

Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt
Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6712

**Einzelelektronentransistoren im
Regime kleiner Widerstände**

Christoph Wallisser
Institut für Festkörperphysik

Von der Fakultät für Physik der Universität
Karlsruhe (TH) genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
2002

Impressum der Print-Ausgabe:

**Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor**

**Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe**

**Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)**

ISSN 0947-8620

Einzelelektronentransistoren im Regime kleiner Widerstände

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN
von der Fakultät für Physik der
Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Phys. Christoph Michael Wallisser
aus Freiburg im Breisgau

Tag der mündlichen Prüfung: 1. Februar 2002

Referent: Prof. Dr. Hilbert von Löhneysen

Korreferent: Prof. Dr. Gerd Schön

Einzelektronentransistoren im Regime kleiner Widerstände

Kurzfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Aluminium-Aluminiumoxid-Aluminium-Einzelektronentransistoren mit Tunnelkontakt-Widerständen in der Größenordnung des Quantenwiderstandes $R_K = e^2/h$ experimentell untersucht und der dazu notwendige Messaufbau realisiert.

Bei kleinen Tunnelwiderständen werden über die orthodoxe Theorie des Einzelektronentunnels hinaus deutliche Beiträge zum Transport durch Prozesse höherer Ordnung erwartet. In die theoretische Beschreibung dieser Effekte geht zum einen die Ladungsenergie E_c der Transistorinsel, zum anderen die Kopplungsstärke $\alpha = R_K/R_{||}$ ein, wobei $R_{||}$ den Parallelwiderstand der Tunnelkontakte bezeichnet. Die Transistoren wurden mit einem speziellen Layout hergestellt, das es erlaubt, α direkt zu messen.

An solchen Transistoren mit Kopplungsstärken α von 0,8 bis 6 wurde aus den Coulomboszillationen der maximale und minimale Linear-Response-Leitwert, G_{\min} und G_{\max} , als Funktion der Temperatur im Bereich von 28 mK bis 18 K bestimmt und mit störungstheoretischen Vorhersagen zweiter Ordnung, einer semiklassischen analytischen Beschreibung sowie Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen (QMC) verglichen. Für $G_{\max}(T)$ wird bei Proben mit $\alpha < 2$ eine gute Übereinstimmung mit der Störungstheorie gefunden, für höhere α jedoch eine zunehmende Abweichung. Für $G_{\min}(T)$ wird bei allen Werten eine Abweichung beobachtet, die mit wachsendem α größer wird. Die Semiklassik beschreibt bei hohen Temperaturen $G_{\min}(T)$ und $G_{\max}(T)$ gut. Für die QMC-Rechnungen wird im gesamten Temperaturbereich eine gute Übereinstimmung beobachtet.

Single-electron transistors in the regime of low resistance

Abstract

In this thesis we report on the experimental investigation of Aluminum-Alumina-Aluminum single-electron transistors with tunnel junction resistances of the order of R_K and on the implementation of the measurement setup necessary for this.

In the regime of low resistive tunnel junctions tunnel processes beyond the orthodox theory contribute clearly to the transport. The only two sample parameters which enter the theoretical descriptions are the charging energy E_c and the coupling strength $\alpha = R_K/R_{||}$, where $R_{||}$ denotes the parallel resistance of the junctions. The transistors investigated are fabricated with a special layout which allows the direct measurement of α .

On such transistors with coupling strengths α from 0.8 to 6 the minimum and maximum linear-response conductance, G_{\min} and G_{\max} resp., were extracted from the coulomb oscillations as a function of temperature in the range from 28 mK to 18 K. The results are compared with the predictions of a second order perturbation theory, a semiclassical analytical description and Quantum Monte-Carlo calculations (*QMC*). For $G_{\max}(T)$, a good agreement with the perturbation theory is found for samples with $\alpha < 2$. For higher α an increasing deviation is observed. For $G_{\min}(T)$ deviations are observed for all values of α which grow with increasing α . The semiclassical approach describes $G_{\min}(T)$ and $G_{\max}(T)$ at high temperatures well. For the QMC calculations good agreement is observed in the entire temperature range.

Inhalt

1. Einleitung	1
2. Theoretische Grundlagen	5
2.1. Der Einzelkontakt	6
2.2. Beschreibung der elektromagnetischen Umgebung	10
2.3. Der Einzelelektronentransistor	12
2.3.1. Transport durch den SET	13
2.3.2. Tunnelraten und Strom-Spannungs-Kennlinie	16
2.3.3. Beschreibungen über die orthodoxe Theorie hinaus	22
3. Probenherstellung	27
3.1. Elektronenstrahlolithographie	28
3.2. Schattenbedampfung	33
4. Messtechnik	39
4.1. Prinzipieller Messaufbau	40
4.2. Messelektronik	43
4.2.1. Vermeidung von Störeinflüssen	43
4.2.2. Aufbau der Messelektronik	45
4.2.3. Verstärkerschaltungen	46
4.3. Spezifische Störquellen bei Experimenten mit Einzelladungseffekten	51
4.3.1. Filterkonzepte für höchste Frequenzen	53
4.3.2. Hochfrequenzfilter und Probenhalter	55
4.3.3. Wirksamkeit der Filterung	60
4.4. Rauschinduzierte Ströme durch den SET-Transistor	65
4.4.1. Asymmetrische hochfrequente Einstrahlung	67
4.4.2. Niederfrequente Fluktuationen der Transportspannung	71
5. Probencharakterisierung	77
5.1. Messungen und Skalierung	78
5.2. Bestimmung der Probenparameter	80
5.2.1. Bestimmung des Probenwiderstandes	80
5.2.2. Bestimmung der Ladungsenergie	82
5.3. Probenparameter	91

6. Ergebnisse und Diskussion	93
6.1. Temperaturabhängige Coulomboszillationsmessungen	94
6.2. Vergleich mit theoretischen Vorhersagen	95
6.2.1. Proben mit 2-Kontakt-Layout	95
6.2.2. Proben mit 4-Kontakt-Layout	98
6.3. Diskussion	102
7. Zusammenfassung	107
A. Renormierung der Ladungsenergie eines supraleitenden SET	111

1. Einleitung

In dieser Arbeit untersuchen wir ein System aus metallischen Nanostrukturen, in dem die Quantisierung der elektrischen Ladung wichtig wird, den sogenannten *Einzelelektronentransistor* (Fulton und Dolan, 1987). Er besteht aus einer Insel, die mittels zweier ultrakleiner Tunnelkontakte an zwei Zuleitungen gekoppelt ist, und einer kapazitiv an die Insel gekoppelten Gateelektrode. Das System wird durch die Gesamtkapazität C_Σ der Insel, die Tunnelwiderstände $R_{T,L}$ und $R_{T,R}$ der beiden Tunnelkontakte sowie der Gatekapazität C_g charakterisiert.¹ Aufgrund sogenannter Coulombblockade-Effekte ist die Leitfähigkeit des Einzelelektronentransistors eine Funktion der an die Gateelektrode angelegten Spannung, wenn zumindest zwei Voraussetzungen erfüllt sind: Erstens sollte die Kopplung zwischen den Elektroden und der Insel schwach sein. Dann ist die Anzahl der Elektronen auf der Insel wohldefiniert und die Ladungsenergie $E_c = e^2/2C_\Sigma$ der Insel wird zur bestimmenden Größe für den Transport durch den Transistor. Im Allgemeinen wird angenommen, dass dies Widerstände zwischen Insel und Zuleitungen verlangt, die größer als der Quantenwiderstand $R_K = h/e^2$ sind. Zweitens muss die Temperatur kleiner als E_c/k_B sein, damit die durch die Ladungsenergie E_c verursachten Effekte nicht durch thermische Fluktuationen verschmiert werden. Sind diese beiden Bedingungen erfüllt, so wird der Stromtransport durch den Einzelelektronentransistor durch die sogenannte *orthodoxe Theorie* (z. B. Ingold und Nazarov, 1992) vollständig beschrieben. Dabei werden nur unkorrelierte sequentielle Tunnelprozesse betrachtet und mit Hilfe eines störungstheoretischen Ansatzes und Fermis Goldener Regel die Tunnelraten berechnet.

Wie wichtig die Erfüllung der zweiten Bedingung für die Beobachtung von Coulombblockade-Effekten ist, lässt sich experimentell leicht überprüfen. Das Verhalten des Einzelelektronentransistors für $T = 0$, wie es von der orthodoxen Theorie beschrieben wird, beobachtet man erst bei Temperaturen $T \leq E_c/100k_B$. Bei Temperaturen $T \sim E_c/10k_B$ wird eine thermische Verschmierung sichtbar und bei $T \sim E_c/k_B$ werden die Nichtlinearitäten in der Strom-Spannungs-Charakteristik nahezu unsichtbar. Anders verhält es sich mit der ersten Bedingung. Die Annahme, dass die Coulombblockade-Effekte durch niedrigere Widerstände vollständig verwaschen werden, hat sich als falsch erwiesen (Panyukov und Zaikin, 1991; Joyez et al., 1997; Chouvaev et al., 1999; Wallisser et al., 2001). Sogar bei Widerständen, die nur $1/25$ so groß wie der Quantenwiderstand R_K waren, wurden Coulombblockade-Effekte gemessen (Chouvaev et al., 1999).

Einzelelektronentransistoren im Regime kleiner Widerstände wurden in den letzten Jahren in vielen theoretischen Arbeiten untersucht. In Abhängigkeit der Kopplungsstärke $\alpha \equiv R_K/R_{ii}$,

¹ Streng genommen ist für die vollständige Phänomenologie des Systems auch die Verteilung von C_Σ auf die verschiedenen beteiligten Kapazitäten – das sind neben C_g und den Tunnelkapazitäten $C_{T,L}$ und $C_{T,R}$ auch Streukapazitäten, z. B. gegen Erde – wichtig. Die hier hauptsächlich betrachtete Linear-Response-Leitfähigkeit wird jedoch vollständig durch C_Σ , $R_{T,L}$, $R_{T,R}$ und C_g beschrieben.

wobei R_{\parallel} den Gesamtwiderstand zwischen der Transistorinsel und den Zuleitungen – also den Parallelwiderstand der Tunnelwiderstände $R_{T,L}$ und $R_{T,R}$ – angibt, lässt sich der Einzelelektronentransistor durch verschiedene Theorien beschreiben. Für $\alpha \ll 1$ wird das Verhalten des SET durch sequentielles Tunneln beschrieben (z. B. Ingold und Nazarov, 1992). Bei $\alpha \lesssim 1$ können Ergebnisse in höherer Ordnung Störungstheorie benutzt werden, um die beobachtete Phänomenologie zu beschreiben (Grabert, 1994; König et al., 1997, 1998). Die bei endlichen Temperaturen und nahe den Entartungspunkten zweier benachbarter Ladungszustände auftretenden Divergenzen müssen dabei speziell behandelt werden (Schoeller und Schön, 1994; König et al., 1995; König und Schoeller, 1998). Bei $\alpha > 1$ oder bei hohen Temperaturen kann das Problem durch semiklassische Theorien behandelt werden (Golubev und Zaikin, 1996; Golubev et al., 1997; Göppert und Grabert, 2000). Der gesamte Parameterbereich wurde erfolgreich durch Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen beschrieben. Für große Kopplungsstärken α ist dabei ein formal exakter Pfad-Integral-Ausdruck in der Phasendarstellung als Ausgangspunkt für die Simulationen am besten geeignet (Herrero et al., 1999; Göppert et al., 2000).

In die theoretischen Beschreibungen gehen nur die Ladungsenergie $E_c = e^2/2C_{\Sigma}$ und die Kopplungsstärke $\alpha = R_K/R_{\parallel}$ ein. Beim üblichen Transistorlayout, das von Joyez et al. (1997) und Chouvaev et al. (1999) für ihre Experimente verwendet wurde, ist nur der Serienwiderstand der beiden Tunnelkontakte direkt messbar. Damit kann für die Kopplungsstärke α nur eine untere Schranke α_{\min} angegeben werden, von der der wirkliche Wert von α erheblich abweichen kann, wenn sich der Serienwiderstand asymmetrisch auf die einzelnen Tunnelkontakte verteilt. Um einen Vergleich mit der Theorie ohne freie Parameter durchführen zu können, haben wir ein Probenlayout entwickelt, das es ermöglicht, die Widerstände der einzelnen Tunnelkontakte zu bestimmen. Damit wird die Kopplungsstärke α eine direkt messbare Größe.

In dieser Arbeit werden Einzelelektronentransistoren mit Tunnelwiderständen in der Größenordnung des Quantenwiderstandes ($\alpha = 1$ bis $\alpha = 6$) untersucht und mit den oben genannten Theorien verglichen, die über die Beschreibung durch die orthodoxe Theorie hinausgehen. Die Arbeit gliedert sich wie folgt:

In Kapitel 2 wollen wir zunächst die an ultrakleinen Tunnelkontakten auftretenden Ladungseffekte vorstellen, wobei wir insbesondere auf die Abhängigkeit der Coulombblockade-Effekte von der elektromagnetischen Umgebung eingehen. Wir werden mit Hilfe der orthodoxen Theorie die Funktionsweise des Einzelelektronentransistors erklären und stellen die über die Beschreibung durch sequentielles Tunneln hinausgehenden Theorien vor.

Die von uns untersuchten Einzelelektronentransistoren bestehen aus dünnen Aluminiumschichten, bei denen die Insel durch eine dünne Oxidbarriere von den Zuleitungen abgetrennt ist. Die Herstellung der Proben mit Hilfe von Elektronenstrahlolithographie und Schattenbedampfungstechnik wird in Kapitel 3 beschrieben.

Bei experimentellen Untersuchungen von Einzelelektronentransistoren stellt die Einstrahlung von Störsignalen bis in den THz-Bereich, die zu einer Erhöhung der *effektiven* Temperatur des Systems führen, ein großes Problem dar. In Kapitel 4 diskutieren wir unterschiedliche Lösungsansätze und stellen den von uns verwirklichten Messaufbau einschließlich einer Filterung bei tiefen Temperaturen bis zu höchsten Frequenzen vor. Die Funktionstüchtigkeit des Messaufbaus wird anhand von Messungen gezeigt. Gleichzeitig wird jedoch auch die Empfindlichkeit der Einzelelektronentransistoren auf äußere Einflüsse demonstriert.

In Kapitel 5 werden wir unser Probenlayout vorstellen, das es ermöglicht, die Widerstände der einzelnen Tunnelkontakte zu bestimmen. Wir werden beschreiben, wie wir die Kopplungsstärke α sowie die Ladungsenergie E_c für unsere Proben ermittelten. Vor allem bei der Bestimmung von E_c traten unvorhergesehene Probleme auf, die wir diskutieren werden.

Im letzten Kapitel stellen wir die von uns durchgeführten temperaturabhängigen Messungen an sieben Proben mit Kopplungsstärken α von 1,1 bis 6 vor. In Abhängigkeit von α zeigen wir, mit welchen Theorien die Messdaten beschrieben werden können. Insbesondere vergleichen wir die Messdaten einer Probe mit QMC-Rechnungen, die mit den Parametern dieser Probe durchgeführt wurden (Theis, 2001). Aufgrund unseres speziellen Probenlayouts ist ein Vergleich ohne freie Parameter möglich.

2. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel wollen wir die grundlegenden Effekte und Theorien der Einzelladungselektronik vorstellen. Wir betrachten dabei zunächst einen kleinen Tunnelkontakt, der aus zwei metallischen Elektroden mit einer dazwischenliegenden isolierenden Tunnelbarriere geformt ist. Der Tunnelkontakt besitzt eine Kapazität C und einen Tunnelwiderstand R_T . Um an einem solchen System Einzelladungseffekte beobachten zu können, muss die Ladungsenergie, die mit dem Transport eines Elektrons durch das System verbunden ist, deutlich größer als die zur Verfügung stehende thermische Energie $k_B T$ sein. Es muss folglich gelten:

$$\frac{e^2}{2C} \gg k_B T. \quad (2.1)$$

Gleichzeitig sollte sichergestellt sein, dass sich ein Elektron – bis auf die kurze Zeit des Tunnelns – nur auf einer der beiden Elektroden aufhält, also nur eine schwache Kopplung über den Tunnelkontakt besteht. Dies lässt sich mit Hilfe des Widerstandes des Tunnelkontaktes R_T folgendermaßen formulieren:

$$R_T \gg R_K \approx 25,8 \text{ k}\Omega. \quad (2.2)$$

Sind diese beiden Bedingungen erfüllt, so kann das Tunneln eines einzelnen Elektrons durch den Tunnelkontakt das Tunneln des folgenden vollständig blockieren, bis die zusätzliche Ladung e auf der Elektrode wieder entfernt wird. Diese sogenannte *Coulombblockade des Einzelelektronentunnelns* ist eine Folge der Coulomb-Wechselwirkung der Leitungselektronen. Überraschend daran ist, dass ein *einzelnes* Elektron durch die Blockade kontrolliert werden kann, obwohl sich eine sehr große Anzahl (ca. 10^9) Leitungselektronen in den Elektroden aufhält. Aus dieser Coulombblockade ergeben sich Effekte, die auf der zeitlichen Korrelation von elementaren Tunnelvorgängen beruhen. Immer ist der diskrete Ladungstransfer über die Tunnelbarriere mit einem *kontinuierlichen* Ladungstransfer in den Elektroden verbunden.

Die Experimente auf dem Gebiet des Einzelelektronentunnelns können sowohl qualitativ als auch quantitativ weitgehend durch die sogenannte *orthodoxe Theorie* von Averin und Likharev¹ beschrieben werden, solange die Bedingungen 2.1 und 2.2 erfüllt sind. Die auftretenden Tunnelereignisse lassen sich dann als schwache Störung betrachten und bei der Berechnung der Strom-Spannungs-Charakteristik ist eine störungstheoretische Beschreibung erster Ordnung im Tunnelhamiltonian ausreichend. Es werden also nur unkorrelierte sequentielle Tunnelereignisse berücksichtigt. Ist jedoch die Bedingung $R_T \gg R_K$ nicht mehr erfüllt, so werden auch Tunnelprozesse höherer Ordnung wichtig.

¹ Einen Überblick über diese Theorie findet man z. B. bei Averin und Likharev (1991) und Ingold und Nazarov (1992). Von Schön (1998) werden ausgehend von der orthodoxen Theorie auch die über sie hinausgehenden Effekte zusammenfassend beschrieben.

Bei allen von uns hier beschriebenen theoretischen Überlegungen werden folgende vereinfachenden Voraussetzungen verwendet:

- Form und Dimension der Tunnelkontakte spielen keine Rolle, sie werden als nulldimensional behandelt.
- Das Tunneln geschieht instantan.
- Die Ladungsverteilung innerhalb der Elektroden ist sofort nach dem Tunneln wieder im Gleichgewicht.
- Einzelelektroneneffekte sollen innerhalb der Elektroden und Zuleitungen keine Rolle spielen.

Im Folgenden wollen wir zunächst anhand des Einzelkontaktes die grundlegenden Effekte der Einzelladungselektronik beschreiben und zeigen, wie wichtig bei der Betrachtung von Einzelladungseffekten der Einfluss der an die Tunnelkontakte angeschlossenen Zuleitungen ist. Danach werden wir den Einzelelektronentransistor vorstellen und mit Hilfe des Hamiltonoperators des Systems die Strom-Spannungs-Charakteristiken berechnen. Im letzten Abschnitt wollen wir dann auf die Theorien für Einzelelektronentransistoren mit Tunnelwiderständen im Bereich des Quantenwiderstandes R_K eingehen.

2.1. Der Einzelkontakt

An diesem einfachsten System der Einzelladungselektronik wollen wir zunächst die grundlegenden auftretenden Effekte beschreiben, dabei aber gleichzeitig auf eine der Komplikationen der Einzelladungselektronik eingehen: Die Einzelladungselektronik-Komponenten können nicht unabhängig von ihrer Umgebung betrachtet werden. Ausgangspunkt der Betrachtung ist dabei ein einzelner Tunnelkontakt, der mit einer idealen Stromquelle verbunden ist (siehe z. B. Grabert et al., 1991; Ingold und Nazarov, 1992).

Stromgetriebener Einzelkontakt

Ein Tunnelkontakt besteht aus zwei Elektroden, die durch eine dünne, isolierende Barriere voneinander getrennt sind. Quantenmechanisches Tunneln erlaubt den Ladungsträgern mit bestimmter Wahrscheinlichkeit die Barriere zu überwinden. Zwischen den Tunnelereignissen stellt der Kontakt einen Kondensator mit der Kapazität C dar. Die Ladungseffekte in diesem System treten als Folge des Wechselspiels zwischen der kontinuierlichen Ladung Q auf der Kapazität des Einzelkontaktes und der diskreten Natur der Ladungsträger, die durch die Barriere tunneln können, auf. Einerseits wird durch den Strom I kontinuierlich die Ladung Q auf den Tunnelkontakt geschoben, die ein beliebig kleiner Bruchteil der Ladung e sein kann, verursacht durch die Verschiebung der Elektronen im Tunnelkontakt gegenüber den positiven Gitterionen. Andererseits tritt durch das Tunneln eines Elektrons durch den Kontakt eine plötzliche Umladung um e auf. Für die damit verbundene Änderung der Ladungsenergie $Q^2/2C$ gilt:

$$\Delta E = \frac{Q^2}{2C} - \frac{(Q - e)^2}{2C} \quad (2.3)$$

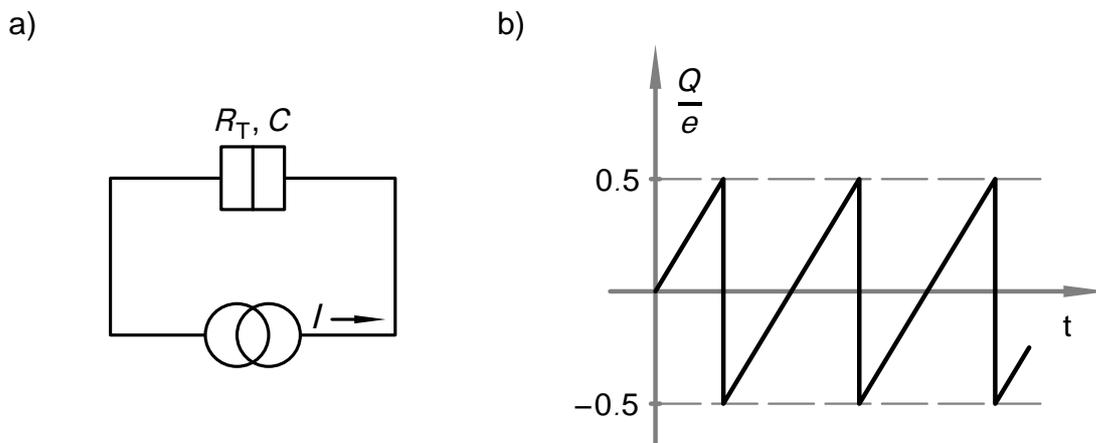


Abbildung 2.1. a) Einzelkontakt mit Tunnelwiderstand R_T und Tunnelkapazität C , angeschlossen an eine ideale Stromquelle. b) SET-Oszillationen des Einzelkontaktes. Die Ladung Q auf dem Einzelkontakt oszilliert bei konstanter Stromzufuhr I mit der Frequenz $f_{\text{SET}} = I/e$ zwischen $+e/2$ und $-e/2$.

Bei der Temperatur $T = 0$ kann ein Tunnelereignis nur auftreten, wenn ΔE positiv ist, woraus folgt dass für $Q < e/2$ kein Tunnelereignis auftreten kann. Die Strom-Spannungs-Charakteristik sollte daher eine sogenannte *Coulombblockade* zeigen, d. h.:

$$I = 0 \quad \text{für} \quad -\frac{e}{2C} < U < \frac{e}{2C}, \quad (2.4)$$

wobei U die über den Tunnelkontakt abfallende Spannung bezeichnet.

Die Stromquelle wird also den Transistor so lange aufladen, bis die Ladung $e/2$ erreicht ist. Dann tunnelt ein Elektron, die Ladung des Tunnelkontaktes springt auf $Q = -e/2$ und der Zyklus beginnt von neuem. Dies führt zu den in Abbildung 2.1 dargestellten *Single-electron-tunneling-Oszillationen (SET-Oszillationen)* in der über den Einzelkontakt abfallenden Spannung U mit der Frequenz

$$f_{\text{SET}} = I/e. \quad (2.5)$$

Bei dieser Betrachtung nahmen wir an, dass der Tunnelkontakt unabhängig von seiner Umgebung beschrieben werden kann, die hier nur aus einer idealen Stromquelle bestand. Jedoch werden in einem realistischen Aufbau zur Kontaktierung des Tunnelkontaktes Zuleitungen benötigt, deren Kapazitäten im Vergleich mit der des kleinen Tunnelkontaktes in der Regel groß sind. Wie schon erwähnt, muss die Kapazität des Tunnelkontaktes, damit überhaupt Ladungseffekte beobachtet werden können, so klein sein, dass die Ladungsenergie einer einzelnen Elementarladung e die thermische Energieunschärfe deutlich übersteigt und die Bedingung $\frac{e^2}{2C} \gg k_B T$ erfüllt wird. Dies bedeutet, unter Berücksichtigung des experimentell zugänglichen Temperaturbereiches größer 10 mK, dass die Kapazität des Tunnelkontaktes im fF-Bereich oder darunter liegen muss. Die Kapazitäten der Zuleitungen liegen jedoch immer um einige Größenordnungen darüber. Sie werden von der Stromquelle aufgeladen und fungieren dann als ideale Spannungsquelle für den Tunnelkontakt.

Spannungsgetriebener Einzelkontakt

Wenn ein Einzelkontakt mit einer idealen Spannungsquelle V verbunden ist, ergibt sich ein deutlich anderes Bild als bei der Stromquelle. In dieser Konfiguration wird die Ladung Q auf den Elektroden konstant gehalten. Sie entspricht im Gleichgewicht der durch die Spannungsquelle vorgegebenen Ladung $Q = CV$. Tunnelt nun ein Elektron, so tritt ein Nicht-Gleichgewichtszustand auf. Die Ladung $Q - e$ auf dem Tunnelkontakt entspricht nicht mehr der von der Spannungsquelle vorgegebenen Ladung $Q = CV$. Um das Gleichgewicht wieder herzustellen, wird von der idealen Spannungsquelle instantan ein Elektron transferiert und damit der Tunnelkontakt wieder aufgeladen. Die von der Spannungsquelle verrichtete Arbeit eV ist dabei die einzige Energie, die in die Strom-Spannungs-Kennlinie eingeht. Die Ladungsenergie spielt keine Rolle.

Die Strom-Spannungs-Kennlinie des spannungsgetriebenen Einzelkontaktes lässt sich durch Berechnung der Tunnelraten durch den Kontakt unter Berücksichtigung der externen Spannung V berechnen (siehe z. B. Ingold und Nazarov, 1992). Das Tunneln der Elektronen wird dabei durch den Tunnelhamiltonian

$$H_T = \sum_{kq\sigma} T_{kq} c_{q\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + \text{H. c.} \quad (2.6)$$

beschrieben. Der explizit ausgeschriebene Term beschreibt dabei die Vernichtung eines Quasiteilchens mit Wellenvektor k und Spin σ auf der linken Elektrode und die Erzeugung eines Quasiteilchens mit dem gleichen Spin aber dem Wellenvektor q auf der rechten Elektrode und damit den Transfer eines Elektrons von der linken zur rechten Seite. Das entsprechende Matrixelement ist durch T_{kq} gegeben. Der hermitesch konjugierte Teil beschreibt den umgekehrten Prozess. Als Ergebnis einer Rechnung nach der goldenen Regel, die den Tunnelhamiltonian als Störung behandelt und einen elastischen Tunnelprozess annimmt, findet man für den Strom I durch den Tunnelkontakt unabhängig von der Temperatur

$$I(V) = V/R_T, \quad (2.7)$$

wobei $R_T \propto 1/|\bar{T}_{kq}|^2$ und \bar{T}_{kq} ein mittleres Matrixelement des Tunnelhamiltonian aus Gleichung 2.6 ist. Man erhält also eine Strom-Spannungs-Charakteristik wie beim ohmschen Widerstand. Daher wird R_T auch als Tunnelwiderstand bezeichnet. Jedoch ist die Natur des Ladungstransports durch den Tunnelkontakt deutlich anders als bei einem ohmschen Widerstand, was z. B. in unterschiedlichen Rauschspektren deutlich wird (Likharev, 1988).

Einzelladungseffekte lassen sich an einem spannungsgetriebenen Einzelkontakt nur beobachten, wenn man verhindert, dass die Kapazität des Einzelkontaktes sofort wieder aufgeladen wird. Über die Unschärferelation definiert die Ladungsenergie E_c eine Zeitskala $\tau_c = h/E_c$. Wenn ein Elektron nach dem Tunneln nicht innerhalb dieser Zeit vom Kontakt abtransportiert werden kann, also der Ladungsausgleich am Kontakt nicht innerhalb dieser Zeit wieder hergestellt wird, dann tritt eine *Coulombblockade* auf. Wie schnell die Ladung abtransportiert wird, lässt sich durch den Widerstand der Zuleitungen zum Tunnelkontakt beeinflussen. Aus der quantenmechanischen Behandlung der elektromagnetischen Umgebung des Tunnelkontaktes (Devoret et al., 1990), die wir in Abschnitt 2.2 vorstellen wollen, ergibt sich, dass eine Coulombblockade nur beobachtet werden kann, wenn der Widerstand der Zuleitungen deutlich

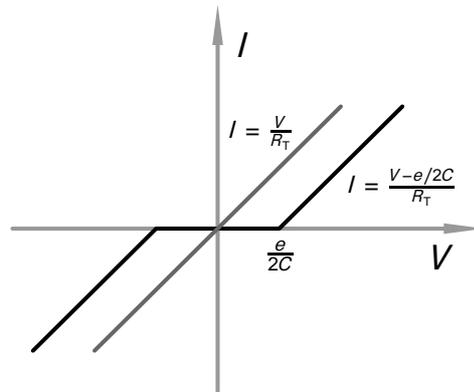


Abbildung 2.2. Strom-Spannungs-Kennlinie $I(V)$ eines spannungsgetriebenen Einzelkontaktes in einer niederohmigen und einer hochohmigen Umgebung bei $T = 0$. Im Fall einer niederohmigen Umgebung ergibt sich eine ohmsche Gerade. Bei einer hochohmigen Umgebung tritt eine Coulombblockade auf und die Gerade wird um das *Coulomb-Gap* $e/2C$ verschoben.

größer als der Quantenwiderstand $R_K = h/e^2 \approx 25,8 \text{ k}\Omega$ ist. Ist diese Bedingung erfüllt, so fließt, solange die Spannung V kleiner $e/2C$ ist, kein Strom (*Coulombblockade*). Oberhalb dieser Spannung ist die Kennlinie dann ohmsch mit der Steigung $G_T = 1/R_T$, verschoben um das *Coulomb Gap* $e/2C$ (siehe auch Abbildung 2.2).

Interessant ist, dass bei hohen Transportspannungen immer eine Verschiebung der Strom-Spannungs-Kennlinie zu beobachten ist, auch bei sehr kleinen Anschlussimpedanzen. Dies lässt sich dadurch erklären, dass bei hohen Transportspannungen die Zeitskala τ_C durch die Unschärfezeit $\tau_V = h/eV$ abgelöst wird, wobei eV die durch die Transportspannung vorgegebene Energie bezeichnet. Bei genügend hohen Transportspannungen ist ein Abtransport des getunnelten Elektrons innerhalb dieser Zeit auch dann nicht mehr möglich, wenn die Zuleitungsimpedanzen sehr niedrig sind. Zumindest im asymptotischen Verhalten der Strom-Spannungs-Kennlinien bei großen Transportspannungen machen sich somit immer Einzelladungseffekte bemerkbar (Ingold et al., 1991; Wahlgren et al., 1995, 1998).

Lokale und globale Betrachtungsweise

Bei der Beschreibung des Einzelkontaktes haben wir gesehen, dass ein Einzelelektronenbauteil nicht getrennt von seiner elektrodynamischen Umgebung betrachtet werden kann (Nazarov, 1989b; Devoret et al., 1990; Girvin et al., 1990). Die Art des Schaltkreises bestimmt, ob Ladungseffekte beobachtet werden können. Dies führt zur Unterscheidung zwischen *lokaler* Betrachtungsweise (*local rule*) und *globaler* Betrachtungsweise (*global rule*) (Geigenmüller und Schön, 1988). Der stromgetriebene Einzelkontakt stellt ein Beispiel für die lokale Betrachtungsweise dar. Hier wird nur der Tunnelkontakt, durch den das Elektron tunnelt, betrachtet und die Wechselwirkung mit dem Rest des Schaltkreises ignoriert. Bei der Beschreibung des spannungsgetriebenen Einzelkontaktes dagegen werden die Energieänderungen im gesamten Schaltkreis betrachtet. Die durch die Spannungsquelle verrichtete Arbeit muss in der Differenz der elektrochemischen Potentiale der beiden Elektroden berücksichtigt werden. Es handelt sich daher um ein Beispiel für die globale Betrachtungsweise.

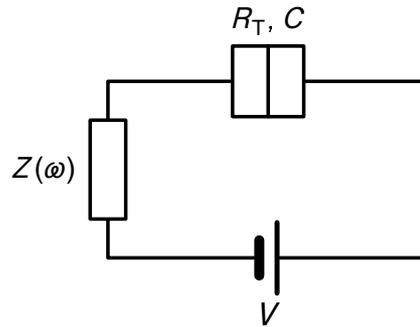


Abbildung 2.3. Einzelkontakt mit Tunnelwiderstand R_T und Tunnelkapazität C , verbunden mit einer Spannungsquelle über eine Umgebungsimpedanz $Z(\omega)$.

In der *orthodoxen* Theorie wird die elektromagnetische Umgebung durch eine Umgebungsimpedanz $Z(\omega)$ beschrieben. Wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden, beschreibt die *local rule* gerade den Grenzfall einer Umgebung mit hoher Impedanz, während die *global rule* den Grenzfall einer niedrigen Impedanz wiedergibt.

2.2. Beschreibung der elektromagnetischen Umgebung

Um den Einfluss der elektromagnetischen Umgebung zu beschreiben, betrachten wir einen einzelnen Tunnelkontakt, der über eine Impedanz

$$Z(\omega) = \frac{V(\omega)}{I(\omega)}$$

mit einer Spannungsquelle verbunden ist, wie in Abbildung 2.3 dargestellt. Die Umgebungsimpedanz $Z(\omega)$ beschreibt das Verhältnis zwischen der angelegten Wechselspannung V mit Frequenz ω und dem Strom $I(\omega)$, der fließen würde, wenn die Tunnelkapazität durch einen Kurzschluss ersetzt werden würde. Für die gesamte Impedanz des Schaltkreises, wie er *vom Tunnelkontakt aus* gesehen wird, gilt:

$$Z_t(\omega) = \frac{1}{i\omega C + Z^{-1}(\omega)}. \quad (2.8)$$

Die Kapazität C des Tunnelkontaktes ist dabei parallel zur Umgebungsimpedanz geschaltet. Bei einer quantenmechanischen Beschreibung lässt sich die Umgebungsimpedanz z. B. durch einen Satz unabhängiger harmonischer Oszillatoren mit der Frequenz ω beschreiben (Caldeira und Leggett, 1983).

Aufgrund des Rauschens der elektromagnetischen Umgebung des Tunnelkontaktes fluktuiert die Spannung $U(t)$, die über den Tunnelkontakt abfällt, um die angelegte Spannung V . Für die weitere Rechnung ist es vorteilhaft, die Phase

$$\varphi(t) \equiv \frac{e}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' U(t')$$

zu definieren (Schön, 1985), wobei $U = Q/C$ die über den Tunnelkontakt abfallende Spannung ist. Bei der quantenmechanischen Beschreibung stellt die Variable φ die kanonisch konjugierte Variable zur Ladung Q dar. Q und φ erfüllen dabei die Kommutatorrelation

$$[\varphi, Q] = ie .$$

Für die durch die elektromagnetische Umgebung verursachte Phasenfluktuation φ um den von der äußeren Spannung V vorgegebenen Mittelwert $(e/\hbar)Vt$ gilt:

$$\tilde{\varphi} \equiv \varphi(t) - \frac{e}{\hbar}Vt .$$

Bei der Berechnung der Tunnelraten durch den Einzelkontakt nach goldener Regel, bei der der Tunnelhamiltonian störungstheoretisch behandelt wird (z. B. Ingold und Nazarov, 1992), findet man, dass die Kopplung zur Umgebung durch die Gleichgewichtskorrelationsfunktion

$$\langle e^{i\tilde{\varphi}(t)} e^{-i\tilde{\varphi}(0)} \rangle = e^{J(t)} \quad (2.9)$$

gegeben wird, wobei $J(t) \equiv \langle [\tilde{\varphi}(t) - \tilde{\varphi}(0)]\tilde{\varphi}(0) \rangle$ die Phasen-Phasen-Korrelationsfunktion ist. Für sie gilt bei dem von uns betrachteten Einzelkontakt:

$$J(t) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re}[Z_t(\omega)]}{R_K} \frac{e^{-i\omega t} - 1}{1 - e^{-\beta\hbar\omega}} , \quad (2.10)$$

wobei Z_t die in Gleichung 2.8 definierte Impedanz des Schaltkreises und $\beta \equiv (k_B T)^{-1}$ ist. Die Fourier-Transformierte der Korrelationsfunktion 2.9, die Funktion

$$P(E) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp \left[J(t) + i \frac{E}{\hbar} t \right] \quad (2.11)$$

kann als die Wahrscheinlichkeit interpretiert werden, dass ein tunnelndes Elektron die Energie E an den äußeren Schaltkreis abgibt, also Moden ω in der Umgebung anregt. Entsprechend beschreibt $P(E)$ für negative Energien die Absorption von Energie durch ein tunnelndes Elektron. Im Allgemeinen ist die Funktion $P(E)$ nicht analytisch zu berechnen. Für die Grenzfälle einer hochohmigen und einer niederohmigen Umgebung kann man jedoch einen geschlossenen Ausdruck für $P(E)$ angeben.

In einer *niederohmigen* Umgebung mit $Z(\omega) \ll R_K$ verschwindet die Fluktuation der Phase, die durch $J(t)$ beschrieben wird und es gilt:

$$P(E) = \delta(E) .$$

Damit wird beschrieben, dass ohne Umgebungsmoden nur elastische Tunnelprozesse möglich sind. Die für das Tunneln relevante Energiedifferenz ist nur durch die anliegende Spannung V vorgegeben und man beobachtet eine lineare Strom-Spannungs-Charakteristik.

In einer *hochohmigen* Umgebung mit $Z(\omega) \gg R_K$ kann ein tunnelndes Elektron sehr leicht Moden der Umgebung anregen. Für das Beispiel einer rein ohmschen Umgebung $Z(\omega)$ gilt bei endlichen Temperaturen:

$$P(E) = \frac{1}{\sqrt{4\pi E_c k_B T}} \exp \left[-\frac{(E - E_c)^2}{4E_c k_B T} \right] .$$

Bei tiefen Temperaturen $k_B T \ll E_c$ vereinfacht sich dies zu

$$P(E) = \delta(E - E_c) .$$

Jedes tunnelnde Elektron transferiert eine Energie entsprechend der Ladungsenergie E_c an die Umgebung. Daher ist Tunneln nur möglich, wenn die zur Verfügung stehende Energie eV größer als E_c ist und es tritt eine Coulombblockade auf (wie in Abbildung 2.2 dargestellt).

Um zu entscheiden, ob die lokale Beschreibung oder die globale Beschreibung die richtige ist, muss im Allgemeinen der externe Schaltkreis, also die elektrodynamische Umgebung des Tunnelkontaktes, betrachtet werden.

Experimentell wurde der Einfluss der Umgebung auf einzelne Tunnelkontakte z. B. von Cleland et al. (1990, 1992) untersucht, wobei unmittelbar neben dem Tunnelkontakt hochohmige NiCr-Filme als Widerstände angebracht wurden. Die Experimente konnten durch Ergebnisse der $P(E)$ -Theorie beschrieben werden. In jüngerer Zeit wurden von Farhangfar et al. (1998) und Joyez et al. (1998) Experimente an einzelnen Tunnelkontakten durchgeführt, deren Widerstände R_T in der Größenordnung des Quantenwiderstandes R_K lagen. Auch hier waren direkt neben den Tunnelkontakten hochohmige Cr-Widerstandsfilme angebracht. Während Farhangfar et al. (1998) ihre Ergebnisse mit der $P(E)$ -Theorie verglichen und eine gute Übereinstimmung fanden, verglichen Joyez et al. (1998) ihre Messungen mit einer selbst entwickelten Theorie, die auf einer selbstkonsistenten Berechnung der komplexen Admittanz $Y(\omega)$ beruht. Ihre Ergebnisse konnten mit dieser Theorie gut beschrieben werden. In einer weiterführenden Arbeit von Farhangfar et al. (2000) wird der Einfluss der Umgebung auch auf lineare Arrays von niederohmigen Tunnelkontakten ($R_T \lesssim R_K$) betrachtet, wobei wiederum eine hochohmige Umgebung nahe der Kontakte geschaffen wurde. Die meisten Ergebnisse werden durch die $P(E)$ -Theorie beschrieben, jedoch treten für Arrays bestehend aus zwei Tunnelkontakten Abweichungen auf, die nicht erklärt werden konnten. Von Joyez und Esteve (1997) wurden der Einfluss einer ohmschen Umgebung auf einzelne Tunnelkontakte und Einzelelektronentransistoren bei hohen Temperaturen untersucht. Dazu wurde eine speziell entwickelte Theorie angewandt. Es konnte gezeigt werden, dass auch bei hohen Temperaturen der Widerstand der Umgebung einen deutlichen Einfluss auf die Coulombblockadeeffekte besitzt.

2.3. Der Einzelelektronentransistor

Im vorhergehenden Abschnitt haben wir gezeigt, dass die Beobachtung von Einzelladungseffekten an einem einzelnen Tunnelkontakt schwierig ist. Das einfachste Bauteil nach dem Einzelkontakt, in dem man Einzelelektroneneffekte im Transport beobachten kann, ist die Reihenschaltung von zwei Einzelkontakten, der Doppelkontakt. Der prinzipielle Unterschied zum einzelnen Tunnelkontakt besteht in der gemeinsamen Mittelelektrode, der sogenannten *Insel*, zwischen den Tunnelkontakten. Die Insel wird durch die Tunnelkontakte von der elektrodynamischen Umgebung entkoppelt². Auf der Insel kann sich nur ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung als Gesamtladung befinden. Diese ist zwar auch hier durch Verschiebung

² Für diese Betrachtung gelte weiterhin $R_T \gg R_K$.

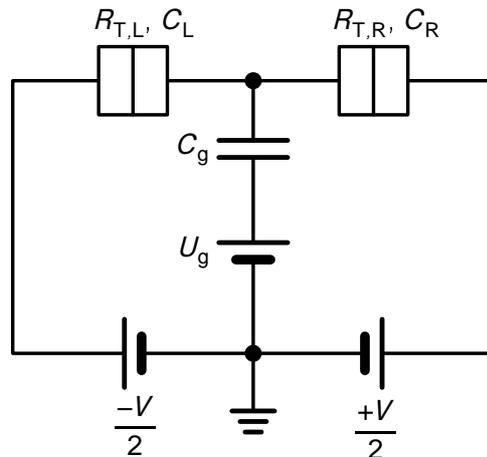


Abbildung 2.4. SET-Transistor mit symmetrisch aufgeprägter Transportspannung V . $R_{T,L}$ und $R_{T,R}$ bezeichnen die Tunnelwiderstände, C_L und C_R die Kapazitäten der Tunnelkontakte, C_g die Gatekapazität und U_g die Gatespannung.

der Ladungsschwerpunkte kontinuierlich auf die Kapazitäten verteilt, wenn aber Ladungsträger durch das System transportiert werden, muss sie sich in diskreten Schritten ändern. In der Strom-Spannungs-Kennlinie des Doppelkontaktes kann unabhängig von der Impedanz der Zuleitungen eine Coulombblockade auftreten, da hier ein Tunnelkontakt immer eine hochohmige Umgebung für den jeweils anderen Tunnelkontakt bildet.

Koppelt man an die Insel rein kapazitiv eine zusätzliche Gateelektrode, so können das Potential der Insel und damit die Transporteigenschaften durch den Doppelkontakt beeinflusst werden. Dieses Bauteil (siehe Abbildung 2.4) wird deshalb auch als *Einzelelektronentransistor* (SET, Single Electron Transistor) bezeichnet und bildet die Grundlage für die meisten Schaltungen, die im Rahmen der Einzelladungselektronik untersucht werden. Der Einzelelektronentransistor ist auch das System, das im Rahmen dieser Arbeit untersucht wird.

2.3.1. Transport durch den SET

Im Gegensatz zum einzelnen Tunnelkontakt bestimmt beim Einzelelektronentransistor nicht nur der Energieaustausch mit den Moden der Umgebung den Transport der Elektronen, sondern die Tunnelraten werden durch die Änderung der elektrostatischen Gleichgewichtsenergie des gesamten Schaltkreises bestimmt. Die Gesamtenergie des Systems mit n Überschussladungen auf der Insel setzt sich aus den Ladungsenergien der Kapazitäten $E_{ch}(n)$ und der von der Spannungsquelle verrichteten Arbeit $E_V(n)$ zusammen, die benötigt wird, um nach dem Tunneln von n Elektronen auf die Insel das elektrostatische Gleichgewicht wieder herzustellen. Wir wollen zunächst die Differenz der elektrostatischen Energie des Gesamtsystems berechnen, die bei einer Änderung der Überschussladung auf der Insel um ein Elektron auftritt. Dabei wird davon ausgegangen, dass sich nach einem Tunnelvorgang immer ein elektrostatisches Gleichgewicht einstellt. Für die folgende Rechnung wollen wir die Tunnelkontakte als reine Kondensatoren betrachten.

2. Theoretische Grundlagen

Da die Insel nur eine Überschussladung tragen kann, die ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung e ist, gilt für die räumlich auf die Kapazitäten der Tunnelkontakte $C_{L,R}$ und die Gatekapazität C_g verteilte Ladung der Insel:

$$ne = Q_L - Q_R - Q_g . \quad (2.12)$$

Dabei bezeichnet $Q_{L,R,g}$ die Ladung auf den entsprechenden Tunnelkontakten bzw. auf dem Gatekondensator. Mit Hilfe der Kirchhoff'schen Maschenregeln findet man für die Ladungen:

$$Q_g = \frac{C_g}{C_\Sigma} \left(\frac{1}{2}(C_L - C_R)V + (C_L + C_R)U_g - ne \right) , \quad (2.13)$$

$$Q_L = \frac{C_L}{C_\Sigma} \left(C_R V + \frac{1}{2}C_g V + C_g U_g + ne \right) , \quad (2.14)$$

$$Q_R = \frac{C_R}{C_\Sigma} \left(C_L V + \frac{1}{2}C_g V - C_g U_g - ne \right) . \quad (2.15)$$

Dabei wurde die Abkürzung $C_\Sigma = C_L + C_R + C_g$ für die Gesamtkapazität der Insel eingeführt. Bei einer Änderung der Überschusselektronen von n nach $n + 1$, verursacht durch ein Tunnelereignis am linken Tunnelkontakt, ändert sich die Ladung der Kapazitäten wie folgt:

$$\Delta Q_g = -\frac{C_g}{C_\Sigma} e , \quad \Delta Q_L = -\frac{C_L}{C_\Sigma} e , \quad \Delta Q_R = -\frac{C_R}{C_\Sigma} e .$$

Für die dabei von der Spannungsquelle verrichtete Arbeit ΔE_V gilt:

$$\Delta E_V = U \Delta Q_g + \frac{1}{2} V (\Delta Q_L - \Delta Q_R + e) . \quad (2.16)$$

Die Ladungsenergie der Insel setzt sich aus der Ladungsenergie der einzelnen Kapazitäten zusammen:

$$E_{\text{ch}} = \frac{Q_g^2}{2C_g} + \frac{Q_L^2}{2C_L} + \frac{Q_R^2}{2C_R} . \quad (2.17)$$

Der Übergang von n nach $n + 1$ Überschusselektronen führt zu einer Änderung der Ladungsenergie um

$$\Delta E_{\text{ch}} = \frac{((n+1)e)^2}{2C_\Sigma} - \frac{(ne)^2}{2C_\Sigma} . \quad (2.18)$$

Aus den Gleichungen 2.16 und 2.18 ergibt sich schließlich für die Differenz der elektrostatischen Energie des Gesamtsystems bei der Änderung der Überschusselektronen von n nach $n + 1$ durch ein Tunnelereignis am linken Tunnelkontakt:

$$\begin{aligned} \Delta E_L(V, n) &= \Delta E_V + \Delta E_{\text{ch}} \\ &= \frac{e}{C_\Sigma} \left(V \left(C_R + \frac{1}{2}C_g \right) + C_g U_g + ne - \frac{1}{2}e \right) . \end{aligned} \quad (2.19)$$

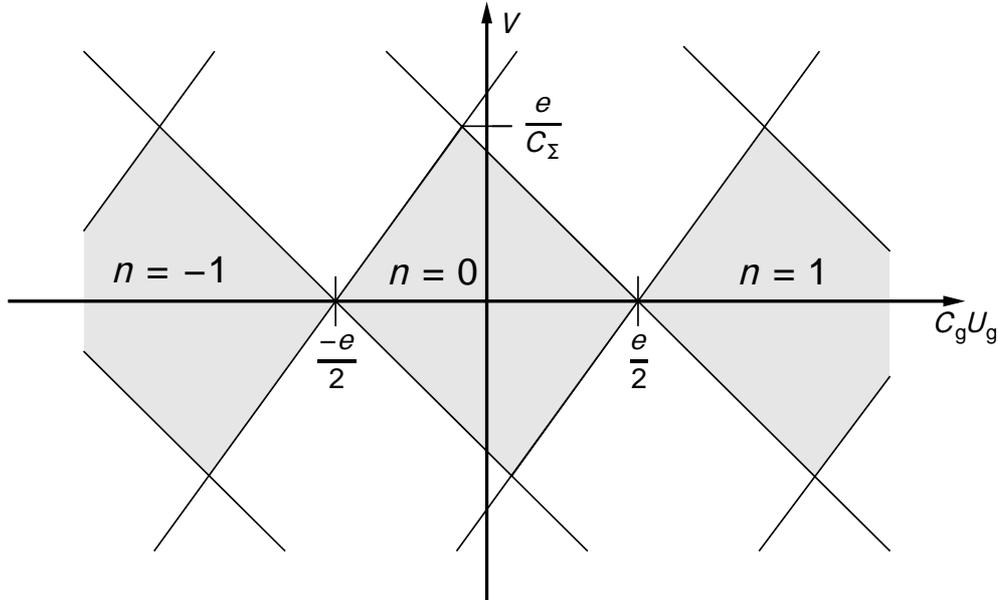


Abbildung 2.5. Stabilitäts-Diagramm eines Einzelelektronentransistors. In den grau unterlegten Bereichen ist bei $T = 0$ die Anzahl der Überschusselektronen auf der Insel konstant. Nur außerhalb dieser Bereiche ist ein Transport durch den Transistor möglich.

In dieser Differenz der elektrostatischen Energie taucht die Gatespannung U_g nur in der Kombination $C_g U_g + ne$ auf, was zu einer Periodizität in U_g für alle messbaren Größen führt. Der ganzzahlige Anteil von $C_g U_g / e$ kann immer in n absorbiert werden.

Bei $T = 0$ sind nur Tunnelereignisse erlaubt, die zu einer Reduzierung der Gesamtenergie des Systems führen, für die also gilt: $\Delta E < 0$. Damit werden für den Einzelelektronentransistor Spannungsbereiche festgelegt, in denen kein Tunneln erlaubt ist. Der Zustand mit n Elektronen auf der Insel ist stabil, wenn durch die anliegenden Spannungen V und U_g die folgenden Bedingungen erfüllt werden:

$$\begin{aligned} -e\left(n + \frac{1}{2}\right) < C_g U_g + (C_R + \frac{1}{2}C_g)V < -e\left(n - \frac{1}{2}\right) \\ -e\left(n + \frac{1}{2}\right) < C_g U_g + (C_L + \frac{1}{2}C_g)V < -e\left(n - \frac{1}{2}\right). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Aufgrund dieser *Stabilitäts*-Bedingungen treten in der U_g - V -Ebene, entlang der U_g -Achse, rhombisch geformte Bereiche auf, in denen die Insel des Transistors mit einer festen Zahl von Überschusselektronen n geladen ist (siehe Abbildung 2.5). Innerhalb dieser Rhomben sind alle Übergänge durch eine *Coulombblockade* unterdrückt und es fließt kein Strom durch den SET.

So ist z. B. in der Nähe von $U_g = V = 0$ der Zustand $n = 0$ stabil. Verlässt das System den Stabilitäts-Bereich mit $n = 0$ an einem Punkt in der U_g - V -Ebene mit $V \neq 0$ und tritt ein Tunnelübergang nach z. B. $n = 1$ auf, so zeigen die Ungleichungen 2.20, dass der neue Zustand nicht stabil gegenüber einem Tunnelvorgang am anderen Tunnelkontakt ist. Daher wird das Elektron kurz nach dem ersten Tunnelereignis die Insel durch ein weiteres Tunnelereignis

über den anderen Tunnelkontakt verlassen. Das System kehrt dann in den Zustand $n = 0$ zurück und der Zyklus kann erneut starten. Insgesamt fließt dann ein Strom durch den Transistor. Wird die Transportspannung V konstant gehalten ($V \neq 0$), während man die Gatespannung U_g verändert, so erhält man eine periodische Strom-Gatespannungs-Kurve ($I-U_g$ -Kennlinie), die sogenannten *Coulomboszillationen*. Hält man dagegen U_g konstant und variiert V , so beobachtet man eine zu $V = 0$ symmetrische Strom-Spannungs-Kennlinie ($I-V$ -Kennlinie), die einen maximalen Coulombblockade-Bereich von e/C_Σ aufweist, der – je nach U_g – aber auch kleiner sein kann. Um den genauen Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinien studieren zu können, wollen wir im nächsten Abschnitt die Tunnelraten und daraus den Strom durch den Transistor berechnen.

2.3.2. Tunnelraten und Strom-Spannungs-Kennlinie

Zur quantitativen Berechnung der Transporteigenschaften des Einzelelektronentransistors wird zunächst der Hamiltonoperator des Systems aufgestellt. Er setzt sich aus dem Hamiltonoperator H_0 , der die Quasiteilchen in den beiden Metallelektroden und die elektromagnetische Energie der Inselkapazitäten und der Umgebung beschreibt und dem Hamiltonoperator H_T zusammen, der das Tunneln repräsentiert.

$$H = H_0 + H_T = H_L + H_R + H_I + H_{ch} + H_T$$

Die freien Elektronen in den Zuleitungen $r = L, R$ des Einzelelektronentransistors und der Insel werden durch

$$H_r = \sum_{k\sigma} \epsilon_{k\sigma}^r a_{rk\sigma}^\dagger a_{rk\sigma}$$

und

$$H_I = \sum_{q\sigma} \epsilon_{q\sigma} c_{q\sigma}^\dagger c_{q\sigma}$$

beschrieben. Dabei sind $\epsilon_{rk\sigma, q\sigma}$ die Energien der Elektronen mit dem Wellenvektor k bzw. q und σ beschreibt den Spin. Die Coulombenergie der Insel hängt von der Gesamtladung auf der Insel ab. Für sie gilt:

$$H_{ch} = \frac{(\hat{n} - n_x)^2}{2C_\Sigma}, \quad (2.21)$$

wobei \hat{n} der Operator für die Anzahl der Überschussladungen auf der Insel ist und die „äußere Ladung“ $en_x = \frac{1}{2}(C_L + C_R)V + C_g U_g$ die angelegten Transportspannungen und die Gatespannung berücksichtigt.

Die Tunnelvorgänge durch die Tunnelkontakte wird durch den Hamiltonoperator

$$H_T = \sum_{r=L,R} \sum_{kq\sigma} T_{kq}^{r\sigma} c_{rk\sigma}^\dagger a_{q\sigma} e^{-i\hat{\phi}} + \text{h. c.} \quad (2.22)$$

beschrieben. Der Term $T_{kq}^{r\sigma} c_{rk\sigma}^\dagger c_{k\sigma}$ ist dabei der übliche Tunnelhamiltonian, der die Vernichtung eines Quasiteilchens mit Wellenvektor k und Spin σ auf einer der Elektroden und die

Erzeugung eines Quasiteilchens mit dem gleichen Spin aber dem Wellenvektor q auf der Insel und damit den Transfer eines Elektrons von der entsprechenden Elektrode zur Insel beschreibt. Der hermitesch konjugierte Teil beschreibt den umgekehrten Prozess. Die Matrixelemente $T_{kq}^{r\sigma}$ werden als unabhängig von den Zuständen k und q betrachtet. Sie sind mit den Tunnelwiderständen $R_{T,r}$ des linken und rechten Kontaktes über die Beziehung

$$\frac{1}{R_{T,r}} = \frac{4\pi e^2}{\hbar} \rho_r(0) \rho_I(0) |T^{rn}|^2 \quad (2.23)$$

verknüpft, wobei $\rho_{I,r}(0)$ die Zustandsdichten der Insel bzw. der Zuleitungen sind. Der Operator $e^{-i\hat{\phi}}$ verändert die Ladung auf der Insel um $\pm e$.

Für die Berechnung der Tunnelraten behandeln wir den Tunnelhamiltonian als schwache Störung. Diese Beschreibung ist ausreichend, sofern die Tunnelwiderstände groß sind ($R_{T,r} \gg R_K$) und man annimmt, dass der Transport durch den Einzelelektronentransistor ausschließlich durch unkorreliertes sequentielles Tunneln an beiden Kontakten stattfindet. Dann reicht eine störungstheoretische Behandlung erster Ordnung aus und die goldene Regel

$$\Gamma_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_{T,r} | i \rangle|^2 \delta(\epsilon_i - \epsilon_f), \quad (2.24)$$

die die Rate für den Übergang zwischen dem Anfangszustand $|i\rangle$ und dem Endzustand $|f\rangle$ für den r -ten Tunnelkontakt ($r = L, R$) angibt, kann angewendet werden.

Beispielhaft wollen wir den Tunnelvorgang durch den linken Tunnelkontakt betrachten. Die Gesamtrate $\Gamma_{L \rightarrow I}$ für das Tunneln von der linken Elektrode auf die Insel ergibt sich, indem über alle möglichen Anfangs- und Endzustände summiert wird (z. B. Schön, 1998):

$$\Gamma_{L \rightarrow I}(V, n) = \frac{1}{e^2 R_{t,L}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\epsilon_k \int_{-\infty}^{+\infty} d\epsilon_q f_L(\epsilon_k) [1 - f_I(\epsilon_q)] P(\kappa_L, \Delta E_L(V, n) + \epsilon_k - \epsilon_q). \quad (2.25)$$

Das Produkt der Fermifunktionen $f_L(\epsilon_k)[1 - f_I(\epsilon_q)]$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, einen besetzten Zustand mit Wellenvektor k und Energie ϵ_k auf der einen Seite und einen unbesetzten Zustand mit Wellenvektor q und Energie ϵ_q auf der anderen Seite der Barriere zu finden. Die Fouriertransformierte der Phasen-Phasen-Korrelationsfunktion, $P(\kappa_r, E)$, beschreibt die Wechselwirkung der tunnelnden Elektronen mit der Umgebung wie beim Einzelkontakt (vgl. Gleichung 2.11). Die durch den zweiten Tunnelkontakt reduzierte Kopplung an die Umgebung wird dabei durch den Faktor $\kappa_r = C/C_r$ mit $r = L, R$ und

$$C = \frac{C_L C_R}{C_L + C_R} \quad (2.26)$$

berücksichtigt. Für $P(\kappa_r, E)$ gilt:

$$P(\kappa_r, E) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp \left[\kappa_r^2 J(t) + i \frac{E}{\hbar} t \right], \quad (2.27)$$

wobei die Korrelationsfunktion $J(t)$ in Gleichung 2.10 beim Einzelkontakt definiert ist, sofern die dort verwendete Kapazität C durch die in Gleichung 2.26 definierte Gesamtkapazität des

SET aus Sicht des Schaltkreises ersetzt wird. Da eine hochohmige Umgebung bei Experimenten im Allgemeinen nicht vorkommt, wollen wir uns bei dieser Rechnung auf die Betrachtung einer niederohmigen Umgebung beschränken³. Es tritt dann nur elastisches Tunneln auf und die Wechselwirkung mit der Umgebung vereinfacht sich zu:

$$P(\kappa_r, \Delta E_L(V, n) + \epsilon_k - \epsilon_q) = \delta(\Delta E_L(V, n) + \epsilon_k - \epsilon_q).$$

Dabei beschreibt $\Delta E_L(V, n)$ die Energiedifferenz, die mit dem Tunneln eines Elektrons von der linken Elektrode auf die Insel verbunden ist (vgl. Gleichung 2.19). Die Tunnelrate durch den linken Kontakt lässt sich nun einfach berechnen und man erhält:

$$\Gamma_{L \rightarrow I}(V, n) = \frac{1}{e^2 R_{T,L}} \frac{\Delta E_L(V, n)}{1 - \exp\left[-\frac{\Delta E_L(V, n)}{k_B T}\right]}. \quad (2.28)$$

$R_{T,L}$ beschreibt dabei den Tunnelwiderstand des linken Tunnelkontaktes. In analoger Weise lassen sich die Tunnelraten in die umgekehrte Richtung und die Raten am rechten Tunnelkontakt berechnen.

Mit diesen Tunnelraten lässt sich eine *Mastergleichung* aufstellen, die die durch das Tunneln veränderbaren Zustände des Systems miteinander verknüpft. Unter der Annahme, dass die äußere Spannung V konstant ist, dass sich nach jedem einzelnen Tunnelvorgang sofort wieder ein Gleichgewicht einstellt und dass die Tunnelraten klein sind, kann man den Zustand des Einzelelektronentransistors durch die Anzahl der Überschussladungen n auf der Insel charakterisieren. Der Zustand mit n Überschussladungen auf der Insel kann dadurch geändert werden, dass eine Ladung auf die Insel tunnelt ($n \rightarrow n + 1$) oder dass eine Ladung die Insel verlässt ($n \rightarrow n - 1$). Die Wahrscheinlichkeit p_n , den Zustand n der Insel vorzufinden, ändert sich nach der Mastergleichung:

$$\dot{p}_n = \Gamma_{n \rightarrow n+1} p_{n+1} + \Gamma_{n \rightarrow n-1} p_{n-1} - (\Gamma_{n+1 \rightarrow n} + \Gamma_{n-1 \rightarrow n}) p_n, \quad (2.29)$$

wobei $\Gamma_{i \rightarrow j}$ die Übergangsrate vom Zustand mit i zum Zustand j ist. Da jeder Tunnelvorgang die Inselladung um eine Elementarladung verändert, unterscheiden sich die Zustände i und j gerade um ein Elektron. Die Inselladung kann durch zwei unabhängige Prozesse verändert werden, zum einen durch Tunneln durch den linken Tunnelkontakt, zum anderen durch Tunneln durch den rechten Tunnelkontakt. Die Rate für die Ladungsänderung der Insel setzt sich aus den Tunnelraten an den beiden Kontakten zusammen:

$$\begin{aligned} \Gamma_{n+1 \rightarrow n} &= \Gamma_{I \rightarrow L}(V, n) + \Gamma_{I \rightarrow R}(V, n) \\ \Gamma_{n-1 \rightarrow n} &= \Gamma_{L \rightarrow I}(V, n) + \Gamma_{R \rightarrow I}(V, n). \end{aligned}$$

Da wir am Gleichstrom-Verhalten interessiert sind, betrachten wir nur die stationären Lösungen $\dot{p}_n = 0$. In diesem Fall ist die Mastergleichung 2.29 erfüllt, wenn die Wahrscheinlichkeiten p die Bedingungen des detaillierten Gleichgewichts erfüllen:

$$\Gamma_{n \rightarrow n+1} p_{n+1} = \Gamma_{n+1 \rightarrow n} p_n. \quad (2.30)$$

³ In Abschnitt 5.2.2 auf Seite 84 wird diskutiert, welchen Einfluss eine kleine, aber endliche Umgebungsimpedanz auf die Form der Strom-Spannungs-Kennlinie des Transistors haben kann.

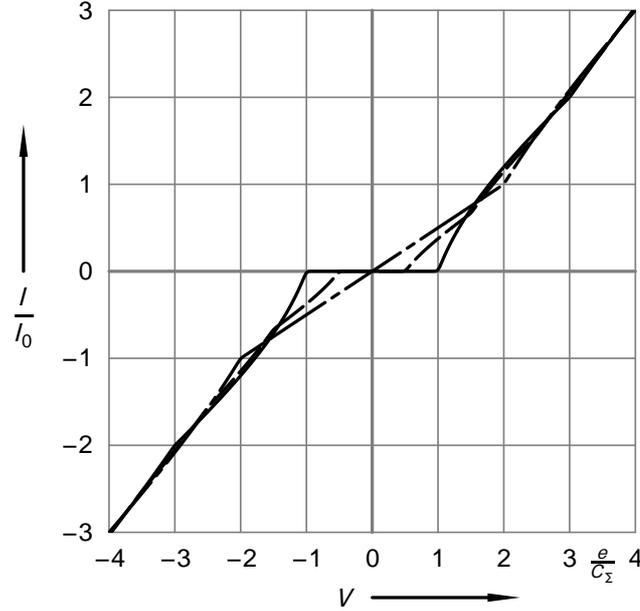


Abbildung 2.6. I - V -Kennlinien eines Einzelelektronentransistors bei $T = 0,1 E_c/k_B$ für verschiedene Gatespannungen (—: $C_g U_g = 0$, --: $C_g U_g = e/4$, —·—: $C_g U_g = e/2$).

Da nur Zustände, deren n sich um 1 unterscheidet, durch endliche Raten verbunden sind, muss der Elektronentransport auf die Insel dem von der Insel weg entsprechen. Ausgehend von einer neutralen Insel ergeben sich aus Gleichung 2.30 die stationären Lösungen:

$$p_n = p_0 \prod_{m=0}^{n-1} \frac{\Gamma_{m+1 \rightarrow m}}{\Gamma_{m \rightarrow m+1}} \quad (2.31)$$

und

$$p_{-n} = p_0 \prod_{m=-n+1}^0 \frac{\Gamma_{m-1 \rightarrow m}}{\Gamma_{m \rightarrow m-1}} \quad (2.32)$$

mit $n > 0$ in beiden Fällen. p_0 wird dabei durch die Normierungsbedingung bestimmt:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} p_n = 1. \quad (2.33)$$

Mit den nun zur Verfügung stehenden Wahrscheinlichkeiten, die Insel mit ne Überschussladungen vorzufinden, lässt sich die Strom-Spannungs-Charakteristik des Systems berechnen. Für den Strom I gilt:

$$I = e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} p_n (\Gamma_{L \rightarrow I}(V, n) - \Gamma_{I \rightarrow L}(V, n)) = e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} p_n (\Gamma_{R \rightarrow I}(V, n) - \Gamma_{I \rightarrow R}(V, n)). \quad (2.34)$$

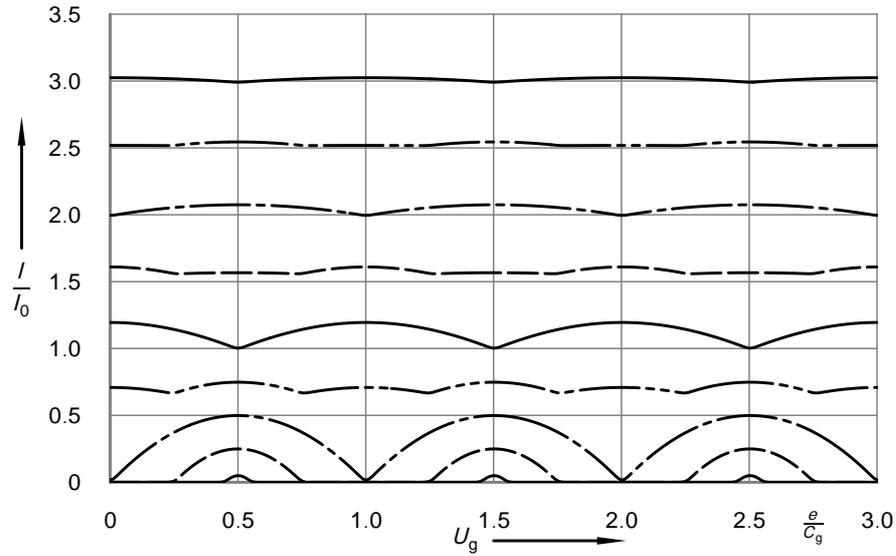


Abbildung 2.7. I-U-Kennlinien des Einzelelektronentransistors aus Abbildung 2.6 bei $T = 0,1 E_c/k_B$ für verschiedene Transportspannungen V (von unten nach oben: 0,1, 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5, 4 $\frac{e}{C_S}$).

Aufgrund der Ladungserhaltung muss dabei der Strom durch den linken und rechten Tunnelkontakt gleich sein.

Mit den Gleichungen 2.34 und 2.31–2.33 sowie dem Ausdruck für die Tunnelrate 2.28 lässt sich die Strom-Spannungscharakteristik des SET bei beliebigen Temperaturen berechnen. Wir wollen zunächst die Strom-Spannungs-Kennlinien für $T = 0$ betrachten. In Abbildung 2.6 ist der theoretische Verlauf der I - V -Kennlinie bei unterschiedlichen Gatespannungen U_g dargestellt.⁴ Der Einfachheit halber wurde hier ein symmetrischer Einzelelektronentransistor angenommen ($R_L = R_R$, $C_L = C_R$)⁵. Für die Inselladung gilt nach Gleichung 2.12:

$$Q_L - Q_R = ne + Q_g. \quad (2.35)$$

Wird eine Gatespannung U_g angelegt, so dass $C_g U_g/e = Q_g/e$ nahe eines ganzzahligen Wertes ist, wird der Strom unterhalb des Schwellwertes der Transportspannung $V_C(Q_g = ne) = e/C_\Sigma$ unterdrückt. Es tritt eine Coulombblockade auf, die sich durch einen Leitwert $G_{\min} = 0$ innerhalb des Blockadebereichs auszeichnet. Für Transportspannungen oberhalb des Schwellwertes V_C und unterhalb von $-V_C$ ergibt sich eine lineare Strom-Spannungs-Kennlinie mit der Steigung $G_\Sigma = 1/(R_L + R_R)$. Bei einer Veränderung von U_g zu nicht-ganzzahligen Werten für Q_g/e hin wird der Blockadebereich kleiner, bis bei $Q_g/e = n + 1/2$ die Blockade vollständig aufgehoben ist. Dann fließt bei jeder endlichen Transportspannung V ein Strom durch den SET. Jedoch entsteht nicht einfach eine durchgehende Gerade mit Steigung G_Σ . Im Bereich

⁴ Die Kurven wurden mit einem von Limbach (1998) im Rahmen seiner Diplomarbeit auf der Grundlage der hier vorgestellten Rechnung implementierten Programm numerisch berechnet.

⁵ Sind diese Parameter deutlich unterschiedlich für die beiden Tunnelkontakte, so zeigt die Strom-Spannungs-Kennlinie eine treppenartige Form (*coulomb staircase*) (siehe z. B. Ingold und Nazarov, 1992).

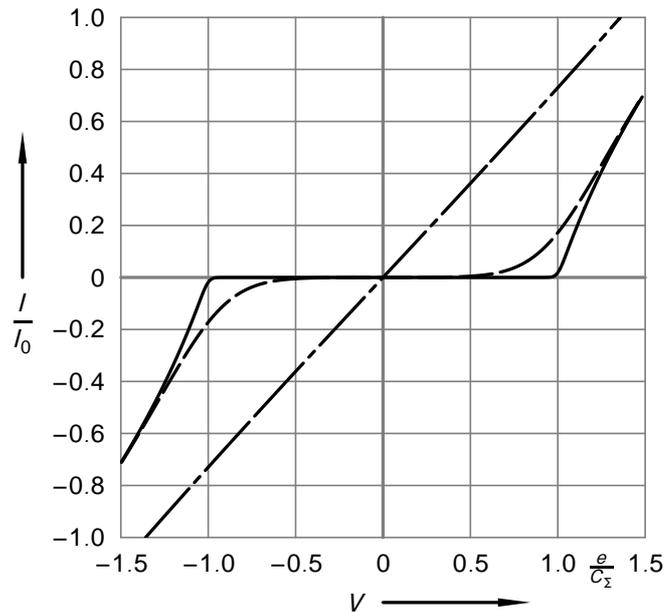


Abbildung 2.8. I-V-Kennlinien des Einzelelektronentransistors aus Abbildung 2.6 bei Temperaturen $T = 0,1 E_c/k_B$ (—), $T = 1 E_c/k_B$ (- -) und $T = 10 E_c/k_B$ (-·-).

zwischen positivem und negativem Schwellwert bildet sich eine lineare Kennlinie mit der Steigung des halben Leitwertes $G_{\max} = 0,5 \cdot G_{\Sigma}$ aus. Wie wir bereits am Stabilitätsdiagramm in Abbildung 2.5 gesehen haben, ist dieses Verhalten periodisch in U_g . In Abbildung 2.7 sind die Strom-Gatespannungs-Kennlinien, die unmittelbar aus den I-V-Kennlinien in Abbildung 2.6 hervorgehen, dargestellt. Sie ergeben sich, wenn die Transportspannung V konstant gehalten wird, während man die Gatespannung U_g variiert. Der Einzelelektronentransistor bewegt sich in diesem Fall zwischen den beiden Extremzuständen, der vollständig ausgeprägten Blockade ($G_{\min} = 0$) und der vollständig aufgehobenen Blockade ($G_{\max} = 0,5 \cdot G_{\Sigma}$). Die unteren Kurven in Abbildung 2.7 sind für Transportspannungen kleiner als die Coulombblockade-Schwellspannung $V < V_C$ berechnet. Es lässt sich die Coulombblockade mit $I = 0$ im Bereich von $C_g U_g / e = n$ erkennen, gefolgt von Strom-Peaks bei $C_g U_g / e = n + 1/2$. Je höher die angelegte Transportspannung gewählt wird, desto kleiner werden die Blockadebereiche. Gleichzeitig werden die Strom-Peaks höher. Bei Transportspannungen $V > V_C$ werden zunächst noch Coulomboszillationen beobachtet, die auch in diesem Bereich für verschiedene Gatespannungen U_g unterschiedliche I-V-Kennlinien dokumentieren. Die in diesen Kurven auftretenden „Zwischenpeaks“ sind eine Folge der Überkreuzungen der I-V-Kennlinien. Für Spannungen $V \gg V_C$ gehen alle I-V-Kennlinien in eine Gerade mit Steigung G_{Σ} und einer Verschiebung auf der Transportspannungs-Achse um e/C_{Σ} über, wie in Abbildung 2.6 sichtbar. Der Strom ist unabhängig von der Gatespannung und es treten keine Coulomboszillationen mehr auf (vgl. Abbildung 2.7).

Der Einfluss einer endlichen Temperatur geht über die Fermifunktionen in Berechnung der Tunnelrate nach Gleichung 2.28 ein. Solange $k_B T \ll e^2/2C_{\Sigma}$ gilt, hängt der Verlauf der Strom-

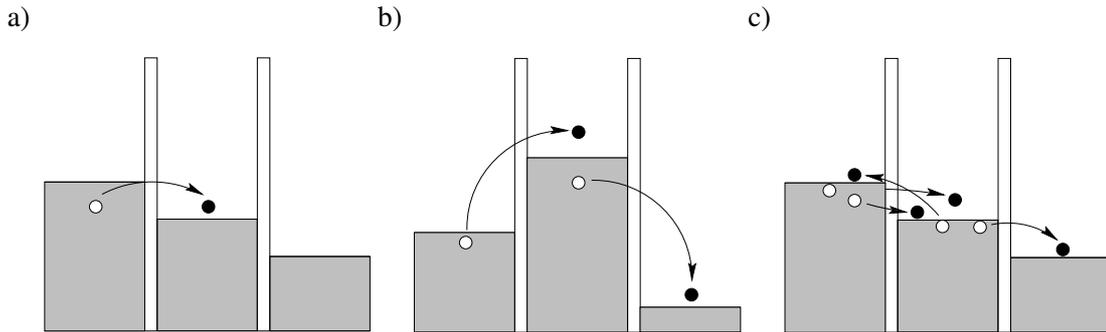


Abbildung 2.9. Darstellung der Tunnelprozesse durch einen metallischen Einzelelektronentransistor in einem Energie-Diagramm: a) sequentielles Tunneln, b) inelastisches Cotunneln und c) inelastisches resonantes Tunneln.

Spannungs-Kennlinie nicht sehr stark von der Temperatur ab. In Abbildung 2.8 sind I - V -Kennlinien für unterschiedliche Temperaturen aufgetragen. Die erhöhte Temperatur führt zunächst zu einer Verrundung der Kennlinien, insbesondere im Bereich der Coulombblockade-Schwelspannung V_C . Bei den Coulomboszillationen führt dies vor allem zu einer Verbreiterung der Peaks im Bereich des Übergangs von der vollständigen Blockade zu einem endlichen Stromfluss. Für Temperaturen $k_B T \geq 10 \cdot e^2/2C_\Sigma$ wird die Beobachtung von Coulombblockade-Effekten durch das thermische Rauschen unmöglich gemacht. Die I - V -Kennlinie ergibt dann eine ohmsche Gerade.

2.3.3. Beschreibungen über die orthodoxe Theorie hinaus

Eine charakteristische Größe der Einzelelektronentransistoren ist die Kopplungsstärke

$$\alpha \equiv \frac{R_K}{R_{\parallel}}, \quad (2.36)$$

wobei $R_{\parallel} = R_L \cdot R_R / (R_L + R_R)$ den Gesamtwiderstand zwischen der Transistorinsel und den Zuleitungen beschreibt und $R_K = e^2/h$ der Quantenwiderstand ist. In unseren bisherigen Betrachtungen hatten wir Tunnelwiderstände R_T angenommen, die wesentlich größer als der Quantenwiderstand R_K sind. Für die Kopplungsstärke α gilt dann $\alpha \ll 1$ und der Transport wird durch inkohärente, sequentielle Tunnelprozesse dominiert. In Abbildung 2.9 a sind diese Prozesse in einem Energiebild dargestellt. Zu ihrer Beschreibung reicht die von uns im letzten Abschnitt für den Einzelelektronentransistor vorgestellte *orthodoxe* Theorie, die den Tunnelhamiltonian in niedrigster Ordnung Störungstheorie (goldene Regel) behandelt, aus. Ist jedoch die Kopplungsstärke α nicht klein, bricht bei sehr tiefen Temperaturen oder nahe den Punkten, an denen die Ladungsenergie der Insel entartet ist ($Q_g/e = n + 1/2$) – den sogenannten *Resonanzen* – die orthodoxe Beschreibung zusammen. Quantenfluktuationen und Tunnelprozesse höherer Ordnung werden wichtig. Im Allgemeinen müssen also auch Prozesse höherer Ordnung berücksichtigt werden.

Auch bei Einzelelektronentransistoren mit $\alpha \ll 1$ treten messbare Korrekturen zur orthodoxen Theorie auf, die mit wachsenden α immer wichtiger werden. So stellt im Bereich der

Coulombblockade des SET das sogenannte *Cotunneln* – ein Tunnelprozess zweiter Ordnung – die Korrektur führender Ordnung dar (Averin und Nazarov, 1992). Bei tiefen Temperaturen ist hier das sequentielle Tunneln exponentiell unterdrückt, da die Energie eines Zustandes mit einer Überschussladung auf der Insel oberhalb der Ferminiveaus der Zuleitungen liegt. Bei einer anliegenden Transportspannung ist jedoch ein Tunnelprozess höherer Ordnung, der ein Elektron kohärent durch das *ganze* System transportiert, energetisch erlaubt (siehe Abbildung 2.9 b). In diesem Fall existiert der Zustand mit einer Überschussladung auf der Insel nur virtuell. Aus der Standard-Störungstheorie zweiter Ordnung ergibt sich für die Rate:

$$\Gamma_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \sum_{\psi} \frac{\langle i | H_T | \psi \rangle \langle \psi | H_T | f \rangle}{E_{\psi} - E_i} \right|^2 \delta(E_i - E_f) .$$

Die Energie des virtuellen Zwischenzustandes liegt dabei oberhalb des Ausgangszustandes, $E_{\psi} - E_i > 0$. Sie geht allerdings nur in den Nenner und nicht – wie bei der Rate für das sequentielle Tunneln – in den Exponenten ein. Daher ist die Tunnelrate höherer Ordnung selbst bei tiefen Temperaturen und nicht verschwindenden Transportspannungen ungleich Null.

Bei der Berechnung der Tunnelrate müssen zwei Dinge berücksichtigt werden. Erstens existieren zwei Transportkanäle, die sich kohärent addieren. Beim einen tunnelt zuerst ein Elektron von links auf die Insel und dann ein Elektron von der Insel zur anderen Zuleitung. In diesem Fall ist die Ladungsenergieerhöhung des Zwischenzustandes im Vergleich mit dem Ausgangszustand $\Delta E_L(n, V)$, wobei ΔE_L wie in Gleichung 2.19 definiert ist. Beim anderen tunnelt ein Elektron zuerst von der Insel zur rechten Zuleitung und wird dann durch ein anderes Elektron ersetzt. In diesem Fall ist die Energieerhöhung des Zwischenzustandes $\Delta E_R(n - 1, V)$, wobei ΔE_R analog zu Gleichung 2.19 definiert ist. Die Amplituden der beiden Kanäle müssen addiert werden, bevor das Matricelement quadriert wird. Zweitens enthalten die Zuleitungen eine makroskopische Anzahl von Elektronen. Daher wird mit überwiegender Wahrscheinlichkeit ein heraustunnelndes Elektron aus einem anderen Zustand kommen als dem, den das hereintunnelnde Elektron besetzt. Daher bleibt nach dem Tunnelprozess eine Elektron-Loch-Anregung auf der Insel übrig. Dies erklärt, warum der Prozess als *inelastisches Cotunneln* bezeichnet wird. Die Übergänge, an denen unterschiedliche Anregungen beteiligt sind, werden inkohärent addiert. Für die Tunnelrate des inelastischen Cotunnelns ergibt sich:

$$\Gamma_{\text{cot}} = \frac{\hbar}{2\pi e^4 R_{T,L} R_{T,R}} \int_{k \in L} d\epsilon_k \int_{q \in I} d\epsilon_q \int_{q' \in I} d\epsilon_{q'} \int_{k' \in R} d\epsilon_{k'} f(\epsilon_k) [1 - f(\epsilon_q)] f(\epsilon_{q'}) [1 - f(\epsilon_{k'})] \\ \times \left[\frac{1}{\epsilon_q + \Delta E_L - \epsilon_k} \frac{1}{\epsilon_{k'} + \Delta E_R - \epsilon_{q'}} \right]^2 \delta(eV + \epsilon_k - \epsilon_q - \epsilon_{q'} - \epsilon_{k'}) . \quad (2.37)$$

Bei $T = 0$ können die Integrale analytisch berechnet werden und man erhält:

$$\Gamma_{\text{cot}} = \frac{\hbar}{2\pi e^3 R_{T,L} R_{T,R}} V \left[\left(1 + \frac{2}{eV} \frac{\Delta E_L \Delta E_R}{\Delta E_L + \Delta E_R + eV} \right) \left(\sum_{i=L,R} \ln \left(1 + \frac{eV}{\Delta E_i} \right) \right) - 2 \right] \\ = \frac{\hbar}{12\pi e^3 R_{T,L} R_{T,R}} \left(\frac{1}{\Delta E_L} + \frac{1}{\Delta E_R} \right)^2 V^3 \quad \text{für } eV \ll \Delta E_L, \Delta E_R . \quad (2.38)$$

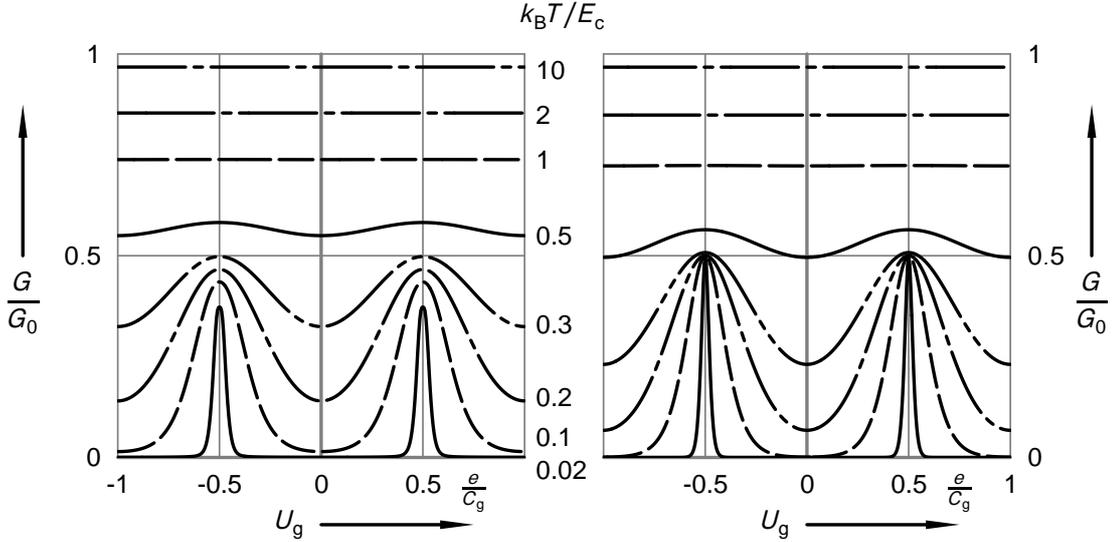


Abbildung 2.10. Links: Coulomboszillationen, berechnet in Störungstheorie zweiter Ordnung. Rechts: Coulomboszillationen, berechnet nach der orthodoxen Theorie. Die Kurven wurden jeweils bei den in der Mitte angegebenen Temperaturen berechnet.

Bei endlichen Temperaturen treten Tunnelprozesse in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung auf. Sie erfüllen eine detaillierte Gleichgewichtsrelation $\Gamma_{\text{cot}}(-V) = \exp(-eV/k_B T) \Gamma_{\text{cot}}(V)$. Für den Strom ergibt sich:

$$I(V) = \frac{\hbar}{12\pi e^2 R_{T,L} R_{T,R}} \left(\frac{1}{\Delta E_L} + \frac{1}{\Delta E_R} \right)^2 [(eV)^2 + (2\pi k_B T)^2] V. \quad (2.39)$$

Die V^3 -Abhängigkeit des Cotunnel-Stromes innerhalb der Coulombblockade eines Transistors wurde experimentell zuerst von Geerligs et al. (1990) beobachtet. In Systemen mit N Tunnelkontakten führt ein entsprechender Prozess N -ter Ordnung zu einem Strom $I \propto V^{2N-1}$. An einem System aus drei Tunnelkontakten konnte ebenfalls von Geerligs et al. (1990) eine entsprechende V^5 -Abhängigkeit beobachtet werden.

Neben dem inelastischen Cotunneln gibt es auch Prozesse, die keine Elektron-Loch-Anregungen auf der Insel zurücklassen. Dieses *elastische Cotunneln* entspricht dem Tunneln eines Elektrons über den virtuellen Zustand. Experimentell beobachtet wurde dieser Prozess von Hanna et al. (1992) in einem Doppelkontakt, der aus zwei *Scanning-Tunneling-Microscope*-Spitzen (STM-Spitzen) aufgebaut war. Die Rate dieses Prozesses hat einen Vorfaktor, der invers proportional zur Anzahl der Zustände auf der Insel ist. Für die von uns betrachteten lithographisch hergestellten, metallischen SET ist dieser Effekt im Vergleich mit dem inelastischen Cotunneln aufgrund der hohen Anzahl der Zustände auf der Insel zu vernachlässigen.

Wenn der virtuelle Zwischenzustand und der Anfangs- oder Endzustand entartet sind, divergiert der zuvor gefundene Ausdruck für die Cotunnelrate logarithmisch. Diese Divergenz muss mit speziellen theoretischen Techniken behandelt werden. Der Entwicklungsparameter

ist dabei die Kopplungsstärke α , wie auch schon bei dem zuvor angegebenen Ergebnis für die Cotunnelrate.

Von König et al. (1997) wurde eine diagrammatische Realzeit-Technik angewandt, die alle relevanten virtuellen Zustände berücksichtigt. Mit deren Hilfe lässt sich der Strom durch den SET in zweiter Ordnung Störungstheorie in α berechnen. Dieses Ergebnis wurde in weiteren Arbeiten (König et al., 1998; König, 1999) für beliebige Temperaturen und Transportspannungen erweitert. Obwohl an der Resonanz sequentielles Tunneln erlaubt ist, haben auch hier die Prozesse höherer Ordnung einen signifikanten Einfluss auf die gatespannungsabhängige Leitfähigkeit. In Abbildung 2.10 sind mit Hilfe der störungstheoretischen Beschreibung zweiter Ordnung berechnete Coulomboszillationen theoretischen Kurven gegenübergestellt, bei denen nur sequentielles Tunneln berücksichtigt wurde. Dabei wurde eine Kopplungsstärke von $\alpha = 1,5$ angenommen. Die in zweiter Ordnung berechneten Coulomboszillations-Peaks zeigen bei tiefen Temperaturen eine deutliche Verbreiterung und eine Reduktion der Peakhöhe gegenüber den unter Annahme von ausschließlich sequentiellem Tunneln berechneten. In diesem Bereich findet man einen Verlauf der Peakhöhe proportional zu $1/\ln(T)$. Experimentelle Daten von Joyez et al. (1997) konnten durch diese Theorie sehr gut über den gesamten untersuchten Temperaturbereich beschrieben werden, sofern für die Kopplungsstärke α der untersuchten Proben $\alpha \leq 2,5$ galt.

Die beschriebene Reduktion der Peakhöhe proportional zu $1/\ln(T)$ war zuvor schon von Schoeller und Schön (1994) vorhergesagt worden. Schoeller und Schön untersuchten in dieser Arbeit das sogenannte *inelastische resonante Tunneln* mit nicht störungstheoretischen Methoden. Als *resonantes Tunneln* bezeichnet man kohärente Tunnelprozesse, die mit einer beliebigen Anzahl von Tunnelereignissen an beiden Tunnelkontakten verbunden sind (siehe Abbildung 2.9 c), die zum Transport beitragen. Bei dieser Rechnung werden nur zwei benachbarte Ladungszustände (auch virtuell) betrachtet, was die Einführung eines frei wählbaren Cutoff-Parameters notwendig macht. Dadurch wird der Vergleich mit Experimenten sehr schwierig, da in die Theorie nicht direkt die Parameter der experimentell untersuchten Proben, sondern renormierte Parameter eingesetzt werden müssen. Vergleichbare Rechnungen wurden auch von König et al. (1995) durchgeführt, wobei dort eine Realzeit-Pfadintegraldarstellung zur Lösung des Problems gewählt wurde. Weitere Fortschritte kann man durch die Verwendung einer störungstheoretischen Renormierungs-Gruppen-Technik erzielen (König und Schoeller, 1998; Pohjola et al., 1999; Kuczera, 1999; Schoeller et al., 2000).

Neben den schon genannten Ansätzen zur Beschreibung von Proben im Regime kleiner Widerstände, die alle auf einer störungstheoretischen, diagrammatischen Behandlung des Tunnelns basieren, kann ein formal exakter Pfadintegral-Ausdruck (Schön und Zaikin, 1990), der alle Ordnungen von α einschließt, als Ausgangspunkt für analytische Vorhersagen (Golubev und Zaikin, 1996; Golubev et al., 1997; Göppert und Grabert, 1998, 2000) im semiklassischen Limit verwendet werden. Während die störungstheoretische Behandlung des Tunnelhamiltonian üblicherweise von den Zuständen mit einer definierten Ladung ausgeht, wird in diesem Ansatz die kanonisch konjugierte Phasen-Variable benutzt. Damit ist diese Theorie besser für die Beschreibung im semiklassischen Limit geeignet, da dort die Ladungszustände durch thermische Fluktuationen oder Quantenfluktuationen verschmiert sind. Chouvaev et al. (1999) untersuchten Einzelelektronentransistoren mit Kopplungsstärken α von 6 bis 25 in

einem Temperaturbereich von 20 mK bis 1,2 K. Für diese Proben und in diesem Temperaturbereich kann die semiklassische Beschreibung angewandt werden. Chouvaev et al. (1999) stellten zum Teil eine gute Übereinstimmung mit der Theorie von Golubev et al. (1997) fest, jedoch konnten nicht alle Messdaten beschrieben werden. Die über die Gatespannung gemittelten Strom-Spannungs-Charakteristiken entsprachen den theoretischen Vorhersagen, während die Amplituden der Coulomboszillationen nur qualitativ erklärt werden konnten. Jedoch wurde selbst in den Proben mit den höchsten Kopplungsstärken – in Übereinstimmung mit der Theorie – Anzeichen einer Reduktion der Leitfähigkeit durch Coulombblockade-Effekte beobachtet.

Eine andere Möglichkeit zur Beschreibung des gesamten experimentell zugänglichen Parameterbereiches von α sind numerische Studien, basierend auf Quanten-Monte-Carlo-Simulationen (QMC-Simulationen). Als Ausgangspunkt für diese Rechnungen können dabei entweder störungstheoretische Entwicklungen in den Ladungszuständen benutzt werden, die alle Elektronen-Loch-Paare aufsummieren (Göppert et al., 1998), oder alternativ der formal exakte Pfadintegral-Ausdruck in der Phasen-Repräsentation (Wang et al., 1997; Hofstetter und Zwirger, 1997; Herrero et al., 1999; Göppert et al., 2000). Während der erste im Regime schwacher Kopplung bevorzugt wird, hat der zweite Vorteile für große Tunnelleitfähigkeiten. Von Göppert et al. (2000) wurden experimentelle Daten von Joyez et al. (1997) mit $\alpha = 7,3$ mit QMC-Rechnungen im gesamten betrachteten Temperaturbereich beschrieben. Dieser Wert der Kopplungsstärke liegt außerhalb des Bereichs, in dem eine störungstheoretische Beschreibung möglich ist. Auch die semiklassischen analytischen Beschreibungen versagen, da Messwerte bis zu sehr tiefen Temperaturen aufgenommen wurden. Eine Beschreibung durch QMC-Rechnungen war allerdings nur unter der Annahme eines Wertes von $\alpha = 10$ möglich. Eine solche Abweichung zwischen dem von Joyez et al. (1997) angegebenen und dem von Göppert et al. (2000) angepassten Wert lässt sich jedoch leicht durch Asymmetrien der Tunnelwiderstände erklären (siehe auch Kapitel 5 und 6).

3. Probenherstellung

Experimente zu Einzelladungseffekten stellen hohe Anforderungen an die Probenherstellung. Wie bereits in Kapitel 2 beschrieben, muss die Ladungsenergie $E_c = e^2/2C$ groß gegenüber der thermischen Energie $k_B T$ sein, damit Einzelelektroneneffekte beobachtet werden können. Unsere Experimente werden in einem $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Entmischungskryostaten durchgeführt, dessen tiefste Temperatur unterhalb von 30 mK liegt. Um Experimente im Temperaturbereich $k_B T \ll E_c$ durchführen zu können, sollte daher $E_c/k_B \geq 1$ K gelten¹. Für die Probenherstellung bedeutet dies, dass man bei den Tunnelkontakten Kapazitäten von $C \leq 1 \cdot 10^{-15}$ F erreichen muss.

An den hergestellten Bauteilen sollen Einzelelektroneneffekte im diffusiven Transport der Leitungselektronen untersucht werden. Dazu benötigt man ein beliebiges metallisches System; die Effekte sind im Allgemeinen nicht materialabhängig. Die in dieser Arbeit untersuchten Tunnelkontakte bestehen aus einander überlappenden Aluminiumschichten, die durch eine Schicht von isolierendem AlO_x voneinander getrennt sind. Diese Tunnelbarriere ist ungefähr 2 nm dick und besitzt eine Dielektrizitätskonstante von $\epsilon = 8$ (z. B. Verbrugh, 1995). Betrachtet man nun den Tunnelkontakt als Plattenkondensator mit Dielektrikum, so findet man, dass man Überlappflächen kleiner $100 \times 100 \text{ nm}^2$ produzieren muss, um die oben an die Kapazität gestellte Bedingung zu erfüllen.

Proben mit diesen Abmessungen lassen sich mit der mittlerweile zu einem Standard-Herstellungsverfahren gewordenen Kombination von *Elektronenstrahlolithographie* und *Schattenbedampfungstechnik* herstellen (Niemeyer, 1974; Fulton und Dolan, 1987). Die einzelnen Schritte der Probenherstellung sind in Abbildung 3.1 schematisch dargestellt und werden in diesem Kapitel näher erläutert.

Aus mehreren Gründen wird Aluminium als Material für unsere Proben gewählt. Aluminium hat den Vorteil, dass man durch Oxidation sehr einfach Tunnelbarrieren herstellen kann. Durch Veränderung der Herstellungsparameter lassen sich reproduzierbar Tunnelkontakte mit Widerständen von wenigen Kiloohm bis zu mehreren Megaohm herstellen. Die Oxidbarriere altert kaum und die Aluminiumschichten oxidieren auch nicht vollständig durch. Aluminium wird bei Temperaturen unterhalb von 1,18 K supraleitend. Dies lässt sich durch ein kleines Magnetfeld unterdrücken, das die Einzelelektroneneffekte nicht beeinflusst (z. B. Geerligs, 1990). Damit bietet sich die Möglichkeit, die Proben sowohl im supraleitenden als auch im normalleitenden Zustand zu untersuchen.

Die Probenherstellung wurde bereits in früheren, in unserer Arbeitsgruppe entstandenen Arbeiten umfassend dargestellt. In der Arbeit von Sypli (1998) findet man eine sehr ausführliche Beschreibung der Maskenherstellung mittels Elektronenstrahlolithographie und Schatten-

¹ Die Effekte sättigen erst eine gute Größenordnung unterhalb von E_c/k_B (siehe Abbildung 2.8)

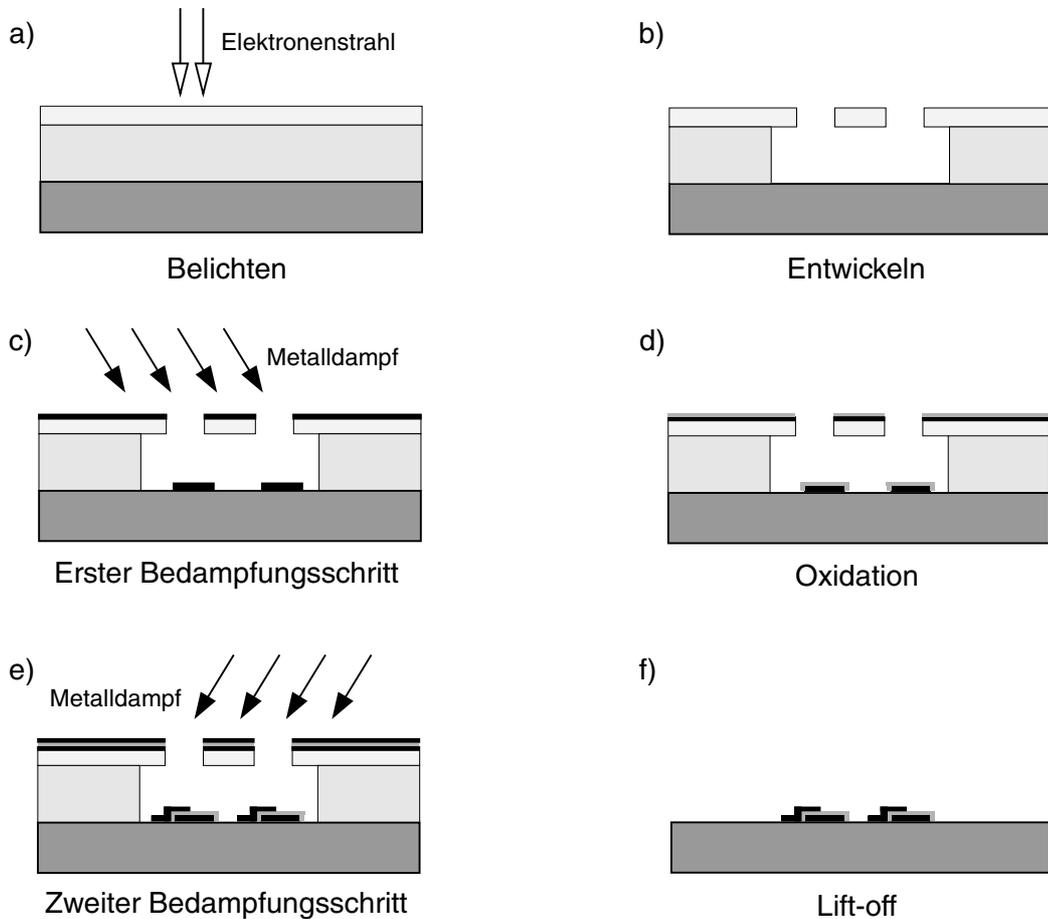


Abbildung 3.1. Einzelne Schritte der Probenherstellung. Das Substrat (Silizium) ist dunkelgrau dargestellt. Auf dem Substrat sind zwei unterschiedlich elektronenempfindliche Polymere aufgebracht (hellgrau). Durch die unterschiedliche Empfindlichkeit kommt es bei der Entwicklung zu einem extremen Unterschnitt, der auch *freitragende Brücken* ermöglicht, die zur Schattenbedampfung genutzt werden (siehe Text).

bedampfungstechnik, bei Limbach (1998) wird die von uns benutzte Aufdampfanlage und vor allem der Oxidationsprozess für die Herstellung der Tunnelkontakte vorgestellt. Wir wollen hier deshalb die einzelnen Schritte der Probenherstellung nur relativ kurz darstellen und vor allem auf Veränderungen gegenüber den zuvor genannten Arbeiten eingehen.

3.1. Elektronenstrahlithographie

Bei der Elektronenstrahlithographie wird eine dünne Schicht aus einem elektronenempfindlichen Kunststoff (*Resist*) auf ein Substrat aufgebracht, das dann mit einem Elektronenstrahlschreiber nach einem vorgegebenen Muster (*Layout*) belichtet wird. Die auf den Resist auftreffenden Elektronen brechen die langkettigen Polymere auf. In einem nachfolgenden Entwicklungsschritt können dann die belichteten Bereiche selektiv herausgelöst werden, während der

Rest als Bedampfungsmaske stehen bleibt. Die Geschwindigkeit dieser Entwicklung hängt von der Kettenlänge der Moleküle ab und damit sowohl von der deponierten Elektronenstrahldosis als auch vom Molekulgewicht des verwendeten Polymers (z. B. Verbruggen et al., 1990).

Die Tunnelkontakte entstehen bei der Schattenbedampfungstechnik durch den Schattenwurf von freitragenden Brücken (siehe Abbildung 3.1 und 3.4). Solche Brücken können nur entstehen, wenn der Resist einen extremen Unterschnitt aufweist, zu dessen Erzeugung ein mindestens zweilagiges Resistsystem notwendig ist (Hunt und Buhrman, 1981; Delsing, 1990). Dabei wird als untere Schicht ein Polymer verwendet, das ein deutlich geringeres Molekulgewicht als das Polymer der oberen Schicht besitzt. Die untere Schicht besitzt dadurch eine wesentlich höhere Belichtungsempfindlichkeit und wird beim Entwicklungsschritt stärker gelöst als die obere Schicht. Damit gelingt es, ein ausgeprägtes Unterschnittprofil zu erzeugen, gleichzeitig aber auch Strukturen mit genau definierten Kanten zu erhalten.

Die ersten Schritte der Probenherstellung erfolgen im Reinraum des Instituts für Mikrostrukturtechnik (IMT) des Forschungszentrums Karlsruhe, um eine Kontamination des Resists mit Staubpartikeln zu vermeiden. Als Substrat finden bei uns ca. 500 μm dicke, thermisch oxidierte 4-Zoll-Siliziumwafer Verwendung. Durch die Oxidschicht von $600 \pm 50 \text{ nm}$ sind diese Wafer auch bei Raumtemperatur elektrisch isolierend, was uns ermöglicht, unsere hochohmigen Strukturen auch außerhalb des Kryostaten testen zu können. Wir verwenden ein Resistsystem, das sich aus zwei Schichten unterschiedlicher Polymethylmethacrylat-Lacke (PMMA, Handelsname *Plexiglas*) zusammensetzt, die von uns in gelöster Form gekauft werden. Die untere Schicht besteht aus einem PMMA/MAA-Kopolymer, gelöst mit einem Feststoffanteil von 11% in Ethyllactat, die obere aus einem PMMA mit einem Molekulgewicht von 950 kg/mol, gelöst mit einem Feststoffanteil von 2% in Anisol. Die beiden Lacke werden nun nacheinander mit Hilfe einer Lackschleuder (*Spin-coater*) in Schichtdicken von 450 nm bzw. 140 nm auf die Siliziumwafer aufgebracht. Sowohl nach dem ersten als auch nach dem zweiten Belackungsschritt wird der Wafer in einem Umluftofen für 30 min bei 170° C gebacken, um alle Lösungsmittelreste auszugasen und den Resist zu härten. Danach wird die Schichtdicke an mehreren Stellen des Wafers mit Hilfe eines Ellipsometers kontrolliert, um die Homogenität der Lackschichten sicherzustellen. In Tabelle 3.1 sind die einzelnen Belackungsparameter für unsere Proben zusammengestellt.

Tabelle 3.1. Belackungsparameter für unser Resistsystem. Die Aufschleuderparameter beziehen sich auf den *Spin-coater* (Lackschleuder) im Reinraum des Instituts für Mikrostrukturtechnik am Forschungszentrum Karlsruhe. Die Schichtdicken werden nach dem Aufschleudern mit Hilfe eines Ellipsometers kontrolliert. Zur Ausgasung der Lösungsmittelreste werden die Wafer in einem Umluftofen gebacken.

Schicht	Resist Lösungsmittel	Aufschleudern		Schichtdicke	Backen
		Umdrehung	Zeit		
unten	PMMA/MAA 11% Ethyllactat	500 rpm	5 s	450 nm	170° C, 30 min
		4900 rpm	45 s		
oben	PMMA 950 kg/mol 2% Anisol	500 rpm	5 s	140 nm	170° C, 30 min
		900 rpm	99 s		

3. Probenherstellung

Für die Belichtung des Resists steht am IMT ein Elektronenstrahlschreiber der Firma Leica Cambridge (EBPG5-HR) zur Verfügung. Sein Elektronenstrahl hat einen minimalen Durchmesser von 8 nm, einen typischen Strahlstrom von 1 nA, eine Beschleunigungsspannung von maximal 100 kV und kann in einem Raster von 5 nm fortgeschaltet werden. Die Fortschalttakt-rate beträgt maximal 10 MHz.

Mit diesem Elektronenstrahlschreiber werden die Substrate am IMT nach dem von uns vorgegebenen Layout belichtet. Die Qualität der Maske kann dabei durch die einstellbaren Parameter Flächendosis, Strahldurchmesser (*Spot-size*) bzw. Strahlstrom, Strahlschrittweite (*Beam-step-size*, *BSS*) und Entwicklungszeit beeinflusst werden. Unsere Layouts sind dabei in zwei Belichtungslayer aufgeteilt, die mit unterschiedlichen Parametern geschrieben werden (siehe Tabelle 3.2): Einen *Groblayer* für die makroskopischen Strukturen und einen *Feinlayer*, in dem sich die mesoskopischen Strukturen befinden. Zunächst wird der Feinlayer mit den eigentlichen Tunnelkontakten mit einer BSS von 5 nm und kleinstmöglichem Strahldurchmesser geschrieben, um eine möglichst hohe Auflösung zu erhalten. Aufgrund der Vorwärtsstreuung der Elektronen im Resist und der Rückwärtsstreuung der Elektronen aus dem Substrat (*Proximity-Effekt*) ist es jedoch unmöglich, die theoretisch adressierbare Strukturbreite von 5 nm tatsächlich zu erhalten. Die gestreuten Elektronen führen immer zu einer Aufweitung der Strukturen. Neben diesen Resist-unabhängigen Effekten wird die Auflösung aufgrund der physikalischen Eigenschaften des Resist-Materials PMMA auf bestenfalls 10 nm beschränkt (Chang et al., 1988). Nach dem Feinlayer wird der Groblayer mit den großflächigen Zuleitungen geschrieben. Hier ist eine BSS von 125 nm und ein größerer Strahldurchmesser ausreichend. Das Schreiben des Layouts mit verschiedenen Elektronenstrahl-Durchmessern und -Strömen ermöglicht die Optimierung der Schreibzeit bei gleichzeitig hoher Auflösung in den feinen Strukturen.

In Abbildung 3.2 ist eines unserer Probenlayouts dargestellt. In der horizontalen Symmetrieachse des $7 \times 8 \text{ mm}^2$ großen Probenchips befinden sich vier Bereiche, in denen die jeweils zu untersuchenden Tunnelkontakte strukturiert werden. Diese Bereiche werden als Feinlayer (dunkelgrau eingefärbte Strukturen in Abbildung 3.2) belichtet. Über jeweils sechs Zuleitungen, die mit Hilfe des Groblayers (hellgrau eingefärbte Strukturen in Abbildung 3.2) erzeugt werden, werden die Tunnelkontakte mit insgesamt 24 Kontaktflächen verbunden, die sich am

Tabelle 3.2. Beispiel eines typischen Parametersatzes für den Elektronenstrahlschreiber am IMT für die für uns geschriebenen Proben. Der für die *Spot-size* (Strahldurchmesser) angegebene Wert wird aus der Abbildungsschärfe an einer Kontrollstruktur ermittelt. Die deponierte *Flächendosis* errechnet sich nach: $\text{Dosis} = \frac{\text{eingestellter Strom}}{(\text{Strahlschrittweite})^2 \cdot \text{Taktfrequenz}}$, wobei die Taktfrequenz den Kehrwert der Ruhezeit des Elektronenstrahls auf einer Stelle (*Pixel*) bezeichnet.

Layer	Beam-step-size	Dosis	Spot-size	Strahlstrom	Taktfrequenz
Fein-	5 nm	$1900 \mu\text{C}/\text{cm}^2$	79 nm	1,54 nA	3,250 MHz
Grob-	125 nm	$800 \mu\text{C}/\text{cm}^2$	230 nm	85,70 nA	0,684 MHz

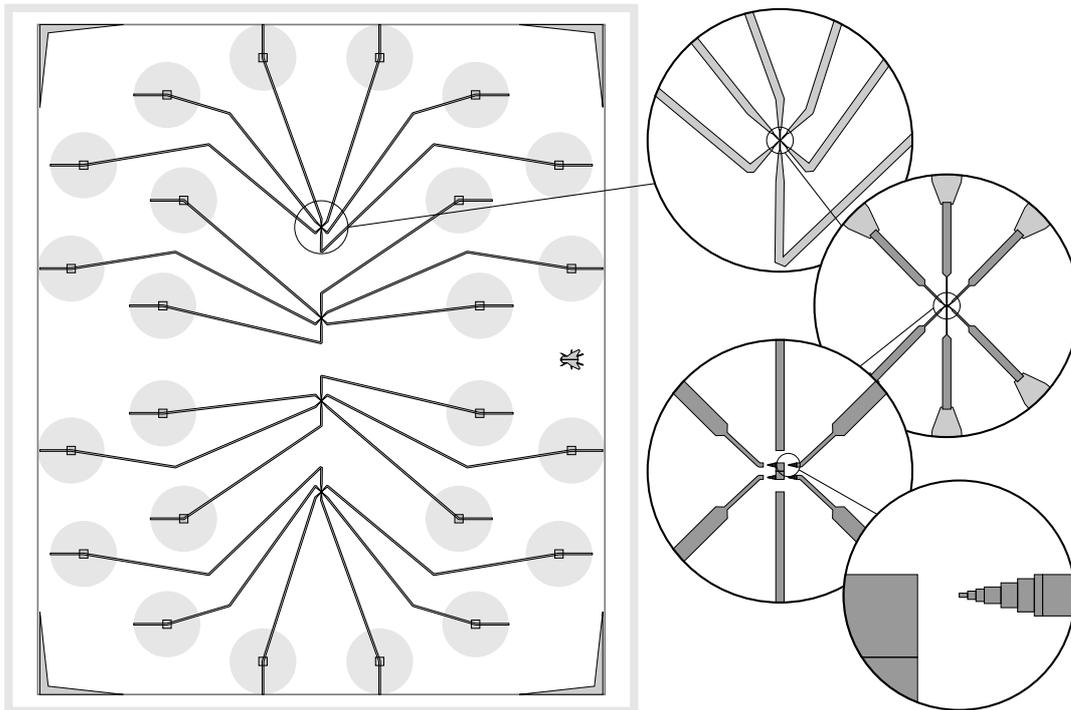


Abbildung 3.2. Typisches Layout des 7 mm x 8 mm großen Probenchips. In der Gesamtansicht auf der linken Seite sind nur die Zuleitungen von den Kontaktflächen zu vier Zentren, in denen sich die eigentlich untersuchten Strukturen befinden, zu erkennen. Die hellen Kreise markieren die Abmessungen der Kontaktierungsflächen, die in einem separaten Aufdampfschritt durch eine Edelstahlmaske aufgebracht werden. Rechts ist die eigentlich untersuchte Struktur – in diesem Fall ein Einzelelektronentransistor mit 4-Kontakt-Layout (siehe Kapitel 5) – schrittweise herausvergrößert. Der oberste Ausschnitt ist um einen Faktor fünf vergrößert; zwischen den folgenden liegt jeweils ein Faktor 10. Im untersten Bild rechts ist die Lackmaske zur Herstellung eines einzelnen Tunnelkontaktes zu erkennen. Zum Größenvergleich: Die Spitze des Tunnelkontaktes ist 5 nm breit strukturiert.

Rand des Probenchips befinden. Auf diese Kontaktflächen werden beim Einbau in den Kryostat Federkontaktstifte gepresst, um die Proben mit der Außenwelt zu verbinden. Wegen ihrer großen Flächen werden sie nicht lithographisch hergestellt², sondern in einem separaten Schritt durch eine Edelstahlmaske aufgedampft. Die Positionierung der Edelstahlmaske wird dabei durch die quadratischen Marker im Zentrum der Kontaktflächen erleichtert. Die genaue Anordnung der Zuleitungen und Tunnelkontakte auf dem Probenchip wurde im Verlauf der Arbeit variiert (siehe Kapitel 5), die Anordnung der Kontaktflächen und die Größe des Probenchips ist jedoch durch unseren Probenhalter vorgegeben und wurde daher immer gleich belassen.

Das vorgestellte Probenlayout wird nun in einer 3 × 3-Matrix in einen Quadranten eines Wafers geschrieben. Da am IMT nur vollständige 4-Zoll-Wafer in den Elektronenstrahlschreiber

² Die Kontaktflächen haben einen Durchmesser von 0,8 mm. Würden alle 24 mit dem Elektronenstrahlschreiber und einer BSS von 125 nm hergestellt, so ergäbe sich allein für diese Flächen eine Schreibzeit von 13,5 h. Das Belichten eines einzelnen Probenchips ohne die Kontaktflächen dauert dagegen nur 5,5 min.

3. Probenherstellung

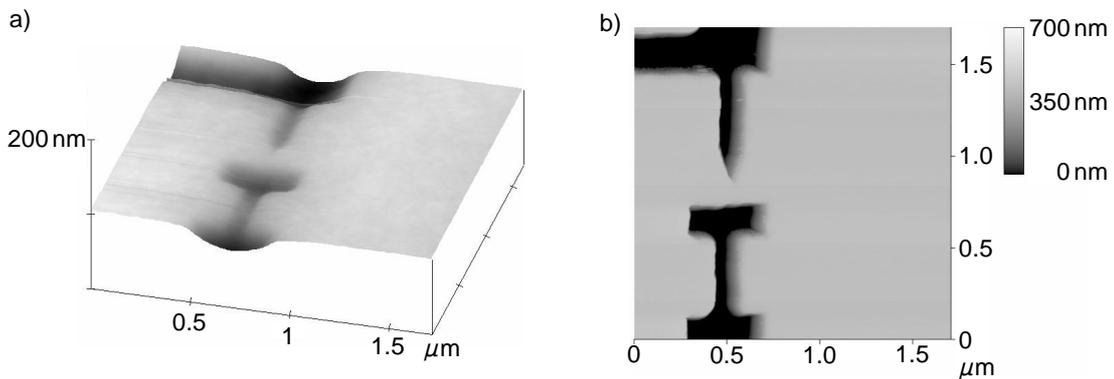


Abbildung 3.3. Atomic-force-microscope-Aufnahmen des Resists a) nach der Belichtung mit dem Elektronenstrahlschreiber und b) nach dem Entwickeln des Resistsystems.

eingebaut werden können, wurden – je nach Bedarf – in die restlichen drei Quadranten das gleiche oder andere Layouts, ebenfalls in einer 3×3 -Matrix, geschrieben. Ein Wafer enthält somit immer 36 Einzelproben. Das Schreiben des gesamten Wafers dauert ca. 3,5 h.

Die weiteren Schritte der Probenherstellung finden außerhalb des Reinraums in den Räumen des IFP statt. Zunächst wird der Wafer mit Hilfe eines Ritzdiamanten in die einzelnen $7 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ großen Probenchips zerlegt. Diese werden jeweils, kurz bevor sie in den Aufdampfer eingebaut werden, entwickelt. Um Kontaminationen durch Staubpartikel bei diesem nasschemischen Prozess zu vermeiden, findet die Entwicklung in einer *Laminar-flow-box* (Reinraumbox) statt. Um eventuell vorhandene Siliziumsplitter vom Ritzen oder sonstige Verunreinigungen zu beseitigen, werden die Proben zunächst für 10 s in Isopropanol (IPA) gespült. Die eigentliche Entwicklung erfolgt dann in einem Gemisch von Methylisobuthylketon (MIBK) und IPA im Verhältnis 1:3. Das MIBK löst selektiv die durch die Belichtung verkürzten Polymerketten heraus. Während der 4 min dauernden Entwicklung wird das MIBK/IPA-Gemisch heftig mit einer Glaspipette bewegt. Dies scheint notwendig zu sein, um die durch den extremen Unterschnitt verhältnismäßig großen Mengen an zu lösendem Resist aus den engen Kanälen der Zuleitungen auszuschwemmen. Die Entwicklung wird danach durch ein weiteres Bad in IPA für ca. 1 min gestoppt. Schließlich wird die Probe auf einer kleinen Zentrifuge trocken geschleudert. Direkt anschließend werden die Proben dann in den Aufdampfer eingebaut.

In Abbildung 3.3 sind zwei Atomic-force-microscope-Aufnahmen (AFM-Aufnahmen) der Aufdampfmaske eines Tunnelkontaktes in unterschiedlichen Herstellungsstadien dargestellt.³ Die Belichtung mit dem Elektronenstrahl führt zu einem Gewichtsverlust durch Ausgasen. Aus dem Gewichtsverlust resultiert ein Volumenschwund, der sich mit Hilfe des AFM nachweisen lässt (Abbildung 3.3a). Es ist zu erkennen, dass die eigentliche Struktur von einem Hof schwacher Belichtung umgeben ist. Diese leichte Belichtung wird durch die schon erwähnten, im Resist und am Substrat gestreuten Elektronen verursacht, die zu einer diffusen Aufweitung des fokussierten Elektronenstrahls führen. Da der Resist jedoch eine scharfe Belichtungsschwelle

³ Ich danke S. Achenbach, IMT, für die Anfertigung dieser AFM-Bilder.

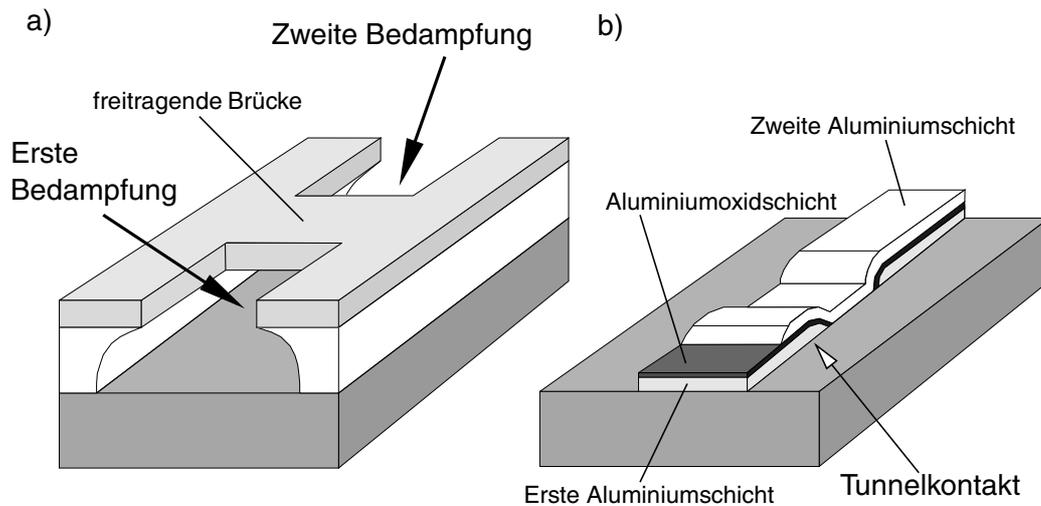


Abbildung 3.4. a) Aufdampfmaske zur Herstellung eines Tunnelkontaktes b) aufgedampfter Tunnelkontakt

besitzt, oberhalb der die Entwicklung einsetzt, führt das aus Abbildung 3.3a ablesbare Belichtungsprofil dennoch zu einer scharfkantigen Bedampfungsmaske, wie Abbildung 3.3b zeigt. Dort wird ein AFM-Bild der bereits entwickelten Aufdampfmaske gezeigt. Das Bild wurde mit einer extrem schmalen AFM-Spitze aufgenommen, die selbst die sehr schmalen und tiefen Einschnitte im entwickelten Resistsystem abtasten kann. Die Schatten auf der rechten Seite sind abbildungstechnisch bedingt; die AFM-Spitze kann die in Wirklichkeit unterschrittenen scharfen Kanten nicht mit beliebiger Steilheit darstellen.

3.2. Schattenbedampfung

Bei der Schattenbedampfung nutzt man den Schattenwurf einer Brücke im Resist zu Herstellung der Tunnelkontakte aus. Das Prinzip des Verfahrens wird in Abbildung 3.4a anhand eines Ausschnitts aus der Resistmaske gezeigt. Aufgrund des extremen Unterschnitts unseres Resistsystems lassen sich bei entsprechender Strukturierung schmale freitragende Brücken in der oberen Lackschicht erzeugen. Bedampft man diese Lackstruktur mit Aluminium, so erhält man einen Metallfilm, dessen Struktur dem Schlagschatten der oberen Resistschicht entspricht. Insbesondere besitzt der Aluminiumfilm an der Stelle der freitragenden Brücke eine schmale Unterbrechung (siehe Abbildung 3.4b). Diese erste Bedampfung wird unter solch einem Winkel vorgenommen, dass die Metallstruktur bis über die Hälfte unter die Lackbrücke ragt. In einem zweiten Bedampfungsschritt wird nun unter einem entgegengesetzten Winkel aufgedampft, so dass sich die beiden Metallschichten knapp überlappen. Zwischen den beiden Aufdampfschritten wird die untere Aluminiumschicht oxidiert. Die sich bildende Oxidschicht dient als Tunnelbarriere. Abbildung 3.4b zeigt den fertigen Tunnelkontakt mit den gegeneinander verschobenen Aluminiumschichten und der dazwischenliegenden Aluminiumoxidschicht nach dem Entfernen der Lackmaske (*Lift-off*).

Der Widerstand und die Kapazität des entstehenden Tunnelkontaktes hängen zum einen von der Überlappfläche der beiden Aluminiumschichten, zum anderen von der Dicke der entstehenden Oxidschicht ab. Dabei geht die Oxidschichtdicke exponentiell in den Widerstand ein, die Überlappfläche jedoch nur linear in den Leitwert. In die Kapazität gehen die beiden Größen linear bzw. reziprok ein, was direkt ersichtlich wird, wenn man den Tunnelkontakt als Plattenkondensator mit einer Kapazität $C = \epsilon_0 \epsilon A/d$ nähert, wobei A die Überlappfläche und d die Oxidschichtdicke bezeichnen. Will man nun Tunnelkontakte mit variierenden Widerständen herstellen, so bietet es sich an, die Oxidschichtdicke zu verändern, da dies bei kleineren Veränderungen größere Auswirkungen hat. Gleichzeitig ist man an einer möglichst kleinen Überlappfläche interessiert, um die Kapazität und damit die Ladungsenergie E_c des Tunnelkontaktes klein zu halten. Bei Aluminium lässt sich die Oxidschichtdicke relativ einfach durch den Sauerstoffdruck, der während des Oxidationsvorgangs zur Verfügung steht, einstellen (z. B. Martin, 1993). Eine exakte Aussage, welchen Widerstand und welche Kapazität die Probe haben wird, lässt sich allerdings nur schwer machen. Es treten einerseits immer Veränderungen der Überlappfläche durch geringfügige Abweichungen der Lackmaske oder Aufdampfwinkel-Einstellung auf, andererseits ist die Dicke der Oxidschicht auch abhängig von der Aluminium-Schichtqualität, die sehr stark von der jeweils erzielten Aufdampftrate abhängt. Eine klare Tendenz, in welcher Richtung der Widerstand liegen soll, kann aber vorgegeben werden. Erfahrungen mit der Herstellung von niederohmigen Tunnelkontakten, die hier untersucht werden sollen, lagen zu Beginn dieser Arbeit bereits in unserer Arbeitsgruppe vor (Limbach, 1998).

Für die Schattenbedampfung wird also eine Aufdampfanlage benötigt, die zum einen ein Aufdampfen unter unterschiedlichen Winkeln ermöglicht, zum anderen eine kontrollierte Oxidation der Aluminiumschichten zulässt. Im Rahmen seiner Diplomarbeit wurde von Limbach (1998) ein entsprechender Aufdampfer aufgebaut, der dort auch ausführlich beschrieben wird. Die Anlage besteht im Wesentlichen aus einem 6-fach-Kreuz mit 100 mm Durchmesser (CF-100 Doppelkreuz), an dessen Enden die unterschiedlichen Versorgungseinrichtungen (Pumpen, Sauerstoffeinlass, etc.) angeschlossen sind. Im unteren Arm des Kreuzes sind die Verdampfungsquellen angebracht; darüber befinden sich der in allen Raumrichtungen drehbare Substrathalter, zwei Abschatter und ein Schwingquarz zur Schichtdickenmessung. Aufgrund unserer kleinen Probenabmessungen von 7 mm × 8 mm ist ein Abstand von 12 cm zwischen Probe und Verdampfungsquellen ausreichend, um homogene Schichtdicken zu garantieren. Das Aluminium wird thermisch von Wolfram-Drähten aus verdampft, die nach jedem Aufdampfen ausgewechselt werden müssen, da das Aluminium mit dem Wolfram legiert. Neben zwei Aluminiumquellen steht ein Tantal-Schiffchen zur Verdampfung von Kupfer zur Verfügung. Da die Aufdampfanlage ein Gesamtvolumen von nur ca. 5 l besitzt, kann die Kammer sehr schnell mit Hilfe einer Turbomolekularpumpe abgepumpt werden. Dies ermöglicht, den Oxidationsschritt direkt in der Aufdampfkammer durchzuführen und auf ein aufwendiges Probentransfersystem zu verzichten. Über ein elektronisch gesteuertes Nadelventil (Balzers RME 010) kann Sauerstoff mit reproduzierbarem Druck in die Aufdampfkammer eingelassen werden. Geregelt wird das Ventil über einen speziell konstruierten Proportional-Integral-Differential-Regler (PID-Regler), an dem der gewünschte Druck als Soll-Wert vorgegeben wird. Den Ist-Wert erhält die Steuerelektronik von einer kapazitiven Absolutdruckmessröhre (MKS Baratron 626A), die für einen Druckbereich von $2 \cdot 10^{-4}$ mbar bis 2 mbar geeignet ist.

Zum Oxidieren der Proben wird nun entweder Sauerstoff bis zum Erreichen des Soll-Drucks eingelassen und für die Dauer der Oxidation konstant gehalten, oder im Durchflussbetrieb gearbeitet. Dabei wird, vom PID-Regler gesteuert, Sauerstoff eingelassen und gleichzeitig über einen schmalen *Bypass* mit der Turbomolekularpumpe an der Aufdampfkammer gepumpt. Diese Methode bietet sich vor allem für niedrige Sauerstoffdrücke an, da dann eine statische Druckeinstellung schwierig ist. Drücke oberhalb von 0,05 mbar lassen sich nur statisch einstellen, da die Turbomolekularpumpe andernfalls zu sehr belastet würde. Mit den einstellbaren Sauerstoffdrücken ist es möglich, Tunnelkontakte mit Widerständen von wenigen Kiloohm bis zu mehreren Megaohm herzustellen.

Die Proben werden direkt nach der Entwicklung in den Aufdampfer eingebaut. Gleichzeitig werden die zuvor ausgeglühten Wolfram-Drähte und das Tantal-Schiffchen mit Aluminium bzw. Kupfer beladen. Die erste Aluminiumschicht wird unter einem Winkel α , $\alpha = 6^\circ \dots 7^\circ$, ca. 30 nm dick aufgedampft. Möglichst kurz danach erfolgt die Oxidation des Aluminiums. Je nach gewünschtem Probenwiderstand wird die Aufdampfkammer bis zu einem Druck zwischen 10^{-3} mbar und 1 mbar mit Sauerstoff geflutet. Der Druck wird manuell innerhalb von wenigen Sekunden eingestellt und dann von dem automatischen Regelventil für ca. 5 min gehalten. Bei den für diese Arbeit hergestellten Proben wurde meist im Durchflussbetrieb gearbeitet, da für die Proben immer Sauerstoffdrücke kleiner $2 \cdot 10^{-2}$ benötigt wurden. Nach der Oxidation wird der Sauerstoff so schnell wie möglich wieder abgepumpt. Nach ca. 3 min ist wieder ein Druck von 10^{-7} mbar erreicht, so dass mit dem zweiten Aufdampfschritt fortgefahren werden kann. Diese zweite Schicht wird unter dem Winkel $-\alpha$ mit einer Schichtdicke von ca. 40 nm aufgedampft, so dass es, wie oben beschrieben, unter der Lackbrücke zu einem Überlapp kommt. Nach dem Aufdampfen der zweiten Aluminiumschicht wird mit Hilfe eines speziellen, im Aufdampfer eingebauten Abschatters nur über den äußeren Teil der Zuleitung-

Tabelle 3.3. Aufdampfparameter für die in dieser Arbeit untersuchten Proben. Die Aufdampfraten beziehen sich jeweils auf die erste und die zweite Aluminiumschicht und auf die dünne Kupferschicht zur Abdeckung der Zuleitungen (siehe Text). Während des Aufdampfens herrschte in der Aufdampfkammer immer ein Druck von ca. $2 \cdot 10^{-7}$ mbar. Der angegebene Widerstand ist der später bei tiefen Temperaturen gemessene Widerstand (siehe auch Tabelle 5.1).

Probe	Rate Al/Al/Cu (Å/s)	Schichtdicke Al/Al/Cu (nm)	Winkel (°)	Sauerstoff- druck (mbar)	Oxidations- zeit (min)	Durch- fluss	Widerstand (kΩ)
I, II	7 / 6 / 2	28 / 40 / 10	$\pm 7,1$	0,020	5	nein	128,0 74,7
III, IV	10 / 7 / 2	29 / 38 / 10	$\pm 7,1$	0,002	3	ja	19,2 17,2
V	8 / 7 / 2	28 / 41 / 10	$\pm 7,0$	0,020	5	ja	74,5
VI	9 / 8 / 3	29 / 40 / 10	$\pm 7,1$	0,012	5	ja	59,4
VII	6 / 10 / 4	29 / 40 / 10	$\pm 6,0$	0,012	5	ja	23,0

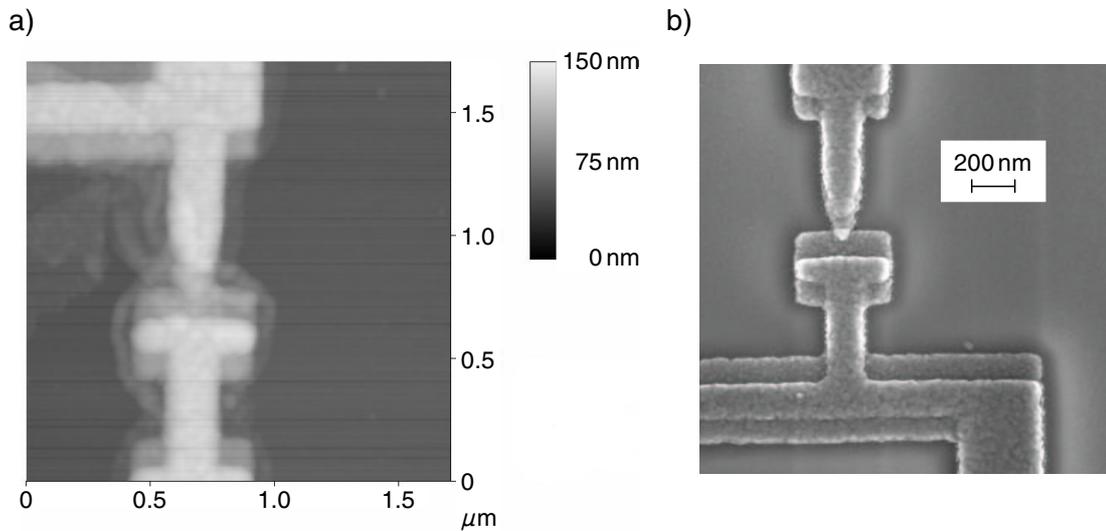


Abbildung 3.5. a) Atomic-force-microscope-Aufnahme und b) Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme eines Tunnelkontaktes. Der eigentliche, den Tunnelkontakt bildende Überlapp ist bei b) deutlich zu erkennen (helle Spitze).

en eine 10 nm dicke Kupferschicht gedampft, da wir die Erfahrung gemacht haben, dass die Aluminiumzuleitungen sonst sehr schwer zu kontaktieren sind. In Tabelle 3.3 sind die zum Aufdampfen und Oxidieren verwendeten Parameter der in dieser Arbeit untersuchten Proben einzeln aufgeführt.

Nach dem Aufdampfen wird die Probe ausgebaut und im sogenannten *Lift-off-Schritt* die mit dem Substrat fest verbundene Plexiglasmaske entfernt. Dazu wird die Probe bei Raumtemperatur für ca. 20 bis 40 min in hochreines Aceton gelegt. Nach dieser Zeit hat das Aceton die Plexiglasmaske vollständig aufgelöst, so dass die Metallschichten, die nach der Bedampfung auf den Plexiglasschichten lagen, abgeschwemmt werden und nur noch die Metallstrukturen auf dem Substrat übrig bleiben. Auch an dieser Stelle kommt der Unterschnitt zum Tragen: die Metallschichten auf dem Substrat dürfen keine Verbindung zu den Schichten auf den Masken haben. Dies könnte sonst beim Ablösen der Plexiglasmaske zum Abriss der eigentlichen Strukturen auf dem Substrat führen oder zu ungewollten leitenden Verbindungen, wenn Teile der Metallschicht, die zuvor auf der Maske waren, festgehalten werden. Anschließend wird der Probenchip in einem Gemisch von Ethanol und Toluol im Verhältnis 1:1 abgespült, um eventuelle organische Verunreinigungen zu lösen. Zuletzt erfolgt dann wiederum ein Trockenschleuern mit einer kleinen Zentrifuge.

In Abbildung 3.5 sind eine AFM-Aufnahme und eine Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme (REM-Aufnahme) eines fertigen Tunnelkontaktes gegenübergestellt⁴. In beiden Aufnahmen sind deutlich die beiden gegeneinander verschobenen Aluminiumschichten zu erkennen. Insbesondere lässt sich aus den Aufnahmen eine Überlappfläche für den eigentlichen Tunnel-

⁴ Ich danke B. Obst, ITP, für die Anfertigung der REM-Aufnahmen

kontakt von ca. $80\text{ nm} \times 40\text{ nm}$ ermitteln. Der Kontrast im REM unterscheidet sehr deutlich die sehr verschiedenen Leitfähigkeiten in der Aluminiumstruktur und dem Siliziumsubstrat. Das REM bildet daher sehr scharf die im Experiment relevanten metallischen Strukturdetails ab. Das AFM liefert darüber hinaus quantitative Höheninformationen. Aufgrund der Höheninformation im AFM-Bild werden die nichtleitenden Lift-off-Rückstände sichtbar, die das REM nicht abbildet. Diese Rückstände sind jedoch im Experiment in der Regel ohne Relevanz.

Nach dem Lift-off-Schritt wird der Widerstand der Tunnelkontakte bei Raumtemperatur vermessen. Während die Probe unter einer Lupe liegt, werden die $0,2\text{ mm} \times 0,2\text{ mm}$ großen lithographisch hergestellten Marker mit Nadeln kontaktiert. Mit einer Batterie wird nun über einen $10\text{-M}\Omega$ -Widerstand ein Strom von 150 nA aufgeprägt und mit einem Multimeter mit hohem Innenwiderstand der Spannungsabfall über den Tunnelkontakt gemessen. Ist das Ergebnis zufriedenstellend, werden in einem weiteren Aufdampfschritt die 24 makroskopischen Kontaktpads aus Kupfer mit einem Durchmesser von $0,8\text{ mm}$ durch eine Edelstahlmaske ca. 50 nm dick aufgedampft. In diese Kontaktpads werden dann bei den Tieftemperatur-Experimenten Federkontaktstifte zur Kontaktierung der Probe gepresst.

4. Messtechnik

Zur experimentellen Untersuchung von Einzelelektronen-Bauteilen wurden im Rahmen dieser Arbeit Strom-Spannungs-Kennlinien bei tiefen Temperaturen aufgenommen. Da die Widerstände der Proben immer im Kiloohm-Bereich oder darüber liegen, ist eine Zwei-Kontakt-Messung möglich. Dabei wird eine Spannung über die Probe aufgeprägt und der Strom durch sie hindurch gemessen, wie in Abbildung 4.1 dargestellt. Die Schwäche der Zwei-Kontakt-Messung ist, dass man zwischen dem eigentlichen Probenwiderstand und den Zuleitungs- und Kontaktwiderständen nicht unterscheiden kann. Dies ist nur bei einer Vier-Kontakt-Messung möglich. Üblicherweise werden die Zuleitungs- und Kontaktwiderstände bei Experimenten mit Einzelelektronen-Bauteilen vernachlässigt, da sie sehr klein gegen die Probenwiderstände sind. Bei den in dieser Arbeit untersuchten niederohmigen Einzelelektronentransistoren werden die Zuleitungswiderstände, die in unserem Messaufbau eine Größenordnung von ca. $400\ \Omega$ besitzen, jedoch schon relevant. Sie müssen separat gemessen und bei der Skalierung der Messdaten geeignet berücksichtigt werden (siehe Abschnitt 5.1).

In diesem Kapitel sollen die Anforderungen an den Messaufbau zur Untersuchung von Einzelelektronen-Bauteilen erläutert und die von uns gewählte Realisierung vorgestellt werden. Um, wie von uns beabsichtigt, Abweichungen von der orthodoxen Theorie des Einzelelektronentunnelns an Proben im Regime kleiner Widerstände messen zu können, muss man in der Lage sein, Spannungen mit einer Genauigkeit von besser als $1\ \mu\text{V}$ aufprägen zu können und Ströme mit einer Auflösung besser als $100\ \text{fA}$ messen zu können. Außerdem spielt die Abschirmung der Probe und Filterung der Zuleitungen bis zu höchsten Frequenzen über das bloße Verbessern des Signal-Rausch-Verhältnisses hinaus eine entscheidende Rolle bei den Messungen. Photonen mit Frequenzen bis in den THz-Bereich hinein, insbesondere die 4-K-Photonen des umgebenden Heliumbades, reichen aus, um einzelne Tunnelvorgänge auszulösen. Dieses *photon-assisted tunneling* führt zu einer Verwaschung der Einzelelektroneneffekte und äußert sich in einer Erhöhung der *effektiven Temperatur*. Um diesen Effekt zu verhindern, müssen alle Messleitungen mit Filtern versehen werden, die Frequenzeinstrahlungen zwischen 20 GHz und 6 THz mit mehr als 200 dB unterdrücken (Vion et al., 1995).

Ein Prototyp für einen entsprechenden Probenhalter wurde bereits von Sypli (1998) in unserer Arbeitsgruppe gebaut und die prinzipielle Funktionstüchtigkeit des gewählten Filterkonzeptes anhand von Messungen an Einzelelektronentransistoren gezeigt. Jedoch traten in Folge der Benutzung und einiger konstruktions- und materialbedingter Probleme diverse Mängel auf (Limbach, 1998), die eine Neukonstruktion notwendig machten. Auch der damals verwendete Messaufbau wurde durch einige Messgeräte und neue selbstgebaute Verstärkerschaltungen ergänzt. Das von Sypli (1998) entwickelte prinzipielle Konzept des Probenhalters und Messaufbaus wurde jedoch unverändert übernommen.

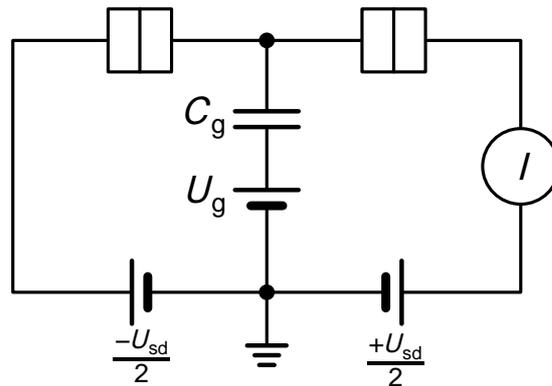


Abbildung 4.1. Prinzipschaltbild der Zwei-Kontakt-Messung am SET. Die Transportspannung U_{sd} wird symmetrisch durch zwei Spannungsquellen $\pm U_{sd}/2$ aufgebracht. Die Gatespannung U_g lässt sich mit einer weiteren Spannungsquelle einstellen. Mit I ist das Messgerät für die Strommessung gekennzeichnet.

Im Folgenden soll zunächst der grundsätzliche Messaufbau beschrieben werden. Danach wollen wir die aufgebaute Messelektronik mit einem selbstgebauten Verstärker erläutern und ihre Funktionsfähigkeit anhand von Messdaten belegen. Desweiteren wollen wir uns näher mit der Hochfrequenzfilterung beschäftigen und den dafür gebauten Probenhalter vorstellen. Im letzten Abschnitt soll anhand von Messungen gezeigt werden, wie empfindlich die von uns untersuchten Einzelelektronentransistoren zum einen auf hochfrequente Einstrahlungen, zum anderen aber auch auf niederfrequente Störsignale reagieren.

4.1. Prinzipieller Messaufbau

Zur Aufnahme der Strom-Spannungs-Kennlinien bei tiefen Temperaturen steht am IFP ein $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Entmischungskryostat TLM 400 der Firma Oxford Instruments zur Verfügung, der eine tiefste Temperatur von ca. 25 mK erreicht. Es handelt sich bei dem Kryostaten um eine *Toploading*-Ausführung, bei dem die Proben mit Hilfe einer ca. 3,5 m langen Stange durch ein zentrales Rohr direkt von Raumtemperatur in die Mischkammer geschoben werden. Die Mischkammer hat nach unten einen langen Fortsatz mit einem Innendurchmesser von 12 mm, der in die Bohrung eines 12-Tesla-Magneten ragt. In diesem Fortsatz, umspült vom $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Gemisch, befinden sich nach dem Einschieben der Stange der Probenhalter und die Probe. Die Probenstangen bestehen – von Raumtemperatur aus zu tiefen Temperaturen hin – zunächst aus einem dünnwandigen Edelstahlrohr. Nach zwei Dritteln der Länge endet das Edelstahlrohr in einem Messinggewinde, mit dem die Probenstange festgeschraubt wird. Dieses Gewinde ist thermisch an das Heliumbad angekoppelt. Unterhalb dieser Stelle bestehen die Stangen aus zwei glasfaserverstärkten Kunststoffstücken (*GFK-Stücken*), unterbrochen von einem Kupferkonus. Mit Hilfe des Gewindes wird dieser Kupferkonus fest an ein entsprechendes Gegenstück angepresst und damit thermisch an ein gepumptes ^4He -Temperaturbad (*I-K-Pot*) gekoppelt. Das zweite GFK-Stück verschließt die Mischkammer. An seinem Ende ist der Probenhalter befestigt, der somit keine galvanische Kopplung mit dem Kryostaten besitzt.

Der Vorteil der *Toploading*-Bauweise besteht darin, dass die Proben gewechselt werden können, ohne den Kryostaten aufwärmen zu müssen. Innerhalb eines Arbeitstages kann eine Probe ausgebaut und eine andere wieder auf Millikelvin-Temperaturen abgekühlt werden. Allerdings „erkauft“ man sich den schnellen Probenwechsel mit einigen Nachteilen. Zum einen beträgt der für den Probenhalter zur Verfügung stehende Platz in der Mischkammer im Durchmesser nur 12 mm, zum anderen müssen die Proben über mindestens 3 m lange Kabel kontaktiert werden, die zur Minimierung des Wärmeeintrages möglichst hochohmig sein sollten.

In unserer Probenstange stehen 24 Konstantan-Leitungen mit einem Widerstand von ca. 200 Ω pro Leitung und vier Edelstahl-Koaxialleitungen zur Verfügung, die innerhalb der Stange von Raumtemperatur in die Mischkammer hinabgeführt werden. Im oberen Teil der Probenstange hängen die Kabel frei innerhalb des Edelstahlrohrs, im unteren Teil sind sie fest in die GFK-Stücke eingeklebt. Die Edelstahl-Koaxialkabel werden dazu genutzt, ein Ruthenoxid-Thermometer, das auf dem Probenhalter montiert ist, zu kontaktieren. Von den Konstantan-Leitungen werden vier zur Kontaktierung eines *Cernox*-Thermometers auf dem Probenhalter genutzt, 13 zur Kontaktierung der Proben und die restlichen sieben zur Erdung des Probenhalters. Die Größe unserer Proben ist aufgrund des Durchmessers des Probenhalters von 12 mm stark beschränkt und beträgt bei uns 7,5 mm \times 8,5 mm. Aufgrund der in Abschnitt 4.3 diskutierten Empfindlichkeit unserer Proben auf elektromagnetische Einstrahlung werden die 13 Messleitungen zusätzlich bei tiefen Temperaturen über Koaxialkabel gefiltert, bevor sie in die geschlossene Probenkammer geführt werden, die als *Faraday'scher Käfig* aufgebaut ist. Kontaktiert werden die Proben durch Aufpressen von Federkontaktstiften auf die in Abbildung 3.2 gezeigten Kontaktflächen. Dies hat sich als zuverlässige und platzsparendste Lösung erwiesen.

Unsere Messgeräte sind direkt neben dem Mischkryostaten aufgestellt. Das bedeutet, dass die Messleitungen, die in der Probenstange 3,5 m nach oben geführt werden, nun weitere 3 m nach unten zu den Messgeräten fortgesetzt werden müssen. Insgesamt muss die Probe also über etwa 6,5 m lange Kabel kontaktiert werden, was die Aufprägung von Spannungen kleiner 1 μV und die Messung von Strömen mit einer Auflösung von 100 fA schwierig macht. Um die Kabellänge, über die diese winzigen Signale übertragen werden müssen, auf die unvermeidlichen 3,5 m zu kürzen, haben wir direkt am Kopf der Probenstange ein Kästchen mit einer speziell entwickelten Verstärkerschaltung installiert. Das aufzuprägende Spannungssignal wird erst in diesem Gehäuse über einen Spannungsteiler um einen Faktor 1000 verkleinert, so dass davor mit großen Spannungswerten gearbeitet werden kann. Das Stromsignal wird durch die Verstärkerschaltung in ein Spannungssignal mit einem Faktor 10^7 V/A oder 10^8 V/A umgewandelt, so dass auch hier nur große Werte über den restlichen Kabelweg übertragen werden müssen. Die Messleitungen aus dem Kryostaten werden über Tiefpass-Filter direkt in dieses Kästchen geführt und enden dort an einem Miniatur-Steckbrett mit Kurzschlusschaltern. Dieses Steckbrett ermöglicht zum einen die jeweils gewünschten Proben zu kontaktieren, zum anderen können die empfindlichen Proben während des Einbaus in den Kryostaten durch Schalter, die alle Messleitungen gegeneinander kurzschließen, gegen Zerstörung durch Spannungsschläge geschützt werden.

Der gesamte Mischkryostat, bis auf Pumpen und Ventilbrett, ist innerhalb einer elektromagnetischen Abschirmkabine aufgebaut. Die Stromversorgung, die in die Kabine geführt wird, ist durch einen Trenntransformator vollständig von der allgemeinen Stromversorgung abge-

trennt und wird zusätzlich über einen Netzfilter von hochfrequenten Störsignalen befreit. Insbesondere wird die Kabine nicht über die allgemeine Netzerde geerdet, sondern besitzt einen eigenen Erdungspunkt in Form einer Erdlanze. Die Abschirmkabine wird jedoch von uns nicht im eigentlichen Sinne genutzt, da es nahezu unmöglich ist, die gesamte Kabine frei von hochfrequenter Strahlung zu halten. Es dürften dann keinerlei Geräte, die einen Mikroprozessor enthalten, innerhalb der Kabine aufgestellt werden, was den Aufbau einer automatischen Datenerfassung sehr stark behindern würde, da keine Geräte mit IEEE-Bus verwendet werden könnten. Wir haben uns deshalb entschlossen, die Abschirmkabine nur als Raum mit gefilterter Stromversorgung und einem definierten Erdungspunkt zu nutzen und das Kryostatengehäuse selbst als Hochfrequenzschirm anzusehen. Fast alle Messgeräte werden von einem Messrechner (handelsüblicher PC, Intel Pentium 166-MHz-Prozessor, Betriebssystem LINUX) über den IEEE-Bus gesteuert und ausgelesen, der inzwischen¹ in der Kabine selbst steht.

Mit unserem Mischkryostaten können temperaturabhängige Messungen von 25 mK bis zu 20 K durchgeführt werden. Dabei wird die Mischkammer durch einen Heizwiderstand erwärmt, dessen Heizleistung von unserem Messrechner aus steuerbar ist. Um bestimmte Temperaturen einzustellen und zu halten, nutzen wir einen auf dem Messrechner implementierten Proportional-Integral-Differential-Regelalgorithmus (PID-Regelalgorithmus), dem ein Soll-Wert vorgegeben wird, den er durch Regelung des Heizstromes zu erreichen sucht. Der Ist-Wert wird dabei – je nach Temperaturbereich – von einem der beiden auf dem Probenhalter montierten Thermometer geliefert. Das RuO₂-Thermometer (Oxford, Ruthenoxid Widerstandsthermometer, 2200 Ω) ist von 10 mK bis 1,5 K geeicht. Das Cernox-Thermometer (Lakeshore, Cernox Resistor CX-1030) dagegen von 300 mK bis 100 K. Dieses zweite Thermometer wurde auf dem Probenhalter angebracht, nachdem wir festgestellt hatten, dass es möglich ist mit unserem Mischkryostaten temperaturabhängige Messungen bis zu Temperaturen durchzuführen, bei denen das RuO₂-Thermometer zu unempfindlich ist.

Im Bereich von 25 mK bis 600 mK lassen sich die Temperaturen mit einer Genauigkeit besser als 1 mK einstellen. Ab 600 mK bis 800 mK verhält sich der Kryostat sehr unruhig und die Temperatur ist nur schwer konstant zu halten. Oberhalb von 800 mK können im Normalbetrieb keine konstanten Temperaturen mehr eingestellt werden. Dies hängt wahrscheinlich mit der Aufhebung der Trennung in eine ³He-reiche und eine ³He-arme Phase oberhalb von 870 mK (z. B. Pobell, 1992) zusammen, was zu sehr unberechenbaren Zuständen im Kryostaten führt. Bei diesen Temperaturen ist der Mischkryostat nicht mehr in der Lage, die große Menge abgepumptes ³He schnell genug wieder zu kondensieren. Es ergibt sich ein zu hoher Druck im Mischungssystem vor dem Kondensator und der Mischkryostat kann nicht weiter als ³He-Kryostat betrieben werden. Um bei Temperaturen über 1 K messen zu können wird daher fast die gesamte ³He/⁴He-Mischung aus dem Kryostaten entfernt und der Kryostat in einer Art Durchflussmodus betrieben. Die Temperaturen lassen sich in diesem Bereich wieder sehr konstant einstellen. Wie sich bei unseren Messungen beobachten ließ, muss man bei Temperaturen oberhalb von 4 K mindestens eine Stunde warten, bis die Proben thermalisiert sind.

¹ Bei den ersten in dieser Arbeit präsentierten Messungen war der IEEE-Bus noch über einen *Optokoppler* herausgeführt und der Messrechner außerhalb der Abschirmkabine aufgestellt. Es traten jedoch so viele Probleme mit der Datenübertragung über den Lichtwellenleiter auf, dass wir uns entschlossen, den Rechner in die Kabine zu stellen. Die Qualität der Messungen wurde dadurch nicht beeinträchtigt.

4.2. Messelektronik

Zur genauen Analyse von Einzelelektroneneffekten benötigt man eine Messelektronik, die Ströme kleiner 100 fA messen kann. Dies stellt zum einen hohe Anforderungen an die verwendeten Messgeräte und Verstärker, zum anderen aber erfordert es eine durchdachte Schirmung und Erdung des gesamten Messaufbaus. Wir wollen nun zunächst die von uns zur Vermeidung von Störeinflüssen getroffenen Maßnahmen erläutern, bevor wir die eigentliche Messelektronik vorstellen.

4.2.1. Vermeidung von Störeinflüssen

Wie bei jeder elektrischen Messung ist bei der Messung von kleinen Strömen ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis entscheidend. Man unterscheidet dabei zwischen dem inhärenten Rauschen², das aus physikalischen Gründen immer vorhanden ist, und Störsignalen, die man durch sorgfältige Filterung oder Abschirmung reduzieren kann (z. B. Ott, 1988). Ziel ist es, die Messelektronik so zu gestalten, dass die Auflösung des Messsignals maximal wird. Idealerweise sollte dazu der Pegel der Störsignale unter den inhärenten Rauschpegel gesenkt werden. Dazu sollten zum einen natürlich die nicht-inhärenten Störquellen soweit wie möglich eliminiert werden, zum anderen aber auch der Messaufbau möglichst unempfindlich gegen Störsignale gemacht werden.

Für die Einkopplung von Störsignalen gibt es im Wesentlichen zwei Mechanismen: Kopplung über elektrische Leitungen und Kopplung durch elektromagnetische Strahlung (z. B. Ott, 1988). Die größten Störsignale, mit denen wir es in unserem Messaufbau zu tun haben, sind:

- netzsynchrones, sinusförmiges 50-Hz-Brummen und höhere Harmonische davon,
- zufällige Spannungstöße durch Schaltvorgänge in der Messelektronik und andere hochfrequente Störungen,
- Radiofrequenzen (über 200 kHz), für die die Zuleitungen wie Antennen wirken,
- Spannungen, die durch Bewegung eines Kabels in einem magnetischen Feld induziert werden können.

Wir haben nun versucht, diese Störungen durch eine möglichst vollständige hochfrequenzdichte Schirmung des Messaufbaus und durch eine sorgfältige und durchdachte Erdung so weit wie möglich zu reduzieren.

Nach Ott (1988) sollte zur Vermeidung des Überkoppelns von Störsignalen die Erdung des eigentlichen Messkreises (*Signalerde*) zum einen von der Erdung der Gehäuse der Messgeräte und Racks, die aus Sicherheitsgründen geerdet werden müssen, und zum anderen von der Erdung der Hochleistungslektrogräte (z. B. Pumpen, Relais) (*schmutzige Erde*) getrennt werden.

² Eine Zusammenfassung über die inhärenten Rauschquellen, zu denen z. B. das *thermische Rauschen* (auch *Widerstandsrauschen* oder *Johnson-Rauschen* genannt), das *Schrotrauschen* (auch *Schottky-Rauschen* genannt) und das *1/f-Rauschen* (auch *Kontaktrauschen* genannt) zählen, findet man z. B. bei Sypli (1998).

Diese drei unterschiedlichen Erdungen sollen dann an genau einem Erdungspunkt sternförmig zusammengeführt werden. Bei unserem Messaufbau befinden sich innerhalb der von der allgemeinen Stromversorgung und Netzerde abgekoppelten Abschirmkabine keine Pumpen oder Ähnliches. Innerhalb der Kabine kann daher auf die schmutzige Erde verzichtet werden. Die Messgeräte und der Messrechner innerhalb der Abschirmkabine werden von uns erdfrei betrieben, d. h. die normalerweise vorhandene Erdung über die Netzstecker ist entfernt worden, so dass der Erdungspunkt der Geräte frei wählbar ist. Jedoch sind die Gehäuse aller Messgeräte über die Schirmung der IEEE-Kabel und über eine Leitung des IEEE-Busses niederohmig miteinander und mit dem Gehäuse des Messrechners verknüpft. Da zur Vermeidung von *Erdschleifen*³ alle Geräte nur an einem Punkt geerdet werden dürfen, haben wir das Messrechnergehäuse als Gehäuseerde gewählt und niederohmig mit dem Erdungspunkt der Kabine verbunden. Aus ähnlichen Gründen wird das Schaltungskästchen am Kopf des Kryostaten, in dem die Messsignale vorverstärkt werden, als Signalerde benutzt: Das Gehäuse eines empfindlichen Verstärkers sollte möglichst auf dem gleichen Massepotential wie der Masseingang des Verstärkers liegen (z. B. Ott, 1988). Dies gelingt in unserem Falle nur, wenn das Gehäuse als Signalerde und gleichzeitig als Referenzpotential der Messelektronik (*Masse*) fungiert. Auch dieses Gehäuse wurde niederohmig mit dem Erdungspunkt der Abschirmkabine verbunden.

Eine weitere Schwachstelle für die Einkopplung von Störsignalen stellen die 3 m langen Kabel vom Kopf des Kryostaten zu den Messgeräten dar. Zum einen können sie als Antennen für elektromagnetische Einstrahlung dienen, zum anderen kann durch Änderung des zwischen zwei Leitungen eingeschlossenen magnetischen Flusses Spannung in den Leitungen induziert werden. Die Flussänderung kann durch Änderung der äußeren Magnetfelder oder durch Bewegung der Kabel und der damit verbundene Änderung der eingeschlossenen Fläche verursacht werden. Zur Minimierung der Fläche zwischen den Leitungen wurden paarweise verdrehte Kabel (*twisted-pair*) verwendet. Um die elektromagnetische Einstrahlung zu verhindern, wurde bei den Kabeln auf eine möglichst lückenlose Schirmung geachtet. Da die Erdung eines Schirmes nur an einer Stelle erfolgen sollte, gleichzeitig aber eine Unterbrechung der Schirmung vermieden werden muss, wird von uns mit zwei überlappenden Schirmen gearbeitet. Wir verwenden dazu ein vieradriges Messkabel, bei dem jeweils zwei Adern miteinander verdreht und von einer Schirmung umgeben sind. Die beiden geschirmten Twisted-Pair-Kabel sind dann nochmals von einer Abschirmung umgeben (*double-shielded-twisted-pair*). Der innere Schirm wird nun mit der Signalerde am Kryostatenkopf verbunden, der äußere mit der Gehäuseerde der Messgeräte. Damit ergibt sich eine nahezu lückenlose Schirmung der Messkabel und gleichzeitig werden Erdschleifen vermieden.

Eine metallische Abschirmung verhindert direkte elektromagnetische Einstrahlung. Die Qualität der schirmenden Wirkung wird dabei im Wesentlichen durch die Größe der Öffnungen an Kanten und Lötstellen bestimmt: Eine Öffnung sollte nicht größer als 1/20 der Wellenlänge sein, damit sie für die Strahlung nicht durchlässig ist. Bei der Auswahl der Kabel haben wir deshalb auf Schirme aus Vollmaterial geachtet, die effektiver als Geflechte sind. Das Schalt-

³ *Erdschleifen* treten auf, wenn ein Schaltkreis — eventuell unbeabsichtigt — an mehreren voneinander entfernten Punkten geerdet ist, die auf unterschiedlichem Potential liegen. Dadurch wird ein Stromfluss verursacht. Über diesen Weg koppelt man 50-Hz-Frequenzen und Vielfache davon in den Schaltkreis ein.

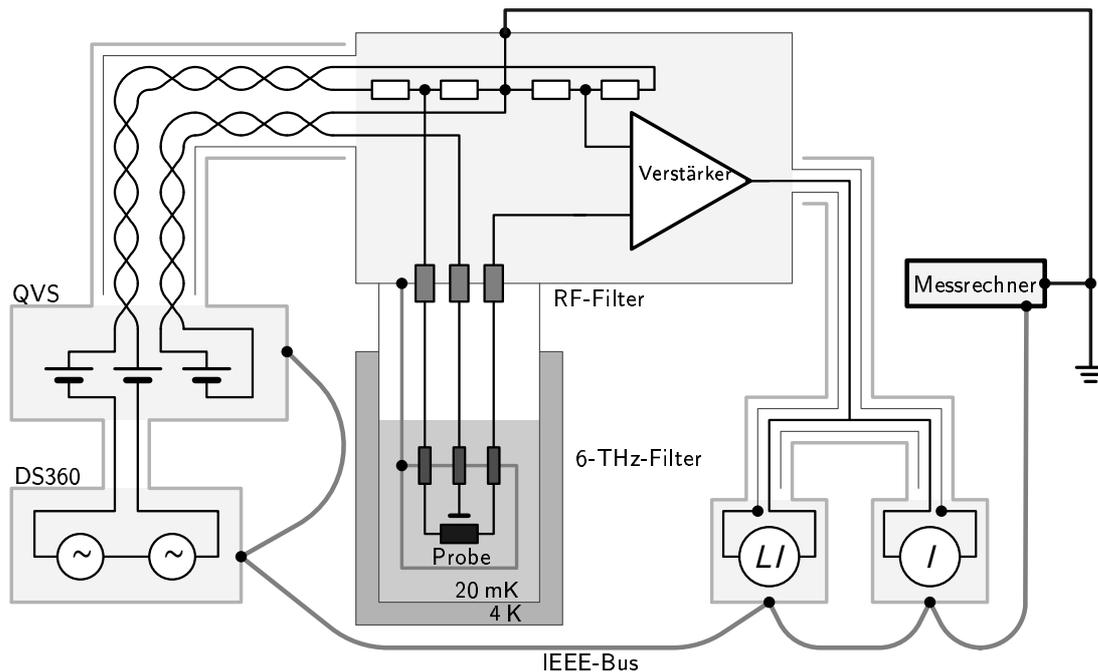


Abbildung 4.2. Prinzipieller Aufbau der Messelektronik.

kästchen am Kopf des Kryostaten lässt sich mittels einer Indiumdichtung nahezu lückenlos verschließen. Die einzigen „Löcher“ sind dann die Anschlussstecker für die Messkabel, die während der Messung jedoch belegt und damit geschlossen sind. Da wir uns nicht sicher waren, ob die Verstärkerschaltung innerhalb des Kästchens selbst Radiofrequenzen aussendet bzw. durch ihre hohe Verstärkung Störsignale vom großen Ausgangssignal auf die kleinen Eingangssignale rückkoppeln, werden alle Leitungen, die vom Kästchen aus in den Kryostaten führen, nochmals von Π -Filtern (Tusonix, Part-No. 4700-058, 1000 pF, 100 nH) gefiltert. Im Laufe der Messungen entdeckten wir, dass unsere Probenstange noch ein nicht offensichtliches „Loch“ für hochfrequente Strahlung besaß: Am oberen Ende der Probenstange aus Edelstahl ist von der Firma Oxford ein Abschlussgehäuse aus eloxiertem Aluminium angebracht. Dieses Aluminiumgehäuse ist an die Edelstahlstange nur angeklebt, besitzt also keine leitende Verbindung zur Stange. Durch diese „Kleberitze“ kann ausreichend hochfrequente Strahlung eingekoppelt werden um die Messungen an den sehr empfindlichen Einzelelektronentransistoren zu stören. Nachdem diese Lücke geschlossen worden war, konnten keine Radiofrequenz-Einstrahlungseffekte mehr in den Messungen entdeckt werden. In das Kryostatengehäuse und die Probenstange sollten jetzt keine störenden Radiofrequenzen mehr eindringen können.

4.2.2. Aufbau der Messelektronik

Die Strom-Spannungs-Kennlinien der Einzelelektronentransistoren werden von uns mit Hilfe einer Zwei-Kontakt-Messung aufgenommen, deren Prinzipschaltbild in Abbildung 4.1 darge-

stellt ist. Die Transportspannung wird symmetrisch von zwei Gleichspannungsquellen (zwei Kanäle einer Quad-voltage-source 213 der Firma Keithley) aufgeprägt. Diese symmetrische Aufprägung der Transportspannung bietet bei Messungen an Einzelelektronentransistoren den Vorteil, dass die Insel des Transistors virtuell auf Masse liegt. Das Potential der Insel ist damit festgelegt und verändert sich bei Veränderung der Transportspannung nicht.⁴ Würde eine Seite des Transistors auf Masse gelegt werden, wäre dies nicht der Fall. Eine Veränderung der Transportspannung würde dann gleichzeitig eine Verschiebung des Potentials der Insel gegen Masse mit sich bringen, die nicht von den Effekten, die durch Veränderung der Gatespannung hervorgerufen werden, unterschieden werden können. Um nicht nur den Widerstand der Proben mittels einer Gleichspannungsmessung (*DC-Messung*), sondern auch den differentiellen Leitwert mittels eines *Lock-in*-Verstärkers (*AC-Messung*) messen zu können, wird außer der Gleichspannung noch ein kleines Wechsellspannungssignal mit einer Frequenz zwischen 7 Hz und 23 Hz, ebenfalls symmetrisch, aufgeprägt. Wir verwenden dazu einen Oszillator, der sein Signal symmetrisch zu seinem Erdungspotential ausgeben kann (Stanford Research, DS360). Die Spannungsquellen sind über ein Double-shielded-twisted-pair-Kabel zum Schaltkästchen am Kopf des Kryostaten geführt. Dort wird das Spannungssignal über einen Spannungsteiler 1000:1 heruntergeteilt und auf der einen Seite direkt über ein Miniatur-Steckbrett an die entsprechende Zuleitung zur Probe angeschlossen. Auf der anderen Seite ist eine der beiden im folgenden Unterkapitel beschriebenen Messschaltungen zwischen Spannungseingang und Probe geschaltet. Die Schaltung prägt die Spannung und misst gleichzeitig den durch die Probe fließenden Strom. An ihrem Ausgang liegt ein dem Stromsignal proportionales, verstärktes Spannungssignal an. Das Stromsignal wird nun wieder über ein geschirmtes Kabel nach unten zu den Messgeräten geführt. Dort wird das DC-Signal von einem empfindlichen Multimeter (Keithley, Modell 2010) und gleichzeitig das AC-Signal von einem Lock-in-Verstärker (EG&G 7220) gemessen. Die Gatespannung wird vom dritten Kanal der Keithley Quad-voltage-source aufgeprägt. Sie wird ebenfalls über das Double-shielded-twisted-pair-Kabel zum Kästchen am Kryostatenkopf geführt, dort 100:1 heruntergeteilt und an die Gatezuleitung angeschlossen. In Abbildung 4.2 ist der vollständige Aufbau der Messelektronik dargestellt, einschließlich des von uns gewählten Erdungskonzepts.

4.2.3. Verstärkerschaltungen

Für die Vorverstärkung und Strom-Spannungs-Wandlung im Schaltungskästchen direkt am Kopf des Kryostaten wurden für die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen zwei verschiedene, selbst gebaute Verstärkerschaltungen verwendet. Der Eigenbau der Schaltungen ermöglicht es, direkt auf die speziellen Gegebenheiten und Anforderungen unseres Messaufbaus einzugehen. Probleme bereiten vor allem die langen Kabel mit verhältnismäßig großen Kapazitäten, die an Ein- und Ausgang des Verstärkers hängen. Durch ein ungünstiges Zusammenspiel der internen Transistor- oder Schaltkapazitäten des Verstärkers mit den externen Kapazitäten kann es leicht zu unerwünschten Phasenverschiebungen zwischen Ein- und Ausgangssignal kommen, die im schlimmsten Fall zu Schwingungen des Verstärkers führen. Ein weiteres Problem

⁴ Dabei wird von symmetrischen Tunnelkapazitäten des Einzelelektronentransistors ausgegangen.

stellen die maximalen Abmessungen dar, die ein Verstärker haben darf, um noch in dem geschirmten Schaltkästchen Platz zu finden.

Die beiden für die Messungen verwendeten Verstärker besitzen unterschiedliche Qualitäten. Der eine, hauptsächlich verwendete Verstärker (*Burr-Brown-Verstärker*) besitzt eine Verstärkung von 10^8 V/A und eine Auflösung von ca. 50 fA, kann aber nur zur Messung von Strömen bis zu 100 nA und Messfrequenzen bis ca. 20 Hz eingesetzt werden. Der zweite Verstärker (*Single-Verstärker*) besitzt eine Verstärkung von 10^7 V/A und kann damit Ströme bis zu 1 μ A bei Frequenzen bis zu 70 Hz messen. Allerdings erzielt man damit eine etwas schlechtere Auflösung von ca. 200 fA. Die beiden Verstärkerschaltungen basieren auf einem Operationsverstärker (Burr-Brown, OPA 128) und einem Differenzverstärker (Burr-Brown, INA 116), die beide einen extrem geringen Eingangsstrom besitzen und somit die Strom-Spannungs-Verhältnisse für die Probe kaum verfälschen, gleichzeitig aber auch verhältnismäßig niedrige Rauschpegel besitzen. In Tabelle 4.1 sind die Eigenschaften aller verwendeten Bauteile aufgelistet. Im Folgenden wollen wir die Funktionsweise der beiden Schaltungen, die in den Abbildungen 4.3 und 4.4 dargestellt sind, beschreiben.

S-Verstärker

Beim Single-Verstärker (*S-Verstärker*, Abbildung 4.3) wird die von der Spannungsquelle in das Schaltkästchen geführte Transportspannung – wie bereits beschrieben – zunächst über einen Spannungsteiler um einen Faktor 1000:1 heruntergeteilt. Die kleinen Spannungen werden an den nicht-invertierenden Eingang des Operationsverstärkers (OPA128) gelegt. Der OPA128 gibt am Ausgang einen Strom aus, der über den Rückkopplungswiderstand und die Probe fließt. Er regelt den Strom so, dass die Spannungsdifferenz zwischen invertierendem und nicht-invertierendem Eingang verschwindet. Daher liegt am invertierenden und nicht-invertierenden Eingang die gleiche Spannung an und über die Probe fällt die von außen aufgeprägte Spannung ab. Die Spannung, die über den Rückkopplungswiderstand abfällt, ist proportional dem Strom durch die Probe. Der dabei erzielte Verstärkungsfaktor richtet sich nach der Größe des verwen-

Tabelle 4.1. Spezifikation der verwendeten Operationsverstärkers OPA128LM und OPA111BM und des Differenzverstärkers INA116P. Die Werte sind den entsprechenden Datenblättern der Firma *Burr-Brown* entnommen.

	OPA128LM	OPA111BM	INA116P
Bias Current	± 75 fA	± 1 pA	± 25 fA
Input Offset Voltage (max.)	± 500 μ V	± 250 μ V	± 2 mV
Input Offset Voltage Drift (max.)	± 5 μ V/ $^{\circ}$ C	± 1 μ V/ $^{\circ}$ C	ca. ± 20 μ V/ $^{\circ}$ C
Common-Mode Rejection (min.)	90 dB	100 dB	80 dB
Noise (Voltage)			
$f_0 = 10$ Hz	92 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$	60 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$	—
$f_0 = 1$ kHz	27 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$	12 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$	28 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
$f_B = 0.1$ Hz – 10 Hz	4 μ Vp-p	$2,5$ μ Vp-p	2 μ Vp-p
Open-Loop Voltage Gain	128 dB	125 dB	—
Load Capacitance Stability	1000 pF	1000 pF	1000 pF

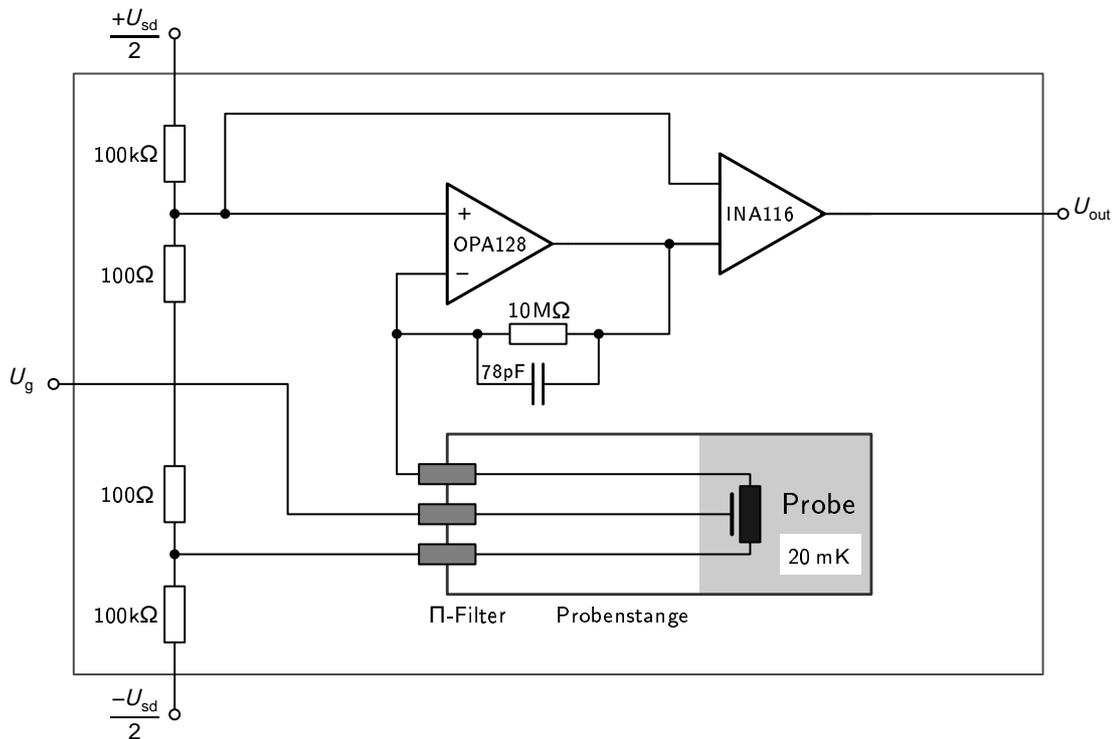


Abbildung 4.3. Single-Verstärker

deten Rückkopplungswiderstandes. Mit Hilfe eines Differenzverstärkers mit sehr niedrigem Eingangsstrom⁵ (INA 116), wird nun die Spannungsdifferenz zwischen OPA-Ausgang und Nicht-invertierendem OPA-Eingang ermittelt. Diese Spannungsdifferenz entspricht der über den Rückkopplungswiderstand abfallenden Spannung und wird als Ausgangssignal aus dem Schaltungskästchen herausgeführt und, wie beschrieben, mit Multimeter und Lock-in gemessen. Parallel zum Rückkopplungswiderstand des OPA ist eine Kapazität geschaltet, die bei richtig gewählter Größe eine Phasenschiebung zwischen Ein- und Ausgangssignal vermeidet und damit eine Schwingung der Schaltung verhindert. Die Rückkopplungskapazität ist vor allem wichtig, wenn an Ein- und Ausgang des Verstärkers hohe Kapazitäten hängen, wie das bei uns durch die langen Kabel der Fall ist (z. B. Horowitz und Hill, 1989; Burr Brown Corp., 1994). Nachteil dieser kapazitiven Rückkopplung ist eine Beschränkung der Bandbreite des verstärkten Signals. Allerdings hat sie den Vorteil, dass die Verstärkung des Eigenrauschens des OPA (*OPA noise gain*) wesentlich reduziert wird (Burr Brown Corp., 1993). In unserem Fall muss eine solche Kapazität gewählt werden, dass die Bandbreite auf ca. 70 Hz eingeschränkt wird. Die Verstärkung der Schaltung lässt sich über den Rückkopplungswiderstand einstellen. Da

⁵ Wenn der Differenzverstärker einen zu hohen Eingangsstrom besitzt, wird dieser über den niederohmigeren Widerstand des Spannungsteilers von Masse gezogen, was zu einer Verschiebung der aufgeprägten Spannung führen würde.

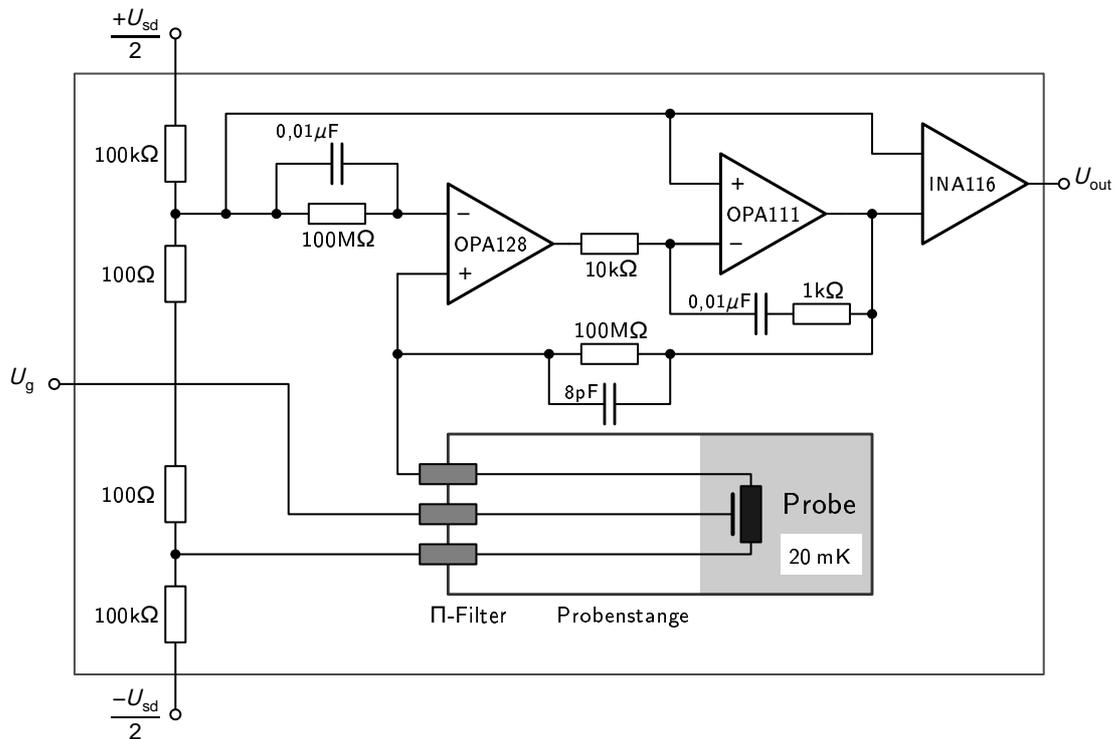


Abbildung 4.4. Burr-Brown-Verstärker

wir diese Schaltung hauptsächlich zur Messung von Strom-Spannungs-Kennlinien bei hohen Transportspannungen genutzt haben, bei denen bei unseren niederohmigen Proben Ströme von einigen hundert Nanoampere auftreten können, haben wir für diese Schaltung einen Rückkopplungswiderstand von $10\text{ M}\Omega$ und damit eine Verstärkung von 10^7 V/A gewählt. Der maximale Strom, der mit der Schaltung gemessen werden kann, ist durch die maximale Ausgangsspannung des OPA128 vorgegeben. Mehr als 13 V , was in diesem Fall einem Strom von $1,3\text{ }\mu\text{A}$ entspricht, kann der Operationsverstärker nicht ausgeben.

BB-Verstärker

Der Burr-Brown-Verstärker (*BB-Verstärker*, Abbildung 4.4) funktioniert im Prinzip ähnlich wie der S-Verstärker, nur wurde zur Kontrolle der Phasenschiebung und Rauschunterdrückung ein weiterer Operationsverstärker hinzugefügt. Die wieder $1000:1$ heruntergeteilte Transportspannung wird in diesem Fall an den invertierenden Eingang des OPA128 angeschlossen, die Probe ist entsprechend mit dem nicht invertierenden Eingang verbunden. Damit der Operationsverstärker an beiden Eingängen möglichst den gleichen Eingangswiderstand sieht, wurde zwischen Spannungsteiler und invertierendem OPA-Eingang ein Widerstand von $100\text{ M}\Omega$ angebracht, der dem am invertierenden Eingang anliegenden Rückkopplungswiderstand von $100\text{ M}\Omega$ entspricht. Zusammen mit der parallel geschalteten $0,01\text{-}\mu\text{F}$ -Kapazität wird gleichzeitig ein RC-Filter gebildet, der eventuelles Rauschen des anliegenden Spannungssignals glättet.

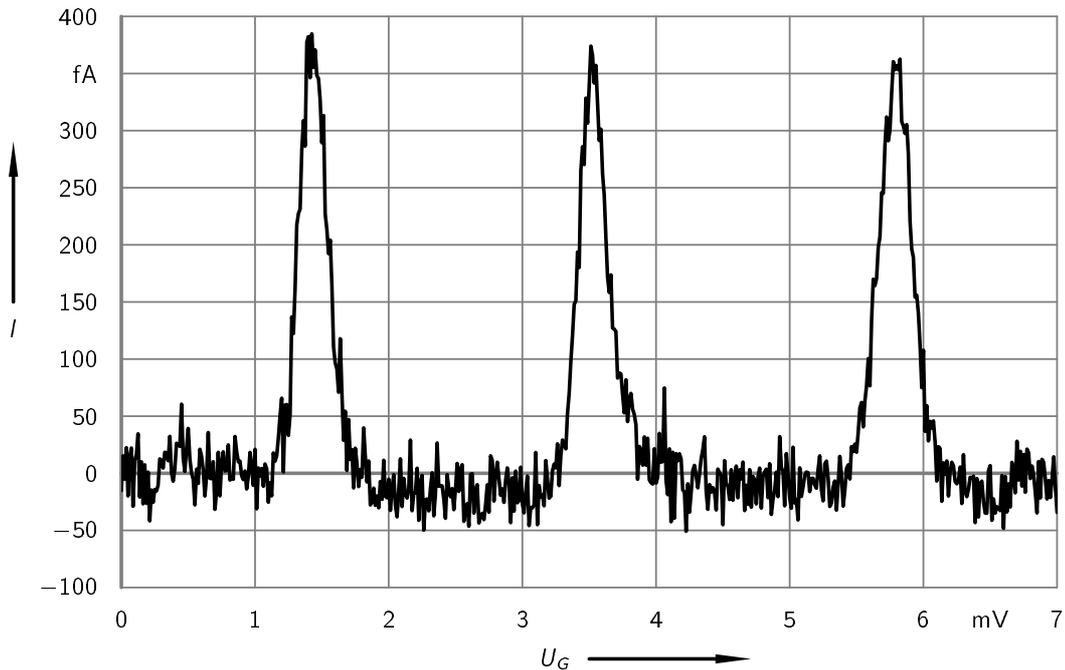


Abbildung 4.5. Coulomboszillationsmessung (DC-Strom durch den Transistor in Abhängigkeit von der Gate-Spannung U_g) gemessen mit der *BB-Schaltung* an einem Einzelelektronentransistor mit einem Gesamtwiderstand von $R_\Sigma = 21,1 \text{ M}\Omega$, einer Gesamtkapazität von $C_\Sigma = 460 \text{ aF}$ und einer Gatekapazität von $C_g = 76 \text{ aF}$ bei einer Temperatur von ca. 70 mK. Man kann sehr gut erkennen, dass eine Stromauflösung besser als 50 fA erreicht wird.

Der Ausgang des OPA128 ist über einen $10 \text{ k}\Omega$ -Widerstand mit dem invertierenden Eingang des OPA111 verbunden. Dieser extrem rauscharme Operationsverstärker übernimmt nun das eigentliche Verstärken. Bei hohen Frequenzen wird die Verstärkung über seine eigene, für DC-Spannungen mit einer Kapazität unterbrochene Rückkopplung reduziert. Beide Operationsverstärker sind dann über einen $100 \text{ M}\Omega$ -Widerstand rückgekoppelt, der zu einer Verstärkung der Schaltung um einen Faktor 10^8 V/A führt. Die Spannungsdifferenz zwischen aufgeprägter Transportspannung und der am Ausgang des OPA111 anliegenden Spannung wird wieder durch den INA116 gemessen und als Ausgangssignal verwendet. Parallel zum Rückkopplungswiderstand ist wieder eine winzige Kapazität angeschlossen. Die Schaltung ist zwar deutlich robuster gegen Phasenschiebungen und Schwingungen, jedoch wird in diesem Fall wegen der extremen Verstärkung eine Bandbreitenbeschränkung durch diese Rückkopplungskapazität erforderlich. Sie fängt auftretende Verstärkungsspitzen (*gain peaks*) ab, die sonst den Verstärker überlasten würden. Der BB-Verstärker besitzt nur eine Bandbreite von ca. 20 Hz, jedoch erreicht man mit ihm die gewünschte Auflösung von 50 fA, wie anhand der in Abbildung 4.5 gezeigten Coulomboszillationsmessung – der Messung des DC-Stromes durch den Transistor in Abhängigkeit von der Gatespannung – bei kleiner Transportspannung an einem Einzelelektronentransistor mit einem Gesamtwiderstand $R_\Sigma = 21,1 \text{ M}\Omega$ zu sehen ist.

Beide Verstärker basieren auf Schaltungsvorschlägen der Firma Burr-Brown (Burr Brown Corp., 1994), die unseren Bedürfnissen entsprechend modifiziert wurden. Beim Bau der Schal-

tungen wurde auf möglichst kurze Wege und wenige Überkreuzungen der signaltragenden Leitungen geachtet, um Rückkopplungen zu vermeiden. Um die Temperaturdrift der Operations- und Differenzverstärker möglichst klein zu halten, verzichteten wir auf eine Kompensation der Offset-Spannungen der Operations- und Differenzverstärker. Die Schaltungen besitzen deshalb einen kleinen, konstanten Nullpunkt-Offset, der bei den Messungen jeweils korrigiert werden muss. Weiterhin wurden zur Gewährleistung der Temperaturstabilität für die Rückkopplung Widerstände ausgewählt, die eine möglichst kleine Temperaturdrift aufweisen. Anfängliche Befürchtungen, dass das Rauschen der großen Rückkopplungswiderstände und der Operationsverstärker zu groß sein könnte und dass das von den elektronischen Bauelementen ausgehende Rauschen die Messungen beeinflusst, konnten durch Simulationen mit SPICE, einem Simulationsprogramm für analoge Schaltungen, entkräftet werden. Durch diese Simulationen wurde auch jeweils vor dem Bau der Messschaltungen deren prinzipielle Funktionstüchtigkeit in der von uns vorgegebenen Umgebung geprüft und eventuell auftretende Probleme analysiert und beseitigt.

In Übereinstimmung mit den Simulationen sind nach unseren Beobachtungen die größten Rauschquellen im derzeitigen Messaufbau nicht die Bauteile der Messschaltungen, sondern mechanische Schwingungen des Kryostaten, die über die Bewegung der im oberen Teil der Probenstange nicht fixierbaren Zuleitungen in den Messkreis einkoppeln.⁶ Zwar ist der Kryostat schwingungsgedämpft aufgehängt, doch reichen schon geringste Bewegungen der oben ca. 1 m aus dem Kryostaten ragenden Probenstange aus, um ein sichtbares Signal in den Messungen zu erzeugen. So kann z. B. durch lautes Rufen schon eine deutliche Störung erzeugt werden. Wir nehmen deshalb an, dass die verbleibende Rauschamplitude zumindest zum Teil durch die Rotationspumpen des Kryostaten erzeugt werden, die zwar vor der Abschirmkabine aufgestellt, innerhalb der Kabine aber noch deutlich zu hören sind.

4.3. Spezifische Störquellen bei Experimenten mit Einzelladungseffekten

Neben der im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen sorgfältigen Abschirmung von hochfrequenter Einstrahlung, die bei der Messung von kleinen Signalen immer wichtig ist, muss man bei der Messung an Einzelelektronen-Bauteilen noch weitere Vorkehrungen treffen, um die Coulombblockadeeffekte in ihrer vollen Ausprägung beobachten zu können.

Die Coulombblockade kann zum einen durch thermische und quantenmechanische Fluktuationen, die Tunnelvorgänge aktivieren, aufgehoben werden (siehe Kapitel 2 und Ingold und Nazarov (1992)), zum anderen ist aber auch schon ein kleines Rauschsignal aus den wärmeren Bereichen des Messaufbaus ausreichend, um Tunnelereignisse auszulösen (Martinis und Nahum, 1993). Dieses Rauschen kann entweder direkt über die Zuleitungen übertragen werden oder in Form von elektromagnetischer Strahlung die Probe erreichen.

⁶ Die Einkopplung der Störung kann zum einen über elektromagnetische Induktion in den schwingenden Kabeln stattfinden, zum anderen aber auch durch tribo- oder piezoelektrische Effekte in den Kabeln der Probenstange verursacht werden. Da wir an diesen Leitungen nichts verändern können, haben wir den genauen Ursprung des Rauschens nicht weiter untersucht.

Unsere Einzelelektronentransistoren besitzen typischerweise Ladungsenergien in der Größenordnung von $E_c \approx 1 k_B \cdot K \approx 100 \mu\text{eV}$. Man kann hieran einerseits direkt ablesen, dass man die Experimente, wenn sie nicht durch thermische Fluktuationen beeinflusst werden sollen, bei Temperaturen $T \ll 1 \text{ K}$ durchführen muss ⁷, andererseits zeigt diese Abschätzung, dass die Energie hf eines Photons mit einer Frequenz $f \geq (k_B \cdot 1 \text{ K})/h \approx 20 \text{ GHz}$ schon ausreicht um die Coulombblockade aufzuheben. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von einer erhöhten *effektiven* elektronischen Temperatur des Bauteils. Zwar besitzt die Probe und das Reservoir der Leitungselektronen (*elektronische Temperatur*) im Wesentlichen Mischkammertemperatur (*phononische Temperatur*), die Tunnelrate ist aber durch die Einkopplung der Hochfrequenz über ihren der Badtemperatur entsprechenden Gleichgewichtswert erhöht. Um dies zu verhindern, müssen alle Zuleitungen zur Probe so gefiltert werden, dass das Spannungsrauschen von den Bauteilen des Messkreises mit Temperaturen oberhalb der Mischkammertemperatur die Probe nicht erreicht. Eine bloße thermische Ankopplung der Zuleitungen ist nicht ausreichend. Sie reduziert zwar das Rauschen, das die Zuleitungen selbst erzeugen, verhindert aber nicht, dass das Rauschen aus Bereichen hoher Temperatur über die Leitungen übertragen wird (Vion et al., 1995). Gleichzeitig muss sich die Probe bei tiefen Temperaturen in einem möglichst dicht verschlossenen metallischen Gehäuse befinden, um direkte Einstrahlung, z. B. von 4-K-Photonen⁸ aus dem die Mischkammer umgebenden Heliumbad, abzuschirmen (Hergenrother et al., 1995a,b).

Von Vion et al. (1995) wurde berechnet, wie hoch die Dämpfung von Filtern sein muss, damit die Tunnelrate eines Einzelelektronentransistors nicht wesentlich durch das photoneninduzierte Tunneln (*photon-assisted tunneling*) beeinflusst wird. Dazu wird das Rauschen des Teils der Umgebung, der sich nicht im thermischen Gleichgewicht mit den Tunnelkontakten befindet, durch eine quantenmechanische Spektraldichte von Spannungsfluktuationen $S_V(\omega)$ beschrieben. Die Photonen dieses elektromagnetischen Rauschens werden von tunnelnden Elektronen absorbiert, was zu einer zusätzlichen Tunnelrate Γ_{em} führt, die sich zur Tunnelrate Γ_0 , die der eigentlichen Probertemperatur T_0 entspricht, addiert. Zur Berechnung von Γ_{em} wird die Spektraldichte in die Berechnung der Funktion $P(E)$ aus Abschnitt 2.2 mit einbezogen, die die Kopplung zwischen den elektromagnetischen Moden und den tunnelnden Elektronen beschreibt. Für die zusätzliche Tunnelrate ergibt sich:

$$\Gamma_{\text{em}}(\Delta E) = \frac{\pi}{R_K} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_V(E/\hbar)}{E^2} [\Gamma_0(\Delta E - E) - \Gamma_0(\Delta E)] dE , \quad (4.1)$$

wobei für die Tunnelrate Γ_0 , die der eigentlichen Temperatur der Probe entspricht, gilt:⁹

$$\Gamma_0(\Delta E) = \frac{1}{R_T e^2} \frac{\Delta E}{\exp(\Delta E/k_B T_0) - 1} . \quad (4.2)$$

⁷ Mit T ist hier die Mischkammertemperatur (*phononische Badtemperatur*) gemeint, die bei uns minimal 25 mK beträgt.

⁸ Die 4-K-Photonen besitzen eine Frequenz von ca. 87 GHz.

⁹ Die gesamte Rechnung ist von Vion et al. (1995) im Gültigkeitsbereich der *orthodoxen Theorie* durchgeführt worden unter der Annahme einer niederohmigen Umgebung des Tunnelkontaktes (siehe Kapitel 2 und Grabert und Devoret (1992)).

Dabei ist E die Energie der tunnelnden Elektronen, ΔE die Energiedifferenz, die mit den Tunnelvorgängen verbunden ist, R_T der Tunnelwiderstand des SET und $R_K = e^2/h$ der Quantenwiderstand.

Die Filterung gilt als ausreichend, wenn die durch die elektromagnetische Einkopplung induzierte Tunnelrate Γ_{em} und die Tunnelrate eines SET-Schaltkreises, der sich vollständig bei einer Gleichgewichtstemperatur T_0 befindet, in der gleichen Größenordnung sind, d. h. wenn gilt:

$$\gamma = \frac{\Gamma_{em}}{\Gamma_0 + \Gamma_{em0}} \approx 1 . \quad (4.3)$$

Dabei bezeichnet Γ_0 die Tunnelrate bei der Temperatur T_0 und Γ_{em0} die Rate, die aufgrund des elektromagnetischen Rauschens bei T_0 entsteht.

Vion et al. (1995) fand mit Hilfe dieser Rechnung, dass für die von uns zuvor betrachteten Einzelelektronentransistoren mit Ladungsenergien $E_c = 1 k_B \cdot K$ Filter mit einer Dämpfung von 200 dB über eine Bandbreite von 20 GHz bis 6 THz benötigt werden, was Rauschquellen mit Temperaturen zwischen 1 K und 300 K entspricht. Dabei müssen die Filter jeweils eine tiefere Temperatur besitzen als die Rauschquellen, deren Rauschen sie unterdrücken sollen.

4.3.1. Filterkonzepte für höchste Frequenzen

Vion et al. (1995) präsentierte neben der Rechnung auch ein Filterkonzept, das auf Chips mit lithographisch hergestellten mäanderförmigen Leitungen, die als Kettenschaltung von *RLC*-Gliedern (*distributed RLC line*) fungieren, basiert. Diese Chips sind in 35 mm × 25 mm × 10 mm große Messingbehältnisse eingeklemmt, die zum einen die Filter gegen Einstrahlung schützen, zum anderen ein direktes Übersprechen der Mikrowellen vom Filterein- zum Filterausgang verhindern. Man benötigt vier dieser Filter pro Messleitung, um die notwendige Dämpfung zu gewährleisten um einen Einzelelektronen-Bauteil bei effektiven Temperaturen unter 30 mK zu betreiben. Dabei wird einer der Filter bei 4 K angebracht, die anderen befinden sich direkt in der Mischkammer. In einem mit diesem Filterkonzept ausgestatteten Kryostaten wurden von Joyez et al. (1997) bei Messungen an Einzelelektronentransistoren effektive elektronische Temperaturen von 10 mK erzielt. Nachteil der Filter ist, dass sie viel Platz in der Mischkammer benötigen.

Eine andere Methode, die beschriebenen Filtereigenschaften zu erreichen, sind sogenannte *Kupferpulverfilter* (Martinis et al., 1987; Hergenrother et al., 1995b). Dabei wird ein mehrere Dezimeter langes Stück der Zuleitungen aufgewickelt und in einem Behältnis untergebracht, das mit Kupferpulver mit Partikelgrößen von ca. 30 μm gefüllt ist. Die Dämpfung von hohen Frequenzen im GHz-Bereich basiert hier auf dem *Skin-Effekt* in den durch natürliches Oxid getrennten Kupferkörnern. Nachteil dieser Filter sind wiederum die Abmessungen, aber auch ihre große Masse, die die notwendige Abkühlung auf Mischkammertemperatur schwierig gestaltet. Zudem sind diese Filter recht anfällig für Kurzschlüsse über das Kupferpulver zu Masse. Mit solchen Filtern wurde z. B. von Hergenrother et al. (1995b) eine effektive Temperatur von 50 mK erreicht.

Als dritte Variante für Filter mit einer Dämpfung größer 200 dB im Frequenzbereich 20 GHz bis 6 THz wurden von Zorin (1995) und Glattli et al. (1997) dünne Koaxialkabel vorgeschla-

gen. Das Koaxialkabel wirkt wie ein RC -Tiefpass, sofern der Abstand zwischen Innen- und Außenleiter des Kabels klein ist, so dass sich eine hohe Kapazität ergibt, und Leiter sowie Mantel des Koaxialkabels hochohmig sind. Bei elektromagnetischer Strahlung mit sehr hohen Frequenzen basiert die Dämpfung ebenfalls auf dem Skin-Effekt, der aufgrund der Reduktion der Eindringtiefe von elektromagnetischen Wellen mit Frequenzen $f > f_{\text{skin}}$ in Innen- und Außenleiter zu einem höheren Widerstand für solche hohen Frequenzen führt.¹⁰ Während Glatli et al. (1997) selbst gebaute Koaxialkabel benutzten, verwendete Zorin (1995) kommerziell erhältliche Thermocoax[®]-Kabel¹¹ von Philips. Zorin (1995) errechnete, dass ein Meter dieses Kabels ausreicht, um die notwendige Dämpfung zu gewährleisten. In seinem Kryostaten ersetzte er das letzte Stück jedes Messkabels durch einen Meter Thermocoax[®]-Kabel, wobei sich das obere Ende des Kabels bei einer Temperatur von 10 K befindet und nur die letzten 30 cm direkt in der Mischkammer eingebaut sind. Die Dämpfung ist ausreichend um effektive Temperaturen von 30 mK zu erreichen (Zorin et al., 1996). Auch Glatli et al. (1997) konnte mit seinen Miniatur-Koaxialkabeln, die aus einem 30- μm -Manganin-Innenleiter und einem Edelstahl-Außenleiter mit Innendurchmesser von 200 μm bestehen, die erzielte effektive elektronische Temperatur unter 40 mK senken (Kumar et al., 1996), nachdem ohne Filterung nie Temperaturen unter 100 mK gemessen wurden.

Von Fukushima et al. (1997) wurden die Dämpfungseigenschaften sowohl von *Metallpulverfiltern*, bestehend aus Kupfer- oder Edelstahlpulver, als auch der Thermocoax[®]-Kabel bei unterschiedlichen Temperaturen bis zu Frequenzen von 20 GHz gemessen. Sie fanden, dass ein Edelstahlpulver-Filter mit Partikelgrößen von 30 μm die besten Dämpfungseigenschaften bei allen Temperaturen besitzt. Zwar werden die von Zorin (1995) für das Thermocoax[®]-Kabel gemachten Vorhersagen bei Raumtemperatur (300 K) bestätigt, jedoch wird die von ihm angenommene Temperaturunabhängigkeit der Dämpfungskurve nicht bestätigt. Bei tiefen Temperaturen (77 K und 4,2 K) werden Abweichungen von der Rechnung beobachtet. Bei Frequenzen unterhalb von 15 GHz erhält man sowohl bei 77 K als auch 4,2 K eine stärkere Dämpfung als errechnet, bei Frequenzen oberhalb von 15 GHz erhält man bei 4,2 K eine geringere Dämpfung als errechnet und bei 300 K beobachtet. Fukushima et al. (1997) vermuteten, dass diese Abweichungen auf das Isolationsmaterial Magnesiumoxid zwischen Innen- und Außenleiter zurückzuführen sind. Gleichzeitig stellten sie fest, dass bei den Thermocoax[®]-Kabeln bei 300 K und 4,2 K messbare Leckströme auftreten. Bei 300 K sind diese so groß, dass keine verlässlichen Messungen an hochohmigen Proben mehr möglich sind. Bei tiefen Temperaturen reduzieren sich die Leckströme jedoch deutlich. Es wurde deshalb empfohlen, die Kabel ausschließlich bei Temperaturen unterhalb von 4,2 K einzusetzen.

¹⁰ Die Dämpfung nimmt mit der Wurzel der Frequenz zu. Siehe auch Abschnitt 4.3.2.

¹¹ Bei den Thermocoax[®]-Kabeln handelt es sich eigentlich um einen Heizleiter mit einem Edelstahlmantel mit einem Durchmesser von 0,5 mm und einem Innenleiter aus Nickel/Chrom mit einem Durchmesser von 0,17 mm. Dazwischen befindet sich als Dielektrikum gepresstes Magnesiumoxid.

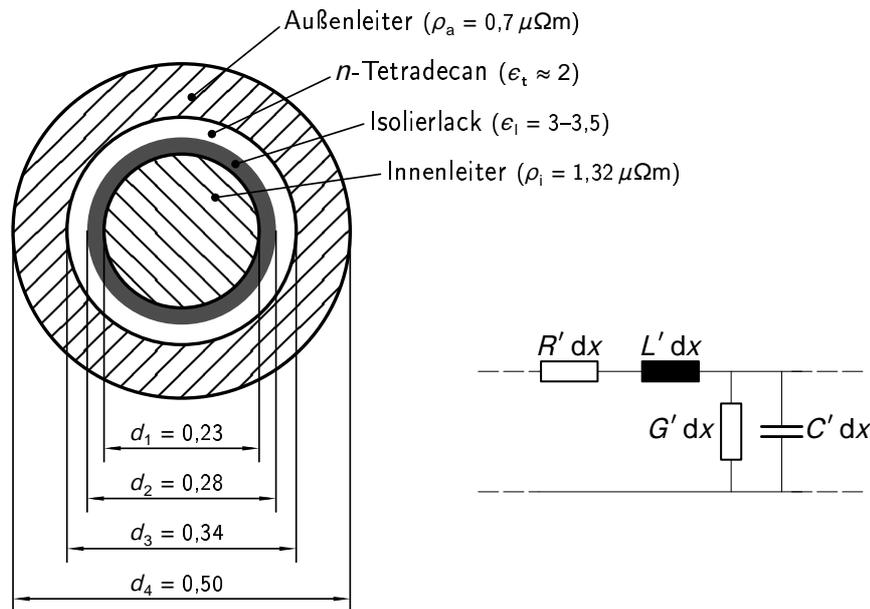


Abbildung 4.6. Links: Querschnitt durch das von uns selbst gebaute Miniatur-Koaxialkabel. Die einzelnen Durchmesser sind in Millimetern angegeben. Rechts: Teil einer Ersatzschaltung für das Koaxialkabel. Die auf die Kabellänge bezogenen kabelspezifischen Größen *Kapazitätsbelag* C' , *Induktivitätsbelag* L' und *Widerstandsbelag* R' können aus der Geometrie und den angegebenen Parametern berechnet werden. Der *Ableitungsbelag* G' ist für unsere Koaxialkabel vernachlässigbar klein.

4.3.2. Hochfrequenzfilter und Probenhalter

Von den im vorangehenden Abschnitt vorgestellten Filterkonzepten lässt sich nur die letztgenannte Variante, die Filterung mit dünnen Koaxialkabeln auf unseren *Toploading*-Kryostaten übertragen. Die anderen beiden Varianten, die Metallpulverfilter und die lithographisch hergestellten Filter, beanspruchen entweder zu viel Platz innerhalb der Mischkammer, wenn man von 13 zu filternden Zuleitungskabeln ausgeht, oder es müssten auch bei anderen Temperaturen Filter installiert werden, was in unserem Kryostaten konstruktionsbedingt nicht möglich ist.

Von Sypli (1998) wurde in unserer Arbeitsgruppe ein Prototyp eines Probenhalters gebaut, bei dem die 24 Messkabel mit jeweils einem Meter Thermocoax[®]-Kabel ausgestattet wurden. Die Filterkabel befanden sich dabei mit ihrer gesamten Länge innerhalb der Mischkammer. Bei Messungen an Einzelelektronentransistoren wurden effektive Temperaturen unter 130 mK erreicht, nachdem ohne Filter nie eine Temperatur unter 250 mK festgestellt werden konnte (Sypli, 1998; Limbach, 1998). Jedoch traten konstruktionsbedingt und aufgrund von Verarbeitungsproblemen mit den Thermocoax[®]-Kabeln bald Kurzschlüsse zwischen Innen- und Außenleiter auf, die nicht zu beheben waren. Sie machten die Neukonstruktion des Probenhalters im Rahmen dieser Arbeit notwendig, basierend auf den Erfahrungen, die mit dem Prototypen gesammelt worden waren.

Aufgrund der Probleme mit den Thermocoax[®]-Kabeln, die bei dem Prototypen auftraten,

und der oben geschilderten Ergebnisse von Fukushima et al. (1997) entschieden wir uns, beim Neubau des Probenhalters selbst gebaute Miniatur-Koaxialkabel zu verwenden. Der Außenleiter dieser Kabel besteht aus einer ein Meter langen Edelstahlkapillare, durch die als Innenleiter ein lackisolierter Draht aus einer hochohmigen Widerstandslegierung (Isabellenhütte, Isohm[®]-Draht, NiCrAl, $\rho_i = 1,32 \mu\Omega\text{m}$) geschoben wird. Als Dielektrikum dient dabei zum größten Teil der Isolierlack des Innenleiters, dessen dielektrische Zahl nach Herstellerangaben bei $\epsilon_t \approx 3\text{--}3,5$ liegt. Der restliche Raum zwischen Innen- und Außenleiter ist mit *n*-Tetradecan angefüllt, das zum einen als Gleitmittel beim Einschieben des Innenleiters dient, zum anderen mechanische Schwingungen des Innenleiters bei tiefen Temperaturen verhindert.¹² Gleichzeitig stellt es auch ein Dielektrikum mit einer Dielektrizitätszahl $\epsilon_t \approx 2$ dar. Die genauen Abmessungen der einzelnen Komponenten des Miniatur-Koaxialkabels können aus Abbildung 4.6 entnommen werden. Sie wurden so gewählt, dass die entstehenden Miniatur-Koaxialkabel ein ähnliches Dämpfungsverhalten wie die Thermocoax[®]-Kabel besitzen (Limbach, 1998). Aus der Geometrie, den spezifischen Widerständen des Innenleiters ($\rho_i = 1,32 \mu\Omega\text{m}$) und des Außenleiters ($\rho_a = 0,7 \mu\Omega\text{m}$) sowie den zwei unterschiedlichen Dielektrizitätszahlen $\epsilon_{1,t}$ können die kabelspezifischen Größen pro Meter (*Kapazitätsbelag* C' , *Induktivitätsbelag* L' und *Widerstandsbelag* R') berechnet werden. Für C' und L' erhält man für unsere Parameter (siehe z. B. Kohlrausch, 1985):

$$C' = \frac{2\pi\epsilon_0}{\frac{1}{\epsilon_1} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{1}{\epsilon_t} \ln\left(\frac{d_3}{d_2}\right)} \approx 350 \text{ aF/m} , \quad (4.4)$$

$$L' = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{d_3}{d_2}\right) \approx 78 \text{ nH/m} . \quad (4.5)$$

Dabei bezeichnen μ_0 die magnetische Feldkonstante, μ die Permeabilitätszahl (hier: $\mu = 1$), ϵ_0 die elektrische Feldkonstante und $d_{1,2,3}$ die in Abbildung 4.6 entsprechend gekennzeichneten Durchmesser der einzelnen Komponenten des Koaxialkabels. Der Widerstandsbelag $R'(\omega)$ des Koaxialkabels entspricht, solange die für den Skin-Effekt relevanten Eindringtiefen $d_{i,a}^{(s)} = \sqrt{2\rho_{i,a}/\mu\mu_0\omega}$ größer als die Dicke des Innenleiters bzw. des Außenleiters sind, d. h. für Frequenzen $f \leq f_{\text{skin}} \approx 30 \text{ MHz}$ dem Gleichstrom-Widerstandsbelag $R'(\omega) = R'_{\text{DC}}$. Durch den Skin-Effekt erhöht sich der Widerstand bei höheren Frequenzen ($f \gg f_{\text{skin}}$) und der Widerstandsbelag $R'(\omega)$ errechnet sich nach:

$$R'(\omega) = \left(\frac{1}{\pi d_1} \frac{\sqrt{\mu\mu_0\rho_i}}{2} + \frac{1}{\pi d_3} \frac{\sqrt{\mu\mu_0\rho_a}}{2} \right) \sqrt{\omega} \approx 1,88 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\omega} \sqrt{s} \Omega/\text{m} . \quad (4.6)$$

Für hohe Frequenzen und unter der Annahme, dass die Leck-Leitfähigkeit (*Ableitungsbelag* G') zwischen Innen- und Außenleiter vernachlässigbar ist, lässt sich aus C', L' und $R'(\omega)$ der frequenzabhängige Dämpfungskoeffizient $\alpha(\omega)$ des Koaxialkabels berechnen:

$$\alpha(\omega) \left[\frac{\text{dB}}{\text{m}} \right] = -\frac{20}{\ln(10)} \sqrt{\frac{C'}{L'} \frac{R'(\omega)}{2}} . \quad (4.7)$$

¹² *n*-Tetradecan ist ein Paraffin, das bei Raumtemperatur flüssig ist und bei Temperaturen unterhalb ca. 10 °C fest wird.

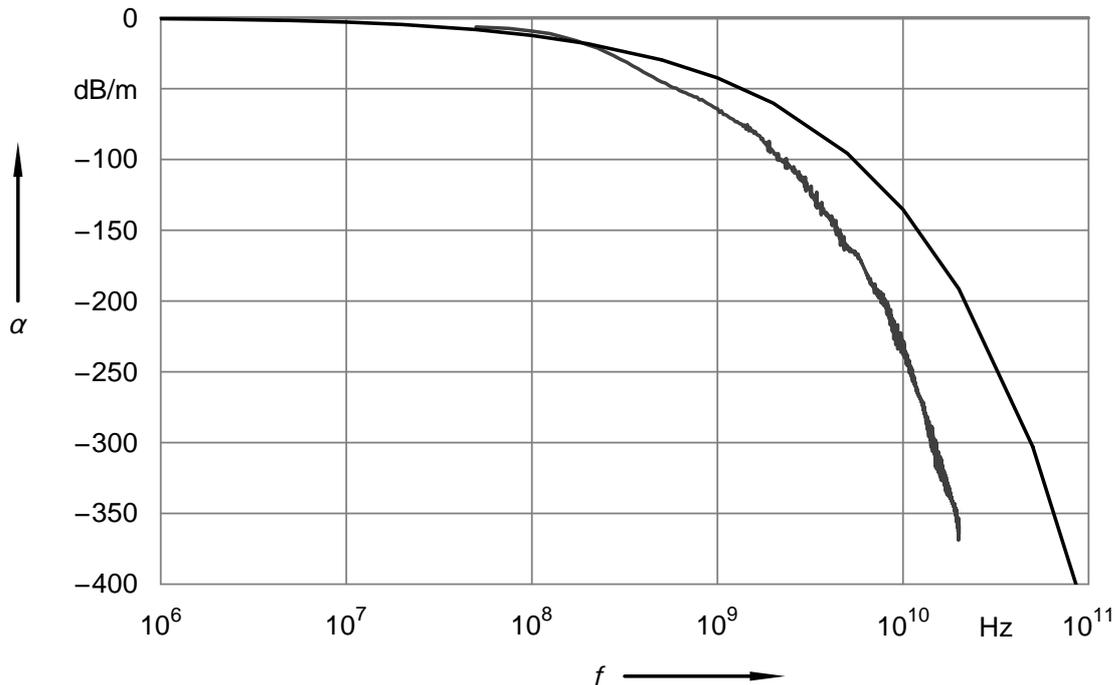


Abbildung 4.7. Berechneter (schwarz) und gemessener (grau) Dämpfungskoeffizient der Miniatur-Koaxialkabel in Abhängigkeit von der Frequenz.

Der errechnete Dämpfungskoeffizient in Abhängigkeit von der Frequenz im Bereich von 1 MHz bis 1 GHz für die Parameter unserer Koaxialkabel ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Oberhalb von 20 GHz wird die gewünschte Dämpfung von 200 dB/m erreicht und wächst für höhere Frequenzen weiter an.

Bei höchsten Frequenzen wird die Dämpfung wieder schlechter. Die Geometrie der Kabel (Röhrchen mit einem konzentrischen Innenleiter) ermöglicht auch die Ausbreitung von vielen verschiedenen elektromagnetischen TM- und TE-Moden. Jede dieser Moden wird durch eine *Abschneidewellenlänge* λ_c oder *Abschneidefrequenz* f_c charakterisiert. Solange $\lambda > \lambda_c$ bzw. $f < f_c$ ist, ist die Dämpfung exponentiell groß, andernfalls ist sie finit. Am stärksten wird die Dämpfung bei Frequenzen $f > f_c$ durch die $TE_{0,1}$ -Mode beeinträchtigt. Zorin (1995) schätzte die Abschneidewellenlänge für die Geometrie der Thermocoax[®]-Kabel für diese Mode ab und berechnete damit die Dämpfung für höchste Frequenzen. Er fand, dass seine Koaxialkabel bei Frequenzen von 1 THz immer noch eine Dämpfung von mindestens 130 dB/m haben sollten. Da bei unseren Miniatur-Koaxialkabeln der Spalt zwischen Innen- und Außenleiter um ein Drittel schmaler ist und wir Dielektrika mit niedrigeren ϵ verwenden, sollte die Dämpfung unserer Kabel bei den extrem hohen Frequenzen im THz-Bereich noch besser sein als bei den Thermocoax[®]-Kabeln.

Zur experimentellen Überprüfung der Dämpfungseigenschaften unserer Miniatur-Koaxialkabel wurde ein 10 cm langes Stück mit zwei SMA-Steckern versehen und die Dämpfung mit Hilfe eines Netzwerkanalysators (Hewlett Packard 8720c, Network Analyser 50 MHz–20GHz)

im Bereich von 50 Mhz bis 20 GHz bei Raumtemperatur vermessen (Aidam, 2000). Das Ergebnis dieser Messung, hochgerechnet auf ein 1 m langes Kabelstück, ist in Abbildung 4.7 der berechneten Dämpfung gegenübergestellt. Die gemessenen Daten zeigen die erwartete $\sqrt{\omega}$ -Abhängigkeit, jedoch ist die Dämpfung nahezu im gesamten Frequenzbereich größer als berechnet. Eine mögliche Ursache für die beobachtete Abweichung ist, dass in unserer Rechnung die Dielektrizitätszahl ϵ als frequenzunabhängig angenommen wurde. Berücksichtigt man die übliche Dispersion (Anstieg von ϵ mit der Frequenz), so führt dies zu höheren Dämpfungen (Zorin, 1995). Auch mögliche Geometrie- und Materialfehler führen zu Abweichungen in der gleichen Richtung. Eine Messung der Dämpfungseigenschaften des Koaxialkabels bei tiefen Temperaturen war nicht möglich.

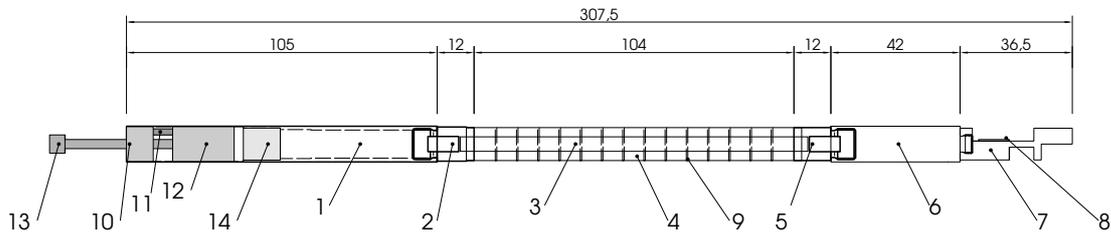
In unserem Probenhalter wurde jede Zuleitung zur Probe mit einem Meter des Miniatur-Koaxialkabels ausgestattet, um die am Anfang des Abschnitts 4.3 vorgestellten Bedingungen an eine ausreichende Filterung zu erfüllen. Die Kabel befinden sich dabei mit ihrer gesamten Länge innerhalb der Mischkammer und damit im thermischen Gleichgewicht mit der Probe. Aufgrund des geringen zur Verfügung stehenden Platzes konnten nur 13 der 24 in der Probenstange fest eingebauten Konstantan-Leitungen mit Filtern ausgerüstet werden. Der Probenhalter besitzt keine galvanische Kopplung zum Kryostaten (siehe Abschnitt 4.1) und wird daher über sieben der restlichen Zuleitungen¹³ (Parallelwiderstand ca. 29 Ω) mit der Masse bei Raumtemperatur verbunden. Diese relativ schlechte Masseverbindung stellt gleichzeitig auch die Erdung des Außenleiters der Koaxialkabel dar. Eine bessere Erdung ist jedoch nicht möglich, da bei unserer Probenstange die Kabel fest in der Probenstange verklebt sind und daher keine anderen, niederohmigeren Erdungsleitungen eingebaut werden können. Zudem würde eine niederohmige Verbindung zu Raumtemperatur auch zu einem höheren Wärmeeintrag führen, der eventuell die Kühlleistung des Kryostaten überfordern würde. Ob die hochohmige Masseverbindung eine Auswirkung auf die Funktion unserer Filter hat, konnte nicht festgestellt werden.

In Abbildung 4.8 ist der Aufbau unseres Probenhalters dargestellt (Die im Folgenden hinter den einzelnen Bauteilen genannten Nummern beziehen sich auf die Nummerierung in dieser Abbildung). Bei der Konstruktion wurde berücksichtigt, dass neben der Hochfrequenzfilterung der Zuleitungen auch eine mikrowellendichte Abschirmung der Probe gewährleistet werden muss. Dazu dient die Edelhülse (1) am unteren Ende des Probenhalters. In ihr befindet sich ein Plexiglasstempel (14), in dem 24 Federkontaktstifte befestigt sind. Die Probe wird beim Einbau mit Wärmeleitfett in der Mitte eines Kupferzylinders (*Probeteller* (12)) befestigt, der in die Edelhülse eingeschoben wird. Die Hülse wird dann durch einen weiteren, sehr eng sitzenden Kupferzylinder (10) verschlossen, der durch winzige Madenschrauben fixiert wird. Durch ein Gewinde im Kupferzylinder wird eine Kupferschraube (13) gegen den Probeteller geschraubt und somit die Probe gegen die Federkontaktstifte gepresst. Das Verdrehen des Probetellers verhindern dabei drei Führungsstifte (11) und stellen damit sicher, dass die Federkontaktstifte in die in Abbildung 3.2 dargestellten Kontaktflächen treffen. Nach Einbau einer Probe werden die Spalten zwischen Kupferzylinder, Schraube und Edelhülse

¹³ Die vier anderen Konstantan-Leitungen werden für das *Cernox*-Thermometer auf dem Probenhalter benötigt.

4.3. Spezifische Störquellen bei Experimenten mit Einzelladungseffekten

zusammengebauter SET-Probenhalter:



Einzelteile SET-Probenhalter:

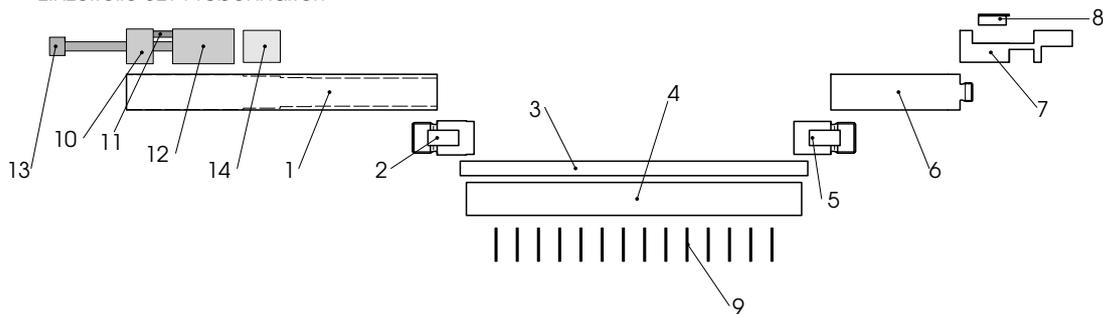


Abbildung 4.8. Übersichtsbild des neuen SET-Probenhalters. Die einzelnen Teile sind: Edelstahlhülse (1) als Probenkammer, Kabeldurchführung unten (2), Wickelstange (3), Wickelhülse (4), Kabeldurchführung oben (5), Zwischenhülse (6), Kupplung zur Stange (7) mit Klemme (8) zur thermischen Ankopplung der Zuleitungen, Stege (9), Verschluss für die Edelstahlhülse (10), Führungsstifte (11), Probenteller (12), Kupferschraube (13) zum Arretieren des Probentellers, Plexiglasstempel mit Federkontaktstiften (14). Keines der Teile besitzt einen Durchmesser von mehr als 12 mm, damit der Probenhalter in der Mischkammer unseres *Toploading*-Kryostaten Platz findet. Die Funktionsweise wird im Text erklärt. Alle angegebenen Maße sind in Millimeter.

hülse mit Leitsilber bedeckt, um eine vollständige Schirmung zu gewährleisten. Von den 24 Federkontaktstiften sind 13 mit Kupferkabeln kontaktiert. Die restlichen sind nur vorhanden, um ein einseitiges Anpressen der Probe zu verhindern. Alle unsere Probenlayouts sind so in zwei Hälften aufgeteilt, dass sie mit jeweils 13 Kontakten gemessen werden können. Will man die andere Hälfte untersuchen, so muss man die Probe ausbauen und umdrehen. Die von den Federkontaktstiften ausgehenden Kupferkabelchen sind an die Miniatur-Koaxialkabel gelötet, die durch die Kabeldurchführung (2) in die Edelstahlhülse geführt sind. Diese untere Kabeldurchführung (2) bildet zusammen mit der *Wickelstange* (3), der oberen Kabeldurchführung (5) und der *Wickelhülse* (4) den eigentlichen *Filter*. Die Koaxialkabel sind durch passgenaue Löcher in den beiden Durchführungen gesteckt und dann zunächst durch das Innere der Wickelstange geführt, die durch Stege (9) in einzelne Sektionen eingeteilt ist. In jeder Sektion wird jeweils ein Kabel durch einen Schlitz herausgeführt und bifilar aufgewickelt. Alle aufgewickelten Kabel sind dann durch die darübergeschobene Wickelhülse (4) abgedeckt und geschützt. Der *Filter* ist in die Edelstahlhülse (1) eingeschraubt. An dieser Stelle sind sowohl die Ritzen zwischen Edelstahlhülse und Filter als auch die Durchführungs Löcher der Koaxialkabel mit einem niederschmelzenden Lot (Legierung nach Wood, Fp. etwa 75 °C) bedeckt, um

die Hochfrequenzdichtigkeit zu gewährleisten. Am anderen Ende des Filters sind wiederum Kupferkabel an die Koaxialkabel angelötet, die durch die Zwischenhülse (6) und die Kuppelung zur Stange (7) geführt werden, bevor sie mit den Konstantan-Leitungen der Probenstange verbunden sind. In der Stangenkuppelung (7) werden die Leitungen durch eine kleine Klemme (8) zur thermischen Ankopplung fest angepresst. Auf diesem Bauteil sind auch in einer kleinen Ausfräsung das Ruthenoxid- und das *Cernox*-Thermometer (siehe Abschnitt 4.1) angebracht. Die Stangenkuppelung wird mit zwei Schrauben an einem entsprechenden Gegenstück befestigt, auf dem die 24 Konstantan-Leitungen und die zwei Edelstahl-Koaxialkabel, die fest in der Stange installiert sind, an Lötösen enden. Dort wird die Verbindung zu den vom Probenhalter kommenden Kabeln hergestellt.

Der gesamte Probenhalter besitzt an keiner Stelle einen Durchmesser von mehr als 12 mm, da sonst ein Einschieben in unseren Kryostaten unmöglich wäre. Auch wurde auf eine möglichst geschlossene Bauweise geachtet um Kanten zu vermeiden, mit denen der Probenhalter im Kryostaten hängen bleiben könnte. Nach anfänglichen Problemen mit einem Masseschluss unterhalb der Filter, der vermutlich durch eingedrungenes Lötlösungswasser verursacht worden war, ist der Probenhalter seit ca. eineinhalb Jahren ohne größere Probleme im Einsatz.

4.3.3. Wirksamkeit der Filterung

Zur Überprüfung, ob es uns mit dem hochfrequenzdichten Probenhaltergehäuse und den eingebauten Koaxial-Filtern wirklich gelingt, die Probe so gut gegen elektromagnetische Einstrahlung abzuschirmen, dass die *effektive elektronische* Temperatur der Probe mit der Mischkammertemperatur übereinstimmt, wollen wir nun versuchen, die Temperatur direkt aus den an Einzelelektronentransistoren gewonnenen Messkurven zu bestimmen. Am besten eignen sich dazu Coulomboszillationsmessungen bei Transportspannungen $U_{sd} \ll e/C_{\Sigma}$. Von Kulik und Shekhter (1975) wurden klassische Rechnungen für Doppelkontaktsysteme in granularen Metallen durchgeführt. Eines der Ergebnisse dieser Rechnungen war, dass die Peak-Form der Coulomboszillationen bei Temperaturen $k_B T < e^2/C_{\Sigma}$ und für Transportspannungen $U_{sd} \rightarrow 0$ (im sogenannten *Linear-Response-Regime*) nicht mehr von der Transportspannung, sondern nur noch von der Temperatur abhängen. Für den auf den maximalen Leitwert G_{max} der Coulomboszillation im Linear-Response-Regime skalierten Leitwert G gilt dann (Beenakker, 1991):

$$G/G_{max} = \frac{\Delta E/k_B T}{\sinh(\Delta E/k_B T)} . \quad (4.8)$$

Dabei ist ΔE die minimale Energie, die für ein Tunnelereignis aufgebracht werden muss. Sie wird durch die Differenz der anliegenden Gatespannung U_g zur Gatespannung $U_{g0}^{(n)}$, bei der eine Peak-Spitze auftritt, bestimmt. Für ΔE gilt:

$$\Delta E = \frac{e}{C_{\Sigma}} C_g (U_g - U_{g0}^{(n)}) , \quad (4.9)$$

wobei C_g die Gatekapazität zur Insel und C_{Σ} die Gesamtkapazität der Insel ist. Allerdings lassen sich nur Proben mit Gleichung 4.8 beschreiben, die die Bedingung $\alpha = R_{||}/R_K \ll 1$ sicher erfüllen. Dabei bezeichnet $R_{||}$ den Parallelwiderstand der beiden Tunnelkontakte des SET und

$R_K \approx 25,8 \text{ k}\Omega$ den Quantenwiderstand. Bei Proben, deren Kopplungsstärke α Werte in der Größenordnung von 1 oder größer besitzt, führen Tunneleffekte höherer Ordnung, insbesondere das sogenannte *inelastische Cotunneln* (siehe Abschnitt 2.3.3, Averin und Nazarov (1992)), zu einer Veränderung der Form des Coulomboszillations-Peaks (Geerligs et al., 1994; Averin, 1994). Dies macht eine über die *orthodoxe Theorie* hinausgehende Beschreibung notwendig. Für Proben mit $\alpha \approx 1$ wurde von König et al. (König et al., 1997, 1998; König, 1999) eine störungstheoretische Beschreibung entwickelt, die die Berechnung der Coulomboszillations-Peakformen unter Berücksichtigung aller Prozesse bis zur zweiten Ordnung ermöglicht. Uns stand ein von König implementiertes Programm zur Verfügung, mit dem wir für diesen Wertebereich von α theoretische Kurven berechnen konnten. Eine Bestimmung der effektiven Temperatur war somit auch aus Coulomboszillations-Messungen im Linear-Response-Regime an diesen Proben möglich.

Da Ziel dieser Arbeit die Untersuchung von Einzelelektronentransistoren im Regime kleiner Widerstände war, wurden nur sehr wenige Proben vermessen, deren Kopplungsstärke α ausreichend klein ist, um sie durch Gleichung 4.8 zu beschreiben. In den Abbildungen 4.9 und 4.10 ist ein Coulomboszillations-Peak dargestellt, der im Linear-Response-Regime bei einer Mischkammertemperatur von 30 mK an einer Probe mit $\alpha = 0,02$ gemessen wurde. Der Vergleich mit den theoretischen Kurven zeigt, dass die effektive Temperatur des Elektronensystems ca. 40 mK beträgt. Im Wesentlichen funktioniert also die Filterung und Abschirmung der Probe gegen hochfrequente Einstrahlung, da ohne Filterung bei unserem Kryostaten nie Temperaturen unter 250 mK erreicht wurden (Sypli, 1998). Die verbleibende Erhöhung gegenüber der durch den Kryostaten vorgegebenen Temperatur um ca. 10 mK kann mehrere Ursachen haben.

Eine Möglichkeit ist die Erhöhung der effektiven elektronischen Temperatur durch Selbstaufheizungseffekte (*self-heating*) (Kautz et al., 1993; Korotkov et al., 1994). Normalerweise wird in der orthodoxen Theorie davon ausgegangen, dass sich zwischen zwei Tunnelereignissen ein thermodynamisches Gleichgewicht einstellt und die Temperatur des gesamten Systems entweder der vorgegebenen Mischkammertemperatur oder einer durch Einstrahlung erhöhten, aber konstanten Temperatur entspricht. Von Kautz et al. (1993) wurde festgestellt, dass die beim Transport durch den Transistor dissipierte Energie dazu führt, dass sich die elektronische Temperatur der Insel erhöht, da aufgrund der schlechten Elektron-Phonon-Kopplung in Metallen bei tiefen Temperaturen die Energie nicht schnell genug an die Phononen des Gitters abgegeben werden kann. Für die auf der Insel „eingespernten“ Elektronen ist dies jedoch der bestimmende Kühlungsmechanismus. Der Wärmetransport über die Tunnelkontakte, die einen sehr hohen Wärmewiderstand besitzen, spielt keine Rolle, wie von Kauppinen und Pekola (1996) gezeigt wurde. Die erhöhte elektronische Temperatur der Insel macht sich nun in den gemessenen Coulomboszillationskennlinien als erhöhte effektive Temperatur bemerkbar.

Wie stark sich das Elektronensystem der Insel erwärmt, hängt davon ab, wie schnell die erzeugte Wärme wieder abgeführt werden kann. Nach einem Modell von Roukes et al. (1985) ist die Kopplung zwischen Elektronen und Phononen bei tiefen Temperaturen in Metallen so, dass für die Wärmeleistung P , die aus dem elektronischen System abgeführt werden kann, gilt:

$$P = \Sigma\Omega(T_e^5 - T_0^5) , \quad (4.10)$$

wobei Ω das Volumen der Insel, Σ eine materialabhängige Konstante, T_e die elektronische

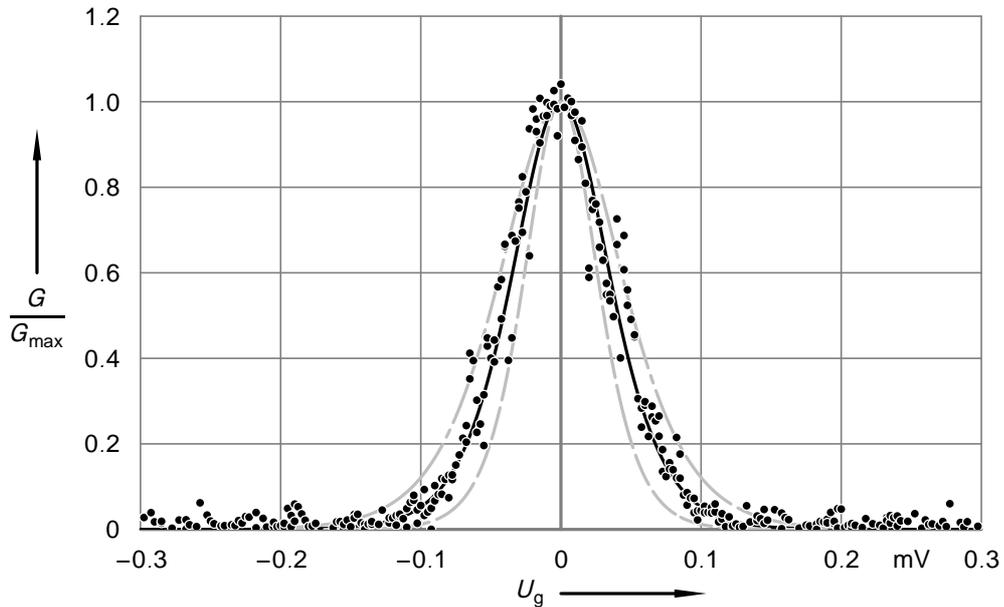


Abbildung 4.9. Vergleich eines bei verschwindender Transportspannung an einer Probe mit $\alpha = 0,02$, Gesamtwiderstand $R_{\Sigma} = 4,885\text{M}\Omega$, Gatekapazität $C_g = 26\text{ aF}$, Gesamtkapazität $C_{\Sigma} = 142\text{ aF}$ und Ladungsenergie $E_c = 6,54\text{ K}$ bei einer Mischkammertemperatur von 30 mK gemessenen Coulomboszillations-Peaks mit nach Gleichung 4.8 theoretisch berechneten Colombosezillations-Peaks bei verschiedenen Temperaturen. Zum Vergleich mit den theoretischen Kurven wurde der Peak auf seinen maximalen Leitwert normiert ((—): $T=40\text{ mK}$, (---): $T=30\text{ mK}$ und (-·-): $T=50\text{ mK}$).

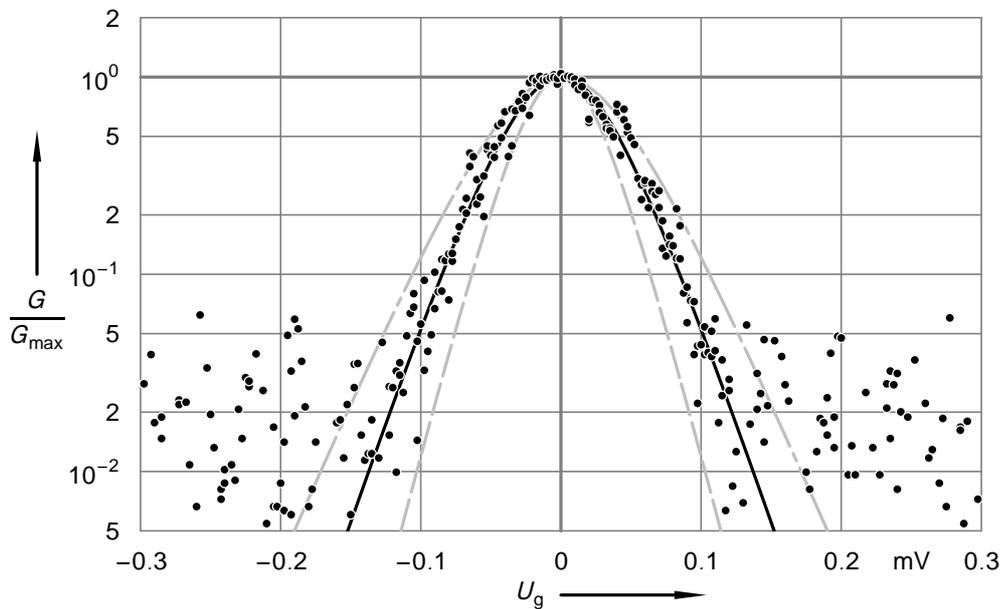


Abbildung 4.10. Halblogarithmische Darstellung der gleichen Messung und Rechnungen wie in Abbildung 4.9.

Temperatur und T_0 die Temperatur des Gitters bezeichnen.¹⁴ Unter Verwendung dieses Modells für den Wärmetransport wurde von Kautz et al. (1993) eine Beschreibung entwickelt, mit der sich die Tunnelraten unter Berücksichtigung der Self-heating-Effekte berechnen lassen. Die im Einzelelektronentransistor dissipierte Energie beträgt $P_{\text{SET}} = U_{\text{sd}} I_{\text{sd}}$ und liegt für unsere Messungen typischerweise im Bereich 10^{-17} W. Für die Temperatur des Elektronensystems gilt:

$$T_e = \left(T_0^5 - \frac{U_{\text{sd}} I_{\text{sd}}}{2\Sigma\Omega} \right)^{\frac{1}{5}}. \quad (4.11)$$

Da aber der durch den SET fließende Strom I_{sd} von der Temperatur T_e abhängt, müssen diese Temperaturgleichung und die Tunnelratengleichung des SET selbstkonsistent gelöst werden. Von Limbach (1998) wurde daher ein Programm implementiert, mit dem sich die Erwärmung des Elektronensystems der Insel, basierend auf Gleichung 4.11 und der orthodoxen Theorie für Messungen von Coulomboszillationen, abschätzen lässt. Das Programm berechnet zunächst den Strom, der sich bei der Temperatur des letzten „Messpunktes“ ergeben hatte. Mit der daraus resultierenden Heizleistung wird dann die Temperatur des Elektronensystems aktualisiert und der Vorgang bis zum Erreichen einer selbstkonsistenten Lösung iteriert. Für die Parameter unseres SET, der ein Inselvolumen von $0,018 \mu\text{m}^3$ besitzt, und einen Literaturwert für den Kopplungsparameter von $\Sigma = 2,5 \text{ nW K}^{-5} \mu\text{m}^{-3}$ (Kautz et al., 1993) findet man für die von uns angelegte AC-Spannung von $10 \mu\text{V}$ eine Aufheizung des Elektronensystems auf ca. 45 mK im Bereich des Coulomboszillations-Peaks. Dieser Wert stimmt mit den oben angepassten 40 mK gut überein. An dieser Abschätzung kann man auch erkennen, dass es zur Vermeidung von Self-heating-Effekten sehr wichtig ist, eine möglichst geringe AC-Spannung zur Messung des differentiellen Leitwertes anzulegen. Eine systematische Untersuchung, inwieweit die gewählte AC-Spannung die effektive Temperatur der Probe beeinflusst, wurde nicht durchgeführt. Vielmehr wurde die AC-Spannung immer so gewählt, dass sie gerade noch groß genug war, um eine ausreichende Messauflösung zu gewährleisten.

Weitere Gründe, die zu der beobachteten erhöhten effektiven Temperatur geführt haben könnten, könnten zum einen sein, dass die von uns installierten Filter noch keine ausreichende Dämpfung gewährleisten um die Mischkammertemperatur auch als elektronische Temperatur zu erzielen, zum anderen, dass niederfrequente Störungen (50 Hz-Signale, verursacht durch Erdschleifen, Radiofrequenzen, etc.) zu Effekten führen, die in der AC-Messung als eine erhöhte Temperatur sichtbar werden (siehe auch nächstes Kapitel). Aufgrund der von uns getroffenen Maßnahmen (siehe Kapitel 4.2.1) gehen wir jedoch davon aus, dass bei den gezeigten Messungen diese Störquellen keine Rolle spielten.

Eine nicht ausreichende Hochfrequenzfilterung wird von uns als recht unwahrscheinlich angesehen. In Abbildung 4.11 und 4.12 sind ein gemessener Coulomboszillations-Peak ($\alpha = 1,1$) und zum Vergleich Kurven, die nach der orthodoxen Theorie bzw. Störungstheorie 2. Ordnung (König, 1999) berechnet sind, dargestellt. Von der orthodoxen Theorie wird im Linear-

¹⁴ Dabei geht man davon aus, dass der Kapitza-Widerstand zwischen Substrat und Aluminium keine Rolle spielt und die Phononen des Aluminiumfilms und des Substrates die gleiche Temperatur T_0 besitzen (Kauppinen und Pekola, 1996; Wellstood et al., 1989).

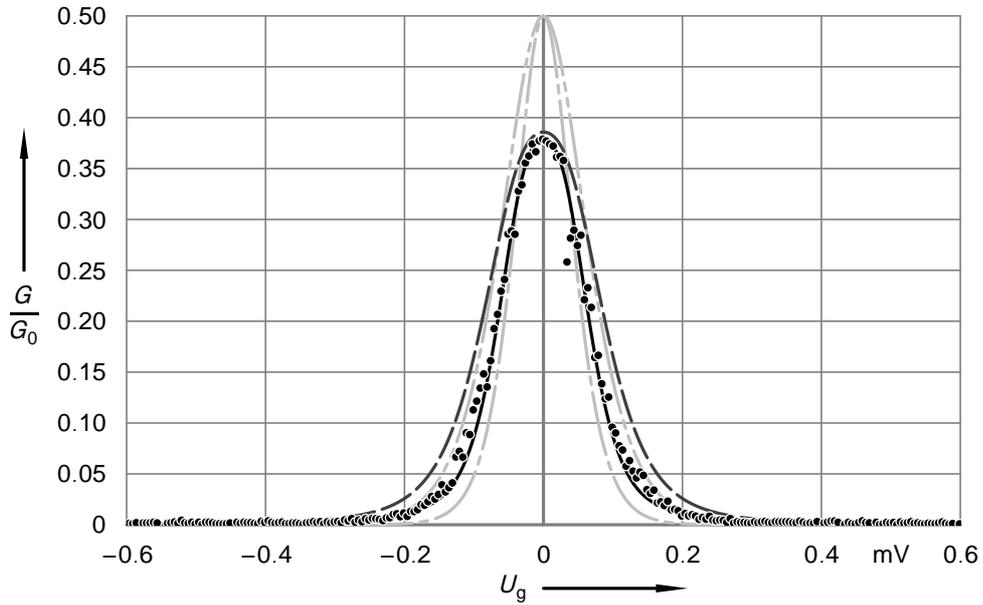


Abbildung 4.11. Coulomboszillations-Peak gemessen im Linear-Response-Regime an einer Probe mit $\alpha = 1,1$, Gesamtwiderstand $R_{\Sigma} = 128,0 \text{ k}\Omega$, Gatekapazität $C_g = 25,6 \text{ aF}$, Gesamtkapazität $C_{\Sigma} = 220 \text{ aF}$ und Ladungsenergie $E_c = 4,25 \text{ k}_B \text{ K}$ bei einer Mischkammertemperatur von 26 mK . Außer den Messwerten (\bullet) sind zum Vergleich zwei nach orthodoxer Theorie berechnete Kurven (—: $T = 30 \text{ mK}$, ---: $T = 40 \text{ mK}$) und zwei nach zweiter Ordnung Störungstheorie berechnete Kurven (König et al., 1998) (—: $T = 30 \text{ mK}$, --: $T = 40 \text{ mK}$) eingezeichnet. Die Mischkammertemperatur bei diesen Messungen betrug 26 mK .

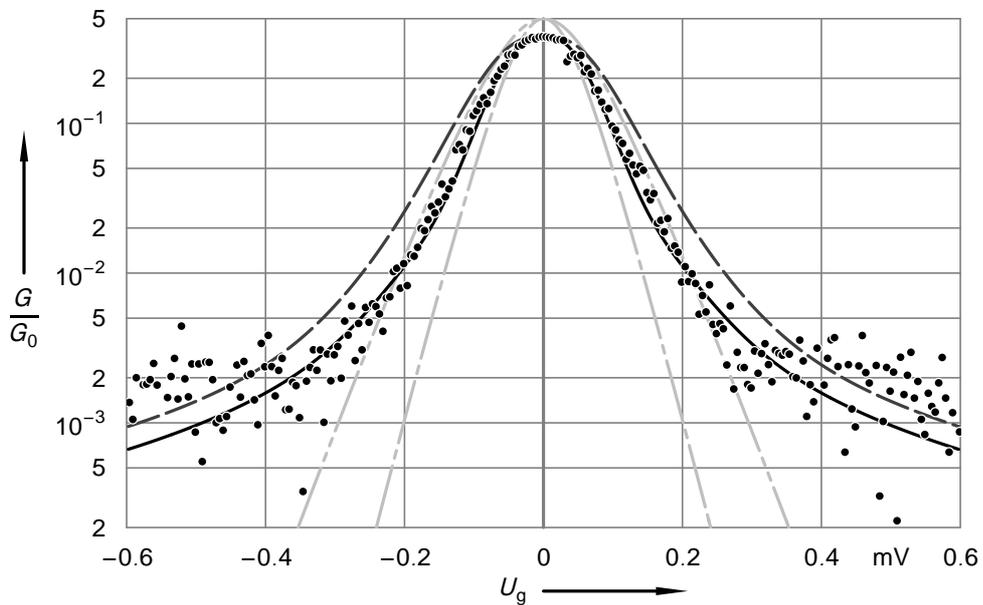


Abbildung 4.12. Halblogarithmische Darstellung der gleichen Messung und Rechnungen wie in Abbildung 4.11.

Response-Regime bei tiefen Temperaturen, unabhängig von der Temperatur, eine Peakhöhe von $G_{\max} = G_0/2$ erwartet, wobei G_0 den Leitwert des SET bei hohen Temperaturen bezeichnet. Die Temperatur geht hier nur in die Breite des Coulomboszillationspeaks ein (siehe Abschnitt 2.3). Für Proben im Regime kleiner Widerstände wird eine temperaturabhängige Peakhöhe proportional zu $1/\ln(T)$ vorhergesagt (Schoeller und Schön (1994), siehe auch Kapitel 6). In Abbildung 4.11 wird eine Reduktion der Peakhöhe gegenüber dem von der orthodoxen Theorie vorhergesagten Wert deutlich sichtbar.¹⁵ Bei der gezeigten Messung betrug die Mischkammertemperatur 26 mK. Die in Störungstheorie zweiter Ordnung (König, 1999) berechnete Kurve für 30 mK gibt sowohl die Peakhöhe als auch den gesamten Kurvenverlauf korrekt wieder. Damit wird wieder eine leicht erhöhte effektive Temperatur beobachtet, jedoch insgesamt eine tiefere effektive Temperatur als in den in Abbildung 4.9 und 4.10 gezeigten Messungen. Da zwischen den beiden Messungen an den Hochfrequenzfiltern keine Veränderungen vorgenommen wurden, gehen wir nicht davon aus, dass ihre Dämpfung ausschlaggebend für die erreichte effektive Temperatur ist. Möglich wäre allenfalls, dass der die Probe umschließende *Faraday'sche Käfig* von Messung zu Messung unterschiedlich gut schirmt, wenn nicht alle Ritzen des Probenhalters vollständig mit Leitsilber verschlossen werden (siehe Kapitel 4.3.2). Die wahrscheinlichste Ursache für die erhöhte effektive Temperatur ist jedoch – unserer Meinung nach – der Self-heating-Effekt durch den Messstrom.

4.4. Rauschinduzierte Ströme durch den SET-Transistor

Bei den ersten Messungen an Einzelelektronentransistoren mit dem zuvor beschriebenen Probenhalter wurden sowohl die Coulombblockade-Effekte in der Strom-Spannungs-Kennlinie in Abhängigkeit der Gatespannung als auch Coulomboszillationen bei verschiedenen Transportspannungen beobachtet (siehe Abbildung 4.13), wie sie von der orthodoxen Theorie vorhergesagt werden (vgl. z. B. Abbildungen 2.6 und 2.7). Jedoch traten in den **DC**-Strommessungen der Coulomboszillationen bei sehr kleinen Transportspannungen die im unteren Inset von Abbildung 4.13 gezeigten Abweichungen vom idealen Verlauf der Coulomboszillationen auf. Die Coulombblockade erscheint nicht vollständig ausgeprägt und kurz vor dem eigentlichen Coulomboszillations-Peak tritt ein Strom in die dem Peak entgegengesetzte Richtung in Erscheinung. Die Größe dieses „parasitären Peaks“ in umgekehrter Stromrichtung erwies sich als Funktion der Transportspannung, wie in Abbildung 4.14 zu sehen ist. Erhöht man die Transportspannung – ausgehend von einer negativen Transportspannung, bei der ein Coulomboszillationspeak in negativer Stromrichtung gemessen wird – sukzessive, so wächst der „parasitäre Peak“ in positive Stromrichtung, bis bei $U_{sd} = 0$ zwei gleich hohe Peaks in unterschiedlicher Stromrichtung entstehen. Nach der orthodoxen Theorie sollte in diesem Fall kein Strom durch den Transistor fließen. Die beiden Peaks sind mit einer sehr steilen Flanke verbunden, die die Gatespannungs-Achse bei der Gatespannung schneidet, bei der sich bei hohen Transportspannungen die Spitze des Coulomboszillations-Peaks befindet. Erhöht man die Transportspannung

¹⁵ In Kapitel 6, Abbildung 6.2 kann man sehen, dass der von der Theorie vorhergesagte $1/\ln(T)$ -Verlauf für die Peakhöhe an dieser Probe (Probe I) auch zu beobachten ist.

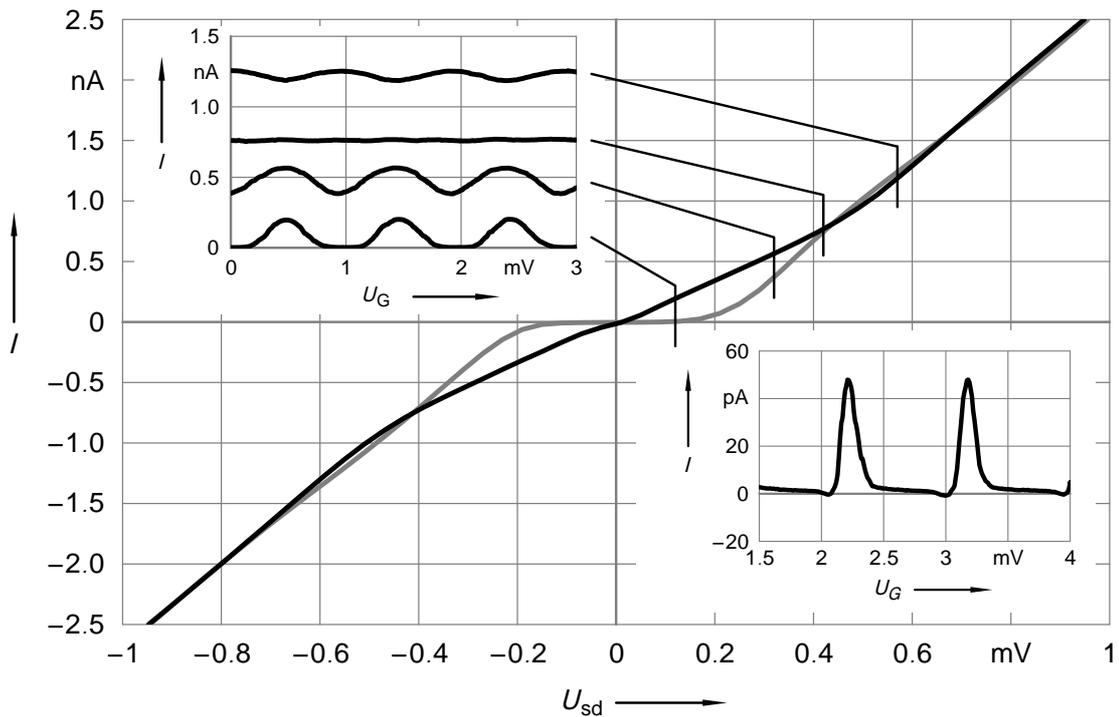


Abbildung 4.13. DC-Strom-Spannungs-Kennlinien bei vollständiger und vollständig aufgehobener Coulombblockade, gemessen an einem SET-Transistor mit Serienwiderstand $R_T = 277 \text{ k}\Omega$, Gesamtkapazität $C_\Sigma = 590 \text{ aF}$ und Gatekapazität $C_g = 160 \text{ aF}$. Inset oben: DC-Coulomboszillationsmessungen bei den markierten Transportspannungen. Inset unten: DC-Coulomboszillationsmessung, gemessen bei sehr kleiner Transportspannung. Es sind deutliche Abweichungen vom idealen Verhalten zu erkennen (siehe Text).

weiter in den positiven Spannungsbereich hinein, so entwickelt sich der ursprünglich „parasitäre Peak“ zum eigentlichen Coulomboszillations-Peak. Bei genügend hohen, aber immer noch kleinen Transportspannungen wird nur noch ein Peak beobachtet.

In den Messungen des differentiellen Leitwertes mit Hilfe eines Lock-in-Verstärkers ist keine besondere Signatur zu beobachten. Dort ist lediglich eine gegen die Mischkammertemperatur erhöhte elektronische Temperatur festzustellen, was durch hochfrequente Einstrahlung oder Self-heating-Effekte verursacht worden sein kann (siehe Kapitel 4.3).

Am deutlichsten ist der Effekt in den DC-Strommessungen bei Transportspannungen $U_{sd} = 0$ zu beobachten. An zwei Proben, die unter unterschiedlichen Bedingungen in separaten Messläufen vermessen wurden, beobachteten wir die in Abbildung 4.16 (Probe A) und Abbildung 4.17 (Probe B) dargestellten Oszillationen in Abhängigkeit von der Gatespannung U_g bei $U_{sd} = 0$. Die beiden Proben zeigen ein sehr unterschiedliches Verhalten. Bei der Probe A ist nahezu keine Coulombblockade mehr zu erkennen und es fließt ein Strom von $\pm 30 \text{ pA}$, abhängig von der Gatespannung. Probe B dagegen zeigt noch eine deutliche Coulombblockade und es wird nur ein Strom von $\pm 2 \text{ pA}$ gemessen.

Die beobachteten Phänomene lassen sich durch zwei unterschiedliche theoretische Ansätze erklären. Der eine basiert auf der Annahme einer asymmetrischen hochfrequenten Ein-

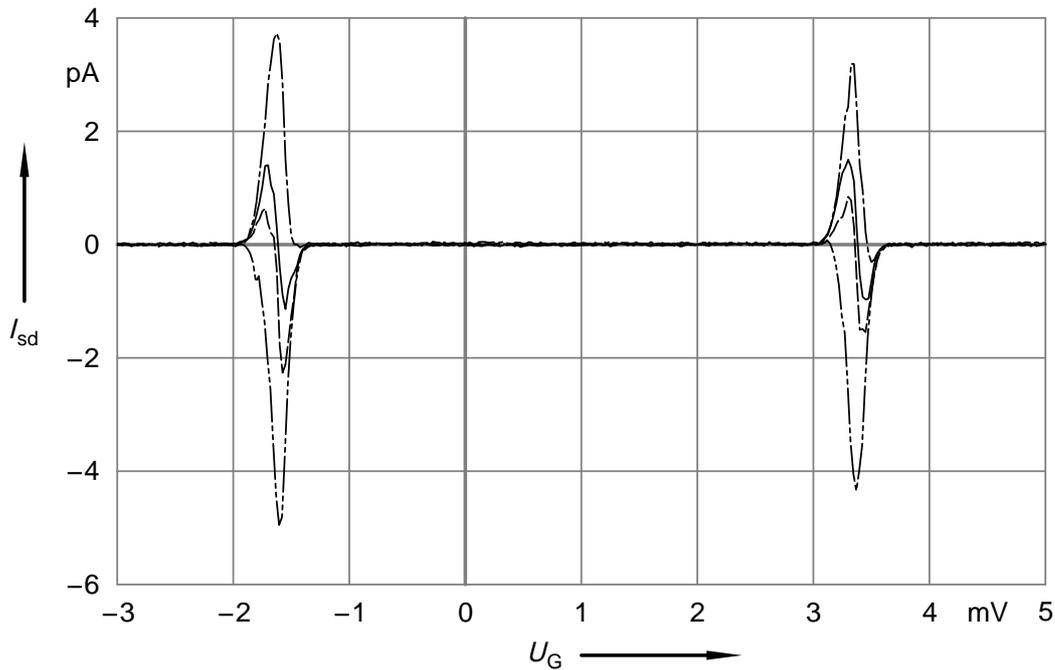


Abbildung 4.14. DC-Coulomboszillationsmessungen bei sehr kleinen Transportspannungen (— · —: $-1,5 \mu\text{V}$, — —: $-1,0 \mu\text{V}$, —: $0 \mu\text{V}$, — · —: $0,5 \mu\text{V}$), gemessen an einer Probe mit Serienwiderstand $R_T = 177 \text{ k}\Omega$, Gesamtkapazität $C_\Sigma = 213 \text{ aF}$ und Gatekapazität $C_g = 32 \text{ aF}$.

strahlung, die zu einem „gepumpten“ Strom durch den Transistor führt (Kouwenhoven et al., 1994a,b), der andere beruht auf unterschiedlichen niederfrequenten Fluktuationen der Spannungen, die an der *Source*- und *Drain*-Elektrode des Transistors anliegen (Weis et al., 1995). Wir werden im Folgenden diese beiden Ansätze vorstellen und unsere Messdaten mit theoretischen Kurven, die auf der Grundlage dieser Theorien berechnet wurden, vergleichen.

4.4.1. Asymmetrische hochfrequente Einstrahlung

Der erste Erklärungsansatz basiert auf der Annahme einer asymmetrischen, hochfrequenten Einstrahlung, die durch photonen-induzierte Tunnelprozesse (siehe Abschnitt 4.3) einen Stromfluss bewirkt, obwohl dieser durch die Coulombblockade unterdrückt sein sollte. Ein solcher Effekt wurde von Kouwenhoven et al. (1994a,b) an Einzelelektronentransistoren beobachtet, die im zweidimensionalen Elektronengas einer Halbleiter-Heterostruktur definiert waren. Wir wollen zunächst die auftretenden Prozesse mit einer anschaulichen Beschreibung anhand der Energiediagramme in Abbildung 4.15 a, b verdeutlichen. Die beiden Abbildungen stellen die Energieverhältnisse direkt rechts (4.15 a) oder links (4.15 b) eines Coulomboszillations-Peaks dar. Aufgrund der Coulombblockade fließt hier ohne Mikrowelleneinstrahlung kein Strom. Photonen-induzierte Tunnelprozesse sind notwendig um einen Strom hervorzurufen. Diese Prozesse sind als oszillierende Pfeile von einem anfänglichen Energiezustand zu einem höheren Endzustand hin eingezeichnet. Der Einfachheit halber stellen wir hier den Fall

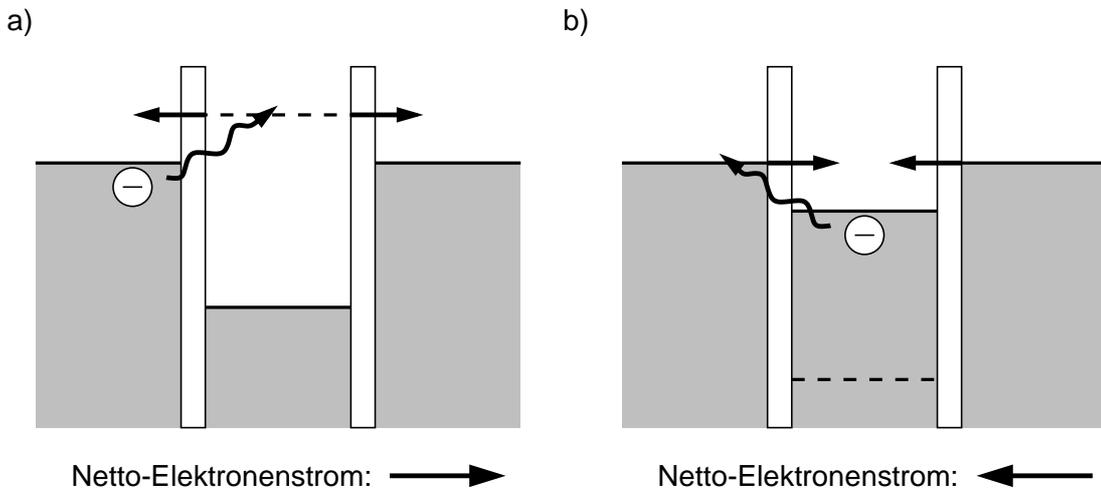


Abbildung 4.15. Energie-Diagramm für photonen-induziertes Tunneln durch die linke Barriere bei $U_{sd} = 0$. Rechts und links sind jeweils die elektrochemischen Potentiale der Zuleitungen eingezeichnet. Das elektrochemische Potential der Insel für den Zwischenzustand nach dem photonen-induzierten Tunnelereignis durch die linke Barriere ist gestrichelt eingetragen. Das System stellt durch ein weiteres Tunnelereignis durch die linke *oder* rechte Barriere den Ausgangszustand (durchgezogene Linie) wieder her. In a) fließt der resultierende Strom von links nach rechts, während er in b) von rechts nach links fließt.

einer Transportspannung $U_{sd} = 0$ und einer vollständig asymmetrischen Mikrowelleneinstrahlung von der linken Seite her dar. In Abbildung 4.15 a) tunnelt dann durch Photonabsorption ein Elektron durch die linke Tunnelbarriere auf die Insel. Das Elektron kann die Insel mit der gleichen Wahrscheinlichkeit durch die linke oder rechte Barriere wieder verlassen. Tunnelt es durch die rechte Elektrode, so ergibt sich ein „gepumpter“ Netto-Elektronenstrom von links nach rechts. Durch die Veränderung der Gatespannung U_g lässt sich das gestrichelt eingezeichnete elektrochemische Potential unter die Fermi-Energien der Reservoirs ziehen, wie in Abbildung 4.15 b) dargestellt. Ohne hochfrequente Einstrahlung hieße das, dass man sich durch den Coulomboszillations-Peak bewegt und damit ein Überschusselektron auf der Insel hinzufügt. Das Elektron kann die Insel nur durch die linke Barriere durch einen durch Photonabsorption hervorgerufenen Tunnelprozess wieder verlassen. Das Tunneln auf die Insel ist von beiden Seiten mit der gleichen Wahrscheinlichkeit möglich. Daher ergibt sich wieder ein Netto-Elektronenstrom, diesmal allerdings von rechts nach links. Durch die asymmetrische Einstrahlung wird also ein gepumpter Strom erzeugt, dessen Richtung von der Gatespannung abhängt. Qualitativ stimmt dies mit den von uns in den Experimenten beobachteten Phänomenen überein.

Um einen quantitativen Vergleich dieser theoretischen Beschreibung mit unseren Experimenten zu ermöglichen, wurde das in unserer Arbeitsgruppe vorhandene Programm zur numerischen Berechnung von Strom-Spannungs-Kennlinien entsprechend der von Kouwenhoven et al. (1994a) entwickelten Theorie erweitert. Die hochfrequente Einstrahlung wird dabei durch ein oszillierendes Potential \tilde{V} mit einer Frequenz f relativ zum Potential der Zuleitungen beschrieben. Das oszillierende Potential spaltet die Energie E eines Elektronenzustandes in Ener-

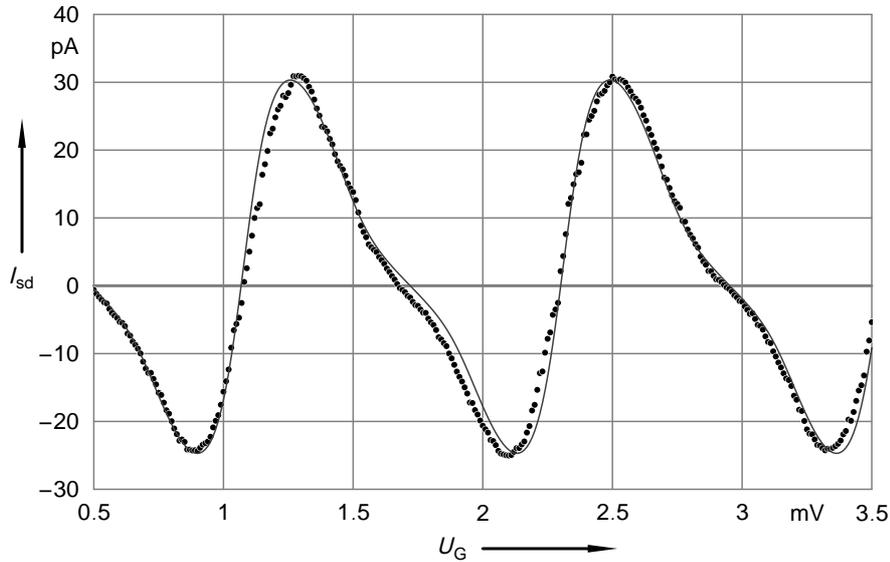


Abbildung 4.16. DC-Strommessung bei einer Transportspannung $U_{sd} = 0$ an Probe A ($R_T = 460 \text{ k}\Omega$, $C_\Sigma = 660 \text{ aF}$, $C_g = 130 \text{ aF}$) im Vergleich mit einer Theoriekurve, numerisch berechnet mit Hilfe von Gleichung 4.12. Dabei wurden eine Einstrahlungsfrequenz von $f = 20 \text{ GHz}$, eine Einstrahlungsamplitude $\tilde{V} = 115 \text{ }\mu\text{V}$ und eine vollständig asymmetrische Einstrahlung ($\kappa_d = 0$, $\kappa_s = 1,4$) angenommen. Die Rechnungen wurden bei einer Temperatur von $T = 70 \text{ mK}$ durchgeführt.

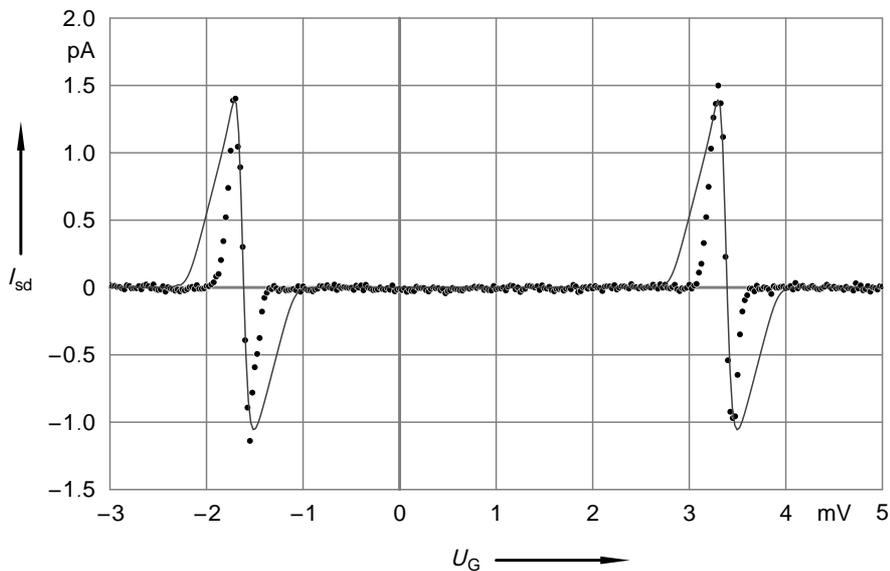


Abbildung 4.17. DC-Strommessung bei einer Transportspannung $U_{sd} = 0$ an Probe B ($R_T = 177 \text{ k}\Omega$, $C_\Sigma = 213 \text{ aF}$, $C_g = 32 \text{ aF}$) im Vergleich mit einer Theoriekurve, numerisch berechnet mit Hilfe von Gleichung 4.12. Dabei wurden eine Einstrahlungsfrequenz von $f = 20 \text{ GHz}$, eine Einstrahlungsamplitude $\tilde{V} = 9,5 \text{ }\mu\text{V}$ und eine vollständig asymmetrische Einstrahlung ($\kappa_d = 0$, $\kappa_s = 0,115$) angenommen. Die Rechnungen wurden bei einer Temperatur von $T = 50 \text{ mK}$ durchgeführt.

gieniveaus $E + nhf$ mit $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ auf. Diese sogenannten Seitenband-Energien können zu Tunnelprozessen führen, die mit der Emission ($n < 0$) oder Absorption ($n > 0$) eines Photons verbunden sind. Um in dieser Theorie eine asymmetrische Einstrahlung modellieren zu können, wird die Mikrowellen-Amplitude durch zwei Parameter $\kappa_i = e\tilde{V}_i/hf$, $i = s, d$ angegeben, wobei \tilde{V}_s und \tilde{V}_d die AC-Spannungsabfälle über den Source- bzw. den Drain-Tunnelkontakt bezeichnen. Für die in Anwesenheit einer Mikrowellenstrahlung modifizierte Tunnelrate $\tilde{\Gamma}_i$, ausgedrückt mit Hilfe der üblichen Tunnelrate ohne Mikrowelleneinstrahlung Γ_i nach Gleichung 2.28, ergibt sich (Kouwenhoven et al., 1994a):

$$\tilde{\Gamma}_i(E_i) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\kappa_i) \Gamma_i(E_i + nhf), \quad i = s, d, \quad (4.12)$$

wobei J_n die Besselfunktionen erster Art und E_i die Energiedifferenz zwischen Anfangs- und Endzustand bezeichnen. Gleichung 4.12 ist nur gültig, solange $\tilde{\Gamma}_i \ll f$ ist und die Seitenband-Energien eine stationäre Besetzungswahrscheinlichkeit haben, die durch die Besselfunktionen gegeben ist. Der Netto-Elektronenstrom wird durch die Differenz der Tunnelraten vorwärts und rückwärts durch den Source- oder Drain-Tunnelkontakt berechnet. Dazu wird die modifizierte Tunnelrate 4.12 in unser Programm zur numerischen Berechnung der Strom-Spannungskennlinien eingefügt, von dem alle möglichen Tunnelprozesse berücksichtigt werden. Mit dem so modifizierten Programm lassen sich Theoriekurven in Abhängigkeit der Gatespannung erzeugen, deren qualitatives Verhalten bei Veränderung der Transportspannung U_{sd} dem der in Abbildung 4.14 gezeigten Messkurven entspricht.

In den Abbildungen 4.16 und 4.17 werden Messungen in Abhängigkeit von der Gatespannung U_g an zwei Proben bei Transportspannungen $U_{sd} = 0$ mit den Ergebnissen der oben beschriebenen numerischen Rechnung verglichen. Die in Abbildung 4.16 dargestellte Probe A lässt sich sehr gut durch die Theorie beschreiben, wenn man eine vollständig asymmetrische Einstrahlung ($\kappa_s = 0$, $\kappa_d = 1,4$) mit einer Frequenz von 20 GHz annimmt. Die Amplitude von $\tilde{V} = 115 \mu\text{V}$, die angenommen werden muss, um eine Übereinstimmung mit den Messdaten zu erzielen, ist überraschend groß. Bei der in Abbildung 4.17 dargestellten Probe B ist der Effekt um eine Größenordnung kleiner. Eine Beschreibung mit Hilfe des photonen-induzierten Tunnelns ist nicht möglich. Wählt man die freien Parameter so, dass die Peakhöhe korrekt beschrieben wird, so ergibt sich aus den numerischen Rechnungen immer eine Struktur, die deutlich breiter als die gemessene ist.

Als Ursache für eine Einkopplung von Mikrowellen bei Probe A kommt ein Kurzschluss zu Masse in einigen Zuleitungen unterhalb der Hochfrequenzfilter in Frage, der nach den Messungen an dieser Probe entdeckt wurde.¹⁶ Durch diesen Masseschluss können 20 GHz Photonen in den Probenraum eindringen und den „gepumpten“ Strom bei $U_{sd} = 0$ hervorrufen. Bei den Messungen an Probe B war der Kurzschluss repariert. Es ist daher nicht überraschend, dass der Effekt hier nicht durch asymmetrische, hochfrequente Einstrahlung erklärt werden kann. Der hier beobachtete Strom bei verschwindender Transportspannung muss eine andere Ursache haben.

¹⁶ Dieser Masseschluss wurde vermutlich durch eingedrungenes Lötwasser schleichend verursacht. Er trat erst einige Monate nach der Fertigstellung des Probenhalters zum ersten Mal bei der hier gezeigten Messung auf.

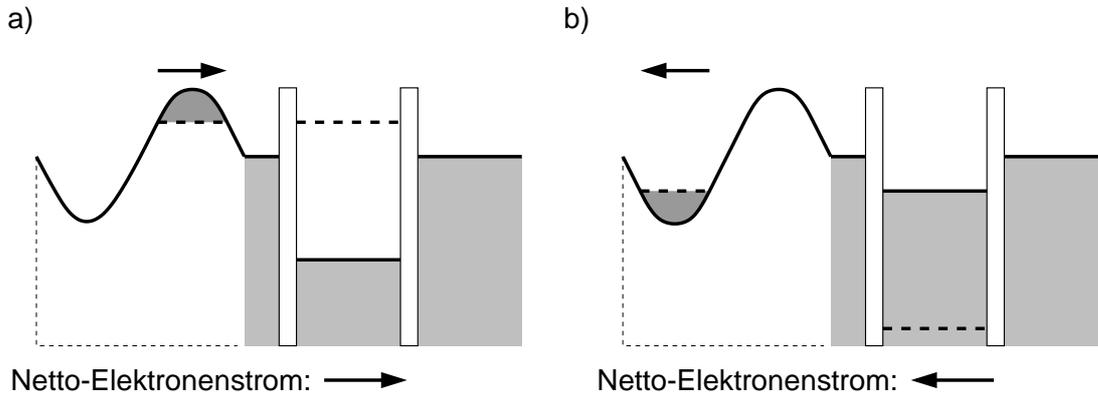


Abbildung 4.18. Energie-Diagramm für $U_{sd} = 0$ und niederfrequente Spannungsfuktuationen für die an der linken Elektrode anliegende Spannung. In a) ergibt sich ein Strom von rechts nach links, während in b) der Strom von links nach rechts fließt.

4.4.2. Niederfrequente Fluktuationen der Transportspannung

Die zweite Erklärung für den beobachteten Strom durch den Transistor bei Transportspannungen $U_g = 0$ beruht auf asymmetrischen, niederfrequenten Fluktuationen der Transportspannung, die den Elektronentransport auch innerhalb der Coulombblockade möglich machen (Weis et al., 1995). Wir wollen den Effekt wiederum anhand von Energiediagrammen anschaulich beschreiben. In den Abbildungen 4.18 a, b sind die Energieverhältnisse direkt rechts (4.18 a) oder links (4.18 b) eines Coulomboszillations-Peaks dargestellt. Durch die Coulombblockade ist hier kein Stromfluss möglich. Jedoch kann ein Transport durch den Einzelelektrodentransistor stattfinden, wenn die an der linken und rechten Elektrode anliegenden Spannungen unterschiedliche niederfrequente Fluktuationen aufweisen, verursacht z. B. durch Rauschen, das in die Zuleitungen einkoppelt. Die Frequenz f des Rauschens muss dabei deutlich kleiner als die Tunnelrate Γ sein ($f \ll \Gamma$). Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, dass nur die an der linken Elektrode anliegende Spannung fluktuiert, während die an der rechten konstant bleibt. Gleichzeitig soll für die über den Transistor abfallende Gleichspannung $U_{sd} = 0$ gelten. Wird durch die Spannungsfuktuationen das elektrochemische Potential der linken Elektrode so weit angehoben, dass es oberhalb des gestrichelt eingezeichneten elektrochemischen Potentials der Insel liegt, so ist ein Transport durch die Insel möglich (vgl. Abbildung 4.18 a) und es fließt ein Strom von links nach rechts. Wie oben beschrieben, kann man sich durch Veränderung der Gatespannung U_g durch den Coulomboszillationspeak bewegen und auf der Insel ein Überschusselektron mehr hinzufügen. Das gestrichelte Energieniveau befindet sich dann unterhalb der ungestörten elektrochemischen Potentiale der Zuleitungen und ist durch ein zusätzliches Elektron besetzt. In diesem, in Abbildung 4.18 b gezeigten Fall ist ein Stromtransport möglich, wenn durch die Spannungsfuktuationen das elektrochemische Potential der linken Elektrode so weit abgesenkt wird, dass es unterhalb des Potentials der Insel liegt. Dann fließt ein Strom von rechts nach links. Man findet also wiederum einen Strom, dessen Richtung von der anliegenden Gatespannung abhängt. Die Richtungsumkehr findet genau an dem Punkt statt, an dem sich bei endlichen Transportspannungen die Spitze des Coulomboszillationspeaks

befindet. Von Weis et al. (1995) wurde vorgeschlagen, diesen Effekt zum Bau eines Gleichrichters mit spannungskontrollierter Stromrichtung einzusetzen. Er zeigte die Funktionsweise eines solchen Gleichrichters an einem Einzelelektronentransistor, der im zweidimensionalen Elektronengas einer Halbleiter-Heterostruktur definiert war. Der beobachtete Effekt lässt sich jedoch nicht nur durch asymmetrische Fluktuationen der Transportspannung hervorrufen. Er lässt sich auch beobachten, wenn ein asymmetrischer Spannungsabfall durch asymmetrische Kapazitäten auftritt und symmetrische Spannungsfuktuationen vorhanden sind.

Um einen quantitativen Vergleich dieser theoretischen Beschreibung mit den Messdaten zu ermöglichen, haben wir wieder ein Programm zur numerischen Berechnung des Stromes durch den Transistor unter Berücksichtigung von unterschiedlichen niederfrequenten Fluktuationen an Source- und Drain-Kontakt implementiert. Der mittlere Strom durch den Einzelelektronentransistor wird dabei mit Hilfe einer gewichteten Verteilung der über den Source- und Drain-Kontakt abfallenden Spannung berechnet (Limbach, 2000):

$$\bar{I} = \iint_{-\infty}^{+\infty} I(V_s, V_d) \epsilon_s(V_s) \epsilon_d(V_d) dV_s dV_d. \quad (4.13)$$

Dabei ist $I(V_s, V_d)$ der Strom, der sich aus der orthodoxen Theorie ergibt, wenn man V_s und V_d als die angelegten Gleichspannungen annimmt. $\epsilon_{s,d}(V_{s,d})$ bezeichnet eine normierte Wichtungsfunktion. Ein Beispiel für eine solche Wichtungsfunktion ist für eine Gleichverteilung der auftretenden Spannungswerte:

$$\epsilon(V) = \begin{cases} 1/(2V_{\max}) & |V| \leq V_{\max} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

wobei V_{\max} die maximalen Amplituden der Spannungsfuktuationen bezeichnet. Unter Verwendung dieser Wichtungsfunktion haben wir Strom-Gatespannungs-Kennlinien berechnet. Die berechneten Kurven entsprechen qualitativ den in Abbildung 4.14 gezeigten Messkurven.

In den Abbildungen 4.19 und 4.20 wird ein quantitativer Vergleich der Messungen in Abhängigkeit von der Gatespannung U_g bei $U_{sd} = 0$ an den Proben A und B mit den berechneten Kurven gezeigt. Für Probe B, deren Messdaten durch die Annahme einer hochfrequenten, asymmetrischen Einstrahlung nicht beschrieben werden konnten (siehe Abbildung 4.17), findet man hier eine hervorragende Übereinstimmung (siehe Abbildung 4.20). Probe A lässt sich mit beiden Theorien gleich gut beschreiben (siehe Abbildung 4.19 bzw. 4.16). Wie zuvor bei der Beschreibung durch photonen-induziertes Tunneln muss auch hier zur Beschreibung der an Probe A gewonnenen Messdaten eine überraschend hohe Amplitude angenommen werden ($V_{\max_s} = 50 \mu\text{V}$, $V_{\max_d} = 150 \mu\text{V}$).

Ursachen für die Fluktuation der an Source- und Drain-Elektrode anliegenden Spannungen, die nach dieser Beschreibung notwendig sind, um einen Strom durch den Transistor bei $U_{sd} = 0$ hervorzurufen, können z. B. 50-Hz-Rauschen, nicht ausreichend gefilterte Radiofrequenzen oder Rauschen der elektronischen Bauteile sein. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass der Stromfluss zum einen durch eine Asymmetrie der Fluktuationen, zum anderen aber auch durch eine kleine Asymmetrie der Kapazitäten der Tunnelkontakte des Transistors und symmetrische Fluktuationen hervorgerufen werden kann.

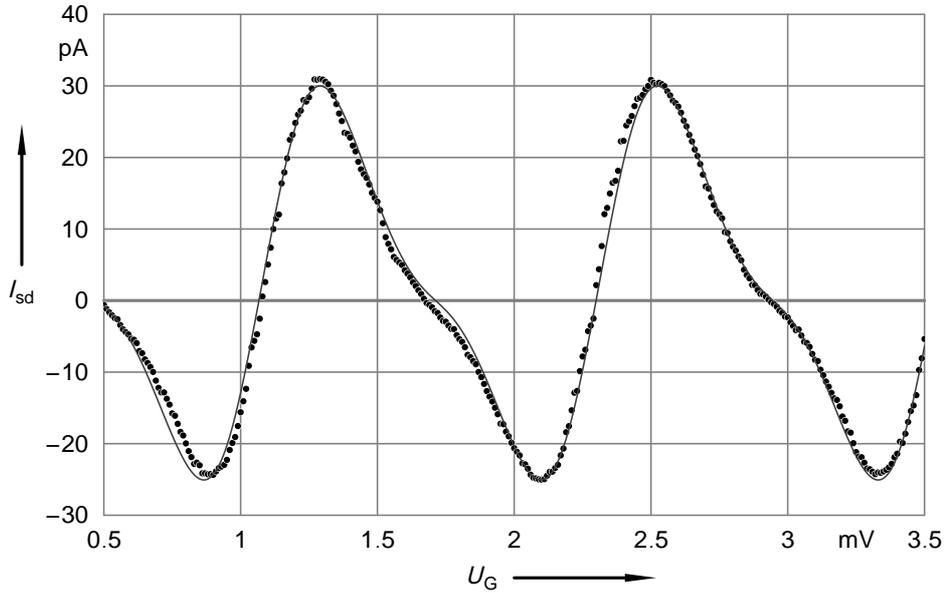


Abbildung 4.19. DC-Strommessung bei einer Transportspannung $U_{sd} = 0$ an Probe A ($R_T = 460 \text{ k}\Omega$, $C_\Sigma = 660 \text{ aF}$, $C_g = 130 \text{ aF}$) im Vergleich mit einer Theoriekurve, berechnet mit Hilfe von Gleichung 4.13. Als maximale Fluktuationsamplituden von Source- und Drain-Spannung wurden dabei $V_{\max_s} = 50 \text{ }\mu\text{V}$ bzw. $V_{\max_d} = 50 \text{ }\mu\text{V}$ angenommen. Die Rechnung wurde bei einer Temperatur von $T = 70 \text{ mK}$ durchgeführt.

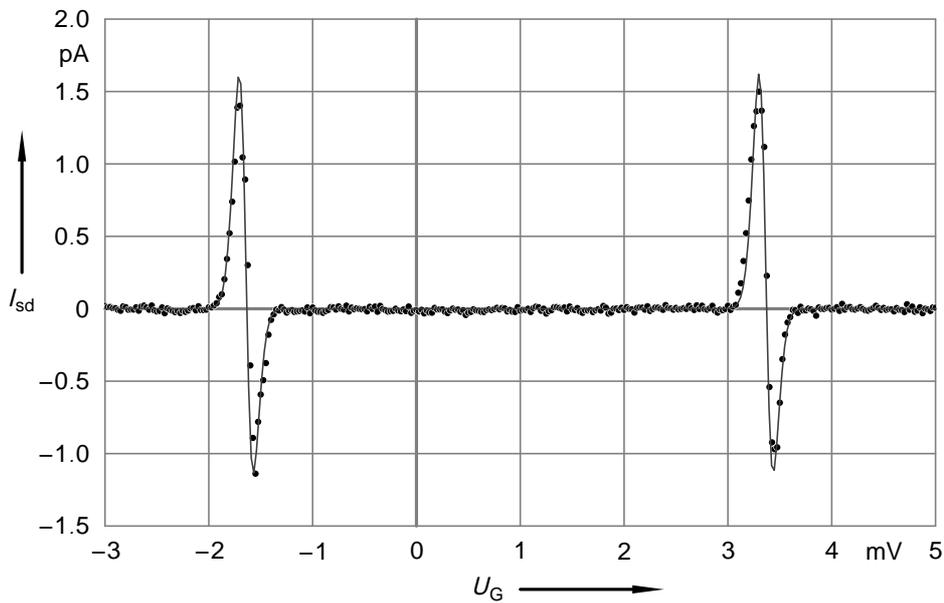


Abbildung 4.20. DC-Strommessung bei einer Transportspannung $U_{sd} = 0$ an Probe B ($R_T = 177 \text{ k}\Omega$, $C_\Sigma = 213 \text{ aF}$, $C_g = 32 \text{ aF}$) im Vergleich mit einer Theoriekurve, berechnet mit Hilfe von Gleichung 4.13. Als maximale Fluktuationsamplituden von Source- und Drain-Spannung wurden dabei $V_{\max_s} = 14,5 \text{ }\mu\text{V}$ bzw. $V_{\max_d} = 10,5 \text{ }\mu\text{V}$ angenommen. Die Rechnung wurde bei einer Temperatur von $T = 50 \text{ mK}$ durchgeführt.

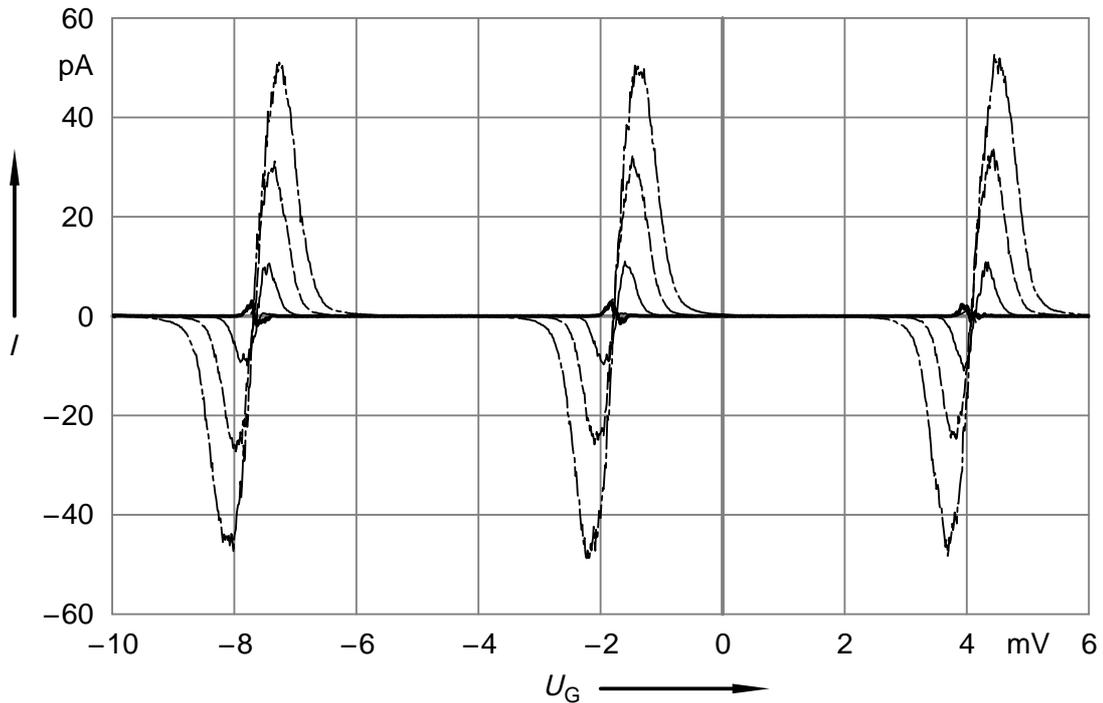


Abbildung 4.21. Messungen an Probe B bei Transportspannungen $U_{sd} = 0$ mit einer zusätzlich angelegten Wechselspannung mit einer Frequenz von 83 Hz und unterschiedlichen Amplituden V_{ac} (—: $0 \mu\text{V}_{\text{rms}}$, - - : $25 \mu\text{V}_{\text{rms}}$, - · - : $50 \mu\text{V}_{\text{rms}}$, · · · : $75 \mu\text{V}_{\text{rms}}$).

Bei Probe A lässt sich nicht entscheiden, ob der beobachtete Effekt durch asymmetrische, hochfrequente Einstrahlung oder durch niederfrequente Spannungsfuktuationen zustande kommt. Wir nehmen jedoch an, dass die große Amplitude, die in beiden Fällen zur Beschreibung des beobachteten Effektes notwendig ist, durch den in Abschnitt 4.4.1 beschriebenen Masseschluss verursacht worden ist. Bei Probe B war der Probenhalter repariert und es wird ein um eine Größenordnung kleinerer Effekt beobachtet, der offensichtlich auf die niederfrequenten Spannungsfuktuationen zurückzuführen ist. Einige der in Abschnitt 4.2.1 aufgeführten Maßnahmen zur Vermeidung von Störeinflüssen wurden erst nach den hier gezeigten Messungen an Probe B ergriffen. So wurden u. a. erst dann alle Messkabel mit der in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen, überlappenden Schirmung ausgestattet und andere Radiofrequenzfilter eingebaut. Bei späteren Messungen ließen sich die hier beschriebenen Effekte nicht mehr beobachten.

An Probe B haben wir versucht, ob wir durch eine zusätzliche, asymmetrische aufmodulierte Wechselspannung Messkurven bei Transportspannungen $U_{sd} = 0$ erzeugen können, die mit der hier dargestellten Theorie übereinstimmen. In Abbildung 4.21 sind Messungen gezeigt, bei denen an die Source-Elektrode ein Oszillator angeschlossen war, der eine Wechselspannung mit einer Frequenz von 83 Hz mit unterschiedlichen Amplituden erzeugte. Das Potential der Drain-Elektrode wurde konstant gehalten. Wie erwartet werden zwei gleichhohe Peaks in beide Stromrichtungen beobachtet, deren Höhe proportional zu der angelegten Wechselspannung ist.

In den Messung des differentiellen Leitwertes war bei den Messungen an Probe B nur eine leicht erhöhte Temperatur zu sehen, die nicht von Self-heating-Effekten unterschieden werden kann. Wie wir gezeigt haben, reagiert die DC-Strommessung sehr empfindlich auf asymmetrische Einstrahlung und Fluktuationen und kann damit helfen, externe Rauschquellen deutlich zu machen.

5. Probencharakterisierung

Mit dem im vorhergehenden Kapitel vorgestellten Messaufbau wurden im Rahmen dieser Arbeit sieben verschiedene Einzelelektronentransistoren untersucht, deren Tunnelwiderstände in der Größenordnung des Quantenwiderstandes $R_K = e^2/h$ lagen. Dabei kamen zwei unterschiedliche Probenlayouts zum Einsatz: zum einen das übliche 2-Kontakt-SET-Layout (siehe Abbildung 5.1a), bestehend aus zwei Tunnelkontakten, die die Transistorinsel definieren, und einer Gateelektrode, die in einem rechten Winkel seitlich auf die Insel zeigt, zum anderen ein spezielles 4-Kontakt-SET-Layout, das in Abbildung 5.1 b, c, d zu sehen ist. Die hier realisierte Kontaktierung der Transistorinsel mit vier Tunnelkontakten erlaubt die Bestimmung der Widerstände der einzelnen Kontakte, indem der Strom durch den Transistor in verschiedenen Anschlusskonfigurationen gemessen wird. Die Kenntnis der einzelnen Tunnelkontaktwiderstände ermöglicht es, die für die theoretische Beschreibung wichtige Kopplungsstärke $\alpha = R_K/R_{\parallel}$ exakt zu berechnen, wobei R_K den Quantenwiderstand und R_{\parallel} den Parallelwiderstand der Tunnelkontakte des Transistors bezeichnen. Beim normalen 2-Kontakt-Layout des SET ist nur der Serienwiderstand R_{sum} der beiden Tunnelkontakte messbar. Damit kann dort für die Kopplungsstärke α nur eine untere Schranke α_{min} angegeben werden, von der der wirkliche Wert von α erheblich abweicht, wenn sich der Serienwiderstand asymmetrisch auf die Widerstände der Einzelkontakte verteilt (siehe Kapitel 6 und Göppert et al. (2000)).

Von den sieben hier untersuchten Proben besaßen vier (I-IV) das normale 2-Kontakt-Layout, eine ein vollständiges 4-Kontakt-Layout (VII) und zwei waren zwar im 4-Kontakt-Layout strukturiert, hatten aber nur drei Tunnelkontakte mit endlichem Widerstand (V, VI). Dies reicht allerdings aus, um die Widerstände der einzelnen Tunnelkontakte zu bestimmen. In Tabelle 5.1 sind die Parameter aller Proben angegeben.

An diesen Einzelelektronentransistoren mit niedrigen Tunnelwiderständen wurden hauptsächlich Coulomboszillationsmessungen bei verschwindender DC-Transportspannung (*Linear-Response-Regime*) in Abhängigkeit von der Temperatur durchgeführt (siehe Abbildung 6.1). Um diese Messungen mit den theoretischen Beschreibungen (z. B. König et al., 1997; Göppert et al., 2000) vergleichen zu können, müssen zwei Probenparameter möglichst genau bekannt sein: zum einen die schon erwähnte Kopplungsstärke α , zum anderen die Ladungsenergie $E_c = e^2/2C_{\Sigma}$.

In diesem Kapitel wollen wir beschreiben, wie wir die Tunnelwiderstände $R_{s,d}$, die Gesamtkapazität C_{Σ} und damit die Ladungsenergie E_c , sowie die Gatekapazität C_g für unsere Proben bestimmt haben. Prinzipiell können alle Parameter bis auf die Gatekapazität aus den Strom-Spannungs-Kennlinien des Transistors bestimmt werden. Vor allem bei der exakten Bestimmung der Gesamtkapazität C_{Σ} des Transistors treten jedoch Probleme durch Abweichungen der Strom-Spannungskennlinien vom idealen Verlauf auf, die zu einer Unsicherheit von 15 % für C_{Σ} führen. Dieser Fehlerbalken ist zu groß für den Vergleich unserer Messdaten mit den

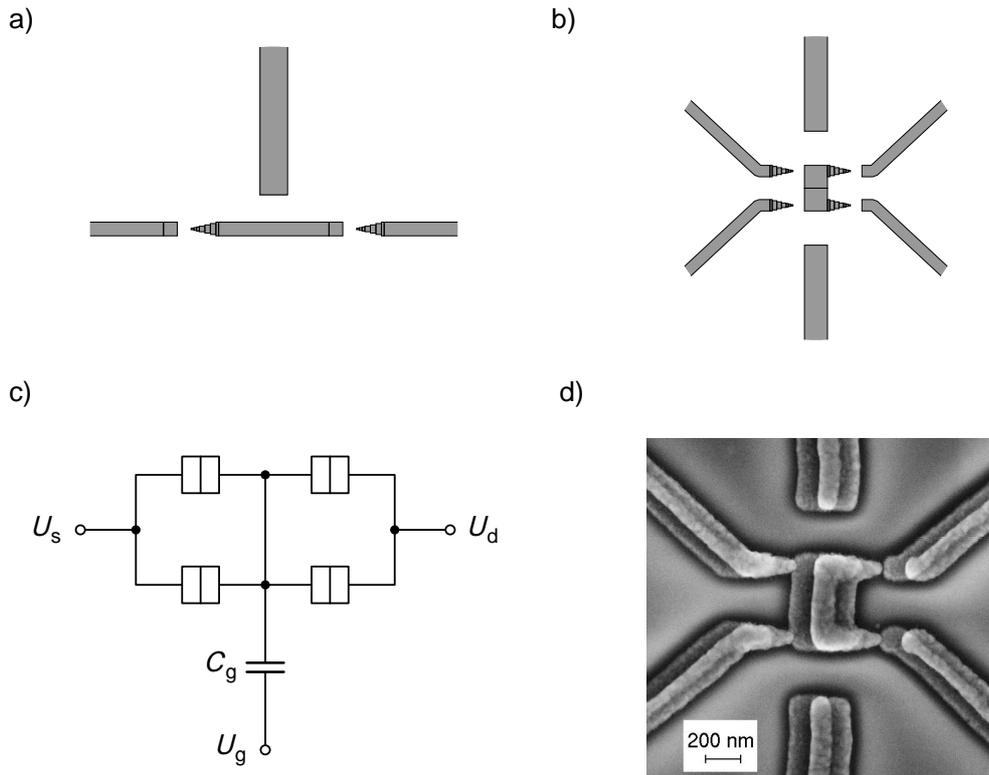


Abbildung 5.1. a) Übliches 2-Kontakt-SET-Layout, wie es vom Elektronenstrahlschreiber geschrieben wird. An den Stellen, an denen die *Source-Drain*-Leitung (horizontale Linie) unterbrochen ist, entstehen durch Schattenbedampfung die Tunnelkontakte (siehe Kapitel 3). Das mittlere Stück bildet dann die Insel des Transistors. Die Gateelektrode ist von oben an die Insel herangeführt. b) 4-Kontakt-SET-Layout, wie es vom Elektronenstrahlschreiber geschrieben wird, c) Beschaltung des 4-Kontakt-Layouts bei den eigentlichen Messungen und d) REM-Bild einer fertigen 4-Kontakt-Probe. Die Gateelektroden sind beim 4-Kontakt-Layout symmetrisch auf beiden Seiten angeordnet um einen asymmetrischen Proximityeffekt bei der Elektronenstrahlithographie zu vermeiden. Bei den eigentlichen Messungen werden jeweils zwei Tunnelkontakte parallel als *Source* und *Drain* angeschlossen. Die beiden Gates werden immer parallel geschaltet.

theoretischen Beschreibungen (siehe Kapitel 6). Dies lässt die ebenfalls mögliche Bestimmung von C_{Σ} mit Hilfe einer semiklassischen Theorie (z. B. Göppert und Grabert, 1998) aus temperaturabhängigen Messungen der Coulomboszillationen sinnvoller erscheinen (siehe Abschnitt 5.2.2), die eine Bestimmung von C_{Σ} mit einem Fehler kleiner 5% ermöglicht. Im Folgenden werden wir die von uns durchgeführten Messungen vorstellen, die gewählten Vorgehensweisen bei der Bestimmung der Parameter beschreiben und die auftretenden Probleme diskutieren.

5.1. Messungen und Skalierung

Bei den Messungen an den niederohmigen Al/AlO_x/Al-Einzelelektronentransistoren waren wir vor allem an den Eigenschaften im normalleitenden Zustand interessiert. Die in Aluminium bei

Temperaturen unterhalb von $T_c = 1,18$ K auftretende Supraleitung wurde daher im Allgemeinen durch Anlegen eines Magnetfeldes von $B = 1$ T vollständig unterdrückt.

Unser Messaufbau ermöglicht es, gleichzeitig den durch die Probe fließenden DC-Strom und die Antwort auf ein zusätzlich aufgeprägtes AC-Spannungssignal mittels Lock-in-Technik zu messen. Dies ist vor allem von Vorteil, wenn Coulomboszillationsmessungen bei möglichst kleinen DC-Transportspannungen durchgeführt werden sollen. Mit der DC-Strommessung lässt sich kontrollieren, ob die Transportspannung tatsächlich klein war oder ob eine Drift dazu geführt hat, dass während der Messung das Linear-Response-Regime verlassen wurde. Die eigentliche Messgröße ist hier der Quotient aus der aufgeprägten AC-Spannung und dem mittels Lock-in-Technik gemessenen AC-Stromsignal. Dieser Quotient kann mit dem differentiellen Leitwert identifiziert werden:

$$G = \frac{dI}{dU} \approx \frac{I_{ac}}{U_{ac}}.$$

In dieser Arbeit werden fast ausschließlich Coulomboszillationsmessungen präsentiert, die die Messungen des differentiellen Leitwerts G und nicht des DC-Stromes I_{sd} zeigen. Da bei der Messung der Coulomboszillationen nur geringe Ströme fließen, kam bei diesen Messungen ausschließlich die BB-Verstärkerschaltung (siehe Abschnitt 4.2.3) als Vorverstärker zum Einsatz.

Aus den Coulomboszillationsmessungen lässt sich die Gatekapazität C_g mit einer Genauigkeit von 0,25 % bestimmen. Gesamtwiderstand und Gesamtkapazität eines SET werden üblicherweise aus der Strom-Transportspannungs-Kennlinie (I_{sd} - U_{sd} -Kennlinie) bei hohen Transportspannungen bestimmt. Hier ist die Analyse der DC-Messung zweckmäßiger, da nur der Probenwiderstand direkt aus der AC-Messung entnommen werden kann. Zur Bestimmung der Gesamtkapazität müsste die AC-Messung numerisch integriert werden. Dabei wird auch das Messrauschen mit aufsummiert und man erhält eine Kurve, die ein deutlich höheres Rauschsignal als die DC-Messung aufweist.

Bei der Messung der I_{sd} - U_{sd} -Kennlinien werden Transportspannungen von maximal 20 mV an die Probe angelegt. Vor allem bei den sehr niederohmigen Proben fließen dann verhältnismäßig hohe Ströme. Daher kam bei diesen Messungen meist die S-Schaltung mit einer Verstärkung von 10^7 V/A als Vorverstärker zum Einsatz (siehe Abschnitt 4.2.3).

Eine Schwäche der von uns angewandten Zwei-Punkt-Messung ist, dass sie nicht erlaubt, zwischen dem eigentlichen Widerstand der Probe und dem Widerstand der Zuleitungen zu unterscheiden. Bei den üblichen, hochohmigen Einzelelektronentransistoren sind die Zuleitungswiderstände vernachlässigbar klein gegenüber dem eigentlichen Probenwiderstand. Bei den hier betrachteten Transistoren mit niedrigen Widerständen werden sie jedoch relevant und müssen in geeigneter Form berücksichtigt werden. Unser Probenlayout lässt allerdings eine direkte Messung der Zuleitungswiderstände nicht zu. Zwar kann der Widerstand der im Probenhalter eingebauten Kabel bei Raumtemperatur gemessen werden, jedoch ist der Widerstand der auf dem Probenchip strukturierten Zuleitungen nicht direkt zugänglich. Er wird daher aus der Geometrie des jeweiligen Layouts, d. h. der Anzahl der Einheitsflächen (*Quadratrate*) pro Zuleitung und dem Widerstand pro Quadrat abgeschätzt. Für den Quadratwiderstand R_{\square} benutzen wir einen von Sypli (1998) an identisch hergestellten Proben bestimmten Wert von $R_{\square} = 0,7 \pm 0,3 \Omega$. Aus der Probengeometrie ergibt sich eine Anzahl von 150 ± 12

Quadraten pro Zuleitung des Transistors. Zu den so bestimmten Widerständen der Zuleitungen auf dem Probenchip müssen nun noch die Widerstände der Kabel des Probenhalters von $R_{PH} = 244 \Omega$ pro Leitung addiert werden. Damit errechnet man für die Proben mit 2-Kontakt-Layout einen Zuleitungswiderstand von $R_{2L} = 700 \pm 100 \Omega$, für die Proben mit drei Kontakten $R_{3L} = 525 \pm 70 \Omega$ und für die 4-Kontakt-Proben $R_{4L} = 230 \pm 45 \Omega$.¹ Durch die Zuleitungswiderstände fällt an der eigentlichen Probe nicht die aufgeprägte Spannung U ab, da U durch den vom Probenwiderstand R_P und den Zuleitungswiderstand R_L gebildeten Spannungsteiler aufgeteilt wird. An der Probe liegt daher nur die Spannung $U_{sd} = U - U_L = U - IR_L$ an. Dies wird bei der Skalierung der Daten entsprechend berücksichtigt.

5.2. Bestimmung der Probenparameter

5.2.1. Bestimmung des Probenwiderstandes

Zur Bestimmung des Widerstandes R_{sum} der beiden Tunnelkontakte in Serie werden die Strom-Spannungs-Kennlinien – wie zuvor beschrieben – bis zu Source-Drain-Spannungen von maximal $U_{sd} = \pm 20$ mV gemessen. Aus der asymptotischen Steigung der I_{sd} - U_{sd} -Kennlinie bei hohen Transportspannungen (siehe Abb. 5.2) ergibt sich dann der Serienwiderstand R_{sum} der beiden Tunnelkontakte. Aufgrund von Nichtlinearitäten in der I_{sd} - U_{sd} -Kennlinie (siehe Abschnitt 5.2.2) ist die Bestimmung von R_{sum} mit einem Fehler von ca. 2% behaftet. Unser in Abbildung 5.1 gezeigtes Probenlayout mit vier Tunnelkontakten erlaubt sechs verschiedene Möglichkeiten, jeweils zwei Tunnelkontakte in Serie zu schalten. Aus den entsprechenden $R_{sum,i}$, $i = 1 \dots 6$, kann dann der Widerstand der einzelnen Tunnelkontakte durch einfache algebraische Umformungen berechnet werden. Mit den so bestimmten vier Widerständen R_{s_i} , R_{d_i} , $i = 1, 2$, lässt sich nun die Kopplungsstärke

$$\alpha = \frac{R_K}{R_{||}}$$

mit

$$R_{||} = \left(\sum_{i=1,2} \frac{1}{R_{s_i}} + \frac{1}{R_{d_i}} \right)^{-1}$$

und $R_K = h/e^2$ direkt berechnen. Eventuell vorhandene Asymmetrien in den Widerstandswerten der einzelnen Tunnelkontakte werden auf diese Art berücksichtigt.

Bei den in dieser Arbeit präsentierten Messungen an den Einzelelektronentransistoren mit 4-Kontakt-Layout wurden jeweils zwei Kontakte parallel geschaltet, die dann *Source* und *Drain* bildeten (siehe Abbildung 5.1 c). Das in dieser Beschaltung bestimmte R_{sum} entspricht dem Hochtemperaturwiderstand R_0 des untersuchten Transistors.

¹ Bei den Proben mit drei Kontakten werden zwei Kontakte auf einer Seite und bei den Proben mit vier Kontakten jeweils zwei Kontakte auf beiden Seiten parallel geschaltet. Dies führt zu einer entsprechenden Parallelschaltung der Zuleitungen.

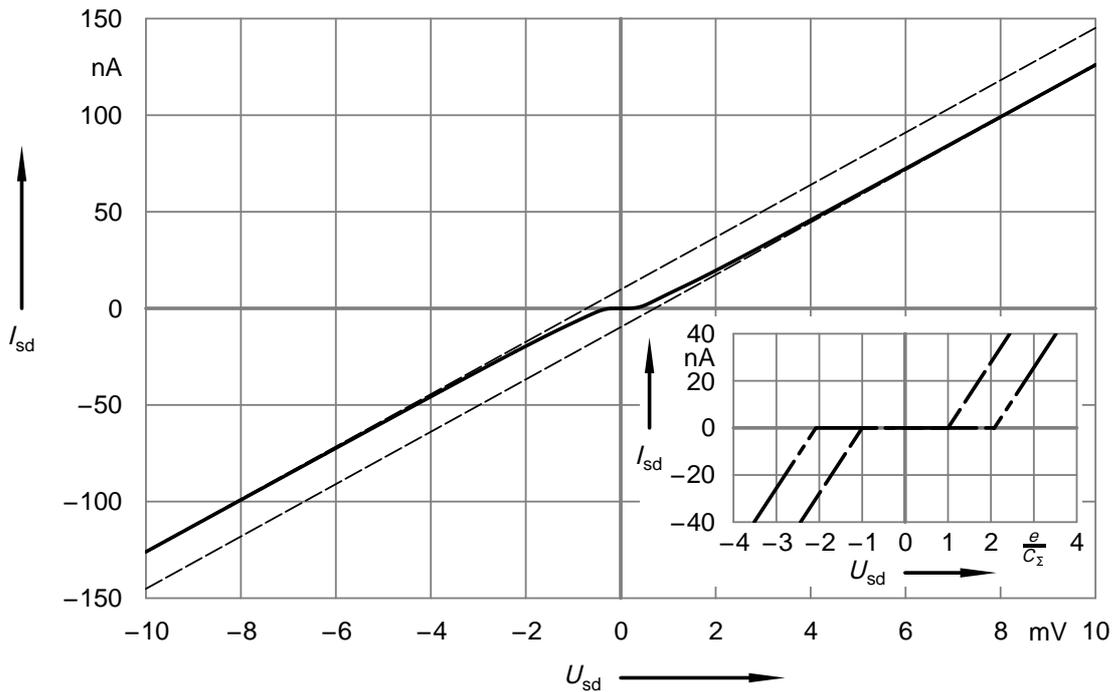


Abbildung 5.2. I_{sd} - U_{sd} -Kennlinie eines SET, gemessen an Probe V. Zur Bestimmung des Serienwiderstandes und der Gesamtkapazitäten wurde bei hohen positiven und negativen Transportspannungen jeweils eine Gerade angepasst. Der Serienwiderstand ergibt sich aus der Steigung der Geraden, die Gesamtkapazität lässt sich aus den Schnittpunkten der beiden Geraden mit der Spannungsachse berechnen (siehe Text). Inset: Theoretischer Verlauf der Kennlinien bei $T = 0$ für die Beschreibung mit einer niederohmigen Umgebung ($U_{\text{off}} = e/C_{\Sigma}$, --) und für die Beschreibung mit einer hochohmigen Umgebung ($U_{\text{off}} = e/2C_1 + e/2C_2$, —).

Beim üblichen 2-Kontakt-Layout des Transistors (siehe Abbildung 5.1a) entspricht das in der einzig möglichen Anschlusskonfiguration bestimmte R_{sum} dem Hochtemperaturwiderstand R_0 des Transistors. Eine Bestimmung der einzelnen Widerstände ist nicht möglich. Deshalb kann hier für den Parallelwiderstand R_{\parallel} und damit auch für die Kopplungsstärke α nur eine untere Schranke angegeben werden. Den minimalen Parallelwiderstand $R_{\parallel, \text{min}}$ erhält man, wenn sich der Serienwiderstand symmetrisch auf die beiden Tunnelkontakte verteilt, d. h. wenn $R_s = R_d = R_0/2$ gilt. Für α_{min} ergibt sich dann:

$$\alpha_{\text{min}} = \frac{4R_K}{R_0}.$$

Eine Asymmetrie der Tunnelwiderstände führt jedoch zu einer deutlichen Erhöhung von α gegenüber α_{min} . Da man sich bei Herstellung der niederohmigen Tunnelkontakte im Grenzbereich der möglichen Herstellungsparameter bewegt, ist das Auftreten solcher Asymmetrien nicht unwahrscheinlich. Betrachtet man die an unserem 4-Kontakt-Layout gemessenen Widerstände der Einzelkontakte (Probe V–VII in Tabelle 5.1), so findet man Verhältnisse von bis zu 1:4 zwischen einzelnen Source- und Drain-Widerständen. Sichtbar wird dies beim 2-Kontakt-Layout erst bei einem Vergleich der innerhalb des Linear-Response-Regimes temperaturab-

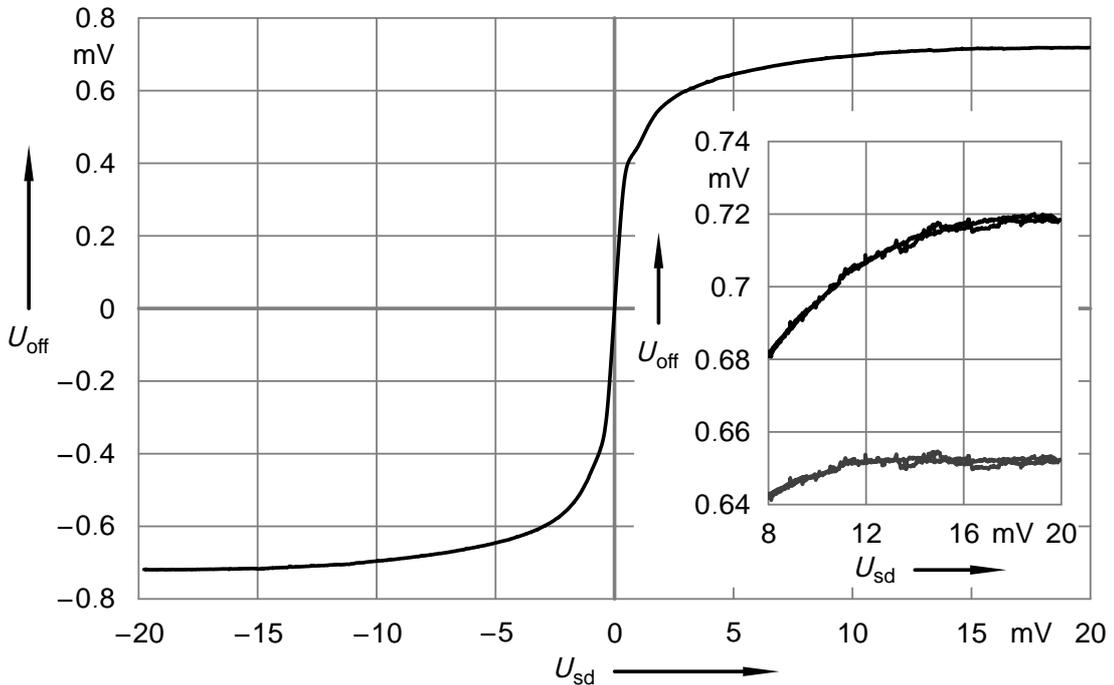


Abbildung 5.3. $U_{\text{off}} = U_{\text{sd}} - I(U_{\text{sd}})R_{\text{sum}}$ als Funktion von U_{sd} für Probe V. Die Steigung $G_{\text{sum}} = 1/R_{\text{sum}}$ der abgezogenen Geraden wurde so gewählt, dass die Steigung bei hohen U_{sd} minimiert wird. Inset: ein Ausschnitt derselben Daten, vergrößert. Der negative Ast wurde dabei in den ersten Quadranten geklappt. Die Krümmung der Kennlinie bis zu höchsten Spannungen ist deutlich zu erkennen (siehe Text). Zusätzlich ist hier die Kennlinie eingezeichnet, die sich nach Abzug der Effekte, die von der Metall-Isolator-Metall-Tunnelkennlinie herrühren, ergibt (grau).

hängig gemessenen Coulomboszillationen mit den entsprechenden Theorien (siehe Kapitel 6 und Göppert et al. (2000)). Damit ist α beim 2-Kontakt-Layout ein Fitparameter und nicht – wie beim 4-Kontakt-Layout – unabhängig von der theoretischen Beschreibung der temperaturabhängigen Kurven bestimmbar.

5.2.2. Bestimmung der Ladungsenergie

Auch die Gesamtkapazität C_{Σ} und damit die Ladungsenergie $E_c = e^2/2C_{\Sigma}$ wird üblicherweise aus den $I_{\text{sd}}-U_{\text{sd}}$ -Kennlinien bestimmt. Dazu werden, wie in Abbildung 5.2 dargestellt, bei hohen negativen und positiven Transportspannungen Näherungsgeraden an die Kennlinie angepasst und zu kleinen Spannungen extrapoliert. Der Abstand der Schnittpunkte der beiden Geraden mit der Spannungsachse sei $2 \cdot U_{\text{off}}$. Für die Gesamtkapazität gilt dann $C_{\Sigma} = e/U_{\text{off}}$. Diese Art der Bestimmung von C_{Σ} ist jedoch mit einer erheblichen Ungenauigkeit behaftet. Der Wert von U_{off} hängt stark davon ab, bei welcher Transportspannung man die Asymptoten ansetzt. Deutlich sichtbar wird dies in Abbildung 5.3. Dort ist

$$U_{\text{off}}(U_{\text{sd}}) = U_{\text{sd}} - I(U_{\text{sd}}) \cdot R_{\text{sum}} \quad (5.1)$$

aufgetragen, wobei R_{sum} gerade so gewählt wurde, dass die Steigung bei den höchsten angelegten Transportspannungen minimiert wird. Naiv würde man erwarten, dass die Steigung der Kurve schnell sättigt, sobald die Transportspannung die Coulombblockade-Schwellspannung e/C_{Σ} deutlich überschreitet. Dies ist jedoch eindeutig nicht der Fall. Selbst bei den höchsten angelegten Transportspannungen ist die $I_{\text{sd}}-U_{\text{sd}}$ -Kurve gekrümmt und zeigt nicht das erwartete lineare Verhalten. Durch die fortwährende Krümmung der $I_{\text{sd}}-U_{\text{sd}}$ -Kennlinie lässt sich zum einen der aus der Steigung der Geraden gewonnene Probenwiderstand R_{sum} nur mit einem Fehler von 2 % bestimmen, zum anderen wird eine genaue Bestimmung von C_{Σ} unmöglich. Eine Veränderung der Geradensteigung $G_{\text{sum}} = 1/R_{\text{sum}}$ um 2 % führt direkt zu einer Veränderung von U_{off} und damit auch von C_{Σ} um 15 %.

Um diesen sehr großen Fehlerbalken zu reduzieren, haben wir versucht, die Ursachen für die auch bei hohen Transportspannungen noch zu beobachtende Krümmung der $I_{\text{sd}}-U_{\text{sd}}$ -Kennlinie zu finden. Eine quantitative theoretische Beschreibung des gesamten Kurvenverlaufs könnte dann ermöglichen, den Parameter C_{Σ} mit einer höheren Genauigkeit zu bestimmen. Die Suche nach einer solchen Beschreibung stellte sich jedoch als sehr schwierig heraus, da der exakte Verlauf der $I_{\text{sd}}-U_{\text{sd}}$ -Kurve von vielen, zum Teil unbekanntem Parametern abhängt. Wir wollen im Folgenden verschiedene Theorien vorstellen, mit denen der Kennlinienverlauf beschrieben werden kann, und versuchen mit ihrer Hilfe C_{Σ} zu bestimmen.

Ein möglicher Ansatz zum qualitativen Verständnis des Verhaltens ist die Annahme einer Renormierung der Ladungsenergie E_c aufgrund der starken Kopplung bei niedrigen Transportspannungen. Man erwartet, dass durch eine Erhöhung der Transportspannung diese Renormierung sukzessive aufgehoben wird (Geerligs et al., 1990). Eine quantitative Beschreibung dieses Effekts steht unseres Wissens nicht zur Verfügung. Die bei sehr hohen Transportspannungen angepassten Geraden sollten nach dieser Beschreibung die besseren Werte für U_{off} bzw. E_c liefern. Dies ist jedoch bei den an unseren Proben gemessenen $I_{\text{sd}}-U_{\text{sd}}$ -Kennlinien nicht der Fall. Bestimmt man den Wert für U_{off} bei den höchsten, mit unserem Messaufbau erreichbaren Transportspannungen von ± 20 mV, so findet man Werte für C_{Σ} , die in einer unplausibel großen Ladungsenergie E_c resultieren. Eine zu hohe Ladungsenergie kann jedoch durch die zuvor beschriebene Renormierung nicht erklärt werden. Es müssen daher gleichzeitig noch andere Effekte eine Rolle spielen.

Die unplausibel großen Werte von U_{off} bei den höchsten von uns gemessenen Transportspannungen zeigen, dass dort ein höherer Strom durch den Transistor fließt, als von der Theorie des Einzelelektronentunnels vorhergesagt. Dieser höhere Strom lässt sich zum Teil als Effekt der endlichen Höhe der Tunnelbarriere interpretieren. Dies äußert sich in einem nichtlinearen Verlauf der Metall-Isolator-Metall-Tunnelkennlinie, die den Coulombblockadeeffekten überlagert ist (Wahlgren et al., 1998; Lu et al., 1998; Scherer et al., 2001). Für die Tunnelkennlinie gilt unter Annahme einer rechteckigen Energiebarriere näherungsweise (Simmons, 1963b,a; Wolf, 1985):

$$I_{\text{sd}} = \frac{1}{R}(U_{\text{sd}} + \gamma U_{\text{sd}}^3) \quad \text{für} \quad U_{\text{sd}} < e\phi, \quad (5.2)$$

mit

$$\gamma = \frac{(Ae)^2}{96\phi} - \frac{Ae^2}{32\phi^{\frac{3}{2}}}, \quad (5.3)$$

wobei $A = 4\pi(2m)^{\frac{1}{2}}s/h$ ist und s den Abstand der Elektroden (Oxidschichtdicke), φ die Barrierenhöhe, e die Elementarladung, m die Masse des Elektrons und h die Planck'sche Konstante bezeichnen. Von Limbach (1998) wurde für Tunnelkontakte, die in der gleichen Apparatur mit ähnlichen Parametern hergestellt wurden, eine Oxidschichtdicke von ca. 1,5 nm gemessen. Zur Bestimmung der Schichtdicke wurde dabei der im Aufdampfer eingebaute Schwingquarz benutzt. Passt man für hohe Transportspannungen ($U_{sd} > 13$ mV) unter Berücksichtigung des Offsets durch die Coulombblockade einen Gleichung 5.2 entsprechenden Kurvenverlauf an die von uns gemessenen I_{sd} - U_{sd} -Kennlinien an und geht von einer Oxidschichtdicke von 1,5 nm aus, so findet man Werte für γ , aus denen sich eine Barrierenhöhe von ungefähr 2,4 eV ergibt. Die gefundene Barrierenhöhe entspricht hierbei sehr gut den Literaturwerten, die für thermisch hergestellte Al-Al₂O_x-Al Tunnelkontakte in einem Bereich von 0,8 eV bis 2,5 eV liegen (Hartman und Chivian, 1964; McBride et al., 1974). Jedoch lassen sich auch für eine Variation der Oxidschichtdicke um einen Faktor 2 noch Kurven nach Gleichung 5.2 berechnen, die zu unseren Messdaten und den Literaturwerten für die Tunnelbarrierenhöhe passen. Es ist also nicht möglich, aus dieser Anpassung Werte für die Oxidschichtdicke und die Barrierenhöhe zu bestimmen. Für eine wirklich exakte Bestimmung von Oxidschichtdicke und Tunnelbarriere müsste die I_{sd} - U_{sd} -Kennlinie bis zu Transportspannungen von mehreren Volt gemessen werden (McBride et al., 1974; Wolf, 1985). Zieht man nun den nichtlinearen Anteil der angepassten Tunnelkennlinien von den von uns gemessenen I_{sd} - U_{sd} -Kennlinien ab und trägt die entstandene Kurve nach Gleichung 5.1 auf, so beobachtet man die erwartete Sättigung des Anstiegs von U_{off} bei hohen Spannungen, jedoch sind die daraus gewonnenen Werte für E_c immer noch unplausibel groß im Vergleich mit den aus der semiklassischen Beschreibung der temperaturabhängig gemessenen Coulomboszillationen bestimmten Werten (siehe Seite 88). Die durch die endliche Tunnelbarriere hervorgerufenen Nichtlinearitäten sind also zu klein, um die von uns beobachteten Abweichungen der I_{sd} - U_{sd} -Kennlinie vollständig zu erklären.

Eine andere Möglichkeit zur Erklärung der auch bei hohen Transportspannungen noch zu beobachtenden Krümmung der I_{sd} - U_{sd} -Kennlinie ist der Einfluss der Umgebungsimpedanz auf die Tunnelraten des Transistors. In Abschnitt 2.2 wurde die quantenmechanische Theorie der elektromagnetischen Umgebung vorgestellt (siehe auch Ingold und Nazarov, 1992). Der Einfluss einer Impedanz $Z(\omega)$ in Serie mit einem Einzelelektronentransistor auf die Tunnelraten wird dort mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(\kappa_i, E)$ beschrieben. $P(\kappa_i, E)dE$ gibt dabei die Wahrscheinlichkeit an, mit der ein tunnelndes Elektron im Intervall $(E, E+dE)$ Energie mit der Umgebung austauscht. Der Faktor $\kappa_i = C/C_i$, $i = 1, 2$ und $C = C_1 \cdot C_2/(C_1 + C_2)$ berücksichtigt dabei die durch den zweiten Tunnelkontakt reduzierte Kopplung an die Umgebung. Im Allgemeinen lässt sich die Funktion $P(\kappa_i, E)$ nicht analytisch berechnen. Für die beiden Grenzfälle einer niederohmigen und einer hochohmigen Umgebungsimpedanz ist dies jedoch möglich. Ist $Z(\omega) = 0$, so ist nur elastisches Tunneln möglich und es gilt $P(\kappa_i, E) = \delta(E)$. Die I_{sd} - U_{sd} -Kennlinie des Transistors zeigt in diesem Fall idealerweise² eine Coulombblockade bis zu einer Schwellspannung von $U_{off} = e/C_\Sigma$. Im entgegengesetzten Grenzfall $Z(\omega) \rightarrow \infty$ ergibt sich $P(\kappa_i, E) = \delta(E - \kappa_i^2 E_c)$ für $T = 0$. Die beiden Tunnelkontakte in

² Es werden nur Tunnelleffekte 1. Ordnung berücksichtigt und für die Temperatur gilt $T = 0$.

Reihe entkoppeln und jeder Tunnelkontakt trägt zur Coulombblockade mit $e/2C_i$ bei, wobei C_i , $i = 1, 2$ die Kapazität eines einzelnen Tunnelkontakts beschreibt. Im Inset von Abbildung 5.2 sind die I_{sd} - U_{sd} -Kennlinien für die beiden Grenzfälle dargestellt. Für Zuleitungsimpedanzen $Z(\omega)$ zwischen den beiden Grenzfällen kann $P(\kappa_i, E)$ nicht als geschlossener Ausdruck angegeben werden. Ingold und Nazarov (1992) und Wahlgren et al. (1998) berechneten für eine niedrige, aber endliche Zuleitungsimpedanz eines *einzelnen* Tunnelkontaktes die Funktion $P(E)$ numerisch. In diesem Fall besitzt $P(E)$ einen Peak bei niedrigen Spannungen und einen langen flachen Ausläufer zu hohen Spannungen hin. Für den Transistor erwarten wir einen ähnlichen Verlauf von $P(\kappa_i, E)$, da dort zwar der durch den zweiten Tunnelkontakt reduzierte Einfluss mittels des Faktors κ_i berücksichtigt werden muss, die restliche Beschreibung jedoch identisch ist. Aus dieser Form von $P(\kappa_i, E)$ ergibt sich für die I_{sd} - U_{sd} -Kennlinie ein kontinuierlicher Übergang vom Verlauf entsprechend der niederohmigen Beschreibung mit einem Spannungsoffset von e/C_Σ bei niedrigen Biasspannungen zu einem Verlauf entsprechend der hochohmigen Beschreibung mit einem Spannungsoffset von $e/2C_1 + e/2C_2$ bei hohen Biasspannungen. Von Ingold et al. (1991) wurden I_{sd} - U_{sd} -Kennlinien für Einzelelektronentransistoren unter Berücksichtigung endlicher Umgebungsimpedanzen berechnet. Schon bei Zuleitungswiderständen von $R_{env}/R_K = 0,05$ ist ab Transportspannungen von $4 \cdot e/C_\Sigma$ ein deutlicher Übergang in Richtung der hochohmigen Beschreibung zu erkennen. Qualitativ könnte ein solcher Übergang also die von uns gemessenen I_{sd} - U_{sd} -Kennlinien beschreiben. Eine quantitative Aussage darüber, in welcher Art und Weise und in welchem Spannungsbereich dieser Übergang stattfindet, ist jedoch sehr schwer zu machen, da wir die zur Berechnung von $P(\kappa_i, E)$ notwendigen Kenntnisse über die Umgebungsimpedanz $Z(\omega)$ bei unseren Proben nicht besitzen. Da es sehr schwierig ist, alle Effekte, die einen Einfluss auf den Verlauf der I_{sd} - U_{sd} -Kennlinie haben, voneinander zu trennen, schienen uns aufwändige numerische Simulationen zur Bestimmung von $P(\kappa_i, E)$ nicht geeignet, uns unserem eigentlichen Ziel, der Bestimmung von C_Σ , näherzubringen.

Eine Möglichkeit, auf einfachere Art mehr über den Verlauf des Übergangs zu lernen, bietet das sogenannte *Horizont-Modell* (Delsing et al., 1989). Dieses ursprünglich von Büttiker und Landauer (1986) entwickelte Modell beschreibt den Einfluss der Umgebung als allein von den Streukapazitäten der Zuleitungen, die als Verzögerungsleitungen modelliert werden, verursacht. Der Wert der zu berücksichtigenden Kapazität ergibt sich aus der Länge der Verzögerungsleitung in der Umgebung der Tunnelkontakte, über die sich eine elektromagnetische Welle in einer charakteristischen Zeit τ ausbreiten kann. Von Nazarov (1989a) wurde vorgeschlagen, dass für Einzelelektronensysteme bei tiefen Temperaturen dies die *Unbestimmtheitszeit* $\tau \approx \hbar/eU_{sd}$ sein soll. Damit ergibt sich für die Länge des *Ereignishorizonts* (Wahlgren et al., 1995)

$$l = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \frac{\hbar}{eU_{sd}}, \quad (5.4)$$

wobei c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und ϵ_{eff} die effektive Dielektrizitätskonstante bezeichnen. Qualitativ erhält man damit das gleiche Verhalten wie bei der zuvor beschriebenen $P(E)$ -Theorie: Bei niedrigen Transportspannungen ist der Ereignishorizont groß und die gesamten Streukapazitäten der Umgebung werden berücksichtigt. Das Tunnelement verhält sich entsprechend der Beschreibung für eine niederohmige Umgebung. Bei hohen Transport-

spannungen dagegen werden nur die Streukapazitäten in der direkten Umgebung berücksichtigt und das Tunnelement verhält sich gemäß der Beschreibung für die hochohmige Umgebung.

Wir wollen nun das *Horizont-Modell* benutzen, um abzuschätzen, ob schon bei den von uns angelegten Transportspannungen ein Übergang zwischen niederohmiger und hochohmiger Beschreibung beobachtbar sein kann. Dazu wollen wir die von der Länge des Ereignishorizontes abhängige Kapazität $C_l(U_{sd})$ der Zuleitungen betrachten. Für die Kapazität eines Leiterstreifens der Länge l , der Breite w und des Abstands h zur Erdung gilt (Wahlgren et al., 1995):

$$C_l = 2\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{eff}} \frac{l}{\ln\left(\frac{8d}{w}\right)}, \quad d = \min(h, l). \quad (5.5)$$

Setzt man für die effektive Dielektrizitätskonstante einen Wert von $\epsilon_{\text{eff}} = 6,5$ (Wahlgren et al., 1995) ein, so findet man bei einer Transportspannung von 10 mV Zuleitungskapazitäten, die ungefähr dem dreifachen Wert der Kapazitäten der untersuchten Einzelelektronentransistoren entsprechen. Dies bedeutet, dass die Zuleitungskapazitäten keine perfekte Transportspannungsquelle mehr darstellen, wie bei der niederohmigen Beschreibung angenommen wurde. Die Zeitskala des Ladungsausgleich nach einem Tunnelvorgang übersteigt dann $\tau_c = h/E_c$ und es kommt an beiden Tunnelkontakten zu einer Coulombblockade. Dies entspricht der Beschreibung mit einer hochohmigen Umgebung. Man befindet sich also schon bei diesen Transportspannungen im Bereich zwischen *globaler* Beschreibung (niederohmige Umgebung) und *lokaler* Beschreibung (hochohmiger Umgebung) (siehe auch Abschnitt 2.1).

Von Wahlgren et al. (1995) wurde vorgeschlagen, zur Auswertung der I_{sd} - U_{sd} -Kennlinien anstatt des in Gleichung 5.1 definierten U_{off} , das empfindlich vom jeweils gewählten R_{sum} abhängt, die lokal definierte Größe

$$U_W(U_{sd}) = U_{sd} - \frac{I_{sd}}{dI_{sd}/dU_{sd}} \quad (5.6)$$

zu verwenden. Die von Wahlgren et al. (1995) an Einzelelektronentransistoren mit relativ langen Inseln gemessenen Kennlinien zeigen in dieser Auftragung nach einem steilen Anstieg bei sehr niedrigen Transportspannungen einen linearen Anstieg mit geringer Steigung, der sich mit dem sich zu hohen Spannungen hin verkleinernden *Ereignishorizont* erklären lässt. Für sehr hohe Spannungen beobachtete er eine Sättigung des Anstiegs, die er mit dem Entkoppeln der einzelnen Kontakte gleichsetzte. Wird an diesen linearen Anstieg eine Gerade angepasst, so erhält man durch Extrapolation auf die U_W -Achse den Wert für e/C_Σ . Dieses Verfahren lässt sich für unsere Proben jedoch nicht anwenden, da U_W bei unseren Proben mit sehr niedrigem Widerstand eine so große Rauschamplitude zeigt, dass das Anpassen einer Geraden keine verlässlichen Ergebnisse liefert (siehe Abbildung 5.4). Zur Berechnung von U_W wurde dabei zum einen der mit der DC-Messung bestimmte Strom I_{sd} , zum anderen der mittels Lock-in Technik bestimmte differentielle Leitwert dI_{sd}/dU_{sd} verwendet. Glättet man den gemessenen differentielle Leitwert vor der Berechnung von U_W , so lässt sich die Rauschamplitude reduzieren. Passt man an diese Kurve eine Gerade an und extrapoliert auf die U_W -Achse, so erhält man Werte für C_Σ , die deutlich kleiner als die von uns durch die semiklassische Beschreibung der temperaturabhängig gemessenen Coulomboszillationen bestimmten Werte (siehe Seite 88).

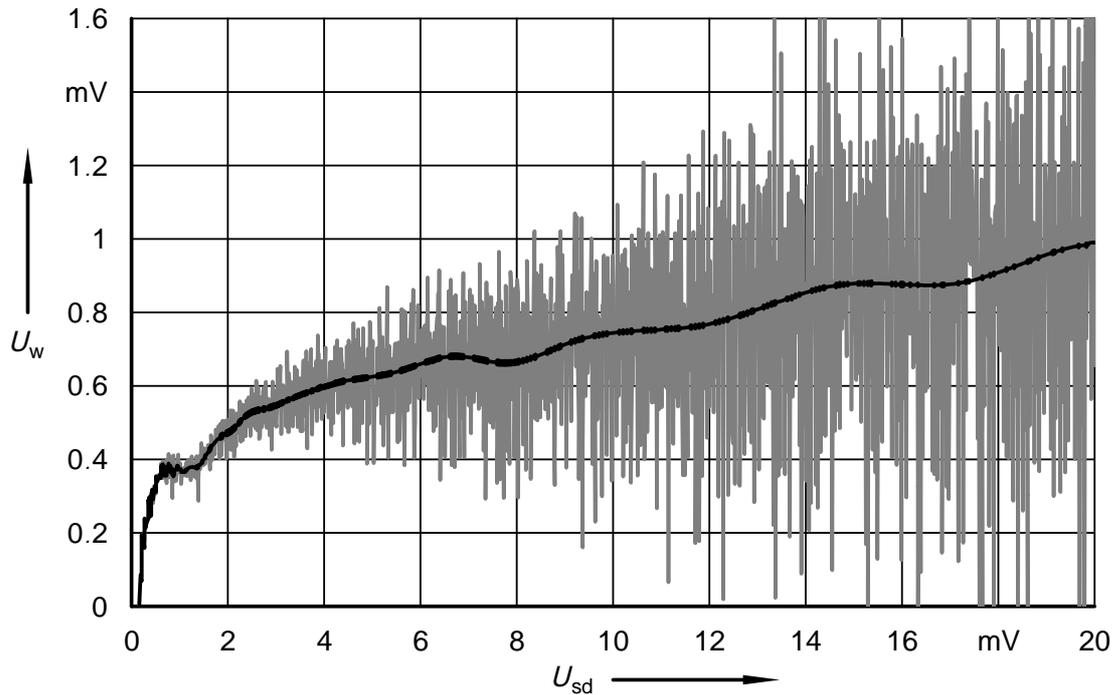


Abbildung 5.4. $U_W = U_{sd} - \frac{I_{sd}}{dI_{sd}/dU_{sd}}$ als Funktion von U_{sd} . Der negative Ast wurde dabei in den ersten Quadranten geklappt. Zur Berechnung von U_W wurde der mit der DC-Messung bestimmte Strom I_{sd} und der gleichzeitig mit Lock-in Technik gemessene differentielle Leitwert dI_{sd}/dU_{sd} benutzt. Ohne Filterung ergibt sich eine Kurve (grau), die mit einer so großen Rauschamplitude behaftet ist, dass eine Auswertung in dieser Auftragsung keine exakten Ergebnisse liefert. Die schwarze Kurve erhält man, wenn vor der Berechnung von U_W der gemessene Leitwert durch einen Spline geglättet wird.

Das Ergebnis hängt zudem stark davon ab, in welchem Bereich der U_W -Kurve man die Gerade anpasst.

Da die Bestimmung der Gesamtkapazität C_Σ aus den I_{sd} - U_{sd} -Kennlinien nicht mit der gewünschten Genauigkeit möglich ist, haben wir versucht, C_Σ aus anderen Messungen zu bestimmen.

Eine andere Methode, die Gesamtkapazität C_Σ zu bestimmen, ist die Analyse der *Sub-Gap*-Strukturen des SET im supraleitenden Zustand (Joyez et al., 1997; Hadley et al., 1998). In Abbildung 5.5 ist der Strom durch Probe V im supraleitenden Zustand als Funktion der Gatespannung U_g und der Transportspannung U_{sd} gezeigt. Die eingezeichneten *Höhenlinien* entsprechen konstanten Stromwerten auf einer logarithmischen Skala. Wie durch die Beschriftung der Pfeile in Abbildung 5.5 kenntlich gemacht, besteht zwischen den deutlich sichtbaren Strukturen, dem supraleitenden Gap Δ , sowie einem renormierten Wert E_c^S der Ladungsenergie ein direkter Zusammenhang. E_c^S kann mit einer Genauigkeit von 3% bestimmt werden. Um den Zusammenhang zwischen E_c^S und E_c herzustellen, kann für eine nicht zu starke Kopplung ein

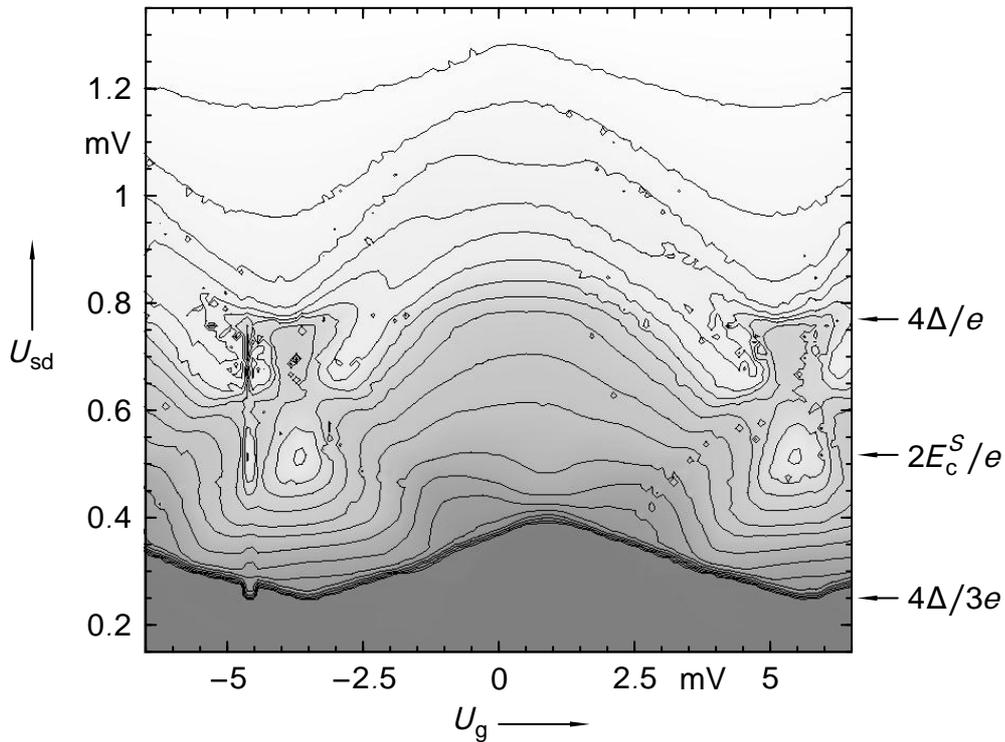


Abbildung 5.5. Strom durch Probe V im supraleitenden Zustand als Funktion der Gatespannung U_g und der Transportspannung U_{sd} . Die dunkle Schattierung entspricht einem niedrigen, die helle einem hohen Strom. Iso-Strom-Linien mit logarithmischem Abstand sind für Werte von 7 pA bis 7 nA (sechs Linien pro Dekade) eingezeichnet.

störungstheoretisches Ergebnis benutzt werden (siehe Anhang A):

$$\frac{E_c^S}{E_c} = 1 - \frac{\alpha}{\pi^2} \Gamma\left(\frac{E_c}{\Delta}\right), \quad (5.7)$$

wobei

$$\Gamma(x) = x \int_0^\infty u^2 K_1^2(u) \exp(-xu) du \quad (5.8)$$

ist und K_1 eine modifizierte Besselfunktion bezeichnet (Joyez et al., 1997; Bouchiat, 1997). $\Gamma(x)$ ist dabei eine monotone Funktion ihres Arguments, die bei $x = 0$ den Wert 0 annimmt und sich für große x asymptotisch dem Wert 1 annähert. I_{sd} - U_g - U_{sd} -Kennlinienfelder im supraleitenden Zustand wurden nur bei den Proben V und VII aufgenommen. Bei Probe V, die ein moderates $\alpha = 1,40$ besitzt, wird die Renormierung gut durch das in Gleichung 5.7 gegebene störungstheoretische Ergebnis beschrieben. Für Probe VII mit $\alpha = 4,75$ jedoch ist die störungstheoretische Entwicklung, die in niedrigster, nicht verschwindender Ordnung zu Gleichung 5.7 führt, nicht mehr gültig. Damit hilft das exaktere E_c^S aus der Analyse der Sub-Gap-Strukturen letztendlich bei der Suche nach den Parametern, die einem Vergleich der Daten mit den theoretischen Vorhersagen für große α erlauben, nur bedingt weiter.

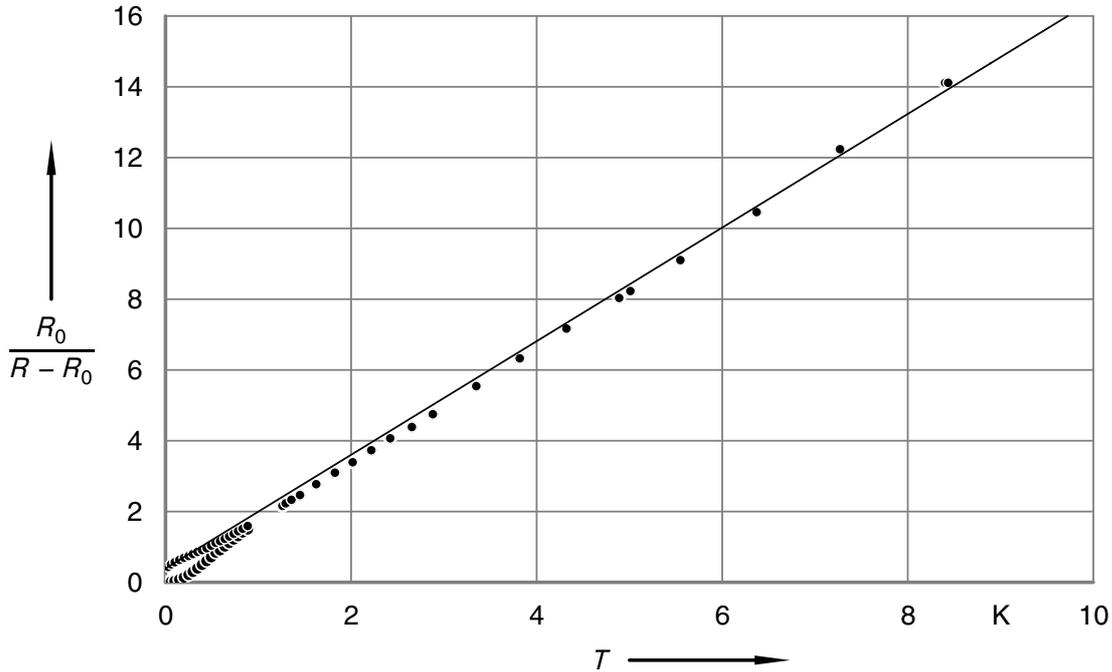


Abbildung 5.6. Inverse Widerstandserhöhung $R_0/(R - R_0)$, gemessen bei verschwindender Transportspannung an Probe VII ($\alpha = 4,75$) in Abhängigkeit von der Temperatur. Daran angepasst ist im Temperaturbereich von 4 K bis 8 K eine Gerade nach Gleichung 5.10, aus der sich die Ladungsenergie E_c ergibt.

Als letzte Methode haben wir versucht, die Ladungsenergie direkt aus den in Abhängigkeit von der Temperatur gemessenen Leitwertmaxima und -minima der Coulomboszillationen bei verschwindender Transportspannung zu bestimmen. Bei Temperaturen $k_B T \gg E_c$ zeigen diese Messungen keine Coulomboszillationen im eigentlichen Sinn mehr. Es sind keine Leitwertminima und -maxima mehr erkennbar. In diesem Temperaturbereich wird der temperaturabhängige Verlauf des Leitwertes sehr gut durch die semiklassische Theorie (Golubev et al., 1997; Göppert und Grabert, 1998) beschrieben. Danach gilt für den Leitwert bei hohen Temperaturen näherungsweise:

$$\frac{G}{G_0} = 1 - \frac{1}{3k_B T} E_c + \frac{E_c^2}{k_B^2 T^2} \left(\frac{3\alpha\zeta(3)}{2\pi^4} + \frac{1}{15} \right) \quad (5.9)$$

Göppert et al. (2000) bemerkten, dass diese Hochtemperaturnäherung nicht in jedem Fall ausreicht, um den Verlauf des Leitwertes zu beschreiben. Insbesondere für sehr große α sollte immer die vollständige semiklassische Beschreibung benutzt werden. Farhangfar et al. (2001) konnten allerdings ihre Messungen an eindimensionalen Arrays von niederohmigen Tunnelkontakten mit ähnlichen Gesamtwiderständen wie die unserer Proben mit Gleichung 5.9 beschreiben, solange sie nur Werte bei Temperaturen $k_B T \gg \alpha E_c / 2\pi^2$ berücksichtigten. Für diesen Temperaturbereich lässt sich Gleichung 5.9 als *inverse Widerstandserhöhung* $R_0/(R - R_0)$

5. Probencharakterisierung

schreiben, für die gilt:

$$\frac{R_0}{R - R_0} = \frac{3k_B T}{E_c} + \frac{27\alpha\zeta(3)}{2\pi^4} + \frac{3}{5} - 1. \quad (5.10)$$

R_0 bezeichnet dabei den Probenwiderstand bei hohen Transportspannungen und R den aus den temperaturabhängigen Messungen gewonnenen Widerstand. In dieser Darstellung wird ein Vergleich der gemessenen Daten mit der Hochtemperaturnäherung besonders einfach, da sich für den Verlauf der Theorie eine Gerade ergibt. In Abbildung 5.6 ist $R_0/(R - R_0)$ für Probe VII in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt. Im Bereich von 4 K bis 8 K wurde eine Gerade nach Gleichung 5.10 angepasst, aus der sich eine Ladungsenergie von $E_c = 3,34$ K ergibt. Für diese Probe wurde zusätzlich zu unserer Anpassung von Theis (2001) ein Fit mit der vollständigen semiklassischen Beschreibung durchgeführt. Der dabei gefundene Wert unterscheidet sich von dem mit der Hochtemperaturnäherung gewonnenen nur um 1%.

Die semiklassische Beschreibung der Temperaturabhängigkeit des Leitwerts stellt unserer Meinung nach die beste Methode dar, die Ladungsenergie E_c und damit auch die Gesamtkapazität C_Σ zu bestimmen. Mit den so gefundenen Werten gelingt es sehr gut, die in Kapitel 6 dargestellten Messungen über den gesamten Temperaturbereich durch die Störungstheorie oder Quanten-Monte-Carlo-Simulationen zu beschreiben. Benutzt man Werte für C_Σ , die man aus den I_{sd} - U_{sd} -Kennlinien gewonnen hat, so ergibt sich eine deutlich schlechtere Beschreibung der Messkurven aus Kapitel 6 durch die verschiedenen Theorien.

Tabelle 5.1. Parameter der in dieser Arbeit untersuchten SET. Die Proben I-IV sind im 2-Kontakt-Layout, die Proben V-VII im 4-Kontakt-Layout strukturiert. Bei den 4-Kontakt-Proben sind die Widerstände der einzelnen Tunnelkontakte $R_{s1,2}$ und $R_{d1,2}$ angegeben die durch einfache algebraische Umformungen aus Messungen in verschiedenen Anschlusskonfigurationen ermittelt werden (siehe auch Abschnitt 5.2.1). Bei den 2-Kontakt-Proben ist neben dem rechnerischen Wert für die Kopplungsstärke auch der durch den Vergleich mit den temperaturabhängigen Coulomboszillationsmessungen gefundene Wert in Klammern angegeben, sofern die beiden Werte voneinander abweichen (siehe auch Kapitel 6).

	R_0 (k Ω)	C_Σ (aF)	C_g (aF)	R_s (k Ω)	R_d (k Ω)	Δ (k_B K)	E_c^S (k_B K)	$E_{c,ren}^S$ (k_B K)	E_c (k_B K)	α
I	128,0	220	25,6						4,25	0,8 (1,1)
II	74,7	240	27,6						3,87	1,39
III	19,2	250	27,5						3,70	5,38
IV	17,2	280	30,2						3,30	5,98
V	74,5	278	18,0	39,4	$\frac{62,5}{79,7}$	2,32	3,00	3,29	3,34	1,39
VI	59,4	344	18,0	22,7	$\frac{104,2}{56,1}$				2,7	1,85
VII	23,0	497	19,0	$\frac{20,3}{16,4}$	$\frac{31,7}{23,8}$	1,97	1,70	2,26	1,87	4,75

5.3. Probenparameter

In Tabelle 5.1 sind die Widerstände, Gatekapazitäten und Gesamtkapazitäten, Ladungsenergien und Kopplungsstärken der sieben in dieser Arbeit untersuchten Proben aufgeführt. Vier der Proben (I-IV) besaßen dabei das 2-Kontakt-Layout, eine Probe (VII) ein vollständiges 4-Kontakt-Layout und zwei Proben (V, VI) waren zwar im 4-Kontakt-Layout strukturiert, hatten aber letztlich nur drei Tunnelkontakte mit endlichem Widerstand. Die drei Kontakte reichen jedoch aus, um die Werte der einzelnen Tunnelwiderstände analog zur oben beschriebenen Methode bestimmen zu können. Bei den 2-Kontakt-Proben ist normalerweise der als untere Schranke abgeschätzte Wert für die Kopplungsstärke angegeben. Bei Probe I wurde durch den Vergleich mit den temperaturabhängigen Coulomboszillationsmessungen ein davon abweichender Wert gefunden, der in Klammern angegeben ist. Die Ladungsenergie E_c wurde für die meisten Proben mit Hilfe der Hochtemperaturnäherung der analytischen semiklassischen Beschreibung bestimmt. Nur bei Probe IV, bei der keine Messungen im Bereich hoher Temperaturen durchgeführt werden konnten, wurde auf die Bestimmung aus den I_{sd} - U_{sd} -Kennlinien zurückgegriffen. Bei den Proben V und VII wurden zusätzlich I_{sd} - U_{sd} - U_g -Kennlinienfelder im supraleitenden Zustand aufgenommen und wie beschrieben ausgewertet. Die gefundenen Werte für E_c^S und die sich aus der Renormierung ergebenden Werte E_{ren}^S sind in Tabelle 5.1 aufgeführt. Für Probe V ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit dem aus der semiklassischen Beschreibung gewonnenen Wert, Probe VII besitzt ein so großes α , dass die angewandte Renormierung in erster Ordnung Störungstheorie nicht mehr ausreichend ist und zu einem zu großen Wert führt.

6. Ergebnisse und Diskussion

Im Regime der schwachen Kopplung ($\alpha \ll 1$) ist die Beschreibung mit Hilfe des sequentiellen Tunnelns (*orthodoxe Theorie*) ausreichend, um das Verhalten eines Einzelelektronentransistors vorherzusagen. Für die Leitfähigkeit des Transistors bei einer verschwindenden Transportspannung (*Linear-Response-Regime*) und bei tiefen Temperaturen sagt dieses Modell eine Oszillation des Leitwerts in Abhängigkeit von der Gatespannung U_g zwischen $G_{\min} = 0$ und $G_{\max} = G_0/2$ voraus, wobei G_0 die Leitfähigkeit des Transistors bei hohen Temperaturen und hohen Transportspannungen bezeichnet (Ingold und Nazarov, 1992). Mit wachsender Kopplungsstärke müssen Korrekturen zur *orthodoxen* Theorie berücksichtigt werden, die zu messbaren Effekten als Funktion der Kopplungsstärke α und der Temperatur T führen. Die experimentell am einfachsten zugänglichen Effekte treten im Leitwert G_{\min} und G_{\max} , gemessen an Einzelelektronentransistoren mit hohen Leitwerten, als Funktion der Temperatur T auf. Von der Theorie wurde hier eine Reduktion des Leitwertmaximums G_{\max} proportional zu $1/\ln(T)$ vorhergesagt (Schoeller und Schön, 1994), die durch Messungen von Joyez et al. (1997) bestätigt werden konnte. Gleichzeitig verbreitert sich der Coulomboszillations-Peak proportional zu $T \cdot \ln(T)$. Bei endlichen Transportspannungen werden ähnliche Effekte erwartet, die jedoch im Allgemeinen durch *Self-heating*-Effekte überlagert werden.

Aufbauend auf der ersten Theorie von Schoeller und Schön (1994), die für einen Vergleich zwischen Theorie und Experiment einen renormierten Wert für die Ladungsenergie erforderlich machte, wurde von König et al. (1997, 1998) eine diagrammatische Störungstheorie entwickelt, die eine quantitative Beschreibung ohne Renormierung der Probenparameter ermöglicht. Sie gilt für den Bereich einer mittleren Kopplung mit $\alpha \lesssim 1$. Neben diesen störungstheoretischen Ansätzen existiert zum einen eine analytische semiklassische Beschreibung der Leitfähigkeit im Linear-Response-Regime für beliebige α bei hohen Temperaturen (Golubev und Zaikin, 1996; Golubev et al., 1997; Göppert und Grabert, 2000), zum anderen kann die Temperaturabhängigkeit der Maxima und Minima des Leitwerts mit Hilfe einer numerischen Quanten-Monte-Carlo Methode für alle α und alle Temperaturen berechnet werden (Göppert et al., 2000).

In diesem Kapitel wollen wir den Einfluss der Kopplungsstärke α und der Temperatur auf den maximalen und den minimalen Leitwert G_{\max} und G_{\min} anhand der von uns durchgeführten temperaturabhängigen Coulomboszillationsmessungen diskutieren. Diese beiden Größen können mit der höchsten Genauigkeit aus den Messungen extrahiert werden und sind daher der beste Ausgangspunkt für einen Vergleich zwischen Theorie und Experiment. Wir werden unsere Messungen mit den verschiedenen Theorien vergleichen, soweit diese für uns zugänglich waren. Insbesondere sind von Theis (2001) Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen (*QMC-Rechnungen*) zu einer unserer Proben mit starker Kopplung durchgeführt worden, die eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messdaten zeigen.

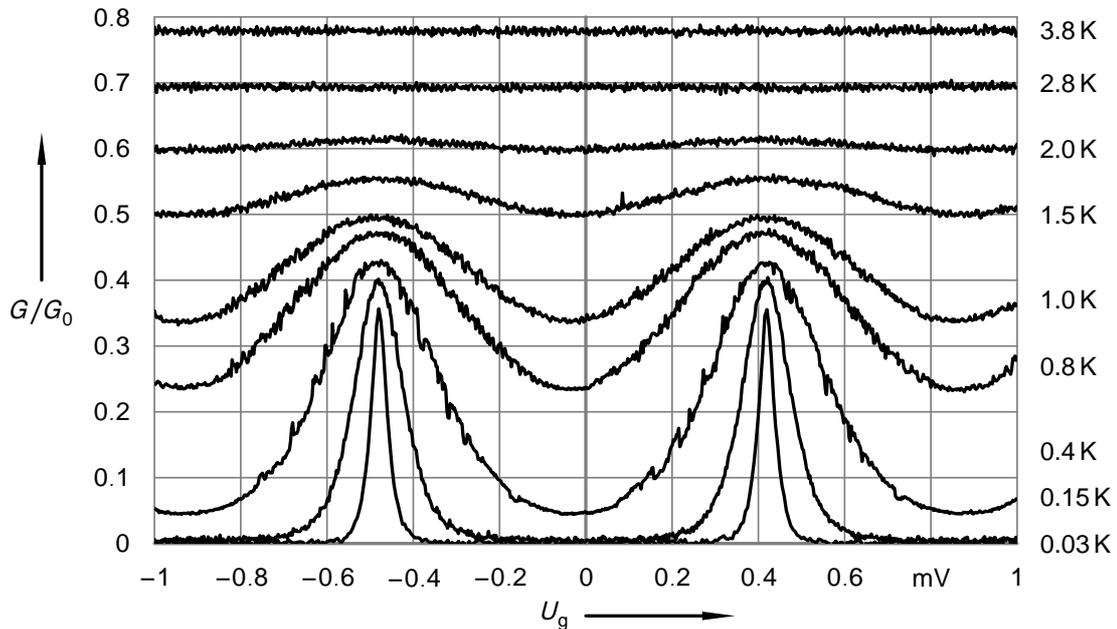


Abbildung 6.1. Rohdaten der Messungen an Probe III. Gezeigt wird der Leitwert, normiert auf den Leitwert bei hohen Temperaturen G_0 als Funktion von der Gatespannung U_g bei den auf der rechten Seite des Bildes jeweils angegebenen Temperaturen.

6.1. Temperaturabhängige Coulomboszillationsmessungen

In Abbildung 6.1 sind die Rohdaten der Coulomboszillationsmessungen an Probe III bei verschiedenen Temperaturen dargestellt. Die Messungen des differentiellen Leitwerts $G = dI/dU$ mittels Lock-in-Technik wurden bei verschwindender DC-Transportspannung aufgenommen. Durch die gleichzeitige Beobachtung des DC-Stromes durch die Probe konnte dies immer sichergestellt werden. Bei der Wahl der Amplitude des aufmodulierten AC-Signales wurde besonders darauf geachtet, dass der AC-Strom keine *Self-heating*-Effekte verursacht (siehe Abschnitt 4.3.3) und somit die Ergebnisse der Messungen bis zu tiefsten Temperaturen unabhängig von der gewählten AC-Amplitude waren. Die von der Theorie vorhergesagte Reduktion der Peakhöhe als Funktion der Temperatur wird schon in den Rohdaten in Abbildung 6.1 deutlich sichtbar. Solche Coulomboszillationsmessungen wurden an allen sieben von uns untersuchten Proben (siehe Tabelle 5.1) bei Temperaturen im Bereich von 26 mK bis maximal 18 K durchgeführt. Aus den Messungen wurden dann jeweils der minimale und der maximale Leitwert $G_{\min}(T)$ und $G_{\max}(T)$ bestimmt. In den Abbildungen 6.2 – 6.6 sind die an den einzelnen Proben gefundenen Leitwerte, normiert auf den jeweiligen Hochtemperatur-Leitwert G_0 , als Funktion der auf die entsprechenden Ladungsenergien E_c normierten Temperatur dargestellt. Die Probenparameter sind in Tabelle 5.1 aufgeführt.

Die bei den meisten Proben auffällige Lücke in den Datenpunkten in der Nähe von $0,3 k_B T/E_c$ entspricht dem Temperaturbereich zwischen 0,7 K und 1 K, in dem unser Mischkryostat kaum auf einer konstanten Temperatur zu halten ist (siehe Abschnitt 4.1). Es gelang

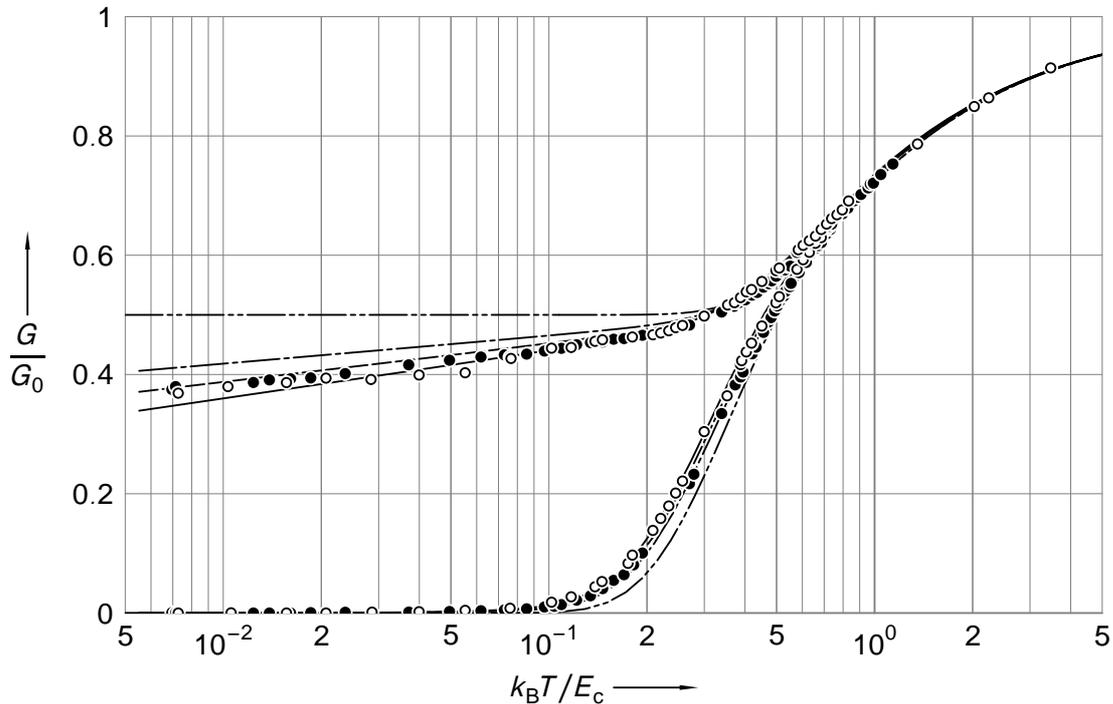


Abbildung 6.2. G_{\min} und G_{\max} normiert auf die Hochtemperatur-Leitfähigkeit G_0 , gemessen an Probe I (\bullet) und Probe II (\circ) als Funktion der normierten Temperatur. G_{\min} und G_{\max} entsprechen der minimalen bzw. der maximalen Linear-Response-Leitfähigkeit als Funktion der Gatespannung U_g . Die Linien entsprechen der Vorhersage nach der *orthodoxen Theorie* (---), die für $\alpha \ll 1$ gültig ist und den Vorhersagen einer störungstheoretischen Entwicklung in zweiter Ordnung in α für unterschiedliche Werte von α (— · —: $\alpha = 0,8$, - - -: $\alpha = 1,1$, —: $\alpha = 1,39$).

daher nur selten, in diesem Bereich verwertbare Messungen durchzuführen. Auch wurden nicht alle Messungen bis zu Temperaturen von 18 K durchgeführt, da wir anfangs für diese hohen Temperaturen kein geeignetes Thermometer in unserem Kryostaten eingebaut hatten. Dieses wurde erst später nachgerüstet.

6.2. Vergleich mit theoretischen Vorhersagen

6.2.1. Proben mit 2-Kontakt-Layout

In Abbildung 6.2 sind die wie oben beschrieben bestimmten temperaturabhängigen Werte für $G_{\min}(T)$ und $G_{\max}(T)$ für die Proben I und II in logarithmischer Auftragung zusammen mit theoretischen Vorhersagen für verschiedene Werte der Kopplungsstärke α dargestellt. Die experimentell ermittelten Werte für G_{\min} und G_{\max} weichen bei tiefen Temperaturen deutlich von den gezeigten Vorhersagen der *orthodoxen Theorie* ab. Die beiden Proben besitzen eine unterschiedliche Hochtemperatur-Leitfähigkeit (I: $G_0 = R_0^{-1} = 7,8 \mu\text{S}$, II: $G_0 = 13,39 \mu\text{S}$). Aus diesen Werten lässt sich eine untere Schranke für die Kopplungsstärke $\alpha = 4G_0/G_k$ abschätzen (I: $\alpha_{\min} = 0,81$, II: $\alpha_{\min} = 1,39$). Trotz der errechneten unterschiedlichen Werte von α sind die

gemessenen temperaturabhängigen Daten einander sehr ähnlich. Zur genaueren Analyse unserer Daten wollen wir sie mit Vorhersagen aus einer störungstheoretischen Entwicklung in α bis zur zweiten Ordnung vergleichen, die alle relevanten virtuellen Zustände berücksichtigt, wobei allerdings nur zwei benachbarte Zustände klassisch besetzt sind (König et al., 1997, 1998).¹ In Abbildung 6.2 sind Rechnungen für $\alpha = 0,8$, $\alpha = 1,1$ und $\alpha = 1,39$ nach dieser Theorie gezeigt. Es ist deutlich zu sehen, dass die Theoriekurve für $\alpha = 0,8$ nicht zu den Messungen an Probe I passt, für die wir ein entsprechendes α_{\min} errechnet haben. Eine genauere Analyse zeigt, dass man die beste Übereinstimmung zwischen dem störungstheoretischen Ergebnis und den Messdaten von Probe I für ein $\alpha = 1,1$ erhält. Ein solcher erhöhter Wert von α ergibt sich, wenn die Leitfähigkeit der Tunnelkontakte, G_s und G_d eine Asymmetrie von $G_s:G_d = 10:3$ besitzen. Das Auftreten einer solchen Asymmetrie ist nicht unwahrscheinlich. Die beiden Proben I und II wurden auf dem gleichen Probenchip direkt nebeneinander hergestellt. Insgesamt waren vier Einzelelektronentransistoren im 2-Kontakt-Layout auf diesem Probenchip strukturiert. Drei davon hatten ungefähr die gleichen Leitfähigkeiten wie Probe II, nur Probe I zeigte einen reduzierten Wert von G_0 . Das angenommene Leitwertverhältnis von 10:3 bei dieser Probe könnte erreicht werden, wenn man annimmt, dass nur einer der beiden Tunnelkontakte einen erhöhten Widerstand besitzt.

Eine entsprechende Asymmetrie musste auch von Göppert et al. (2000) bei der Beschreibung der Messungen von Joyez et al. (1997) an einer Probe mit einem $\alpha_{\min} = 7,3$ angenommen werden. Die Messungen ließen sich nur dann durch die Rechnungen mittels Quanten-Monte-Carlo-Simulationen beschreiben, wenn für die Rechnungen ein $\alpha = 10$ angenommen wurde. Dieser erhöhte Wert ließe sich durch eine Asymmetrie von 3:1 erklären.

Bei dem von uns ebenfalls benutzten 4-Kontakt-Layout (siehe Abbildung 5.1) lassen sich die Widerstände der einzelnen Tunnelkontakte bestimmen. Man stellt fest, dass – zumindest bei unseren Proben – eine Asymmetrie in den *Source*- und *Drain*-Tunnelkontakten im Verhältnis 3:1 keine Seltenheit ist (siehe Tabelle 5.1).

Beim 4-Kontakt-Layout lässt sich die Kopplungsstärke α exakt berechnen und damit vollkommen unabhängig von den temperaturabhängigen Messungen von G_{\min} und G_{\max} bestimmen. Allerdings hat das 4-Kontakt-Layout den Nachteil, dass durch die zusätzlichen Tunnelkontakte die Gesamtkapazität C_Σ der Insel erhöht und dadurch die Ladungsenergie des SET reduziert wird. Dies führt dazu, dass die Messungen, bezogen auf die normierte Temperatur $k_B T/E_c$, im Falle der 2-Kontakt-Proben bis zu deutlich tieferen Temperaturen gehen als bei Proben mit 4-Kontakt-Layout. So lässt sich bei der in Abbildung 6.3 gezeigten Probe III mit $\alpha = 5,38$ und $E_c = 3,7 k_B K$ das $1/\ln(T)$ -Verhalten über einen weiteren Bereich beobachten, als dies bei der Probe VII (Abbildung 6.6), die im 4-Kontakt-Layout strukturiert ist und ein $\alpha = 4,75$ und $E_c = 1,87 k_B K$ besitzt, der Fall ist.

Neben Probe III werden in Abbildung 6.3 auch einige Messpunkte bei tiefen Temperaturen an Probe IV mit $\alpha = 5,98$ gezeigt. Leider wurde diese Probe durch einen Spannungsstoß

¹ Zur Berechnung der störungstheoretischen Vorhersagen stand uns zum einen ein von König (1999) implementiertes Programm zur Verfügung, zum anderen wurden uns entsprechende Rechnungen für unsere Probenparameter auch von Göppert (2001) zur Verfügung gestellt. Seine Rechnung basiert auf einer systematischen Entwicklung der Gleichung (1) aus Göppert et al. (2000) in Imaginärzeit. Beide Rechnungen liefern nahezu identische Ergebnisse.

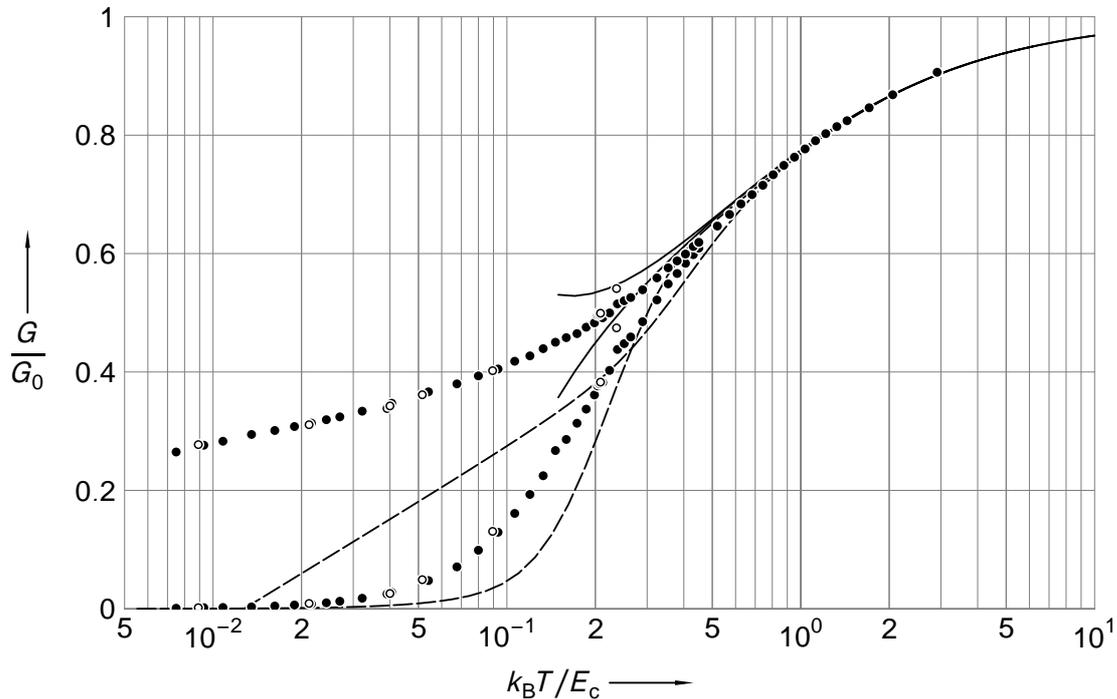


Abbildung 6.3. Minimale und maximale Linear-Response-Leitfähigkeit G_{\min} und G_{\max} normiert auf die Hochtemperatur-Leitfähigkeit G_0 , gemessen an Probe III (\bullet , $\alpha = 5,38$) und Probe IV (\circ , $\alpha = 5,98$) als Funktion der normierten Temperatur. Im Bereich hoher Temperaturen werden die Daten gut durch die theoretische Vorhersage nach einer analytischen semiklassischen Theorie von Göppert und Grabert (2000) beschrieben (---). Die störungstheoretisch berechneten Kurven (---) können bei diesem hohen α die Probe nicht mehr beschreiben.

zerstört, bevor eine vollständige temperaturabhängige Messung aufgenommen werden konnte. Für höhere Werte von α bewegt sich der Aufspaltungspunkt zwischen $G_{\min}(T)$ und $G_{\max}(T)$ und der bei etwas tieferen Temperaturen zu beobachtende steile Leitwertanstieg zu niedrigeren Werten von $k_B T / E_c$. Vergleicht man die Messungen an Probe III mit einem Aufspaltungspunkt bei $k_B T / E_c = 5 \cdot 10^{-1}$ und Probe IV, so ist gerade noch zu erkennen, dass bei Probe IV mit ihrem höheren errechneten α_{\min} der steile Anstieg des Leitwertes etwas früher einsetzt. Es ist daher davon auszugehen, dass Probe IV auch tatsächlich ein höheres α als Probe III besitzt, obwohl die Messpunkte bei tieferen Temperaturen direkt aufeinander fallen. Die hohen Werte für α , die die Proben III und IV besitzen, liegen außerhalb des Bereichs, in dem eine Beschreibung mit der Störungstheorie in zweiter Ordnung möglich ist. Für diese Wertebereiche von α lassen sich die Daten nur durch einen analytischen semiklassischen Ansatz (Golubev und Zaikin, 1996; Göppert und Grabert, 2000) oder durch numerische Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen (*QMC-Rechnungen*) (Göppert et al., 2000) beschreiben. Die numerischen QMC-Rechnungen sind sehr aufwendig und wurden deshalb nur für eine unserer 4-Kontakt-Proben durchgeführt. Die analytische semiklassische Beschreibung dagegen ist in

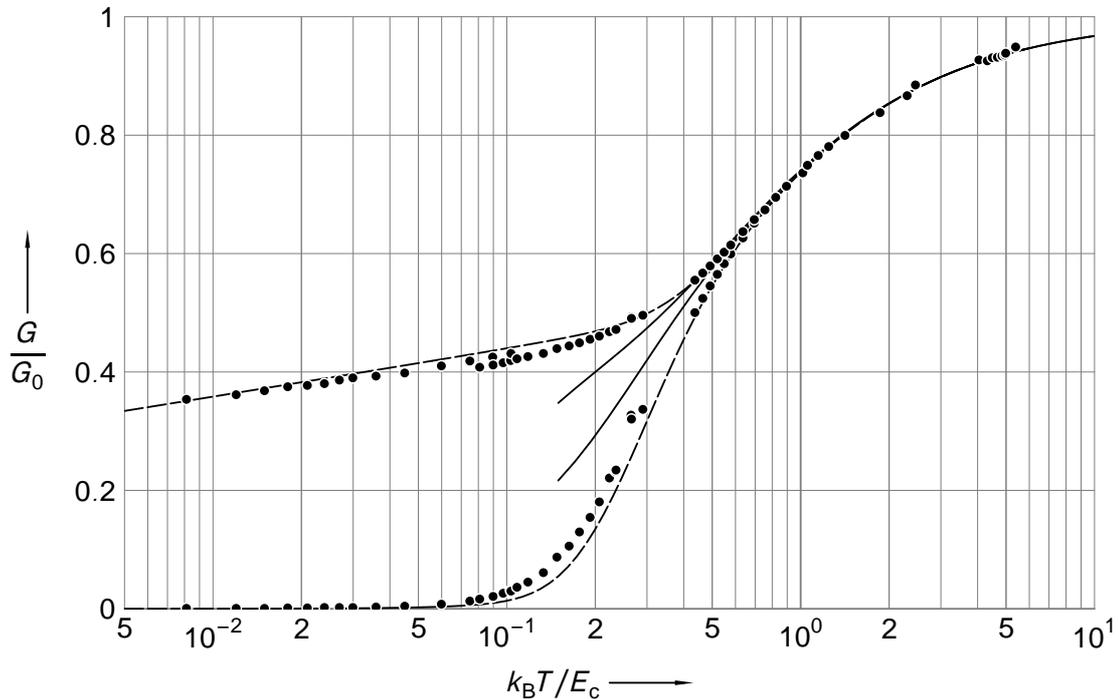


Abbildung 6.4. Linear-response-Leitfähigkeit G_{\min} und G_{\max} normiert auf die Hochtemperatur-Leitfähigkeit G_0 , gemessen an Probe V (\bullet , $\alpha = 1,39$) als Funktion der normierten Temperatur. Die Daten werden über den gesamten Messbereich von den störungstheoretischen Vorhersagen (—) gut beschrieben. Im Bereich hoher Temperaturen fällt diese Beschreibung mit den theoretischen Vorhersagen der semiklassischen Theorie von Göppert und Grabert (2000) zusammen (—).

Abbildung 6.3 dargestellt.² Diese Theorie beschreibt jedoch den temperaturabhängigen Verlauf des Leitwerts nur im Bereich hoher Temperaturen gut. In diesem Bereich wird bei Probe III eine sehr gute Übereinstimmung beobachtet. Somit ist davon auszugehen, dass die beiden in die theoretische Beschreibung eingehenden Parameter – die Ladungsenergie E_c sowie der Kopplungsstärke α – korrekt bestimmt worden sind.

6.2.2. Proben mit 4-Kontakt-Layout

Das 4-Kontakt-Layout ermöglicht uns, die bei den 2-Kontakt-Proben auftretende Unsicherheit bei der Bestimmung von α zu vermeiden, da hier die Bestimmung der Widerstände der einzelnen Tunnelkontakte und damit die exakte Berechnung von α möglich ist (siehe Kapitel 5.2.1). In den Abbildungen 6.4–6.6 werden die an den Proben V–VII gewonnenen Messdaten gezeigt, bei denen α mit einer Genauigkeit von ca. 3% bekannt ist. Damit ist ein Vergleich mit der Theorie ohne freien Parameter möglich. Der größte experimentelle Fehler wird durch

² Die theoretischen Ergebnisse der analytischen semiklassischen Beschreibung für unsere Proben wurden uns freundlicherweise von Georg Göppert zur Verfügung gestellt.

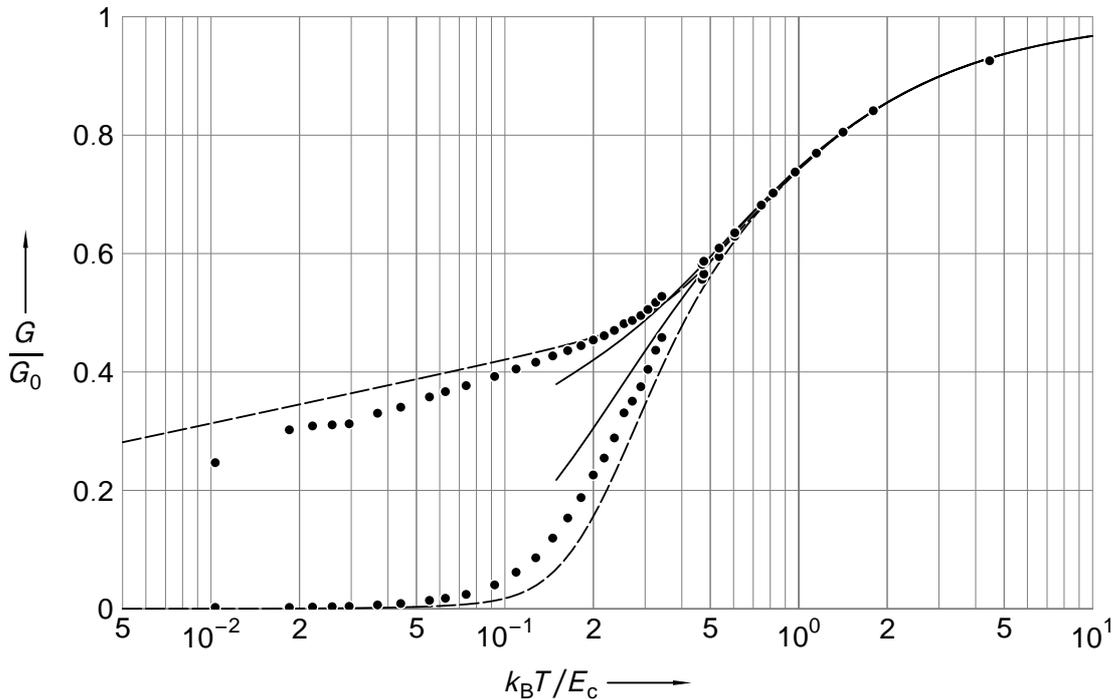


Abbildung 6.5. Linear-Response-Leitfähigkeit G_{\min} und G_{\max} normiert auf die Hochtemperatur-Leitfähigkeit G_0 , gemessen an Probe VI (\bullet , $\alpha = 1,85$) als Funktion der normierten Temperatur. Die Beschreibung durch die Störungstheorie (---) ist hier nicht mehr im gesamten Temperaturbereich ausreichend. Im Bereich hoher Temperaturen lassen sich die Daten sowohl von der Störungstheorie als auch von der semiklassischen Theorie (—) gut beschreiben.

die Bestimmung von E_c eingeführt, dessen Bestimmung wir in Kapitel 5.1 diskutiert haben. Jedoch wird anhand des Vergleichs der temperaturabhängigen Daten mit den theoretischen Vorhersagen deutlich, dass das letztlich bestimmte E_c sehr gut zu den Messungen passt. Bei hohen Temperaturen fallen die analytische semiklassische Beschreibung, die störungstheoretische Beschreibung und – soweit vorhanden – die Quanten-Monte-Carlo-Daten zusammen und beschreiben unsere Daten. Dies spricht dafür, dass unsere Werte für E_c richtig bestimmt wurden.

Die in Abbildung 6.4 gezeigten Messdaten an Probe V mit einem mittleren $\alpha = 1,40$ wird sehr gut von den störungstheoretischen Vorhersagen beschrieben. Die gemessenen Werte für G_{\max} weisen bei Temperaturen von $k_B T / E_c = 10^{-1}$ einen kleinen Sprung auf. Er wurde wahrscheinlich dadurch verursacht, dass bei dieser Messung ab dieser Temperatur zum ersten Mal mit dem nachgerüsteten *Cernox*-Thermometer für den Temperaturbereich von 300 mK bis 100 K gemessen wurde. Dabei kam es durch den Anschluss der dazu nötigen Messgeräte zunächst zu Problemen mit *Erdschleifen* (siehe Kapitel 4.2.1), die zu einem erhöhten Messrauschen führten, was im weiteren Verlauf der Messungen aber wieder behoben werden konnte. Dass dadurch ein Sprung in den Messdaten verursacht wurde, stellten wir erst bei der nachträglichen Auswertung der Daten fest, weshalb diese Messpunkte nicht erneut gemessen werden konnten.

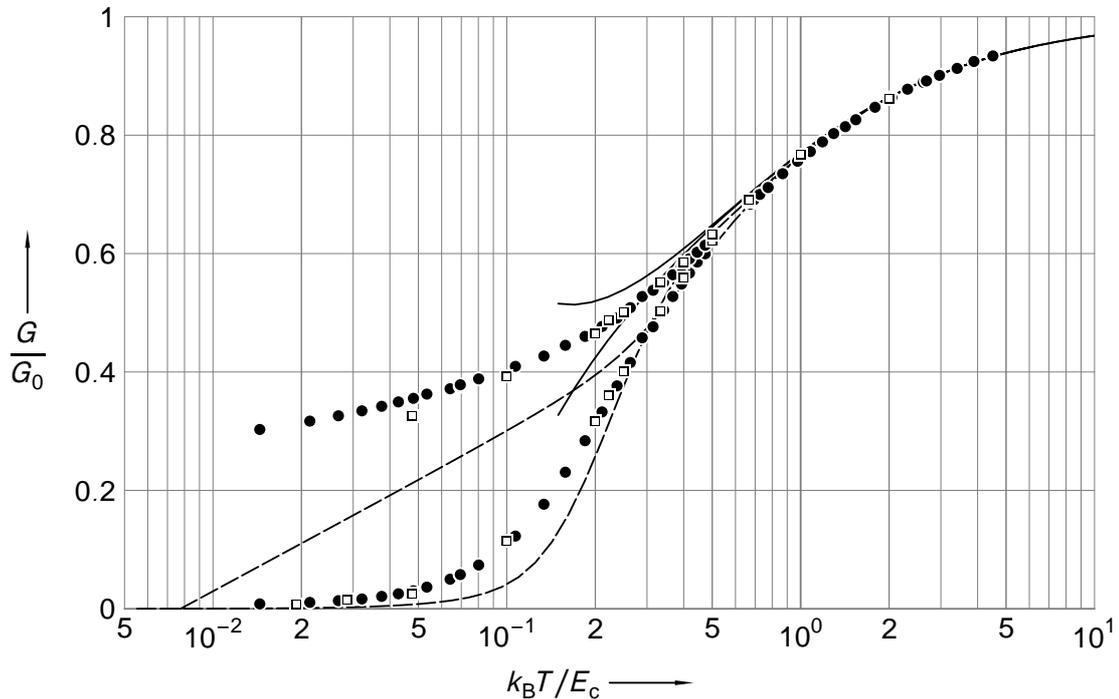


Abbildung 6.6. Minimale und maximale Linear-Response-Leitfähigkeit G_{\min} und G_{\max} normiert auf die Hochtemperatur-Leitfähigkeit G_0 , gemessen an Probe VII (\bullet , $\alpha = 4,75$) als Funktion der normierten Temperatur. Neben der Beschreibung durch die Störungstheorie (---), die für diese α nicht mehr ausreichend ist und der analytischen semiklassischen Theorie, die die Daten bei hohen Temperaturen gut beschreibt (—), werden die Messdaten mit einer Quanten-Monte-Carlo-Rechnung von Theis (2001), basierend auf der Arbeit von Göppert et al. (2000), gezeigt (\square).

Schon bei der in Abbildung 6.5 gezeigten Probe VI mit $\alpha = 1,85$ treten bei tiefen Temperaturen deutliche Abweichungen von der Störungstheorie auf, während bei hohen Temperaturen sowohl die störungstheoretische als auch die semiklassische Beschreibung den Verlauf der Messdaten gut wiedergibt. Während der Messungen an dieser Probe traten Probleme mit einer externen Rauschquelle auf, deren Frequenz nahe an der Lock-in-Messfrequenz lag und zu Schwebungen im Messsignal führte. Wir konnten diese Rauschquelle nicht identifizieren und ausschalten. Sie kann auch die Abweichungen vom $1/\ln(T)$ -Verhalten bei tiefen Temperaturen verursacht haben und zu der deutlich sichtbaren Abflachung im Bereich von $k_B T / E_c = 2 \cdot 10^{-2}$ geführt haben, indem sie die *effektive* Temperatur des Kryostaten erhöht hat. Die Abweichungen von der störungstheoretischen Beschreibung in diesem Temperaturbereich lassen sich dadurch jedoch nicht erklären. Die Theoriekurve für $G_{\max}(T)$ liegt für den gesamten Messbereich oberhalb der Messdaten. Eine Erhöhung der *effektiven* Temperatur würde diese Abweichung eher reduzieren.

Zu unseren Messungen an Probe VII mit einem $\alpha = 4,75$ werden zur Zeit von Theis (2001) basierend auf den Ergebnissen von Göppert et al. (2000) numerische Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen durchgeführt. Erste Ergebnisse dieser Rechnungen sind in Abbildung 6.6 zusam-

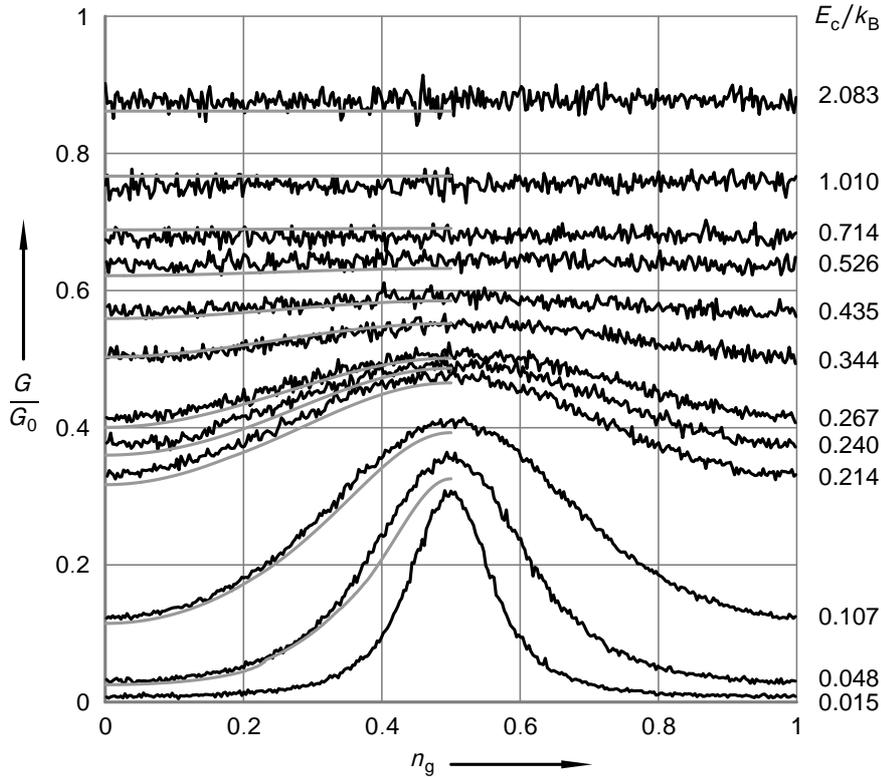


Abbildung 6.7. Coulomboszillationsmessungen an Probe VII zusammen mit Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen für diese Probe, normiert auf den Hochtemperaturleitwert G_0 in Abhängigkeit von der dimensionslosen Gatespannung $n_g = C_g U_g / e$ bei von unten nach oben wachsenden Temperaturen. Die Temperaturen der einzelnen Messungen sind am rechten Rand angegeben. Die Rechnungen wurden bei Temperaturen von (von unten nach oben) 0,048, 0,1, 0,2, 0,22, 0,25, 0,33, 0,4, 0,5, 0,67, 1, 2 E_c/k_B durchgeführt.

men mit den Messdaten dargestellt. Die QMC-Methode ist in der Lage, die Messungen über den gesamten Temperaturbereich für diesen verhältnismäßig hohen Wert für α sehr gut zu beschreiben. Für $G_{\min}(T)$ liegen die errechneten Werte exakt auf den gemessenen Daten, für $G_{\max}(T)$ treten bei tiefen Temperaturen noch geringfügige Abweichungen auf, die vermutlich durch eine bald vorhandene höhere Statistik bei den QMC-Rechnungen sowie durch eine andere Auswertemethode der Quanten-Monte-Carlo-Simulationen behoben werden können. Für die QMC-Rechnungen ist die Beschreibung des Leitwertminimums, das weit entfernt von der Entartung zweier Zustände liegt, deutlich einfacher als die Beschreibung beim Leitwertmaximum, das dem Entartungspunkt entspricht. Neben den Ergebnissen der QMC-Simulationen sind in Abbildung 6.6 wieder die Ergebnisse der störungstheoretischen Entwicklung zweiter Ordnung in α und der analytischen semiklassischen Beschreibung dargestellt. Bei hohen Temperaturen beschreiben diese beiden Theorien die Messdaten gut. Bei tiefen Temperaturen kann – wie erwartet – keine der beiden die Messdaten beschreiben.

In Abbildung 6.7 wird die Peakform der an Probe VII gemessenen Coulomboszillationen mit QMC-Rechnungen verglichen. Dazu sind die Coulomboszillationsmessungen normiert auf den

Hochtemperaturleitwert G_0 gegen die dimensionslose Gatespannung $n_g = C_g U_g / e$ zusammen mit den Ergebnissen aus den QMC-Rechnungen aufgetragen. Unsere Messdaten werden über den gesamten Verlauf sehr gut durch die Rechnungen beschrieben. Nur bei den Peakhöhen bei tiefen Temperaturen sind deutliche Abweichungen zu erkennen, die – wie schon erwähnt – vermutlich auf eine noch nicht ausreichende Statistik bei den QMC-Rechnungen zurückzuführen sind.

Die Abweichung zwischen den gezeigten Kurven für Theorie und Experiment im Bereich von $T = 0,24 E_c / k_B$ treten auf, da keine Messung für die exakte Temperatur der Rechnung vorhanden sind und in diesem Temperaturbereich schon kleine Temperaturabweichungen zu großen Veränderungen im Leitwert führen.

6.3. Diskussion

In Abbildung 6.8 ist der maximale Leitwert G_{\max} in Abhängigkeit von der Temperatur für fünf der sieben von uns vermessenen Proben gezeigt. Zusammen mit den Messdaten sind für alle Messungen die Vorhersagen der störungstheoretischen Entwicklung in α bis zur zweiten Ordnung dargestellt. Für Probe VII, für deren Parameter die QMC-Rechnungen durchgeführt wurden, sind diese Ergebnisse ebenfalls dargestellt.

Die Proben I und V mit ihren moderaten $\alpha = 1,1$ bzw. $\alpha = 1,39$ werden sehr gut von der Theorie beschrieben. Bei den Proben mit höherem α (Proben VI, VII und III) werden wachsende Abweichungen sichtbar. Die Abweichung der beiden Proben mit dem höchsten α (Probe III und VII) ist nicht überraschend, da die störungstheoretische Entwicklung in diesem Parameterbereich nicht mehr gerechtfertigt ist. Die Abweichungen, die bei Probe VI auftreten, sind eher bemerkenswert. Zum einen ist dies die einzige Messung, bei der die Theoriekurve oberhalb der Messwerte liegt, zum anderen wurden von König et al. (1997) auch Messungen an einer Probe mit $\alpha = 2,5$ erfolgreich beschrieben. Bei diesem Vergleich lag die Theoriekurve unterhalb der experimentell gefundenen Werte. Bei den Messungen an Probe VI traten messtechnische Probleme auf (siehe oben), die allerdings unserer Meinung nach eher zu einer Erhöhung der Werte für G_{\max} führen. Leider ist diese Probe die einzige, die in diesem Parameterbereich untersucht wurde, so dass sich nicht abschließend klären lässt, ob diese Abweichung systematisch ist oder auf die Probleme bei den Messungen zurückzuführen ist. Die für Probe VII durchgeführten QMC-Rechnungen beschreiben die Messungen über den gesamten Temperaturbereich sehr gut.

In Abbildung 6.9 wird der minimale Leitwert $G_{\min}(T)$ auf einer logarithmischen Skala für die gleichen Messungen wie in Abbildung 6.8 gezeigt, wiederum zusammen mit den Vorhersagen der Störungstheorie zweiter Ordnung in α . Hier sind signifikante Abweichungen von den theoretischen Vorhersagen bei allen Werten von α zu erkennen. Zwar ist bei den tiefsten Temperaturen das Lock-in-Signal nur sehr schwer von Null zu unterscheiden, doch sind die Abweichungen auch bei $k_B T / E_c = 0,05$ noch deutlich sichtbar. Bei dieser Temperatur besitzt das Lock-in-Signal eine ausreichende Genauigkeit. Die beobachteten Abweichungen sind überraschend, da G_{\min} bei einer Gatespannung gemessen wird, bei der alle Ladungszustände weit von einer Entartung entfernt sind. Die störungstheoretische Beschreibung zeigt dann keine Diver-

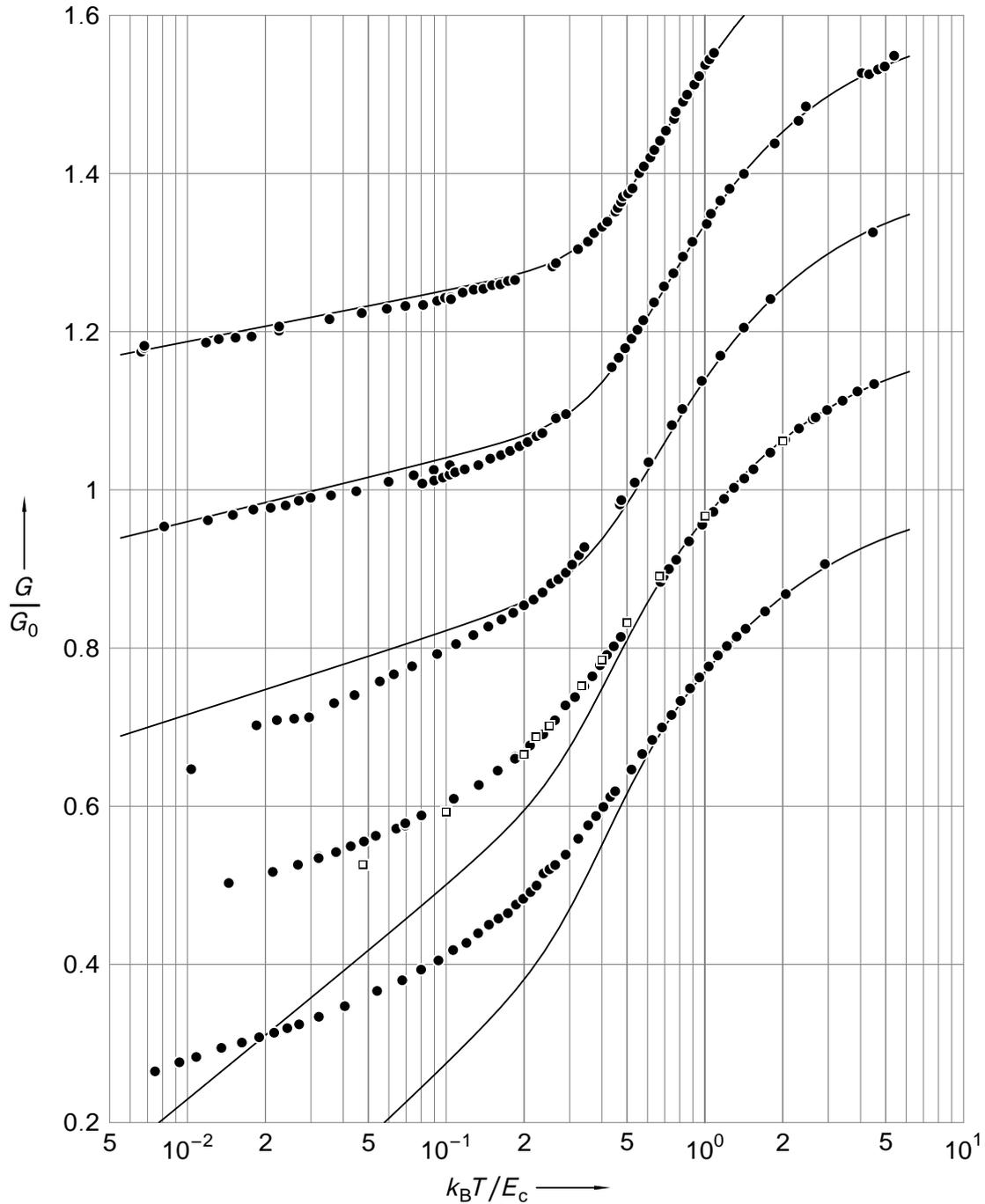


Abbildung 6.8. Maximaler Leitwert G_{\max} der Proben I, V, VI, VII, III (von oben nach unten), normiert auf den jeweiligen Hochtemperaturleitwert G_0 in Abhängigkeit der normierten Temperatur. Gleichzeitig werden die theoretischen Vorhersagen der Störungstheorie und für Probe VII die Ergebnisse der QMC-Rechnungen gezeigt. Zur besseren Übersichtlichkeit des Bildes sind die Kurven mit einem vertikalen Versatz, der sich um 0,2 von Kurve zu Kurve erhöht, dargestellt.

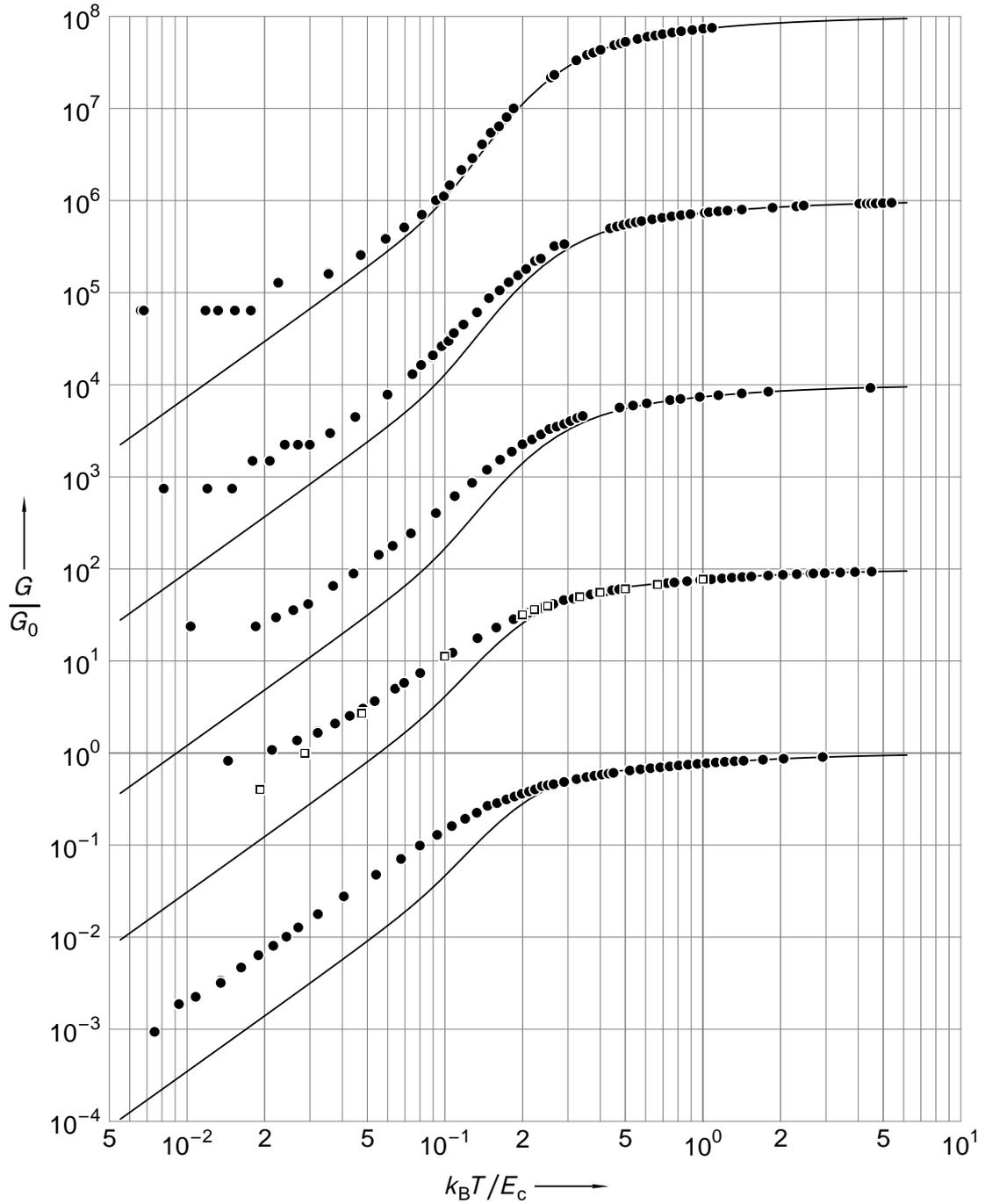


Abbildung 6.9. Minimaler Leitwert G_{\min} der Proben I, V, VI, VII, III (von oben nach unten), normiert auf den jeweiligen Hochtemperaturleitwert G_0 in Abhängigkeit der normierten Temperatur. Zusammen mit den Messdaten sind die theoretischen Vorhersagen der Störungstheorie für alle Proben und für Probe VII die Ergebnisse der QMC-Rechnungen aufgetragen. Zur besseren Übersichtlichkeit des Bildes ist die Ordinate der einzelnen Datensätze mit Faktoren 10^2 , 10^4 , etc. multipliziert.

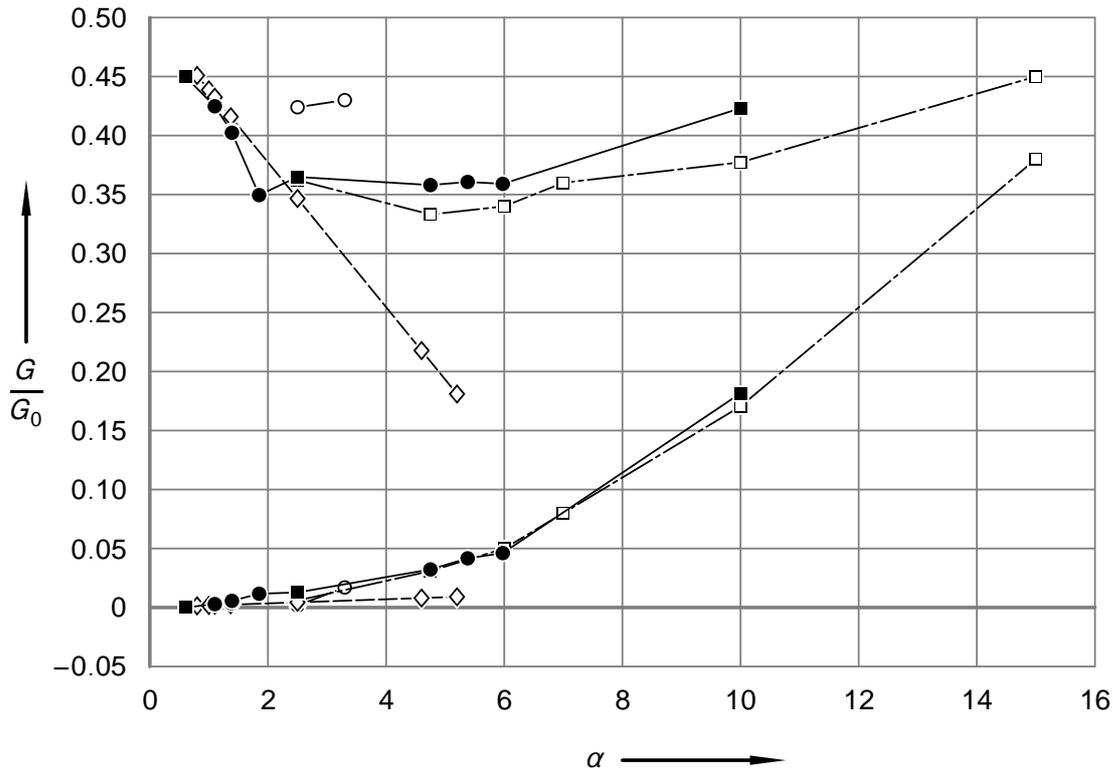


Abbildung 6.10. Minimaler und maximaler Leitwert bei einer Temperatur $k_B T / E_c = 0,05$ in Abhängigkeit von α aller von uns vermessenen Proben (\bullet) und experimenteller Ergebnisse der Messungen von Joyez et al. (1997) (\blacksquare). Gleichzeitig sind die Ergebnisse der unterschiedlichen Theorien aufgetragen (\diamond : zweite Ordnung Störungstheorie (König et al., 1997), \circ : dritte Ordnung Störungstheorie (Kuczera, 1999; Schoeller et al., 2000), \square : Ergebnisse der Quanten-Monte-Carlo-Rechnung (Göppert et al., 2000; Theis, 2001)).

genzen und es wird im Allgemeinen angenommen, dass sie hier die Messdaten bis zu mittleren Werten von α beschreiben kann (König et al., 1998). Die Abweichungen zwischen der Störungstheorie und unseren Daten erhöhen sich mit wachsendem α und zeigen, dass zumindest Korrekturen dritter Ordnung in der störungstheoretischen Entwicklung berücksichtigt werden müssen. Die Beschreibung durch die QMC-Daten für Probe VII ist, wie hier sehr deutlich sichtbar, für den gesamten Temperaturbereich hervorragend. Auch die QMC-Rechnungen zeigen eine deutliche Abweichung von den störungstheoretischen Ergebnissen zweiter Ordnung. Solche Abweichungen lassen sich auch beim Vergleich von QMC-Rechnungen für niedrigere Werte von α mit störungstheoretischen Ergebnissen zweiter Ordnung beobachten (Göppert, 2000).

Die Gültigkeitsbereiche der einzelnen Theorien werden in Abbildung 6.10 besonders deutlich. Hier sind die Messwerte an allen unseren Proben bei der Temperatur $k_B T / E_c = 0,05$ in Abhängigkeit der Kopplungsstärke α aufgetragen. Unsere Messdaten werden noch ergänzt durch die experimentellen Ergebnisse von Joyez et al. (1997), die an Proben mit dem üblichen 2-Kontakt-Layout durchgeführt wurden. Von Göppert et al. (2000) wurde bei dem Ver-

such, die Messungen von Joyez et al. an einer Probe mit einem errechneten $\alpha_{\min} = 7,3$ durch QMC-Rechnungen zu beschreiben, festgestellt, dass sich diese Probe nur mit einem angenommenen Wert von $\alpha = 10$ beschreiben ließ. Die Probe ist deshalb in Abbildung 6.10 bei diesem Wert eingezeichnet. Neben den experimentellen Ergebnissen sind in Abbildung 6.10 die Vorhersagen aller theoretischen Beschreibungen, die uns zugänglich waren, aufgetragen. Außer den Ergebnissen der störungstheoretischen Entwicklung zweiter Ordnung in α (König et al., 1997, 1998) sind zwei Vorhersagen einer störungstheoretischen Entwicklung in dritter Ordnung (Schoeller et al., 2000; Kuczera, 1999) und Resultate aus QMC-Rechnungen aufgetragen. Die Ergebnisse der QMC-Rechnungen aus der Literatur (Göppert et al., 2000) wurde durch Rechnungen von Theis (2001) bei unterschiedlichen α ergänzt.

In Abbildung 6.10 ist deutlich zu erkennen, dass die Störungstheorie zweiter Ordnung in α den experimentell bestimmten maximalen und minimalen Leitwert bis $\alpha = 1,5$ sehr gut wiedergibt. Danach wird die Übereinstimmung zunehmend schlechter. Bei Werten von $\alpha > 2,5$ kann die Störungstheorie zweiter Ordnung die Messdaten nicht mehr beschreiben. Die experimentellen Ergebnisse für G_{\max} sinken für $\alpha > 2,5$ nicht mehr – wie von der Störungstheorie vorhergesagt – sondern bleiben zunächst konstant und steigen bei höherem α wieder an. Auch die für $\alpha = 2,5$ und $\alpha = 3,3$ angegebenen Werte in dritter Ordnung in α , die aus einer störungstheoretischen Renormierungsgruppen-Theorie (Schoeller et al., 2000) gewonnen wurden, können die experimentellen Daten nicht beschreiben. Schoeller et al. (2000) bemerkten, dass die Ergebnisse für G_{\max} bei $\alpha = 2,5$ in dritter Ordnung oberhalb und in zweiter Ordnung unterhalb der experimentellen Messwerte liegen. Für G_{\min} liegen sie in beiden Fällen unterhalb. Dies stimmt damit überein, dass bei der Störungstheorie das Vorzeichen der Beiträge in n -ter Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^n)$ nahe des Coulomboszillations-Peaks mit n alterniert, während es entfernt von der Resonanz unabhängig von n ist. Schoeller et al. (2000) erwarten daher, dass die exakte Lösung der Störungstheorie, wenn noch höhere Ordnungen mit berücksichtigt werden, mit den experimentellen Daten und den Werten der QMC-Rechnung zusammenfallen.

Die Resultate der Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen geben die experimentellen Werte über den gesamten Bereich gut wieder. Während beim Verlauf des minimalen Leitwertes eine exakte Übereinstimmung beobachtet wird, treten bei der Beschreibung des maximalen Leitwertes kleine Abweichungen auf. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die QMC-Beschreibung für G_{\max} , das bei einer Gatespannung bestimmt wird, bei der mehrere Ladungszustände entartet sind, deutliche Konvergenzprobleme aufweist. Die Rechnungen für G_{\min} , wo keine Entartung der Ladungszustände vorliegt, konvergieren wesentlich schneller und liefern auch bessere Ergebnisse.

7. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden experimentelle Untersuchungen an Einzelelektronentransistoren durchgeführt. In diesen mesoskopischen Systemen aus nanostrukturierten Elektroden werden unter bestimmten Voraussetzungen Ladungseffekte sichtbar, die auf der Quantisierung der Ladung beruhen. Ein Einzelelektronentransistor besteht aus einer Insel, die über Tunnelkontakte mit zwei Zuleitungen verbunden ist, sowie einer kapazitiv an die Insel gekoppelten Gateelektrode. Das System wird charakterisiert durch die Gesamtkapazität der Insel C_Σ , die Tunnelwiderstände $R_{T,L}$ und $R_{T,R}$ und die Gatekapazität C_g .¹ Da die Kapazitäten der Tunnelkontakte sehr klein sind ($\leq 10^{-15}$ F), kann bei tiefen Temperaturen die Energie, die für das Tunneln eines Elektrons auf die Insel aufgebracht werden muss, groß im Vergleich mit der zur Verfügung stehenden thermischen Energie werden. Es treten Coulombblockade-Effekte auf, und der Strom durch den Transistor ist eine Funktion der angelegten Gatespannung.

Solange die Tunnelwiderstände groß gegenüber dem Quantenwiderstand $R_K = h/e^2$ sind, ist die Kopplung zwischen der Insel und den Zuleitungen schwach und der Transistor lässt sich durch die orthodoxe Theorie des Einzelelektronentunnelns beschreiben. Diese Theorie berücksichtigt nur unkorrelierte sequentielle Tunnelprozesse und berechnet die zugehörigen Tunnelraten in niedrigster Ordnung Störungstheorie mit Hilfe einer Mastergleichung und Fermis Goldener Regel.

Wird jedoch die Kopplung zwischen der Insel und den Zuleitungen erhöht, so werden Quantenfluktuationen wichtig. Sie werden durch Tunnelprozesse höherer Ordnung verursacht und führen zu einer Verschmierung der Coulombblockade-Effekte des Transistors, unterdrücken diese jedoch nicht vollständig, wie man vorschnell erwarten könnte (Panyukov und Zaikin, 1991; König und Schoeller, 1998). Zur Beschreibung der experimentell gefundenen Phänomene müssen Theorien angewandt werden, die über die orthodoxe Theorie hinausgehen. Ein Maß für die Stärke der Kopplung zwischen Insel und Zuleitungen ist dabei $\alpha = R_K/R_{||}$, wobei $R_{||}$ den Gesamtwiderstand zwischen der Transistorinsel und den Zuleitungen beschreibt.

Diese Arbeit umfasst die Untersuchung von Einzelelektronentransistoren, die Widerstände in der Größenordnung des Quantenwiderstandes R_K besitzen, und den Aufbau der dazu notwendigen Messeinrichtungen.

Zur Herstellung der untersuchten metallischen Al/AIO_x/Al-Einzelelektronentransistoren wurde das auch in unserer Arbeitsgruppe etablierte Verfahren der Elektronenstrahlolithographie in Kombination mit Schattenbedampfungstechnik verwendet. Der Lithographie-Schritt

¹ Streng genommen ist für die vollständige Phänomenologie des Systems auch die Verteilung von C_Σ auf die verschiedenen beteiligten Kapazitäten – das sind neben C_g und den Tunnelkapazitäten $C_{T,L}$ und $C_{T,R}$ auch Streukapazitäten, z. B. gegen Erde – wichtig. Die hier hauptsächlich betrachtete Linear-Response-Leitfähigkeit wird jedoch vollständig durch C_Σ , $R_{T,L}$, $R_{T,R}$ und C_g beschrieben.

wurde dabei mit dem Elektronenstrahlschreiber des Instituts für Mikrostrukturtechnik am Forschungszentrum Karlsruhe durchgeführt; die Schattenbedampfung erfolgte in einem Aufdampfer, der die thermische Verdampfung von Aluminium und eine kontrollierte Oxidation der Schichten ermöglicht.

Die Charakterisierung der Proben erfolgte in einem $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischungskryostaten bei Temperaturen zwischen 26 mK und 18 K durch die Aufnahme von Strom-Spannungs-Kennlinien. Dazu wurde eine Messelektronik aufgebaut, die in der Lage ist, Spannungen im nV-Bereich aufzuprägen und Ströme mit einer Auflösung von 50 fA zu messen. Der Messaufbau ermöglicht die gleichzeitige Messung eines Gleichstromes und des differentiellen Leitwerts mittels eines Lock-in-Verstärkers. Es wurde sehr große Sorgfalt darauf verwendet, eventuelle Störquellen durch richtige Erdung, Schirmung und Hochfrequenzfilterung auszuschließen.

Eine besondere experimentelle Schwierigkeit bei der Untersuchung der Einzelelektronentransistoren stellt das Photon-assisted Tunneling dar. Dabei werden einzelne Tunnelvorgänge durch eingestrahelte Photonen induziert und die Einzelelektroneneffekte verwaschen. Dieses Phänomen äußert sich in einer erhöhten *effektiven* Temperatur der Probe. Um diesen Effekt zu verhindern, muss die Probe durch Filterung der Zuleitung und eine mikrowellendichte Abschirmung vor Einstrahlung mit Frequenzen bis in den THz-Bereich hinein geschützt werden. Es wurden unterschiedliche Filtertypen vorgestellt und deren Anwendbarkeit in unserem Messaufbau diskutiert. Am effektivsten und am besten geeignet für das geringe Platzangebot unseres Toploading-Kryostaten sind Miniatur-Koaxialkabel, von denen jeweils ein Meter pro Messleitung direkt in der Mischkammer untergebracht wurde. Die Enden dieser Kabel führen in einen Faraday'schen Käfig, der die Probe mikrowellendicht einschließt. Mit dem so ausgestatteten Probenhalter konnten effektive Temperaturen erzielt werden, die der tiefsten erreichbaren Mischkammertemperatur entsprechen.

Mit diesem Messaufbau wurden sieben Proben mit Kopplungsstärken α von 1,1 bis 6 untersucht. Dazu wurden der maximale und minimale Linear-Response-Leitwert, G_{\min} und G_{\max} als Funktion der Temperatur im Temperaturbereich von 25 mK bis 18 K gemessen und mit den entsprechenden Theorien verglichen.

In die theoretischen Beschreibungen von $G_{\min}(T)$ und $G_{\max}(T)$ gehen nur die Ladungsenergie $E_c = e^2/2C_\Sigma$ und die Kopplungsstärke $\alpha = R_K/R_{||}$ ein. Beim normalen 2-Kontakt-Layout des Transistors ist nur der Serienwiderstand der beiden Tunnelkontakte messbar. Somit kann bei einem solchen Layout für α nur eine untere Schranke α_{\min} angegeben werden, von der der wirkliche Wert von α erheblich abweicht, wenn sich der Serienwiderstand asymmetrisch auf die Einzelkontakte verteilt. Wir haben deshalb die Insel mit vier Tunnelkontakten ausgestattet, was uns die Bestimmung der einzelnen Tunnelkontaktwiderstände ermöglicht. Damit lässt sich die Kopplungsstärke α exakt berechnen (siehe Kapitel 5). Bei der üblichen Bestimmung von C_Σ aus den Strom-Spannungs-Kennlinien traten durch Abweichungen der Kennlinien vom idealen Verlauf große Ungenauigkeiten auf. Die Ursachen dieser Abweichungen wurden diskutiert. Auch die Bestimmung von E_c aus den Sub-Gap-Strukturen von Kennlinienfeldern, die im supraleitenden Zustand an den Proben gemessen wurden, ergab nicht für alle Proben verwertbare Resultate. Das im supraleitenden Zustand gemessene E_c^S ist ein renormierter Wert von E_c . Bei hohen Kopplungsstärken α war die zur Verfügung stehende Theorie – eine störungstheoretische Behandlung zweiter Ordnung – zur Berechnung von E_c aus E_c^S nicht mehr ausreichend. Einen sehr geringen Fehlerbalken bei der Bestimmung von E_c erzielten wir

durch Vergleich temperaturabhängiger Coulomboszillationsmessungen mit einer semiklassischen Theorie (z. B. Göppert et al., 1998).

Ein parameterfreier Vergleich zwischen den temperaturabhängig gemessenen minimalen und maximalen Linear-Response-Leitwerten, $G_{\max}(T)$ und $G_{\min}(T)$, und den Vorhersagen unterschiedlicher Theorien für diese Größen wurde durchgeführt. Bei hohen Temperaturen wird der Verlauf der Messdaten sowohl durch eine störungstheoretische Beschreibung (König et al., 1997, 1998) als auch durch die semiklassische Beschreibung (Golubev et al., 1997; Göppert et al., 2000) sehr gut wiedergegeben. Bei tiefen Temperaturen ist die semiklassische Theorie für unsere Proben nicht anwendbar. Für Proben mit Kopplungsstärke $\alpha < 1,4$ wird der Verlauf von $G_{\max}(T)$ sehr gut durch Störungstheorie zweiter Ordnung (König et al., 1997, 1998) beschrieben. Bei Proben mit höherem α wurden bei tiefen Temperaturen zunehmende Abweichungen beobachtet. Bei einer gegebenen Temperatur T_0 sinkt $G_{\max}(T_0)$ in Abhängigkeit von α zu größerem α hin nicht – wie von der Störungstheorie vorhergesagt – weiter ab, sondern bleibt zunächst konstant und wächst dann wieder an. Die Störungstheorie zweiter Ordnung reicht daher für große α nicht mehr aus. Hier müssen zur Beschreibung weitergehende Methoden wie z. B. Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen oder Störungstheorie höherer Ordnung herangezogen werden. Für eine unserer Proben ($\alpha = 4,75$) wurden von Theis (2001) Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen, basierend auf der Arbeit von Göppert und Grabert (2000), durchgeführt. Für den gesamten Temperaturbereich wurde eine hervorragende Übereinstimmung festgestellt.

Für $G_{\min}(T)$ traten bei allen in dieser Arbeit untersuchten Proben Abweichungen von der störungstheoretischen Beschreibung zweiter Ordnung auf, die mit wachsendem α größer wurden. Dies ist ein überraschendes Ergebnis, da G_{\min} bei einer Gatespannung gemessen wird, bei der alle Ladungszustände weit von einer Entartung entfernt sind. Die Störungstheorie zeigt in diesem Fall keine Divergenzen und es wird im Allgemeinen davon ausgegangen, dass sie hier die Messdaten bis zu mittleren Werten von α beschreiben kann (König et al., 1998). Durch die Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen werden die Messwerte auch für $G_{\min}(T)$ über den gesamten gemessenen Temperaturbereich sehr gut beschrieben.

Bei zukünftigen Untersuchungen wäre es interessant, den Bereich um $\alpha = 2$, in dem die Störungstheorie zweiter Ordnung die Messdaten gerade nicht mehr beschreiben kann, genauer zu betrachten. Unsere Messdaten deuten darauf hin, dass G_{\max} bei tiefen Temperaturen in einem weiten Bereich von α linear mit $\ln(T)$ abnimmt, $G_{\max} = -\gamma \cdot \ln(T/T_0)$. Die Störungstheorie zweiter Ordnung sagt voraus, dass das so definierte γ monoton mit α ansteigt. Unsere Messungen zeigen, dass die Störungstheorie den Parameter γ bis $\alpha = 2$ unterschätzt, für größere α , wo γ im Rahmen der Messgenauigkeit konstant ist, jedoch unphysikalisch überschätzt. Letzteres ist nicht überraschend, da dort die störungstheoretische Beschreibung zusammenbricht. Es ist interessant, den Übergang zur Sättigung von γ detaillierter zu untersuchen. Insbesondere ist unklar, welche Prozesse zu der beobachteten Sättigung von γ führen.

Desweiteren wäre eine ausführlichere Untersuchung von Systemen im Regime kleiner Widerstände im supraleitenden Zustand wünschenswert, um die von uns beobachtete Renormierung der Ladungsenergie E_c bei supraleitenden Messungen genauer zu verstehen. Das Studium von Systemen, die aus einer Einzelelektronenbox mit niederohmigen Tunnelkontakten und einem kapazitiv an die Insel der Box gekoppelten Einzelelektronentransistor mit hochohmigen Kontakten zum Auslesen des Ladungszustandes der Boxinsel bestehen, böten weitere Möglichkeiten, zahlreiche theoretische Vorhersagen (z. B. Wang et al., 1997) experimentell zu überprüfen.

Anhang A.

Renormierung der Ladungsenergie eines supraleitenden SET durch virtuelles Quasiteilchentunneln

Die Energieniveaus eines Einzelelektronentransistors im supraleitenden Zustand werden durch Ladungsfluktuationen (*virtuelles Quasiteilchentunneln*) verschoben. Ist das supraleitende Gap Δ groß gegen die Ladungsenergie E_c der Insel, so sind die Zustände mit einer geraden Anzahl von zusätzlichen Elektronen auf der Insel die einzig möglichen stabilen Zustände. In diesem Fall kann die Verschiebung der Energieniveaus störungstheoretisch berechnet werden. Dies wurde von Neumann (1996) und Bouchiat (1997) für eine supraleitende *Einzelelektronenbox* ausgeführt. Die Einzelelektronenbox besteht aus einer Reihenschaltung eines Tunnelkontaktes und einer Kapazität C_g . Für verschwindend kleine Transportspannungen verhalten sich die von uns untersuchten Einzelelektronentransistoren wie eine Einzelelektronenbox. Die Tunnelkontakte sind dann über die Transportspannungsquelle kurzgeschlossen; der Gatekondensator stellt den Kondensator der Box dar. Daher lassen sich die Betrachtungen für die Elektronenbox direkt auf den Transistor übertragen. Da sich die Ergebnisse von Neumann (1996) jedoch nicht ohne weitere Rechnung auf experimentelle Daten anwenden lassen und sich in die Rechnung bei Bouchiat (1997) einige falsche Faktoren eingeschlichen haben, wollen wir die Störungsrechnung hier nochmals kurz darstellen.

Wir wollen in der niedrigsten, nicht verschwindenden Ordnung Störungstheorie im Tunnelhamiltonoperator H_T (siehe Gleichung 2.22) die Korrekturbeiträge zu den Energieniveaus E_n berechnen. Für die ungestörten Energieniveaus E_n gilt:

$$E_n = E_c(n - n_g)^2, \quad (\text{A.1})$$

wobei n die Anzahl der zusätzlichen Elektronen auf der Insel und E_c die Ladungsenergie der Insel bezeichnen. $n_g = C_g U_g / e$ ist die dimensionslose Spannung, mit der der Ladungszustand der Insel beeinflusst werden kann. Bei unserer Betrachtung wollen wir uns auf die Zustände mit der niedrigsten Energie nahe $n_g = 0$ beschränken.

Im Tunnelhamiltonoperator verschwinden alle diagonalen Matrixelemente:

$$\langle n | H_T | n \rangle = 0. \quad (\text{A.2})$$

Erst in der zweiten Ordnung der Störungstheorie erhält man endliche Korrekturbeiträge W_{nn} zu den Ladungsenergien E_n . Für die korrigierten Werte gilt:

$$E_n^* = E_n + W_{nn} \quad (\text{A.3})$$

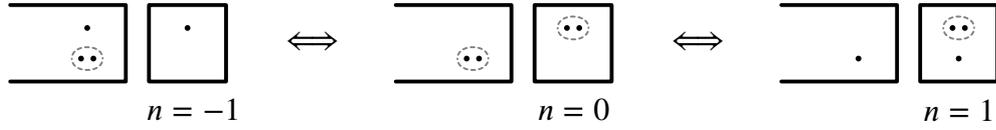


Abbildung A.1. Ladungszustände mit gerader Gesamtquasiteilchenzahl bei der Einzelelektronenbox. Ausgehend von dem Ladungszustand $|n = 0\rangle$ (Mitte) sind die durch einen Tunnelprozess erreichbaren Ladungszustände angegeben.

mit

$$W_{nm} = \sum_k \frac{\langle n|H_T|k\rangle\langle k|H_T|n\rangle}{E_n - E_k} \quad (\text{A.4})$$

wobei über alle möglichen Zwischenzustände $|k\rangle$ mit den Energien E_k summiert wird. $|k\rangle$ bzw. E_k beziehen sich dabei auf eine bestimmte Inselladung und Quasiteilchenanregung.

Wir wollen nun die Korrekturen zum Ladungszustand $|n = 0\rangle$ berechnen. Beide supraleitenden Elektroden befinden sich dabei im BCS-Grundzustand. Wenn ein Cooperpaar in der Zuleitungs- oder in der Inselektrode aufgebrochen wird, kann eines der beiden Elektronen auf die Insel bzw. auf die Zuleitung tunneln. Die Inselladung erhöht sich von $n = 0$ auf $n = 1$ bzw. verringert sich auf $n = -1$. In beiden Zwischenzuständen befindet sich auf jeder Seite des Tunnelkontaktes ein ungepaartes Elektron. Die zugehörigen Fluktuationsprozesse sind in Abbildung A.1 schematisch dargestellt und tragen beide zu einer Verschiebung des Energieniveaus E_0 bei.

Unter Verwendung der Bogoliubov-Transformation lassen sich die Matrixelemente des Tunnelhamiltonoperators berechnen. Die damit gefundenen Besetzungswahrscheinlichkeiten können dann mit Hilfe der mittleren Quasiteilchen-Zustandsdichten ρ_L bzw. ρ_R ausgedrückt werden. (siehe Neumann, 1996). Für die Verschiebung der Ladungsenergie findet man:

$$W_{00} = -t^2 \int_{\Delta}^{\infty} d\epsilon_L \rho_L \frac{\epsilon_L}{\sqrt{\epsilon_L^2 - \Delta^2}} \int_{\Delta}^{\infty} d\epsilon_R \rho_R \frac{\epsilon_R}{\sqrt{\epsilon_R^2 - \Delta^2}} \theta(D + 2\Delta - \epsilon_L - \epsilon_R) \times \\ \times \left(\frac{1}{E_1 + \epsilon_L + \epsilon_R - E_0} + \frac{1}{E_{-1} + \epsilon_L + \epsilon_R - E_0} \right), \quad (\text{A.5})$$

wobei ϵ_L und ϵ_R die Energien eines Teilchens auf der Zuleitung bzw. auf der Insel sind. Die dabei eingeführte Abschneideenergie D berücksichtigt die endliche Bandbreite der Quasiteilchenzustände und verhindert die Divergenz des Integrals W_{00} bei großen Quasiteilchenenergien.

Das Integral W_{00} lässt sich geschickt in zwei Summanden

$$W_{00} = W(D) + \widetilde{W}_{00} \quad (\text{A.6})$$

zerlegen, von denen der erste nur noch von der Abschneideenergie D abhängt, jedoch nicht mehr vom Spannungsparameter n_g (siehe Neumann, 1996). Der Term $W(D)$ verursacht damit nur eine Verschiebung des Energienullpunkts und trägt nicht zu einer Verschiebung der Energieniveaus gegeneinander bei.

Für den zweiten Summanden ergibt sich für $n_g \approx 0$:

$$\widetilde{W}_{00} = -\rho_L \rho_R t^2 \int_{\Delta}^{+\infty} d\epsilon_L \int_{\Delta}^{+\infty} d\epsilon_R \frac{\epsilon_L}{\sqrt{\epsilon_L^2 - \Delta^2}} \frac{\epsilon_R}{\sqrt{\epsilon_R^2 - \Delta^2}} \frac{8E_c^2 n_g^2}{(\epsilon_L + \epsilon_R + E_c)^3} \quad (\text{A.7})$$

Diese Integrale lassen sich mit Hilfe der Lapalacettransformation

$$\frac{1}{(\epsilon_L + \epsilon_R + E_c)^3} = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} du u^2 \exp[-u(\epsilon_L + \epsilon_R + E_c)] \quad (\text{A.8})$$

umschreiben. Damit erhält man:

$$\widetilde{W}_{00} = -4\rho_L \rho_R t^2 E_c^2 n_g^2 \int_0^{+\infty} du u^2 e^{-uE_c} \int_{\Delta}^{+\infty} d\epsilon_L \frac{\frac{\epsilon_L}{\Delta}}{\sqrt{\frac{\epsilon_L^2}{\Delta^2} - 1}} e^{-u\epsilon_L} \int_{\Delta}^{+\infty} d\epsilon_R \frac{\frac{\epsilon_R}{\Delta}}{\sqrt{\frac{\epsilon_R^2}{\Delta^2} - 1}} e^{-u\epsilon_R} . \quad (\text{A.9})$$

Substituiert man nun $x = \frac{\epsilon}{\Delta}$, so lässt sich Gleichung A.9 schreiben als:

$$\widetilde{W}_{00} = -4\rho_L \rho_R t^2 E_c^2 n_g^2 \int_0^{+\infty} du u^2 e^{-uE_c} \left[\Delta \int_1^{+\infty} dx \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} e^{-u\Delta x} \right]^2 . \quad (\text{A.10})$$

Der letzte Term von A.10 lässt sich durch eine modifizierte Besselfunktion erster Art ausdrücken, für die gilt:

$$K_1(a) = \int_1^{+\infty} dx \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} e^{-ax} . \quad (\text{A.11})$$

Dies führt zu:

$$\widetilde{W}_{00} = -4\rho_L \rho_R t^2 E_c^2 n_g^2 \Delta^2 \int_0^{+\infty} du u^2 e^{-uE_c} K_1^2(u\Delta) . \quad (\text{A.12})$$

Mit einer weiteren Substitution $s = u\Delta$ erhält man jetzt:

$$\widetilde{W}_{00} = -4\rho_L \rho_R t^2 E_c n_g^2 \frac{E_c}{\Delta} \int_0^{+\infty} ds s^2 \exp[-s \frac{E_c}{\Delta}] K_1^2(s) . \quad (\text{A.13})$$

Der Zusammenhang zwischen dem Tunnelmatrixelement t^2 mit den parallelgeschalteten Widerständen des Einzelelektronentransistors $R_{||}$ ist gegeben durch:

$$\rho_L \rho_R t^2 = \frac{R_K}{4\pi^2 R_{||}} = \frac{\alpha}{4\pi^2} . \quad (\text{A.14})$$

Dabei ist R_K der Quantenwiderstand, α der Kopplungsstärke-Parameter und ρ_L und ρ_R bezeichnen die Zustandsdichte auf jeweils einer Seite des Tunnelkontaktes. Damit und mit

$$\Gamma(x) = x \int_0^{+\infty} du e^{-ux} u^2 K_1^2(u) \quad (\text{A.15})$$

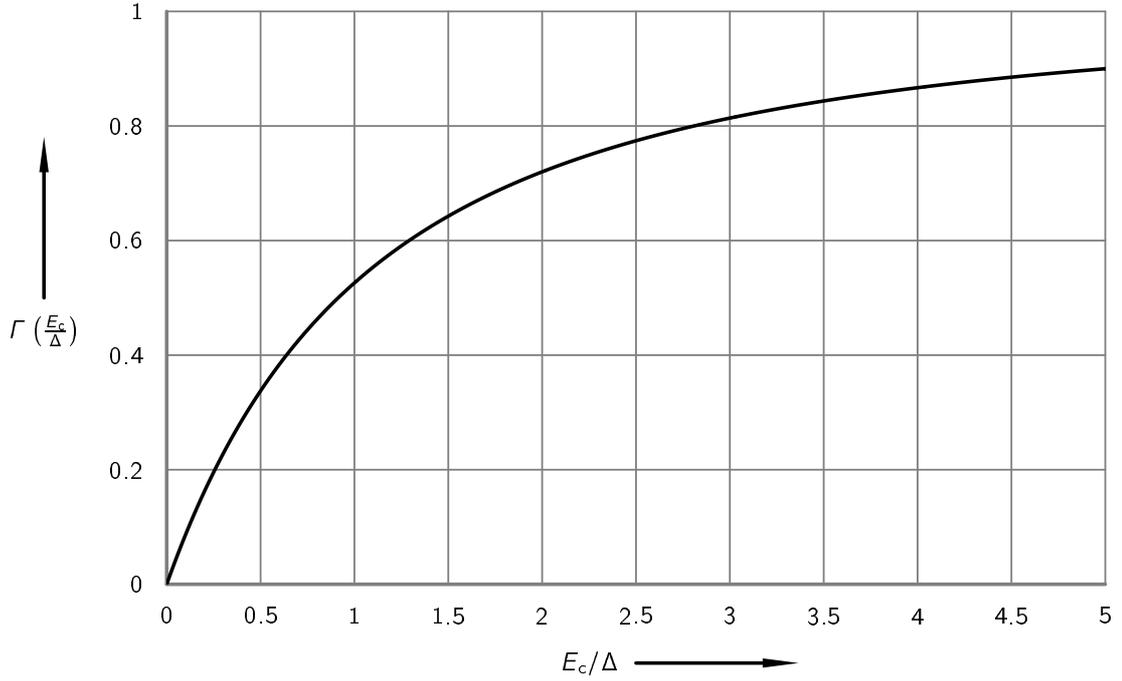


Abbildung A.2. Graphische Darstellung der Funktion $\Gamma\left(\frac{E_c}{\Delta}\right)$.

lässt sich \widetilde{W}_{00} schreiben als:

$$\widetilde{W}_{00} = -n_g^2 \frac{\alpha}{\pi^2} E_c \Gamma\left(\frac{E_c}{\Delta}\right) \quad (\text{A.16})$$

Letztlich kann die so berechnete Energiekorrektur in einer Renormierung der Ladungsenergie E_c der Insel absorbiert werden. Für die renormierte Ladungsenergie E_c^S ergibt sich aus den Gleichungen A.1, A.3 und A.16:

$$E_c^S = E_c \left(1 - \frac{\alpha}{\pi^2} \Gamma\left(\frac{E_c}{\Delta}\right) \right) \quad (\text{A.17})$$

Die Funktion $\Gamma(x)$ lässt sich numerisch berechnen. In Abbildung A.2 ist der Verlauf der Funktion $\Gamma\left(\frac{E_c}{\Delta}\right)$ graphisch dargestellt.

Mit dem Ergebnis aus Gleichung A.17 kann man die renormierten Ladungsenergien E_c^S , die man aus den Sub-Gap-Strukturen des SET im supraleitenden Zustand gewinnt, in die Ladungsenergien E_c des SET im normalleitenden Zustand umrechnen. Allerdings stellten wir bei den von uns untersuchten Proben fest, dass dieses Ergebnis in erster, nichtverschwindender Ordnung Störungstheorie nur für kleine α ausreichend ist. Eine Probe mit $\alpha = 4,75$ wurde nicht mehr korrekt beschrieben (siehe Abschnitt 5.2.2).

Literaturverzeichnis

- [Aidam 2000] AIDAM, Rolf: 2000. – Private Mitteilung
- [Averin 1994] AVERIN, D. V.: Periodic conductance oscillations in the single-electron tunneling transistor. In: *Physica B* (1994), Nr. 194-196, S. 979–980
- [Averin und Likharev 1991] AVERIN, D. V. ; LIKHAREV, K. K.: Single electronics: a correlated transfer of single electrons and Cooper pairs in systems of small tunnel junctions. In: ALTSHULER, B. L. (Hrsg.) ; LEE, P. A. (Hrsg.) ; WEBB, R. A. (Hrsg.): *Mesoscopic Phenomena in Solids*. Niederlande : Elsevier Science Publishers B. V., 1991, S. 173–271
- [Averin und Nazarov 1992] AVERIN, D.V. ; NAZAROV, Yu. V.: *Macroscopic Quantum Tunneling of Charge and Co-Tunneling*. Kapitel 6. Siehe (Grabert und Devoret, 1992). – ISBN 0-306-44229-9
- [Beenakker 1991] BEENAKKER, C. W. J.: Theory of Coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot. In: *Phys. Rev. B* 44 (1991), Nr. 4, S. 1646–1656
- [Bouchiat 1997] BOUCHIAT, V.: *Quantum fluctuations of the charge in single electron and single Cooper pair devices*, Université Paris 6, Thèse de Doctorat, 1997. – URL <http://www-drecam.cea.fr/drecam/spec/Pres/Quantro/Qsite/archives/Theses/thesevb.pdf>
- [Burr Brown Corp. 1993] Burr Brown Corp.: *Comparison of Noise Performance between a FET Transimpedance Amplifier and a Switched Integrator*. 1993. – Burr-Brown Application Bulletin, AB-057A
- [Burr Brown Corp. 1994] Burr Brown Corp.: *Photodiode Monitoring with OP Amps*. 1994. – Burr-Brown Application Bulletin, AB-075
- [Büttiker und Landauer 1986] BÜTTIKER, Markus ; LANDAUER, Rolf: Traversal time for tunneling. In: *IBM J. Res. Dev.* 30 (1986), Nr. 5, S. 451–454
- [Caldeira und Leggett 1983] CALDEIRA, A. O. ; LEGGETT, A. J.: Quantum tunneling in a dissipative system. In: *Ann. Phys.* 149 (1983), S. 374–456
- [Chang et al. 1988] CHANG, T. H. P. ; KERN, D. P. ; KRATSCHEMER, E. ; LEE, K. Y. ; LUHN, H. E. ; MCCORD, M. A. ; RISHTON, S. A. ; VLADIMIRSKY, Y.: Nanostructure Technology. In: *IBM J. Res. Develop.* 32 (1988), S. 462–493

- [Chouvaev et al. 1999] CHOUVAEV, D. ; KUZMIN, L. S. ; GOLUBEV, D. S. ; ZAIKIN, A. D.: Strong tunneling and Coulomb blockade in a single-electron transistor. In: *Phys. Rev. B* 59 (1999), Nr. 16, S. 10599–10602
- [Cleland et al. 1990] CLELAND, A. N. ; SCHMIDT, J. M. ; CLARKE, J.: charge fluctuations in small-capacitance junctions. In: *Phys. Rev. Lett.* 64 (1990), Nr. 13, S. 1565–1568
- [Cleland et al. 1992] CLELAND, A. N. ; SCHMIDT, J. M. ; CLARKE, John: Influence of the environment on the Coulomb blockade in submicrometer normal-metal tunnel junctions. In: *Phys. Rev. B* 45 (1992), Nr. 6, S. 2950–2960
- [Delsing et al. 1989] DELSING, P. ; LIKHAREV, K.K. ; KUZMIN, L. S. ; CLAESON, T.: Effect of high-frequency electrodynamic environment on the single-electron tunneling in ultrasmall junctions. In: *Phys. Rev. Lett.* 63 (1989), Nr. 11, S. 1180–1183
- [Delsing 1990] DELSING, Per: *Single Electron Tunneling in Ultrasmall Tunnel Junctions*, Göteborg, Dissertation, 1990
- [Devoret et al. 1990] DEVORET, M. H. ; ESTEVE, D. ; GRABERT, H. ; INGOLD, G.-L. ; POTHIER, H. ; URBINA, C.: Effect of the electromagnetic environment on the Coulomb-Blockade in ultrasmall tunneljunctions. In: *Phys. Rev. Lett.* 64 (1990), S. 1824–1827
- [Farhangfar et al. 2000] FARHANGFAR, Sh. ; MANNINEN, A. J. ; PEKOLA, J. P.: Effect of the electromagnetic environment on arrays of small normal metal tunnel junctions: Numerical and experimental investigation. In: *Europhys. Lett.* 49 (2000), Nr. 2, S. 237–243
- [Farhangfar et al. 2001] FARHANGFAR, Sh. ; POIKOLAINEN, R. S. ; PEKOLA, J. P. ; GOLUBEV, D. S. ; ZAIKIN, A. D.: Coulomb blockade in one-dimensional arrays of high-conductance tunnel junctions. In: *Phys. Rev. B* 63 (2001), S. 075309
- [Farhangfar et al. 1998] FARHANGFAR, Sh. ; TOPPARI, J. J. ; PASHKIN, Yu. A. ; MANNINEN, A. J.: Experiments on tunneling in small normal-metal junctions influenced by dissipative environment: Critical comparison to the theories of quantum fluctuations. In: *Europhys. Lett.* 43 (1998), Nr. 1, S. 59–64
- [Fukushima et al. 1997] FUKUSHIMA, A. ; SATO, A. ; IWASA, A. ; NAKAMURA, Y. ; KOMATSUZAKI, T. ; SAKAMATO, Y.: Attenuation of microwave filters for single-electron tunneling experiments. In: *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 46 (1997), Nr. 2, S. 289–293
- [Fulton und Dolan 1987] FULTON, T. A. ; DOLAN, G. J.: Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions. In: *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987), S. 109–112
- [Geerligs 1990] GEERLIGS, L. J.: *Classical and Quantum Charge Dynamics in Small Tunnel Junctions*, TU Delft, Dissertation, 1990
- [Geerligs et al. 1990] GEERLIGS, L. J. ; AVERIN, D. V. ; MOOIJ, J. E.: Observation of macroscopic quantum tunneling through the Coulomb energy barrier. In: *Phys. Rev. Lett.* 65 (1990), S. 3037–3040

- [Geerligs et al. 1994] GEERLIGS, L. J. ; MATTERS, M. ; MOOJI, J. E.: Coulomb oscillations in double metal tunnel junctions. In: *Physica B* (1994), Nr. 194-196, S. 1267–1268
- [Geigenmüller und Schön 1988] GEIGENMÜLLER, U. ; SCHÖN, G.: Single electron effects and Bloch oscillations in normal and superconducting tunnel junctions. In: *Physica B* 152 (1988), S. 186–202
- [Girvin et al. 1990] GIRVIN, S. M. ; GLAZMAN, L.I. ; JONSON, M. ; PENN, D. R. ; STILES, M. D.: Quantum fluctuations and the single-junction Coulomb-blockade. In: *Phys. Rev. Lett.* 64 (1990), S. 3183–3186
- [Glattli et al. 1997] GLATTLI, D. C. ; JACQUES, P. ; KUMAR, A. ; PARI, P. ; SAMINADAYAR, L.: A noise detection scheme with 10 mK noise temperature resolution for semiconductor single electron tunneling devices. In: *J. Appl. Phys.* 81 (1997), S. 7350–7356
- [Golubev et al. 1997] GOLUBEV, D. S. ; KÖNIG, Jürgen ; SCHOELLER, Herbert ; SCHÖN, Gerd ; ZAIKIN, A. D.: Strong electron tunneling through mesoscopic metallic grains. In: *Phys. Rev. B* 56 (1997), Nr. 24, S. 15782–15792
- [Golubev und Zaikin 1996] GOLUBEV, D. S. ; ZAIKIN, A. D.: Strong electron tunneling through a small metallic grain. In: *JETP Lett.* 63 (1996), Nr. 12, S. 1007–1012
- [Göppert 2001] GÖPPERT, Georg: 2001. – Private Mitteilung
- [Göppert und Grabert 2000] GÖPPERT, Georg ; GRABERT, Herbert: Single Electron Tunneling at Large Conductance: The Semiclassical Approach. In: *Eur. Phys. J. B* 16 (2000), Nr. 4, S. 687–706
- [Göppert und Grabert 1998] GÖPPERT, Georg ; GRABERT, Hermann: High-temperature conductance of the single-electron transistor. In: *Phys. Rev. B* 58 (1998), Nr. 16, S. R10155–R10158
- [Göppert et al. 1998] GÖPPERT, Georg ; GRABERT, Hermann ; PROKOF'EV, Nikolai V. ; SVISTUNOV, Boris V.: Effect of Tunneling Conductance on the Coulomb Staircase. In: *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), Nr. 11, S. 2324–2327
- [Göppert et al. 2000] GÖPPERT, Georg ; HÜPPER, Bruno ; GRABERT, Hermann: Conductance of the single-electron transistor for arbitrary tunneling strength. In: *Phys. Rev. B* 62 (2000), Nr. 15, S. 9955–9958
- [Göppert 2000] GÖPPERT, Georg: *Single Electron Tunneling at Large Conductance*, Albert-Ludwigs-Universität, Freiburg i. Br., Dissertation, 2000
- [Grabert 1994] GRABERT, H.: Charge fluctuations in the single-electron box: Perturbation expansion in the tunneling conductance. In: *Phys. Rev. B* 50 (1994), Nr. 23, S. 17364–17377

- [Grabert und Devoret 1992] GRABERT, Hermann (Hrsg.) ; DEVORET, Michel H. (Hrsg.): *Single Charge Tunneling — Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures*. New York : Plenum Press, 1992 (NATO ASI series. Series B, Physics Vol. 294). – ISBN 0-306-44229-9
- [Grabert et al. 1991] GRABERT, Hermann ; INGOLD, Gert-Ludwig ; DEVORET, Michel H. ; ESTÈVE, Daniel ; POTHIER, Hugues ; URBINA, Christian: Single electron tunneling rates in multijunction circuits. In: *Z. Phys. B - Condensed Matter* 84 (1991), S. 143–155
- [Hadley et al. 1998] HADLEY, P. ; DELVIGNE, E. ; VISSCHER, E. H. ; LÄHTEENMÄKI, S. ; MOOIJ, J. E.: $3e$ tunneling processes in a superconducting single-electron tunneling transistor. In: *PRB* 58 (1998), Nr. 23, S. 15317–15320
- [Hanna et al. 1992] HANNA, A. E. ; TUOMINEN, M. T. ; TINKHAM, M.: Observation of elastic macroscopic quantum tunneling of the charge variable. In: *Phys. Rev. Lett.* 68 (1992), Nr. 21, S. 3228–3231
- [Hartman und Chivian 1964] HARTMAN, Thomas E. ; CHIVIAN, Jay S.: Electron Tunneling Through Thin Aluminum Oxide Films. In: *Phys. Rev.* 134 (1964), Nr. 4A, S. A1094–A1101
- [Hergenrother et al. 1995a] HERGENROTHER, J. M. ; LU, J. G. ; TINKHAM, M.: The Single-Electron Transistor as an Ultrasensitive Microwave Detector. In: *IEEE Trans. appl. supercond.* 5 (1995), Nr. 2, S. 2604–2607
- [Hergenrother et al. 1995b] HERGENROTHER, J. M. ; LU, J. G. ; TUOMINEN, M. T. ; RALPH, D. C. ; TINKHAM, M.: Photon-activated switch behaviour in the single-electron transistor with a superconducting island. In: *Phys. Rev. B* 51 (1995), Nr. 14, S. 9407–9410
- [Herrero et al. 1999] HERRERO, Carlos P. ; SCHÖN, Gerd ; ZAIKIN, Andrei D.: Strong charge fluctuations in the single-electron box: A quantum Monte Carlo analysis. In: *Phys. Rev. B* 59 (1999), Nr. 8, S. 5728–5737
- [Hofstetter und Zwerger 1997] HOFSTETTER, W. ; ZWERGER, W.: Single-Electron Box and the Helicity Modulus of an Inverse Square XY Model. In: *Phys. Rev. Lett.* 78 (1997), Nr. 19, S. 3737–3740
- [Horowitz und Hill 1989] HOROWITZ, P. ; HILL, W.: *The art of electronics*. Cambridge University Press, 1989
- [Hunt und Buhrman 1981] HUNT, B. D. ; BUHRMAN, R. A.: A multilayer, high resolution, ion-bombardement-tolerant electron resist system. In: *J. Vac. Sci. Technol.* 19 (1981), S. 1308–1312
- [Ingold und Nazarov 1992] INGOLD, Gert-Ludwig ; NAZAROV, Yu. V.: *Charge Tunneling Rates in Ultrasmall Junctions*. Kapitel 2. Siehe (Grabert und Devoret, 1992). – ISBN 0-306-44229-9

- [Ingold et al. 1991] INGOLD, Gert-Ludwig ; WYROWSKI, Petra ; GRABERT, Hermann: Effect of the electromagnetic environment on the single electron transistor. In: *Z. Phys. B - Condensed Matter* 85 (1991), S. 443–449
- [Joyez et al. 1997] JOYEZ, P. ; BOUCHIAT, V. ; ESTEVE, D. ; URBINA, C. ; DEVORET, M. H.: Strong tunneling in the single electron transistor. In: *Phys. Rev. Lett.* 79 (1997), Nr. 7, S. 1349–1352
- [Joyez und Esteve 1997] JOYEZ, P. ; ESTEVE, D.: Single-electron tunneling at high temperature. In: *Phys. Rev. B* 56 (1997), Nr. 4, S. 1848–1853
- [Joyez et al. 1998] JOYEZ, P. ; ESTEVE, D. ; DEVORET, M. H.: How is the Coulomb Blockade Suppressed in High-Conductance Tunnel Junctions? In: *Phys. Rev. Lett.* 80 (1998), Nr. 9, S. 1956–1959
- [Kauppinen und Pekola 1996] KAUPPINEN, J. P. ; PEKOLA, J. P.: Electron-phonon heat transport in arrays of Al islands with submicrometer-sized tunnel junctions. In: *Phys. Rev. B* 54 (1996), Nr. 12, S. R8353–R8356
- [Kautz et al. 1993] KAUTZ, R. L. ; ZIMMERLI, G. ; MARTINIS, John M.: Self-heating in the Coulomb-blockade electrometer. In: *J. Appl. Phys.* 73 (1993), Nr. 5, S. 2386–2396
- [Kohlrausch 1985] KOHLRAUSCH, F. ; HAHN, Dietrich (Hrsg.) ; WAGNER, Siegfried (Hrsg.): *Praktische Physik*. Bd. 2. 23., neubearb. u. erw. Aufl. Stuttgart : B. G. Teubner, 1985. – ISBN 3-519-13002-5
- [König et al. 1995] KÖNIG, J. ; SCHOELLER, H. ; SCHÖN, G.: Resonant Tunneling and Coulomb Oscillations. In: *Europhys. Lett.* 31 (1995), Nr. 1, S. 31–36
- [König 1999] KÖNIG, Jürgen: *Quantum Fluctuations in the Single-Electron Transistor*. Aachen : Shaker, 1999 (Berichte aus der Physik). – Zugl.: Karlsruhe, Univ., Diss., 1998. – ISBN 3-82-65-4696-2
- [König und Schoeller 1998] KÖNIG, Jürgen ; SCHOELLER, Herbert: Strong tunneling in the Single-Electron Box. In: *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), Nr. 16, S. 3511–3514
- [König et al. 1997] KÖNIG, Jürgen ; SCHOELLER, Herbert ; SCHÖN, Gerd: Cotunneling at resonance for the single-electron transistor. In: *Phys. Rev. Lett.* 78 (1997), Nr. 23, S. 4482–4485
- [König et al. 1998] KÖNIG, Jürgen ; SCHOELLER, Herbert ; SCHÖN, Gerd: Cotunneling at Resonance for the Single-Electron Transistor. In: *Phys. Rev. B* 58 (1998), Nr. 12, S. 7882–7892
- [Korotkov et al. 1994] KOROTKOV, A. N. ; SAMUELSEN, M. R. ; VASENKO, S. A.: Effects of overheating in a single-electron transistor. In: *J. Appl. Phys.* 76 (1994), Nr. 6, S. 3623–3631

- [Kouwenhoven et al. 1994a] KOUWENHOVEN, L. P. ; JAUHAR, S. ; MCCORMICK, K. ; DIXON, D. ; MCEUEN, P. L. ; NAZAROV, Yu. V. ; VAART, N. C. van der ; FOXON, C. T.: Photon-assisted tunneling through a quantum dot. In: *Phys. Rev. B* 50 (1994), Nr. 3, S. 2019–2022
- [Kouwenhoven et al. 1994b] KOUWENHOVEN, L. P. ; JAUHAR, S. ; ORENSTEIN, J. ; MCEUEN, P. L. ; NAGAMUNE, Y. ; MOTOHISA, J. ; SAKAKI, H.: Observation of Photon-Assisted Tunneling through a Quantum Dot. In: *Phys. Rev. Lett.* 73 (1994), Nr. 25, S. 3443–3446
- [Kuczera 1999] KUCZERA, Frank: *Kohärenter Ladungstransport durch den Einzelelektronentransistor: Prozesse dritter Ordnung und Renormierungsgruppenmethode*, Universität Karlsruhe (TH), Diplomarbeit, 1999. – URL http://www-tfp.physik.uni-karlsruhe.de/Publications/Pub1999/kuczera_diplom.ps.gz
- [Kulik und Shekhter 1975] KULIK, I. O. ; SHEKHTER, R. I.: Kinetic phenomena and charge discreteness effect in granulated media. In: *Sov. Phys. JETP* 41 (1975), Nr. 2, S. 308–316
- [Kumar et al. 1996] KUMAR, A. ; SAMINADAYAR, L. ; GLATTLI, D. C.: Experimental test of the quantum shot noise reduction theory. In: *Phys. Rev. Lett.* 76 (1996), Nr. 15, S. 2778–2781
- [Likharev 1988] LIKHAREV, K. K.: Correlated discrete transfer of single electrons in ultrasmall tunnel junctions. In: *IBM J. Res. Develop.* 32 (1988), S. 144–157
- [Limbach 1998] LIMBACH, Bernhard: *Untersuchung von Einzelelektronentransistoren auf der Basis von nanostrukturiertem Aluminium*, Universität Karlsruhe (TH), Diplomarbeit, 1998
- [Limbach 2000] LIMBACH, Bernhard: 2000. – Private Mitteilung
- [Lu et al. 1998] LU, J. G. ; HERGENROTHER, J. M. ; TINKHAM, M.: Effect of island length on the Coulomb modulation in single-electron transistors. In: *Phys. Rev. B* 57 (1998), Nr. 8, S. 4591–4598
- [Martin 1993] MARTIN, Matthias: *Experimente mit der Schwingquarzwaage zur Oxidation von Eisen-, Aluminium- und Titanfilmen zwischen 50 und 200 °C und Modellrechnungen zur Raumtemperaturoxidation*. Düsseldorf : VDI Verlag, 1993 (Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 5, Grund- und Werkstoffe 311). – Zugl.: Tübingen, Univ., Diss., 1993
- [Martinis et al. 1987] MARTINIS, John M. ; DEVORET, Michel H. ; CLARKE, John: Experimental test for the quantum behaviour of a macroscopic degree of freedom: the phase difference across a Josephson junction. In: *Phys. Rev. B* 35 (1987), Nr. 10, S. 4682–4698
- [Martinis und Nahum 1993] MARTINIS, John M. ; NAHUM, M.: Effect of environmental noise on the accuracy of Coulomb-blockade devices. In: *Phys. Rev. B* 48 (1993), Nr. 24, S. 18316–18319

- [McBride et al. 1974] MCBRIDE, Duncan ; ROCHLIN, Gene ; HANSMA, Paul: Characterization of metal-oxide tunnel-junction barriers. In: *J. Appl. Phys.* 45 (1974), Nr. 5, S. 2305–2312
- [Nazarov 1989a] NAZAROV, Yu. V.: Anomalous current-voltage characteristics of tunnel junctions. In: *Sov. Phys. JETP* 68 (1989), Nr. 3, S. 561–566
- [Nazarov 1989b] NAZAROV, Yu. V.: Coulomb blockade of tunneling in isolated junctions. In: *JETP Lett.* 49 (1989), S. 126–128
- [Neumann 1996] NEUMANN, Frank M.: *Ladungsfluktuationen in kleinen supraleitenden Inseln*, Universität Gesamthochschule Essen, Dissertation, 1996
- [Niemeyer 1974] NIEMEYER, Jürgen: Eine einfache Methode zur Herstellung kleiner Josephson-Elemente. In: *PTB-Mitteilungen* 84 (1974), Nr. 4, S. 251
- [Ott 1988] OTT, Henry W.: *Noise reduction techniques in electronic systems*. Second edition. John Wiley & Sons, 1988. – ISBN 0-471-85068-3
- [Panyukov und Zaikin 1991] PANYUKOV, S. V. ; ZAIKIN, A. D.: Coulomb Blockade and Nonperturbative Ground-State Properties of Ultrasmall Tunnel Junctions. In: *Phys. Rev. Lett.* 67 (1991), Nr. 22, S. 3168–3171
- [Pobell 1992] POBELL, Frank: *Matter and Methods at Low Temperatures*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 1992. – ISBN 3-540-53751-1
- [Pohjola et al. 1999] POHJOLA, T. ; KÖNIG, Jürgen ; SCHOELLER, Herbert ; SCHÖN, Gerd: Strong tunneling in double-island structures. In: *Phys. Rev. B* 59 (1999), Nr. 11, S. 7579–7589
- [Roukes et al. 1985] ROUKES, M. L. ; FREEMAN, M. R. ; GERMAIN, R. S. ; RICHARDSON, R. C. ; KETCHEN, M. B.: Hot Electrons and Energy Transport in Metals at Millikelvin Temperatures. In: *Phys. Rev. Lett.* 55 (1985), Nr. 4, S. 422–425
- [Scherer et al. 2001] SCHERER, H. ; WEIMANN, Th. ; ZORIN, A. B. ; NIEMEYER, J.: The effect of thermal annealing on the properties of Al-AlO_x-Al single electron tunneling transistors. In: *J. Appl. Phys.* 90 (2001), Nr. 5, S. 2528–2532
- [Schoeller et al. 2000] SCHOELLER, Herbert ; KÖNIG, Jürgen ; KUCZERA, Frank ; SCHÖN, Gerd: Real-time Renormalization Group: Charge Fluctuations in Metallic Islands and Quantum Dots. In: *Journal of Low Temperature Physics* 118 (2000), Nr. 5/6, S. 409–419
- [Schoeller und Schön 1994] SCHOELLER, Herbert ; SCHÖN, Gerd: Mesoscopic quantum transport: Resonant tunneling in the presence of a strong Coulomb interaction. In: *Phys. Rev. B* 50 (1994), Nr. 24, S. 18436–18452

- [Schön und Zaikin 1990] SCHÖN, G. ; ZAIKIN, A. D.: Quantum coherent effects, phase transitions, and the dissipative dynamics of ultrasmall junctions. In: *Physics Reports* 198 (1990), S. 238–412
- [Schön 1985] SCHÖN, Gerd: Quantum shot noise in tunnel junctions. In: *Phys. Rev. B* 32 (1985), Nr. 7, S. 4469–4485
- [Schön 1998] SCHÖN, Gerd: *Single-Electron Tunneling*. Kapitel 3. In: DITTRICH, T. (Hrsg.) ; HÄNGGI, P. (Hrsg.) ; INGOLD, G.-L. (Hrsg.) ; KRAMER, B. (Hrsg.) ; SCHÖN, G. (Hrsg.) ; ZWERGER, W. (Hrsg.): *Quantum Transport and Dissipation*. Weinheim : WILEY-VCH, 1998. – ISBN 3-527-29261-6
- [Simmons 1963a] SIMMONS, J. G.: Generalized Formula for the Electric Tunnel Effect between Similar Electrodes Separated by a Thin Insulating Film. In: *J. Appl. Phys.* 34 (1963), Nr. 6, S. 1793–1803
- [Simmons 1963b] SIMMONS, J. G.: Low-Voltage Current-Voltage Relationship of Tunnel Junctions. In: *J. Appl. Phys.* 34 (1963), S. 238–239
- [Sypli 1998] SYPLI, Anke: Zur Untersuchung von Einzelelektroneneffekten in ultrakleinen Al-Al₂O₃-Al-Tunnelkontakten / Forschungszentrum Karlsruhe, Institut für Nukleare Festkörperphysik. Karlsruhe : Forschungszentrum Karlsruhe, 1998 (FZKA 6063). – Forschungsbericht. – 106 S. Zugl.: Karlsruhe, Univ., Diss., 1997. – ISSN 0947-8620
- [Theis 2001] THEIS, Christoph: 2001. – Private Mitteilung
- [Verbruggen et al. 1990] VERBRUGGEN, A. H. ; LANGE, B. G. M. D. ; ROUSSEEUW, B. A. C. ; BILLIET, H. A. H. ; RADELAAR, S.: On double layer PMMA resist systems: Development rates and molecular weight distributions of commercial PMMA resists. In: *Micro-electronic Engineering* 11 (1990), S. 561–564
- [Verbrugh 1995] VERBRUGH, Stefan M.: *Development of a Single Electron Turnstile as a Current Standard*, TU Delft, Dissertation, 1995
- [Vion et al. 1995] VION, D. ; ORFILA, P. F. ; JOYEZ, P. ; ESTEVE, D. ; DEVORET, M. H.: Miniature electrical filters for single electron devices. In: *J. Appl. Phys.* 77 (1995), Nr. 6, S. 2519–2524
- [Wahlgren et al. 1998] WAHLGREN, P. ; DELSING, P. ; CLAESON, T. ; HAVILAND, D. B.: Effect of the electromagnetic environment on Coulomb blockade devices: Model, experiments, and method of analysis. In: *Phys. Rev. B* 57 (1998), Nr. 4, S. 2375–2381
- [Wahlgren et al. 1995] WAHLGREN, P. ; DELSING, P. ; HAVILAND, D. B.: Crossover from global to local rule for the Coulomb blockade in small tunneljunctions. In: *Phys. Rev. B* 52 (1995), Nr. 4, S. R2293–R2296

- [Wallisser et al. 2001] WALLISSER, C. ; LIMBACH, B. ; STEIN, P. vom ; SCHÄFER, R.: Single electron transistor in the regime of high conductance. In: *SNED – Superconducting Nano Electronics Devices*, Kluwer Academic Plenum Publisher, 2001. – To be published.
- [Wang et al. 1997] WANG, X. ; EGGER, R. ; GRABERT, H.: Coulomb charging energy for arbitrary tunneling strength. In: *Europhys. Lett.* 38 (1997), Nr. 7, S. 545–550
- [Weis et al. 1995] WEIS, J. ; HAUG, R. J. ; KLITZING, K. von ; PLOOG, K.: Single-electron tunneling transistor as a current rectifier with potential-controlled current polarity. In: *Semicond. Sci. Technol.* 10 (1995), S. 877–880
- [Wellstood et al. 1989] WELLSTOOD, F. C. ; URBINA, C. ; CLARKE, J.: Hot-electron limitation to the sensitivity of the dc superconducting quantum interference device. In: *Appl. Phys. Lett.* 54 (1989), Nr. 25, S. 2599–2601
- [Wolf 1985] WOLF, E. L.: *Principles of Electron Tunneling Spectroscopy*. New York : Oxford University Press, 1985 (International series of monographs on physics no. 71). – ISBN 0-19-506154-3
- [Zorin 1995] ZORIN, A. B.: The thermocoax cable as the microwave frequency filter for single electron circuits. In: *Rev. Sci. Instrum.* 66 (1995), Nr. 8, S. 4296–4300
- [Zorin et al. 1996] ZORIN, A. B. ; AHLERS, F.-J. ; NIEMEYER, J. ; WEIMANN, T ; WOLF, H. ; KRUPENIN, V. A. ; LOTKHOV, S. V.: Background charge noise in metallic single-electron tunneling devices. In: *Phys. Rev. B* 53 (1996), Nr. 20, S. 13682–13687