

Vortragender: Dr.-Ing. Martin Woerner
Institut fuer Reaktorsicherheit
Forschungszentrum Karlsruhe

Thema des Vortrags:

Direkte numerische Simulation als Werkzeug zur Validierung und Weiterentwicklung statistischer Turbulenzmodelle fuer Naturkonvektion

Zusammenfassung:

Die Beschreibung turbulenter Stroemungen auf der Basis von statistischen Turbulenzmodellen zweiter Ordnung erfordert die empirische Modellierung von Korrelationen turbulenter Schwankungsgroessen. Einige dieser Korrelationen (z.B. die Dissipation) sind mit der derzeitigen Messtechnik experimentell nicht zugaenglich. Detaillierte Information ueber diese zu modellierenden Groessen kann zur Zeit allein die direkte Simulationsmethode bereitstellen.

In dem Vortrag wird eine Einfuehrung in die Methode der direkten numerischen Simulation gegeben. Die Anforderungen die sich aus dem Anwendungsfall der turbulenten Naturkonvektion an das numerische Verfahren ergeben werden diskutiert. Vorgestellt werden Simulationsergebnisse fuer turbulente Rayleigh-Benard-Konvektion in Luft und Natrium. Ueber die Auswertung aller Terme in den Transportgleichungen fuer die kinetische Turbulenzenergie, den turbulenten Waermestrom und die Varianz der Temperaturfluktuationen werden Bilanzen dieser Groessen aufgestellt. Fuer verschiedene Terme in diesen Gleichungen werden uebliche Schliessungsansaeetze analysiert und Modellkoeffizienten bestimmt. Es zeigt sich, dass in Naturkonvektion der diffusive Transport turbulenter Erhaltungsgroessen von grosser Bedeutung ist. Wesentlich ist insbesondere die Wirkung turbulenter Druckfluktuationen, die in existierenden Modellen nicht oder nur unzureichend beruecksichtigt wird.

**Direkte numerische Simulation als Werkzeug zur
Validierung und Weiterentwicklung statistischer
Turbulenzmodelle für Naturkonvektion**

**Martin Wörner
Forschungszentrum Karlsruhe
Institut für Reaktorsicherheit**

Kolloquiumsvortrag TH Darmstadt

26. Januar 1995

Einführung

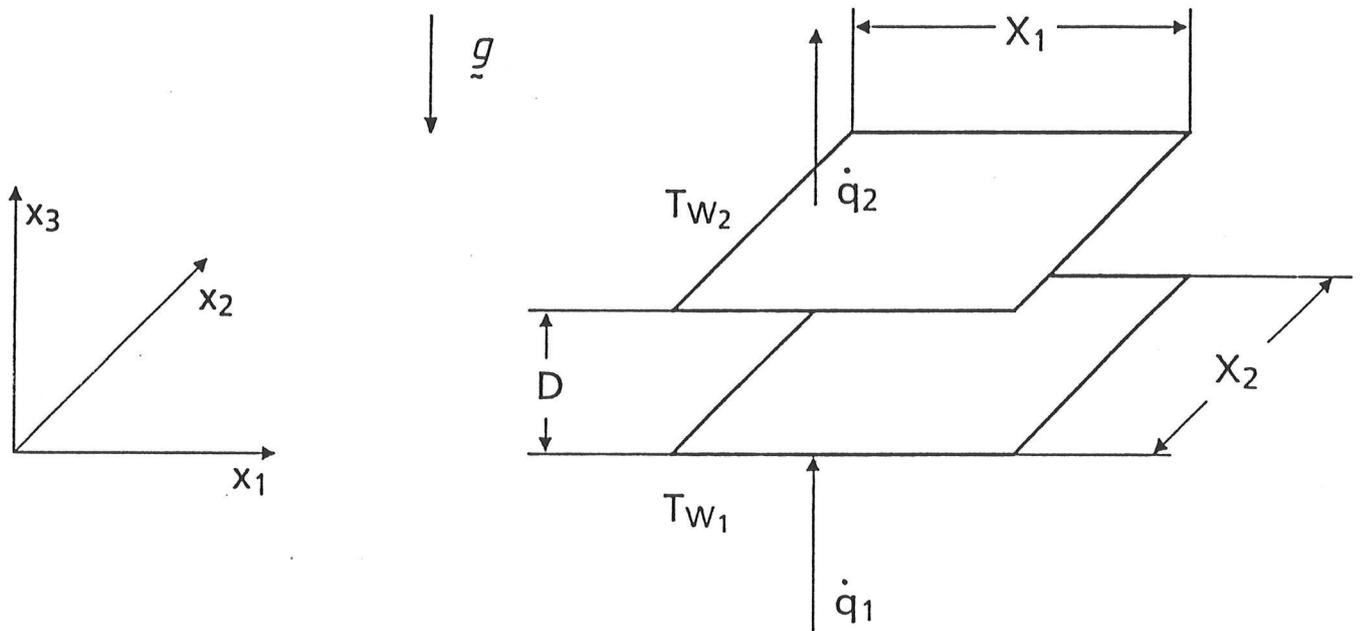
- **Passive Nachwärmeabfuhr in metall- und wassergekühlten Reaktoren**
 - Experimente (verkleinerte Reaktormodelle, Wasser als Modellfluid)
 - anwendungsorientierte Rechenprogramme
- **Validierung statistischer Turbulenzmodelle für Naturkonvektion in flüssigen Metallen**
 - Grundlagenexperimente
 - Direkte numerische Simulation

Gliederung

- **Einführung**
- **Rayleigh-Bénard-Konvektion**
- **Methode der direkten numerischen Simulation**
 - **Grundgleichungen**
 - **Realisierung im Rechenprogramm TURBIT**
- **Numerische Ergebnisse**
 - **Verifikation**
 - **Konvektionsmuster**
 - **Analysen statistischer Turbulenzmodelle**
- **Schlußfolgerungen**

Rayleigh-Bénard-Konvektion

- Geometrie



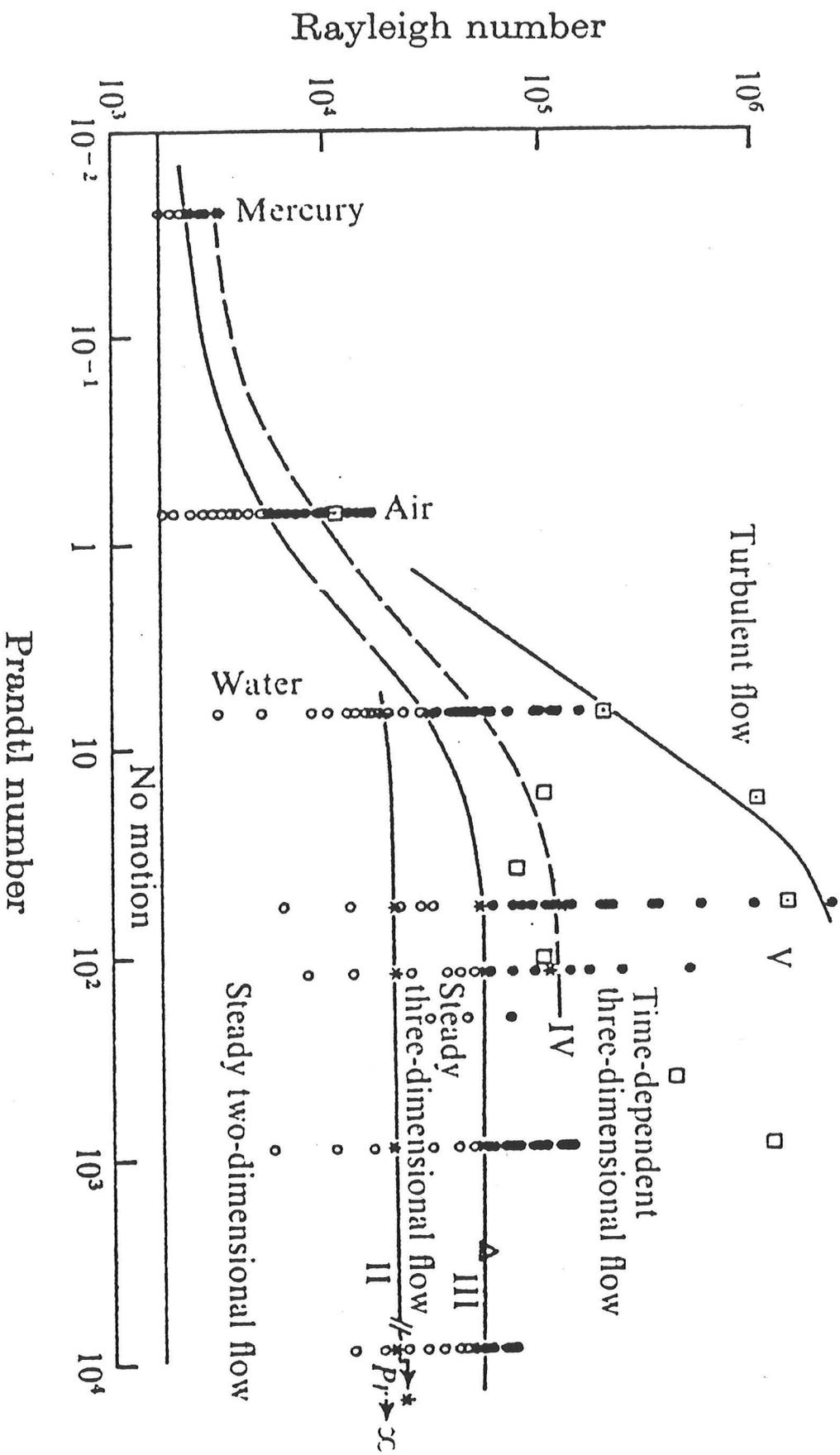
- dimensionslose Kennzahlen

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T_w D^3}{\nu\kappa}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} \quad (\text{Natrium: } Pr = 0.006)$$

$$Gr = \frac{Ra}{Pr}$$

Rayleigh-Bénard-Konvektion



Methode der direkten numerischen Simulation

- Erhaltungssätze für Masse, Impuls, Energie

$$\nabla \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{\sqrt{Gr}} \nabla^2 \vec{u} + \left(T_{ref} - T \right) \frac{\vec{g}}{|\vec{g}|}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) T = \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \nabla^2 T$$

- 3 d, zeitabhängig
- Auflösung aller Längenmaßstäbe
- keine Modellannahmen und -parameter
- beschränkt auf kleine Turbulenzgrade

Rechenprogramm TURBIT

- **Räumliche Diskretisierung**
 - Finite Volumen Verfahren
 - zentrale Differenzen
 - versetztes Maschennetz
- **Zeitintegration**
 - Impulsgleichung explizit
 - Projektionsmethode von Chorin
 - Energiegleichung explizit oder halbimplizit
- **Stabilitätskriterium des expliziten Verfahrens**

$$\Delta t \leq \frac{1}{\frac{|u_i|}{\Delta x_i} + \frac{4 \text{Max}(1, Pr^{-1})}{\sqrt{Gr} \Delta x_i^2}}$$

DNS von Rayleigh-Bénard-Konvektion

- **Randbedingungen**

- Wände: $u_i = 0$, $T = \text{konst.}$
- in x_1 - und x_2 -Richtung periodische R.B.

- **Anfangsbedingung**

- ruhendes Fluid, randome Störungen des Temperaturfeldes
- eingelaufene Konvektion einer kleineren Ra (Interpolation auf verfeinertes Maschennetz)

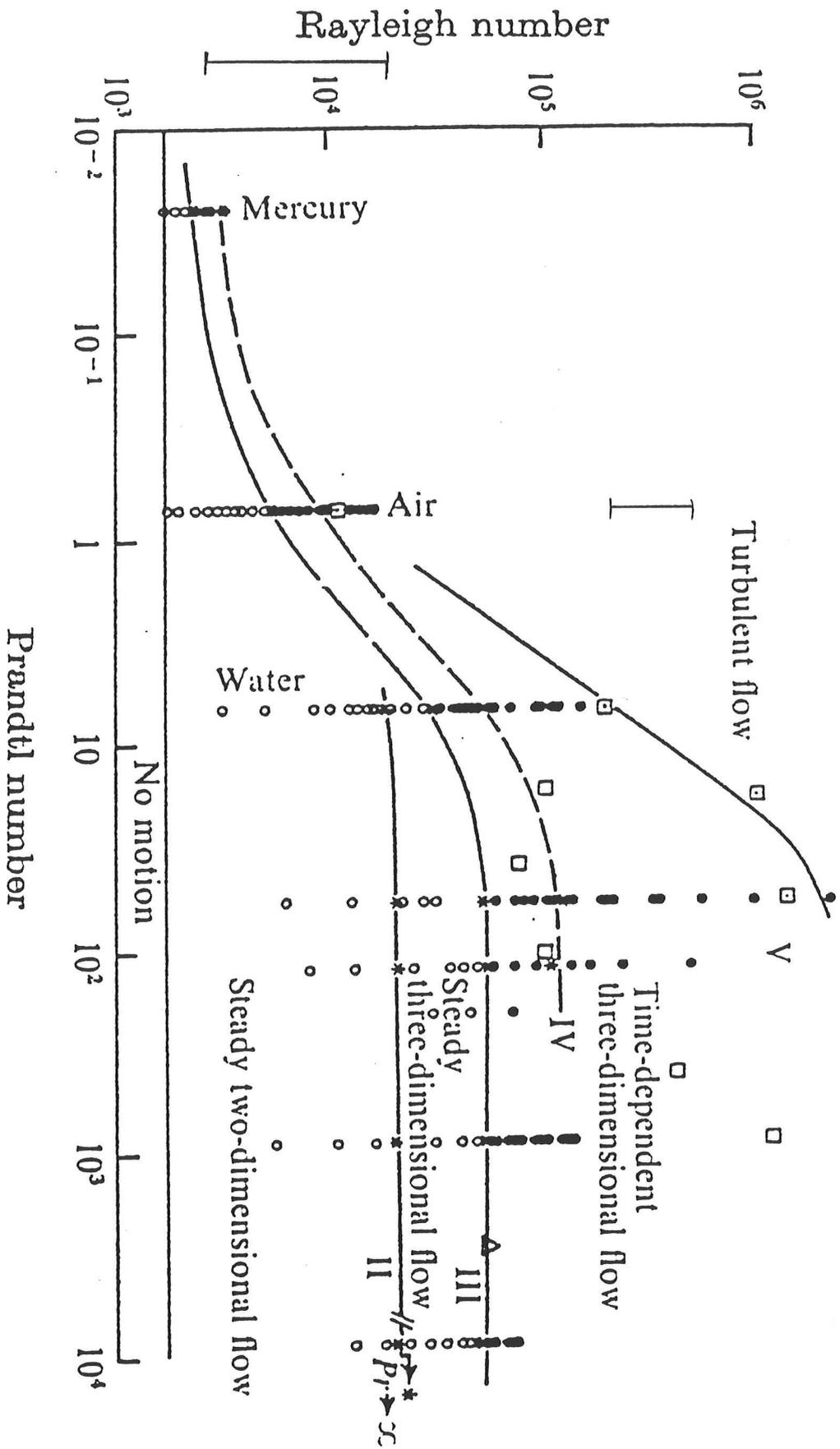
- **Anforderungen an die Simulation**

- großräumige Strukturen auflösen
- kleinräumige Wirbel auflösen
- viskose Grenzschicht auflösen

→ numerische Vorstudien

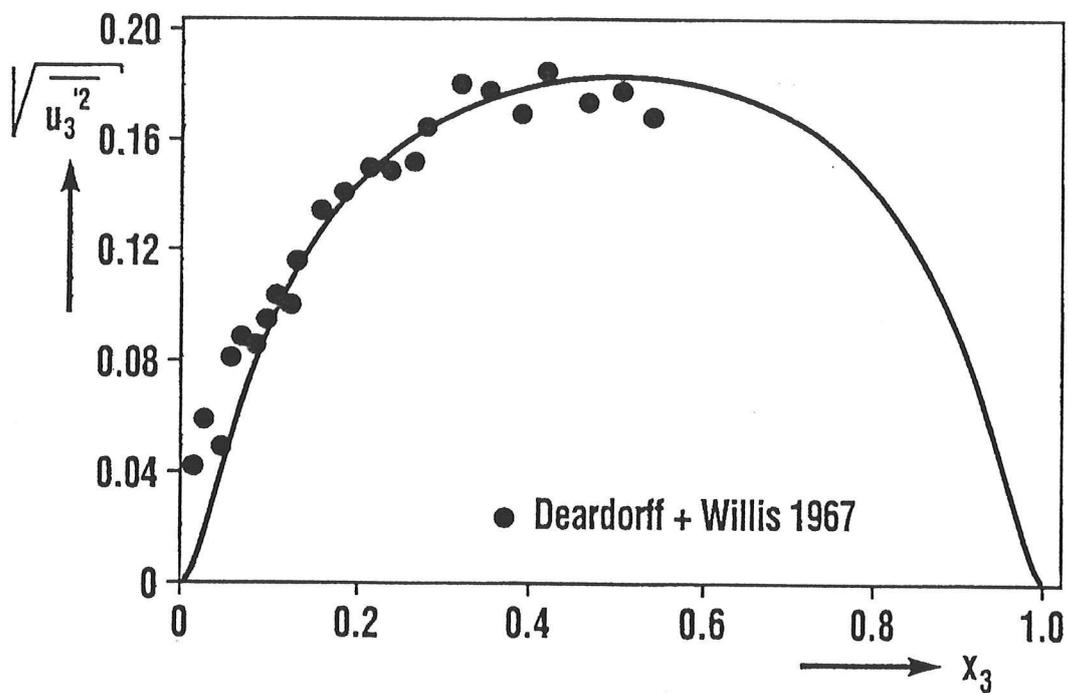
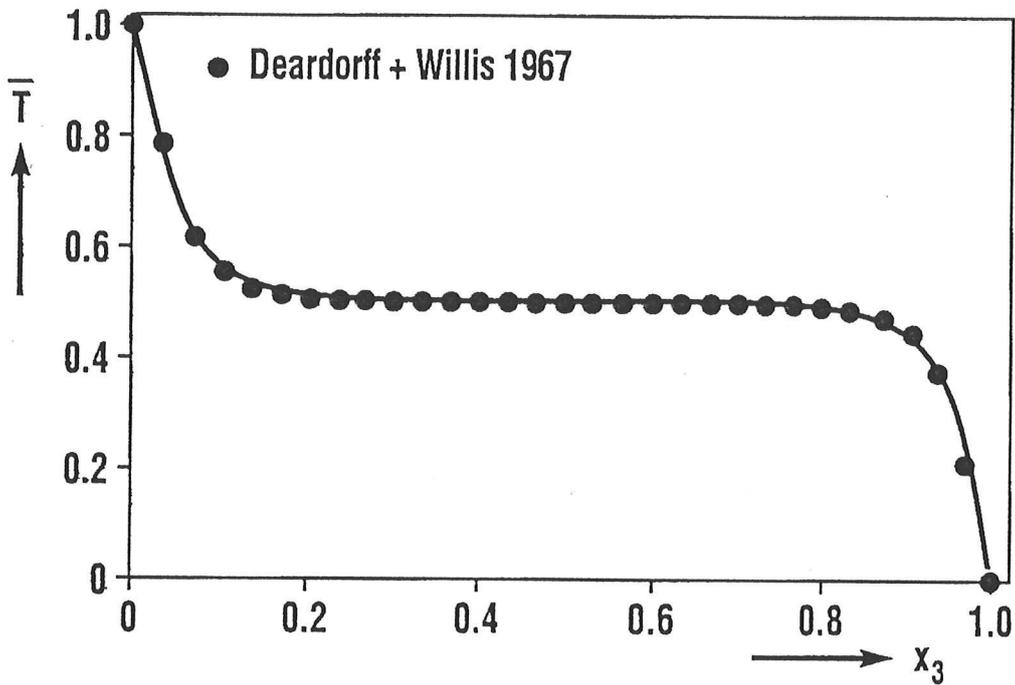
Pr	Ra	Gr	X _{1,2}	Netz	CPU-Zeit
0.71	381 000	0.5 · 10 ⁶	7.92	180 · 180 · 32	
0.71	630 000	0.9 · 10 ⁶	7.92	200 · 200 · 39	20 h
0.006	3 000	0.5 · 10 ⁶	8	128 · 128 · 31	25 h
0.006	6 000	10 ⁶	8	200 · 200 · 31	72 h
0.006	12 000	2 · 10 ⁶	8	250 · 250 · 39	55 h
0.006	24 000	4 · 10 ⁶	8	250 · 250 · 39	60 h

Rayleigh-Bénard-Konvektion



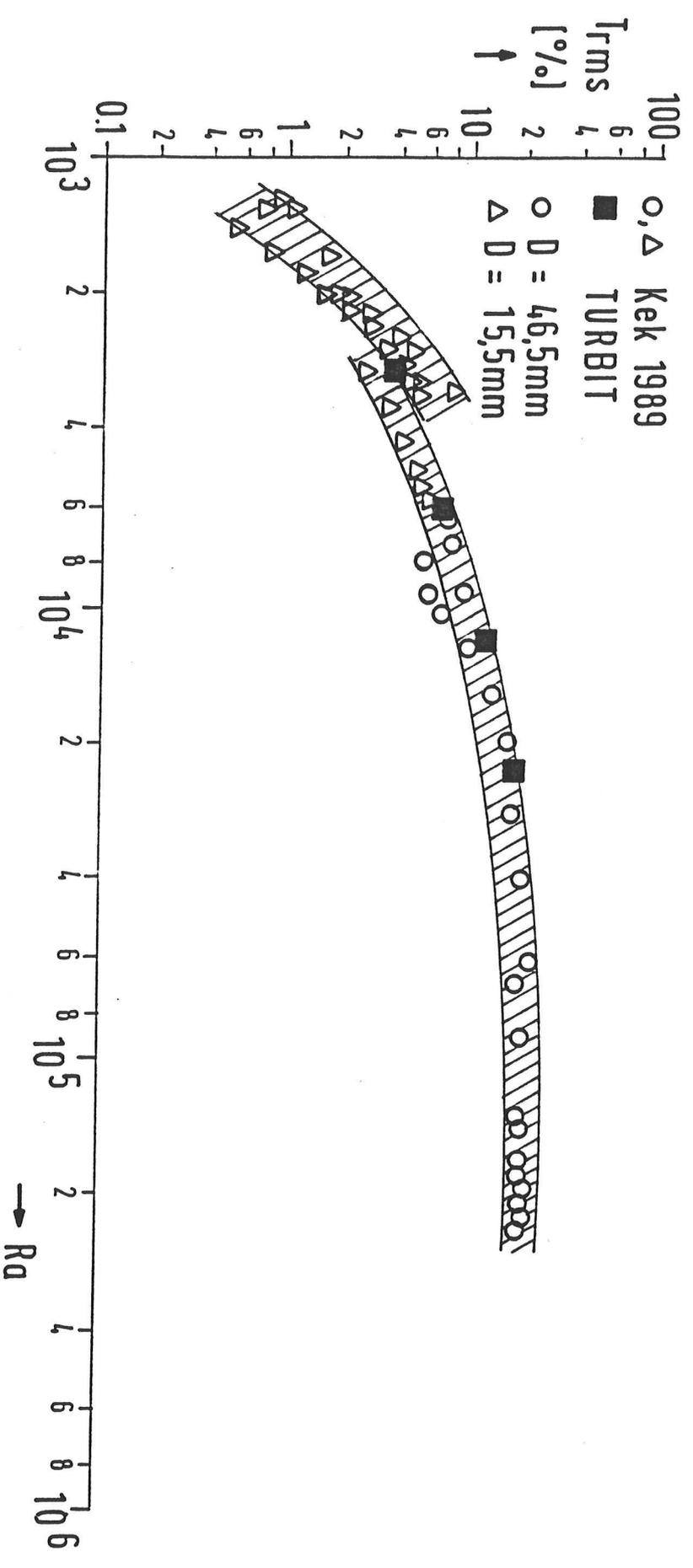
Verifikation

- Luft, Experiment von Deardorff & Willis (1967)



Verifikation

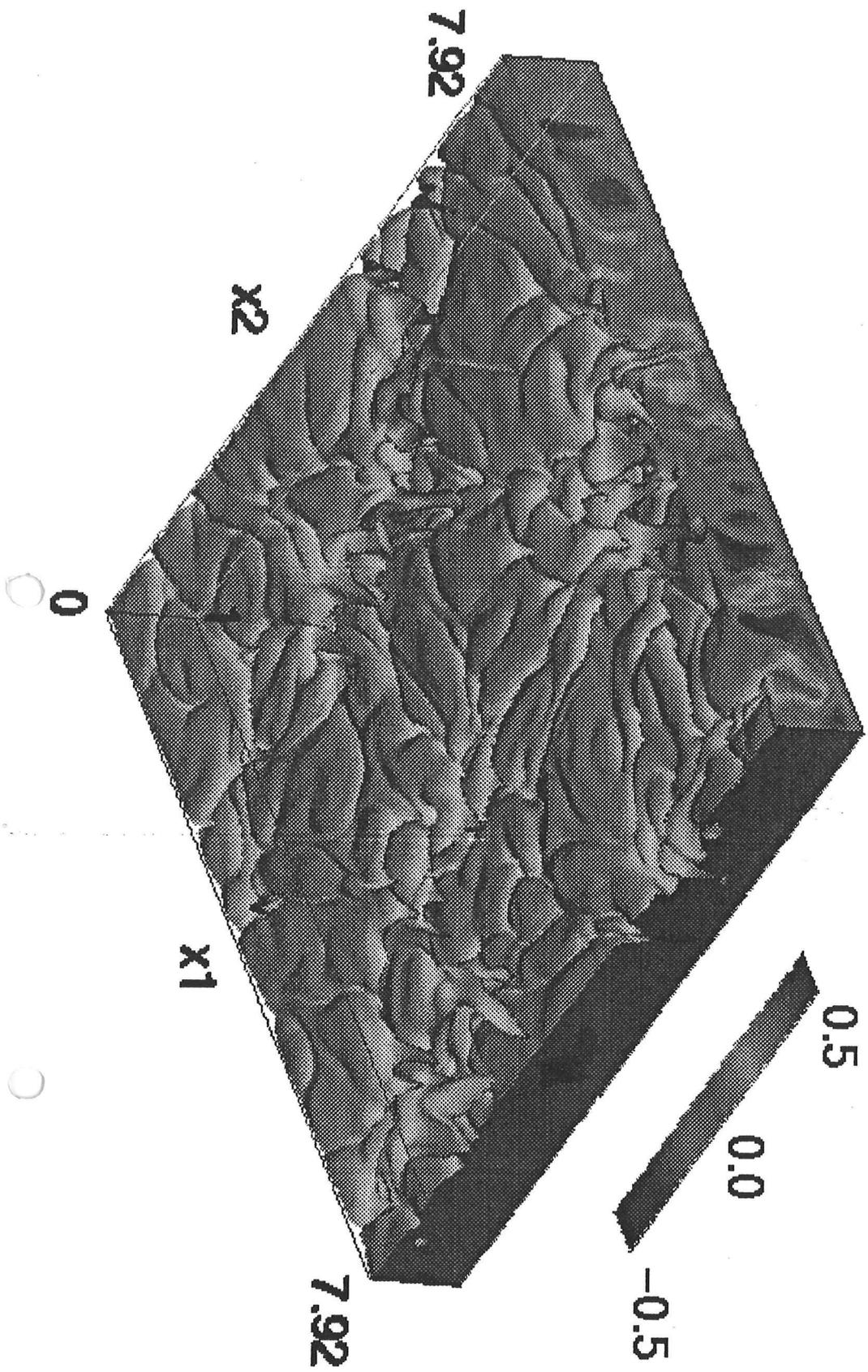
- Natrium, Experiment von Kek (1989)



Luft, $Pr = 630\,000$

Fläche: Temperaturwert 0.75 (untere Wand: $T=1$, obere Wand: $T=0$)

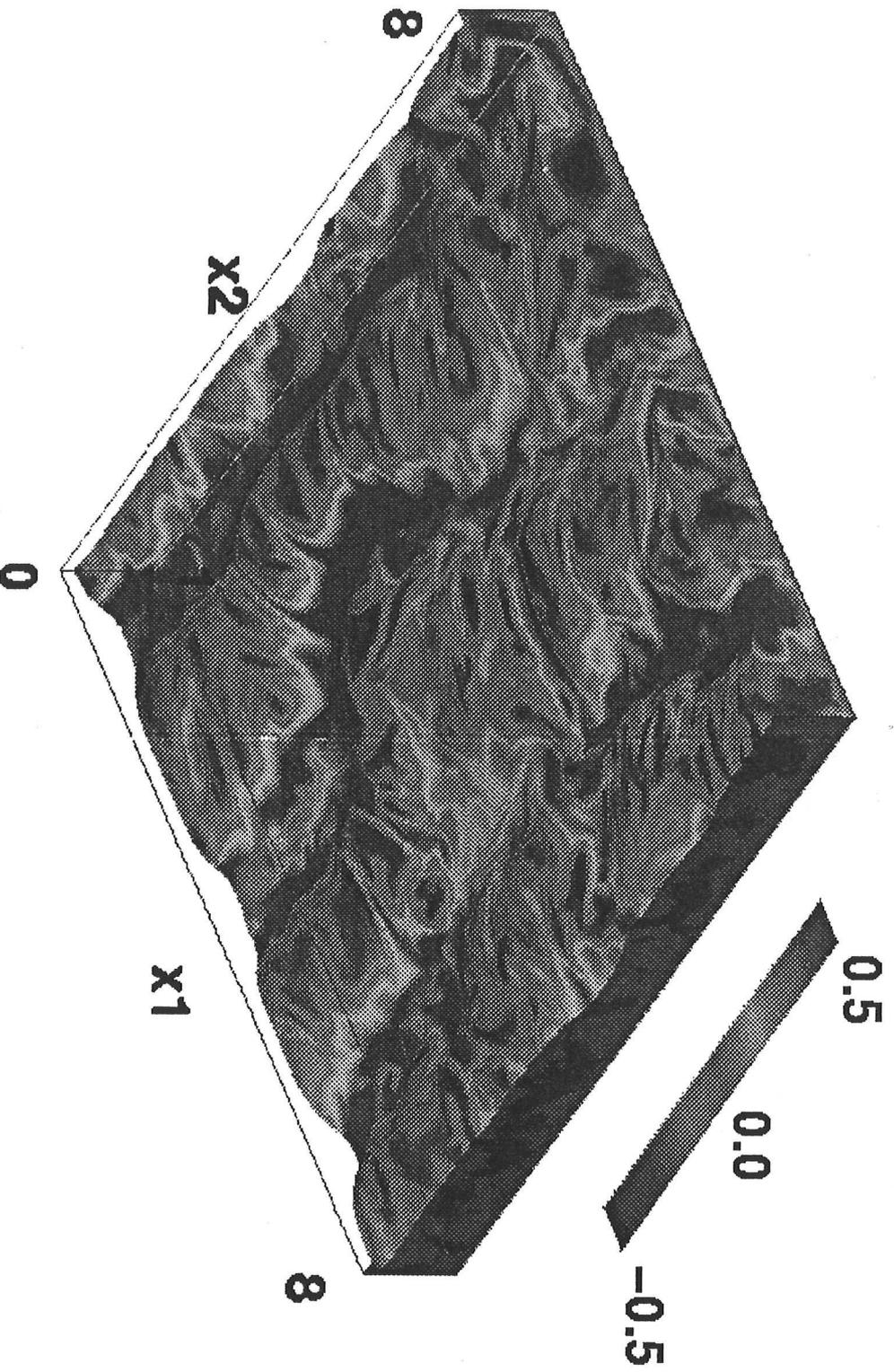
Farbe: Vertikalgeschwindigkeit



Natrium, $Ra = 12\ 000$

Fläche: Temperaturwert 0.75 (untere Wand: $T = -1$, obere Wand: $T = 0$)

Farbe: Vertikalgeschwindigkeit



Statistische Simulation der Turbulenz

- Schließungsproblem der Reynoldsgleichungen: $-\overline{u_i u_j}$, $-\overline{u_i T}$

- $k - \varepsilon - Pr_t$ -Modell

$$-\overline{u_i u_j} \sim \nu_t \left(\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad \text{mit} \quad \nu_t \sim \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$-\overline{u_i T} \sim \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i}$$

- Reynoldspannungsmodelle

$$-\text{Transportgleichungen für } \overline{u_i u_j}, \overline{u_i T}$$

Analysen von statistischen Turbulenzmodellen

- turbulente Rayleigh-Bénard-Konvektion
 - $\partial/\partial t = 0$
 - keine Gradienten statistischer Größen in $x_{1,2}$ -Richtung
 - kein mittleres Geschwindigkeitsfeld $\bar{u}_i = 0$

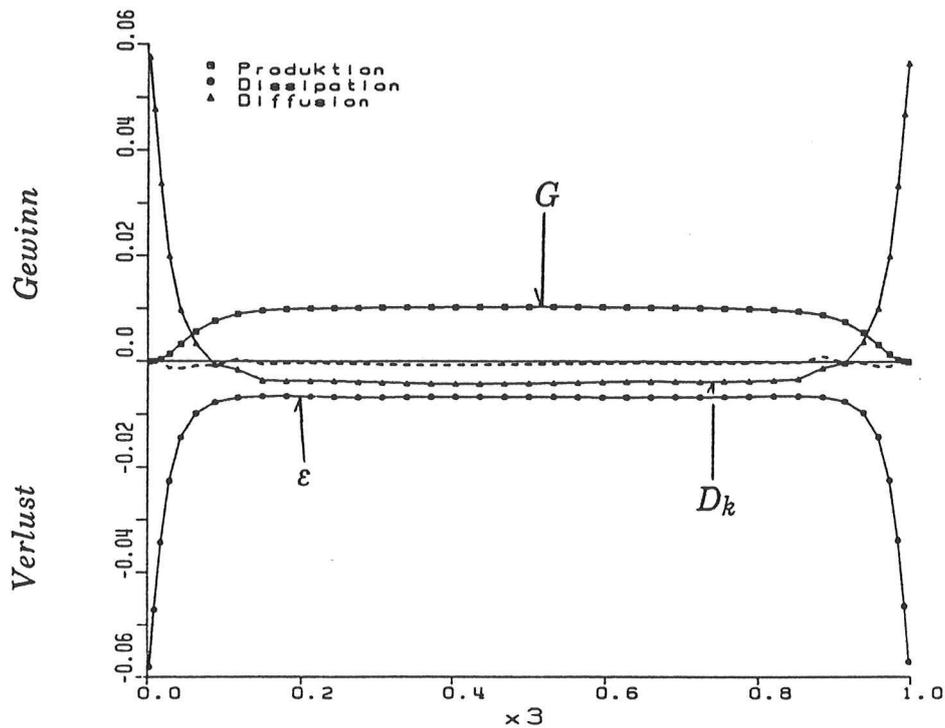
- Transportgleichung für die kinetische Turbulenzenergie:

$$0 = \overline{u_3' T'} + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[\overline{u_3' \frac{u_i' u_i'}{2}} - \overline{u_3' p'} + \frac{1}{\sqrt{Gr}} \frac{\partial k}{\partial x_3} \right] - \frac{1}{\sqrt{Gr}} \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}}$$

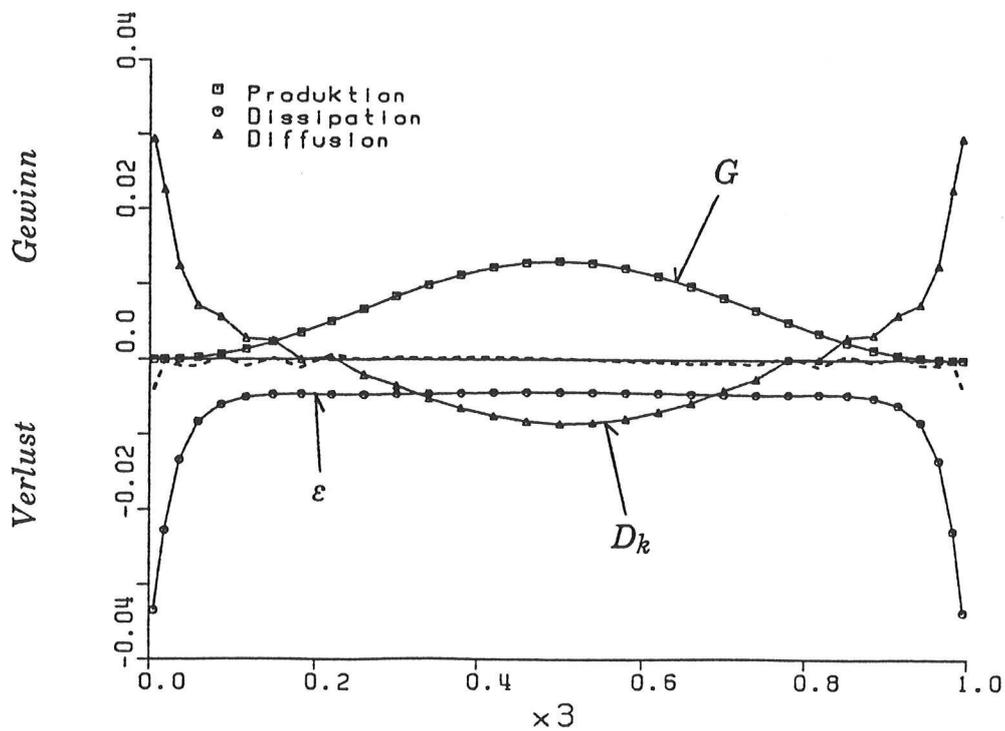
G D_k ε

Bilanz von k

- Luft, $Ra = 630\ 000$



- Natrium, $Ra = 24\ 000$



Turbulente Diffusion von k

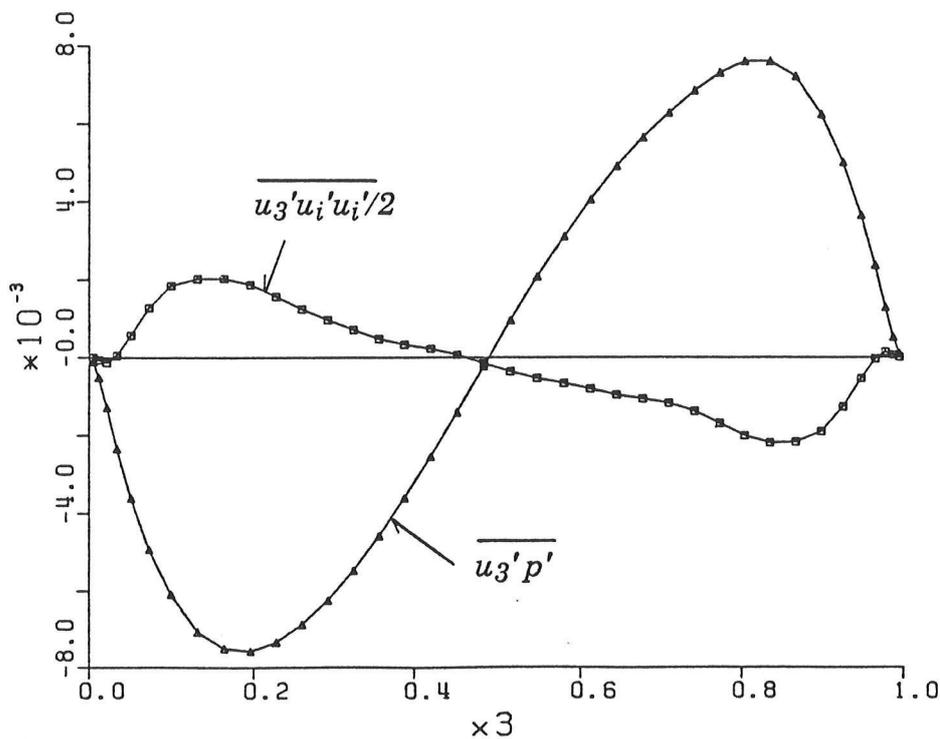
- zwei Beiträge:

$$- \left(\overline{u_3' u_i' u_i'} / 2 + \overline{u_3' p'} \right)$$

- Vorschlag Lumley (1978):

$$\overline{u_3' p'} = - \frac{1}{5} \overline{u_3' u_i' u_i'}$$

- DNS-Daten, Natrium ($Ra = 24\,000$)



Transportgleichung für den turbulenten Wärmestrom $\overline{u_3' T'}$

$$0 = - \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\overline{u_3'^2 T'} + \overline{p' T'} - \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \overline{u_3' \frac{\partial T'}{\partial x_3}} - \frac{1}{\sqrt{Gr}} \overline{T' \frac{\partial u_3'}{\partial x_3}} \right)$$

D_q

$$- \overline{u_3'^2} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_3} + \overline{T'^2} + \overline{p' \frac{\partial T'}{\partial x_3}}$$

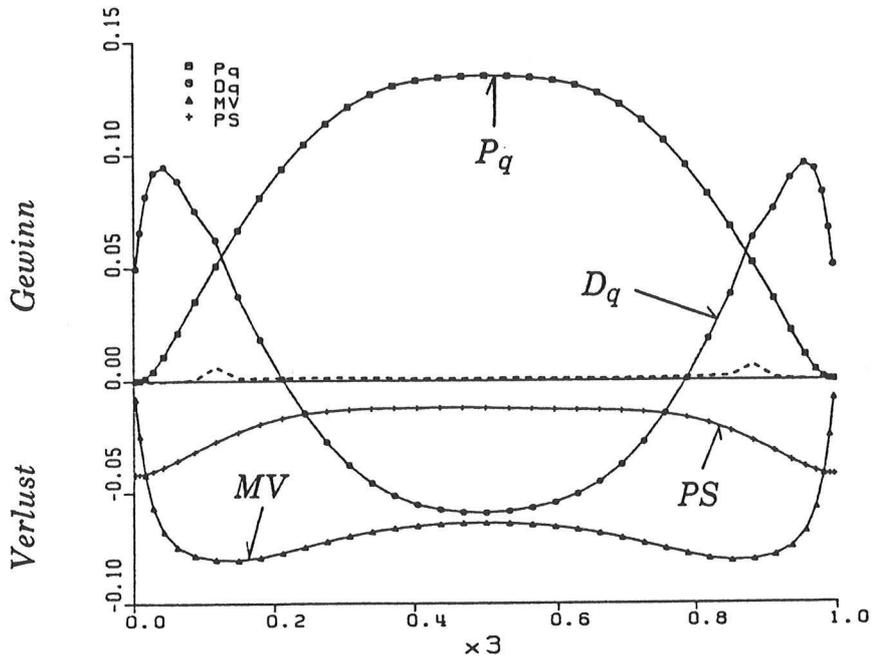
P_q PS

$$- \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \frac{\partial \overline{u_3'}}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \overline{T'}}{\partial x_i}$$

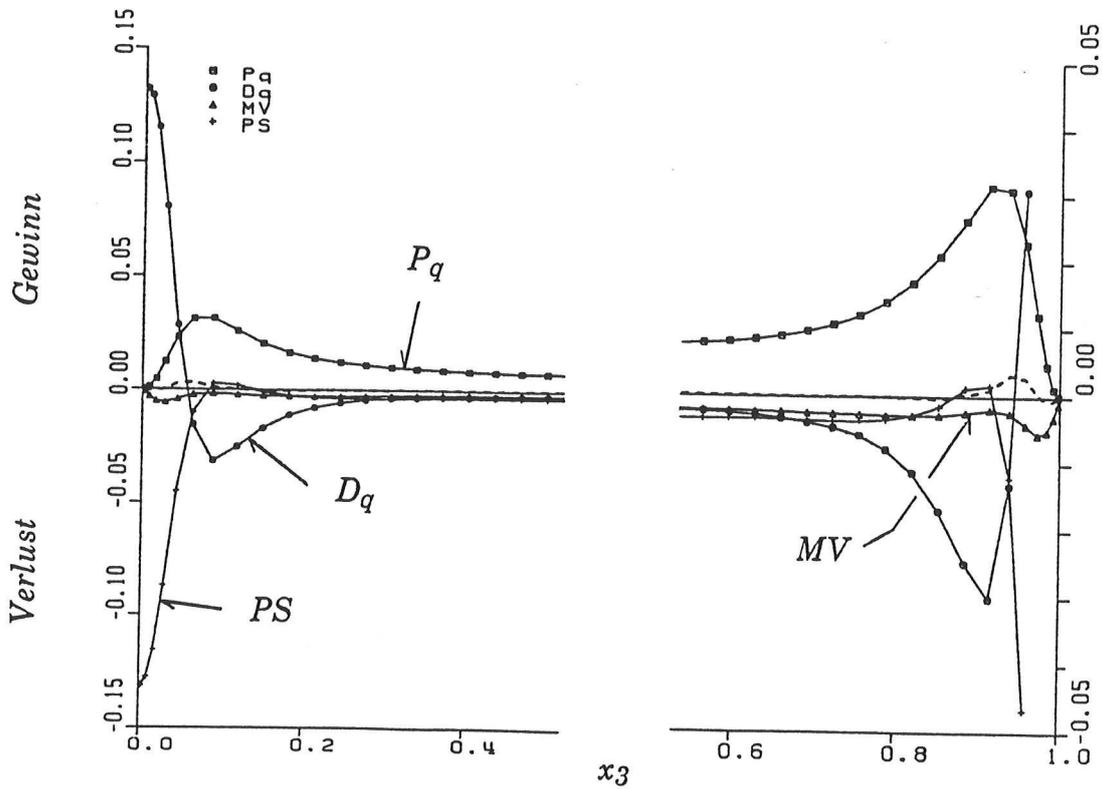
MV

Bilanz von $u_3 T'$

- Natrium, $Ra = 24\ 000$



- Luft, $Ra = 630\ 000$



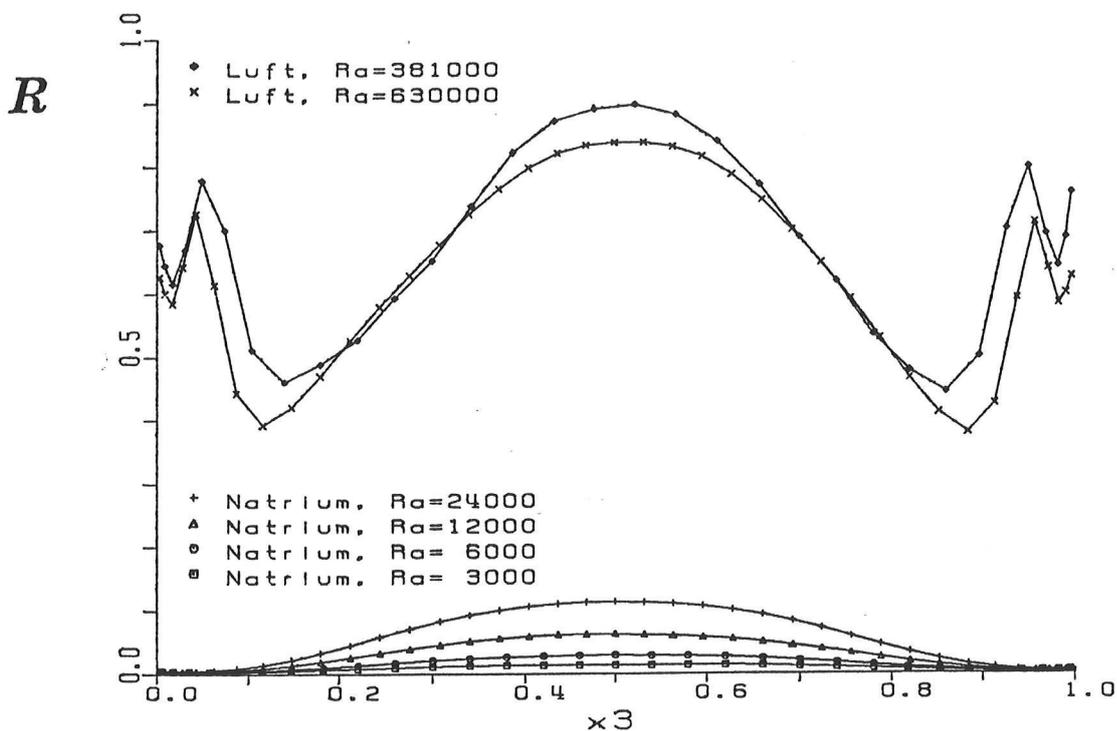
Transportgleichung für $\overline{T'^2/2}$

$$0 = - \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\overline{u_3' T'^2/2} - \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \frac{\partial \overline{T'^2/2}}{\partial x_3} \right)$$

$$= \overline{u_3' T'} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_3} - \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \frac{\partial T'}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial T'}{\partial x_j}$$

P_g ε_g

- Modellvorschlag: $\varepsilon_g = \frac{1}{R} \frac{\overline{T'^2/2}}{k} \cdot \varepsilon$

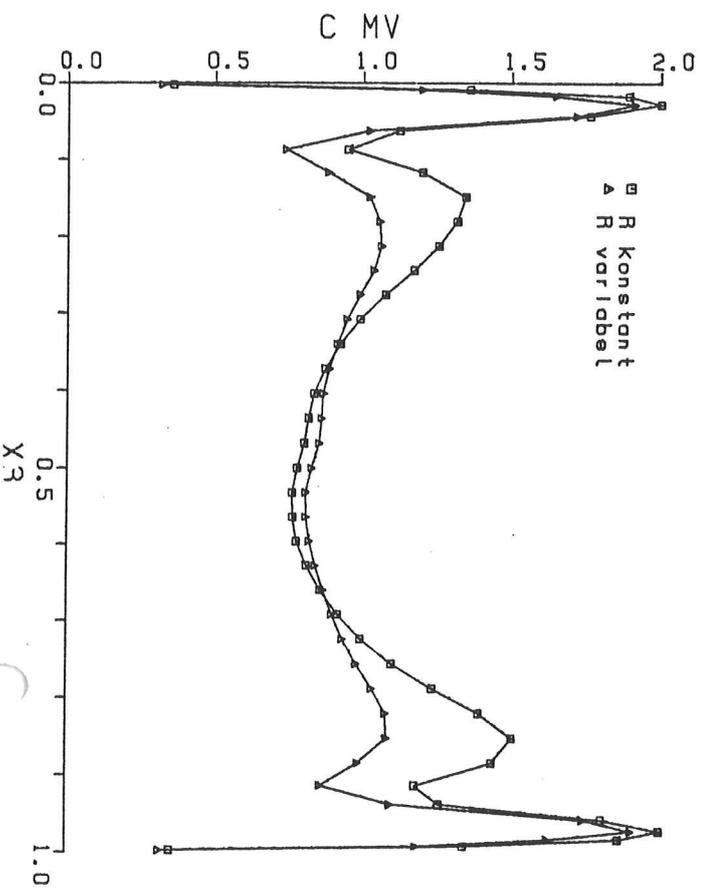


Modellierung der molekularen Vernichtung von $u_3 T'$

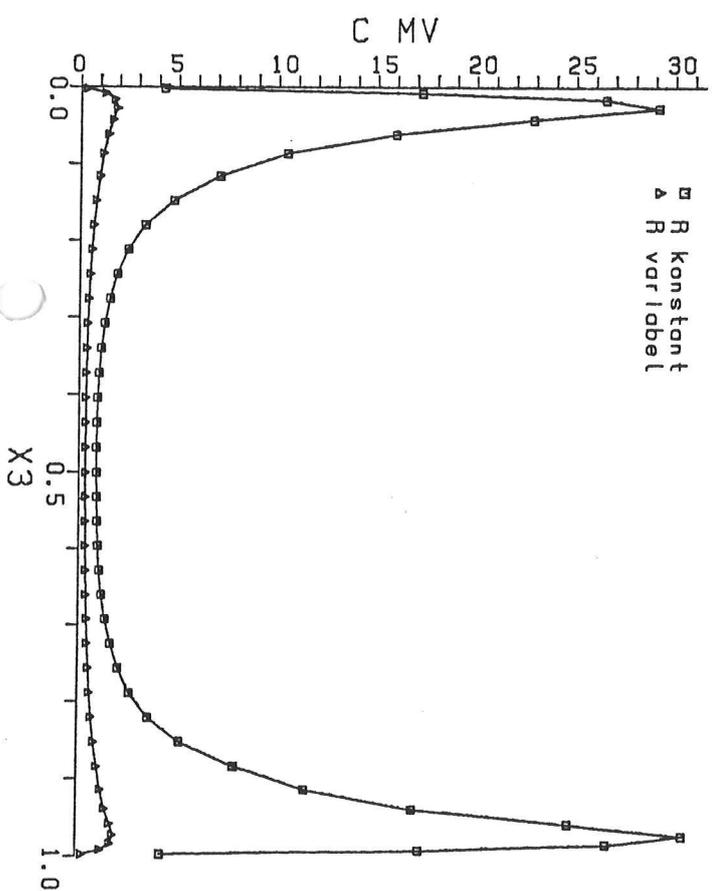
- Modellvorschlag: $MV = C_{MV} \cdot \frac{1+Pr}{2\sqrt{Pr \cdot R}} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \cdot \overline{u_3 T'}$

- Auswertung von C_{MV}

Luft, $Ra = 630\,000$



Natrium, $Ra = 24\,000$



Schlussfolgerungen

- Direkte numerische Simulation von Rayleigh-Bénard-Konvektion
 - beschränkt auf kleine Turbulenzgrade
 - Auswertung aller Korrelationen
- Auswertung von Bilanzen turbulenter Erhaltungsgrößen
 - kein lokales Gleichgewicht
 - diffusiver Transport aufgrund von Druckfluktuationen
 - molekulare Vernichtung von $\overline{u_i T'}$ ist wichtiger Senkenterm
- Analyse von Modellansätzen
 - Zeitskalenverhältnis R ist nicht universell

→ Transportgleichung für Dissipation von $\overline{T'^2}$