



Forschungszentrum Karlsruhe
in der Helmholtz-Gemeinschaft

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 7313

Zugseile in der Natur

R. Kappel

Institut für Materialforschung

Juli 2007

Forschungszentrum Karlsruhe
in der Helmholtz-Gemeinschaft

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 7313

Zugseile in der Natur

Roland Kappel

Institut für Materialforschung

von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)
genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
2007

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)

ISSN 0947-8620

urn:nbn:de:0005-073137

Zugseile in der Natur

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Roland Kappel

aus Reutlingen

Tag der mündlichen Prüfung: 23. März 2007
Hauptreferent: Prof. Dr. Claus Mattheck
Korreferenten: Prof. Dr. Oliver Kraft
Prof. Dr. Thomas Speck

Zugseile in der Natur

Die Krone des Leichtbaus ist das Zugseil. Natürliche Konstruktionen verwenden bevorzugt Zugseile, auch wenn diese auf den ersten Blick nicht immer als solche erkennbar sind. Während bei Biegebelastung das Material im Bereich der Neutralen Faser nicht oder nur wenig belastet wird und bei schlanken Strukturen unter Druckbelastung zusätzliches Material gegen Versagen durch Knicken oder Beulen erforderlich ist, wird das Zugseil über seinen gesamten Querschnitt bis zum Erreichen der Zugfestigkeit gleichmäßig ausgelastet.

In der Natur zwingt die Evolution Pflanzen und Tiere, Energie und Material möglichst effizient einzusetzen. Ihre mechanische Belastbarkeit hängt sowohl von den Materialeigenschaften und den Belastungen selbst ab, als auch von der Form und dem konstruktiven Aufbau, sowie dem Versagensmechanismus der Gesamtstruktur.

Tiere und Pflanzen verwenden Zugseile nicht nur bei reiner Zugbeanspruchung, sondern auch Druck- und Schubbelastungen werden häufig durch eine trickreiche Anordnung von konstruktiven Zugseilen abgefangen. In dieser Arbeit werden unterschiedlichste natürliche Strukturen untersucht, offensichtliche und versteckte Zugseile in der Natur aufgezeigt und ihr Wirkprinzip erläutert. Für die verschiedenen Wirkprinzipien werden mögliche technische Umsetzungen vorgestellt und zu der Methodik „In Seilen denken“ für Leichtbaukonstruktion zusammengefasst.

Tension Ropes in Nature

The crown of lightweight construction is the tension rope. Under bending load, the material in the area of the neutral fiber is not or only slightly loaded. In slender structures under compression load, additional material has to be applied to prevent failure by buckling. In contrast to this, the tension rope is loaded homogeneously over its complete cross section until tensile strength is reached.

In nature, evolution forces plants and animals to most efficient application of energy and material. Their mechanical loadability depends on material properties and loads, on the shape and constructive setup as well as on the failure mechanism of the complete structure.

Natural constructions preferably apply tension ropes, even though these cannot always be recognized at first sight. Animals and plants do not only resist pure tension loads with tension ropes, but also compression and shear loads are often absorbed by a tricky arrangement of tension ropes.

The present paper will analyze various natural structures, present obvious and hidden tension ropes in nature, and explain their action principle. For these different action principles, potential technical implementations will be presented and summarized by the methodology of „thinking in ropes“ for lightweight constructions.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	5
2.1	Hintergrund und Literatur	5
2.2	Mechanische Grundlagen	7
2.2.1	Beschreibung von Spannungen	7
2.2.2	Beschreibung von Deformationen	11
2.2.3	Spannungs-Deformations-Beziehungen	11
2.3	Das Zugseil als Konstruktionselement	16
2.3.1	Eigenschaften des Zugseiles	16
2.3.2	Zugelemente mit Biegesteifigkeit	17
2.3.3	Versagensmechanismen von Seil, Stab und Rohr	19
2.4	Biologische Fasern	21
2.4.1	Zellulose - im Stützgewebe der Pflanzen	21
2.4.2	Kollagen - im Stütz- und Bindegewebe der Wirbeltiere	25
2.4.3	Chitin - im Außenskelett der Gliederfüßler	28
2.4.4	Keratin - in Haaren, Hörnern und Federn	30
2.5	Methoden	32
2.5.1	Bionik	32
2.5.2	Mechanische Funktionsmodelle	32
2.5.3	Methode der Zugdreiecke	36
2.6	Ziel der Arbeit	38
3	Zugseile bei Druckbeanspruchung	41
3.1	Zugseile bei Druckbeanspruchung im Bambushalm	41
3.1.1	Bambus	41
3.1.2	Belastung und Struktur von Bambushalmen	42
3.2	Mechanisches Ersatzmodell des Halmquerschnittes	44
3.2.1	Mechanisches Funktionsprinzip	44
3.2.2	Mechanisches Funktionsmodell	45
3.3	Technische Anwendungsmöglichkeiten	48
3.3.1	Erhöhung der Steifigkeit von runden Querschnitten	48
3.3.2	Erhöhung der Knicklast bei dünnwandigen Rohren	48

4 Zugseile bei Biegebeanspruchung	51
4.1 Zugseile bei Biegebeanspruchung im Blattstiel der Bananenstaude	51
4.1.1 Mechanische Belastungen der Bananenstaude	51
4.1.2 Biegebelastungen im Blattstiel der Bananenstaude	53
4.2 Mechanisches Ersatzmodell des Blattquerschnittes	53
4.2.1 Mechanisches Funktionsprinzip	54
4.2.2 Das Kettenmodell mit Zugfedern	55
4.2.3 Das Druckbogenmodell mit Zugseilen	56
4.3 Weitere Beispiele in der Natur	57
4.4 Mögliche Anwendungen in der Technik	59
5 Zugseile bei Schubbeanspruchung	61
5.1 45°-Winkel in der Kontur biologischer Strukturen	62
5.1.1 Abschätzung von Biegebelastung zu Schubbelastung durch eine Querkraft	62
5.1.2 45°-Winkel an Dornen und Stacheln von Pflanzen	64
5.1.3 45°-Winkel an Hörnern und Werkzeugen von Tieren	67
5.1.4 45°-Winkel an Säugetier-Schädelknochen	74
5.2 Schubfachwerke aus 45°-Verzweigungen	75
5.2.1 Beispiele bei Pflanzen	76
5.2.2 Quantifizierung der Stützeffekte	78
5.3 45°-Verzweigungen in biologischen Verbundstrukturen	81
5.3.1 Die Federn der Vögel	81
5.3.2 Die Wurzelverzweigungen bei Bäumen	83
5.3.3 Die Kraftflussadern der Blätter	85
5.3.4 Die Füße der Vögel	96
5.3.5 Das Skelett der Fische	98
5.3.6 Die Flügel der Schmetterlinge	100
6 Verankerung von Zugseilen	101
6.1 Verzweigungen	102
6.1.1 Aufspaltung der Holzstrahlen im Wurzelanlauf von Bäumen	103
6.2 Seilreibung	104
6.2.1 Verankerungsmechanismen der Zugwurzel	104
7 Zusammenfassung	111
Literaturverzeichnis	117

1 Einleitung

Eines der größten Probleme der Menschheit ist ihr stetig wachsender Bedarf an Energie und Rohstoffen. Die wachsende Weltbevölkerung und ihr steigender Lebensstandard erfordern einen besonders verantwortungsvollen Umgang mit den limitierten Ressourcen unseres Planeten.

Die schwerwiegenden Folgen von ungebremstem Raubbau sind heute beispielsweise an der Landschaft rund um das Mittelmeer mit ihren weitgehend kahlen Hügeln zu sehen. Sie sind das Resultat des Holzeinschlages von der Antike bis ins 19. Jahrhundert hinein. Das Holz wurde überwiegend für die unzähligen Kriegs- und Handelsflotten verwendet, die in den letzten 2000 Jahren das Mittelmeer befahren haben. Durch den Kahlschlag des Waldes konnte der Boden Wind, Sonne und Regen keinen Widerstand mehr entgegen setzen. Der fruchtbare Waldboden wurde weggeschwemmt und karger Fels blieb übrig, auf dem heute fast kein Wald mehr wächst. Unter großen Mühen wird heute wieder versucht neue Waldbestände aufzuforsten. Aufgrund der langen Regenerationsdauer und den geringen Wachstumsraten der Waldbestände wurden Wälder in vereinzelten Regionen bereits im 15. Jahrhundert nachhaltig bewirtschaftet. Nachhaltigkeit ist ihrem Ursprung nach ein forstwirtschaftlicher Begriff und hat hier auch heute noch eine zentrale Bedeutung. Der Begriff Nachhaltigkeit wurde erstmals zu Beginn des 18. Jahrhunderts in der sich aus der Not der Waldvernichtung entwickelnden Forstwirtschaft formuliert [1]. Nachhaltige Forstwirtschaft bedeutet, in regelmäßigen Abständen den natürlichen Holzzuwachs des Waldes zu nutzen, ohne dessen Substanz quantitativ und qualitativ zu schädigen.

In England begann Mitte des 18. Jahrhunderts die Industrialisierung und verbreitete sich im 19. Jahrhundert weiter über Europa und Nordamerika. Hierbei war die Erfindung und Weiterentwicklung der Dampfmaschine einer der bedeutendsten Meilensteine. Erst diese Möglichkeit, unabhängig von örtlichen Gegebenheiten und jahreszeitlichen Schwankungen zuverlässig ausreichend mechanische Energie zu erzeugen führte zum Bau von Transportmaschinen und Fabriken, welche die örtlichen Manufakturen ersetzten. Durch den Einsatz gewaltiger Maschinen in immer mehr Wirtschaftsbereichen wurde nicht nur die Produktion, sondern auch der Bedarf an Energie und Rohstoffen in unglaublichem Maß erhöht.

Dass ein Wachstum, das auf einem stets steigendem Energie- und Rohstoffverbrauch aufbaut, auch negative Folgen hat wurde am Ende des Wirtschaftsaufschwunges der 50-er und 60-er Jahre des letzten Jahrhunderts ersichtlich. Im Auftrag der deutschen Volkswagen-Stiftung wurde 1970 von einem Team junger Wissenschaftler am Massachusetts Institute of Technology die Studie „Grenzen des Wachstums“ verfasst [2]. Dieser

1 Einleitung

erste Bericht an den Club of Rome sagte einen katastrophalen Niedergang des Lebensstandards und der Weltbevölkerung voraus. Gründe dafür waren der ungebremste Raubbau an den Ressourcen unseres Planeten und die Steigerung der Weltbevölkerung. Sie gilt heute als eine der Ur-Studien zur Nachhaltigen Entwicklung, auch wenn hier noch von „dauerhaftem Gleichgewichtszustand“ gesprochen wird und der eigentliche Begriff erst später mit dem Brundtland-Report geprägt wurde [3]. Im Brundtland-Report wurde 1987 auf einen dringenden Handlungsbedarf der internationalen Völkergemeinschaft hingewiesen. Um die erhobenen Forderungen und Vorschläge auch in international verbindliche Verträge und Konventionen umzusetzen, fand im Jahre 1992 in Rio de Janeiro eine UNO-Konferenz über Umwelt und Entwicklung statt. Seit diesem „Erdgipfel“ mit rund 10 000 Delegierten aus 178 Staaten ist nachhaltige Entwicklung ein primäres Ziel, das mehr und mehr Eingang findet in die Köpfe und das Handeln der Menschen. Ziel ist, die Befriedigung der menschlichen Grundbedürfnisse mit einer qualitativ hochwertigen Umwelt und einer gesunden Wirtschaft für alle Menschen der Erde miteinander in Einklang zu bringen.

Nachhaltigkeit im Maschinenbau beginnt bei der Planung und Konstruktion und geht über einen effizienten Betrieb bis hin zur Entsorgung. In der Konstruktion bedeutet dies, Bauteile und Systeme mit hoher Zuverlässigkeit mit möglichst sparsamem und effizientem Materialeinsatz zu konstruieren. Wie dies hervorragend funktioniert lehrt uns die Natur.

Aufgrund der immerwährenden strengen Auslese durch den Verdrängungswettbewerb der Evolution finden sich in der Natur besonders viele auf ihre Anforderung hin spezialisierte Optimalkonstruktionen. Die wichtigsten Wettbewerbskriterien sind auch hier der sparsame und effiziente Einsatz des zur Verfügung stehenden Baumaterials und eine hohe Zuverlässigkeit, um die Versagensrate so gering wie möglich zu halten. Natürliche filigrane Strukturen trotzen meist unbeschadet gewaltigen Lasten, was den Laien beeindruckt und dem Maschinenbaukonstrukteur auch heute noch häufig Rätsel aufgibt.

Ein grundlegender Unterschied zwischen den Konstruktionen der Natur und denen des Menschen besteht darin, dass der Mensch seine Konstruktionen aus geometrischen Formen zusammensetzt, denen er dann die zu erfüllende Funktion zuweist. Die Natur hingegen setzt ihre Gebilde Stück für Stück den Erfordernissen entsprechend durch Wachstum zusammen, um eine vorgegebene Funktion zu erfüllen. Nicht die Geometrie, sondern die zu erfüllende Funktion bestimmt die Form des Bauteils, bzw. der Struktur. Biologisch gewachsene Strukturen stellen sozusagen ihre eigene mechanische Funktionalität dar.

Nach welchen Regeln dieses mechanisch gesteuerte biologische Wachstum funktioniert wurde von Prof. Dr. Claus Mattheck am Institut für Materialforschung II des Forschungszentrums Karlsruhe an Bäumen und Knochen untersucht [4]. Als eine grundlegende Designregel biologischen Wachstums von mechanisch belasteten Strukturen formulierte er das „Axiom konstanter Spannung“ [5], [6]. Es besagt, dass mechanisch belastete Strukturen eine im zeitlichen Mittel gleichmäßige Spannungsverteilung anstreben. Dies bedeutet für die Struktur weder überbelastete Bereiche an denen sie vorzeitig versagt,

noch unterbelastete Bereiche durch überflüssiges Material. Erreicht wird diese Optimalgestalt durch lastadaptives Wachstum. An überbelasteten Stellen wird mehr Material angelagert bis sich eine gleichmäßige Spannungsverteilung einstellt. Gut sichtbar ist dieses Bestreben an der Gestalt der Bäume und der Anordnung ihrer Jahresringe [7], [8]. In den Knochen von Säugetieren werden zusätzlich nicht tragende Bereiche durch Entmineralisation entfernt. So entsteht eine auf ihre Anforderungen angepasste, gleichmäßig ausgelastete Struktur - eine Kette gleichfester Glieder.

Diese Wachstumsregeln der Natur wurden erfolgreich in die Technik umgesetzt. Mit Hilfe von Computern kann nun biologisches Wachstum auch an technischen Bauteilen simuliert werden [9]. Biologisches Design - ultraleicht und hochfest - wird aber nicht nur durch eine geeignete äußere Gestalt und Vermeidung von überflüssigem Material erreicht, sondern auch durch eine zielgerichtete Führung des Kraftflusses und die Anpassung der Struktur und ihrer Materialeigenschaften an eben diesen Kraftfluss. Daher besitzen fast alle biologische Materialien anisotrope Materialeigenschaften. Der Kraftfluss wird nicht einfach wie im technischen Bauteil durch das Material durchgeleitet, sondern das Material wird entsprechend dem Kraftflusses angelagert und ausgerichtet.

Ist das verwendete Baumaterial nun sehr viel zugfester als druckfest wie dies zum Beispiel bei Fasern der Fall ist, wird sich dieses Material bevorzugt entlang der Hauptzugspannungstrajektorien anlagern und somit bei Belastung als Zugseil wirken.

Die belebte Natur verwendet häufig solche Zugseile. Nicht immer sind diese funktionalen Zugseile auf den ersten Blick zu erkennen. Erst ein genaues Studium unter Berücksichtigung von Belastung und Versagensmechanismen der Struktur in Kombination mit den verwendeten Baumaterialien und deren Eigenschaften zeigt, auf welche oft trickreiche Art diese Zugseile der Natur auch bei Druck-, Biege- und Schubbelastung eingebaut sind.

2 Grundlagen

2.1 Hintergrund und Literatur

Biologische Kraftträger sind im Hinblick auf Belastung, Material und Form der grundlegende Maßstab, was notwendig ist um im harten Wettbewerb der Evolution langfristig zu bestehen. Im Vergleich mit technischen Konstruktionen wird das Potential sichtbar, welches auch heute noch in der Weiterentwicklung technischer Konstruktionen steckt. In der Natur zählt zum Überleben allein die Effizienz. In der Technik wird die Effizienz über den Wirkungsgrad definiert, welcher den Nutzen in Relation zum Aufwand setzt.

$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} \quad (2.1)$$

Die Effizienz einer Konstruktion kann sowohl durch die Erhöhung des Nutzens als auch durch die Verringerung des Aufwandes gesteigert werden.

Der Nutzen einer Konstruktion hängt neben dem Verwendungszweck wesentlich von ihrer Lebensdauer ab. Ist die Lebensdauer einer Konstruktion kürzer als die geplante Nutzungsdauer, so liegt dies in der Regel an einer nicht vorhergesehenen Schwachstelle in der Konstruktion. Typische Schwachstellen, insbesondere beim Auftreten wechselnder Kräfte, sind scharfe Ecken und Kerben an denen der Kraftfluss schroff umgelenkt wird, was an diesen Stellen zu hohen Überlasten führen kann. Als wesentlicher Faktor für die Höhe der Überlast stellte sich die Form der Ecken und Kerben heraus [10]. Schon sehr früh beschäftigte man sich mit verschiedenen Lösungsmöglichkeiten dieser in technischen Bauteilen scheinbar unvermeidlichen Sollbruchstellen [11], [12]. Die Entdeckung, dass natürliche Strukturen durch lastadaptives Wachstum in der Lage sind, Kerbformen ohne Überlasten zu erzeugen und die Übertragung dieses Prozesses durch Computersimulation auf technische Bauteile machte es möglich, auch technische Kerben ohne Überlast zu konstruieren [4].

Zur Verringerung des Aufwandes kann durch Leichtbauweise Material, Gewicht und Energie eingespart werden. Im Maschinenbau bezeichnet Leichtbau eine Konstruktions-technik und Bauweise, bei der Gewichtsminimierung das oberste Ziel ist [13]. Zusätzlich müssen Restriktionen wie Steifigkeit, Betriebsfestigkeit, statische und dynamische Sicherheit, sowie die Möglichkeiten der Fertigung berücksichtigt werden [14]. Grundlegend wird zwischen Strukturleichtbau und Materialleichtbau unterschieden. Im Strukturleichtbau

wird versucht überflüssiges Material zu vermeiden und mit möglichst wenig Material die Funktionalität einer Konstruktion herzustellen. Bereits am Anfang des letzten Jahrhunderts formulierten Maxwell und Mitchell die Grundsätze über optimale Kräftepfade für minimalen Volumenaufwand [15], [16]. 1991 wurde im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 230: Natürliche Konstruktionen - Leichtbau in Architektur und Natur - die Soft-Kill-Option-Methode vorgestellt, mit der durch Simulation des Knochenwachstums optimierte Leichtbaustrukturen nach dem Vorbild der Natur entworfen werden können [17].

In der Architektur beschäftigte sich der Architekt Frei Otto mit Leichtbaukonstruktionen indem er neue überwiegend auf Zugbeanspruchung ausgelegte Bauten aus Seilen, Netzen und Membranen entwarf [18], [19]. Hierbei erwies es sich als grundlegendes Problem, große Zugkräfte zuverlässig in den Boden zu leiten.

Beim Materialeichtbau geht es um die Wahl eines Werkstoffes mit einem möglichst geringem spezifischem Gewicht, der aber dennoch die nötigen Anforderungen wie z. B. Steifigkeit und Festigkeit erfüllt. In der Technik werden als Leichtbauwerkstoffe überwiegend Aluminium- Magnesium- und Titan-Legierungen, aber auch metallische Schäume und Faserverbundwerkstoffe eingesetzt.

Biologische Materialien können in der Regel als aus mehreren Komponenten aufgebaute Faserverbundwerkstoffe interpretiert werden [20], [21]. Für ihre außergewöhnlichen mechanischen Eigenschaften ist neben der Mischung der Komponenten ihr über mehrere Größenordnungen hierarchischer Aufbau vom Molekül bis hin zur gesamten Struktur maßgebend [22]. Durch neue Techniken in der Elektronenmikroskopie wurde es in den letzten Jahren möglich, die Strukturen bis in den Nano-Bereich auf ihren strukturellen Aufbau und den daraus resultierenden mechanischen Eigenschaften zu untersuchen [23]. Auch die Weiterentwicklung der Produktionsmöglichkeiten ermöglicht den Bau immer komplexerer Strukturen nach dem Vorbild der Natur [24].

Für den Ingenieur ist die Bionik eine gute Methode, bewährte Lösungen aus der Natur zu untersuchen und mit diesem Wissen an die Lösung einer technischen Aufgabe heranzugehen [25]. Ähnlichkeiten und Zusammenhänge zwischen biologischen und technischen Strukturen wurden bereits am Anfang des 20. Jahrhunderts von dem schottischen Biologieprofessor Sir D'Arcy Thompson auch aus mechanischer Sicht wissenschaftlich untersucht [26]. Seither haben sich eine Reihe von Wissenschaftlern mit dem mechanischen Design von biologischen Strukturen beschäftigt [27]. Von besonderer Bedeutung ist nicht nur der Aufbau, sondern auch die Versagensmechanismen der Strukturen, die gelegentlich instabiles Versagen deutlich unterhalb der materialbedingten Druckfestigkeitsauslegung ermöglichen [28].

Für zugbeanspruchte Konstruktionen sind Seile aufgrund ihrer strukturellen Eigenschaften nahezu optimale Leichtbauelemente. Wesentlicher Bestandteil der Arbeit ist es zu erkunden, wo und wie die Natur in ihren Strukturen Zugseile als mechanische Elemente einsetzt. Hierbei sollen grundsätzliche Gestaltungsprinzipien unter Verwendung von Zugseilen von mechanisch belasteten Strukturen in der Natur unter Berücksichtigung

von Funktion, Versagen, Material und Gestalt identifiziert werden. Weiterhin stellt sich die Frage, inwieweit die Ergebnisse auch in technischen Konstruktionen in adäquater Weise nutzbar sind.

2.2 Mechanische Grundlagen

Die klassische Mechanik befasst sich mit der Bewegung und Verformung von Körpern unter Einwirkung von Kräften. Reale Körper bestehen aus vielen Molekülen, die sich wiederum aus Atomen zusammensetzen. Atome galten lange Zeit als die kleinsten, unteilbaren Grundbausteine der Materie. Auf dieser atomaren, submikroskopischen Ebene ist die Struktur des Materials nicht homogen. Von einem der Elementarbausteine aus gesehen befinden sich im Allgemeinen seine Nachbarelemente in verschiedenen Richtungen unterschiedlich weit entfernt. Dies bewirkt dass auch die physikalischen Eigenschaften des Materials richtungsabhängig sind (Anisotropie). Im größeren Maßstab, auf der makroskopischen Ebene können sich diese Unterschiede mitteln. In der Kontinuumsmechanik wird daher vom mikroskopischen Aufbau der Materie mit seinen anisotropen Eigenschaften, also zum Beispiel der Gitterstruktur kristalliner Festkörper und der molekularen Struktur abgesehen und der Werkstoff als ein Kontinuum angenähert. Eine makroskopisch messbare Anisotropie eines Materials hängt hierbei von der Vorzugsrichtung ihrer Substrukturen ab. Die mechanischen Eigenschaften werden durch den Zusammenhang zwischen Spannungen und Deformationen beschrieben.

2.2.1 Beschreibung von Spannungen

Spannungen entsprechen der Belastung in einem Körper, die dieser durch auf ihn einwirkende Kräfte erfährt. Ist der Körper im Kräfte- und Momentengleichgewicht und alle Verformungen elastisch, so bewirken äußere angreifende Kräfte und Momente im inneren des Körpers Reaktionskräfte, die ihnen das Gleichgewicht halten. Wird der Körper nun in Gedanken an einer beliebigen Stelle durchgeschnitten, so treten die Spannungen als Kraft pro Fläche an den gedachten Schnittflächen auf, um den Körper auch weiterhin im Gleichgewicht zu halten.

$$\text{Spannung} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} \quad \sigma = \frac{F}{A} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (2.2)$$

Der Spannungstensor

Zur Beschreibung des Spannungszustandes im allgemeinen Fall wird ein differentielles Volumenelement in Form eines kleinen Würfels aus dem Körper freigeschnitten. Die Kanten des Würfels entsprechen den Achsen in einem kartesischem Koordinatensystem

2 Grundlagen

und haben die Einheitslänge 1. Auf jede Fläche des Würfels wirken eine Normalspannung und eine Schubspannung. Die Schubspannung kann innerhalb der Fläche in eine beliebige Richtung wirken, wird aber sinnvollerweise in zwei Komponenten parallel zu den Koordinatenachsen zerlegt (Abbildung 2.1 a). Zur Übersicht werden die Spannungen mit zwei Indizes versehen, von denen der erste die Normalenrichtung der Ebene angibt in der die Spannung wirkt und der zweite die Richtung in der die Spannung wirkt.

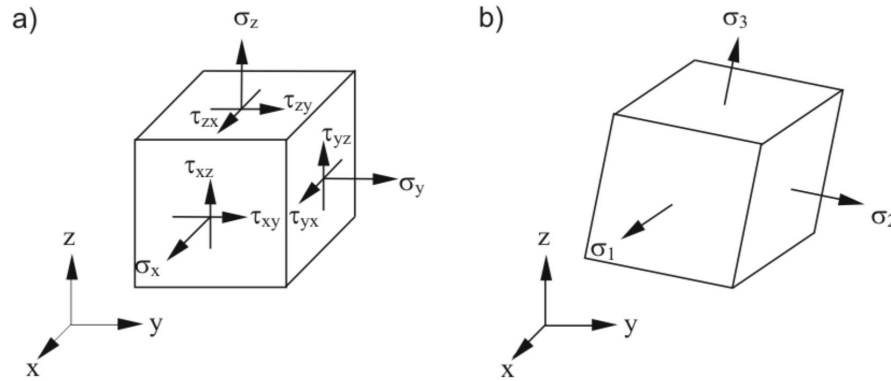


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung an einem differentiellen Volumenelement: a) Normal- und Schubspannungen, b) Hauptspannungen, nach [29].

Die am Volumenelement wirkenden Spannungen werden in ihrer Gesamtheit durch die Spannungen an den Schnittflächen senkrecht zu den drei Raumrichtungen beschrieben, also durch drei Vektoren mit je drei Komponenten. Diese bilden zusammengenommen den Spannungstensor (Tensor 2. Stufe). Aus den Momentengleichgewichten um die Koordinatenachsen für das Volumenelement in Abbildung 2.1 a) folgt der Satz von der Gleichheit der zugeordneten Schubspannungen $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ und $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, die Symmetrie des Spannungstensors. Liegen die Kanten des Würfels parallel zu den Koordinatenachsen x, y und z lässt sich der Spannungstensor in Form der folgenden Matrix formulieren:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ & \sigma_y & \tau_{yz} \\ sym. & & \sigma_z \end{pmatrix}$$

Hauptspannungen

So wie man für einen gegebenen Vektor immer ein Koordinatensystem finden kann, in dem zwei Komponenten des Vektors zu Null werden, indem eine der Achsen parallel zum Vektor gelegt wird kann man für einen gegebenen Tensor stets ein Koordinatensystem finden, in dem alle Nichtdiagonalelemente des Tensors zu Null werden. Wird der Würfel im kartesischen Koordinatensystem nun so verdreht, dass alle Schubspannungen zu Null

werden zeigen seine Kanten in Richtung des Hauptachsensystems (Abbildung 2.1 b). Im Hauptachsensystem reduziert sich der Spannungstensor und lässt sich dann zu einem Vektor zusammenfassen:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad \sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix}$$

Linien die an jedem Ort von den Hauptnormalspannungen tangiert werden visualisieren den Kraftfluss im Körper und werden Hauptnormalspannungstrajektorien genannt. Linien die entsprechend an jedem Ort von den Hauptschubspannungen tangiert werden heißen analog dazu Hauptschubspannungstrajektorien.

Der Mohrsche Spannungskreis

Der Mohrsche Spannungskreis ist ein geometrisches Verfahren zur Darstellung von Normal- und Schubspannungskomponenten in Abhängigkeit von dem Winkel unter dem sie auftreten. Eine Kraft F , die unter dem Winkel φ zur Schnittfläche angreift wird in die zwei Komponenten F_n in Richtung der Schnittflächennormalen und F_t tangential zur Schnittfläche zerlegt (siehe Abb. 2.2).

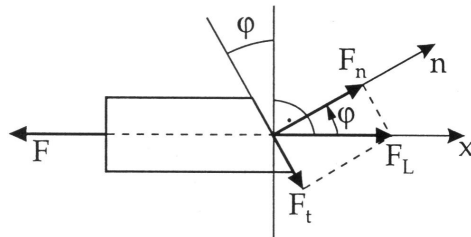


Abbildung 2.2: Kräfte und Flächen der Spannungen im Mohrschen Spannungskreis, nach [30].

$$F_n = F \cdot \cos \varphi \quad (2.3)$$

$$F_t = F \cdot \sin \varphi \quad (2.4)$$

Mit dem Winkel φ verändert sich auch die den jeweiligen Kräften zugeordnete Fläche (Abb.2.2):

$$A(\varphi) = \frac{A}{\cos \varphi} \quad (2.5)$$

2 Grundlagen

Die Einsetzung der Gleichungen 2.3 und 2.5, bzw. 2.4 und 2.5 in Gleichung 2.2 ergibt für die Normalspannung σ_φ bzw. für die Schubspannung τ_φ :

$$\sigma(\varphi) = \frac{F}{A} \cos^2 \varphi = \sigma_x \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} \sigma_x (1 + \cos 2\varphi) \quad (2.6)$$

bzw.

$$\tau(\varphi) = \frac{F}{A} \sin \varphi \cos \varphi = \sigma_x \sin \varphi \cos \varphi = \frac{1}{2} \sigma_x \sin 2\varphi \quad (2.7)$$

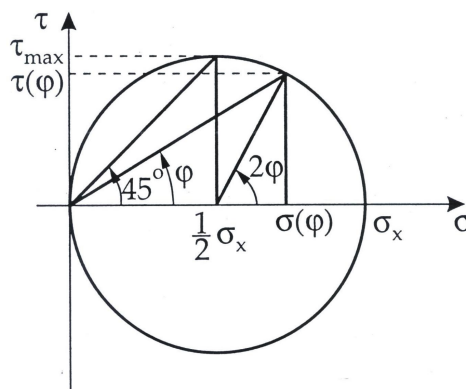


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des einachsigen Spannungszustandes mit dem Mohrschen Spannungskreis, nach [30].

Den richtungsabhängigen Zusammenhang zwischen der Normalspannung und Schubspannung in Abhängigkeit des Winkels φ zeigt im Normalspannungs-Schubspannungs-Diagramm auf anschauliche, geometrische Weise der Mohrschen Spannungskreis in Abbildung 2.3, der durch folgende Gleichung beschrieben wird:

$$\left[\sigma(\varphi) - \frac{\sigma_x}{2} \right]^2 + \tau(\varphi)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{2} \right)^2 \quad (2.8)$$

mit dem Mittelpunkt $(\frac{\sigma_x}{2}; 0)$ und dem Radius $r = \left| \frac{\sigma_x}{2} \right|$. Die Mittelpunkte der Spannungskreise liegen auf der σ -Achse. Positive Normalspannungen entsprechen Zugspannungen, negative Spannungen entsprechen Druckspannungen. Der Winkel φ am Bauteil wird im Mohrschen Spannungskreis unter dem doppelten Winkel 2φ angetragen. Für $\varphi = 0^\circ$ erhält man die zugehörige Hauptnormalspannung σ_{max} und für $\varphi = 45^\circ$ die zugehörige Hauptschubspannung τ_{max} . Auch im Mohrschen Spannungskreis findet sich der

Satz der zugeordneten Schubspannungen, dass die Schubspannungen in zwei zueinander senkrecht stehenden Schnittflächen betragsgleich sind anschaulich wieder.

Da der doppelte Winkel, in diesem Falle 180° im Spannungskreis angetragen wird liegen sich die beiden Punkte direkt gegenüber: Die Symmetrie des Spannungstensors!

Analog dazu lassen sich im Mohrschen Spannungskreis auch ebene und räumliche Spannungszustände darstellen, wobei die kleinste Hauptspannung den linken Schnittpunkt und die größte Hauptspannung den rechten Schnittpunkt des Kreises mit der σ -Achse darstellt.

Ein sehr anschauliches Modell zur gedanklichen Anschauung des Spannungszustandes in einem Körper ist das „nicht rotierende Schubviereck“ nach Mattheck (siehe Kapitel 2.5.2).

2.2.2 Beschreibung von Deformationen

Der Dehnungstensor

Die in einem im Kräfte- und Momentengleichgewicht befindlichem Körper wirkenden Spannungen bewirken eine Deformation desselben. Diese Deformationen durch die Normalspannungen werden als Dehnungen bzw. Stauchungen dimensionslos als prozentuale Längenänderung gegenüber der ursprüngliche Länge angegeben. Sie sind definiert als:

$$\text{Dehnung} = \frac{\text{Längendifferenz}}{\text{ursprüngliche Länge}} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\%$$

Die Deformationen durch die Schubspannungen entsprechen Verdrehungen der Kanten des Würfels und werden als Gleitwinkel γ , der Winkeländerung des ursprünglich rechten Winkels angegeben.

Deformationen sind die Folge von Spannungen und können daher analog zum Spannungstensor vollständig durch einen Dehnungstensor (Tensor 2. Stufe) dargestellt werden, der in Matrixschreibweise ebenfalls symmetrisch zur Hauptdiagonalen ist.

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{l}{2}\gamma_{xy} & \frac{l}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{l}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{l}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{l}{2}\gamma_{zx} & \frac{l}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{l}{2}\gamma_{xy} & \frac{l}{2}\gamma_{xz} \\ & \varepsilon_y & \frac{l}{2}\gamma_{yz} \\ sym. & & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

2.2.3 Spannungs-Deformations-Beziehungen

In der Technik ist es häufig von großer Bedeutung, die Eigenschaften eines verwendeten Materials hinsichtlich seiner Festigkeit, seiner Plastizität bzw. seiner Sprödigkeit, seiner Elastizität und einiger anderer Eigenschaften genau zu kennen. Die Beziehungen zwischen den im Körper wirkenden Spannungen und den daraus resultierenden Defor-

2 Grundlagen

mationen beschreiben diese mechanischen Eigenschaften des Materials und werden in einem Spannungs-Dehnungsdiagramm dargestellt.

Mechanische Spannungen im Material treten als Reaktion auf äußere Kräfte und Momente auf. Zusätzlich können auch Eigenspannungen und temperaturabhängige Wärmespannungen auftreten. Die Summe der Spannungen bestimmt in Abhängigkeit des Materials die auftretende Deformation. Die Fläche unter der Spannungs-Dehnungskurve entspricht der Deformationsenergie des Materials.

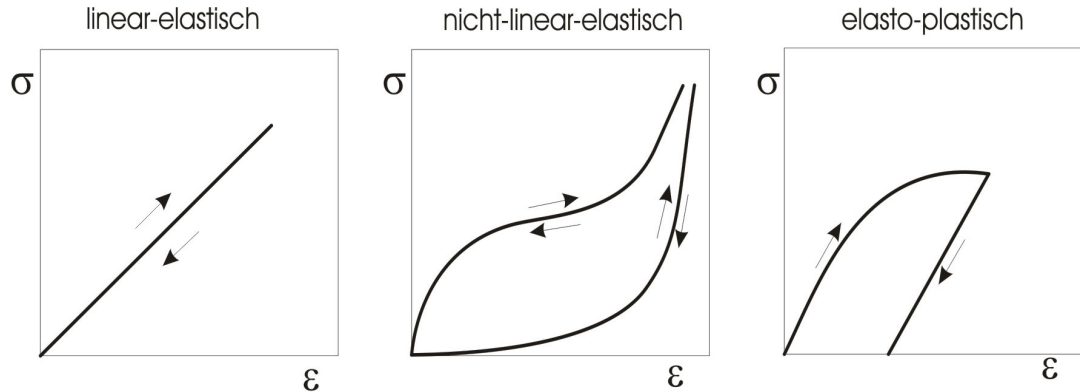


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung von Spannungs-Dehnungs-Beziehungen.

Diese Gesamtdeformation wiederum setzt sich aus einem elastischen und einem plastischen Anteil zusammen. Während die elastische Deformation nur auftritt solange die ursächlichen Spannungen wirken, beschreibt die plastische Deformation den Anteil der Deformation, der auch nach Abklingen der ursächlichen Spannungen erhalten bleibt.

Die linear-elastische Deformation

Bei der linear-elastischen Deformation ist der Zusammenhang zwischen den auftretenden Spannungen und den daraus resultierenden, vollkommen reversiblen Deformationen linear, d. h. die auftretenden Deformationen sind direkt proportional zu den verursachenden Spannungen. Diese Beziehung ist durch das **Hookesche Gesetz** beschrieben, welches die Spannung σ durch den Elastizitätsmodul E mit den Deformationen ε verknüpft:

$$\text{Hookesches Gesetz: } \sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.9)$$

Als Verknüpfung zweier Tensoren der 2. Stufe, Spannung und Dehnung, ergibt sich der Elastizitätsmodul als Tensor der 4. Stufe. Dies bedeutet dass den 9 Komponenten des Spannungstensors jeweils 9 Komponenten des Dehnungstensors zugeordnet werden. So

mit besteht der Elastizitätsmodul für den allgemeinen Fall aus 81 Komponenten, welche elastische Koeffizienten genannt werden.

Aufgrund der Symmetrie von Verzerrungs- und Spannungstensor reduziert sich die Zahl der unabhängigen Komponenten auf 36. Damit lässt sich das Hookesche Gesetz mit Hilfe der Voigtschen Notation in eine Matrixgleichung überführen, wobei die elastischen Konstanten in einer Matrix, sowie die Verzerrung und die Spannung als sechskomponentige Vektoren dargestellt werden. Aus energetischen Gründen ist auch diese Matrix symmetrisch, so dass sich die tatsächliche Anzahl der unabhängigen elastischen Koeffizienten auf nunmehr 21 reduziert:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ & & & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ & & & & c_{55} & c_{56} \\ & \text{sym.} & & & & c_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}$$

Mit zunehmenden Symmetrieeigenschaften in der Materialstruktur reduziert sich die Anzahl der zur Beschreibung des Materialverhaltens erforderlichen unabhängigen elastischen Koeffizienten immer mehr. Höchste Symmetrie weisen kubische Kristalle auf zu deren Beschreibung nur noch zwei unabhängige elastische Koeffizienten benötigt werden. Diese beiden Kennwerte werden i. A. Elastizitätsmodul E , und Schubmodul G genannt und sind über die Poissonzahl ν auch Querkontraktionszahl genannt, miteinander verknüpft. Die Poissonzahl ist eine Materialkonstante, die aus den elastischen Konstanten des jeweiligen Materials berechnet werden kann.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.10)$$

Auch die Eigenschaften der Deformation von isotropen, oder amorphen und feinkristallinen Materialien in denen sich die Anisotropien der Substrukturen wegmitteln lassen sich auf diese Weise charakterisieren. Allerdings gelten diese Zusammenhänge wie auch das Hookesche Gesetz selbst nur für lineare elastische Deformationen.

Die nicht linear-elastische Deformation

Abweichend von der linearen Elastizität weisen einige Materialien Eigenschaften auf, bei denen die Deformationen nicht mehr proportional zu den verursachenden Spannungen, aber trotzdem elastisch, d. h. vollkommen reversibel sind. Für die mechanischen Eigenschaften dieser Materialien bedeutet dies, dass auch im elastischen Bereich sich die Steifigkeit des Materials in Abhängigkeit von der Belastung verändert.

2 Grundlagen

Dieses Materialverhalten tritt überwiegend bei Gummi und biologischen Materialien mit großen Dehnungen auf. Während bei metallischen Werkstoffen der elastische Bereich der Dehnung bei maximal 1 % endet, sind bei biologischen Materialien elastische Dehnungen von mehreren 100 % möglich. Heuschrecken können z. B. die Haut ihrer Legeröhre bei der Eiablage um 1200 % dehnen und das rein elastisch [28]. Um solche enormen Dehnungen zu realisieren reichen die Dehnungen der interatomaren Bindungen alleine nicht aus. Zusätzliche Mechanismen in der Substruktur des Materials sind hierfür erforderlich. In der Regel sind dies seilartige Strukturen, die während des Dehnungsvorganges mehr und mehr straff gezogen werden, bis schließlich alle Fasern straff sind und gedehnt werden.

Abbildung 2.4 b zeigt zwei unterschiedliche Arten nichtlinearer Elastizität. Die sogenannte S-Kurve beschreibt das Materialverhalten von gummiartigen Werkstoffen aus langen, flexiblen Polymerketten. Im ungedehnten Zustand sind diese Ketten verknäult. Wird Gummi gedehnt so muss anfangs ein gewisser Widerstand gegen das Entwirren der Ketten überwunden werden und die Spannungs-Dehnungskurve steigt steil an. Sobald die meisten Ketten voneinander getrennt sind nimmt der Widerstand gegen eine weitere Dehnung ab. Es folgt ein relativ flacher Abschnitt in der Spannungs-Dehnungskurve in dem die Ketten aufgrund der wirkenden Zugspannungen begradigt werden. Mit zunehmender Begradigung der Ketten entlang der Hauptspannungstrajektorien wirken die Polymerketten immer mehr wie kleine gestreckte Zugseile und die Spannungs-Dehnungskurve steigt steil an bis zum Versagen.

Die J-Kurve hingegen ist eine typische Spannungs-Dehnungskurve für das Materialverhalten von weichen biologischen Geweben. Über einen weiten Bereich führen kleine Spannungsänderungen bereits zu großen Dehnungen. Dies spiegelt sich in einem sehr flachen Verlauf der Kurve in diesem Bereich wider. Durch diese leichte Dehnbarkeit des Materials werden Spannungskonzentrationen verhindert. Erst bei noch größeren Dehnungen, wenn die seilartigen Komponenten annähernd in Zugrichtung ausgerichtet sind, kann eine weitere Spannungszunahme nur noch geringe Dehnungen bewirken, bevor die Materialfestigkeit erreicht wird und schließlich Versagen eintritt.

Bei nichtlinearen elastischen Deformationen kann das Hookesche Gesetz aber nicht angewendet werden. Hier gelten abgewandelte Materialmodelle, die durch eigene Elastizitätstensoren (z.B. sog. Neo-Hookesches Materialmodell oder nach Mooney-Rivlin) beschrieben werden. Vom Verlauf der Spannungs-Dehnungskurve hängt es ab, wie viel elastische Energie bei welcher Dehnung im Material gespeichert wird.

Die elasto-plastische Deformation

In realen Materialien ist jede Deformation nur bis zu einer gewissen Grenze elastisch. Wird diese Grenze überschritten, so tritt bei duktilen Materialien plastische Deformation auf. Unter Plastizität versteht man die Eigenschaft fester Stoffe sich unter einer Krafteinwirkung zu verformen und diese Form nach der Einwirkung dauerhaft beizubehalten.

halten. Der Körper kehrt mit dem Ausbleiben der für die Deformation verantwortlichen mechanischen Belastung nicht wieder in seine Ausgangsform zurück.

Diese irreversible Verformung wird durch Fließen im Material verursacht. Sie findet nicht homogen im gesamten Material statt, sondern hauptsächlich an energetisch bevorzugten Unregelmäßigkeiten im Material wie z. B. Versetzungen, Phasengrenzen oder amorphen Einlagerungen. Duktile Stoffe weisen eine hohe plastische Verformung vor dem Bruch auf, spröde Stoffe nur eine sehr geringe. Sowohl Bruch als auch plastische Verformung sind immer mit elastischer Verformung verbunden.

Versagenskriterien

Zur Beurteilung, wann unter einem mehrachsigen Spannungszustand Versagen eintritt wird aus dem Spannungstensor mit seinen Komponenten eine skalare Vergleichsspannung berechnet. Je nach Materialverhalten werden hierzu verschiedene Versagenshypothesen verwendet. Bei isotropen Materialeigenschaften werden hauptsächlich die Normalspannungshypothese für Trennbruch senkrecht zu den Hauptzugspannungen, die Schubspannungshypothese (Tresca-Kriterium) für Gleitbruch aufgrund der Hauptschubspannungen und die Gestaltänderungsenergiehypothese (von Mises-Kriterium) bei Versagen durch plastische Deformation bzw. Ermüdungsbruch bei schwingender Beanspruchung eingesetzt [29].

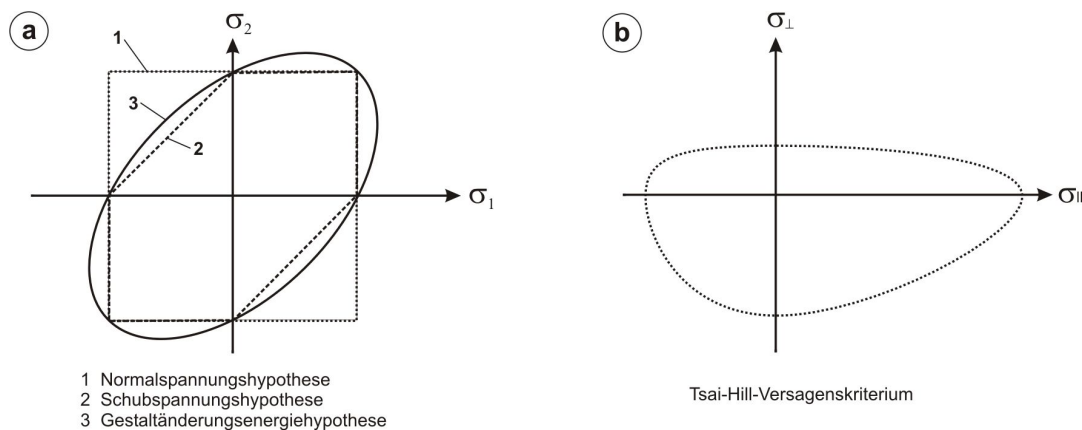


Abbildung 2.5: Versagenskriterien a) für isotrope Materialien, b) für anisotrope Materialien.

Der überwiegende Teil der Hochleistungswerkstoffe in der belebten Natur sind jedoch alles andere als isotrop. Sie sind hochgradig auf ihre Aufgaben spezialisiert und besitzen daher in der Regel anisotrope Materialeigenschaften. Nicht nur die Festigkeiten, sondern auch das Deformations- und Bruchverhalten können anisotrope Eigenschaften aufweisen. Ein häufig anzutreffender Sonderfall von anisotropem Materialverhalten sind orthotrope Materialeigenschaften, bei denen die Hauptspannungsachsen senkrecht zueinander stehen. Die zahlreichen Versagenskriterien zur Beschreibung von anisotropen Materialien

gehen im wesentlichen auf das Tsai-Hill-Kriterium zurück (siehe Abb. 2.5b). Bereits 1948 veröffentlicht Hill eine Erweiterung der Gestaltänderungshypothese auf orthotropes Material zur Beschreibung der Materialeigenschaften von gewalztem Blech [31]. Tsai verknüpfte die Festigkeitsparameter des Versagenskriteriums nach Hill mit experimentell ermittelten Festigkeiten von Faserverbundwerkstoffen in den Materialhaupttrichtungen und führte damit das Tsai-Hill-Kriterium für anisotrope Werkstoffe ein [32].

2.3 Das Zugseil als Konstruktionselement

In der Natur werden sowohl in der Tier- als auch in der Pflanzenwelt Zugseile als Bauelemente für Material und Struktur eingesetzt. Besonders die mechanisch hoch belasteten Stützstrukturen bestehen in ihrer überwiegenden Mehrheit aus Faserverbundmaterialien. Hierbei können die Fasern und ihre Bestandteile als viele kleine Zugseile aufgefasst werden. Dies ist nicht weiter verwunderlich, da in der Konstruktion das Zugseil als Krone des Leichtbaus gilt. Die homogene Spannungsverteilung unter Last bewirkt im Material eine optimale Querschnittsauslastung. Das Zugseil besitzt daher weder überflüssiges, da unterbelastetes Material in und um die neutrale Faser der Biegung, noch wird zusätzliches Material gegen instabiles Ausknicken bei Druckbelastung benötigt.

2.3.1 Eigenschaften des Zugseiles

Ein ideales Seil ist ein Konstruktionselement zur Übertragung von reinen Zugkräften ohne Biege- und Drucksteifigkeit. Dadurch werden zwischen den Lasteinleitungs- und den Lastausleitungspunkten keine Momente und Querkräfte übertragen und das Seil richtet sich stets in Richtung der Hauptzugspannungen aus. Es bildet sozusagen die Hauptzugspannungstrajektorien ab. Abgesehen von seiner Gewichtskraft ist das Seil zwischen den Orten der Kraftereinleitung und Kraftausleitung überall gleichmäßig ausgelastet und benötigt bei homogenem Material daher über diese gesamte Länge einen konstanten Querschnitt, was dem Seil sein charakteristisches Erscheinungsbild gibt. Der zumeist runde Vollquerschnitt unterstützt die Flexibilität des Seiles, da er die geringste strukturelle Biegesteifigkeit in allen Richtungen gleich gewährleistet.

Abbildung 2.6 zeigt Zugseile und deren Kombinationsmöglichkeiten für unterschiedliche Lastfälle. Einfache Zugseile übertragen Zugkräfte auf direktem Weg von der Lasteinleitung zur Lastausleitung (Abb. 2.6 a). Treten Belastungen in verschiedenen Richtungen auf, so können mehrere Seile zu einem Netz kombiniert werden (Abb. 2.6 b). Bei allseitigem Zug verdichtet sich das Netz zu einer Membran. In der Natur kommen neben isotropen Membranen z. B. in Schaum häufig auch quasiisotrope Membranen aus vielen Seilen in unterschiedlichen Richtungen, einem Wirrfaserverbund gleich, vor (Abb. 2.6 c).

Mechanisch kann ein Zugseil durch seine Dehnsteifigkeit, seine Zugfestigkeit und seine Reißlänge beschrieben werden. Die Dehnsteifigkeit hat die Dimension einer Kraft und ist das Produkt von Elastizitätsmodul des Werkstoffs in Belastungsrichtung und

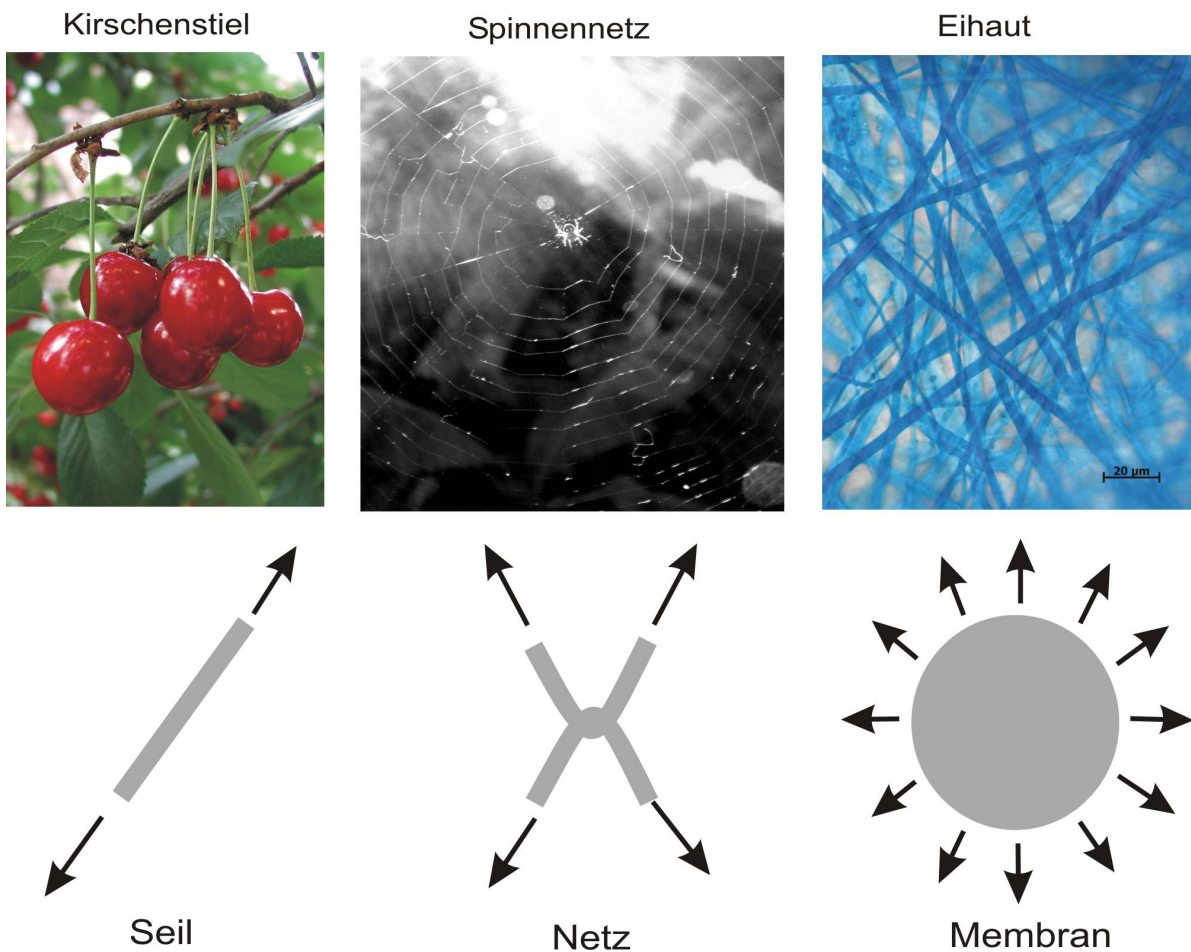


Abbildung 2.6: Zugseile und deren Kombinationsmöglichkeiten in der Natur: a) der Stiel der Kirsche wirkt wie ein Seil; b) Spinnen bauen aus vielen Seilen ein flächiges Netz; c) die Eihaut ist eine quasiisotrope Membran aus vielen Keratinseilen.

der Querschnittsfläche senkrecht zur Belastungsrichtung. Sie ist proportional zur Fläche des Querschnitts, aber unabhängig von dessen Form. Die Zugfestigkeit gibt die maximal übertragbare Kraft pro Querschnittsfläche eines Seiles. Die Reißlänge ist diejenige Länge eines Seiles, bei der es aufgrund seines Eigengewichtes abreißt. Sie ist eine charakteristische Materialeigenschaft und hängt im wesentlichen von der Zugfestigkeit und der Dichte des Werkstoffes ab, nicht aber vom Querschnitt des Seiles.

2.3.2 Zugelemente mit Biegesteifigkeit

Die Steifigkeit eines Körpers beschreibt den Zusammenhang zwischen aufgebrachtener Last und der daraus resultierenden Verformung. Je nach Art der aufgebrachtener Last wird zwischen Dehn-, Druck-, Biege- oder Torsionssteifigkeit unterschieden.

2 Grundlagen

Ein ideales Seil zeichnet sich dadurch aus, dass es lediglich eine Dehnsteifigkeit in Richtung der Zuglast besitzt. Mit zunehmender Druck-, Biege- und Torsionssteifigkeit verliert das Seil auch seine Fähigkeit sich entlang des vorherrschenden Kraftflusses auszurichten. Im Gegenzug dafür ist es aber immer mehr in der Lage auch Biege-, Druck- und Torsionsbelastung aufzunehmen: aus dem Seil wird zunehmend ein Stab.

Wird ein schlanker Stab auf Druck beansprucht, knickt er meistens schon vor Erreichen seiner materiellen Druckfestigkeit aus und wird auf Biegung belastet. Deshalb können schlanke Stäbe mit einer hohen Biegesteifigkeit nicht nur höheren Biegebelastungen, sondern auch höheren Druckbelastungen widerstehen.

Die Biegesteifigkeit EI setzt sich aus dem Elastizitätsmodul E des Materials und dem Flächenträgheitsmoment I des Querschnitts zusammen. Sie hängt sowohl vom Werkstoff als auch von seiner Geometrie ab. Der Elastizitätsmodul beschreibt die vom Werkstoff ausgehende Steifigkeit, während das Flächenträgheitsmoment den Einfluss der Querschnittsgeometrie auf die Biegesteifigkeit beschreibt. Hierbei nimmt das Flächenträgheitsmoment und somit die Biegesteifigkeit mit dem Abstand des Materials von der Biegeachse zu (siehe Abb. 2.7). Bei gleicher Querschnittsfläche hat daher ein Rohr eine höhere Biegesteifigkeit als ein voller Kreisquerschnitt. Ein kreisrunder Querschnitt, durch dessen Mittelpunkt die Biegeachse verläuft besitzt nach allen Seiten hin die gleiche Biegesteifigkeit. Ein nicht rotationssymmetrischer Querschnitt hat in verschiedenen Richtungen auch unterschiedliche Biegesteifigkeit und ist in aller Regel eine Spezialisierung der Vorzugsbiegerichtung.

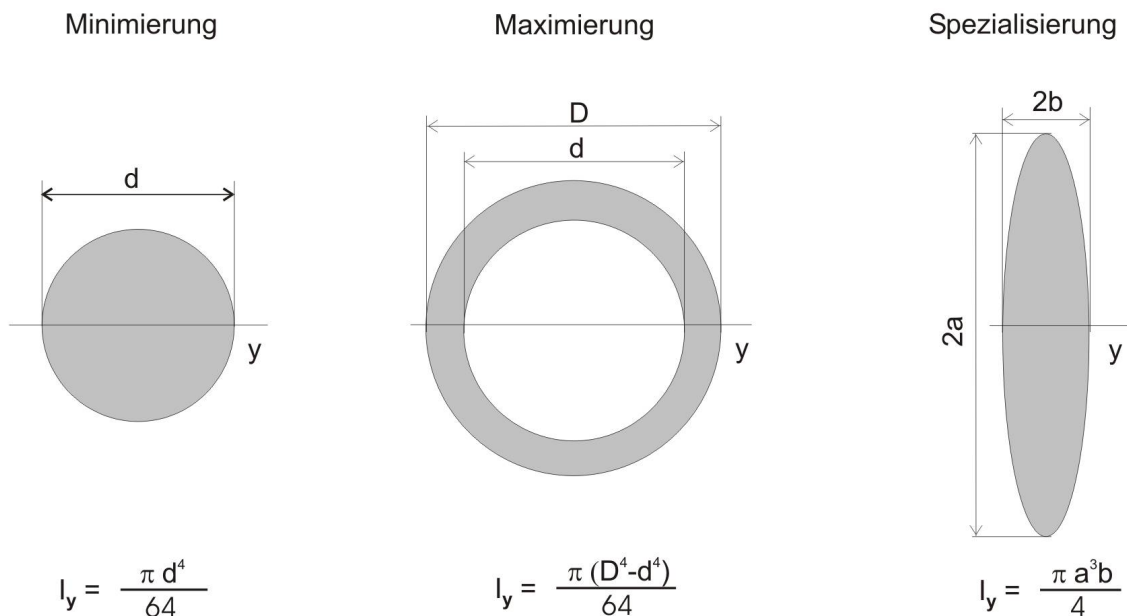


Abbildung 2.7: Einfluss der Flächenträgheitsmomente auf die Biegesteifigkeit: a) kreisrunder Vollquerschnitt; b) kreisrundes Rohr; c) Richtungsabhängigkeit des Flächenträgheitsmomentes durch Ovalisierung.

2.3.3 Versagensmechanismen von Seil, Stab und Rohr

Erst seine Steifigkeit erlaubt einem Körper Kräfte aufzunehmen. Welchen Kräften er allerdings widerstehen kann, bevor Versagen auftritt, bestimmt seine Festigkeit, die unabhängig von seiner Steifigkeit ist. Ebenso wie unterschiedlichen Belastungsarten entsprechende Steifigkeiten zugeordnet werden können, besitzt ein Körper auch für unterschiedliche Belastungen entsprechend unterschiedliche Festigkeiten. Bei zusammengesetzten Beanspruchungen bestimmt diejenige der Belastungen den Versagensmodus, welche zuerst die ihr zugeordnete Festigkeit überschreitet.

Seil bei Zugbelastung: Ein ideales Seil das nur Zugkräfte aufnimmt kann weder brechen noch knicken. Der einzige mögliche Versagensmodus ist das Zerreißen des Seiles wenn seine Zugfestigkeit erreicht wird. Die Zugfestigkeit entspricht der maximalen Kraft die das Seil auf seiner Querschnittsfläche übertragen kann. Sie ist eine charakteristische Materialeigenschaft die im Zugversuch ermittelt werden kann und daher in der Technik eine leichte Dimensionierung der Bauteile ermöglicht.

Stab bei Biegung und Druck: Ein Stab kann im Gegensatz zu einem idealen Seil zusätzlich mit Druck oder Biegung belastet werden. Wird ein Stab gebogen, so wirken auf seiner konkaven Seite Druckspannungen und auf der konvexen Seite Zugspannungen. Diese Biegespannungen sind linear über dem Querschnitt verteilt. Die aufgrund der Biegung erzeugten Schubspannungen erreichen ihr Maximum an der neutralen Faser. Je nachdem welche der Spannungen zuerst die ihnen entsprechende Festigkeit erreichen, versagt der Stab. Wird der Stab hingegen auf Druck belastet so knickt er häufig schon vor Erreichen der materiellen Druckfestigkeit aus und wird zusätzlich durch Biegung beansprucht.

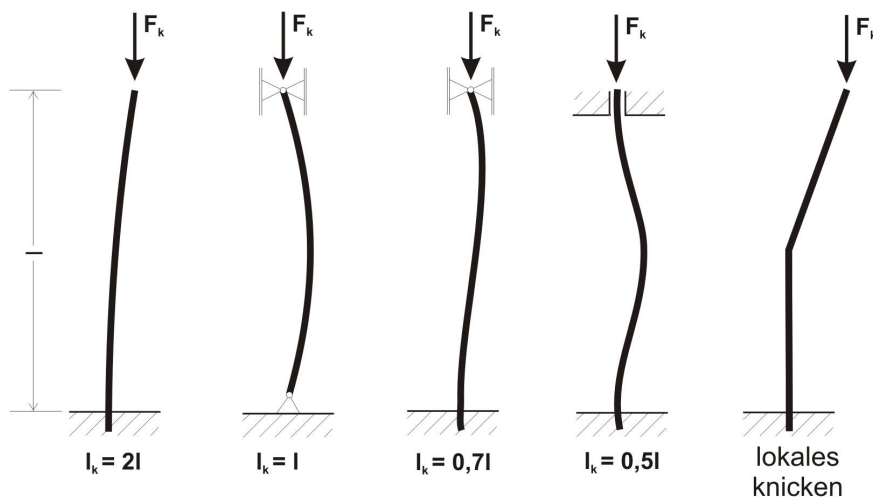


Abbildung 2.8: Knicklasten von Eulerschen Knickstäben für die Eulerfälle mit angepasster wirksamer Knicklänge l_k .

Das Knicken eines Stabes hängt wesentlich von dessen Biegesteifigkeit und Schlankheitsgrad ab. Für den Bereich elastischen Materialverhaltens kann nach Euler die Knick-

last bzw. die Knickspannung berechnet werden [29]. Für 4 Sonderfälle mit unterschiedliche Einspannungen des Euler'schen Knickstabes wird durch einen Vorfaktor die Stablänge an die wirksame Knicklänge angepasst. In der Praxis tritt aufgrund von materiellen oder strukturellen Schwachstellen häufig lokales Knicken auf (siehe Abb. 2.8).

Versagensmechanismen eines Rohres: Wird ein Rohr auf Druck oder Biegung belastet, so können unterschiedliche Versagensmechanismen auftreten. In Abhängigkeit von Material und Geometrie können dünnwandige Rohre unter Biegebeanspruchung durch Bruch auf der Zugseite, Einbeulen auf der Druckseite des Rohres oder durch Querschnittsverflachung versagen [33].

Wird ein dünnwandiges Rohr gebogen, so wirken in Längsrichtung entsprechend Zug- bzw. Druckkräfte. Aufgrund der Krümmung werden diese Längskräfte umgelenkt und haben nun jeweils eine Komponente die beide in der Querschnittsebene zum Rohrmittelpunkt hin wirken und den Querschnitt verflachen.

Der Brazier-Effekt beschreibt den Einfluss der Ovalisierung eines dünnwandigen Querschnittes unter Biegebelastung [34]. Mit zunehmender Krümmung ändert sich der Querschnitt des Rohres. Die zunehmende Ovalisierung des Rohres führt schließlich zu einer Biegeinstabilität, welche durch die Verringerung des Flächenträgheitsmomentes des ovalisierenden Querschnittes verursacht wird. Für Rohre aus isotropem Material erfolgt bei Versagen durch Querschnittsverflachung der Kollaps des ovalisierten Querschnittes häufig durch die Ausbildung von vier plastischen Fließgelenken [35]. Hohle pflanzliche Sprossachsen hingegen, bei denen die Fasern überwiegend parallel zur Achse ausgerichtet sind, neigen eher dazu aufgrund der tangentialen Zugspannungen aufzureißen und in vier Segmente zu zerbreitern (Abbildung 2.9).

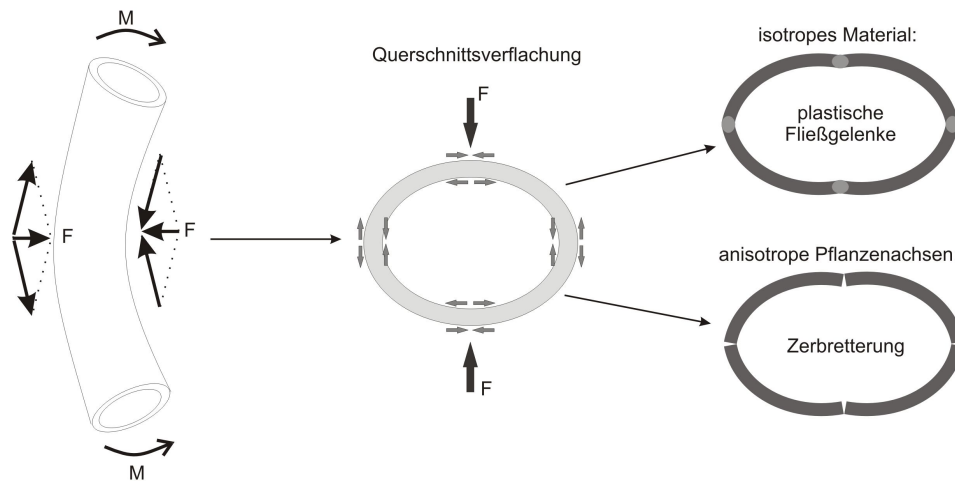


Abbildung 2.9: Mögliche Versagensmodi bei Brazierschem Biegebeulen durch Querschnittsverflachung für verschiedene Materialeigenschaften.

2.4 Biologische Fasern

Biologische Materialien sind leichte und trotzdem robuste Stoffe aus denen der Mensch selbst und unsere Tier- und Pflanzenwelt aufgebaut sind. Die im Laufe der Evolution entwickelten Materialien sind für ihren speziellen Einsatzbereich die Sieger im harten Überlebenswettbewerb und hochgradig an ihre Aufgaben und Belastungen angepasst. Auch im mechanischen Bereich besitzen diese Werkstoffe außergewöhnliche Materialeigenschaften [20].

Im Unterschied zu herkömmlichen Ingenieurwerkstoffen besitzen biologische Materialien in der Regel einen hierarchischen Aufbau, der sich von der molekularen Ebene bis hin zur Gesamtstruktur erstreckt. Biologische Materialien sind nicht homogen, sondern aus mehreren Komponenten mit wechselnden Anteilen zusammengesetzt. Durch eine geeignete Strukturierung und einer entsprechenden Zusammensetzung der Komponenten wird das Material für seine spezifische Funktion optimiert. Durch Wachstum wird über die gesamte Lebensdauer Material synthetisiert und ermöglicht eine lastgerechte Anordnung des Materials, sowie Korrekturen bei Situationsänderungen bzw. eine Selbstreparatur bei Teilschäden. Biologische Materialien sind im wahrsten Sinne des Wortes intelligente Werkstoffe, sogenannte „smart materials“.

Aus mechanischer Sicht sind diejenigen Materialien besonders interessant, die zum Bau der Stütz- und Tragestrukturen von Pflanzen und Tieren verwendet werden. Im Pflanzenreich übernimmt überwiegend das Holz der Bäume die tragende Rolle, doch auch unverholzte, krautige Pflanzen wie z. B. der Stängel der Sonnenblume zeigen in dieser Hinsicht beachtliche mechanische Leistungen. Im Tierreich wird zwischen einer inneren Tragestruktur aus Knochen, Sehnen und Muskeln, dem Endoskelett und einer äußeren Tragestruktur, dem Exoskelett, einem „Chitin-Panzer“ der sowohl Stütz- als auch Schutzfunktionen hat, unterschieden. Aber nicht nur das Skelett, sondern auch Krallen, Schnäbel und Hörner die aus der Hornsubstanz Keratin aufgebaut sind, müssen hohen mechanischen Belastungen widerstehen, um das Bestehen im Kampf ums Überleben zu sichern.

Allen diesen biologischen Materialien gemeinsam ist, dass sie aus nur wenigen Grundsubstanzen aufgebaut sind, die in Fasern und Gerüststoffe eingeteilt werden können. Die Fasern haben wesentlichen Anteil an den anisotropen Materialeigenschaften und wirken im Material als kleine Zugseile. Noch unausgesteift prägen sie in den frühen Wachstumsphasen oft auch die Kontur der Stütz- und Tragestrukturen. Im Folgenden sollen die häufigsten biologischen Fasermaterialien pflanzlicher und tierischer Natur betrachtet werden.

2.4.1 Zellulose - im Stützgewebe der Pflanzen

Zellulose ist die häufigste organische Verbindung auf der Erde. Sie ist mit etwa 50 % Massenanteil ein wesentlicher Bestandteil aller Pflanzen. Das Stützgewebe der Pflanzen mit

2 Grundlagen

seiner typisch faserigen Struktur ist ein biologisches Faser-Verbundmaterial aus Zellulosefasern in einer Matrix aus überwiegend Hemizellulose und Lignin. Es ist über mehrere Ebenen hierarchisch aufgebaut [36]. In nahezu allen Strukturebenen werden Fasern, also seilartige Strukturen verwendet. Die kleinsten „Seile“ bilden Zellulose-Kettenmoleküle, die aus vielen Zuckermolekülen gerade, unverzweigte Ketten bilden, welche sich zu Micellen zusammenfügen. Mehrere Micellarstränge wiederum bilden Fibrillen, welche in den Zellwänden der Holzzellen durch ihre Orientierungen die mechanischen Eigenschaften des Holzes beeinflussen [37]. Die drei Zellwände der Holzzelle unterscheiden sich sowohl in ihrer materiellen Zusammensetzung als auch in der Orientierung ihrer Fibrillen. Durch das Aneinanderfügen von mehreren langgestreckten Zellen, die miteinander in Verbindung stehen, werden die Holzfasern gebildet. Mehrere Fasern wiederum ergeben ein Faserbündel, aus denen sich das Holzgewebe zusammensetzt (Abbildung 2.10). Die Orientierung dieser Seile hat in allen Hierarchieebenen einen maßgeblichen Einfluss

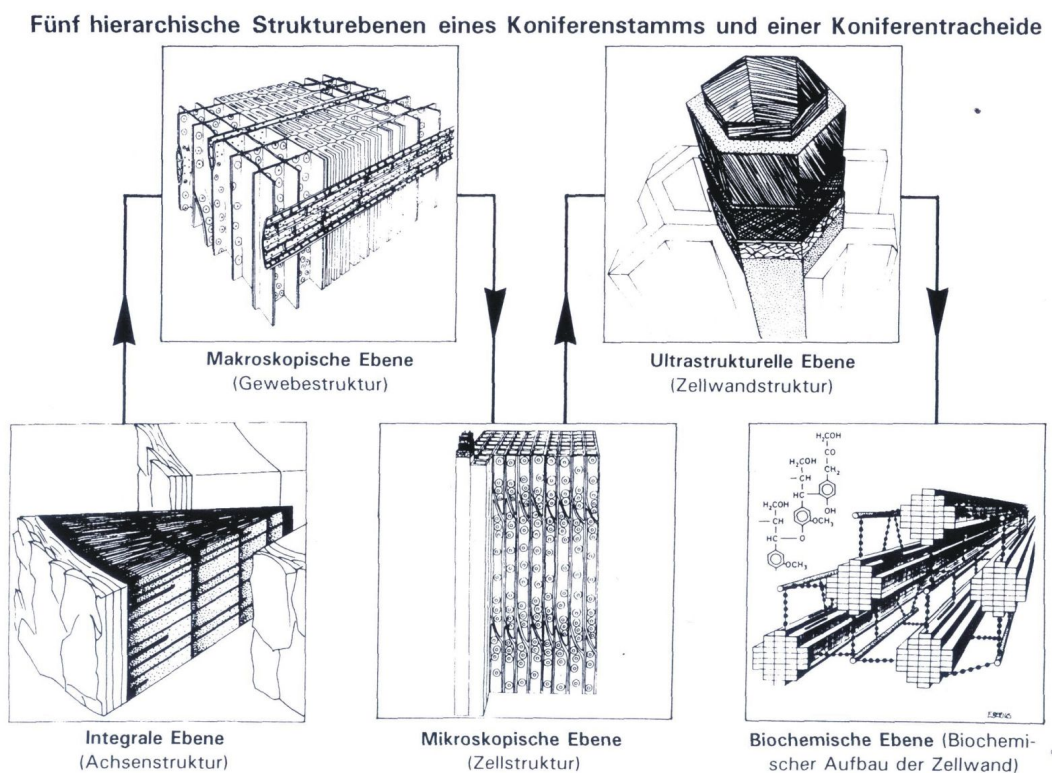


Abbildung 2.10: Hierarchischer Aufbau des Stützgewebes von Pflanzen von der Zellulose bis zum Holz [36].

auf die mechanischen Eigenschaften des Materials Holz, bzw. auf die Konstruktion der Struktur Baum. So werden auch bei Reparaturanbauten durch lastadaptives Wachstum am lebenden Holz die Fasern in Richtung des Kraftflusses ausgerichtet [38].

Pflanzen sind prinzipiell aus den drei Grundorganen Blatt, Wurzel und Sprossachse aufgebaut. Die Sprossachse verbindet die der Ernährung dienenden Organe Wurzel und Blatt. Neben Transport und Speicherung von Wasser, Nährstoffen und Assimilaten dienen die Organe gleichzeitig als mechanisches Traggerüst zur Stabilisierung der Pflanze. Die Sprossachsen der Pflanzen bestehen aus unterschiedlichen Gewebearten mit unterschiedlichen mechanischen Eigenschaften, die in Abhängigkeit von Funktion, Belastung und Vegetationsphase gebildet werden.

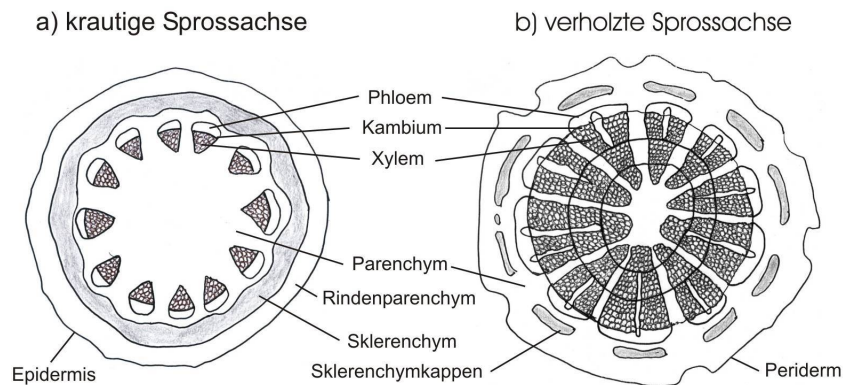


Abbildung 2.11: a) Typischer Sprossachsenquerschnitt für krautige Pflanzen; b) in den folgenden Vegetationsperioden nimmt der Holzanteil zu (Aristolochia-Typ) [39].

Abbildung 2.11 zeigt typische Querschnitte durch die Sprossachsen von krautigen und verholzenden Pflanzen. In der primären Sprossachse setzen sich die ringförmig angeordneten Leitbündel aus Phloem und Xylem zusammen, welche durch das Kambium, einer nur wenige Zellen dicken Schicht getrennt werden. Die Epidermis bildet die Oberhaut, welche die Sprossachse nach außen hin schützt. Im Inneren befindet sich ein überwiegend parenchymatisches Grundgewebe, das von Leitbündeln für den Transport und Festigungsgewebe durchsetzt ist. Das Festigungsgewebe besteht überwiegend aus langgestreckten Zellen mit verdickten Zellwänden und ist für die mechanische Tragfähigkeit der Sprossachse verantwortlich. Das Festigungsgewebe unterteilt sich in Sklerenchym und Kollenchym. Sklerenchym besteht aus toten Zellen und tritt meist als Schicht um ein Leitbündel auf. Sklerenchymzellen bilden verdickte Sekundärzellwände aus, diese sind oft durch Lignin verstärkt. Kollenchym ist dagegen noch wachstums- und dehnungsfähiges, nicht verholztes Festigungsgewebe aus lebenden Zellen. Einzelne Zellwände des Kollenchyms sind durch Zellulose- oder Pektinauflagerungen verstärkt [40]. Erst in den folgenden Vegetationszeiträumen wird vom Kambium nach innen Holz und nach außen Bast gebildet und die Pflanze verholzt. Beim Dickenwachstum der Sprossachse wird zwischen primärem und sekundärem Dickenwachstum unterschieden. Das primäre Dickenwachstum entsteht durch das Teilen des Bildungsgewebes, während das sekundäre Dickenwachstum vom Kambium aus erfolgt. Es bildet nach innen den Holzkörper und nach außen den Bast bzw. die Rinde. Die jahreszeitlichen Wachstumsschwankungen innerhalb der Vegetationsperioden spiegeln sich in der Ausprägung von Jahresringen wider.

Viele Pflanzen bauen sich ihr eigenes Gerüst um ihre Blätter zur lebensnotwendigen Photosynthese im Licht zu entfalten. Andere wiederum nutzen bereits vorhandene Strukturen, inklusive die ihrer fleißigen Mitstreiter. Abhängig von den Anforderungen besitzen ihre Tragstrukturen sehr unterschiedliche Materialeigenschaften. Selbst innerhalb eines einzigen Baumes, vom weichen Blatt mit seinem zarten Skelett über die jungen biegsamen Ästchen bis hin zum massiven Stamm ändern sich Steifigkeit und Festigkeit in einem weiten Bereich. Insbesondere beim Vergleich von nicht verholzten, krautigen Pflanzen mit den großen, mächtigen Bäumen unserer Erde wird die Spannweite der Materialeigenschaften deutlich.

Dennoch ist nahezu allen Pflanzen der grundlegende Aufbau ihres Stützgewebes gemeinsam, ein Zellulosefaserverbund mit einer Matrix aus Lignin und Hemizellulose. Eine spezielle Anpassung an ihre mechanischen Aufgaben wird unter anderem durch unterschiedliche Materialanteile erreicht. So besitzt das Druckholz der Bäume eine erhöhte Lignineinlagerung, während Zugholz eine zusätzliche dicke unverholzte gelatinöse Sekundärwandschicht, überwiegend aus Zellulose, enthält [41]. Wird die Materialzusammensetzung verändert, z. B. durch holzzeretzende Pilze, die selektiv eine der Komponenten zersetzen, ändern sich auch die Materialeigenschaften des Holzes drastisch [42]. Einen anschaulichen Zusammenhang zwischen der aktuellen Zusammensetzung des Holzes und seinen Materialeigenschaften zeigt ein vereinfachtes biomechanische Ersatzmodell nach Mattheck (Abbildung 2.12) [43].

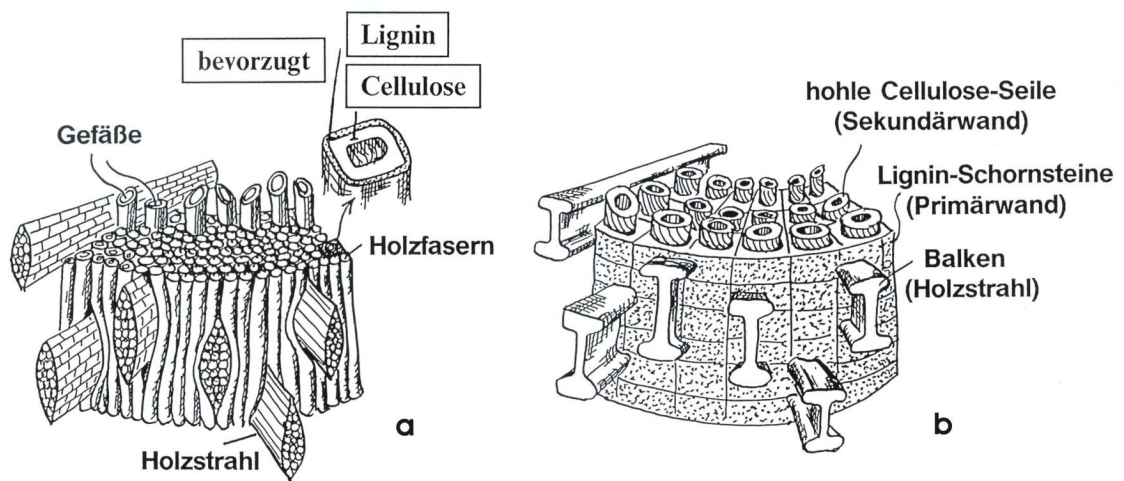


Abbildung 2.12: Teil eines Jahresringes aus ringporigem Holz: a) Reale Gegebenheiten mit vergrößert gezeichneter Zelle mit ligninreicher Primärwand und zellulosehaltiger Sekundärwand; b) Mechanisches Ersatzmodell, bei dem die Primärwände der Holzzellen zu einem System aus Ligninschornsteinen miteinander verklebt sind. Die Schornsteine aus sprödem Lignin enthalten je ein zugfestes Zellulosehohltau. Die Holzstrahlen, als I-Balken eingezeichnet, wirken als radiale Armierung [43].

2.4.2 Kollagen - im Stütz- und Bindegewebe der Wirbeltiere

Kollagen ist ein Strukturprotein, das in fibrillärer Struktur insbesondere im Stütz- und Bindegewebe der Wirbeltiere (Vertebrae) vorkommt. Das mechanische Gerüst der Wirbeltiere und des Menschen besteht aus dem Knochenskelett, Sehnen und Muskeln. Um neben der Stützwirkung auch eine Beweglichkeit zu gewährleisten besteht das Skelett aus vielen, durch Gelenke verbundenen Einzelknochen. Mit Hilfe der über Sehnen an den Knochen angreifenden Muskeln werden neben dem Einzelknochen auch größere Körperpartien bis hin zum gesamten Körper stabilisiert. Knochen und Knorpel werden als Stützgewebe bezeichnet. Das Bindegewebe hat die Aufgabe verschiedenste Körperteile zusammenzuhalten und findet sich außer in Sehnen und Muskeln auch in den Organwänden, um Gefäßbahnen und in der Haut wieder. Sowohl Stützgewebe als auch Bindegewebe sind hierarchisch aufgebaut.

Stütz- und Bindegewebe sind zwar äußerlich sehr verschieden, aber dennoch bestehen beide Gewebegruppen im Grunde aus denselben Elementen. Prägend für die mechanischen Eigenschaften sind die Bindegewebsfasern und die Zusammensetzung der amorphen Grundsubstanz, welche aus anorganischen Salzen, insbesondere Calciumsalzen besteht [44]. Als Bindegewebsfasern kommen neben Kollagenfasern auch Reticulin-, und elastische Fasern in unterschiedlichen Zusammensetzungen vor, wobei der dominierende Fasertyp die Eigenschaften des Gewebes prägt.

Sehnen, die als reine Zugseile wirken, übertragen die vom Muskel durch Kontraktion erzeugten Zugkräfte auf die Knochen. Sie bestehen überwiegend aus Kollagenfasern, die über mehrere Ebenen hierarchisch aufgebaut sind. Abbildung 2.13 links zeigt den hierarchischen Aufbau einer Sehne.

Eine Sehne setzt sich aus mehreren Kollagenfaserbündeln zusammen. Die Kollagenfasern sind wiederum aus vielen parallel angeordneten kollagenen Fibrillen zusammengesetzt. Die Fibrillen werden in Mikrofibrillen unterteilt und bestehen ihrerseits aus vielen miteinander vernetzten Proteinfilamenten. Die Proteinfilamente sind aufgebaut aus jeweils drei Kollagen-Polypeptidketten, die als Kollagen α -Ketten bezeichnet werden und sich schraubenförmig umschlingen. Abbildung 2.13 rechts zeigt einen Querschnitt durch eine menschliche Sehne als Ensemble von Zugseilen, in dem die aus vielen Fibrillen zusammengesetzten Fasern gut erkennbar sind.

Aus Bindegewebe kann durch Änderung der Materialzusammensetzung auch Knorpelgewebe entstehen. Ein anschauliches Beispiel ist die Anbindung der Sehne an den Knochen. Die Grenze zwischen Sehne und Knochen ist dabei nicht eindeutig definiert. Vielmehr tritt am Übergang eine zunehmende Verknöcherung der Sehne zum Knochen hin auf [44]. Der Knochen ändert vor allem beim Heranwachsen seine Zusammensetzung und Eigenschaften. Abbildung 2.14 a zeigt den hierarchischen Aufbau von Knorpelgewebe am Beispiel eines ausgewachsenen menschlichen Oberschenkelknochens (Femur). Der Knochen wird von einer Bindegewebshaut, der Knochenhaut (Periost), umgeben, die eng dem Knochen anliegt. Die eigentliche Knorpelsubstanz wird in die äußere Kortikalis

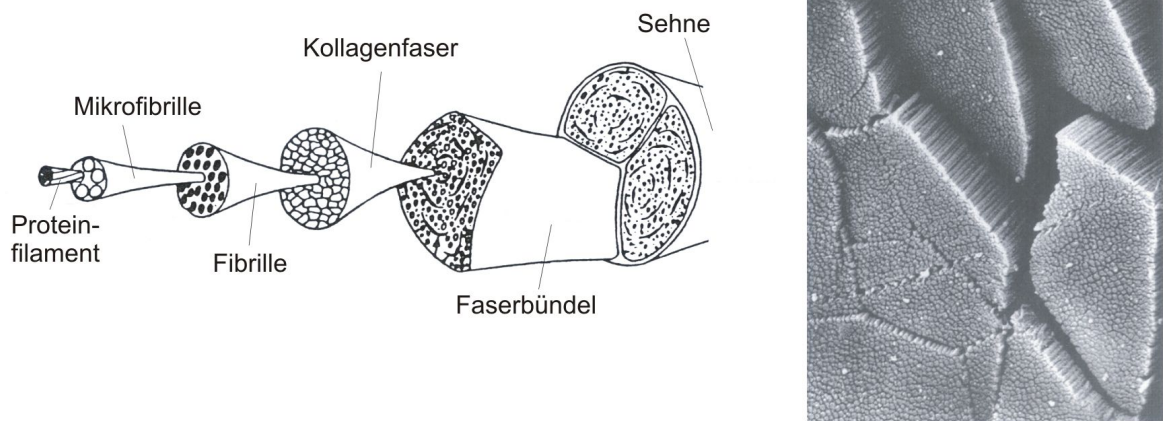


Abbildung 2.13: links: hierarchischer Aufbau einer Sehne (Zeichnung nach [25]); rechts: Rasterelektronenmikroskopische Aufnahme (x 25k) vom Querschnitt einer menschlichen Sehne. Kollagenfasern aus gebündelten Kollagenfibrillen, die aufeinander abzugleiten scheinen [45].

(Substantia corticalis oder Substantia compacta) und die innere Spongiosa (Substantia spongiosa) eingeteilt.

Die Kortikalis des Knochens ist überwiegend aus den äußeren Generallamellen und Osteonen aufgebaut (Abbildung 2.14 b). Das einzelne Osteon besteht aus 5 bis 20, um einen Versorgungskanal (Havers Kanal) herum konzentrisch angeordneten Knochenlamellen. Die Spongiosa im Knochen ist ein dreidimensionales Fachwerk aus Verstrebungen, den Trabekeln. Sowohl Kortikalis, als auch Spongiosa sind lamellar strukturiert. Unterschiedlich ist nur die Anordnung der Lamellen. Die Spongiosa hat flächige, parallel zur Oberfläche angeordnete Lamellen, während die Kortikalis neben den äußeren Generallamellen vor allem aus konzentrisch um Versorgungskanäle angeordneten Lamellen der Osteone besteht.

Die Lamellen bestehen überwiegend aus Kollagenfibrillen. Innerhalb jeder Lamelle sind die Kollagenfibrillen parallel zueinander ausgerichtet. In benachbarten Lamellen ist die Orientierung der Kollagenfibrillen jeweils verdreht. Die Kollagenfibrillen sind durch Nanopartikel aus Kalziumphosphat-Mineral verstärkt [46].

Die Binde- und Stützgewebe der Wirbeltiere sind sowohl von ihrem strukturellen Aufbau, als auch von ihrer materiellen Zusammensetzung hochgradig für ihre Funktion optimiert. So sind Kollagenfibrillen in der Richtung ihrer Belastung ausgerichtet [47].

Im Röhrenknochen einer Maus ändert sich die Orientierungsverteilung der Kollagenfibrillen nach der Geburt, wenn der Knochen seine Aufgabe als Stützstruktur übernimmt. Während im embryonalen Knochen kurz vor der Geburt keine Ausrichtung der Kolla-

genfibrillen im Knochen vorliegt, orientieren sich diese nach der Geburt mit einsetzender Belastung mehr und mehr in Richtung der Knochenachse [48].

Auch die Trabekel der Spongiosa im Röhrenknochen sind lastgerecht an den Hauptspannungstrajektorien ausgerichtet [49]. Erreicht wird diese Anpassung der Gesamtstruktur durch lastadaptives Wachstum [9].

Das Knochengewebe befindet sich auch nach Abschluss der Wachstumsphase in ständigem Umbau. Den Abbau des Knochengewebes übernehmen Osteoklasten, mit Hilfe von Knochenbildungszellen Osteoblasten wird es wieder neu aufgebaut, durch Einlagerung von Kalziumionen wird es verhärtet [50]. Durch die geringe Größe der eingelagerten Mineralkristalle sind diese unempfindlich gegenüber internen Defekten und erreichen die Festigkeiten eines idealen Kristalls [23].

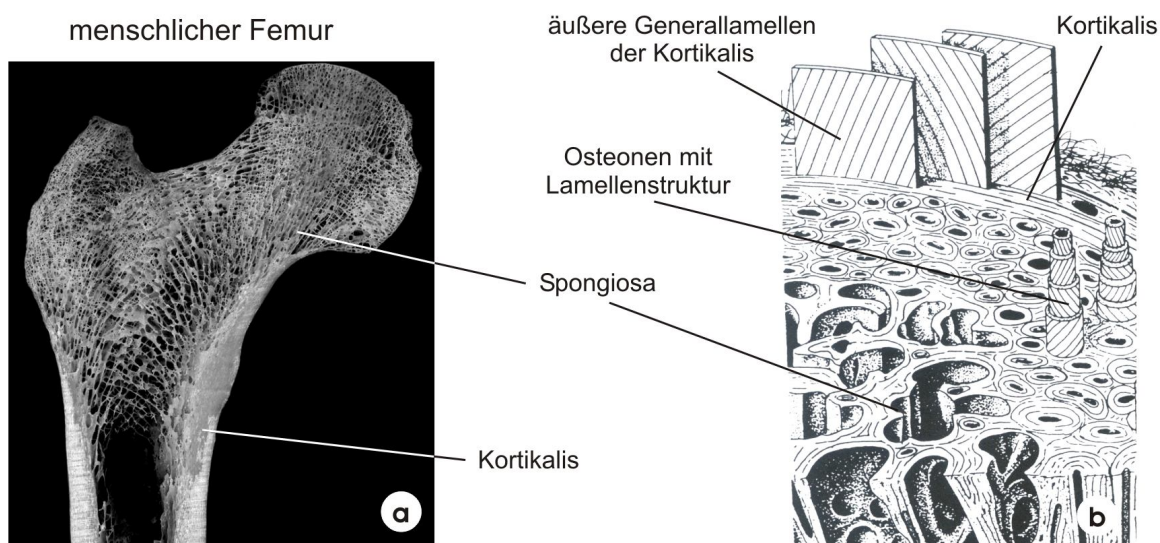


Abbildung 2.14: Struktureller Aufbau von Knochen: a) Längsschnitt durch einen menschlichen Femur; b) lamellare Strukturen der Kollagenfibrillen in einem Röhrenknochen [44].

Durch Erneuerung und Knochenumbau werden auch kleine Schädigungen im Knochen, die durch alltägliche Beanspruchung entstehen, ständig wieder ausgeheilt, so dass trotz vieler Lastzyklen kaum Materialermüdung auftritt. Ein gesunder Knochen sucht sich die für seine Beanspruchung ideale Struktur und Materialzusammensetzung selbst.

Wird dieser Prozess durch Mangelerscheinungen oder andere Krankheiten gestört, ändern sich auch die mechanischen Eigenschaften und der Knochen kann vorzeitig versagen [51]. So sind zum Beispiel die Glasknochenkrankheit und Skorbut auf eine fehlerhafte Synthese der „Kollagenseile“ zurückzuführen.

2.4.3 Chitin - im Außenskelett der Gliederfüßler

Chitin ist nach Kollagen die am zweithäufigsten vorkommende biologische Faser im Tierreich [27]. Etwa 10 Milliarden Tonnen Chitin werden nach Schätzungen in der Biosphäre unseres Planeten pro Jahr synthetisiert und abgebaut [52]. Im Jahre 1811 wurde es erstmals von Professor Henry Braconnot, dem Direktor des Botanischen Gartens in Nancy beschrieben. Als „gänzlich andere Substanz als bisher identifizierte Pflanzeninhaltsstoffe“ taufte er es Fungin, weil er es in der Zellwand von Pilzen gefunden hatte. Zwölf Jahre später konnte der ebenfalls französische Forscher Odier die gleiche Substanz in Insekten nachweisen und benannte es deshalb nach dem griechischen Wort chiton, was Umhüllung, Gewand, Panzer bedeutet in Chitin um.

Auch Chitin ist ein faserbildendes Polymer, das ebenso wie Zellulose durch Verkettung von vielen Zuckermolekülen lange Ketten bildet. Nach Zellulose ist Chitin in der Natur die zweithäufigste aus Zuckereinheiten aufgebaute Faser [20]. Auch der strukturelle Aufbau der beiden Moleküle ähnelt sich so sehr, dass Chitin als Derivat von Zellulose bezeichnet wird. Der Unterschied zwischen den Beiden besteht lediglich darin, dass in den Grundbausteinen eine Hydroxyl-Gruppe durch eine Acetylamin-Gruppe ersetzt wird (Abbildung 2.15). Ebenso wie bei der Zellulose fügen sich die einzelnen linearen Kettenmoleküle zu immer größeren Seilen den Fibrillen zusammen. In der Natur kommt Chitin daher überwiegend als faseriger Bestandteil eines Verbundmaterials aus Chitinfasern in einer Proteinmatrix eingebettet vor.

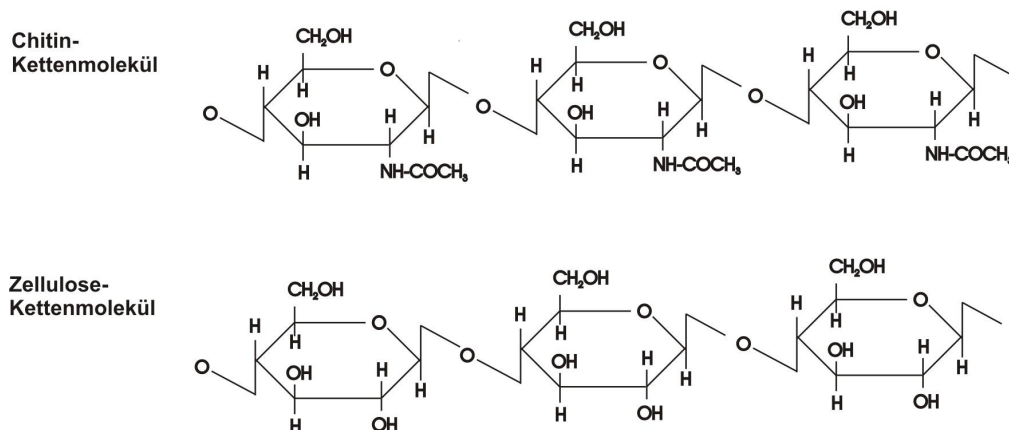


Abbildung 2.15: Kleinste Seile aus Zucker: Aufbau des Chitin-Kettenmoleküls und eines Zellulose-Kettenmoleküls im Vergleich.

Bei den Gliederfüßlern (Arthropoda) ist Chitin mit etwa einem Drittel Trockensubstanz der Hauptbestandteil ihrer äußeren, aus mehreren Schichten bestehenden Schale, der Kutikula. Die restlichen Bestandteile bezeichnet man als Inkrusten [53]. Dadurch übernimmt Chitin im Tierreich als Stützgewebe eine vergleichbare Aufgabe wie die Zellulose in der Pflanzenwelt. Der Stamm der Gliederfüßler besitzt im Gegensatz zu den meisten Wirbeltieren statt eines stabilisierenden Innenskeletts ein Außenskelett. Es hat

sowohl die Aufgabe der tragenden Stützstruktur, als auch eine Schutzfunktion für das Tier. Das Exoskelett ist Teil der Kutikula und bildet eine stabile, nicht mitwachsende äußere Hülle um den Organismus, die während des Wachstums wiederholt durch Häutung ersetzt werden muss. Dem Stamm der Gliederfüßler gehören etwa 50 - 80 Prozent aller Tierarten an. Er umfasst unter anderem Krebstiere, Spinnentiere und Insekten, welche seit Urzeiten erfolgreich Land, Wasser und Luft besiedeln, was sie nicht zuletzt ihrer harten äußeren Schale zu verdanken haben.

Entgegen der landläufigen Meinung aber sind nicht die Chitinfibrillen für die Härte des Schutzpanzers verantwortlich, sondern für dessen Weichheit und Biegsamkeit. Erst durch die Zugabe der Gerüstsubstanzen, den Inkrusten wird die Cuticula hart und stabil. Dies ist besonders deutlich nach der Häutung zu beobachten.

Aus der Kutikula werden neben der Außenhaut auch Mandibel, die harten Beiß- und Schneidwerkzeuge sowie elastische Gelenke, Flügel und weitere Oberflächenstrukturen gebildet [54]. Die mechanischen Eigenschaften dieses Verbundmaterials werden stark durch die anteilige Zusammensetzung der Komponenten, aber auch durch die Schichtung und Orientierung der Chitinfibrillen beeinflusst [55].

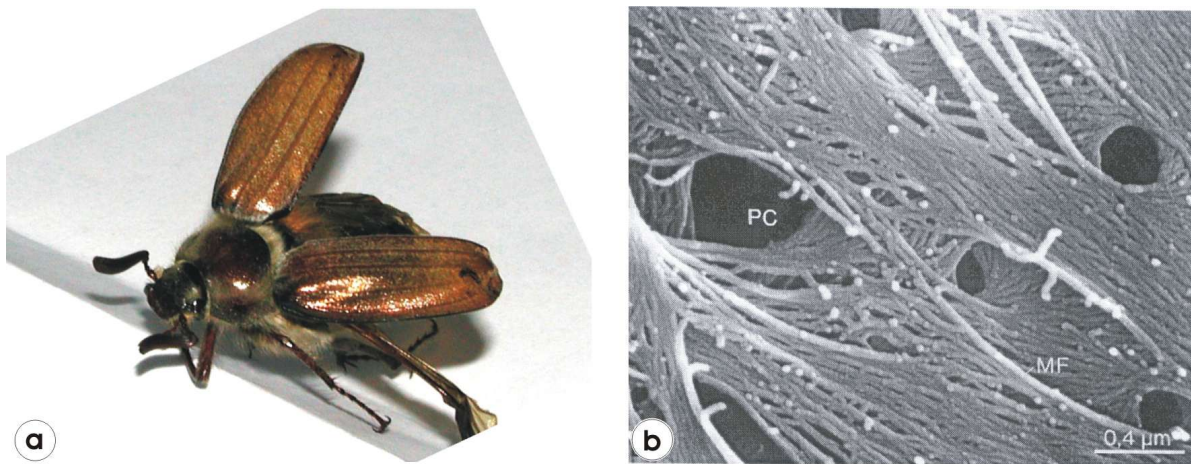


Abbildung 2.16: a) Das reinste Chitin bei Insekten findet sich in den Flügeln von Maikäfern [56]. b) Orientierung der Chitinfibrillen um Poren in der Kutikula einer Libelle (*Lestes barbara* Fabr.) [57].

Abbildung 2.16 a) zeigt die schützenden Deckflügel eines Maikäfers und Abbildung 2.16 b) die Lage und Anordnung der freigelegten Chitinfibrillen um Poren in der Kutikula einer Libelle. Auch die harten Schutzpanzer der Gliederfüßler sind erstaunlicherweise zu einem beachtlichen Anteil aus Seilen aufgebaut.

2.4.4 Keratin - in Haaren, Hörnern und Federn

Eine weitere häufig vorkommende biologische Faser kommt in der Hornsubstanz Keratin vor. Am augenscheinlichsten wird die seilartige Struktur bei Haaren, deren Hauptkörper die Cortex aus einer Agglomeration von Keratinfibrillen besteht. Eine besondere Konstruktion aus Keratinfasern sind die Federn der Vögel, die sich im Laufe der Evolution aus den Haaren entwickelt haben [58]. Bereits im Ei umgibt eine Schutzhülle aus Keratinfasern das Embryo (Abbildung 2.17). Neben der Wärmefunktion der Daunen und der Schutzfunktion der Deckfedern sind es die Flugfedern, die mechanisch hoch belastet einen Großteil der Flügeltragfläche ausmachen, die das Tier in der Luft halten. Aber auch die scharfen Krallen von Raubtieren, spitze Vogelschnäbel und Hörner sind zum großen Teil aus Keratin. So besteht zum Beispiel das gefährliche Horn des Nashorns aus zusammengeklebten Haaren und ist nicht direkt mit dem Schädelknochen verbunden. Die Haare bilden ein miteinander verflochtenes Netzwerk von Fasern um das Risiko einer Spaltung zu minimieren [59].

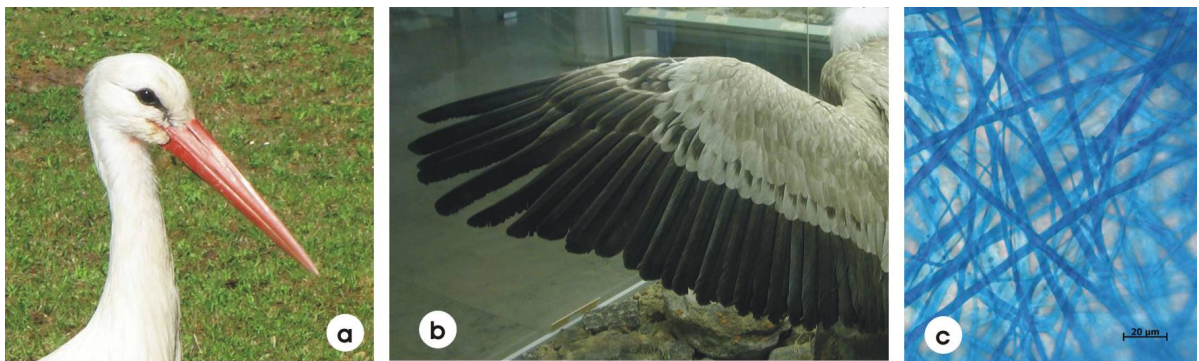


Abbildung 2.17: Strukturen aus Keratin: a) Schnabel eines Storches. b) Flügel eines Gänsegeiers mit Schwungfedern. c) Eihaut eines Hühnereies unter dem Mikroskop (Foto: K. Weber).

Keratin ist ein Material das aus Strukturproteinen aufgebaut ist und dessen Festigkeit durch Faserbildung verstärkt wird. Die Faserkeratine gehörten zu den ersten biologischen Substanzen an denen Röntgenbeugungsversuche zur Erforschung ihres strukturellen Aufbaues durchgeführt wurden [60]. Keratinfasern sind Strukturproteine, die aus Aminosäureketten lange Kettenmoleküle bilden. Aufgrund ihrer gedrehten Form werden diese α -Helix genannt. Je drei dieser Helices bilden wie ein gedrehtes Seil eine Protofibrille. Elf Protofibrillen vereinigen sich zu einer Mikrofibrille - diese vereinigen sich ihrerseits zu Bündeln und bilden Makrofibrillen aus, welche Bestandteile der Zellen sind [61].

Aufgrund ihrer unterschiedlichen Struktur und Materialverhaltens werden α -Keratine und β -Keratine unterschieden. Abbildung 2.18 a) zeigt den hierarchischen Aufbau einer α -Keratin-Mikrofibrille mit einem typischen Durchmesser von 8 Nanometern.

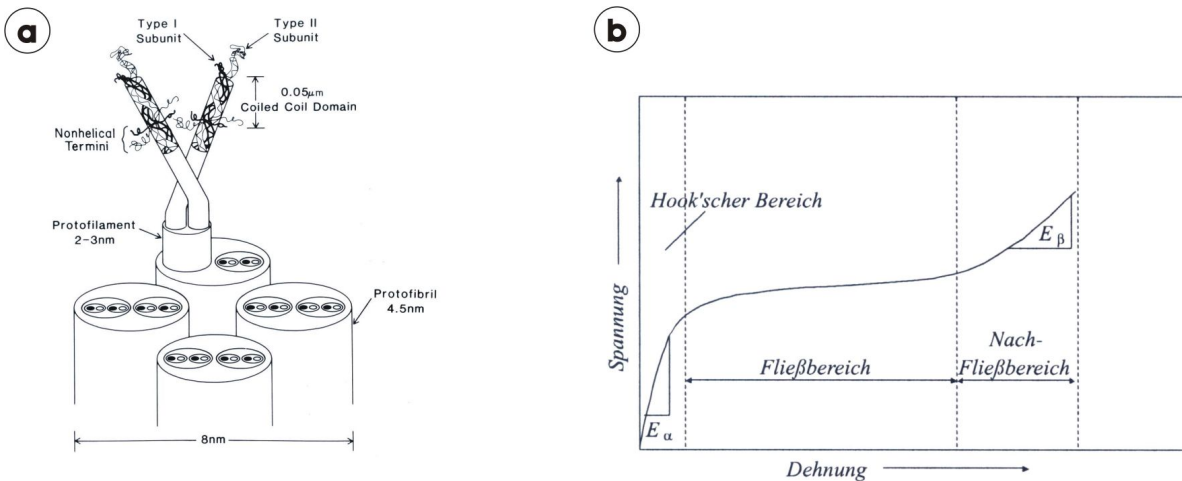


Abbildung 2.18: a) Struktur eines Keratinfilaments, nach [62]. b) Materialverhalten von α -Keratin mit ausgeprägtem Fließbereich, nach [63].

Die bei Säugetieren vorkommenden α -Keratine zeichnen sich durch einen ausgeprägten Fließbereich aus (Abbildung 2.18 b)). Nach dem überschreiten der Hookschen Grenze bei einer Dehnung von etwa 2 % führen bereits kleine Spannungszunahmen zu überproportionaler Längenänderung von etwa 30 %. Auf molekularer Ebene vollzieht sich der Übergang des Keratins vom α -helicalen in den β -gefalteten Zustand. Diese Dehnungen sind nach einem längeren Erholungszeitraum voll reversibel. Im anschließenden Nach-Fließbereich liegt wieder nahezu linear-elastisches Materialverhalten bis zum Versagen vor. Das Verhältnis der Steigungen der drei Bereiche beträgt ungefähr 100:1:10.

Aus β -Keratinen, die diesen ausgeprägten Fließbereich nicht besitzen, bestehen z. B. Federn und Reptilschuppen. Auch die Eiweißsubstanz Fibroin, aus der Seidenfäden bestehen, gehört zu den β -Keratinen [64]. Keratine haben eine hohe mechanische und chemische Beständigkeit. Sie sind in Wasser und verdünnten Säuren unlöslich, widerstehen auch den Eiweißspaltenden Enzymen und haben deshalb mit Ausnahme für die Larve der Kleidermotte keinen Nährwert. Sie sind eine ideale Abgrenzung eines Organismus gegen seine widrige Umwelt.

Die mechanischen Eigenschaften des Keratins hängen wesentlich von Struktur, Anzahl und Art der Querverbindungen zwischen den Keratinfasern, dem Feuchtigkeitsgehalt und dem Verhältnis der Anteile von Fasern und Matrix ab [22]. Beispiele für Keratine mit zunehmenden kovalenten Bindungen sind:

Wolle < Haar, Federn < Horn, Schildpatt < Schnäbel, Krallen

Auf diese Weise können aus der seilartigen Grundstruktur der Keratine aufgebaut, Strukturen mit den verschiedensten Eigenschaften und Funktionen entstehen.

2.5 Methoden

2.5.1 Bionik

Die Bionik ist eine von vielen möglichen Methoden wissenschaftlichen Arbeitens. Sich ausschließlich auf sie zu verlassen wäre genauso töricht, wie sie nicht in Betracht zu ziehen [25]. Bionik bezeichnet die Vorgehensweise, die Natur als Vorbild für technische Lösungen heranzuziehen. Bionik ist ein Kunstwort aus Biologie und Technik und wurde 1993 auf einer VDI-Tagung zur Analyse und Bewertung zukünftiger Technologien wie folgt definiert: „Bionik als wissenschaftliche Disziplin befasst sich mit der technischen Umsetzung von Konstruktions-, Verfahrens- und Entwicklungsprinzipien biologischer Systeme“ [65].

Seit jeher bedient sich der Mensch zur Lösung seiner Probleme mit Anregungen aus der Natur. Im Gegensatz zu von Menschen geschaffenen Systemen hat die Inspiration durch die Natur den Vorteil, dass in ihr nicht die technischen Restriktionen der vorausgegangenen Entwicklungen eingearbeitet sind. Vielmehr zeichnet sie sich dadurch aus, dass eine Vielzahl von parallelen Entwicklungen sich unabhängig voneinander unter den unterschiedlichsten Randbedingungen entwickelt haben. Durch diese Biodiversität birgt die Natur für den Menschen ein nahezu unerschöpfliches Innovationspotential.

Bei Simulationsrechnungen hingegen werden vom Computer vorgegebene Eingabedaten mit vorgegebenen Algorithmen verarbeitet zu einem durch die Randbedingungen bereits festgesetztem Ergebnis. Trotz der bestechenden Leistungsfähigkeit als Rechenwerkzeug werden vom Computer keine eigenen Ergebnisse erzeugt. Für umfangreiche Simulationsrechnungen ist eine oft aufwendige Modellierung erforderlich. Dies bedingt aber immer mehr und spezifischere Eingabedaten, erzeugt immer größere, oft unüberschaubare Datenmengen und liefert schließlich oft überraschende Ergebnisse, deren Plausibilität nur noch schwer zu beurteilen ist [66].

Durch Naturbeobachtung, einfache Verifikationsversuche und mechanische Funktionsmodelle bietet sich eine relativ einfache Möglichkeit auch komplexe Funktionalitäten in einem stetigen Abgleich mit der Realität zu untergliedern und zu untersuchen. Die bionische Vorgehensweise bei den Untersuchungen zu nachhaltigen Konstruktionsprinzipien bietet den wertvollen Vorteil, dass die untersuchten Konstruktionen bereits im Original existent und unter realistischen Bedingungen erfolgreich im Einsatz sind.

2.5.2 Mechanische Funktionsmodelle

Mechanische Funktionsmodelle sind technische Modelle die über die wichtigsten Funktionen des Originals verfügen und dienen zur Ergründung von technischen Prinzipien, oder der Realisierbarkeit bestimmter Systeme. Sie können komplexe Abläufe anschaulich und verständlich machen und dadurch aufwendige Computersimulationen ersetzen. Zur Verifikation von mechanischen Funktionsprinzipien und ihrer Versagensmodi liefert auch

die Belastung von vereinfachten Modellen bis zum Versagen oft wertvolle Informationen über den Versagensablauf, mit denen das Modell ständig an die Realität angepasst werden kann. Die Einschränkungen der Computersimulation auf die implementierten Möglichkeiten kennt die Realität nicht.

In den Kapiteln 3.2 und 4.2 werden einfache Funktionsmodelle für die Funktion von Zugseilen bei Bambushalmen und Bananenblattstielen vorgestellt. Zum Verständnis der Kraftflussverläufe in den untersuchten Strukturen wurden hauptsächlich die im Folgenden erläuterten Modelle verwendet.

Das Unglücksbalkenmodell

Der Unglücksbalken bezeichnet einen gekrümmten Biegebalken der gerade gebogen wird [67]. Durch die Umlenkung der Zug- und Druckkräfte der Biegung in der Struktur entstehen Komponenten der Kräfte, die als Querkzug in der Krümmung im Balken wirken. Abbildung 2.19 zeigt ein mechanisches Funktionsmodell (links oben) zur Veranschaulichung des Unglücksbalkenprinzipes. Wird das Holzmodell geradegebogen zeigt sich der bei Erreichen der Querkzugfestigkeit entstehende Unglücksbalkenriss (links unten).

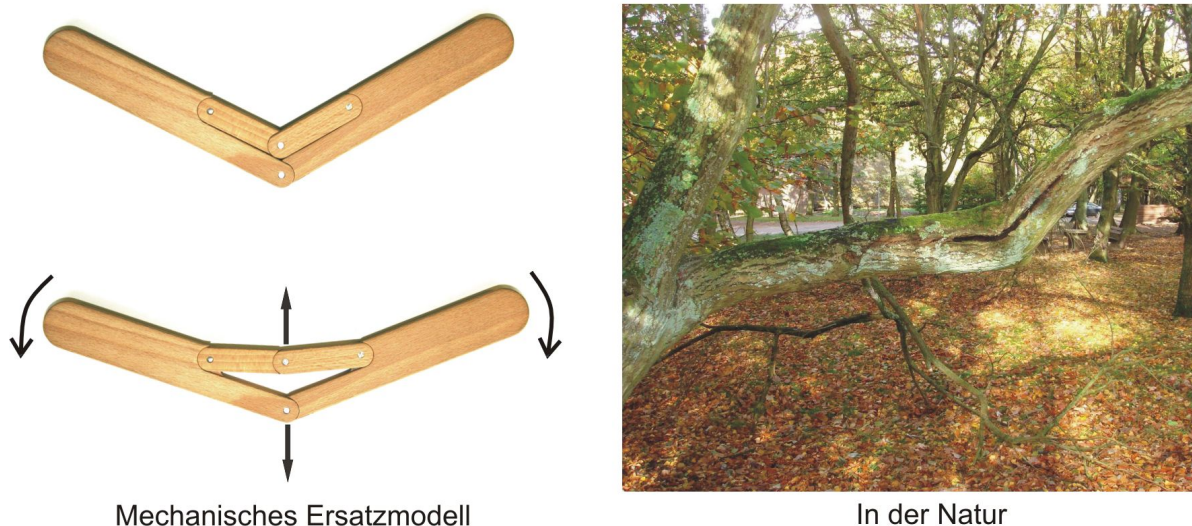


Abbildung 2.19: Der Unglücksbalken als mechanisches Ersatzmodell (links); Ein Unglücksbalkenriss an einem gekrümmten Ast (rechts).

Dieses Versagen spielt bei anisotropen Faserverbunden mit geringer Querkzugfestigkeit eine wichtige Rolle und tritt häufig an Bäumen auf. Die Krümmung in einem jungen Ast der nach oben zum Licht hin wächst wird durch sein eigenes Wachstum immer stärker belastet, bis er schließlich in der Krümmung aufreißt (Abbildung 2.19 rechts).

Die Lochplatte

Mit Hilfe einer Lochplatte kann auf einfache Weise ein erstes Verständnis für die Wirkung von mechanischen Spannungen und Kräften in einer ebenen Struktur erworben werden [68]. Hierzu wird ein Modell der zu untersuchenden Struktur aus einer Moosgummiplatte geschnitten. Anschließend werden in den zu analysierenden Bereichen kreisrunde Löcher aus dem Modell ausgestanzt und es anschließend belastet. Die unsichtbaren Spannungen und Kräfte, die aufgrund der Belastung in der Struktur wirken werden über die durch sie verursachten Dehnungen visualisiert. Abbildung 2.20 zeigt die grundsätzlichen Verformungsfiguren eines Kreisloches unter Last.

Die Lochplattenanalyse kann die aufwendigen, aber entsprechend hoch auflösenden Spannungsanalysen mit numerischen Methoden nicht ersetzen, aber sie ist eine sehr einfache und effektive Alternative um eine grobe Übersicht über die Belastungen in der Struktur zu erhalten. Ein großer Vorteil hierbei ist die Realität des Modells, das ausnahmslos alle durch die aufgegebene Last auftretenden Verformungen und deren Kombinationen zeigt. Allerdings erfordert die Lochplattenanalyse ein gewisses Maß an mechanischen Vorkenntnissen um die Löcher an den richtigen Stellen zu platzieren. Weil die Löcher selbst den Kraftfluss in der Struktur verändern ist nur eine geringe Auflösung mit einer begrenzten Anzahl von Löchern sinnvoll. An den Krafteinleitungsstellen und in den Einspannungen treten auch hier wie bei den numerischen Methoden auch Einspannungseffekte auf.

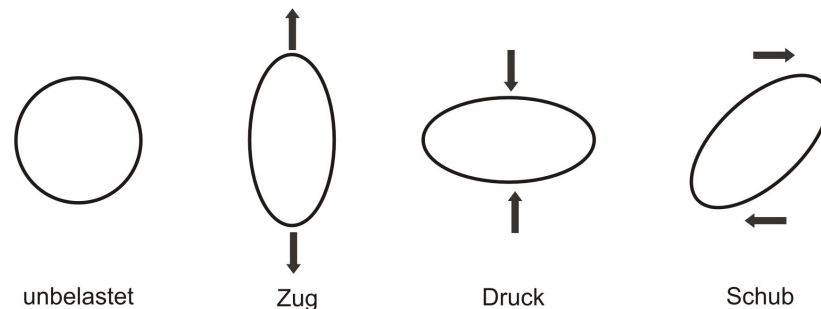


Abbildung 2.20: Die Lochplatte als Modell zur Spannungsanalyse: verschiedene Verformungsfiguren eines Kreisloches unter Last.

Das Schubviereck

Das Schubviereck nach Mattheck ist ein besonders anschauliches Modell um sich Spannungsverläufe und damit auch Kraftflüsse zu verdeutlichen [69] (Abbildung 2.21). Ist eine Belastungsart bekannt, so können durch Einzeichnen des Schubviereckes die Richtungen der entsprechenden Zug-, Druck- oder Schubbelastung ermittelt werden. Dieses einfache aber effektive Modell ist nicht nur bei der Konstruktion sehr hilfreich, sondern auch beim Nachvollziehen von mechanisch bedingtem Strukturdesign in der Natur.

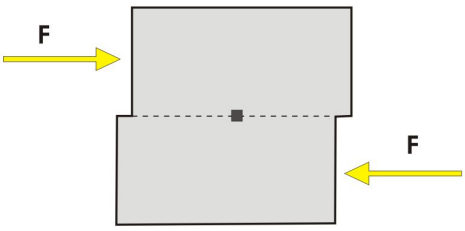
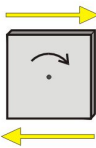
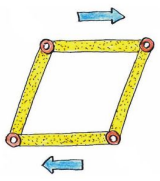
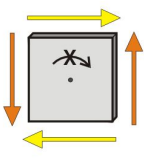
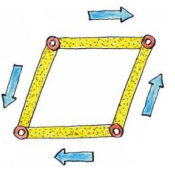
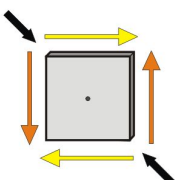
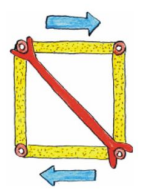
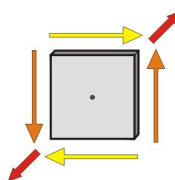
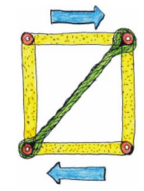
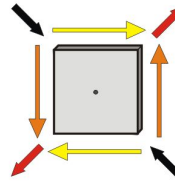
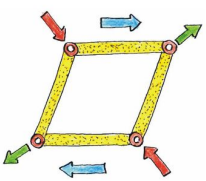
		<p>Ein Körper wird durch zwei entgegengesetzte horizontale Kräfte auf Schub belastet.</p> <p>Die Scherfestigkeit ist der Widerstand, den der Körper angreifenden Schubkräften entgegengesetzt, um ein Abgleiten entlang der gestrichelten Gleitlinie zu verhindern.</p> <p>Schneidet man nun ein infinitesimal kleines Quadrat, auf der Gleitlinie frei, so ergeben sich folgende Betrachtungen:</p>
Schubviereck		Rahmen
	<p><u>Links:</u> unter der Einwirkung der horizontalen Kräfte würde das Viereck in der eingezeichneten Richtung um seinen Mittelpunkt rotieren.</p> <p><u>Rechts:</u> ein Rahmen mit vier Gelenken verformt sich zu einem Rhombus.</p>	
	<p><u>Links:</u> um ein Rotieren des Vierecks zu verhindern sind zwei ebenso große vertikale Kräfte erforderlich, d. h. Längsschub = Querschub, oder die Symmetrie des Spannungstensors.</p> <p><u>Rechts:</u> ein Rahmen mit vier Gelenken verformt sich zu einem Rhombus. Nur die zwei Diagonalen bleiben stets senkrecht zueinander.</p>	
	<p><u>Links:</u> die paarweise Kombination der Schubkräfte an den Ecken zeigt die Richtung möglicher Druckkräfte.</p> <p><u>Rechts:</u> eine diagonale Druckstütze kann den Schub im Rahmen aufnehmen und verhindert die Verformung.</p>	
	<p><u>Links:</u> die paarweise Kombination der Schubkräfte an den beiden anderen Ecken zeigt die Richtung möglicher Zugkräfte.</p> <p><u>Rechts:</u> ein diagonales Zugseil kann den Schub im Rahmen aufnehmen und verhindert die Verformung.</p>	
	<p><u>Links:</u> Die Hauptspannungen sind $\pm 45^\circ$ zu den Gleitlinien geneigt. Mit dem Schubviereck kann ihre Richtung veranschaulicht werden.</p> <p><u>Rechts:</u> Seile oder Stützen unter 45° können Schubbelastungen im Viergelenkrahmen aufnehmen.</p>	

Abbildung 2.21: Anschauliche Darstellung von Kraftflussverläufen mit dem Schubviereck nach Mattheck.

2.5.3 Methode der Zugdreiecke

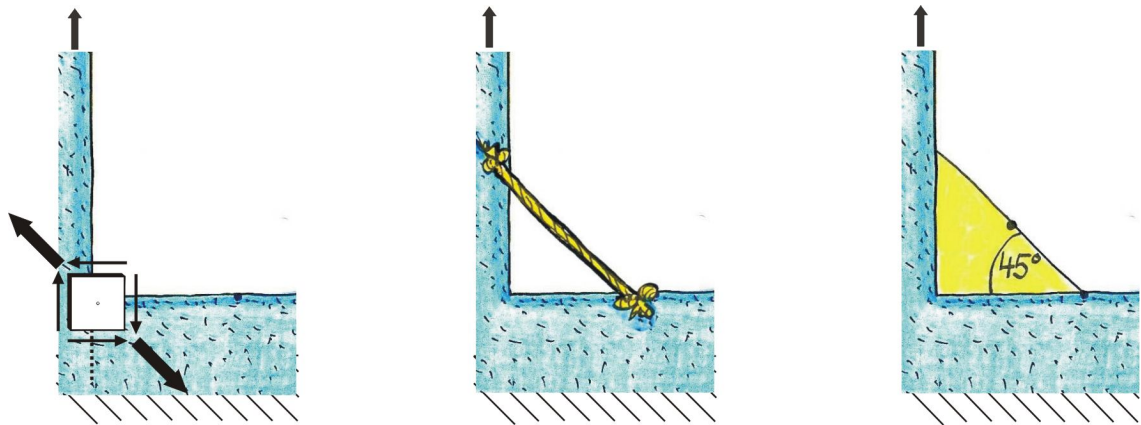


Abbildung 2.22: Schubinduziertes Zugseil zur Kerbspannungsreduktion: Schubinduzierte Zugspannungen mit dem Schubviereck (links); schubinduziertes Zugseil unter 45° zur Kerbspannungsreduktion (mitte); kerbspannungsreduzierte Kontur mit schubbedingtem 45° -Winkel (rechts).

Durch Umlenkung des Kraftflusses in einer Struktur an Querschnittsverbreiterungen, oder um eine Kerbe können lokal hohe Spannungen entstehen, die in der Technik als Kerbspannungen bezeichnet werden. Wirkungsvoller als jede Berechnung oder experimentelle Bestimmung von Kerbspannungen in einer Struktur ist jedoch ihre Vermeidung durch kraftflussgerechte Formgestaltung.

Eine mögliche Reduktion von Kerbspannungen an einem rechtwinkligem Querschnittsübergang einer achsen- oder gar rotationssymmetrischen Struktur zeigt anschaulich Abbildung 2.22. Wird in Abbildung 2.22, links das untere breite Teil eingespannt und an dem oberen dünnen Teil in Achsrichtung gezogen, so gibt es für den Kraftfluss keinen ersichtlichen Grund von seiner ursprünglichen Richtung, nämlich die der wirkenden Zugkräfte, abzuweichen und an der Querschnittsverbreiterung schroff um die Ecke zu biegen. Aufgrund des vorgegebenen Lastfalles wird daher gedanklich der dünne Teil aus dem dickeren Teil entlang der eingezeichneten Gleitlinie herausgezogen. Würde das Bauteil aus lose ineinander geschachtelten Rohren bestehen, so wäre dies auch der Fall. Wenn die Struktur aber aus einem zusammenhängendem Stück besteht treten entlang der Gleitlinien, welche den dünnen Teil in den breiten Teil hinein verlängern, Schubspannungen auf. Mit Hilfe des Schubviereckes zeigt sich durch Einzeichnung der Schubspannungen (Querschub gleich Längsschub zur Unterdrückung der Rotation) an der Gleitlinie die Richtung des durch die Schubbelastung induzierten Zuges und somit die Richtung des Kraftflusses an dieser Stelle. Der Kraftfluss biegt aufgrund der auftretenden Schubbelastung unter 45° zur Richtung der wirkenden Zugkraft um die Ecke. Um diese auftretende Belastungen aufzunehmen kann in Richtung der durch den Schub erzeugten Zugkraft ein Seil gespannt werden (Abbildung 2.22, mitte). Wird der Zwischenraum mit Material aufgefüllt entsteht eine neue Oberflächenkontur mit einem gleichschenkligen Dreieck, dessen Hypotenuse wie ein Zugseil wirkt (Abbildung 2.22, rechts).

In der Natur werden Kerbspennungen meist zur Entledigung unerwünschter Teile verwendet, wie z. B. der „Abschiedskragen“ um absterbende Äste an Bäumen [70] oder zur Schadensbegrenzung bei Beutetieren. In Bereichen wo eine Kraftflussumlenkung zwar erforderlich, aber kein lokales Versagen erwünscht ist, können biologische Lastträger wie Bäume und Knochen Kerben ohne Spannungsüberhöhungen erzeugen. Die Kunst Kerben je nach Bedarf mit oder ohne Kerbspennungen zu generieren war lange Zeit der Natur vorbehalten. Bei der Untersuchung der Konturen zeigte sich bei vielen biologischen Kraftträgern eine gute Übereinstimmung mit der Baud-Kurve [71]. Erst die Entschlüsselung der Körpersprache der Bäume zeigte als wesentliche Designregel der Natur das „Axiom konstanter Spannung“, welche durch lastadaptives Wachstum realisiert wird [72]. Die computergestützte Simulation dieses Wachstumsprozesses CAO - Computer Aided Optimization ermöglichte es auch technische Bauteile nahezu kerbspennungsfrei zu konstruieren.

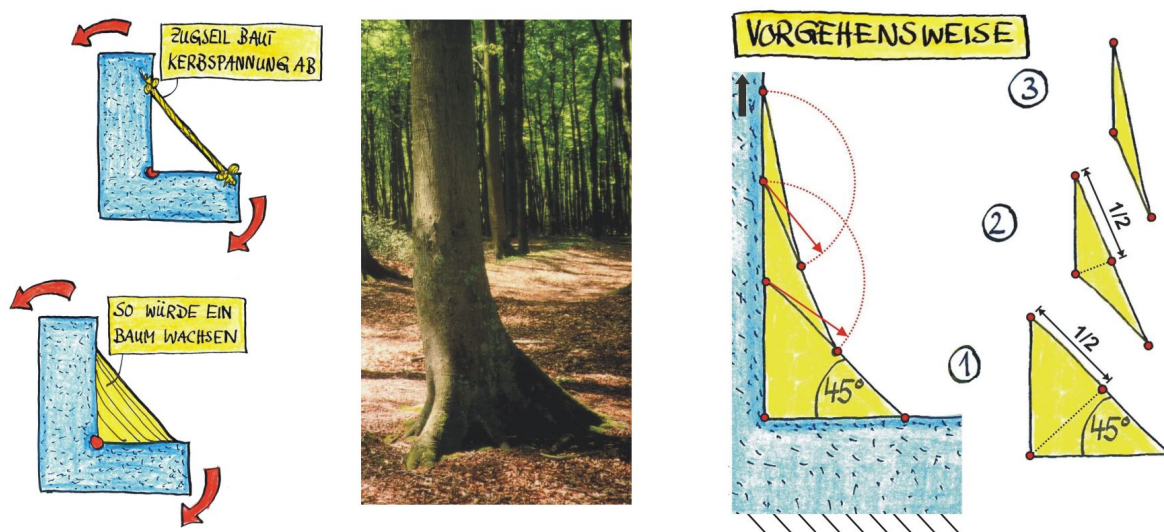


Abbildung 2.23: Ein Spannsel oder Zugdreieck überbrückt eine Kerbe wie der Baum es mit einer Brettwurzel macht. Darus wurde rechts die Kerbformoptimierung durch sukzessives Anbringen von Zugdreiecken abgeleitet. Die verbliebenen Knicke werden außer dem unteren 45°-Knick mit großen Radien ausgerundet [73].

Eine wesentliche Vereinfachung der Kerbformoptimierung wurde von Mattheck mit der „Methode der Zugdreiecke“, einer einfachen graphischen Methode entwickelt (Abbildung 2.23) [73]. Eine Kerbe wird symmetrisch mit einem gedachten Seil überbrückt. Entlang dieses Seils läuft die erste Konturlinie der Konstruktion, die - am Beispiel einer 90°-Ecke - mit den Wänden einen 45°- Winkel bildet. In der Mitte der Konturlinie des gedachten Seils wird nun ein neues Seil angesetzt, diesmal mit einem Winkel von 22,5°, also dem halben Winkel des ersten Seils; die Prozedur wird noch ein weiteres Mal mit einem Winkel von 11,25° wiederholt. Die entstehende Fläche zwischen den Seilen und dem Bauteil wird mit Material aufgefüllt und ergibt die neue Kerbkontur. Die verbliebenen

2 Grundlagen

Knicke werden mit Ausnahme des unteren 45°-Knickes, ausgerundet. Die Spannungen entlang der neuen Kerbform sind nahezu homogenisiert.

Abbildung 2.24 zeigt eine Wellenschulter unter Zugbelastung, die nach Optimierung mit dieser graphischen Methode praktisch keine Kerbspannungen mehr in der FEM - Analyse aufweist.

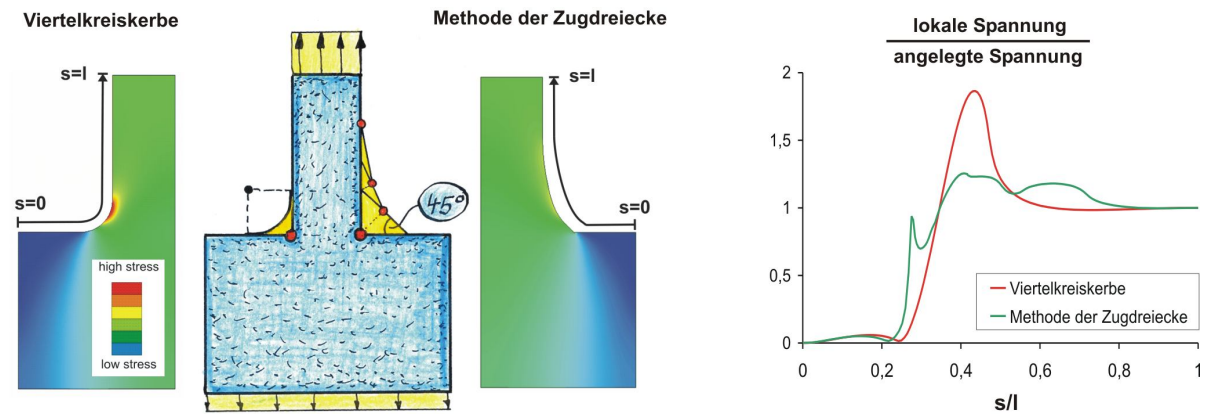


Abbildung 2.24: Vergleich der Kerbspannungen einer Viertelkreiskerbe und mit der „Methode der Zugdreiecke“ optimierten Kerbform aus [73].

Die mit dieser Methode konstruierten Kerbkonturen haben identische Formen und können je nach verfügbarem Bauraum gestaltähnlich vergrößert oder verkleinert werden. Durch die Einfachheit der Methode eröffnen sich breite Anwendungsfelder, um die allgegenwärtigen Kerbspannungen zu minimieren und dadurch die Lebensdauer vieler Gebrauchsgegenstände deutlich zu erhöhen.

2.6 Ziel der Arbeit

In der Arbeit werden konstruktive Merkmale unterschiedlichster biologischer Strukturen untersucht. Ihre hohe Effizienz, die im Wesentlichen durch ausgeprägten Leichtbau erreicht wird, macht sie zu Vorbildern für technische Konstruktionen.

Als wesentliches Merkmal in dem ausgewogenen Zusammenspiel von Kraft, Material und Form zeigte sich das Zugseil als allgegenwärtiges Konstruktionselement, welches oft mit seinen charakteristischen Eigenschaften sowohl anisotrope Eigenschaften von Verbundmaterialien als auch die Kontur der Struktur prägt.

Bambus gilt als Musterbeispiel einer mechanisch stabilen Leichtbaukonstruktion. Die als schlanke Hohlrohre ausgebildeten Halme werden in gewissen Abständen durch Knoten mit eingezogenen Zwischenwänden, den nodalen Diaphragmen, gestützt. Die Untersuchungen zeigten, dass die Stützwirkung der Knoten gegen Querschnittsverflachung hauptsächlich über Zugbeanspruchung im nodalen Diaphragma erreicht wird (Kapitel 3).

Ein mechanisches Ersatzmodell mit Zugseilen wurde entwickelt und durch Feldversuche an frischen Bambushalmen verifiziert. Möglichkeiten und Grenzen technischer Umsetzungen wurden anhand einfacher Belastungsversuche an dünnwandigen Rohren aufgezeigt.

Auch der Blattstiel der oft riesigen Bananenblätter wächst wie der Bambushalm als Hohlstruktur. Die Untersuchungen zeigten, dass bei Biegung eine innere Struktur aus funktionellen Zugseilen ein Kollabieren des Blattstieles verhindert (Kapitel 4). Durch mechanische Ersatzmodelle wurde als Funktionsprinzip ein trickreiches Zusammenspiel von Zugseilen und vorgekrümmten Schalen gefunden, wobei die vorgekrümmten Druckschalen durch Zugseile an einer weiteren Deformation in der vorgegebenen Richtung behindert werden. Für die Umsetzung dieses Funktionsprinzips in technische Leichtbau-fachwerke wurden zwei Patente erworben [74], [75].

Die Verwendung von Zugseilen bei Scherbeanspruchung als „Schubkiller“ und die sich daraus ergebende Bedeutung des 45° -Winkels als heimliche Naturkonstante nach einer Idee von Professor Mattheck [76] wurde an zahlreichen Naturbeispielen für eine Vielzahl biologischer Werkstoffe verifiziert (Kapitel 5).

Die Prägung der Kontur vieler biologischer Lastträger durch den 45° -Winkel konnte an Beispielen von Dornen und Stacheln von Pflanzen, sowie an Hörnern, Werkzeugen und Schädelknochen von Tieren aufgezeigt werden (Kapitel 5.1). Der 45° -Winkel entspricht hierbei dem ersten Zugdreieck der Methode der Zugdreiecke, mit der die Kontur nachvollzogen werden kann.

Bei einem Verband von mehreren schlanken Strukturen konnten bei Pflanzen und Tieren regelrechte 45° -Schubfachwerke aufgezeigt werden, über die sich die einzelnen Strukturen oder Substrukturen gegenseitig stabilisieren. Eine theoretische Abschätzung wurde vorgenommen und der Effekt in einfachen Feldversuchen an verschiedenen Pflanzen verifiziert (Kapitel 5.2).

Bei schubbelasteten Strukturen zeigten sich häufig Zugseile mit 45° -Verzweigungen, welche die auftretende Schubbelastung als adäquate Zuglast aufnehmen können (Kapitel 5.3). Vogelfedern werden als tragfähige Flächen aus Zugseilen mit iterativen 45° -Verzweigungen interpretiert, welche schließlich durch Schubfachwerke gekoppelt sind.

Auch in Materialverbunden konnten Strukturen aus Zugseilen mit 45° -Verzweigungen aufgezeigt werden, welche die auftretende Schubbelastung zwischen den Materialien als adäquate Zugbelastung aufnehmen können. Ein Mechanismus, mit dem Bäume bei ihrer Verankerung im Materialverbund Wurzel-Erde auch geringe Scherfestigkeiten der Erde ausgleichen können. Besonders in dünnen, schubbelasteten Flächen zeigten sich unter Berücksichtigung der Verformung unter Last immer wiederkehrende Muster aus Zugseilen mit 45° -Verzweigungen. Unter diesem Gesichtspunkt wurden erstmals die Nervaturen verschiedener Laubblätter untersucht und anhand ihrer Aderungsmuster klassifiziert. Auch die Aderung vieler Schmetterlingsflügel wird anhand dieser Muster und des 45° -Winkels erstmals auf diese Weise mechanisch erklärt.

In der Natur sind diese Zugseile überwiegend über Schub angebunden (Kapitel 6). Hierbei zeigten sich zwei wesentliche Mechanismen: Eine Aufpinselung durch Verzwei-

2 Grundlagen

gung zur Erhöhung der Scherfläche und die Reibumschlingung. Im Wurzelanlauf von Bäumen wurden höhere Holzfestigkeiten gemessen als im Stammholz, was durch holz-anatomische Untersuchungen auch auf die Aufpinselung der zugbeanspruchten Holzstrahlen zurückzuführen ist.

Bei der Verankerung des Baumes im Boden spielt die Zugwurzel eine bedeutende Rolle. Durch Auszugsversuche wurden unterschiedliche Mechanismen zwischen den Zugwurzeln und Erdkörpern aufgezeigt und zwei Patente zur besseren Verankerung von Bäumen erworben, die bereits in Lizenz genommen wurden [77], [78]. Durch die Umlenkung der wachsenden Wurzel an größeren Erdkörpern entstehen Umschlingungen, die Seilreibung verursachen. Die Seilreibung kann bei Bedarf durch die Umschlingung mehrerer Erdkörper hintereinander bis zur Zugfestigkeit der Wurzel gesteigert werden. Durch solche „Reihenschaltungen“ wird ein globales Versagen durch schrittweise Krafteinleitung vom Stamm zur Wurzelspitze hin verhindert oder verzögert.

Ein wesentlicher Teil der Arbeit ist es, den Zusammenhang zwischen Form, Belastung und Material von biologischen Leichtbaukonstruktionen aufzuzeigen. Hierbei erweist sich das Zugseil als omnipräsentes Konstruktionselement, welches durch seine mechanischen Eigenschaften wesentlich zur Formfindung und Anpassung der Materialeigenschaften an die Belastung beiträgt. Diese Arbeit möchte dazu anregen, auch beim Design technischer Bauteile Zugseile verstärkt als Konstruktionselemente einzusetzen und mit der Konstruktionsweise „In Seilen denken“ Leichtbaukonstruktionen nach dem Vorbild der Natur zu entwerfen [79].

3 Zugseile bei Druckbeanspruchung

3.1 Zugseile bei Druckbeanspruchung im Bambushalm

3.1.1 Bambus



Abbildung 3.1: Links: Bambuswald in der Bambouseraie in Anduze, Frankreich; rechts: Bambus als natürliche Ressource zum Hausbau.

Bambus gehört botanisch zu der Familie der Süßgräser (*Graminae*) wo er eine eigene Unterfamilie der *Bambusoideae* bildet. Weltweit wachsen über tausend verschiedene Bambusarten in einem breiten Gürtel, der sich in etwa vom 40. Breitengrad südlich bis zum 40. Breitengrad nördlich des Äquators erstreckt. Erst Mitte des 19-ten Jahrhunderts wurde der Bambus von Gartenfreunden als exotische Zierpflanze nach Europa geholt (Abbildung 3.1, links). Diesen Gräsern ist gemeinsam, dass ihre Halme verholzen. Die unterschiedlichen Wuchsformen reichen von kleinen buschigen Arten, bis zu den großen tropische Bambusarten, die Halme von über 40 Metern Höhe und Durchmessern von bis zu 30 Zentimetern ausbilden können. Im Gegensatz zu Bäumen haben Bambushalme kein sekundäres Dickenwachstum, sondern sprießen bereits mit ihrem endgültigen Halmdurchmesser teleskopartig aus dem Boden und erreichen ihre volle Höhe innerhalb von wenigen Monaten. Mit Wachstumsraten von bis zu einem Meter pro Tag gehört Bambus zu den am schnellsten wachsenden Pflanzen [80].

3 Zugseile bei Druckbeanspruchung

Nicht zuletzt wegen seiner kurzen Regenerationszeit und seiner vielseitigen Verwendungsmöglichkeiten ist Bambus als nachwachsender Rohstoff in vielen Teilen der Welt nicht nur von enormer wirtschaftlicher Bedeutung, sondern auch in den Kulturen der Menschen fest verankert. Mehr als eine Milliarde Menschen wohnen weltweit in Häusern aus Bambus. Bambus wird nicht nur als Baumaterial für die Häuser verwendet, sondern auch als Behälter für Essen und Trinken, für allerlei Geräte im Haushalt und für die Feldarbeit, für Waffen, als Nahrungsmittel, als Viehfutter und als Medizin [81]. Vor allem bei vielen asiatischen Völkern sind Kunst und Kultur vom Bambus geprägt. Er verkörpert in Asien die Idee des Taoismus, welche die Kunst des Überlebens mit „Nachgeben und dann wieder zurückkommen“ beschreibt. In Japan steht der Begriff „Bambus-Mentalität“ für Kompromisse schließen, nachgeben und dann doch ungebrochen aus allen Anfechtungen hervorgehen.

3.1.2 Belastung und Struktur von Bambushalmen

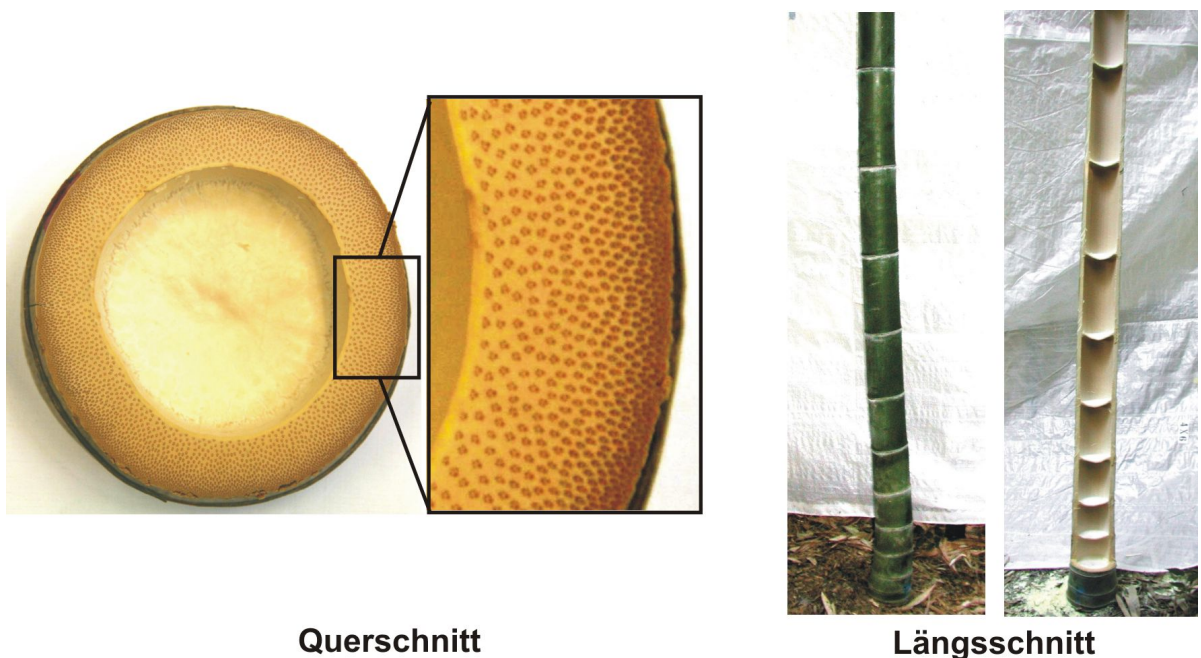


Abbildung 3.2: Aufbau und Struktur von Bambushalmen links: Querschnitt durch einen Bambushalm; rechts: Halm mit Diaphragmen und nach unten abnehmender Internodienlänge.

In Japan gelten Bambushaine als sehr erdbebensicher, weil das dichte Wurzelgeflecht aus Rhizomen auch durch starke Erdbeben erfahrungsgemäß nicht auseinander gerissen wird. Aber auch die oberirdischen Halme sind vorbildliche Leichtbaukonstruktionen in punkto Festigkeit und Elastizität. Sie können enormen Belastungen widerstehen ohne zu brechen oder abzuknicken. Die mechanischen Eigenschaften des biologischen Faserverbundmaterials aus dem die Halme sind wurde für verschiedene Arten und Wachstums-

3.1 Zugseile bei Druckbeanspruchung im Bambushalm

stadien in zahlreichen Untersuchungen ermittelt [82], [83], [84]. Erst nachdem der Halm seine endgültige Größe erreicht hat beginnt der Bambus zu verholzen und verkieselt an der Oberfläche, was zu ontogenetisch bedingten Änderungen der Materialeigenschaften führt.

Obwohl die verholzten Halme aus den gleichen Grundmaterialien wie Bäume und Sträucher zusammengesetzt sind, unterscheidet sich die interne Struktur des Materials deutlich. In der Wand des Bambushalmes ändern sich Gestalt, Größe, Anzahl und Dichte der Leitbündel im parenchymatischen Gewebe kontinuierlich von der Markhöhle zur Peripherie hin [85] (Abbildung 3.2, links). Hierdurch entsteht ein Gradientenmaterial, welches durch die Änderung der Zusammensetzung seiner Komponenten des Verbundwerkstoffes eine stetige Änderung seiner Eigenschaften in radialer Richtung bewirkt. Auch in der Halmwand des Pfahlrohrs *Arundo donax* nimmt die Dichte der Leitbündel mit verholzten Bündelscheiden sowie die Zellwanddicke des parenchymatischen Grundgewebes und dessen Lignifizierung von außen nach innen ab, wodurch ein gradueller Steifigkeitsübergang der Gewebe von außen nach innen entsteht [36]. Der Aufbau der Halme, Zweige und Rhizome sind weitgehend identisch: sie bestehen aus Kammern (Internodien), Knoten (Nodien) und Trennwänden an den Knoten (nodale Diaphragmen) (Abbildung 3.2, rechts).

Die Materialeigenschaften alleine reichen jedoch nicht aus, um die Belastbarkeit der Gesamtstruktur zu erklären. Für die hohe Versagenssicherheit der Halme ist ein gut abgestimmtes Zusammenspiel von Material und Struktur erforderlich.

Versagensmodus	Baum	Bambus
Biegen	Abholzigkeit: Zunahme des Stammdurchmessers nach unten	geringe Zunahme des Halm-durchmessers nach unten; Zunahme der Wandstärke nach unten durch Verringerung des Hohlungsgrades
Knicken	massiv mit geringerem Schlankheitsgrad (Höhe zu Durchmesser)	Hohlrohr, Erhöhung des Flächenträgheitsmomentes
Braziersches Biegebeulen	massiv: keine Gefährdung	nodale Diaphragmen zur Verhinderung der Querschnittsverflachung

Tabelle 3.1: Unterschiedliche Versagensmöglichkeiten von Bambus und Bäumen im Vergleich.

Die schlanken Halme werden durch äußere angreifende Kräfte vorwiegend auf Biegung beansprucht. Innerhalb eines Horstes, wo die Halme dicht beieinander stehen, kann die mechanische Belastung des einzelnen Halmes durch Reibung und Schwingungsdämpfung reduziert werden [86]. Doch unabhängig davon, ob die Biegelast nun durch Wind oder Schnee, seltener durch Pandabären oder Karlsruher Biomechaniker aufgebracht

wird, ist der Halm in der Lage sich unter hohem Kraftaufwand mit seiner Spitze bis auf den Boden biegen zu lassen um danach unversehrt wieder in seine Ausgangsposition zurückzukehren.

Um dem von der Krone zum Stammfuß hin zunehmenden Biegemoment gerecht zu werden sind Baumstämme solitärer Bäume meist abholzig. Dies bedeutet dass Baumstämme eine konische Form haben und ihr Stammdurchmesser zur Wurzel hin zunimmt. Durch lebenslangen Materialzuwachs überzieht jeder neue Jahresring den Baum wie ein Hütchen von den äußersten Zweigspitzen zur Wurzel hin. Erst wenn aufgrund einer Konkurrenzsituation nicht mehr genügend Material zur Verfügung gestellt werden kann, werden die Zuwächse zum Stammfuß hin immer geringer. Der Stamm wird zunehmend zylindrisch und muss die entstehende Schwachstelle am Stammfuß gegebenenfalls durch Unterstützung von seinen Konkurrenten ausgleichen [87]. Bei Bambushalmen nimmt der Außendurchmesser zum Fuß hin zwar nur geringfügig zu, aber auch sie setzen mit zunehmendem Biegemoment nach unten mehr Material ein. Als Hohlstruktur haben sie neben Vergrößerung des Außendurchmessers auch die Möglichkeit ihre Wandstärke durch Reduzierung ihres Hohlungsgrades nach innen zu verdicken [88].

Bambushalme können einen höheren Schlankheitsgrad, d. h. Verhältnis von Halmhöhe zu Halmdurchmesser, erreichen als Bäume. Die Halme haben ein im Schnitt mehr als sechsmal so großes H/D-Verhältnis wie abholzige Bäume [89]. Um das Risiko des Knickens zu reduzieren sind die Halme als Hohlstruktur ausgebildet. Bei vergleichbarem Materialeinsatz wird durch die Erhöhung des axialen Flächenträgheitsmoments die Biegesteifigkeit und damit auch die Knicklast erhöht.

3.2 Mechanisches Ersatzmodell des Halmquerschnittes

3.2.1 Mechanisches Funktionsprinzip

Mit zunehmendem Hohlungsgrad steigt aber auch das Risiko durch Brazier'sches Biegebeulen zu versagen, das mit einer Querschnittsverflachung beginnt, und bei hohlen Pflanzenhalmen aufgrund ihres anisotropen Materialverhaltens mit der Zerbretterung durch tangentielle Zugspannungen endet. Um die Querschnittsverflachung zu verhindern ist der Halm als Hohlrohr durch dünne Querplatten, den nodalen Diaphragmen ausgesteift [90]. Die Lage der nodalen Diaphragmen ist von außen gut an den Knoten, den Nodien erkennbar. Die Abstände der nodalen Diaphragmen verkürzen sich vom Ansatz der Zweige nach unten zum Halmfuß hin zunehmend (Abbildung 3.2, rechts). Unterschiedliche Untersuchungen belegen die Funktion der nodalen Diaphragmen für die Strukturfestigkeit der Bambushalme.

Die durch die Krümmung umgelenkten Zug- und Druckkräfte der Biegung erzeugen Komponenten, die den Halmquerschnitt in Richtung der neutralen Faser zusam-

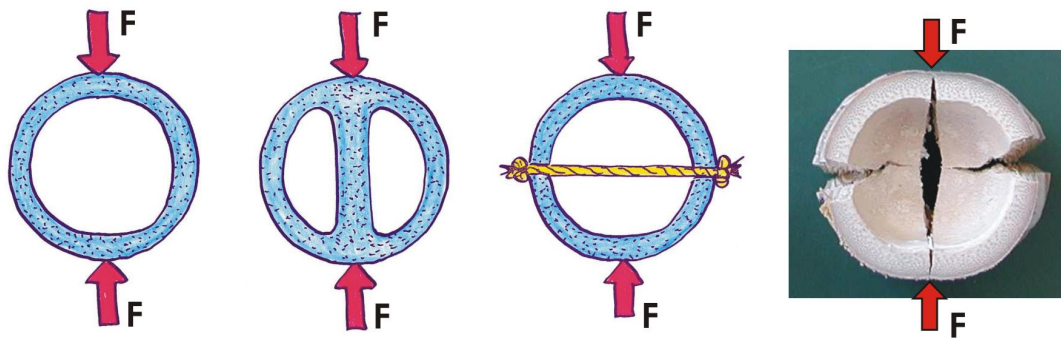


Abbildung 3.3: Die Wirkungsweise des nodalen Diaphragma als Zugseil (Zeichnungen: C. Mattheck).

mendrücken. Aufgrund ihrer aussteifenden Funktion wurde angenommen, dass nodale Diaphragmen diese querschnittsverflachenden Kräfte aufnehmen und daher maßgeblich auf Druck belastet sind (Abbildung 3.3, links). Während einer Feldstudie in der Bambouseraie in Anduze in Südfrankreich zeigte sich an einem frischen unverholzten Spross, dass bei Ovalisierung des Halmquerschnittes das noch weiche Diaphragma nicht zerdrückt wurde, sondern zerriss. Auf Basis dieser Naturbeobachtung wurde das Diaphragma als funktionelles Zugseil zur Verhinderung der Querschnittsverflachung untersucht. Als mechanisches Funktionsprinzip wurde statt einer Druckstütze in der sich verkürzenden Halbachse ein Zugseil in der sich verlängernden Halbachse angenommen (Abbildung 3.3, rechts).

3.2.2 Mechanisches Funktionsmodell

Zur Veranschaulichung des Funktionsprinzips wurde ein mechanisches Funktionsmodell entwickelt (Abbildung 3.4). Der Halmquerschnitt wird durch einen hölzernen Ring modelliert, der eine eigene Steifigkeit gegen die Verformung durch die querschnittsverflachenden Kräfte besitzt (a). An den Orten maximaler Querschnittsverflachungen sind insgesamt vier Gelenke eingebaut, um die Verformungsfigur bei Zerbretterung des Querschnittes unter Last zu simulieren (b). Zwischen zwei jeweils gegenüberliegenden Gelenken können Seile eingesetzt werden. Das Seil parallel zu den angreifenden Kräften kann, auf Druck belastet, die Ovalisierung des Querschnittes nicht verhindern (c). Um eine Querschnittsverflachung wirksam zu verhindern wäre an dieser Position eine stabile, gegen Knicken dimensionierte Druckstütze erforderlich. Das quer zu den angreifenden Kräften eingesetzte Seil hingegen wird auf Zug belastet und verhindert mit einem Minimum an Material wirksam die Ovalisierung des Querschnittes (d). Ist, wie in der Natur häufig der Fall, die Biegerichtung des Halmes nicht definiert, so können mehrere Zugseile quer zu den jeweils auftretenden querschnittsverflachenden Kräften den Halm aussteifen (e). Im Bambushalm selbst kann das nodale Diaphragma als eine Zugmembran aus der Summe aller Seile aufgefasst werden (f).

3 Zugseile bei Druckbeanspruchung

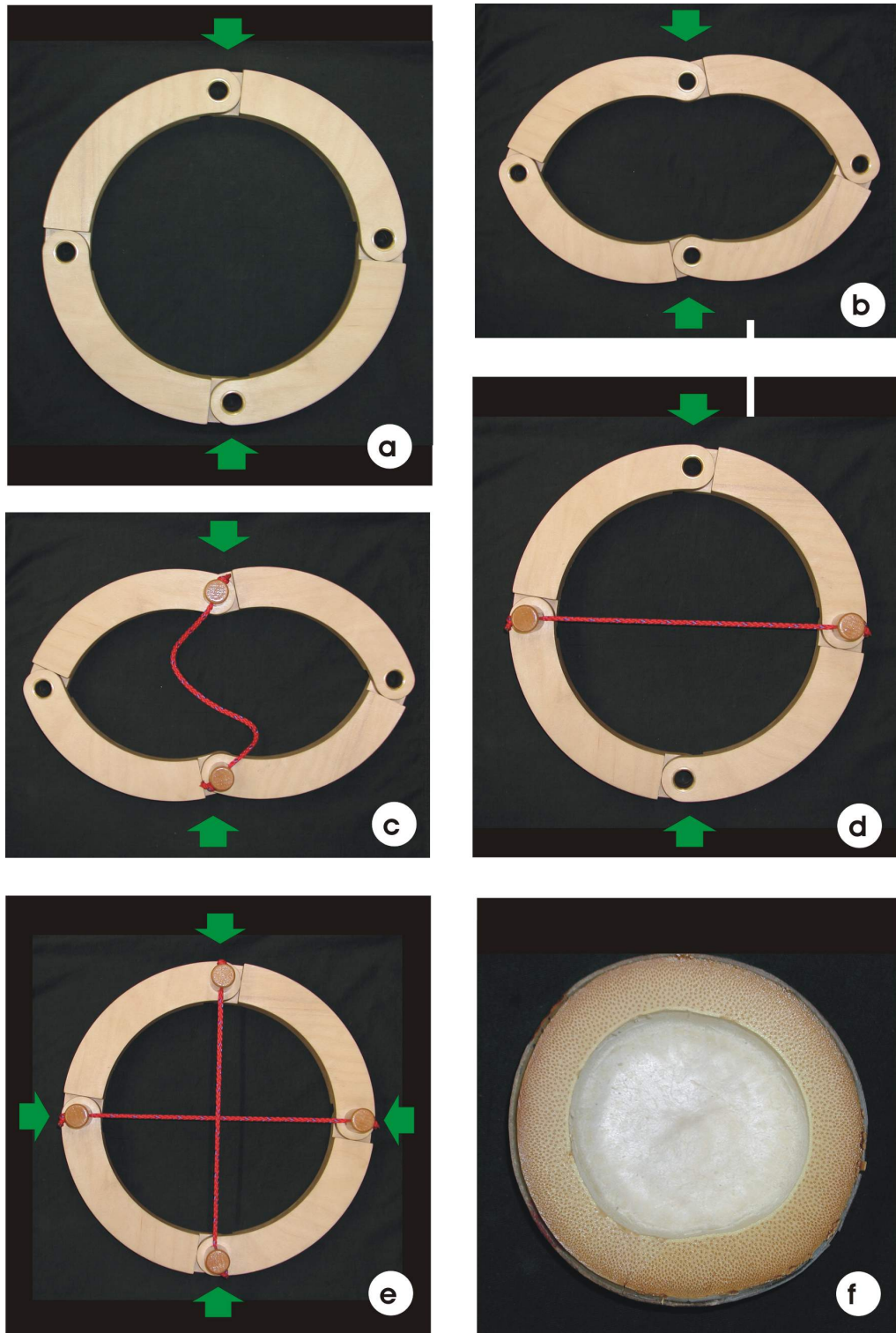


Abbildung 3.4: Mechanisches Funktionsmodell: Das nodale Diaphragma als Zugseil.

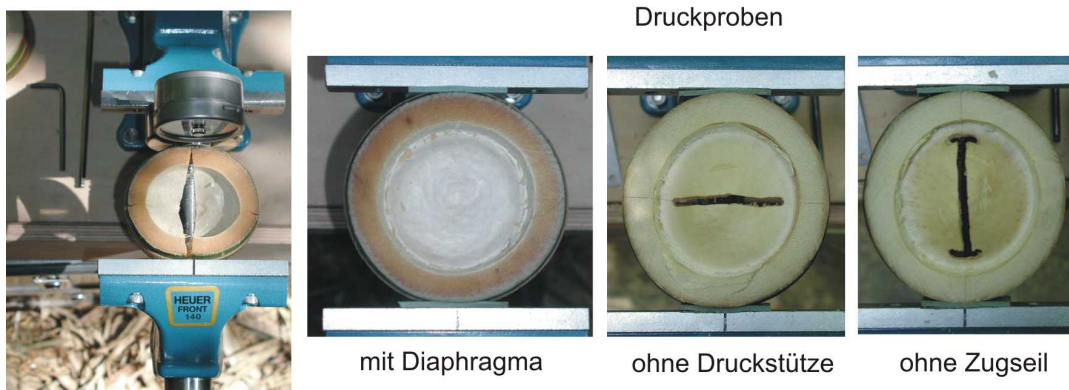


Abbildung 3.5: Messung der Bruchkraft von verschiedenen Bambusquerschnitten im Feldversuch.

Verifikation an Bambushalmen

Zur Verifikation des Funktionsmodells wurde eine Feldstudie in der Bamboueraie Prafrance bei Anduze in Südfrankreich durchgeführt [89]. Die frisch gefällten Halme wurden in Proben von 30 Millimeter Länge zersägt und mit einem Schraubstock, der mit einer Kraftmessdose ausgerüstet war, die Bruchlast des Querschnittes gemessen (Abbildung 3.5, links). Um die Wirkungsweise des Diaphragmas zu untersuchen wurden die Proben der Nodien unterschiedlich eingefräst. In abwechselnder Reihenfolge wurde das Diaphragma belassen, die funktionale Druckstütze durchtrennt, das funktionale Zugseil durchtrennt und das Diaphragma komplett entfernt (Abbildung 3.5, rechts). Die I-Form

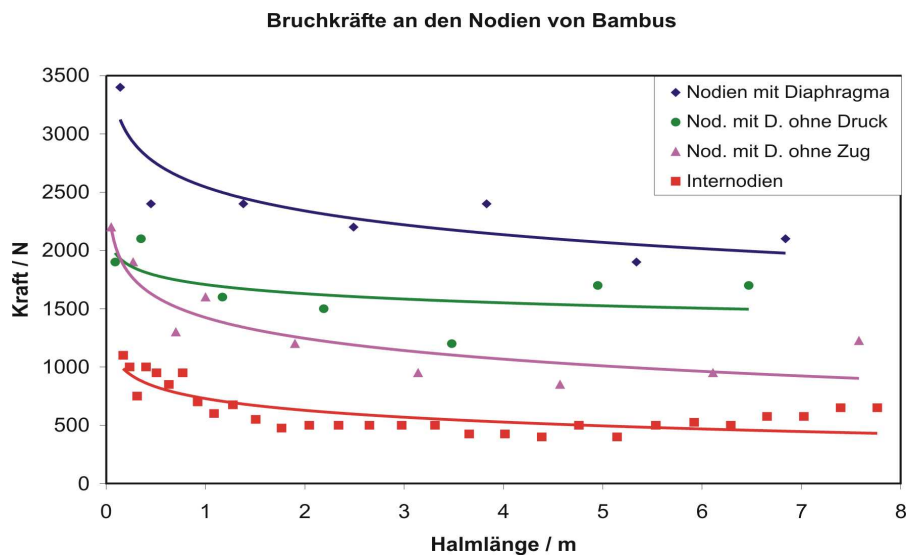


Abbildung 3.6: Einfluss des Diaphragmas auf die Bruchlast von Bambusquerschnitte.

3 Zugseile bei Druckbeanspruchung

des Schlitzes bei den Proben mit durchtrenntem Zugseil dient der Reduzierung der bei Belastung auftretenden Kerbspannungen.

Das Diagramm in Abbildung 3.6 zeigt die Bruchlast der Halmquerschnitte an den Nodien entlang des Halmes von der Halmbasis aufwärts bis zum Ansatz der ersten Zweige. Der Halm der Gattung *Phyllostachys pubescens* war drei Jahre alt und hatte eine Gesamtlänge von knapp 15 Metern. An den Nodien mit Diaphragma ist die Bruchkraft etwa dreimal so hoch wie an den Internodien. Vom Halmfuß nach oben hin mit zunehmendem Höhlungsgrad wird die Funktion des dünnen Diaphragmas als Zugseil im Vergleich zur Druckstütze immer stärker.

3.3 Technische Anwendungsmöglichkeiten

3.3.1 Erhöhung der Steifigkeit von runden Querschnitten

Die Druckversuche in Abbildung 3.7 zeigen die qualitativen Unterschiede zwischen einer Druckstütze und einem Zugseil zur Erhöhung der Traglast eines kreisrunden Querschnittes. Der Vergleich zwischen den Proben aus Polystyrol-Extruderschäum und Aluminium zeigt qualitativ nur geringe Unterschiede, obwohl sich die Kräfte quantitativ um etwa das tausendfache unterscheiden. Bei den Aluminiumproben treten aufgrund der plastischen Verformung keine plötzlichen Kraftabfälle, wie beim Zerreißen der Polystyrolproben auf.

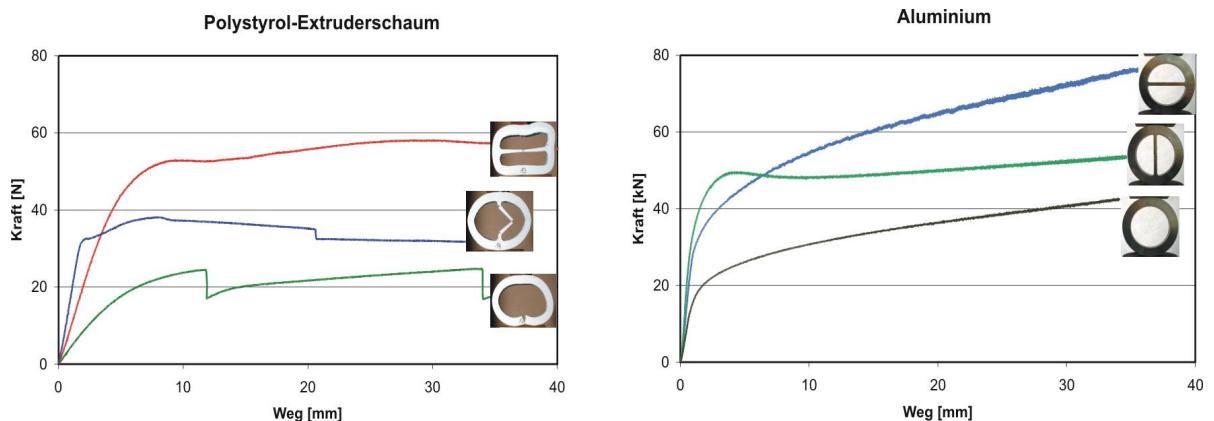


Abbildung 3.7: Druckversuche an Modellen des Querschnittes aus unterschiedlichen Materialien (Versuchsdurchführung: K. Bethge).

3.3.2 Erhöhung der Knicklast bei dünnwandigen Rohren

Rohre sind ein Bestandteil vieler technischer Konstruktionen. Im Leichtbau werden möglichst dünnwandige Rohre zur Gewichtseinsparung eingesetzt. Mit abnehmender Rohr-

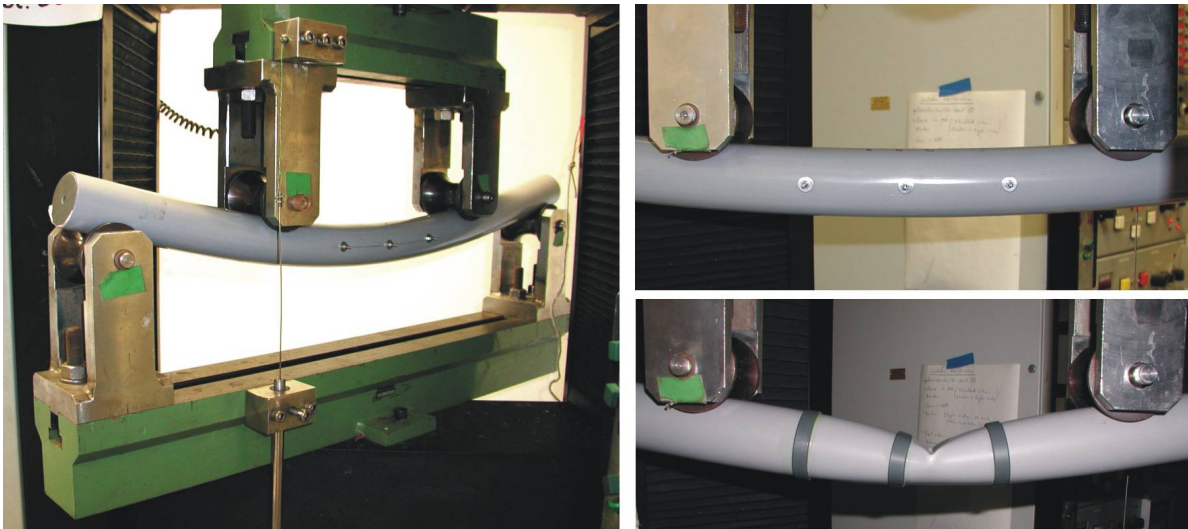


Abbildung 3.8: Biegeversuche an dünnwandigen Rohren: Versuchsaufbau und Proben.

wandstärke nimmt jedoch auch die Biegesteifigkeit ab. In Biegeversuchen an dünnwandigen Rohren soll abgeschätzt werden, in wieweit das in der Rohrwand eingesparte Material durch eine Aussteifung des Querschnittes mit Zugseilen ausgeglichen werden kann.

Dünnwandige PVC-Rohre mit einem Durchmesser von 52 Millimetern, einer Wandstärke von einem Millimeter und einer Länge von 80 Zentimetern wurden im 4-Punkt-Biegeversuch auf einer Instron-Prüfmaschine bis zum Versagen belastet (Abbildung 3.8, links). Im Vergleich zu den Leerrohren wurden jeweils drei Rohre mit einer, zwei und drei Zugstreben in der neutralen Faser der Biegung untersucht (Abbildung 3.8, rechts oben). Entsprechend wurden an je drei Rohren ein, zwei und drei Verstärkungsringe aufgeklebt und ebenfalls bis zum Versagen belastet (Abbildung 3.8, rechts unten). Die Zugstreben wurden durch 3 Millimeter Gewindestäbe realisiert, die ebenso wie die Verstärkungsringe symmetrisch zur Mitte des Rohres mit einem Abstand von 7,5 Zentimetern zueinander eingebaut wurden.

Das Diagramm in Abbildung 3.9 zeigt die Versuchsergebnisse. Sowohl die Versteifung des Querschnittes durch Zugstreben, als auch die Verstärkungsringe erhöhten die Versagenslast. Die unterschiedliche Anzahl der eingebauten Elemente war weniger relevant, da das Versagen sehr lokal stattfand. Bei den durch Zugstreben versteiften Rohren trat das Versagen an der Anbindung der dehnsteifen Zugstrebe am weicheren Rohr durch tangentiales Schalenbeulen und anschließendem axialen Knicken auf. Die durch Verstärkungsringe versteiften Rohren hingegen versagten hauptsächlich zwischen den Verstärkungsringen (Abbildung 3.8, rechts unten).

Die Versuche zeigten anschaulich, dass unter zunehmender Last ein Wettlauf zwischen den verschiedenen Versagensmechanismen beginnt. Durch die Eliminierung eines

3 Zugseile bei Druckbeanspruchung

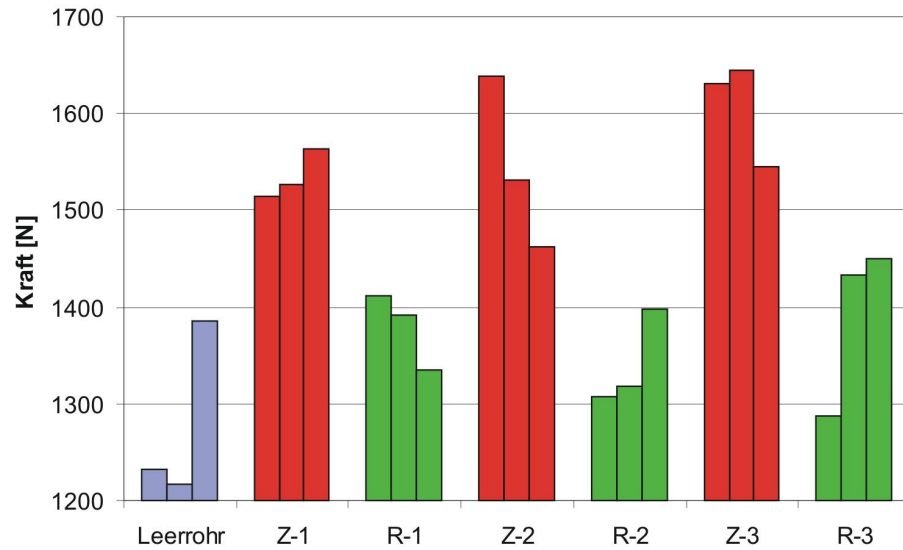


Abbildung 3.9: 4-Punkt-Biegeversuch an dünnwandigen PVC-Rohren mit einer, zwei und drei Zugstreben (Z1 - Z3) und einem, zwei und drei Verstärkungsringen (R1 - R3) ermittelte Versagenslasten im Vergleich mit Leerrohr.

bestimmten Versagensmodus kann die Strukturfestigkeit nur soweit gesteigert werden bis der nächstmögliche Versagensmodus auftritt.

Eine bekannte und praxisbewährte technische Anwendung der Funktionsweise des Diaphragmas im Bambushalm als Zugseil ist das Speichenrad. Selbst das Gewicht des Fahrzeugs wird über Zug in die Felge eingeleitet. Während die Speichen auch im Betrieb nur auf Zug belastet werden können übernimmt die Felge den Druck.

4 Zugseile bei Biegebeanspruchung

4.1 Zugseile bei Biegebeanspruchung im Blattstiel der Bananenstaude

4.1.1 Mechanische Belastungen der Bananenstaude



Abbildung 4.1: Links: Bananenstaude mit palmenartigem Aussehen; rechts: Bananenstaude mit zerfiederten Blättern am Tag nach dem Hurrikan Charley, USA Florida 2004 [91].

Bananenpflanzen (*Musaceae*) gehören zu den größten krautigen, d. h. nicht verholzenden Pflanzen der Welt. Die immergrünen Stauden, welche sich durch extrem schnelles Wachstum auszeichnen, sind in den Tropen und gemäßigten Zonen heimisch und können Höhen von über sechs Metern erreichen. Die oberirdischen Pflanzenteile bestehen aus riesigen, oft meterlangen Blättern, die bis zu einem Meter breit werden können. Im unteren Bereich bilden die dicht gepackten Blattstiele einen weichen Scheinstamm, welcher der Staude ihr baumartiges Aussehen verleiht. Im oberen Bereich lassen die großen, ausladenden Blätter die Staude wie eine Palme erscheinen (Abbildung 4.1 links). Die ursprünglich ungeteilten Blätter werden durch Wind oft fiederähnlich auseinander gerissen um die Windlast zu reduzieren. Abbildung 4.1 rechts zeigt eine Bananenstaude kurz

4 Zugseile bei Biegebeanspruchung

nach einem Hurrikan. Obwohl die Blätter sehr in Mitleidenschaft gezogen wurden haben die überwiegende Mehrzahl der Blattstiele diesen Sturm ungeknickt überstanden.

Der Blattstiel des Bananenblattes ist ein hervorragendes Beispiel einer natürlichen Leichtbaukonstruktion. Obwohl er eine luftgefüllte Hohlstruktur aus kaum lignifiziertem Gewebe besitzt, bringt er die nötige Steifigkeit auf um das ausladende Blatt zu stützen und ist trotzdem so flexibel, große reversible Verformungen bei starkem Wind zuzulassen [92]. Für die Kombination dieser scheinbar widersprüchlichen mechanischen Eigenschaften ist in großem Maße die Form des Blattstielquerschnittes verantwortlich. Abbildung 4.2 zeigt die Querschnitte eines Bananenblattes entlang des Blattstieles.

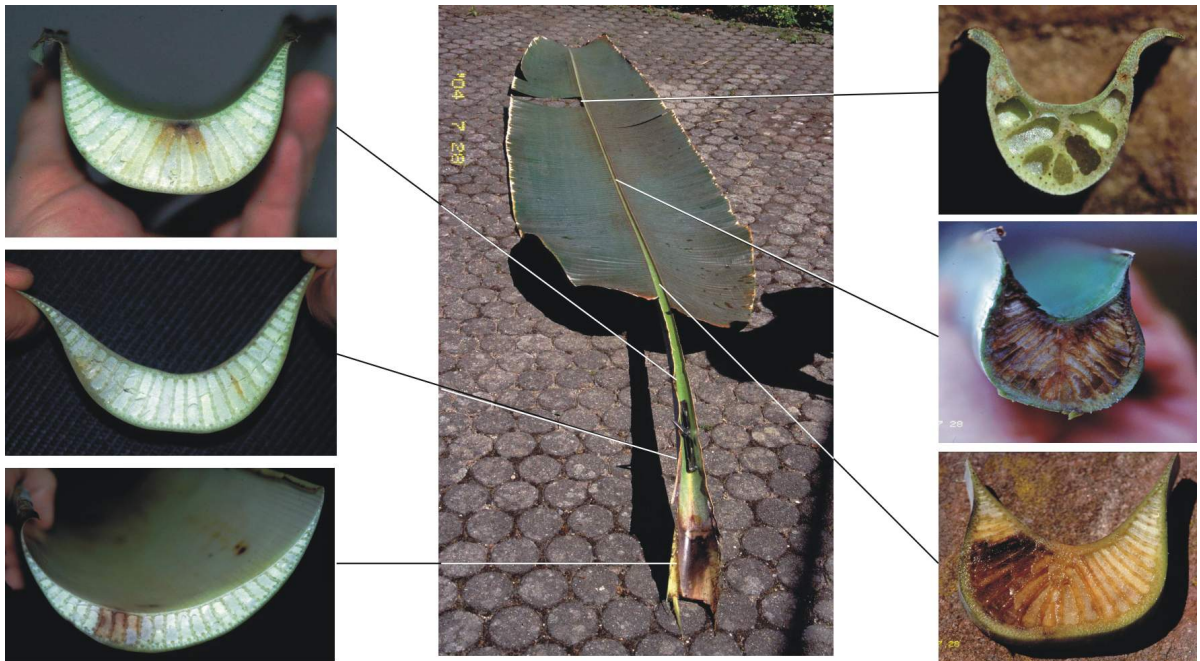


Abbildung 4.2: Änderung der Querschnitte entlang eines Bananenblattstieles.

Der u-förmige Querschnitt ist zwar biegesteif und dennoch durch sein offenes Profil torsionsweich, so dass es dem Stiel ermöglicht wird das ausladende Blatt mit seinem Gewicht zu stützen und es trotzdem im Sturm in den Wind zu „drehen“ [93]. Gleichzeitig beinhaltet diese Form eine belastungsgerechte Materialverteilung. Der überwiegende Anteil des Materials ist auf der bauchigen (ventralen) Druckseite der Biegung angelagert, während die axialen Zugseile der Biegung auf der Oberseite (dorsal) an den Enden der Schenkel mit wenig Material einen großen Abstand zur neutralen Faser der Biegung realisieren.

4.1.2 Biegebelastungen im Blattstiel der Bananenstaude

Primär wird der Blattstiel bereits durch sein Eigengewicht und das Gewicht der Blattspreite um seine Sprossachse gebogen. Durch die daraus resultierende Krümmung des Blattstieles werden die axialen Zug- und Druckkräfte entsprechend umgelenkt. Hierdurch resultieren Querkräfte, die eine Querschnittsverflachung (dorsoventral) bewirken, indem sie den u-förmigen Querschnitt aufbiegen (Abbildung 4.3.a). In solchen Profilen bewirkt eine zunehmende Querschnittsverflachung eine ständige Reduktion des axialen Flächenmomentes, wodurch sich die Biegesteifigkeit immer weiter vermindert bis der Blattstiel schließlich knickt. Um dieses Versagen zu vermeiden, wird diese Querschnittsverflachung durch eine innere parenchymatische Struktur behindert [92]. Durch das Aufbiegen des u-förmigen Querschnittes würden sich die obere und untere Schale von einander weg bewegen, was durch Zugseile unterbunden wird, die den Querschnitt zur Erhaltung des axialen Flächenträgheitsmomentes aussteifen (Abbildung 4.3.b).

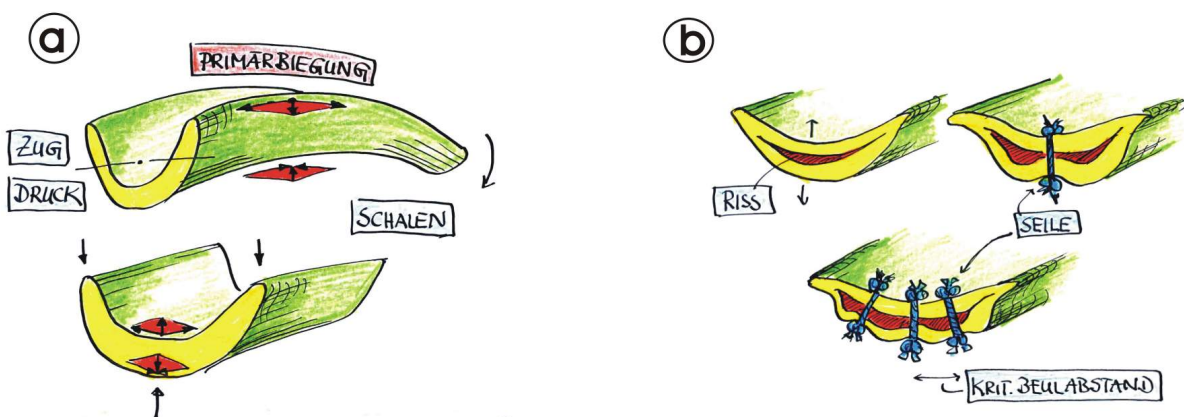


Abbildung 4.3: a) Durch die Primärbiegung des Blattstieles entstehen durch die Krümmung querschnittsverflachende Kräfte; b) Belastung durch Sekundärbiegung und Versteifung des Querschnittes durch Zugseile. (Zeichnung: C. Mattheck) [94].

4.2 Mechanisches Ersatzmodell des Blattquerschnittes

Zur Untersuchung der funktionellen Morphologie wurden an einem frischen Bananenblatt Belastungs- und Verformungsexperimente am Blattstiel durchgeführt. Hierbei zeigte sich, dass die äußere ventrale Schale des Blattstieles auf Druck belastet ist, während die innere Struktur im Querschnitt bei axialer Biegung Zugkräfte aufnimmt. Diese Beobachtung wurde anschließend anhand der Verformungsfiguren nach Durchtrennung der zugbelasteten inneren Strukturen durch Inaktivierungsschnitte verifiziert. Diese Erkenntnisse wurden in verschiedene mechanische Ersatzmodelle des Blattstielquerschnittes umgesetzt und hinsichtlich ihrer Realitätsnähe geprüft.

4.2.1 Mechanisches Funktionsprinzip

Neben physiologischen Funktionen für den Stofftransport ist die mechanische Hauptaufgabe des Bananenblattstieles die zum Licht hin aufgefaltete Blattspreite zu stützen. Zur Reduktion des Versagensrisikos wird durch Aussteifung des Querschnittes die Querschnittsverflachung aufgrund der primären axialen Biegung des Blattstieles behindert. Der Blattstiel besitzt einen u-förmigen Querschnitt und ist aus zwei äußeren, ineinander geschachtelten gekrümmten Schalen aufgebaut, die mit einer inneren Struktur verbunden sind. Aufgrund der sekundären Biegung wird der gekrümmte Querschnitt wie ein Unglücksbalken aufgebogen (siehe Kap. 2.5.2). Die obere Schale versucht sich durch Zuglast zu begradigen, während die untere Schale durch Drucklast beansprucht wird. Die innere Struktur wirkt nun wie Zugseile, die sowohl die Begradigung der oberen Schale, als auch das Auswölben der unteren Schale behindern.

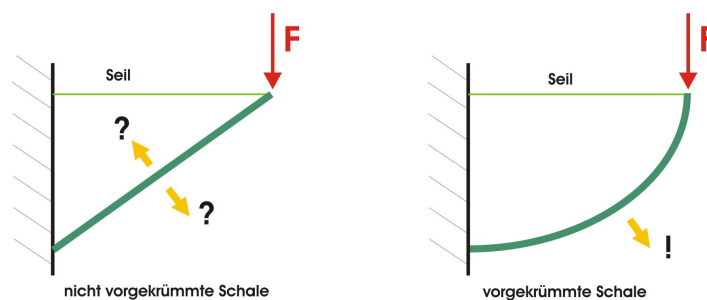


Abbildung 4.4: Die Krümmung der unteren Schale gibt die Richtung vor in der sie sich unter Druck auswölbt und vermeidet dadurch instabiles Versagen.

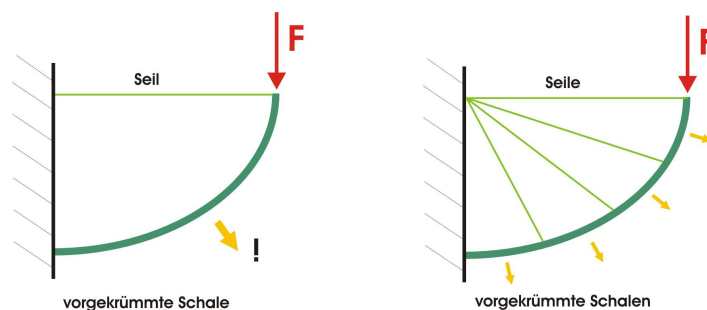


Abbildung 4.5: Reduktion der Beullänge bestimmt Traglast und Steifigkeit der Struktur.

Im Vergleich zu einer nicht gewölbten Schale wird durch die Vorkrümmung der unteren Schale ein instabiles Versagen vermieden, indem die Richtung der Deformation unter Druckbelastung vorgegeben wird (Abbildung 4.4). Die innere Struktur wirkt nun wie Zugseile die eben diese Deformation unterbinden. Anzahl und Abstand der Zugseile bestimmen nun die Länge der einzelnen Schalenabschnitte und damit die Traglast (Abbildung 4.5). Die Dehnsteifigkeit der Zugseile ist maßgebend für die Struktursteifigkeit des Querschnittes.

4.2.2 Das Kettenmodell mit Zugfedern

In einem ersten Modell wurde die Geometrie eines Bananenblattstielquerschnittes (siehe Abb. 4.7, links) möglichst genau nachgebildet. Für die kaum lignifizierte äußere Schale wurde eine Fahrradkette verwendet, als Zugseile entsprechend der inneren parenchymatischen Struktur wurden relativ weiche Schraubenzugfedern eingesetzt.

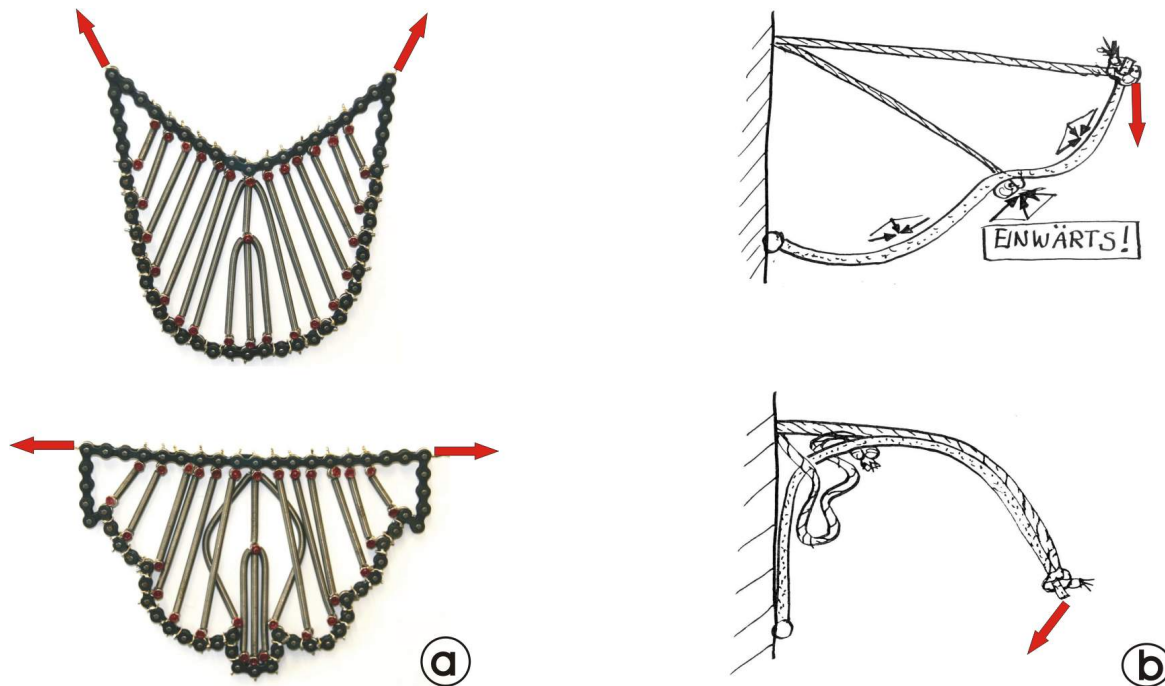


Abbildung 4.6: Mechanisches Ersatzmodell aus Kette und Schraubenzugfedern: a) Kettenmodell (oben), Ein- und Auswölbungen der unteren Schale bei Querszug (unten); b) Verformung bei Einwölbung kann durch Seile nicht verhindert werden (Zeichnungen: C. Mattheck).

Wird das Modell an den oberen Ecken aufgehängt, stellt sich die ursprünglich kopierte Geometrie des Bananenblattstielquerschnittes ein (Abbildung 4.6 a, oben). Wird nun analog zu der sekundären Biegung im Querschnitt die obere Schale durch Querszug gestreckt, fängt die untere Schale aufgrund des Eigengewichtes der Kette an sich abwechselnd nach Innen und Außen zu wölben (Abbildung 4.6 a, unten). Federn an den Auswölbungen werden hierdurch auf Zug belastet, während die Federn an den Einwölbungen entlastet werden und damit der Deformation der äußeren Schale keinen Widerstand entgegensetzen können (Abbildung 4.6 b). Durch diese nahezu unbehinderte Verformung kann die Gesamtstruktur nicht die erforderliche Steifigkeit erreichen. Im Vergleich mit den vorausgegangenen Belastungs- und Verformungsexperimenten am realen Bananenblatt wird durch dieses Modell die Realität nicht wiedergegeben, da die Kette die Druckkräfte nicht kontinuierlich übertragen kann.

4.2.3 Das Druckbogenmodell mit Zugseilen

In einem weiteren stark vereinfachten Modell wurde das mechanische Funktionsprinzip der vorgekrümmten Biegeschale mit vorgegebener Deformationsrichtung umgesetzt. Um Einwölbungen der Schale nach innen zu vermeiden wurde die gelenkige Kette durch einen gebogenen Streifen Federstahl ersetzt. Die weichen Schraubenzugfedern in der inneren Struktur wurden durch dehnsteife Stahlseile ausgetauscht um eine hohe Struktursteifigkeit zu realisieren.

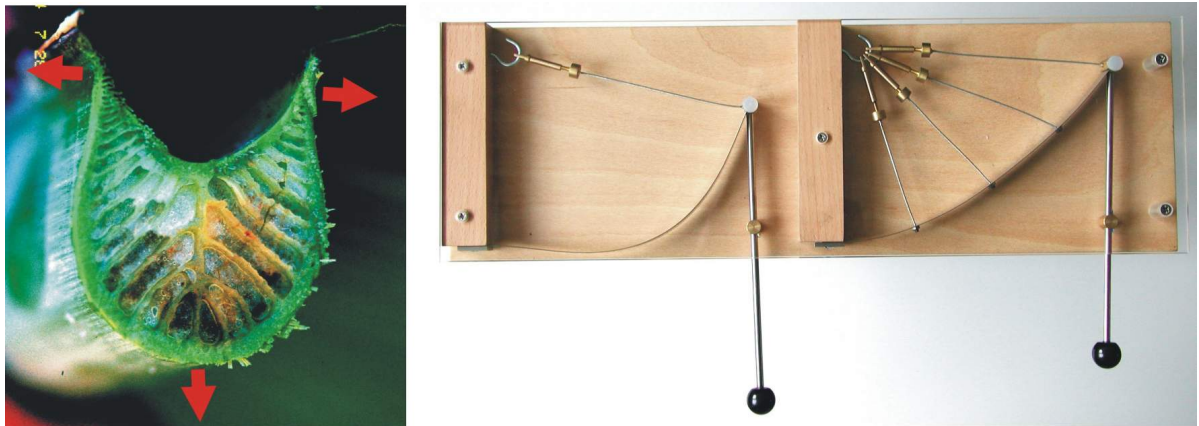


Abbildung 4.7: Mechanisches Ersatzmodell aus Biegeschale und Stahlseilen: Querschnitt durch einen Bananenblattstiel mit Verformungsneigung (links), Funktionsmodell des halben Querschnittes: Vergleich mit und ohne Zugseile (rechts) [94].

Das Druckbogenmodell zeigt den halben Querschnitt eines Bananenblattstieles, bei dem die obere Schale vereinfachend durch ein waagerechtes Zugseil ersetzt ist, das in etwas senkrecht zur Belastungsrichtung steht. Die linke Seite des Modells zeigt die Funktionsweise der unteren Schale als Druckbogen, der sich ohne die innere Struktur mit nur geringem Kraftaufwand weit nach unten auswölbt. Im rechten Modell behindern die inneren Zugseile die Deformation der unteren Biegeschale und unterteilen den Druckbogen in vier kürzere Segmente, wodurch die Steifigkeit und Tragfähigkeit der Gesamtstruktur enorm erhöht wird.

Zur Quantifizierung des Einflusses von Vorkrümmung und Zugseilen auf die Tragfähigkeit der Struktur wurden auf einer Instron Zug-Druck-Prüfmaschine Versuche durchgeführt. An verschiedenen Modellen wurde bei konstanter Verfahrensgeschwindigkeit des unteren Querhauptes die aufgebrachte Kraft über dem Verfahrensweg aufgezeichnet (Abbildung 4.8). Während die ungekrümmte gerade Druckstütze (1) ohne sichtbare Verformung plötzlich ausknickt, wölbt sich der vorgekrümmte Druckbogen ohne Zugseile (2) bei zunehmender Kraft kontinuierlich und gut sichtbar immer weiter aus. Der etwas höheren Kraft der geraden Druckstütze mit einem plötzlichen instabilen Versagen steht beim Druckbogen ein gutmütiges Versagen mit viel „Körpersprache“ entgegen. Durch den Einbau eines dehnsteifen Zugseiles, welches hier durch eine dünne Gewindestange

realisiert wurde, wird der Druckbogen an seiner Auswölbung gehindert und quasi in zwei kleinere Druckbögen zerlegt. Dieses Modell mit Druckbogen und einem weiteren Zugseil

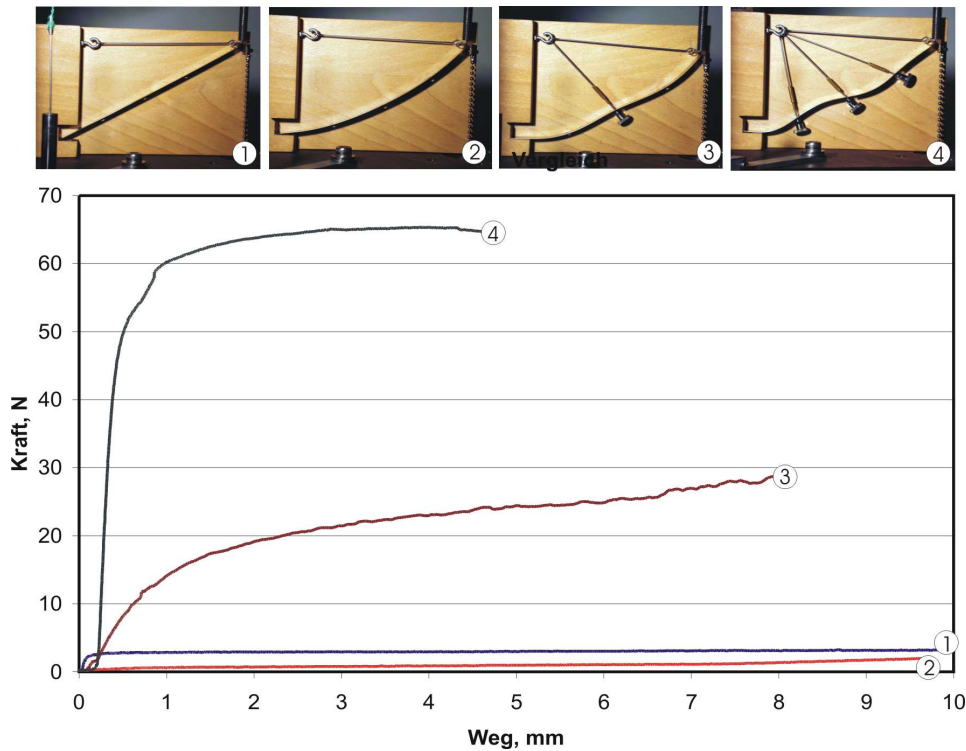


Abbildung 4.8: Mechanisches Ersatzmodell im Druckversuch (Versuchsdurchführung: K. Bethge).

(3) besitzt zwar nicht die Anfangssteifigkeit der geraden Druckstütze, kann aber deutlich höhere Kräfte ertragen und nimmt wesentlich mehr Energie auf, wie an den Flächen unter den zugehörigen Kurven erkennbar ist. Eine weitere Erhöhung der Tragfähigkeit kann durch das Einbringen von weiteren Zugseilen erreicht werden, die den Druckbogen in immer mehr und kürzere Druckbögen unterteilen. Bei Modell (4) mit insgesamt vier Zugseilen (4) ist die maximale Kraft bereits dreizehn mal höher als in den Modellen (1) und (2). Allerdings tritt hier bereits aufgrund der Steifigkeit der Zugseilanbindung eine Einwölbung nach innen auf, die nicht weiter durch Zugseile ausgesteift werden kann.

4.3 Weitere Beispiele in der Natur

Reicht die Materialsteifigkeit in einer Struktur allein nicht aus, so wird dennoch eine hohe Struktursteifigkeit durch vorgekrümmte, druckbelastete Biegeschalen in Kombination mit Zugseilen, welche deren Deformation behindern erreicht. Dieses Leichtbauprinzip ist in der Natur nicht nur auf Pflanzen mit ihren Materialien begrenzt, sondern findet sich bei genauer Betrachtung auch in anderen Bereichen wieder.

4 Zugseile bei Biegebeanspruchung

In einigen Laubblättern sind die von der Mittelrippe abzweigenden Blattvenen an ihren Enden durch Bögen verbunden, die bei Windlast auch als Druckbogen belastet sind (Abbildung 4.9, links), (siehe auch Kapitel 5.3.3). Sie helfen eine Stauchung der Blattspreite zu verhindern, indem die Blattspreite selbst als dünne Membran wie ein Zugseil wirkt (Abbildung 4.9, rechts).

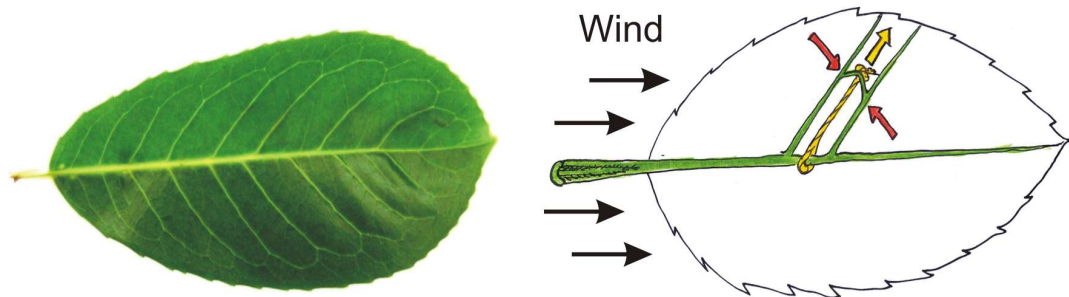


Abbildung 4.9: Natürliches Leichtbauprinzip mit Druckbogen und Zugseilen im Blatt der Kirschlorbeere (*Prunus laurocerasus*), (Zeichnung: C. Mattheck).

Der zu den Knorpelfischen gehörende Sägefisch ist mit bis zu über sieben Metern Länge der größte Vertreter der Rochen. Seinen Namen verdankt er einem Fortsatz am Kopf der die Form eines langen abgeflachten Schwertes hat und etwa ein Viertel seiner Körperlänge ausmacht. Dieses Schwert, welches wie eine Säge beidseitig mit scharfen Schuppen besetzt ist (Abbildung 4.10, links) schwingt das Tier beim Angriff auf einen Fischschwarm hin und her, um anschließend die verletzten Fische zu fressen. Der Querschnitt durch das Schwert zeigt den Aufbau der Hohlstruktur aus zwei gegenüberliegenden Druckbögen, die durch Zugseile in Form von kurzen Stegen verbunden sind (Abbildung 4.10, rechts).

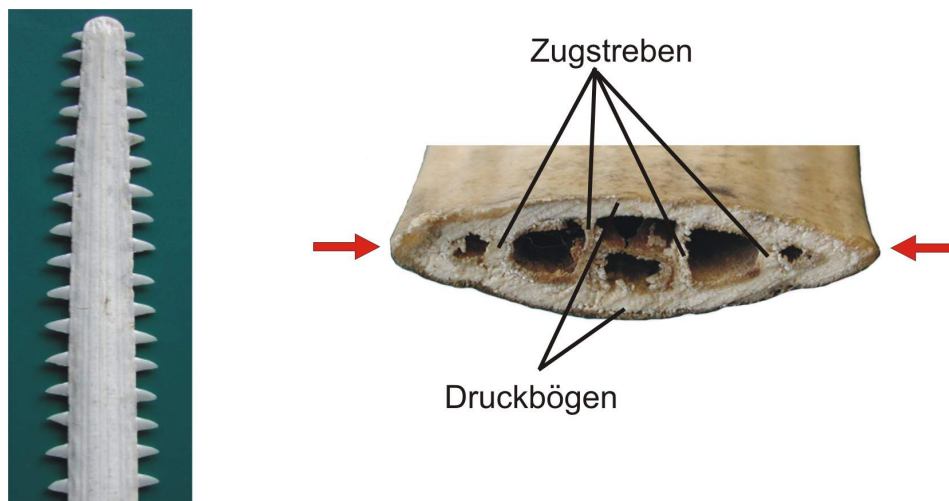


Abbildung 4.10: Natürliches Leichtbauprinzip mit Druckbögen und Zugstreben im Schwert des Sägefisches (*Pristis pristis*).

4.4 Mögliche Anwendungen in der Technik

Für eine sichere Konstruktion ist nicht nur ein sicherer Betrieb, sondern auch ein sicheres Versagen von Bedeutung. Während der gerade Druckstab plötzlich und unvorhersehbar in eine beliebige Richtung ausknickt, kann bei vorgekrümmten Druckbögen die dadurch definierte Deformationsrichtung für ein gutmütigeres Versagen genutzt werden (Abbildung 4.11, a). Mit Hilfe von dehnsteifen Zugseilen kann die Deformation unter Last

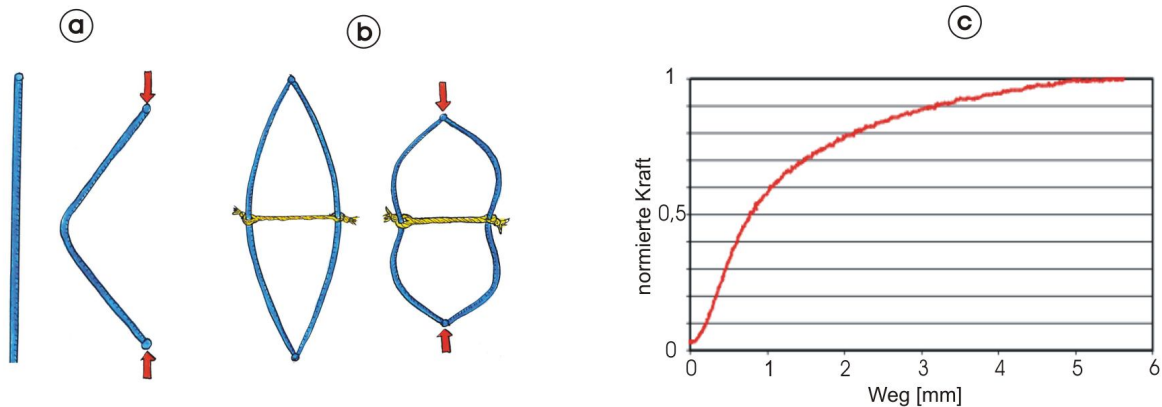


Abbildung 4.11: Patentierte Druckstütze mit gutmütigem Versagensverhalten nach dem Vorbild des Bananenblattes [74].

behindert werden und durch Verkürzung der effektiven Druckbogenlänge die mögliche Traglast gesteigert werden. Ein Druckträger aus zwei Druckbögen und Zugseilen versagt bei zunehmender Last stetig durch die Biegung der Druckbögen und kündigt sein Versagen durch große Verformungen an (Abbildung 4.11, b). Anhand der Kraft-Weg-Kurve dieses Leichtbau-Druckträgers zeigt sich das gutmütige Versagen mit einer hohen Energiedissipation der Struktur (Abbildung 4.11, c).

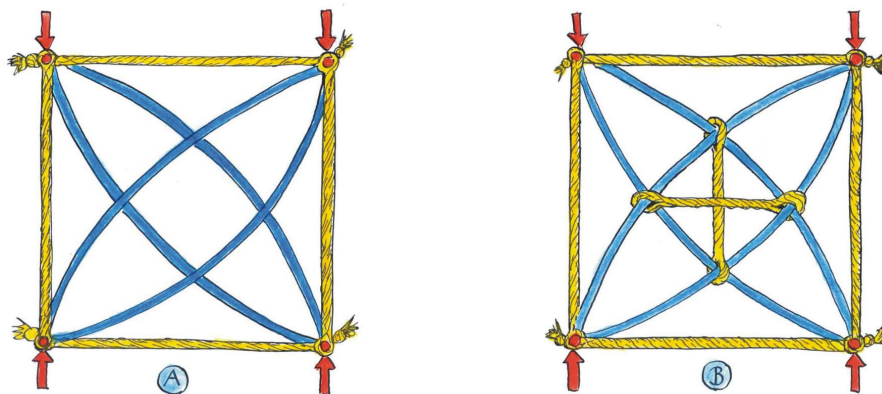


Abbildung 4.12: Druckträger nach dem Vorbild des Bananenblattes: a) weiche Ausführung; b) mit Zuggurtungen ausgesteifte, tragfähigere Ausführung [74].

4 Zugseile bei Biegebeanspruchung

Das Prinzip der definierten Druck-, bzw. Biege deformationsrichtung für Leichtbaukonstruktionen vorwiegend aus Seilen für Druckstützen und Druckstützensysteme wurde patentiert [74]. Abbildung 4.12 zeigt eine Ausführung mit zwei gekreuzten Druckspindeln, die durch zwei Zuggurtungen im Zentrum sowohl drucksteif als auch schubsteif wird.

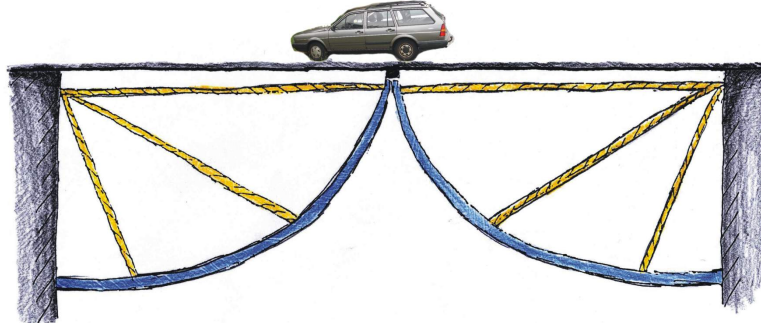


Abbildung 4.13: Anwendungsbeispiel: Leichtbaubrücke aus Fachwerken nach dem Vorbild des Bananenblattes [75].

Ein weiteres Patent wurde für Leichtbaufachwerke aus vorgekrümmten Druckbögen und Zugseilen erteilt, die auch als Konstruktionselemente vielseitig eingesetzt werden können [75]. Abbildung 4.13 zeigt eine Anwendungsmöglichkeit dieses Leichtbauprinzips in der Technik: eine Brücke aus Leichtbaufachwerken wie Bananenblätter.

5 Zugseile bei Schubbeanspruchung

Der 45°-Winkel in der Natur

Bei Schubbeanspruchung versucht das Material aufgrund der wirkenden Scherkräfte entlang einer Gleitlinie, bzw. Gleitebene aufeinander abzugleiten. Die auftretenden Schubspannungen sind der Widerstand des Materials gegen das Abgleiten und verhindern Relativbewegungen entlang der Gleitebenen. Biologische Materialien als Faserverbundwerkstoffe besitzen meistens orthotrope Eigenschaften und sind sehr zugfest, aber empfindlich gegen Schub zwischen den Fasern. Daher wird das Material häufig entlang der Hauptnormalzugspannungen angeordnet, also 45° gedreht zu den vorherrschenden Schubspannungen. Gordon schreibt in seinem Buch: „Shear stress is only tension and compression acting at $\pm 45^\circ$ and vice versa“ [95]. Mit Hilfe des rotierenden Schubviereckes nach Mattheck (Kapitel 2.5.2) lässt sich die Richtung der den Schubspannungen zugeordneten Zugspannungen und damit auch die Ausrichtung des Zugseiles zur Aufnahme der Schubbeanspruchung anschaulich machen.

Bei der Verwendung von Zugseilen bei Schubbeanspruchung wird in diesem Kapitel im Folgenden zwischen drei prinzipiellen Anwendungsfällen unterschieden.

Konturdesign durch Zugseile an der Oberfläche: Im ersten Teil werden Zugseile zur Reduzierung von Schubspannungen eingesetzt, die durch Umlenkung des Kraftflusses an der Oberfläche eines Körpers aufgrund seiner Kontur entstehen. Hierbei wirken die Zugseile wie Zuggurtungen und bestimmen die optimale Kontur des Körpers (siehe auch Kapitel 2.5.3).

Gegenseitige Stützwirkung durch 45°-Fachwerke: Im zweiten Teil werden Einzelstrukturen mit 45°-Verzweigungsmustern gezeigt, die sich bei Belastung gegenseitig zu Fachwerken verbinden und über Schub sich gegenseitig stützen.

Erhöhung der Scherfestigkeit durch Zugseile in der Materialstruktur: In dem dritten Teil werden Zugseile zur Erhöhung der Scherfestigkeit im Material eingesetzt. Sie sind in Richtung der durch den Schub entstehenden Zugspannungen ausgerichtet und wirken als Verstärkungsseile. Hierbei ist es zum Verständnis von Form und Funktion manchmal erforderlich die am System beteiligten Komponenten als einen Verbundwerkstoff zu betrachten, auch wenn sich nach unserer üblichen Auffassung ein oft ungewohnter Verbund ergibt.

5.1 45°-Winkel in der Kontur biologischer Strukturen

Aus mechanischer Sicht entsprechen Emergenzen und Auswüchse biologischer Strukturen dem Kragträger in der Technik. Bei einem Kragträger wird aufgrund der Verbreiterung der Gesamtstruktur an der Anbindung, entlang den Gleitlinien, welche den Kragträger in die Anbindung hinein verlängern, auf der Zugseite und auf der Druckseite Längsschub erzeugt. Zusätzlich wird durch die angreifende Kraft über die gesamte Fläche Querschub eingeleitet (Abb.5.1). Mit dem Schubviereck zeigt sich sowohl für die Schubbelastung durch Zug und Druck der Biegung, als auch für den Querkraftschub die gleiche Ausrichtung der zugeordneten Zug- und Druckbelastungen unter einem Winkel von 45°. Durch kraftflussgerechte Materialanlagerung entlang der Hauptzug- bzw. Hauptdruckspannungstrajektorien wächst eine Kontur, die durch diesen 45°-Winkel geprägt ist. Mit der Zugdreiecksmethode ist eine genauere Rekonstruktion der Gesamtkontur möglich, wobei das erste Zugdreieck den schubbedingten 45°-Winkel anzeigt.

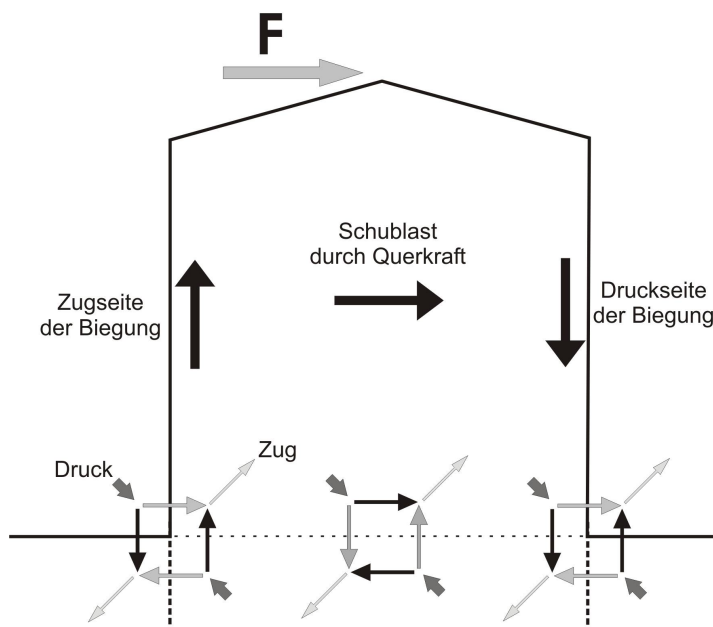


Abbildung 5.1: Durch die Querkraft F eingeleitete Schubspannungen und die daraus resultierenden Hauptspannungsrichtungen im Bereich der Anbindung.

5.1.1 Abschätzung von Biegebelastung zu Schubbelastung durch eine Querkraft

Durch die Belastung mit einer an der Spitze angreifende Querkraft wird der Kragträger auf Biegung belastet. Dadurch wirken auf der einen Seite Zugkräfte, auf der anderen Druckkräfte aufgrund von Biegung. Zusätzlich wird die gesamte Anbindungsfläche des

Kragträgers durch Schub aufgrund der Querkraft belastet. Je höher der Schlankheitsgrad, das Verhältnis von der Breite der Anbindung zur Länge des Kragträgers, desto höher wird durch die Vergrößerung des Hebels der Anteil der Biegebelastung, gegenüber der Schublast durch die Querkraft, die bei gleich bleibender Anbindungsfläche konstant bleibt.

Das Verhältniss von Biegebelastung und Schubbelastung durch die Querkraft an der Anbindungsstelle kann für einen Rosenstachel mit elliptischem Querschnitt als Beispiel für einen natürlichen Kragträgers wie folgt abgeschätzt werden:

$$\frac{\text{maximale Biegespannung}}{\text{maximale Schubspannung}} = \frac{\sigma_{B,max}}{\tau_{max}} \quad (5.1)$$

mit $\sigma_{B,max} = \frac{M}{W}$ und $\tau_{max} = \frac{F}{A}$

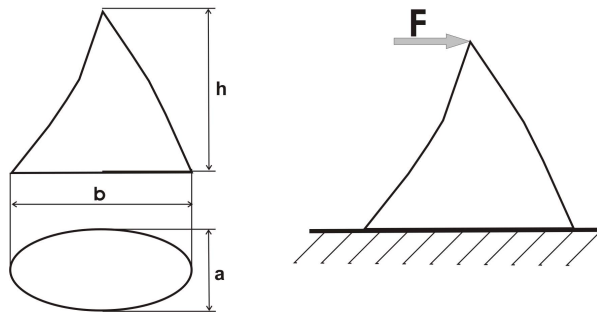


Abbildung 5.2: Geometrische Größen und Belastung am Modell eines Rosenstachels.

Mit dem Biegemoment $M = F \cdot h$ und dem Widerstandsmoment um die kurze Halbachse der Ellipse $W = \frac{\pi}{32} \cdot a \cdot b^2$ ergeben sich die maximalen Biegespannungen zu

$$\sigma_{B,max} = \frac{32F \cdot h}{\pi} \cdot a \cdot b^2 \quad (5.2)$$

Mit der angelegten Kraft F und der Fläche der Ellipse $A = \frac{\pi}{4} \cdot a \cdot b$ ergeben sich die maximalen Schubspannungen zu

$$\tau_{max} = \frac{4 \cdot F}{\pi} \cdot a \cdot b \quad (5.3)$$

Einsetzen von 5.2 und 5.3 in 5.1 ergibt:

$$\frac{\sigma_{B,max}}{\tau_{max}} = \frac{\frac{32F \cdot h}{\pi} \cdot a \cdot b^2}{\frac{4 \cdot F}{\pi} \cdot a \cdot b} = 8 \cdot \frac{h}{b}$$

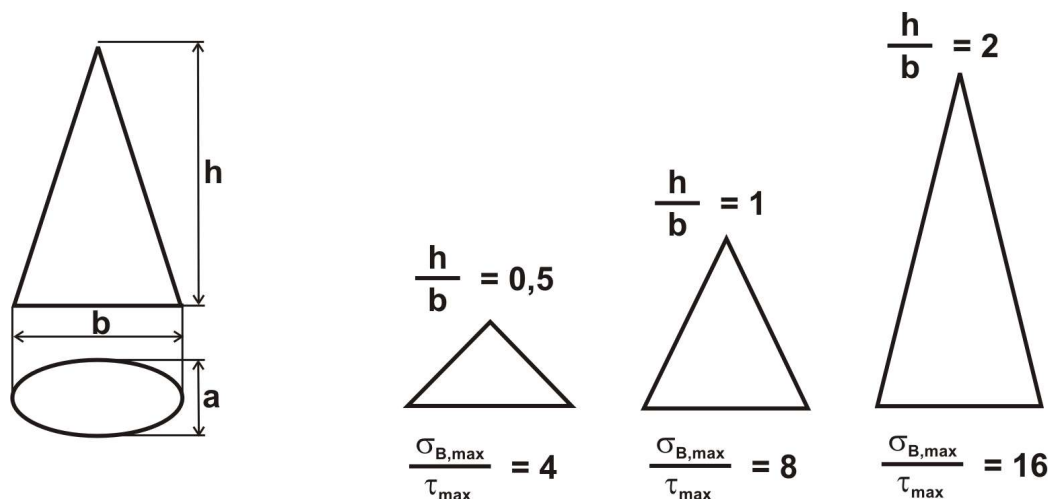


Abbildung 5.3: Verhältnis von Biegebelastung und Schubbelastung durch die Querkraft an der Anbindungsstelle für verschiedene Verhältnisse von Höhe zu Breite an einem Rosenstachel.

Je länger der Stachel ist, um so stärker dominiert die Biegebelastung gegenüber der Querschubbelastung. Doch bereits bei sehr kurzen Stacheln ist die Biegebelastung deutlich höher als die Querschubbelastung (Abbildung 5.3). An dem vereinfachten Modell des Stachels ergeben sich für $h = \frac{1}{2} \cdot b$ bereits viermal so hohe maximale Biegespannungen wie maximale Schubspannungen. Für $h = b$ sind die maximalen Biegespannungen acht mal so hoch und bei $h = 2 \cdot b$ sechzehn mal höher als die maximalen Schubspannungen.

5.1.2 45°-Winkel an Dornen und Stacheln von Pflanzen

Dornen und Stachel sind spitze Auswüchse, die bei vielen Pflanzenarten vorkommen. Besonders in sehr trockenen Regionen unserer Erde sind sie ein verbreiteter und wirksamer Schutz gegen Tierverschleiß. Vielen Rankpflanzen, wie Rosen und Brombeeren dienen sie zusätzlich als wirkungsvolle Kletterhilfen. Bei den meisten Rankgewächsen wie z. B. den Rosen zeigen deshalb die Spitzen der Stachel leicht nach unten gegen die Wachstumsrichtung des Sprosses. In der Botanik wird grundsätzlich zwischen Dornen und Stachel unterschieden [96].

Dornen sind zugespitzte, verkümmerte Kurztriebe der Pflanzen und mit den tiefer liegenden Leitbündelsträngen verbunden. Sie sind spezialisierte Auswüchse des Pflanzenkörpers und werden durch Metamorphose von Sprossachsen an Stelle von Seitenzweigen oder Blättern gebildet.

Stachel werden im Gegensatz zu den Dornen nur aus den oberen Zellschichten des Rindengewebes gebildet und sind ein Teil der Oberhaut (Epidermis). Sie sind reine

Oberflächenstrukturen (Emergenzen) und nicht mit dem tiefer liegenden Gewebe des Pflanzenkörpers verbunden.

Die botanische Definition stimmt oft nicht mit der Umgangssprache überein. Biologisch korrekt haben also Rosen und Brombeeren Stacheln und keine Dornen, während viele Kakteen Dornen besitzen und keine Stachel. Der Laie kann leicht feststellen ob es sich um einen Dorn oder Stachel handelt, indem er einfach versucht ihn zu entfernen. Ein Stachel lässt sich leicht abreißen ohne die Pflanze wesentlich zu verletzen. Die Entfernung eines Dorns ist im Allgemeinen deutlich schwieriger und reißt auch immer etwas aus der Pflanze mit heraus.



Abbildung 5.4: Links: Mechanisches Ersatzmodell eines Rosenstachels (Zeichnung C. Mattheck); mitte: Längsschnitt durch einen Rosenstachel (Foto K. Weber); rechts: 45°-Winkel an der Anbindung von Dornen und Stacheln.

Da die Schubspannungen dominieren, die aus der Biegung resultieren, sind auf der Zugseite die Fasern in Richtung der Hauptzugspannung und auf der Druckseite in Richtung der Hauptdruckspannung angeordnet. Dadurch ergibt sich das in Abbildung 5.4 links dargestellte mechanische Ersatzmodell für einen Rosenstachel, welches den anisotropen Materialeigenschaften gerecht wird. Den Vergleich des mechanischen Ersatzmodells mit der Realität der Natur zeigt der Längsschnitt durch einen Rosenstachel (Abbildung 5.4, mitte). Faserverlauf und Materialverteilung im Stachel stimmen gut mit dem Ersatzmodell überein.

Obwohl Größe und Form von Stacheln und Dornen beträchtlich variieren, können einige grundlegende gemeinsame Formen zusammengefasst werden. Abbildung 5.4, rechts zeigt einen Rosenstachel mit einem Höhe-Breite-Verhältnis von eins und einen Robiniendorn mit einem Höhe-Breite-Verhältnis von etwa drei im Vergleich. Je größer das Höhe-Breite-Verhältnis ist, desto weiter rutscht das 45°-Eck nach unten in den Bereich der Anbindung. Im Ansatz ist die 45°-Anbindung gut erkennbar, die gesamte Kontur kann mit der Methode der Zugdreiecke nachmodelliert werden.

Die Abbildungen 5.5 bis 5.7 zeigen weitere Beispiele. Palmen (*Areaceae*) sind überwiegend in den Tropen beheimatet, wo sie von feuchten Tropenwäldern bis hin zu trockenen Wüstengebieten vorkommen. Charakteristisch für Palmen ist ihr Blattschopf am

5 Zugseile bei Schubbeanspruchung



Abbildung 5.5: Dornen als mechanischer Schutz am Blattstiel einer Dattelpalme (*Phoenix raureirii*).

oberen Ende des Stammes. Dattelpalmen gehören zu den ältesten Kulturpflanzen der Erde, da sie den Bewohnern trockener Gebiete Nahrung und Material für Allerlei Lebensnotwendiges bietet. Dattelpalmen sind hervorragend an heiße, trockene Wüstenstandorte angepasst. Ihre Wurzeln können in große Tiefen zu Grundwasser führenden Schichten vordringen [97]. Um in dem oft unwirtlichen Klima überleben zu können sind ihre grünen Blätter durch Dornen an den Blattstielen geschützt (Abbildung 5.5).

Bei den Wasserpflanzen gehören die Seerosen (*Nymphaeaceae*) zu den Schwimmblattpflanzen. Den erforderlichen Auftrieb um sich an der Wasseroberfläche zu halten erhalten die lederartigen robusten Blätter durch weitmaschige Lufträume im Blattgewebe. Die an der Wasseroberfläche schwimmenden Blätter versorgen auch die im sauerstoffarmen Teichgrund steckende Wurzelknolle über den langen flexiblen Blattstiel mit Sauerstoff. Die Blattoberseiten, wo sich die Spaltöffnungen zum Atmen befinden sind mit einer Wachsschicht überzogen, um eine Benetzung durch Wasser zu verhindern. Zum Schutz der lebensnotwendigen Atmungsorgane ist der Rand der Blätter rundherum mit Blattdornen versehen (Abbildung 5.6).

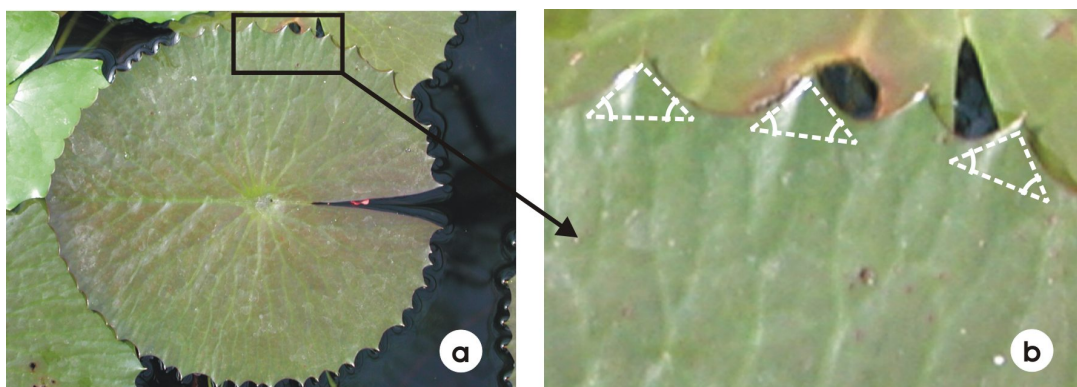


Abbildung 5.6: Seerosenblatt, das als wichtiges Atmungsorgan rundherum mit Blattdornen geschützt ist.

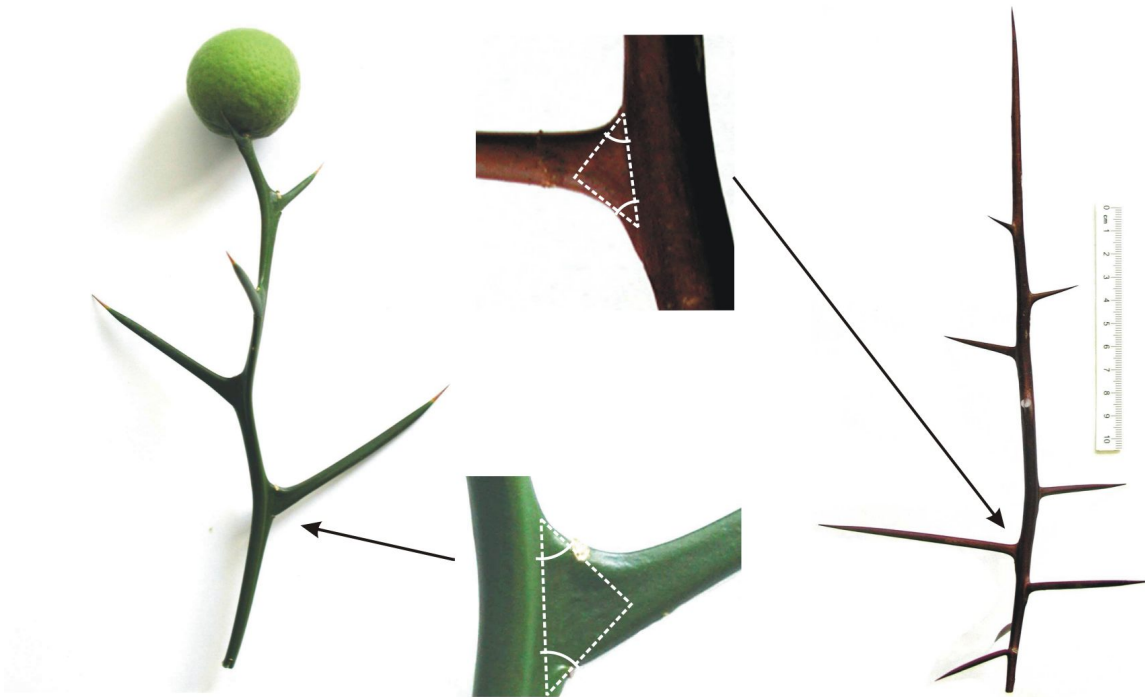


Abbildung 5.7: Verzweigte Dornen an Bitterorange (*Poncirus trifoliata*) (links) und Christusdorn (rechts) mit 45°-Winkeln in der Anbindung der Dornen.

Die Dreiblättrige Bitterorange gehört zu der Gattung der Zitruspflanzen in der Pflanzenfamilie der Rautengewächse (*Rutacea*). Die gelben Früchte erinnern vom Aufbau und Geruch zwar an Orangen, sind aber wegen des hohen Gehaltes an Bitterstoffen ungenießbar. Der Strauch kann bis zu drei Meter hoch werden und wurde an seinem Herkunfts-ort im nördlichen China und Korea wegen seiner starken Dornen als undurchdringliche Schutzhecke gepflanzt. Abbildung 5.7 links zeigt die spitzen Dornen mit Frucht und 45°-Winkeln in der Kontur ihrer Anbindung.

Die Amerikanische Gleditschie (*Gleditsia triacanthos*) wird häufig als „Falscher Christusdorn“ bezeichnet. Der bis zu 45 Meter hohe Laubbaum verfügt über einen besonders wirksamem Dornenschutz. Der Stamm ist übersät mit großen Büscheln starker, verzweigter Dornen, die bis zu 30 cm lang werden können. Die dünnste Stelle der Dornenzweige ist an der recht flexiblen Anbindung am Stamm. Bei der Anbindung der einzelnen Dornen hingegen ist die die 45°-Anbindung in der Kontur gut erkennbar (Abbildung 5.7, rechts).

5.1.3 45°-Winkel an Hörnern und Werkzeugen von Tieren

Käfer und Ameisen zählen zu den Insekten, die als Klasse der Gliederfüßer einen Chitinpanzer zum Schutz und als stabilisierendes Außenskelett besitzen. Sie entwickeln sich aus Eiern in mehreren Stadien zum fertigen Tier. Die aus den Eiern geschlüpften Lar-

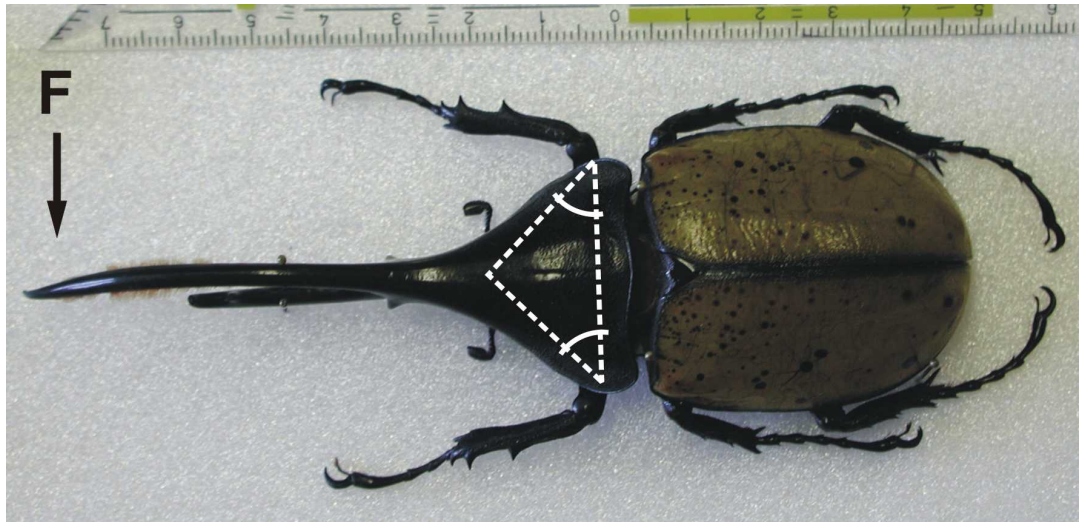


Abbildung 5.8: Kopfform mit Horn beim Herkuleskäfer (*Dynastes hercules*).

ven verpuppen sich am Ende des Larvenstadiums um sich während des Puppenstadiums zum adulten Tier zu entwickeln. Kurz nach dem Schlüpfen aus der Puppe ist der Chitinpanzer noch weich, bevor er zu seiner endgültigen Form aushärtet. Danach häuten sich Käfer nicht mehr und können demzufolge auch nicht mehr wachsen. Dieses letzte Stadium im Lebenszyklus eines Käfers ist mit wenigen Wochen bis Monaten oft der kürzeste Lebensabschnitt. Gut gepanzert pflanzen sie sich fort um einen neuen Lebenszyklus der folgenden Generation zu starten [98].

Bei Käfern sind Auseinandersetzungen, die das Maß heftiger Kämpfe annehmen können weit verbreitet und werden in der Regel von Individuen gleichen Geschlechts, in der Regel Männchen, ausgetragen. Bei solchen Kämpfen zwischen Käfern denkt man unwillkürlich an den Hirschkäfer (*Lucanus cervus*), dessen Männchen zu den imposantesten Käfern unserer heimischen Fauna gehören. Seine gewaltigen Mandibeln, gewiehartig

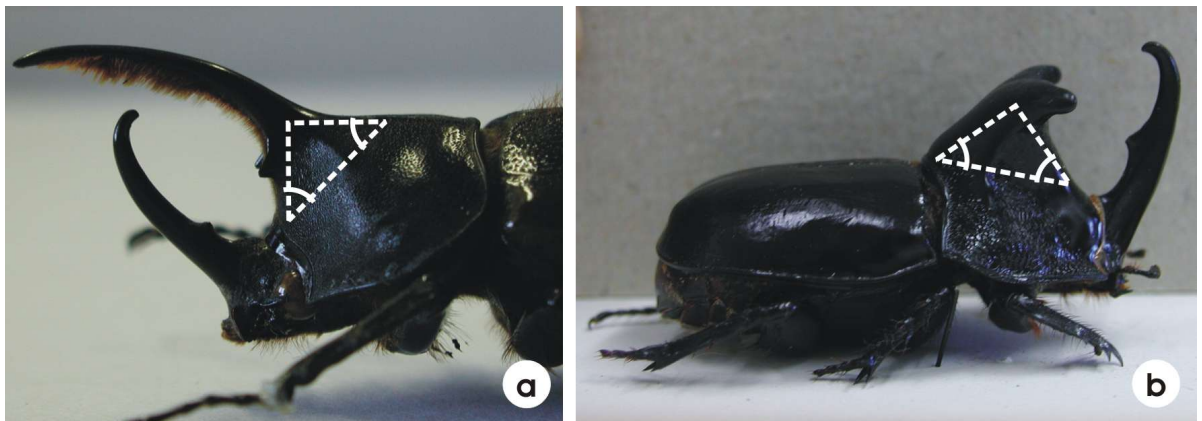


Abbildung 5.9: Anbindungen der Hörner an den Panzer.

vergrößerte Oberkiefer, scheinen ideale Waffen zu sein. In Wahrheit jedoch können die Weibchen mit ihren kleinen, normal entwickelten, Mandibeln erheblich kräftiger zubeißen. Die Männchen lecken gern ausfließenden, in Gärung übergehenden Baumsaft. Sie lecken solange davon bis sie, ihrer Trunkenheit erlegen, vom Baum fallen. An solch einer Stelle kann es zwischen den Männchen zu Raufereien kommen, bei denen man jedoch kaum von ernsthaften Kämpfen sprechen kann [99].

Aber egal ob Werkzeug, Waffe, Protzgehabe oder nur perfekte Mimikry, für die mechanische Optimalform spielt das keine Rolle, allein Belastung und Materialeigenschaften zählen.

Der Herkuleskäfer (Abbildung 5.8) ist mit einer Körperlänge von bis zu 17 Zentimetern und einer Flügelspannweite von 22 Zentimetern einer der größten Käfer weltweit [100]. Die Hörner der Männchen dienen zum Imponieren und Kampf mit gegnerischen Männchen, der Sieger darf sich mit dem Weibchen paaren. Seine Kopfform wird durch die Anbindung des langen Horns geprägt. Es ist anzunehmen, dass die durch den gewaltigen Hebel verursachten Zug- und Druckbelastungen überwiegend auf der Zugseite der dünnen faserverstärkten Außenschale aufgefangen werden. Auch bei anderen Käfern, wie z. B. den Nashornkäfern, bei denen das Männchen einen nashornartigen Dorn auf der Stirn trägt zeigt die Anbindung der Hörner Konturen auf, die mit einem gleichseitigen Dreieck mit 45°-Winkeln angenähert werden können (Abbildung 5.9).

Käfer sind neben ihren Flugkünsten auch geschickte Kletterer und können sich zum Teil recht zügig fortbewegen. Bereits an den Dimensionen ihrer Gliedmaßen, insbesondere im vordersten Bereich ist unschwer zu erkennen, dass diese nicht unbedingt für große Drucklasten geeignet sind. Vielmehr zieht sich der Käfer beim Krabbeln an seinen eingehakten Füßen vorwärts. Zur Unterstützung haben viele Käfer im mittleren Bereich an ihren Vorderbeinen seitliche Zacken am Außenrand, welche die dünnen vorderen Bereiche entlasten. Auffällig hierbei ist, dass die Zacken unsymmetrisch nach vorne zeigen, was beim Vorwärtskrabbeln eine Zugbelastung unter 45° zur Folge hat (Abbildung 5.10).

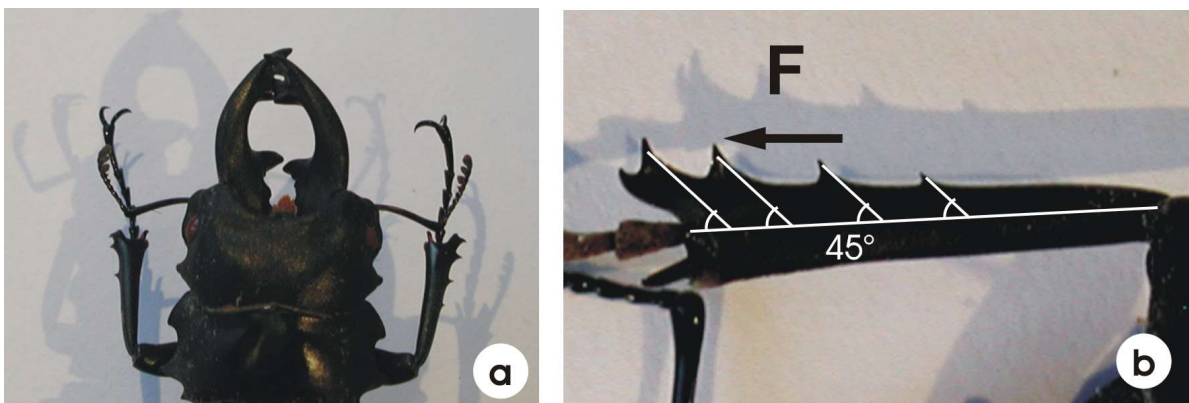


Abbildung 5.10: Seitliche Zacken belasten das Vorderbein beim Vorwärtskrabbeln auf Zug.

5 Zugseile bei Schubbeanspruchung

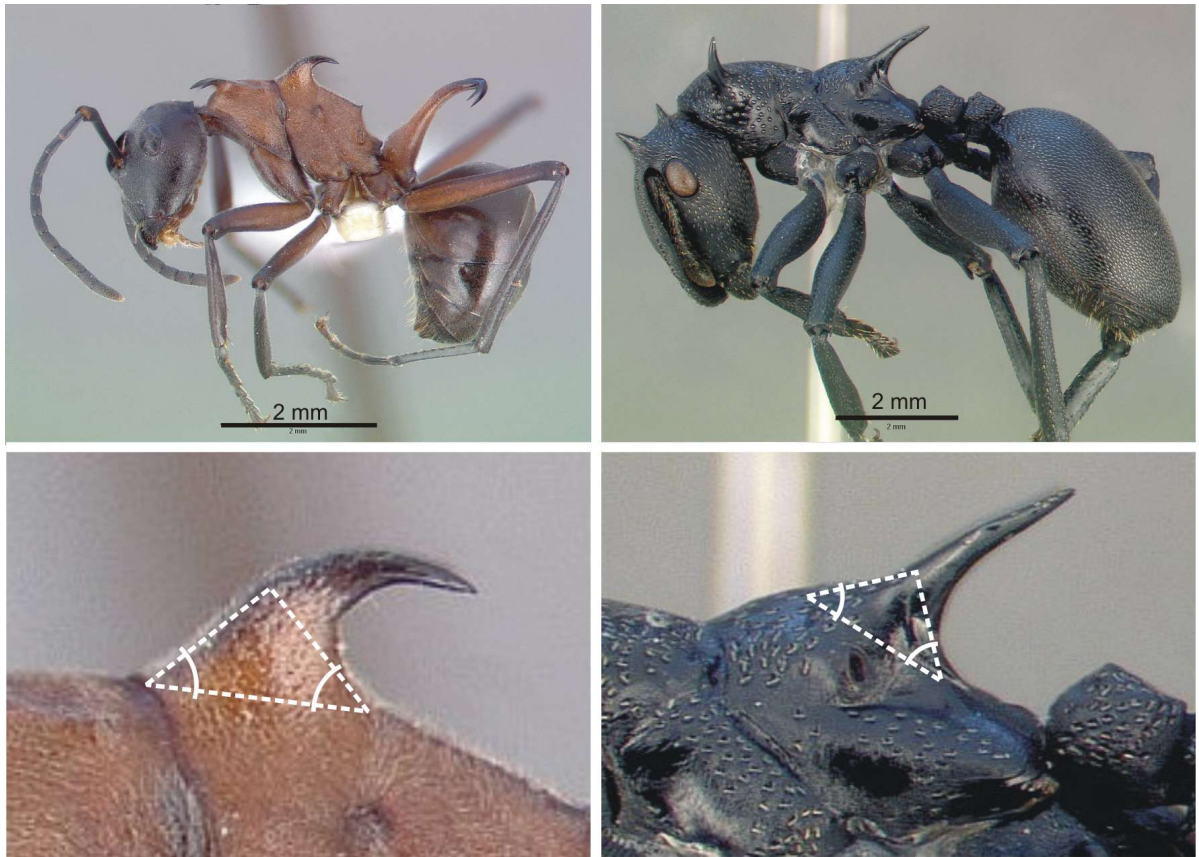


Abbildung 5.11: Stacheln als Fraßschutz bei Ameisen:

links: Specimen: CASENT0010665; Species: *Polyrhachis taylora*; Photographer: April Nobile; Date Uploaded: 19.08.2005; Copyright: California Academy of Sciences, 2000-2005);

rechts: Specimen: CASENT0010677; Species: *Cephalotes atratus*; Photographer: April Nobile; Date Uploaded: 19.08.2005; Copyright: California Academy of Sciences, 2000-2005.

Viele Insekten verlassen sich nicht nur auf die guten Materialeigenschaften ihrer stabilen Außenhülle, sondern schützen sich zusätzlich durch eine funktionelle Gestalt mit Dornen zur Abwehr von Fraßfeinden. Die Anbindung der Dornen ist maßgeblich um die auftretenden Biegebelastungen in die relativ dünne Außenschale zu leiten. Wie bei den Dornen und Stacheln der Pflanzen wird auch hier oft die Kontur der Anbindung von 45° -Winkeln geprägt.

Auch einige Ameisenarten besitzen Dornen als Fraßschutz auf dem Rücken (Abbildung 5.11). Die meisten Ameisen leben sozial in großen Kolonien mit tausenden Individuen, in denen die Aufgaben streng aufgeteilt sind. Ihre Dornen am Körper helfen zwar nicht unbedingt dem Individuum, das gerade dem Fraßfeind zum Opfer fällt, aber sie tragen dazu bei die Genießbarkeit der Art zu senken.

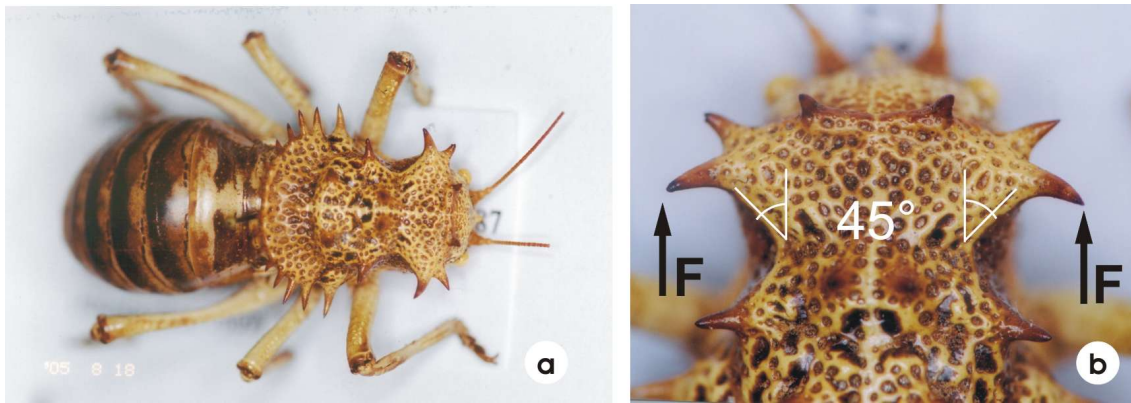


Abbildung 5.12: Dornen am Kopf eines gepanzerten Insekts (Foto: K. Weber).

Abbildung 5.12 zeigt Dornen am Kopf eines gepanzerten Insekts. Die Form des stacheligen Kopfschildes erinnert stark an die Kopfform eines Warzenschweins mit seinen Hauern (Abbildung 5.19). Doch gleichgültig ob die Dornen zur Abwehr, zum Kampf oder nur zum Graben benutzt werden, wenn sie wie eingezeichnet belastet werden, wird ein Teil der angreifenden Kraft über Zug unter 45° entsprechend der Form der Außenhülle aufgenommen.

Die Japanische Riesenkrebbe (*Macrocheira kaempferi*) ist die größte lebende Krebsart. Einschließlich Beinen hat sie einen Durchmesser von etwa 3 bis 4 Meter [101]. Sie lebt ursprünglich im Pazifik um Japans Küste, wo sie sich in Tiefen bis etwa 300 Meter aufhält. Die mit „Zähnen“ besetzten Greifzangen an den vorderen Extremitäten dienen der Riesenkrebbe bei der Nahrungsaufnahme zum Zerdrücken von Muscheln und anderen Schalentieren. Die kräftigen Scheren bestehen aus einem Feststehenden (unteren) und einem beweglichem (oberen) Teil. Insbesondere bei der Anbindung des feststehenden Teils am restlichen Fuß ist der 45°-Winkel auf der Zugseite der Biegung gut zu erkennen (Abbildung 5.13).

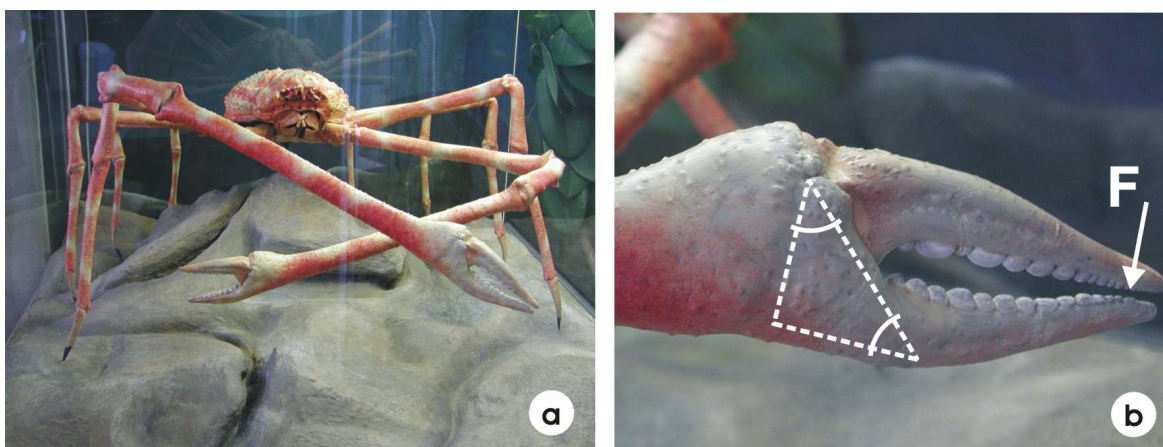


Abbildung 5.13: Zange einer Japanischen Riesenkrebbe (*Macrocheira kaempferi*).

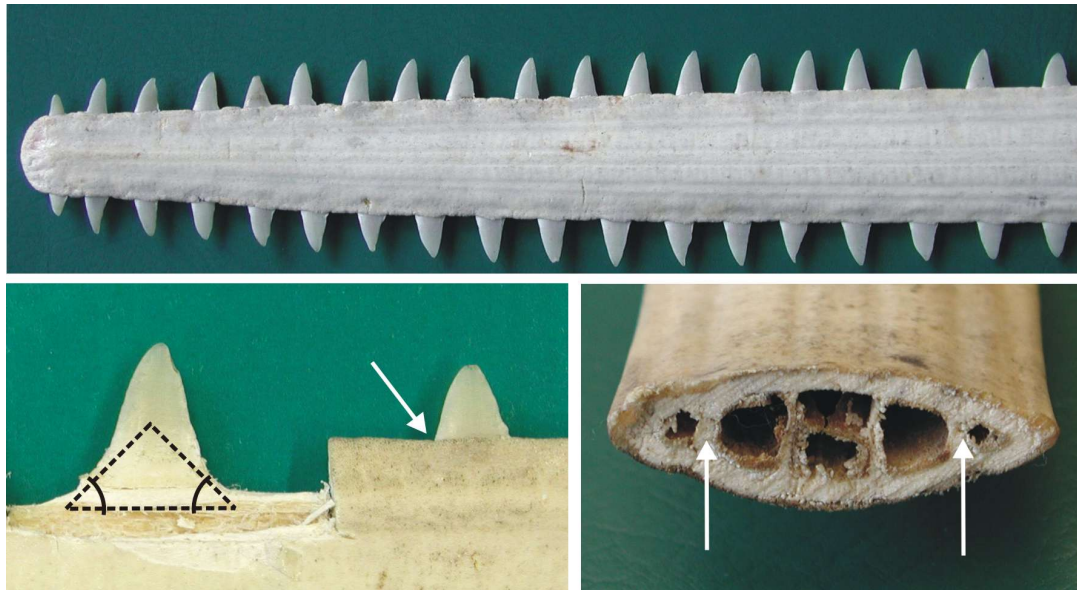


Abbildung 5.14: Zahnschwert eines Sägefisches.

Der Sägefisch (*Pristis pristis*) kann bis zu 7 Meter lang werden. Er ernährt sich von kleinen Fischen, Krebsen, Krabben und anderen kleinen wirbellosen Tieren, die auf dem Meeresboden leben. Sein auffälligstes Merkmal ist seine Säge, ein flaches langes Schwert mit scharfen Schuppen an beiden Seiten (Abbildung 5.14, oben). Mit der Säge, die etwa 25 Prozent der Gesamtkörperlänge des Tieres ausmacht, entdeckt er seine Beute und greift sie an. Die Säge kann elektrische Impulse und Bewegungen wahrnehmen und so den Herzschlag von Beutetieren und Bewegungen vorbeischwimmender Fische erkennen. Ist die Beute im Schlamm vergraben, wird die Säge als Rechen eingesetzt. Wenn der Sägefisch hingegen einen Fischschwarm angreift, wird die Säge als Waffe verwendet und hin- und her geschwungen, um anschließend die verletzten Fische zu fressen.

Auffallend sind die scharfen Kerben, welche die Schuppen der Säge mit dem Schwert bilden (Pfeil Abbildung 5.14 links unten). Bei der Freilegung der Schuppen zeigt sich dann die Anbindung an der Basis der Schuppe an einem Steg (Pfeile Abbildung 5.14 rechts unten) im Inneren des Schwertes in gewohnter Weise (Abbildung 5.14 links unten).

Der Tigerhai wird gerne als Allesfresser oder auch Müllschlucker der Meere bezeichnet, obwohl die Beschreibung eines am höchsten entwickelten Generalisten sehr viel treffender wäre. Er macht sowohl auf Krustentiere und Fische, als auch auf Seevögel und Meeressäuger und selbst kleinere Artgenossen Jagd. Mit seinem Gebiss ist er in der Lage Schildkrötenpanzer zu knacken oder große Stücke Fleisch aus Walkadavern heraus zu sägen [102]. Die Zähne in seinem Kiefer sind wie bei einem Sägeblatt angeordnet (Abbildung 5.15, oben). Die Spitzen zeigen unter einem Winkel von etwa 45° von der Mitte nach Außen hin (Abbildung 5.15, a und b). Bricht ein Zahn ab oder reißt aus, so wird unverzüglich der nächste, bereits fertige Zahn einer ständig nachwachsenden Reihe hochgeklappt (Abbildung 5.15, c).

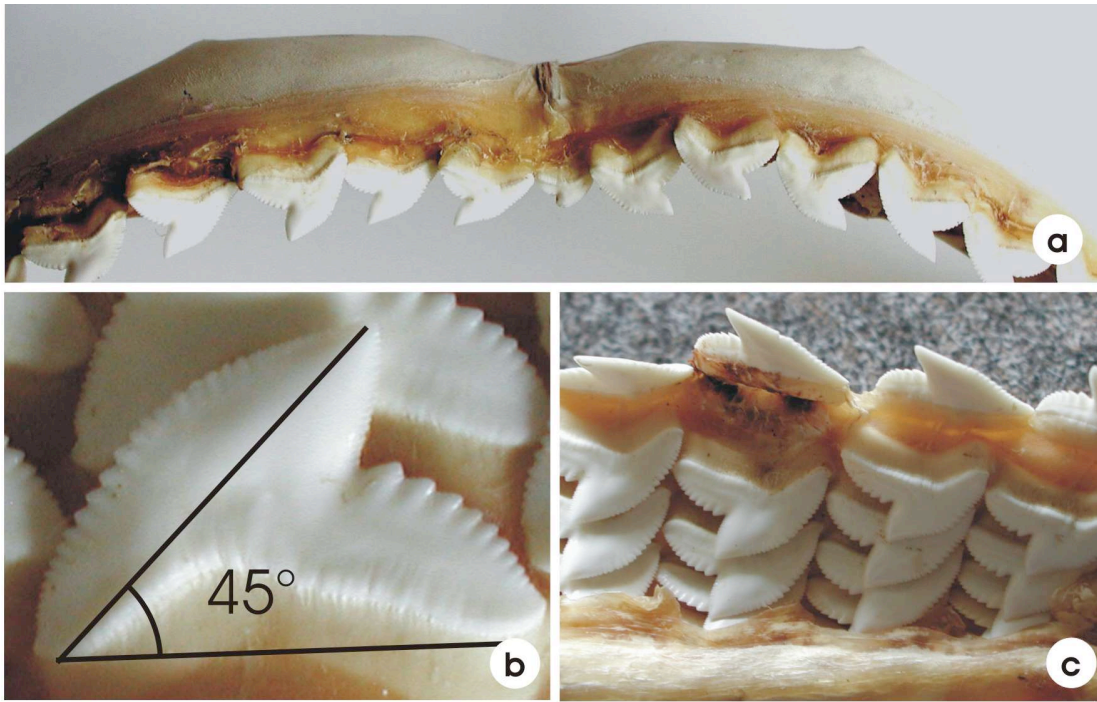


Abbildung 5.15: Gebiss eines Tigerhaies.

Durch Entfernen (weiß) und Anlagern (gelb) von Bereichen am dick umrandeten Designraum nach der Methode der Zugdreiecke entsteht eine Form, die dem Zahn eines Grauhaies sehr ähnlich sieht. Die Spannungen im Kerbgrund sind trotz geringerer Materialeinsatz deutlich niedriger als im ursprünglichen Designraum (Abbildung 5.16) [73].

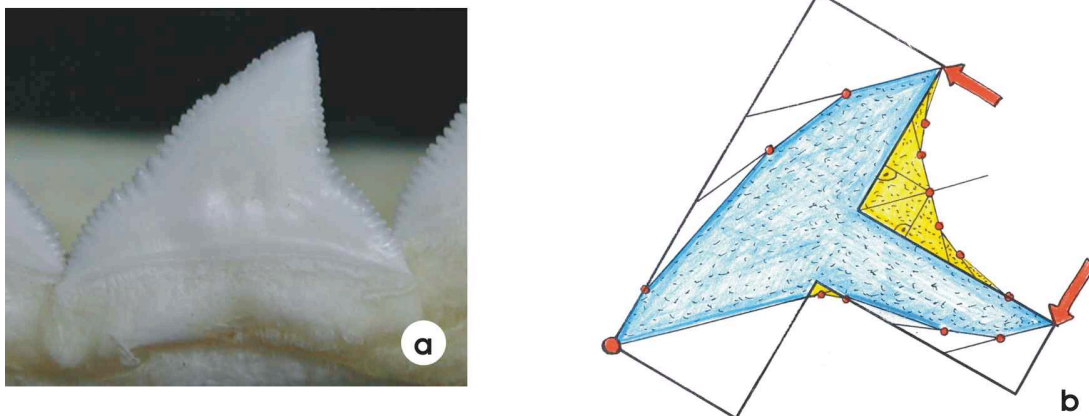


Abbildung 5.16: Links: Zahn eines Grauhaies; rechts: Konstruktion der Kontur des Hai-fischzahnes mit der Methode der Zugdreiecke [73].

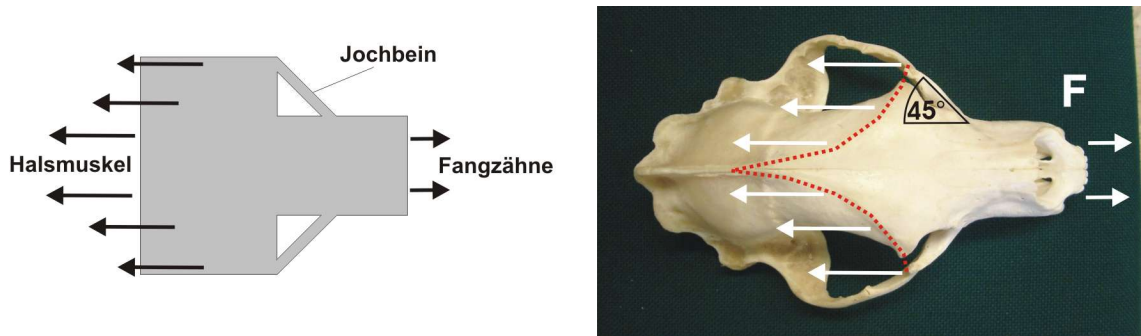


Abbildung 5.17: Schädelknochen von Schwarzbären.

5.1.4 45°-Winkel an Säugetier-Schädelknochen

Die Raubtiere (*Carnivora*) gehören zu den Säugetieren und sind ihrer lateinischen Bezeichnung nach „Fleischverschlinger“. Bei der Jagd reißen sie ihre Beute und halten sie mit ihren Zähnen fest. Die vorderen Eckzähne, die Fangzähne, sind in der Regel für diesen Zweck stark verlängert. Die hierbei auftretenden Kräfte werden über den Schädelknochen zum Halsmuskel geleitet, um von dort aus weiter vom Körper aufgenommen zu werden [103].

Charakteristisch für Raubtierschädel sind ausladende Jochbögen, die auch als Ansatzstelle für Muskeln dienen [104]. Hier verbreitert sich die Schädelform zum Ansatz der kräftigen Halsmuskeln hin. Die Jochbögen sind häufig mit einem Winkel von etwa 45° an der Schnauze angebunden. Dadurch können sie wie eine Zuggurtung gegen den durch diese Verbreiterung entstehenden Schub wirken (siehe auch Abbildung 2.22).

Abbildung 5.17 zeigt eine schematische Darstellung eines Raubtierschädels im Vergleich mit dem Schädel eines Braunbären. Auch bei den Schädeln eines Puma und eines Kojoten ist die formoptimierte Anbindung der Jochbögen zu erkennen (Abbildung 5.18).

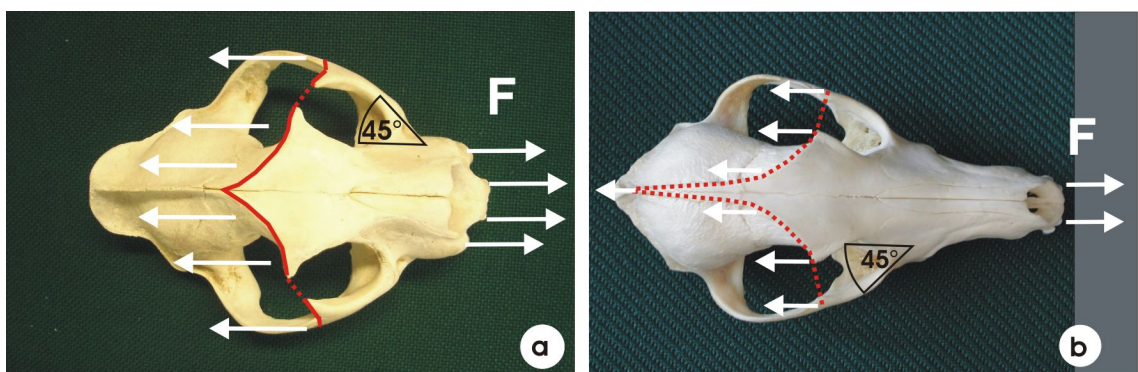


Abbildung 5.18: Anbindung der Jochbögen bei Puma (a) und Kojote (b).



Abbildung 5.19: Schädelknochen von einem Warzenschwein.

Warzenschweine (*Phacochoerus aethiopicus*) verdanken ihren Namen drei Hautwarzenpaaren auf ihrem großen bizarren Schädel. Sie sind Allesfresser, die mit ihrer langen Schnauze und ihren imposanten Hauern das Erdreich auf der Suche nach Nahrung durchwühlen.

Die oberen Eckzähne sind halbkreisförmig gekrümmt und können bis zu sechzig Zentimeter lang werden. Die ebenfalls verlängerten unteren Eckzähne schleifen sich zu sehr scharfen Stiletten ab und sind gefürchtete Waffen der wehrhaften Tiere.

Auch bei den Warzenschweinen verbreitert sich die Schädelform von der Schnauze zum Hals hin mit einem Winkel von etwa 45°. Zusätzlich sind aber auch die gewaltigen oberen Hauer unter 45° optimal an der vorderen Schnauze angebunden (Abbildung 5.19).

5.2 Schubfachwerke aus 45°-Verzweigungen

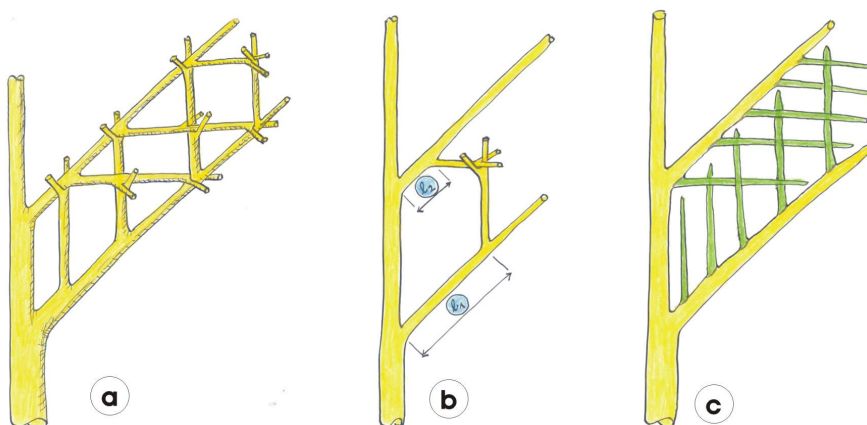


Abbildung 5.20: Mögliche Schubfachwerke mit 45°-Winkeln (Zeichnung: Claus Mattheck).

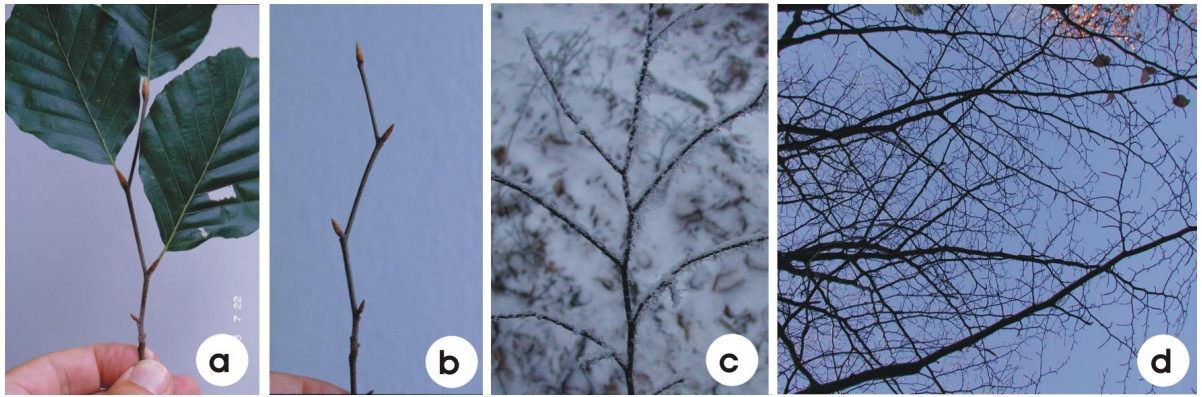


Abbildung 5.21: 45°-Anbindung von Blättern (a), bereits in der Anlage (b) der Zweige (c) für die Baumkrone als Schubfachwerk (d) (Fotos a), b): K. Weber).

Zur Erhöhung der Biegesteifigkeit können sich einzelne schlanke Strukturen zu regelrechten Fachwerken zusammenschließen. Bei ausreichender Auslenkung einer Struktur kann sie sich bei ihrem Nachbarn aufstützen und einen Teil der Belastung weitergeben. Werden zusätzlich Relativbewegung zwischen den einzelnen Strukturen in axialer Richtung unterbunden entsteht eine neue, wesentlich biegesteifere Struktur. Die Relativgleitungen können am besten Zug- und Druckstäbe unter 45° aufnehmen (Abbildung 5.20).

5.2.1 Beispiele bei Pflanzen

In der Natur wird dieses Prinzip von vielen Pflanzen genutzt. In dichten Beständen können sie durch diese seitliche Stützwirkung höhere Schlankheitsgrade erreichen und sich im harten Konkurrenzkampf weiter zum Sonnenlicht hin strecken als solitäre Konkurrenten [105]. Durch 45°-Verzweigungen ihrer Sprossachsen sind sie in der Lage bei Bedarf große temporäre Schubfachwerke zu bilden und mindern somit auch das Risiko sich gegenseitig aufzuscheuern. Besonders in den weniger verholzten, flexibleren Bereichen kommt dieser Mechanismus zum Tragen. Abbildung 5.21 zeigt am Beispiel einer Rotbuche die iterative Verzweigung im bewegten Außenbereich der Krone mit dem günstigen 45°-Winkel.

Durch die Fiederung langer Blätter sind derartige Schubfachwerke selbst zwischen den einzelnen Blättern zur gegenseitigen Stützung möglich. Nicht umsonst findet sich das längste Blatt im Pflanzenreich bei den gefiederten Blättern der Raphiapalme, das selbst in luftiger Höhe bis zu 25 Metern lang werden kann. Abbildung 5.22 zeigt fiederblättrige Palmen mit nahezu perfektem 45°-Verzweigungsmuster.

Durch die typische Weihnachtsbaumform, unten ausladend und sich nach oben verjüngend, bilden viele Nadelbäume im Verbund ein schier undurchdringliches Dickicht. Sie haben sehr regelmäßige Verzweigungsmuster, die sich ständig wiederholen. Die langen, dünnen und nadelförmigen Blätter schützen die Zweige durch ihre dämpfende Eigenschaft vor mechanischen Beschädigungen und ermöglichen eine gute Kopplung der

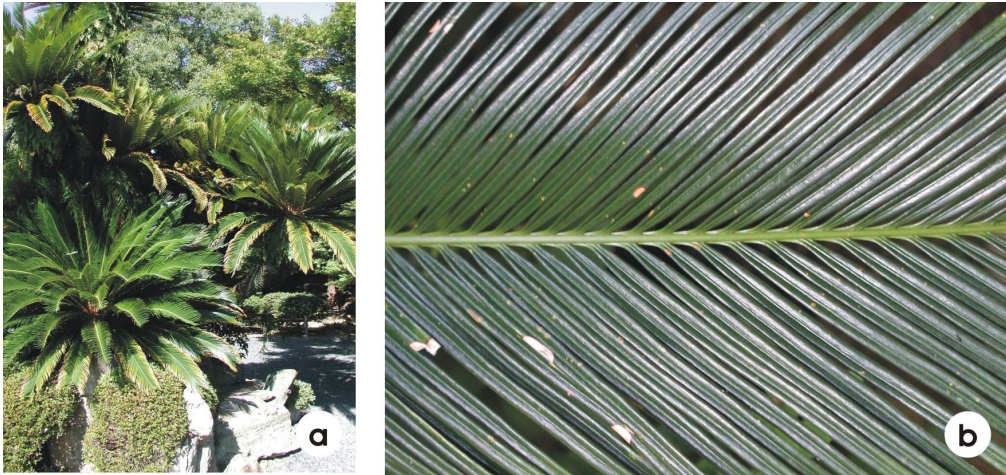


Abbildung 5.22: Fiederblatt einer Palme mit 45°-Verzweigungen.

Zweige untereinander um sich gegenseitig zu stützen. Abbildung 5.23 zeigt das Verzweigungsmuster eines Tannenzweiges, dessen Gestalt sich durch sein monopodiales Wachstum, wie die des Baumes selbst, von seiner Basis zur Spitze hin verjüngt.

In einer umfangreichen Feldstudie wurde der Schlankheitsgrad von Bäumen als Versagenskriterium untersucht [87]. Der Schlankheitsgrad, das Verhältnis von Baumhöhe zu Stammdurchmesser, von solitären Bäumen liegt bevorzugt zwischen 20 und 30. Diese Bäume sind zwar ohne direkte Konkurrenten um das Sonnenlicht, jedoch bezüglich ihrer mechanischen Stabilität auf sich alleine gestellt. Im dichten Waldbestand dagegen sind durch die angespannte Konkurrenzsituation Schlankheitsgrade von 80 und mehr anzutreffen (Abbildung 5.25, b). Die einzelnen Bäume werden durch die gegenseitige Stütz-



Abbildung 5.23: Iterative 45°-Verzweigungsmuster an einer Koreanischen Tanne (*Abies koreana* Wils), (Foto: K. Weber).

wirkung der Kronen stabilisiert (Abbildung 5.25, a). Wird jedoch das Kronendach durch Rodung oder Sturm aufgerissen entfällt diese Unterstützung und großflächige Waldschäden sind die Folge. Abbildung 5.25, c zeigt die Auswirkungen des Sturmes Lothar 1999 im Schwarzwald bei Bad Herrenalb.

Bei Bambus hingegen haben viele Arten des verholzenden Riesengrases Halme mit Schlankheitsgraden von 130 und mehr (Abbildung 5.26, b). In Kapitel 3 wurde bereits gezeigt durch welche raffinierte Konstruktion die Halme auch großen Biegebelastungen widerstehen können. Bei fast allen untersuchten Halmen zweigten die Seitenäste an den oberen Nodien in einem Winkel von etwa 45° ab (Abbildung 5.26, c). Im dichten Bestand entstehen auf diese Weise Schubfachwerke, über die angreifende Lasten gleichmäßiger verteilt werden können (Abbildung 5.26, a).

Die zu einem Rad aufgeschlagenen Federn des Blauen Pfauenhahns sollen durch die plastisch leuchtende Zeichnung von großen blau irisierenden Augen Fressfeinde abschrecken (Abbildung 5.27, b). Die einzelne Feder unterscheidet sich deutlich von den Schwungfedern, die eine geschlossene Federfahne haben (Kapitel 5.3.1. Mit Ausnahme der Federspitze haben die einzelnen Federäste einen viel zu großen Abstand um eine geschlossene Fläche zu bilden (Abbildung 5.27, a). Erst wenn der Pfau sein Rad schlägt spannen die einzelnen Federn miteinander als Schubfachwerk eine große Fläche auf, die durch die vielen 45° -Verzweigungen stabilisiert wird.

5.2.2 Quantifizierung der Stützeffekte

Zur Quantifizierung der Effekte durch Schubfachwerke aus 45° -Verzweigungen wurden die Biegespannungen an einem Einzelbaum, oder Zweig mit zylindrischem Querschnitt theoretisch abgeschätzt. Dafür wurden die Biegespannungen für einen querbelasteten Einzelstamm σ^0 ins Verhältnis zu den Biegespannungen von zwei reibungsfrei aufeinander abgleitenden Stämmen σ^{00} und zwei fest miteinander verbundenen Stämmen $\sigma^{\widehat{00}}$ gesetzt. Der Stamm hat den Radius R und wird mit dem Biegemoment M belastet.

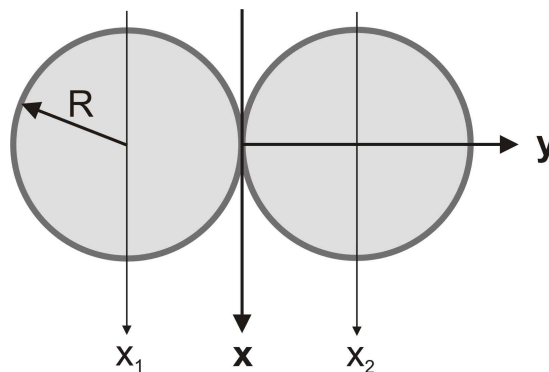


Abbildung 5.24: Skizze zur Abschätzung der Stützeffekte.

5.2 Schubfachwerke aus 45°-Verzweigungen

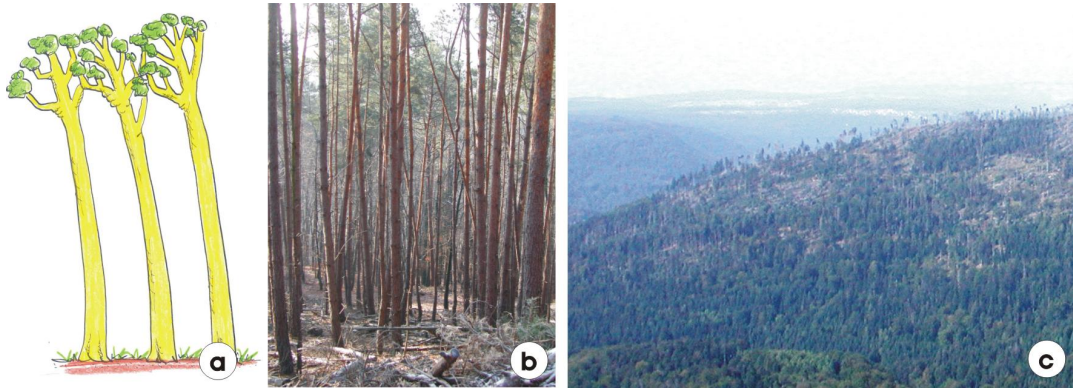


Abbildung 5.25: Zu schlanker Waldbestand ist nur mit Kronenschluss stabil.

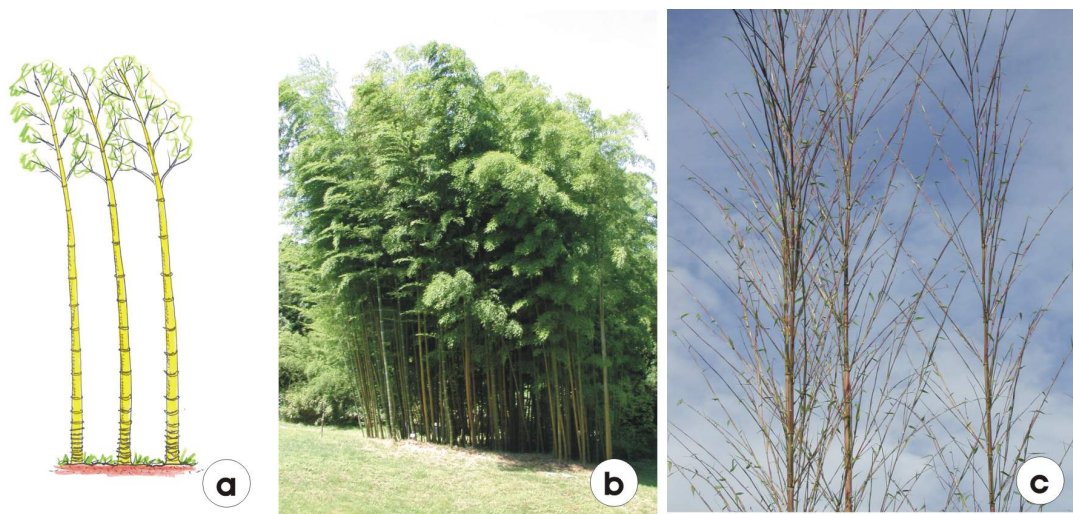


Abbildung 5.26: Der Bambus als Gras wächst im dichten Bestand.



Abbildung 5.27: Noch Fachwerk oder schon Fläche?: Pfauenfeder und Pfauenrad.

Theoretische Abschätzung der Stützeffekte

$$\sigma^O = \frac{M}{\frac{\pi}{4}R^3} \quad \sigma^{OO} = \frac{\sigma^O}{2} \quad \sigma^{\widehat{OO}} = \frac{M}{I_{ges}} \cdot 2R$$

mit

$$I_{ges}^x = \sum_{i=1}^n \left(I_{x_i} + A_i (\Delta y_i)^2 \right)$$

und

$$I_{x_1} = I_{x_2} = \frac{\pi(2R)^4}{64} \quad A_1 = A_2 = \pi R^2 \quad \Delta y_1 = \Delta y_2 = R$$

ergibt sich eine Reduktion der Biegespannung auf:

$$\frac{\sigma^O}{\sigma^{\widehat{OO}}} = 1 \quad \frac{\sigma^{OO}}{\sigma^O} = \frac{1}{2} \quad \frac{\sigma^{\widehat{OO}}}{\sigma^O} \approx \frac{1}{4}$$

Beim Übergang vom querbelasteten Einzelstamm zu reibungsfrei aufeinander abgleitenden Stämmen halbieren sich die Spannungen. Bei zwei fest miteinander verbundenen Stämmen werden sie auf 25 Prozent der Spannungen im Solitär reduziert. Durch Abstand der beiden Stämme in einem Schubfachwerk wird das axiale Flächenträgheitsmoment I noch erhöht, was eine weitere Reduktion der Biegespannung gegenüber dem Einzelstamm zur Folge hat.

Verifikation mit Feldexperimenten

Um den tatsächlichen Einfluss der Stützwirkung bei verschiedenen Pflanzen zu messen wurden im Feldexperiment verschiedene Äste und Halme mit einem Kraftmesser aus ihrer Ruheposition ausgelenkt (Abbildung 5.28, links). Hierbei wurde die aufgewendete Kraft über dem Auslenkungsweg aufgenommen [106]. Bei einem ersten Versuch wurde der Ast bzw. Halm auch bei Kontakt mit benachbarten Ästen oder Halmen weiter ausgelenkt, wodurch der Kraftaufwand deutlich anstieg. In einem zweiten Versuch wurde der gleiche Ast um den gleichen Weg in die gleiche Richtung ausgelenkt, jedoch die benachbarten Äste entfernt, so dass es zu keiner Berührung kam.

Die Diagramme in Abbildung 5.28 rechts zeigen die gegenseitige Stützwirkung bei Bambushalmen und bei einem Haselnussstrauch im Vergleich. Im dichten Bambusbestand wirkt die Stützwirkung von Anfang an durch die ineinander gewachsenen Kronen. Die Kraft steigt durch die mit dem Weg zunehmende Anzahl der involvierten Halme nichtlinear an. Beim Haselnussstrauch tritt die Stützwirkung nach etwa 25 Zentime-

tern erst nach Kontakt mit dem Nachbarzweig ein. Sowohl beim Bambus als auch beim Haselnussstrauch wird durch die Bildung von Schubfachwerken bei Verformungen die Biegesteifigkeit gegenüber den Einzelästen erheblich gesteigert.

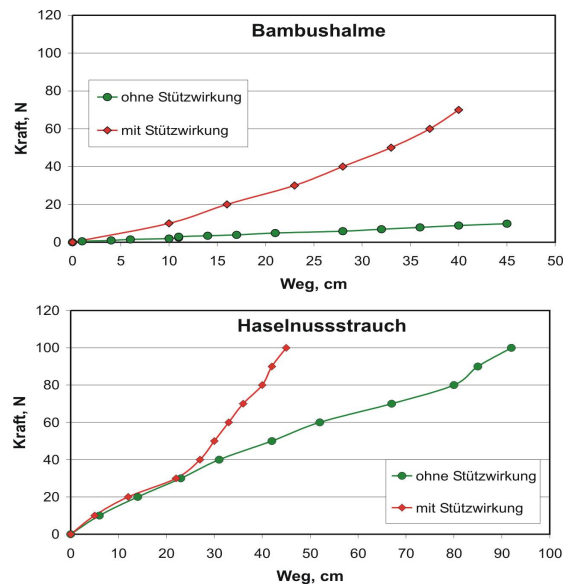


Abbildung 5.28: Versuche zur Nachbarschaftshilfe der Äste.

5.3 45°-Verzweigungen in biologischen Verbundstrukturen

In biologischen Verbunden finden sich häufig seilartige Strukturen, welche Belastungen im Verbund aufnehmen und den Kraftfluss führen. Wird Schubbelastung über eine Fläche eingeleitet kann die Scherfestigkeit in der Struktur gesteigert werden, indem die den Schubspannungen adäquaten Zugspannungen unter 45° entlang funktionellen Zugseilen von der Gleitlinie abgeführt werden. Um die Zugspannungen aufzunehmen sind diese Zugseile steifer als ihre Umgebung in die sie eingebettet sind. Hierzu werden Verzweigungen aus Zugseilen unter 45° zur Gleitlinie in die Struktur eingebettet. Viele durch Schub belastete biologische Strukturen weisen daher ein fischgrätenähnliches Muster auf, das häufig von 45°-Winkeln geprägt ist [76].

5.3.1 Die Federn der Vögel

Erst im Erdzeitalter der Jura, ca. 100 Millionen Jahre nach den Insekten, entwickelten sich die ersten Vögel. Als Ur-Vogel wird der Archaeopteryx angesehen, eine Gattung der Archosaurier, deren Fossilien erstmals in der Mitte des 19-ten Jahrhunderts in Kalksteinen des oberen Juras der Fränkischen Alb entdeckt wurden. Er war das erste Fossil, an

5 Zugseile bei Schubbeanspruchung

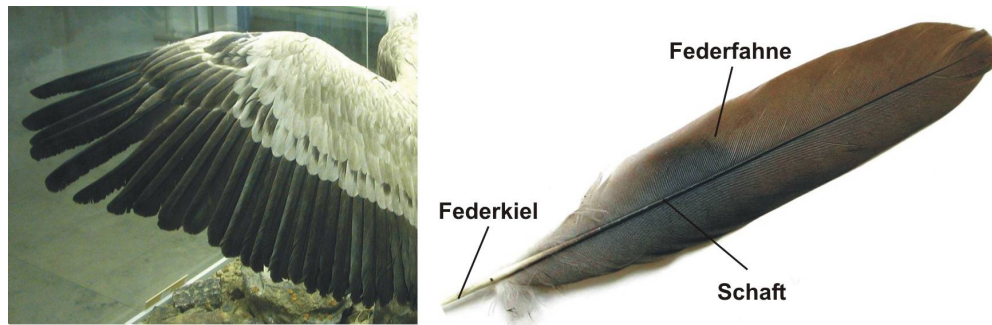


Abbildung 5.29: Links: Vogelflügel - ein Großteil der Tragfläche besteht aus Schwungfedern; rechts: Aufbau einer Schwungfeder.

dem bereits deutliche Merkmale von Vögeln, aber auch noch solche von Reptilien bzw. Sauriern zu erkennen waren. Als bedeutendste neue Errungenschaft besaß er Federn, welche die Reptilienschuppen ersetzten [107].

Erst die Entwicklung der Feder ermöglichte den Vögeln den Flug durch die Lüfte. Die Vögel wie wir sie heute kennen zählen zu den Wirbeltieren mit einer Wirbelsäule und zwei Paar Extremitäten, wovon die vorderen, mit Schwungfedern vergrößert, als Flügel dienen (Abbildung 5.29, links).

Ihr Körper ist beinahe vollständig mit Federn bedeckt, welche hauptsächlich aus einer hornartigen Substanz dem Keratin bestehen, dessen Festigkeit durch Faserbildung verstärkt wird (Kapitel 2.4.4). Federn sind aus einem Schaft, dem Federkiel und einer Federfahne aus Ästen aufgebaut (Abbildung 5.29, rechts). Obwohl die einzelne, luftgefüllte Feder nur ein sehr geringes Gewicht hat, wiegt das gesamte Gefieder eines Vogels meistens zwei bis dreimal mehr als sein Skelett aus ebenfalls luftgefüllten Knochen aber nur halb so viel wie die Flugmuskeln [108].

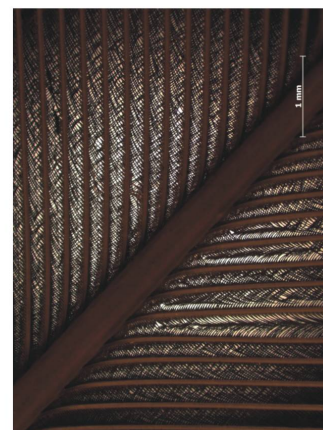
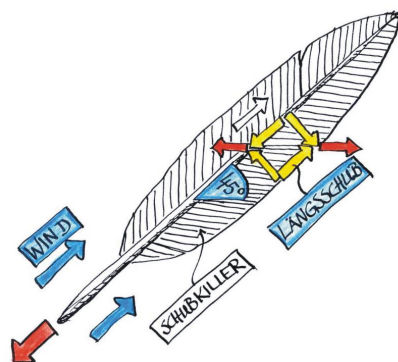


Abbildung 5.30: Beanspruchung einer Schwungfeder und 45°-Zugseile zur Erhöhung der Scherfestigkeit (Zeichnung: C. Mattheck, Foto: K. Weber).

Aber trotz aller Leichtigkeit sind Federn so robust, dass sie den hohen Belastungen beim Flug standhalten können. Die Fahnen der Federn bilden eine tragfähige Fläche, wobei jede einzelne Feder wie ein festes Gewebe zusammengefügt ist. Die Fahne am Federschaft besteht aus Federästen, von welchen jeweils wieder Bogenstrahlen und Hakenstrahlen entspringen, die miteinander verhakt, die notwendige Steifigkeit und Festigkeit der Federfahne herstellen [104].

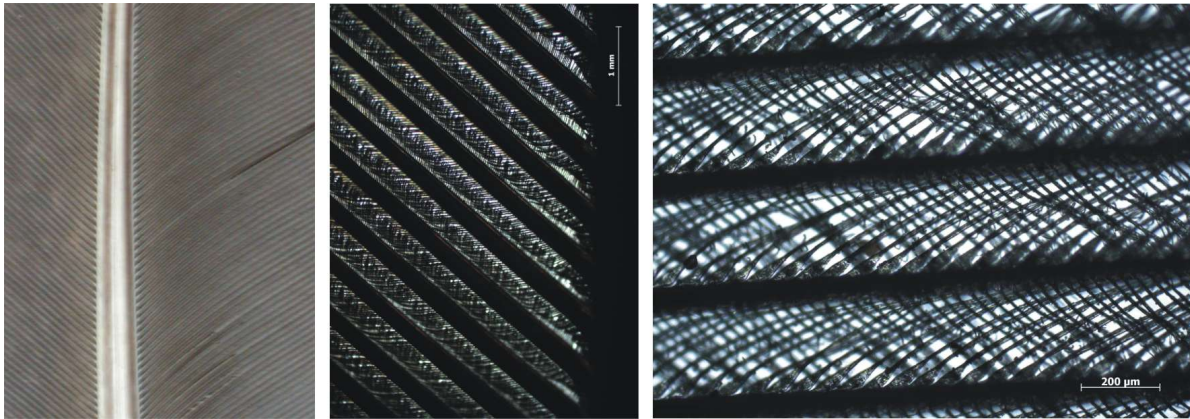


Abbildung 5.31: Links: die Federfahne als Fläche; mitte: vom Schaft abzweigende Äste als Schubkiller; rechts: Bogen- und Hakenstrahlen als 45°-Schubfachwerke. (Foto: K. Weber).

Im Flug werden die Schwungfedern durch die Luftströmung überwiegend in Richtung ihrer Schäfte beansprucht. Um ein Abscheren der Federfahne zu verhindern zweigen die einzelnen Federäste schubgerecht unter etwa 45° vom Schaft ab (Abbildung 5.30). Von den einzelnen Federästen wiederum zweigen die Hakenstrahlen, an denen feine Häkchen sitzen und Bogenstrahlen wiederum mit etwa 45° ab. Haken und Bögen greifen ineinander, wodurch ein aussteifendes 45°-Schubfachwerk entsteht (Abbildung 5.31), (siehe auch Kapitel 5.2). Dieser „Klettverschluss-Mechanismus“ bietet den großen Vorteil für den Vogel, Risse in der Federfahne bei der Pflege des Gefieders wieder schließen zu können.

5.3.2 Die Wurzelverzweigungen bei Bäumen

Bäume verankern sich mit ihren Wurzeln in der umliegenden Erde. Um eine hohe Stand-sicherheit zu gewährleisten bilden Erde und Wurzel einen möglichst festen Verbund. Die maximale vom Baum einleitbare Kraft wird durch die Festigkeit des Wurzelholzes limitiert. Häufig findet aber bereits vor dem Bruch der Wurzel ein Versagen der Erde durch Herausdrehen des Wurzelballens, oder der Grenzschicht zwischen Wurzel und Erde statt. Analog zu diesen beiden Versagensmechanismen kann die Baumwurzel in zwei funktional unterschiedliche Bereiche, einen Schubwurzelballen und eine Zugwurzelplatte aufgeteilt werden [109] (Abbildung 5.32, links). Mit zunehmendem Lebensalter und Gewicht des Baumes wächst der Schubwurzelballen und die Zugwurzelplatte wandert nach außen. Die

5 Zugseile bei Schubbeanspruchung

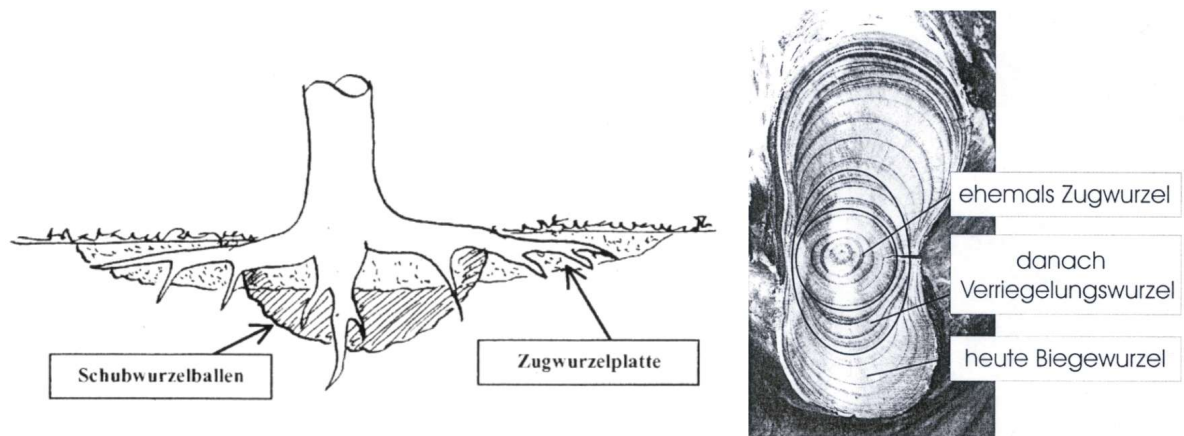


Abbildung 5.32: Duale Natur der Wurzelplatte: Schub- und Zugwurzelplatte (links); Wurzelquerschnitt einer Biegewurzel mit seiner Lasthistorie (rechts); [109].

Zugwurzelplatte wird zu einem großen Anteil aus jungen, flexiblen Wurzeln gebildet, die wie Zugseile wirken [110]. Der Querschnitt durch eine Biegewurzel zeigt die Entwicklung der Wurzel von der kreisrunden Zugwurzel zu der achtförmigen Biegewurzel (Abbildung 5.32, rechts).

Reicht die Scherfestigkeit der Grenzschicht zwischen Wurzel und umliegender Erde nicht aus um ein Pullout-Versagen zu verhindern, so können die axialen Schubspannungen über adäquaten Zugspannungen unter 45° von der Wurzel durch eine Verzweigung aufgenommen werden (Abbildung 5.33, links).

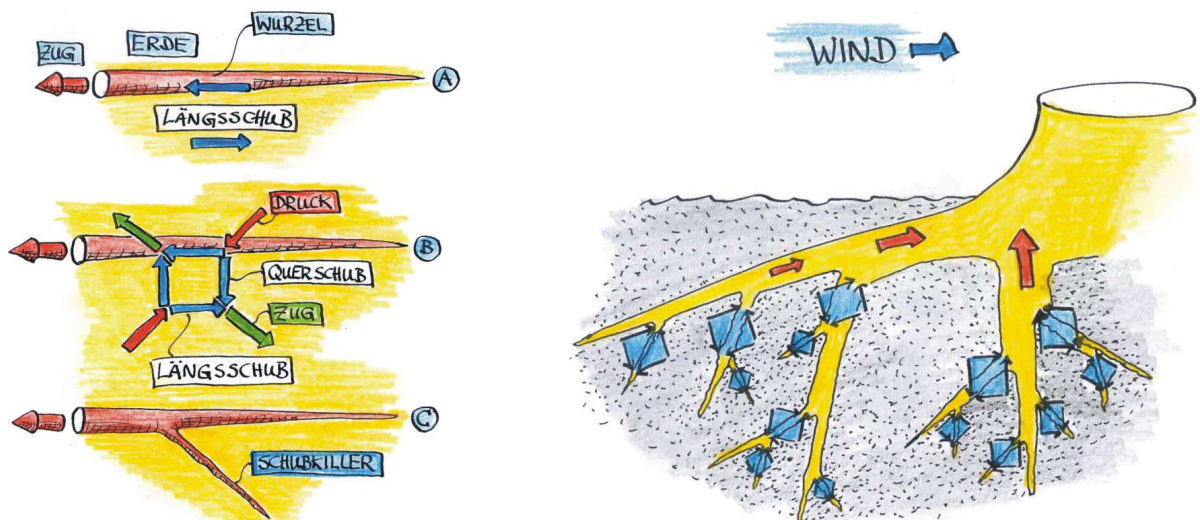


Abbildung 5.33: Die 45° -Verzweigung als Schubkiller bei Baumwurzeln (Zeichnung: C. Mattheck).

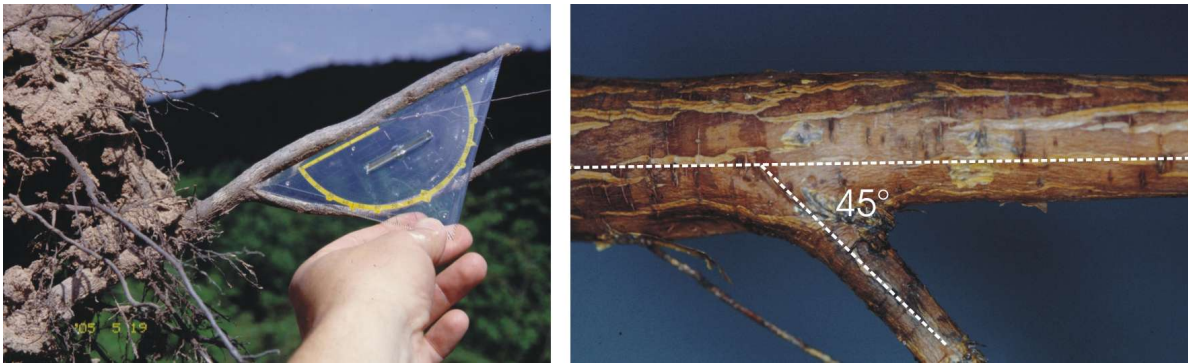


Abbildung 5.34: Die 45°-Verzweigung als Schubkiller bei Baumwurzeln (Foto: K. Weber).

Für den zugbelasteten Wurzelzweig besteht wiederum die Möglichkeit, die Scherfestigkeit seiner Grenzschicht auf die gleiche Weise zu steigern. Iterativ kann sich die Wurzel so oft verzweigen, bis die Scherfestigkeit der Grenzschicht ausreicht um ein Pullout-Versagen des letzten Wurzelendes zu verhindern (Abbildung 5.33, rechts).

In der Natur finden sich insbesondere im Bereich der Zugwurzelplatten häufig Wurzelverzweigungen mit einem Winkel von etwa 45° (Abbildung 5.34).

5.3.3 Die Kraftflussadern der Blätter

Nicht selten findet man abgeworfene Blätter, bei denen im Laufe der Zeit die Blattspreite bis auf das filigrane Netzwerk ihrer Blattadern zersetzt ist [111]. Diese übrig gebliebenen Blattskelette zeigen, dass die Blattadern neben ihrer biologischen Versorgungsfunktion auch wichtige mechanische Funktionen innehaben [112].

Die Blätter der Laubbäume haben zwei wichtige biologische Aufgaben. Zum Einen werden durch Photosynthese mit Hilfe von Chlorophyll und Licht aus den anorganischen Stoffen Kohlendioxid (CO_2) und Wasser (H_2O) organische Substanzen erzeugt, welche zum Aufbau des Xylems benötigt werden. Zum Anderen wird durch Transpiration das Wasser, welches durch die Wurzeln in der Erde aufgenommen wird, durch den Stamm hinauf bis zu den Blättern transportiert [113].

Beide Aufgaben erfordern eine möglichst große Blattoberfläche. Mit zunehmender Größe des Einzelblattes steigen aber auch die mechanischen Anforderungen und der Materialaufwand für das tragende Gerüst wird überproportional hoch, was eine Unterteilung in mehrere kleinere Einzelblätter begünstigt.

Die Bäume sind stets bestrebt mit ihrer Belaubung und der Stellung der Blätter das ihnen zur Verfügung stehende Licht optimal auszunutzen. Ihre Blätter wachsen an den Nodien entlang der Sprossachsen. Sie bestehen aus einer flächenförmigen und meist grünen Spreite, einem vielfach stängelartigen Blattstiel und dem Blattgrund, der an der Verwachsungsstelle mit dem Spross liegt (Abbildung 5.35). Der Blattstiel streckt durch

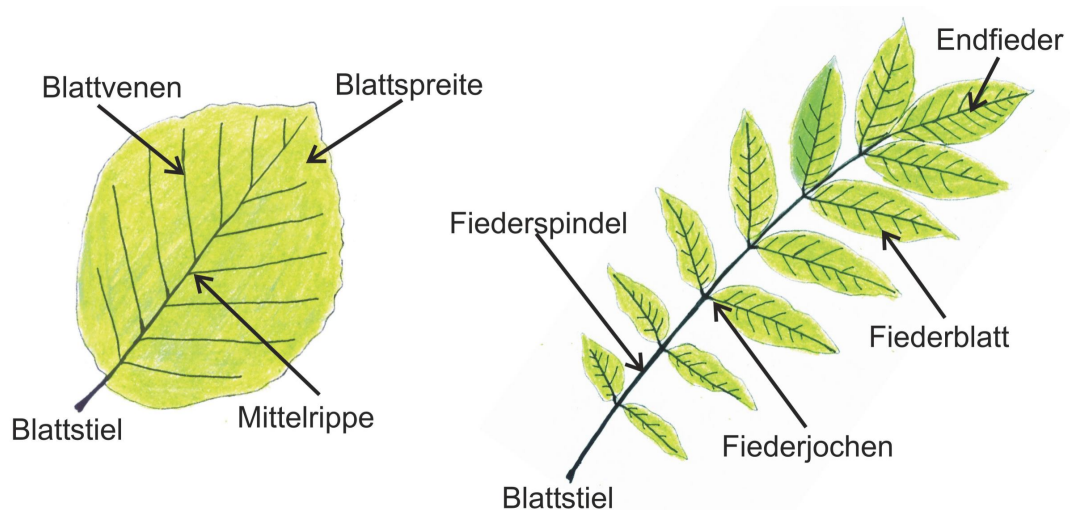


Abbildung 5.35: Benennung der Bestandteile von Laubblättern.

sein Wachstum die Spreite von der Sprossachse weg in den Raum hinaus, dem Licht entgegen.

Der Blattstiel setzt sich innerhalb der Blattspreite als Mittelrippe fort und bildet die Symmetrieachse des spiegelsymmetrischen Blattes. Von der Mittelrippe zweigen zumeist schräg die Venen erster Ordnung ab. Alle stärkeren Leitbündel der Aderung des Laubblattes bestehen aus einem lignifizierten Holzstrang und einem Baststrang, die auf das innigste miteinander vereinigt sind [114]. Mittelrippe und Venen erster Ordnung sind in der Regel besonders stark ausgeprägt und bilden das Grundmuster des mechanischen Gerüsts.

Bei gefiederten Blättern schließt sich an den Blattstiel die Fiederspindel (Rhachis) an. Von ihr zweigen die paarweise zu Fiederjochen zusammengefassten Seitenfiedern ab. Bei unpaarigen Fiederblättern, die eine ungerade Anzahl von Fiederblättern besitzen, sitzt die Endfieder in Verlängerung der Rhachis an der Spitze (Abbildung 5.35).

Neben der mechanischen Aufgabe für die Photosynthese die Blattspreite entgegen der Schwerkraft zum Licht hin aufzuspannen, muss das Blatt auch einen Sturm überstehen können, ohne dass es vom Stiel abgerissen oder die Spreite zerfetzt wird. Da das Blatt lediglich am Blattstiel angebunden ist muss es einen Großteil der Stabilität seiner flächig ausgeformten Spreite selbst erzeugen. Die Dicke der Blattspreite kann wesentlich zu seiner Aussteifung beitragen. Ziel ist es jedoch eine möglichst dünne Spreite auszubilden, um mit möglichst wenig Material eine möglichst große Oberfläche zu erzeugen.

Um diese Stabilität trotzdem auch bei einer dünnen Spreite zu erreichen werden folgende Mechanismen angewendet:

- Der Turgordruck: Die gesamte Spreite wird durch einen hydrostatischen Innendruck in den einzelnen Blattzellen, dem Turgordruck, ausgesteift. Dies ist, abge-

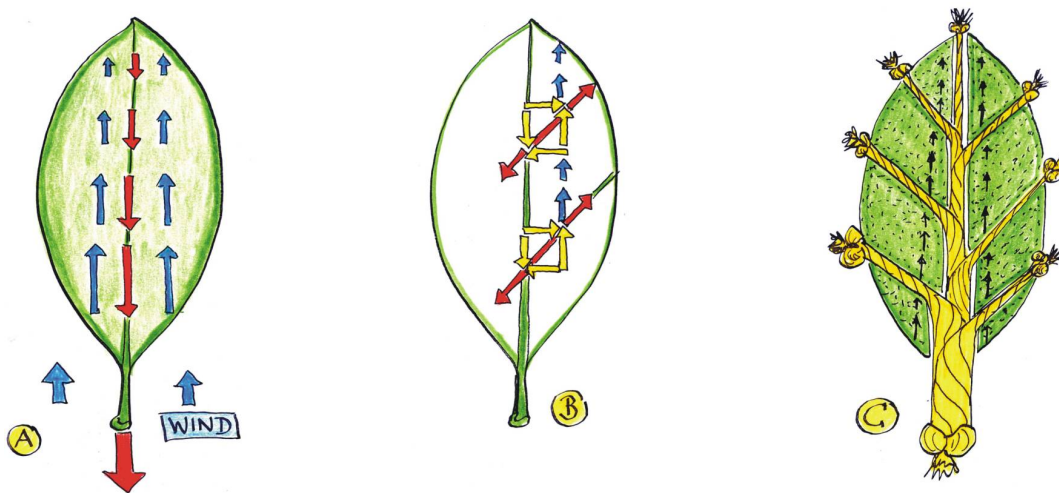


Abbildung 5.36: Belastung eines Laubblattes durch Wind: a) angreifende Kräfte b) Schubspannungen im Laubblatt c) Blattadern als Zugseile (Zeichnungen: C. Mattheck).

sehen vom Füllmedium, mit einer prall aufgeblasenen Luftmatratze vergleichbar. Der Einfluss dieses Mechanismus wird bei längerer Trockenzeit an der eintretenden Blattwelke sichtbar, wenn die Pflanze die Blätter "hängen lässt".

- Die Wölbung der Spreite: Eine weitere Möglichkeit sehr dünnwandige Strukturen auszusteifen ist die Verwölbung ihrer Fläche [25]. Daher sind die meisten Laubblätter auch ohne äußere Belastungen durch Wind je nach ihrer Blattform meist mehrfach verwölbt.
- Das Blattskelett: Die Ausbildung eines Blattskelettes aus verzweigten Blattadern in der Spreite ermöglicht eine sehr dünne und flexible Spreite materialsparend in der erforderlichen Position aufzuspannen [115]. Hierfür werden mechanisch belastete Bereiche der ohnehin für die biologischen Stofftransporte erforderlichen Leitbahnen durch Verholzung ausgesteift, indem sie lignifiziert werden.

Kann in einem heftigen Sturm die Aufspannung der Fläche nicht mehr aufrecht erhalten werden, so muss zur Vermeidung eines irreparablen Schadens eine Zerstörung der Blattspreite oder gar ein Abreißen des ganzen Blattes verhindert werden und die am Blatt angreifenden Kräfte sicher über den Blattstiel in den Baum geleitet werden. Durch die Flexibilität des Blattstieles kann sich das Blatt wie eine Fahne in den Wind drehen und den Blattstiel mit seiner Verlängerung, der Mittelrippe, in Windrichtung ausrichten und ihn seinen isotropen Materialeigenschaften entsprechend auf Zug belasten.

Abbildung 5.36, a zeigt die daraus folgende Belastung durch Wind in einem Blatt. Um ein Abscheren der Blattspreite vom Blattstiel zu verhindern wird die Blattfläche durch zahlreiche Seitenvenen verstärkt, die in einem Winkel von etwa 45° von der Mittelrippe abzweigen und die an der Blattspreite angreifenden Schublasten als Zugseile sukzessiv über die Mittelrippe in den Blattstiel leiten (Abbildung 5.36, b) und c)).



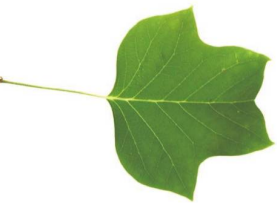





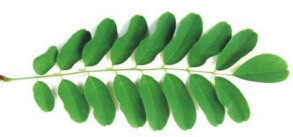



Verformung verschiedener Blätter bei Wind		
	ohne Wind	mit Wind →
Kirschbaum <i>(Prunus avium)</i>		
Tulpenbaum <i>(Liriodendron tulipifera)</i>		
Spitzahorn <i>(Acer platanoides)</i>		
Roskastanie <i>(Aesculus hippocastaneum)</i>		
Robinie <i>(Robinia Pseudoacacia)</i>		
Schwarznuß <i>(Juglans nigra)</i>		

Abbildung 5.37: Blattverformung im Wind: Verformungsfiguren verschiedener Blätter bei Wind [116].

Laubblätter werden aufgrund ihrer Form in einfache Blätter und zusammengesetzte, gefiederte Laubblätter eingeteilt [117]. Einfache Blätter sind Laubblätter die am Blattstiel nur eine ungeteilte Spreite besitzen. Anhand der Randkontur der Spreite wird zwischen ganzrandigen, gekerbten und mehrlappigen Blättern unterschieden [118]. Die Übergänge zwischen den Formen sind fließend. Reichen die Einkerbungen zwischen den einzelnen Lappen bis zur Mittelrippe spricht man von gefiederten Blättern. Fiederblätter, die dem Bau einer Feder mit ihrem Kiel und ihren Strahlen gleichen heißen pinnat. Die einzelnen Fiederblättchen sitzen paarweise an einer langgestreckten Fiederspindel. Bei den digitaten, handförmig gefiederten Blättern gehen die Fiedern von einem zentralen Punkt aus.

Bei vielen Blattformen sind in der ebenen Darstellung die Blattadern nicht auf den ersten Blick als Zugseile zu erkennen. Um die Belastung des Blattskelettes auf Druck und Biegung im Sturm zu minimieren werden nicht nur Blattstiel und Mittelrippe in den Wind gedreht, sondern auch die Spreite stark verformt (Abbildung 5.37). Bei einfachen und mehrlappigen Blättern rollt sich die Blattspreite konisch ein. Handförmig gefiederte Blätter bilden einen rotationssymmetrischen parabelförmigen Körper, federartig gefiederte Blätter bilden entlang ihrer Fiederspindel zopfartige Formen. Mit zunehmender Windgeschwindigkeit rollen sich die Spreiten mehr und mehr ein [25]. Diese Verformungsfiguren führen auch zu einer Stabilisierung ihrer Lage in der Strömung und tragen dazu bei wildes hin und herflattern der Spreite mit kurzzeitigen extrem hohen Spitzenlasten zu mindern.

In Zugversuchen wurden an mehreren Laubblättern die maximalen Zugkräfte des Blattstieles und seiner Anbindung, sowie von unterschiedlichen Bestandteilen der Blattaderung gemessen [119]. Die Stielabrisskräfte der einzelnen Baumarten reichten von etwa 4 Newton bei Hainbuche bis knapp 40 Newton bei Rosskastanie. Multipliziert mit der Anzahl der Blätter zeigt sich das Potential der Windlast, die über die Blätter in den Baum eingeleitet werden kann.

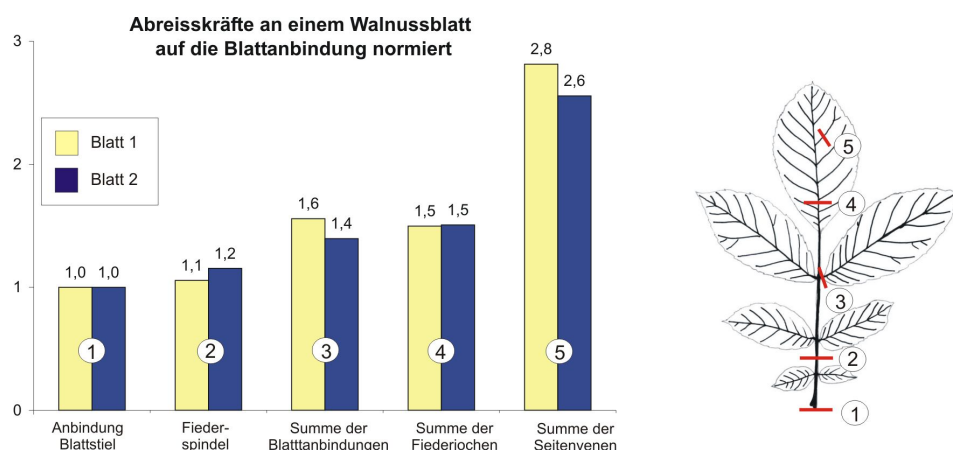


Abbildung 5.38: Abreißkräfte von unterschiedlichen Bestandteilen der Blattaderung an Walnussblättern.

5 Zugseile bei Schubbeanspruchung

Innerhalb der einzelnen Blätter zeigten sich die maximal ertragbaren Zugkräfte der einzelnen Komponenten der Blattaderung gut aufeinander abgestimmt (Abbildung 5.38). Der Abriss des Blattstieles (1) erwies sich in etwa als gleich wahrscheinlich wie das Zerreißen des Blattstieles (2). Die Summe der Abreißkräfte der Blattvenen (5) von der Mittelrippe beider Blatthälften einer Blattspreite war annähernd doppelt so hoch wie die maximal ertragbare Zugkraft in der zugehörigen Blattanbindung (3). Bei gefiederten Blättern befand sich der Summenwert der Abreißkräfte der Fiederjochen von der Fiederspindel (4) meist zwischen den beiden Werten (1 und 5).

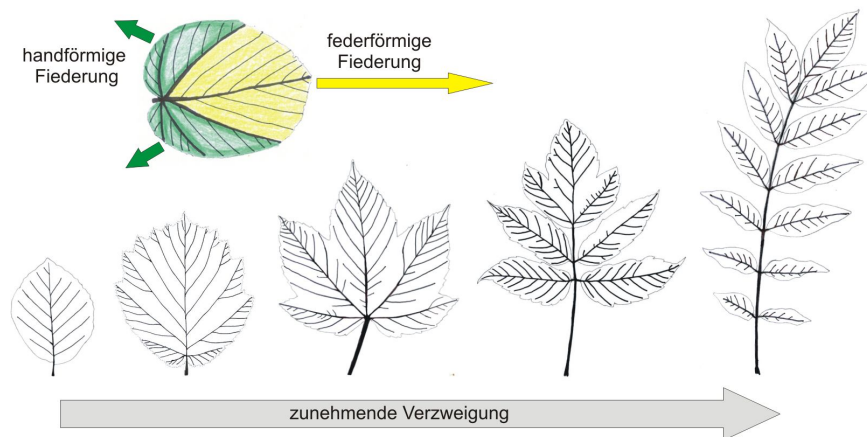
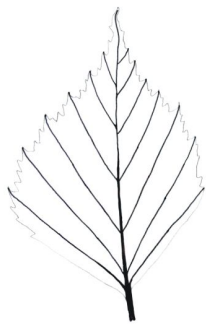


Abbildung 5.39: Aufbau von verschiedenen Blattformen durch Streckung und Wiederholung von Mustern ihrer Blattaderung (nicht maßstäblich).

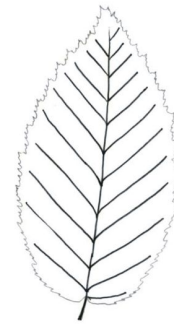
Abbildung 5.39 zeigt von links nach rechts eine aus mechanische Gesichtspunkten mögliche Entwicklung der Blattaderung eines Laubblattes. Vom einfachen Blatt mit einem fischgrätenähnlichem Grundmuster ausgehend verzweigt sich die Blattaderung mit zunehmender Größe oder Belastung immer stärker durch Wiederholung des halben oder ganzen Grundmusters. Mit zunehmender Ausprägung der Blattaderung stabilisieren sich die einzelnen Bereiche, bis durch Auftrennung der Blattspreite mehrere eigenständige Fiederblätter mit wiederum einfachen Grundmustern entstehen. Pinnate Fiederungen entstehen durch Spreitenzuwachs entlang der Mittelrippe zwischen den ersten beiden basalen 45°-Blattvenen, digitate Fiederungen durch Zuwachs der Spreite außerhalb (Abbildung 5.39).

Abb. 5.40 bis Abb. 5.43 zeigen verschiedene Blattaderungen an Laubblättern. Die Blattaderung eines einfachen Laubblattes zeigt ein sehr einfaches Muster aus einer geraden Mittelrippe von der recht regelmäßig die Blattvenen als schubinduzierte primäre Zugseile etwa im Winkel von 45° abzweigen. Abhängig von Form und beginnender Einkerbung wiederholt sich dieses Grundmuster. In den basalen Randbereichen die nicht von der Mittelrippe und den ersten beiden primären Zugseilen eingeschlossen werden wiederholt sich das halbierte Verzweigungsmuster. Mit zunehmender Einkerbung des Blattrandes entstehen bei den mehrlappigen Blättern im Außenbereich immer größer werdende Lappen, in denen sich zunehmends das komplette Grundmuster wieder findet, bis hin zu den gefiederten Blättern.

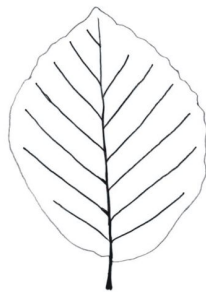
Einlappige Blätter mit primären Zugseilen



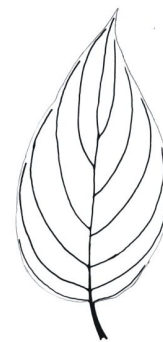
Hängebirke
(*Betula pendula* Roth)



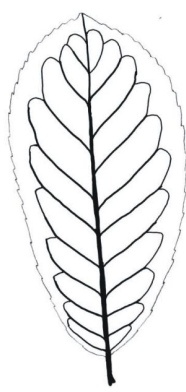
Hainbuche
(*Carpinus Betula*)



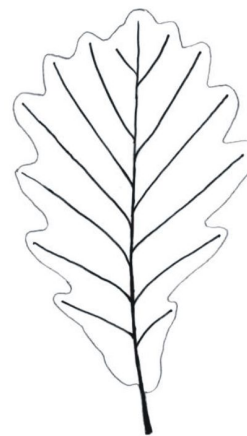
Rotbuche
(*Fagus sylvatica*)



Hartriegel
(*Cornus spec.*)



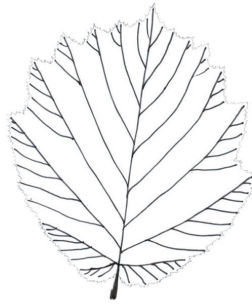
Lorbeerkirsche
(*Prunus laurocerasus*)



Traubeneiche
(*Quercus petraea*)

Abbildung 5.40: Beispiele von einlappigen Blättern mit primären Zugseilen.

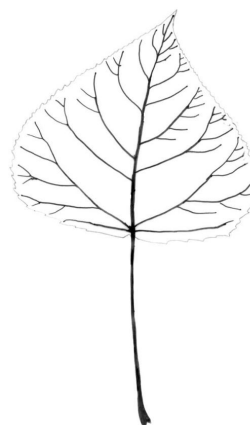
Einlappige Blätter
mit sekundären Zugseilen



Haselnuss (*Corylus avellana*)



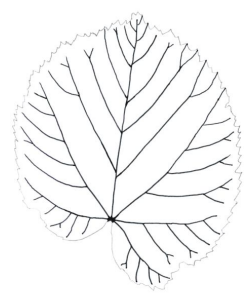
Pflanze n. bekannt



Schwarzpappelhybrid (*Populus x canadensis*)



Ähren-Blumenhasel (*Corylopsis spicata*)



Sommerlinde (*Tilia platyphyllos*)

Abbildung 5.41: Beispiele von einlappigen Blättern mit sekundären Zugseilen.

Mehrlappige Blätter mit zusammengesetzten Grundstrukturen



Roteiche (*Quercus rubra*)



Mehlbeere (*Sorbus intermedia*)



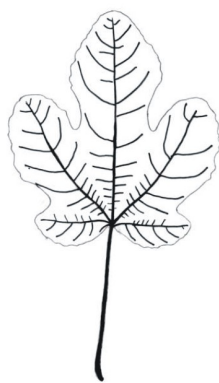
Platane (*Platanus acerifolia*)



Bergahorn (*Acer planatoides*)



Feige (*Ficus spec.*)



Tulpenbaum (*Liriodendron tulipifera*)



Abbildung 5.42: Beispiele von Zugseilen in mehrlappigen Blättern.

Gefiederte Blätter mit zusammengesetzten Grundstrukturen

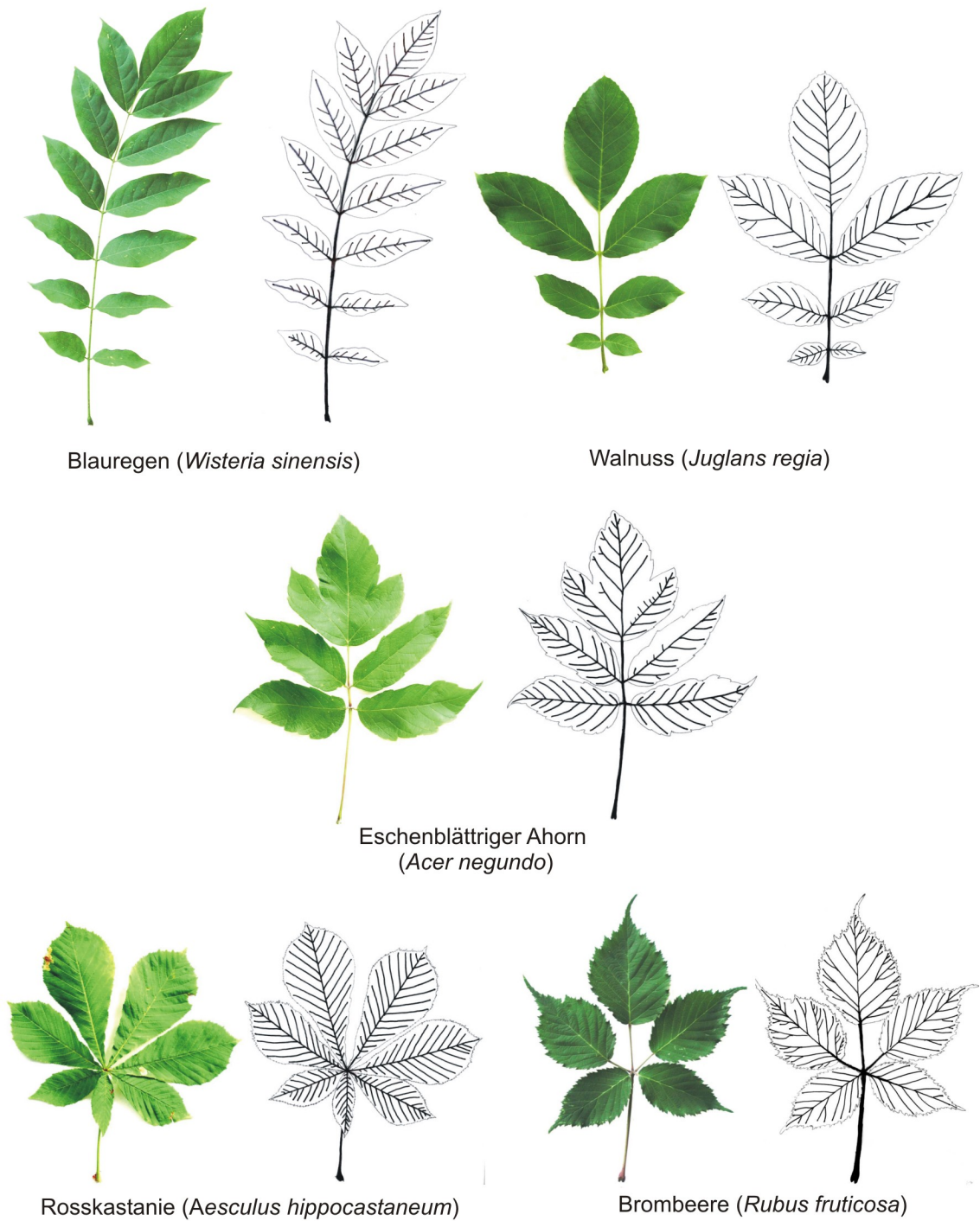


Abbildung 5.43: Beispiele von Zugseilen in gefiederten Blättern.

Weitere Blätter mit zentralen Strukturen

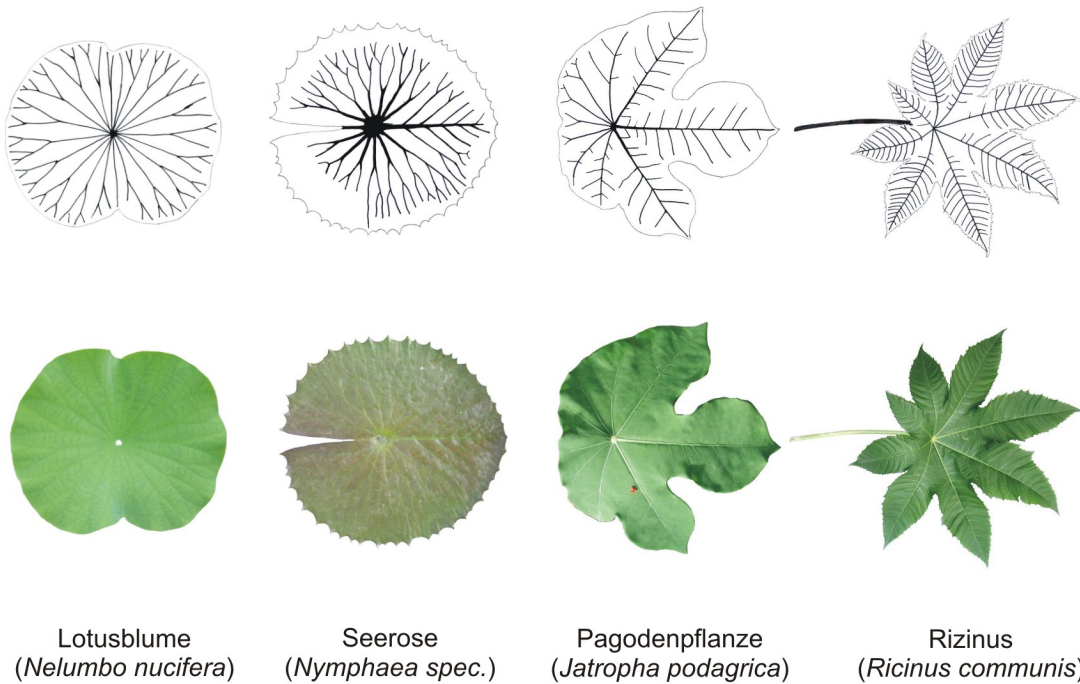


Abbildung 5.44: Beispiele von weiteren Mustern von Kraftflussadern als Zugseile in Blättern.

5.3.4 Die Füße der Vögel

Funktionell lassen sich die Füße der Vögel in Lauffüße, Schwimfüße, Greiffüße mit vielfältigen Zwischenformen unterteilen. Die typische und zugleich maximale Anzahl der Zehen ist vier. Das vorderste Glied jeder Zehe ist mit einer Kralle ausgestattet [120]. Die erste Zehe zeigt in der Regel nach hinten, die restlichen drei Zehen nach vorne. Die mittlere der drei Vorderzehen zeigt genau in Laufrichtung, während die beiden seitlichen Vorderzehen beim Laufen häufig in einem Winkel von etwa 45° abgespreizt sind (Abbildung 5.45).



Abbildung 5.45: Die Stellung der Vorderzehen bei einem Waldkrapp (*Geronticus eremita*) (links) und einem Huhn (*Gallus gallus domesticus*) (rechts).

Zum Vorwärtslaufen drückt sich der Fuß auf dem Untergrund nach hinten ab. Um hierbei die eingesetzte Energie auch tatsächlich in Vortrieb umzusetzen und nicht auszurutschen ist eine Relativbewegung zwischen dem Untergrund und dem Vogelfuß nicht erwünscht. Die Mittelzehe zeigt exakt in die zu laufende Richtung und wird quasi auf dem Boden nach hinten gezogen.

Insbesondere bei losem oder sandigem Boden reicht das Festhaken der vorderen Krallen nicht aus um die nötigen Kräfte in den Boden zu leiten. Nicht nur die Muskelkraft, sondern auch die Haftreibung zwischen Fuß und Untergrund bestimmt die mögliche Beschleunigung. Die unter 45° abgespreizten seitlichen Vorderzehen können nun in dem temporären Haftverbund von Fuß und Boden wie Zugseile wirken, die den Schub aufnehmen, wie die Seitenvenen im Laubblatt (Abbildung 5.46).

Auch bei den Greiffüßen der Raubvögel ist der 45° -Winkel zwischen den Vorderzehen trotz der spitzen Krallen nützlich, da beim Schlagen der Beute eine Relativbewegung zwischen der Beute und dem Greifer äußerst unerwünscht ist.

Bei den Schwimfüßen der Wasservögel ist zwischen den Zehen eine Schwimmhaut ausgebildet. Diese erhöht die Effizienz der Schwimmbewegungen, indem sie die Fläche

5.3 45°-Verzweigungen in biologischen Verbundstrukturen

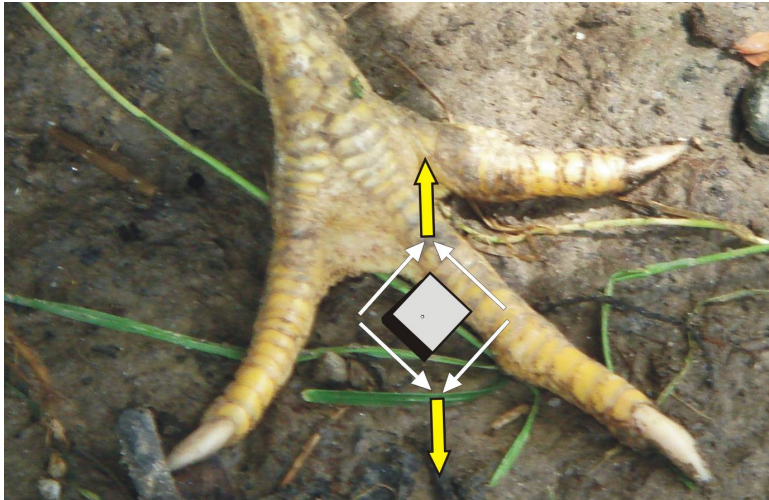


Abbildung 5.46: Beim Laufvogelfuß wirken die unter 45° abgespreizten Vorderzehen Schritt für Schritt wie schubinduzierte Zugseile im temporären Fuß-Boden-Verbund.

der bewegten Füße oder Hände vergrößert und so eine bessere Übertragung der Muskelkraft auf das Wasser ermöglicht. Durch das beim Schwimmen nach hinten verdrängte Wasser treten Schubbeanspruchungen zwischen der Schwimnhaut und den Zehen auf. Durch den Winkel von 45° zwischen den Vorderzehen können die Zehen gegenseitig als schubinduzierte Zugseile nützen und so die Effizienz des Schwimmfußes steigern (Abbildung 5.47).



Abbildung 5.47: Die unter 45° abgespreizten Zehen wirken wie schubinduzierte Zugseile im Schwimmfuß der Wasservögel.

5.3.5 Das Skelett der Fische

Die Fortbewegung unter Wasser erfordert aufgrund der Dichte und Viskosität große Anstrengungen. Trotzdem können Fische mit einer erstaunlichen Schnelligkeit und einer scheinbaren Leichtigkeit auch gegen starke Strömungen schwimmen und oft große Entfernungen zurücklegen. Den meisten Arten dient vor allem ihre Schwanzflosse in Kombination mit einer seitlich schlängelnden Körperbewegung zur Fortbewegung [121].

Wie ein Pfeil von der Sehne des Bogens beschleunigt wird, schiebt die Schwanzflosse den Fisch vor sich her, wobei seine Wirbelsäule als Druckstange fungiert. Neben dem Strömungswiderstand des Wassers muss hierbei auch beim Beschleunigen die Massenträgheit des Fischkörpers überwunden werden (Abbildung 5.48).

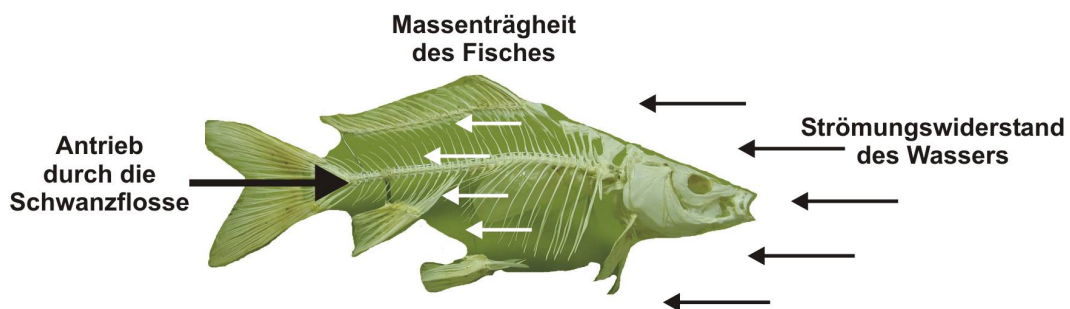


Abbildung 5.48: Viele Fische bewegen sich mit ihrer Schwanzflosse fort. Hierbei muss die Massenträgheit des Fisches und der Strömungswiderstand des Wassers überwunden werden.

Zoologisch werden Fische anhand des Materials aus dem ihr Skelett gebaut ist in Knochenfische und Knorpelfische unterteilt. Der voluminöse Schädel bildet den Abschluss der Wirbelsäule an vorderster Strömungsfront. In der Rumpfregeion tragen die Wirbel bauchige Rippen, welche die Organe schützen. Über die ganze Länge der Rücken- und im Schwanzbereich auch auf der Bauchseite bilden die Wirbel Dornfortsätze, die den Fischgräten ihr typisches Aussehen verleihen [104].

Die Winkel der Dornfortsätze gegenüber der Wirbelsäule scheinen auch durch die Lebensweise des Fisches geprägt zu sein. Schnelle Raubfische und Fische, die in schnellfließenden Gewässern leben, weisen eher kleinere Winkel in den Anbindungen auf als Friedfische in ruhigen Gewässern. Abbildung 5.49 zeigt den Unterschied zwischen dem Skelett eines Hechtes, der als Raubfisch ein schneller Jäger ist, und dem Skelett einer Brachse, die zu den Karpfenfischen zählt und sich friedlich von pflanzlicher Nahrung und Kleingetier im weichen Schlamm ernährt.

Die Winkel zwischen den Dornfortsätzen und der Wirbelsäulenachse werden vom Kopf zum Schwanz hin kleiner. Die vorderen Dornfortsätze stehen im Strömungsschatten des großen Schädels, während die Dornfortsätze im hinteren Bereich, deutlich stärker von Schubbelastung geprägt, Anbindungswinkel von etwa 45° haben. Dort können sie wie Zugseile wirken, die bei großen Relativgeschwindigkeiten zwischen Fisch und Wasser ein Abscheren des Körpers von der Wirbelsäule verhindern (Abbildung 5.50, links).

5.3 45°-Verzweigungen in biologischen Verbundstrukturen

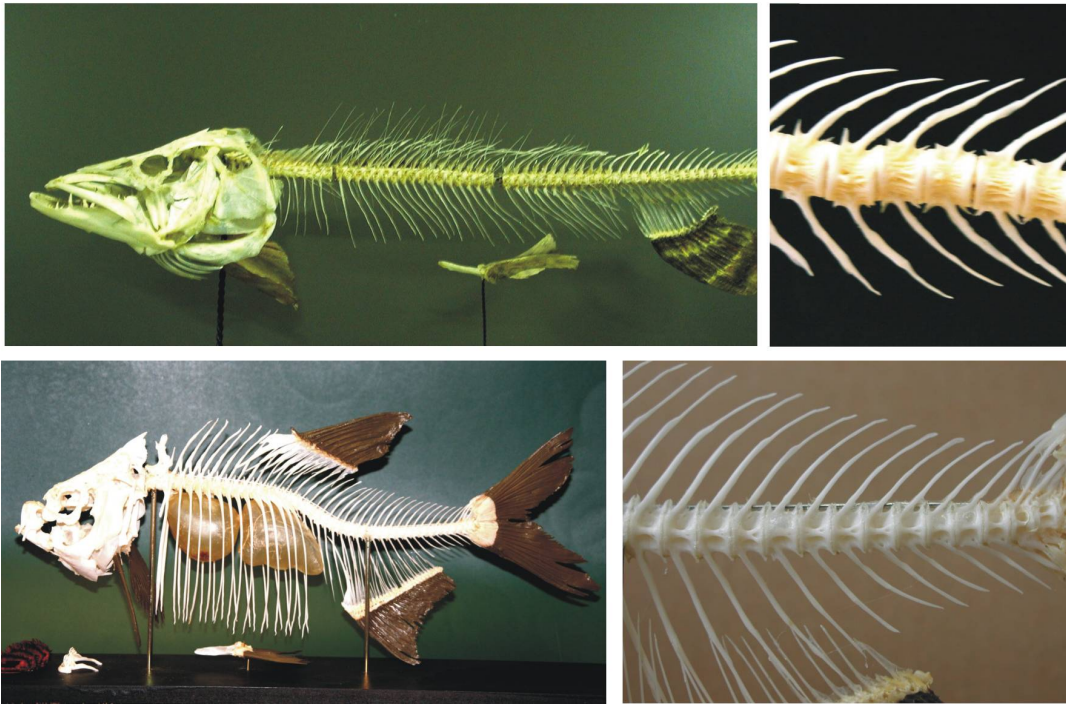


Abbildung 5.49: 45°-Winkel an den Wirbeln von Fischen: Skelett eines Hechtes (*Esox lucius*)(oben); Skelett einer Brachse (*Abramis brama*)(unten).

Mechanisch gesehen ist nicht nur der Dornfortsatz selbst ein schubinduziertes Zugseil, sondern seine Anbindung und der gesamte Wirbelkörper selbst ist ein filigranes Fachwerk mit vielen seilartigen Strukturen (Abbildung 5.50, rechts).

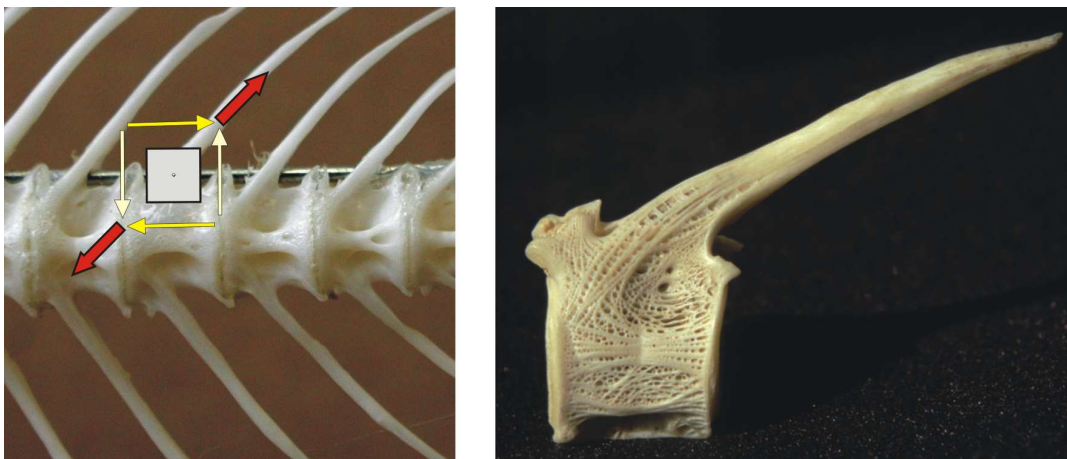


Abbildung 5.50: Der Dornfortsatz als schubinduziertes Zugseil unter 45° (links); Filigrane, seilartige Strukturen im knöchernen Wirbelkörper [122] (rechts).

5.3.6 Die Flügel der Schmetterlinge

Die Schmetterlinge (*Lepidoptera*) gehören zu den Insekten und haben wie die meisten fliegenden Insekten meistens zwei Flügelpaare. Kurz nach dem schlüpfen der Raupe werden die weichen, zusammengefalteten Flügel ausgebreitet indem Blutflüssigkeit und Luft in ihre Adern gepumpt wird. Anschließend müssen sie trocknen und aushärten bevor der Schmetterling flugfähig ist [123]. Die Flügelpaare sind am zweiten und dritten Brustsegment des Körpers angebunden und miteinander gekoppelt. Beim Flug flattern die Schmetterlinge mit ihren großflächigen Flügeln bis zehn mal pro Sekunde. Einige Arten wie der Monarchfalter sind durchaus in der Lage weite Distanzen von mehreren tausend Kilometern zurückzulegen.

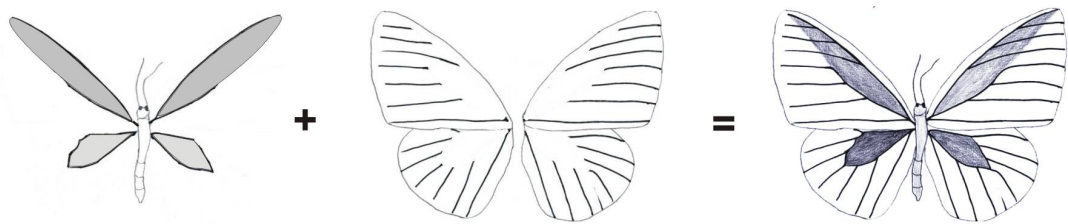
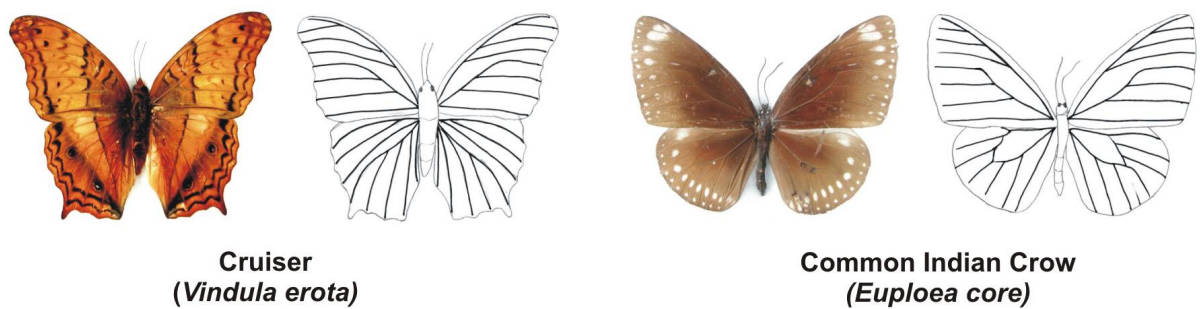


Abbildung 5.51: Mechanische Unterteilung des Schmetterlingsflügels in Grundflügel und Flüglerweiterung mit 45°-Verzweigungen.

Die Aderung der großflächigen Flügel ist für die Schmetterlingskundler ein wichtiges Bestimmungsmerkmal. Aus mechanischer Sicht zeigen sich einige Gemeinsamkeiten in der Aderung (Abbildung 5.52). Gedanklich können die großen Flügelflächen in kleine Grundflügel und großflächige Flüglerweiterungen aufgeteilt werden (Abbildung 5.51). Die Grundflügel sind von den Hauptadern umrandet, die mit den Brustsegmenten verbunden als primäre Tragstrukturen fungieren. Ein Ausknicken dieser Randadern unter Druckbelastung hätte ein kollabieren der Flügelfläche zur Folge. Die Adern der Flügelvergrößerungen sind an die Zugseile der Grundflügel schubgerecht unter einem Winkel von etwa 45° angefügt, wie die Blattspreite der Laubblätter an Mittelrippe und Blattstiel.



Cruiser
(*Vindula erota*)

Common Indian Crow
(*Euploea core*)

Abbildung 5.52: 45°-Verzweigungen in Schmetterlingsflügeln.

6 Verankerung von Zugseilen

Die Kraftübertragung in der Anbindung von Zugseilen erfolgt in der Natur häufig über Schub. Um ein Versagen der Anbindung zu verhindern muss die maximale Zugkraft im Seil über die Kontaktfläche der Anbindung übertragen werden können. Innerhalb der Verankerung des Seiles verringert sich im Seil die Zugkraft um die über die Mantelfläche abgetragene Kraft. Dementsprechend reduziert sich der benötigte Querschnitt im Seil (Abbildung 6.1). Für einen konischen Verlauf des Seiles in der Verankerung gilt folgendes Kräftegleichgewicht:

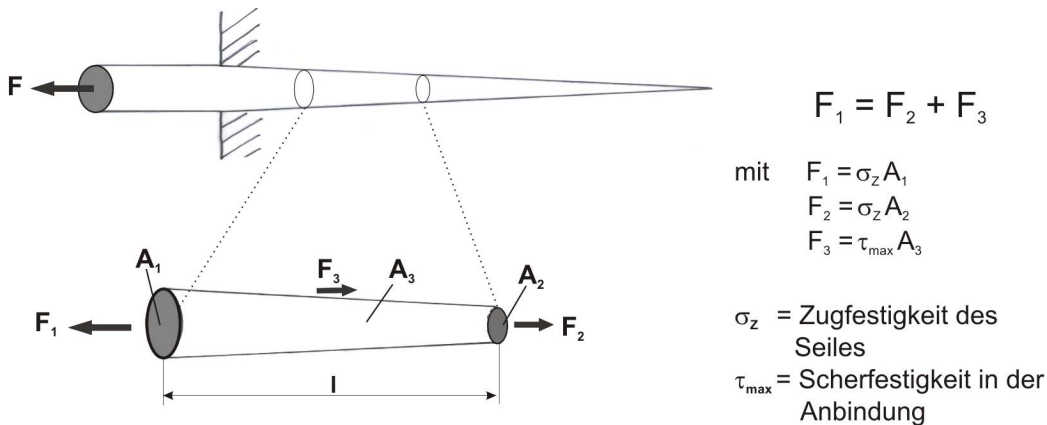


Abbildung 6.1: Abtragung der Kräfte in der Verankerung des Zugseiles über Schub.

Die in der Verankerung erforderliche Seillänge l hängt wesentlich von dem Verhältnis der Zugfestigkeit des Seiles zur Scherfestigkeit in der Grenzfläche ab (Gleichung 6.4).

$$\text{Maximale Zugkraft im Seil } F_Z = \text{Maximale Scherkraft } F_S \quad (6.1)$$

$$F_Z = \sigma_z \cdot A_{Seil} = F_S = \tau_{max} \cdot A_{Mantelflaeche} \quad (6.2)$$

$$F_Z = \sigma_z \cdot \pi r^2 = F_S = \tau_{max} \cdot 2\pi l \left(\frac{r}{2}\right)^2 \quad (6.3)$$

Daraus folgt:

$$\frac{\sigma_z}{\tau_{max}} = \frac{l}{r} \quad (6.4)$$

Bestehen Seil und Verankerungsbereich aus zwei separaten Körpern oder Materialien, wie z. B. bei Zugwurzeln im Erdboden, ist zusätzlich eine ausreichende Haftreibung F_R erforderlich, um ein Pull-out-Versagen zu verhindern.

$$\text{Haftreibung } F_R \geq \text{Maximale Scherkraft } F_S \quad (6.5)$$

$$F_R = \mu \cdot F_N \geq F_S = \tau_{max} \cdot A_{Mantelflaeche} \quad (6.6)$$

Durch Einsetzen von Gleichung 6.2 folgt:

$$F_Z = \sigma_z \cdot A_{Seil} = F_S = \tau_{max} \cdot A_{Mantelflaeche} \leq F_R = \mu \cdot F_N \quad (6.7)$$

Die optimale Verankerung eines Seiles ist, wenn im Sinne einer Kette gleicher Glieder die maximal ertragbare Scherkraft F_S in der Verankerung bzw. die Haftreibung F_R zwischen Seil und Umgebung genau der maximalen vom Seil ertragbaren Zugkraft F_Z entspricht. Zur Angleichung dieser Kräfte können die in Gleichung 6.7 auftretenden Parameter variiert werden.

6.1 Verzweigungen

Ist die Scherfestigkeit gegenüber der Zugfestigkeit sehr gering, so ist ein langes Seil zur Verankerung erforderlich, um die benötigte Scherfläche aufzubringen. Ist kein Platz für die erforderliche Länge der Verankerung vorhanden, so kann durch Verzweigungen des Seiles der Bauraum erheblich verkürzt werden. Die Verwendung mehrerer paralleler Verankerungsseile ergibt im Vergleich zu einer seriellen Anordnung neben der Verkürzung des Bauraumes auch eine Materialeinsparung durch ein günstigeres Verhältnis von Oberfläche zu Volumen (Gleichung 6.8).

Für einen Konus gilt:

$$\text{Oberfläche pro Volumen: } \frac{A}{V} = \frac{2\pi \frac{r}{2} l}{\pi r^2 l} = \frac{1}{r} \quad (6.8)$$

In der Natur finden sich zahlreiche Beispiele von verzweigten Strukturen, die insbesondere bei Krafteinleitung und Kraftausleitung die lokale Belastung verringern (Abbildung 6.2).

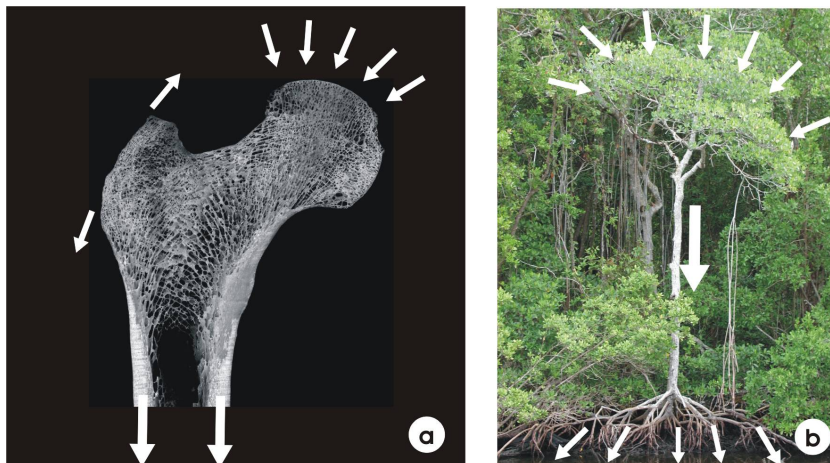


Abbildung 6.2: Kraftübertragung mit Verzweigungen: a) Aufspaltung der Knochenwand (Kortikalis) am Femurkopf; b) Verankerung einer Mangrove.

6.1.1 Aufspaltung der Holzstrahlen im Wurzelanlauf von Bäumen

Wird ein gekrümmtes Bauteil gerade gebogen, so wirken in seinem Inneren Querspannungen, welche bei Erreichen der Querszugfestigkeit zu einer Spaltung führen. Dieser oft als Unglücksbalken bezeichnete Mechanismus tritt häufig bei Bäumen auf, da Holz durch seinen strukturellen Aufbau nur eine geringe Querszugfestigkeit besitzt [124]. Durch Biegung des Stammes kommt es im Inneren des Wurzelanlaufes zu hohen Querspannungen im Bereich der größten Krümmung, welche durch Delamination des Holzes das Versagen des gesamten Baumes einleiten können (Abbildung 6.3). Genau in diesen Bereichen, wo auch die Unglücksbalkenrisse entstehen können, weist das Holz eine lokales Maximum der radialen Biegefestigkeit auf [125].

Die Holzfasern im Baumstamm sind überwiegend parallel zur Sprossachse ausgerichtet und werden von radial verlaufenden Holzstrahlen durchsetzt. Die Holzstrahlen wirken wie Zugseile, welche die Jahresringe zur Sprossachsenmitte hin zusammenziehen und einer möglichen Delamination entgegenwirken. Im Bereich des Festigkeitsmaximum im Wurzelanlauf weisen die Holzstrahlen signifikante Änderungen gegenüber dem Stammholz auf. Bei Rotbuche (*Fagus sylvatica*) haben die Holzstrahlen im oberen Stammbereich einen hohen und schmalen spindelförmigen Querschnitt, der zum Stammfuß hin immer niedriger und breiter wird. Während der Flächenanteil der spindelförmigen Holzstrahlquerschnitte etwa konstant bleibt nimmt die radiale Biegefestigkeit mit abnehmender Schlankheit der Spindeln zum Wurzelanlauf hin zu [126].

Hervorgerufen wird diese Formänderung unter anderem durch die Aufspaltung großer Holzstrahlen, wie in Abbildung 6.4 dargestellt [127]. Auch bei Baumarten mit einreihigen Holzstrahlen wie Pappel (*Populus x canadensis*), Edelkastanie (*Castanea sativa*) und Fichte (*Picea abies*) konnte ein Festigkeitsmaximum der radialen Biegefestigkeit mit dem Fractometer II ([128]) im Wurzelanlauf nachgewiesen werden (Abbildung 6.5).

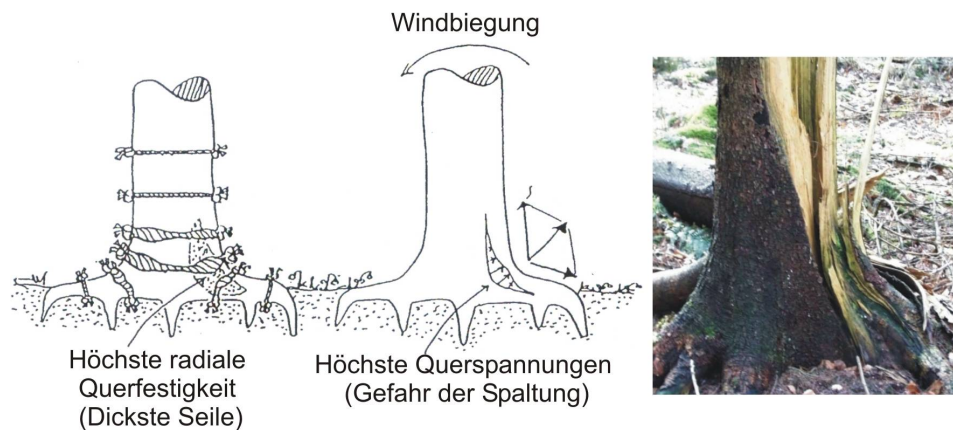


Abbildung 6.3: Prinzip des Unglücksbalken im Wurzelanlauf: mitte: Querzug durch Windbiegung im Wurzelanlauf (Zeichnung: C. Mattheck); links: Holzstrahlen als radiale Armierung; rechts: versagter Baum.

Im Wurzelanlauf werden viele Holzstrahlen zweireihig ausgebildet und verzweigen sich anschließend [129].

Entsteht ein Unglücksbalkenriss im luvseitigen Wurzelanlauf, so können Fäule und Pilze ins Holz eindringen und dieses wichtige Halteseil zerstören. Am Ort höchster radialer Zugspannungen hat der Baum ein lokales Festigkeitsmaximum. In diesem Bereich verzweigen sich auch die radial verlaufenden Holzstrahlen und vergrößern hierdurch die Scherfläche was das Risiko eines Pullout-Versagens mindert.

6.2 Seilreibung

Seilreibung beschreibt die Reibung gekrümmter Flächen, wenn durch Kontakt mit einem Gegenstand die Richtung des Seiles geändert wird. Durch die Umlenkung der Zugkraft im Seil entsteht eine zusätzliche Kraftkomponente die als Normalkraft auf die gekrümmte Fläche wirkt. Bei runden umschlungenen Gegenständen kann die Seilreibung mit Hilfe der Euler-Eytelwein-Formel berechnet werden. Die Seilreibung die erforderlich ist um ein Durchrutschen des Seiles zu verhindern wird durch den Haftreibungskoeffizient ϕ und den Umschlingungswinkel α bestimmt (Abbildung 6.6). Auch bei der Verwurzelung von Bäumen im Boden hilft dieser Effekt den flexiblen Zugwurzeln der Zugwurzelplatte einem Versagen durch Pullout entgegenzuwirken (Abbildung 6.6).

6.2.1 Verankerungsmechanismen der Zugwurzel

Zum besseren Verständnis der Verankerungsmechanismen von Bäumen im Erdreich wurden sowohl im Feldexperiment Ausreißversuche von Baumwurzeln durchgeführt [130], als auch vereinfachte Modellversuche mit einer Zugprüfmaschine im Labor ausgewertet

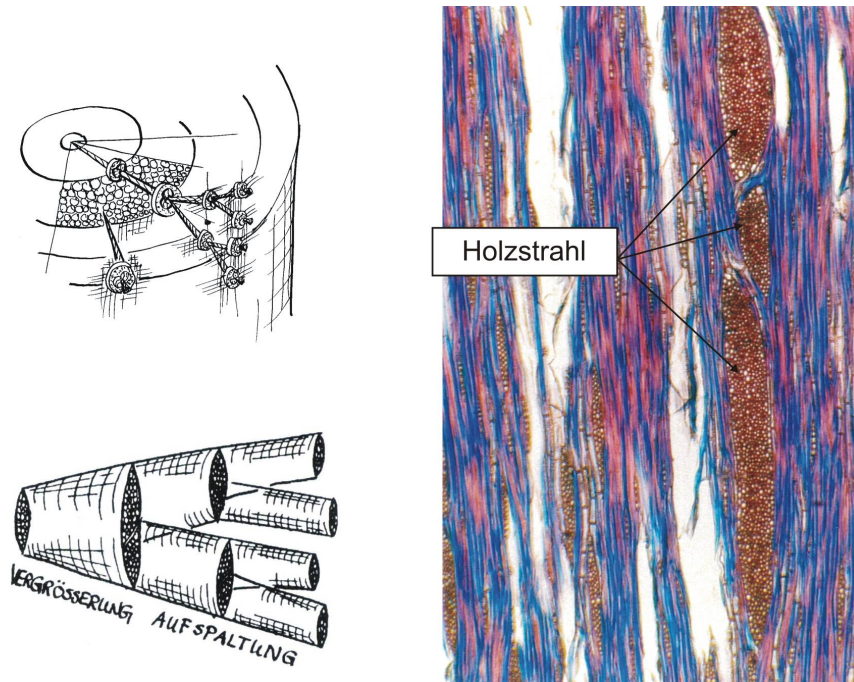


Abbildung 6.4: Links oben: Holzstrahlen wirken als radiale Zugseile; links unten: Aufspaltung von Holzstrahlen (Zeichnungen: C. Mattheck) [127]; rechts: Tangentialschnitt eines sich verzweigenden Rotbuchenholzstrahles (Vergrößerung ca. 50-fach) [126].

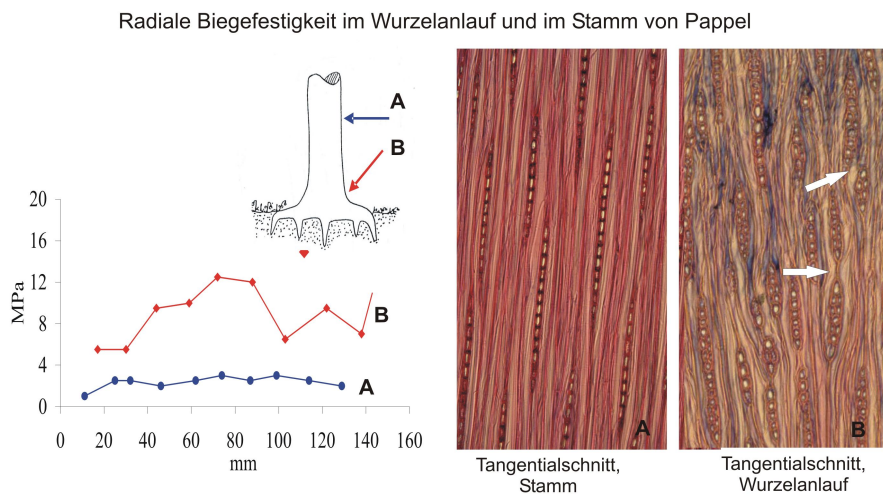


Abbildung 6.5: Festigkeitsmaximum im Unglücksbalken des Wurzelanlaufes: links: Verlauf der radialen Biegefestigkeit; rechts: Holzanatomie der Holzstrahlen im Stamm und Wurzelanlauf (stark vergrößert).

6 Verankerung von Zugseilen

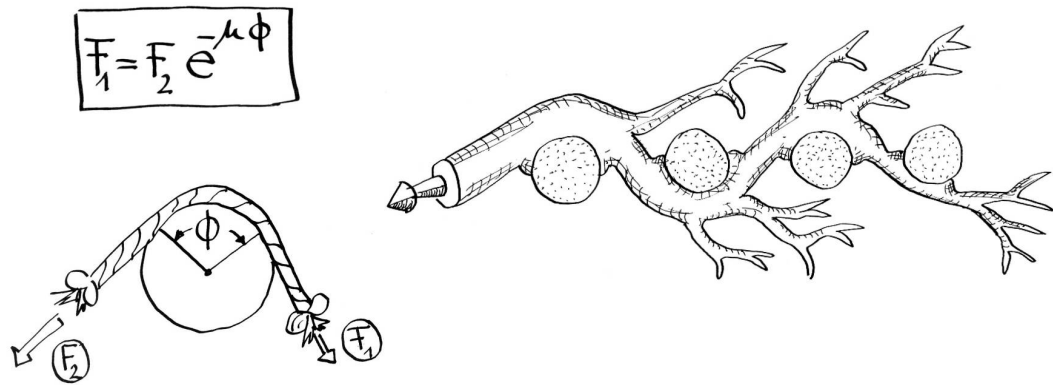


Abbildung 6.6: Seilreibung als Mechanismus zur Verankerung von Zugwurzeln im Boden (Zeichnung: C. Mattheck).

[131]. Hierzu wurden mit einer Instron-Zugprüfmaschine Seile aus einem Behälter mit Bodenstoffen ausgezogen (Abbildung 6.7). Die von Bodenstoffen umgebenen Seile wurden aus der Mitte des Behälters herausgezogen und die Kraft-Weg-Kurve aufgezeichnet.

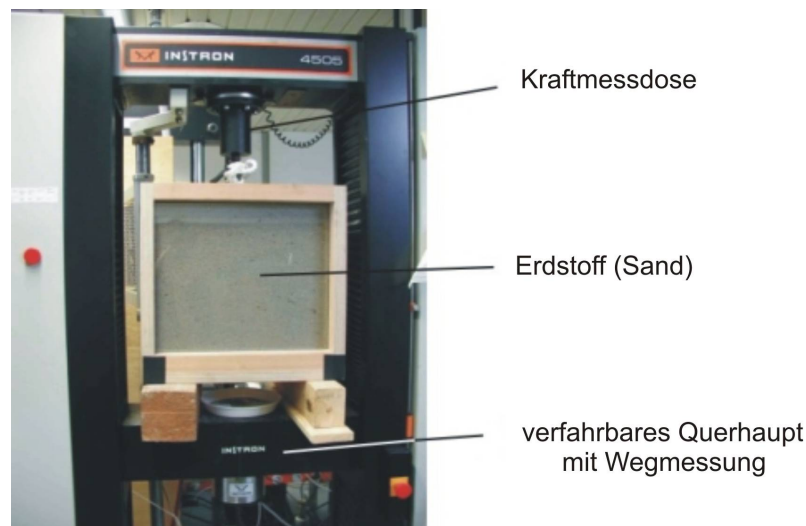


Abbildung 6.7: Versuchsaufbau zum Messen von Auszugskraft und Auszugsweg an einer Zugprüfmaschine.

Als Frontseite des Behälters wurde eine Glasscheibe verwendet, um neben den Kraft-Weg-Kurven zusätzlich bei weiteren Auszugsversuchen direkt an der Glasscheibe die Mechanismen beobachten zu können. Zur Vereinfachung der Experimente und um eine gute Reproduzierbarkeit zu gewährleisten wurden anstelle von Wurzeln Seile zum Herausziehen verwendet, deren Vorteile eine unverzweigte Geometrie, hohe Flexibilität und eine hohe Zugfestigkeit sind. Als Bodenstoffe wurden in verschiedenen Körnungsgrößen Kies und Split gewählt, wodurch die Kohäsion vernachlässigt werden konnte. Pro Versuchs-

reihe wurde jeweils nur eine Art Bodenstoff verwendet um den Einfluss von Körnung und den Unterschied zwischen rundem Kies und kantigem Split zu untersuchen.

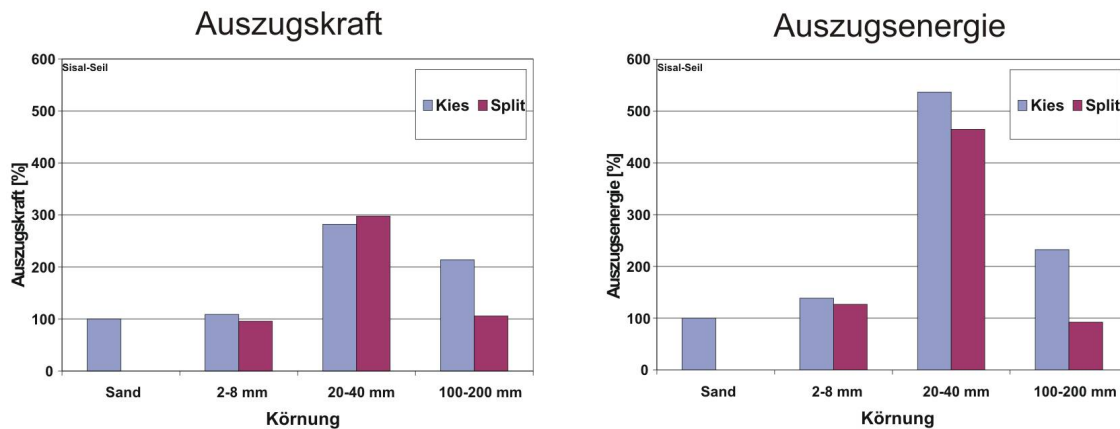


Abbildung 6.8: Vergleich der maximalen Auszugskraft und der Auszugsenergie eines Sisalseiles aus Kies und Split für verschiedene Körnungen bezogen auf die Werte von Sand.

Zur Messung der Auszugskraft entlang des Auszugsweges wurde das Seil mit einem Durchmesser von 10 Millimetern gerade in Auszugsrichtung eingelegt. Anschließend wurde der Behälter mit dem entsprechenden Bodenstoff verfüllt und das Seil mit konstanter Geschwindigkeit herausgezogen. Mit zunehmender Körnungsgröße nehmen auch Auszugskraft und Auszugsenergie zu. Ab einer bestimmten Körnungsgröße jedoch lassen sich Auszugskraft und Auszugsenergie nicht weiter steigern, sondern werden trotz weiter zunehmender Körnungsgröße deutlich geringer (Abbildung 6.8).

Der Grund hierfür liegt in einem Wechsel der Mechanismen bei der Interaktion zwischen Seil und Bodenstoff. Während des Ausziehvorganges werden viele einzelne Erdkörper des Bodenstoffes durch Reibung vom Seil translatorisch oder rotatorisch in Bewegung versetzt und geben Energie an ihre Umgebung ab. Mit zunehmender Körnungsgröße nimmt auch die für die Bewegung der einzelnen Erdkörper erforderliche Energie und das „bewegte“ Volumen um das Seil herum zu. Bei Überschreiten einer bestimmten Körnungsgröße, kombiniert mit einem gerade eingelegten Seil, reicht die Reibung jedoch nicht mehr aus um die Erdkörper zu bewegen. Das Seil rutscht einfach an den wenigen Kontaktstellen durch, was den Rückgang der Auszugskraft und Auszugsenergie erklärt. Abbildung 6.9 zeigt den Verlauf der Auszugskraft für verschiedene Körnungsgrößen. Die einzelnen Peaks (lokale Maxima) im Kurvenverlauf spiegeln die Bewegung der einzelnen Erdkörper wider, so dass mit der Körnungsgröße auch die Rauigkeit der Kurve zunimmt.

Wird das Seil bei großen Körnungsgrößen nicht gerade, sondern um die Erdkörper mäandrierend eingelegt, ergeben sich wesentlich größere Auszugskräfte und höhere Auszugsenergien sowie zusätzlich längere Auszugswege (Abbildung 6.10). Durch die großen Umschlingungswinkel kann sich die Reibung zwischen Seil und Erdkörpern derart erhö-

6 Verankerung von Zugseilen

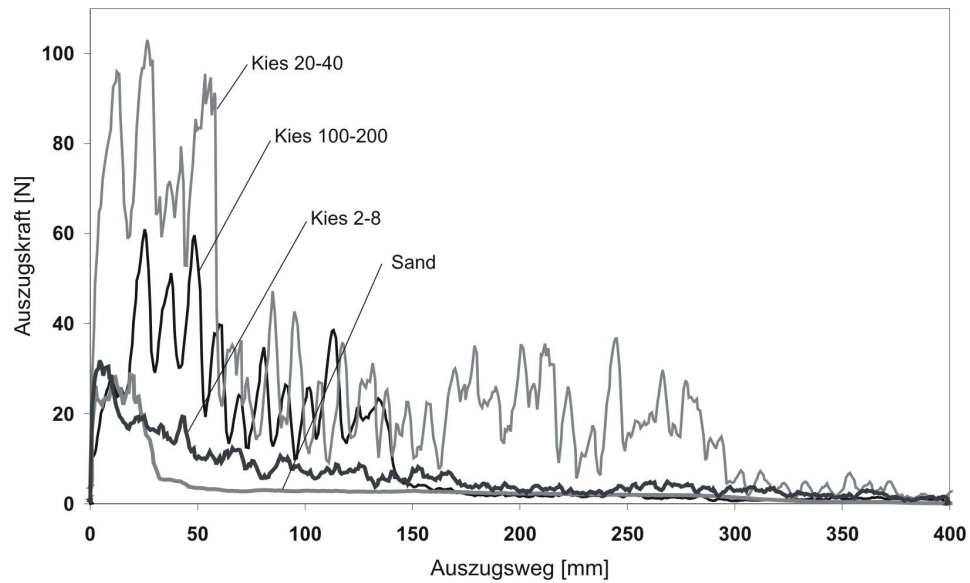


Abbildung 6.9: Verlauf der Auszugskraft über dem Auszugsweg von Polyamidseil aus verschiedenen Körnungen.

hen, dass das Seil nicht durchrutscht, sondern auch große Erdkörper bewegt. Das Seil versucht sich in Auszugsrichtung zu begradigen. Hierbei drückt es den der angreifenden Auszugskraft nächsten umschlungenen Erdkörper zur Seite hin weg. Ist dies nicht mehr möglich kann der Erdkörper aufgrund der Reibung anfangen sich auf dem Seil abzurollen. Er beginnt, während das Seil an ihm entlang läuft, zu rotieren.

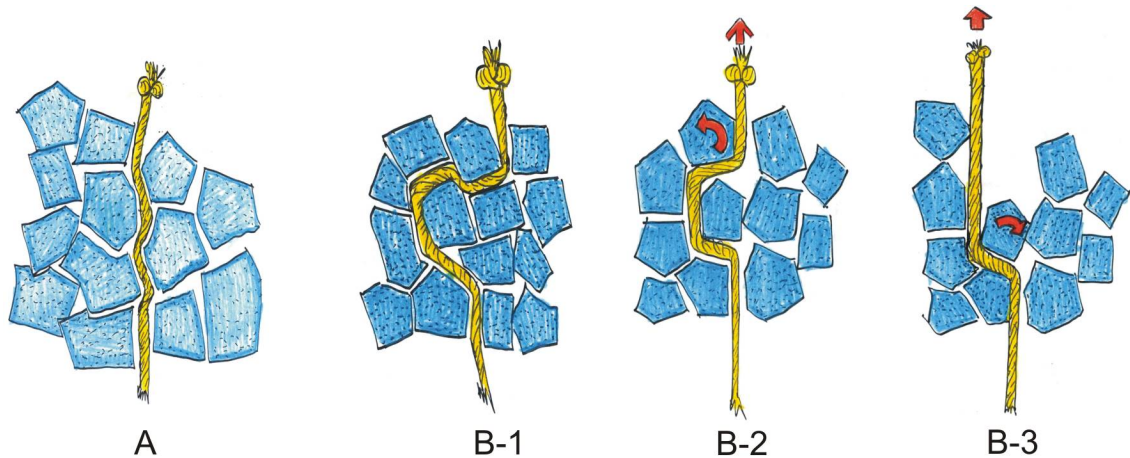


Abbildung 6.10: Bei ungenügendem Umschlingungswinkel rutscht das Seil durch (a); Sukzessive Krafteinleitung in die Verankerung (b1-3) (Zeichnung: C. Mattheck).

Ist dies nicht oder nicht mehr möglich beginnt nun das Seil auf dem Erdkörper entlang zu rutschen und das Seil zum nächsten Erdkörper hin zu begradigen. Nun beginnt der gleiche Mechanismus von vorne (Abbildung 6.10 B1-B3). Dies pflanzt sich immer

wieder von der Krafteinleitung zum nächstliegenden Erdkörper fort, bis letztendlich das Seil herausgezogen wird oder zerreißt. Die Erhöhung der Auszugskraft des Seiles durch Seilreibung an mehreren Erdkörpern hintereinander ermöglicht eine sukzessive Krafteinleitung und verhindert ein schlagartiges Versagen der Verankerung.

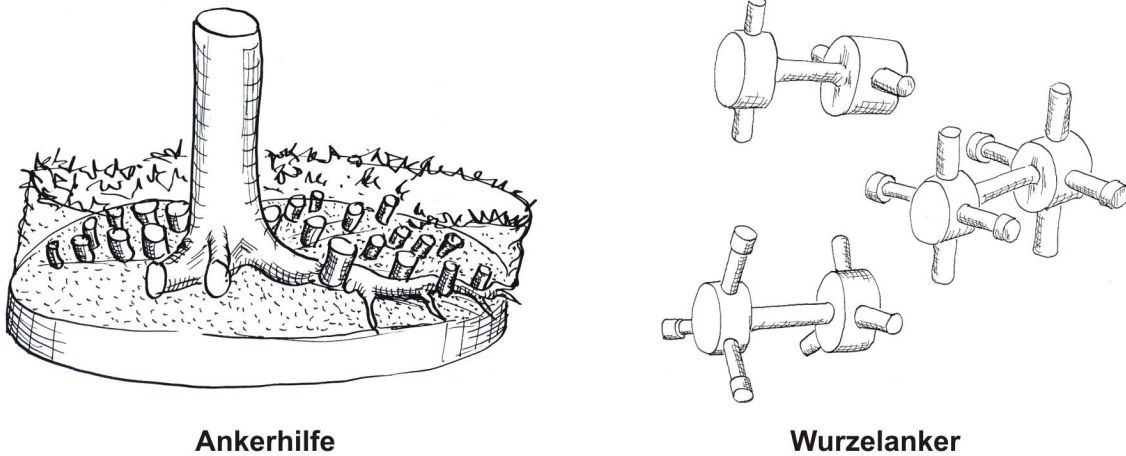


Abbildung 6.11: Patentierte Ankerhilfen für Bäume: links: Ankerhilfe für Baumwurzeln die sich bei geringen Verwurzelungstiefen zwischen den abstehenden Erhebungen verankern können [77]; rechts: Wurzelanker, welche in den Verwurzelungsraum eingebracht werden [78] (Zeichnung: C. Mattheck).

Die Ergebnisse dieser Versuche führten zu einem tieferen Verständnis der Verankerung der Bäume im Boden. Die in der Verankerung auftretenden maximalen Kräfte liegen zwischen der Zugfestigkeit des Wurzelholzes und der Scher- bzw. Zugfestigkeit des Bodens. Neben dem "herausgleiten" der Wurzel aus dem Boden, einem Schubversagen, treten mit der Verzweigung und Seilreibung weitere Mechanismen auf, die eine Erhöhung der Auszugskraft und der Auszugsenergie bewirken und ein schlagartiges Versagen der Bodenverankerung verhindern. Auf Basis dieser Erkenntnisse wurden für Bäume an schwierigen Standorten zwei Verankerungshilfen entwickelt und patentiert (Abbildung 6.11).

7 Zusammenfassung

Das Versagen und damit auch die Betriebssicherheit und die Lebensdauer von mechanisch belasteten Strukturen hängt wesentlich von dem Zusammenspiel von Belastung, Material und Form ab. Versagen tritt auf, wenn aufgrund der Belastung eine der auftretenden Spannungen die ihr zugehörige Festigkeit erreicht. Um nun ein Versagen zu vermeiden genügt es aber nicht, nur die betreffende Spannung entsprechend zu reduzieren, da ansonsten eine andere Spannung die ihr zugeordnete Festigkeit erreichen kann und dadurch den Versagensablauf bestimmt.

Wie eine solche komplexe Aufgabe auch unter Berücksichtigung eines minimalen Materialeinsatzes zu bewältigen ist, zeigt uns die Natur mit einem besonders fein abgewogenen Zusammenspiel von Belastung, Material und Form. Biologische Stützstrukturen von Pflanzen und Tieren sind das jeweils optimal an die Anforderungen angepasste Ergebnis im harten Verdrängungswettbewerb der Evolution. Um diese Konstruktionen zu verstehen ist es erforderlich, neben Belastung und Form auch den Versagensablauf und das Material mit seiner Struktur zu berücksichtigen.

Die Werkstoffe biologischer Stützstrukturen sind über mehrere Ebenen vom Molekül bis zur Gesamtstruktur hierarchisch aufgebaut. Sie setzen sich im Allgemeinen aus nur wenigen Grundstoffen zusammen und können als Faserverbundwerkstoffe interpretiert werden. Die an die Anforderungen angepassten Materialeigenschaften ergeben sich sowohl durch die Anteile der Komponenten, als auch durch die Strukturierung in den hierarchischen Ebenen. Hierbei zieht sich insbesondere das Seil als gemeinsames Strukturelement vom Kettenmolekül über die Fibrillen bis hin zur Faser durch alle Ebenen.

Die Betrachtungen in dieser Arbeit legen nahe, dass insbesondere diese Seilstrukturen für die funktionelle Form biologischer Lastträger verantwortlich sind. Durch Wachstum unter Betriebsbelastung synthetisiert, werden sie aufgrund ihrer geringen Quersteifigkeiten entlang des vorhandenen Kraftflusses ausgerichtet. Im weiteren Verlauf der Ontogenese werden dann die anfangs flexiblen Strukturen sklerifiziert und bilden die materialisierte mechanische Funktion ab. Durch diese Konstruktion mit Seilen wird nicht nur die optimale äußere Form gefunden, sondern auch die anisotropen Materialeigenschaften in der Struktur lastgerecht orientiert.

Zugseile sind ideale Leichtbauelemente, da sie über Länge und Querschnitt homogen belastet sind und dadurch weder unterbelastetes Material, z. B. im Bereich einer neutralen Faser der Biegung noch zusätzliches Material gegen Ausknicken bei Druckbelastung benötigen. Wie die Natur es aber auch schafft bei Druck- oder Biegebelastungen

erfolgreich mit Seilen zu konstruieren und die in der Technik oft kritische Anbindung der Zugseile zu meistern, zeigen die folgenden Beispiele.

Zugseile bei Druckbelastung: Bei den Pflanzen erreichen Gräser enorm hohe Schlankheitsgrade. Ihre Halme sind als dünnwandige Hohlrohre ausgebildet um mit möglichst geringem Materialaufwand eine hohe Biegesteifigkeit zu erreichen. Die schlanken Halme sind bei den meisten Arten durch Nodien in einzelne Segmente unterteilt. Zum Halmfuß hin treten diese Nodien in immer kürzeren Abständen auf. Schon früh erkannte man die querschnittsversteifende Wirkung der Nodien, welche das Risiko aufgrund einer durch die Krümmung verursachten Querschnittsverflachung zu versagen deutlich reduziert.

Bei Bambushalmen, die zu der Familie der Gräser gehören, wurden verschiedene Anpassungen an die Biegebelastung des hohlen Halmes nachgewiesen. Mit dem von der Lasteinleitung zum Halmfuß hin steigenden Biegemoment nehmen Halmdurchmesser und Wandstärke zu. Sowohl der Höhlungsgrad als auch der Abstand zwischen den Nodien nimmt zum Halmfuß hin ab. Die Untersuchungen zeigen erstmals die Funktion des nodalen Diaphragmas als Zuelement gegen die Querschnittsverflachung. Die Ovalisierung des runden Halmquerschnittes wird primär durch Zugseile entlang der Hauptachse und nicht durch Druckstützen entlang der Nebenachse der Ellipse behindert, um das Versagen zu verhindern. Der Bambus zeigt, wie Zugseile auch bei Druckbelastung zur Erhöhung der Strukturfestigkeit eingesetzt werden können.

Zugseile bei Biegebelastung: Krautige Pflanzen müssen ihre Stützgerüste weitgehend ohne die versteifende Wirkung der Verholzung aufbauen. Die Blattstiele sind über einen großen Bereich torsions- und biegeweich, um die überwiegend aus Zelluloseseilen bestehenden Blätter belastungsgerecht in den Wind zu drehen. Bei Belastung durch die Gewichtskraft der ausladenden Blattflächen hingegen müssen die Blattstiele mit möglichst wenig Material den enormen Biegebelastungen widerstehen ohne abzuknicken.

Die Bananenstaude zählt zu den größten krautigen Pflanzen. Um ihre Höhe zu erreichen sind die als luftgefüllte Hohlstrukturen ausgebildeten Blattstiele im unteren Bereich zu einem Scheinstamm verwachsen. Im oberen Bereich wird die erforderliche Biegesteifigkeit des Blattstieles durch einen mit Seilen ausgesteiften Querschnitt erreicht, der durch die Gewichtskraft der Blattspreite vorgespannt wird. Hierbei wird die Drucklast über die vorgekrümmte Außenschale abgetragen, deren weiteres Ausbeulen durch interne Zugseile behindert wird. Mit abnehmendem Abstand der Seile wird entsprechend die Beullänge in der Außenschale reduziert. Die daraus resultierende Formsteifigkeit verhindert ein Kollabieren des Blattstielquerschnittes und damit ein Abknicken des Blattstieles. Die Bananenstaude zeigt, wie Zugseile bei Biegebelastung zur Erhöhung der Versagenslast auch bei wenig druckfesten Materialien beitragen können.

Zugseile bei Schubbelastung: Die Lastabtragung von Schubbelastungen über Zugseile ist die Ursache für den 45°-Winkel, der sich als Naturkonstante durch viele Formen der Natur zieht. Bereits nach Gordon [95] sind Schubspannungen nichts anderes als unter 45° wirkende Zug- und Druckspannungen - und umgekehrt! Mit dem Schub-

viereck nach Mattheck lässt sich dies anschaulich nachvollziehen: aus der vorgegebenen Schubbelastung ergeben sich die Richtungen der Zugseile bzw. Druckstützen, welche kraftflussgerecht diese Belastungen abtragen können. An der Oberfläche formen sie die Kontur des Körpers, im Material prägen sie dessen Eigenschaften.

In der Natur sind zahlreiche Anbindungen von Extremitäten und Auswüchsen durch den 45° -Winkel geprägt. Er findet sich an den Dornen und Stacheln der Pflanzen, genauso wie an Stacheln und Werkzeugen von Tieren, von den Haizähnen bis hin zu den dornenartigen Emergenzen der Insekten. Selbst bei Knochenschädeln sind Verbreiterungen bzw. Verschlinkungen häufig mit einem 45° -Winkel ausgestaltet. Um ein Versagen in scharfen Ecken von Anbindungen zu vermeiden wirken die Übergänge wie Zuggurtungen, die unter 45° zu den Hauptschubspannungsebenen verlaufen. Die Konturen der Übergänge können gut mit der Methode der Zugdreiecke nach Mattheck nachvollzogen werden. Die Hypotenuse des ersten Zugdreieckes entspricht hier dem aus der Schubbelastung resultierenden Zugseilen.

Regelrechte 45° -Schubfachwerke können Sträucher, flexible Äste, Bambushalme und besonders schlanke Bestandsbäume mit ihren Nachbarn bilden, um sich gegenseitig im Verbund zu stabilisieren. Dadurch müssen sie nicht die gesamte an ihnen angreifende Last durch ihre eigenen Sprossachsen von der Krone zum Stamm hin in ihre Verankerung leiten, sondern können einen Teil davon an ihre Nachbarn weitergeben und sich gegenseitig stützen. Die Relativgleitungen werden mechanisch am besten durch 45° -Verzweigungen aufgenommen, was an den Verzweigungsmustern der Äste und auch bei Nadelbäumen gut zu sehen ist. Auf die gleiche Weise schlägt der Pfau aus einzelnen Federn, die über 45° -Verzweigung miteinander zu einer Fläche verbunden sind, sein prächtiges Rad.

In den Schwungfedern der Vögel wird das 45° -Schubfachwerk so dicht, dass es einen großen Teil der Tragfläche des Vogelflügels bildet. Die am Federschaft befestigte Fahne besteht aus vielen unter etwa 45° abzweigenden Ästen, von denen wiederum unter etwa 45° Haken- und Bogenstrahlen abgehen. Ineinander verhakt bilden sie eine geschlossene Fläche aus lastgerecht angeordneten Keratinseilen, die so leicht ist, dass sie den Vögeln einen aktiven Flug ermöglicht und dennoch fest genug ist, um den enormen Belastungen der Lüfte zu widerstehen.

45° -Verstärkungsseile im Material zur Erhöhung der Scherfestigkeit finden sich in der Natur insbesondere in dünnen, flächigen Strukturen, wie z. B. in den Laubblättern der Laubbäume. Diese haben die Aufgabe mit einem Minimum an Material ein Maximum an Oberfläche für die Photosynthese zur Verfügung zu stellen. Gleichzeitig muss das mechanische Stützgerüst sowohl in der Lage sein, die großen Flächen zum Sonnenlicht hin aufzuspannen, als auch äußeren Lasten wie Sturm, Regen und Schnee zu widerstehen. Durch den flexiblen Stiel können sich die Blätter im Wind ausrichten. Dadurch wirkt der Blattstiel, der sich in der Spreite als Hauptader fortsetzt, wie ein Zugseil. Um das Abscheren der dünnen Blattspreite von der Hauptader zu verhindern, zweigen in gewissen Abständen Nebenadern ab, welche häufig als 45° -Verstärkungsseile die Schubbelastung materialgerecht abtragen. Anhand dieser Betrachtungsweise können unter Berücksichti-

gung von Blattgestalt und Windverformung die Nervaturanordnungen für eine Vielzahl von Laubblättern unter mechanischen Gesichtspunkten erklärt werden.

Auch bei der Fortbewegung ist Scherfestigkeit eine Grundvoraussetzung zum Beschleunigen und Bremsen. Die Fußspuren von Laufvögeln zeigen, wie die Tiere geschickt ihre Zehen als 45°-Schubkiller einsetzen. Bei jedem Tritt bildet sich temporär ein schubbelastetes System aus Vogelfuß und Untergrund, bei dem es eine Relativbewegung zwischen den beiden zu vermeiden gilt. Um die Scherfestigkeit zwischen Vogelfuß und Untergrund zu erhöhen, werden die zur Laufrichtung benachbarten Zehen um jeweils etwa 45° abgespreizt. Auch bei Schwimmvögeln findet sich diese Konstellation der Zehen. Durch Muskelbewegung drückt die Schwimnhaut das Wasser nach hinten und erzeugt so neben dem Vortrieb auch die für diese Abspreizung der Zehen von etwa 45° verantwortliche Schubbelastung. Auch die Form der Schwanzflosse von Fischen weist häufig 45°-Winkel auf. Ähnlich wie beim Entenfuß wird das Wasser durch eine Paddelbewegung nach hinten weggedrückt und der Vortrieb erzeugt. Über die Wirbelsäule wird der Körper sozusagen in Bewegungsrichtung vorwärts gedrückt. Liegen die Wirbel dicht unter der Haut, so sind die Dornfortsätze der Wirbel oft schubgerecht unter 45° am Wirbelkörper angebunden. Der Schmetterling dagegen „paddelt“ mit seinen großen Flügeln durch die Luft. Bei vielen Arten zeigt die Aderung der Flügel eine Aufteilung in einen kleinen Grundflügel und eine große Erweiterungsfläche, die mit 45°-Anbindungen angesetzt ist.

Verankerung von Zugseilen: Der vielseitige Einsatz von Zugseilen in biologischen Strukturen wirft auch die Frage nach einer mechanisch stabilen Anbindung auf. Die Zugkräfte im Seil werden über Schub ein- und ausgeleitet. Im Sinne einer Kette gleicher Glieder, entspricht die maximal in der Anbindung zu übertragende Scherkraft der maximalen Zugkraft des Seiles. Um die Festigkeit der Anbindung an die Zugfestigkeit des Seiles anzupassen werden zwei unterschiedliche Mechanismen gezeigt. Durch Verzweigungen kann die Scherfläche auch bei geringem Bauraum so weit vergrößert werden, dass die Belastung zwischen Seil und Umgebung unterhalb der kritischen Scherfestigkeit bleibt. Bäume sind in der Lage, sich durch Wurzelverzweigungen innerhalb ihrer Zugwurzelplatte auch in weniger scherfesten Böden ausreichend zu verankern. Im Wurzelanlauf einiger Bäume wird durch die Verzweigung der Holzstrahlen, welche als radiale Armierung wirken, das Risiko des Unglücksbalkenrisses verringert. Bei Umschlingungen wird gemäß der Euler-Eytelwein-Formel ein Teil der Kraft über Seilreibung in den umschlungenen Körper abgeleitet. Durch die Umlenkung der Zugkraft im Seil entsteht eine zusätzliche Komponente, die als Normalkraft auf die Scherfläche die Haftreibung und somit die Scherfestigkeit erhöht. Die Zugwurzeln eines Baumes wachsen in der Erde oft mäandrierend um Steine und andere Erdkörper herum. Durch diese teilweise Umschlingung wird nicht nur die Scherfestigkeit zwischen Wurzel und Erdkörper erhöht, sondern auch, durch die stückweise Begradigung der Wurzel bei Zuglast, der Auszugsweg bis zum finalen Versagen erheblich verlängert.

In der Natur werden Zugseile nicht nur als reine Zugelemente eingesetzt, sondern dienen auch zur Findung optimaler Konturen und zur lastgerechten Strukturierung der Materialien. Viele Beispiele zeigen, wie gerade bei Konstruktionen mit Zugseilen instabile Versagensmodi vermieden werden und dadurch die Möglichkeit zu einer ständigen Reparatur und Anpassung ermöglicht wird. Dieser vielfältige Einsatz von Zugseilen in den Konstruktionen der Natur legt nahe, dieses Wissen auch stärker in den Konstruktionsprozess von technischen Bauteilen einzubeziehen. Die Denkweise „In Seilen denken“ ermöglicht es, nach dem Vorbild der Natur kraftflussgerechte Konstruktionen zu entwerfen. Die Belastung bestimmt die Form und die Materialeigenschaften und umgekehrt. Bauteile, die auf diese Weise konstruiert werden, können nicht nur so gut wie möglich eine ihnen zugewiesene Funktion erfüllen, sondern verkörpern quasi ihre eigene materialisierte mechanische Funktion. Sie sind somit Optimallösungen für die ihnen vorgegebene Belastung, ebenso wie für die Leichtbaukonstruktionen der Natur, mit deren Gesetzen sie gestaltet wurden. Solch ökonomische Konstruktionen, gepaart mit einem ökologischen Materialkreislauf und dem Gespür für das Notwendige, sind ein wichtiger Beitrag für nachhaltige Entwicklungen im Maschinenbau.

Literaturverzeichnis

- [1] H. C. von Carlowitz (2000): *Sylvicultura oeconomica : Anweisung zur wilden Baumzucht*. Reprint der Ausg. Leipzig, Braun, 1713 / bearb. von Klaus Irmer und Angela Kießling. Freiberg : TU Bergakad. Akad. Buchh.
- [2] Dennis L. Meadows (1972): *Die Grenzen des Wachstums - Bericht des Club of Rome zur Lage der Menschheit*. Deutsche Verlags-Anstalt GmbH, Stuttgart.
- [3] World Commission On Employment (1987): *Our common future*. Oxford University Press.
- [4] C. Mattheck (1990): *Why they grow, how they grow: the mechanics of trees*. Arbo-ricultural Journal, 14, S. 1-17.
- [5] C. Mattheck (1990): *Design and growth rules for biological structures and their application to engineering*. Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 13, Nr. 5, S. 535-550.
- [6] C. Mattheck (1990): *Engineering components grow like trees*. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 21, S. 143-168.
- [7] C. Mattheck (1992): *Die Baumgestalt als Autobiographie - Einführung in die Mechanik der Bäume und ihre Körpersprache*. Bernhard Thalacker Verlag, Braunschweig.
- [8] C. Mattheck (1999): *Stupsi erklärt den Baum*. 3.Auflage, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [9] C. Mattheck (1997): *Design in der Natur - Der Baum als Lehrmeister*. 3.Auflage, Rombach Verlag, Freiburg.
- [10] A. Thum, W. Bautz (1935): *Der Entlastungsübergang - Günstigste Ausbildung des Überganges an abgesetzten Wellen u. dgl.*. Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 6/1935 , S. 269-273.
- [11] H. Neuber (1937): *Kerbspannungslehre - Grundlagen für genaue Spannungsrechnung*. Verlag von Julius Springer, Berlin.
- [12] R. E. Peterson (1974): *Stress Concentration Factors*. John Wiley & Sons, New-York.

- [13] J. Wiedemann (1996): *Leichtbau 1: Elemente*. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York.
- [14] J. Wiedemann (1996): *Leichtbau 2: Konstruktion*. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York.
- [15] J. C. Maxwell (1965): *The Scientific Papers of James Clark Maxwell*. Reprint, Dover Publications, INC., New York.
- [16] A. G. M. Mitchell (1904): *The limit of economy of materials in frame structures*. Philosophical Magazine 8, S. 589-597.
- [17] A. Baumgartner, C. Mattheck (1991): *SKO: Soft killoption - an effective method to determine optimum structural topology*. Proc. II. Int. Symp. SFB 230 „Natural Structures, Principles, Strategies, and Models in Architecture and Nature“, Vol. I (Mitt. SFB 230, 8), p. 111-115.
- [18] F. Otto, R. Trostel (1962): *Zugbeanspruchte Konstruktionen. Bd. 1. Pneumatische Konstruktionen*. Ullstein Fachverlag, Frankfurt, Berlin.
- [19] F. Otto, F. K. Schleyer (1966): *Zugbeanspruchte Konstruktionen. Bd. 2. Grundbegriffe und Übersicht der zugbeanspruchten Konstruktionen*. Ullstein Fachverlag, Frankfurt, Berlin.
- [20] J. Vincent (1990): *Structural Biomaterials*. Revised edition, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- [21] H. Yamada (1970): *Strength of Biological Materials*. The Williams & Wilkins Company, Baltimore.
- [22] M. Elices (2000): *Structural Biological Materials: Design and Structure-Property Relationships*. Pergamon Materials Series, Vol 4, Elsevier Science Ltd, Amsterdam · Lausanne · New York · Oxford · Singapore · Tokyo.
- [23] H. Gao, B. Ji, I.L. Jäger, E. Arzt, P. Fratzl (2003): *Biological Nanocomposites: Nature's Design of hard and tough Materials*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA 100, pp. 5597-5600.
- [24] O. Speck, M. Milwich, D. L. Harder, T. Speck (2005): *Vom biologischen Vorbild zum marktreifen bionischen Produkt: der „technische Pflanzenhalm“*. Museo, 22: 96-103.
- [25] S. Vogel (2000): *Von Grashalmen und Hochhäusern*. WILEY-VCH Verlag GmbH, Weinheim.
- [26] D'Arcy W. Thompson (1966): *On Growth and Form*. Cambridge University Press.
- [27] S. A. Wainwright, W. D. Biggs, J. D. Currey, J. M. Gosline (1982): *Mechanical Design in Organisms*. Reprint, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

- [28] J. E. Gordon (1987): *Strukturen unter Stress - Mechanische Belastbarkeit in Natur und Technik*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg.
- [29] W. Beitz, K. H. Küttner (1987): *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau*. 16. Auflage, Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo.
- [30] H. Birnbaum (1997): *Taschenbuch der Technischen Mechanik*. Verlag Harry Deutsch, Thun und Frankfurt am Main.
- [31] R. Hill (1948): *Theory of yielding on plastic flow of anisotropic materials*. Proceedings of the Royal Society, Vol.193, S. 281 - 297.
- [32] S. W. Tsai (1964): *Structural behaviour of composite materials*. NASA Contractor Report, CR-71, USA.
- [33] S. Kremer, C. Mattheck, D. Munz (1983): *Vergleich von Theorie und Experiment bei elastoplastischem Biegeversagen von Rohrleitungen*. Kurzberichte 3R international, 22. Jahrgang, Heft 3, März 1983.
- [34] L. G. Brazier (1927): *On the flexure of thin cylindrical shells and other „thin“ sections*. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Volume CXVI, p. 104.
- [35] T. L. Gerber (1974): *Plastic Deformation of Piping due to Pipe Whip Loading*. ASME Publication Number 74-NE-1, American Society of Mechanical Engineers, New York.
- [36] T. Speck, N. W. Rowe, H.-Ch. Spatz (1996): *Pflanzliche Achsen, hochkomplexe Verbundmaterialien mit erstaunlichen mechanischen Eigenschaften*. Biona-Report 10, S. 101, Gustav Fischer Verlag, Jena · Stuttgart.
- [37] Peter Fratzl (1999): *Biologische Materialien - Dem Bauplan natürlicher Hochleistungswerkstoffe auf der Spur*. Physik in unserer Zeit, Nr. 5, S. 196-200.
- [38] C. Mattheck, H. Kubler (1995): *Wood: the internal optimization of trees*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York .
- [39] W. Braune, A. Leman, H. Taubert (1994): *Pflanzenanatomisches Praktikum I - Zur Einführung in die Anatomie der Vegetationsorgane der Samenpflanzen*. 7. Auflage, Gustav Fischer Verlag, Jena · Stuttgart.
- [40] G. Jurzitza (1987): *Anatomie der Samenpflanzen*. Georg Thieme Verlag, Stuttgart · New York.
- [41] R. Wagenführ (1999): *Anatomie des Holzes*. 5. Auflage, DRW-Verlag Weinbrenner GmbH & Co, Leinfelden-Echterdingen.
- [42] K. Weber, C. Mattheck (2001): *Taschenbuch der Holzfäulen im Baum*. Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.

- [43] C. Mattheck, H. Breloer (1994): *Handbuch der Schadenskunde von Bäumen*. 2. Auflage. Rombach Verlag, Freiburg im Breisgau.
- [44] K. D. Mörike, E. Betz, M. Mergenthaler (1989): *Biologie des Menschen*. 12. Auflage, Quelle & Meyer Verlag, Heidelberg · Wiesbaden.
- [45] R. A. Brown, K. D. Smith, D. A. McGrouther (1997): *Strategies for cell engineering in tissue repair*. Wound Repair and Regeneration, Vol. 5, Issue 3, Page 212, July 1997, Blackwell Publishing Inc.
- [46] J. D. Currey (2002): *Bones: Structure and Mechanics*. 2. edition, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- [47] M. Schwörer (1993): *Struktureller Aufbau des Knochengewebes und der daraus resultierende Ansatz zur Festigkeitsermittlung*. Studienarbeit, Universität Karlsruhe (T.H.), Fakultät für Maschinenbau, Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau.
- [48] P. Fratzl (1995): *Holz und Knochen - intelligente Werkstoffe der Natur*. Phys. Bl. 51, S. 1191-1192.
- [49] J. Wolff (1986): *The Law of Bone Remodelling*. (Übersetzung von J. Wolff (1892): *Das Gesetz der Transformation der Knochen*. Verlag von August Hirschwald, Berlin.) Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo.
- [50] A. Rauber, F. Kopsch (1955): *Lehrbuch und Atlas der Anatomie des Menschen, Band 1*. 19. Auflage, Georg Thieme Verlag, Stuttgart.
- [51] F. Pauwels (1965): *Gesammelte Abhandlungen zur funktionellen Anatomie des Bewegungsapparates*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York.
- [52] P. Jollès, R. A. Muzzarelli (1999): *Chitin and Chitinases*. Birkhäuser Verlag, Basel · Boston · Berlin.
- [53] R. A. A. Muzzarelli (1973): *Natural chelating Polymers*. Pergamon Press, Oxford · New York · Toronto · Sydney · Braunschweig.
- [54] A. C. Neville (1975): *Biology of the Arthropod Cuticle*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York.
- [55] M. G. Peter (1993): *Die molekulare Architektur des Exoskeletts von Insekten*. Chemie in unserer Zeit, Vol. 27. Jahrgang 1993, Nr. 4, S. 189 - 197, VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim.
- [56] CD Roempp Lexikon V 1.0, Stichwort: Chitin, Georg Thieme Verlag, Stuttgart.
- [57] S. N. Gorb (1997): *Porous Channels in the Cuticle of Head-Arrester System in Dragon/Damselflies (Insecta: Odonata)*. Microscopy Research and Technique, 37: 583-591.

- [58] R. O. Prum (2002): *The Evolutionary Origin and Diversification of Feathers*. Quarterly Review of Biology 77(3), S. 261ff.
- [59] R. D. B. Fraser, T. P. MacRae, G. E. Rogers (1972): *Keratins - Their Composition, Structure and Biosynthesis*. American lecture series, publication no. 845, Verlag Thomas, Springfield, USA.
- [60] W.T. Astbury (1933): *Fundamentals of Fibre Structures*. Oxford University Press, London.
- [61] H. Zahn (1986): *Neues über den Feinbau von Textilfasern*. Lenzinger Berichte, Heft 60, S. 7-18.
- [62] R. H. Sawyer (1987): *The molecular and developmental Biology of Keratins*. Academic Press, Orlando.
- [63] P. Jollès, H. Zahn, H. Höcker (1997): *Formation and Structure of Human Hair*. Birkhäuser-Verlag, Basel.
- [64] CD Roempp Lexikon V 1.0, Stichwort: Keratin, Georg Thieme Verlag, Stuttgart.
- [65] (1993): *Bionik - Analyse und Bewertung zukünftiger Technologien (Band 4)*. VDI-Technologiezentrum im Auftrag des BMFT.
- [66] J. Weizenbaum (1977): *Die Macht der Computer und die Ohnmacht der Vernunft*. Suhrkamp, Frankfurt am Main.
- [67] C. Mattheck (2002): *Mechanik am Baum - erläutert mit einfühlsamen Worten von Pauli dem Bär*. 1. Auflage, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [68] C. Mattheck (2002): *Die Lochplatte als Lehrmeister*. Lehrvideo, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [69] C. Mattheck, R. Kappel, K. Bethge (2006): *Das Schubviereck - Mechanisches Hintergrundwissen für eine Designregel der Natur*. Beitrag zum 12.VTA Spezialseminar „Messen und Beurteilen am Baum“, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [70] K. Weber, C. Mattheck (2005): *Körpersprache der Astanbindung*. Beitrag zum 11. VTA Spezialseminar „Messen und Beurteilen am Baum“, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [71] C. Mattheck, H. Huber, D. Erb (1988): Unveröffentlichter Bericht, Kernforschungszentrum Karlsruhe.
- [72] C. Mattheck (1988): *Warum sie wachsen, wie sie wachsen - die Mechanik der Bäume*. Bericht KfK 4486, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

- [73] C. Mattheck (2006): *Verborgene Gestaltgesetze der Natur - Optimalformen ohne Computer*. Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [74] O. Kraft, R. Kappel, C. Mattheck, A. Sauer (2006): *Druckstützen und Druckstützensystem*. Patentschrift des Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [75] O. Kraft, R. Kappel, C. Mattheck, A. Sauer (2006): *Fachwerke*. Patentschrift des Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [76] C. Mattheck, R. Kappel (2005): *Festgekrallt - Verzweigung als Schubkiller*. Konstruktionspraxis, Nr. 3/2005, S. 18-19, Vogel Industrie Medien, Würzburg.
- [77] C. Mattheck, R. Kappel, K. Bethge (2006): *Ankerhilfe für Baumwurzeln*. Patentschrift des Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [78] C. Mattheck, K. Bethge, R. Kappel (2006): *Wurzelanker*. Patentschrift des Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [79] C. Mattheck, R. Kappel, I. Tesari, O. Kraft (2004): *In Seilen Denken - Einfache Anleitung für naturnahes Konstruieren*. Konstruktionspraxis Nr. 9/2004, S. 26-29, Vogel Industrie Medien, Würzburg.
- [80] C. Recht, M. Wetterwald, W. Simon (1994): *Bambus*. 2. Auflage, Ulmer Verlag, Stuttgart.
- [81] L. Marden, J. Brandenburg (1980): *Bambus - the giant grass*. National Geographic Vol. 158, No. 4, pp. 502-528, October 1980.
- [82] J. L. Atrops (1969): *Elastizität und Festigkeit von Bambusrohren*. Der Bauingenieur 44, Heft 6, S. 220-225
- [83] J. Janssen (1991): *Mechanical Properties of Bamboo*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht · Boston · London.
- [84] S. Busch (2005): *Mechanische Eigenschaften und Versagensmodi verschiedener Bambusarten und ihre strukturellen Ursachen*. Diplomarbeit am Botanischen Garten der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg im Breisgau.
- [85] D. Grosser, W. Liese (1971): *On the anatomy of Asian bamboos, with special reference to their vascular bundles*. Wood Sci. Technol., New York, Vol. 5, pp. 290-312.
- [86] O. Speck, H.-Ch. Spatz (2004): *Damped oscillations of the giant reed Arundo donax (Poaceae)*. American Journal of Botany, 91(6): pp. 789-796.
- [87] C. Mattheck, K. Bethge, I. Tesari, R. Kappel (2001): *Neues Versagenkriterium für nicht fäulegeschädigte solitäre Bäume*. Wissenschaftliche Berichte FZKA 6666, Forschungszentrum Karlsruhe - Technik und Umwelt.

- [88] R. Kappel, C. Mattheck, K. Bethge, I. Tesari (2004): *Bamboo as a composite structure and its mechanically behaviour*. Design and Nature II, pp. 285-293, WIT-Press, Southampton.
- [89] K. Langenbach (2004): *Untersuchungen zur Biomechanik der Stützknotten von Bambus*. Diplomarbeit am Institut für Zuverlässigkeit von Bauteilen und Systemen, Universität Karlsruhe (TH).
- [90] K. J. Niklas (1992): *Plant Biomechanics - An Engineering Approach to Plant Form and Function*. The University of Chicago Press, Chicago.
- [91] <http://www.mackandtim.net/photos/charley.20040821/>
- [92] A. R. Ennos, H.-Ch. Spatz, T. Speck (2000): *The functional morphology of the petioles of the banana, Musa textilis*. Journal of Experimental Botany, Vol. 51, No. 353, pp. 2085-2093, December 2000.
- [93] S. Vogel (1992): *Twist-to-Bend Ratios and Cross-Sectional Shapes of Petioles and Stems*. Journal of Experimental Botany, Vol. 43, No. 2563, pp. 1527-1532, November 1992.
- [94] C. Mattheck, R. Kappel, K. Bethge, O. Kraft (2005): *Lernen vom Bananenblatt - der verammelte Notausgang*. Konstruktionspraxis Spezial, November 2005, S. 50-52, Vogel Industrie Medien, Würzburg.
- [95] J. E. Gordon (1981): *Structures - or why things don't fall down*. Reprint. Originally published: Harmondsworth: Penguin Books, Da Capo Press, Inc.
- [96] W. Nultsch (1982): *Allgemeine Botanik*. 7. Auflage, Georg Thieme Verlag, Stuttgart.
- [97] P. B. Tomlinson (1990): *The Structural Biology of Palms*. Clarendon Press, Oxford.
- [98] M. Chinery (1987): *Pareys Buch der Insekten: Ein Feldführer der europäischen Insekten*. Übers. und bearb. von Irmgard Jung und Dieter Jung, Verlag Paul Parey, Hamburg und Berlin.
- [99] K. W. Harde, F. Severa (2000): *Der Kosmos Käferführer - die mitteleuropäischen Käfer*. 4. Auflage, überarbeitet und erweitert von Prof. Dr. Edwin Möhn, Franckh-Kosmos Verlags-GmbH & Co, Stuttgart.
- [100] <http://de.wikipedia.org/wiki/Herkuleskäfer>
- [101] http://de.wikipedia.org/wiki/Japanische_Riesenkrabbe
- [102] <http://www.sharkproject.org>
- [103] R. Nickel, A. Schummer, E. Seiferle (1977): *Anatomie der Haustiere - Band 1: Der Bewegungsapparat*. 4. Auflage, Verlag Paul Parey, Berlin und Hamburg.

- [104] E. Rogers (1986): *Looking at Vertebrates. A Practical Guide to Vertebrate Adaptations*. Longman Group Limited, Harlow, England.
- [105] R. Kappel, K. Bethge, C. Mattheck (2006): *Die Nachbarschaftshilfe von Ästen*. Beitrag zum 12. VTA Spezialseminar „Messen und Beurteilen am Baum“, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [106] C. Mattheck, K. Bethge, R. Kappel, I. Tesari, K. Weber (2006): *Quantitative Analyse der Nachbarschaftshilfe von Ästen und Stämmen und ein Vergleich von Freistellung und Baumschnitt*. Beitrag zum 12. VTA Spezialseminar „Messen und Beurteilen am Baum“, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [107] O. R. Prum, A. H. Brush (2003): *Zuerst kam die Feder*. Spektrum der Wissenschaft, Oktober 2003, S. 32 - 41.
- [108] G.S. Fichter (1972): *Fliegende Tiere*. 2. Auflage, Otto Maier Verlag, Ravensburg.
- [109] K. Weber, C. Mattheck (2005): *Die Doppelnatur der Wurzelplatte*. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung, 176. Jahrgang, Heft 5, S. 77-85, J.D. Sauerländer's Verlag, Frankfurt am Main.
- [110] C. Kolesinski (2002): *Materialkundliche Untersuchung entlang einer Baumwurzel innerhalb der mechanisch wirksamen Wurzelplatte*. Diplomarbeit am Institut für Mineralogie und Geochemie, Universität Karlsruhe (TH).
- [111] P. Klucking (1995): *The classification of Leaf Venation Patterns - Volume 7*. J. Cramer in der Gebrüder Borntraeger Verlagsbuchhandlung, Berlin · Stuttgart.
- [112] A. Ursprung (1903): *Die physikalischen Eigenschaften der Laubblätter*. Bibliotheca Botanica, Verlag von Erwin Nägele, Stuttgart.
- [113] H.J. Braun (1992): *Bau und Leben der Bäume*. 3. Auflage, Rombach Verlag, Freiburg im Breisgau.
- [114] W. Troll (1973): *Praktische Einführung in die Pflanzenmorphologie - Erster Teil: Der vegetative Aufbau*. 2. Auflage, Otto Koeltz Antiquariat, Königstein-Ts.
- [115] Leaf Architecture Working Group co Scott Wing (1999): *Manual of Leaf Architecture - morphological description and categorization of dicotyledonous and net-veined monocotyledonous angiosperms*. Department of Paleobiology, Smithsonian Institution, 10th St. & Constitution Ave., N.W., Washington DC, 20560-0121.
- [116] R. Kappel, K. Bethge, I. Tesari, C. Mattheck (2006): *Die Verformung der Blätter im Wind*. Beitrag zum 12. VTA Spezialseminar „Messen und Beurteilen am Baum“, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [117] L. J. Hickey (1973): *Classification of the architecture of dicotyledonous leaves*. American Journal of Botany, Vol. 60, no. 1, 17-33.

- [118] J.-D. Godet (1994): *Bäume und Sträucher: einheimische und eingeführte Baum- und Straucharten*. Naturbuch-Verlag, Augsburg.
- [119] K. Bethge, C. Mattheck (2006): *Die Biomechanik und Festigkeiten der Laubblätter*. Beitrag zum 12. VTA Spezialseminar „Messen und Beurteilen am Baum“, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [120] F.-V. Salomon (1993): *Lehrbuch der Geflügelanatomie*. Gustav Fischer Verlag, Jena · Stuttgart.
- [121] C. S. Wardle (1977): *Effects of Size on the Swimming Speeds of Fish*. in „Scale Effects in Animal Locomotion“ T. J. Pedley (ed), Academic Press, London · New York · San Francisco.
- [122] C. Mattheck (2003): *Warum alles kaputt geht - Form und Versagen in Natur und Technik*. Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [123] T. Schmidt (1998): *Bezaubernde Schönheiten: Die erstaunliche Welt exotischer Schmetterlinge*. Rasch und Röhrig Verlag, Hamburg.
- [124] C. Mattheck, S. Burkhardt (1991): *Der Unglücksbalken - Biomechanik eines inneren Versagensmechanismus von Bäumen*. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 162. Jahrgang, S. 170-174, J.D. Sauerländer's Verlag, Frankfurt am Main.
- [125] W. Albrecht (1995): *Untersuchung der Spannungssteuerung radialer Festigkeitsverteilung in Bäumen*. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau, Universität Karlsruhe (TH).
- [126] K. Götz, R. Kappel, I. Tesari, K. Weber, C. Mattheck (2002): *Technisches Holz nach dem Vorbild der Natur - Abschlussbericht zu dem durch das BMBF geförderten Vorhaben mit dem Förderkennzeichen 01RP9804-9*. Wissenschaftliche Berichte FZKA 6717, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.
- [127] C. Mattheck, K. Weber, K. Götz (2000): *Wie die Rotbuche radiale Zugbelastungen bewältigt*. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung, 171. Jahrgang, Heft 1, S. 10-14, J.D. Sauerländer's Verlag, Frankfurt am Main.
- [128] K. Götz, C. Mattheck, K. Bethge (2001): *Das Fractometer II - ein feldtaugliches Holzprüfgerät*. Wissenschaftliche Berichte FZKA 6590, Forschungszentrum Karlsruhe - Technik und Umwelt.
- [129] R. Kappel, R. Schwarz, C. Mattheck (2001): *Was machen Pappel, Edelkastanie und Fichte gegen den Unglücksbalken im Wurzelanlauf*. Beitrag zum 7.VTA Spezialseminar „Messen und Beurteilen am Baum“, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.

- [130] P. Müller (2005): *Biomechanische Beschreibung der Baumwurzel und ihre Verankerung im Erdreich*. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau, Universität Karlsruhe (TH).
- [131] R. Kappel, C. Mattheck, K. Bethge (2004): *Das Herausreißen der Modellwurzel im Laborversuch*. Beitrag zum 10.VTA Spezialseminar „Messen und Beurteilen am Baum“, Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft.