



---

**Forschungszentrum Karlsruhe**  
in der Helmholtz-Gemeinschaft

---

**Wissenschaftliche Berichte**  
FZKA 7351

# **Dreidimensionale Feldberechnung für elektrisch große Geometrien und ihre Anwendung für multifrequente Hochleistungsgyrotrons**

**H. O. Prinz**

Institut für Hochleistungsimpuls- und  
Mikrowellentechnik  
Programm Kernfusion  
Association EURATOM-FZK

Oktober 2007



**Forschungszentrum Karlsruhe**

in der Helmholtz-Gemeinschaft

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 7351

Dreidimensionale Feldberechnung für  
elektrisch große Geometrien und ihre Anwendung  
für multifrequente Hochleistungsgyrotrons

Hansjörg Oliver Prinz

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik

Programm Kernfusion

Association EURATOM-FZK

von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Universität Karlsruhe (TH) genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

2007

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

**Forschungszentrum Karlsruhe GmbH**  
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft  
Deutscher Forschungszentren (HGF)

ISSN 0947-8620

urn:nbn:de:0005-073516

# Dreidimensionale Feldberechnung für elektrisch große Geometrien und ihre Anwendung für multifrequente Hochleistungsgyrotrons

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**DOKTOR-INGENIEURS**

von der Fakultät für  
Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Universität Fridericiana Karlsruhe (TH)

genehmigte

**DISSERTATION**

von

**Dipl.-Ing. Hansjörg Oliver Prinz**  
aus Karlsruhe

Tag der mündlichen Prüfung:

10. Juli 2007

Hauptreferent:

Prof. Dr. rer.nat. Dr.h.c. Manfred Thumm

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. Dr.-Ing.E.h. Werner Wiesbeck



# Dreidimensionale Feldberechnung für elektrisch große Geometrien und ihre Anwendung für multifrequente Hochleistungsgyrotrons

## Kurzfassung

Für die Heizung von Kernfusionsplasmen werden Millimeterwellenquellen hoher Leistung, sogenannte Gyrotrons, am Forschungszentrum Karlsruhe entwickelt. Mit Gyrotrons können Leistungen bis in den Megawatt-Bereich bei Frequenzen von wenigen Gigahertz bis hin zu mehreren hundert Gigahertz erzeugt werden. Bei Hochleistungsgyrotrons wird die Hochfrequenz mit einem internen quasi-optischen Wellentypwandler stark gebündelt und als Mikrowellenstrahl ausgekoppelt.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Simulation der bezogen auf die Wellenlänge großen quasi-optischen Wellentypwandler. Für eine schnelle Simulation werden im Hohlleiter die Methode der gekoppelten Moden und im Freiraum die Propagation mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral verwendet. Um Näherungen bei der Simulation zu umgehen und somit die Genauigkeit zu steigern, wurde eine dreidimensionale Simulationsmethode, basierend auf der elektrischen Feldintegralgleichung, entwickelt. Die Leistungsfähigkeit dieser Methode wird anhand der Analyse des quasi-optischen Wellentypwandlers eines 118 GHz  $TE_{22,6}$ -Gyrotrons veranschaulicht.

Der zweite Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Optimierung eines breitbandigen quasi-optischen Wellentypwandlers im Frequenzbereich zwischen 105 GHz und 143 GHz. Die Optimierung wird numerisch mit den bereits oben erwähnten schnellen Simulationsmethoden durchgeführt. Neben einem möglichst hohen Anteil der Gauß'schen Grundmode im Ausgangsstrahl für jede Frequenz wurde der Wellentypwandler auf ein Brewsterfenster angepasst. Dieses ermöglicht die frequenzunabhängige Transmission der Leistung zur Last, aber verkleinert die nutzbare Apertur bezogen auf ein Monofrequenzfenster. Durch die Optimierung konnte die Streustrahlung je nach Resonatormode auf zwei bis drei Prozent bei einem Anteil der Gauß'schen Grundmode von mehr als 90% reduziert werden.

Diese Arbeit wurde im Rahmen einer Dissertation an der Universität Karlsruhe (TH) am Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik des Forschungszentrum Karlsruhe durchgeführt.

# Three-Dimensional Field Calculation for Electrically Large Geometries and its Application for Multi-Frequency High-Power Gyrotrons

## Abstract

At the Research Center Karlsruhe (Forschungszentrum Karlsruhe) high-power millimeter wave sources, so called gyrotrons, are developed. Gyrotrons generate radio frequency (RF) in the frequency range of a few gigahertz up to a couple of hundred gigahertz at power levels up to megawatts. The RF-output coupling is done by an internal quasi-optical mode converter. It focuses the millimeter waves to a pencil like beam.

This report deals with the simulation of quasi-optical mode converters, which are large compared to the wavelength. For a fast simulation inside the waveguide the method of coupled modes is used and in free space the propagation is done by the Kirchhoff diffraction integral. To avoid approximations and to enhance accuracy a three-dimensional simulation method based on the electric field integral equation (EFIE) was developed. The performance of this method will be shown with an analysis of a quasi-optical mode converter of a 118 GHz  $TE_{22,6}$ -gyrotron.

The second focus of this work is the optimization of a broadband quasi-optical mode converter in the frequency range of 105 GHz to 143 GHz. The optimization was done with the fast simulation methods, which were mentioned above. Beside a high Gaussian mode content of the output beam for every frequency, the mode converter was optimized for a Brewster angle window. A Brewster window has no dependency on the frequency for the transmitted wave beam, but the useable aperture of the window is much smaller than for a mono-frequent window. By optimization the stray radiation could be reduced to two to three percent depending on the cavity mode with a Gaussian mode content of more than 90%.

The work is based on a dissertation which was done at the Institut für Hochleistungs-impuls- und Mikrowellentechnik at the Forschungszentrum Karlsruhe and accepted by the University of Karlsruhe (TH), Germany.



## Vorwort

Die Arbeit zu diesem Manuskript führte ich, während ich dem Doktorandenprogramm des Forschungszentrums Karlsruhe angehörte, am Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik durch.

Mein besonderer Dank gilt dem Leiter des Institutes, Herrn Professor Dr. rer.net Dr. h.c. Manfred Thumm, der mich für das Doktorandenprogramm des Forschungszentrums Karlsruhe vorschlug und mich in der ganzen Zeit mit Anregungen und Diskussionen begleitete. Die Möglichkeiten und Freiräume, die er mir bot, motivierten mich immer wieder aufs neue.

Herrn Professor Dr.-Ing. Dr.h.c. Dr.-Ing.E.h. Werner Wiesbeck, dem Leiter des Institutes für Höchstfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe (TH), danke ich für die freundliche und bereitwillige Übernahme des Korreferats.

Weiter danke ich allen Kollegen am Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik, die durch ihre Hilfestellungen, Anregungen und Diskussionen zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen haben. Nicht unerwähnt möchte ich das sehr positive und entspannte Klima am Institut lassen. Herausheben möchte ich Herrn Andreas Arnold, der immer wieder entscheidende Punkte in unsere Diskussionen eingeworfen hat und den ich wegen seiner fachlichen Kompetenz und unserer sehr guten Zusammenarbeit äußerst schätze. Den Einstieg in das Experimentieren mit Gyrotrons hat mir Herr Kai Koppenburg vereinfacht, indem er mich laufend in aktuelle Projekte mit einbezog.

Ganz wichtig für das Gelingen dieser Arbeit war der Rückhalt meiner Eltern, denen ich für ihr Vertrauen und fortwährende Unterstützung danken möchte.

Karlsruhe, den 10. Juli 2007

Hansjörg Oliver Prinz



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Hochleistungsröhren – Stand der Technik . . . . .	3
1.2	Gyrotron . . . . .	5
1.2.1	Aufbau . . . . .	5
1.2.2	Gyro-Wechselwirkung . . . . .	8
1.3	Quasi-Optische Wellentypwandler . . . . .	10
1.4	Thema und Struktur dieser Arbeit . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Quasi-optische Wellentypwandler</b>	<b>15</b>
2.1	Moden im Rundhohlleiter . . . . .	15
2.2	Geometrische Optik im Rundhohlleiter . . . . .	20
2.3	Modenwandler . . . . .	23
2.4	Launcher . . . . .	25
2.4.1	Launcher mit Wandstörungen . . . . .	25
2.4.2	Optimierung eines Launchers . . . . .	30
2.5	Reflektoren . . . . .	32
2.5.1	Reflektor zur Wandlung des Launcherfeldes in einen paraxialen Strahl . . . . .	34
2.5.2	Reflektoren zur Anpassung der Strahlparameter . . . . .	36
<b>3</b>	<b>Dreidimensionale Feldberechnung</b>	<b>38</b>
3.1	Einführung in elektromagnetische Streuprobleme . . . . .	38
3.2	Elektrische Feldintegralgleichung für einen Linienleiter über einem Metallstreifen . . . . .	39
3.3	Verallgemeinerung der elektrischen Feldintegralgleichung . . . . .	41
3.4	Numerische Berechnung . . . . .	44
3.4.1	Mehrstufige, schnelle Multipolmethode . . . . .	45
3.5	Geometriemodellierung . . . . .	46
3.6	Simulationsergebnisse . . . . .	48
3.6.1	Grenzen der Simulation . . . . .	55
<b>4</b>	<b>Schnelle zweidimensionale Feldberechnung</b>	<b>58</b>
4.1	Kirchhoff'sches Beugungsintegral . . . . .	58
4.1.1	Freiraumausbreitung zwischen Ebenen . . . . .	61
4.2	Elektrisches Vektorpotential . . . . .	63
4.3	Reflektoren . . . . .	64
4.3.1	Reflexion an einer Ebene . . . . .	64

4.3.2	Flache Reflektoren . . . . .	66
4.3.3	Tiefe Reflektoren . . . . .	67
4.4	Launcherberechnung . . . . .	67
4.5	Simulationsergebnisse . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Auslegung eines quasi-optischen Wellentypwandlers für ein Multifrequenz-Gyrottron</b>	<b>73</b>
5.1	Gauß'sche Strahlen . . . . .	74
5.2	Transformation Gauß'scher Strahlen . . . . .	77
5.3	Brewster-Winkel-Fenster . . . . .	80
5.4	Optimierung des Launchers . . . . .	83
5.5	Optimierung der Reflektoren . . . . .	86
5.6	Auslegung des multifrequenten quasi-optischen Wellentypwandlers . . . .	89
5.6.1	Brewster-Winkel-Fenster . . . . .	89
5.6.2	Launcher . . . . .	91
5.6.3	Spiegelleitung . . . . .	95
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>104</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>106</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Fusion von Deuterium und Tritium . . . . .	2
1.2	Gyrotrons im Vergleich zu anderen Hochleistungsmikrowellenquellen . . .	3
1.3	Schematischer Aufbau einer Gyrotronröhre . . . . .	6
1.4	Elektronenkanone . . . . .	7
1.5	Phasensynchronisation. . . . .	9
1.6	Brillouin-Diagramm. . . . .	9
1.7	Querschnitt durch den quasi-optischen Wellentypwandler. . . . .	12
2.1	Zylinderkoordinaten im Rundhohlleiter. . . . .	16
2.2	Strahl in einem Wellenleiter. . . . .	21
2.3	Geometrisch-optische Betrachtung eines Rundhohlleiters. . . . .	21
2.4	Abgerollte Wand eines Rundhohlleiters. . . . .	22
2.5	Geometrie eines Launchers. . . . .	26
2.6	Ideale Modenmischung auf der abstrahlenden Apertur. . . . .	28
2.7	Modenmischung im 118 GHz $TE_{22,6}$ -Launcher. . . . .	29
2.8	Wandstrombelegung für die $TE_{22,6}$ -Mode bei 118 GHz. . . . .	30
2.9	Optimierte Wandstrombelegung für die $TE_{22,6}$ -Mode bei 118 GHz. . . . .	32
2.10	Oberfläche eines bündelnden Reflektors. . . . .	33
2.11	Quasi-elliptischer Spiegel und Hohlleiterantenne in Draufsicht. . . . .	35
2.12	Vergleich der Konturen von Kugel- und Parabolspiegel. . . . .	36
3.1	Linienleiter über einem Metallstreifen. . . . .	40
3.2	Schematische Darstellung der Kopplungen der Einzelelemente. . . . .	46
3.3	Lineares Dreieck als Diskretisierungselement. . . . .	47
3.4	Oberflächenapproximation mit Dreiecken . . . . .	48
3.5	Fensterebene des 118 GHz Wellentypwandlers. . . . .	49
3.6	Querschnitt durch den quasi-optischen 118 GHz Wellentypwandler. . . . .	50
3.7	Ebene des dritten Spiegels im 118 GHz Wellentypwandler. . . . .	51
3.8	Simulierte Abstrahlung des Launchers in einem Abstand von 50 mm. . .	52
3.9	Fensterebene mit verbessertem drittem Spiegel (toroidal). . . . .	53
3.10	Phasen in der Fensterebene mit verbessertem drittem Spiegel (toroidal). .	54
3.11	Fensterebene mit optimiertem zweiten und drittem Spiegel. . . . .	55
3.12	Fensterebene mit großen Maschen des zweiten Spiegels. . . . .	56
3.13	Querschnitt durch den quasi-optischen 118 GHz Wellentypwandler. . . . .	57
4.1	Raubereich zur Berechnung des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals. . .	59
4.2	Kirchhoff'sches Beugungsintegral, angewandt auf zwei Ebenen. . . . .	61

4.3	Reflexion einer ebenen Welle an einer ideal leitenden Fläche. . . . .	65
4.4	Phasenverschiebung durch Höhenänderung des Reflektors. . . . .	66
4.5	Umsetzung von elektrischem Feld in elektrisches Vektorpotential. . . . .	69
4.6	Feldprofil im Fenster des 118 GHz Wellentypwandlers. . . . .	70
4.7	Feldprofil im Fenster des 118 GHz Wellentypwandlers. . . . .	71
5.1	Querschnitts durch einen Gauß'schen Strahl. . . . .	77
5.2	Propagation eines optischen Strahls. . . . .	78
5.3	Transformation des komplexen Strahlparameters. . . . .	79
5.4	Querschnitt durch ein Brewster-Fenster. . . . .	82
5.5	Vergleich der Schnittlängen in Bezug auf die Länge der Brillouin-Fläche. . . . .	85
5.6	Aufbau eines Gauß-Teleskops aus Spiegeln. . . . .	87
5.7	Wandströme und Abstrahlung für die $TE_{17,6-}$ , $TE_{18,6-}$ und $TE_{19,6-}$ -Moden. . . . .	92
5.8	Wandströme und Abstrahlung für die $TE_{19,7-}$ , $TE_{20,7-}$ und $TE_{21,7-}$ -Moden. . . . .	93
5.9	Wandströme und Abstrahlung für die $TE_{21,8-}$ , $TE_{22,8-}$ und $TE_{23,8-}$ -Moden. . . . .	94
5.10	Feldprofile in der Fensterebene für die $TE_{17,6-}$ , $TE_{18,6-}$ , $TE_{19,6-}$ und $TE_{19,7-}$ - Moden. . . . .	97
5.11	Feldprofile in der Fensterebene für die $TE_{20,7-}$ , $TE_{21,7-}$ , $TE_{21,8-}$ und $TE_{22,8-}$ - Moden. . . . .	98
5.12	Feldprofil in der Fensterebene für die $TE_{23,8-}$ -Mode. . . . .	99
5.13	Feldprofil im Querschnitt für die $TE_{23,8-}$ -Mode. . . . .	99
5.14	Feldprofile im Querschnitt für die $TE_{17,6-}$ und $TE_{18,6-}$ -Moden. . . . .	100
5.15	Feldprofile im Querschnitt für die $TE_{19,6-}$ und $TE_{19,7-}$ -Moden. . . . .	101
5.16	Feldprofile im Querschnitt für die $TE_{20,7-}$ und $TE_{21,7-}$ -Moden. . . . .	102
5.17	Feldprofile im Querschnitt für die $TE_{21,8-}$ und $TE_{22,8-}$ -Moden. . . . .	103

## Verzeichnis der verwendeten Symbole

$\vec{A}$	magnetisches Vektorpotential
$A$	Koeffizient
$a_i(z)$	Amplitude der Wandstörung im Hohlleiter
$dA$	Integration über ein Flächenstück
$\vec{B}$	magnetische Flussdichte
$B$	Koeffizient
$C$	Korrelationsfaktor
$C_{ik}$	Koppelkoeffizienten
$c_0$	Lichtgeschwindigkeit im Freiraum
$c_{ij}$	Fourierkoeffizienten der Spiegeloberfläche
$\vec{E}$	elektrische Feldstärke
$\vec{F}$	elektrisches Vektorpotential
$F$	Brennpunkt eines Reflektors
$f_c$	Elektronen-Zyklotronfrequenz
$f_{Cut-off}$	Cut-off-Frequenz im Hohlleiter
$e$	Eulersche Zahl, Elementarladung, Exzentrizität des Kegelschnitts
$\vec{e}$	Einheitsvektor
$G$	Green'sche Funktion $G( \vec{r} - \vec{r}_0 ) = e^{-jk_0 \vec{r} - \vec{r}_0 } / (4\pi \vec{r} - \vec{r}_0 )$
$g_n$	Basisfunktion
$\vec{H}$	magnetische Feldstärke
$H_m^{(n)}$	Hankelfunktion $n$ -ter Art, $m$ -ter Ordnung
$I$	elektrischer Strom
$J_m$	Besselfunktion erster Art, $m$ -ter Ordnung
$J'_m$	Ableitung der Besselfunktion erster Art, $m$ -ter Ordnung
$J$	Stromdichte
$j$	imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$
$k, k_0, k_{  }, k_{\perp}$	Freiraumwellenzahl, longitudinal, transversal
$L$	Länge einer Brillouinfläche, optische Weglänge
$L_b$	Abstand zweier Reflexionspunkte
$l$	Ordnung der Störung im Hohlleiter
$l_1, l_2$	Parameter des quasi-elliptischen Reflektors
$m_e$	Ruhemasse des Elektrons
$m_{e-}$	relativistische Masse des Elektrons
$m$	Konstante
$m, n$	Modenindex, radial, azimuthal
$N_m$	Neumannfunktion $m$ -ter Ordnung
$\vec{N}$	Normalenvektor auf einer Fläche
$P, Q$	Funktionen
$q$	komplexer Strahlparameter

$R$	Hohlleiterradius, Krümmungsradius der Phasenfronten
$R_c$	Kaustikradius
$R_n$	Abstand zwischen Punkten
$r_L$	Larmorradius
$r, \phi, z$	Zylinderkoordinaten
$\vec{S}$	Poynting-Vektor
$s$	Faktor für Harmonische von $\Omega_c$
$t$	Zeit
$U$	Funktion
$u$	Skalarfeld, das der Helmholtzgleichung genügt
$dV$	Integration über ein Volumenelement
$v, v_{\parallel}, v_{\perp}$	Geschwindigkeit, longitudinal, transversal
$w$	Strahlradius
$w_0$	Strahltaile
$x, y, z$	kartesische Ortskoordinaten
$z_c$	Rayleigh-Länge
$\alpha$	Steigungswinkel
$\Delta$	Differenz des Modenindex
$\delta$	Differenz longitudinaler Wellenzahlen der Nachbarmoden
$\eta$	Feldwellenwiderstand
$\varepsilon$	Dielektrizität
$\varphi_m$	magnetisches Skalarpotential
$\varphi$	Phasenwinkel
$\gamma$	relativistischer Massenkorrekturfaktor
$\lambda$	Wellenlänge
$\Omega_c$	Elektronen-Zyklotronkreisfrequenz
$\omega$	Kreisfrequenz
$\phi_e$	elektrisches Potential
$\phi_m$	magnetisches Potential
$\psi$	Brillouinwinkel
$\chi_{mn}$	n-te Nullstelle der Besselfunktion m-ter Ordnung
$\chi'_{mn}$	n-te Nullstelle der Ableitung der Besselfunktion m-ter Ordnung
$\mu$	Permeabilität
$\nabla$	Nablaoperator
$\theta$	Spreizwinkel



# 1 Einleitung

Am Beginn des dritten Jahrtausends, wo Informationen innerhalb von Sekundenbruchteilen um die ganze Erde geschickt werden, verlieren Entfernungen an Bedeutung. Die Globalisierung schreitet voran, und Kapital wird weltweit in rasender Geschwindigkeit transferiert. Möglich war dieser Wandel vor allem durch modernste Entwicklungen in der Kommunikationstechnik. Die Gegenwart wirft neue Fragestellungen auf. Immer klarer zeichnet sich eine Verknappung der Ressourcen zur Energiegewinnung ab. Bisher stützt man sich in erster Linie auf fossile Energieträger. Sie sind nur begrenzt verfügbar und belasten die Atmosphäre durch Emissionen. Parallel dazu wird Energie aus der Spaltung von schweren Atomkernen genutzt. Mit dem Betrieb von Atomkraftwerken gehen Risiken einher, die zu großen Diskussionen führen. Dadurch beflügelt, haben die regenerativen Energien neue Impulse bekommen. Inzwischen bilden sie die dritte Säule unserer Energieversorgung. Alleine können sie den Bedarf jedoch nicht decken. Für die Zukunft scheint daher ein Energiemix weiterhin sinnvoll. Könnten signifikante Energieanteile auf anderer Basis erzeugt werden, entspannte sich die globale Situation. Neue Visionen sind gefragt. Die Forschung an der Fusion von leichten Atomkernen verfolgt einen erfolgversprechenden Ansatz.

Im Gegensatz zum anhaltenden Trend zur Miniaturisierung lässt sich eine Umsetzung von Energie aus der Fusion leichter Atomkerne nur im großen Maßstab effizient nutzen. Betrachtet man den globalen Energiebedarf, der mit der Entwicklung der Schwellenländer explosionsartig ansteigt, so wird klar, dass zur Deckung der wachsenden Nachfrage großtechnische Lösungen sinnvoll sind. Zur Entwicklung eines solchen Großprojekts wird das Vorhaben in viele Teilaspekte aufgegliedert. So können Forschergruppen weltweit partizipieren.

Betrachtet man die beiden Arten der Energiewandlung aus den Kernen der Atome, also der Kernspaltung und der Kernfusion, erkennt man, dass bei beiden das gleiche Prinzip zugrunde liegt. Die Kernbausteine Protonen und Neutronen sind bei den Elementen des Periodensystems verschieden stark aneinander gebunden. Die Bindungsenergie zeigt in Abhängigkeit von der Masse des Atoms ein deutliches Minimum bei mittleren Kernladungszahlen. Diese Eigenschaft lässt sich ausnutzen, um Bindungsenergie freizusetzen. Wählt man ein Material mit schwerem Atomkern wie Uran oder Plutonium, so wird bei der Spaltung in leichtere Elemente Energie frei. Geht man von leichten Atomkernen aus wie bei Deuterium und Tritium, und verschmilzt diese zu einem schwereren Element, liegt das Endprodukt energetisch tiefer als die Ausgangsmaterialien. Die Energiedifferenz wird als Wärme frei und kann nutzbar gemacht werden.

Mit dem langfristigen Ziel der großtechnischen Nutzung wird an der Fusion von Deuterium und Tritium geforscht. Wie anschaulich in Bild 1.1 dargestellt, entstehen bei der Fusion von Tritium und Deuterium ein Heliumatom sowie ein Neutron. Gleichzeitig wird Bindungsenergie von 17,5 MeV freigesetzt. Dieser Prozess vollzieht sich nur unter

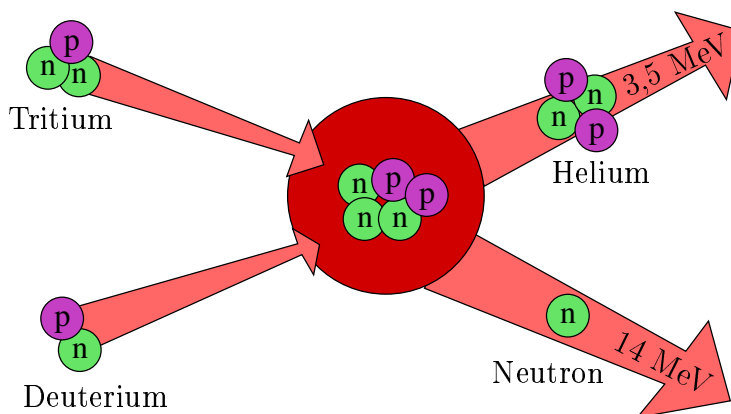


Bild 1.1: Beim Zusammenstoß eines Deuterium- und Tritiumkerns verschmelzen sie zu Helium und setzen ein Neutron frei.

sehr hohen Temperaturen von einigen Millionen Grad, wenn die Elemente als Plasma vorliegen. Damit die Materie nicht abkühlt, muss man sie gut isolieren. Da ein Plasma aus elektrisch geladenen Teilchen besteht, kann durch ein Magnetfeld eine Kraft auf sie ausgeübt werden. Die Plasmateilchen werden auf Spiralbahnen um die Magnetfeldlinien gezwungen. Also kann bei entsprechendem Verlauf des Magnetfeldes verhindert werden, dass die Ionen und Elektronen eine Interaktion mit einer begrenzenden Struktur eingehen. Dem anfangs als Gas vorliegenden Gemisch aus Deuterium und Tritium muss Energie zugeführt werden, um Temperaturen von einigen Millionen Grad zu erreichen. Der Wirkungsgrad von Ohm'scher Heizung durch den Plasmastrom wird bei Temperaturen, die für die Fusion nötig sind, klein, da der Widerstand des Plasmas mit zunehmender Temperatur abnimmt. Deshalb ist der Einsatz von Neutralteilcheninjektion oder die Heizung mit Hochfrequenz nötig, um auf Temperaturen zu kommen, die eine Energieausbeute der Fusionsreaktion ermöglichen. Im Plasma wird Hochfrequenz absorbiert, wenn die Frequenz der Resonanzfrequenz von Ionen oder Elektronen entspricht. Da sich die Absorptionsspektren über den Querschnitt des Plasmas ändern, wird durch die Wahl der Frequenz das Plasma lokal geheizt. Elektronen sind bei der Elektronen-Zyklotronfrequenz in Resonanz, die sich folgendermaßen errechnet:

$$f_c \approx \frac{eB}{2\pi m_{e^-}} \approx 28 \text{ GHz} \cdot B/T \quad (1.1)$$

Dabei ist  $e$  die Elementarladung,  $m_{e^-}$  die relativistische Elektronenmasse und  $B$  die Flussdichte des magnetischen Feldes, gemessen in Tesla. Bekanntermaßen wird allgemein die Resonanzbedingung auch bei Harmonischen der Grundfrequenz erfüllt, womit sich die Anforderungen an die Mikrowellenheizung abhängig vom gewählten Magnetfeld des magnetischen Einschlusses ergeben. Zur Heizung müssen möglichst hohe Leistungen bei Frequenzen größer als 28 GHz erzielt werden. Am besten erfüllen die Kriterien so genannte Gyrotrons [1]. Das sind Vakuumröhren, die im aktuellen Entwicklungsstand Ausgangsleistungen von mehr als 1 MW bei Frequenzen von bis zu 170 GHz erzeugen. Gyrotrons beruhen auf der Wechselwirkung eines Elektronenstrahls mit einem Hochfrequenzfeld in einem zylindrischen, übermodigen Resonator. Aktuelle Forschungs- und

Entwicklungsprojekte haben das Ziel, die Ausgangsleistung weiter zu steigern und den Wirkungsgrad zu verbessern. Dabei ist die Bündelung der Mikrowelle in den Auskopplungssystemen entscheidend, damit möglichst die Gesamtheit der erzeugten Leistung im Plasma absorbiert werden kann. Da diese Systeme zur Auskopplung der Hochfrequenz bezogen auf die Wellenlänge sehr große Abmessungen haben, ist die numerische Simulation bisher im Zweidimensionalen mit Approximationen durchgeführt worden. In der vorliegenden Arbeit wurde eine Simulation entwickelt, die die Felder numerisch effizient im Dreidimensionalen berechnet.

## 1.1 Hochleistungsröhren – Stand der Technik

Zur Erzeugung höchster Ausgangsleistungen im Mikrowellenbereich kommen heute, obwohl die Entwicklung der Halbleitertechnik immer weiter voranschreitet, nach wie vor Vakuumröhren zum Einsatz. Bei Frequenzen von wenigen Gigahertz werden Laufzeitröhren wie Magnetron, Klystron und Wanderfeldröhre eingesetzt. Da mit steigender Frequenz immer kleiner werdende Verzögerungsstrukturen, die die Phasengeschwindigkeit von elektromagnetischer Welle und Elektronenstrahl einander anpassen („langsame Wellen“), zur Beschränkung werden, werden Röhren eingesetzt, bei denen die Phasenfokussierung transversal zum Elektronenstrahl erfolgt. Da die Nutzung der Elektron-Zyklotron-Wechselwirkung mit Wellen großer Phasengeschwindigkeit („schnelle Wellen“) arbeitet, kommen keine Verzögerungsstrukturen zum Einsatz. Gyrotrons, die auf dieser Wechselwirkung basieren, stellen Leistungen bis 1 MW im Frequenzbereich von 100 bis 170 GHz zur Verfügung. Damit decken sie den Frequenzbereich oberhalb der Klystrons mit hohen Ausgangsleistungen ab, wie aus Bild 1.2 hervorgeht.

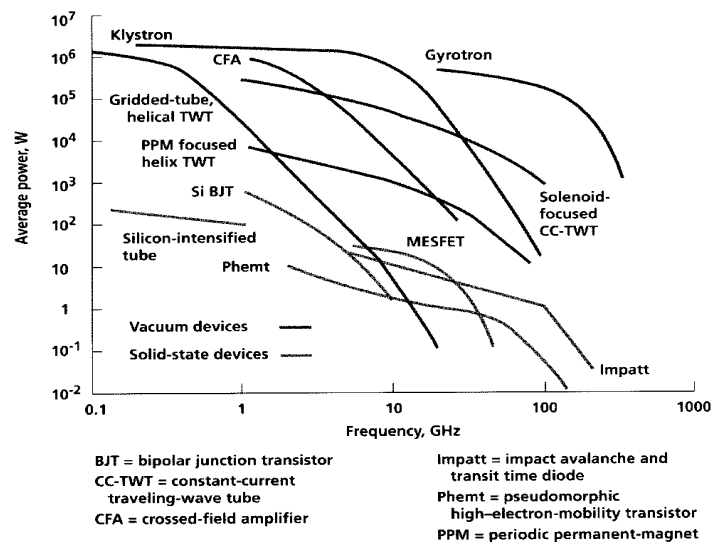


Bild 1.2: Gyrotrons im Vergleich zu anderen Hochleistungsmikrowellenquellen aus [2].

Das hauptsächliche Einsatzgebiet von Gyrotrons ist, wie bereits oben ausführlich dargestellt, das Deponieren von Leistung in Plasmen, um leichte Atomkerne miteinander zu

verschmelzen. Ein weiteres relativ junges Einsatzgebiet ist die Materialprozesstechnik [3]. Da der Verlustwinkel vieler Materialien mit der Frequenz steigt, also die Absorption von Mikrowellen im Material mit der Frequenz zunimmt, eignen sich Gyrotrons als Quellen für das schnelle und effektive Sintern von Keramiken und Pulvermetallen. Aufgrund der hohen Ausgangsleistung eignet sich das Gyrotron auch als Sender eines Radars. In [4] wurde die Anwendung in einem Dopplerradar vorgeschlagen. Die Umsetzung in ein Kurzpuls-Hochleistungs-Radars stellen die Beiträge [5, 6] dar.

Die Entwicklung von Gyrotrons für die Fusionsforschung wird weltweit vorangetrieben. Die dabei führenden wissenschaftlichen Institute sind in Deutschland, Japan, Russland und den USA angesiedelt. Herausragende Erfolge stellen die Erzeugung von 930 kW über eine Pulslänge von 30 ns bei einer Frequenz von 140 GHz sowie das Erreichen von 2,2 MW bei 165 GHz und einer Pulslänge kleiner als 10 ns dar. Beides wurde am Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik (IHM) des Forschungszentrums Karlsruhe (FZK) erreicht. Gegenwärtig werden Röhren mit einer Frequenz von 170 GHz für den Einsatz am internationalen thermonuklearen experimentellen Reaktor (ITER) [7] entwickelt. Dabei treten zwei Konzepte in Konkurrenz: Die Erzeugung der Hochfrequenz im konventionellen Zylinderresonator und die in einem Zylinderresonator mit koaxialem Innenleiter. Der koaxiale Aufbau ermöglicht es, Moden noch höherer Ordnung einzusetzen, und damit theoretisch höhere Ausgangsleistungen zu erzielen. Bis heute konnte ein Langpulsbetrieb noch nicht demonstriert werden. Mit dem konventionellen Zylinderresonator liegen hingegen wesentlich mehr experimentelle Erfahrungen vor. Diese Gyrotrons werden bisher für eine ausgesuchte Resonatormode entwickelt, also für eine feste Frequenz. Eine weitere Richtung bei der Entwicklung von Gyrotrons ist, nacheinander verschiedene Moden im Resonator anzuregen, also eine Röhre mit mehreren diskreten Ausgangsfrequenzen zu konstruieren. Die Umsetzbarkeit für Hochleistungs-gyrotrons mit radialer Auskopplung wurde erstmals am FZK im Frequenzbereich zwischen 114 GHz und 166 GHz mit Ausgangsleistungen zwischen 0,85 und 1,05 MW je nach Frequenz gezeigt [8]. Da die Frequenz des Gyrotrons vom Magnetfeld im Resonator abhängt, worauf im nächsten Abschnitt näher eingegangen wird, muss dieses entsprechend der Frequenz gewählt werden. In [9] wird die Umsetzung der schnellen Änderung der Frequenz mit einem Hybrid-Magnetsystem dargestellt. Bisher kamen bei Versuchen mit Mehrfrequenz-Gyrotrons nur konventionelle Resonatoren zum Einsatz, [10] zeigt, dass ein Mehrfrequenz-Betrieb auch mit koaxialem Resonator möglich ist. Aktuell wird am Experiment ASDEX Upgrade (Axialsymmetrisches Divertorexperiment) des Max-Planck-Instituts für Plasmaphysik ein Gyrotron mit zwei Ausgangsfrequenzen eingesetzt [11]. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Hochfrequenz-Auskopplung von Gyrotrons unter dem speziellen Aspekt des Mehrfrequenz-Betriebs. Konkret wird hierbei die Auskopplung des bei ASDEX Upgrade eingesetzten Gyrotrons betrachtet. Die Relevanz von Mehrfrequenz-Gyrotrons für zukünftige Fusionsreaktoren unterstreicht [12] am Beispiel von ITER.

Eine weitaus umfassendere Darstellung mit aktuellen Forschungs- und Entwicklungsergebnissen von Gyrotronröhren findet man in [13].

## 1.2 Gyrotron

Gyrotrons sind Vakuumelektronenröhren, die sehr hohe Leistungen bei Wellenlängen im Millimeterbereich erzeugen. Das Gyrotron gehört zur Familie der Zyklotron-Resonanz-Maser. Sein Name kommt aus dem Griechischen von „**Gyros**“ (deutsch: Kreis) und „**Elektron**“. Die Funktionsweise beruht auf der Energieabgabe eines energiereichen Elektronenstrahls an ein elektromagnetisches Feld in einem Resonator [14, 15]. Die Beschreibung der relativistischen Wechselwirkung kann vom quantenelektronischen Standpunkt aus beschrieben werden [16, 17]. Wesentlich anschaulicher, und durch den geringen Abstand und die hohe Ordnung der quantenmechanischen Zustände gerechtfertigt, ist das klassische Modell [18, 19], auf das hier näher eingegangen wird. Zuvor wird der Aufbau eines modernen Gyrotrons anhand der schematischen Darstellung in Bild 1.3 erläutert [20, 21, 22].

### 1.2.1 Aufbau

Ein Gyrotron ist eine Vakuumröhre, durch die sich ein Elektronenstrahl vom unteren Ende, wie in Bild 1.3, bis ganz nach oben bewegt. Es kann in folgende Komponenten zerlegt werden: Elektronenkanone (Gun), Elektronen-Kompressionszone, Resonator, quasi-optischer Wellentypwandler, Kollektor, Hochfrequenzausgangsfenster, Röhrengehäuse und Magnete.

Die Elektronenkanone ist zylindersymmetrisch aufgebaut. Aus ihrer ringförmigen, geheizten Kathode treten thermisch angeregte Elektronen aus. Durch die Beschleunigungsspannung zwischen Kathode und Anode und das axiale Magnetfeld werden die ringförmig emittierten Elektronen auf helixförmige Bahnen mit dem Larmorradius  $r_L$  gezwungen. Aus Bild 1.4 geht anschaulich hervor, dass die Elektronenkanone einen Hohlstrahl emittiert, dessen Durchmesser durch den Emitterring bedingt ist. Die Wanddicke des Strahls, die etwa vier Larmorradien beträgt, ist durch die sich auf helixförmigen Bahnen mit dem Larmorradius, der wesentlich kleiner ist als der Radius des Hohlstrahls, fortbewegenden Elektronen bestimmt.

Oberhalb der Elektronenkanone wird der Elektronenstrahl in der Kompressionszone durch die in Richtung des Resonators ansteigende magnetische Flussdichte komprimiert. Dabei wird das Verhältnis von Quergeschwindigkeit  $v_{\perp}$  zu Parallelgeschwindigkeit  $v_{\parallel}$  der Elektronen erhöht, so dass der größere Teil der kinetischen Energie in der transversalen Bewegung enthalten ist. Daran schließt sich der Resonator an.

Entsprechend des Aufbaus des Resonators werden zwei Gyrotrontypen unterschieden: konventionelle und koaxiale Gyrotrons. In beiden Fällen wird ein nach beiden Seiten offener Zylinderresonator verwendet, der sich in Richtung der Elektronenkanone verjüngt (Cut-off<sup>1</sup>), so dass das angeregte elektromagnetische Feld zurück in den Resonator reflektiert wird. In Richtung des Kollektors weitet sich der Zylinder konisch auf, damit ein Teil der Energie der stehenden Resonatormode in eine sich ausbreitende Welle überführt wird. Bei koaxialen Gyrotrons enthält dieser Zylinderresonator zusätzlich einen

---

<sup>1</sup>Durchmesser, unterhalb dessen eine Mode bei einer bestimmten Frequenz im Hohlleiter nicht mehr ausbreitungsfähig ist.

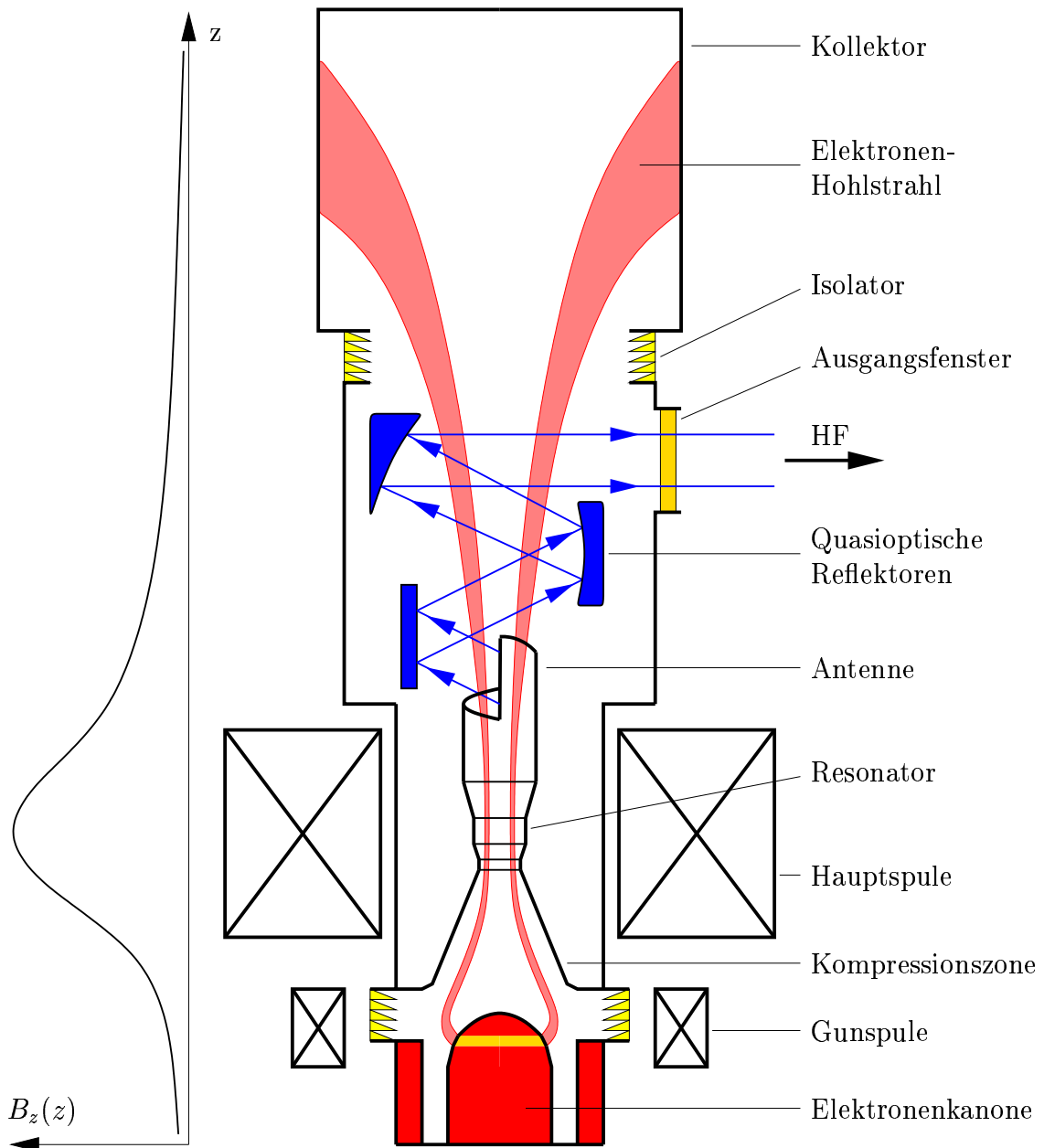


Bild 1.3: Schematischer Aufbau einer Gyrotronröhre mit zylindrischem Resonator und radialer Auskopplung.

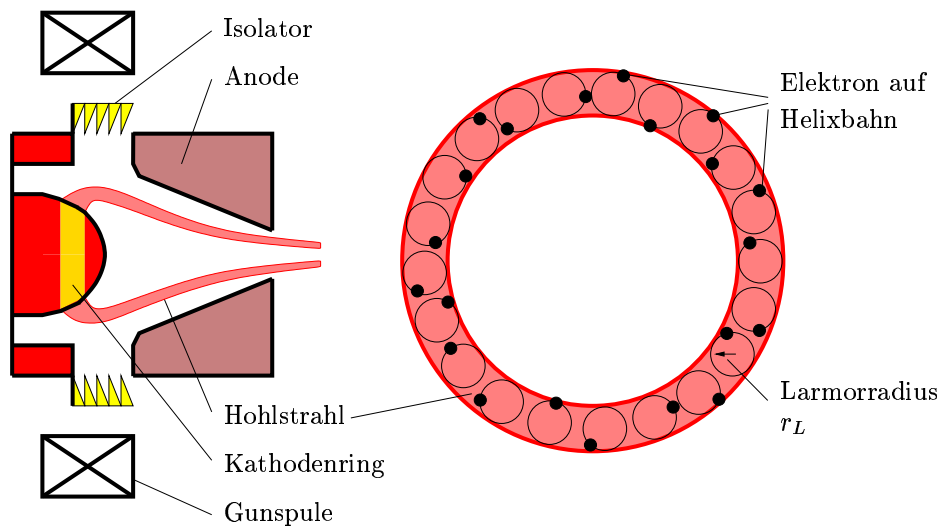


Bild 1.4: Die Elektronenkanone erzeugt einen Hohlstrahl.

Innenleiter. Damit erreicht man durch geeignete Wahl des Innenleiters, dass der Frequenzabstand von einer Hauptmode zu ihren Nachbarmoden größer wird. Im Resonator findet der Energieaustausch zwischen den mit der Zyklotronkreisfrequenz  $\Omega_c$  gyrierenden Elektronen und dem transversal elektrischen Hochfrequenzfeld statt. Auf die Wechselwirkung wird in Abschnitt 1.2.2 näher eingegangen.

Der sich anschließende quasi-optische Wellentypwandler besteht aus einer Rundhohlleiterantenne, in diesem Zusammenhang auch Launcher genannt, und quasi-optischen Reflektoren. Der Launcher trennt den Elektronenstrahl räumlich von der elektromagnetischen Welle. Die Elektronen fliegen weiter, bis sie auf den Kollektor auftreffen. Die elektromagnetische Welle wird über die quasi-optischen Reflektoren zu einer Gauß'schen Freiraummode fokussiert und umgelenkt.

Der Hochfrequenzstrahl verlässt das Gyrotron durch das Ausgangsfenster, das aus dielektrischem Material besteht. Dieses Fenster muss den unter Hochvakuum stehenden Bereich dicht abschließen und soll für die Ausgangsfrequenz eine möglichst geringe Absorption und Reflexion, also eine hohe Transmission aufweisen. Auftretende Verluste müssen thermisch abgeführt werden.

Der Kollektor fängt die Elektronen, die den divergierenden Magnetfeldlinien folgen, nach der Wechselwirkung wieder auf. Sie geben dort ihre Restenergie ab, was eine möglichst große Oberfläche erforderlich macht. Zur Vermeidung von Deformationen muss die entstehende Wärme abgeleitet werden. Zur besseren Ausnutzung der Kollektoroberfläche wird ein Wobbeln des Elektronenstrahls vorgenommen [23, 24, 25].

Das Röhrengehäuse umschließt die Komponenten, um im Inneren das Vakuum aufrecht zu erhalten. Um die Elektronenkanone herum ist die Gunspule angeordnet. Sie lässt eine Fokussierung des Elektronenstrahls zu. Den Resonator umschließt eine supraleitende Hauptspule. Das Magnetfeld längs der Gyrotronachse ist an der Elektronenkanone gering, steigt zum Resonator auf ein Maximum an und fällt zum Kollektor wieder ab, wie in Bild 1.3 links dargestellt.

### 1.2.2 Gyro-Wechselwirkung

Die thermisch angeregten Elektronen werden durch die Elektronenkanone zu einem ringförmigen Elektronenhohlstrahl geformt. Aufgrund des angelegten axialen Magnetfeldes beschreiben die Elektronen während des Fluges Helixbahnen. Wesentlich für die Wechselwirkung ist, dass der Radius der Rotationsbewegung, auch Larmorradius genannt, wesentlich kleiner ist als der Radius des Elektronenhohlstrahls [26]. Der Larmorradius  $r_L$  lässt sich aus der Elektronenruhemasse  $m_e$ , der Elementarladung  $e$ , der axialen magnetischen Flussdichte  $B$  und der Quergeschwindigkeit  $v_\perp$  der Elektronen, die senkrecht zum Magnetfeld besteht, berechnen.

$$r_L = \frac{m_e v_\perp}{eB} \quad (1.2)$$

Da die statische Magnetfeldstärke in der Kompressionszone zunimmt, wird die transversale Geschwindigkeitskomponente  $v_\perp$  aufgrund der Invarianz des magnetischen Moments größer. Die Rotation der Elektronen, in diesem Zusammenhang auch als Gyration bezeichnet, wird schneller. Die Rotationsfrequenz der Elektronen heißt Elektronen-Zyklotronresonanzkreisfrequenz  $\Omega_c$ .

$$\Omega_c = 2\pi f_c = \frac{eB}{m_e \gamma} \quad (1.3)$$

Die Elektronen bewegen sich bereits schnell, so dass die Elektronenmasse relativistisch betrachtet werden muss. Der relativistische Massenkorrekturfaktor  $\gamma$  ergibt sich aus:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c_0)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (v_\perp/c_0)^2 - (v_\parallel/c_0)^2}} \quad (1.4)$$

Aufgrund des Gesetzes über die Energieerhaltung nimmt die Geschwindigkeit in longitudinaler Richtung ab, wenn die transversale Geschwindigkeit zunimmt. Gleichzeitig verkleinert sich der Strahlradius. Die Elektronen müssen zur Ankopplung an das transversal elektrische Feld (TE-Mode) im Resonator ihre Energie direkt an der Position des transversalen Feldstärkemaximums an die Mode transferieren. Also muss der Radius des Hohlstrahls dem Radius entsprechen, den das Feldstärkemaximum hat.

Wie aus Bild 1.4 ersichtlich, sind die Phasenlagen der Elektronen beim Austritt aus der Elektronenkanone statistisch gleich verteilt. Dies ändert sich bis zum Eingang des Resonators nicht. Treten die Elektronen in den Resonator ein, in dem das elektrische Feld der TE-Mode orthogonal zur Gyrationssachse der Elektronen liegt, werden sie in azimuthaler Richtung je nach Eintrittsphase beschleunigt oder verzögert. Die Elektronen-Zyklotronkreisfrequenz ändert sich also nach Gleichung (1.3). Aufgrund der relativistischen Massenänderung sinkt bzw. steigt die Elektronen-Zyklotronfrequenz bei einer Beschleunigung bzw. einer Verzögerung. Dies führt zu einer Synchronisation, der so genannten Phasenfokussierung (Bunching), der anfangs statistisch verteilten Phasen, die in Bild 1.5 dargestellt ist.

Geht man von einer Übereinstimmung von Elektronen-Zyklotronfrequenz und Hochfrequenzfeld aus, so wird bei einer Abbremsung des Elektrons der überstrichene Winkelbereich nach einer Periode des Hochfrequenzfeldes durch die relativistische Massenänderung des Elektrons größer sein, weil sich die Elektronen-Zyklotronfrequenz  $\Omega_c$  durch



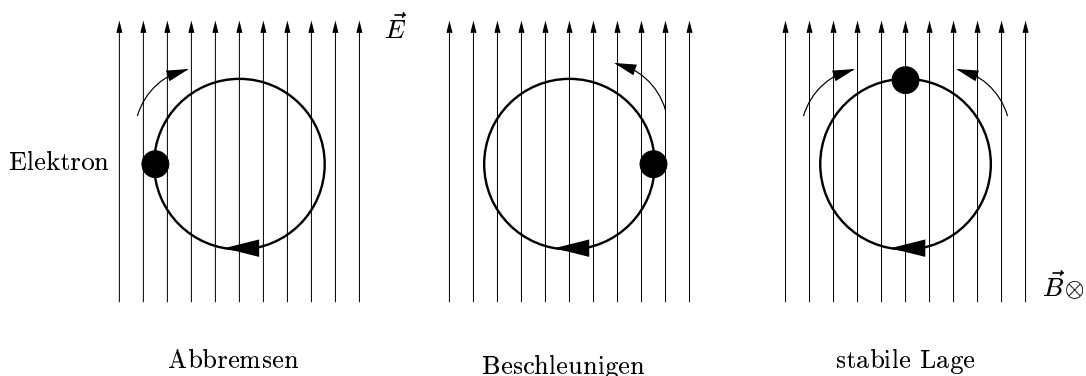


Bild 1.5: Phasensynchronisation.

die Abbremsung erhöht hat. Umgekehrt, bei einer Beschleunigung des Elektrons, wird der überstrichene Winkelbereich des Elektrons kleiner sein, da sich  $\Omega_c$  verringert hat. Unabhängig von der Anfangsphase werden sich die Elektronen daher der stabilen Lage, wie rechts in Bild 1.5 veranschaulicht, einpendeln. Also werden die Phasenlagen der Elektronen beim Durchlaufen des Resonators synchronisiert.

Ein Hochfrequenzfeld, dessen Frequenz ein wenig größer ist als die Elektronen-Zyklotronkreisfrequenz  $\Omega_c$ , entzieht dem Elektronenstrahl Energie, da die Elektronen im Mittel abgebremst werden. Wirkt das Hochfrequenzfeld aber zu lange auf die einzelnen Elektronen ein, so verlassen sie die günstige Phasenlage und nehmen wieder Energie aus dem Hochfrequenzfeld auf. Dies nennt man Overbunching.

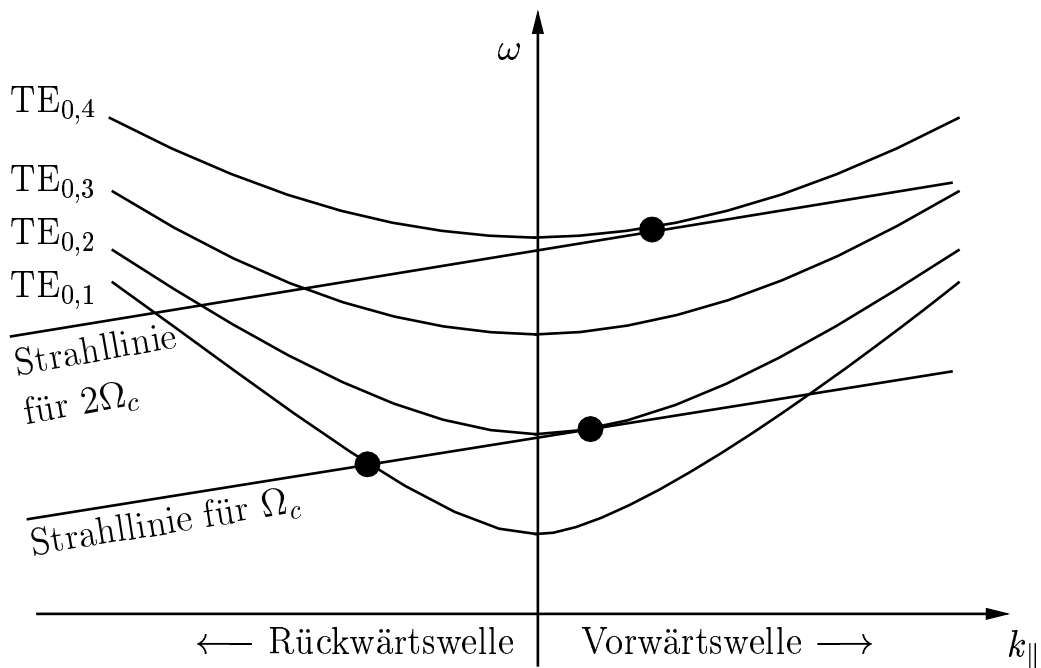


Bild 1.6: Brillouin-Diagramm.

Aus der Phasenbedingung von Hochfrequenzfeld und Elektronen lässt sich die Resonanzbedingung im Gyrotronresonator herleiten. Veranschaulicht wird diese im so genannten Brillouin-Diagramm, das exemplarisch für  $TE_{0,n}$ -Moden in Bild 1.6 dargestellt ist. Hier ist die Kreisfrequenz der Hochfrequenzschwingung  $\omega$  über der longitudinalen Wellenzahl  $k_{\parallel}$  für verschiedene Moden aufgetragen. Betrachtet man einen Ort  $z$ , so beträgt die Phase des Elektrons hier  $\Omega_c t$ , und für die Phase des Hochfrequenzfeldes ergibt sich  $\omega t - k_{\parallel} z$  am gleichen Ort. Aus der Forderung, dass die Phase des Hochfrequenzfeldes am Ort des Elektrons synchron zur Rotationsbewegung sein soll, also die Differenz der Phasen im Resonator verschwinden soll, ergibt sich für die Resonanzbedingung:

$$\omega t - k_{\parallel} v_{\parallel} t - \Omega_c t = 0 \quad (1.5)$$

Da eine Resonanz auch bei höheren Harmonischen  $s\Omega_c$  ( $s = 1, 2 \dots$ ) möglich ist, ergibt sich die Gleichung für eine Strahllinie allgemein zu

$$\omega = k_{\parallel} v_{\parallel} + s\Omega_c, \quad (1.6)$$

die in Bild 1.6 als Gerade eingezeichnet ist. Immer dort, wo sie die Dispersionshyperbel

$$\omega = c_0 \sqrt{k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2} \quad (1.7)$$

berührt, ist die Phase synchron, also eine Oszillation möglich. Liegt die Strahllinie tangential zur Hyperbel und die Resonatormode befindet sich nahe des Cut-offs bei  $k_{\parallel} = 0$ , wie es in Bild 1.6 für die  $TE_{0,2}$ -Mode eingezeichnet ist, so handelt es sich um eine klassische Gyro-Wechselwirkung. Der Schnitt der Strahllinie mit der  $TE_{0,1}$ -Mode bei negativem  $k_{\parallel}$  beschreibt die Resonanzbedingung eines Gyrorückwärtswellenoszillators.

Die Resonanz für eine Harmonische der Elektronen-Zyklotronfrequenz ist in Bild 1.6 für den Fall  $s = 2$  aus Gleichung (1.6) eingezeichnet. Die Anregung von Harmonischen wird umgesetzt, um mit einem kleineren Magnetfeld trotzdem hohe Frequenzen zu realisieren.

### 1.3 Quasi-Optische Wellentypwandler

Quasi-optische Wellentypwandler haben ihren Namen der Tatsache wegen, dass ähnliche Mechanismen wie in der Optik Verwendung finden, um die Wandlung der Resonatormode in einen Ausgangsstrahl, der das Gyrotron verlässt, zu realisieren. Sie haben zwei Aufgaben:

- Sie entkoppeln Hochfrequenz und Elektronenstrahl voneinander.
- Sie fokussieren die Hochfrequenz zu einem paraxialen Strahl, der die Röhre radial durch ein Fenster verlässt.

Zur Realisierung bedient man sich zweier prinzipiell unterschiedlicher Mechanismen:

- Die Mode, die im Resonator angeregt wird, liegt als Hohlleitermode vor und muss in eine Freiraummode überführt werden. Hierzu dient eine spezielle Hohlleiterantenne, der so genannte Launcher. Es handelt sich dabei um einen Rundhohlleiter, der am resonatorfernen Ende helikal aufgeschnitten ist (Cut). Durch das Vorhandensein eines definierten Modengemisches am Cut wird eine Fokussierung der Hochfrequenz herbeigeführt. Um dieses Gemisch zu erzeugen, muss die Mode, die im Resonator angeregt wird, in eine Mischung mehrerer Moden gewandelt werden. Die Wandlung der Mode in Nachbarmoden erreicht man durch geeignete Deformationen in der Wand des Hohlleiters. Je nach Art der Deformation werden Moden verschiedener Ordnung angeregt. Auf diese Weise erzeugt man einen gerichteten Hochfrequenzstrahl mit einem bestimmten Feldprofil. Für die weitere Übertragung der Leistung in einer Anordnung aus Reflektoren ist die Eigenmode einer Anordnung aus Reflektoren zu bevorzugen, die der Gauß'schen Grundmode entspricht. Daher wird die Abstrahlcharakteristik des Launchers auf das Feldprofil einer Gauß'schen Grundmode hin optimiert.
- Die weitere Umformung eines Strahls in die Gauß'sche Grundmode lässt sich mit Reflektoren vergleichsweise einfach erreichen, da durch Wahl des Krümmungsradius beziehungsweise des Profils der Oberfläche sich ein Gauß'scher Strahl in einen anderen mit definierter Strahltaile und Lage der Taille überführen lässt. Daher nutzt man die fokussierenden Eigenschaften von Reflektoren in der so genannten Spiegelleitung zur weiteren Transformation des Hochfrequenzstrahls aus dem Launcher. Je nach Krümmung eines Reflektors kann der Strahl stärker oder weniger stark gebündelt werden. Orthogonale Achsen des Strahls können voneinander unabhängig behandelt werden, somit ist ein elliptischer Strahl in einen runden Strahl wandelbar. Die Transformationseigenschaften dieser Reflektoren entsprechen den Eigenschaften von Linsen in der Optik. Die Abmessungen der Reflektoren bestimmen sich aus der Feldverteilung auf der Reflektoroberfläche.

Die grundlegende Anordnung der Komponenten eines quasi-optischen Wellentypwandlers ist in Bild 1.7 skizziert. Vereinfachend kann man sich die Wirkungsweise durch geometrische Optik verdeutlichen. Jedoch ist hierbei immer zu beachten, dass ein Fokus der Hochfrequenzstrahls gegen die Betrachtung der geometrischen Optik eine räumliche Ausdehnung hat, die nicht vernachlässigbar ist.

Der Strahl wird vom Launcher, wie aus Bild 1.7 ersichtlich, nach der Wandlung der Resonatormode in ein Gemisch aus mehreren Moden, abgestrahlt. Der Abstrahlwinkel entspricht etwa dem Brillouinwinkel der Resonatormode. Der erste Reflektor ist so geformt, dass er das abgestrahlte Feld in eine Welle mit einer annähernd ebenen Phasenfront transformiert. Dazu kommt ein quasi-elliptischer Reflektor zum Einsatz. Die weiteren beiden Reflektoren haben die Aufgabe, den Strahl auf die vorgegebene Taille eines Strahls in die Gauß'sche Grundmode in der Nähe der Fensterebene zu transformieren. Die Oberflächenkonturen dieser Reflektoren werden in zwei Kategorien eingeteilt:

- Reflektoren, deren Oberfläche durch eine quadratische Funktion beschrieben werden können. Sie haben nur eine fokussierende Wirkung. Reflektoren dieses Typs

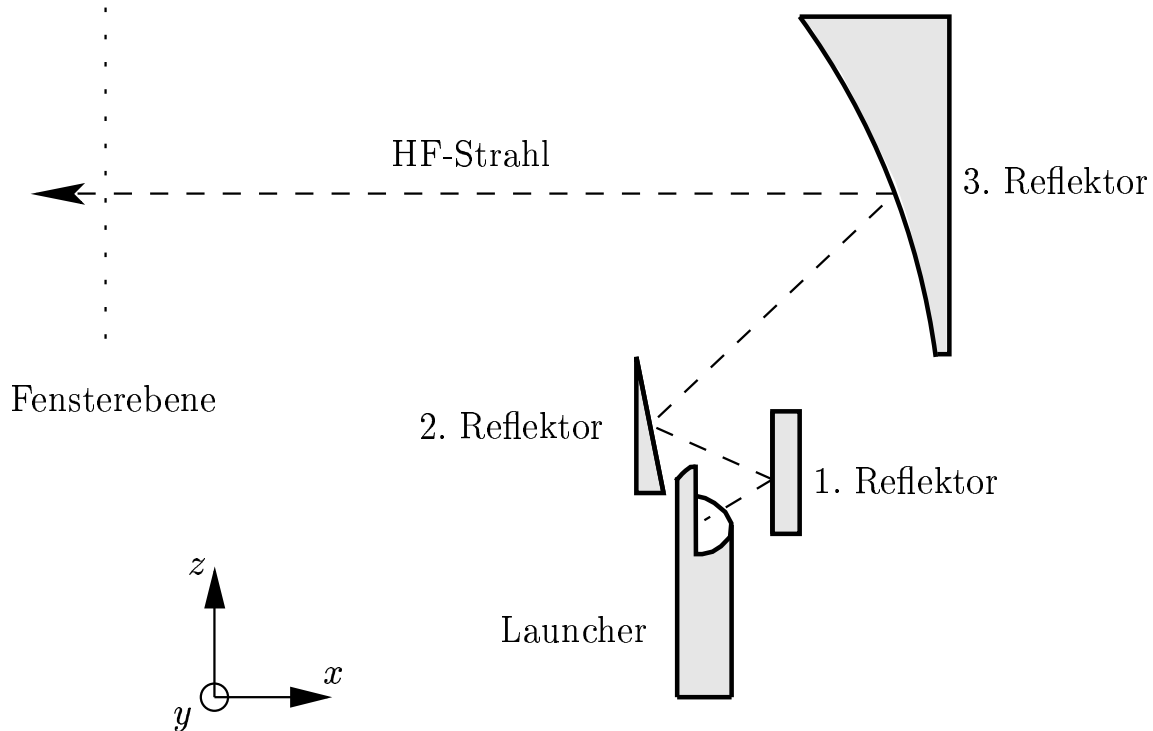


Bild 1.7: Querschnitt durch den quasi-optischen Wellentypwandler.

werden in dieser Arbeit verwendet und daher wird in Abschnitt 2.5.2 näher auf sie eingegangen.

- Reflektoren, die an den speziellen Phasenverlauf des Feldes auf der Reflektoroberfläche angepasst sind und deren Oberfläche sich nicht durch eine quadratische Funktion beschreiben lässt. Sie werden als adaptierte phasenkorrigierende Reflektoren bezeichnet. Die Optimierung der Oberfläche eines solchen Reflektors ist in [27] beschrieben. Um einen möglichst glatten und flachen Spiegel zu erhalten wird die maximale Amplitude der Modulation auf eine halbe Wellenlänge umgesetzt.

Für die Abstrahlung aus der Vakuumröhre in den Freiraum ist ein Ausschnitt in dem den quasi-optischen Wellentypwandler umgebenden Metallzylinder notwendig, der für die Hochfrequenz transparent ist. Als so genanntes Ausgangsfenster wird ein dielektrisches Material mit möglichst geringen Verlusten und guten thermo-mechanischen Eigenschaften eingesetzt. Treten dennoch Verluste bei Durchtritt der Hochfrequenz auf, so muss die entstehende Wärme abgeführt werden. Daher wird hier bei Langpulsröhren synthetischer Diamant verwendet. Der Radius des Strahls in der Ebene des Fensters wird durch dessen Apertur bestimmt.

## 1.4 Thema und Struktur dieser Arbeit

Die Entwicklungen der vergangenen Jahre haben die Beschränkungen moderner Hochleistungsgyrotrons vor Augen geführt. Hier ist in erster Linie die Auskopplung der Leistung aus der Vakuumröhre zu nennen. Je höher die Ausgangsleistungen der Röhren werden, desto wichtiger ist es, dass möglichst wenig der erzeugten Leistung durch Beugungsverluste in der Röhre verbleibt, da dies zusätzliche Verluste sind, die Komponenten aufheizen und den Wirkungsgrad verringern. Bleibt der relative Anteil der Verlustleistung gleich, wird aber die Ausgangsleistung erhöht, so verbleibt mehr der als Streustrahlung bezeichneten Verlustleistung in der Röhre. Daher wäre es wünschenswert auch den Absolutbetrag abzusenken. Denn geringste Verluste beim Transport der Mikrowellenleistung oder Abweichungen in der Anpassung von Quelle und Last können dazu führen, dass unerwartete Effekte, unter anderem auch die Beeinflussung der Gyro-Wechselwirkung im Resonator, auftreten und somit die Röhre nicht bei den Auslegungsparametern betrieben werden kann. Um diese Ziele zu erreichen, bedarf es einer weiteren Optimierung der quasi-optischen Wellentypwandler. Zu ihrer numerischen Analyse wurden bisher Launcher und Reflektoren getrennt voneinander betrachtet. Die Felder im Launcher wurden mit der Theorie gekoppelter Moden [28, 29] berechnet und die weitere Propagation zwischen zwei verkippten Ebenen mit dem schnellen Feldpropagator [30, 27, 31] durchgeführt. Um die bei diesen Verfahren eingegangenen Approximationen zu umgehen und den quasi-optischen Wellentypwandler als Ganzes zu modellieren, wurde eine dreidimensionale, numerisch effiziente Simulationsmethode entwickelt. Sie berechnet die Felder im gesamten quasi-optischen Wellentypwandler, der bezogen auf die Wellenlänge extrem groß ist. Mit diesem Ansatz wurden im Vergleich zu bisher angewandten Simulationsmethoden wesentlich bessere Übereinstimmungen zu Messungen der Feldverteilung erzielt. Damit wurde ein wichtiger Schritt vollzogen, um zum einen die Phänomene bei der Wandlung der Wellentypen zu verstehen und zum anderen einen Impuls für die Auslegung neuer Wellentypwandler und die Verifikation bestehender zu geben.

Weiterhin wurde Neuland betreten, indem ein breitbandiger quasi-optischer Wellentypwandler mit hohem Wirkungsgrad für mehrere diskrete Frequenzen ausgelegt wurde. Ausgehend von einem existierenden Wellentypwandler im Bereich zwischen 105 GHz und 143 GHz [32] wurden in der Entwicklung konzeptionelle Änderungen durchgeführt. So wurde durch Optimierung eine wesentliche Steigerung des Wirkungsgrades bei gleichzeitiger Senkung der Streustrahlung erreicht. Durch die dreidimensionale Feldberechnung wurde der für mehrere diskrete Frequenzen, also verschiedene Moden, dimensionierte Wellentypwandler verifiziert. Dadurch wurde gezeigt, dass der Betrieb eines Multifrequenz-Gyrotrons in bis zu neun Moden mit sehr geringer Streustrahlung realisierbar ist.

Diese Arbeit gliedert sich wie folgt: Zur Einführung in die Thematik wird in Kapitel 2 die Beschreibung von Feldern im Rundhohlleiter dargestellt. Sie bilden die Grundlage für das Wandeln von Leistung zwischen Moden im Hohlleiter. Dieses Prinzip wird im bereits oben kurz beschriebenen Launcher, auf den dort im speziellen eingegangen wird, zur Erzeugung einer Aperturbelegung verwendet. Wie sich auch im quasi-optischen Wel-

Wellentypwandler die Reflektoren an den Launcher anschließen, werden zum Abschluss des Kapitels einige grundlegende Eigenschaften der eingesetzten Reflektoren dargestellt.

Im dritten Kapitel wird zuerst die Theorie der für quasi-optische Wellentypwandler neuartigen Simulation, die auf der elektrischen Feldintegralgleichung beruht, betrachtet. Diese Methode ermöglicht es erstmalig – durch numerisch effiziente Berechnung – die dreidimensionale Simulation der Felder im quasi-optischen Wellentypwandler und lässt sich durch ihre allgemeine Formulierung auch flexibel für die elektrische Feldberechnung von Problemen, deren Abmessung bezogen auf die Wellenlänge groß ist, einsetzen. Hier wird auf die spezielle Anwendung für quasi-optische Wellentypwandler eingegangen und Simulationsergebnisse mit durchgeführten Messungen verglichen.

Aufgrund der Abmessungen benötigt die dreidimensionale Berechnung eine erhebliche Rechenzeit, so dass für die Synthese von Wellentypwandlern eine Kombination aus Rechnung mit dem elektrischen Feldintegral und dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral zur Beschleunigung der Rechnung in Kapitel 4 dokumentiert wird. Es schließt sich ein Vergleich der unterschiedlichen Simulationsansätze gegeneinander und zu den Messungen an.

Die Anwendung der Methoden bei der Auslegung eines quasi-optischen Wellentypwandlers steht in Kapitel 5 im Vordergrund. Zum Entwurf der Reflektoren wurde erstmals die Theorie der Transformation Gauß'scher Strahlen herangezogen. Auf dieser Grundlage wird gezeigt, dass Launcher und Reflektoren breitbandig mit hohem Wirkungsgrad optimiert werden können. In der für ein vorhandenes Gyrotron durchgeführten Studie werden für neun Moden im Frequenzbereich zwischen 105 GHz und 143 GHz für den quasi-optischen Wellentypwandler Wirkungsgrade, die in der Größenordnung monofrequenter Wellentypwandler liegen, erreicht.

Zum Abschluss dieser Arbeit werden die Ergebnisse zusammengefasst und ein Ausblick auf für die Zukunft mögliche weitere Entwicklungen gegeben.

## 2 Quasi-optische Wellentypwandler

Diese Arbeit befasst sich mit der Simulation von quasi-optischen Wellentypwandlern, die in Hochleistungs-Millimeterwellen-Gyrotrons zur Auskopplung der Hochfrequenz eingesetzt werden. Diese Auskoppelsysteme basieren auf dem Prinzip der Wandlung von Moden im Rundhohlleiter mit angeschlossener Übertragungsstrecke aus Reflektoren. Die Namensgebung 'quasi-optischer Wellentypwandler' rührt vom Prinzip der Modenwandlung zum einen, andererseits können Millimeterwellen in diesem Bereich bereits gut in geometrischer Optik beschrieben werden, weil sie sich entlang einer Achse – wie optische Strahlen – ausbreiten [33, 34].

Im folgenden werden daher die Feldverteilungen im Rundhohlleiter hergeleitet. Sie bilden die Grundlage für die Wandlung der Feldprofile in den im Anschluss besprochenen Modenwandlern. Eine Spezialanwendung von Modenwandlern stellen die so genannten Launcher der quasi-optischen Wellentypwandlern in Gyrotrons dar. Ihre Optimierung zur Abstrahlung eines möglichst gaußförmigen Feldes wird betrachtet. Zum Schluss dieses Kapitels wird auf die Oberflächen der eingesetzten Reflektoren näher eingegangen.

### 2.1 Moden im Rundhohlleiter

Im Rundhohlleiter gibt es wie im Rechteckhohlleiter bei gegebener Frequenz endlich viele Wellentypen, so genannte Moden, die charakteristische Feldprofile repräsentieren. Sie müssen den Randbedingungen im Rundhohlleiter genügen. Zweckmäßigerweise wird die Beschreibung in Zylinderkoordinaten in der Terminologie aus Bild 2.1 dargestellt:

Damit sind die drei Koordinatenrichtungen von einem Aufpunkt aus festgelegt. Der radiale Abstand zur Rotationsachse des Zylinders wird mit  $r$  bezeichnet, der Winkel zu einer frei wählbaren Bezugsebene mit  $\phi$  und der Ort in Bezug auf die Ausbreitungsrichtung der Welle mit  $z$ .

Im allgemeinen Fall existieren jeweils von E- und H-Feld eine Komponente in jeder Raumrichtung:

- $E_r, H_r$  in Richtung des Radiusvektors
- $E_\phi, H_\phi$  in der Querschnittsebene senkrecht zum Radiusvektor
- $E_z, H_z$  in Ausbreitungsrichtung

Da hier das Feld in einem metallischen Hohlleiter betrachtet werden soll, wird im folgenden vorausgesetzt, dass der Feldraum ladungsfrei und stromfrei ist. Die metallische Wand der Hohlleiters wird außerdem als ideal leitend betrachtet. Des weiteren folgt aus den Maxwell-Gleichungen, dass im homogenen, isotropen Medium die Momentanwerte der E- und H-Feldkomponenten in Zylinderkoordinaten der Wellengleichung genügen:

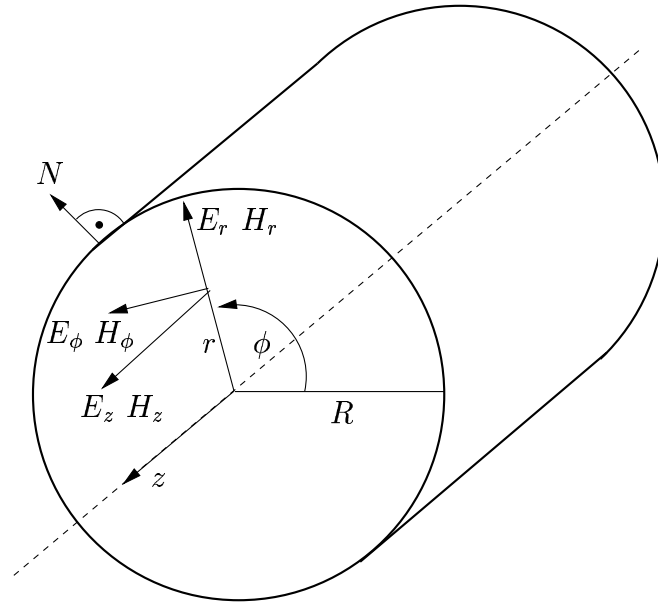


Bild 2.1: Zylinderkoordinaten im Rundhohlleiter.

$$\Delta U = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

An den Wänden des Hohlleiters bei  $r = R$  müssen folgende Randbedingungen erfüllt sein [35]:

- Das tangential elektrische Feld auf der Hohlleiterwand muss verschwinden:

$$E_{tan} = 0 \quad (2.2)$$

Dies entspricht in Zylinderkoordinaten  $E_\phi = 0$  und  $E_z = 0$  an der Hohlleiterwand.

- Da die Wand des Hohlleiters als ideal leitend angenommen wird, besteht kein Feld in der Wand, also können an der Hohlleiterwand nur tangentiale magnetische Feldkomponenten existieren. Die normale Komponente muss verschwinden:

$$H_{norm} = 0 \quad (2.3)$$

Dies entspricht in Zylinderkoordinaten  $H_r = 0$  an der Hohlleiterwand.

- Wegen der Stetigkeit des elektrischen und magnetischen Feldes folgt, dass die Ableitungen der Felder an der Hohlleiterwand verschwinden müssen:

$$\frac{\partial H_{tan}}{\partial N} = 0 \quad \frac{\partial E_{norm}}{\partial N} = 0, \quad (2.4)$$

wobei  $N$  die Koordinate in Richtung der Wandnormalen ist, die in Zylinderkoordinaten dem radialen Vektor  $\vec{r}$  entspricht. In Zylinderkoordinaten entspricht dies



folgenden Komponenten an der Hohlleiterwand:

$$\frac{\partial H_\phi}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial H_z}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial E_r}{\partial r} = 0 \quad (2.5)$$

Transformiert man die Wellengleichung in Zylinderkoordinaten, erhält man:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

Um eine Lösung dieser Differentialgleichung zu erhalten, führt folgender Separationsansatz für transversal magnetische Moden (TM-Moden) zum Ziel:

$$E_z = P(r)Q(\phi) \quad (2.7)$$

Analog kann dieser Ansatz auch für transversal elektrische Moden (TE-Moden) für die  $z$ -Komponente des magnetischen Feldes angesetzt werden. Differenziert man Gleichung (2.7) entsprechend den in Gleichung (2.6) vorkommenden Ableitungen und setzt diese dann für  $U$  in Gleichung (2.7) ein, so erhält man, wenn man die Ausbreitungskonstante einer ebenen Welle mit einbezieht,

$$\left( \frac{d^2 P}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d^2 P}{dr^2} \right) Q + \left( \frac{1}{r^2} \frac{d^2 Q}{d\phi^2} \right) P + \left( \frac{\omega^2}{c_0^2} - k_z^2 \right) PQ = 0 \quad (2.8)$$

Setzt man die radiale Wellenzahl  $k_r$  zu

$$k_r^2 = \left( \frac{\omega^2}{c_0^2} - k_z^2 \right) \quad (2.9)$$

und stellt Gleichung (2.8) um, damit  $P$  und  $Q$  auf jeweils nur einer Seite des Gleichheitszeichens existieren, erhält man

$$\frac{r^2}{P} \left( \frac{d^2 P}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dP}{dr} + k_r^2 P \right) = -\frac{1}{Q} \frac{d^2 Q}{d\phi^2} \quad (2.10)$$

Dadurch hat man erreicht, dass auf jeder Seite des Gleichheitszeichens nur die Abhängigkeit von einer Variablen besteht – auf der linken Seite von  $r$  und auf der rechten von  $\phi$ . So folgt für beide Seiten der Gleichung (2.10), dass sie konstant sind. Führt man für die Konstante  $m^2$  ein und betrachtet die rechte Seite, erhält man

$$\frac{d^2 Q}{d\phi^2} + m^2 Q = 0 \quad (2.11)$$

Diese Gleichung lässt sich durch die trigonometrischen Funktionen

$$Q = \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \text{oder} \\ \sin(m\phi) \end{cases} \quad (2.12)$$

lösen. Da  $E_z$  und damit auch  $Q$  eine eindeutige Ortsabhängigkeit besitzt, müssen die Funktionen aus Gleichung (2.12) eine Periode von  $2\pi$  oder einem vielfachen davon besitzen. Also sind für  $m$  nur ganze Zahlen zugelassen. Scheinbar existieren zwei Ergebnisse für  $Q$ . Diese lassen sich aber ineinander überführen, da Sinus- und Kosinusfunktion sich nur durch eine Drehung des Bezugswinkels um  $\frac{\pi}{2}$  unterscheiden. Die Lösung ist also eindeutig und kann zu  $\cos(m\phi)$  vereinfacht werden.

Wenn die linke Seite von Gleichung (2.10) ebenfalls gleich der Konstanten  $m^2$  gesetzt wird, erhält man

$$\frac{d^2 P}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dP}{dr} + \left( k_r^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) P = 0 \quad (2.13)$$

Die allgemeinste Lösung dieser Differentialgleichung 2. Ordnung lautet

$$P = A J_m(k_r r) + B N_m(k_r r). \quad (2.14)$$

In dieser Gleichung bedeuten:

A, B	wählbare Konstanten
$J_m(k_r r)$	Besselfunktion $m$ -ter Ordnung
$N_m(k_r r)$	Neumannfunktion $m$ -ter Ordnung

Die Besselfunktionen  $J_m(k_r r)$  konvergieren für alle Argumente  $x < \infty$ . Hingegen divergieren die Neumannfunktionen  $N_m(k_r r)$  für  $r \rightarrow 0$ . Da in einem Rundhohlleiter auch auf der Symmetrieachse ein Feld existieren muss, das nicht unendlich groß werden kann, wird der Koeffizient  $B$  im Rundhohlleiter zu Null gesetzt. Auch an der Wand des Hohlleiters müssen die Randbedingungen erfüllt sein. Das Feld verschwindet, wenn die Besselfunktion Null wird. Also muss bei  $r = R$  eine Nullstelle der der Besselfunktion vorliegen. Damit wird die Lösung für den Hohlleiter physikalisch sinnvoll. Wird eine Koaxialleitung betrachtet, so gehört die Symmetrieachse nicht mehr zum Definitionsbereich, die Randbedingungen müssen also beim Radius des Mittelleiters erfüllt werden. Somit werden hier die Neumannfunktionen mit einbezogen.

Die Besselfunktion  $m$ -ter Ordnung kann für  $m = 0, 1, 2, \dots$  durch das bestimmte Integral

$$J_m(x) = \frac{(-j)^m}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \cos(m\phi) e^{jx \cos \phi} d\phi \quad (2.15)$$

berechnet werden.

Werden die Lösungen aus den Gleichungen (2.12) und (2.14) in Gleichung (2.7) eingesetzt und  $A$  als Amplitude der Feldstärke zu  $E_0$  gesetzt, erhält man für die elektrische Feldstärke in  $z$ -Richtung

$$E_z = E_0 J_m(k_r r) \cos(m\phi) e^{jk_z z} \quad (2.16)$$

Nach der Randbedingung aus Gleichung (2.2) muss das tangenziale Feld an der Hohlleiterwand verschwinden, was die Komponenten in  $\phi$ - und  $z$ -Richtung einschließt. Die

einzigste Abhängigkeit von  $r$  in Gleichung (2.16) besteht in der Besselfunktion. Sie muss also an der Hohlleiterwand verschwinden. Bei einem konstanten Winkel  $\phi$  ergibt sich die  $z$ -Komponente der elektrischen Feldstärke für TM-Moden also, gemäß der entsprechenden Besselfunktion gewichtet, mit der Amplitude  $E_0$ . Also muss gelten

$$J_m(x) = 0 \quad \text{bei} \quad x = k_r R \quad (2.17)$$

Damit lässt sich die  $k_r$  bestimmen zu

$$k_r = \frac{\chi_{mn}}{R} \quad (2.18)$$

Dabei ist  $\chi_{mn}$  eine Nullstelle der Besselfunktion. Der Index  $m$  steht dabei für die Ordnung der Besselfunktion und der Index  $n$  für die  $n$ -te Nullstelle. Damit ergibt sich nach Gleichung (2.9) auch die Ausbreitungskonstante für die jeweilige Mode.

Nach den oben definierten Indizes werden die Moden als  $\text{TM}_{m,n}$  benannt:

1. Index    Ordnung der Besselfunktion  $J_m$ , die das Feld in  $r$ -Richtung beschreibt, und Faktor in  $\cos(m\phi)$ , der das Feld in  $\phi$ -Richtung beschreibt.
2. Index    Anzahl der Nullstellen von  $E_z$  in  $r$ -Richtung.

Die Querkomponenten der Feldstärke lassen sich nun mit Hilfe der Feldwellengleichung [36] in Zylinderkoordinaten für TM-Moden, d.h. die magnetische Feldkomponente verschwindet in Ausbreitungsrichtung, berechnen:

$$E_r = j \frac{k_z}{k_r} E_0 J'_m(k_r r) \cos(m\phi) e^{jk_z z} \quad (2.19)$$

$$E_\phi = -j \frac{m k_z}{k_r^2 r} E_0 J_m(k_r r) \sin(m\phi) e^{jk_z z} \quad (2.20)$$

$$H_r = -j \frac{\omega \varepsilon m}{k_r^2 r} E_0 J_m(k_r r) \sin(m\phi) e^{jk_z z} \quad (2.21)$$

$$H_\phi = -j \frac{\omega \varepsilon}{k_r} E_0 J'_m(k_r r) \cos(m\phi) e^{jk_z z} \quad (2.22)$$

$$H_z \equiv 0 \quad (2.23)$$

Wie oben bereits ausgeführt, führt der Ansatz aus Gleichung (2.7) für TE-Moden zur Lösung der magnetischen Komponente in  $z$ -Richtung:

$$H_z = H_0 J_m(k_r r) \cos(m\phi) e^{jk_z z} \quad (2.24)$$

Mit der Randbedingung aus Gleichung (2.5), dass die  $H_z$ -Komponente an der Hohlleiterwand stetig verlaufen muss, ergibt das Nullsetzen der Ableitung von Gleichung (2.24) folgende Bedingung:

$$J'_m(x) = 0 \quad \text{mit} \quad x = k_r R \quad (2.25)$$

Damit lässt sich für TE-Moden analog zu TM-Moden  $k_r$  bestimmen zu

$$k_r = \frac{\chi'_{mn}}{R}, \quad (2.26)$$

wobei  $\chi'_{mn}$  eine Nullstelle der ersten Ableitung der Besselfunktion ist. Der Index  $m$  steht hier für die Ordnung der Besselfunktion und der Index  $n$  für die  $n$ -te Nullstelle. Damit ergibt sich nach Gleichung (2.9) auch die Ausbreitungskonstante für die jeweilige Mode.

Nach den oben definierten Indizes werden auch die Moden als  $TE_{m,n}$  benannt:

1. Index    Ordnung der Besselfunktion  $J_m$ , die das Feld in  $r$ -Richtung beschreibt, und Faktor in  $\cos(m\phi)$ , der das Feld in  $\phi$ -Richtung beschreibt.
2. Index    Anzahl der Radiuspunkte, auf denen  $\frac{\partial H_z}{\partial r} = 0$  ist.

Für TE-Moden berechnen sich die Querkomponenten der Feldstärke analog zu den TM-Moden über die Feldwellengleichung zu

$$E_r = j \frac{\omega \mu m}{k_r^2 r} H_0 J_m(k_r r) \sin(m\phi) e^{jk_z z} \quad (2.27)$$

$$E_\phi = j \frac{\omega \mu}{k_r} H_0 J'_m(k_r r) \cos(m\phi) e^{jk_z z} \quad (2.28)$$

$$E_z \equiv 0 \quad (2.29)$$

$$H_r = j \frac{k_z}{k_r} H_0 J'_m(k_r r) \cos(m\phi) e^{jk_z z} \quad (2.30)$$

$$H_\phi = -j \frac{m k_z}{k_r^2 r} H_0 J_m(k_r r) \sin(m\phi) e^{jk_z z} \quad (2.31)$$

Damit können nun alle Feldverteilungen in Rundhohlleitern durch Superposition mehrerer Moden beschrieben werden. Im Zylinderresonator eines Gyrotrons werden nur TE-Moden angeregt, daher wird auf TM-Moden im folgenden nicht mehr näher eingegangen.

## 2.2 Geometrische Optik im Rundhohlleiter

Wesentlich anschaulicher als das Modell der feldtheoretischen Beschreibung der Moden im Wellenleiter ist die strahlen-optische Betrachtung der Feldform. Die Energie breitet sich mit einer bestimmten Richtung im Wellenleiter aus. An der Wand wird die Energie, die in diesem Modell als Strahl dargestellt wird, reflektiert und breitet sich geradlinig aus, bis sie wieder auf die Wand trifft. Zweidimensional kann man dieses Verhalten durch einen Strahl, der an einer oberen und einer unteren Begrenzung reflektiert wird, wie in Bild 2.2, darstellen.

Dies entspricht der Ausbreitung in einem Rechteckhohlleiter. In einem Rundhohlleiter kommt hinzu, dass die begrenzende Wand nicht immer in der gleichen Ebene wie der ankommende Strahl liegt, somit muss der reflektierte Strahl in allen drei Raumrichtungen

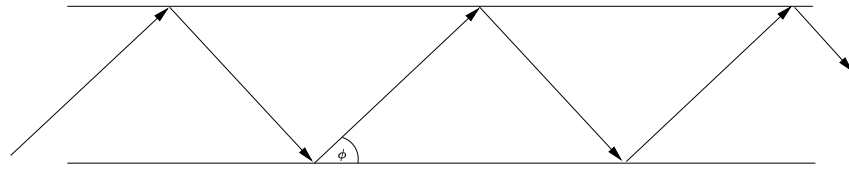


Bild 2.2: Strahl in einem Wellenleiter.

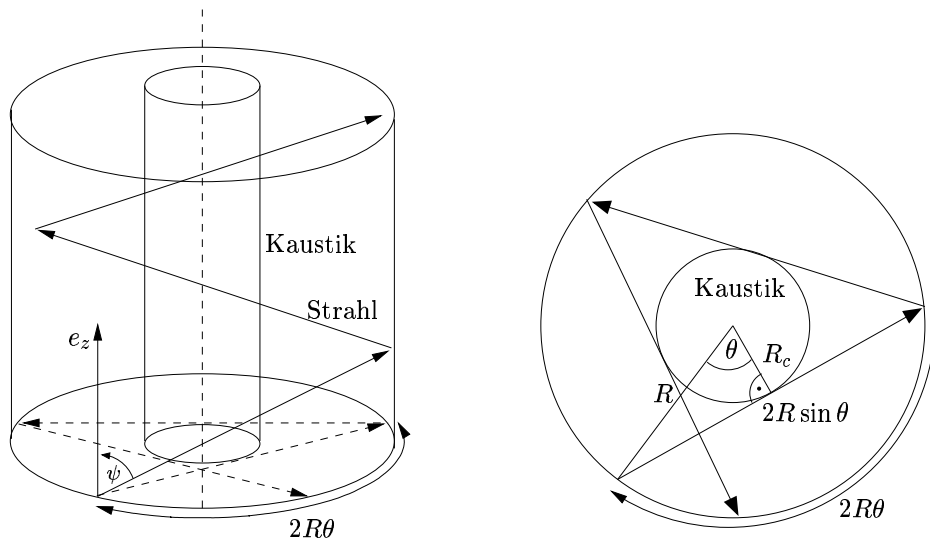


Bild 2.3: Geometrisch-optische Betrachtung eines Rundhohlleiters.

beschrieben werden. Mathematisch kann man die Ausbreitung also mit zwei Winkeln und einem Startpunkt beschreiben.

Bild 2.3 zeigt auf der linken Seite die Ausbreitung des Strahls in einem Rundhohlleiter mit der Projektion auf den Anfangsquerschnitt. Auf der rechten Seite ist die Projektion noch einmal im Detail dargestellt. Der Winkel  $\psi$ , den der Strahl mit der Hohlleiterachse einschließt, wird als Brillouin-Winkel bezeichnet. Daraus ergibt sich mit Hilfe der trigonometrischen Funktionen, wenn man die Freiraumwellenzahl mit  $k_0$  und die Wellenzahl in Ausbreitungsrichtung mit  $k_z$  bezeichnet, der Brillouin-Winkel  $\psi$  zu:

$$\cos \psi = \frac{k_z}{k_0} \quad (2.32)$$

Der Winkel des Strahls, der in der Projektion der rechten Seite von Bild 2.3 dargestellt ist, wird als Spreizwinkel  $\theta$  bezeichnet. Er kann für TE-Moden mit Hilfe der Nullstelle  $\chi'_{mn}$  der Ableitung der entsprechenden Besselfunktion wie folgt berechnet werden:

$$\cos \theta = \frac{m}{\chi'_{mn}} \quad (2.33)$$

Eine weitere Besonderheit, die für die Strahlen besteht, ist, dass sie alle einen Kreis mit dem Radius  $R_c$  tangieren. Dieser ist in Bild 2.3 eingezeichnet und wird als Kaustik

bezeichnet. Innerhalb dieser Kaustik existiert kein Feld. Der Kaustikradius berechnet sich aus dem Spreizwinkel zu

$$\cos \theta = \frac{R_c}{R} \Rightarrow R_c = R \cos \theta = R \frac{m}{\chi'_{mn}} \quad (2.34)$$

Mit dieser strahlenoptischen Darstellung des Leistungstransports im Hohlleiter ergeben sich Flächen an der Wand des Rundhohlleiters, die jeweils die erste, zweite und weitere Reflexionen eines Strahls repräsentieren.

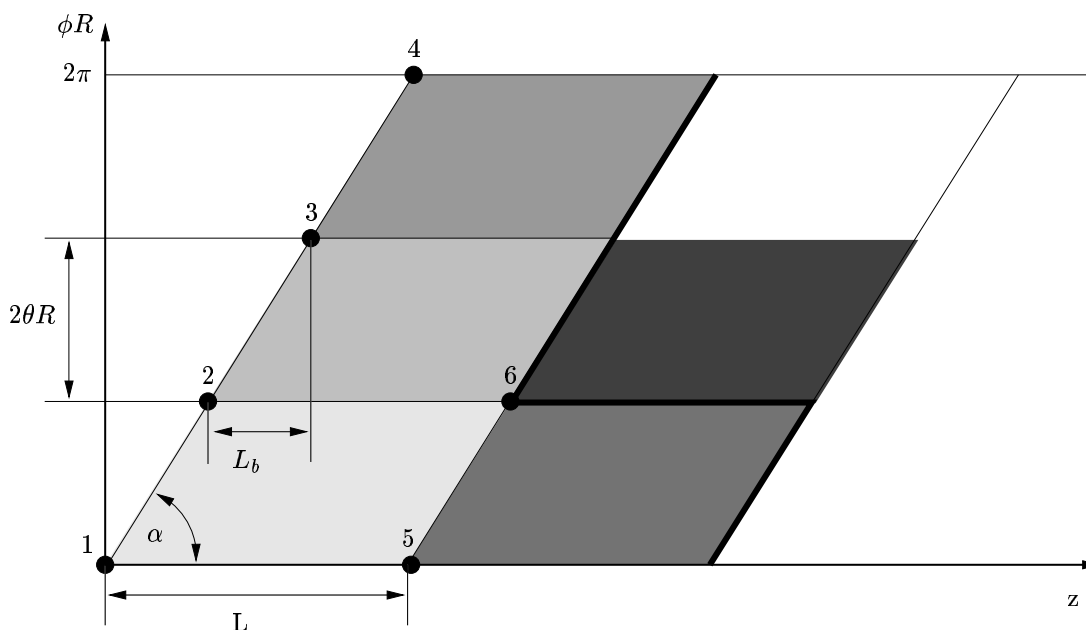


Bild 2.4: Abgerollte Wand eines Rundhohlleiters mit Reflexionspunkten der geometrisch-optisch betrachteten Strahlen.

Dies ist beispielhaft in Bild 2.4 dargestellt. Ein Strahl, der im Punkt 1 startet, wird das erste Mal in Punkt 2 reflektiert, zum zweiten Mal in Punkt 3 und so weiter. Damit sind die Ecken der ersten so genannten Brillouin-Fläche definiert. Alle Strahlen, die zwischen den Punkten 1 und 5 auf der  $z$ -Achse beginnen, werden zwischen den Punkten 2 und 6 das nächste Mal von der Hohlleiterwand reflektiert. Das bedeutet, dass hier jeder Strahl im Hohlleiter in der durch die Punkte 1, 2, 5 und 6 berandeten Brillouin-Fläche genau eine Reflexion erfährt. Der projizierte Pfad besitzt zwischen zwei aufeinander folgenden Reflexionspunkten eine Bogenlänge von  $2\theta R$  in  $\phi$ -Richtung. Damit ergibt sich der Abstand  $L_b$  in  $z$ -Richtung zu:

$$\tan \psi = \frac{2R \sin \theta}{L_b} \Rightarrow L_b = 2R \sin \theta \cot \psi, \quad (2.35)$$

wie man aus Bild 2.4 erkennen kann. Aus diesen beiden Längen ergibt sich der Steigungswinkel  $\alpha$  des auf die Hohlleiterwand projizierten Strahls zu

$$\tan \alpha = \frac{2R\theta}{L_b} = \frac{\theta \tan \psi}{\sin \theta} \quad (2.36)$$

Die Länge jeder schraffiert dargestellten Raute in Bild 2.4 berechnet sich damit zu

$$L = \frac{2R\pi}{\tan \alpha} = \frac{2R\pi \sin \theta}{\theta \tan \psi} \quad (2.37)$$

Die Reflexion aller Strahlen und somit die Ausbreitung in  $z$ -Richtung entspricht der gleichzeitigen Verschiebung dieser Raute um  $L_b$  in  $z$ -Richtung und um  $2\theta R$  in  $\phi$ -Richtung. Soll die gesamte übertragene Leistung dieses Rundhohlleiters nun abgestrahlt werden, so muss die gesamte Brillouin-Fläche abgestrahlt werden.

Neben der geometrischen Optik kann man die Ausbreitungsrichtung der Wellen auch aus den E- und H-Feldern bestimmen. Dazu zerlegt man das durch die Gleichungen (2.19) bis (2.23) für TM-Moden bzw. (2.27) bis (2.31) für TE-Moden gegebene Feldprofil in ein Spektrum ebener Wellen [37].

Die Besselfunktion, die zur Berechnung der Feldkomponenten nötig ist, kann durch die Addition von Hankelfunktionen erster und zweiter Art dargestellt werden:

$$J_m(x) = \frac{1}{2}(H_m^{(1)}(x) + H_m^{(2)}(x)) \quad (2.38)$$

Dies entspricht der Überlagerung von einfallender und ausfallender Zylinderwelle, wobei die Hankelfunktion erster Art die einfallende und die der zweiten Art die ausfallende Welle repräsentiert. Damit lässt sich die Ausbreitungsrichtung der Zylinderwellen im Rundhohlleiter durch den Poynting-Vektor berechnen [38].

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (2.39)$$

Der Vektor gibt die Leistungsdichte der Welle an und zeigt in Richtung der Ausbreitung.

## 2.3 Modenwandler

Modenwandler überführen eine definierte Feldstruktur am Eingang in eine andere am Ausgang. Für eine Wandlung gibt es mehrere Gründe:

- Der Durchmesser eines Hohlleiters soll verändert werden, z.B. zur Übertragung hoher Leistungen.
- Eine andere Feldstruktur im Hohlleiter bietet bei der Übertragung eine geringere Dämpfung.
- Nach einer Störung des Hohlleiters soll die gesamte Energie wieder in eine bestimmte Mode gewandelt werden, um eine hohe Modenreinheit zu erreichen.
- Beim Einsatz eines Hohlleiters als Antenne kann durch die Zusammensetzung der Moden die Aperturbelegung und damit die Abstrahlcharakteristik bestimmt werden.

Bei den meisten Anwendungen ist es jedoch nicht erwünscht, dass sich die Feldstruktur entlang des Hohlleiters ändert, daher wird hier, sofern möglich, die so genannte Grundmode eingesetzt, der bei einer bestimmten Geometrie als einziger ausbreitungsfähig ist. Denn die Besonderheit ist, dass in einem Hohlleiter bei gegebenen Abmessungen und gegebener Frequenz nur bestimmte Moden ausbreitungsfähig sind. Verschwindet die Wellenzahl in Ausbreitungsrichtung  $k_z$ , so propagiert die Welle nicht mehr entlang des Hohlleiters. Die kritische Frequenz (Cut-off) dieser Mode ist erreicht. Wird  $k_z$  imaginär, so sprechen wir von aperiodischer Dämpfung. Aus Gleichung (2.9) ist zu ersehen, dass  $k_z$  abhängig von der Frequenz und  $k_r$  ist. Damit ist die Cut-off-Frequenz bestimmt zu

$$f_{cut-off} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{k_r}{2\pi} c_0 \quad \text{mit} \quad k_r = k_0 \quad (2.40)$$

Da  $k_r$  nach den Gleichungen (2.18) und (2.26) von der einzelnen TE- und TM-Mode abhängt, gibt es für jede Mode eine spezifische Cut-off-Frequenz, die von den Hohlleiterabmessungen abhängt. Die Grundmode ist jeweils die Mode mit der größten Cut-off-Frequenz. Die Grundmode im Rundhohlleiter ist die  $TE_{11}$ -Mode.

Damit ist die Grundvoraussetzung für die Wandlung von Moden gegeben. Jede Mode, die angeregt werden soll, muss im Hohlleiter ausbreitungsfähig sein. Sobald nicht nur die Grundmode, sondern auch Moden höherer Ordnung ausbreitungsfähig sind, spricht man von einem übermodigen Hohlleiter. Berechnen kann man die Zahl der in einem Rundhohlleiter mit dem Radius  $R$  bei der Betriebswellenlänge  $\lambda$  ausbreitungsfähigen Moden durch

$$M = 2,55 \left( \frac{2R}{\lambda} \right)^2. \quad (2.41)$$

Übermodige Hohlleiter werden vor allem für die Übertragung hoher Leistungen eingesetzt, da damit die Leistung auf eine größere Querschnittsfläche verteilt werden kann. Die maximale Feldstärke im Hohlleiter wird somit begrenzt. Des weiteren kommt hinzu, dass im übermodigen Hohlleiter eine geringere Dämpfung vorliegt.

Die Wandlung von Moden basiert auf einer Änderung der Geometrie des Hohlleiters, die als Wandstörungen bezeichnet wird. Dies führt zu geänderten Randbedingungen, an die sich das Feld anpassen muss. Für die Berechnung der Felder in Hohlleitern mit Randstörungen gibt es mehrere Möglichkeiten. Ganz allgemein ist eine Berechnung mit Finite-Elemente- oder Finite-Differenzen-Methoden möglich, da hier jede Geometrie eingebracht werden kann. Bei – auf die Frequenz bezogen – sehr großen Hohlleitern, also übermodig betriebenen, ist die Berechnung sehr aufwändig, da die Zahl der Elemente durch das große Volumen sehr schnell wächst. Bei Einsatz dieser Methoden sind jedoch die nötigen Approximationen sehr gering, was zu hervorragenden Ergebnissen führt. Diese Thematik wird im folgenden Kapitel 3 noch erörtert, wenn eine solche Methode eingeführt wird. Vorweg nehmen kann man, dass diese Methode sich wegen der hohen Rechenzeiten derzeit nur zur Analyse eignet. Daher wird hier für die Synthese auf die deutlich schnellere Methode mittels gekoppelter Moden zurückgegriffen [28, 39]. Sie eignet sich für periodische Wandstörungen in einem Hohlleiter und basiert auf den gekoppelten Leitungsgleichungen [40, 41, 42]. Die Ausbreitung in einem leicht deformierten



übermodigen Hohlleiter kann auf die Wellen in Ausbreitungsrichtung beschränkt werden, da Reflexionen vernachlässigbar sind. Die Amplituden der Vorwärtswellen werden durch die Differentialgleichungen

$$\frac{dA_i}{dz} = -jk_{z,j}A_i + \sum_{p \neq i} C_{ip}A_p + \sum_{q \neq i} C_{ip}A_q \quad (2.42)$$

$$\frac{dA_j}{dz} = -jk_{z,j}A_j + \sum_{p \neq j} C_{jp}A_p + \sum_{q \neq j} C_{jq}A_q \quad (2.43)$$

modelliert, wobei die Indizes  $i$  und  $p$  für TE-Moden, die Indizes  $q$  und  $j$  für TM-Moden stehen.  $A$  ist die komplexe Amplitude jeder Mode,  $k_{z,j}$  die Ausbreitungskonstante der Mode im Rundhohlleiter mit gemitteltem Radius. Die Koppelkoeffizienten  $C_{jk}$  hängen von der Art der Wandstörung, die bezogen auf die Wellenlänge klein sein muss, sowie den an der Wandlung beteiligten Moden ab. Die Bestimmung der Koppelkoeffizienten findet man in [29, 43] und soll daher hier nicht vertieft werden.

Handelt es sich nicht um periodische Wandstörungen mit einer bezogen auf die Wellenlänge langen Periode, sondern um abrupte Änderungen mit nur relativ kurzen charakteristischen Längen, zum Beispiel Radiusprünge oder Rillen, werden die Randbedingungen für die Methode der gekoppelten Leitungsgleichungen nicht erfüllt. Für eine schnelle Berechnung kann dann auf die Streumatrixmethode [44] zurückgegriffen werden.

## 2.4 Launcher

Die Trennung von Hochfrequenz und Elektronenstrahl wird durch eine spezielle Hohlleiterantenne, den so genannten Launcher, erreicht. Er strahlt die Millimeterwellen unter dem Brillouin-Winkel zur Hohlleiterachse und damit zum Elektronenstrahl in den Freiraum ab. Die einfachste Form, die zuerst in [45] dargestellt ist, ist ein Rundhohlleiter, der helikal aufgeschnitten ist. Aus der geometrisch-optischen Betrachtung einer Hohlleitermode, wie in Abschnitt 2.2 dargestellt, ergibt sich die Geometrie, wie der Hohlleiter enden soll, damit die Welle gebündelt abgestrahlt wird. Idealerweise wird eine Brillouin-Fläche, wie in Bild 2.3 dargestellt, abgestrahlt, da hier jeder Strahl genau eine Reflexion erfährt. Damit ergibt sich ein helikaler Schnitt am Ende des Hohlleiters. Die Schnittlänge wird durch die Länge  $L$  der Brillouin-Fläche in  $z$ -Richtung, die sich aus Gleichung 2.37 ergibt, bestimmt. Damit ist die Steigung der Helix aus Bild 2.5 gegeben.

### 2.4.1 Launcher mit Wandstörungen

Bei den im vorigen Abschnitt eingeführten Launchern ist die abstrahlende Apertur konstant belegt. Das bedeutet, dass an den Kanten des helikalen Schnitts am Ende des Hohlleiters genauso große Wandströme existieren wie an jeder anderen Stelle im Hohlleiter. Diese führen zu Kantenbeugung und bringen damit Beugungsverluste mit sich. Eine Reduktion ist möglich, indem man das Feld an den Kanten gering hält. Um dies zu erreichen, wurde daher in [46] vorgeschlagen, eine Superposition mehrerer Moden,

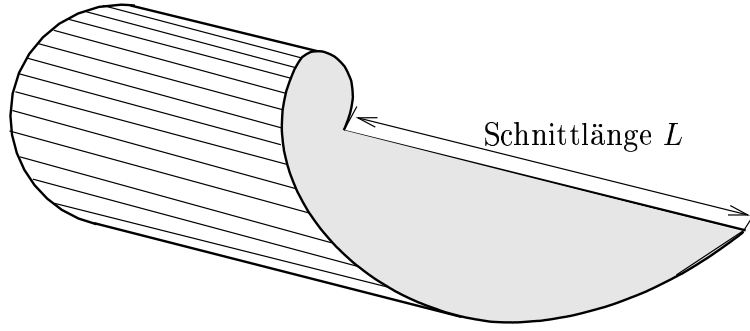


Bild 2.5: Geometrie eines Launchers.

die sich im Bereich des Hohlleiterschnittes destruktiv überlagern, zu verwenden. Mit einer Modenmischung kann man einen weiteren Vorteil ausnutzen: das abgestrahlte Profil kann so geformt werden, dass es einer Gauß'schen Grundmode sehr nahe kommt. Somit vereinfacht sich die Aufgabe eines quasi-optischen Wellentypwandlers, am Ausgangsfenster des Gyrotrons einen Gauß'schen Stahl zu erzeugen.

Ziel ist es somit, auf der abstrahlenden Apertur des Launchers eine gaußförmige Verteilung des Feldes zu erhalten. Wählt man wieder das geometrisch-optische Modell der Moden im Hohlleiter, ergibt sich aus Bild 2.3 die Raute einer Brillouin-Fläche als abstrahlende Apertur, d. h., hier ist diese Feldverteilung gewünscht.

Aus der Superposition von drei harmonischen Funktionen lässt sich eine Funktion mit Kosinus verteilter Amplitude ableiten [47, 48, 49]. Da Hohlleitermoden in azimuthaler und longitudinaler Richtung harmonische Funktionen darstellen, kann man für jeweils eine Koordinate durch Überlagerung einer Hauptmode mit zwei Nachbarmoden eine solche Verteilung erzeugen:

$$f(z) = \left( e^{jk_z^j z} + \alpha e^{jk_z^{j-\Delta} z} + \alpha e^{jk_z^{j+\Delta} z} \right) = e^{jk_z^j z} \left( 1 + 2\alpha e^{j\delta z} \cos(\overline{k_z} z) \right) \quad (2.44)$$

Dabei bezeichnet  $\Delta$  die Differenz im Modenindex und  $\overline{k_z}$  die gemittelte Wellenzahl der beteiligten Moden. Wie sich aus Gleichung (2.44) ersehen lässt, ist die Funktion in  $z$ -Richtung zum einen von der longitudinalen Wellenzahl  $k_z$  der Hauptmode abhängig und zum anderen von der Differenz der longitudinalen Wellenzahlen zu den Nachbarmoden:

$$2\delta = (k_z^{j-\Delta} - k_z) - (k_z - k_z^{j+\Delta}) \quad (2.45)$$

Setzt man  $e^{j\delta z} = 1$  und  $\alpha = \frac{1}{2}$ , so erhält man eine Kosinus verteilte Amplitude des Feldes an der Wand des Rundhohlleiters

$$|f| \approx \left( 1 + \cos(\overline{k_z} z) \right) \quad (2.46)$$

Damit hängt die Periodendauer von Gleichung (2.46) hauptsächlich vom gemittelten Abstand zu den Wellenzahlen der Nachbarmoden ab:

$$2\overline{k_z} = (k_z^{j-\Delta} - k_z) + (k_z - k_z^{j+\Delta}) \quad (2.47)$$

Berechnet man nun die Korrelation der Kosinus verteilten Funktion aus Gleichung (2.46) mit der Gauß'schen Amplitudenverteilung  $e^{-z^2/(2a^2)}$ , erhält man 0,9974. Dies entspricht einer sehr großen Übereinstimmung, womit eine Gauß'sche Amplitudenverteilung dadurch sehr gut angenähert ist.

Die Wahl der Moden, die sich für eine Überlagerung eignen, ist damit nur von der longitudinalen Wellenzahl  $k_z$  abhängig. Diese hängt über den Satz des Pythagoras mit der transversalen Wellenzahl  $k_r$  zusammen

$$k_0^2 = k_r^2 + k_z^2 \quad (2.48)$$

Da die Freiraumwellenzahl als  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$  definiert ist, besteht für TE-Moden nach Gleichung (2.26) eine Abhängigkeit zur Ableitung der Besselnullstelle  $\chi'_{mn}$ , die die Mode charakterisiert. Für die Auswahl der Satellitenmoden ist daher die Lage der Ableitungen der Besselnullstellen entscheidend. Im folgenden werden daher die Charakteristika der Besselnullstellen betrachtet.

Bei der Betrachtung von Moden hoher Ordnung, wie sie in Gyrotrons zum Einsatz kommen, können die Nullstellen der Ableitung der Besselfunktion  $J'_m(\chi'_{mn}) = 0$  mit der Debye-Approximation angenähert werden.

$$\chi'_{mn} \sin \theta = m\theta + \pi \left( n - \frac{3}{4} \right), \quad \sin \theta = \sqrt{1 - \frac{m^2}{\chi'_{mn}}} \quad (2.49)$$

Aus Gleichung (2.49) ergibt sich für kleine Variationen der Indizes, die die Mode bestimmen,

$$\Delta \chi'_{mn} = \frac{\Delta m \theta + \Delta p \pi}{\sin \theta} \quad (2.50)$$

Hieraus ergibt sich die sehr interessante Tatsache, dass, wenn nur der azimutale oder radiale Index der Moden hoher Ordnung ( $m \gg 1$  und  $n \gg 1$ ) geändert wird, das Spektrum der Besselfunktionen fast konstant bleibt. Für die oben genannte Bedingung  $e^{j\delta z} = 1$  für das Zustandekommen einer Kosinus verteilten Amplitude ergibt sich für das Verschwinden von  $\Delta \chi'_{mn}$  aus Gleichung (2.50)

$$\Delta m \theta \approx -\Delta n \pi \quad (2.51)$$

Die Strahlen der Moden, die diese Beziehung erfüllen, zeigen im geometrisch-optischen Modell nach mehreren Reflexionen ein nahezu geschlossenes Polygon in der Projektion auf den Rundhohlleiterquerschnitt. Die Nachbarmoden haben fast den gleichen Abstand zu den Ableitungen der Besselfunktion und damit ähnliche Eigenschaften. Eine Superposition dreier Moden mit ähnlichen Charakteristika führt zu einer ausgeprägten Schwebung.

Um eine Fokussierung in azimutaler Richtung zu erzeugen, müssen Moden mit dem Index  $m$  und Satellitenmoden mit den Indizes  $m \pm \Delta m$  betrachtet werden. Das Erzeugen der Schwebung in azimutaler Richtung wirkt in ähnlicher Weise wie in longitudinaler

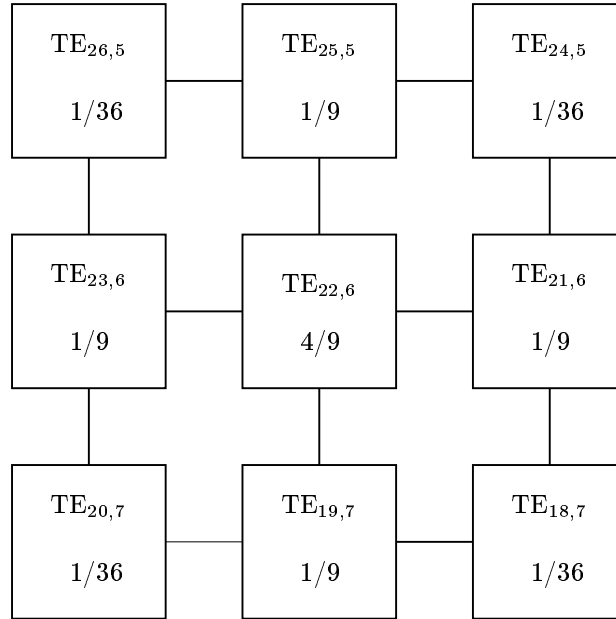


Bild 2.6: Ideale Modenmischung auf der abstrahlenden Apertur mit Leistungsanteilen.

Richtung durch Überlagerung von Moden leicht unterschiedlicher Phasengeschwindigkeiten. Um eine zweidimensionale Gauß-Verteilung in azimuthaler und longitudinaler Richtung zu erzeugen, müssen mit der Hauptmode acht Satellitenmoden interferieren.

Zum Erzeugen der gewünschten Modenmischung im Hohlleiter müssen Leistungsanteile der Hauptmode in die Satellitenmoden gewandelt werden. Hierzu bedient man sich der in Abschnitt 2.3 dargestellten Theorie gekoppelter Moden. Mit Wandstörungen, die durch Radiusänderungen der Form

$$R(\phi, z) = R_0 + \sum_l a_l(z) \cos(\Delta k_z^{\Delta m} z \pm l\phi) \quad (2.52)$$

beschrieben werden, kann Leistung aus der Hauptmode in Nachbarmoden gepumpt werden. In Gleichung (2.52) stellt  $R_0$  den Ausgangsradius dar,  $a_l(z)$  die bezogen auf die Wellenlänge kleine Amplitude der Störung,  $k_z^{\Delta m}$  die mittlere longitudinale Wellenzahldifferenz aus Hauptmode und gekoppelter Mode und  $l$  die Ordnung der Störung im Rundhohlleiter, die der Differenz des azimuthalen Index der gekoppelten Moden entspricht.

Für die typische Gyrotronmode  $TE_{22,6}$  mit etwa drei Reflexionen an der Rundhohlleiterwand pro azimuthalem Umlauf sind nach diesen Überlegungen Kopplungen zu den Moden mit  $\Delta m = 1$  und  $\Delta m = 3$  nötig, um eine Fokussierung der Leistung zu erreichen. Daraus ergibt sich die Überlagerung von zwei Störungen unterschiedlicher Periode

$$R(\phi, z) = R_0 + a_1(z) \cos(\Delta k_z^1 z - \phi) + a_3(z) \cos(\Delta k_z^3 z - 3\phi) \quad (2.53)$$

Durch diese Radiusänderungen werden die in Bild 2.6 zusammen mit den idealerweise erreichten Leistungsanteilen in der Apertur angeregten Moden dargestellt. Charakteris-

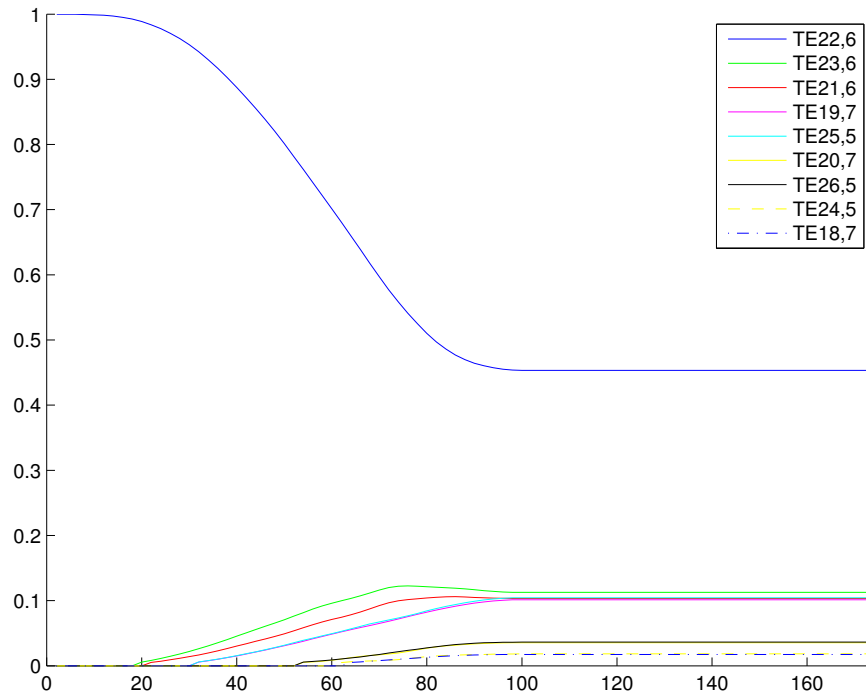


Bild 2.7: Modenmischung im 118 GHz  $TE_{22,6}$ -Launcher.

tische Werte der  $TE_{22,6}$ -Mode im Rundhohlleiter mit 20 mm Radius sind in Tabelle 2.1 zusammengestellt.

Mode	Frequenz	Brillouin-winkel $\psi$	Spreiz-winkel $\theta$	Kaustik-radius $R_c$	radiale Wellenzahl $k_r$
$TE_{22,6}$	118 GHz	$67,28^\circ$	$61,17^\circ$	9,64 mm	2,28 /mm

Tabelle 2.1: Charakteristische Parameter der  $TE_{22,6}$ -Mode im Rundhohlleiter mit 20 mm Radius.

Wird diese Radiusänderung in den Rundhohlleiter eingebracht, so wird die Leistung der Hauptmode in die Satellitenmoden kontinuierlich gewandelt. Bild 2.7 zeigt die Modenwandlung entlang der Länge des Hohlleiters. Auffallend ist, dass eine gewisse Länge, hier 20 mm, notwendig ist bis die eingebrachte Wandstörung signifikante Auswirkungen auf die Zusammensetzung der Moden hat. Die Ursache dafür liegt in der Amplitude der Wandstörung, die hier von  $z = 0$  mm an über 20 mm linear zunimmt, bis  $z = 70$  mm konstant bleibt und über weitere 20 mm linear abnimmt. Wegen der unterschiedlichen Wellenzahlen sind die einzelnen Moden unterschiedlich stark an die Hauptmode gekoppelt, was zu unterschiedlichen Leistungsanteilen der Moden entlang des Hohlleiters führt. Die Störung in diesem Beispiel ist nur bis zu einer  $z$ -Komponente von 100 mm eingebracht.

In Bild 2.7 lässt sich dies sehr gut dadurch erkennen, dass Leistungen der einzelnen Moden ab dieser Stelle konstant bleiben. Den Rundhohlleiter an dieser Stelle bereits enden zu lassen, ergäbe aber noch nicht das gewünschte Ergebnis, denn auch die Phasenbeziehung der Moden zueinander ist entscheidend. Die relative Lage der Moden zueinander ändert sich auch ohne Wandstörung, da sie unterschiedliche Wellenzahlen haben. Dieser Sachverhalt wird sehr gut deutlich, wenn man die Strombelegung der Hohlleiterwand analysiert. Zur besseren Darstellung der Wandstrombelegung im Inneren des Hohlleiters wird dieser entlang der  $z$ -Achse aufgeschnitten und als zweidimensionale Grafik mit Intensitäten der  $H_z$ -Komponente, wie in Bild 2.8 zu sehen, dargestellt.

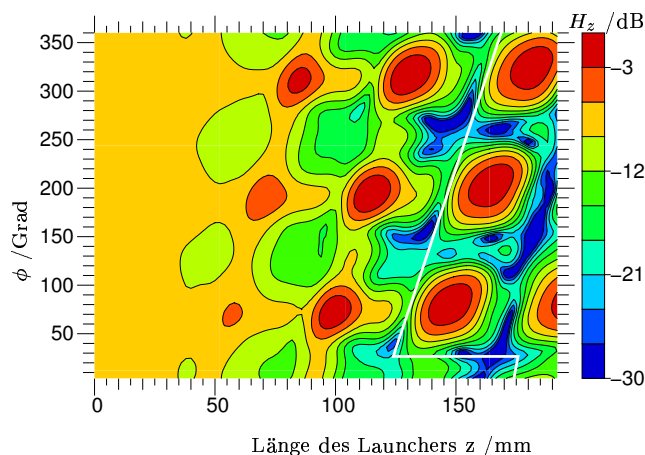


Bild 2.8: Wandstrombelegung für die  $TE_{22,6}$ -Mode bei 118 GHz.

Verfolgt man die Ausbreitung entlang der  $z$ -Achse, so sieht man, dass aus der anfänglichen Gleichverteilung bei Fortschreiten in  $z$ -Richtung immer stärker eine Bündelung entsteht. Jedes Maximum repräsentiert hierbei eine Brillouin-Fläche. Wie oben dargestellt, ändert sich die Zusammensetzung der Moden bis  $z = 100$  mm und bleibt danach konstant. Aus Bild 2.8 geht aber hervor, dass sich die Fokussierung auch bei fortschreitender  $z$ -Koordinate verbessert. Dies ist auf die sich verändernde Phasenbeziehung der Moden zueinander rückzubeziehen. Das helikale Abschneiden des Rundhohlleiters ist in Bild 2.8 durch eine dicke schwarze Linie wiedergegeben. Rechts dieser Linie existiert die Hohlleiterwand nicht mehr, und somit wird das erste Maximum nach dem Schnitt abgestrahlt. Weitere Felder existieren dementsprechend nicht, sind aber hier dargestellt, da das Modell der gekoppelten Moden den Schnitt nicht berücksichtigt.

### 2.4.2 Optimierung eines Launchers

Durch die oben beschriebene analytische Auslegung eines Launchers können bereits, wie im vorhergehenden Abschnitt gezeigt wurde, sehr gut fokussierende Launcher entwickelt werden. Beugungsverluste bei der Abstrahlung verschwinden jedoch nicht und verursachen Leistungsanteile, die nicht gekühlte Komponenten im Gyrotron aufheizen können. Dies kann dazu führen, dass kein Langpulsbetrieb möglich ist. Daher ist es zielführend,

einen Launcher zu entwickeln, der einen möglichst gut fokussierten Strahl in Gauß'scher Grundmode abstrahlt. Um diese Ziele zu verfolgen, ist eine numerische Optimierung notwendig [50], die sich auf folgende Größen stützt:

- Reduktion der Wandströme entlang des Schnittes des Hohlleiters.
- Maximierung der Gauß'schen Grundmode im abgestrahlten Feld.

Bei der Umsetzung lassen sich zwei mögliche Ansatzpunkte erkennen:

- Optimierung der Lage des Schnittes im Hohlleiter.
- Optimierung der Modenmischung auf der abstrahlenden Apertur.

Die Änderung der Position des Schnittes ist nur relativ begrenzt sinnvoll, da nach der oben beschriebenen Theorie der geometrischen Optik im Hohlleiter bei einer Fokussierung durch die Brillouin-Flächen zwangsweise das Minimum des Feldes an der Hohlleiterwand zwischen den Brillouin-Flächen liegt. Damit liegt die Position fest. Wesentlich bessere Möglichkeiten eröffnen sich bei der Optimierung des Modengemisches durch eine optimierte Wandstörung. Für eine numerische Optimierung der Wandstörung bieten sich zwei Zielfunktionen an. Um die Feldanteile am Schnitt zu verringern, kann zum einen das absolute Maximum der Amplitude minimiert werden oder folgende Summe der auf der Wand vorhandenen  $H_z$ -Komponente der magnetischen Feldstärke:

$$G = \sum H_z(\phi, z) \quad \text{mit } \phi, z \text{ an Position des Schnitts.} \quad (2.54)$$

Dies beeinflusst die Modenmischung auf der Apertur. Für diese ist aber die Maximierung des Anteils der Gauß'schen Grundmode entscheidend. Dieser Anteil lässt sich durch Korrelation  $C$  zwischen dem abgestrahlten Feld  $E_{rad}$  auf einer Ebene und einer Gauß'schen Belegung  $E_g(r, z) = e^{-\left(\frac{r}{w_r}\right)^2} e^{-\left(\frac{z}{w_z}\right)^2}$  in der Strahltaile bestimmen:

$$|C| = \frac{|\iint E_{rad}(r, z) E_g(r, z) dA|}{\sqrt{\iint |E_{rad}(r, z)|^2 dA \iint |E_g(r, z)|^2 dA}} \quad (2.55)$$

Für einen realen Launcher kommt hinzu, dass eine lineare Vergrößerung des Radius notwendig ist. Sie dient dazu, mögliche Resonanzen des Launchers zu umgehen. Sonst bestünde die Möglichkeit, dass der Elektronenstrahl des Gyrotrons, der auch den Launcher durchfliegt, nochmals ähnlich wie im Resonator an das Hochfrequenzfeld ankoppelt. Da die magnetische Feldstärke im Launcher in Bezug auf den Resonator bereits deutlich reduziert ist, könnten hier andere Moden als die Resonatormode angeregt werden. Die Störmoden wären im Ausgangsstrahl des Gyrotrons mit der Resonatormode überlagert und könnten aufgrund ihres Frequenzunterschieds detektiert werden. Für die Auslegung eines Launchers bedeutet dies eine zusätzliche Änderung des Radius, die mit einer Kopplung von Leistung in andere Moden verbunden ist. Um dies zu kompensieren, können noch mehr Freiheitsgrade der Innenfläche des Radius eingeführt werden:

$$R(\phi, z) = R_o + \alpha z + \sum_l [f_l(z) \cos(l\phi) + g_l(z) \sin(l\phi)] \quad (2.56)$$

Hier ist  $\alpha$  der Faktor der linearen Aufweitung des Radius, und  $f_l(z)$  sowie  $g_l(z)$  werden als kubische Splines modelliert. Die Optimierung wird mit der Gradientenmethode, wie in [51] beschrieben, durchgeführt.

Weiterführend wurde für den in Bild 2.9 dargestellten optimierten Launcher die komplexe Korrelation zur Gauß'schen Grundmode verwendet. Im Vergleich zu Bild 2.8 konnten hier eine Reduzierung der Felder am Schnitt von 7 dB und eine wesentlich bessere Fokussierung erreicht werden, die sich in einem Anteil der Gauß'schen Grundmode von 95% widerspiegelt.

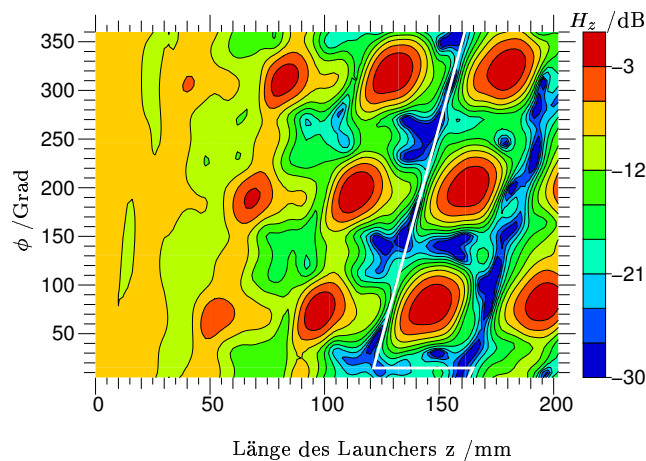


Bild 2.9: Optimierte Wandstrombelegung für die  $TE_{22,6}$ -Mode bei 118 GHz.

## 2.5 Reflektoren

Die Optimierung des oben beschriebenen Launchers ist so weit fortgeschritten, dass abgestrahlte Felder mit einem Anteil der Gauß'schen Grundmode von über 95% für einzelne Moden erreicht werden. Jedoch können die Parameter nicht so variiert werden, dass das Feld die Eigenschaften hat, die es braucht, um ohne Verluste durch ein Ausgangsfenster die Vakuumröhre verlassen zu können. Hierzu muss

- ein paraxialer Strahl vorliegen,
- der Durchmesser der Taille und deren Position des Gauß'schen Strahls auf die Fenstergeometrie angepasst sein,
- die Ausbreitungsrichtung des Strahls senkrecht zur Achse des Gyrotrons und damit auch senkrecht zur Achse des Launchers liegen.

Um diese Eigenschaften zu erreichen, werden dem Launcher Reflektoren, so genannte Spiegel, nachgeschaltet. Sie formen die Feldverteilung des einfallenden Strahls um. In Analogie zu Linsen in der Optik sollen metallische Reflektoren meist einen divergierenden Strahl fokussieren, um Energie auf eine bestimmte Fläche zu konzentrieren. Auch



der umgekehrte Fall ist von praktischer Relevanz, um eine bestimmte Phasenverteilung an einer Position des Strahls zu erhalten.

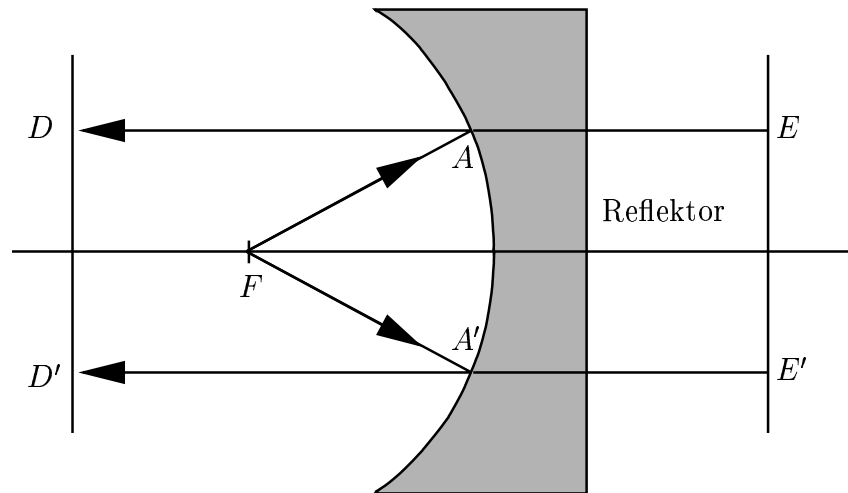


Bild 2.10: Oberfläche eines bündelnden Reflektors.

Um die geeignete Oberfläche eines Reflektors zu bestimmen, betrachten wir Bild 2.10, wo eine gekrümmte reflektierende Oberfläche dargestellt ist. Der beispielhaft eingezeichnete Strahl beginnt im Punkt  $F$ , wird am Spiegel an Punkt  $A$  reflektiert und endet als zur Achse paralleler Strahl in der Ebene, die senkrecht zum Strahl durch die Punkte  $D$  und  $D'$  verläuft. Der Reflexionspunkt  $A$  auf der Reflektoroberfläche kann beliebig gewählt werden, also zum Beispiel auch in Punkt  $A'$ . Sollen alle Strahlen, die von  $F$  ausgehen, eine Welle mit konstanten Phasenfronten bilden, so müssen die optischen Weglängen für alle Strahlen gleich sein. Für beliebige Positionen des Punktes  $A$  auf der Spiegeloberfläche gilt daher:

$$\text{optische Weglänge} = \overline{FA} + \overline{AD} = \overline{FA'} + \overline{A'D'} \quad (2.57)$$

Da die Ebene senkrecht zur Achse durch die Punkte  $E$  und  $E'$  parallel zur einfallenden Wellenfront ist, gilt

$$\overline{DA} + \overline{AE} = \overline{D'A'} + \overline{A'E'} \quad (2.58)$$

Gleichung (2.57) ist deshalb auch für eine Fläche erfüllt, für die  $\overline{AF} = \overline{AE}$  und  $\overline{A'F} = \overline{A'E'}$  ist, oder, allgemein gilt  $\overline{AF} = e(\overline{AE})$  mit  $e$  als Exzentrizität des Kegelschnittes. Wie hier dargestellt, ergibt sich mit  $e = 1$  ein Paraboloid mit dem Brennpunkt  $F$ . Ist eine weitere Fokussierung in einem zweiten Brennpunkt nötig, so ergibt sich ein Ellipsoid, dessen Exzentrizität kleiner als eins ist.

Das abgestrahlte Feld des Launchers divergiert in  $\phi$ -Richtung eines Zylinderkoordinatensystems, dessen Achse mit der Rotationsachse des Launchers übereinstimmt. Bringt man den Launcher daher in den Brennpunkt  $F$  eines Reflektors, kann das Feld in einen paraxialen Strahl gewandelt werden. Aus einer weiteren Randbedingung ergibt sich die im nächsten Abschnitt hergeleitete Reflektorkontur. Danach werden die Eigenschaften der weiteren Reflektoren besprochen, die zur Änderung der Richtung und weiteren Fokussierung dienen.

### 2.5.1 Reflektor zur Wandlung des Launcherfeldes in einen paraxialen Strahl

Wie bereits oben angedeutet, handelt es sich bei dem vom Launcher abgestrahlten Feld um einen in  $\phi$ -Richtung stark divergierenden Strahl. Da zur Auskopplung ein paraxialer Strahl benötigt wird, ist eine entsprechende Wandlung notwendig. Hierbei findet das Konzept des quasi-elliptischen Reflektors Anwendung. Die kreisförmige, mit konstanter Phase belegte Kaustik der Mode wird auf einen Punkt fokussiert. In  $z$ -Richtung ist dieser Spiegel meist flach, da das Launcherfeld hier kaum divergiert.

Zur Bestimmung der Kontur, die diese Eigenschaft erfüllt, bedient man sich wieder der geometrischen Optik [34]. Die Geometrie aus Launcher und quasi-elliptischem Reflektor ist in Bild 2.11 dargestellt. Damit alle Strahlen im Fokuspunkt  $-l_2$  phasengleich ankommen, müssen die optischen Weglängen von jedem Strahl, der die Kaustik tangential verlässt, bis zum zweiten Fokuspunkt  $-l_2$  gleich sein. Anschaulich kann man die Reflektorkontur also zeichnen, wenn man einen Faden nutzt, der im Fokuspunkt  $-l_2$  beginnt und auf der Kaustik aufgewickelt ist. Fährt man nun mit einem an den Faden gebundenen Stift alle Punkte ab, bei der denen Faden gespannt ist, erhält man die Spiegelkontur.

Analytisch kann man die Reflektoroberfläche, die in Bild 2.11 veranschaulicht ist, in Abhängigkeit des Winkels  $\phi$  und der Weglänge  $l(\phi)$  durch

$$x(\phi) = R_c \cos \phi - l(\phi) \sin \phi \quad (2.59)$$

$$y(\phi) = R_c \sin \phi + l(\phi) \cos \phi \quad (2.60)$$

wiedergeben.

Aus einer Addition der Teilstrecken, wie in Bild 2.11 dargestellt, lässt sich die gesamte optische Weglänge  $L(\phi)$  vom Kaustikzylinder bis zum Fokuspunkt  $-l_2$  bestimmen:

$$L(\phi) = l(\phi) + \sqrt{(x(\phi) + l_2)^2 + y(\phi)^2} \quad (2.61)$$

Berechnet man explizit die Weglänge für den Strahl mit  $\phi_0 = \frac{3\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$ , ergeben sich die einzelnen Abschnitte zu  $l(-\frac{\pi}{2}) = l_1$ ,  $x(-\frac{\pi}{2}) = l_1$  und  $y(-\frac{\pi}{2}) = -R_c$ . Damit ergibt sich die optische Weglänge nach Gleichung (2.61) zu

$$L(-\frac{\pi}{2}) = l_1 + \sqrt{(l_1 + l_2)^2 + R_c^2} = l_g \quad (2.62)$$

Um die oben bereits dargelegte Bedingung der Gleichphasigkeit der im Punkt  $-l_2$  ankommenden Strahlen zu erfüllen, müssen die optischen Weglängen  $L(\phi)$  aller von der Kaustik ausgehenden Strahlen bis zum Fokuspunkt gleich sein. Für zwei Strahlen abhängig von ihren Winkeln  $\phi$  und  $\phi_0$  ergibt sich somit die Bedingung:

$$L(\phi) - L(\phi_0) = 0 \quad (2.63)$$

Setzt man die Gleichungen (2.62) und (2.61) in die Bedingung aus Gleichung (2.63) ein, so erhält man

$$L(\phi) - L(-\frac{\pi}{2}) = l(\phi) + \sqrt{(x(\phi) + l_2)^2 + y(\phi)^2} - l_g = 0 \quad (2.64)$$

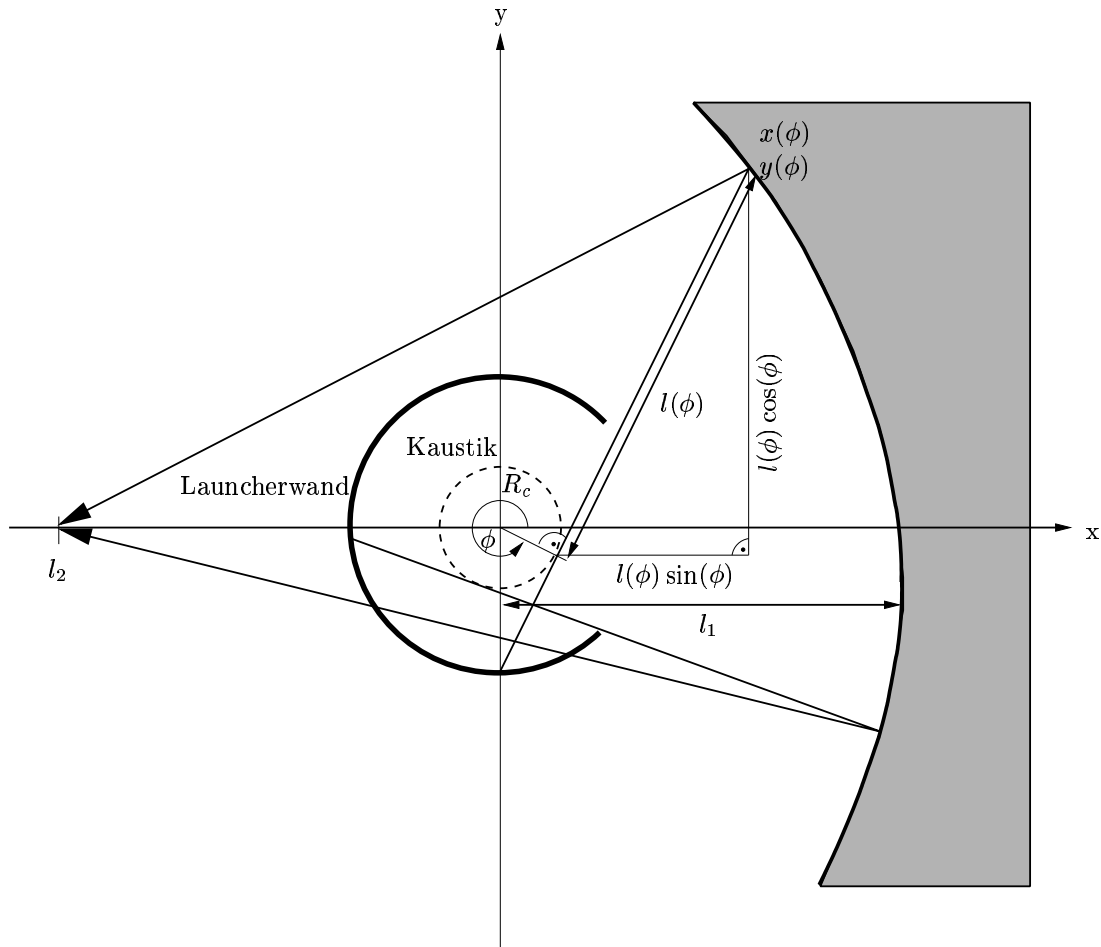


Bild 2.11: Quasi-elliptischer Spiegel und Hohlleiterantenne in Draufsicht.

Die Lösung der Gleichung (2.64) nach  $l(\phi)$  unter zur Hilfenahme der Gleichungen (2.59) und (2.60) ergibt:

$$l(\phi) = \frac{4R_c^2 + 8R_cl_2 \cos \phi + 4l_2^2 - 4\phi^2 R_c^2 - 4\phi R_c^2 \pi + 8\phi R_cl_g - \pi^2 R_c^2 + 4\pi R_cl_g - 4l_g^2}{8l_2 \sin \phi + 8\phi R_c + 4\pi R_c - 8l_g} \quad (2.65)$$

Mit Gleichung (2.65) ist die Unbekannte  $l(\phi)$  der Gleichungen (2.59) und (2.60) gegeben, also die Spiegelkontur in kartesischen Koordinaten in Abhängigkeit von den Spiegelparametern  $l_1$ ,  $l_2$  und  $R_c$  eindeutig definiert.

Die Form dieses Reflektors beschreibt für  $R_c = 0$  einen Ausschnitt einer Ellipse, daher wird er als quasi-elliptisch bezeichnet. Den Übergang in eine quasi-parabolische Form erreicht man, indem  $l_2$  gegen unendlich streben lässt. Der Grenzwert für  $l(\phi)$  ergibt sich dabei zu

$$\lim_{l_2 \rightarrow \infty} l(\phi) = \frac{2R_c \cos \phi - 4l_1 + 2R_c \phi + \pi R_c}{2 \sin \phi - 2} \quad (2.66)$$

Wird auch hier wieder  $R_c = 0$  gesetzt, so ergibt sich eine Parabel.

### 2.5.2 Reflektoren zur Anpassung der Strahlparameter

Für die weitere Anpassung der Parameter des Gauß'schen Strahls im Gyrotron sind sphärische Reflektoren, genauer toroidale Konturen – d. h., der Krümmungsradius des Kreises in zwei zueinander orthogonalen Ebenen kann unabhängig voneinander gewählt werden – von praktischer Bedeutung. Daher soll im folgenden gezeigt werden, dass die anfänglich eingeführte parabelförmige Geometrie im achsnahen Bereich mit der sphärischen als gleich betrachtet werden kann.

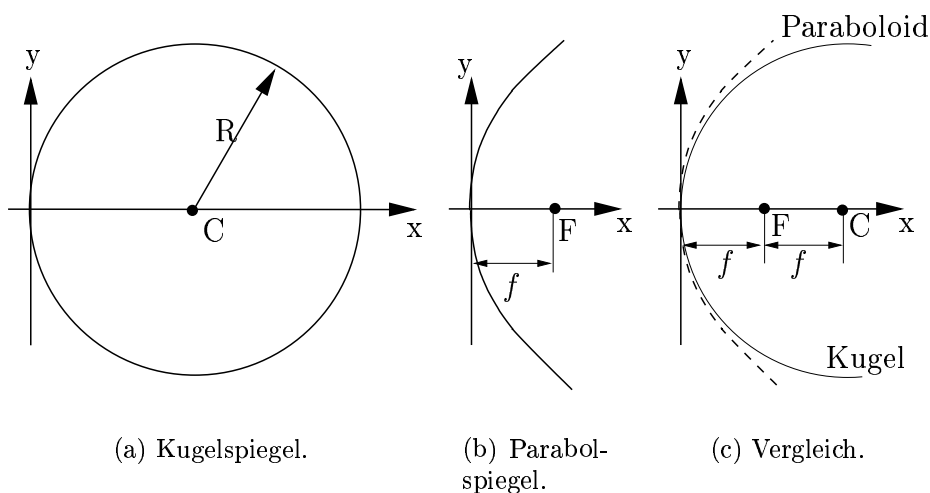


Bild 2.12: Vergleich der Konturen von Kugel- und Parabolspiegel.

Die Gleichung, um den Kreis aus Bild 2.12(a) zu beschreiben, lautet

$$y^2 + (x - R)^2 = R^2, \quad (2.67)$$

wobei der Mittelpunkt  $C$  die Entfernung  $R$  vom Ursprung hat. Aus der Umformung in die quadratischen Gleichung

$$y^2 - 2Rx + x^2 = 0 \quad (2.68)$$

ergibt sich die Lösung nach  $x$ :

$$x = R \pm \sqrt{R^2 - y^2}. \quad (2.69)$$

Werden nur Werte von  $x$  betrachtet, die kleiner sind als  $R$ , also nur ein Halbkreis, so entspricht der nach rechts offene Halbkreis der Lösung aus Gleichung (2.69) mit dem Minuszeichen. Bei der folgenden binomischen Reihe nimmt  $x$  die Form

$$x = \frac{y^2}{2R} + \frac{y^4}{2^2 2! R^3} + \frac{3y^6}{2^3 3! R^5} + \dots \quad (2.70)$$

an. Dazu wird die Parabel, wie sie in Bild 2.12(b) dargestellt ist, herangezogen. Ihre parametrische Darstellung lautet

$$x = \frac{y^2}{4f}. \quad (2.71)$$

Ihr Scheitelpunkt ist im Nullpunkt, und der Brennpunkt hat den Abstand  $f$  zum Ursprung. Aus dem Vergleich der Gleichungen (2.70) und (2.71) sieht man, dass der erste Beitrag der Reihe als parabelförmig betrachtet werden kann, wenn  $4f = 2R$  ist. Die übrigen Terme der Reihe entsprechen der Abweichung  $\Delta x$  des Kreises von der Parabel.

$$\Delta x = \frac{y^4}{2^2 2! R^3} + \frac{3y^6}{2^3 3! R^5} + \dots \quad (2.72)$$

Offensichtlich ist diese Differenz nur signifikant, wenn  $y$  im Vergleich zu  $R$  groß ist. Dies wird in Bild 2.12(c) auch anschaulich deutlich. Im achsnahen Bereich können beide Konturen als gleich betrachtet werden. Daher werden im quasi-optischen Wellentypwandler Reflektoren mit einer toroidal geformten Oberfläche eingesetzt, da sie einfacher zu fertigen ist.

## 3 Dreidimensionale Feldberechnung

In Hochleistungs-Mikrowellen-Gyrotrons werden quasi-optische Wellentypwandler eingesetzt, die bezogen auf die Wellenlänge große Abmessungen haben. Typischerweise ist ihr Volumen mehrere hundert Wellenlängen in jede Raumrichtung. Eine analytische Berechnung der Felder ist wegen der gegebenen Komplexität nicht möglich. Auch die numerische Berechnung der Felder mit kommerziell erhältlichen Softwarepaketen ist, wie aus [37] hervorgeht, mit heute zur Verfügung stehenden Rechnerleistungen nicht umsetzbar. Daher wurden, wie im vergangenen Kapitel dargestellt, Ansätze mit vereinfachten Randbedingungen realisiert. Für den Launcher wurde die Theorie der gekoppelten Moden [29] eingesetzt, und durch die reflektierenden Spiegel wurde das elektromagnetische Feld mittels Kirchhoff'schem Beugungsintegral propagiert [30], worauf in Kapitel 4 näher eingegangen wird. Damit konnte das Verhalten des Gyrotronausgangsstrahls gut wiedergegeben werden.

Jedoch zeigte die Analyse von quasi-optischen Wellentypwandlern teilweise signifikante Abweichungen zwischen im Experiment erzielten Ergebnisse und der Rechnung, die mit den vorhandenen Methoden der Feldberechnung nicht nachvollzogen werden konnten. Dadurch ergab sich die Notwendigkeit, die Simulation der Wellentypwandler zu verfeinern. Es wurde ein Verfahren entwickelt, das Approximationen der vorhandenen Simulation umgeht, um die Realität genauer abzubilden. Hierfür lassen sich zwei ähnliche Ansätze finden, zum einen die elektrische Feldintegralgleichung und zum anderen die magnetische Feldintegralgleichung. Der Ansatz der magnetischen Feldintegralgleichung bietet den Nachteil, dass die gesamte zu analysierende Struktur zusammenhängend sein muss. Daher lassen sich augenscheinlich keine ganzen quasi-optischen Wellentypwandler simulieren. In [52] wurde daher nur der Launcher simuliert. In der vorliegenden Arbeit wird die Lösung der elektrischen Feldintegralgleichung verfolgt, die es zulässt, den gesamten quasi-optischen Wellentypwandler aus Launcher und Reflektoren zu behandeln [53].

In diesem Kapitel wird nach einer Einführung in die Berechnungsgrundlage die Herleitung der hierfür grundlegenden Feldintegralgleichung umrissen. Weiterhin wird auf die Diskretisierung der Oberflächen eingegangen, bevor erreichte Simulationsergebnisse und die daraus zu ziehenden Schlüsse für das oben angesprochene Problem des  $TE_{22,6}$  118 GHz Wellentypwandlers dargestellt werden.

### 3.1 Einführung in elektromagnetische Streuprobleme

Quasi-optische Wellentypwandler in Hochleistungsgyrotrons vereinfachen das allgemeine Streuproblem, da sie nur aus zwei Medien bestehen: der metallischen Struktur des Launchers und der Reflektoren, sowie einem homogenen Medium (Vakuum), das die metallische Struktur umgibt. Also ist der Raum sowohl ladungsfrei ( $\rho = 0$ ) als auch

stromfrei ( $J = 0$ ). Werden die Verluste in den Reflektoren vernachlässigt, können diese als ideal leitend und infinitesimal dünn angenommen werden.

Angenommen, es besteht in einem unendlich großen Raum ein Feld, so kann man dieses an jedem Raumpunkt angeben. Wird nun ein metallischer Streuer eingebracht, so erfährt das Feld eine Beeinflussung. Das Feld induziert einen Strom im Streuer, der sich als Stromdichte an der Oberfläche, so genannte Wandströme, angeben lässt. Ein sich ändernder Strom in einem metallischen Leiter erzeugt seinerseits ein Feld, das in den Raum abgestrahlt wird. Dieses überlagert sich mit dem Feld, das ohne den Streuer bereits vorhanden war. Also kann das Feld an jedem Raumpunkt in ein einfallendes Feld, das auch ohne den Streuer vorhanden wäre, und ein ausfallendes Feld, das durch die Reflexion zustande kommt, zerlegt werden. Somit ergeben sich elektrisches und magnetisches Feld zu:

$$\vec{E} = \vec{E}^e + \vec{E}^a \quad (3.1)$$

$$\vec{H} = \vec{H}^e + \vec{H}^a, \quad (3.2)$$

wobei  $\vec{E}^e$  bzw.  $\vec{H}^e$  für die einfallende Komponente und  $\vec{E}^a$  bzw.  $\vec{H}^a$  für die ausfallende Komponente des elektrischen bzw. magnetischen Feldes steht. Zur Berechnung des Gesamtfeldes muss also zu dem bekannten einfallenden Feld das ausfallende berechnet werden. Dies ist abhängig von dem in dem Streuer induzierten Strom. Somit muss zunächst die Stromdichte an der Oberfläche des Streuers berechnet werden. Zum einfacheren Verständnis wird hier, wie in [54], zunächst ein Linienleiter über einer metallischen Platte betrachtet, bevor daraus die Verallgemeinerung für beliebig geformte Objekte gezogen wird.

### 3.2 Elektrische Feldintegralgleichung für einen Linienleiter über einem Metallstreifen

Die elektrische Feldintegralgleichung soll für den Spezialfall eines Linienleiters über einem Metallstreifen, wie in [54] dargestellt, hergeleitet werden.

Durchfließt ein in  $z$ -Richtung verlaufender Linienleiter ein hochfrequenter Wechselstrom  $I_z$ , dann ergibt sich im Raum ein elektrisches Feld  $E_z^e$  in Abhängigkeit vom Abstand zum Linienleiter

$$E_z^e(r) = -\frac{k^2 I_z}{4\omega\epsilon} H_0^{(2)}(kr) \quad (3.3)$$

wobei  $H_0^{(2)}(kr)$  die Hankelfunktion zweiter Art nullter Ordnung und  $k = \omega^2 \mu \epsilon$  die Wellenzahl ist. Ein Teil dieses Feldes wird auch in Richtung des Metallstreifens, wie aus der Geometrie in Bild 3.1 ersichtlich, abgestrahlt. Dort induziert dieses Feld eine lineare Stromdichte  $J_z$  abhängig von der Lage des  $\Delta x'_n$  breiten Flächenstücks. D.h., die Änderung des Stroms im Linienleiter ist direkt proportional zur Stromdichte des Metallstreifens.

$$J_z(x') \Delta x'_n = \Delta I_z(x') \quad (3.4)$$

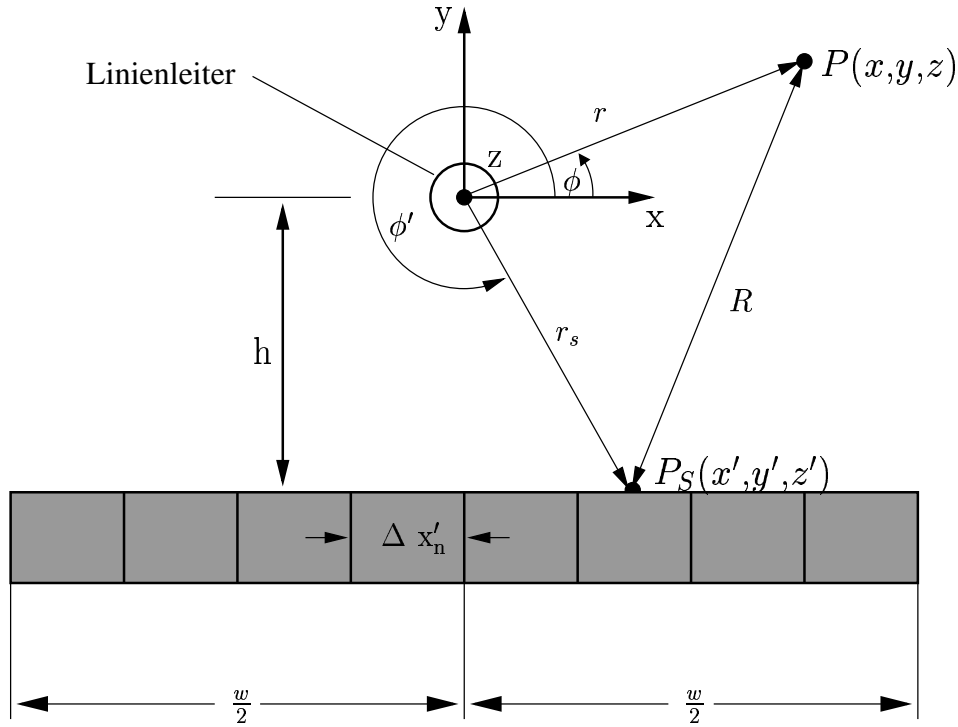


Bild 3.1: Linienleiter über einem Metallstreifen, beides in  $z$ -Richtung unendlich ausge-  
dehnt.

Beim Grenzübergang  $\Delta x'_n \rightarrow 0$  erhält man

$$J_z(x')dx' = dI_z(x') \quad (3.5)$$

Der im Metallstreifen induzierte Strom aus Gleichung (3.5) wird wieder abgestrahlt und erzeugt eine reflektierte Komponente des Feldes, die hier mit  $E_z^a(r)$  bezeichnet wird. Besteht der Metallstreifen jetzt aus  $N$  gleich großen Segmenten mit der Breite  $\Delta x'_n$ , so kann das reflektierte Feld nach Gleichung (3.3) beschrieben werden als

$$E_z^a(r) = -\frac{k^2}{4\omega\epsilon} \sum_{n=1}^N H_0^{(2)}(kR_n) \Delta I_z(x'_n) \quad (3.6)$$

$$= -\frac{k^2}{4\omega\epsilon} \sum_{n=1}^N H_0^{(2)}(kR_n) J_z(x'_n) \Delta x'_n \quad (3.7)$$

Dabei ist  $x'_n$  die Position des  $n$ -ten Segments ist. Führt man auch hier wieder den Grenzübergang für die Segmentgröße gegen Null durch ( $\Delta x'_n \rightarrow 0$ ), so erhält man

$$E_z^a(r) = -\frac{k^2}{4\omega\epsilon} \int_{\text{Streifen}} H_0^{(2)}(kR) dI_z = -\frac{k^2}{4\omega\epsilon} \int_{-w/2}^{w/2} J_z(x') H_0^{(2)}(kR) dx' \quad (3.8)$$

mit dem Abstand

$$R = |r - r_s| = \sqrt{r^2 + r_s^2 - 2rr_s \cos(\phi - \phi')} \quad (3.9)$$



Wie bereits oben beschrieben, ist das gesamte Feld an jedem Punkt im Raum, inklusive des Metallstreifens, die Addition des einfallenden Feldes  $E_z^e$  aus Gleichung (3.3) mit dem reflektierten  $E_z^a$  aus Gleichung (3.8). Aber zur Bestimmung des reflektierten Feldes wird die induzierte Stromdichte im Streifen  $J_z(x')$  benötigt. Sie kann bestimmt werden, indem der Berechnungspunkt  $P_S$  auf dem Streifen selbst gewählt wird. Berücksichtigt man die Randbedingung an leitenden Grenzflächen, so muss, wie in Gleichung (2.2) dargestellt, das tangential elektrische Feld an der Oberfläche des Streifens verschwinden. Daraus ergibt sich für das tangential Feld am Metallstreifen

$$E_z(r = r_s) = E_z^e(r = r_s) + E_z^a(r = r_s) = 0 \quad (3.10)$$

oder

$$E_z^a(r = r_s) = -E_z^e(r = r_s) \quad (3.11)$$

Setzt man die Gleichungen (3.3) und (3.8) in Gleichung (3.11) ein, so erhält man:

$$E_z^e(r_s) = -\frac{k^2 I_z}{4\omega\epsilon} H_0^{(2)}(kr_s) = \frac{k^2}{4\omega\epsilon} \int_{-w/2}^{w/2} J_z(x') H_0^{(2)}(k(|r - r_s|)) dx' \quad (3.12)$$

Setzt man den Strom  $I_z$  zu eins, so reduziert sich diese Gleichung zu

$$H_0^{(2)}(kr_s) = - \int_{-w/2}^{w/2} J_z(x') H_0^{(2)}(k(|r - r_s|)) dx' \quad (3.13)$$

Gleichung (3.12) stellt die elektrische Feldintegralgleichung (englisch: Electric Field Integral Equation (EFIE)) für den Spezialfall eines Linienleiters über einem Metallstreifen dar. Ist das einfallende elektrische Feld bekannt, kann auf die Stromdichte  $J_z(x')$  des Linienleiters geschlossen werden. Mit der vereinfachten Gleichung (3.13) kann die Stromdichte  $J_z(x')$  auf dem Metallstreifen in beliebigem Abstand normiert auf den Strom  $I_z$  bestimmt werden. Für einen konstanten Strom  $I_z$  ergibt sich die Stromdichte  $J_z(x')$  aus der Multiplikation mit dem Strom. Sobald die Stromdichte auf dem Metallstreifen bekannt ist, kann das Gesamtfeld an jedem Punkt des Raumes durch Superposition von einfallendem und ausfallendem Feld berechnet werden.

### 3.3 Verallgemeinerung der elektrischen Feldintegralgleichung

Ausgehend von der Herleitung der elektrischen Feldintegralgleichung für den Spezialfall einer Linienladung über einem Metallstreifen aus dem vergangenen Abschnitt soll im folgenden die Verallgemeinerung für beliebige Geometrien umrissen werden.

Jedes zeitharmonische elektromagnetische Feld in einem homogenen Medium muss die Maxwellgleichungen erfüllen:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (3.14)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon\vec{E} \quad (3.15)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \rho \quad (3.16)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (3.17)$$

Die Dielektrizität  $\varepsilon$  und Permeabilität  $\mu$  sind von den Materialeigenschaften abhängig. Allgemein werden sie aus der Multiplikation der Konstante im Vakuum und dem Materialparameter dargestellt:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad (3.18)$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (3.19)$$

Da im folgenden nur Felder im Vakuum betrachtet werden entspricht die Dielektrizität  $\varepsilon$  und die Permeabilität  $\mu$  jeweils  $\varepsilon_0$  bzw.  $\mu_0$ .

Aufgrund der Gleichung (3.17) ist es möglich, ein magnetisches Vektorpotential  $\vec{A}$  einzuführen [55], mit dem man das magnetische Feld

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \quad (3.20)$$

beschreiben kann. Eingesetzt in Gleichung (3.14) ergibt sich

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} = -j\omega\nabla \times \vec{A} \quad (3.21)$$

Stellt man Gleichung (3.21) um, erhält man

$$\nabla \times [\vec{E} + j\omega\vec{A}] = 0 \quad (3.22)$$

Mit der Vektoridentität  $\nabla \times (-\nabla\vec{\phi}_e) = 0$  berechnet sich das elektrische Feld damit zu

$$\vec{E} = -\nabla\vec{\phi}_e - j\omega\vec{A} \quad (3.23)$$

Mit der Definition der Divergenz des Vektorpotentials,

$$\nabla \cdot \vec{A} = -j\omega\varepsilon\mu\vec{\phi}_e \quad \Rightarrow \quad \vec{\phi}_e = -\frac{1}{j\omega\varepsilon\mu}\nabla \cdot \vec{A} \quad (3.24)$$

die auch als Lorentz-Eichung bezeichnet wird, kann das elektrische Feld aus Gleichung (3.23) in Abhängigkeit des magnetischen Vektorpotentials  $\vec{A}$  ausgedrückt werden.

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A} - j\frac{1}{\omega\varepsilon\mu}\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) \quad (3.25)$$

Um nun eine Abhängigkeit des magnetischen Vektorpotentials von der Stromdichte zu erhalten, lösen wir die inhomogene Wellengleichung

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (3.26)$$

und erhalten ein Oberflächenintegral über die Stromdichte:

$$\vec{A}(x,y,z) = \frac{\mu}{4\pi} \oint_S \vec{J}_S(x',y',z') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \quad (3.27)$$

Hier geben die Koordinaten  $x, y$  und  $z$  den Beobachtungspunkt an, wobei die gestrichelten Koordinaten die zu integrierenden Punkte auf der Oberfläche des Streuers bezeichnen. Der Abstand zwischen dem Beobachtungspunkt und jedem einzelnen Punkt auf der Oberfläche wird mit  $R$  bezeichnet.

Aus den Gleichungen (3.25) und (3.27) ergibt sich für das abgestrahlte elektrische Feld in Abhängigkeit von der Stromdichte  $\vec{J}_S$  und dem Abstand  $R$ :

$$\vec{E}^a(x, y, z) = -j \frac{1}{4\pi\omega\varepsilon\mu} \left[ \omega^2 \mu^2 \varepsilon \oint_S \vec{J}_S(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' + \nabla \oint_S \nabla \cdot \vec{J}_S(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \right] \quad (3.28)$$

Mit der Einführung der Green'schen Funktion [56]

$$G(r, r') = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} = \frac{e^{-jk|r-r'|}}{4\pi |r-r'|}, \quad (3.29)$$

dem Abstand

$$R = |r - r'| \quad (3.30)$$

und dem Feldwellenwiderstand

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (3.31)$$

lässt sich Gleichung (3.28) vereinfacht darstellen:

$$\vec{E}^a(r) = -j \frac{\eta}{k} \left[ k^2 \oint_S \vec{J}_S(r') G(r, r') ds' + \nabla \oint_S \nabla' \cdot \vec{J}_S(r') G(r, r') ds' \right] \quad (3.32)$$

Soll nun analog zum Spezialfall im obigen Abschnitt das Feld auf der metallischen Oberfläche des Streuers berechnet werden, muss ebenso die Randbedingung erfüllt sein, dass das tangentielle elektrische Feld  $E_t$  an der Oberfläche des Streuers ( $r = r_s$ ) verschwindet.

$$E_t(r = r_s) = E_t^e(r = r_s) + E_t^a(r = r_s) = 0 \quad (3.33)$$

Daraus ergibt sich, dass das tangentielle einfallende elektrische Feld an der Oberfläche des Streuers genau gleich groß, aber phasenverschoben zum tangentialen ausfallenden elektrischen Feld sein muss, damit sie sich durch Überlagerung aufheben.

$$E_t^e(r = r_s) = -E_t^a(r = r_s) \quad (3.34)$$

Mit dieser Randbedingung ergibt sich das tangentielle einfallende Feld an jedem Punkt der Oberfläche des Streuers nach Gleichung (3.32) zu

$$\vec{E}_t^e(r = r_s) = j \frac{\eta}{k} \left[ k^2 \oint_S \vec{J}_S(r') G(r_s, r') ds' + \nabla \oint_S \nabla \cdot \vec{J}_S(r') G(r_s, r') ds' \right] \quad (3.35)$$

Da die linke Seite von Gleichung (3.35) das bekannte einfallende elektrische Feld angibt, bezeichnet man diese Gleichung als die elektrische Feldintegralgleichung. Dadurch kann man die Stromdichte  $J_S$  an jedem Punkt auf der Oberfläche eines Streuers ( $r = r_s$ ) bestimmen. Sie gilt für geschlossene wie nicht zusammenhängende Oberflächen.

Ist die Stromdichte  $J_S$  bekannt, so kann das ausfallende Feld mit den Gleichungen (3.25) und (3.27), die die Abstrahlung in ein Medium voraussetzen, berechnet werden. Die Superposition von einfallendem und ausfallendem Feld an jedem Raumpunkt ergibt das gesamte Feld, wie in Gleichung (3.1) angegeben.

### 3.4 Numerische Berechnung

Als nächsten Schritt wollen wir die elektrische Feldintegralgleichung (3.35) mit einer numerischen Methode für die unbekannte Stromdichte  $J_S(r')$  lösen [57]. Dazu zerlegen wir  $J_S(r')$  in eine Reihe der Form

$$J_S(r') = \sum_{n=1}^N a_n g_n(r') \quad (3.36)$$

wobei  $g_n(r')$  als Basisfunktionen bezeichnet werden [58]. Werden  $\delta$ -Funktionen als Basisfunktionen benutzt, spricht man von der Momentenmethode. Setzt man Gleichung (3.36) in die elektrische Feldintegralgleichung (3.35) ein, so erhält man:

$$\vec{E}_t^e(r = r_s) = j \frac{\eta}{k} \left[ k^2 \oint_S \sum_{n=1}^N a_n g_n(r') G(r_s, r') ds' + \nabla \oint_S \nabla \sum_{n=1}^N a_n g_n(r') G(r_s, r') ds' \right] \quad (3.37)$$

Da Gleichung (3.37) keine Singularität enthält, lassen sich Integration und Summation vertauschen:

$$\vec{E}_t^e(r = r_s) = j \frac{\eta}{k} \left[ k^2 \sum_{n=1}^N a_n \oint_S g_n(r') G(r_s, r') ds' + \nabla \nabla \sum_{n=1}^N a_n \oint_S g_n(r') G(r_s, r') ds' \right] \quad (3.38)$$

Damit lässt sich allgemein schreiben:

$$h = b \sum_{n=1}^N a_n F(g_n) + c \nabla \nabla \sum_{n=1}^N a_n F(g_n) \quad (3.39)$$

mit

$$h = \vec{E}_t^e(r = r_s) \quad (3.40)$$

$$F(g_n) = \oint_S g_n(r') G(r_s, r') ds' \quad (3.41)$$

Gleichung (3.39) ist eine Gleichung mit  $N$  Unbekannten. Damit ist diese nicht ausreichend, um die  $N$  Unbekannten  $a_n (n = 1, 2, \dots, N)$  zu bestimmen. Zur Lösung sind  $N$  linear unabhängige Gleichungen notwendig. Dies kann erreicht werden, indem man Gleichung (3.39) an  $N$  unterschiedlichen Punkten auswertet. Hierbei nutzt man gleichzeitig die Randbedingungen an der Oberfläche des Streuers aus. Um die Lösung zu verbessern, führt man eine Gewichtungsfunktion ein und definiert ihr Skalarprodukt wie folgt:

$$\langle w, g \rangle = \oint_S w * g ds \quad (3.42)$$

Hier ist  $w$  die Gewichtungsfunktion und  $S$  die Oberfläche des zu analysierenden Streuers. Definieren wir nun  $N$  Gewichtungsfunktionen  $w_m = w_1, w_2, \dots, w_N$ , lässt sich Gleichung

(3.39) schreiben als

$$\langle w_m, h \rangle = \sum_{n=1}^N a_n \langle w_m, F(g_n) \rangle \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (3.43)$$

Diese  $N$  Gleichungen lassen sich auch in Matrixform schreiben:

$$[h_m] = [F_{mn}][a_n] \quad (3.44)$$

Zur Bestimmung der Stromdichten  $J_S$  muss Gleichung (3.44) für  $a_n$  gelöst werden. Dies geschieht durch Matrixinversion:

$$[a_n] = [F_{mn}]^{-1}[h_m] \quad (3.45)$$

Damit diese  $N$  Gleichungen linear unabhängig voneinander sind, müssen auch die Gewichtungsfunktionen voneinander linear unabhängig sein.

Je größer das zu lösende Problem in Bezug auf die Wellenlänge wird, desto größer wird die Anzahl  $N$  der Unbekannten in Gleichung (3.45) und damit auch die benötigten Ressourcen bei der numerischen Berechnung. Da jedes Element zu jedem Element eine Kopplung besitzt, steigt der Speicherbereich quadratisch mit  $O(n^2)$ , und die Berechnungszeit für die Lösung von linear unabhängigen Gleichungen beträgt  $O(n^3)$ . Da die in dieser Arbeit behandelten quasi-optischen Wellentypwandler eine so große Abmessung in Bezug auf die Wellenlänge haben, wäre eine Lösung mittels der hier dargestellten Methode nicht möglich. Daher ist es notwendig, einen Algorithmus einzusetzen, der dieses Problem mit deutlich weniger Aufwand löst.

### 3.4.1 Mehrstufige, schnelle Multipolmethode

Um die Komplexität und den Speicherbedarf bei der Berechnung von linearen Gleichungssystemen zu verringern, wurde die schnelle Multipolmethode (englisch: Fast Multiple Method (FMM)) entwickelt. Hierbei wird die Kopplung der Gleichungen nicht von jedem Element zu jedem Element betrachtet, sondern die Elemente werden in einer Baumstruktur gruppiert. Somit reduzieren sich die zu betrachtenden Kopplungen. Eine ausführliche Beschreibung dieser Methode findet man in [59].

Eine Weiterentwicklung hiervon ist die mehrstufige, schnelle Multipolmethode [60]. Durch sie kann der benötigte Arbeitsspeicher auf  $O(N \log(N))$  und die Komplexität auf  $O(N \log(N) \log(N))$  reduziert werden. In dieser Methode werden die Kopplungen der einzelnen Elemente noch günstiger gruppiert. Dazu wird in der ersten Stufe der ganze zu berechnende Raum in einen Quader eingeschlossen. In der nächsten Stufe wird der Quader im Dreidimensionalen in maximal acht Unter-Quader aufgeteilt. Dieser Algorithmus wird so lange rekursiv aufgerufen bis die Länge einer Seite des Quaders nur noch eine viertel Wellenlänge beträgt. Innerhalb eines Quaders dieser Größe werden die Kopplungen der Elemente direkt berechnet, da die Kopplungen stark sind und keine deutliche Ersparnis an Rechenzeit erreicht werden kann. Es werden auf jeder Stufe nur diejenigen Quader gespeichert, die auch zu berechnende Flächenelemente enthalten.

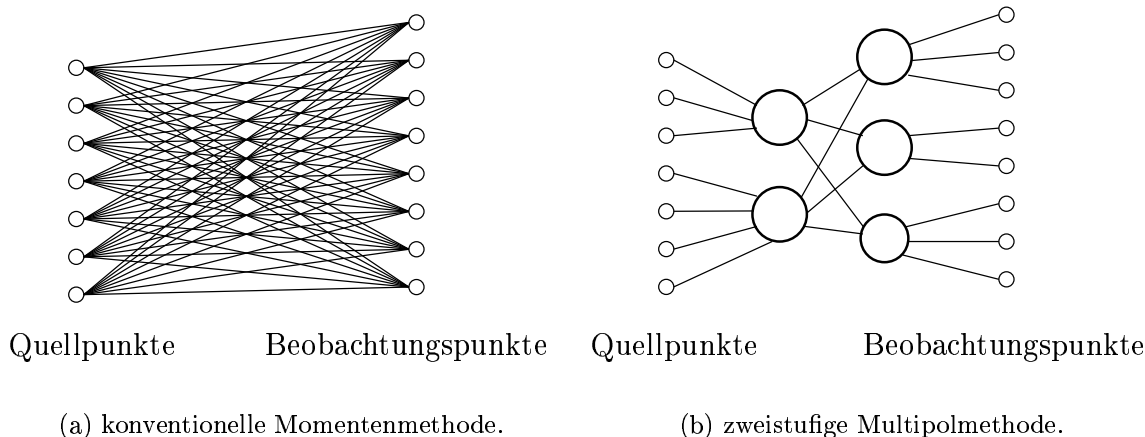


Bild 3.2: Schematische Darstellung der Kopplungen der Einzelemente.

Ist der Raum nun in Quader eingeteilt, wird nicht die Kopplung aller Einzelemente zueinander, sondern nur diejenige der Einzelemente innerhalb des Quaders berechnet. In verschiedenen Stufen werden die Kopplungen der Quader zueinander betrachtet. Somit wird die Kopplung hierarchisch aufgeteilt. Bild 3.2 zeigt anschaulich, wie sich die Komplexität der Kopplungen zwischen der konventionellen Momentenmethode und der Anwendung der zweistufigen Multipolmethode unterscheidet.

### 3.5 Geometriemodellierung

Für die numerische Berechnung unter Einsatz der elektrischen Feldintegralgleichung ist es notwendig, dass die Geometrie des in den Raum eingebrachten Streuers modelliert wird. Da bei der Lösung der elektrischen Feldintegralgleichung keine Ladungen im Volumen betrachtet werden, sondern nur Oberflächenstromdichten, kann auf eine Diskretisierung des gesamten Volumens verzichtet werden. Es ist ausreichend, wenn die für das Streuproblem wirksamen Flächen modelliert werden. Die mathematisch exakte Beschreibung der Oberfläche erlaubt den Rückschluss auf die physikalischen Eigenschaften der entsprechenden Strom- und Feldfunktionen.

Die Beschreibung beliebig geformter Oberflächen ist mittels zweier Variablen  $t_1, t_2$  parametrisch möglich. Jeder Punkt der Oberfläche lässt sich durch den Ortsvektor  $\vec{r}(u_1, u_2)$  angeben. Nur für spezielle Oberflächen ist dies mit einem Koordinatensystem möglich. Hierbei muss die zu beschreibende Oberfläche genau in einer Koordinatenebene liegen. Die bekanntesten sind kartesische, sphärische und zylindrische Systeme.

Die Diskretisierung der Oberfläche eines dreidimensionalen Körpers muss mit Flächenelementen erfolgen. Eine Fläche wird von minimal drei Punkten aufgespannt, daher ist ein Dreieck die einfachste mögliche Struktur. Denkbar ist auch, Vierecke oder Polygone zu verwenden. Elemente höherer Ordnung erlauben zwar eine genauere Approximation gekrümmter Oberflächen, aber die numerische Berechnung wird dadurch wesentlich komplexer. Da die hier betrachteten Probleme bezogen auf die Wellenlänge sehr groß

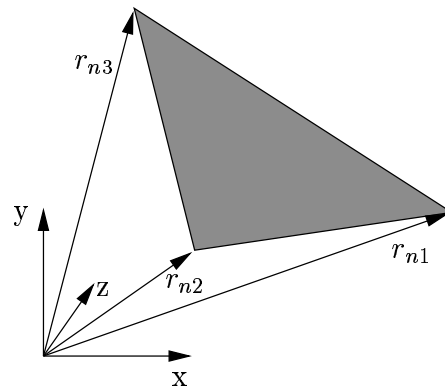


Bild 3.3: Lineares Dreieck als Diskretisierungselement.

sind und damit das Hauptaugenmerk auf der Reduzierung der Komplexität liegt, damit eine numerische Behandlung überhaupt möglich ist, werden im weiteren nur Dreiecke, wie in Bild 3.3 dargestellt, zur Oberflächendiskretisierung verwendet.

Mit linearen Dreiecken, d.h. die Eckpunkte des Dreiecks sind durch Geraden verbunden, lassen sich Geometrien sehr flexibel modellieren, und sie sind mathematisch sehr einfach zu beschreiben. Jeder Punkt der Fläche des Dreieckelements kann mit  $t_1 = 0 \dots 1$  und  $t_2 = 0 \dots 1$  durch

$$\vec{r}_n(t_1, t_2) = t_1 \vec{r}_{n1} + t_2 \vec{r}_{n2} + (1 - t_1 - t_2) \vec{r}_{n3} \quad (3.46)$$

wiedergegeben werden [61]. Bei der Diskretisierung einer Oberfläche werden die linearen Dreiecke ohne Abstand aneinander gehängt. Somit erreicht man eine lineare Approximation der Oberfläche. Das erzeugte Gitter muss folgenden Bedingungen genügen:

- Die Nachbildung der Oberflächengeometrie muss ausreichend genau sein.
- Das Gitter muss eindeutig sein, d.h. es dürfen keine überlappenden Dreiecke vorkommen.
- In der Modellierung von zusammenhängenden Oberflächen müssen alle Flächenelemente miteinander verbunden sein.
- Die verwendeten Dreiecke sollen möglichst gleichmäßig sein, gleichschenklige Dreiecke sind das Ideal.

Bei der Modellierung der Geometrie von quasi-optischen Wellentypwandlern sind im wesentlichen zwei verschiedene Grundstrukturen notwendig:

- ein Zylinder zur Modellierung des Launchers und
- eine beliebig gekrümmte Fläche zur Modellierung der Spiegel.

Durch Anpassung der Parameter und Anordnung der Strukturen im Raum kann der gesamte Wellentypwandler modelliert werden. In Bild 3.4 ist ein Beispiel einer Diskretisierung der Geometrie eines Wellentypwandlers dargestellt. Für die Anschaulichkeit wurde die Maschengröße sehr groß gewählt.

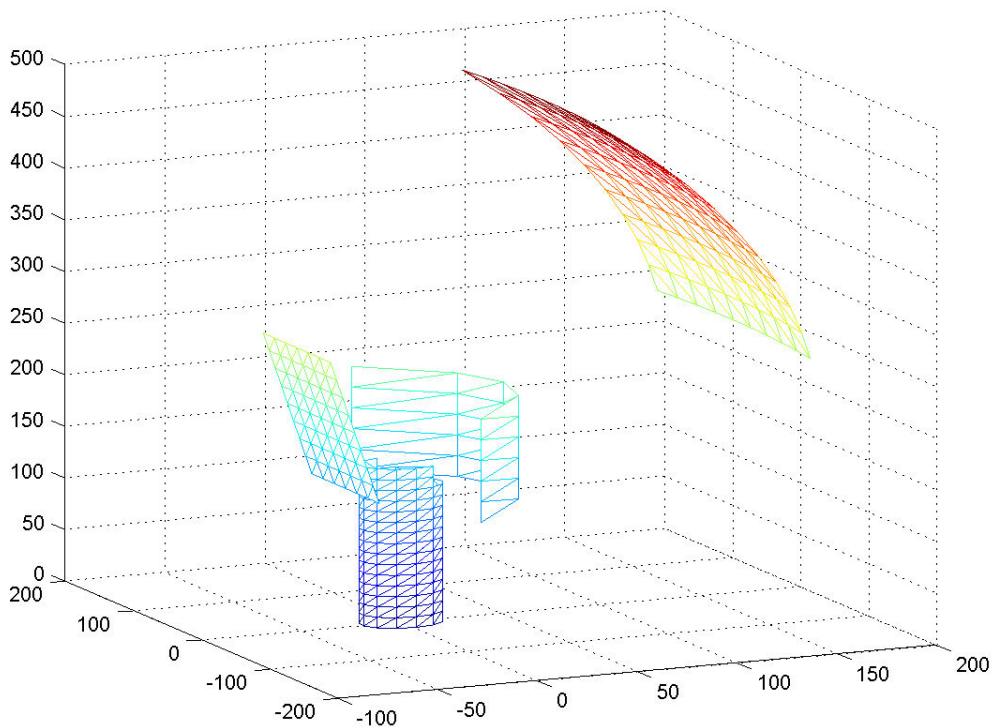


Bild 3.4: Durch linearen Dreiecke approximierte Oberfläche eines quasi-optischen Wellentypwandlers.

### 3.6 Simulationsergebnisse

Wie bereits am Anfang dieses Kapitels angesprochen, wurde das Verfahren zur dreidimensionalen Feldberechnung an einer konkreten Problemstellung entwickelt. Die dabei entstandenen Ergebnisse sollen im folgenden dargestellt und mit Messungen verglichen werden, um die Aussagekraft des Verfahrens zu untermauern.

Untersucht wurde der quasi-optische Wellentypwandler für das europäische  $TE_{22,6}$  118 GHz Gyrotron. Dieser soll die im Resonator erzeugte  $TE_{22,6}$ -Mode in einen Strahl mit Amplituden- und Phasenverteilung der Gauß'schen Grundmode wandeln. Dazu kommen ein Launcher mit Wandstörungen, dessen Wandstromverteilung in Bild 2.8 dargestellt ist, ein quasi-elliptischer sowie ein flacher und ein parabolischer Spiegel zum Einsatz. Die Oberflächendiskretisierung in Bild 3.4 stellt diesen Wandler dar.

Nach der Auslegung dieses Wellentypwandlers ergab die Simulation des Launchers mit gekoppelten Gleichungen und den Spiegeln mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral, dass der Ausgangsstrahl eine kreisförmige Feldverteilung mit hohem Gauß'schem Anteil hat. Daraufhin wurde der Wandler gefertigt und es wurden Experimente mit dem Wellentypwandler im Gyrotron durchgeführt. Sowohl diese Messungen mit hoher Leistung, wie auch die anschließende Messung des Ausgangsstrahls mit kleiner Leistung



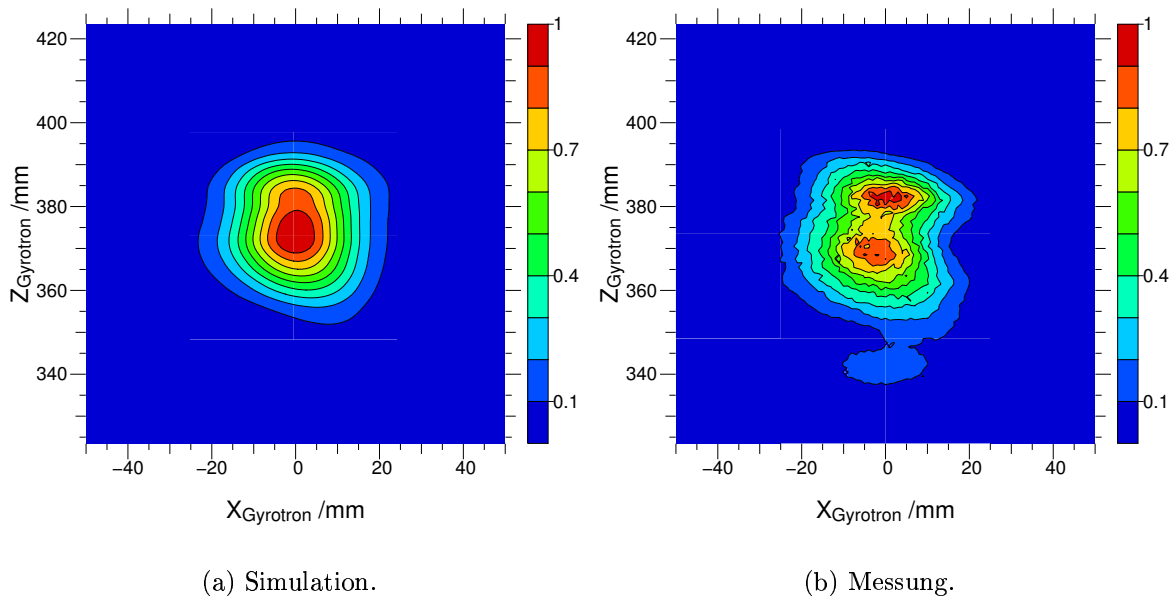


Bild 3.5: Fensterebene des 118 GHz Wellentypwandlers [62].

und zweidimensionaler Abtastung der Messebene [63, 64] ergab allerdings wider Erwarten das in Bild 3.5(b) dargestellte Feld. Dies entspricht keineswegs der Simulation, sondern der Strahl hat eine elliptische Form, und es traten zwei Leistungsmaxima im Zentrum auf. Die Simulation mit dem elektrischen Feldintegral ergab die Feldverteilung aus Bild 3.5(a). Auch in dieser Grafik ist der Feldverlauf linear skaliert; damit werden Änderungen im Maximum augenscheinlich, hingegen sind kleine Feldanteile im Hintergrund nicht zu erkennen. Die Grundstruktur des Feldes ist mit der Simulation klar wiedergegeben, jedoch ist im Inneren des Strahls keine Aufteilung in mehrere Maxima zu erkennen. Das Maximum ist aber auch nicht zentral angeordnet, sondern nach unten verschoben.

Zur Erklärung dieses Sachverhalts soll die Feldverteilung im Querschnitt durch den quasi-optischen Wellentypwandler, wie in Bild 3.6 dargestellt, herangezogen werden. Bild 3.6 zeigt den Wandler in der gleichen Ebene wie Bild 1.7, jedoch ist im Gegensatz dazu die Leistungsdichte im System aufgetragen. Der Launcher erstreckt sich bis  $z = 160$  mm im Bereich  $x = \pm 20$  mm. Bei  $z = 130$  mm bis 210 mm und  $x = 50$  mm wird das vom Launcher abgestrahlte Feld vom quasi-elliptischen Spiegel reflektiert. Obwohl dieser Spiegel eine starke Krümmung in  $y$ -Richtung aufweist, wird er in Bild 3.6 nur als Linie dargestellt, da er in  $z$ -Richtung keine Krümmung besitzt. Der zweite Spiegel reicht von  $z = 170$  mm bis 300 mm. Da er eine plane Oberfläche hat, verändert er nur die Richtung des Strahls. Danach trifft der Strahl den dritten Spiegel, der sich im Bereich von  $z = 280$  mm bis 480 mm erstreckt. Nach der Reflexion dort propagiert der Strahl in die Fensterebene bei  $x = -440$  mm. Die Fokussierungseigenschaften besonders des letzten Reflektors sind in dieser Ebene gut zu sehen, da der am dritten Spiegel stark aufgeweitete Strahl in Richtung Fensterebene gebündelt wird.

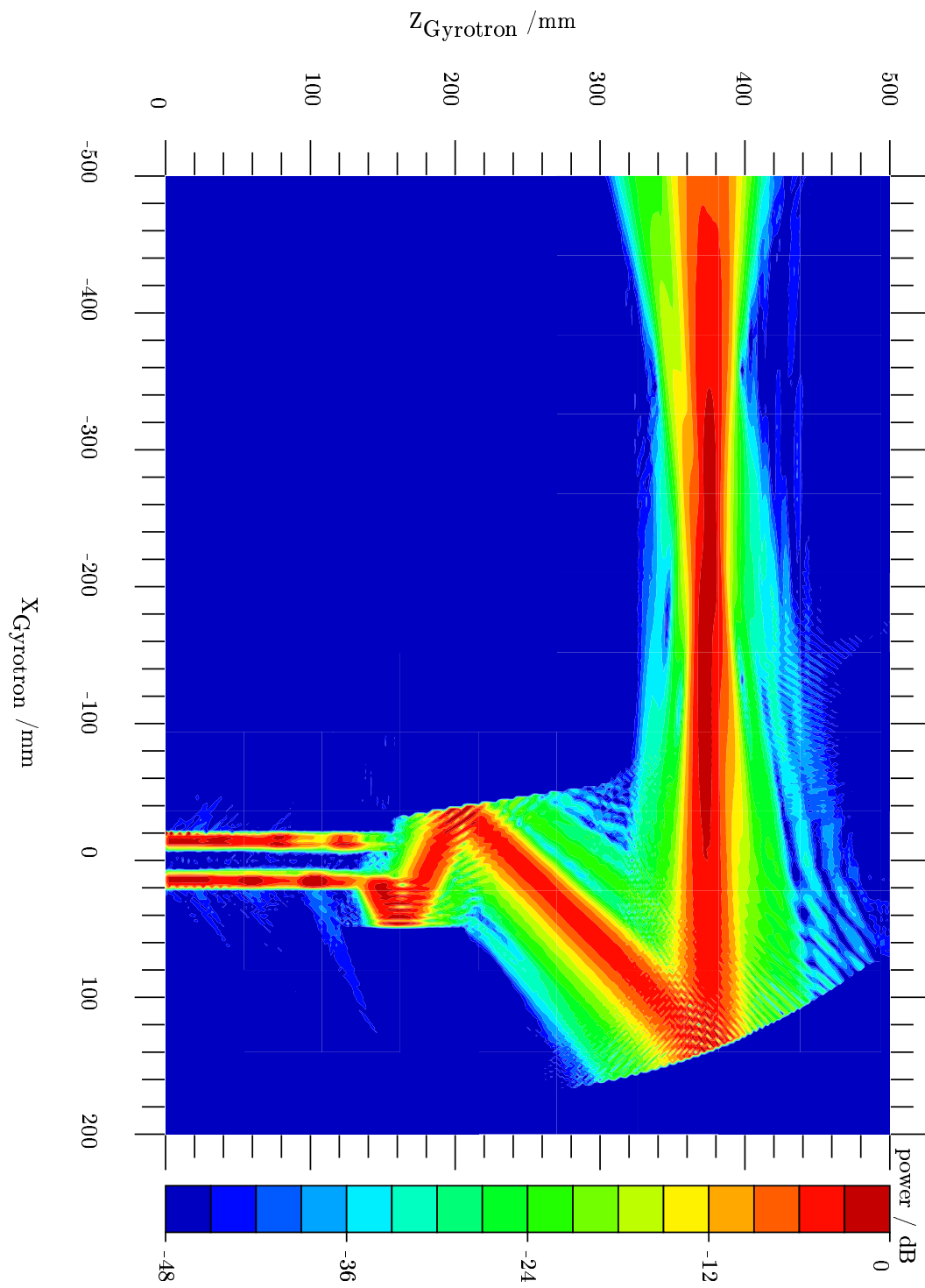


Bild 3.6: Querschnitt durch den quasi-optischen 118 GHz Wellentypwandler.

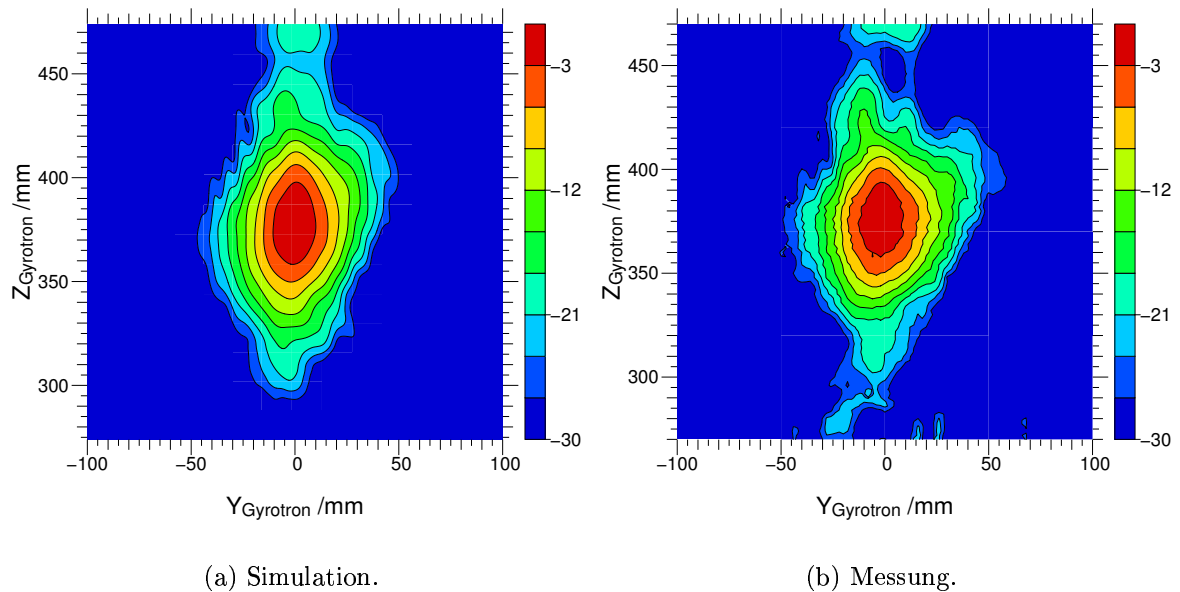


Bild 3.7: Ebene des dritten Spiegels im 118 GHz Wellentypwandler.

Legt man das Augenmerk bei der Analyse nun entgegen der ersten Vermutung nicht auf das Maximum, wo der Effekt zu erkennen ist, sondern auf die Leistungsanteile des Strahls die weiter entfernt von der Achse des Strahls verlaufen, so erkennt man schon in Bild 3.6 zwischen dem zweiten und dritten Spiegel, dass neben dem Hauptstrahl auch Nebenstrahlen verlaufen. Eine Feldanalyse in der Ebene des dritten Reflektors verdeutlicht dies. In Bild 3.7 ist die Feldverteilung in dieser Ebene logarithmisch aufgetragen, damit die Feldanteile im Hintergrund sichtbar werden. In  $z$ -Richtung ist gut sichtbar, dass es die oben beschriebenen Nebenstrahlen wirklich gibt. Ein gut vom Hauptstrahl separierter Leistungsanteil ist bei  $z = 460$  mm zu sehen. Weniger deutlich zu erkennen sind die Nebenstrahlen oberhalb des Hauptstrahls bei  $z = 440$  mm und unterhalb bei  $z = 315$  mm, die nur als Ausbuchtungen des Feldprofils erkennbar sind. Vergleicht man Messung und Simulation in Bild 3.7, so ist eine sehr gute Übereinstimmung zu sehen.

Analysiert man nun den weiteren Verlauf der Nebenstrahlen aus Bild 3.7 im Querschnitt von Bild 3.6, so stellt man fest, dass die Strahlen im oberen und unteren Bereich des dritten Reflektors in der Nähe des letzteren klar sichtbar und voneinander zu trennen sind. Verfolgt man deren Verlauf weiter in Richtung der Fensterebene, so nähern sich die Nebenstrahlen immer weiter dem Hauptstrahl an, bis sie im Bereich von  $x = 200$  mm auf dem Bild nicht mehr von diesem zu trennen sind. Dies entspricht der fokussierenden Eigenschaft des dritten Reflektors. Die so zusammengebrachten Strahlen überlagern sich nun im Bereich des Hauptstrahls. Wie allgemein bekannt, ergibt sich bei der Überlagerung von Wellen unterschiedlicher Phasenbeziehung ein Interferenzmuster aus Minima und Maxima. Dies ist auch der Effekt, der im Bereich der Fensterebene, wie in Bild 3.5(b) dargestellt ist, auftritt.

Nun bleibt noch zu klären, warum die früheren Simulationen dieses nicht wirklichkeit-

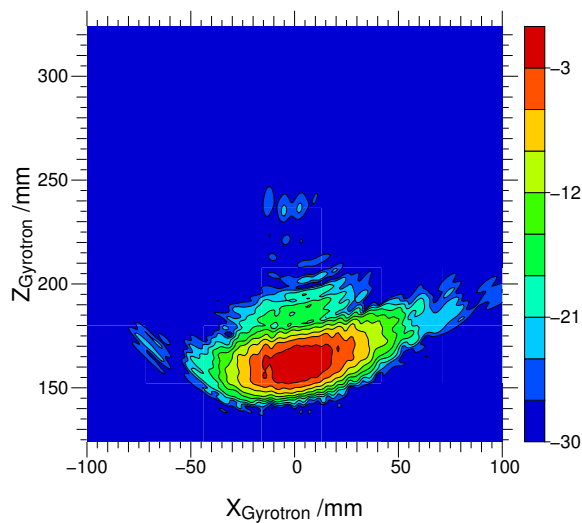


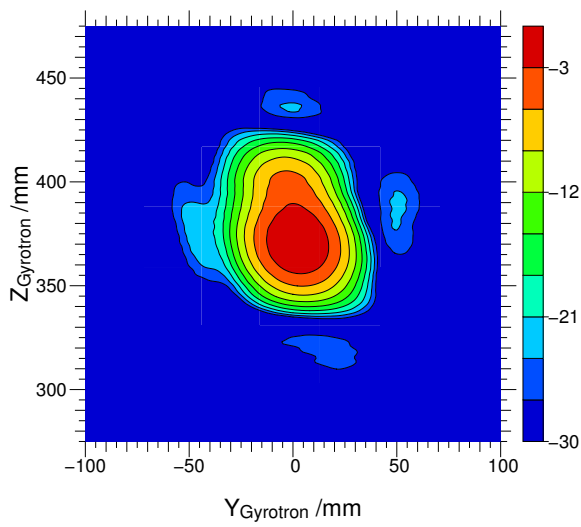
Bild 3.8: Simulierte Abstrahlung des Launchers in einem Abstand von 50 mm.

streu wiedergeben. Dazu ist wichtig zu wissen, woher diese Nebenstrahlen kommen, denn aus Bild 3.6 geht nur die Existenz hervor. Darüber Aufschluss gibt Bild 3.8, auf dem die Abstrahlung des Launchers in einer Ebene 50 mm von der Geometrieachse dargestellt ist. Hier ist im Bereich zwischen  $z = 150$  mm und  $170$  mm das Maximum. Bei einem Wert von etwa  $z = 185$  mm ist jedoch gleichfalls ein deutliches Maximum ausgebildet. Daneben sind noch weniger deutlich ausgeprägte Nebenmaxima vorhanden. Verfolgt man den sehr auffälligen zweiten Strahl durch das Spiegelsystem, erfährt man, dass das Launcherfeld der Ursprung des in Bild 3.7 bei  $z = 470$  mm erscheinenden Feldes ist. Somit ist klar, dass die Nebenstrahlen, die in den Hauptstrahl fokussiert werden, aus dem Launcher stammen. Die Ausprägung solcher Nebenkeulen des Launchers hängt stark von der Zusammensetzung der Moden in der abstrahlenden Apertur des Launchers ab. Bei der Simulation mit gekoppelten Gleichungen besteht keine so hohe Genauigkeit, dass dies deutlich erfasst wird. Bei der Berechnung mittels der elektrischen Feldintegralgleichung stellt man fest, dass die Intensitäten von Nebenkeulen beim Vergleich mit der Messung unterschiedlich sind und es kann davon ausgegangen werden, dass die Phasenbeziehungen auch differieren. Überlagert man die simulierten Wellen unterschiedlicher Intensität, ändert sich das resultierende Feldprofil. Somit ist die Simulation des Ausgangsstrahls mit dem elektrischen Feldintegral durchaus plausibel.

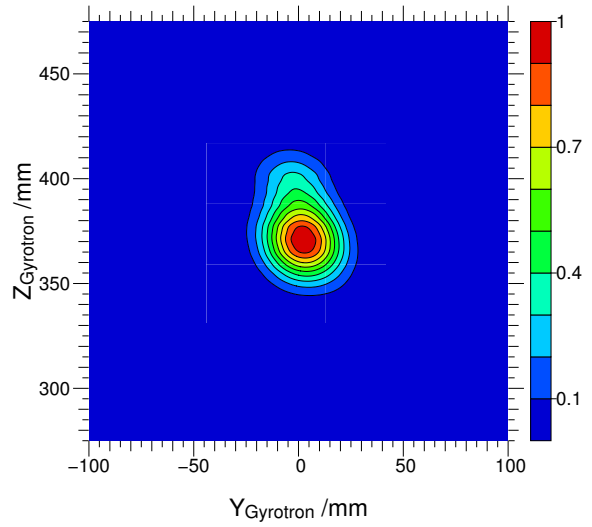
Um diesen Effekt der Überlagerung mehrerer Strahlen im Ausgangsfenster zu vermeiden, wurden zwei Alternativen erarbeitet:

- Änderung der Fokussierung des dritten Reflektors.
- Änderung der Fokussierung des zweiten und dritten Reflektors.

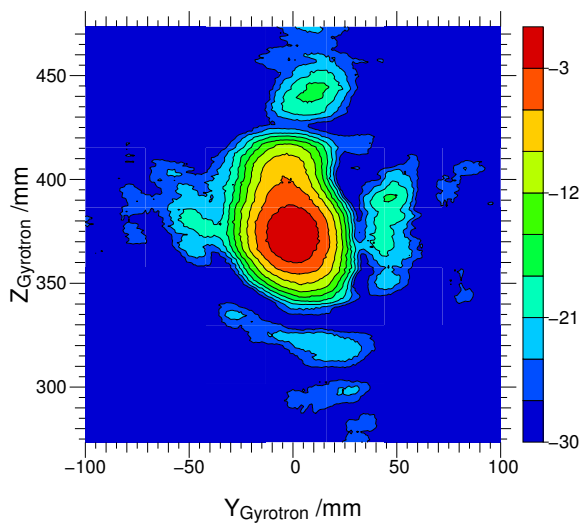
Diese Alternativen sind notwendig, da im bestehenden Gyrotron eine Änderung des dritten Reflektors leicht möglich ist, hingegen der Austausch von weiteren Komponenten fast unmöglich, und gleichzeitig ist das Problem nur durch Änderung des dritten Reflektors nicht optimal zu lösen.



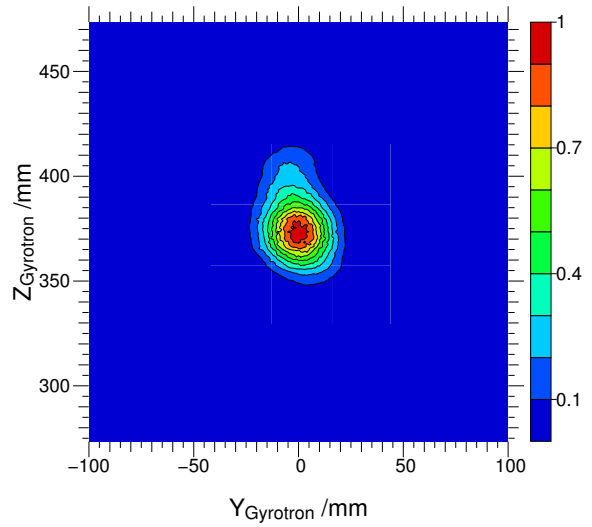
(a) Simulation, logarithmisch.



(b) Simulation, linear.



(c) Messung, logarithmisch.



(d) Messung, linear.

Bild 3.9: Fensterebene mit verbessertem drittem Spiegel (toroidal).

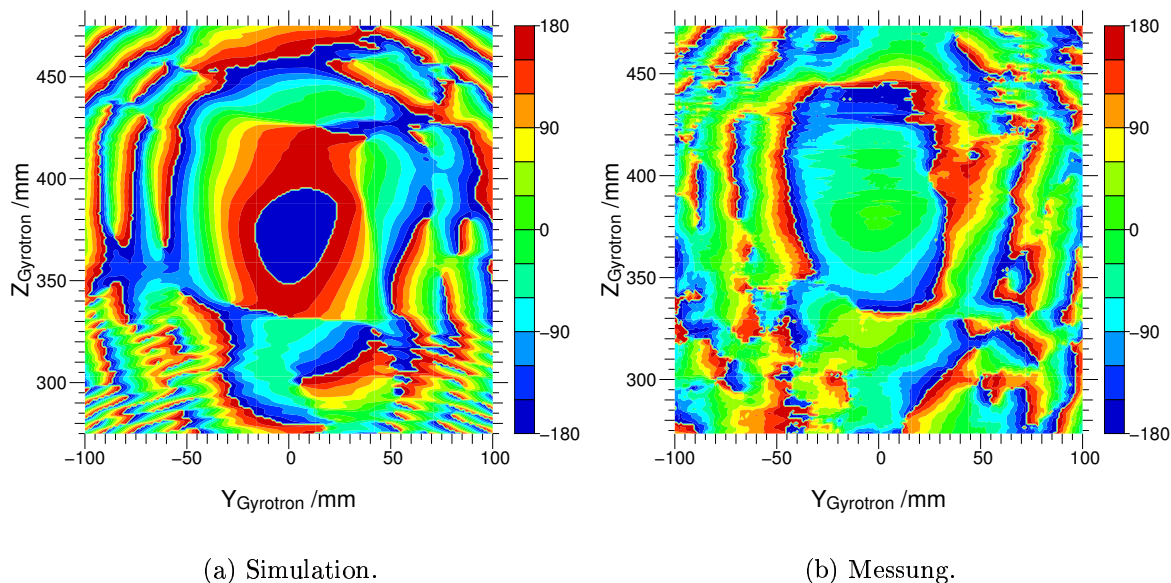


Bild 3.10: Phasen in der Fensterebene mit verbessertem drittem Spiegel (toroidal).

Das simulierte Strahlprofil mit geänderten dritten Spiegel ist im Vergleich zum Gemessenen in Bild 3.9 sowohl logarithmisch als auch linear skaliert dargestellt. Darin ist in linearer Darstellung zu sehen, dass es keine mehrfachen Maxima im Strahlzentrum gibt, auch ist das Strahlzentrum nicht verschoben. Aus der logarithmischen Darstellung lässt sich ersehen, dass es nun neben dem Hauptmaximum noch Nebenstrahlen gibt. Das ergibt sich daraus, dass der dritte Spiegel nun weniger stark fokussiert und damit die oben beschriebenen Strahlen an dieser Strahlposition noch nicht das Maximum berühren. Eine Entwicklung der Zusammensetzung dieses Strahls in Gauß'sche Moden ergibt einen Anteil der Grundmode von 94%. Da das Ausgangsfenster des Gyrotrons nur einen Durchmesser von 80 mm hat, wird jetzt ein Teil der Leistung abgeschnitten und verbleibt damit im Gyrotron. Der transmittierte Anteil beträgt 93%. Die Phasenverteilung aus Bild 3.10 lässt den Rückschluss zu, dass die Strahlachse nach der Modifikation außerhalb des Gyrotrons liegt. Da die hohe im Gyrotron verbleibende Leistung bei weitem nicht optimal ist und die Röhre intern aufheizt, wurde noch eine zweite Variante entwickelt.

Die optimale Lösung dieses Sachverhalts wäre erreicht, wenn der ursprünglich vorgegebene Strahlradius im Fenster von 20 mm eingehalten wird und gleichzeitig keine Mehrfachmaxima auftreten. Dies erreicht man, indem der bisher plane zweite Spiegel ebenfalls zur Fokussierung herangezogen wird. Damit ist es möglich, gleichzeitig den Strahlradius in der Fensterapertur zu optimieren und die Nebenstrahlen parallel zum Hauptstrahl laufen zu lassen, damit diese nicht miteinander interferieren. Das Ergebnis der Simulation in der Fensterebene ist in Bild 3.11 dargestellt. Der Ausgangsstrahl hat einen Anteil der Gauß'schen Grundmode von 95%, und durch ein Fenster mit einer Apertur von 80 mm werden 98,2% der Leistung transmittiert. In Bild 3.11 sind neben

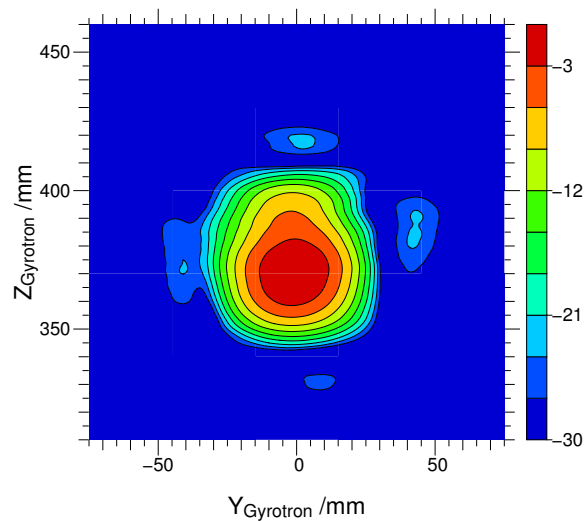


Bild 3.11: Fensterebene mit optimiertem zweiten und dritten Spiegel.

dem Hauptmaximum wieder – wie bei der alleinigen Modifikation des dritten Reflektors – Seitenmaxima zu sehen, die deutlich vom Hauptstrahl getrennt sind.

Es zeigt sich, dass mit der elektrischen Feldintegralgleichung eine Simulation mit einer sehr geringen Abweichung zu den Messungen durchgeführt werden kann.

### 3.6.1 Grenzen der Simulation

Durch die Anwendung oben beschriebener effizienter numerischer Berechnung sind Szenarien quasi-optischer Wellentypwandler heute auf modernen Workstations umsetzbar. Somit kann der Einsatz wesentlich teurerer Rechenzeiten von Großrechnern vermieden werden. Dennoch dauert die Berechnung der äquivalenten Wandströme bei der gegebenen Größe des quasi-optischen Wellentypwandlers und der Frequenz von 118 GHz mit heutiger Hardware (AMD Opteron @ 2,2 GHz) etwa 15 h. Je nach Größe der zu berechnenden abgestrahlten Feldverteilung und der Anzahl der darauf liegenden Punkte kann diese Rechnung auch noch einige weitere Stunden beanspruchen. Daraus ist zu sehen, dass zur Minimierung von Speicher und Rechenzeit versucht werden muss, die Anzahl der Knoten im Rechengitter zu optimieren und trotzdem die Geometrie voll zu erfassen. Hierbei kann das Ergebnis deutlich verfälscht werden, denn ein Gitter in der Simulation hat nicht die gleichen Eigenschaften wie eine metallische Fläche. Da die Stützstellen des Gitters nicht unendlich dicht sind, sondern einen Zwischenraum haben, wird ein Teil des Feldes durch das Gitter transmittieren. Je größer der Abstand zwischen den Stützstellen, desto größer ist dieser Effekt. Klar zu machen ist immer wieder, dass es sich um ein Modell handelt und es somit Abstrahierungen enthält. So ist in Wirklichkeit kein Feld direkt hinter einer metallischen Fläche außer dem Feld, das durch Kantenbeugung entsteht. Im Modell hingegen hat das modellierende Gitter je nach Maschengröße nur eine bestimmte Reflektivität. Dies soll kurz an einem Beispiel verdeutlicht werden.

In Bild 3.12 ist wieder die Ebene des Ausgangsfensters des quasi-optischen 118 GHz

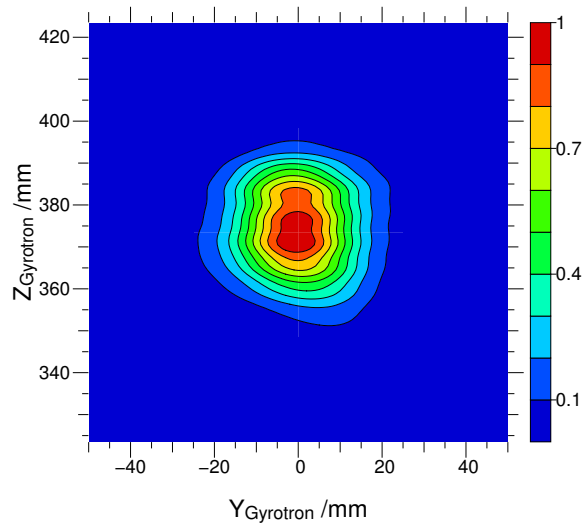


Bild 3.12: Fensterebene mit großen Maschen des zweiten Spiegels.

Wellentypwandler dargestellt. Bei dieser Simulation ist die Maschengröße des zweiten Reflektors bezogen auf die vorangegangenen Modelle um 30% größer gewählt worden. Verglichen mit Bild 3.5 ergibt sich jedoch ein deutlicher Unterschied. Es treten zwei Maxima auf. Also interferieren an dieser Stelle wieder zwei Wellen miteinander. Die Frage ist, woher die mit dem Ausgangsstrahl interferierende Welle stammt.

Eine genauere Analyse hat ergeben, dass diese Struktur aus einem Effekt der Simulation selbst hervorgeht. Zur Erklärung wird ein weiterer Querschnitt des quasi-optischen Wellentypwandler, der in Bild 3.13 zu sehen ist, herangezogen. Bei näherem Vergleich mit Bild 3.6 fällt auf, dass im Bereich hinter dem zweiten Spiegel ( $x < -40$  mm und  $180$  mm  $< z < 300$  mm) noch Feldanteile vorhanden sind. Es ist sogar ein Strahl ausgeprägt, der eine Verlängerung des Strahls vom ersten auf den zweiten Spiegel darstellt. Verfolgt man die Ausbreitung des Strahls, so erhält man einen Schnittpunkt mit dem Ausgangsstrahl, der vom dritten Spiegel reflektiert wird, bei etwa  $x = -400$  mm, also 40 mm vor der Fensterebene. Da der Strahl nicht punktförmig ist, sondern eine Ausdehnung hat, gibt es eine Region der Interferenz. Dies erklärt das Zustandekommen des Feldbildes mit mehreren Maxima in der Fensterebene, wie in Bild 3.12 dargestellt. Bei der Vereinfachung einer Geometrie sind also ähnliche Effekte immer zu berücksichtigen, da die Maschengröße hier aus Gründen der Leistungsfähigkeit der vorhandenen Rechner im Bereich von  $\frac{\lambda}{5}$  liegt und nicht, wie allgemein für numerische Methoden gefordert, von besser als  $\frac{\lambda}{10}$ .



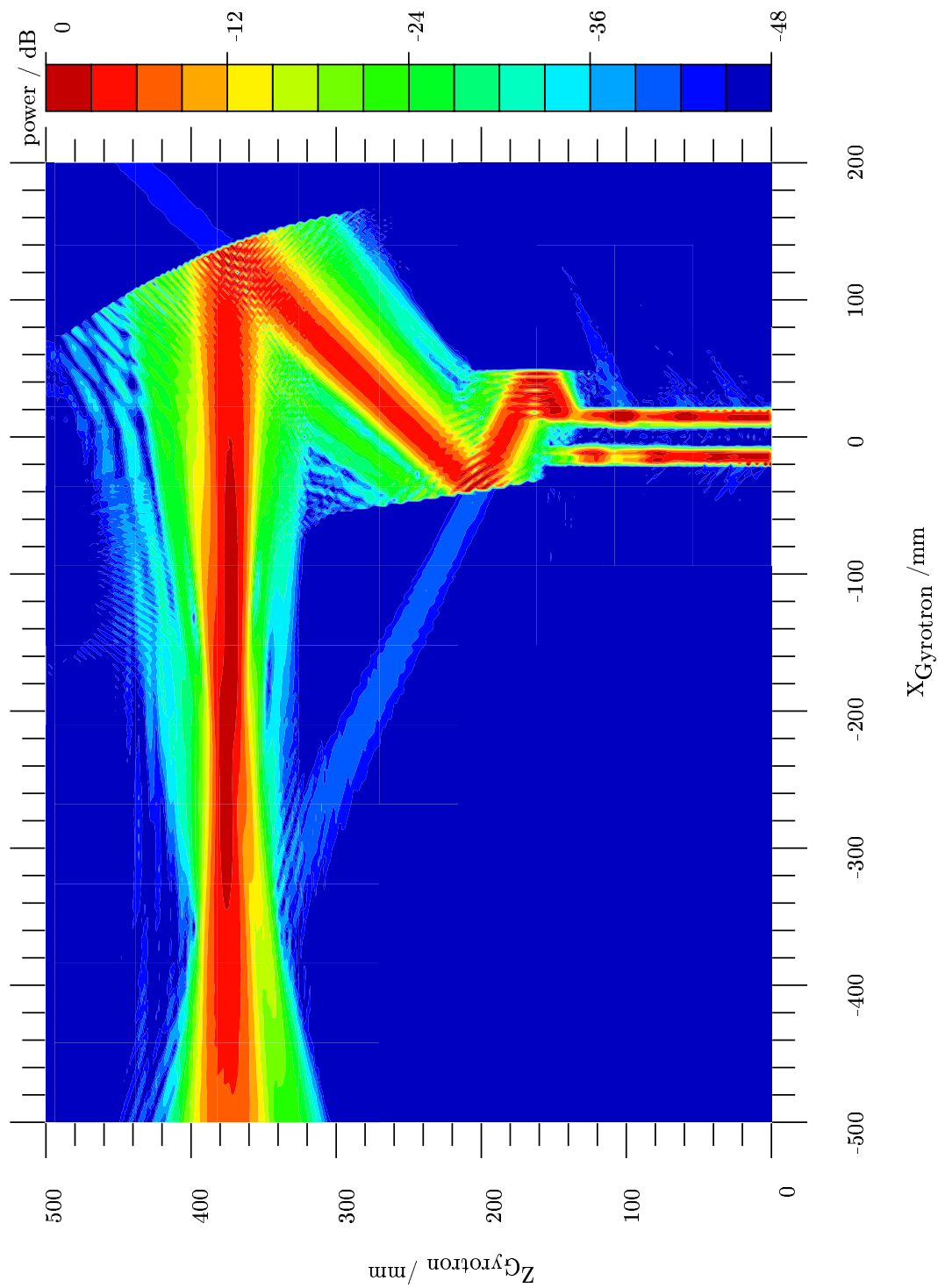


Bild 3.13: Querschnitt durch den quasi-optischen 118 GHz Wellentypwandler.

## 4 Schnelle zweidimensionale Feldberechnung

Aufgrund der Komplexität der dreidimensionalen Feldberechnung mittels der integralen Feldintegralgleichung und der damit zusammenhängenden Rechenzeit von mehreren Stunden eignet sich dieses Verfahren nur zur Analyse. Eine Synthese oder eine numerische Optimierung ist wenig sinnvoll, da hierzu Wochen oder Monate nötig wären. Daher kommt dazu ein weitaus schnelleres Simulationsverfahren zum Einsatz, dessen Ergebnisse nicht ganz der Genauigkeit der Berechnung mit dem elektrischen Feldintegral entsprechen, dafür aber wesentlich schneller nämlich innerhalb von Sekunden erreicht werden. Die Methode bedient sich der Feldberechnung mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral, das von einer bekannten flächigen Feldverteilung das resultierende Feld auf einer anderen Fläche im Raum errechnen kann.

Die Propagation eines Feldes von einer Fläche zu einer anderen eignet sich ideal, um die Ausbreitung von einem Spiegel zu einem anderen des quasi-optischen Wellentypwandlers zu berechnen. Jedoch birgt es auch Nachteile, wie zum Beispiel, dass eventuelle Hindernisse in der Ausbreitung nicht berücksichtigt werden, wenn nicht Flächen mit in die Berechnung einbezogen werden, in denen sich dieses befindet. Auch lässt sich die Hohlleiterantenne damit nicht erfassen. So eröffnen sich zwei Alternativen für deren Berechnung: Wie in Abschnitt 2.3 dargestellt, kann die Ausbreitung des Feldes im Rundhohlleiter mit Wandstörungen mit der Theorie der gekoppelten Moden beschrieben werden. Ausgehend von der sich ergebenden Wandstromverteilung wird das abgestrahlte Feld berechnet. Die zweite Alternative ist die Berechnung des vom Launcher abgestrahlten Feldes mittels der elektrischen Feldintegralgleichung. Da der zweite Weg deutlich bessere Übereinstimmung mit den Messungen zeigt, soll in diesem Kapitel nach Einführung des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals und der Propagation von Reflektoroberfläche zu Reflektoroberfläche ein Weg aufgezeigt werden, wie eine Wandlung des elektrischen Feldes aus der Berechnung mit dem elektrischen Feldintegral für die weitere Rechnung mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral verwendet werden kann. Zum Abschluss dieses Kapitels werden die Ergebnisse der verschiedenen Simulationsmethoden diskutiert.

### 4.1 Kirchhoff'sches Beugungsintegral

Die Grundlage der Berechnung der Ausbreitung des Feldes, beschränkt auf Flächen ist das Kirchhoff'sche Beugungsintegral. Ausgehend von einer flächigen Feldbelegung lässt sich das Feld in einem bestimmten Raumbereich bestimmen [65, 66]. Nachfolgend soll ausgehend von einem bekannten Feld  $u$  an der Stelle  $\vec{r} = (x, y, z)$  das resultierende Feld im Raum an der Stelle  $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$  berechnet werden. Es wird der in Bild 4.1 dargestellte quellenfreie Raumbereich, der durch eine Kugel um das bekannte Feld  $u(\vec{r}_0)$  beschrieben wird, verwendet.

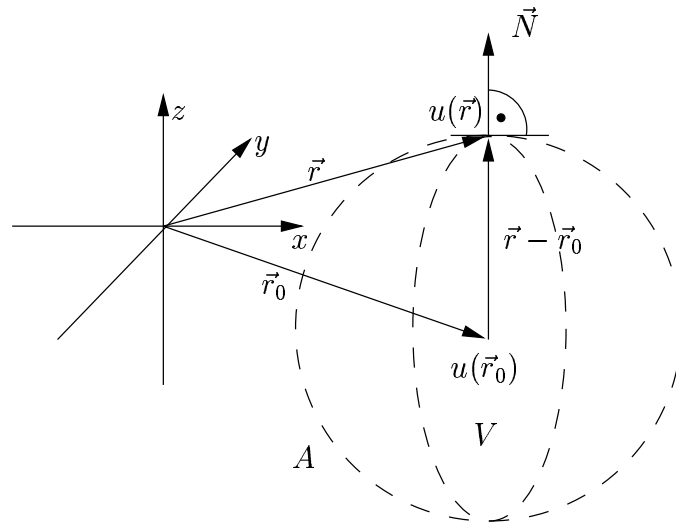


Bild 4.1: Raumbereich zur Berechnung des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals.

Aus den Maxwell-Gleichungen folgt, dass alle kartesischen Komponenten der Felder in einem homogenen, isotropen Medium der inhomogenen Wellengleichung (3.26) genügen. Betrachtet man zusätzlich noch einen ladungs- und stromfreien Raum, was hier gegeben ist, so ergibt sich die homogene Wellengleichung für das Feld  $u$  zu:

$$\nabla^2 u(\vec{r}) + k_0^2 u(\vec{r}) = 0 \quad (4.1)$$

Betrachtet man eine unendlich kleine Quelle an der Stelle  $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ , kann man diese zunächst als punktförmig betrachten. Mathematisch lässt sie sich durch einen  $\delta$ -Funktion beschreiben:

$$q(\vec{r}_0) = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - z_0) = \delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|) \quad (4.2)$$

Aus dem systemtheoretischen Ansatz

$$\nabla^2 G(\vec{r}) + k_0^2 G(\vec{r}) = -q(\vec{r}_0) = -\delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|) \quad (4.3)$$

ermittelt man die Impulsantwort der Wellengleichung. Die Lösung dieser Differentialgleichung, die denselben Randbedingungen wie  $u(\vec{r})$  genügt, ergibt für  $G$  die Green'sche Funktion [67, 56]

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = G(\vec{r} - \vec{r}_0) = \frac{e^{-jk_0|\vec{r} - \vec{r}_0|}}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad (4.4)$$

mit

$$|\vec{r} - \vec{r}_0| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \quad (4.5)$$

Somit ist die Lösung abhängig vom Abstand  $|\vec{r} - \vec{r}_0|$  von Quell- und Zielpunkt. Multipliziert man Gleichung (4.1) mit  $G(\vec{r} - \vec{r}_0)$  und Gleichung (4.3) mit  $u(\vec{r})$  und bildet anschließend die Differenz der beiden Gleichungen, so ergibt sich

$$u(\vec{r})\nabla^2 G(\vec{r} - \vec{r}_0) - G(\vec{r} - \vec{r}_0)\nabla^2 u(\vec{r}) = -u(\vec{r})\delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|) \quad (4.6)$$

Aus der Integration von Gleichung (4.6) über ein beliebiges Volumen, wie in Bild 4.1 dargestellt, ergibt sich

$$\iiint_V (u(\vec{r})\nabla^2 G(\vec{r} - \vec{r}_0) - G(\vec{r} - \vec{r}_0)\nabla^2 u(\vec{r})) dV = - \iiint_V u(\vec{r})\delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|)dV \quad (4.7)$$

Das Integral über den Dirac-Impuls auf der rechten Seite ergibt nur einen Beitrag, wenn sich die Quelle im Volumen  $V$  befindet:

$$\iiint_V u(\vec{r})\delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|)dV = \begin{cases} 1 & : \vec{r}_0 \in V \\ 0 & : \vec{r}_0 \notin V \end{cases} \quad (4.8)$$

Das Volumenintegral der linken Seite von Gleichung (4.7) kann mit Hilfe des Green'schen Satzes der Integralrechnung [68]

$$\iiint_V (\xi\nabla^2\zeta - \zeta\nabla^2\xi) dV = \iint_A \left( \xi \frac{\partial\zeta}{\partial N} - \zeta \frac{\partial\xi}{\partial N} \right) dA \quad (4.9)$$

als Oberflächenintegral über die Hülle des Volumens  $A$  ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} & \iiint_V (u(\vec{r})\nabla^2 G(\vec{r} - \vec{r}_0) - G(\vec{r} - \vec{r}_0)\nabla^2 u(\vec{r})) dV \\ &= \iint_A (u(\vec{r})\nabla G(\vec{r} - \vec{r}_0) - G(\vec{r} - \vec{r}_0)\nabla u(\vec{r}))^T \vec{N} dA \end{aligned} \quad (4.10)$$

Der Vektor  $\vec{N}$  ist der Normaleneinheitsvektor, der aus dem Volumen, wie in Bild 4.1 dargestellt, herauszeigt.

Die Lösung des Oberflächenintegrals aus Gleichung (4.10) ist damit zur Lösung des Volumenintegrals aus Gleichung (4.8) geworden:

$$- \iint_A (u(\vec{r})\nabla G(\vec{r} - \vec{r}_0) - G(\vec{r} - \vec{r}_0)\nabla u(\vec{r}))^T \vec{N} dA = \begin{cases} 1 & : \vec{r}_0 \in V \\ 0 & : \vec{r}_0 \notin V \end{cases} \quad (4.11)$$

Diese Gleichung bezeichnet man als das Kirchhoff'sche Beugungsintegral, da aus den Werten  $u(\vec{r})$  auf dem Rand des Volumens auf das Feld  $u(\vec{r}_0)$  an jeder Stelle im Inneren des Volumens geschlossen werden kann. Schnell einsichtig ist, dass, wenn Teile der Hülle im Unendlichen liegen, deren Beitrag für das Feld im Inneren verschwindet. Den Beweis dazu findet man in [69].

Gleichung (4.11) setzt nicht nur voraus, dass das Feld auf der Hülle bekannt ist, sondern auch, dass dessen Ableitung bekannt ist. Da dies meist nicht der Fall ist, sind für die Anwendung Verfahren notwendig, die entweder aus einem bekannten Feld die Ableitung bestimmen, oder es müssen Näherungen eingeführt werden, die auf dieses Wissen verzichten, damit das Beugungsintegral trotzdem genutzt werden kann. Im folgenden wird der zweite Weg für die Übertragung von Feldprofilen zwischen Ebenen verwendet.

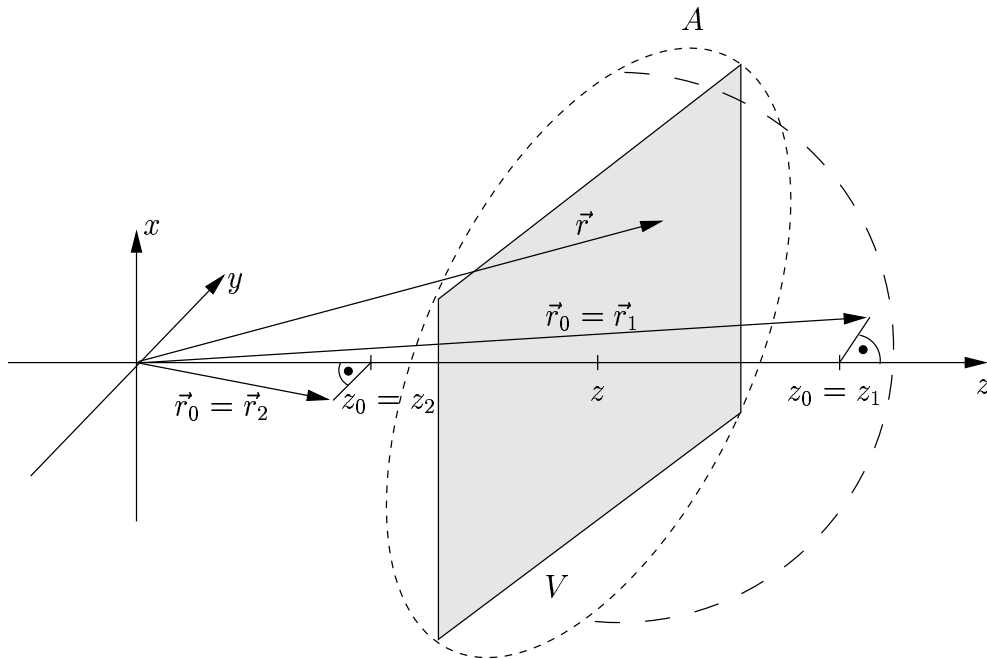


Bild 4.2: Kirchhoff'sches Beugungsintegral, angewandt auf zwei Ebenen.

#### 4.1.1 Freiraumausbreitung zwischen Ebenen

Im folgenden wird die Ausbreitung eines Feldes ausgehend von einer Ebene betrachtet. Hierbei lässt sich das im vorigen Abschnitt abgeleitete Kirchhoff'sche Beugungsintegral durch die Symmetrieeigenschaften der Green'schen Funktion deutlich vereinfachen.

Dazu wird das Koordinatensystem, wie in Bild 4.2 dargestellt, gewählt. Die Ebene mit der bekannten Feldverteilung liegt parallel zur  $xy$ -Ebene an der Position  $z$ . Die kartesischen Koordinaten des bekannten Feldes werden wie im vorgehenden Abschnitt mit  $\vec{r}$  bezeichnet, das gesuchte Feld befindet sich bei  $\vec{r}_0$ .

Als Integrationsvolumen wird eine Halbkugel verwendet, deren Radius unendlich groß ist und sich in positive  $z$ -Richtung erstreckt. Die Schnittfläche der Halbkugel entspricht der Ebene mit der bekannten Feldverteilung bei Position  $z$  auf der  $z$ -Achse. Aufgrund des unendlichen Radius der Halbkugel kann die Integration auf die Fläche mit der bekannten Feldverteilung beschränkt werden, da alles weitere keinen Integrationsbeitrag liefert.

Mit dem Normalenvektor der Ebene, der sich aus dem Vektorprodukt der Ableitungen von  $\vec{r}$  nach  $x$  und  $y$  ergibt,

$$\vec{N} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial y} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

lässt sich das Beugungsintegral aus Gleichung (4.11) wie folgt darstellen:

$$-\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ G(\vec{r} - \vec{r}_0) \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial z} - u(\vec{r}) \frac{\partial G(\vec{r} - \vec{r}_0)}{\partial z} \right] dx dy = \begin{cases} u(\vec{r}_0) & : z_0 \geq z \\ 0 & : z_0 < z \end{cases} \quad (4.13)$$

Anschaulich entspricht die Integration über  $dx dy$  der Summation unendlich kleiner Flächenstücke der Ebene. Die Funktion  $G(\vec{r} - \vec{r}_0)$  ist die Green'sche Funktion, wie in Gleichung (4.4) dargestellt, die abhängig vom Abstand der Punkte ist. Sie kann man analytisch differenzieren und erhält:

$$\frac{\partial}{\partial z} G(\vec{r} - \vec{r}_0) = -\frac{e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}_0|^2}(z-z_0) \left( jk_0 + \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} \right) \quad (4.14)$$

Aus den Symmetrieeigenschaften der Green'schen Funktion ergibt sich

$$G(\vec{r} - \vec{r}_0) = G(\vec{r}_0 - \vec{r}) \quad (4.15)$$

und

$$\frac{\partial}{\partial z} G(\vec{r} - \vec{r}_0) = \frac{\partial}{\partial z} G(\vec{r}_0 - \vec{r}). \quad (4.16)$$

Wählt man die zu berechnende Ebene an der Position  $z = z_1$ , so ergibt sich für die Ortsvektoren auf der Ebene

$$\vec{r}_0 = \vec{r}_1 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Damit vereinfacht sich Gleichung (4.13) mit  $z - z_1 \leq 0$  zu

$$-\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ G(\vec{r} - \vec{r}_1) \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial z} - u(\vec{r}) \frac{\partial G(\vec{r} - \vec{r}_1)}{\partial z} \right] dx dy = u(\vec{r}_1) \quad (4.18)$$

Durch die Wahl einer zweiten Ebene symmetrisch zur bekannten Ebene an der Position  $z = z_2$ , kann die Vereinfachung des Beugungsintegrals gezeigt werden. Für die Ortsvektoren dieser Ebene gilt:

$$\vec{r}_0 = \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Damit ergibt sich für Gleichung (4.13) in dieser Ebene mit  $z - z_2 \geq 0$

$$-\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ G(\vec{r} - \vec{r}_2) \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial z} - u(\vec{r}) \frac{\partial G(\vec{r} - \vec{r}_2)}{\partial z} \right] dx dy = 0 \quad (4.20)$$

Sind die Positionen von  $z_1$  und  $z_2$  so gewählt, dass der Abstand  $z_1 - z = z - z_2$  von der bekannten Ebene bei  $z$  gleich groß ist, die Ebenen also symmetrisch zu der bekannten Ebene liegen, so folgt aus Gleichung (4.15)

$$G(\vec{r} - \vec{r}_1) = G(\vec{r} - \vec{r}_2) \quad (4.21)$$

und somit auch für Gleichung (4.16)

$$\frac{\partial}{\partial z} G(\vec{r} - \vec{r}_1) = \frac{\partial}{\partial z} G(\vec{r} - \vec{r}_2). \quad (4.22)$$

Mit diesen Symmetrieeigenschaften lässt sich Gleichung (4.20) vereinfachen zu

$$-\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ G(\vec{r} - \vec{r}_1) \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial z} - u(\vec{r}) \frac{\partial G(\vec{r} - \vec{r}_1)}{\partial z} \right] dx dy = 0. \quad (4.23)$$

Bildet man nun die Differenz aus den Integralen der Gleichungen (4.18) und (4.23), erhält man für  $z \leq z_1$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} 2u(z) \frac{\partial G(\vec{r} - \vec{r}_1)}{\partial z} dx dy = u(\vec{r}_1). \quad (4.24)$$

Bezeichnet man nun die Koordinaten der zu berechnenden Ebene nicht mit  $r_1$ , sondern wie im vorigen Abschnitt auch mit  $r_0$ , so ergibt sich die vereinfachte Form des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals:

$$u(\vec{r}_0) = \begin{cases} 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial z} G(\vec{r} - \vec{r}_0) dx dy & \text{für } z_0 \geq z \\ 0 & \text{für } z_0 < z \end{cases} \quad (4.25)$$

## 4.2 Elektrisches Vektorpotential

Zur Vereinfachung der Rechnung lässt sich analog zum magnetischen Vektorpotential  $\vec{A}$  aus Gleichung (3.20) das elektrische Vektorpotential  $\vec{F}$  einführen [54]. Es wird durch

$$\vec{E} = -\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \nabla \times \vec{F} \quad (4.26)$$

definiert. Eingesetzt in Gleichung (3.14) ergibt sich das magnetische Feld zu

$$\vec{H} = \frac{1}{j\omega\mu\varepsilon} \nabla \times \nabla \times \vec{F} \quad (4.27)$$

Mit den Gleichungen (3.15) und (4.26) erhält man

$$\nabla \times \vec{H} = -j\omega \nabla \times \vec{F} \quad (4.28)$$

und kann für das magnetische Feld

$$\vec{H} = -j\omega \vec{F} - \nabla \phi_m \quad (4.29)$$

schreiben. Hier dient  $\phi_m$  als Integrationskonstante und repräsentiert das magnetische Skalarpotential. Setzt man die Gleichungen (4.26) und (4.29) in Gleichung (3.14) ein, so erhält man ausschließlich eine Abhängigkeit von Potentialen:

$$-\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \nabla \times \vec{F} = -\frac{1}{\varepsilon} \left( \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F} \right) = -\omega^2 \mu \vec{F} + j\omega \mu \nabla \phi_m \quad (4.30)$$

Da der divergenzbehaftete Teil von  $\vec{F}$  sich aus dem Gradientenfeld ergibt und die Rotation immer Null ist, kann man ihn beliebig festlegen. Hier wird wie beim magnetischen Vektorpotential die Lorentz-Eichung genutzt, und es ergibt sich

$$\nabla \vec{F} = -j\omega\mu\varepsilon\phi_m. \quad (4.31)$$

Damit entkoppelt man die beiden Potentiale und erhält aus Gleichung (4.30)

$$\nabla^2 \vec{F} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{F} = 0 \quad (4.32)$$

und aus Gleichung (3.17) mit der Wellenzahl  $k = \omega^2\varepsilon\mu$

$$(\nabla^2 + k^2)\phi_m = 0 \quad (4.33)$$

Aus der Lösung der Differentialgleichung (4.32) können mit Gleichung (4.26) das elektrische und mit Gleichung (4.27) das magnetische Feld bestimmt werden.

In zylindrischen Koordinaten ergibt sich das elektrische Feld somit zu

$$\vec{E} = \vec{e}_r \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial F_\phi}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \phi} \right) + \vec{e}_\phi \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial F_z}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial z} \right) + \vec{e}_z \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F_r}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial (rF_\phi)}{\partial r} \right). \quad (4.34)$$

Aus dieser Darstellung lässt sich sehr gut erkennen, dass im Falle von transversal elektrischen Moden (TE) das Vektorpotential in  $\phi$ -Richtung und in radialer Richtung verschwinden muss, damit  $E_z = 0$  erfüllt ist. Also genügt es für TE-Moden, wie sie im Gyrotronresonator angeregt werden, nur die  $z$ -Komponente des elektrischen Vektorpotentials  $F_z$  zu betrachten. Das Feld, das sich durch den quasi-optischen Wellentypwandler ausbreitet, kann somit vereinfacht als skalare Größe dargestellt werden.

## 4.3 Reflektoren

Die Reflektoren des quasi-optischen Wellentypwandlers sind metallische Flächen, die für eine elektromagnetische Welle die gleiche Wirkung haben, wie sie von Spiegeln aus der Optik bekannt sind. Sie ändern die Richtung der Welle und können fokussierende Eigenschaften je nach Oberfläche haben. Ausgehend von einem planen Reflektor soll im folgenden die Behandlung einer Welle, die durch das elektrische Vektorpotential beschrieben ist, dargestellt werden, bevor die Behandlung von stark und schwach gekrümmten Oberflächen erörtert wird.

### 4.3.1 Reflexion an einer Ebene

Trifft eine elektromagnetische Welle, wie in Bild 4.3 dargestellt, auf eine ideal leitende plane Fläche, so wird sie vollständig reflektiert. Das Gesamtfeld kann wieder in ein einfallendes und ausfallendes Feld zerlegt werden. Die einfallende Welle wird durch das Vektorpotential dargestellt als

$$\vec{F}_{ein} = \vec{F}^e e^{-j\vec{k}^e \cdot \vec{r}}. \quad (4.35)$$



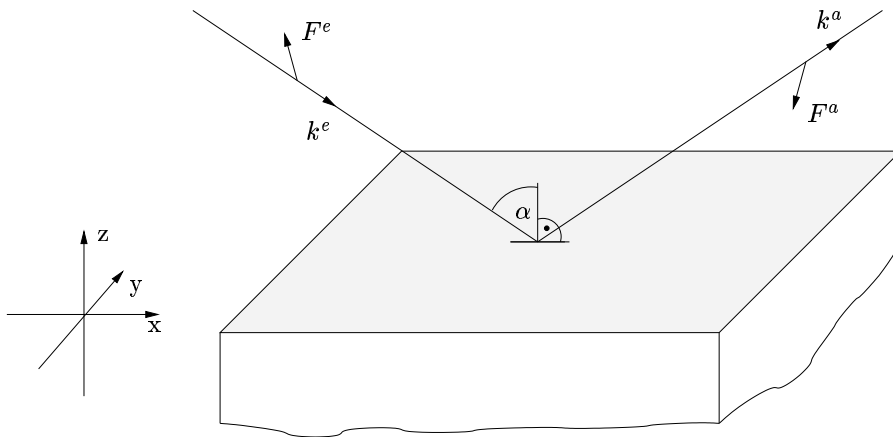


Bild 4.3: Reflexion einer ebenen Welle an einer ideal leitenden Fläche.

Dabei ist die Amplitude  $\vec{F}^e$  des einfallenden Feldes konstant und die Wellenzahl  $\vec{k}^e = \sqrt{k_x^{e2} + k_y^{e2} + k_z^{e2}}$  zeigt in Richtung der Ausbreitung des einfallenden Feldes. Es liegt eine linear polarisierte Welle vor, d.h. die Komponenten von  $\vec{F}^e$  sind gleichphasig. Für die zunächst unbekannte ausfallende Welle gilt gleiches:

$$\vec{F}^{aus} = \vec{F}^a e^{-j\vec{k}^a \vec{r}}. \quad (4.36)$$

Nach der Definition des Vektorpotentials aus Gleichung (4.26) ergibt sich für das elektrische Feld der einfallenden Welle

$$\vec{E}^{ein} = -\frac{1}{\varepsilon} \begin{Bmatrix} -k_y^e F_z^e + k_z^e F_y^e \\ k_x^e F_z^e - k_z^e F_x^e \\ -k_x^e F_y^e + k_y^e F_x^e \end{Bmatrix} e^{-j\vec{k}^e \vec{r}} \quad (4.37)$$

und der ausfallenden Welle

$$\vec{E}^{aus} = -\frac{1}{\varepsilon} \begin{Bmatrix} -k_y^a F_z^a + k_z^a F_y^a \\ k_x^a F_z^a - k_z^a F_x^a \\ -k_x^a F_y^a + k_y^a F_x^a \end{Bmatrix} e^{-j\vec{k}^a \vec{r}}. \quad (4.38)$$

Wie bereits aus Gleichung (2.2) bekannt ist, muss an einer ideal leitenden metallischen Oberfläche die tangential Komponente der elektrischen Feldstärke verschwinden. Dies führt hier bei einer Lage der Ebene bei  $z = 0$  zu

$$\vec{E}^{ein}(x,y,0) + \vec{E}^{aus}(x,y,0) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2E_z^{ein}(x,y,0) \end{Bmatrix} \quad (4.39)$$

Das Einsetzen der Gleichungen (4.37) und (4.38) in Gleichung (4.39) und ein Koeffizientenvergleich ergibt:

$$\vec{k}^a = \begin{Bmatrix} k_x^e \\ k_y^e \\ -k_z^e \end{Bmatrix} \quad (4.40)$$

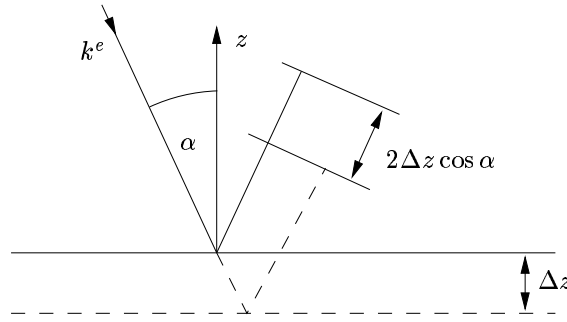


Bild 4.4: Phasenverschiebung durch Höhenänderung des Reflektors.

$$\vec{F}^a = \begin{Bmatrix} F_x^e \\ F_y^e \\ -F_z^e \end{Bmatrix} \quad (4.41)$$

Bei der Reflexion werden also nur die auf der Oberfläche senkrecht stehenden Komponenten von  $k^e$  und  $F^e$  invertiert.

### 4.3.2 Flache Reflektoren

Weist ein Reflektor kleine Änderungen der Oberfläche, die so genannte Höhenmodulation, gegenüber der im vorangegangenen Abschnitt dargestellten Ebene auf, so bleibt die Amplitudenverteilung einer dort reflektierten, ebenen Welle gleich, nur die Phasenbeziehungen ändern sich mit der Beschaffenheit der Reflektoroberfläche. In Bild 4.4 ist die Verschiebung der Reflektorebene um  $\Delta z$  dargestellt. Eine ebene Welle erfährt in Abhängigkeit des Einfallswinkels  $\alpha = \arccos |k_z^e/k^e|$  die Wegänderung

$$\Delta l = 2\Delta z \cos \alpha. \quad (4.42)$$

Daraus ergibt sich für die ausgehende mit einer Phasenverschiebung beaufschlagte Welle

$$\vec{F}_{\text{moduliert}}^{\text{aus}}(x,y,0) = \vec{F}^a(x,y,0)e^{jk^e 2\Delta z \cos \alpha} \quad (4.43)$$

In der Analogie zu den dünnen Linsen in der Optik sprechen wir bei Reflektoren, bei denen näherungsweise nur eine Änderung der Phase des Feldes betrachtet werden muss von flachen Spiegeln. Diese Näherung, dass sich die Amplitudenverteilung nicht ändert, kann bei Phasenänderungen bis  $4\pi$  problemlos verwendet werden. Sie können rein fokussierend sein, d.h. sie haben zum Beispiel ein parabolisches, elliptisches, hyperbolisches oder toroidales Profil, oder die Höhenmodulation entspricht einer analytischen Funktion. In diesem Fall wird von phasenkorrigierenden Reflektoren [70] gesprochen, da das Profil des Reflektors an das Strahlprofil angepasst ist.

Die Behandlung der flachen Reflektoren in der Feldsimulation mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral kann aufgrund ihrer Eigenschaft, dass sie nur die Phase beeinflussen, vereinfacht werden und somit numerisch effizient berechnet werden. Es ist ausreichend,

wenn das Feld in einer planen Ebene berechnet wird und anschließend jeder Berechnungspunkt abhängig von der Höhenmodulation mit einer Phasenänderung beaufschlagt wird. Gerechtfertigt ist auch die Anwendung von Gleichung (4.43) auf paraxiale Strahlen, da diese sich aus unendlich vielen ebenen Wellen zusammensetzen lassen, deren Wellenzahl dicht bei einer mittleren Wellenzahl  $k^e$  liegt.

### 4.3.3 Tiefe Reflektoren

Hat ein Reflektor eine große Ausdehnung, wie zum Beispiel der in Abschnitt 2.5.1 beschriebene quasi-elliptische Spiegel, so können die Amplitudenverteilungen am Eingang und Ausgang nicht mehr als gleich betrachtet werden. Er entspricht also einer dicken Linse, und die oben gemachten Näherungen für flache Reflektoren treffen nicht mehr zu. Bei der Berechnung muss das Integral aus Gleichung (4.11) vollständig ausgewertet werden. Um eine numerisch effizientere Berechnung möglich zu machen, kann ein tiefer Reflektor auch in einzelne flache Reflektoren aufgeteilt werden und diese nacheinander berechnet werden [71].

## 4.4 Launcherberechnung

Wie in den letzten Abschnitten gezeigt, kann mit Hilfe des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals ausgehend von einer flächigen Feldverteilung das Feld im Raum bestimmt werden. Also lässt sich die Fortpflanzung des Feldes über eine Spiegelleitung simulieren. Für den Launcher muss ein anderes Simulationsverfahren eingesetzt werden. Hier bieten sich zwei Alternativen:

- Die Theorie der gekoppelten Moden, wie in Abschnitt 2.3 dargestellt.
- Die Berechnung mit der elektrischen Feldintegralgleichung, wie in Abschnitt 3.3 dargestellt.

Wie ausgehend von den äquivalenten Wandströmen bei der Theorie der gekoppelten Gleichungen das abgestrahlte Feld ermittelt wird, kann in [30] nachgelesen werden. Da bei der Berechnung der äquivalenten Wandströme allerdings ein geschlossener Rundhohlleiter vorausgesetzt wird, können bei der Berechnung der Abstrahlung, wozu der Hohlleiter natürlich mit einem helikalen Schnitt aufgeschnitten werden muss, deutliche Abweichungen zur Messung entstehen. Daher soll im folgenden der in [72] dargestellte Ansatz zur Nutzung des mit der elektrischen Feldintegralgleichung berechneten Feldes für die weitere Rechnung mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral vertieft werden.

Die mit der elektrischen Feldintegralgleichung bestimmte Feldverteilung kann nicht direkt verwendet werden, da damit das elektrische Feld in allen drei Raumrichtungen berechnet wird, mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral jedoch das skalare elektrische Vektorpotential, wie in Abschnitt 4.2 veranschaulicht, herangezogen wird. Das Umsetzen der Größen ist nur mit einer Approximation möglich, da das elektrische Feld durch die Darstellung aller drei Raumrichtungen mehr Informationen enthält. Man bedient

sich hierzu der Randbedingung, dass im Resonator des Gyrotrons nur transversal elektrische Moden angeregt werden. Das bedeutet, dass in der Theorie die Komponente des elektrischen Feldes in Ausbreitungsrichtung verschwindet. Mehrere Rechnungen der Abstrahlung unterschiedlicher Launcher haben ergeben, dass die  $E_z$ -Komponente um mindestens 30 dB unterdrückt ist. Somit ist diese Annahme gerechtfertigt. Zur Berechnung des Feldes mit der elektrischen Feldintegralgleichung wird eine Ebene orthogonal zur Achse des Launchers in geringem Abstand zum Ende genutzt, wie in Bild 4.5 dargestellt. Hier ergibt sich aus der Definition des elektrischen Vektorpotentials in Gleichung (4.26) unter der Bedingung  $E_z = 0$ :

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{1}{\varepsilon} \begin{pmatrix} \frac{\partial F_z}{\partial y} \\ -\frac{\partial F_z}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.44)$$

Da nur die Feldverteilung, aber nicht die absolute Leistung von Relevanz ist, kann die Konstante  $\varepsilon$  vernachlässigt werden. Die Bestimmung der Unbekannten  $\frac{\partial F_z}{\partial y}$  und  $\frac{\partial F_z}{\partial x}$  kann über die Minimierung des Fehlerquadrats erfolgen. Damit ergibt sich das Funktional

$$I = \iint \left[ \left( -E_x - \frac{\partial F_z}{\partial y} \right)^2 + \left( E_y - \frac{\partial F_z}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy. \quad (4.45)$$

Jetzt können  $-E_x$  und  $E_y$  jeweils als Fourierreihe entwickelt werden:

$$-E_x(x,y) = \sum_k \sum_l a_{kl} e^{j(kx+ly)} \quad (4.46)$$

$$E_y(x,y) = \sum_k \sum_l b_{kl} e^{j(kx+ly)} \quad (4.47)$$

Damit ergeben sich die Ableitungen des Vektorpotentials  $F_z$  zu:

$$\frac{\partial F_z}{\partial x} = \sum_k \sum_l jk c_{kl} e^{j(kx+ly)} \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial F_z}{\partial y} = \sum_k \sum_l jl c_{kl} e^{j(kx+ly)} \quad (4.49)$$

Setzt man nun die Gleichungen (4.46) bis (4.49) in Gleichung (4.45) ein und setzt  $\frac{\partial I}{\partial c_{kl}} = 0$ , so ergibt sich durch die Orthogonalität der Basisfunktionen die Lösung für die unbekanntenen  $c_{kl}$  zu:

$$c_{kl} = \frac{la_{kl} + kb_{kl}}{j(k^2 + l^2)} \quad (4.50)$$

Der konstante Teil  $c_{00}$  ist damit noch nicht bestimmt, da das Vektorpotential über seine Ableitung bestimmt ist. Da es sich aber um eine schnelle Schwingung sehr hoher Frequenz handelt, kann man den konstanten Teil zu Null setzen. Die  $z$ -Komponente

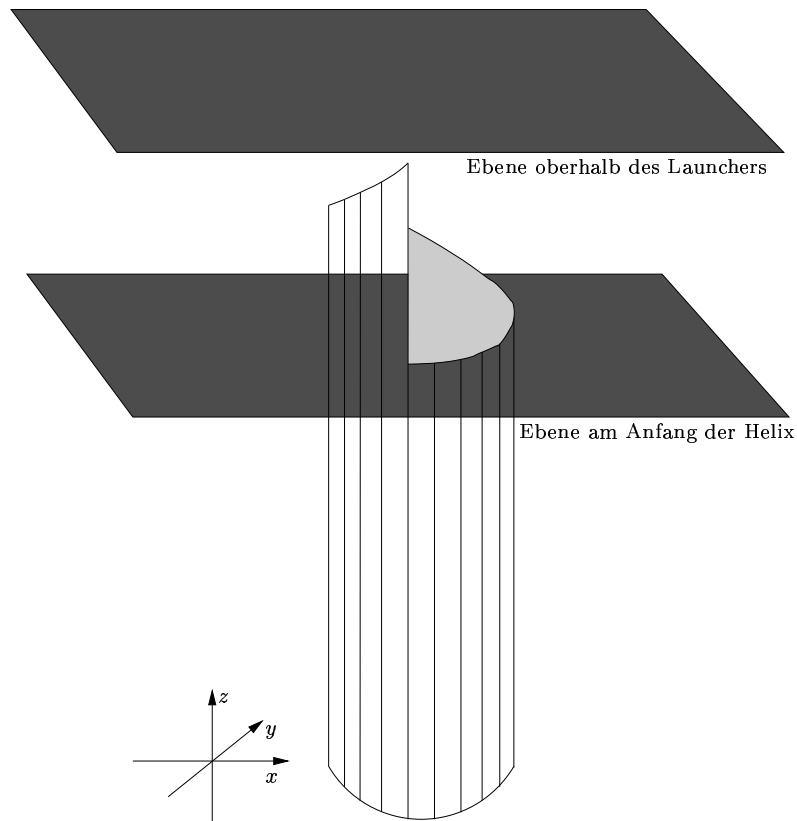


Bild 4.5: Ebene der Umsetzung von elektrischem Feld in elektrisches Vektorpotential.

des elektrischen Vektorpotentials lässt sich damit aus der Fourierrücktransformation erhalten:

$$F_z = \sum_k \sum_l c_{kl} e^{j(kx+ly)} \quad (4.51)$$

Eine Berechnung des Feldes auf dem quasi-elliptischen Reflektor ausgehend von der Fläche über dem Launcher, wie in Bild 4.5 abgebildet, ist nicht möglich, da sich ein Teil dieses Reflektors unterhalb, ein anderer oberhalb der Ebene befindet. Um eine einheitliche Ausbreitungsrichtung des Feldes in Richtung des Reflektors zu erreichen, wird das Feld zunächst mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral in negative  $z$ -Richtung propagiert. Hier bietet sich eine Ebene in der Höhe des Anfangs der Helix an, da der quasi-elliptische Reflektor in  $z$ -Richtung deutlich später beginnt. Ausgehend von dieser Ebene kann nun die Feldbelegung auf dem quasi-elliptischen Reflektor berechnet werden.

## 4.5 Simulationsergebnisse

Im folgenden wird der Vergleich der verschiedenen Simulationsansätze bezogen auf eine Messung diskutiert. Es wird, wie schon in Abschnitt 3.6, auf den quasi-optischen  $TE_{22,6}$ -Wellentypwandler des 118 GHz Gyrotrons eingegangen.

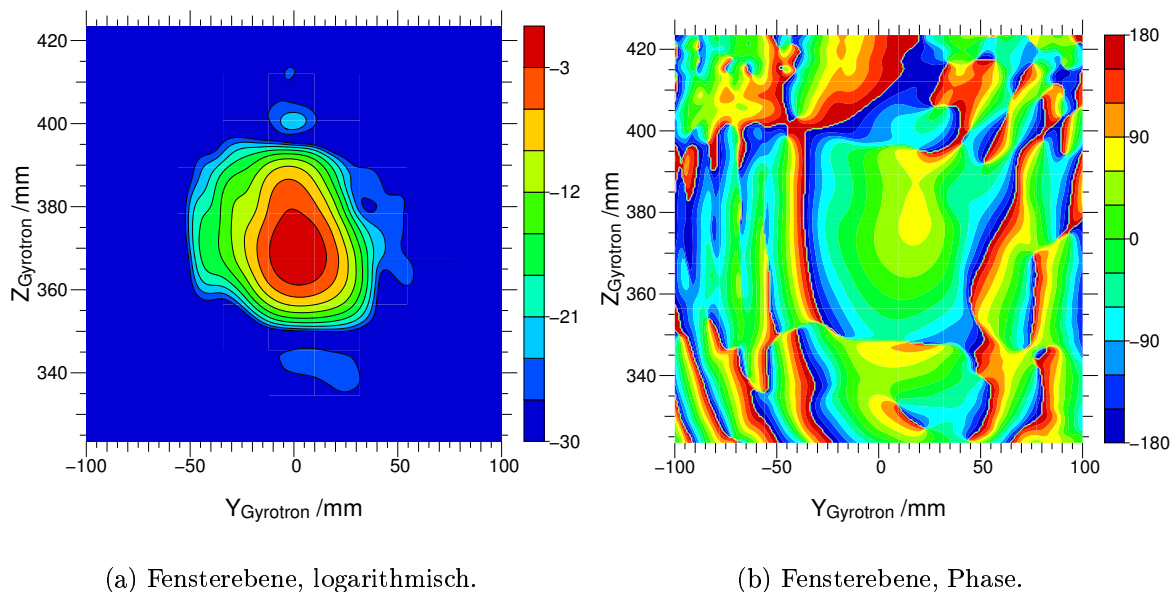
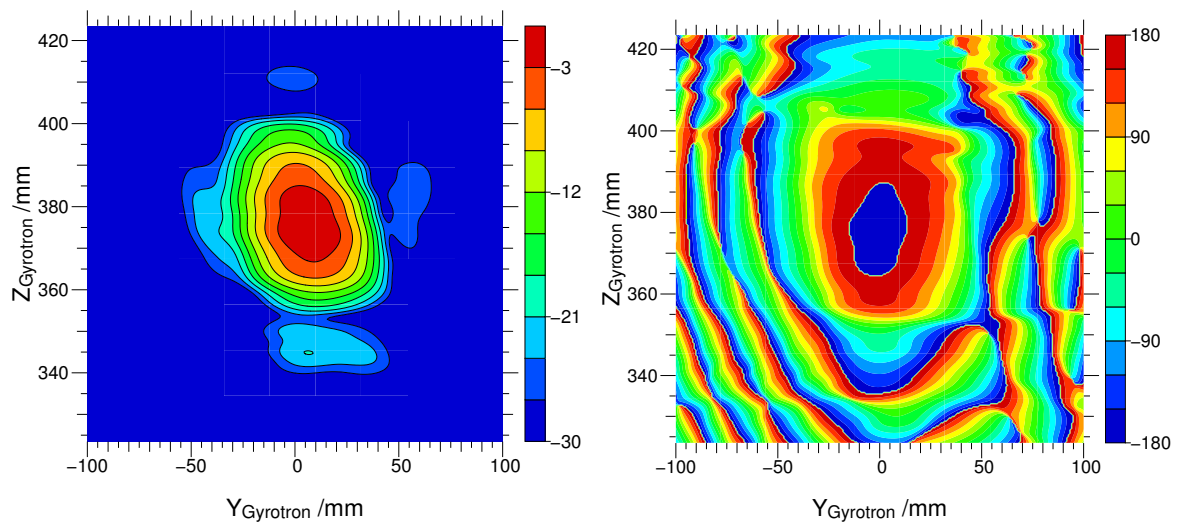


Bild 4.6: Simulation des Launchers des 118 GHz  $TE_{22,6}$ -Wellentypwandlers mit der elektrischen Feldintegralgleichung und der Reflektoren mit Kirchhoff'schem Beugungsintegral.

Die Simulation des Launchers mit der elektrischen Feldintegralgleichung mit nachfolgender Umsetzung in das elektrische Vektorpotential, wie im vergangenen Abschnitt hergeleitet, und der Propagation durch das System aus Reflektoren mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral wurde durchgeführt. Das resultierende Feldprofil in der Fensterebene ist in Bild 4.6 zu dargestellt. Im Vergleich mit der Messung aus Bild 3.9 besteht eine gute Korrelation. Das Maximum des Hochfrequenzstrahls ist ebenso nach unten hin verschoben. Die Nebenkeulen in  $z$ -Richtung sind in etwa wiedergegeben, ihre Intensitäten weichen von der Messung ab. Verglichen mit der Simulation des Wellentypwandlers ausschließlich mit der elektrischen Feldintegralgleichung aus Bild 3.9 sind Abweichungen zu sehen. Beim Vergleich der Phasenbilder zwischen der Simulation mit der elektrischen Feldintegralgleichung (Bild 3.10(a)) und der Messung (Bild 3.10(b)) ist eine gute Annäherung der beiden zu sehen. In beiden Fällen ist der Phasenverlauf in einem etwa 60 mal 60 mm großen Bereich in der Mitte des Bildes annähernd glatt. Außerhalb nehmen die Phasenänderungen schnell zu, und mehrere Phasendurchgänge sind zu beobachten. Nimmt man noch die Simulation aus Bild 4.6(b) hinzu, in der nur der Launcher mit der elektrischen Feldintegralgleichung berechnet wurde, fällt ein deutlicher Unterschied auf. Der Bereich des nahezu glatten Phasenverlaufs ist größer, und in den Außenbereichen scheint die Phase chaotischer zu verlaufen.

Zieht man zu diesem Vergleich das in Bild 4.7 dargestellte Simulationsergebnis hinzu, in dem der Launcher mit gekoppelten Moden und die Reflektoren mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral berechnet wurden, fällt auf, dass das Maximum des Strahls hier nicht verschoben, sondern zentral angeordnet ist. Auch die Nebenkeulen weichen



(a) Fensterebene, logarithmisch.

(b) Fensterebene, Phase.

Bild 4.7: Simulation des Launchers des 118 GHz  $TE_{22,6}$ -Wellentypwandlers mit gekoppelten Moden und der Reflektoren mit Kirchhoff'schem Beugungsintegral.

deutlich von der Messung ab. Das Phasenbild verdeutlicht diesen Eindruck, da hier der zentrale Bereich eine deutlich gekrümmte Phase darstellt.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass eine Rechnung mit der elektrischen Feldintegralgleichung die Wirklichkeit gut wiedergibt. Für eine schnelle Propagation kann das Kirchhoff'sche Beugungsintegral verwendet werden. Es kommt jedoch auf die Berechnung des vom Launcher abgestrahlten Feldes an.

Für die Auslegung eines quasi-optischen Wellentypwandlers lässt sich aus den dargestellten Simulationen ableiten, dass ein Vorgehen wie folgt sinnvoll ist:

- Simulation und Optimierung des Launchers mit der Methode der gekoppelten Moden.
- Bestätigen der Simulationsergebnisse durch Berechnung der Abstrahlung mit der elektrischen Feldintegralgleichung.
- Umwandeln des vom Launcher abgestrahlten Feldes in die Darstellung als Vektorpotential.
- Synthese der Reflektoroberflächen mittels des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals.
- Simulation des gesamten quasi-optischen Wellentypwandlers mit der elektrischen Feldintegralgleichung, um das Design zu überprüfen.
- Zum Abschluss sollte in jedem Fall eine Verifikation mittels Messung der Feldprofile an einem experimentellen Aufbau erfolgen.

Bei dieser Umsetzung wird auf die Genauigkeit der Simulation ebenso viel Wert gelegt wie auf geringe Rechenzeiten.



## 5 Auslegung eines quasi-optischen Wellentypwandlers für ein Multifrequenz-Gyrotron

Die weitere Entwicklung von Millimeterwellen-Gyrotrons wird in den nächsten Jahren zum einen von der Erhöhung der Ausgangsleistung, zum anderen von der Entwicklung von Quellen mit einer Ausgangsfrequenz zu mehrfrequenten Quellen dominiert sein. Um eine Mehrfrequenz-Röhre mit hohem Wirkungsgrad umzusetzen, ist in erster Linie ein quasi-optischer Wellentypwandler zu realisieren, der jede Mode, bzw. jede Frequenz, mit kleinsten Verlusten überträgt. Hier werden Kriterien für die Auslegung eines derartigen Systems hergeleitet, und es wird die Durchführbarkeit anhand einer Studie gezeigt.

Die Studie analysiert einen quasi-optische Wellentypwandler für neun Moden im Frequenzbereich von 105 GHz bis 143 GHz. Die Wahl der Moden ist abhängig vom Resonator, der im Gyrotron eingesetzt wird. Hier liegt der in [73] beschriebene Resonator zu Grunde, der für Multifrequenz-Betrieb optimiert wurde. Mit diesem können die in Tabelle 5.1 aufgeführten Moden bei den entsprechenden Frequenzen angeregt werden.

Mode	Frequenz
TE <sub>23,8</sub>	143,3 GHz
TE <sub>22,8</sub>	140,0 GHz
TE <sub>21,8</sub>	136,7 GHz
TE <sub>21,7</sub>	127,4 GHz
TE <sub>20,7</sub>	124,1 GHz
TE <sub>19,7</sub>	120,8 GHz
TE <sub>19,6</sub>	111,5 GHz
TE <sub>18,6</sub>	108,2 GHz
TE <sub>17,6</sub>	104,9 GHz

Tabelle 5.1: Moden und ihre Frequenzen aus [73].

Grundlage für die Entwicklung des quasi-optischen Wellentypwandlers stellt der in [31, 74] vorgestellte Wellentypwandler dar. Dieser basiert auf einem schwach fokussierenden Launcher mit glatten phasenkorrigierenden Reflektoren für eine Fensterapertur von 88 mm. Eine Anpassung dieses Wellentypwandlers durch Optimierung der phasenkorrigierenden Spiegel auf eine zylindrische Fensterapertur von 50 mm wurde in [75] beschrieben. Die im folgenden beschriebene Auslegung geht einen anderen Weg. Ein sehr großer Teil der Streustrahlung der Vorgängersysteme sind Beugungsverluste bei der Abstrahlung des Launchers. Diese wird durch die optimierte Fokussierung der Hochfrequenz aller Moden im Launcher minimiert, wobei gleichzeitig der Anteil der Gauß'schen Grundmode maximiert wurde. In der nachfolgenden Spiegelleitung werden nach dem

quasi-elliptischen Reflektor zwei toroidale Reflektoren auf die Strahleigenschaften angepasst. Dieser quasi-optische Wellentypwandler überträgt die Hochfrequenzleistung fast verlustfrei aus der Vakuumröhre und stellt ein breitbandiges System mit geringen Streuverlusten dar.

Da sich die vorliegende Arbeit bisher fast ausschließlich mit der Analyse von quasi-optischen Wellentypwandlern beschäftigt hat, wird zunächst die Beschreibung von Feldern in der Übertragungsleitung aus Reflektoren mit Gauß'schen Strahlen betrachtet. Auf dieser Grundlage wird gezeigt, dass die Anpassung des Gauß'schen Ausgangsstrahls auf ein unter dem Brewster-Winkel gehaltenes breitbandiges Ausgangsfenster, dessen Reflexion unabhängig von der Frequenz verschwindet, realisiert werden kann. Im zweiten Teil wird die Anwendung der Verfahren für die oben angegebenen Moden erläutert, und es werden Simulationsrechnungen des entworfenen quasi-optischen Wellentypwandlers präsentiert.

## 5.1 Gauß'sche Strahlen

Die einfachste Lösung der Wellengleichung sind ebene Wellen. Sie breiten sich geradlinig aus, ihre Phasenfronten sind eben und ihre Amplituden sind räumlich konstant. Allgemein kann ein beliebiges Feld durch die Superposition ebener Wellen unter verschiedenen Winkeln synthetisiert werden. Für spezielle Feldprofile, wie das gaußförmige, lassen sich spezielle Lösungen der Wellengleichung bestimmen. Mit der paraxialen Lösung kann ein Feld mit einer definierten Ausbreitungsrichtung, das eine gaußförmige Amplitudenbelegung und sphärische Phasenfronten hat, beschrieben werden. Daher bezeichnet man es auch als Gauß'schen Strahl. Im folgenden wird die Herleitung aus der Wellengleichung [76] dargestellt.

Geht man von der homogenen Wellengleichung aus, also setzt man bei Gleichung (3.26) den Strom zu Null, so erhält man in kartesischen Koordinaten:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2 U = 0 \quad (5.1)$$

Als Lösung dieser Differentialgleichung wird für das elektrische Feld ein paraxialer Ansatz gewählt. Eine paraxiale Welle ist eine ebene Welle, deren komplexer Amplitudenfaktor  $u(x,y,z)$  eine langsam veränderliche Funktion des Ortes ist.

$$E(x,y,z) = u(x,y,z)e^{-jkz}e^{j\omega t} \quad (5.2)$$

Mit diesem Ansatz ergibt sich die homogene Wellengleichung (5.1) zu:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2jk \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (5.3)$$

Die paraxiale Näherung impliziert, dass die Änderung der Amplitude  $u$  in Richtung der Ausbreitung über die Strecke mindestens einer Wellenlänge vernachlässigbar ist. Sie

kann also lokal als ebene Welle betrachtet werden. Mathematisch ausgedrückt schreibt man

$$\left| \frac{\Delta \frac{\partial u}{\partial z}}{\Delta z} \right| \lambda \ll \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right|. \quad (5.4)$$

Mit dieser Nebenbedingung lässt sich folgern, dass in Gleichung (5.3) der dritte Term gegenüber dem vierten fast verschwindet. Außerdem schließt die paraxiale Näherung ein, dass eine axiale Änderung des Feldes gegenüber der dazu orthogonalen Änderung klein ist. Für die Terme in Gleichung (5.3) ergibt sich, dass der dritte Term gegenüber den ersten beiden klein ist und damit vernachlässigt werden kann. So ergibt sich die paraxiale Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2jk \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (5.5)$$

Damit eine Anwendung der paraxialen Näherung gerechtfertigt ist, sollte die Divergenz des Strahls nicht größer als  $30^\circ$  sein, da sich sonst erhebliche Fehler ergeben. Eine mögliche Lösung für Gleichung (5.5) im Zweidimensionalen ist:

$$u(x, y, z) = A_x(z) A_y(z) e^{-j \frac{kx^2}{2z}} e^{-j \frac{ky^2}{2z}} \quad (5.6)$$

Liegt diese Lösung bei  $z$  vor, muss auch eine Verschiebung  $q_i(z) = z - \xi$  um die Konstante  $\xi$  eine Lösung sein. Ist die Konstante  $\xi$  komplex, d.h. sie ist  $-jz_c$ , ergibt sich der komplexe Strahlparameter  $q_i$  zu

$$q_i(z) = z + jz_c \quad (5.7)$$

mit der Rayleigh-Länge

$$z_c = \frac{\pi w_{0i}^2}{\lambda}. \quad (5.8)$$

Die Parameter  $w_{0i}$  geben darin den kleinsten Radius des Strahls in  $x$  ( $i = x$ ) oder in  $y$  ( $i = y$ ) an. So kann das Feld durch nachfolgende Gleichung beschrieben werden.

$$u(x, y, z) = A_x(z) A_y(z) e^{-j \frac{kx^2}{2q_x}} e^{-j \frac{ky^2}{2q_y}} \quad (5.9)$$

Amplitude und Phase des komplexen Strahlparameters können separiert werden, wenn die komplexe Funktion  $1/q(z) = 1/(z + jz_c)$  in Real- und Imaginärteil zerlegt wird, so dass

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - j \frac{\lambda}{\pi w^2(z)} \quad (5.10)$$

gilt. Wobei  $w(z)$  dem Strahlradius und  $R(z)$  dem Krümmungsradius der Phasenfront entspricht. Also kann man den Strahlradius  $w$  und die Krümmung der Phasenflächen  $R$  an jeder Stelle des Gauß'schen Strahls aus dem Real- bzw. Imaginärteil des komplexen Strahlparameters  $q$  bestimmen.

$$w = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi \operatorname{Im}(-\frac{1}{q})}} \quad (5.11)$$

$$R = \left[ \operatorname{Re} \left( \frac{1}{q} \right) \right]^{-1} \quad (5.12)$$

Damit kann das normierte elektrische Feld eines Gauß'schen Strahl, im Zweidimensionalen angegeben werden:

$$E(x,y,z) = \sqrt{\frac{2}{\pi w_x w_y}} e^{-\frac{x^2}{w_x^2} - \frac{y^2}{w_y^2} - j \left( \frac{\pi x^2}{\lambda R_x} + \frac{\pi y^2}{\lambda R_y} - \frac{\phi_{0x}}{2} - \frac{\phi_{0y}}{2} \right)} \quad (5.13)$$

Dabei gibt der Strahlradius  $w$  den Abfall des Feldes auf  $\frac{1}{e}$  an. So ergibt sich also für die beiden Komponenten

$$w_x = w_{0x} \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_{0x}^2} \right)^2} \quad (5.14)$$

und

$$w_y = w_{0y} \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_{0y}^2} \right)^2}. \quad (5.15)$$

Die Krümmung der Phasenfront entspricht

$$R_x = z + \frac{1}{z} \left( \frac{\pi w_{0x}^2}{\lambda} \right)^2 \quad (5.16)$$

$$R_y = z + \frac{1}{z} \left( \frac{\pi w_{0y}^2}{\lambda} \right)^2. \quad (5.17)$$

Der Winkel der Divergenz des Strahl ist

$$\phi_{0x} = \arctan \left( \frac{\lambda z}{\pi w_{0x}^2} \right) \quad (5.18)$$

$$\phi_{0y} = \arctan \left( \frac{\lambda z}{\pi w_{0y}^2} \right). \quad (5.19)$$

Anschaulich ist der sich von  $z = 0$  ausbreitende Strahl mit seinen Phasenflächen in Bild 5.1 dargestellt. Die sich im Fernfeld linear aufweitenden Kurven zeigen den Verlauf des Strahlradius, die gestrichelten Linien die zugehörigen Phasenfronten.

In einem quasi-optischen Wellentypwandler wird das abgestrahlte Feld des Launchers, wie in Abschnitt 2.4.1 veranschaulicht, auf ein gaußförmiges Profil hin optimiert. Daher kann der Anteil der Gauß'schen Grundmode, der auch als  $\text{TEM}_{0,0}$  des Freiraums bezeichnet wird, zur Beurteilung des Strahl herangezogen werden. Gerechtfertigt ist dies, sofern der Anteil sehr hoch ist.

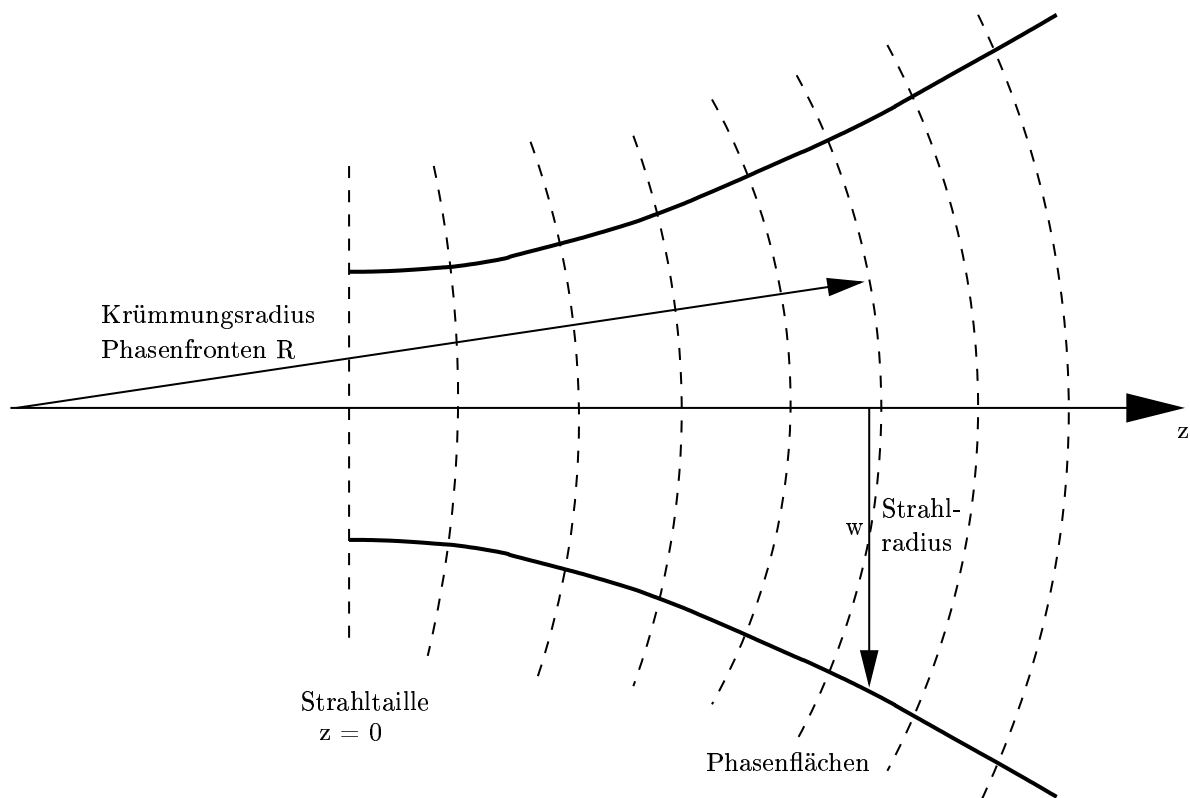


Bild 5.1: Schematische Darstellung eines Querschnitts durch einen Gauß'schen Strahl.

## 5.2 Transformation Gauß'scher Strahlen

Wie aus dem vorigen Abschnitt hervorgeht, behält der Gauß'sche Strahl bei der Ausbreitung im Freiraum seine Form. Der Strahlradius nimmt jedoch zu, und die Krümmung der Phasenfront ändert sich. Durch die Divergenz des Strahls ist es nötig, ihn zu bündeln, um den Strahl durch das Ausgangsfenster des Gyrotrons zu propagieren. Wie in der geometrischen Reflexionsoptik benutzt man auch hier Spiegel. Sie beeinflussen den Strahlradius und die Krümmung, so dass aus einem divergierenden Strahl ein konvergierender wird. Nach einem fokussierenden Reflektor entsteht eine neue Strahltaille, bevor der Strahl wieder divergiert. Im Gegensatz zur Optik ergibt sich keine Abbildung auf einen Punkt (Fokus in der Optik), sondern der Strahl hat einen minimalen Strahldurchmesser, die so genannte Strahltaille. Zur Beschreibung der Ausbreitung in einem quasi-optischen System wird eine Beschreibung der Transformationen der Strahltaillen ineinander nötig. Dabei muss das quasi-optische System charakterisiert werden, wozu so genannte ABCD-Matrizen herangezogen werden. Hier wird angenommen, dass die Grundmode und die paraxiale Ausbreitung zu Grunde gelegt werden können.

Die Beschreibung des Gauß'schen Strahls kann daher wie im vorangegangenen Abschnitt mit dem komplexen Strahlparameter  $q$  und ABCD-Matrizen, die im folgenden näher erläutert werden, erfolgen.

Beschreibt man einen optischen Strahl, der sich in einem System ausbreitet, so wird

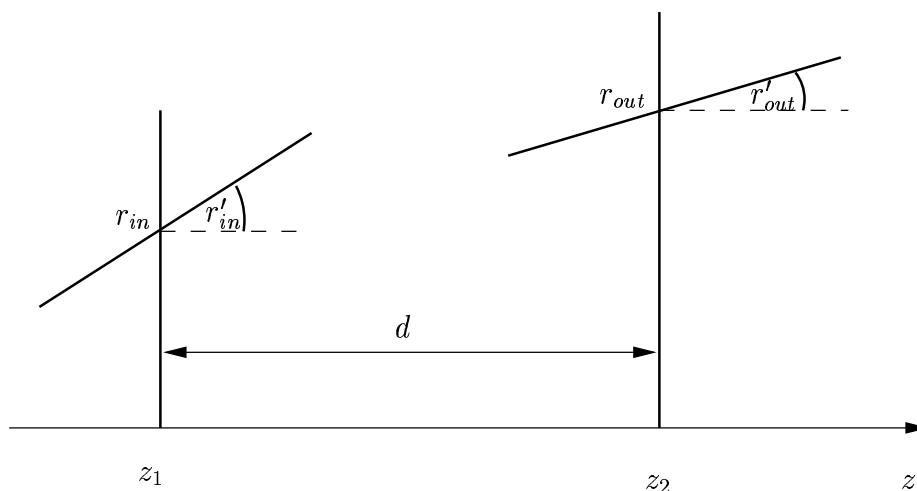


Bild 5.2: Propagation eines optischen Strahls.

der Einfluss des Systems durch die Position  $r$  und die Steigung  $r'$  am Eingang und ebenso beiden am Ausgang erfasst. Der Zusammenhang kann, wie in Bild 5.2 dargestellt, mit zwei linearen Gleichungen abgebildet werden.

$$r_{out} = Ar_{in} + Br'_{in} \quad (5.20)$$

$$r'_{out} = Cr_{in} + Dr'_{in} \quad (5.21)$$

Dies lässt sich auch als Matrixgleichung schreiben.

$$\begin{pmatrix} r_{out} \\ r'_{out} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_{in} \\ r'_{in} \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

Somit lassen sich die Eigenschaften eines System durch eine  $2 \times 2$  Matrix darstellen, die so genannte ABCD- oder Strahltransfer-Matrix [76]. Die Faktoren  $A, B, C, D$  beschreiben die Übertragungseigenschaften des optischen Systems. Aus der Division der Gleichungen (5.20) und (5.21) ergibt sich der Krümmungsradius  $R$ , da dieser als  $\frac{r}{r'}$  definiert ist.

$$R_{out} = \frac{AR_{in} + B}{CR_{in} + D} \quad (5.23)$$

Wie zwischen Eingangs- und Ausgangsebene in einem geometrisch-optischen System gilt auch für Gauß'sche Strahlen ein analoges Gesetz zwischen dem komplexen Strahlparameter  $q$  der Eingangs- und Ausgangsebene.

$$q_{out} = \frac{Aq_{in} + B}{Cq_{in} + D} \quad (5.24)$$

Wie im vorigen Abschnitt dargestellt, breitet sich der Gauß'sche Strahl im Freiraum geradlinig aus, divergiert dann, und die Krümmung der Phasenfronten ändert sich. Dieses Verhalten bedeutet, dass dem komplexen Strahlparameter wie in Gleichung (5.7) eine

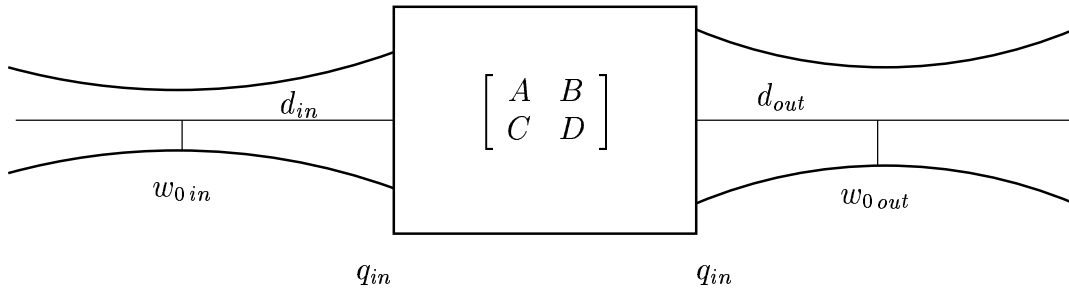


Bild 5.3: Transformation des komplexen Strahlparameters  $q$  in einem quasi-optischen System.

Länge  $d$  addiert wird. Damit ergibt sich aus Gleichung (5.24) die Strahltransfer-Matrix für die Freiraumbausbreitung zu:

$$M_{\text{Freiraum}} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.25)$$

Die Serienschaltung von mehreren durch ABCD-Matrizen beschriebenen Komponenten kann durch die Multiplikation ihrer Matrizen erfasst werden. So ergibt sich für ein allgemeines optisches System, wie in Bild 5.3 dargestellt, dass die Eingangstaille  $w_{0in}$  im Abstand von  $d_{in}$  zur Eingangsebene des von der Matrix beschriebenen Systems liegt und die Ausgangstaille  $w_{0out}$  den Abstand  $d_{out}$  zur Ausgangsebene hat. Die Matrix dieses Systems ergibt sich damit zu

$$M = \begin{bmatrix} 1 & d_{out} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & d_{in} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

$$= \begin{bmatrix} A + Cd_{out} & Ad_{in} + B + d_{out}(Cd_{in} + D) \\ C & Cd_{in} + D \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$(5.28)$$

Mit dieser Transfermatrix für ein allgemeines quasi-optisches System erhält man durch Einsetzen in die Gleichung (5.24) und Setzen des komplexen Strahlparameters  $q_{in} = jz_c$ , der der Strahltaile am Eingang entspricht,

$$q_{out} = \frac{(A + Cd_{out})jz_c + [(A + Cd_{out})d_{in} + (B + Dd_{out})]}{Cjz_c + Cd_{in} + D}. \quad (5.29)$$

Aus der Tatsache, dass der komplexe Strahlparameter  $q_{out}$  in der Entfernung  $d_{out}$  wiederum nur komplex ist, da hier die Ausgangstaille liegt, kann der Realteil ausgewertet werden und somit  $d_{out}$  bestimmt werden.

$$d_{out} = -\frac{(Ad_{in} + B)(Cd_{in} + D) + ACz_c^2}{(Cd_{in} + D)^2 + C^2z_c^2} \quad (5.30)$$

Aus dem Imaginärteil von Gleichung (5.29) ergibt sich der Strahlradius in der Taille zu

$$w_{0out} = \frac{w_{0in}}{\sqrt{(Cd_{in} + D)^2 + C^2z_c^2}}. \quad (5.31)$$

Für die Betrachtung in quasi-optischen Wellentypwandlern ist neben der Beschreibung der Freiraumausbreitung die Behandlung von Reflektoren notwendig. Da das Verhalten einer dünnen Linse dem eines Reflektors sehr ähnlich ist, wird zuerst diese betrachtet. Ausgehend von einem zur Achse parallelen Strahl, der durch die Linse tritt, wird je nach Fokuseigenschaft der Linse die Steigung des Strahls verändert. Aus dem achsparallelen Strahl wird ein Strahl, der durch den Fokuspunkt der Linse tritt. Der Winkel, den die Achse und der Strahl am Fokuspunkt  $F$  einschließen, ergibt sich aus der Entfernung des parallelen Strahls zu Achse  $h$  und dem Abstand des Fokuspunktes zur Linse  $f$  zu  $\alpha = \arcsin(h/f)$ . Es ist einfach zu zeigen, dass die zugehörige Transfermatrix

$$M_{\text{dünne Linse}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

lautet. Ein sphärischer Reflektor mit dem Krümmungsradius  $R$  entspricht einer dünnen Linse mit dem Fokuspunkt bei  $f = \frac{R}{2}$ , da der Reflektor nur eine fokussierende Fläche hat. Damit ergibt sich die Transfermatrix zu

$$M_{\text{sphärischer Reflektor}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.33)$$

Auf dieser Grundlage wird die einem quasi-optischen Wellentypwandler entsprechende Transfermatrix abgeleitet. Da die Kontur des quasi-elliptischen Reflektors bereits durch geometrisch-optische Randbedingungen, wie weiter oben beschrieben, definiert ist, wird die Transformation des Gauß'schen Strahls mit ABCD-Matrizen zur Dimensionierung der letzten beiden Reflektoren genutzt. Damit besteht das zu betrachtende System aus zwei Reflektoren und der dazwischen liegenden Freiraumausbreitung. Die Gesamtmatrix für dieses System ergibt sich, mit dem Abstand  $d$  zwischen den Reflektoren, welche den Krümmungsradius  $R_1$  bzw.  $R_2$  haben, durch Multiplikation der Einzelmatrizen.

$$M_{2\text{Sp}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_1} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{2d}{R_1} & d \\ -\frac{2}{R_2} - \frac{2(-\frac{2d}{R_1} + 1)}{R_1} & -\frac{2d}{R_2} + 1 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

Bei der Dimensionierung der Krümmungsradien werden die zueinander orthogonalen Ebenen des Systems getrennt voneinander betrachtet. Später werden die berechneten sphärischen Reflektoren jeder Ebene zu einem toroidalen Reflektor zusammengefügt.

### 5.3 Brewster-Winkel-Fenster

Bei der Konzeption eines quasi-optischen Wellentypwandlers gibt das Gyrotronausgangsfenster Randbedingungen vor, da der durch die Reflektoren geformte Strahl die gesamte erzeugte Leistung durch das Ausgangsfenster transportieren soll. Das Feld im Bereich des Ausgangsfensters muss so verlaufen, dass eine möglichst geringe Beeinflussung des Feldes durch die Fenstergeometrie stattfindet, also die gesamte Leistung transmittiert wird. Das Fenster muss bei den Betriebsfrequenzen die maximale Transmission besitzen



und Verluste, die zur Erwärmung des Fenstermaterials führen, müssen klein gehalten werden.

Für monofrequente Gyrotrons werden in aller Regel resonante Ausgangsfenster, wie in [77] eingesetzt. D.h., es wird ein verlustarmes dielektrisches Material verwendet, das eine durch die Frequenz bestimmte Dicke aufweisen muss. Die an beiden Grenzschichten der Scheibe auftretenden Reflexionen interferieren gerade so miteinander, dass sich die Reflexion aufhebt und die gesamte einfallende Welle transmittiert wird. Da diese orthogonal zum Strahl angeordnete Scheibe je nach Dicke periodische Resonanzen aufweist, kann auf diese Weise ein Ausgangsfenster für mehrere diskrete Frequenzen entworfen werden. Ist eine Änderung der Resonanz notwendig, so können zwei in Serie geschaltete Schichten mit einem definiert einstellbaren Abstand verwendet werden [78]. Ihr Funktionsprinzip beruht ebenfalls auf Interferenz (Fabry-Perot Resonator) und ist auch polarisationsunabhängig. Das Konzept birgt jedoch den Nachteil, dass bei einem Frequenzwechsel des Gyrotrons das Ausgangsfenster mechanisch nachgestimmt werden muss.

Eine Möglichkeit, die Reflexion einer elektromagnetischen Welle an einer dielektrischen Grenzschicht unabhängig von der Frequenz zu minimieren, bietet sich durch das Einstrahlen unter einem bestimmten Winkel. Anschaulich wird dieser Effekt klar, wenn man die Punkte an der Grenzschicht als Huygens'sche Elementarstrahler betrachtet. Sie schwingen in Richtung des elektrischen Feldvektors. Die reflektierten und transmittierten Anteile der Welle ergeben sich aus der Interferenz der Felder der Elementarstrahler. Nach dem Snellius'schen Brechungsgesetz gibt es einen Einfallswinkel bei dem der reflektierte Strahl und der in das Medium gebrochene Strahl zueinander senkrecht stehen. Ist die einfallende Welle parallel polarisiert, interferieren die Elementarstrahler in Richtung des reflektierten Strahls gerade destruktiv, daher verschwindet die reflektierte Welle. Der Einfallswinkel, unter dem keine Reflexion auftritt, wird wie in der Optik als Brewster-Winkel bezeichnet. Abhängig von den Dielektrizitätskonstanten an der Grenzschicht lässt sich dieser Winkel berechnen. Für verlustarme Medien gilt in guter Näherung [54]:

$$\theta_B = \arctan \sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}} \quad (5.35)$$

Ist das die Scheibe umgebende Medium Vakuum, d.h.  $\varepsilon_{r1} = 1$ , so ergibt sich der Brewster-Winkel aus der Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon_{r2}$  des Fenstermaterials zu

$$\theta_B = \arctan \sqrt{\varepsilon_{r2}} \quad \text{für } \varepsilon_{r1} = 1. \quad (5.36)$$

Mit einer unter dem Brewster-Winkel angeordneten Scheibe ergibt sich eine entlang der Ausbreitungsrichtung des Strahls ausgedehnte Struktur. Die Länge ergibt sich aus dem Brewster-Winkel, dem Durchmesser der Scheibe und der Länge der Halterung. Eine Schemazeichnung des mechanischen Aufbaus ist in Bild 5.4 dargestellt. Die Fensteranordnung besteht aus einem Metallzylinder, in dem die dielektrische Scheibe gehalten ist. Durch diese Anordnung muss die erzeugte Hochfrequenzleistung das Gyrotron verlassen. In Bild 5.4 ist daher gestrichelt der Strahlradius eines Gauß'schen Strahls eingezeichnet, der den Zylinder mit minimalen Verlusten passiert. Als Fenstermaterial für Langpuls-gyrotrons wird, wie oben bereits erwähnt, synthetischer Diamant verwendet. Da dieser mit

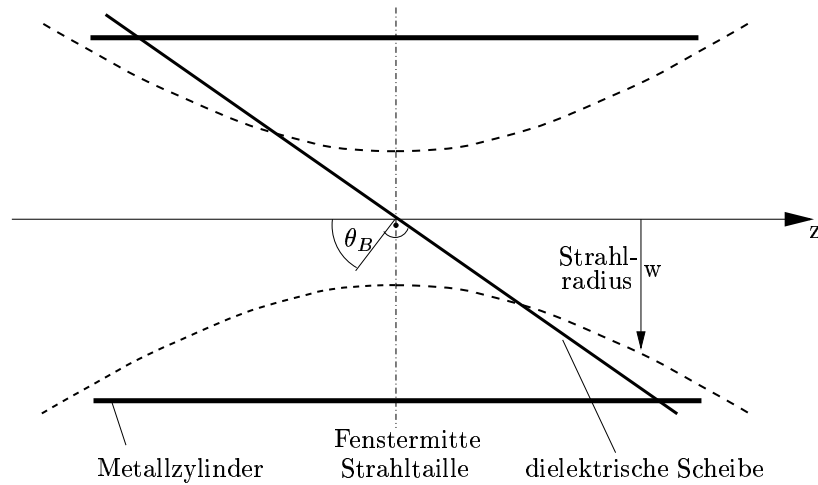


Bild 5.4: Querschnitt durch eine Halterung eines Brewster-Fensters in einem Zylinder.

heutiger Technologie nur mit begrenzten Scheibendurchmessern herstellbar ist, kann der Durchmesser der Brewster-Fensteranordnung nicht beliebig groß gewählt werden. Synthetischer Diamant hat eine Dielektrizitätskonstante von  $\epsilon_r = 5,67$  und damit einen Brewster-Winkel von  $\theta_B = 67,22^\circ$ . Aufgrund der beschränkten Abmessungen müssen die Parameter des Gauß'schen Ausgangsstrahls auf die Fenstergeometrie hin optimiert werden. Daher wird die Taille des Gauß'schen Strahls in die Mitte der Fensteranordnung gelegt. Durch Festlegen des Durchmessers der Strahltaille ergibt sich der Strahlradius am Beginn und Ende des Zylinders. Verkleinert man den Durchmesser der Taille immer weiter, so folgt der Strahlradius am Beginn und Ende des Zylinders, also in einem bestimmten Abstand zu Taille, bis zu einem Minimum. Verjüngt man die Strahltaille weiter, vergrößert sich der Strahlradius dort wieder. Um die maximale Leistung durch die Fenstergeometrie zu transmittieren, wählt man die Strahltaille so, dass der kleinste Strahlradius am Zylinderanfang und -ende daraus resultiert.

Das Minimum des Strahlradius in einem bestimmten Abstand zur Strahltaille erhält man aus der Ableitung des Strahlradius aus Gleichung (5.14), die sich zu

$$\frac{\partial w}{\partial w_0} = \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2} - \frac{2(\lambda z)^2}{w_0^4 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2 \pi^2}} \quad (5.37)$$

ergibt. Durch Nullsetzen erhält man die korrespondierende Strahltaille.

$$w_0(z) = \sqrt{\frac{\lambda z}{\pi}} \quad (5.38)$$

Der minimale Strahlradius des Gauß'schen Strahls an der bestimmten  $z$ -Position ergibt sich damit zu

$$w_{min}(z) = \sqrt{2}w_0. \quad (5.39)$$

Auf diese Weise können die Strahlparameter für einen fundamentalen Gauß'schen Strahl gewählt werden, damit die maximale Leistung durch die Fensteranordnung transmittiert

wird. Da der zu optimierende Strahlradius mit steigender Frequenz abnimmt, ist der limitierende Faktor die kleinste Frequenz.

## 5.4 Optimierung des Launchers

Zur breitbandigen Auslegung eines Launcher ist der erste Schritt, die in Frage kommenden Gyrotronresonatormoden zu bewerten. Schon aus der Bedingung, dass alle Moden im gleichen Resonator mit der gleichen Rotationsrichtung durch den Elektronenstrahl angeregt werden müssen, ergeben sich starke Einschränkungen für die Schar der Moden. Der Radius des Elektronenstrahls ist in der Kanone durch den Durchmesser des Emitterringes fest vorgegeben. In der Kompressionszone kann er nur in bestimmten Grenzen durch den Einfluss des Magnetfeldes variiert werden. Da der Elektronenstrahl und das Feldmaximum der Mode sich im Resonator überdecken müssen, ist die Anzahl der anregbaren Moden begrenzt. Da das Feldmaximum für Volumenmoden nur wenig größer ist als die Kaustik der Mode, besitzen alle Moden einen ähnlichen Kaustikradius. Wie aus Gleichung (2.34) hervorgeht, ist dieser direkt vom Spreizwinkel  $\theta$  der jeweiligen Mode abhängig. Da die Änderungen zwischen den Kaustikradien der einzelnen Moden klein sind, beträgt die Variation der Spreizwinkel auch nur wenige Grad. Der andere die Ausbreitung im Rundhohlleiter bestimmende Winkel, ist der Brillouin-Winkel. Er ist für alle Moden gleich, wie sich aus folgender Betrachtung ergibt:

Formt man die Definition des Brillouin-Winkels  $\psi$  nach Gleichung (2.32) um, so erhält man

$$\cos(\psi) = \frac{k_z}{k_0} = \frac{\sqrt{k_0^2 - k_r^2}}{k_0} = \sqrt{1 - \left(\frac{k_r}{k_0}\right)^2} \quad (5.40)$$

Da alle Moden nahezu am Cut-off des Resonators angeregt werden, verschwindet die Wellenzahl in Ausbreitungsrichtung  $k_z$  im Resonator fast. Damit ergibt sich im Rundhohlleiter für TE-Moden aus Gleichung (2.26) die Wellenzahl zu

$$k_0 \approx k_r = \frac{\chi'_{mn}}{R_{Resonator}}. \quad (5.41)$$

Eingesetzt in die Gleichung (5.40) für den Brillouin-Winkel ergibt sich:

$$\cos(\psi) = \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{\chi'_{mn}}{R}}{\frac{\chi'_{mn}}{R_{Resonator}}}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{R_{Resonator}}{R}\right)^2} \quad (5.42)$$

Aus dieser Gleichung wird klar, dass der Brillouin-Winkel nur vom Verhältnis der Radien des Resonators  $R_{Resonator}$  und des Launchers  $R$  abhängt. Also für alle Moden gleich ist.

Durch den Unterschied der Spreizwinkel der einzelnen Moden folgt, dass sich die Reflexionspunkte der Strahlen an der Hohlleiterwand im Modell der geometrischen Optik für die einzelnen Moden unterscheiden. Die Optimierung der Wanddeformationen im Launcher muss daher für alle Moden angepasst werden. Als Bewertungsfunktion  $G$  bei

der numerischen Optimierung wird wieder die Summe der Ströme entlang des Hohlleiterschnittes aus Gleichung (2.54) verwendet, jedoch wird für die Optimierung noch zusätzlich über die einzelnen Moden summiert.

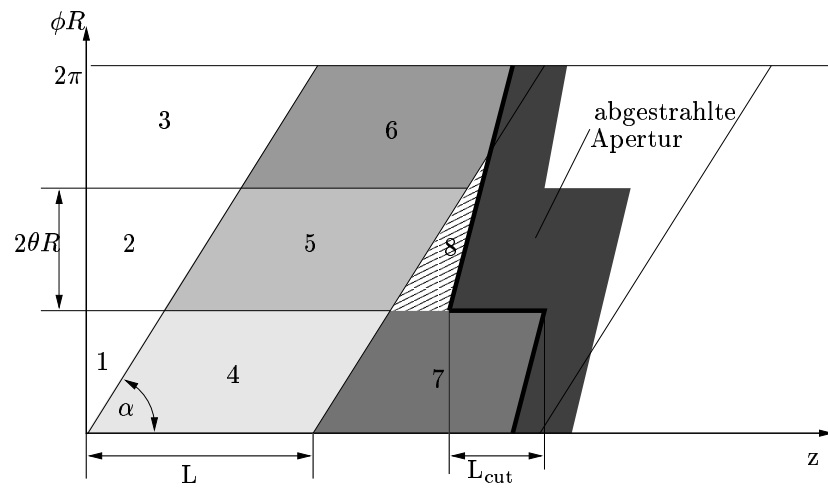
$$G = \sum_{\text{Moden}} \sum_{\text{Ströme}} H_z(\phi, z) \quad \text{mit } \phi, z \quad \text{an Position des Schnitts.} \quad (5.43)$$

In erster Linie ist allerdings auch für die multifrequente Auslegung der Anteil der Gauß'schen Grundmode von Bedeutung, sodass dieser, berechnet nach Gleichung (2.55), höher gewichtet wird als die Ströme am Hohlleiterschnitt.

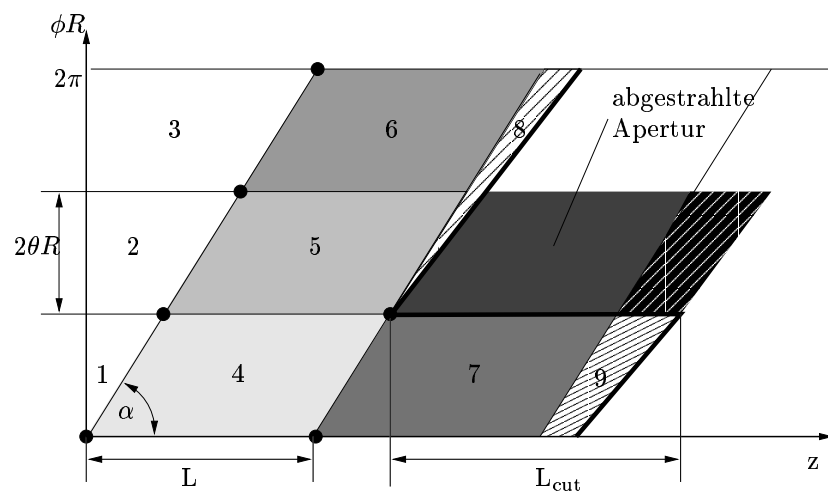
Durch die sich bei den einzelnen Moden unterscheidenden Spreizwinkel überdecken sich die Brillouin-Flächen der Moden auf der Hohlleiteroberfläche nicht exakt. Durch die große Ähnlichkeit der Eigenschaften der Moden jedoch sind diese Flächen ähnlich. Aus Gleichung (2.37) lässt sich für jede Mode die Länge der Brillouin-Fläche und damit die optimale Länge des Hohlleiterschnitts berechnen. Da sich diese unterscheiden, ergeben sich mehrere Möglichkeiten, den Schnitt zu wählen:

- Es wird eine mittlere Schnittlänge über alle Moden gewählt.
- Als Schnittlänge wird die kürzeste Länge einer Brillouin-Fläche gewählt.
- Als Schnittlänge wird die größten Länge einer Brillouin-Fläche gewählt.

In Bild 5.5 sind für eine Mode auf der abgerollten Hohlleiterwand – schraffiert – die zugehörigen Brillouin-Flächen eingezeichnet. In Bild 5.5(a) ist die abgestrahlte Apertur für den Fall, dass die Länge des Hohlleiterschnitts zu kurz gewählt wurde, abgebildet. Daraus ist ersichtlich, dass bereits ein Teil der mit 6 bezeichneten Brillouin-Fläche abgestrahlt wird. Auch die mit 7 bezeichnete Fläche enthält nicht alle zu Fläche 6 korrespondierenden Punkte. Die Fläche, die mit 8 bezeichnet ist, gehörte bei der optimalen Länge des Schnittes bereits zur abgestrahlten Apertur, hier hingegen ergibt sich eine weitere Reflexion für die dort auftreffenden Strahlen. Verfolgt man die Strahlen weiter, so ergibt sich die im Bild 5.5(a) am dunkelsten hinterlegte Fläche als die abgestrahlte Apertur. Es wird deutlich, dass sie über den gesamten Raumwinkel von  $2\pi$  verteilt ist, also strahlt der Launcher omnidirektional ab. Da man allerdings eine unidirektionale Charakteristik benötigt, eignet sich dieser Schnitt nicht für einen Launcher. In Bild 5.5(b) ist im Vergleich dazu die abgerollte Hohlleiterwand mit der abgestrahlten Apertur für den Fall eines zu lang gewählten Hohlleiterschnitts dargestellt. Im Gegensatz zum zu kurzen Hohlleiterschnitt gehen hier die mit 6 und 7 bezeichneten Flächen vollständig ineinander über. Die im Optimum aus der Fläche 7 entstehende abgestrahlte Apertur wird leicht beschnitten, indem sich aus ihr ein Teil der Fläche 8 und daraus, nach weiteren Reflexionen, die Fläche 9 ergibt, die dann abgestrahlt wird. Geht man von einer guten Bündelung des Feldes auf der letzten Brillouin-Fläche aus, so werden auf den Flächen 8 und 9 nur geringe Leistungsanteile liegen. Also birgt ein zu lang gewählter Hohlleiterschnitt kaum Nachteile gegenüber dem Optimum, solange er nicht wesentlich zu lang ist. Wie durch die in Bild 5.5(b) gekennzeichnete abgestrahlte Apertur deutlich wird, handelt es sich um eine gebündelte Abstrahlung in einer Richtung.



(a)  $L < L_{\text{cut}}$



(b)  $L > L_{\text{cut}}$

Bild 5.5: Vergleich der Schnittlängen in Bezug auf die Länge der Brillouin-Fläche.

Für einen Launcher, der für mehrere Moden genutzt werden soll, wird daher die Schnittlänge derjenigen Mode verwendet, die die längste optimale Schnittlänge besitzt. Durch die sich, wenn auch nur mit kleinen Werten, unterscheidenden Spreizwinkel der einzelnen Moden ergibt sich eine Auswirkung, die bei der Auslegung der Reflektoren berücksichtigt werden muss. Wie bereits ansatzweise aus Bild 5.5 hervorgeht, wird das abgestrahlte Feld der einzelnen Moden nicht in die gleiche Richtung abgestrahlt, sondern ihre Ausbreitungsrichtungen unterscheiden sich um die Differenzen ihrer Spreizwinkel.

## 5.5 Optimierung der Reflektoren

Für die weitere Propagation des Feldes aus dem Launcher sollen wieder drei Reflektoren eingesetzt werden. Der erste hat eine quasi-elliptische Form, wie in Abschnitt 2.5.1 beschrieben, die zwei weiteren sollen toroidale Oberflächen haben, die auf den Strahl angepasst sind. Die Parameter für den quasi-elliptischen Reflektor ergeben sich direkt aus den Parametern des Launchers, wobei der erste Fokuspunkt vom Abstand des Reflektors von der Launcherachse abhängt und der zweite Fokuspunkt frei gewählt werden kann. Die Krümmungen der beiden toroidalen Reflektoren können in erster Näherung aus der Transformation eines Gauß'schen Strahls errechnet werden.

Sind Lage und Größe der Taille des angenäherten Gauß'schen Strahls nach der Reflexion am quasi-elliptischen Spiegel bekannt, so können mit der Transformation, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, Lage und Größe der Ausgangstaille bestimmt werden. Aus den Transformationsmatrizen für toroidale Reflektoren aus Gleichung (5.33) und der Transformationsmatrix für Freiraumausbreitung aus Gleichung (5.25) ergibt sich die gesamte Transformationsmatrix für die Serienschaltung dieser Elemente zu

$$M_{2Sp} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{2d}{R_1} & d \\ -\frac{2}{R_2} - \frac{2(-2\frac{d}{R_2}+1)}{R_1} & -\frac{2d}{R_2} + 1 \end{bmatrix}, \quad (5.44)$$

wie in Gleichung (5.34) hergeleitet. Setzt man die Entfernung der beiden Reflektoren  $d$  zur Summe aus den halben Radien der Reflektoren

$$d = \frac{R_1}{2} + \frac{R_2}{2}, \quad (5.45)$$

so wird die Strahltaile eines Gauß'schen Strahls, die im Brennpunkt des ersten Reflektors liegt, im Verhältnis der Krümmungsradien in den Brennpunkt des zweiten Reflektors transformiert. Die Besonderheit ist, dass die Eigenschaften der Übertragung dieser Kombination aus Reflektoren für einen Gauß'schen Strahl unabhängig von der Frequenz sind. Die Anordnung wird daher als Gauß'sches Teleskop bezeichnet. Sein Aufbau ist in Bild 5.6 skizziert.

Berechnet man mit Hilfe der Transformationsmatrix aus Gleichung (5.44) und Gleichung (5.31) die Größe der Ausgangstaille, erhält man

$$w_{0\ out} = \frac{R_2}{R_1} w_{0\ in}. \quad (5.46)$$

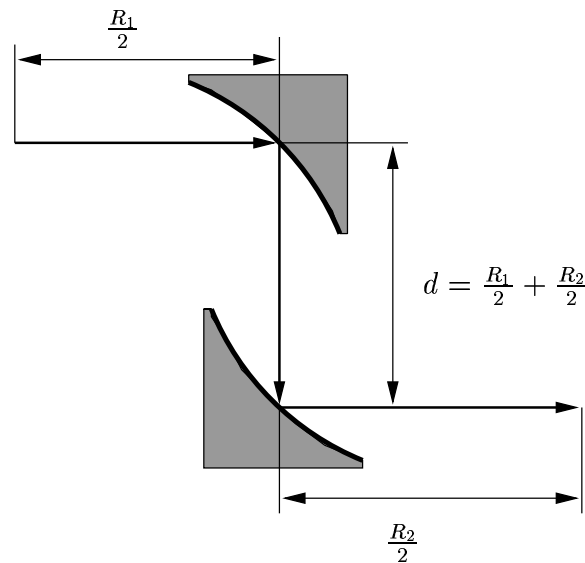


Bild 5.6: Aufbau eines Gauß-Teleskops aus Spiegeln.

Sie ist nur abhängig von der Eingangstaille und dem Verhältnis der Krümmungsradien, das man man daher auch als Vergrößerung  $M = \frac{R_2}{R_1}$  bezeichnet. Aus Gleichung (5.30) lässt sich die Position der Ausgangstaille bestimmen:

$$d_{out} = \frac{R_2}{R_1} \left( \frac{R_1}{2} + \frac{R_2}{2} - \frac{R_2}{R_1} d_{in} \right) \quad (5.47)$$

Für  $d_{in} = \frac{R_1}{2}$  entspricht  $d_{out} = \frac{R_2}{2}$ . Da auch hier keine Abhängigkeit von der Frequenz besteht, eignet sich das Gauß'sche Teleskop sehr gut für breitbandige Übertragungssysteme.

Betrachtet man die Anforderungen an die Spiegelleitung des quasi-optischen Wellentypwandlers, so böte sich ein Gauß'sches Teleskop an, da eine große Bandbreite abgedeckt werden muss. Dagegen sprechen jedoch drei Gründe:

- Der Launcher strahlt kein rotationssymmetrisches Feld ab, das bedeutet, dass die Transformation in zueinander orthogonalen Achsen getrennt voneinander betrachtet wird. Also müssen zur Anpassung der Strahlparameter Reflektoren eingesetzt werden, deren Krümmungsradien sich in zwei zueinander senkrechten Ebenen unterscheiden. Für das Gauß'sche Teleskop hieße dies, dass der Abstand der Reflektoren in den zueinander orthogonalen Ebenen unterschiedlich sein müsste. Dies ist offensichtlich nicht realisierbar.
- Ein weiterer Grund, der gegen den Einsatz spricht, ist, dass sich das vom Launcher abgestrahlte Feld der einzelnen Moden untereinander stark unterscheidet. Das bedeutet, dass sich die Parameter des angenäherten Gauß'schen Strahls, vor allem die Lage der Strahltaillen, zu stark über der Frequenz ändern, als dass sie als konstant angenommen werden könnten. Damit sind die Transformationseigenschaften wieder frequenzabhängig.

- Nicht zuletzt ist bei der Anordnung der Reflektoren je nach gewünschtem Vergrößerungsverhältnis der Abstand zwischen ihnen der entscheidende Faktor. Da im Gyrotron nur begrenzt Platz für die Reflektoren vorhanden ist, kann der Abstand zwischen den Reflektoren nicht beliebig groß werden.

Somit könnte, wenn es der verfügbare Platz zulässt, in der einen Ebene ein Gauß'sches Teleskop Verwendung finden, in der anderen Ebene müssen die Krümmungsradien der Reflektoren auf andere Weise bestimmt werden.

Da sich der Anteil der Gauß'schen Grundmode mit toroidalen Reflektoren nicht ändern lässt, ist er im Gegensatz zum Design des Launchers nicht als Gütekriterium für die Auslegung der Reflektoren geeignet. Vielmehr ist es von entscheidender Bedeutung, die erzeugte Leistung aus der Vakuumröhre zu extrahieren, also die Streustrahlung zu minimieren. Daher zieht man als Kriterium den Anteil der durch das Ausgangsfenster transmittierten Leistung heran. Wählt man den Strahldurchmesser halb so groß wie die Apertur, so werden bei Gauß'scher Grundmode 99,97% der Leistung transmittiert. Dieser Wert wird als Richtwert bei der Größe von Reflektoren und für die Festlegung des Strahlradius in der Fensterapertur verwendet. Da es sich bei dem vom Launcher abgestrahlten Feld nur näherungsweise um einen Gauß'schen Strahl in der Grundmode handelt, wird das Niveau der Streustrahlung höher sein.

Die Transformationseigenschaften der Serienschaltung zweier Reflektoren kann wieder mit Hilfe der Transformationsmatrix und der Gleichungen (5.30) und (5.31) berechnet werden. Das Eingangsfeld ist durch das Feld des Launchers, das durch den quasi-elliptischen Spiegel transformiert wird, gegeben. Das Ausgangsfeld wird nach der oben beschriebenen Randbedingung am Ausgangsfenster bestimmt. Die Entfernung zwischen den zwei Reflektoren ist durch den maximal verfügbaren Abstand in der Röhre gegeben. Die zwei Unbekannten sind demnach noch die Krümmungsradien  $R_1$  und  $R_2$  der Reflektoren. Also sind zwei Gleichungen ausreichend, um diese Parameter zu bestimmen. Man erhält sie aus den Gleichungen (5.30) und (5.31), indem man die Matrix aus Gleichung (5.44) einsetzt:

$$d_{out} = \frac{\left( \left( 1 - \frac{2d}{R_1} \right) d_{in} + d \right) \left( \left( -\frac{2}{R_2} - 2\frac{-\frac{2d}{R_2} + 1}{R_1} \right) d_{in} - \frac{2d}{R_2} + 1 \right)}{\left( \left( -\frac{2}{R_2} + 2\frac{\frac{2d}{R_2} + 1}{R_1} \right) d_{in} - \frac{2d}{R_2} + 1 \right)^2 + \left( -\frac{2}{R_2} - 2\frac{-\frac{2d}{R_2} + 1}{R_1} \right)^2 z_c^2} \quad (5.48)$$

$$+ \frac{\left( 1 - \frac{2d}{R_2} \right) \left( -\frac{2}{R_2} - 2\frac{-\frac{2d}{R_2} + 1}{R_2} \right) z_c^2}{\left( \left( -\frac{2}{R_2} + 2\frac{\frac{2d}{R_2} + 1}{R_1} \right) d_{in} - \frac{2d}{R_2} + 1 \right)^2 + \left( -\frac{2}{R_2} - 2\frac{-\frac{2d}{R_2} + 1}{R_1} \right)^2 z_c^2}$$

und

$$w_{0\ out} = \frac{w_{0\ in}}{\left( \left( -\frac{2}{R_2} + 2\frac{\frac{2d}{R_2} + 1}{R_1} \right) d_{in} - \frac{2d}{R_2} + 1 \right)^2 + \left( -\frac{2}{R_2} - 2\frac{-\frac{2d}{R_2} + 1}{R_1} \right)^2 z_c^2} \quad (5.49)$$



Somit können die Krümmungsradien für jede der diskreten Frequenzen bestimmt werden. Ausgehend von den über die Frequenzen gemittelten Krümmungsradien muss für die Auslegung eine Optimierung auf die maximal transmittierte Leistung durch das Ausgangsfenster erfolgen.

Wie im vorausgegangenen Abschnitt bereits angedeutet, hat das Feld des Launchers bei den einzelnen Moden eine leicht abweichende Ausbreitungsrichtung. Sie ist vom Spreizwinkel der Mode im Hohlleiter abhängig. Diese Abweichung setzt sich natürlich bei der Ausbreitung durch die Spiegelleitung fort. Für eine optimale Bündelung des Strahls durch den Reflektor ist dieser auf der Ausbreitungsachse des Strahls angeordnet. Da diese Achse bei den einzelnen Moden jedoch unterschiedlich ist, wird das Feld nicht immer zentral auf die Reflektoren treffen. Das bedeutet gleichzeitig, dass der lokale Winkel der Reflexion sich ebenso unterscheidet. Damit kommt es zu weiteren Änderungen der Ausbreitungsrichtung der einzelnen Frequenzen. In der Ebene des Ausgangsfensters ist dieser Effekt als Verschiebung des Ausgangsstrahls zu erkennen. Bei der Festlegung des gewünschten Strahlradius in der Fensterapertur ist diese mögliche Verschiebung zu berücksichtigen.

## 5.6 Auslegung des multifrequenten quasi-optischen Wellentypwandlers

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse einer Studie über einen quasi-optischen Wellentypwandler für neun verschiedene Moden im Frequenzbereich zwischen 105 GHz und 143 GHz vorgestellt. Die besonderen Randbedingungen an dem entworfenen quasi-optischen Wellentypwandler werden dargelegt und die Simulationsergebnisse für die einzelnen Moden dargestellt.

### 5.6.1 Brewster-Winkel-Fenster

So wie die Resonatormode für den Eingang des quasi-optischen Wellentypwandlers die Randbedingungen vorgibt, so bestimmt das Ausgangsfenster, wie der Ausgangsstrahl geformt sein muss. Aus Bild 5.4 geht schematisch der Aufbau des Ausgangsfensters hervor. Um eine frequenzunabhängige Transmission zu erhalten, ist die dielektrische Scheibe in einem Zylinder unter dem Brewster-Winkel gehalten. Da der Schwerpunkt auf der Entwicklung einer Langpulsröhre liegt, soll künstlicher Diamant als Fenstermaterial verwendet werden. Mit den heute bekannten Technologien ist es, wie schon erwähnt, nicht möglich, Scheiben mit parallelen Flächen in beliebiger Größe herzustellen. Der maximal zur Verfügung stehende Durchmesser einer Diamantscheibe ist 140 mm. Mit der Dielektrizitätskonstante von  $\varepsilon_r = 5,67$  ergibt sich nach Gleichung (5.35) der Brewster-Winkel zu  $\theta_B = 67,22^\circ$ . Aus trigonometrischen Überlegungen unter Berücksichtigung der für die Halterung nötigen Abstände ergibt sich somit ein Zylinderdurchmesser von 50 mm und Länge von 168 mm.

Setzt man, wie allgemein üblich, den Durchmesser der Apertur zum vierfachen Strahlradius des Gauß'schen Strahls, so ist ein Strahlradius von maximal 12,5 mm im gesam-

Mode	Frequenz	Spreizwinkel $\theta$	Kaustikradius	opt. Schnittlänge
TE <sub>23,8</sub>	143,3 GHz	64,7°	8,36 mm	43,2 mm
TE <sub>22,8</sub>	140,0 GHz	65,3°	8,18 mm	43,1 mm
TE <sub>21,8</sub>	136,7 GHz	65,9°	8,01 mm	42,9 mm
TE <sub>21,7</sub>	127,4 GHz	64,0°	8,59 mm	43,5 mm
TE <sub>20,7</sub>	124,1 GHz	64,6°	8,40 mm	43,2 mm
TE <sub>19,7</sub>	120,8 GHz	65,3°	8,20 mm	43,1 mm
TE <sub>19,6</sub>	111,5 GHz	63,0°	8,88 mm	43,8 mm
TE <sub>18,6</sub>	108,2 GHz	63,8°	8,67 mm	43,6 mm
TE <sub>17,6</sub>	104,9 GHz	64,5°	8,44 mm	43,4 mm

Tabelle 5.2: Designmoden, korrespondierende Frequenzen, Spreizwinkel, Kaustikradius und optimale Schnittlänge bei einem Hohlleiterradius von 19,6 mm.

ten Rohr zulässig. Dies bedeutet, dass 99,97% der Leistung, die in einem Strahl der Gauß'schen Grundmode geführt wird, übertragen wird. Berücksichtigt man zusätzlich einen Strahlversatz, der von den sich unterscheidenden Spreizwinkeln der Resonatormoden ausgehen kann, so verringert sich der Strahlradius entsprechend. Also werden für die einzelnen Moden Gauß'sche Strahlen gesucht, deren Taille in der Mitte des Brewster-Winkel-Fenster liegt und am Zylindereingang bzw. -ende, also im Abstand von 84 mm zur Taille, einen Strahlradius von maximal 12,5 mm aufweisen. Bei der Transmission durch das Brewster-Fenster ist die Dämpfung des Gauß'schen Strahls zusätzlich von der Divergenz des Gauß'schen Strahls abhängig [79], da sich hierdurch der lokale Einfallswinkel der Welle ändert. Da für alle Frequenzen der Abstand der Taille zum Zylindereingang der Fensterapertur wesentlich kleiner ist als die Rayleigh-Länge, befindet man sich im Nahfeld und die Divergenz ist klein.

Der minimale Strahlradius an einer bestimmten  $z$ -Position des Gauß'schen Strahls ergibt sich aus den Gleichungen (5.38) und (5.39). Daraus geht auch hervor, dass der kleinste Strahlradius von der Frequenz, bzw. der Wellenlänge, abhängt. Also hat ein Strahl bei großen Wellenlängen einen größeren minimalen Strahldurchmesser. Für die hier in Betracht gezogenen Moden ist daher die Frequenz von 105 GHz maßgeblich. Nach obigen Gleichungen ergibt sich die Strahltaile für einen minimalen Strahlradius bei  $z = 84$  mm Abstand von der Strahltaile zu 8,74 mm. Daraus folgt ein Strahlradius am Anfang des Zylinders von 12,36 mm. Somit kann durch diesen Zylinder bei 105 GHz 99,97% der Leistung transmittiert werden, sofern keine Verschiebung des Strahls vorliegt. Kommt es dennoch zu einer Verschiebung des Strahls, verringert sich der transmittierte Anteil entsprechend. Für die Moden höherer Frequenzen können entsprechend größere Strahltaillen zugelassen werden. Für die Auslegung des quasi-optischen Wellentypwandlers wurde daher eine Strahltaile von 8,74 mm zugrunde gelegt.

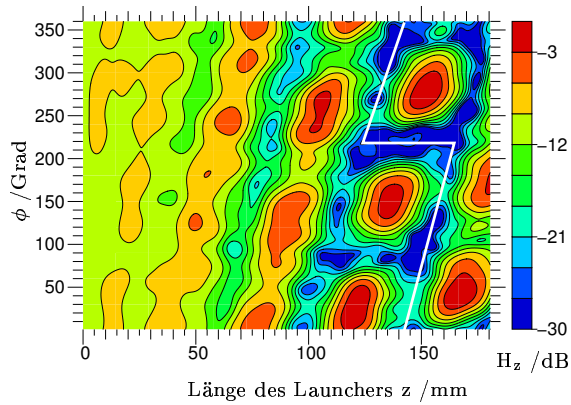
## 5.6.2 Launcher

Die Auslegung des Launchers ist hauptsächlich von den Charakteristika der zu wandelnden Moden abhängig. Auch ist die Geometrie des Resonators wichtig, da er den Anfangsdurchmesser des Launchers vorgibt. Mit einem Radius von 19,3 mm wurde dieser etwa 7,5% größer als der Resonatorradius gewählt, da durch einen Radius nur wenig oberhalb des Cut-off der Mode eine kurze Launcherlänge realisiert werden kann. Die über die Länge eingebrachte Aufweitung des Radius (Taper) mit einer Steigung von 2 mrad verhindert die erneute Interaktion von Elektronen und Hochfrequenzfeld im Launcher. Durch Anfangsradius und Taper ergibt sich ein Radius von 19,6 mm bei einer Länge von 150 mm, welcher der Mitte der abgestrahlten Apertur des optimierten Launchers entspricht. Für diesen Radius gibt Tabelle 5.2 Spreizwinkel, Kaustikradius und optimale Schnittlänge für alle Moden an. Der Brillouin-Winkel aller neun Moden beträgt  $66,3^\circ$ . Die Betrachtungen aus Abschnitt 5.4 legen nahe, die Schnittlänge für einen Mehrfrequenz-Launcher zum Maximum der einzelnen Moden zu wählen. Aus Tabelle 5.2 kann die Länge zu 43,8 mm bestimmt werden.

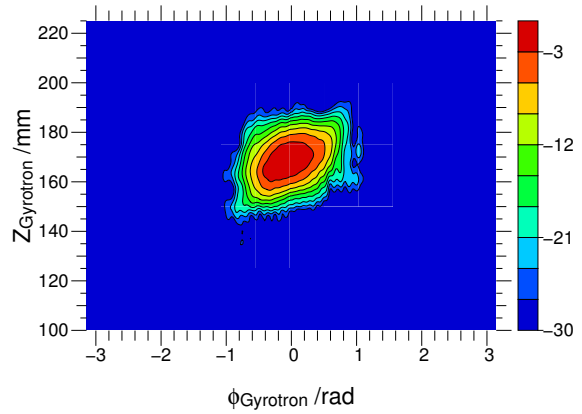
Da der Spreizwinkel für alle Moden sehr ähnlich ist, lässt sich eine Wandstörung einbringen, die für alle Moden eine Fokussierung der Leistung ergibt. Wendet man die in Abschnitt 2.4.1 ausgeführten Zusammenhänge für die Erzeugung einer Kosinus-belegten Apertur auf die Designmoden an, so findet man, dass Wandstörungen nach Gleichung (2.52) mit  $l = 1$  und  $l = 3$  zu einer ausgeprägten Schwebung in  $\phi$ - und  $z$ -Richtung führen müssen. Eine Optimierung der Amplituden dieser Störungen entlang der Launcherwand brachte bereits gute Resultate [80]. Eine wesentlich bessere Bündelung und damit geringere Beugungsverluste wurden mit dem zusätzlichen Einbringen von Wanddeformationen der Ordnungen  $l = 2$  und  $l = 6$  und der numerischen Optimierung erreicht. Diese Störungen können bei der Optimierung so eingesetzt werden, dass die unterschiedlichen Charakteristika der Moden ausgeglichen werden können. Die sich ergebenden Verteilungen der Wandströme für alle neun Moden und die berechneten Abstrahlungen auf einem Zylinder mit dem Radius von  $x = 55$  mm sind in den Bildern 5.7 bis 5.9 abgedruckt.

Mode	Frequenz	Gauß'scher Anteil
TE <sub>23,8</sub>	143,3 GHz	91,5%
TE <sub>22,8</sub>	140,0 GHz	93,3%
TE <sub>21,8</sub>	136,7 GHz	93,0%
TE <sub>21,7</sub>	127,4 GHz	91,7%
TE <sub>20,7</sub>	124,1 GHz	93,4%
TE <sub>19,7</sub>	120,8 GHz	94,8%
TE <sub>19,6</sub>	111,5 GHz	90,4%
TE <sub>18,6</sub>	108,2 GHz	92,9%
TE <sub>17,6</sub>	104,9 GHz	95,2%

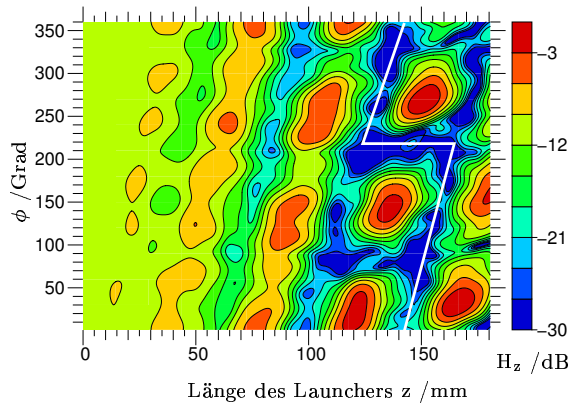
Tabelle 5.3: Komplexe Korrelation des Feldes zur Gauß'schen Grundmode nach Reflexion am quasi-elliptischen Reflektor für die im Resonator anregbaren Moden.



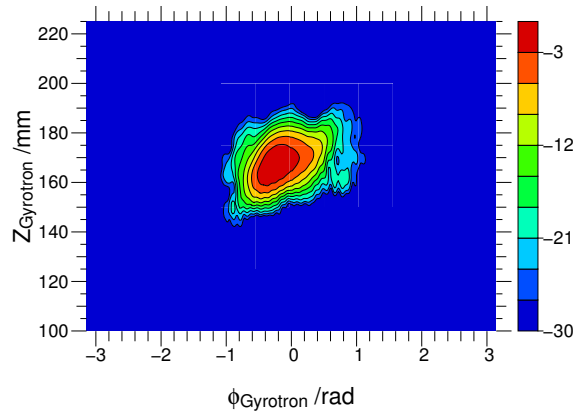
(a) Wandströme, TE<sub>17,6</sub>-Mode



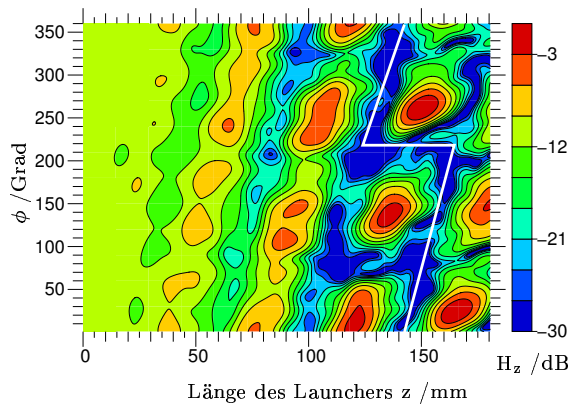
(b) Abstrahlung bei x= 55 mm, TE<sub>17,6</sub>-Mode



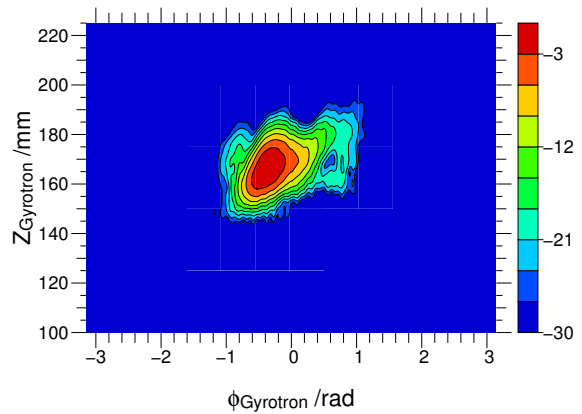
(c) Wandströme, TE<sub>18,6</sub>-Mode



(d) Abstrahlung bei x= 55 mm, TE<sub>18,6</sub>-Mode

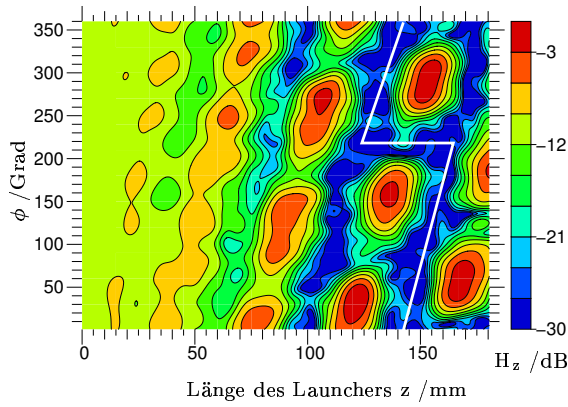


(e) Wandströme, TE<sub>19,6</sub>-Mode

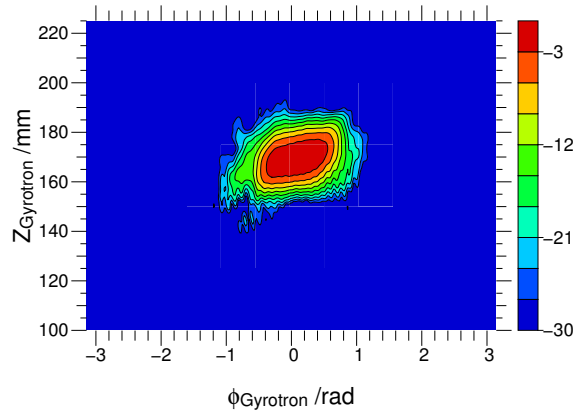


(f) Abstrahlung bei x= 55 mm, TE<sub>19,6</sub>-Mode

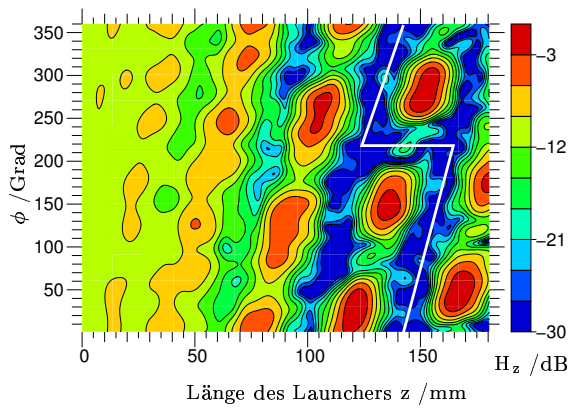
Bild 5.7: Wandströme und Abstrahlung für die TE<sub>17,6</sub>-, TE<sub>18,6</sub>- und TE<sub>19,6</sub>-Moden.



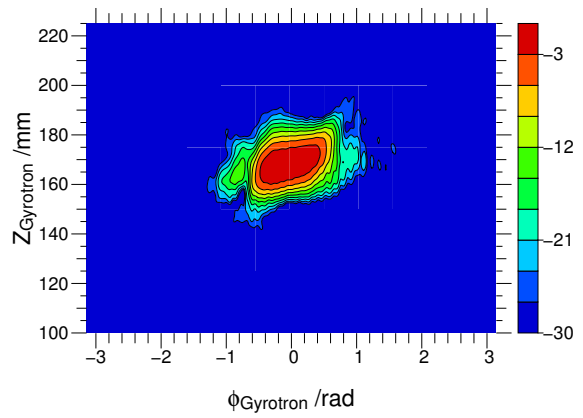
(a) Wandströme, TE<sub>19,7</sub>-Mode



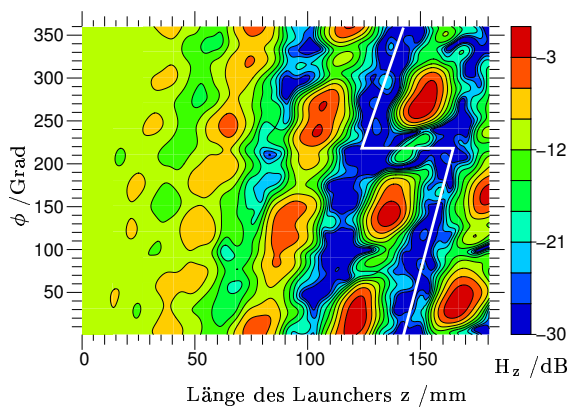
(b) Abstrahlung bei x = 55 mm, TE<sub>19,7</sub>-Mode



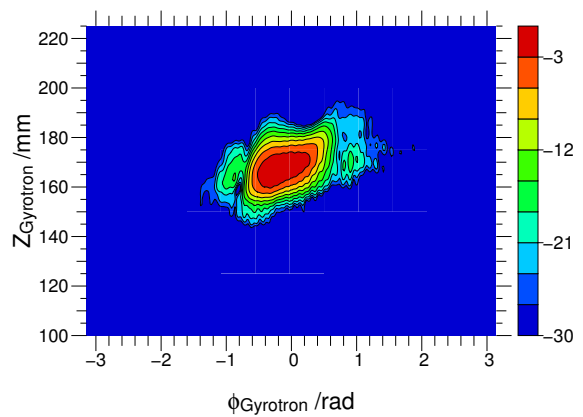
(c) Wandströme, TE<sub>20,7</sub>-Mode



(d) Abstrahlung bei x = 55 mm, TE<sub>20,7</sub>-Mode

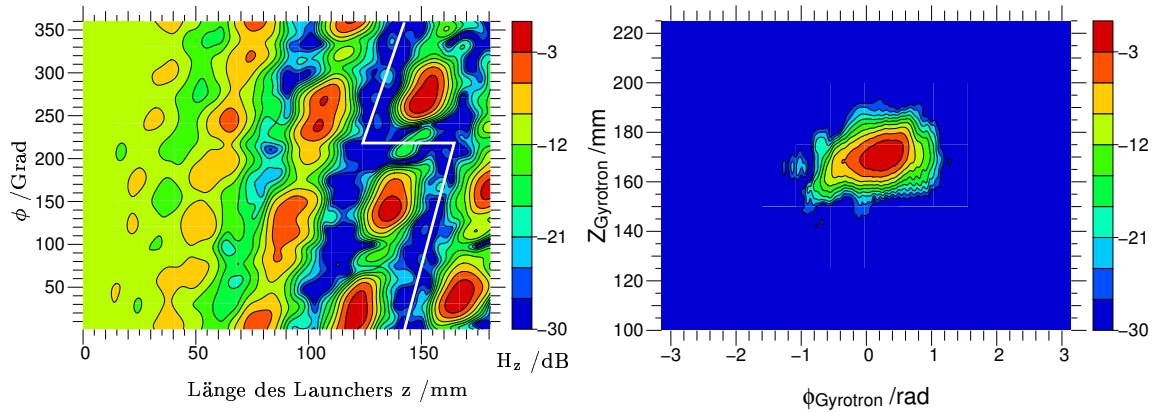


(e) Wandströme, TE<sub>21,7</sub>-Mode



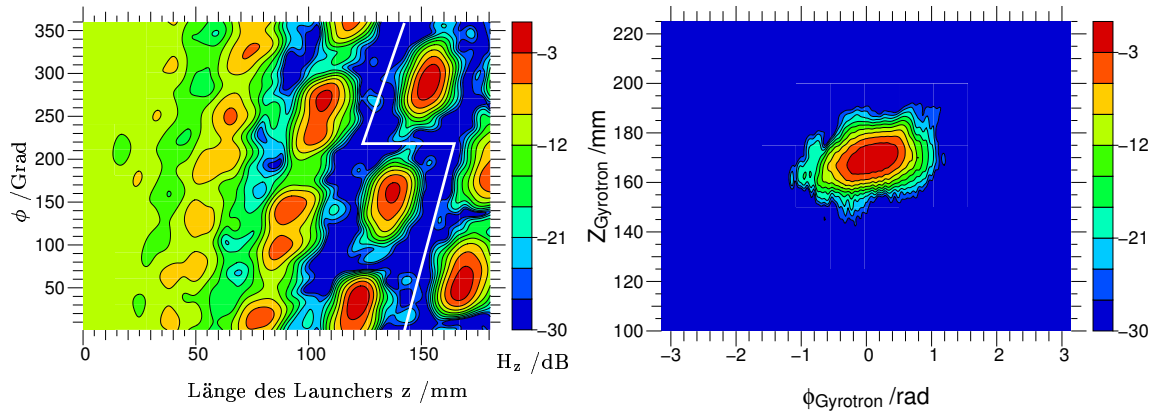
(f) Abstrahlung bei x = 55 mm, TE<sub>21,7</sub>-Mode

Bild 5.8: Wandströme und Abstrahlung für die TE<sub>19,7</sub>-, TE<sub>20,7</sub>- und TE<sub>21,7</sub>-Moden.



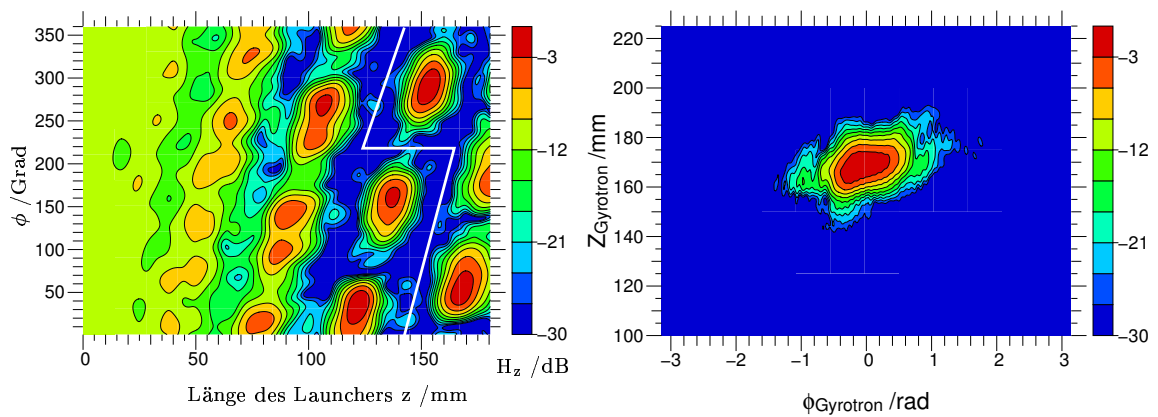
(a) Wandströme, TE<sub>21,8</sub>-Mode

(b) Abstrahlung bei x= 55 mm, TE<sub>21,8</sub>-Mode



(c) Wandströme, TE<sub>22,8</sub>-Mode

(d) Abstrahlung bei x= 55 mm, TE<sub>22,8</sub>-Mode



(e) Wandströme, TE<sub>23,8</sub>-Mode

(f) Abstrahlung bei x= 55 mm, TE<sub>23,8</sub>-Mode

Bild 5.9: Wandströme und Abstrahlung für die TE<sub>21,8</sub>-, TE<sub>22,8</sub>- und TE<sub>23,8</sub>-Moden.

Eine Analyse der Wandstromverteilungen zeigt deutlich, dass die Maxima der entstehenden Schwebungen nicht deckungsgleich sind. Dies rührt von den leicht unterschiedlichen Charakteristika der Moden her, denn auch die Brillouin-Flächen unterscheiden sich. Daher ist bei einer multifrequenten Auslegung verstärkt auf einen möglichst kurzen Launcher zu optimieren, da anderenfalls die Maxima der Schwebungen für die unterschiedlichen Moden zu sehr auseinanderlaufen. Wie aus den Wandstromverteilungen hervorgeht, konnte im Bereich des Schnitts eine Unterdrückung der Ströme von 15 dB und besser erreicht werden. Dies führt zu sehr geringen Beugungsverlusten. Die Simulationen der Abstrahlung des Launchers bestätigen die geringen Verluste, da das Feld auf einen kleinen Winkelbereich begrenzt ist. Aus diesen Feldprofilen, die auf einem Zylinder im Abstand von 55 mm zur Achse des Launchers, was der Position des quasi-elliptischen Reflektors entspricht, berechnet wurden, lässt sich die deutlich unterschiedliche Lage und Form der Felder ersehen. Durch die Lage des Koordinatensystems ergibt sich die Position des Feldmaximums bei  $\phi = 0$  auf der Zylinderwand, also in der Mitte des quasi-elliptischen Reflektors. Die sich unterscheidende Lage des Schnitts bezogen auf die Maxima der Wandstromverteilungen führt zur Ausprägung von Nebenmaxima, wie beispielsweise bei der  $TE_{23,8}$ -Mode deutlich sichtbar. Die visuell guten Resultate der Optimierung des Launchers werden durch die hohen Anteile der Gauß'schen Grundmode, die nach dem quasi-elliptischen Spiegel bestimmt wurde, unterstrichen. Wie aus Tabelle 5.3 ersichtlich, ist die komplexe Korrelation durchweg über 90%. Im Vergleich zum nur monofrequenten Launcher des 118 GHz quasi-optischen Wellentypwandlers, dessen komplexe Korrelation zur Gauß'schen Grundmode 94% beträgt, weist der für neun Moden optimierte Launcher hervorragende Werte auf.

### 5.6.3 Spiegelleitung

Für die Auslegung der Reflektoren war die Geometrie des vorhandenen Gyrotrons maßgeblich. Damit sind die Spiegelpositionen und Winkel bestimmt, da der Ausgangsstrahl die Fensterebene senkrecht durchqueren soll. Die Krümmungsradien der toroidalen Reflektoren wurden im ersten Ansatz für jede Frequenz, ausgehend von den Parametern einer Gauß'schen Grundmode, die an das Feld nach dem quasi-elliptischen Reflektor angepasst wurde, nach den Gleichungen (5.48) und (5.49) berechnet. Ausgehend von diesen Radien wurde eine Mittelung durchgeführt, die den Startpunkt der Optimierung darstellte. Ziel der Optimierung war, die Transmission durch die Eintrittsebene des Zylinders, der das Ausgangsfenster hält, zu maximieren und gleichzeitig die Strahlteile in die Mitte der Fenstergeometrie zu positionieren. Neben der Fokussierung der Hochfrequenz beeinflusst der Winkel des Strahls zur Normalen der Fensterapertur ebenfalls die Transmission der Leistung durch das Ausgangsfenster. Beide Größen sind nicht unabhängig voneinander, da nicht alle Felder der Moden die Reflektoren zentral treffen. Somit unterscheidet sich für jede Mode der Reflexionswinkel, was bei einem kleineren Krümmungsradius zu einer breiteren Fächerung der Strahlen der verschiedenen Moden führt.

Das Resultat der Optimierung als Feldverteilung in der Fensterebene ist in den Bildern 5.10 bis 5.12 dargestellt. Aus den sich unterscheidenden Spreizwinkeln der einzelnen

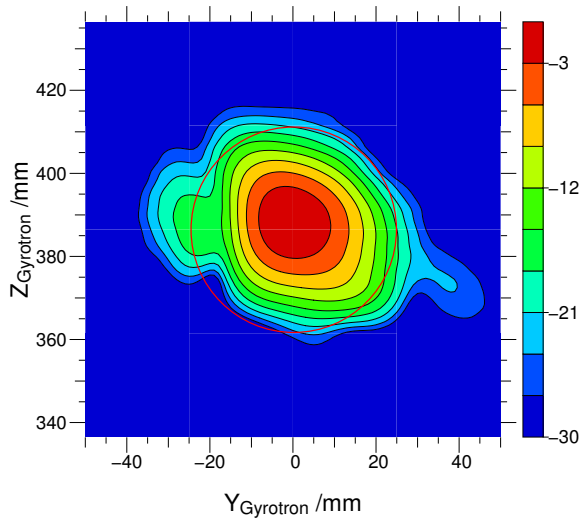
Moden ergibt sich, wie bereits oben dargestellt, eine Verschiebung des Feldmaximums in der Fensterebene bezogen auf den Mittelpunkt des Fensters in  $y$ -Richtung. Je nach Mode beträgt diese Verschiebung von 3,9 mm bis  $-4,7$  mm. Die Feldprofile zeigen für einzelne Moden deutlich sichtbare Nebenkeulen, die ebenfalls zur Reduzierung der Transmission durch das Fenster führen. Für die Fensterapertur von 50 mm Durchmesser ergibt sich eine Transmission von mehr als 96,4 % mit Ausnahme der  $TE_{19,6}$ -Mode, die nur 95 % erreicht. Die detaillierten Werte und der Anteil der Gauß'schen Grundmode in der Fensterapertur sind in Tabelle 5.4 zusammengefasst.

Mode	Frequenz	Gauß'scher Anteil	Verschiebung	Transmission
$TE_{23,8}$	143,3 GHz	91,5%	0,1 mm	97,4%
$TE_{22,8}$	140,0 GHz	93,3%	2,0 mm	97,9%
$TE_{21,8}$	136,7 GHz	93,0%	3,9 mm	97,8%
$TE_{21,7}$	127,4 GHz	91,7%	$-2,3$ mm	97,1%
$TE_{20,7}$	124,1 GHz	93,4%	0,0 mm	97,3%
$TE_{19,7}$	120,8 GHz	94,8%	2,0 mm	97,5%
$TE_{19,6}$	111,5 GHz	90,4%	$-4,7$ mm	95,4%
$TE_{18,6}$	108,2 GHz	92,9%	$-3,3$ mm	96,2%
$TE_{17,6}$	104,9 GHz	95,2%	$-0,9$ mm	96,9%

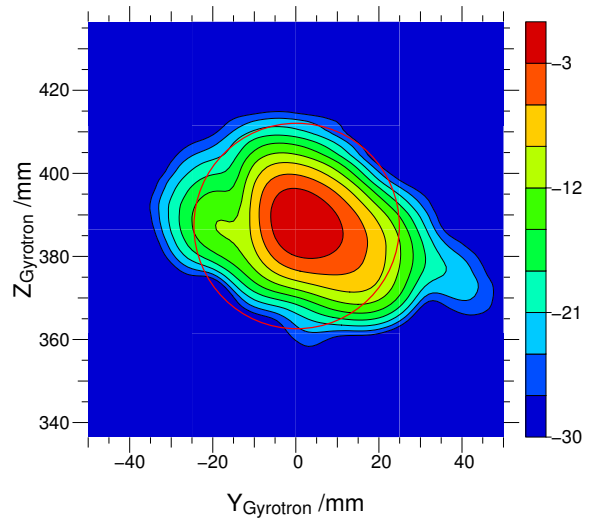
Tabelle 5.4: Komplexe Korrelation des Feldes zur Gauß'schen Grundmode und Verschiebung in  $y$ -Richtung in der Fensterebene und Transmission durch das Fenster für die im Resonator anregbaren Moden.

Aus den Querschnittsdarstellungen der Felder im quasi-optischen Wellentypwandler in den Bildern 5.13 bis 5.17 lässt sich gut der Verlauf des Strahls erkennen. Die Lage der Strahltaile nach dem dritten Reflektor ist hier für jede Mode gut sichtbar. Es wird auch klar, dass sich die Position von Mode zu Mode ändert. Ausgehend vom Optimierungsziel, dass die Taille in der Fensterebene bei  $x = -250$  mm liegen soll, verschiebt sie sich je nach Mode um bis zu 50 mm in positive  $x$ -Richtung und um bis zu 80 mm in negative  $x$ -Richtung. Dies ergab sich aus der Optimierung, die zum Ziel hatte für alle Moden die maximale Leistung durch das Fenster zu transmittieren.

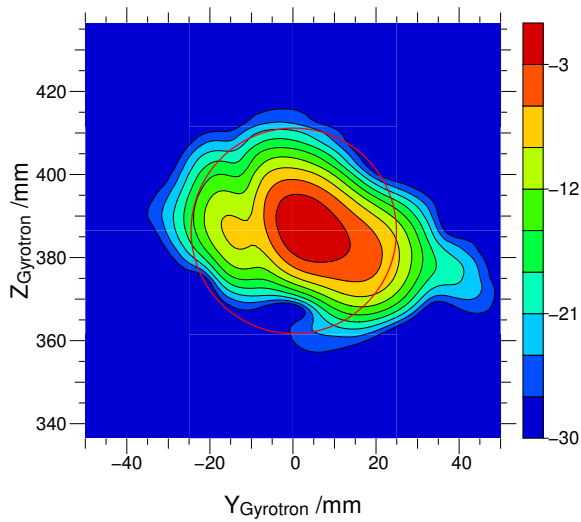




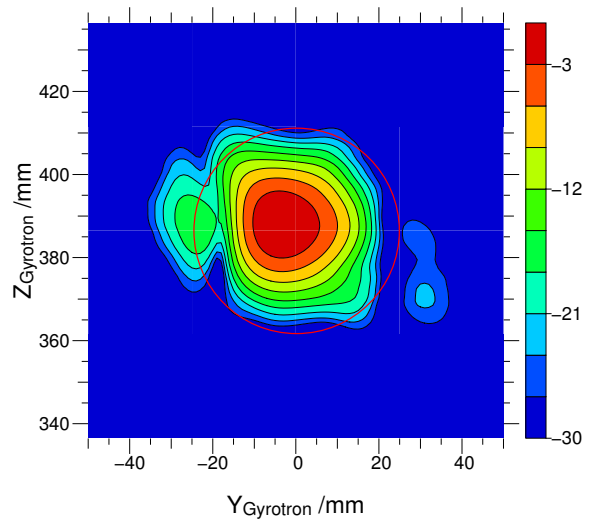
(a)  $TE_{17,6}$ -Mode



(b)  $TE_{18,6}$ -Mode



(c)  $TE_{19,6}$ -Mode



(d)  $TE_{19,7}$ -Mode

Bild 5.10: Feldprofile in der Fensterebene für die  $TE_{17,6}$ -,  $TE_{18,6}$ -,  $TE_{19,6}$ - und  $TE_{19,7}$ -Moden.

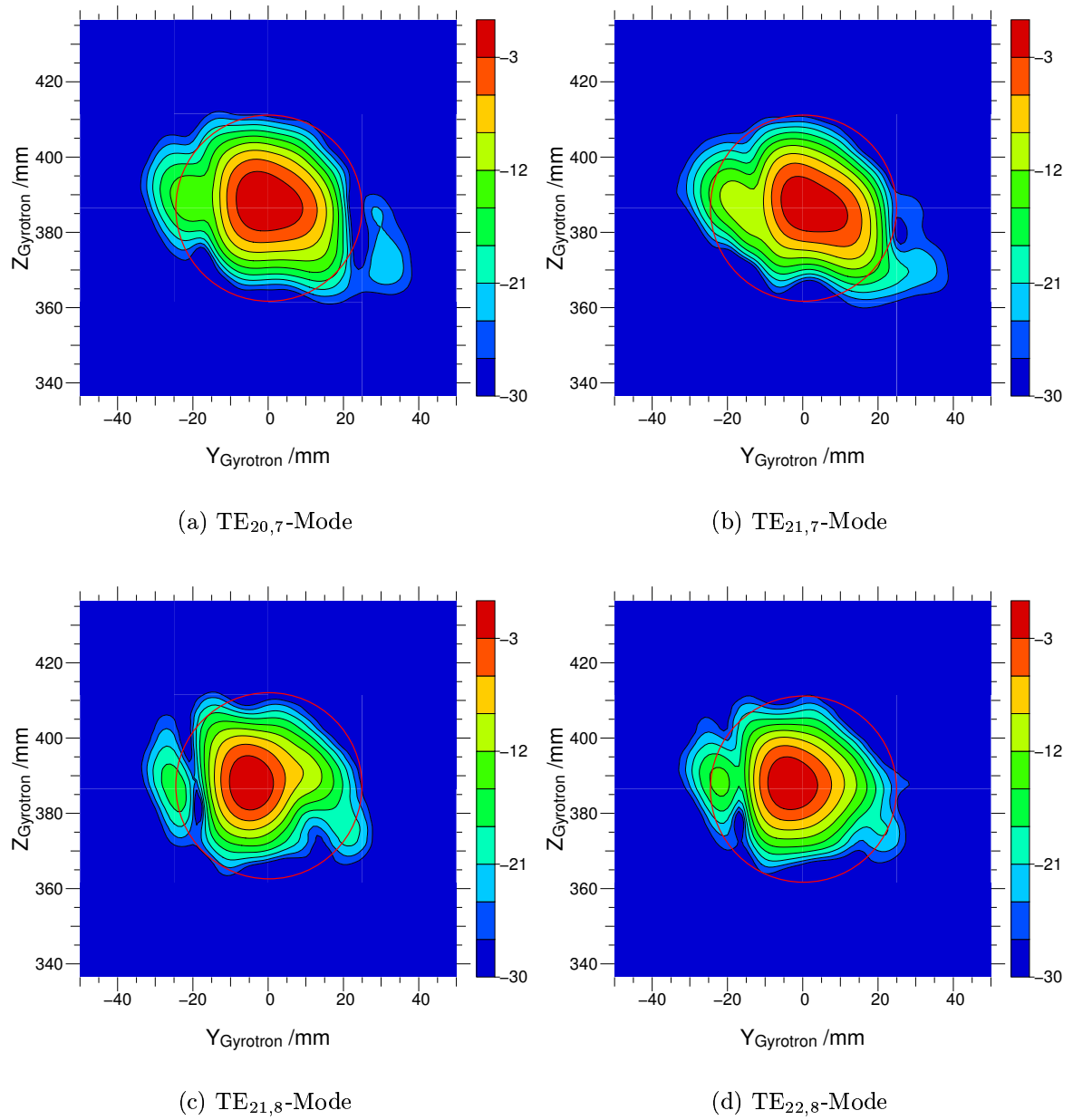


Bild 5.11: Feldprofile in der Fensterebene für die  $TE_{20,7}$ -,  $TE_{21,7}$ -,  $TE_{21,8}$ - und  $TE_{22,8}$ -Moden.

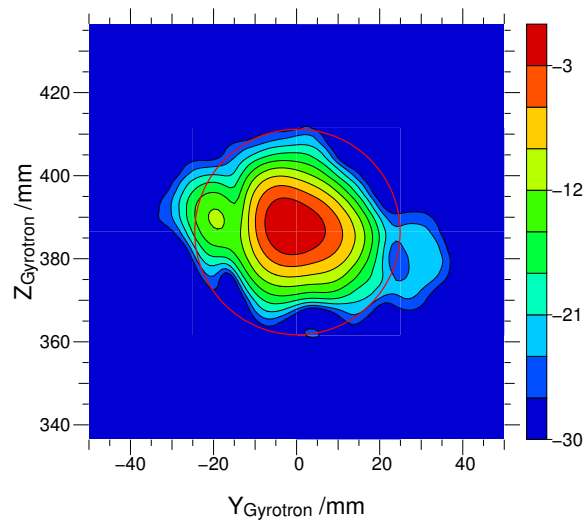


Bild 5.12: Feldprofil in der Fensterebene für die TE<sub>23,8</sub>-Mode.

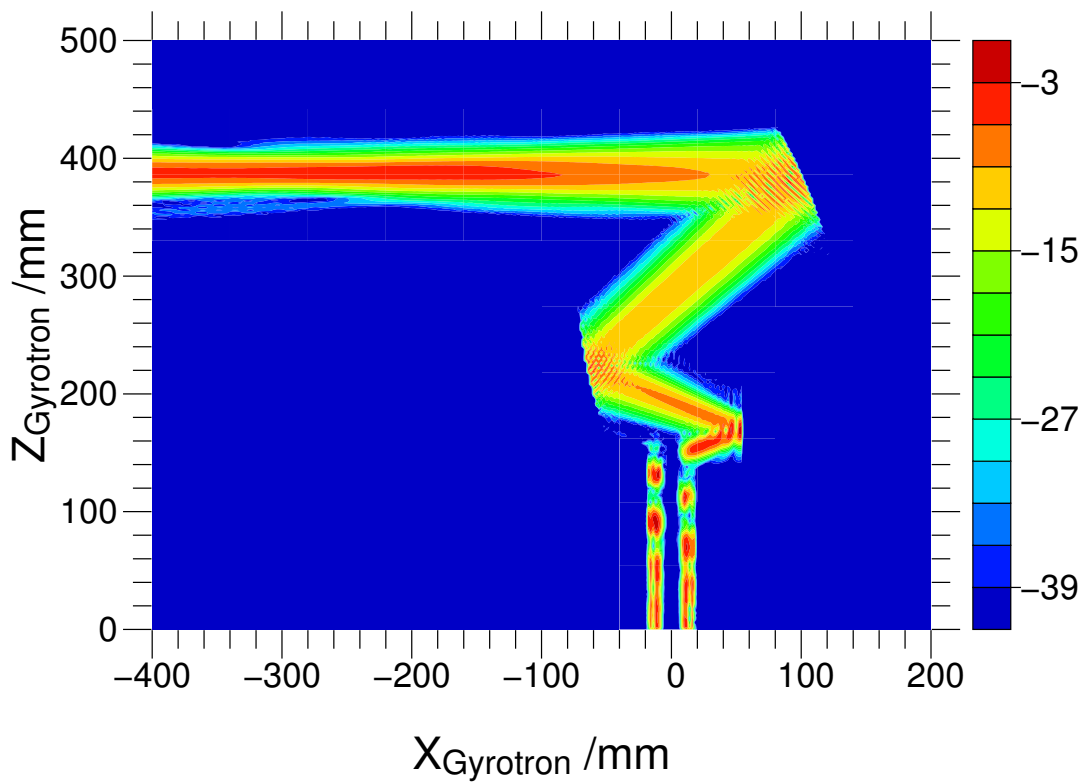
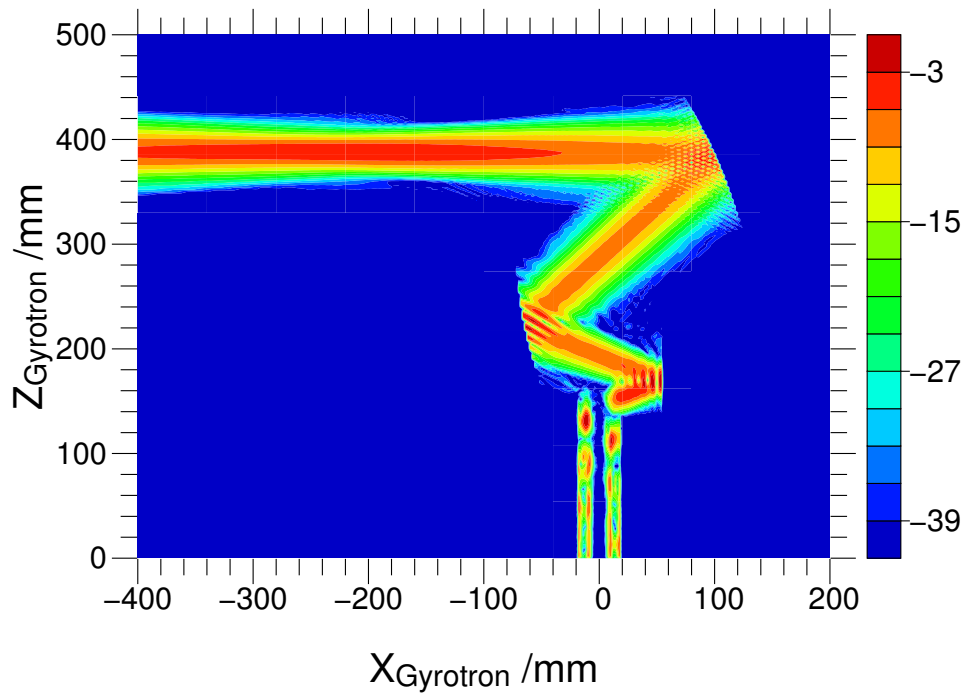
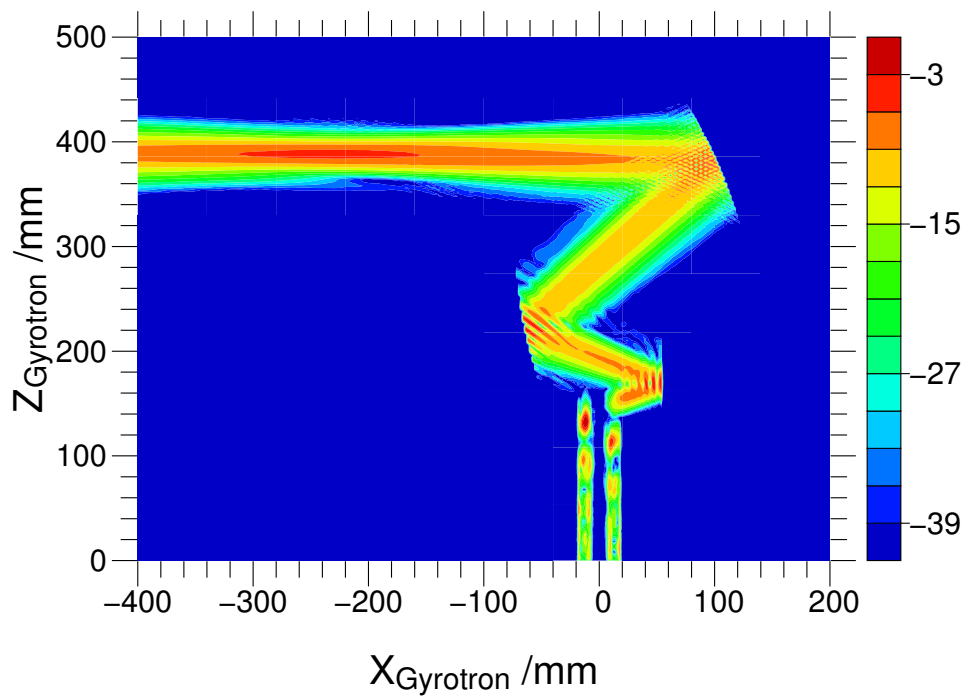


Bild 5.13: Feldprofil im Querschnitt für die TE<sub>23,8</sub>-Mode.

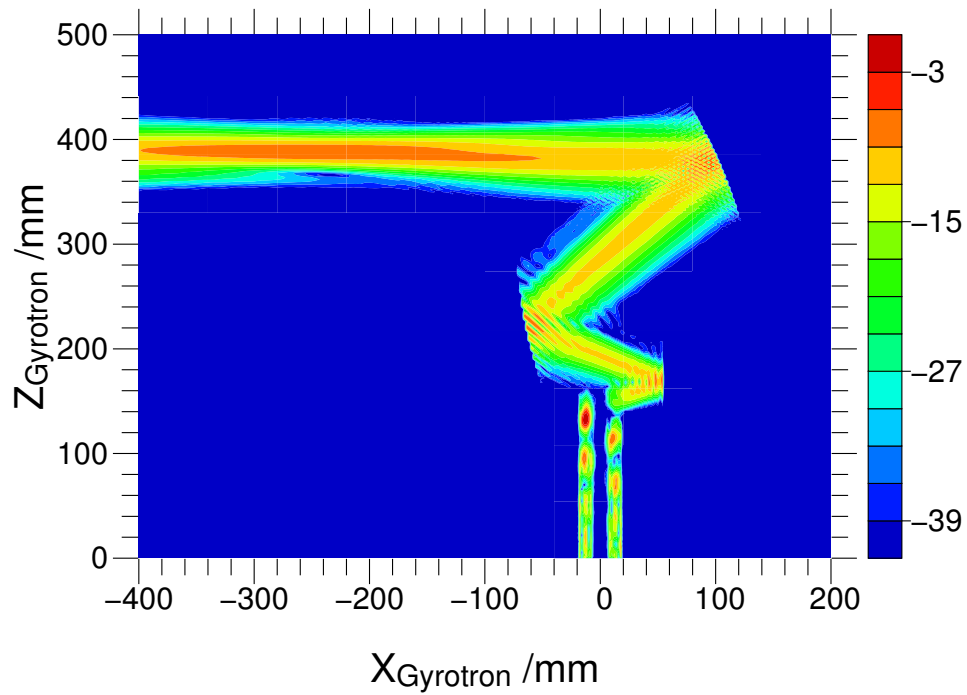


(a)  $TE_{17,6}$ -Mode

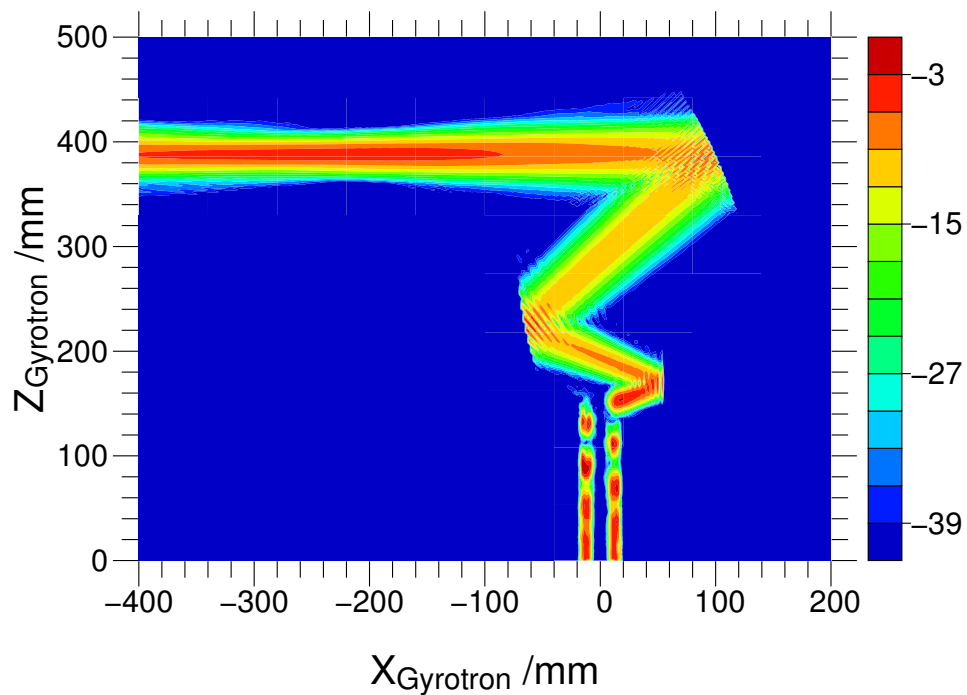


(b)  $TE_{18,6}$ -Mode

Bild 5.14: Feldprofile im Querschnitt für die  $TE_{17,6}$ - und  $TE_{18,6}$ -Moden.

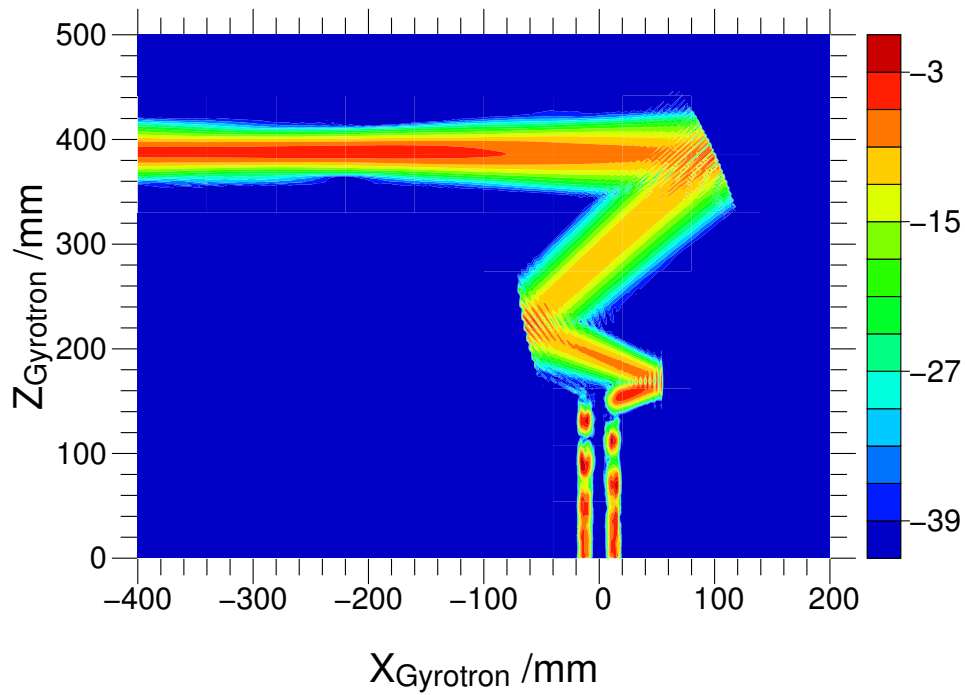


(a) TE<sub>19,6</sub>-Mode

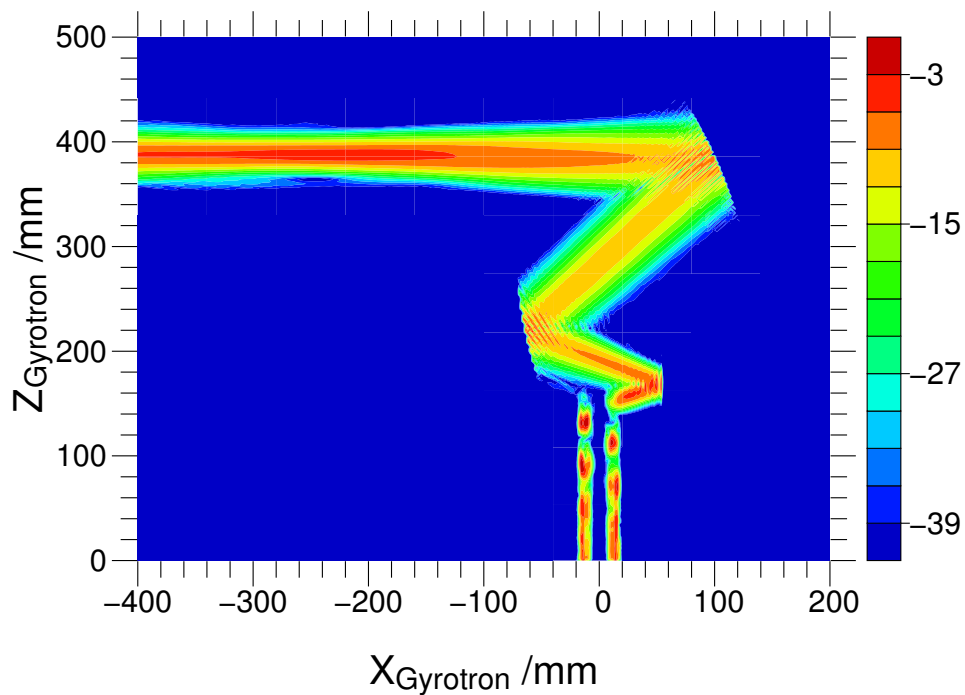


(b) TE<sub>19,7</sub>-Mode

Bild 5.15: Feldprofile im Querschnitt für die TE<sub>19,6</sub>- und TE<sub>19,7</sub>-Moden.

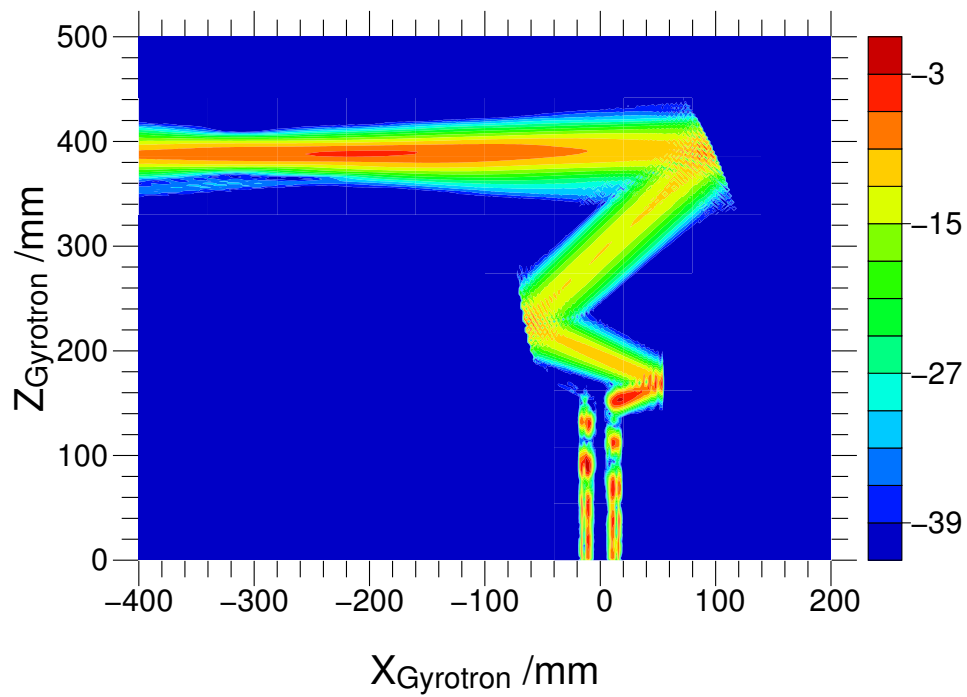


(a)  $TE_{20,7}$ -Mode

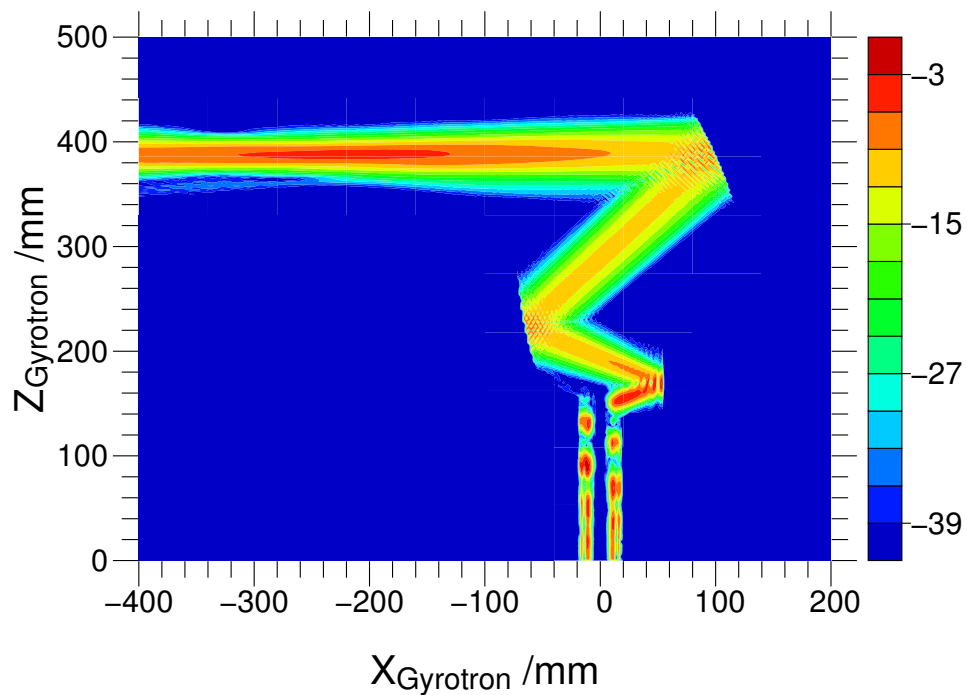


(b)  $TE_{21,7}$ -Mode

Bild 5.16: Feldprofile im Querschnitt für die  $TE_{20,7}$ - und  $TE_{21,7}$ -Moden.



(a)  $TE_{21,8}$ -Mode



(b)  $TE_{22,8}$ -Mode

Bild 5.17: Feldprofile im Querschnitt für die  $TE_{21,8}$ - und  $TE_{22,8}$ -Moden.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden die Grundlagen der dreidimensionalen Feldberechnung in quasi-optischen Wellentypwandlern für Hochleistungs gyrotrons entwickelt. Die angewandte Methode baut auf der elektrischen Feldintegralgleichung auf und ermöglicht die numerisch effiziente Berechnung der Feldanteile im dreidimensionalen Modell. Neu dabei ist die dreidimensionale Betrachtung, da sich Simulationen bisher auf zweidimensionale Berechnungen stützten. Der Einsatz des Modells ist nicht auf Wellentypwandler in Gyrotrons beschränkt, sondern kann universell für die Lösung von Feldproblemen, die bezogen auf die Wellenlänge große Szenarien darstellen, eingesetzt werden. Die Simulationsergebnisse wurden weitestgehend verifiziert, zum einen im Vergleich zu bestehenden Simulationsmethoden, zum anderen im Vergleich zu Messungen an Experimenten mit niedriger Leistung.

In einer Analyse des quasi-optischen Wellentypwandlers für ein  $TE_{22,6}$ -Gyrotron bei 118 GHz wurde das Verhalten der Feldpropagation im Detail untersucht. Durch die neue Methode konnte gezeigt werden, dass sich vom Launcher abgestrahlte Nebenmaxima ungünstig im Ausgangsfenster überlagern, was zu einer Ausbildung zweier Maxima führt. Abhilfe wurde durch die Auslegung verbesserter toroidaler Reflektorkonturen, die die neuen Erkenntnisse mit einbeziehen, geschaffen.

Die Komplexität der Berechnung eines Wellentypwandlers bestehend aus einem Launcher und drei Reflektoren ist so groß, dass es auch bei einer weiteren deutlichen Rechenzeitverkürzung sich nicht für das Design und die Optimierung des Wellentypwandlers eignet. Hierzu kommt nur ein Verfahren in Frage, das die Feldbelegung in kürzerer Zeit bestimmt. Durch die Definition von Optimierungsbedingungen können Launcher und Spiegelleitung getrennt voneinander optimiert werden. Für den Launcher wird die Theorie der gekoppelten Moden eingesetzt, und für die Optimierung der Reflektorgeometrien die Propagation des Feldes mit dem Kirchhoff'schen Beugungsintegral. Zur Vereinfachung bei der Propagation des Feldes von Reflektor zu Reflektor wird das Feld als skalares Vektorpotential beschrieben. Diese Näherung ist sinnvoll, da im Gyrotronresonator ausschließlich TE-Moden angeregt werden können, die keinen Anteil der elektrischen Feldstärke in Richtung der Launcherachse besitzen. Als Eingangsfeld für die Ausbreitung in der Spiegelleitung wird das abgestrahlte Feld des Launchers, das mit der dreidimensionalen Berechnung bestimmt wurde, verwendet. Zur Realisierung wurde die Konversion des elektrischen Feldes in das elektrische Vektorpotential in einer Ebene oberhalb des Launchers eingeführt. Ein Vergleich zur Simulation des gesamten Wellentypwandlers mittels der elektrischen Feldintegralgleichung bestätigt die Vorgehensweise.

Bei der Weiterentwicklung von Mehrfrequenz-Gyrotrons waren Ausgangsleistung und Pulsdauer bisher durch das hohe Niveau an Streustrahlung innerhalb der Röhre begrenzt. Die vorgelegte Arbeit legt Kriterien dar, wie der quasi-optische Wellentypwandler verbessert werden muss, um die Hochfrequenz im Ausgangsfenster zu bündeln. In ei-



ner Studie für ein vorhandenes Gyrotron wird die Realisierbarkeit eines quasi-optischen Wellentypwandlers für ein Mehrfrequenz-Langpuls gyrotron, das auf neun Moden im Frequenzbereich zwischen 105 GHz und 143 GHz betrieben wird, gezeigt. Aus der numerischen Optimierung des Launchers für die im Resonator anregbaren Moden ergibt sich ein Anteil der Gauß'schen Grundmode von mehr als 90%. Für einzelne Moden werden Anteile erreicht, die mit denen von monofrequenten Gyrotrons zu vergleichen sind. Als breitbandiges Ausgangsfenster für Langpulsröhren eignet sich eine unter dem Brewster-Winkel angeordnete Scheibe aus synthetischem Diamant. Dadurch steigen die Anforderungen an die Bündelung der Hochfrequenz und es müssen stark fokussierende, toroidale Reflektoren eingesetzt werden. Mit dieser Kombination aus Launcher und Reflektoren wird in der vorliegenden Arbeit gezeigt, dass Transmissionen von über 97% für fast alle Moden erreicht werden. Dies entspricht einem Streustrahlungsniveau von weniger als 3%, das auch im Vergleich zu monofrequenten Gyrotrons sehr niedrig ist.

In Bezug auf die dreidimensionale Feldberechnung besteht derzeit die hauptsächliche Beschränkung in der Länge der Laufzeit, die zur Lösung des Gleichungssystems benötigt wird. Da Mehrprozessorarchitekturen immer weiter verbreitet sind, stellen Workstations eine preisgünstige Alternative zu Großrechnern dar. Eine zukünftige Beschleunigung wäre durch eine Parallelisierung von Programmteilen denkbar. Ein weiterer Beitrag zur Verkürzung der Rechenzeit und gleichzeitiger Reduktion von notwendigem Arbeitsspeicher könnte durch die Anwendung eines adaptiven Diskretisierungsgitters herbeigeführt werden, d.h., an Flächenelementen, die nur geringe Leistungsanteile tragen, könnte eventuell der Abstand zwischen Gitterpunkten vergrößert werden.

Die weiteren Entwicklungsschritte bis hin zu einer mehrfrequenten Langpulsröhre beinhalten neben der Demonstration, dass ein Brewster-Winkel-Ausgangsfenster aus Diamant realisierbar ist, die konsequente Umsetzung des entwickelten quasi-optischen Wellentypwandlers. Dazu zählt unter anderem die Verifikation der berechneten Feldprofile durch ein Experiment mit niedriger Leistung.

In einem weiteren Schritt ist die Erhöhung des Anteils der Gauß'schen Grundmode im Ausgangsstrahl unter gleichzeitiger Minderung der Streustrahlung von erheblichem Interesse. Einen möglichen Ansatz bieten so genannte phasenkorrigierende Reflektoren, deren Oberfläche nicht mit einer quadratischen Funktion beschreibbar ist. Ihre Oberfläche wird numerisch auf das einfallende Feld angepasst. Entgegen früherer Ansätze, in denen ausgehend von einer planen Oberfläche eine Phasenkorrektur entworfen wurde, müsste untersucht werden, ob das Einbringen einer Phasenkorrektur auf einen toroidalen Reflektor effektiver ist, d.h. mit weniger Streustrahlung verbunden ist. Da die Abweichung von der fokussierenden Kontur geringer ist als die Amplitude der Reflektoroberfläche, wenn von einer planen Fläche ausgegangen wird, verringert sich die Streustrahlung aller Voraussicht nach. Somit wäre eine Steigerung des Wirkungsgrades denkbar.

Für die Anwendung von mehrfrequenten Langpuls gyrotrons ist langfristig der Einsatz bei ITER zu diskutieren. Dafür müsste die Entwicklung einer Röhre mit einem Frequenzbereich bis 170 GHz forciert werden.

## Literaturverzeichnis

- [1] THUMM, M.: Progress in gyrotron development. In: *Fusion Engineering and Design* 66-68 (2003), S. 69–90
- [2] SYMONS, R.S.: Tubes – Still vital after all these years. In: *IEEE Spectrum* (1998), Nr. 4, S. 52–63
- [3] LINK, G. ; FEHER, L. ; THUMM, M. ; RITZHAUPT-KLEISSL, H.-J. ; BÖHME, R. ; WEISENBURGER, A.: Sintering of Advanced Ceramics Using a 30-GHz, 10-kW, CW Industrial Gyrotron. In: *IEEE Trans. on Plasma Science* 27 (1999), Nr. 2, S. 547–554
- [4] MANNHEIMER, W. M.: Applications of gyrotrons to high power millimeter wave Doppler radars. In: *International Journal of Infrared and Millimeter Waves* 13 (1992), S. 1495–1457
- [5] CLUNIE, D. ; MESYATS, G. ; OSIPOV, M.L. ; PETELIN, M.I. ; ZAGULOV, P. ; KOROVIN, S.D. ; CLUTTERBUCK, C.F. ; WARDROP, B.: The design, construction and testing of an experimental high power, short-pulse radar. In: *3rd Int. Workshop on Strong Microwaves in Plasmas* Bd. 2 Nizhny Novgorod, Russia, Russian Academy of Sciences, 1997, S. 886–902
- [6] DANLY, B.G. ; CHEUNG, J. ; GREGERS-HANSEN, V. ; LINDE, G. ; NGO, M.: Warloc: a high-power millimeter-wave radar. In: *27th Int. Conf. on IRMMW* San Diego, USA, IEEE, Piscataway, N.J., September 2002, S. 233–234
- [7] ITER Technology R&D. In: *Fusion Engineering and Design* 55 (2001), Nr. 2-3
- [8] BRAZ, O. ; DAMMERTZ, G. ; KUNTZE, M. ; THUMM, M.: D-band Frequency Step-Tuning of a 1 MW Gyrotron using a Brewster Output Window. In: *International Journal of Infrared and Millimeter Waves* 18 (1997), Nr. 8, S. 1465–1477
- [9] KOPPENBURG, K. ; DAMMERTZ, G. ; KUNTZE, M. ; PIOSCYK, B. ; THUMM, M.: Fast Frequency-Step-Tuneable High-Power Gyrotron with Hybrid-Magnet-System. In: *IEEE Transactions on Electron Devices* 48 (2001), Nr. 1, S. 101–107
- [10] THUMM, M. ; ARNOLD, A. ; BORIE, E. ; BRAZ, O. ; DAMMERTZ, G. ; DUMBRAJS, O. ; KOPPENBURG, K. ; KUNTZE, M. ; MICHEL, G. ; PIOSCYK, B.: Frequency step-tunable (114–170 GHz) megawatt gyrotrons for plasma physics applications. In: *Fusion Engineering and Design* 53 (2001), S. 407–421

- 
- [11] LEUTERER, F. ; KIROV, K. ; MONACO, F. ; MUNICH, M. ; SCHUTZ, H. ; RYTER, F. ; WAGNER, D. ; WILHELM, R. ; ZOHM, H. ; FRANKE, T. ; VOIGT, K. ; THUMM, M. ; HEIDINGER, R. ; DAMMERTZ, G. ; KOPPENBURG, K. ; GANTENBEIN, G. ; HAILER, H. ; KASPAREK, W. ; MULLER, G. A. ; BOGDASHOV, A. ; DENISOV, G. ; KURBATOV, V. ; KUFTIN, A. ; LITVAK, A. ; MALYGIN, S. ; TAI, E. ; ZAPEVALOV, V.: Plans for a new ECRH system at ASDEX upgrade. In: *Fusion Engineering and Design* 66-68 (2003), S. 537–542
- [12] ZOHM, H. ; THUMM, M.: On the use of step-tuneable gyrotrons in ITER. In: *Journal of Physics: Conference Series* 25 (2005), S. 274–282
- [13] THUMM, Manfred: *State-of-the-Art of High Power Gyro-Devices and Free Electron Masers Update 2006*. Wissenschaftliche Berichte des Forschungszentrums Karlsruhe FZKA 7289, 2007
- [14] EICHMEIER, Joseph: *Moderne Vakuumelektronik*. Springer, 1981
- [15] A. S. GILMOUR, Jr.: *Microwave Tubes*. Artech House Inc., 1986
- [16] TWISS, R.Q.: Radiationtransfer and the possibility of negative absorption in radio astronomy. In: *Australian Journal of Physics* 11 (1958), S. 564–579
- [17] SCHNEIDER, J.: Stimulated emission of radiation by relativistic electrons in a magnetic field. In: *Physical Review Letters* 2 (1959), S. 504–505
- [18] GAPONOV, A.V.: Interaction between electron fluxes and electromagnetic waves in waveguides. In: *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofizika* 2 (1959), S. 450–462
- [19] FLYAGIN, V.A. ; GAPONOV, A.V. ; PETELIN, M.I. ; YULPATOV, V.K.: The gyrotron. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 25 (1977), S. 514–521
- [20] EDGCOMBE, Christopher J.: *Gyrotron oscillators : their principles and practice*. Taylor & Francis, 1993
- [21] BUTTON, Kenneth J.: *Infrared and Millimeter Waves*. Bd. 1. Academic Press, 1979
- [22] KERN, Stefan: *Numerische Simulation der Gyrotron-Wechselwirkung in koaxialen Resonatoren*, Universität Karlsruhe, Diss., Juli 1996. – Wissenschaftliche Berichte des Forschungszentrums Karlsruhe FZKA 5837
- [23] DAMMERTZ, G. ; ILLY, S. ; PIOSZYK, B. ; SCHMID, M. ; BARIOU, D.: Collector sweeping system for high power gyrotrons. In: *Int. Conf. on IRMMW and THz 2005* Williamsburg, VA, IEEE, Piscataway, N.J., September 19-23 2005, S. 293–294
- [24] ILLY, S. ; DAMMERTZ, G. ; SCHMID, M. ; PIOSZYK, B. ; RAFF, S. ; BARIOU, D.: A comparison of different collector sweeping concepts for high power gyrotrons. In: *17th Joint Russian-German STC Workshop on ECRH and Gyrotrons* Greifswald,

- Deutschland, Institut für Plasma Physik, Greifswald, May 30 - June 4 2005, S. 301–311
- [25] SCHMID, M. ; DAMMERTZ, G. ; ILLY, S. ; THUMM, M. ; LIEVIN, Ch.: Transverse field collector sweep system for the W7-X gyrotrons. Engineering and first results. In: *17th Joint Russian-German STC Workshop on ECRH and Gyrotrons* Greifswald, Deutschland, Institut für Plasma Physik, Greifswald, May 30 - June 4 2005, S. 313–328
- [26] THUMM, M.: Gyrotrons – Moderne Quellen für Millimeterwellen höchster Leistung. In: *Nordrhein-Westfälische Akademie der Wissenschaften* (1996), Nr. N425, S. 37–82
- [27] MICHEL, G. ; THUMM, M.: Spectral domain techniques for field pattern analysis and synthesis. In: *Surveys on Mathematics for Industry* 8 (1999), S. 259–270
- [28] SCHELLKUNOFF, S.A.: Conversion of Maxwell's equations into generalized telegraphist's equations. In: *Bell Syst. Tech. J.* 36 (1955), S. 1209–1251
- [29] PRETTEREBNER, Julius: *Kompakte quasi-optische Antennen im überdimensionierten Rundhohlleiter*, Universität Stuttgart, Diss., Juni 2003
- [30] MICHEL, Georg: *Feldprofilanalyse und -synthese im Millimeterwellenbereich*, Universität Karlsruhe, Diss., November 1998. – Wissenschaftliche Berichte des Forschungszentrums Karlsruhe FZKA 6216
- [31] DRUMM, Oliver: *Numerische Optimierung eines quasi-optischen Wellentypwandlers für ein frequenzdurchstimmbares Gyrotron*, Universität Karlsruhe, Diss., Juni 2002. – Wissenschaftliche Berichte des Forschungszentrums Karlsruhe FZKA 6754
- [32] THUMM, M. ; ARNOLD, A. ; DRUMM, O. ; JIN, J. ; MICHEL, G. ; PIOSZYK, B. ; RZESNICKI, T. ; WAGNER, D. ; X.YANG: Quasi-Optical Mode Converters in Advanced High-Power Gyrotrons for Nuclear Fusion Plasma Heating. In: *Quasi-Optical Control of Intense Microwave Transmission* Nizhny Novgorod, Russia, Springer, Netherlands, February 17-20 2004, S. 325–351
- [33] WEINSTEIN, L.A.: *Open Resonators and Open Waveguides*. Golem Press, 1969. – 139 S.
- [34] MÖBIUS, A. ; THUMM, M.: Gyrotron output launchers and output tapers. In: EDG-COMBE, Christopher J. (Hrsg.): *Gyrotron oscillators : their principles and practice*. Taylor & Francis, 1993, S. 179–222
- [35] KÜPFMÜLLER, Karl ; MATHIS, Wolfgang ; REIBIGER, Albrecht: *Theoretische Elektrotechnik*. 16., vollst. neu bearb. u. aktualisierte Aufl. Springer, 2005
- [36] ZINKE, Otto ; BRUNSWIG, Heinrich: *Lehrbuch der Hochfrequenztechnik*. Springer, 1965

- 
- [37] WIEN, Andreas: *Ein Beitrag zur Analyse von quasi-optischen Wellentypwandlern in Hochleistungs-gyrotrons*, Universität Karlsruhe, Diss., Juli 1995. – Wissenschaftliche Berichte des Forschungszentrums Karlsruhe FZKA 5797
- [38] COLLIN, Robert E.: *Field theory of guided waves*. McGraw-Hill, 1960
- [39] KOGELNIK, H.: Coupling and Conversion Coefficients for Optical Modes. In: *Symposium on Quasi-Optics* New York, NY, USA, Polytechnic Institute of Brooklyn, June 8-10 1964, S. 333–347
- [40] MÖLLER, C.: Mode converters used in the Doublet III ECH microwave system. In: *International Journal of Electronics* 53 (1982), S. 587–593
- [41] LEVINE, J. S.: Rippled Wall Mode Converters for Circular Waveguide. In: *International Journal of infrared and millimeter waves* (1984), S. 937–952
- [42] THUMM, M.: High power millimeter-wave mode converters in over-moded circular waveguides using periodic wall perturbations. In: *International Journal of Electronics* 57 (1984), S. 1225–1246
- [43] DOANE, J. L.: Propagation and mode coupling in corrugated and smooth-wall circular waveguides. In: BUTTON, K. J. (Hrsg.): *Infrared and Millimeter Waves* Bd. 13. Academic Press, 1985, S. 123–170
- [44] WAGNER, Dietmar: *Entwurf und Analyse von korrugierten überdimensionierten Hohlleiterstrukturen für Hochleistungsmillimeterwellensysteme*, Universität Stuttgart, Diss., 1996
- [45] VLASOV, S.N. ; ZAGYRADSKAJA, L.I. ; PETELIN, M.I.: Transformation of a Whispering Gallery Mode, Propagating in a Circular Waveguide, into a Beam of Waves. In: *Radio Engineering and Electron Physics* 20 (1975), S. 14–17
- [46] DENISOV, G. G. ; PETELIN, M. I. ; VINOGRADOV, D. V.: Converter of High-Mode of a Circular Waveguide into the Main Mode of a Mirror Line. In: *PCT Gazette* 16 (1990), S. 47–49
- [47] MÖBIUS, A. ; PRETTEREBNER, J.: Conditions to Achieve Stable Propagation of a Gaussian-Beam-Like Mode Mixture in a Deformed Waveguide. In: *17th Int. Conf. on IRMMW* Pasadena, USA, Bellingham, Wash., SPIE, Dezember 14-17 1992, S. 34–35
- [48] PRETTEREBNER, J. ; MÖBIUS, A. ; THUMM, M.: Improvement of Quasi-Optical Mode Converters by Launching an Appropriate Mixture of Modes. In: *17th Int. Conf. on IRMMW* Pasadena, USA, Bellingham, Wash., SPIE, Dezember 14-17 1992, S. 40–41

- [49] BOGDASHOV, A. A. ; DENISOV, G. G.: Asymptotic theory of high-efficiency converters of higher-order waveguide modes into eigenwaves of open mirror lines. In: *Radiophysics and Quantum Electronics* 47 (2004), Nr. 4, S. 283–295
- [50] NEILSON, J. M.: Optimal Synthesis of Quasi-Optical Launchers for High-Power Gyrotrons. In: *IEEE Trans. on Plasma Science* 34 (2006), Nr. 3, S. 635–641
- [51] PSENICNYJ, Boris N. ; DANILIN, Jurij M.: *Numerische Methoden für Extremalaufgaben*. Dt. Verl. d. Wiss., Berlin, 1982
- [52] NEILSON, J. M. ; BUNGER, R.: Surface Integral Equation Analysis of Quasi-Optical Launchers. In: *IEEE Trans. on Plasma Science* 30 (2002), Nr. 3, S. 794–799
- [53] PRINZ, H.O. ; NEILSON, J. ; THUMM, M.: 3D-analysis of quasi-optical output systems for high power gyrotrons. In: *Int. Conf. on IRMMW and THz 2006* Shanghai, China, IEEE, Piscataway, N.J., September 18-22 2006, S. 518
- [54] BALANIS, Constantine A.: *Advanced engineering electromagnetics*. Wiley, 1989
- [55] SIMONYI, Karoly: *Theoretische Elektrotechnik*. 10., Aufl. Barth, 1993
- [56] ROACH, Gary F.: *Green's functions*. Van Nostrand Reinhold, 1970
- [57] NEILSON, J. M.: Electric Field Integral Equation Analysis and Advanced Optimization of Quasi-Optical Launchers used in High Power Gyrotrons. In: *Quasi-Optical Control of Intense Microwave Transmission* 44-63 (2005), S. 55–63
- [58] HARRINGTON, Roger F.: *Field computation by moment methods*. MacMillan, 1968
- [59] COIFMAN, R. ; ROKHLIN, V. ; WANDZURA, S.: The Fast Multipole Method for the Wave Equation: A Pedestrian Prescription. In: *IEEE Antennas and Propagation Magazine* 35 (1993), June, Nr. 3, S. 7–12
- [60] CHEW, W.: *Fast and Efficient Algorithms in Computational Electromagnetics*. Artech House, 2001
- [61] KOST, Arnulf: *Numerische Methoden in der Berechnung elektromagnetischer Felder*. Springer, 1994
- [62] PRINZ, H.O. ; ARNOLD, A. ; DAMMERTZ, G. ; MICHEL, G. ; NEILSON, J. ; THUMM, M. ; YANG, X.: Analysis of the quasi-optical output system of a TE<sub>22,6</sub> 118 GHz gyrotron. In: *14th Joint Workshop on Electron Cyclotron Emission and Electron Cyclotron Resonance Heating (EC 14)* Santorini, GR, Heliotopos Conferences Ltd., May 9-12 2006, S. 512 –516
- [63] ARNOLD, A. ; DAMMERTZ, G. ; THUMM, M.: Low power test facility for characterization of advanced mode converter systems. In: *Proc. 11th Conf. on Microwaves and Optonics (MIOP '01)* Stuttgart, NETWORK-OSE GmbH, Hagenburg, May 8-10 2001, S. 134–138

- [64] ARNOLD, A. ; DAMMERTZ, G. ; PIOSCZYK, B. ; RZESNICKI, T. ; THUMM, M. ; WAGNER, D.: Mode generator and low power measurements on quasi-optical mode converter systems. In: *16th Joint Russian-German Workshop on ECRH and Gyrotrons* Nizhny Novgorod, Russia, Russian Academy of Sciences, May 22-23 2004
- [65] JACKSON, John D.: *Klassische Elektrodynamik*. 3., überarb. Aufl. de Gruyter, 2002
- [66] RUBINOWICZ, Wojciech: *Die Beugungswelle in der Kirchhoffschen Theorie der Beugung*. 2., erg. u. neubearb. Aufl. Springer, 1966
- [67] BARTON, Gabriel: *Elements of Green's functions and propagation*. Clarendon Pr., 1989
- [68] BRONSTEJN, Il'ja N.: *Taschenbuch der Mathematik*. 6., vollst. überarb. und erg. Aufl. Deutsch, 2005
- [69] BORN, Max: *Optik*. 3. Aufl., 2. Nachdr. Springer, 1985
- [70] HITATA, Y. ; MITSUNAKA, Y. ; HAYASHI, K. ; ITOH, Y.: Wave-beam shaping using multiple phase-correcting mirrors. In: *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques* 45 (1997), Nr. 1, S. 72–77
- [71] MICHEL, G.: Analysis and Synthesis of Mirrors for High Divergence Microwave Beams. In: *Int. Conf. on IRMMW and THz 2006* Shanghai, China, IEEE, Piscataway, N.J., September 18-22 2006, S. 537
- [72] MICHEL, G. ; PRINZ, O. ; RZESNICKI, T.: Mode Converter Design for Coaxial Gyrotrons. In: *Int. Conf. on IRMMW and THz 2005* Williamsburg, VA, IEEE, Piscataway, N.J., September 19-23 2005, S. 403–404
- [73] BORIE, E. ; DRUMM, O. ; ILLY, S. ; KOPPENBURG, K. ; KARTIKEYAN, M.V. ; PIOSCZYK, B. ; WAGNER, D. ; YANG, X. ; DAMMERTZ, G. ; THUMM, M.: Possibilities for Multifrequency Operation of a Gyrotron at FZK. In: *IEEE Transactions on Electron Devices* 48 (2001), Nr. 1, S. 828–835
- [74] YANG, X. ; DRUMM, O. ; ARNOLD, A. ; BORIE, E. ; DAMMERTZ, G. ; KOPPENBURG, K. ; PIOSCZYK, B. ; WAGNER, D. ; THUMM, M.: Design of a Quasi-Optical Mode Converter for a Frequency Step-tunable Gyrotron. In: *International Journal of Infrared and Millimeter Waves* 24 (2003), Nr. 10, S. 1599–1607
- [75] YANG, X. ; THUMM, M. ; ARNOLD, A. ; BORIE, E. ; DAMMERTZ, G. ; DRUMM, O. ; KOPPENBURG, K. ; WAGNER, D.: Progress Toward Optimization of Phase-Correcting Mirrors for a Multifrequency 1-MW Gyrotron. In: *IEEE Trans. on Plasma Science* 34 (2006), Nr. 3, S. 652–658
- [76] GOLDSMITH, Paul F.: *Quasioptical systems*. IEEE Press, 1998

- [77] NICKEL, Hans-Ulrich: *Hochfrequenztechnische Aspekte zur Entwicklung rückwirkungsarmer Ausgangsfenster für Millimeterwellengyrotrons hoher Leistung*, Universität Karlsruhe, Diss., November 1994. – Wissenschaftliche Berichte des Forschungszentrums Karlsruhe FZKA 5513
- [78] BRAZ, Oliver: *Messtechnische Untersuchungen zur Hochfrequenzaukopplung an Millimeterwellengyrotrons hoher Leistung*, Universität Karlsruhe, Diss., Juli 1998. – Wissenschaftliche Berichte des Forschungszentrums Karlsruhe FZKA 6164
- [79] YANG, X. ; BORIE, E. ; DAMMERTZ, G. ; HEIDINGER, R. ; KOPPENBURG, K. ; PIOSZYK, B. ; WAGNER, D. ; THUMM, M.: A CVD-Diamond Disk Brewster Window for a Frequency Step-Tunable 1 MW Gyrotron. In: *International Journal of Infrared and Millimeter Waves* 24 (2003), Nr. 12, S. 2017–2023
- [80] PRINZ, H.O. ; ARNOLD, A. ; DAMMERTZ, G. ; KOPPENBURG, K. ; THUMM, M.: Investigations on mode converters for multi-frequency gyrotrons. In: *Int. Conf. on IRMMW and THz 2005* Williamsburg, VA, IEEE, Piscataway, N.J., September 19-23 2005, S. 297–298