

Direkte Numerische Simulation von turbulenter Naturkonvektion in horizontalen Fluidschichten

Martin Wörner

Forschungszentrum Karlsruhe
Institut für Reaktorsicherheit

Kolloquium Thermo- und Fluidodynamik
Technische Universität Ilmenau
24. Mai 2000

Gliederung

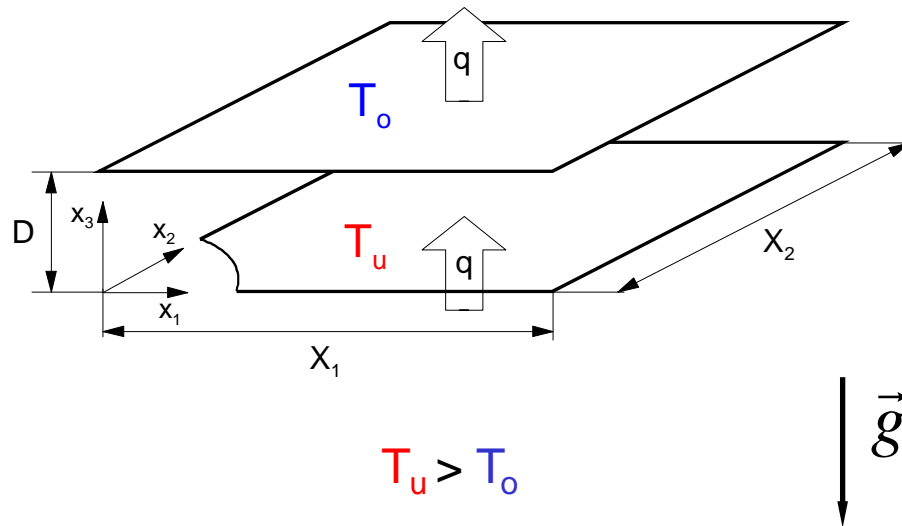
- Einleitung und Motivation
- Naturkonvektion in horizontalen Fluidschichten
 - Rayleigh-Bénard Konvektion
 - Intern beheizte Konvektion
- Direkte Numerische Simulationen
- Strukturen und Dynamik der Konvektion
- Entwicklung von statistischen Turbulenzmodellen
- *DNS von Einzelblasen (Dr.-Arbeit W. Sabisch)*
- Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Einleitung und Motivation

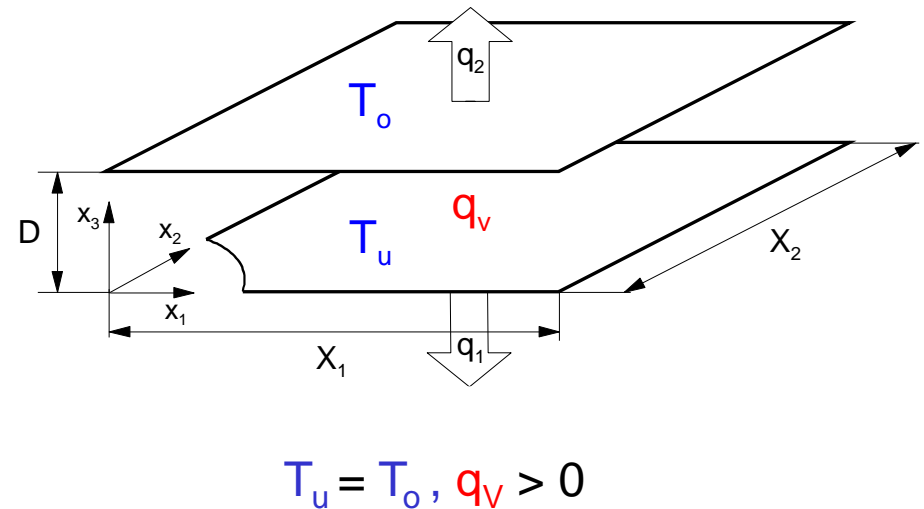
- Naturkonvektion in der Energietechnik und Reaktorsicherheit
 - Passive Nachwärmeabfuhr in schnellen Reaktoren (Flüssigmetalle)
 - Kühlung einer Kernschmelze ($T > 1800\text{ °C}$)
- Anwendungsrechnungen mit CFD Codes
 - ⚡ Turbulenzmodelle für Naturkonvektion und Fluide mit $Pr \ll 1$
- Direkte Numerische Simulation (DNS)
 - Mechanismen/Strukturen der konvektiven Wärmeübertragung
 - Validierung/Weiterentwicklung von statistischen Turbulenzmodellen

Naturkonvektion in Fluidschichten

Rayleigh-Bénard Konvektion (RBK)



Intern beheizte Konvektion (IBK)



Dimensionslose Kennzahlen

		RBK	IBK
Prandtl-Zahl	$Pr = \frac{\nu}{\kappa}$	✓	✓
Rayleigh-Zahl	$Ra = \frac{g\beta\Delta TD^3}{\nu\kappa}$	✓	
Interne Rayleigh-Zahl	$Ra_I = \frac{g\beta q_v D^5}{\nu\kappa\lambda}$		✓
Damköhler-Zahl	$Da = \frac{q_v D^2}{\lambda\Delta T_{max}}$		✓
Grashof-Zahl		$Gr = \frac{Ra}{Pr}$	$Gr = \frac{Ra_I}{Pr \cdot Da}$
Nusselt-Zahl		$Nu = f(Ra, Pr)$	$Nu = f(Ra_I, Pr)$

Direkte Numerische Simulation

Grundgleichungen (dimensionslos)

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{\sqrt{Gr_0}} \nabla^2 \vec{u} - \delta_{i3} (T - T_{ref})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T = \frac{1}{Pr \sqrt{Gr_0}} (\nabla^2 T + Da_0)$$

Rand- und Anfangsbedingungen

- Untere und obere Wand (Koordinate x_3)
 - Haftbedingung
 - isotherm mit vorgegebener Temperatur
 - ⚡ Grenzschichten auflösen!
- seitliche Berandung des Rechengebietes (Koordinaten x_1, x_2)
 - periodische Randbedingungen
 - ⚡ ausreichend große Periodenlängen!
- Anfangsbedingungen
 - laminare Konvektion: $u_i = 0$, $T = T_{mittel}(x_3) + \text{randome Fluktuationen}$
 - turbulente Konvektion: Simulation für kleinere Rayleigh-Zahl

Numerisches Verfahren im Rechenprogramm TURBIT

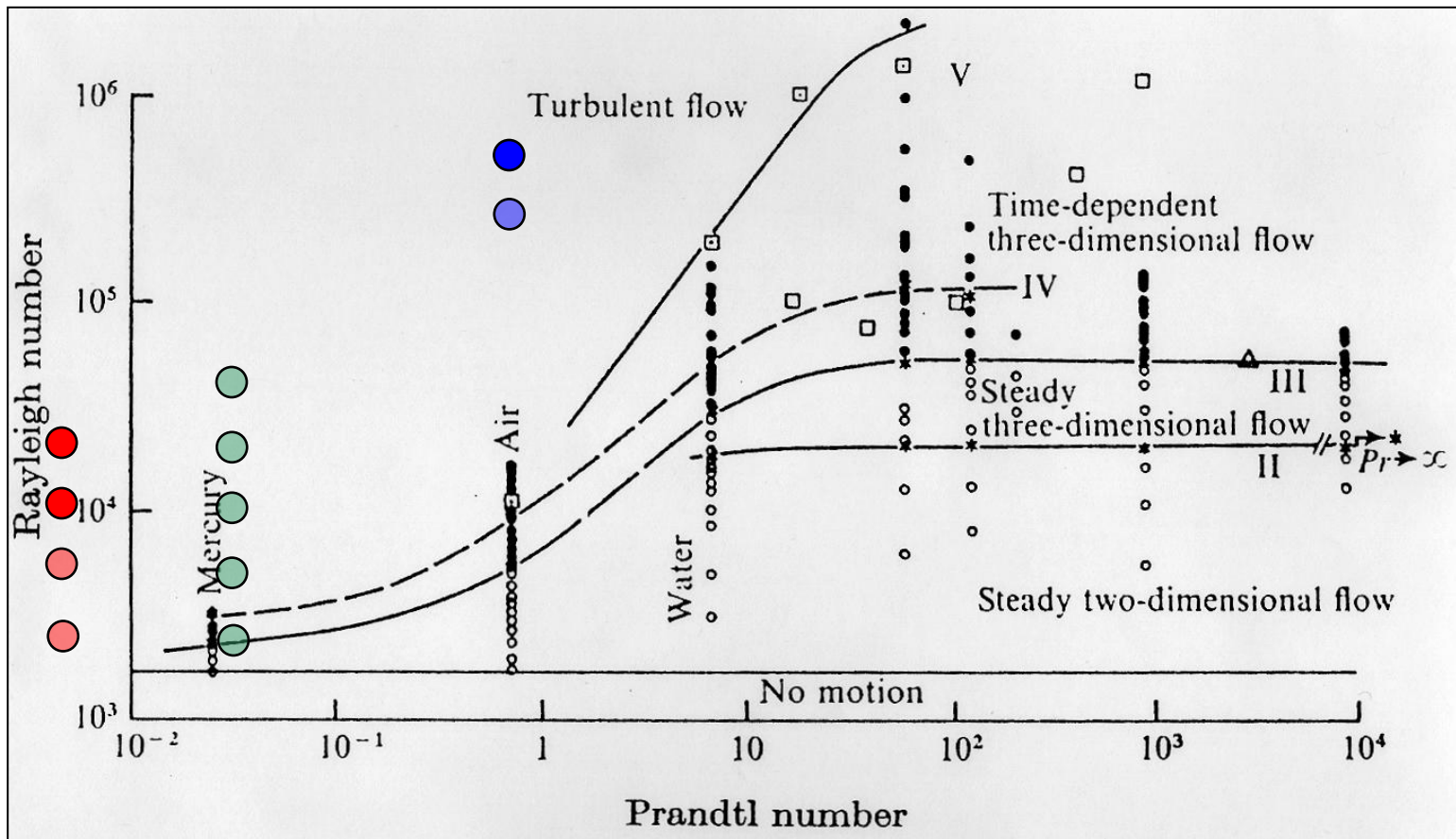
- Diskretisierungsverfahren
 - Finite Volumen
 - strukturiertes versetztes Gitter (in x_3 - Richtung nicht-äquidistant)
 - zentrale Differenzen (2. Ordnung)
- Zeitintegrationsverfahren
 - Impulsgleichung explizit (Euler-Leapfrog, 2. Ordnung)
 - Energiegleichung explizit oder halb-implizit (Diffusion)
(Leapfrog Crank-Nicolson oder Adams-Bashforth Crank-Nicolson)
 - Projektionsmethode (Druck-Poisson-Gleichung, direkter Löser)

Rayleigh-Bénard Konvektion

Pr	Ra	Gr	$X_{1,2}$	N_1	N_2	N_3
Luft						
0,71	381 000	540 000	7,92	180	180	32
	630 000	890 000	7,92	200	200	49
Natrium						
0,006	3 000	500 000	8	128	128	31
	6 000	1 000 000	8	200	200	31
	12 000	2 000 000	8	250	250	39
	24 000	4 000 000	8	250	250	49

$$Ra_{\text{kritisch}} = 1708$$

Rayleigh-Bénard Konvektion



Intern beheizte Konvektion

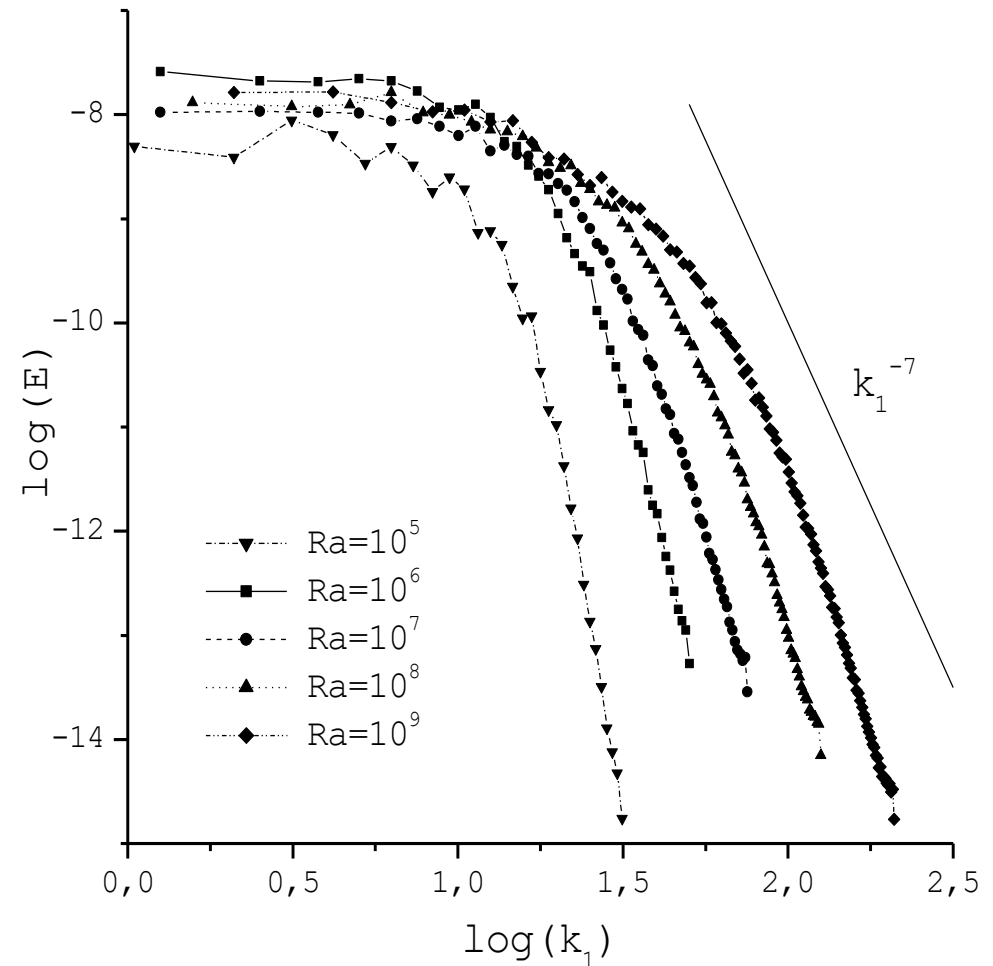
Pr	Ra _I	X _{1,2}	N ₁	N ₂	N ₃
7	10 ⁵	6	60	60	21
	5*10 ⁵	6	80	80	27
	10 ⁶	5	80	80	31
	5*10 ⁶	5	100	100	35
	10 ⁷	5	128	128	39
	10 ⁸	4	160	160	55
	10 ⁹	3	200	200	80

$$Ra_{I,kritisch} = 37\,325$$

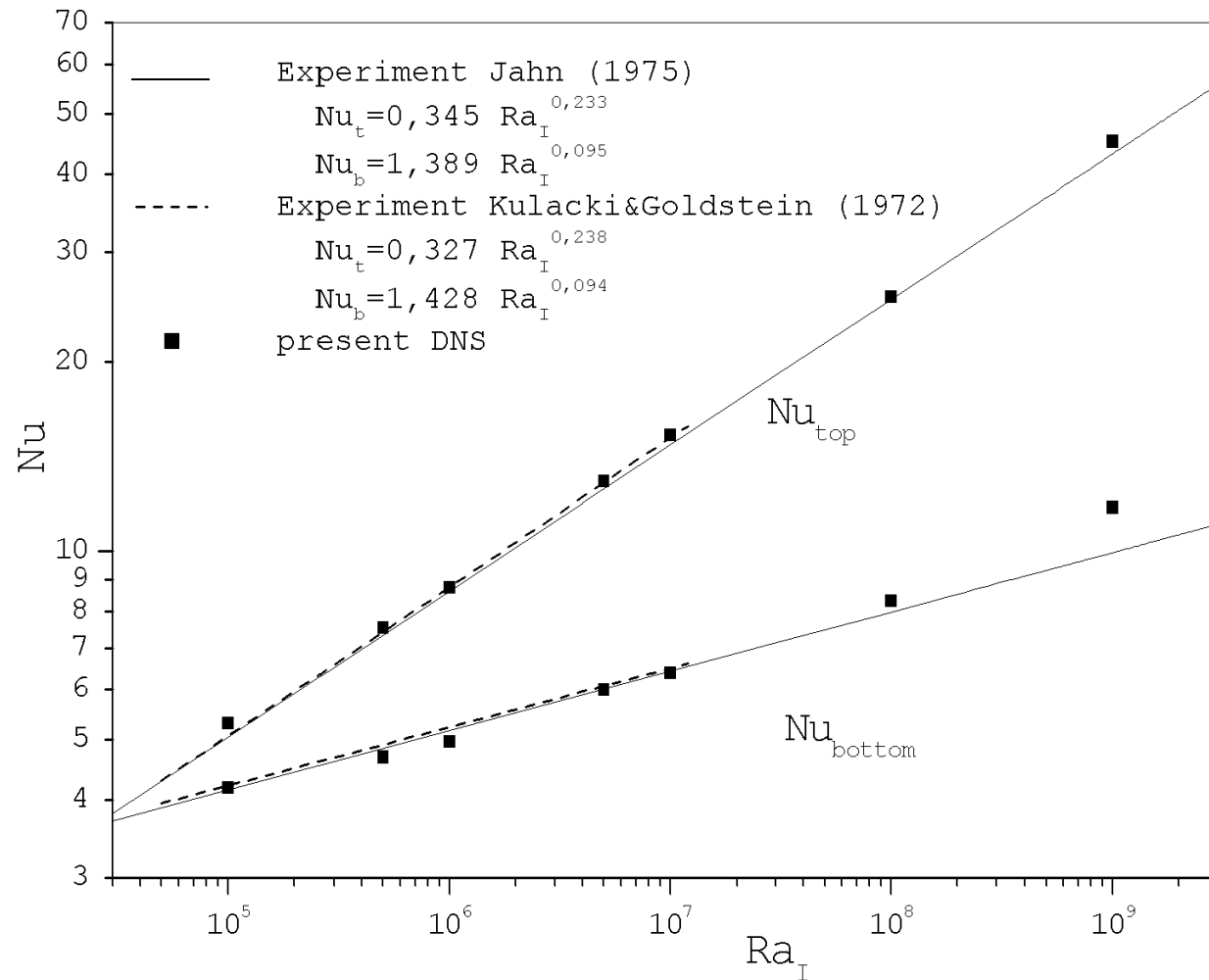
Verifikation

Intern beheizte Konvektion:

Spektren der turbulenten
kinetischen Energie in
Kanalmitte ($x_3=0,5$)

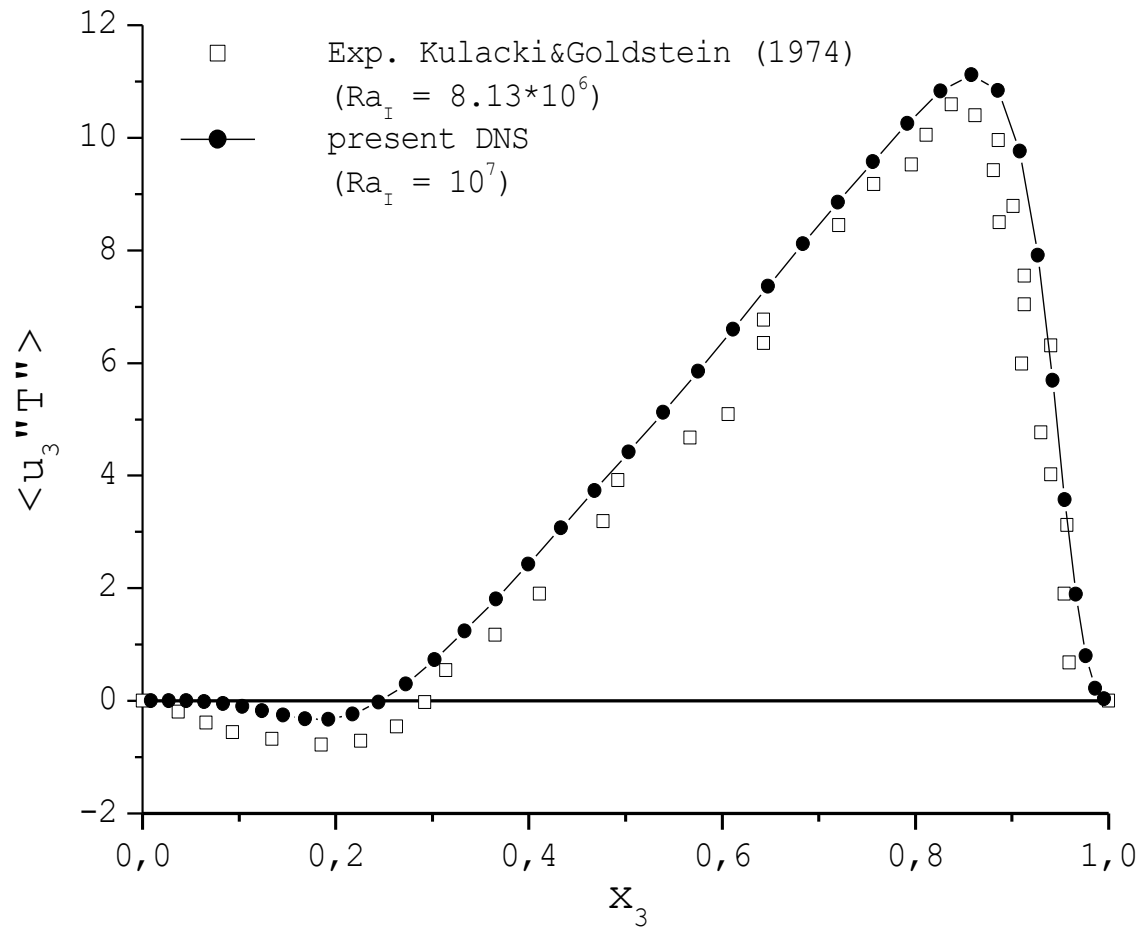


Nusselt-Zahl über Ra_I



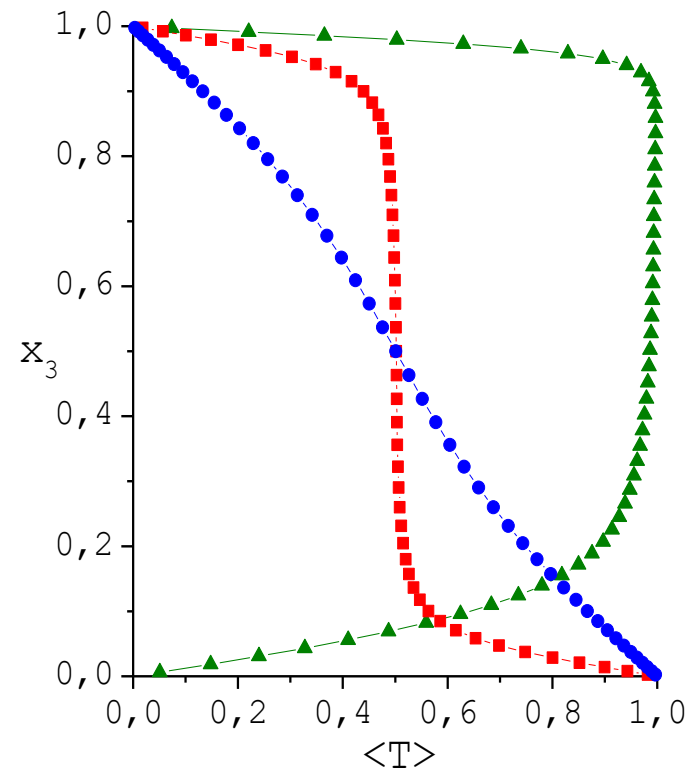
$Ra_f = 10^7$:

vertikaler turbulenter
Wärmestrom



Strukturen der Konvektion

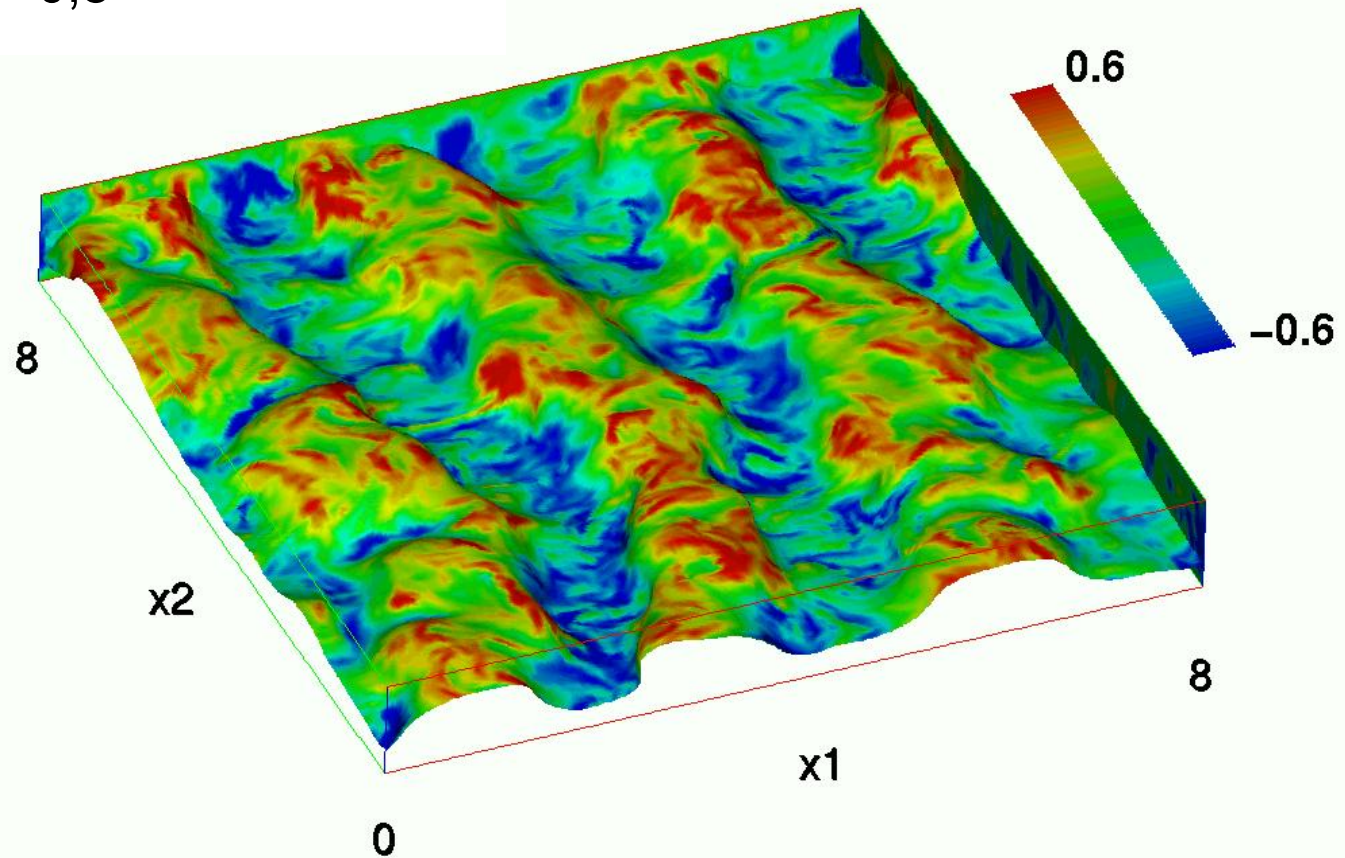
- **Mittleres Temperaturprofil**
 - RBK Natrium ($Ra = 24\,000$)
 - RB Luft ($Ra = 630\,000$)
 - Intern beheizte Konvektion ($Ra_i = 10^8$)
- **Visualisierung**
 - Isofläche der Temperatur
 - u_3 als Farbinformation



Rayleigh Bénard Konvektion Natrium ($Ra = 24\,000$)

Isofläche: $T = 0,5$

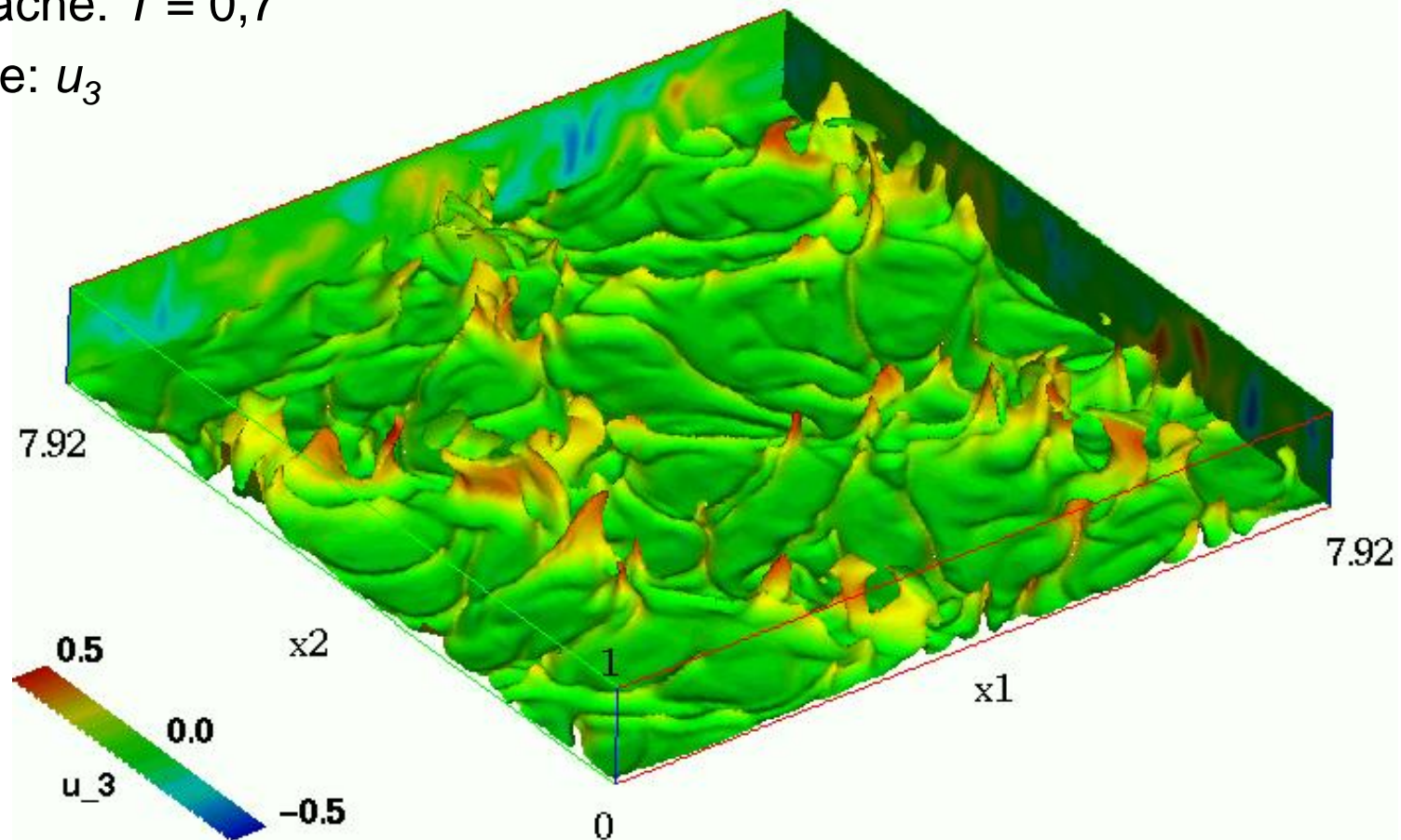
Farbe: u_3



Rayleigh Bénard Konvektion Luft ($Ra = 630\,000$)

Isofläche: $T = 0,7$

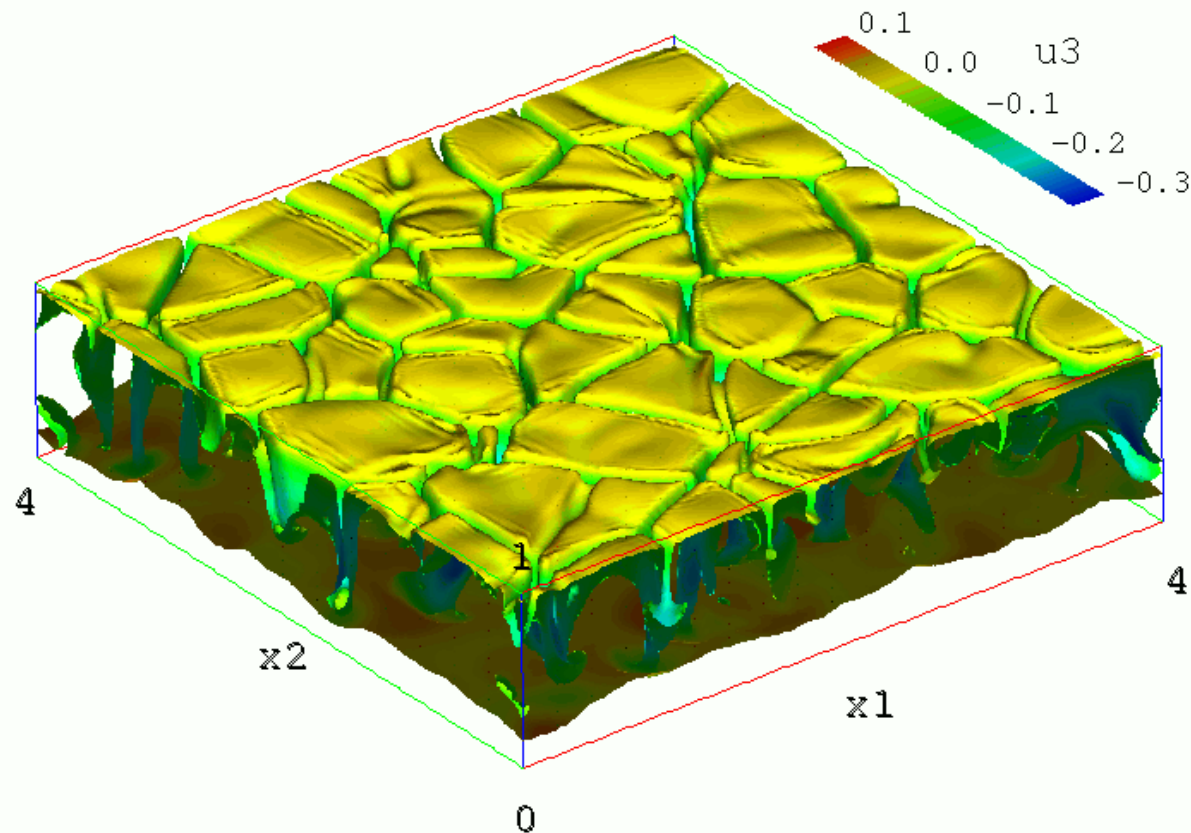
Farbe: u_3



Intern beheizte Konvektion ($Ra_l = 10^8$)

Isofläche: $T = 0,9$

Farbe: u_3



Experiment
Jahn (1975)
 $Ra_l = 1,5 \cdot 10^8$

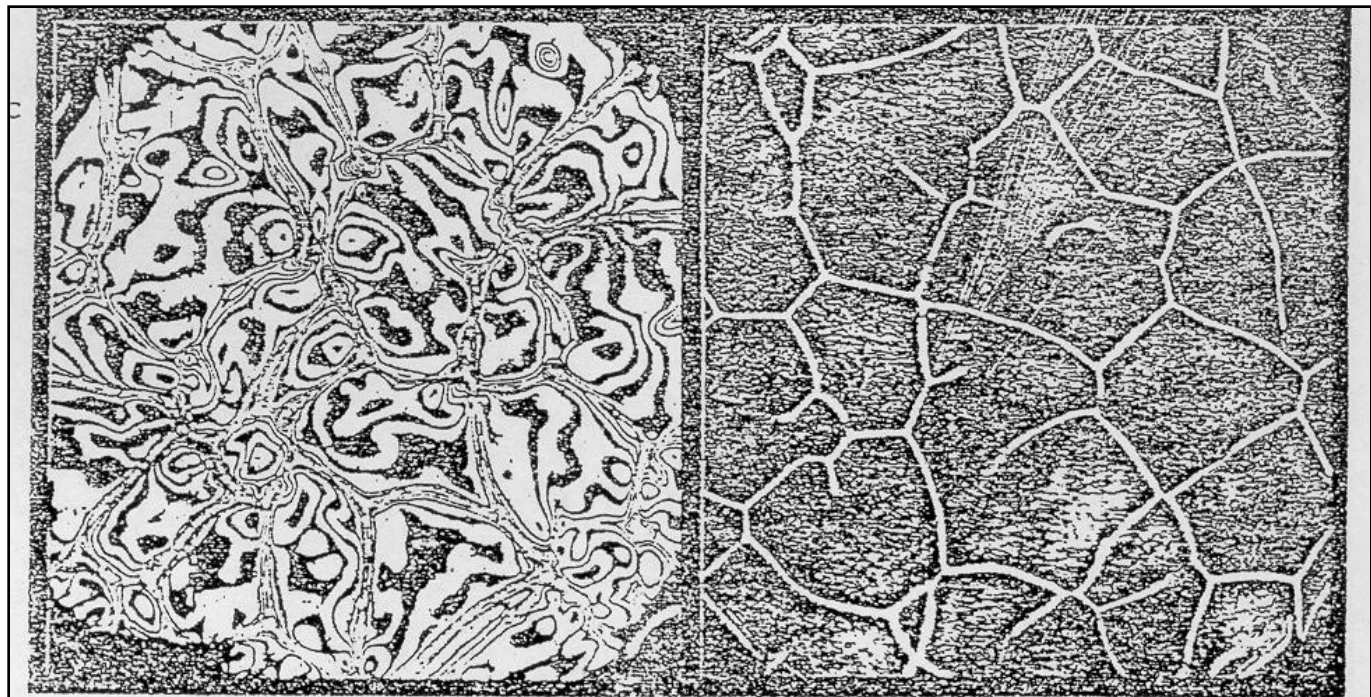


Bild 4.34 Interferenz- und Schlierenaufnahmen, $h = 28 \text{ mm}$

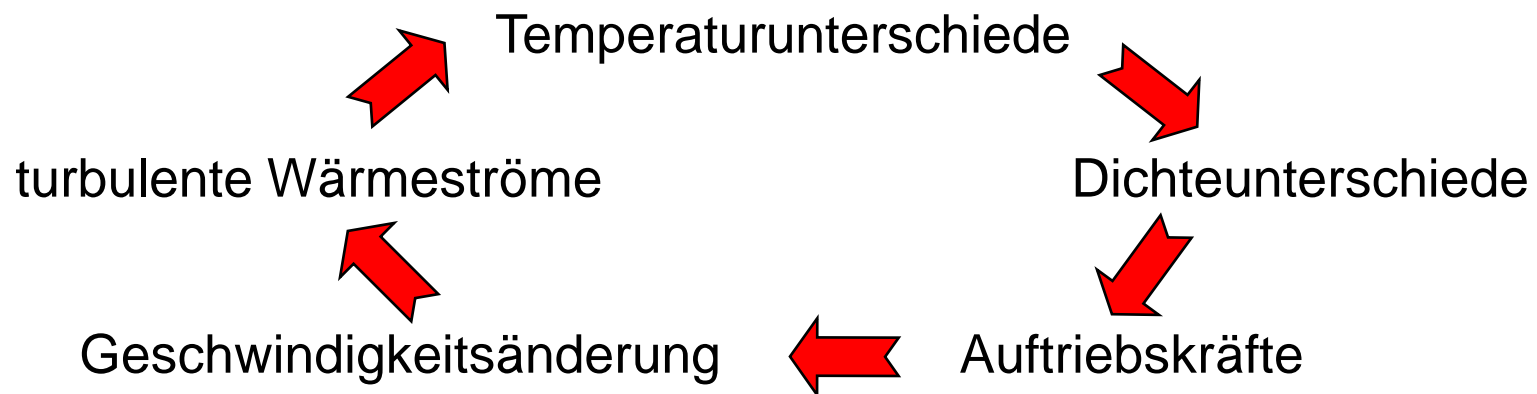
a) -c) $Ra' = (2/6,5/15) 10^7$

$q_i = (0,046/0,15/0,34) \text{ W/cm}^3$

Turbulenzmodellierung für Naturkonvektion

Zwangskonvektion:
$$\overline{u'_i T'} \cong -\frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i}$$

Naturkonvektion:

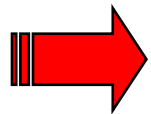


Transportgleichung für den vertikalen turbulenten Wärmestrom

hier: $\overline{u_i} = 0$, $\frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial x_1} = \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial x_2} = 0$

molekularer Senkenterm

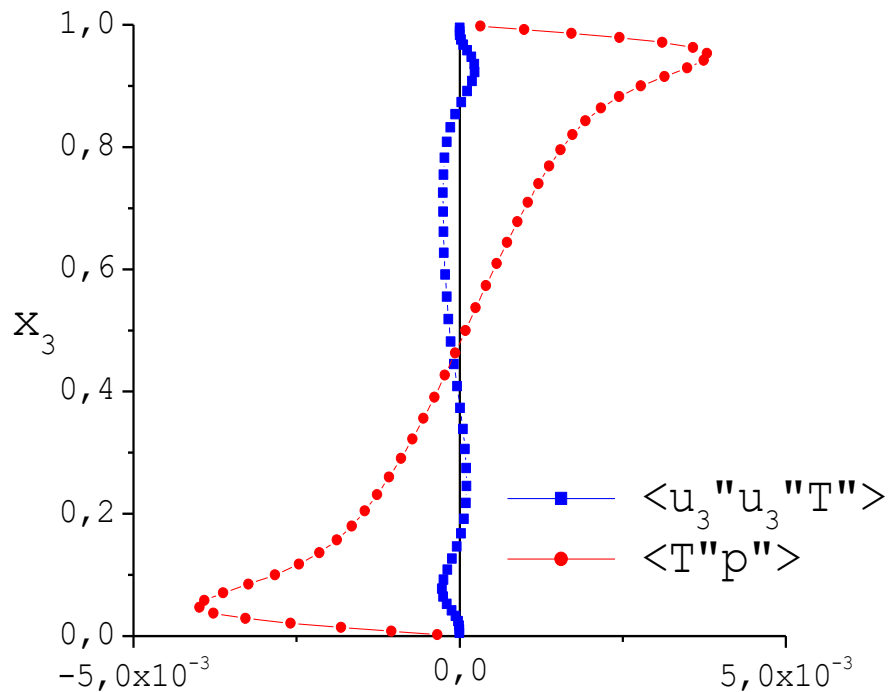
turbulente Diffusion



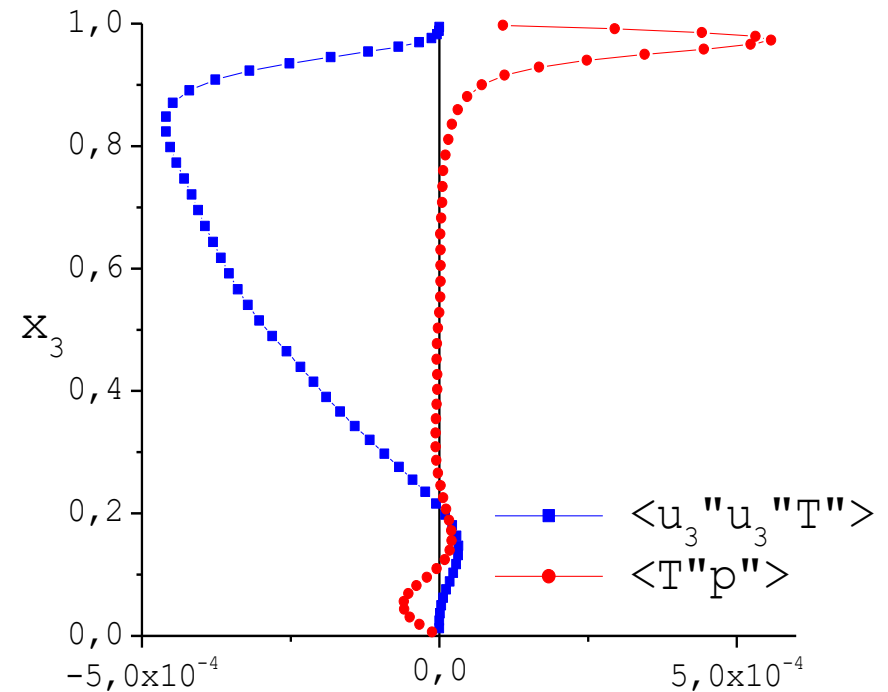
$$\frac{\partial \overline{u'_3 T'}}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\overline{u'_3 u'_3 T'} + \overline{p' T'} \right) + \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left(\frac{1}{Pr} \overline{u'_3} \frac{\partial T'}{\partial x_3} + T' \frac{\partial \overline{u'_3}}{\partial x_3} \right)$$

$$- \overline{u_3'^2} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_3} + \overline{T'^2} + \overline{p'} \frac{\partial T'}{\partial x_3} - \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \frac{\partial \overline{u'_3}}{\partial x_j} \frac{\partial T'}{\partial x_j}$$

Turbulente Diffusion

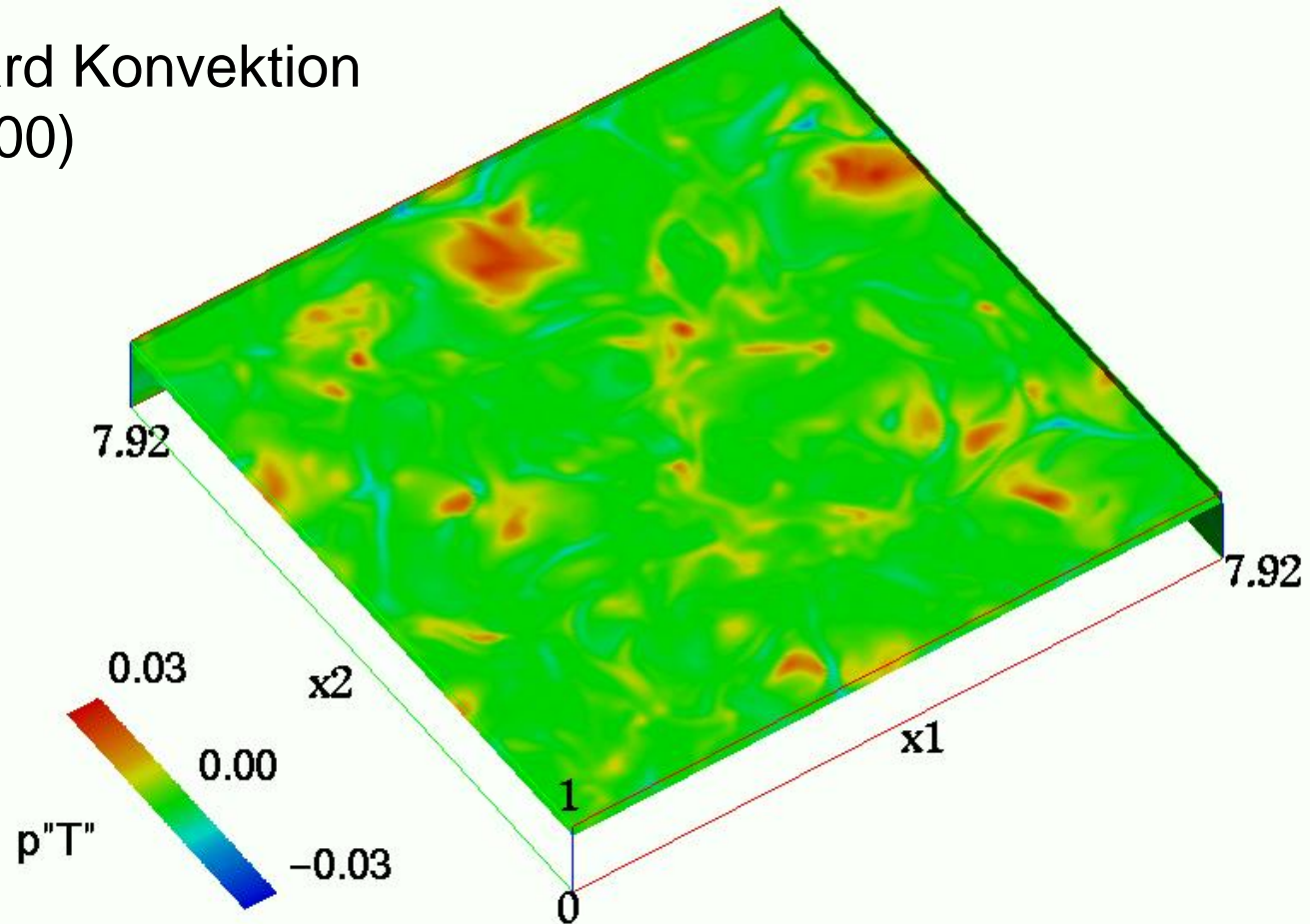


RBK Luft ($Ra=630000$)

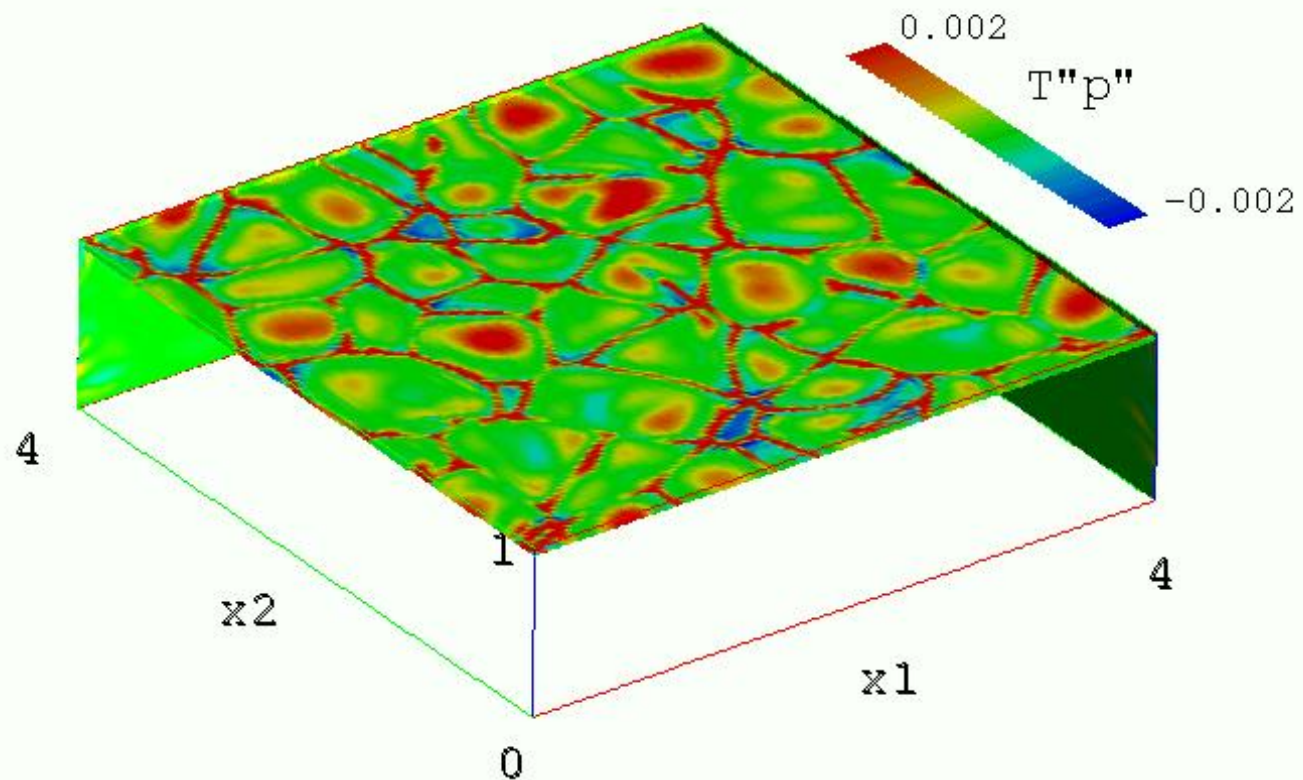


IBK ($Ra=10^8$)

Rayleigh-Bénard Konvektion Luft ($Ra=630000$)



Intern beheizte Konvektion ($Ra_f=10^8$)



Modellierung des molekularen Senkenterms

- Anwendung der Zweipunkt-Korrelationstechnik (Q. Ye)
 - inhomogener Anteil (Bedarf keiner Modellierung)
 - homogener Anteil (modifiziertes Modell von Kasagi)

$$\varepsilon_{\theta i} = (\nu + \kappa) \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{T'}}{\partial x_j} \cong \frac{1}{4} (\nu + \kappa) \Delta_x \overline{u'_i T'} + \frac{C}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \sqrt{\frac{Pr}{R_h}} \frac{\varepsilon_h}{k} \overline{u'_i T'}$$

$$\text{mit: } \varepsilon_h = \varepsilon - \frac{\nu}{2} \Delta_x k, \quad \varepsilon_{T,h} = \varepsilon_T - \Delta_x \overline{T'^2}, \quad R_h = \frac{\overline{T'^2}}{2\varepsilon_{T,h}} \frac{\varepsilon_h}{k}, \quad \Delta_x = \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j}$$

Zweipunkt-Korrelationstechnik

Lokales Koordinatensystem:

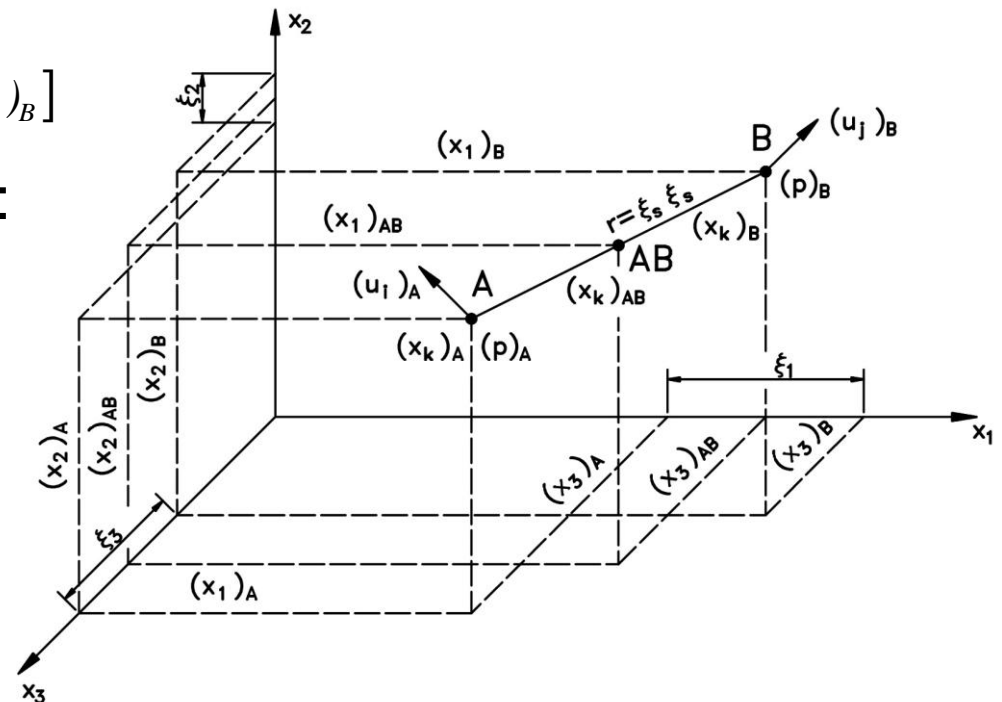
$$\xi_k = (x_k)_B - (x_k)_A, \quad (x_k)_{AB} = \frac{1}{2}[(x_k)_A + (x_k)_B]$$

Partielle Differentialoperatoren:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_k}\right)_A = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x_k}\right)_{AB} - \frac{\partial}{\partial \xi_k}$$

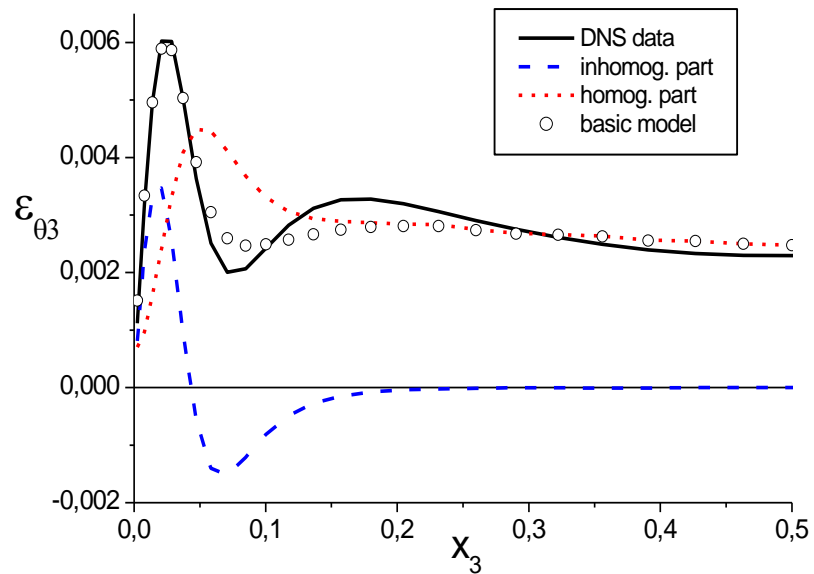
$$\left(\frac{\partial}{\partial x_k}\right)_B = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x_k}\right)_{AB} + \frac{\partial}{\partial \xi_k}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_k}\right)_A \left(\frac{\partial}{\partial x_k}\right)_B = \frac{1}{4}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_k}\right)_{AB} - \frac{\partial^2}{\partial \xi_k \partial \xi_k}$$

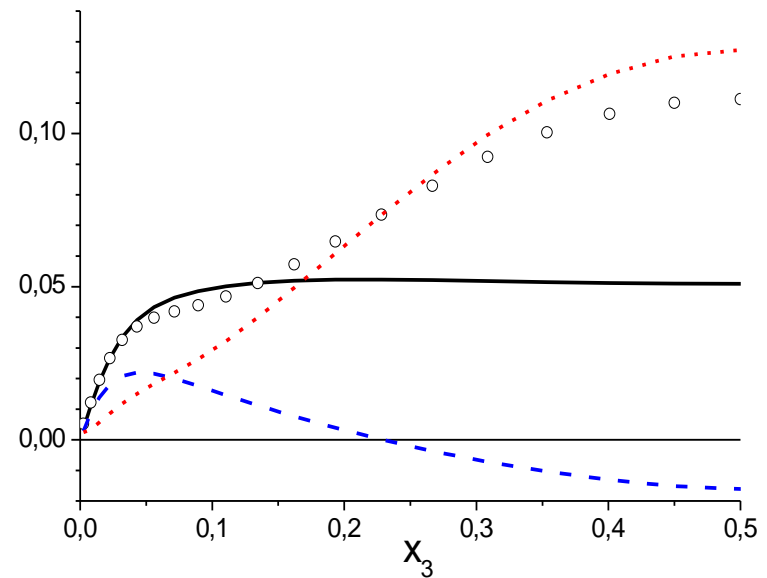


Rayleigh-Bénard Konvektion

Luft ($Ra=630\,000$)



Natrium ($Ra=12\,000$)



Modifiziertes Modell

Festlegung des Koeffizienten: $C = \left(\frac{Pr}{R} \right)^a$, $a = a(Pr)$

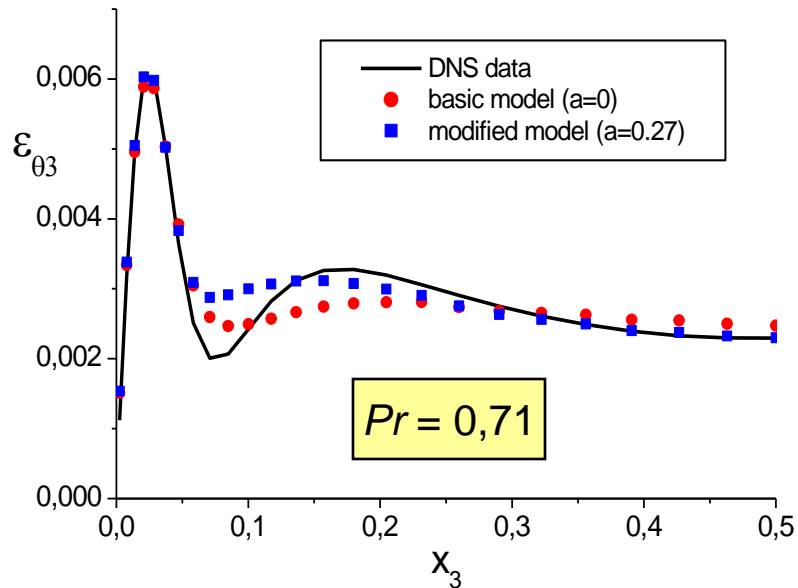
$$x_3 \rightarrow 0 \Rightarrow R \rightarrow Pr$$

 korrektes Wandverhalten bleibt erhalten

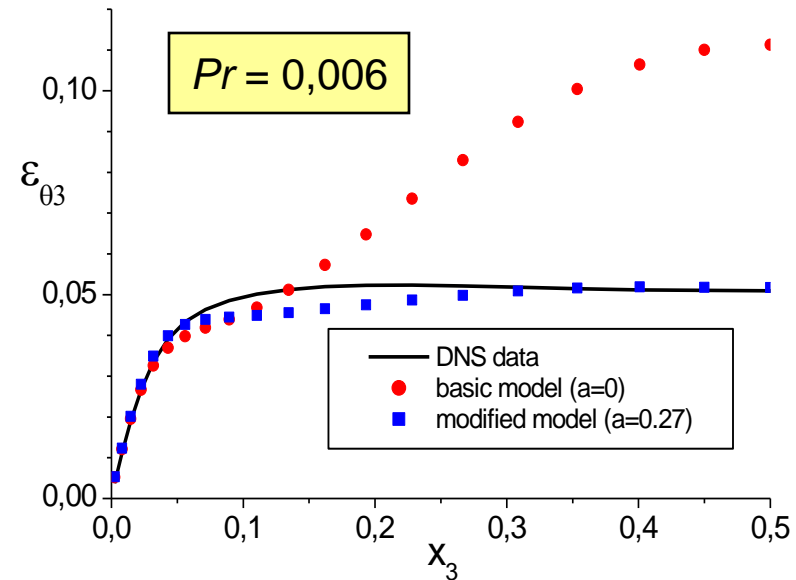
$$\varepsilon_{\theta i} \cong \frac{1}{4} (\nu + \kappa) \Delta_x \overline{u'_i T'} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \left(\frac{Pr}{R} \right)^a \sqrt{\frac{Pr}{R_h} \frac{\varepsilon_h}{k}} \overline{u'_i T'}$$

Rayleigh-Bénard Konvektion

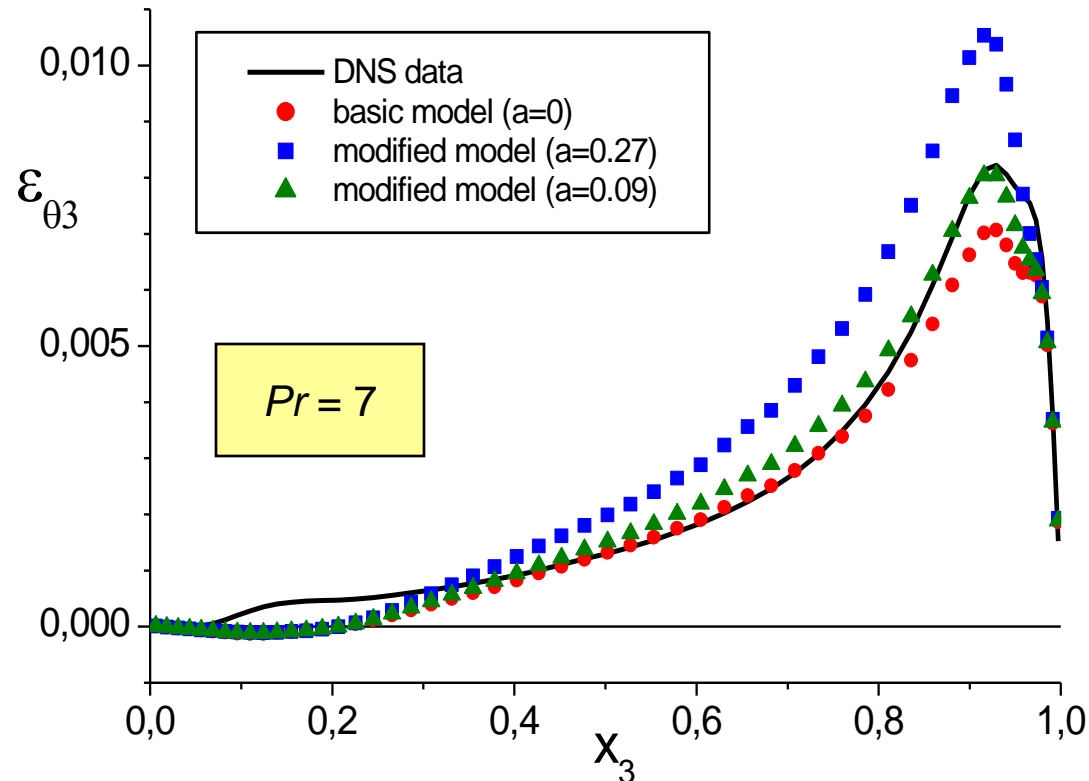
Luft ($Ra=630\ 000$)



Natrium ($Ra=12\ 000$)



Intern beheizte Konvektion ($Ra_i = 10^8$)



Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

DNS von turbulenter Naturkonvektion in einfachen Geometrien

- Verständnis der Strömungsvorgänge in schwer handhabbaren Fluiden
- Ermittlung experimentell nicht zugänglicher Strömungsgrößen
- vollständige Datenbasis der Turbulenz
- Validierung und Weiterentwicklung von statistischen Turbulenzmodellen, speziell für die turbulente Wärmeübertragung
- verbesserte Modelle sind im FLUTAN-Code umgesetzt und werden erfolgreich angewandt

Animationen (mpeg) und DNS-Datenbank im WWW:

<http://www.fzk.de/irs/irs3>