

# **Direkte Numerische Simulation von turbulenter Naturkonvektion in horizontalen Fluidschichten**

Martin Wörner

Forschungszentrum Karlsruhe

Institut für Reaktorsicherheit

Kolloquium Thermo- und Fluideodynamik

Technische Universität Ilmenau

24. Mai 2000

---

## Gliederung

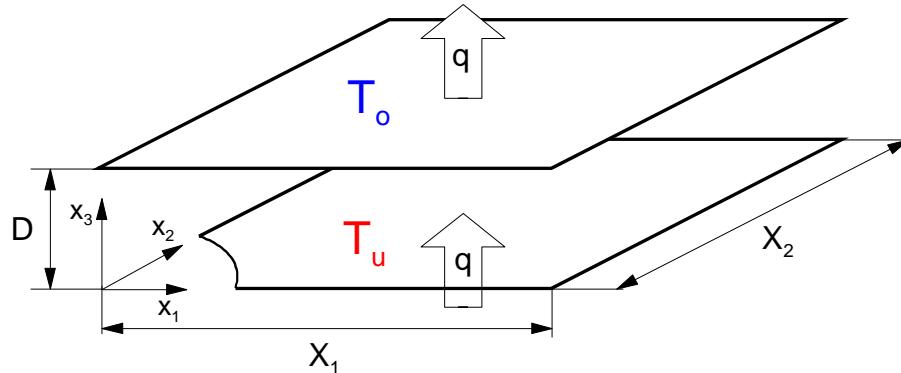
- Einleitung und Motivation
- Naturkonvektion in horizontalen Fluidschichten
  - Rayleigh-Bénard Konvektion
  - Intern beheizte Konvektion
- Direkte Numerische Simulationen
- Strukturen und Dynamik der Konvektion
- Entwicklung von statistischen Turbulenzmodellen
- *DNS von Einzelblasen (Dr.-Arbeit W. Sabisch)*
- Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

# Einleitung und Motivation

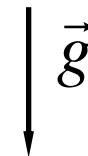
- Naturkonvektion in der Energietechnik und Reaktorsicherheit
  - Passive Nachwärmeverteilung in schnellen Reaktoren (Flüssigmetalle)
  - Kühlung einer Kernschmelze ( $T > 1800 \text{ }^{\circ}\text{C}$ )
- Anwendungsrechnungen mit CFD Codes
  - ✓ Turbulenzmodelle für Naturkonvektion und Fluide mit  $Pr \ll 1$
- Direkte Numerische Simulation (DNS)
  - Mechanismen/Strukturen der konvektiven Wärmeübertragung
  - Validierung/Weiterentwicklung von statistischen Turbulenzmodellen

# Naturkonvektion in Fluidschichten

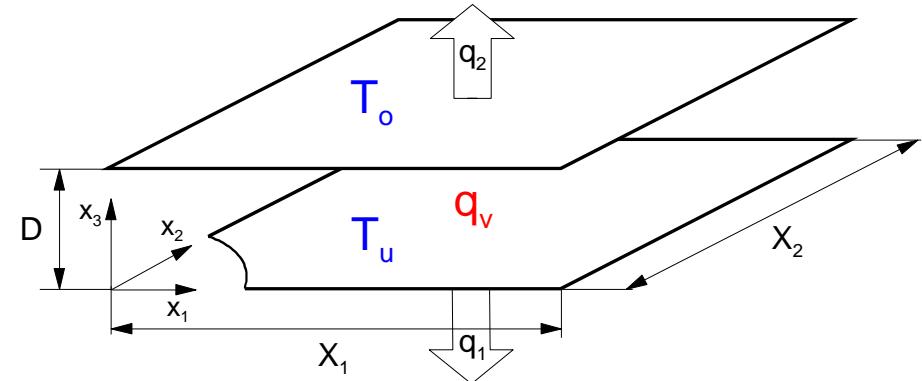
Rayleigh-Bénard Konvektion (RBK)



$$T_u > T_o$$



Intern beheizte Konvektion (IBK)



$$T_u = T_o, q_v > 0$$

# Dimensionslose Kennzahlen

		RBK	IBK
Prandtl-Zahl	$Pr = \frac{\nu}{\kappa}$	✓	✓
Rayleigh-Zahl	$Ra = \frac{g\beta\Delta TD^3}{\nu\kappa}$	✓	
Interne Rayleigh-Zahl	$Ra_I = \frac{g\beta q_v D^5}{\nu\kappa\lambda}$		✓
Damköhler-Zahl	$Da = \frac{q_v D^2}{\lambda \Delta T_{max}}$		✓
Grashof-Zahl		$Gr = \frac{Ra}{Pr}$	$Gr = \frac{Ra_I}{Pr \cdot Da}$
Nusselt-Zahl		$Nu = f(Ra, Pr)$	$Nu = f(Ra_I, Pr)$

# Direkte Numerische Simulation

Grundgleichungen (dimensionslos)

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{\sqrt{Gr_0}} \nabla^2 \vec{u} - \delta_{i3} (T - T_{ref})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T = \frac{1}{Pr \sqrt{Gr_0}} (\nabla^2 T + Da_0)$$

# Rand- und Anfangsbedingungen

- Untere und obere Wand (Koordinate  $x_3$ )
  - Haftbedingung
  - isotherm mit vorgegebener Temperatur
  - ✓ Grenzschichten auflösen!
- seitliche Berandung des Rechengebietes (Koordinaten  $x_1, x_2$ )
  - periodische Randbedingungen
  - ✓ ausreichend große Periodenlängen!
- Anfangsbedingungen
  - laminare Konvektion:  $u_i = 0, T = T_{mittel}(x_3) + \text{randome Fluktuationen}$
  - turbulente Konvektion: Simulation für kleinere Rayleigh-Zahl

# Numerisches Verfahren im Rechenprogramm TURBIT

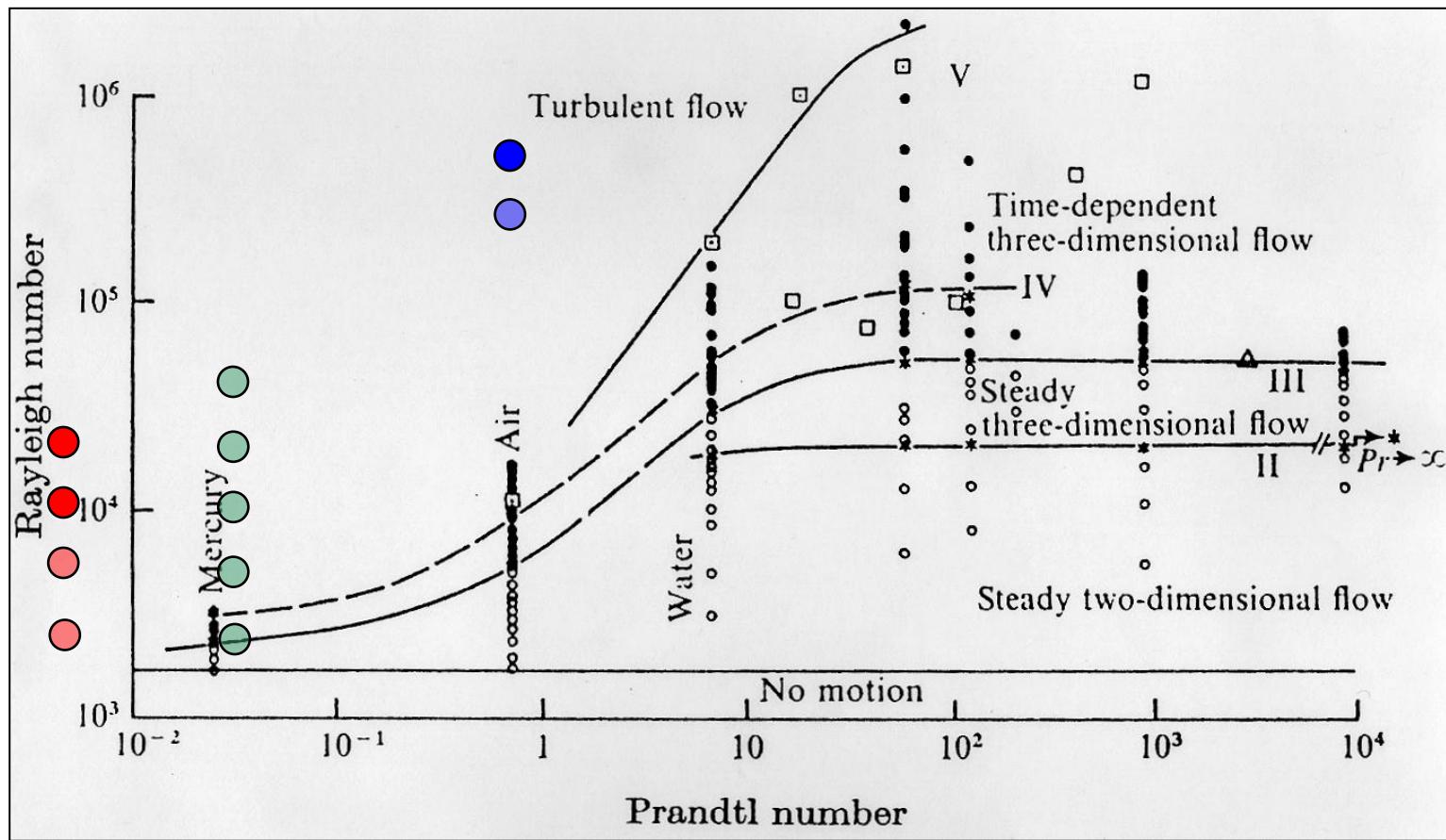
- Diskretisierungsverfahren
  - Finite Volumen
  - strukturiertes versetztes Gitter (in  $x_3$ - Richtung nicht-äquidistant)
  - zentrale Differenzen (2. Ordnung)
- Zeitintegrationsverfahren
  - Impulsgleichung explizit (Euler-Leapfrog, 2. Ordnung)
  - Energiegleichung explizit oder halb-implizit (Diffusion)  
(Leapfrog Crank-Nicolson oder Adams-Bashforth Crank-Nicolson)
  - Projektionsmethode (Druck-Poisson-Gleichung, direkter Löser)

# Rayleigh-Bénard Konvektion

Pr	Ra	Gr	X <sub>1,2</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>3</sub>
<b>Luft</b>						
0,71	381 000	540 000	7,92	180	180	32
	630 000	890 000	7,92	200	200	49
<b>Natrium</b>						
0,006	3 000	500 000	8	128	128	31
	6 000	1 000 000	8	200	200	31
	12 000	2 000 000	8	250	250	39
	24 000	4 000 000	8	250	250	49

Ra<sub>kritisch</sub> = 1708

# Rayleigh-Bénard Konvektion



## Intern beheizte Konvektion

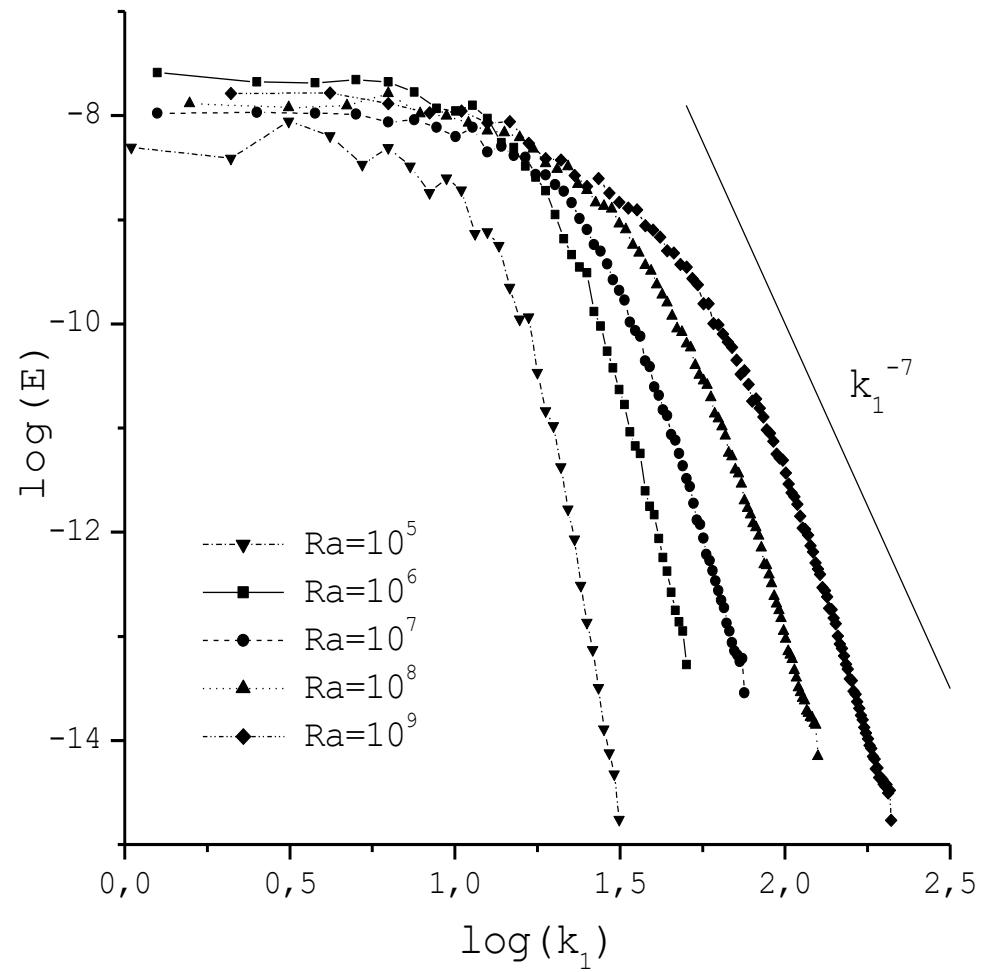
Pr	Ra <sub>I</sub>	X <sub>1,2</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>3</sub>
7	10 <sup>5</sup>	6	60	60	21
	5*10 <sup>5</sup>	6	80	80	27
	10 <sup>6</sup>	5	80	80	31
	5*10 <sup>6</sup>	5	100	100	35
	10 <sup>7</sup>	5	128	128	39
	10 <sup>8</sup>	4	160	160	55
	10 <sup>9</sup>	3	200	200	80

Ra<sub>I,kritisch</sub>= 37 325

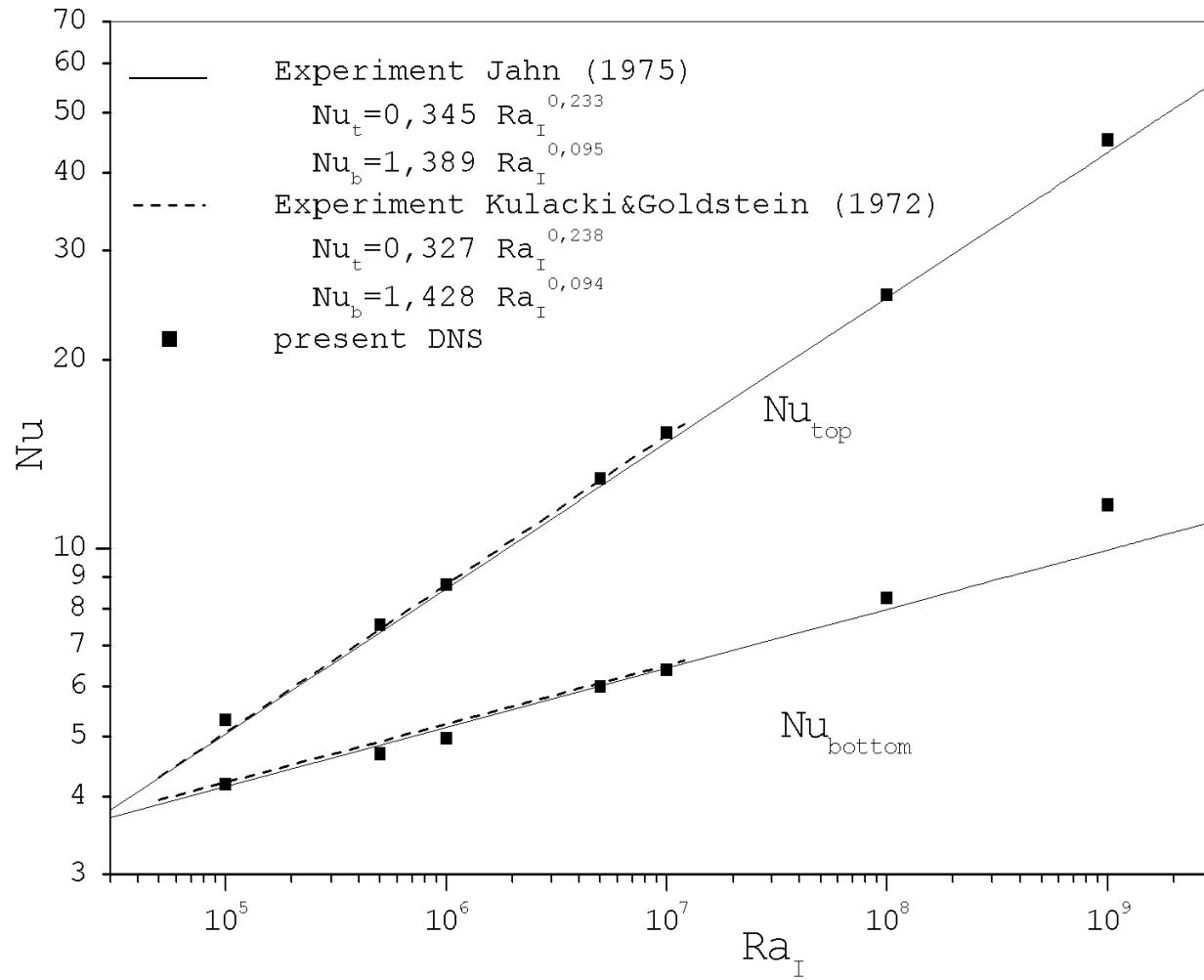
# Verifikation

## Intern beheizte Konvektion:

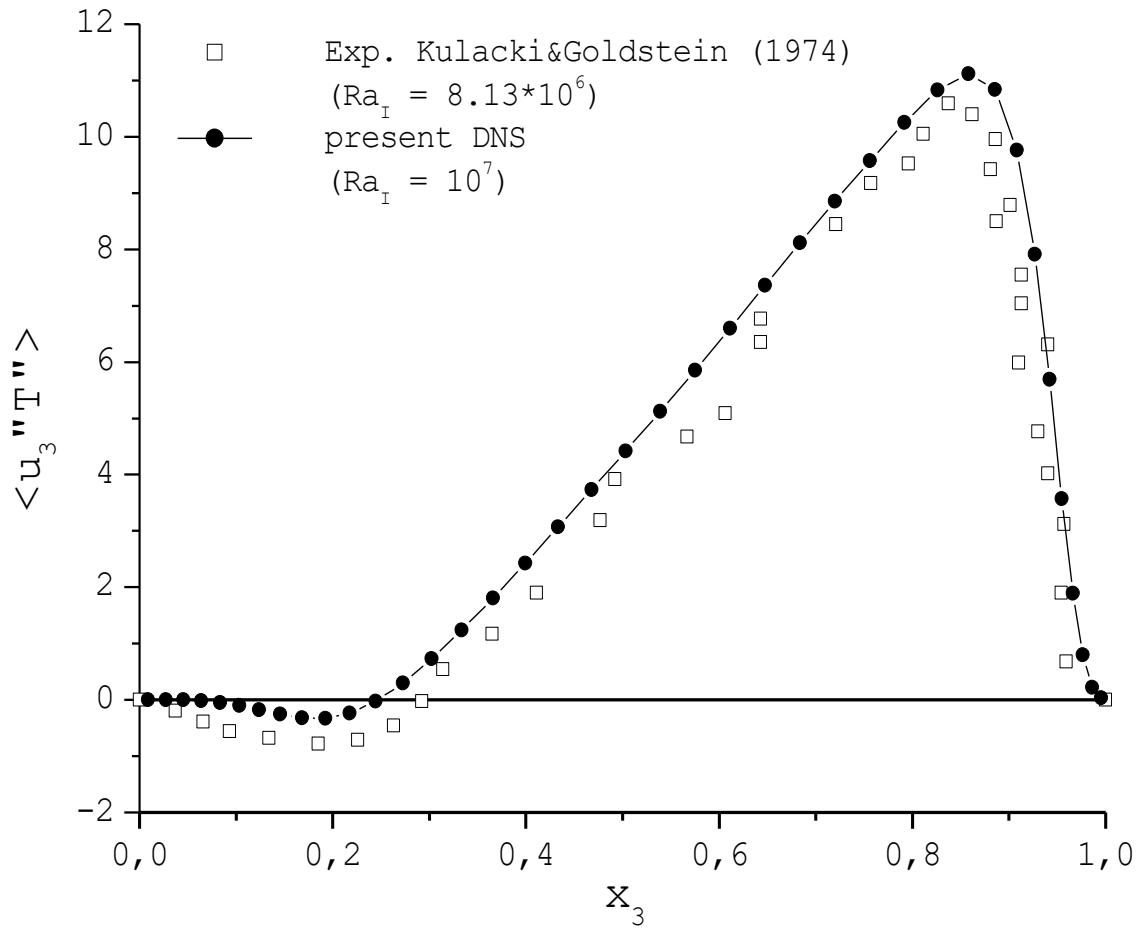
Spektren der turbulenten  
kinetischen Energie in  
Kanalmitte ( $x_3=0,5$ )



## Nusselt-Zahl über $Ra_I$ ,

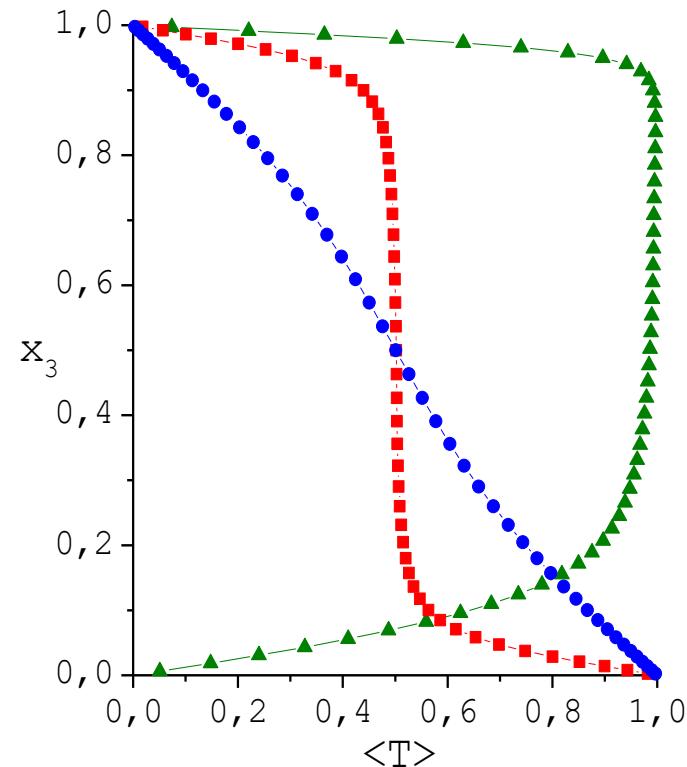


$Ra_I = 10^7$ :  
vertikaler turbulenter  
Wärmestrom



# Strukturen der Konvektion

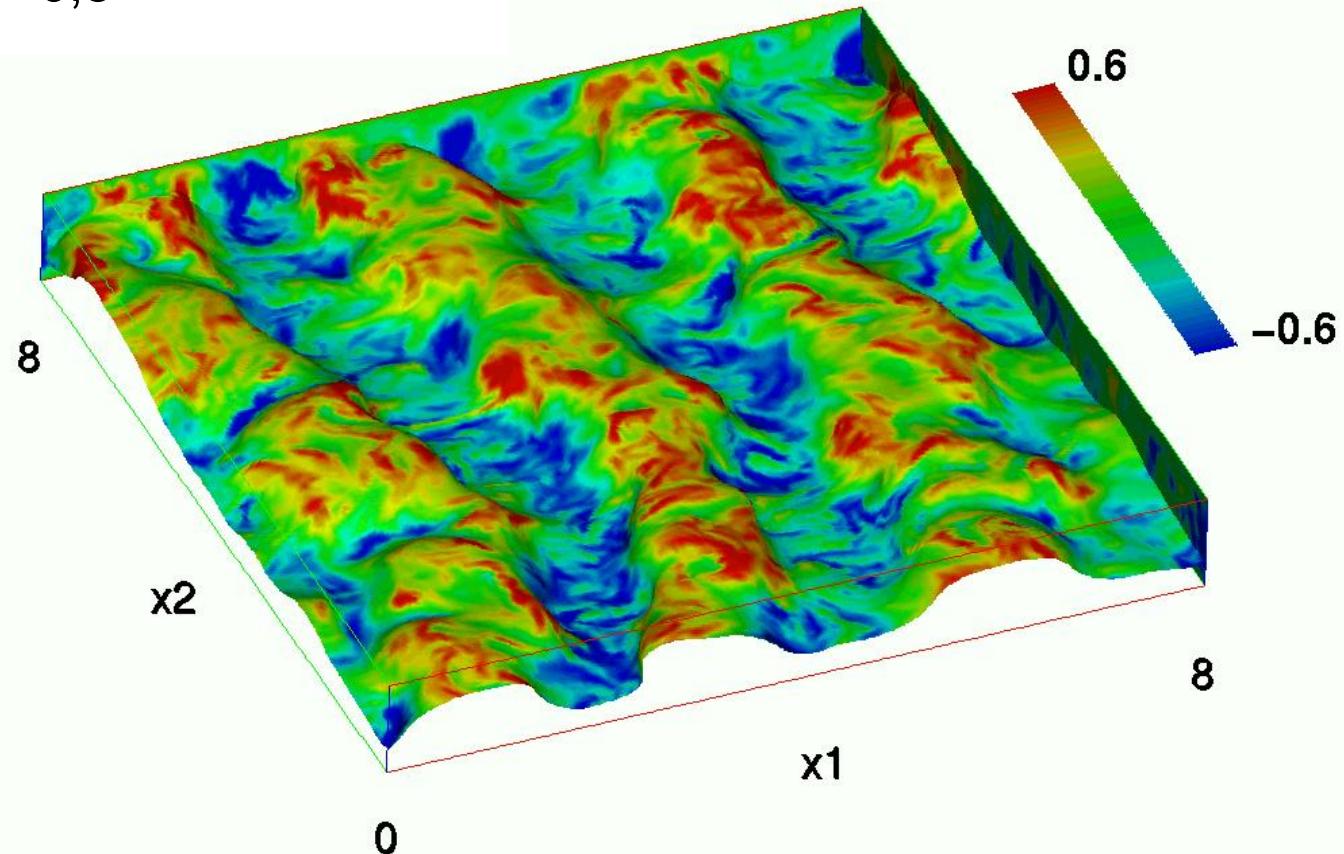
- **Mittleres Temperaturprofil**
  - RBK Natrium ( $Ra = 24\,000$ )
  - RB Luft ( $Ra = 630\,000$ )
  - Intern beheizte Konvektion ( $Ra_i = 10^8$ )
- **Visualisierung**
  - Isofläche der Temperatur
  - $u_3$  als Farbinformation



## Rayleigh Bénard Konvektion Natrium ( $Ra = 24\,000$ )

Isofläche:  $T = 0,5$

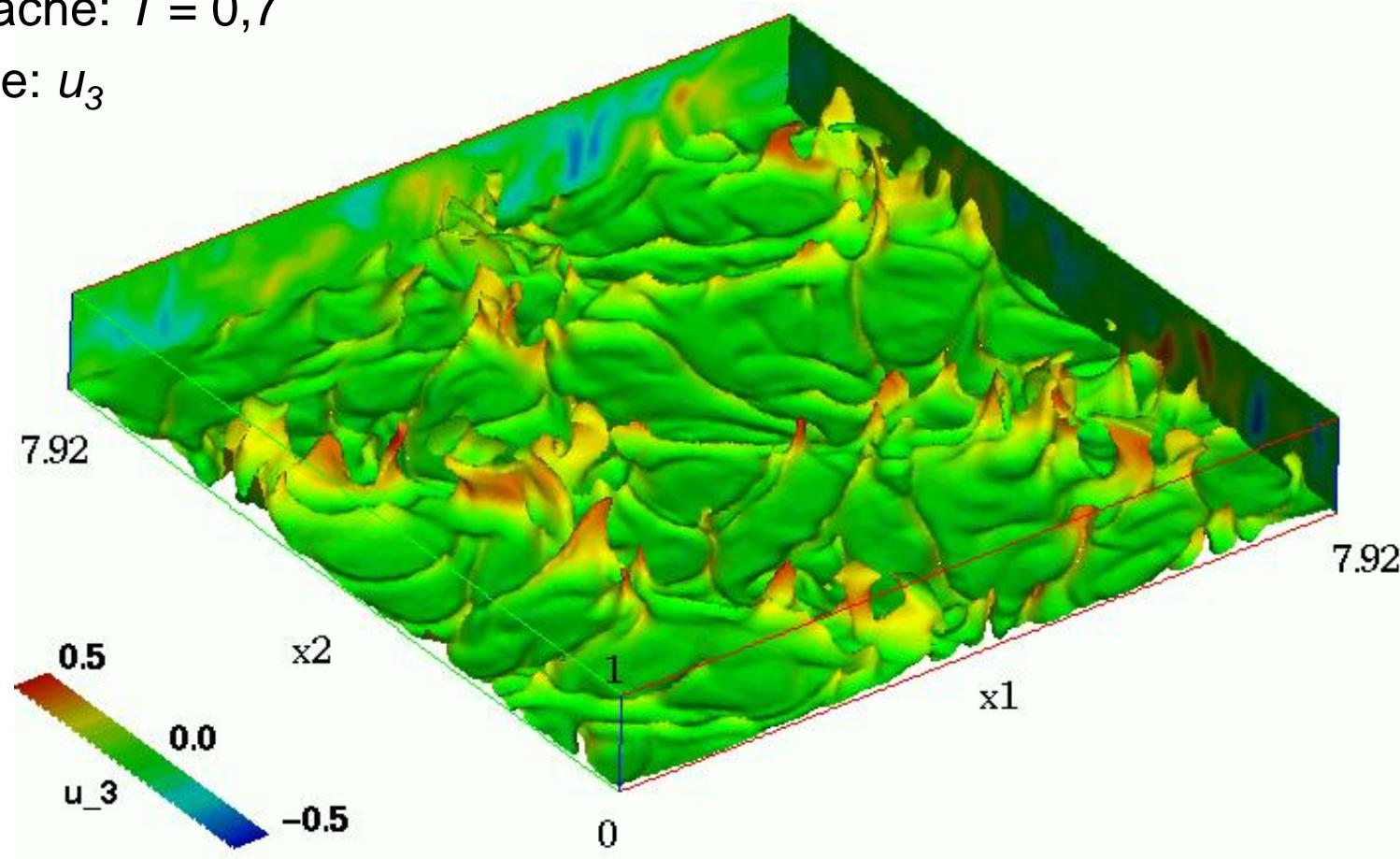
Farbe:  $u_3$



## Rayleigh Bénard Konvektion Luft ( $Ra = 630\,000$ )

Isofläche:  $T = 0,7$

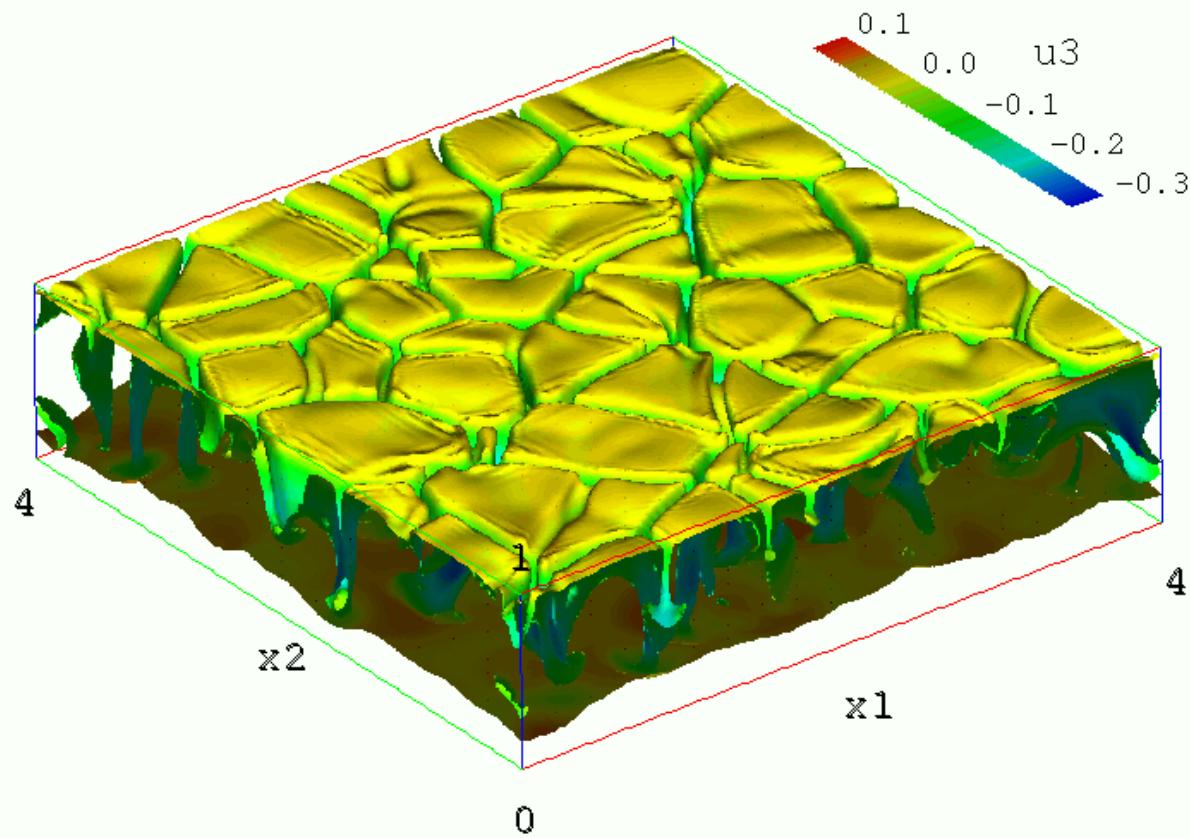
Farbe:  $u_3$



## Intern beheizte Konvektion ( $Ra_I = 10^8$ )

Isofläche:  $T = 0,9$

Farbe:  $u_3$



Experiment  
Jahn (1975)  
 $Ra_i = 1,5 \cdot 10^8$

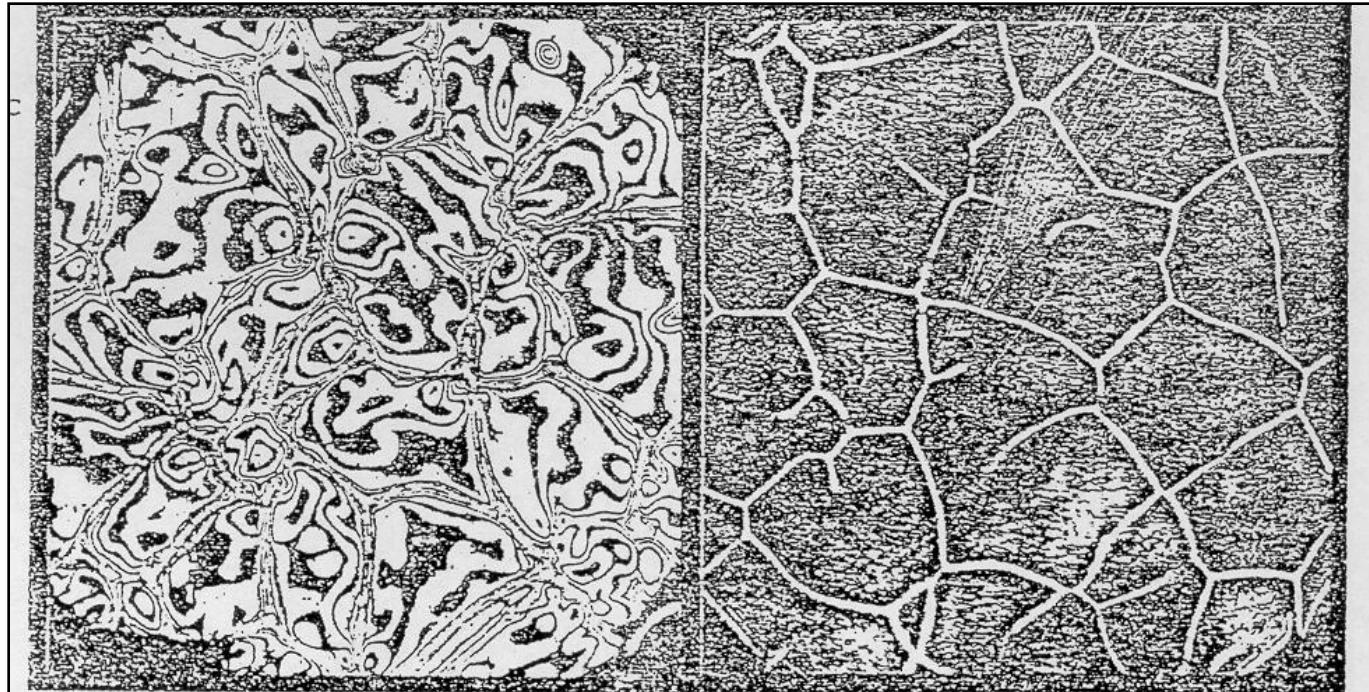


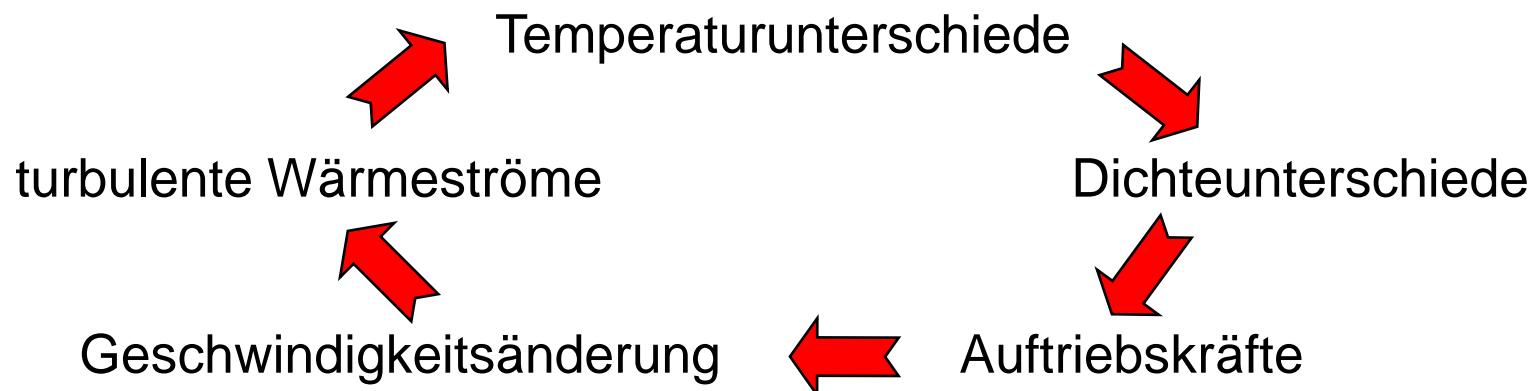
Bild 4.34 Interferenz- und Schlierenaufnahmen,  $h = 28$  mm  
a) - c)  $Ra' = (2/6,5/15) 10^7$   
 $q_i = (0,046/0,15/0,34) \text{ W/cm}^3$

# Turbulenzmodellierung für Naturkonvektion

Zwangskonvektion:

$$\overline{u'_iT'} \cong - \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i}$$

Naturkonvektion:

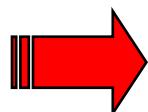


# Transportgleichung für den vertikalen turbulenten Wärmestrom

hier:  $\bar{u}_i = 0, \quad \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_1} = \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_2} = 0$

molekularer Senkenterm

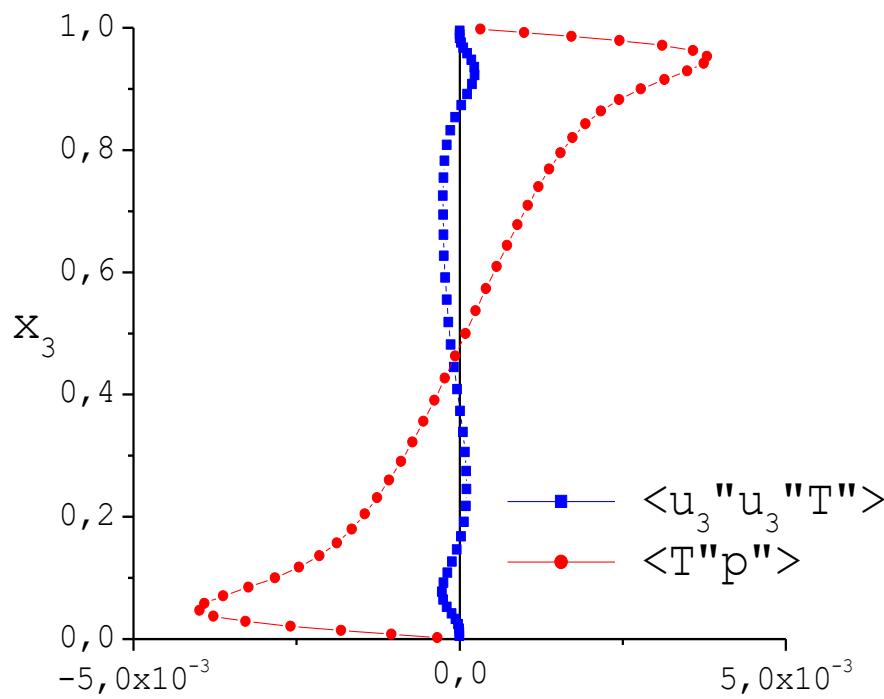
turbulente Diffusion



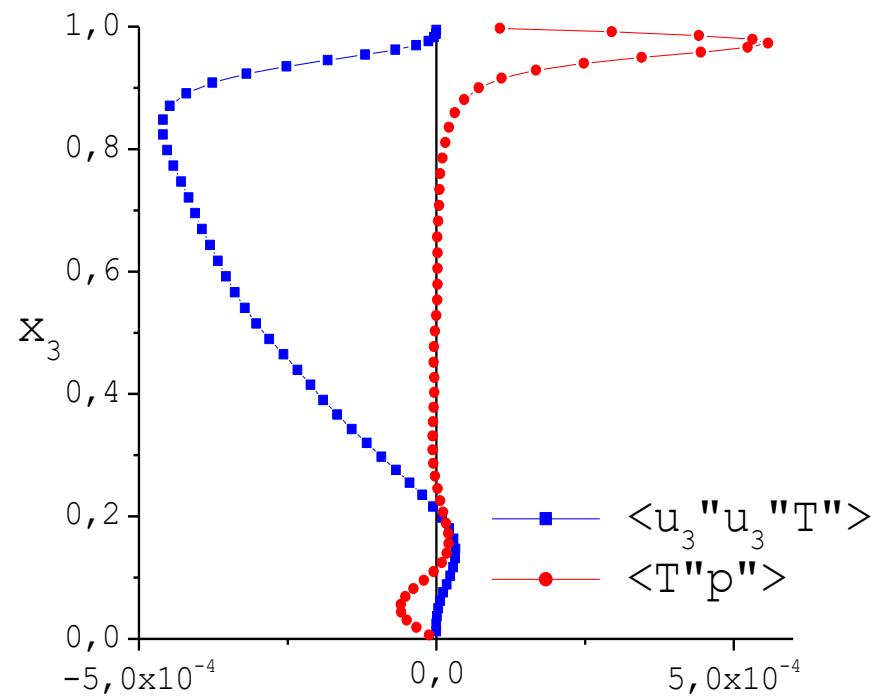
$$\frac{\partial \bar{u}'_3 \bar{T}'}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_3} \left( \bar{u}'_3 \bar{u}'_3 \bar{T}' + \bar{p}' \bar{T}' \right) + \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left( \frac{1}{Pr} \bar{u}'_3 \frac{\partial \bar{T}'}{\partial x_3} + \bar{T}' \frac{\partial \bar{u}'_3}{\partial x_3} \right)$$

$$-\bar{u}'^2_3 \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_3} + \bar{T}'^2 + \bar{p}' \frac{\partial \bar{T}'}{\partial x_3} - \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left( 1 + \frac{1}{Pr} \right) \frac{\partial \bar{u}'_3}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{T}'}{\partial x_j}$$

## Turbulente Diffusion

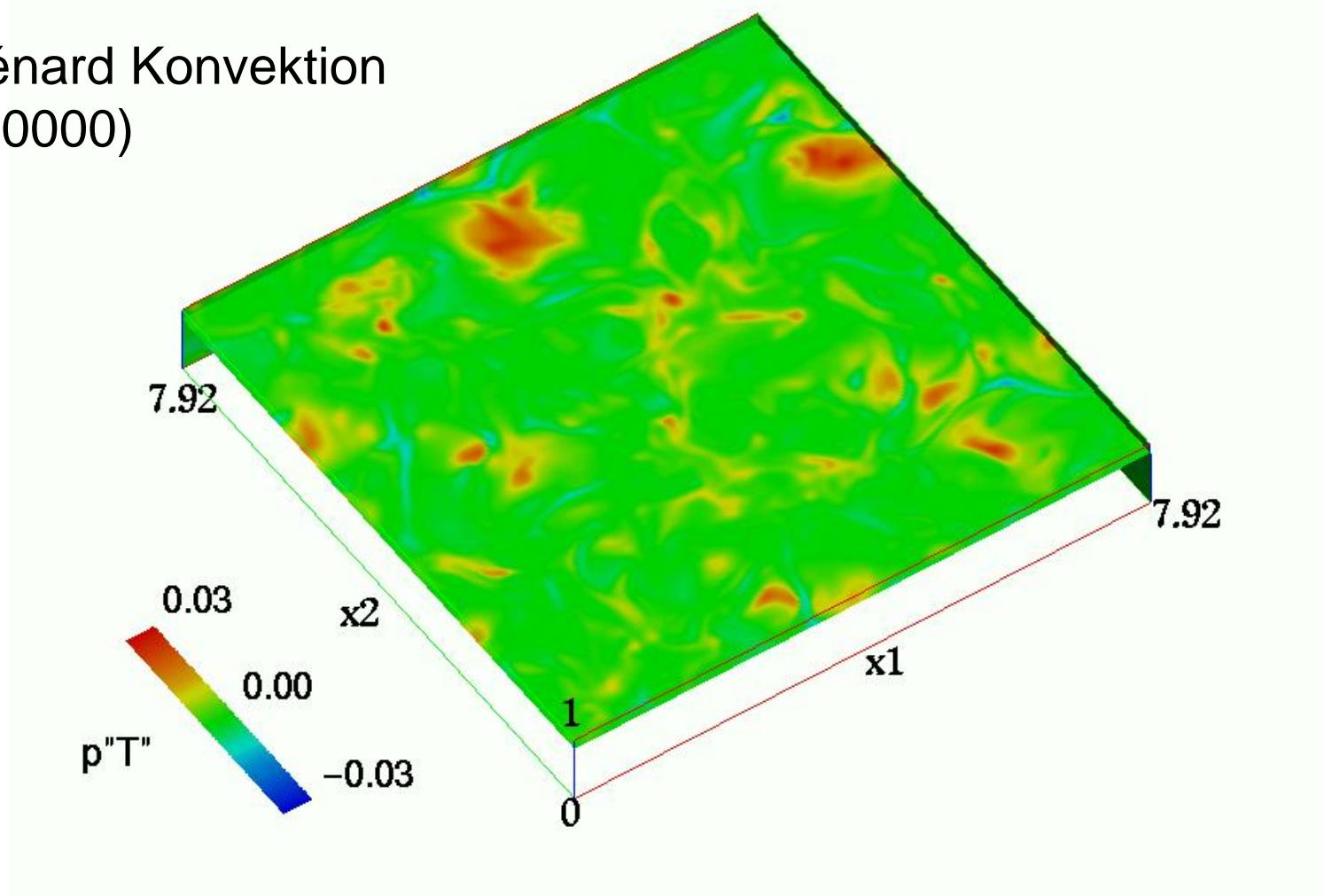


RBK Luft ( $Ra=630000$ )

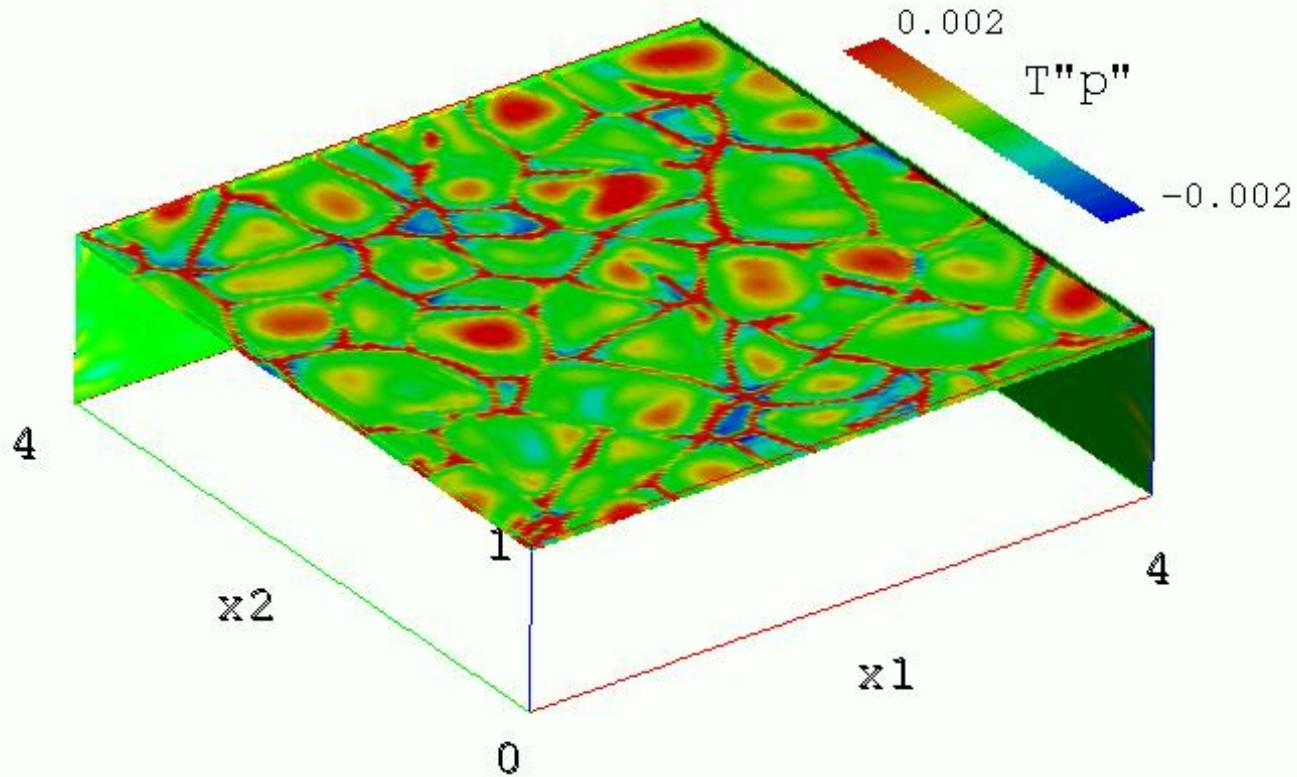


IBK ( $Ra=10^8$ )

Rayleigh-Bénard Konvektion  
Luft ( $Ra=630000$ )



## Intern beheizte Konvektion ( $Ra=10^8$ )



# Modellierung des molekularen Senkenterms

- Anwendung der Zweipunkt-Korrelationstechnik (Q. Ye)
  - inhomogener Anteil (Bedarf keiner Modellierung)
  - homogener Anteil (modifiziertes Modell von Kasagi)

$$\varepsilon_{\theta i} = (\nu + \kappa) \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial T'}{\partial x_j}} \cong \frac{1}{4} (\nu + \kappa) \Delta_x \overline{u'_i T'} + \frac{C}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr}\right) \sqrt{\frac{Pr}{R_h}} \frac{\varepsilon_h}{k} \overline{u'_i T'}$$

mit:  $\varepsilon_h = \varepsilon - \frac{\nu}{2} \Delta_x k$ ,  $\varepsilon_{T,h} = \varepsilon_T - \Delta_x \overline{T'^2}$ ,  $R_h = \frac{\overline{T'^2}}{2\varepsilon_{T,h}} \frac{\varepsilon_h}{k}$ ,  $\Delta_x = \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j}$

# Zweipunkt-Korrelationstechnik

Lokales Koordinatensystem:

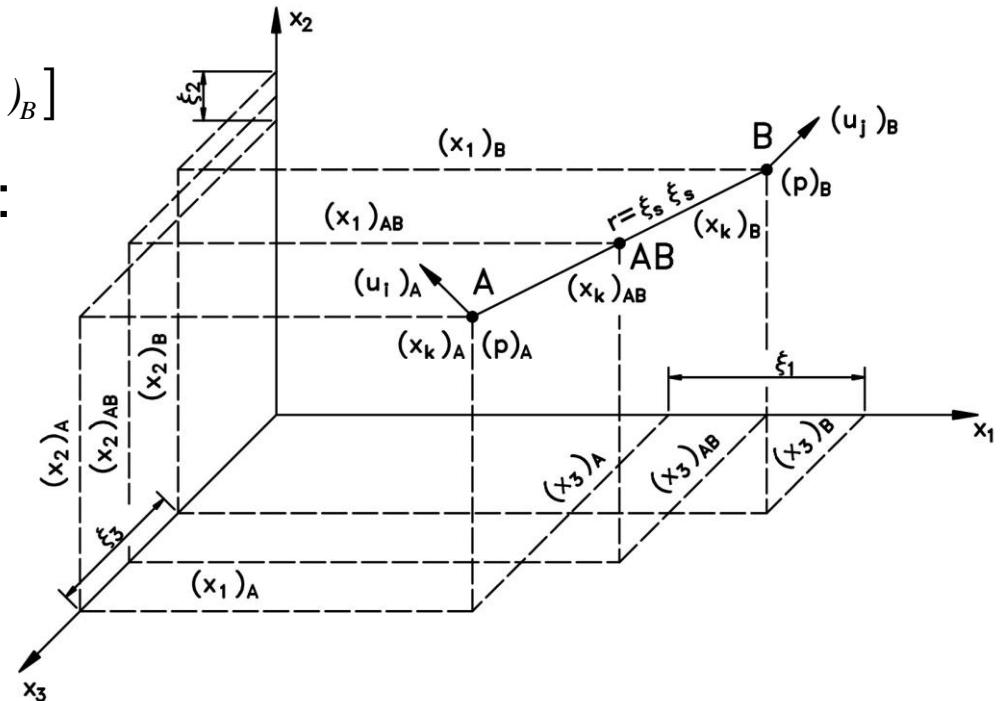
$$\xi_k = (x_k)_B - (x_k)_A, \quad (x_k)_{AB} = \frac{1}{2}[(x_k)_A + (x_k)_B]$$

Partielle Differentialoperatoren:

$$\left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_A = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_{AB} - \frac{\partial}{\partial \xi_k}$$

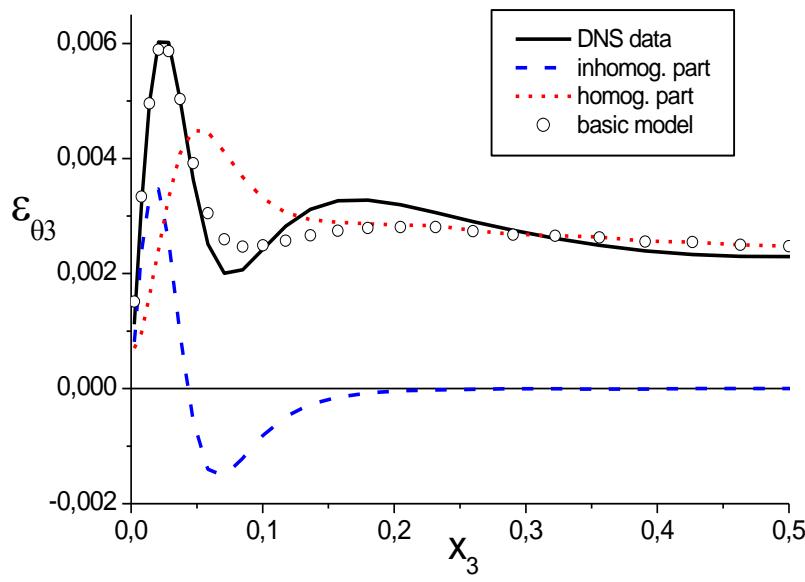
$$\left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_B = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_{AB} + \frac{\partial}{\partial \xi_k}$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_A \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_B = \frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_k} \right)_{AB} - \frac{\partial^2}{\partial \xi_k \partial \xi_k}$$

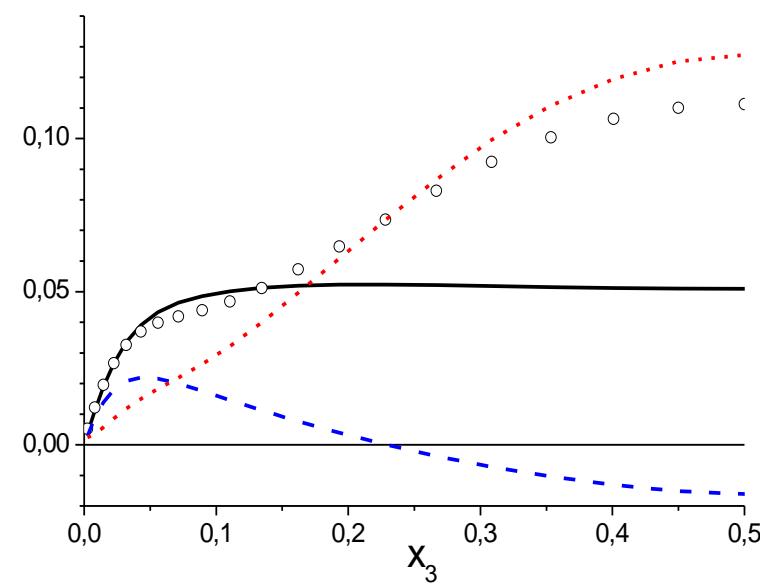


# Rayleigh-Bénard Konvektion

Luft ( $Ra=630\,000$ )



Natrium ( $Ra=12\,000$ )



## Modifiziertes Modell

Festlegung des Koeffizienten:  $C = \left( \frac{Pr}{R} \right)^a, \quad a = a(Pr)$

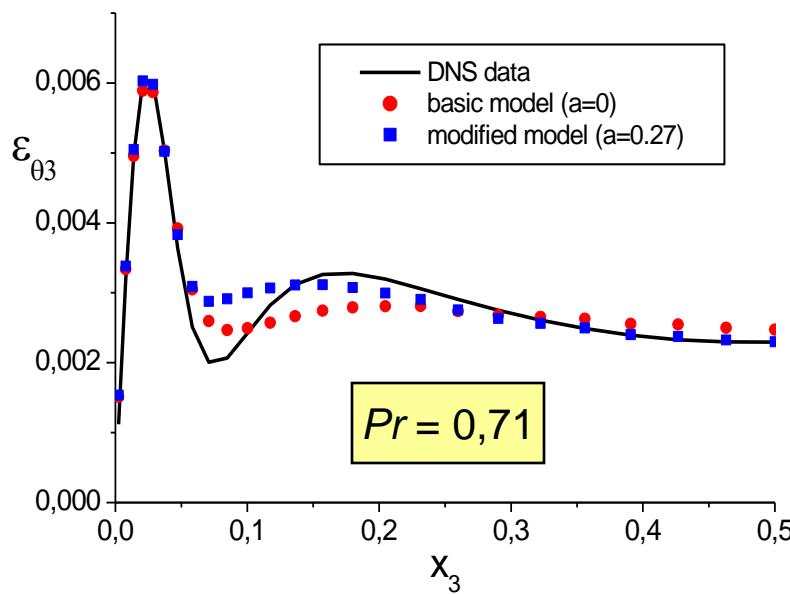
$$x_3 \rightarrow 0 \Rightarrow R \rightarrow Pr$$

→ korrektes Wandverhalten bleibt erhalten

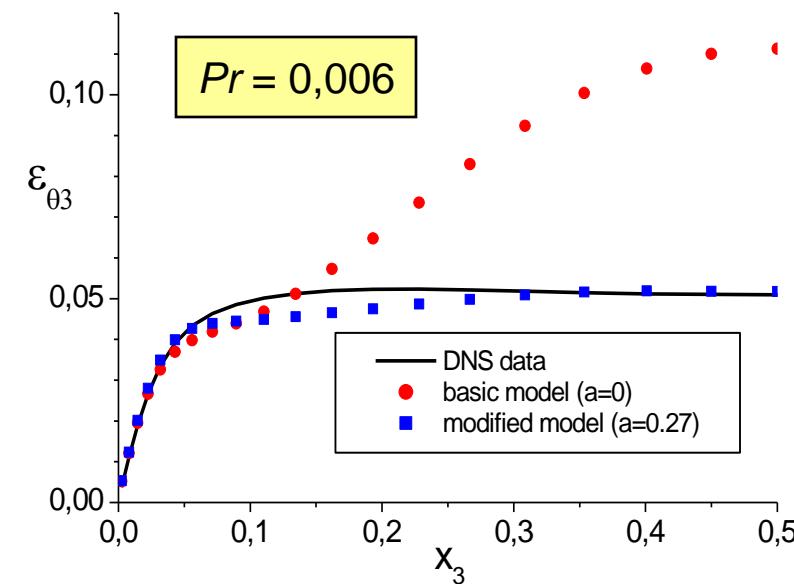
$$\varepsilon_{\theta i} \approx \frac{1}{4} (\nu + \kappa) \Delta_x \overline{u'_i T'} + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{Pr} \right) \left( \frac{Pr}{R} \right)^a \sqrt{\frac{Pr}{R_h}} \frac{\varepsilon_h}{k} \overline{u'_i T'}$$

# Rayleigh-Bénard Konvektion

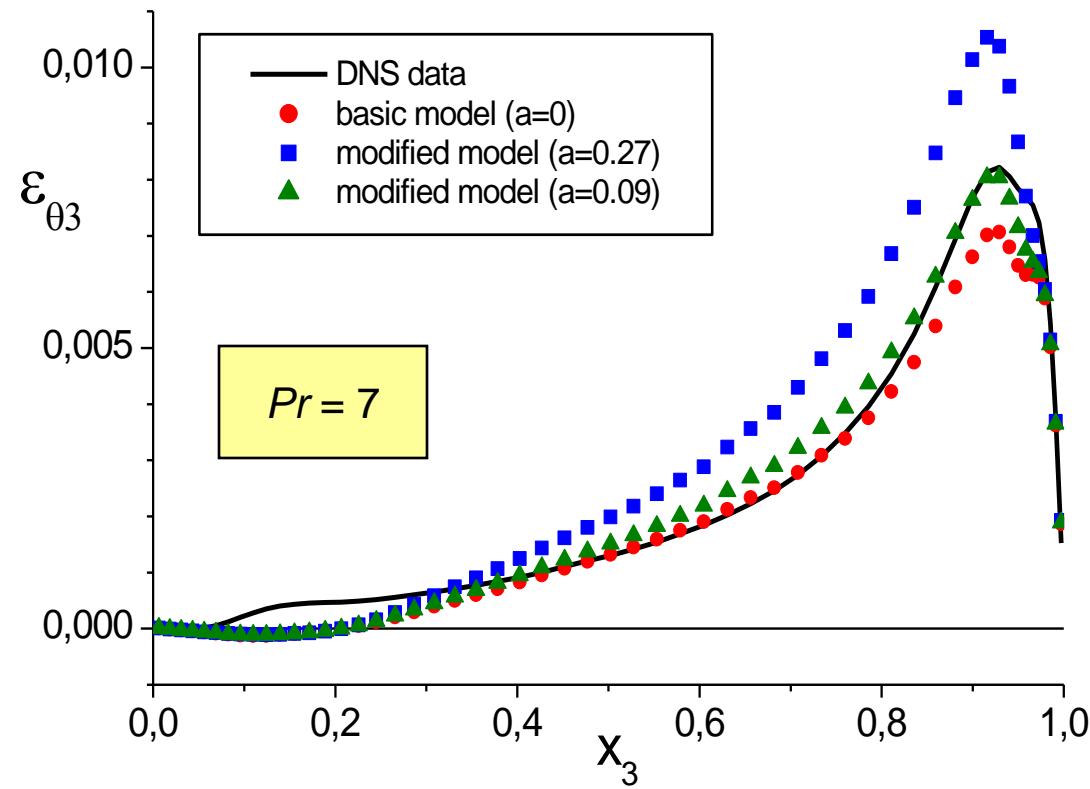
Luft ( $Ra=630\,000$ )



Natrium ( $Ra=12\,000$ )



## Intern beheizte Konvektion ( $Ra_i = 10^8$ )



# Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

## DNS von turbulenter Naturkonvektion in einfachen Geometrien

- Verständnis der Strömungsvorgänge in schwer handhabbaren Fluiden
- Ermittlung experimentell nicht zugänglicher Strömungsgrößen
- vollständige Datenbasis der Turbulenz
- Validierung und Weiterentwicklung von statistischen Turbulenzmodellen, speziell für die turbulente Wärmeübertragung
- verbesserte Modelle sind im FLUTAN-Code umgesetzt und werden erfolgreich angewandt

Animationen (mpeg) und DNS-Datenbank im WWW:

<http://www.fzk.de/irs/irs3>