

# **Numerische Untersuchungen zum Einfluss des Dichteverhältnisses auf die Aufstiegsgeschwindigkeit von Einzelblasen**

Martin Wörner

Forschungszentrum Karlsruhe, Institut für Reaktorsicherheit

*GVC Fachausschusssitzung Mehrphasenströmungen  
Magdeburg, 5.-7. März 2002*

---



# Übersicht

- Motivation
- Ähnlichkeitstheorie
- Formulierung des Strömungsproblems
  - Geometrie, Rand- und Anfangsbedingungen
  - Grundgleichungen
  - Simulationsparameter
- Ergebnisse für ellipsoid-förmige Einzelblase
  - Aufstiegs geschwindigkeit der Blase
  - lokales Geschwindigkeitsfeld in Flüssigkeit und Gas
- Schlußfolgerungen und Ausblick



# Motivation

- Einfluß des Dichte-Verhältnisses  $\Gamma_\rho = \rho_{\text{gas}} / \rho_{\text{liquid}}$  auf Blasenanstieg ist bisher nur sehr wenig untersucht
- Aspekte bei der Direkten Numerischen Simulation
  - Diskontinuität von Dichte und Impuls an Phasengrenze führt zu numerischen Problemen bei Ableitungsberechnung
  - Bei expliziten Zeitintegrationsverfahren ist  $\Delta t \propto \Gamma_\rho$
  - ⇒ Dichteverhältnis  $\Gamma_\rho = O(0,1)$  statt  $O(0,001)$  wünschenswert
  - ⇒ hier: Numer. Studie zum Einfluss des Dichteverhältnisses
- Anwendungshintergrund: Europäische Spallations-Quelle
  - Argon-Blasen in schwerem Flüssigmetall  $1 / \Gamma_\rho \approx 70\,000$

# Ähnlichkeitsanalyse

- Aufsteigende Blase in unendl. ausged. Flüssigkeit
- Physik. Einflussgrößen:  $F(\rho_l^*, \rho_g^*, \mu_l^*, \mu_g^*, \sigma^*, g^*, d_V^*, U_T^*) = 0$
- Dimensionslose Aufstiegs geschwindigkeit der Blase:

$$Re_B = f(M, E\ddot{o}_B, \Gamma_\rho, \Gamma_\mu)$$

- Blasen-Reynolds-Zahl
- Morton-Zahl
- Blasen-Eöt vös-Zahl
- Dichteverhältnis (g/l)
- Viskositätsverhältnis (g/l)

$$Re_B \equiv \rho_l^* d_V^* U_T^* / \mu_l^*$$

$$M \equiv (\rho_l^* - \rho_g^*) g^* \mu_l^{*4} / (\rho_l^{*2} \sigma^{*3})$$

$$E\ddot{o}_B \equiv (\rho_l^* - \rho_g^*) g^* d_V^{*2} / \sigma^*$$

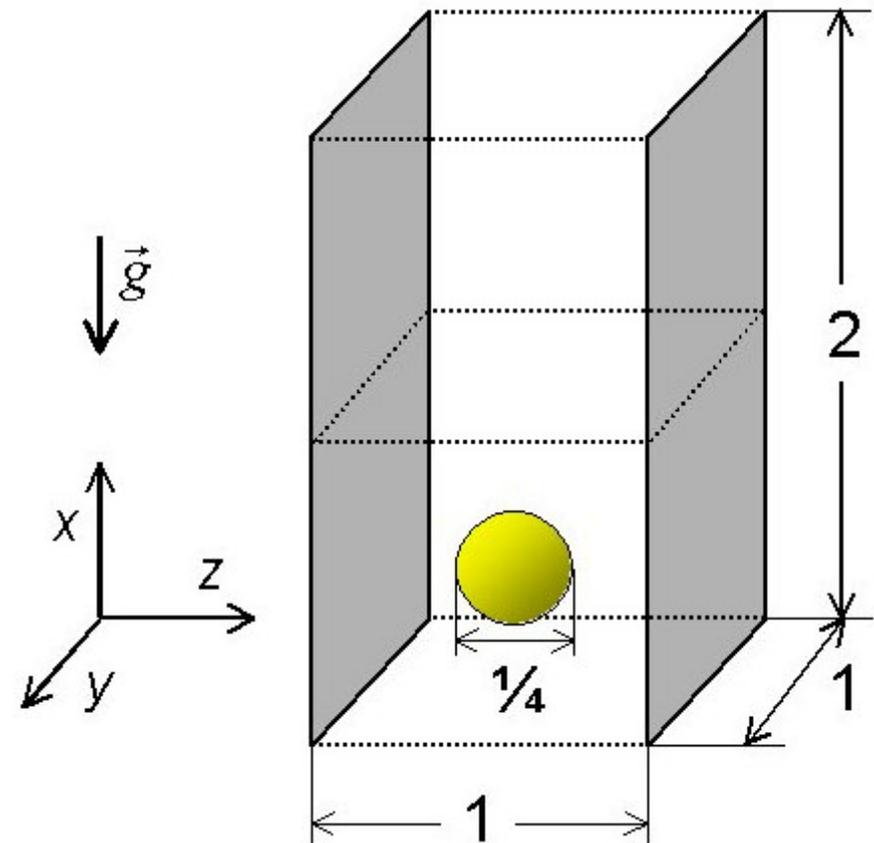
$$\Gamma_\rho \equiv \rho_g^* / \rho_l^*$$

$$\Gamma_\mu \equiv \mu_g^* / \mu_l^*$$



# Geometrie, Rand- & Anfangsbedingungen

- Rechengebiet:  $2 \times 1 \times 1$
- Randbedingungen
  - Wände bei  $z = 0$  und  $z = 1$
  - periodische RB in  $x$  und  $y$
- Gitter:  $128 \times 64 \times 64$
- Blase mit Durchmesser  $0.25$  (=16 Zellen) bei  $x=y=z=0,5$
- Gasanteil:  $\approx 0.4\%$
- Anfangsbed.: Ruhezustand



# Dimensionslose Grundgleichungen für Volume-of-Fluid Methode

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}^*}{L_{ref}^*}, \quad \mathbf{u}_k = \frac{\mathbf{u}_k^*}{U_{ref}^*}, \quad t = \frac{t^* U_{ref}^*}{L_{ref}^*}, \quad \rho_k = \frac{\rho_k^*}{\rho_l^*}, \quad \mu_k = \frac{\mu_k^*}{\mu_l^*}, \quad P = \frac{p^* + p_0^* - \rho_l^* \mathbf{g}^* \cdot \mathbf{x}^*}{\rho_l^* U_{ref}^{*2}} \quad (k \in l, g)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_m \mathbf{u}_m + \nabla \cdot \rho_m \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m = -\nabla P + \frac{1}{Re_{ref}} \nabla \cdot [\mu_m (\nabla \mathbf{u}_m + \nabla \mathbf{u}_m^T)] - (1-f) \frac{E\ddot{o}_{ref}}{We_{ref}} \frac{\mathbf{g}^*}{g^*} + \frac{a_{int} \kappa \mathbf{n}}{We_{ref}}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_m = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot f \mathbf{u}_m = 0$$

$$(f \equiv \alpha_l, 0 \leq f \leq 1) \quad \mathbf{u}_m \equiv \frac{1}{U_{ref}^*} \frac{f \rho_l^* \mathbf{u}_l^* + (1-f) \rho_g^* \mathbf{u}_g^*}{f \rho_l^* + (1-f) \rho_g^*}$$

$$\rho_m \equiv \frac{f \rho_l^* + (1-f) \rho_g^*}{\rho_l^*} = f + (1-f) \Gamma_\rho, \quad \mu_m \equiv \frac{f \mu_l^* + (1-f) \mu_g^*}{\mu_l^*} = f + (1-f) \Gamma_\mu$$

$$Re_{ref} \equiv \frac{\rho_l^* L_{ref}^* U_{ref}^*}{\mu_l^*}, \quad E\ddot{o}_{ref} \equiv \frac{(\rho_l^* - \rho_g^*) g^* L_{ref}^{*2}}{\sigma^*}, \quad We_{ref} \equiv \frac{\rho_l^* L_{ref}^* U_{ref}^{*2}}{\sigma^*}, \quad M = \frac{E\ddot{o}_{ref} We_{ref}^2}{Re_{ref}^4} = \frac{E\ddot{o}_B We_B^2}{Re_B^4}$$

# Bestimmung der Referenz-Kennzahlen für die Code-Eingabe

1. Feste Werte für die Referenzgrößen:

$$L_{ref}^* = 4 \text{ m}, \quad U_{ref}^* = 1 \text{ ms}^{-1}, \quad g^* = 9.81 \text{ ms}^{-2}$$

2. Feste Werte für  $E\ddot{o}_B$ ,  $M$ ,  $\Gamma_\mu$ :

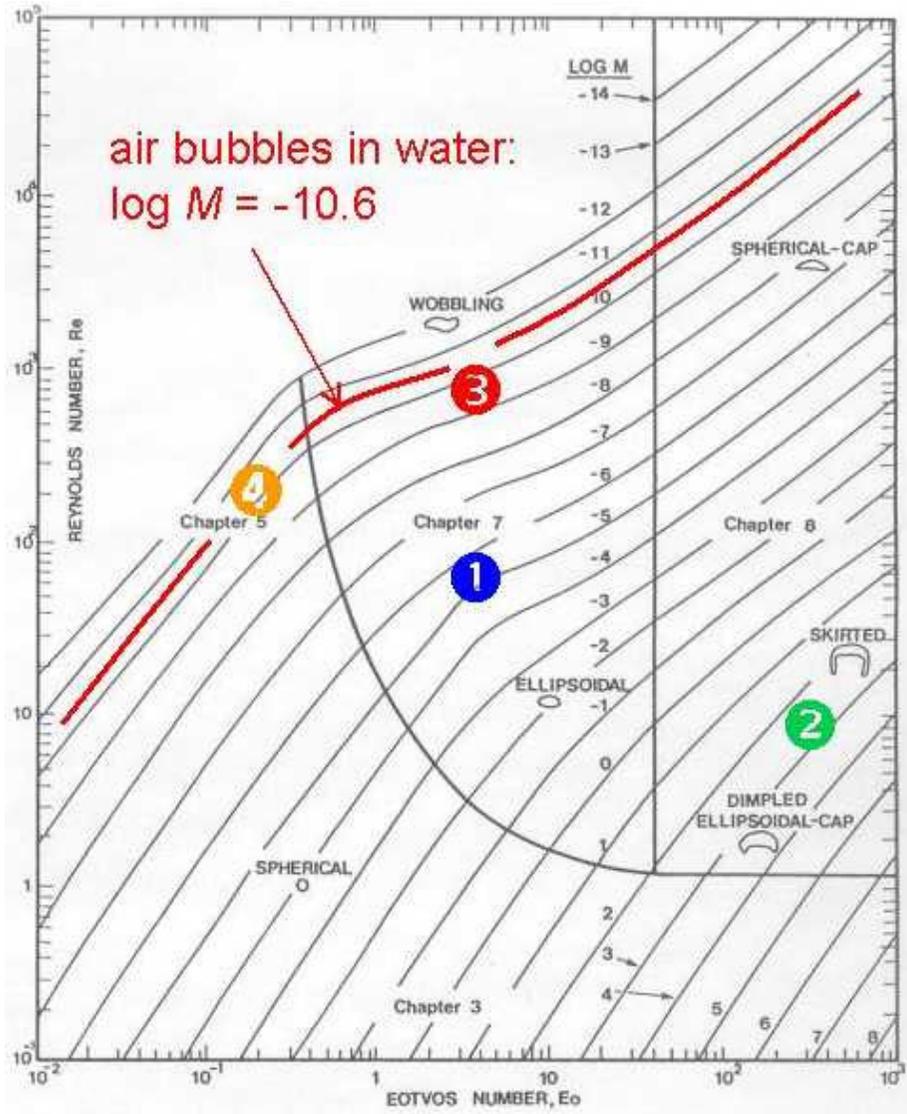
$$E\ddot{o}_B = 3.06, \quad M = 3.09 \cdot 10^{-6}, \quad \Gamma_\mu = 1$$

$E\ddot{o}_B$  und  $M$  entsprechen einer ellipsoidförmigen Base

3. Dichteverh.  $\Gamma_\rho$  wird variiert  $\Rightarrow$  Berechnung von

$$E\ddot{o}_{ref} = \left( \frac{L_{ref}^*}{d_V^*} \right)^2 E\ddot{o}_B, \quad We_{ref} = \frac{E\ddot{o}_{ref}}{1 - \Gamma_\rho} \frac{U_{ref}^{*2}}{g^* L_{ref}^*}, \quad Re_{ref} = \left( \frac{E\ddot{o}_{ref} We_{ref}^2}{M} \right)^{0.25}$$

Wichtig: keine explizite Vorgabe von  $\rho_l^*$ ,  $\rho_g^*$ ,  $\mu_l^*$ ,  $\mu_g^*$ ,  $\sigma^*$  !



- ① ② ③ ④ = Simulationen von W. Sabisch\* für Dichteverhältnis  $\Gamma_\rho = 0.5$  ergaben ähnliche Blasenform wie in Experiment mit  $\Gamma_\rho \approx 0.001$
- Hier: ellipsoide Blase ①

# Simulations-Parameter

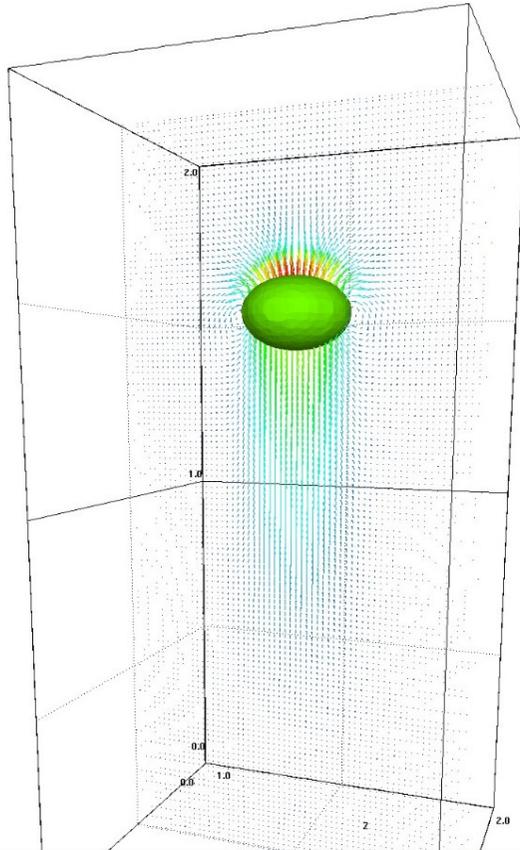
$$E\ddot{o}_B = 3.06, M = 3.09 \cdot 10^{-6}, \Gamma_\mu = 1$$

R2 - R50 entspr. im  
Exp. unterschiedlichen  
Stoff-Paarungen !

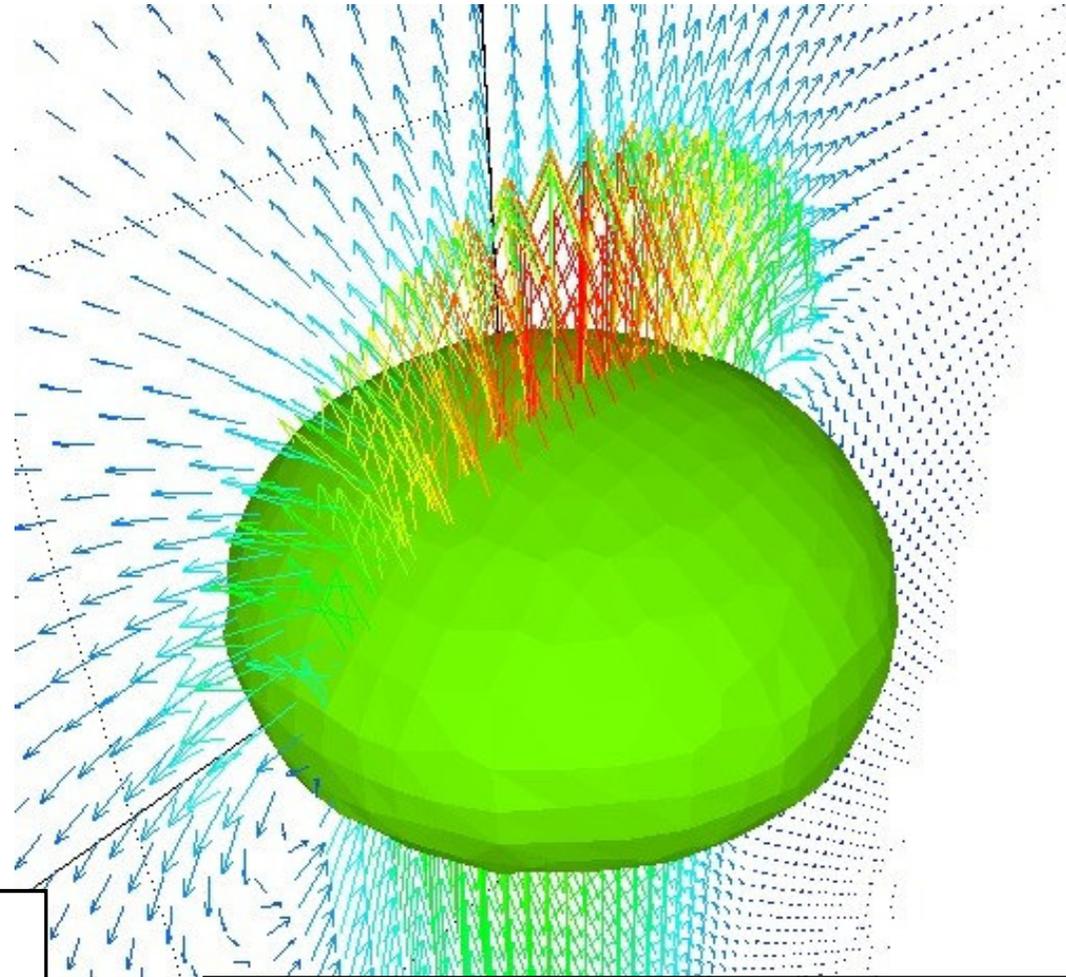
Run	$\Gamma_\rho$	$1 / \Gamma_\rho$	$E\ddot{o}_{ref}$	$We_{ref}$	$Re_{ref}$	$\Delta t$	$N_t$
R2	0.5	<b>2</b>	49.05	2.5	100.00	0.0005	1,100
R5	0.2	<b>5</b>	49.05	1.563	78.90	0.0003	1,800
R10	0.1	<b>10</b>	49.05	1.389	74.39	0.00015	3,200
R50	0.02	<b>50</b>	49.05	1.276	71.28	0.00003	13,000
	0	$\infty$	49.05	1.25	70.57		



# Visualisierung



- geradliniger Aufstieg
- geschlossener Nachlauf



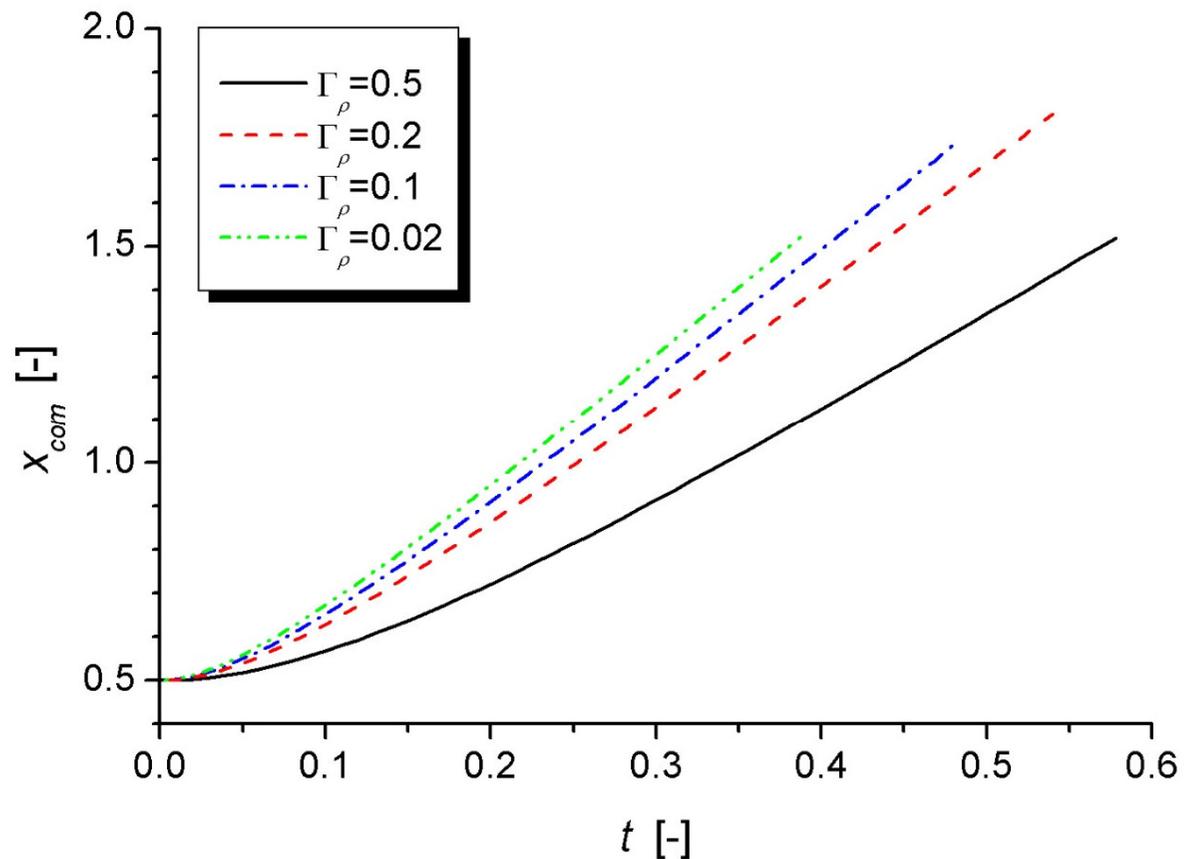
- abgeflacht ellipsoide Form



# Vertikale Position der Blase

## Zwei Bereiche:

- Erster Bereich:  
Beschleunigung der Blase von Ruhe auf Endgeschwindigkeit
- Zweiter Bereich:  
Blase steigt mit konstanter Geschw. auf





# Bereich 1: Beschleunigung der Blase

- Bilanz zwischen Trägheits- und Auftriebsterm

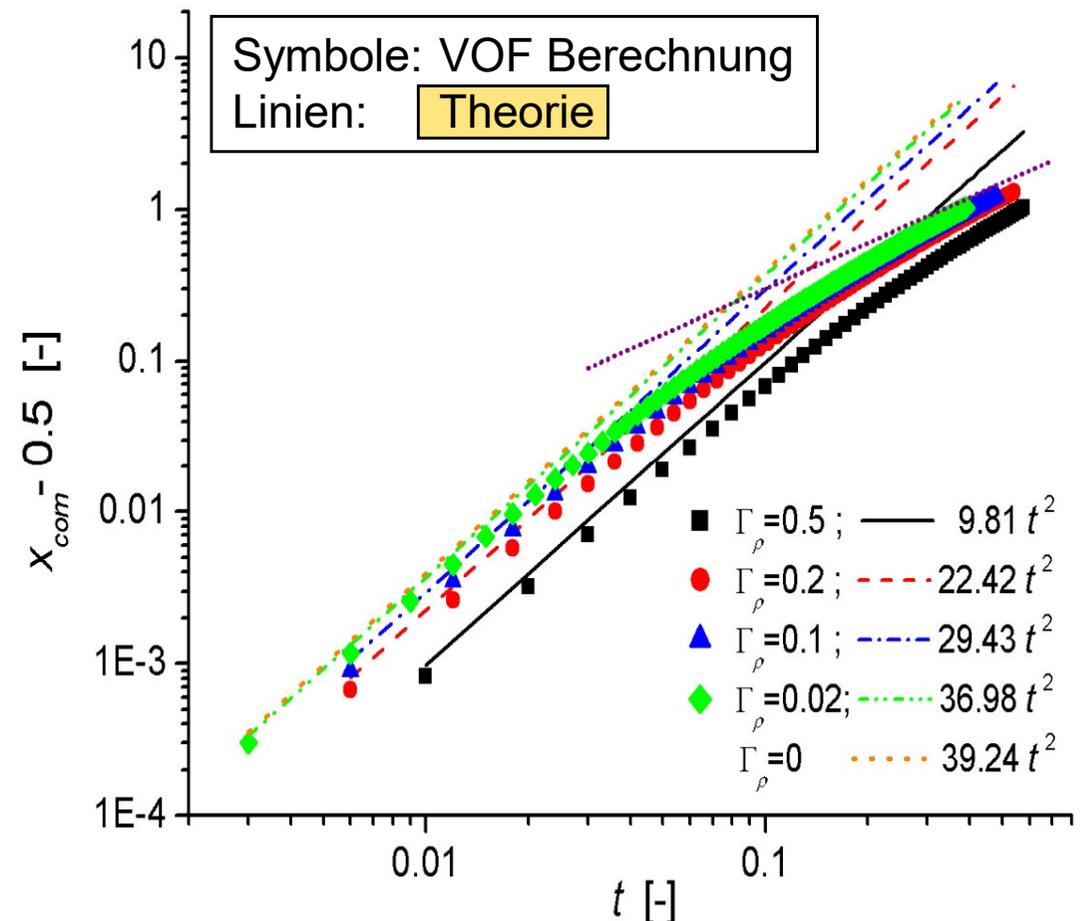
$$\rho_m \frac{D\mathbf{u}_m}{Dt} = -(1-f) \frac{E\ddot{o}_{ref}}{We_{ref}} \frac{\mathbf{g}^*}{g^*}$$

- Approx. für Gasphase ( $f=0$ ):

$$u_{m,x} \approx U_B = dx_{com}/dt$$

$$\rho_m \approx (\rho_g^* + 0.5\rho_l^*) / \rho_l^* \quad \text{Virtuelle Masse !}$$

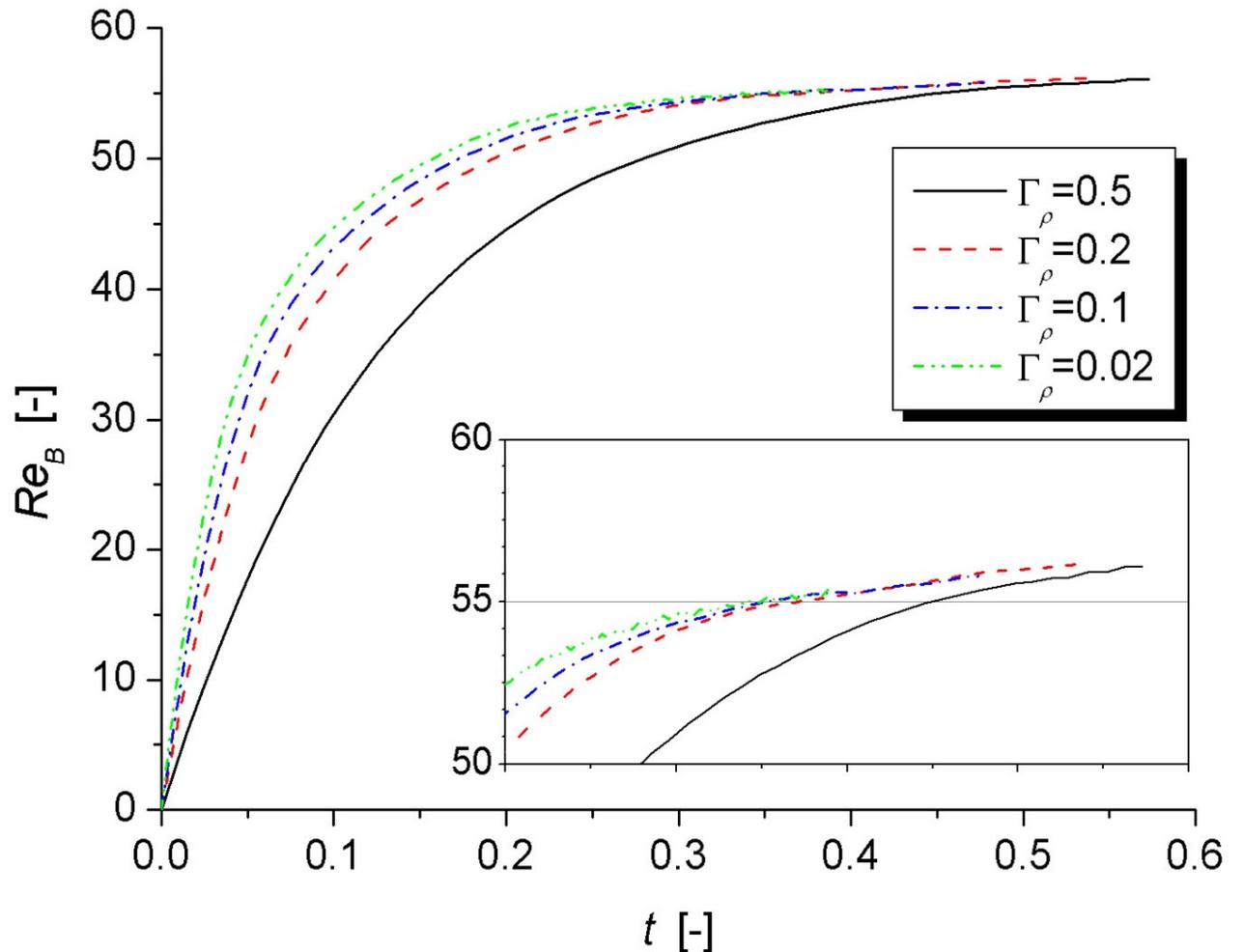
$$\Rightarrow x_{com}(t) - 0.5 = \frac{1 - \Gamma_\rho}{1 + 2\Gamma_\rho} \frac{g^* L_{ref}^*}{U_{ref}^{*2}} t^2$$



# Blasen-Reynolds-Zahl

$$\begin{aligned} Re_B &= \frac{d_V^*}{L_{ref}^*} \frac{U_B^*}{U_{ref}^*} Re_{ref} \\ &= \frac{1}{4} U_B Re_{ref} \\ &= \frac{1}{4} \frac{dx_{com}(t)}{dt} Re_{ref} \end{aligned}$$

Der Endwert der Reynolds-Zahl ist hier  $\approx 56$  und hängt nicht vom Dichteverhältnis ab!



# Vergleich mit halbempirischer Korrelation für die Aufstiegs geschwindigkeit

- In Analogie zur Ausbreitung von Schwere- und Kapillarwellen haben Mendelson (1967) and Marrucci et al. (1970) folgende Beziehung für die Endgeschwindigkeit einer Blase vorgeschlagen

$$U_T^* = \sqrt{\frac{2\sigma^*}{\rho_l^* d_V^*} + \frac{g^* d_V^* (\rho_l^* - \rho_g^*)}{2\rho_l^*}}$$

Korreliert experimentelle Ergebnisse sehr gut

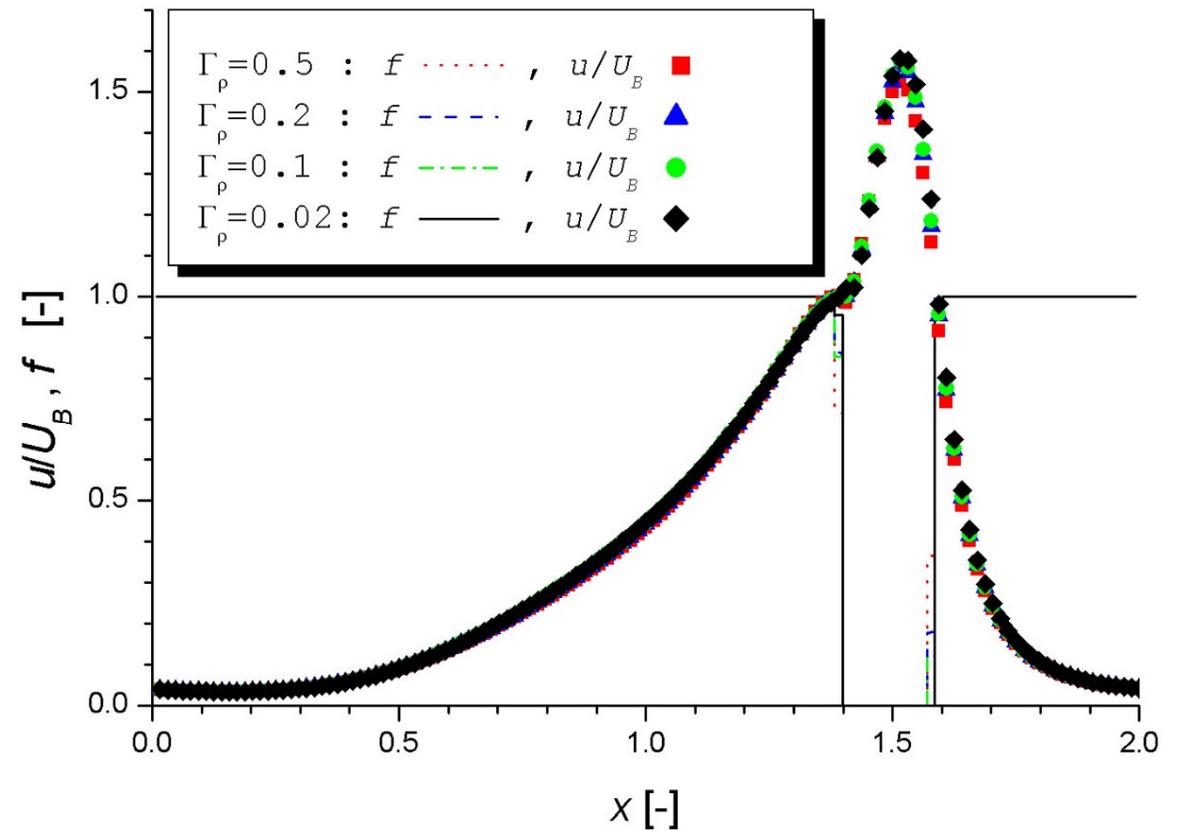
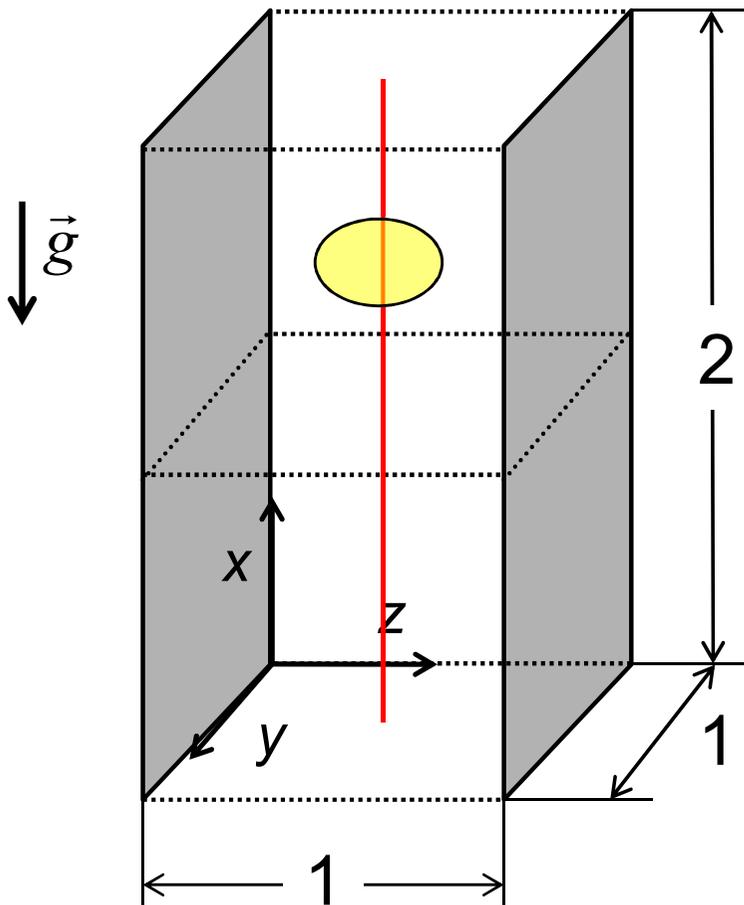
- Tomiyama et al. (1998 ) gaben physik. Interpretation und notierten

$$Re_B = \left(2 + \frac{1}{2} E\ddot{O}_B\right)^{0.5} \left(\frac{E\ddot{O}_B}{M}\right)^{0.25} \Rightarrow C_D \equiv \frac{4 d_V^* g^* \Delta\rho^*}{3 \rho_l^* U_T^{*2}} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{E\ddot{O}_B^3}{M Re_B^4}} = \frac{8}{3} \frac{E\ddot{O}_B}{E\ddot{O}_B + 4}$$

- Hier:  $E\ddot{O}_B = 3.06$ ,  $M = 3.09 \cdot 10^{-6} \Rightarrow Re_B = 59.3$  (VOF:  $Re_B \approx 56$ )



# Lokales Geschwindigkeitsprofil





# Schlussfolgerungen

- 3D VOF Berechnung einer ellipsoiden Blase für verschiedene Dichteverhältnisse bei fester Eötvös- und Morton-Zahl
- Die Beschleunigung der Blase auf die Endgeschwindigkeit hängt vom Dichteverhältnis  $\Gamma_\rho$  ab (Virtuelle Massenkraft)
- Stationäre Blasen-Reynolds-Zahl  $Re_B$ , Geschwindigkeitsprofil und Blasenform hängen bei festem  $M$  und  $Eö_B$  nicht von  $\Gamma_\rho$  ab
- Gute Übereinstimmung von  $Re_B$  mit halbempirischer Korrelation
- ⇒ Ergebnisse für  $\Gamma_\rho = O(0,1)$  sind übertragbar auf  $\Gamma_\rho = O(0,001)$
- Gibt es eine universelle Beziehung  $Re_B = f(M, Eö_B, \cancel{\Gamma_\rho}, \Gamma_\mu)$  ?
- Formulierung von Modellen für Blasen-induzierte Turbulenz in Abhängigkeit von  $M$  und  $Eö_B$



# Ausblick

- Numerische Untersuchung des Einflusses des Dichteverhältnisses für eine kappenförmige Blase
- *Experimentelle Untersuchung des Einflusses von  $\Gamma_\rho$ :*
  - *Verwendung eines g-l und eines l-l Systems mit gleicher Morton-Zahl aber unterschiedlichem Dichteverhältnis*
  - *Die Ähnlichkeit der Eötvös-Zahl kann durch entsprechende Wahl des äquivalenten Durchmessers der Blase bzw. des Tropfen sichergestellt werden*