31 CUSUM-Reihe mit den Zeitpunkten der Änderungen

11.2 Konus-Fertigung

Die Kolben-Fertigung, die im vorigen Kapitel beschrieben wurde, hat gezeigt, daß äußere Einflüsse Auswirkungen auf die experimentellen Bedingungen haben und daß eine Änderung dieser von STATIV erkannt wird. Eine weitere Untersuchung soll Erkenntnisse über die äußeren Einflüsse bringen. Wichtige Voraussetzung für die Durchführung dieser Untersuchung war die Produktion eines Werkstückes, bei dem wiederum zwei verschiedene Durchmesser auftraten, die mit demselben Werkzeug in einem Arbeitsgang in derselben Werkstückeinspannung gefertigt wurden. Abb. 32 zeigt die Fertigungsskizze von einem Konus, bei dem diese Voraussetzung zutrifft. Ein solches Werkstück findet beispielsweise Verwendung bei Druckminderern.

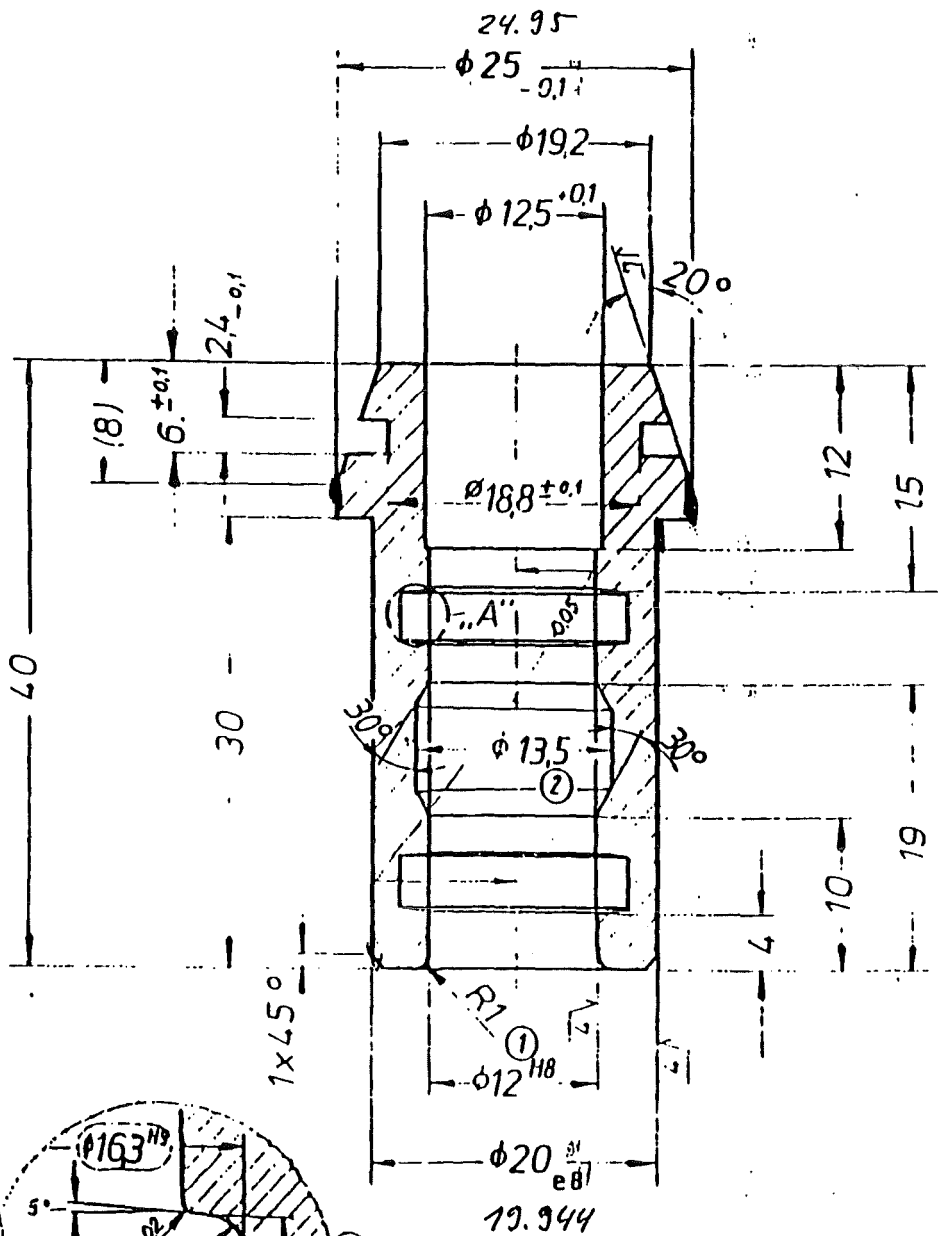
Der Fertigungsprozeß hat zunächst wieder folgendes Aussehen: Die Maschine wird programmiert, d. h. die Maße für den Konus werden der Maschine vorgegeben. Danach wird Rundmaterial mit verlangtem Werkstoff eingelegt. Die Fertigungsstufen im einzelnen sind:

- Rundmaterial wird auf festgelegte Länge angeschlagen
- Rundmaterial auf Durchmesser 11.5 vorbohren (Revolver 2)
- Durchmesser 20_{e8}, 25 und 20 Grad vordrehen (Revolver 1)
- Durchmesser 13.5 fertigdrehen (Revolver 2)
- Durchmesser 20_{e8}, 25 und 20 Grad fertigdrehen (Revolver 1)
- Durchmesser 12^{H8} fertigdrehen (Revolver 2)
- Durchmesser 16.3^{H9} fertigdrehen (Revolver 2)
- Rundmaterial mit Gegenspindel abgreifen (Revolver 1)
- Rundmaterial auf Länge 40.3 abstechen (Revolver 2)
- Durchmesser 18.8 fertigdrehen (Revolver 2)
- Durchmesser 12.5 fertigdrehen (Nachbearbeitungsstation).

Die Revolver (s. Abb. 20, Kap. 11.1) arbeiten teilweise parallel. In Abb. 32 sind die Maße vermerkt, von denen die zugeordneten Meßreihen 6 und 7 aufgenommen wurden. Gemessen wurde in der Reihenfolge der Produktion der Teile mit Hilfe der in Abb. 33 dargestellten Meßvorrichtung. Das Werkstück wurde dabei links und rechts auf Spitzen gelagert eingespannt. Zwei digitale Höhenmeßtaster mit einer Anzeigauflösung von 1 µm wurden mit Hilfe eines Referenzteils kalibriert. Um vergleichbare Meßergebnisse zu erhalten und den Einfluß exzentrischer Spitzenlagerungen zu eliminieren, wurde jedes Werkstück solange in der Vorrichtung gedreht, bis der größere

Meßreihe 6

$\sqrt{16} (\sqrt{4})$



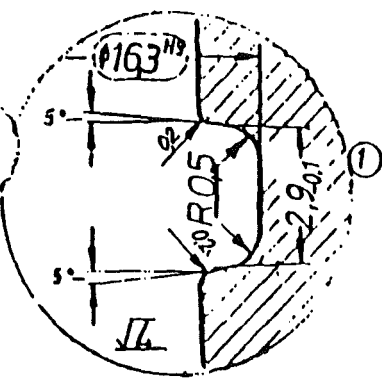
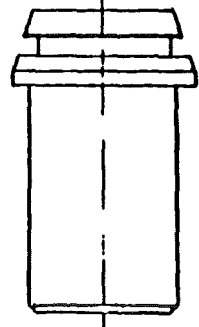
Oberflächen
 $\sqrt{R_{fm}}$ in μm

Abweichungen nach DIN 7168 für Maße ohne Toleranzangabe (Nur gültig für spanend bearbeitete Maße an Werkstücken aus Metallen oder Kunststoffen)

Maß	Abmaße
bis 6	± 0.1
über 6 bis 30	± 0.2
.. 30 .. 120	± 0.3
.. 120 .. 315	± 0.5
.. 315 .. 1000	± 0.8
.. 1000 .. 2000	± 1
.. 2000 .. 4000	± 2
.. 4000 .. 6000	± 3

Paßmaß	Abmaße
$\phi 12_{H8}$	+0.027 0
$\phi 20_{e8}$	-0.040 -0.073
$\phi 16,3_{H9}$	+0.043 0

Maßstab 1:1



Einzelteil bei 4 :

Meßreihe 7

③ entgratet ;
schmutz frei

29.5

Zeichn.-Nr.	Anzahl	Änderungs-Nr.	Datum	Name	Norm	Material	Rehmaß / Modell-Nr. / Reh-Nr.	Benennung	Stück
1	1		11.05.82	25					
2	2		10.03.82	25					
2	2		12.02.92	25					
Gewicht (kg)		Werkstoff		Rehmaß / Modell-Nr. / Reh-Nr.		Benennung		Stück	
		GG-CUSN7 ZN PB		Rd 30 x 43		Konus			

Abb. 32

MESS-SKIZZE

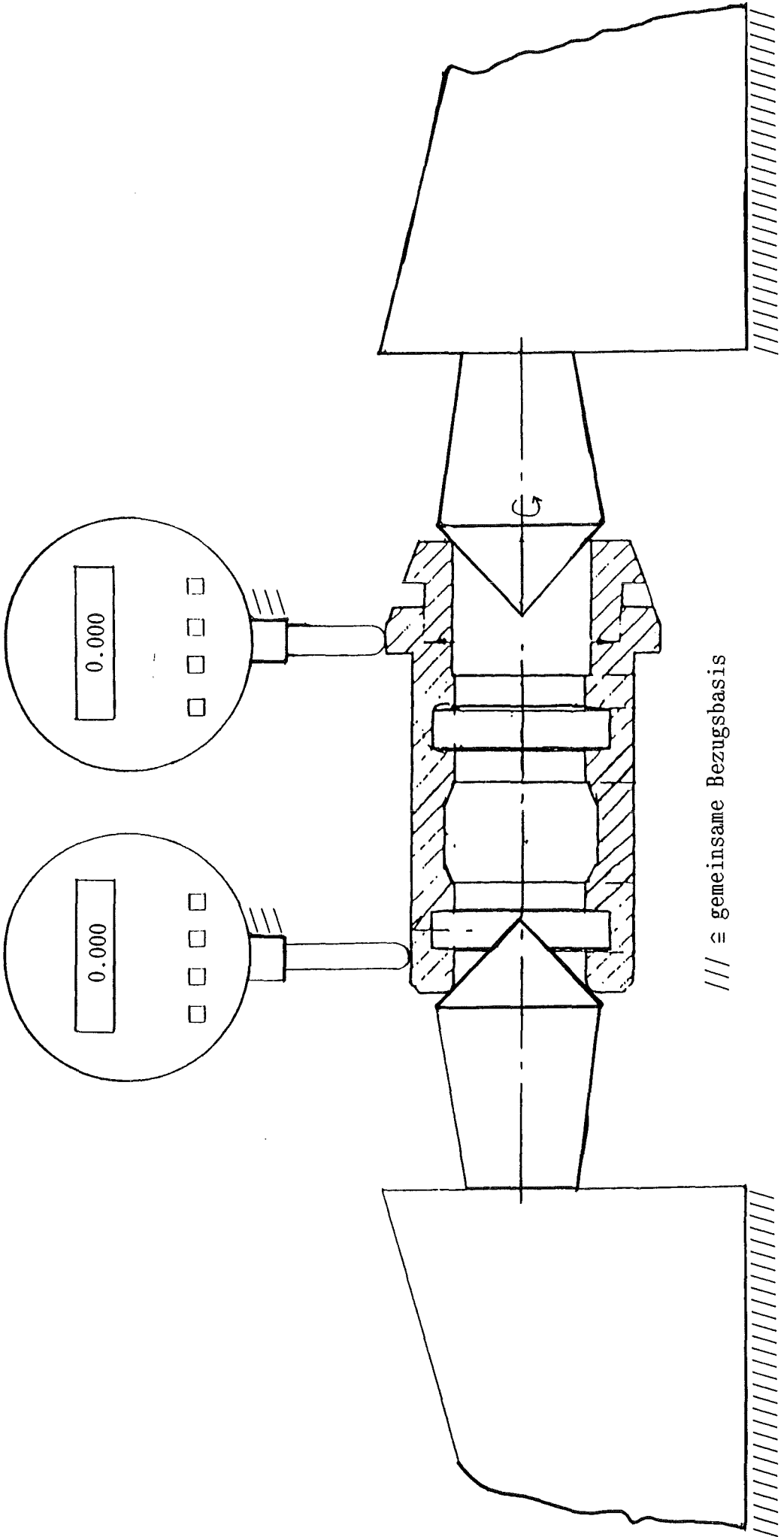


Abb. 33

Durchmesser seinen höchsten Wert erreicht hatte. Nach jeweils 30 gefertigten Werkstücken wurde das Referenzteil von neuem eingespannt, um die korrekte Funktionsweise (Unveränderlichkeit) der Höhenmeßtaster zu überprüfen.

Die Abb. 34 und 35 zeigen die Meßreihen 6 und 7, die jeweils aus 288 Meßwerten bestehen. Die Auswertung mit STATIV brachte folgende Ergebnisse:

Meßreihe 6:

	zufällige Abweichung	systematische Abweichung
absolut / mm	0.004843	0.002350
relativ	0.000194	0.000094

Es liegen konstante Randbedingungen vor

von Meßwert	1	bis Meßwert	89
von Meßwert	90	bis Meßwert	123
von Meßwert	124	bis Meßwert	206 .

Meßreihe 7:

	zufällige Abweichung	systematische Abweichung
absolut / mm	0.004014	0.003918
relativ	0.000201	0.000196

Es liegen konstante Randbedingungen vor

von Meßwert	1	bis Meßwert	19
von Meßwert	20	bis Meßwert	97
von Meßwert	98	bis Meßwert	140
von Meßwert	141	bis Meßwert	170
von Meßwert	171	bis Meßwert	219 .

Abb. 36 verdeutlicht die Ergebnisse anhand der CUSUM-Reihe graphisch. Die Ergebnisse zeigen, daß sich die Meßreihen 6 und 7 ähnlich verhalten wie die Meßreihen 4 und 5, die in Kapitel 11.1 beschrieben und ausgewertet wurden. Nach einer gewissen Warmlaufphase (die Maschine wurde mit Beginn der Produktion angeschaltet und hatte dann im Innern eine konstante Temperatur

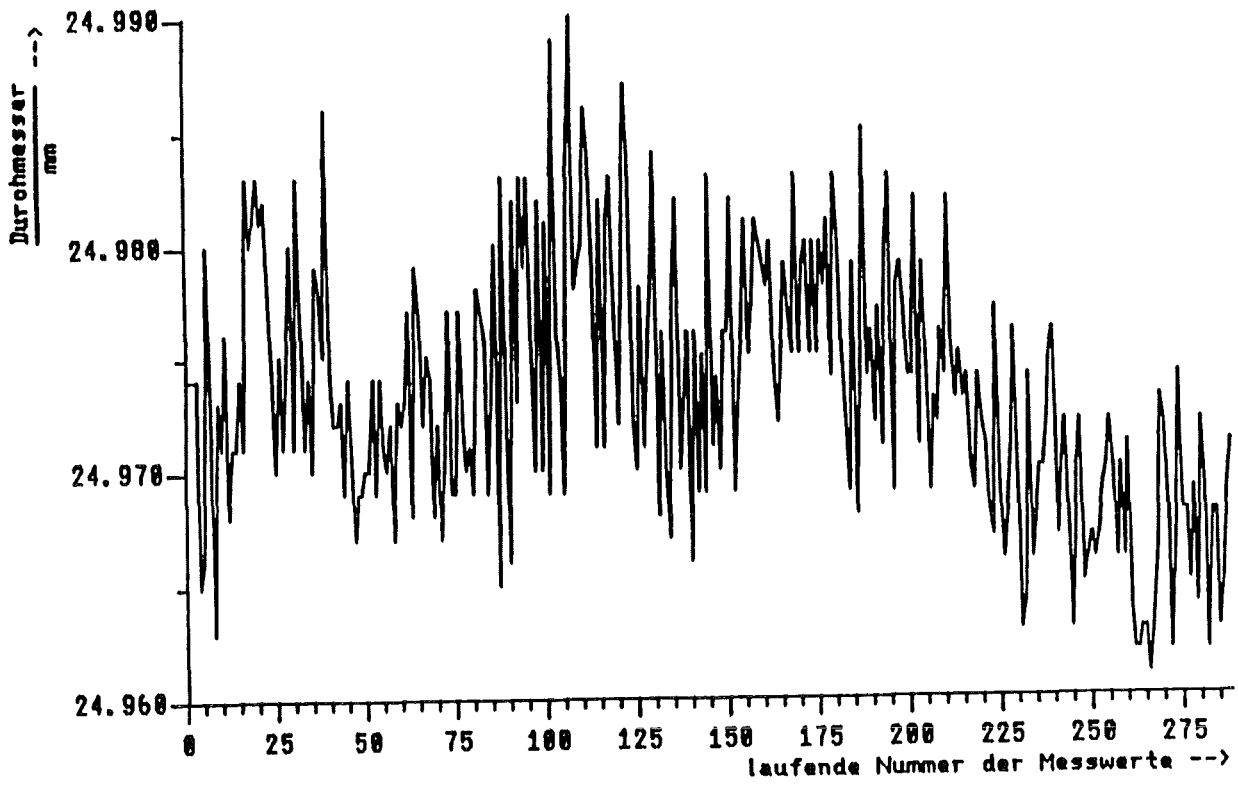


Abb. 34 Messreihe 6

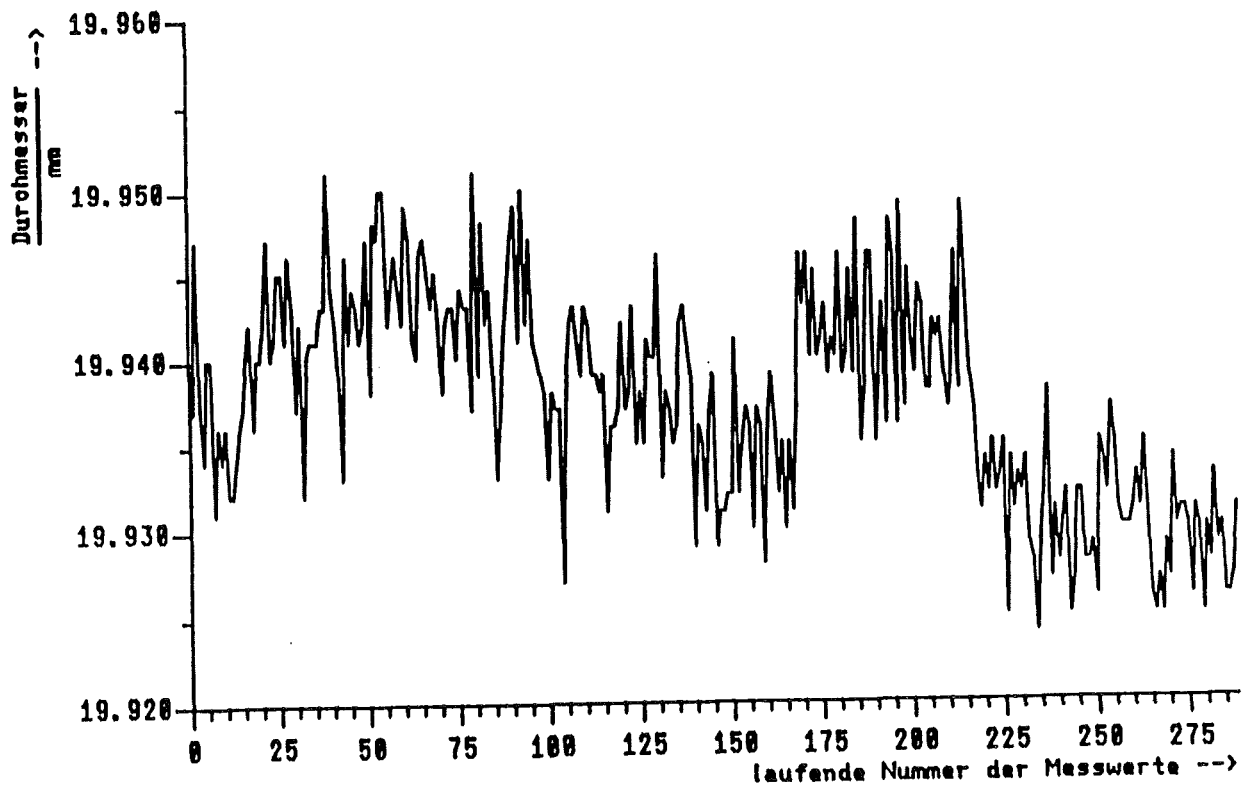


Abb. 35 Messreihe 7

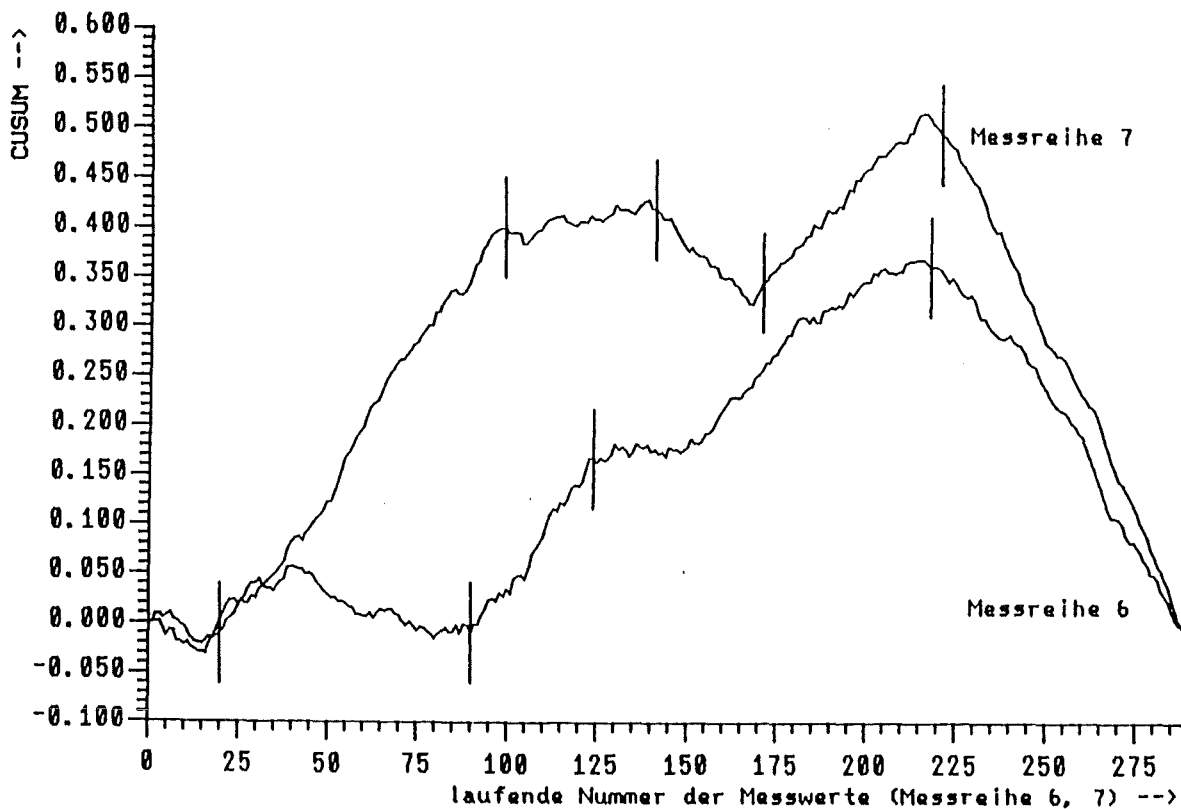


Abb. 36 CUSUM-Reihe mit den Zeitpunkten der Änderungen

von 25⁰ Celsius), driftet jeweils einer der beiden Durchmesser weg. Während von etwa Meßwert 20 bis etwa Meßwert 100 der kleinere Durchmesser überdurchschnittlich groß gefertigt wurde, blieb der größere Durchmesser im Bereich des Mittelwertes. Von Meßwert 100 ab bis etwa Meßwert 135 kann man gerade umgekehrtes Verhalten feststellen. Etwa ab Meßwert 135 trifft wieder die erste Beobachtung zu. Von Meßwert 170 an wieder die zweite. Ungefähr ab Meßwert 220 zeigen dann beide Durchmesser gleiches Verhalten. Die Ursache für die angezeigten Änderungen bei den Meßwerten 100 bzw. 135 ist die Rekalibrierung der Nullpunkte der beiden digitalen Höhenmeßtaster. Diese wurden zu diesen beiden Zeitpunkten jeweils um +3 μm korrigiert. Bei Meßwert 170 wurde nur der Höhenmeßtaster, der den kleineren Durchmesser mißt (Meßreihe 7) um +6 μm korrigiert.

Da alle Änderungen, die bis zu diesem Zeitpunkt festgestellt wurden, durch Rekalibrierungen erklärt werden konnten, richtete sich das Hauptaugenmerk auf die beiden von STATIV errechneten Änderungen bei Meßwert 207 in Meßreihe 6 bzw. bei Meßwert 220 in Meßreihe 7. Nicht zuletzt auch deshalb waren die beiden letztgenannten Änderungen von besonderem

Interesse, da ab diesem Zeitpunkt die beiden Durchmesser absolut gleiches Verhalten aufgewiesen haben. Da der für die Fertigungsmaschine zuständige Facharbeiter nach 214 gefertigten Werkstücken die Drehzahl des Rundmaterials von 3800 Umdrehungen pro Minute auf 1800 Umdrehungen pro Minute gesenkt hatte, lag der Verdacht nahe, daß das festgestellte "Ungleichverhalten" der beiden Durchmesser vor diesem Zeitpunkt auf Schwingungen zurückzuführen war, denen das Rundmaterial ausgesetzt war.

Abb. 37 zeigt eine NC-Fertigungsmaschine der Firma Traub vom Typ DN42 mit einem Stangenlademagazin, wie sie bei der Produktion obiger Werkstücke verwendet wurde. Ein Schnitt des Stangenlademagazins von A nach B in Abb. 37 wird in Abb. 38 gezeigt. Die Werkstoffstangen werden von der Bedienseite der Maschine beladen und von den Führungselementen gespeichert. Einstellbare Niederhalter verhindern ein Übereinanderrollen der Werkstoffstangen. Eine Vereinzelsingeinrichtung gewährleistet, daß dem Speicher stets nur eine Werkstoffstange von der NC-Maschine entnommen wird. Der außerhalb der Maschine befindliche Teil der Werkstoffstange wird von mehreren Sätzen von elastischen Kunststoffrollen geführt. Ein Satz besteht, wie aus Abb. 39 hervorgeht, aus vier solchen Kunststoffrollen. Die einzelnen Rollen sind jeweils am Umfang um die Werkstoffstange herum angeordnet. Sie drücken die Werkstoffstange mit einstellbarer Kraft in die Mitte des Führungssystems. Die Nachgiebigkeit der Rollen und der Rollenanordnung gleicht Abweichungen von der geometrisch idealen Form der Stange, wie z. B. Rundheits- oder Geradheitsabweichungen, aus. Zum Nachschieben der Werkstoffstange und zum Führen bzw. Zentrieren des Stangenendes dient ein Teleskop-Werkstoffschieber. Ein zweistufiger Drehstrom-Getriebemotor, der über eine Magnetpulver-Kupplung eine umlaufende Kette antreibt, die ihrerseits mit einem Kettenschlitten verbunden ist, ermöglicht eine optimale Zuordnung der über den Werkstoffschieber auf die Werkstoffstange wirkenden Kräfte. Das bedeutet, die Magnetpulver-Kupplung sorgt dafür, daß die stetig umlaufende Kette in dieser Kupplung mehr oder weniger definiert schlupfen kann und damit eine vorgegebene Vortriebskraft erzeugt. Abb. 40 stellt diesen Aufbau bildlich dar. Der Werkstoffschieber fährt in Richtung Arbeitsspindel und nimmt die Werkstoffstange auf. In Abb. 41 wird dieser Vorgang verdeutlicht. Der Werkstoffschieber besteht als Teleskopschieber aus einem Außenteil und einem Innenschieber. Das Außenteil des Teleskopschiebers verharret mit

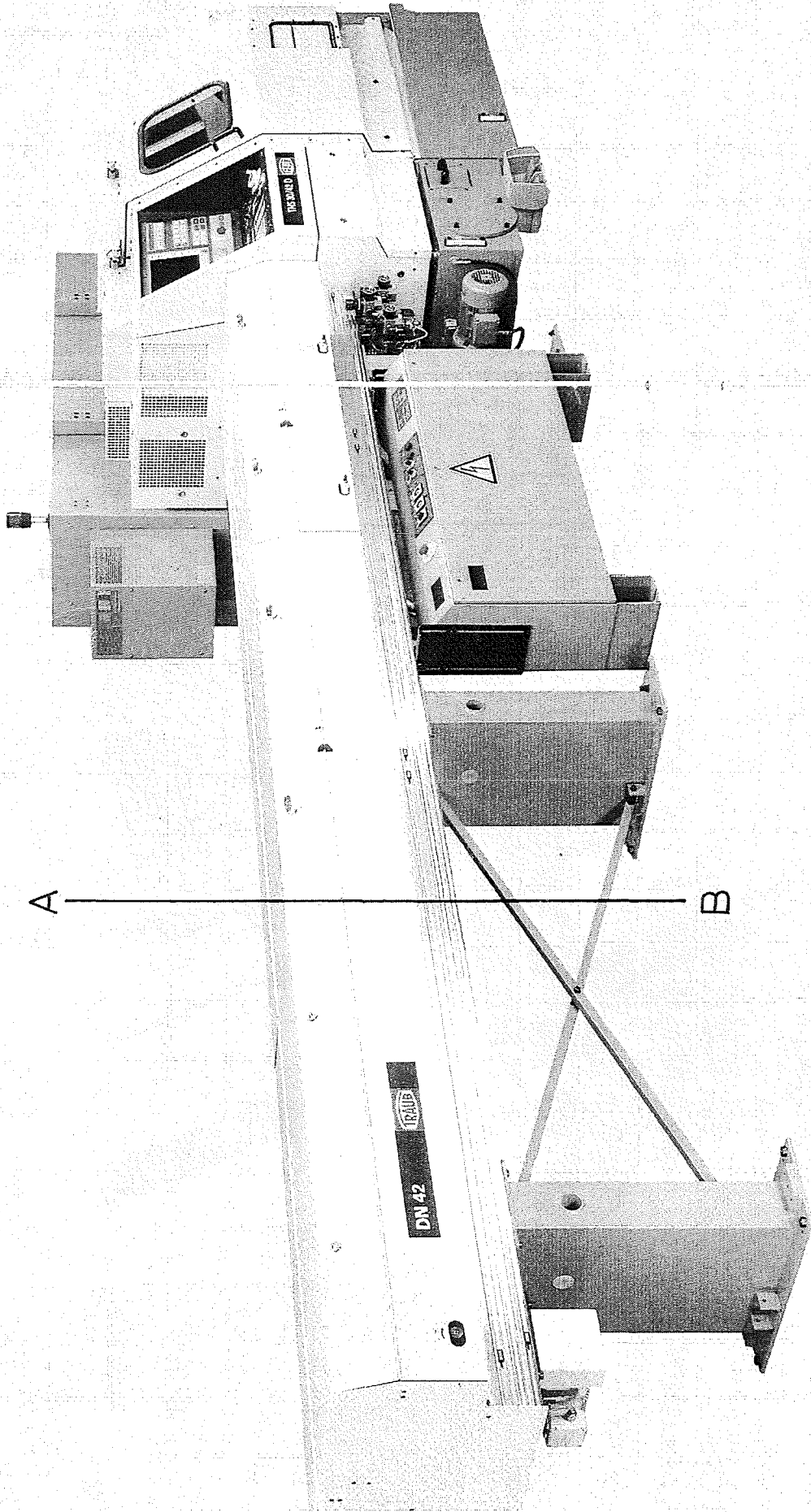


Abb. 37

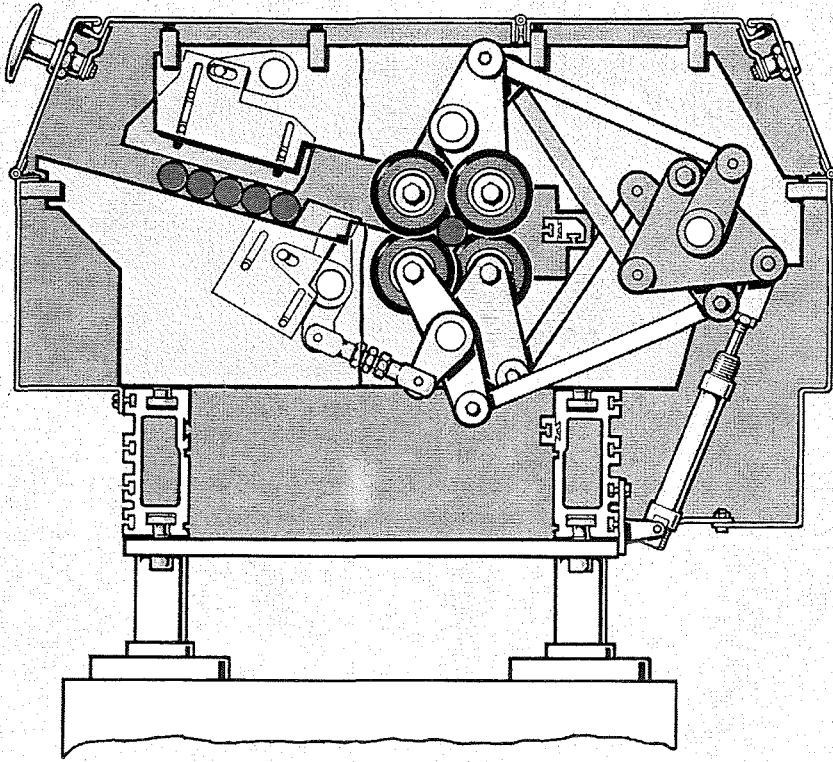


Abb. 38

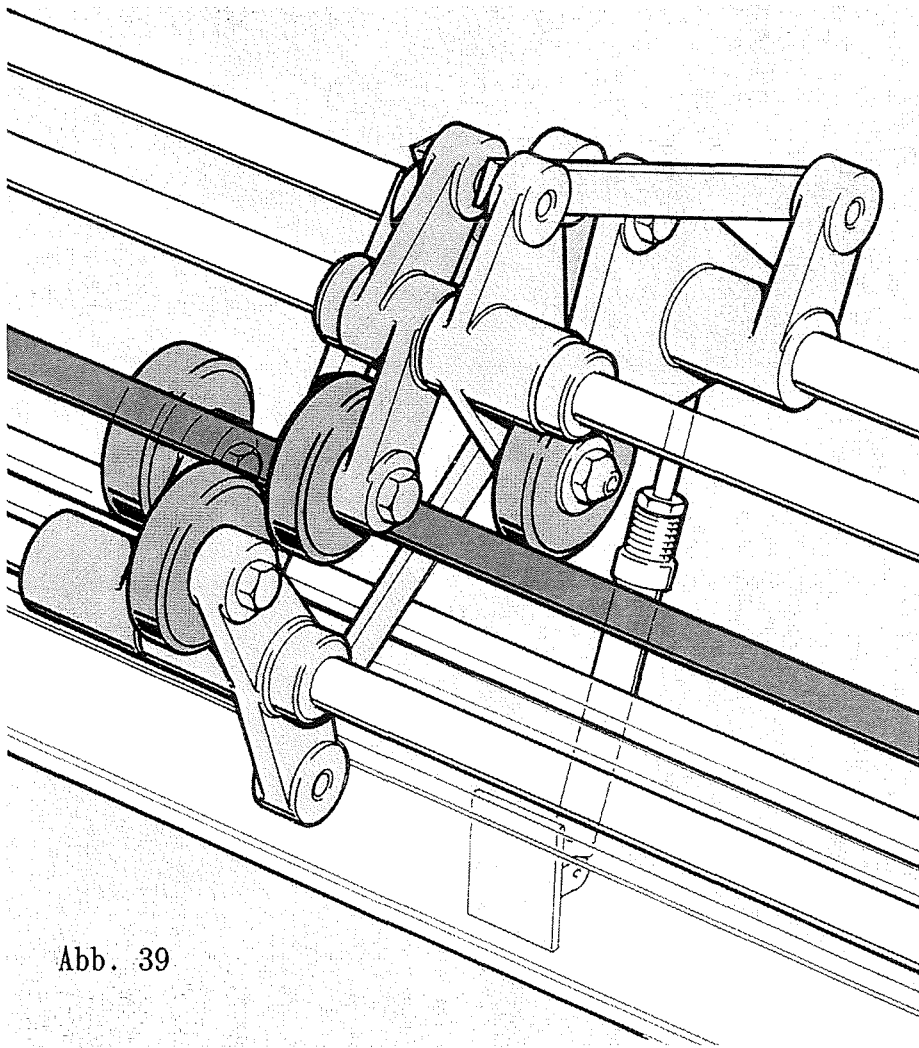


Abb. 39

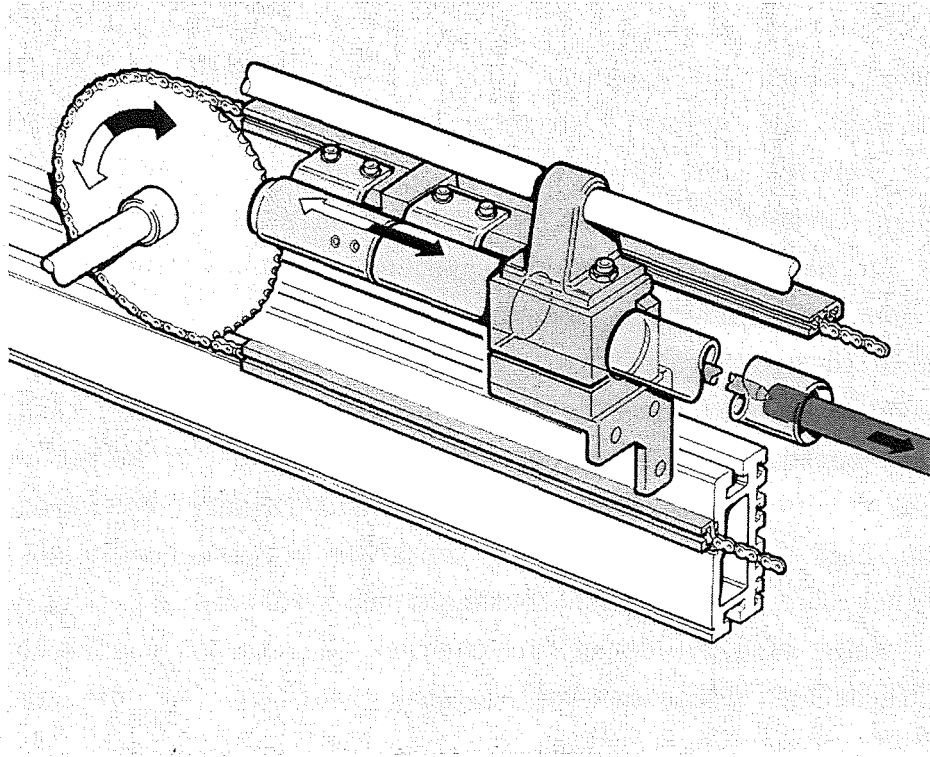


Abb. 40

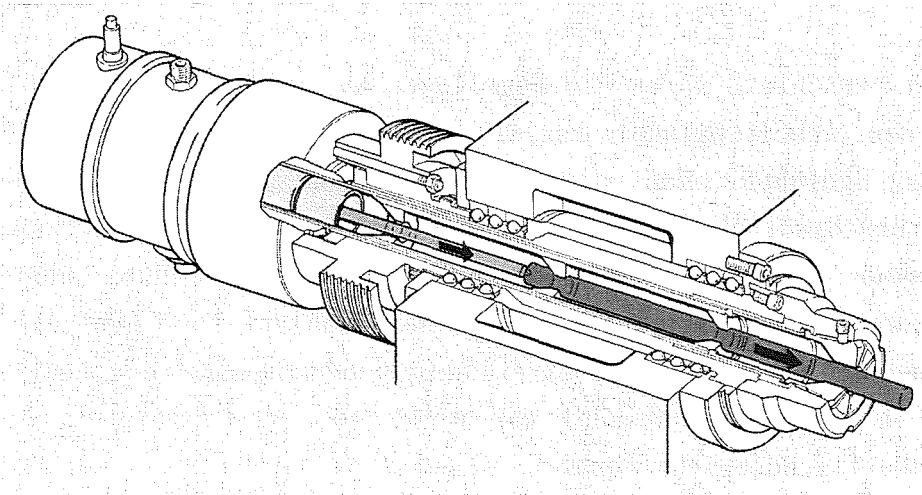


Abb. 41

kürzer werdender Stange am hinteren Ende der Arbeitsspindel, während der Innenschieber dann mit seinem kleinerem Durchmesser das Vorschieben der Reststange im Bereich der Spindel übernimmt. Der Teleskopschieber wird vorher bei noch großer Länge des Stangenmaterials im Magazin über den gesamten Weg in mehreren Kunststoff-Segmenten geführt. Entsprechend dem Kürzerwerden der Werkstoffstange und der Anzahl der am Führen beteiligten Rollensysteme wird die Vorschubkraft reduziert. Dadurch wird ein Prellen des Stangenanfangs auf dem Anschlag in der Drehmaschine oder ein Ausknicken von dünnem Werkstoffmaterial vermieden. Die Vorschubkraft wirkt nur während der Zeit, in der sie zum Bewegen der Werkstoffstange bei geöffneter Spannzange benötigt wird. Eine minimale Restkraft verhindert ein Abwandern des Werkstoffschiebers vom Werkstoffstangenende. Während des Abarbeitens der Werkstoffstange wird mit deren Kürzerwerden jeweils das unmittelbar vor dem Werkstoffschieber liegende Rollensystem geöffnet, um dem größeren Werkstoffschieber Platz zu schaffen. In der Arbeitsspindel der Maschine wird die Werkstoffstange exakt in einer dem Stangen-Durchmesser anpaßbaren Führungshülse geführt. Die Führungsbuchse in der Führungshülse (Spannzange) verhindert zuverlässig das Schwingen und Ausknicken der Stange. Die Arbeitsspindel wird durch einen Zahnriemen angetrieben und führt eine Drehbewegung aus. Gelagert ist die Arbeitsspindel in mehreren Kugellagern. Diese sorgen auch für die Positionsgenauigkeit der Arbeitsspindel bei der Drehbewegung. Die Arbeitsspindel bildet zusammen mit den Kugellagern eine Einheit.

Bedingt durch Verschleiß waren die Kugellager ausgeschlagen, was zur Folge hatte, daß die Arbeitsspindel zuviel Spiel hatte. Diese Tatsache hat wiederum dazu geführt, daß die eingeschobenen Werkstoffstangen, die aufgrund unterschiedlicher Abnutzung der Kunststoffrollen Schwingungen ausgesetzt sind, diese Schwingungen auf die Arbeitsspindel übertragen haben. Somit wurde bei höheren Drehzahlen der Rundlauf in erheblichem Maße beeinflußt und die oben erwähnte zuverlässige schwingungsfreie Bearbeitung der Stangen in der Arbeitsspindel war nicht mehr gewährleistet. Abb. 42 zeigt die Oberflächenbeschaffenheit eines Werkstückes und verdeutlicht diese Aussage. Die Messung, die mit "oben (Nähe Bund)" gekennzeichnet ist, konnte zwischen 120° und 150° nicht mehr exakt dokumentiert werden, da die Scheibengröße hierzu nicht ausreichte. Handmessungen ergaben jedoch Abweichungen von nahezu 0.01mm. Nach Beendigung der Konus-Produktion wurde

die NC-Maschine von einem Techniker der Hersteller-Firma gewartet. Die gesamte Einheit, bestehend aus Arbeitsspindel und Kugellager wurde ausgetauscht.

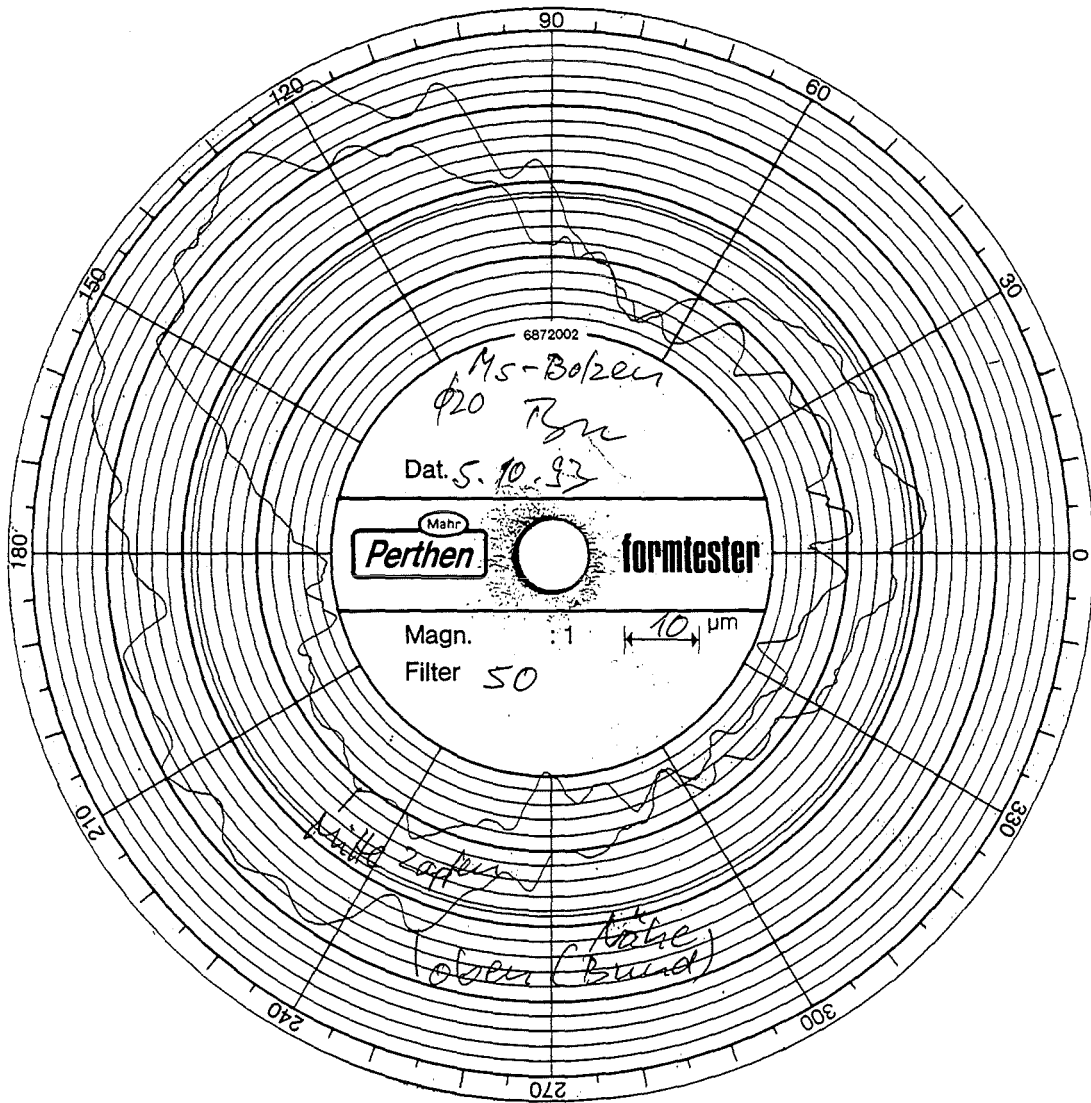


Abb. 42

12. STATIV bei unbekanntem Mittelwert

Die in dieser Arbeit beschriebenen Meßreihen wurden erst mit STATIV ausgewertet, nachdem ihr zeitliches Ende bereits erreicht war. In vielen praktischen Fällen kann das zeitliche Ende jedoch in weiter Ferne liegen, was zur Folge hat, daß der Gesamtmittelwert \bar{x} der Meßreihe nicht bekannt ist. Die CUSUM-Reihe, die wesentlicher Bestandteil von STATIV ist, kann in diesen Fällen also nicht nach Gleichung 5.1.1 berechnet werden. Dennoch kann auch hier STATIV angewendet werden. Es gibt zwei Vorgehensweisen, eine Auswertung durchzuführen. Die erste Möglichkeit wäre, den "wahren" Gesamtmittelwert \bar{x} in Gleichung 5.1.1 durch einen aus früheren, gleichartigen Meßreihen bekannten Wert \bar{x}' zu ersetzen. Existieren keine solchen Meßreihen, so kann man als zweite Möglichkeit für \bar{x}_{wahr} ersatzweise einen Sollwert \bar{x}_{soll} einsetzen. Diese Möglichkeit bietet sich besonders in der industriellen Fertigung an. Die Abbildungen 43 und 44 zeigen beispielhaft, wie sich die CUSUM-Reihe aus Abb. 5 ($\bar{x}_{\text{wahr}} = 178.4449$) verändert, wenn man sich vom Gesamtmittelwert \bar{x}_{wahr} entfernt. Man erkennt auf diesen Abbildungen, daß sich das charakteristische Aussehen der CUSUM-Reihe nicht verändert. Die CUSUM-Reihe verschiebt sich für den Fall, daß $\bar{x}_{\text{soll}} < \bar{x}_{\text{wahr}}$ gilt, lediglich nach oben, da der Endpunkt der CUSUM-Reihe (CUSUM_n) jetzt positiv ist. Man beachte hierbei den veränderten Maßstab der Ordinate. Für den Fall, daß $\bar{x}_{\text{soll}} > \bar{x}_{\text{wahr}}$ gilt, würde sich die CUSUM-Reihe nach unten verschieben, da der Wert CUSUM_n jetzt negativ wäre. Auf die Ergebnisse der Auswertung mit STATIV hat der Ersatz des Gesamtmittelwertes \bar{x} keinen Einfluß.

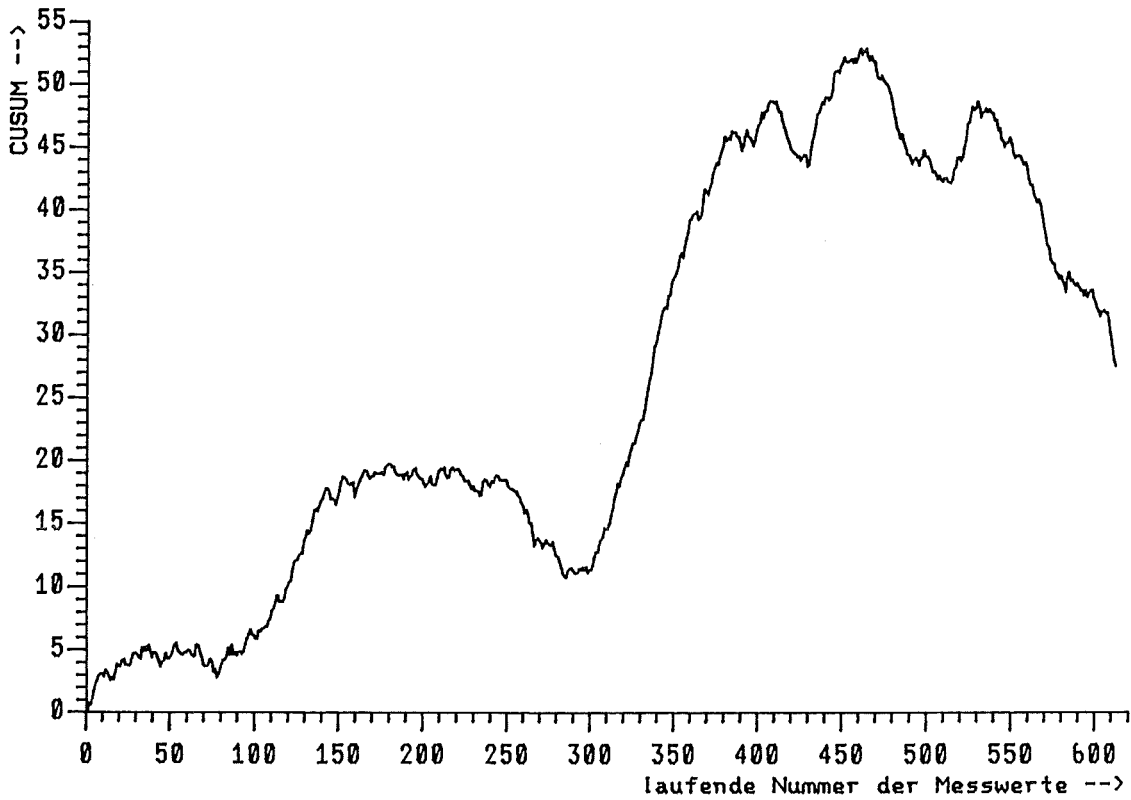


Abb. 43 CUSUM-Reihe aus Abb. 5 mit Sollwert 178.40

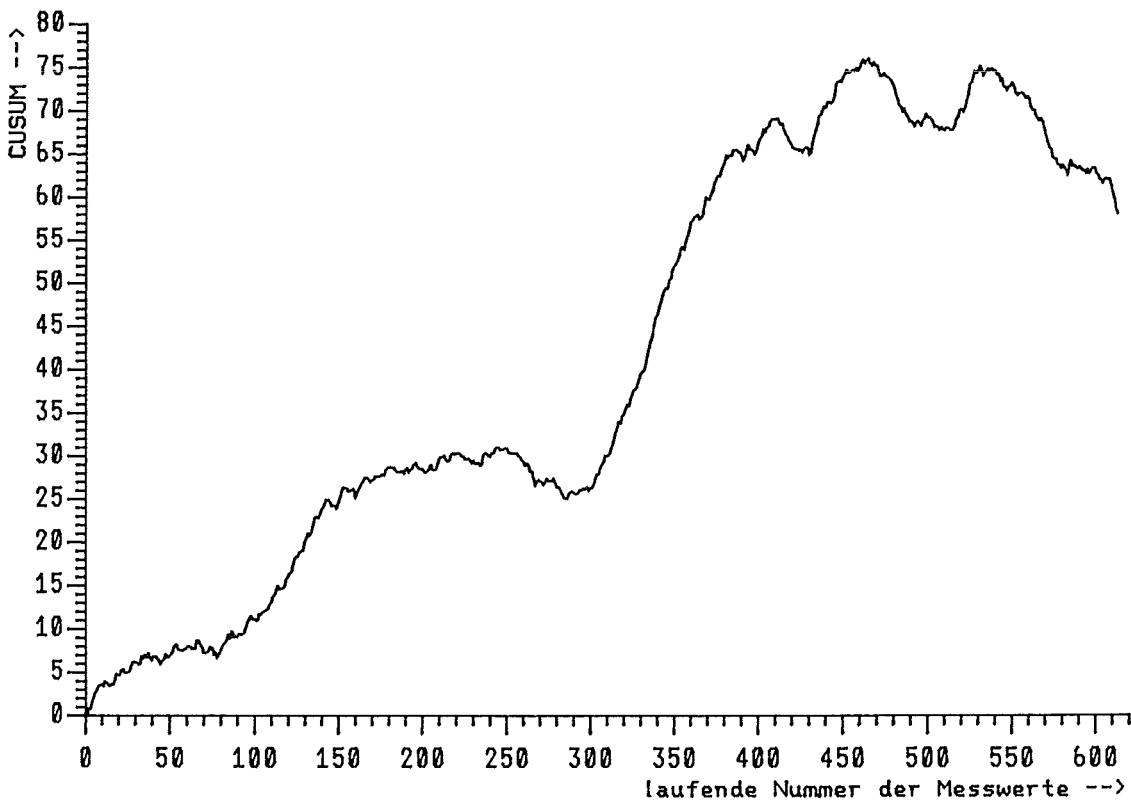


Abb. 44 CUSUM-Reihe aus Abb. 5 mit Sollwert 178.35

13. Schlußbemerkungen

Bei sämtlichen Meß- oder Zeitreihen, auf die STATIV bisher angewendet wurde, hat das Verfahren seine Tauglichkeit unter Beweis gestellt. Wie Kapitel 10.2 gezeigt hat, hält es den Vergleich mit dem einzigen bisher bekannten Verfahren zu diesem Themenbereich nicht nur stand, sondern übertrifft es in der Praxis bei weitem. Selbstverständlich kann STATIV den Zeitpunkt, zu dem sich die Randbedingungen ändern, nicht auf einen Meßwert genau bestimmen, da die zufällige Meßabweichung und nicht zuletzt auch die Rechengenauigkeit der Computer für eine geringfügige Verschiebung sorgen kann, aber das Intervall, das für diesen Zeitpunkt angegeben werden kann, ist so klein, daß es eine Lokalisierung der Änderung zuläßt.

Der Iterationsprozeß, der aus der "Einfachen Varianzanalyse" und der "Erweiterten V-Maske-Technik" besteht, könnte anstatt der V-Maske-Technik auch den CUSUM-Test von Page verwenden, wobei man dann aber mehr Rechenaufwand in Kauf nehmen müßte. Überhaupt läßt die gezeigte Äquivalenz von V-Maske-Technik und Page-Test letzteren in neuem Licht erscheinen. Wurde bisher der Page-Test dazu verwendet, einen Alarm auszulösen, wenn eine Meß- oder Zeitreihe statistisch außer Kontrolle gerät, so hat die erwähnte Äquivalenz gezeigt, daß man mit dem Page-Test auch den Zeitpunkt bestimmen kann, zu dem ein solches unkontrollierbares Verhalten einsetzt. Die Bedeutung dieses weitverbreiteten Tests hat somit noch zugenommen.

Was den praktischen Nutzen von STATIV angeht, so konnte dieser in Kapitel 11 deutlich gemacht werden. Gerade auf dem immer wichtiger werdenden Gebiet der Prozeß- und Qualitätskontrolle kann STATIV einen erheblichen Beitrag leisten. Wichtig ist hierbei, daß STATIV auch bei einer on-line-Überwachung eingesetzt werden kann. Die Parameter, die für den CUSUM-Test von Page bzw. für die V-Maske-Technik benötigt werden, können dabei aus früheren gleichartigen Meßprozessen übernommen werden. Insbesondere kann der Schätzwert des Gesamtmittelwertes \bar{x} bei der CUSUM-Reihe durch einen bereits bekannten Schätzwert oder durch einen Sollwert ersetzt werden.

14. Literatur

- [BEE 87] R. Beedgen, N. Peter, "Statistical Methods Within the Scope of Measurement Control Programs on the Example of the K-Edge Densitometer", Proc. 9th ESARDA Symp., London, 1987, pp. 285-290
- [BEL 84] P. Belanger, "Measurement Assurance Programs Part I: General Introduction", NBS Special Publication 676-I, Washington, 1984
- [BEN 54] C. A. Bennet, N. L. Franklin, "Statistical Analysis in Chemistry and Chemical Industry", John Wiley & Sons, New York, 1954
- [DIN 1319] Deutsches Institut für Normung e. V., Nr. 1319: "Grundbegriffe der Meßtechnik", Teil 3, Beuth Verlag, Berlin, August 1983
- [DUN 86] A. J. Duncan, "Quality Control and Industrial Statistics", Irwin Inc. Homewood, 1986
- [EBE 80] H. Eberle, P. Matussek, I. Michel-Piper, H. Ottmar, "Assay of Uranium and Plutonium in Solution by K-Edge Photon Absorptiometry Using a Continuous X-ray Beam", Proc. 2nd ESARDA Symp. on Safeguards and Nucl. Mat. Manage., Edingburgh, 1980, ESARDA 11 (1980), pp. 372-378
- [EBE 81] H. Eberle, P. Matussek, I. Michel-Piper, H. Ottmar, "Operational Experience with K-Edge Photon Absorptiometry for Reprocessing Feed and Product Solution Analysis", Proc. 3rd ESARDA Symp. on Safeguards and Nucl. Mat. Manage., Karlsruhe, 1981, ESARDA 13 (1981), pp. 109-114
- [HEN 86] R. Henderson, "Change-Point Problem With Correlated Observations, With an Application in Material Accountancy", Technometrics, November 1986, Vol. 28, No. 4, pp. 381-389
- [LEI 89] E. Leitner, R. Weh, B. Stojanik, R. Beedgen, N. Peter, R. Avenhaus, "Error Components of Analytical Plutonium Concentration Measurements", Proc. 10th ESARDA Symp., Luxemburg, 1989, pp. 221-224
- [MAS 88] W. Masing, "Handbuch der Qualitätssicherung", Carl Hanser Verlag, München, 1988
- [OTT 83] H. Ottmar, H. Eberle, P. Matussek, I. Michel-Piper, "Qualification of K-Absorption Edge Densitometry for Applications in International Safeguards" Nuclear Safeguards Technology 1982, IAEA, Vienna, Vol. II (1983), pp. 147-163

- [OTT 91] H. Ottmar, H. Eberle, "The Hybrid K-Edge/K-XRF Densitometer: Principles-Design-Performance" Kernforschungszentrum Karlsruhe, Karlsruhe, 1991, KfK 4590
- [PAG 54] E. S. Page, "Continuous Inspection Schemes", Biometrika 41, 1954, pp. 110-114
- [PET 90] N. Peter, "STATIV - An Iterativ Statistical Procedure", Proceedings of the 31th Annual Meeting of the INNM, Los Angeles, July 15-18, 1990, pp. 801-805
- [SAC 69] L. Sachs, "Statistische Auswertungsmethoden", Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1969
- [SIM 81] J. A. Simpson, "Foundations of Methology", Journal of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 86, No.3, May/June 1981, pp. 281-292
- [VDA 91] VDA-Einheitsblätter, -Empfehlungen, -Prüfblätter, -Richtlinien, Herausgeber: Verband der Automobilindustrie, Frankfurt/Main, 1976-1991
- [VDI 77] VDI/DGQ-Richtlinien, "VDI/DGQ 3441", Beuth Verlag, Berlin-Köln, 1977
- [WET 77] G. B. Wetherill, "Sampling Inspection and Quality Control", University Press, Cambridge, 1977