Analysis of balance equation for liquid turbulence kinetic energy by direct numerical simulations of bubbly flows

Milica Ilić[1], Martin Wörner[1], Dan G. Cacuci[2]

[1] Forschungszentrum Karlsruhe, Institut für Reaktorsicherheit

[2] Universität Karlsruhe, Institut für Kerntechnik und Reaktorsicherheit

GVC Fachausschuss Mehrphasenströmungen, Würzburg, 21.-22.2.2005

Gliederung

- Einführung und Zielsetzung
- Direkte Numerische Simulation
  - Verifizierung für Einzelblasen
  - Ergebnisse für Blasenschwärme
- Analyse der k_L-Gleichung
  - Profile der Bilanzterme („Budget" von k_L)
  - Bewertung von Schließungsansätzen
- Zusammenfassung und Ausblick

Einführung

- Einordnung der Arbeit:
  - Berechnung turbulenter Blasenströmungen mit 2-Fluid-Modell
- Problematik:
  - kein etabliertes und für weite Parameterbereiche gültiges Turbulenzmodell für Blasenströmungen verfügbar
- Gängige Vorgehensweise:
  - Verwendung des k-ε Modells für die flüssige Phase
  - Standard-Satz der Koeffizienten (ermittelt aus Experimenten in <u>einphasiger</u> Strömung)

Zielsetzung

- Analytische Form der Transportgleichung für die kinetische Turbulenzenergie der Flüssigphase (k_L):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_L k_L) + \nabla\cdot\left(\alpha_L k_L \overline{\overline{\mathbf{u}_L}}\right) = \underbrace{\frac{1}{Re_{ref}}\nabla\cdot\left(\alpha_L \overline{\overline{\mathbb{T}_L' \cdot \mathbf{u}_L'}}\right) - \nabla\cdot\left[\alpha_L\left(\overline{\overline{p_L' \mathbf{u}_L'}} + \frac{1}{2}\overline{\overline{(\mathbf{u}_L'\cdot\mathbf{u}_L')\mathbf{u}_L'}}\right)\right]}_{DIFFUSION}$$

$$\underbrace{-\alpha_L \overline{\overline{\mathbf{u}_L'\mathbf{u}_L'}} : \nabla\overline{\overline{\mathbf{u}_L}}}_{PRODUKTION} \underbrace{-\frac{1}{Re_{ref}}\alpha_L \overline{\overline{\mathbb{T}_L' : \nabla\mathbf{u}_L'}}}_{DISSIPATION} + \underbrace{\overline{\left[\frac{1}{Re_{ref}}\mathbb{T}_{L;in}' - p_{L;in}'\mathbb{I}\right]\cdot\mathbf{u}_{L;in}'\cdot\mathbf{n}_{L;in}a_{in}}}_{GRENZFLÄCHENTERM}$$

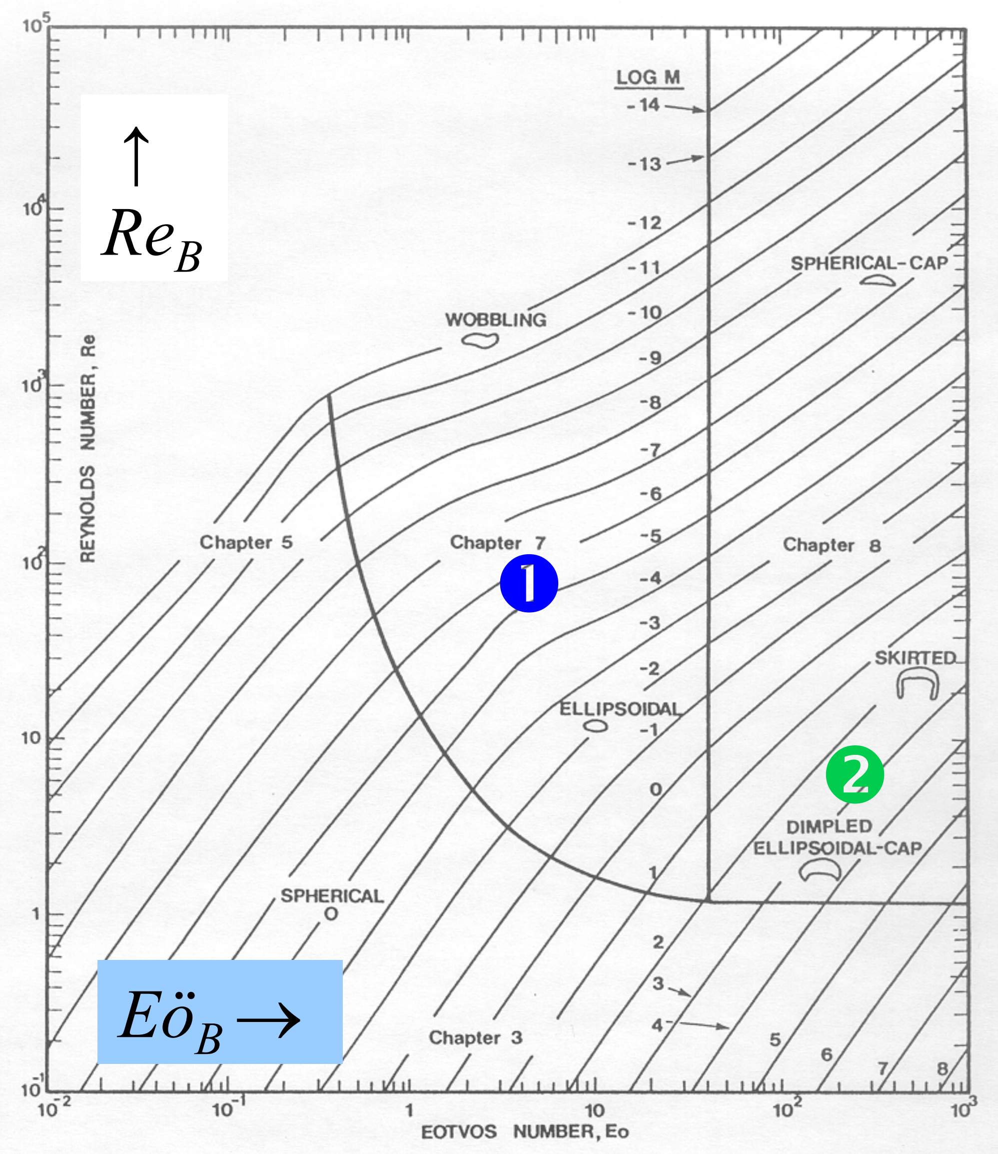
  – Terme auf rechter Seite der Gleichung müssen modelliert werden

  – Experimentelle Daten zu den einzelnen Termen fehlen
  $\Rightarrow$ **<u>Direkte numerische Simulation</u> (DNS) von Blasenschwärmen**

Rechenprogramm TURBIT-VOF

- Verfolgung der Phasengrenzfläche
  - Volume-of-fluid Methode
  - Phasengrenzfläche wird lokal durch eine Ebene approximiert
- Grundgleichungen für zwei inkompressible Fluide
  - Ein-Feld Impulsgleichung mit Oberflächenspannungsterm
  - Divergenz-Freiheit der Schwerpunktgeschwindigkeit
  - Advektions-Gleichung für Volumenfraktion *f* der flüssigen Phase
- Diskretizierung im Raum
  - Finite-Volumen Formulierung für reguläres versetztes Gitter
  - Zweiter Ordnung zentrale Differenzen Approximationen
- Lösungs-Strategie
  - Projektionsmethode führt auf Poisson-Gleichung für den Druck
  - Zeitintegration mit explizitem Runge-Kutta Verfahren 3. Ordnung

Beispiel für Verifikation von TURBIT-VOF



❶ Mittlere Morton-Zahl

ellipsoidförmige Blase

DNS für $\Gamma_\mu = \mu_d / \mu_c = 1$,

$Mo = 3{,}09 \cdot 10^{-6}$, $Eö_B = 3{,}06$

$\Gamma_\rho = \rho_d / \rho_c = 0{,}5;\ 0{,}2;\ 0{,}1;\ 0{,}02$

❷ Hohe Morton-Zahl

„ellipsoidal cap“ Blase

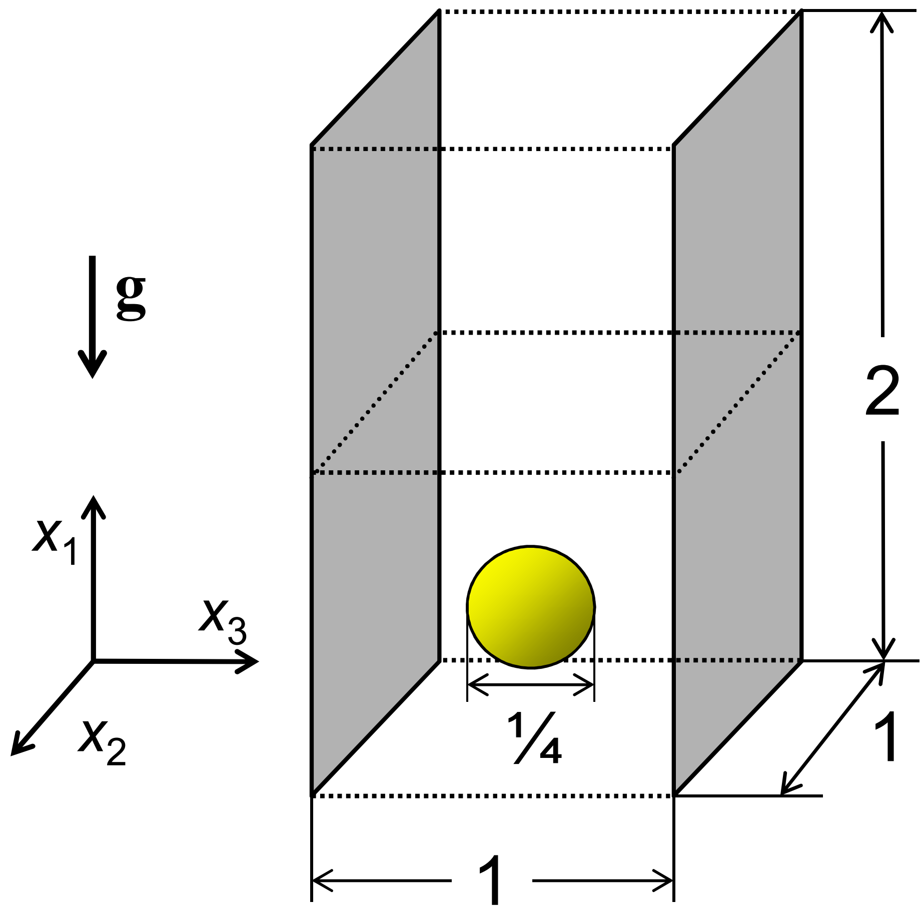
DNS für $\Gamma_\mu = \mu_d / \mu_c = 1$,

$Mo = 266$, $Eö_B = 243$

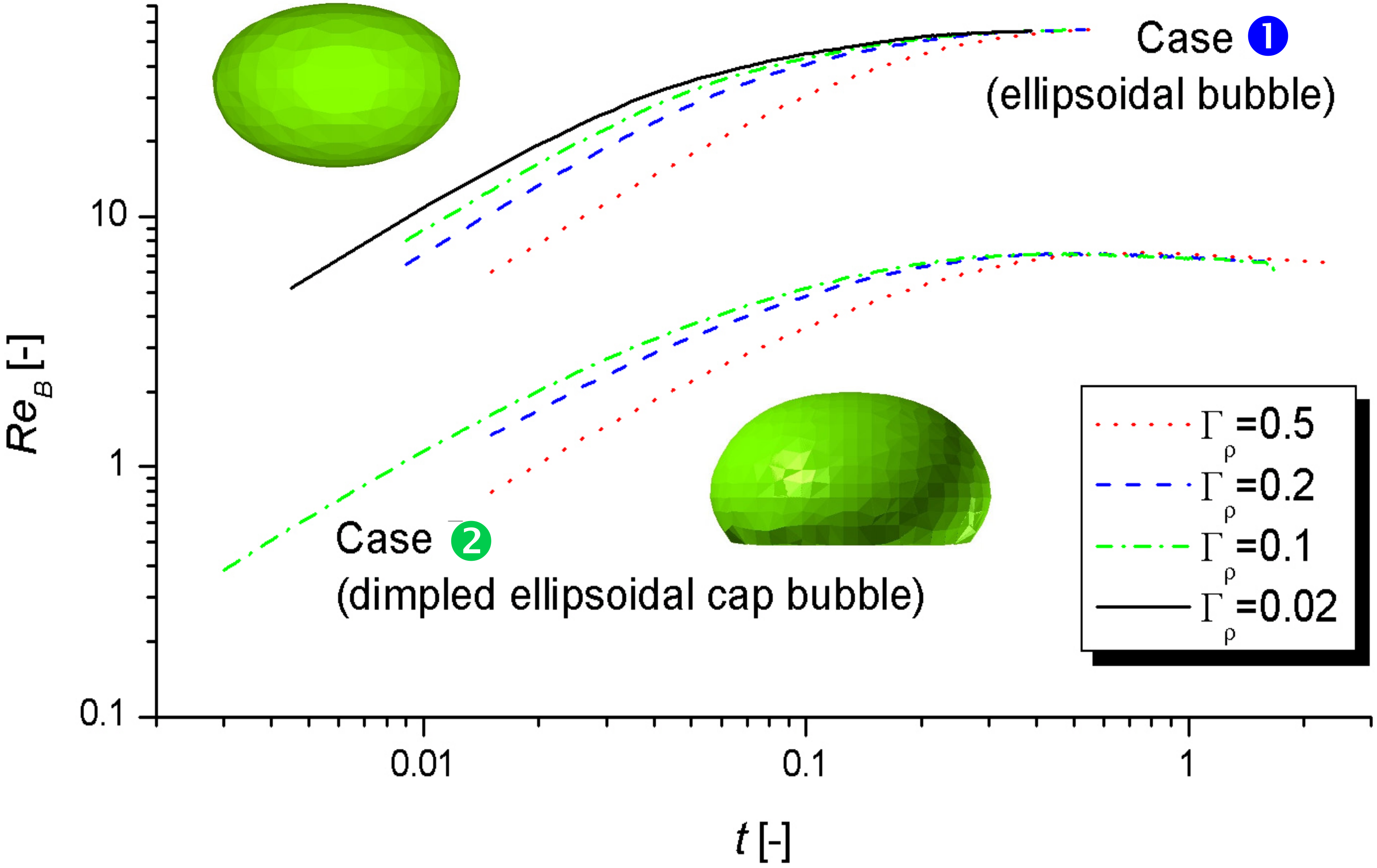
$\Gamma_\rho = \rho_d / \rho_c = 0{,}5;\ 0{,}2;\ 0{,}1$

Gitterparameter und Randbedingungen

- Gebiet: 2 x 1 x 1
- Gitter: 128 x 64 x 64
- Blasendurchmesser: 0,25
  (= 16 Gitterzellen)
- Gasgehalt: ≈ 0,4%
- Randbedingungen
  – Wände bei $x_3 = 0$ und $x_3 = 1$
  – periodisch in x_1 und x_2
- Flüssigkeit & Gas in Ruhe



Zeitverlauf der Blasen-Reynolds-Zahl



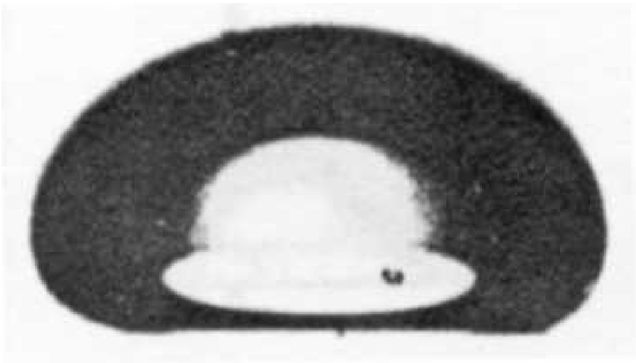
Vergleich der Blasenform (Fall ❷)

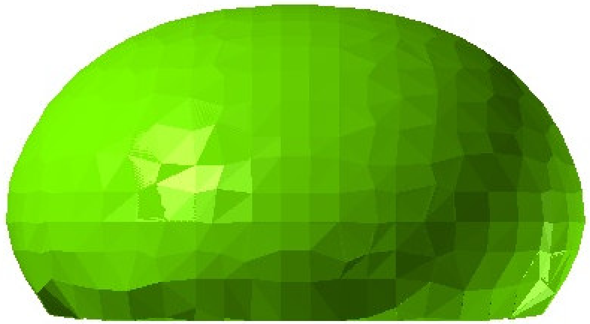
Experiment Bhaga & Weber

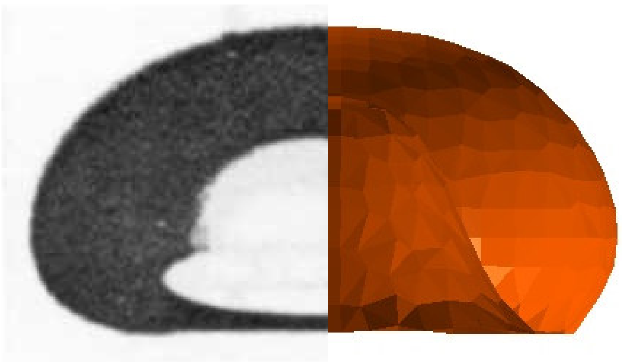
$(\Gamma_\rho \approx 0{,}0008;\ \Gamma_\mu \approx 10^{-5})$

TURBIT-VOF

$(\Gamma_\rho = 0{,}5;\ \Gamma_\mu = 1)$

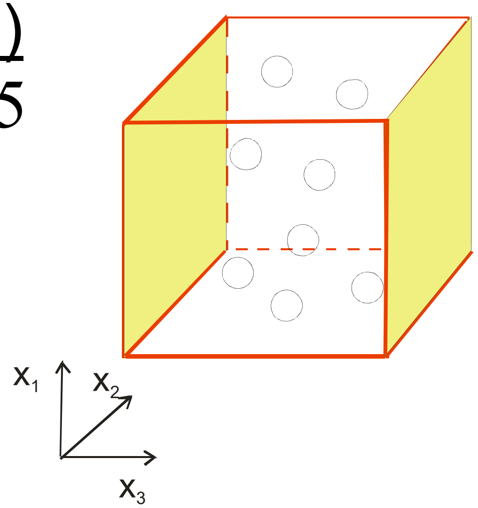


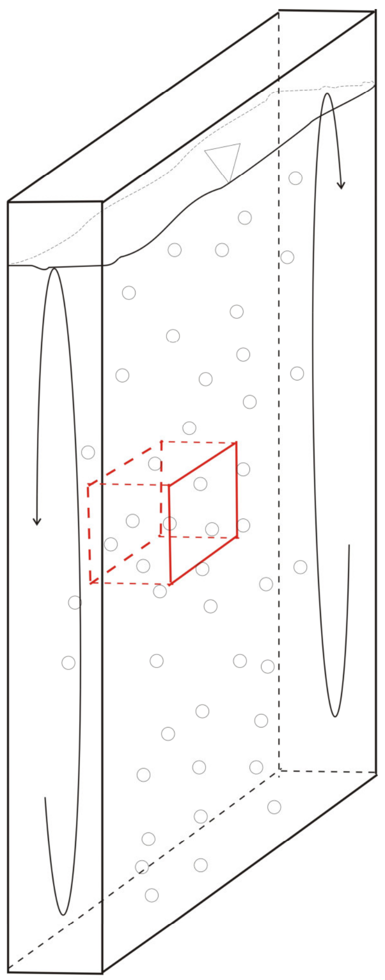




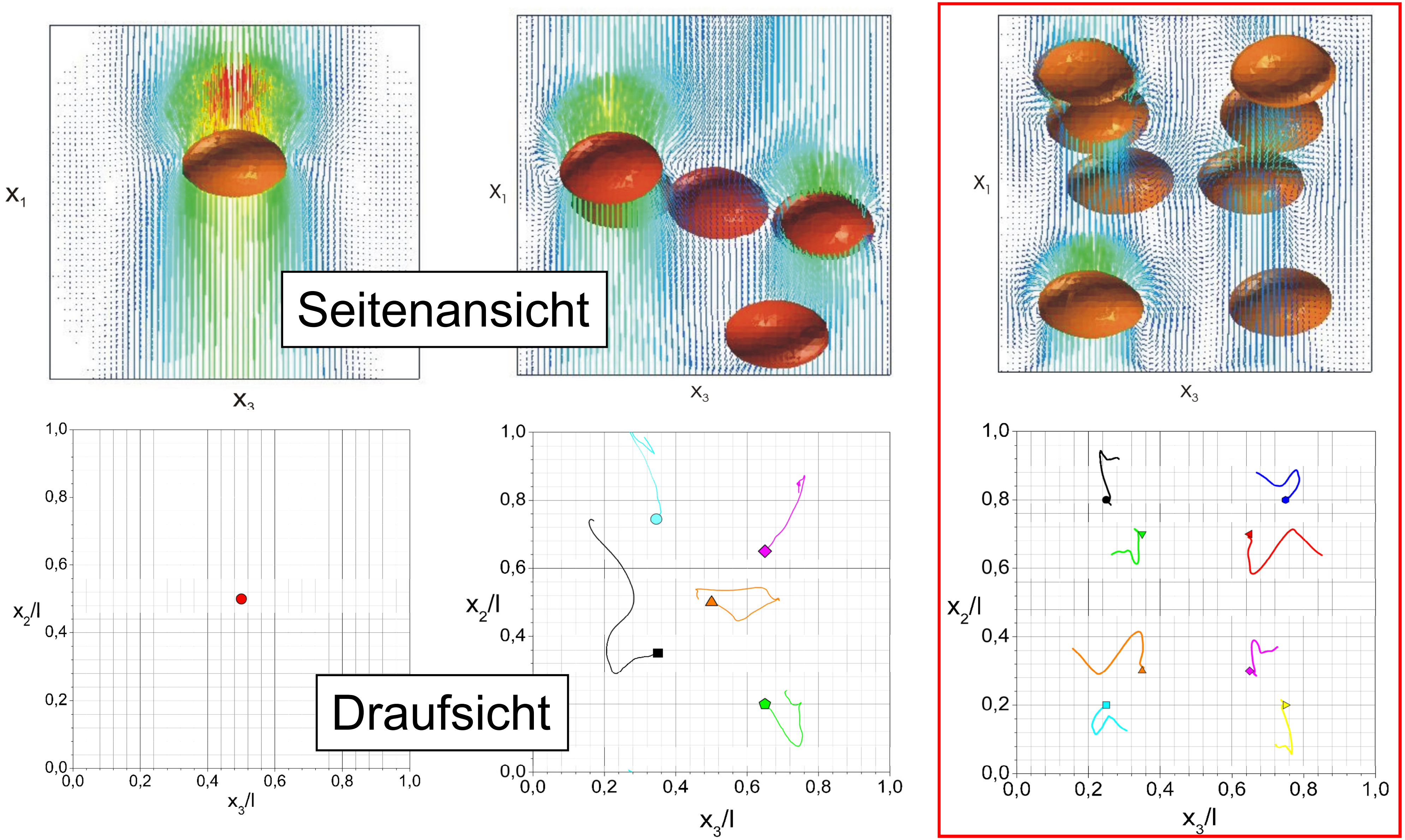
Simulation eines Blasenschwarms

- Simulation imitiert einen Ausschnitt aus einer flachen Blasensäule
  - zwei seitliche Wände
  - periodische Randbedingungen in vertikaler und seitlicher Richtung
- Untersuchung des Einflusses von
  - <u>Gasgehalt (1, 5 und 8 Blasen)</u>
    Parameter Fall ❶ mit $\Gamma_\rho = 0{,}5$
  - Viskosität der Flüssigkeit (Variation der Morton-Zahl)
- Kubisches Rechengebiet mit $64 \times 64 \times 64$ Maschen

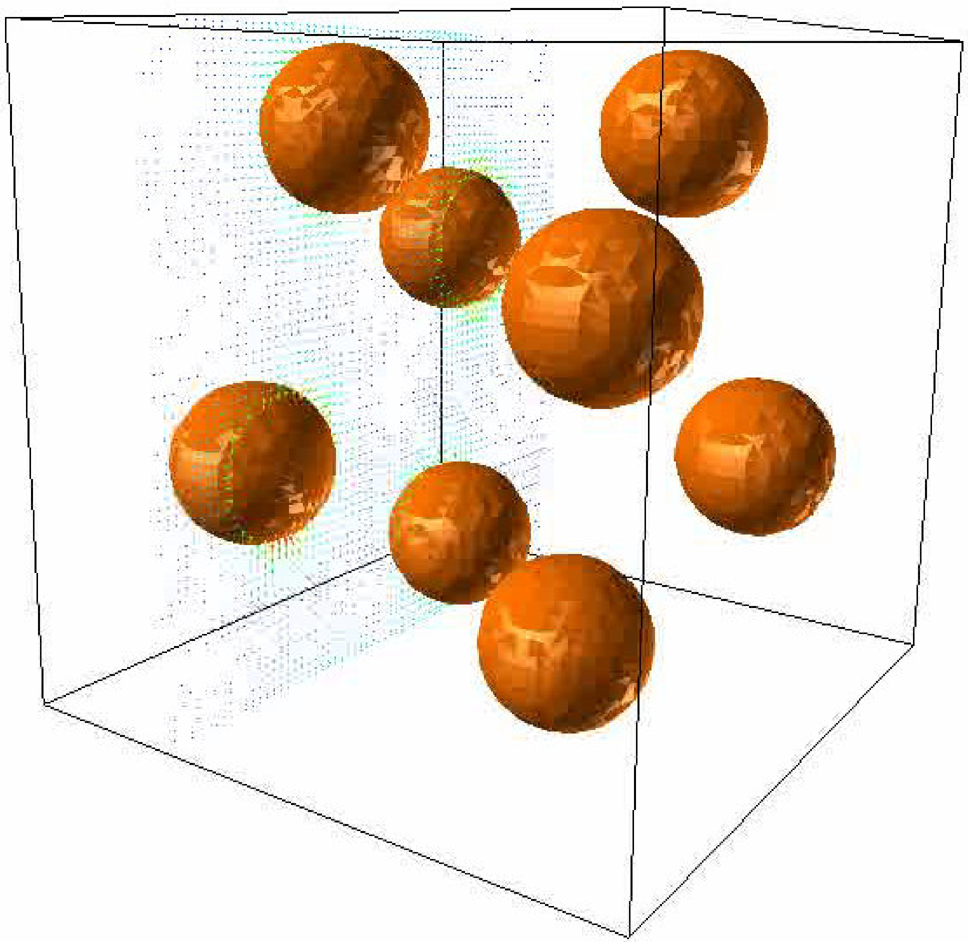


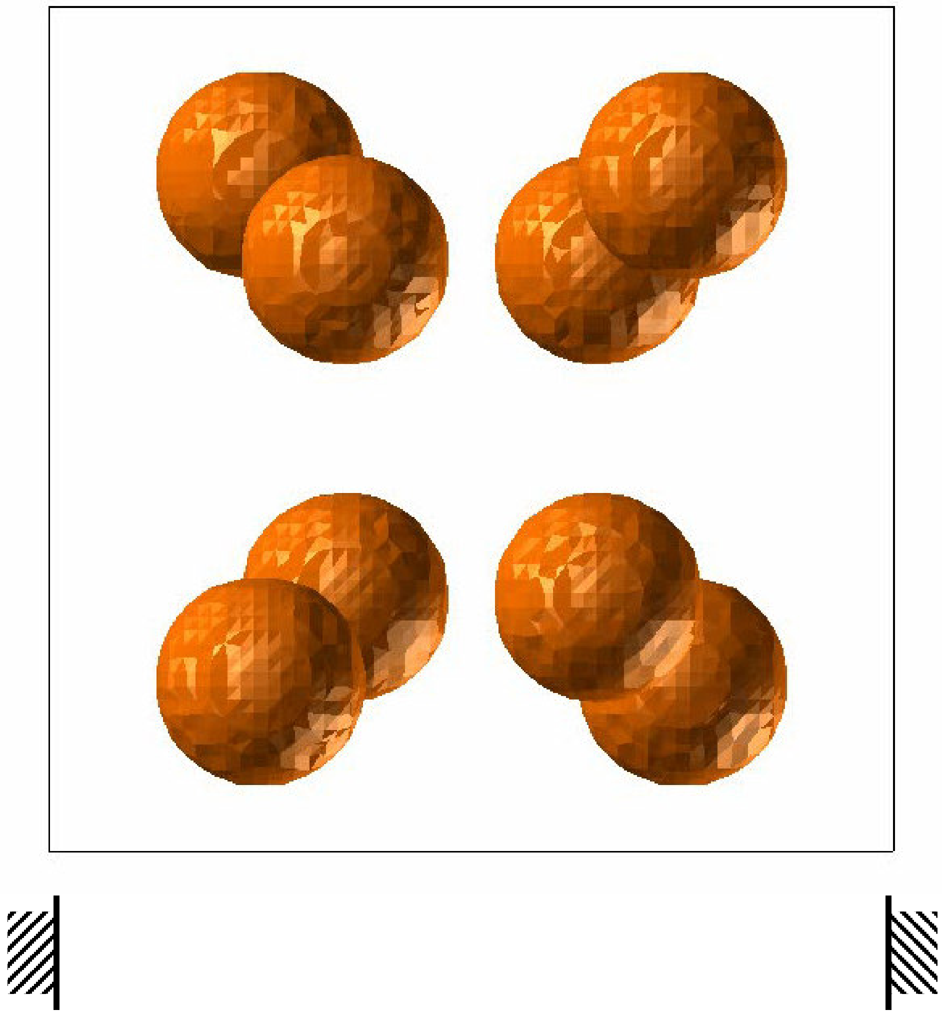


Blasenform und -bahnen (Fall ❶)



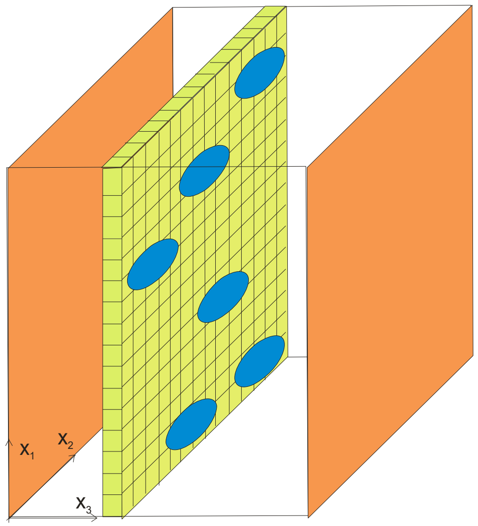
Animation der Simulationsergebnisse

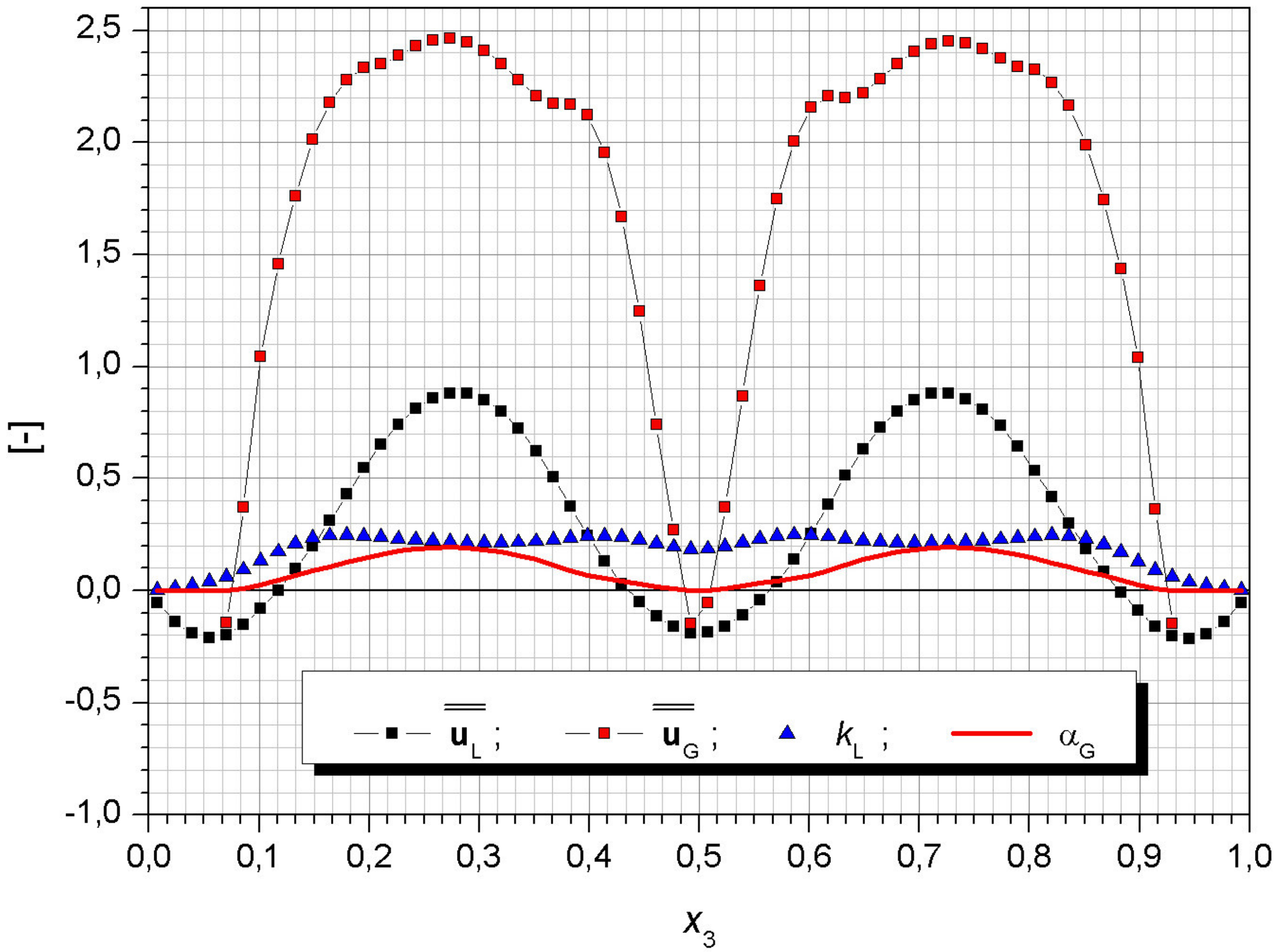




Mittelung der Simulationsergebnisse

Mittelung über wandparallele Ebenen





Terme in der k_L-Gleichung

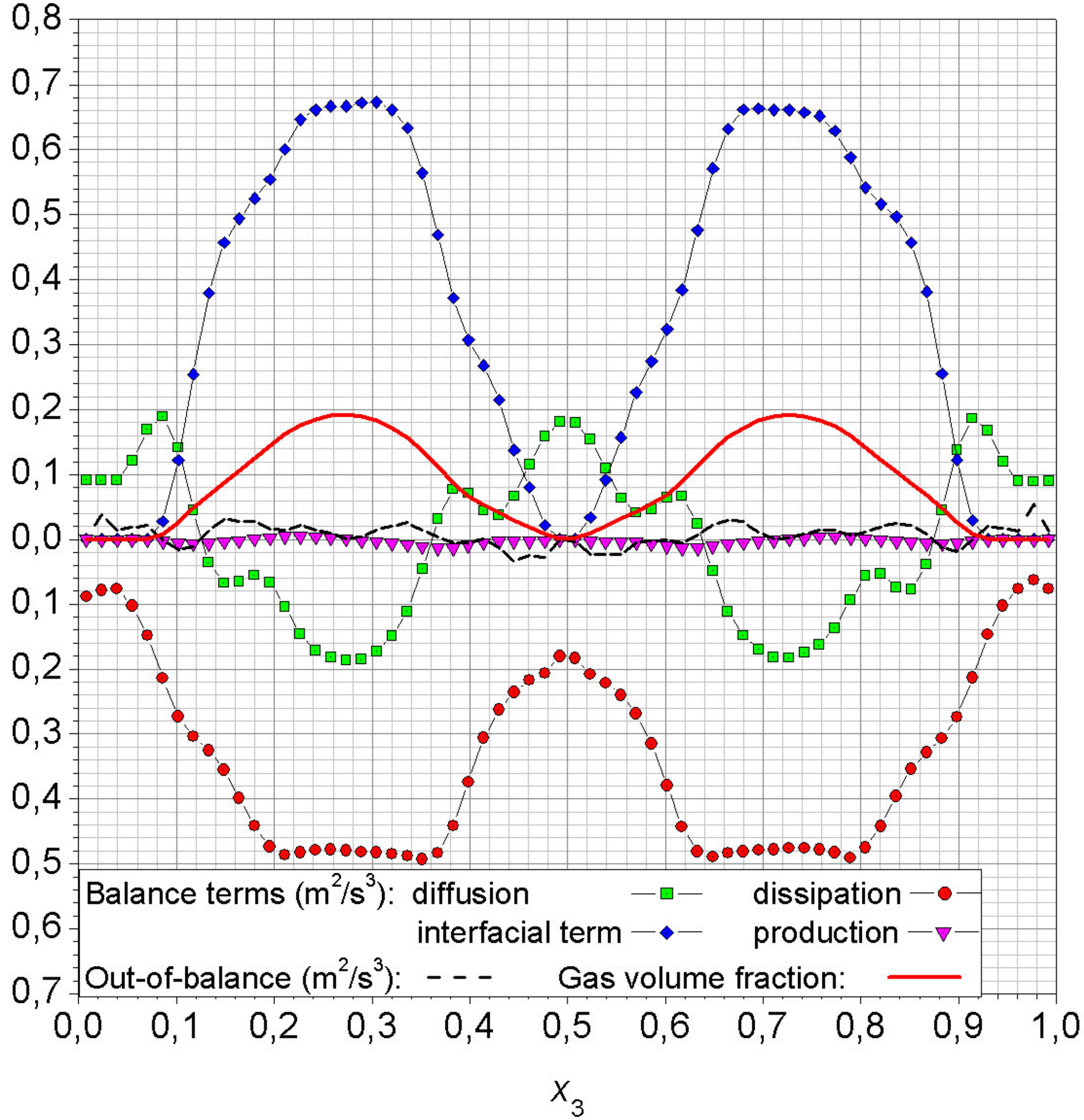
$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_\mathrm{L} k_\mathrm{L}\right) + \nabla\cdot\left(\alpha_\mathrm{L} k_\mathrm{L} \overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{L}}}\right) =}$$

$$\underbrace{\frac{1}{Re_\mathrm{ref}}\nabla\cdot\left(\alpha_\mathrm{L} \overline{\overline{\mathbb{T}_\mathrm{L}'\cdot\mathbf{u}_\mathrm{L}'}}\right) - \nabla\cdot\left[\alpha_\mathrm{L}\left(\overline{\overline{p_\mathrm{L}'\mathbf{u}_\mathrm{L}'}} + \frac{1}{2}\overline{\overline{(\mathbf{u}_\mathrm{L}'\cdot\mathbf{u}_\mathrm{L}')\mathbf{u}_\mathrm{L}'}}\right)\right]}_{DIFFUSION}$$

$$\underbrace{-\alpha_\mathrm{L}\overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{L}'\mathbf{u}_\mathrm{L}'}} : \nabla\overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{L}}}}_{PRODUKTION}$$

$$\underbrace{-\frac{1}{Re_\mathrm{ref}}\alpha_\mathrm{L}\overline{\overline{\mathbb{T}_\mathrm{L}' : \nabla\mathbf{u}_\mathrm{L}'}}}_{DISSIPATION}$$

$$\underbrace{+\overline{\left[\frac{1}{Re_\mathrm{ref}}\mathbb{T}_{\mathrm{L;in}}' - p_{\mathrm{L;in}}'\mathbb{I}\right]\cdot\mathbf{u}_{\mathrm{L;in}}'\cdot\mathbf{n}_{\mathrm{L;in}}a_\mathrm{in}}}_{GRENZFLÄCHENTERM}$$



Modelle für Produktionsterm

- Exakter Term:

$$\mathrm{Prod}(k_L) = -\alpha_L \overline{\overline{\mathbf{u}'_L \mathbf{u}'_L}} : \nabla \overline{\overline{\mathbf{u}}}_L$$

- Üblicher Ansatz:

$$\mathrm{Prod}(k_L) \approx \alpha_L \nu_L^{\mathrm{eff}} \left[\nabla \overline{\overline{\mathbf{u}}}_L + \nabla \overline{\overline{\mathbf{u}}}_L^T \right] : \nabla \overline{\overline{\mathbf{u}}}_L$$

- Eingleichungs-Modell:

$$\nu_L^{\mathrm{eff}} = \beta_1 l_{\mathrm{TP}} \sqrt{k_L} \quad \text{mit} \quad \beta_1 = 0{,}56 \quad \text{und} \quad l_{\mathrm{TP}} = \alpha_G d_B / 3$$

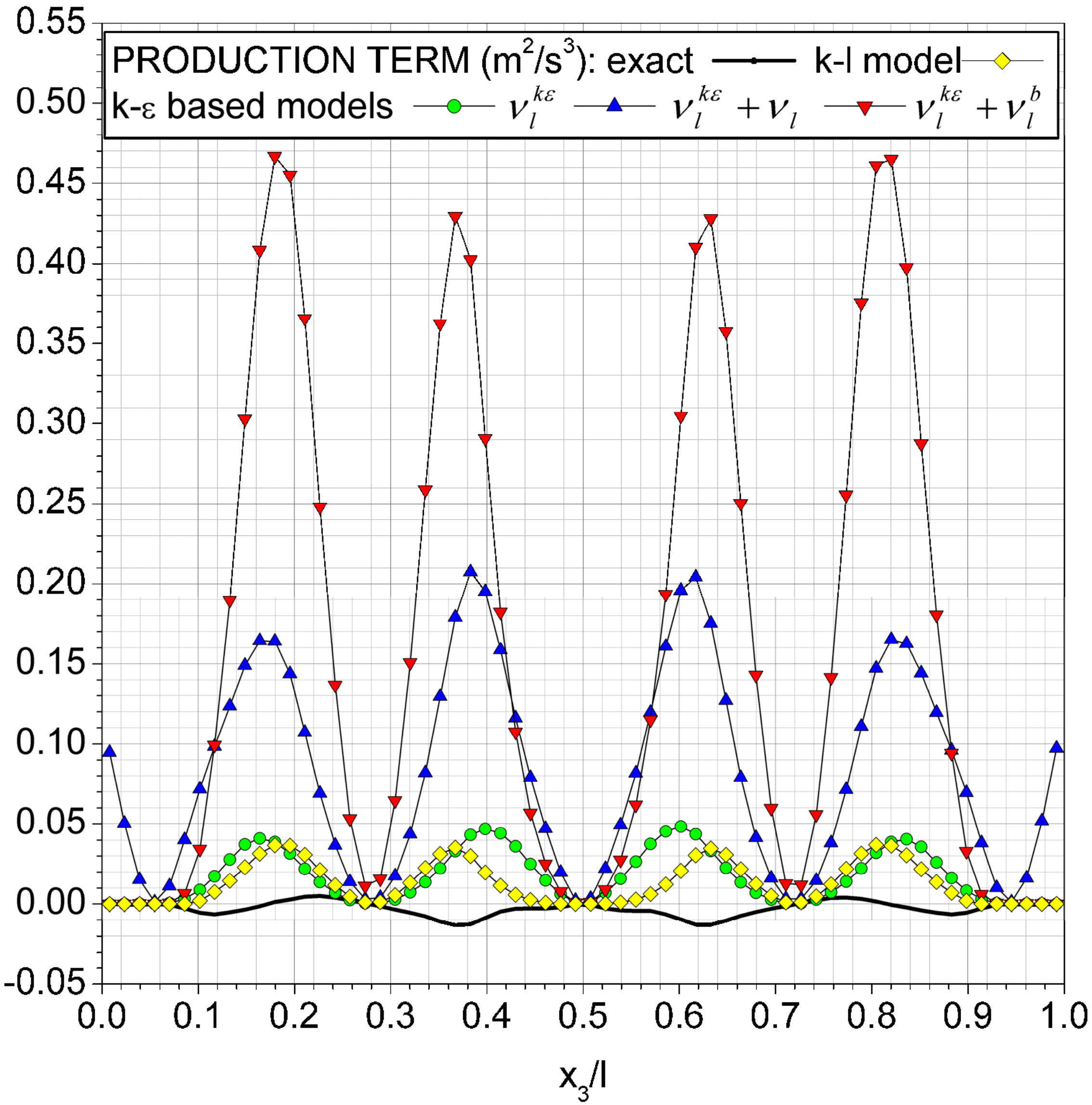
- Zweigleichungs-Modelle:

$$\nu_L^{\mathrm{eff}} = \nu_L^{k-\varepsilon} = C_\mu k_L^2 / \varepsilon_L$$

$$\nu_L^{\mathrm{eff}} = \nu_L^{k-\varepsilon} + \nu_L$$

$$\nu_L^{\mathrm{eff}} = \nu_L^{k-\varepsilon} + 0{,}6 \alpha_G d_B \left| \overline{\overline{\mathbf{u}}}_r \right| = \nu_L^{k-\varepsilon} + \nu_L^{\mathrm{B}}$$

Modellbewertung für Produktionsterm



Modelle für Diffusionsterm

- Exakter Term:

$$\mathrm{Diff}(k_\mathrm{L}) = \nu_\mathrm{L} \nabla \cdot \left(\alpha_\mathrm{L} \overline{\overline{\mathbb{T}'_\mathrm{L} \cdot \mathbf{u}'_\mathrm{L}}} \right) - \nabla \cdot \left[\alpha_\mathrm{L} \left(\overline{\overline{p'_\mathrm{L} \mathbf{u}'_\mathrm{L}}} + \frac{1}{2} \overline{\overline{(\mathbf{u}'_\mathrm{L} \cdot \mathbf{u}'_\mathrm{L}) \mathbf{u}'_\mathrm{L}}} \right) \right]$$

- Üblicher Ansatz: $\mathrm{Diff}(k_\mathrm{L}) \approx \nabla \cdot \left(\alpha_\mathrm{L} \nu_\mathrm{L}^\mathrm{Diff} \nabla k_\mathrm{L} \right)$

- Eingleichungs-Modell:

$$\nu_\mathrm{L}^\mathrm{Diff} = 0{,}5 \nu_\mathrm{L} + \beta_2 l_\mathrm{TP} \sqrt{k_\mathrm{L}} \quad \text{mit} \quad \beta_2 = 0{,}38 \quad \text{und} \quad l_\mathrm{TP} = \alpha_\mathrm{G} d_\mathrm{B} / 3$$

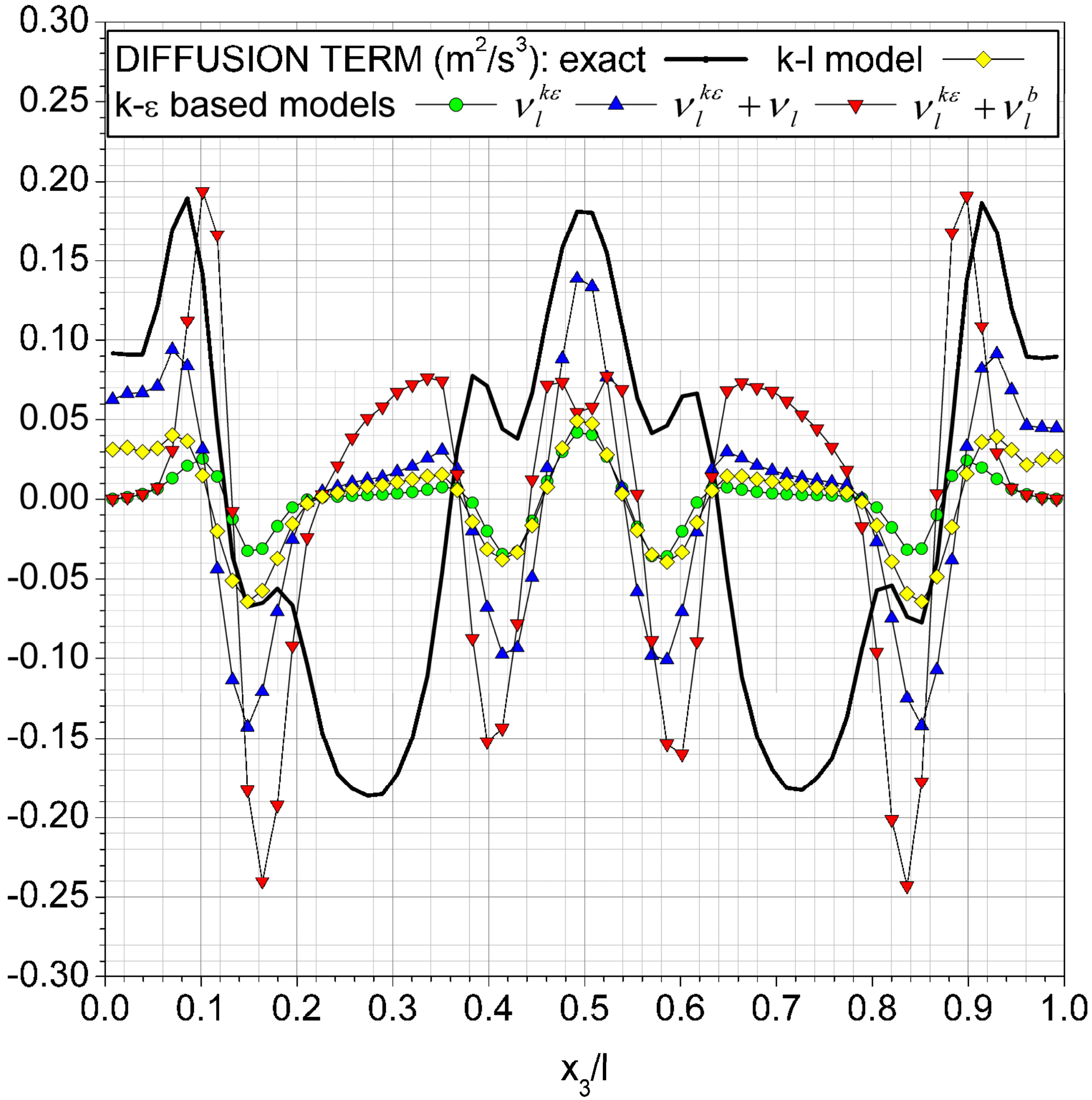
- Zweigleichungs-Modelle:

$$\nu_\mathrm{L}^\mathrm{Diff} = \nu_\mathrm{L}^{k-\varepsilon} = C_\mu k_\mathrm{L}^2 / \varepsilon_\mathrm{L}$$

$$\nu_\mathrm{L}^\mathrm{Diff} = \nu_\mathrm{L}^{k-\varepsilon} + \nu_\mathrm{L}$$

$$\nu_\mathrm{L}^\mathrm{Diff} = \nu_\mathrm{L}^{k-\varepsilon} + 0{,}6 \alpha_\mathrm{G} d_\mathrm{B} \left| \overline{\overline{\mathbf{u}}}_r \right| = \nu_\mathrm{L}^{k-\varepsilon} + \nu_\mathrm{L}^\mathrm{B}$$

Modellbewertung für Diffusionsterm

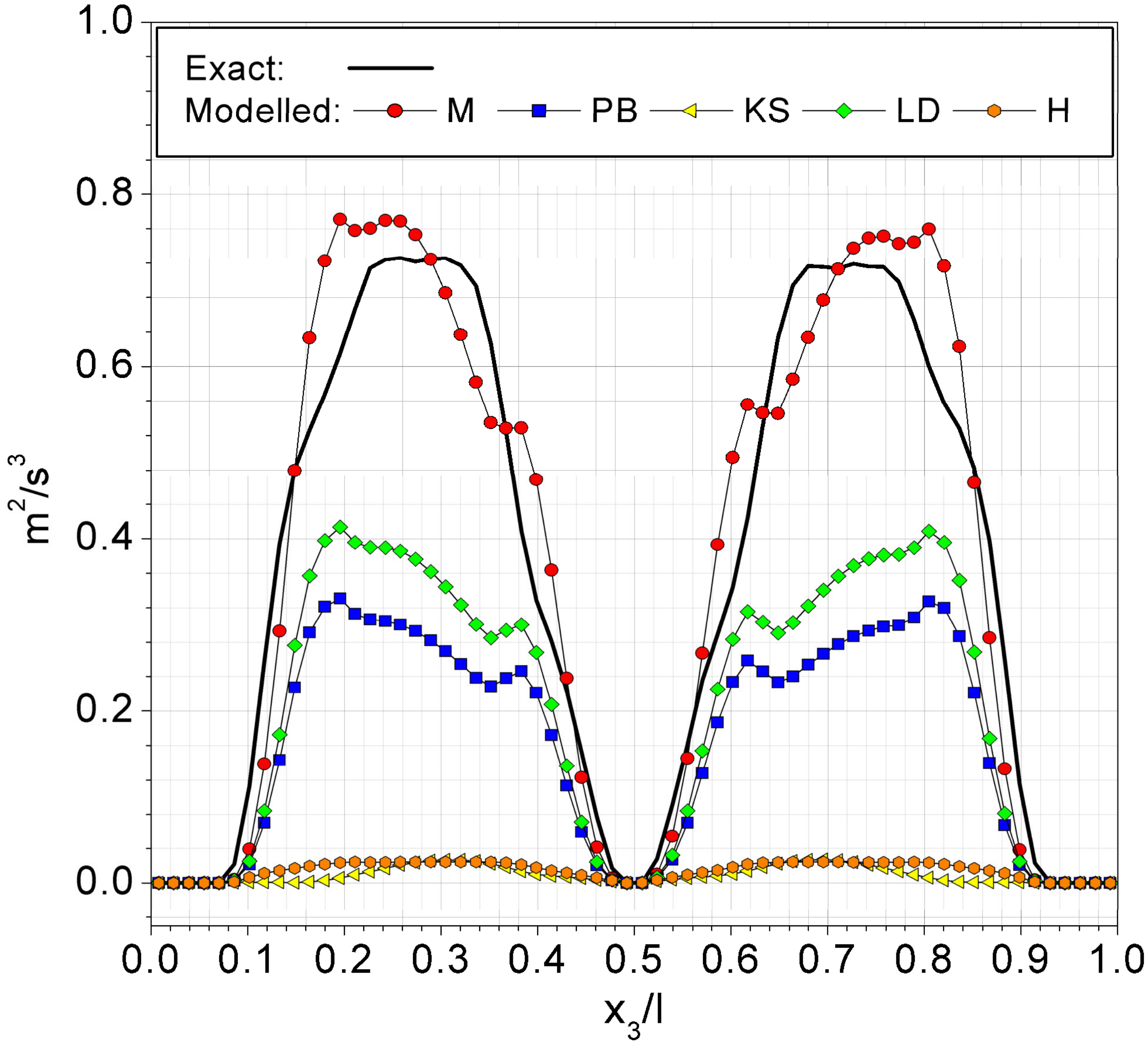


Modelle für Grenzflächenterm

Exakter Term: $$\mathrm{GFT}(k_\mathrm{L}) = \overline{\left[\frac{1}{Re_\mathrm{ref}}\mathbb{T}'_{\mathrm{L;in}} - p'_{\mathrm{L;in}}\mathbb{I}\right]\cdot \mathbf{u}'_{\mathrm{L;in}}\cdot \mathbf{n}_{\mathrm{L;in}} a_\mathrm{in}}$$

Reference	Work of drag force, W_D^*	Other contributions, W_ND^*
Kataoka & Serizawa (1997) Model 1, KS	$0.075 f_\mathrm{w}\left[\frac{3}{4}\alpha_\mathrm{G}\frac{C_\mathrm{D}}{d_\mathrm{B}^*}U_\mathrm{T}^{*3}\right]$	$-\alpha_\mathrm{G}\frac{k_\mathrm{L}^{*3/2}}{d_\mathrm{B}^*}$
Hill *et al.* (1995) Model 2, H	$\frac{3}{4}\frac{\alpha_\mathrm{G}C_\mathrm{D}}{d_\mathrm{B}^*}\left\lvert\overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{R}^*}}\right\rvert\left\{\frac{\mu_\mathrm{L}^*\overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{R}^*}}\cdot\nabla^*\alpha_\mathrm{G}}{0.3\rho_\mathrm{L}^*\alpha_\mathrm{L}\alpha_\mathrm{G}}+2k_\mathrm{L}^*(C_\mathrm{t}-1)\right\}$	None
Lahey & Drew (2000) Model 3, LD	$\frac{1}{4}\alpha_\mathrm{L}\left(1+C_\mathrm{D}^{4/3}\right)\alpha_\mathrm{G}\frac{\left\lvert\overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{R}^*}}\right\rvert^3}{d_\mathrm{B}^*}$	None
Morel (1997) Model 4, M	$\frac{3}{4}\alpha_\mathrm{G}\frac{C_\mathrm{D}}{d_\mathrm{B}^*}\left\lvert\overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{R}^*}}\right\rvert^3$	$\frac{1+2\alpha_\mathrm{G}}{2\alpha_\mathrm{L}}\alpha_\mathrm{G}\left\{\frac{\mathrm{D}_\mathrm{G}\overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{G}^*}}}{\mathrm{D}t^*}-\frac{\mathrm{D}_\mathrm{L}\overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{L}^*}}}{\mathrm{D}t^*}\right\}\cdot\overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{R}^*}}$
Pfleger & Becker (2001) Model 5, PB	$1.44\alpha_\mathrm{L}\left[\frac{3}{4}\alpha_\mathrm{G}\frac{C_\mathrm{D}}{d_\mathrm{B}^*}\left\lvert\overline{\overline{\mathbf{u}_\mathrm{R}^*}}\right\rvert^3\right]$	None

Modellbewertung für Grenzflächenterm



Zusammenfassung und Ausblick

- Erstmals detaillierte Analyse der Transportgleichung für die kinetische Turbulenzenergie der Flüssigkeit bei Blasenströmung
  - Produktion durch Scherkräfte ist vernachlässigbar
  - Grosse Bedeutung von Grenzflächen- und Diffusionsterm
- Bewertung von Modellansätzen
  - Produktionsterm, Diffusionsterm
  - Grenzflächenterm
- Ausblick
  - Entwicklung verbesserter Modelle
  - Implementierung der verbesserten Modelle in CFX und Nachrechnung von Experimenten für Blasensäulen

Dimensionslose Grundgleichungen

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}^*}{L_{ref}^*},\quad \mathbf{u}_k = \frac{\mathbf{u}_k^*}{U_{ref}^*},\quad t = \frac{t^* U_{ref}^*}{L_{ref}^*},\quad \rho_k = \frac{\rho_k^*}{\rho_c^*},\quad \mu_k = \frac{\mu_k^*}{\mu_c^*},\quad P_k = \frac{p_k^* + p_0^* - \rho_c^* \mathbf{g}^* \cdot \mathbf{x}^*}{\rho_c^* U_{ref}^{*\,2}} \quad (k \in c, d)$$

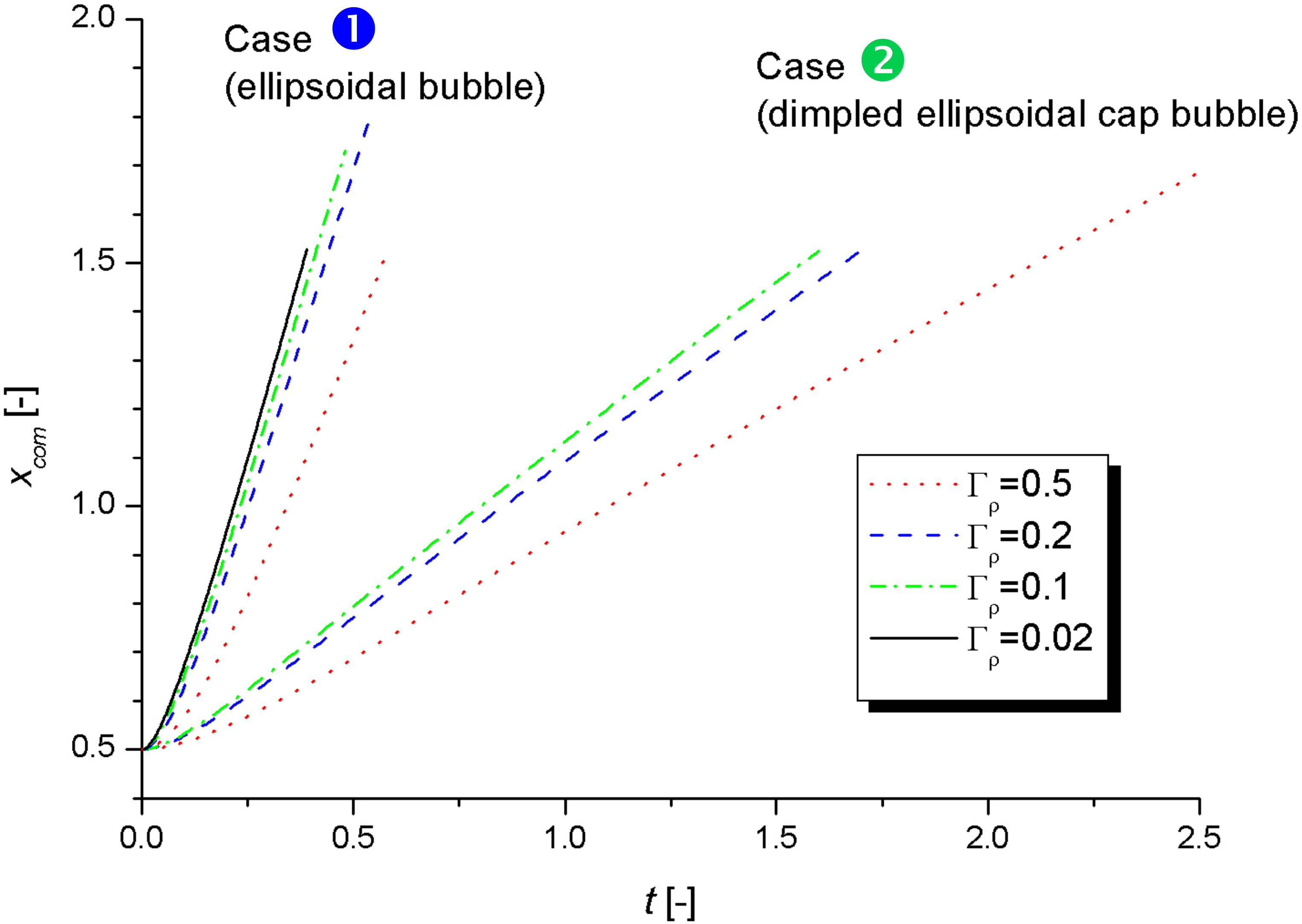
$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\rho_m \mathbf{u}_m + \nabla \cdot \rho_m \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m = -\nabla P + \frac{1}{Re_{ref}} \nabla \cdot \left[\mu_\mathrm{m}\left(\nabla \mathbf{u}_m + \nabla \mathbf{u}_m^{\mathrm{T}}\right)\right] - (1-f)\frac{E\ddot{o}_{ref}}{We_{ref}}\frac{\mathbf{g}^*}{g^*} + \frac{a_{int}\kappa \mathbf{n}_i}{We_{ref}}}$$

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{u}_m = 0} \qquad \boxed{\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot f \mathbf{u}_m = 0} \qquad \left(f \equiv \alpha_c,\ 0 \le f \le 1\right) \qquad \mathbf{u}_m \equiv \frac{1}{U_{ref}^*}\frac{f \rho_c^* \mathbf{u}_c^* + (1-f)\rho_d^* \mathbf{u}_d^*}{f \rho_c^* + (1-f)\rho_d^*}$$

$$\rho_m \equiv \frac{f \rho_c^* + (1-f)\rho_d^*}{\rho_c^*} = f + (1-f)\Gamma_\rho,\quad \mu_m \equiv \frac{f \mu_c^* + (1-f)\mu_d^*}{\mu_c^*} = f + (1-f)\Gamma_\mu$$

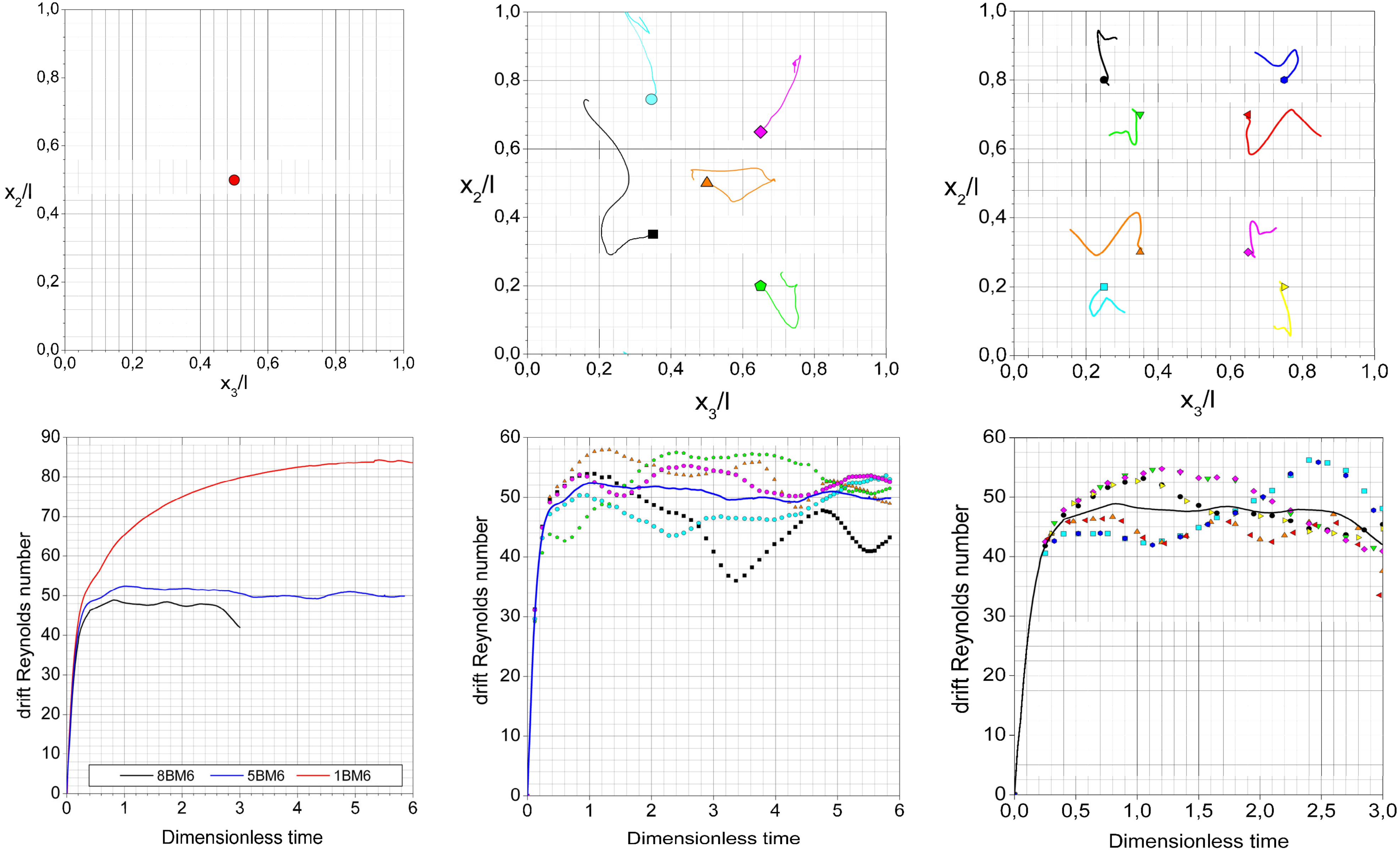
$$Re_{ref} \equiv \frac{\rho_c^* L_{ref}^* U_{ref}^*}{\mu_c^*},\quad E\ddot{o}_{ref} \equiv \frac{\left(\rho_c^* - \rho_d^*\right) g^* L_{ref}^{*\,2}}{\sigma^*},\quad We_{ref} \equiv \frac{\rho_c^* L_{ref}^* U_{ref}^{*\,2}}{\sigma^*} = \sqrt{\frac{M Re_{ref}^4}{E\ddot{o}_{ref}}}$$

Time history of vertical bubble position

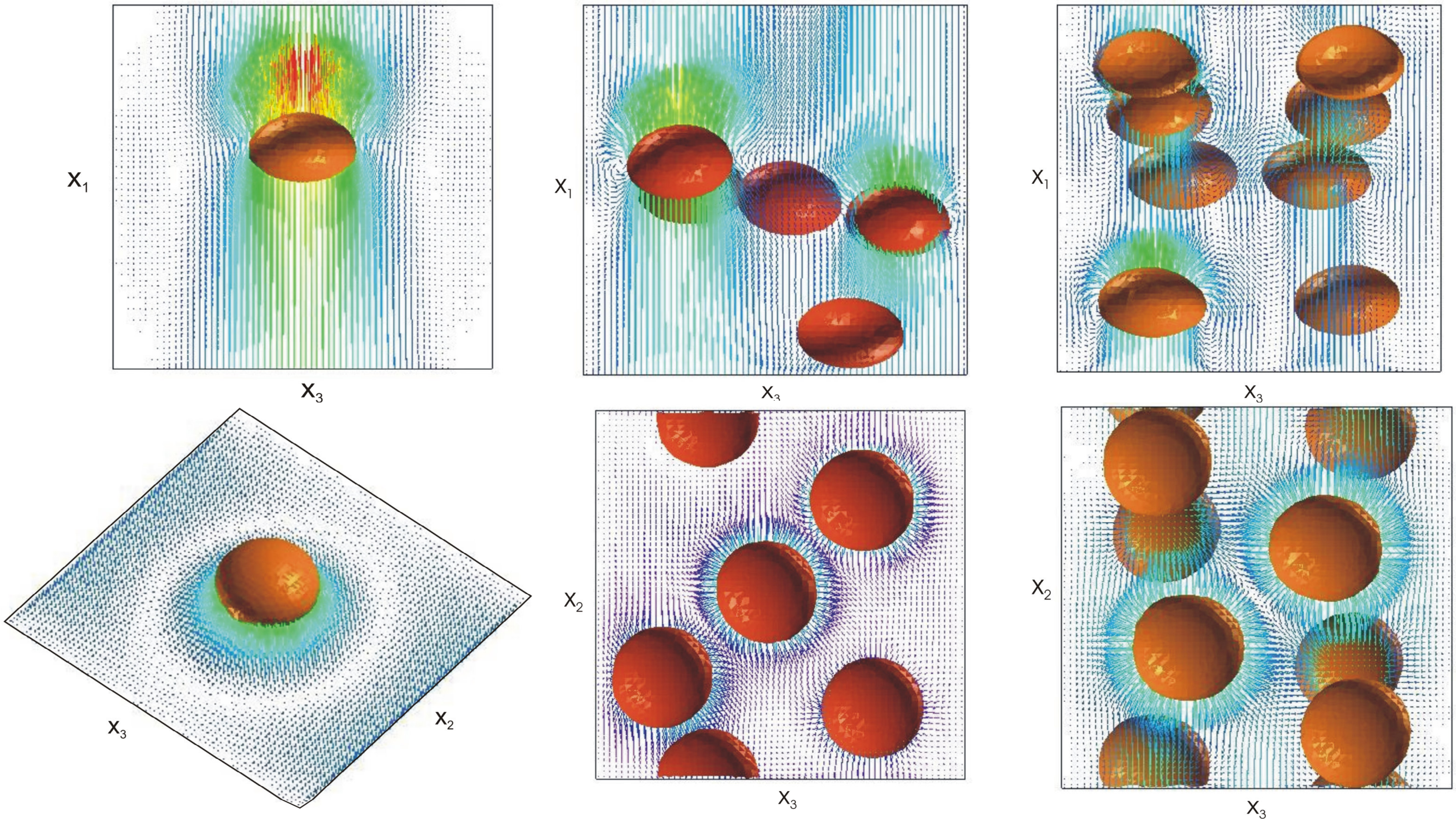


Bubble-array flows with different number of bubbles

- lateral bubble movements and bubble rise velocities -



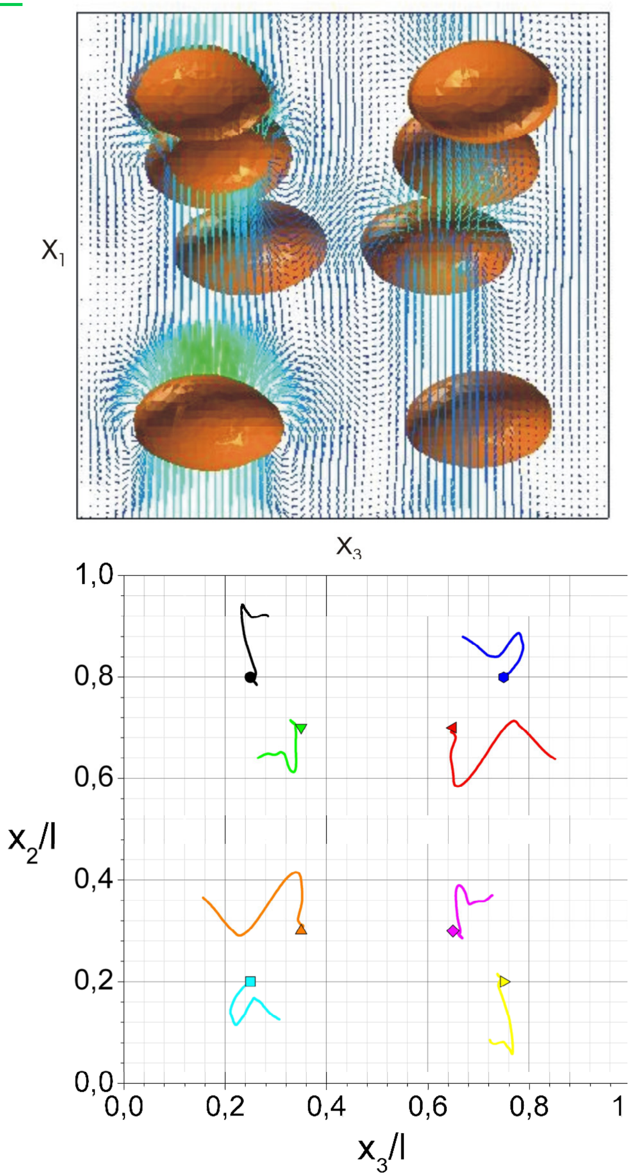
Bubble-array flows with different number of bubbles
- bubble shape and bubble distribution -



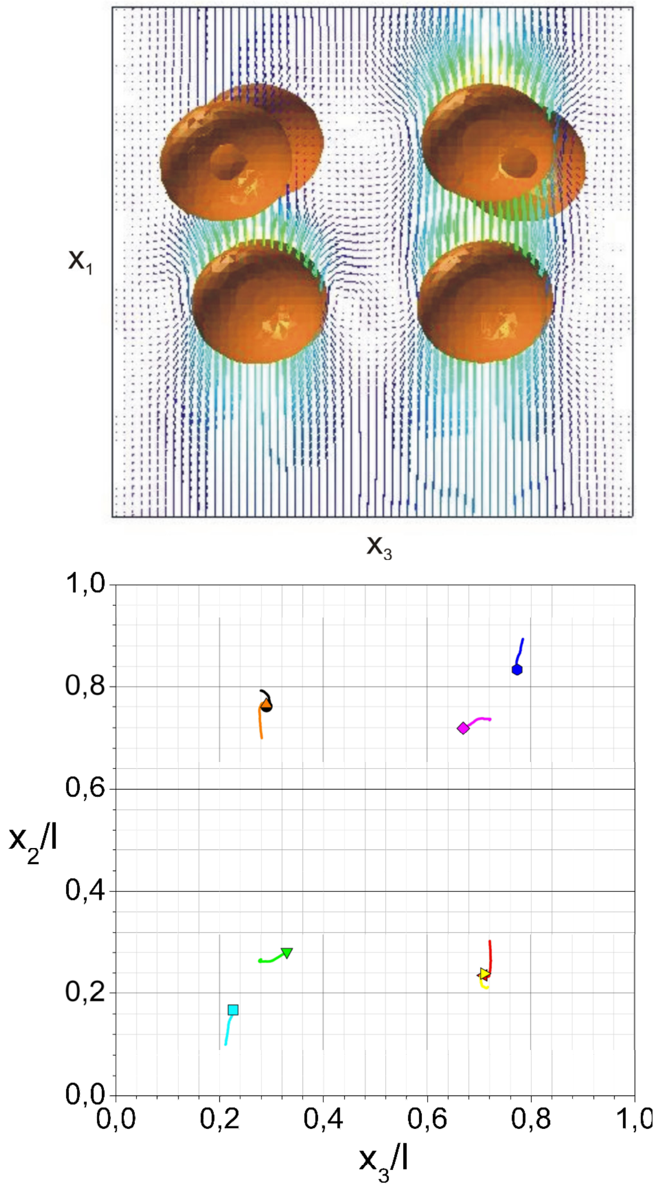
Scenario 1BM6: κ = 1.555   Scenario 5BM6: κ = 1.535   Scenario 8BM6: κ = 1.526

Bubble-array flows with different liquid viscosity

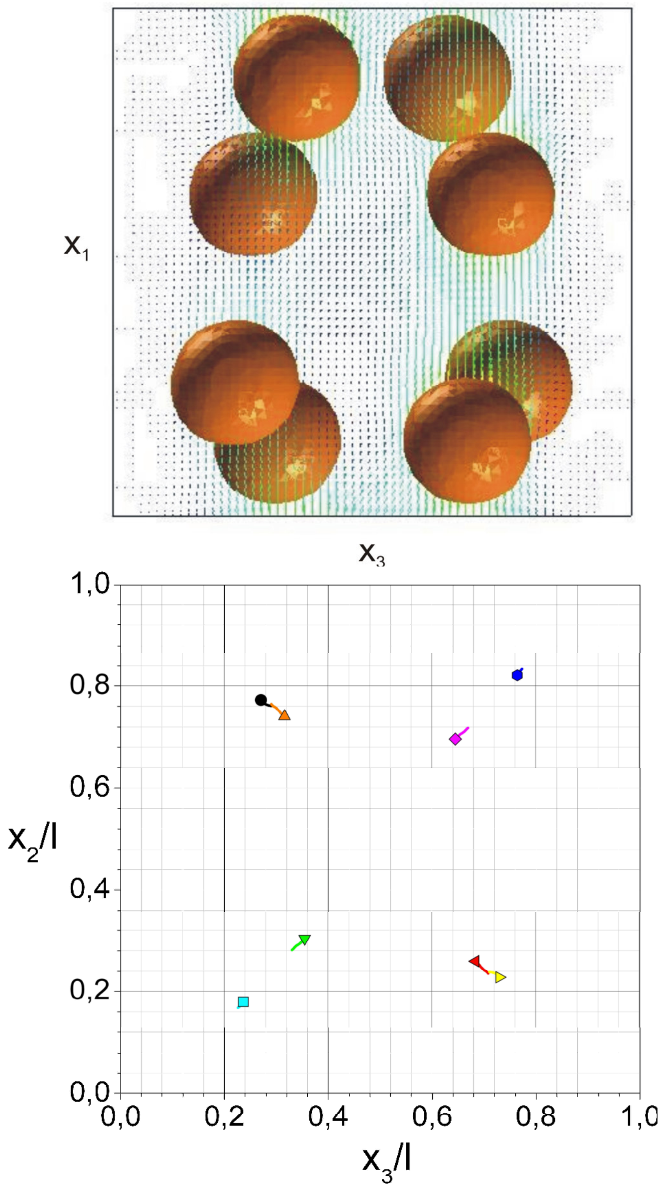
- bubble shape and lateral bubble movements -



Scenario 8BM6: κ = 1.526



Scenario 8BM4: κ = 1.132



Scenario 8BM2: κ = 1

Bubble drag law of Tomiyama

– pure system

Schiller-Naumann for bubble (H-R correction)

$$C_D = \max\left[\min\left\{\frac{16}{Re_p}\left(1+0.15Re_p^{0.687}\right), \frac{48}{Re_p}\right\}, \frac{8}{3}\frac{Eö_B}{Eö_B+4}\right]$$

Potential flow around ridig sphere

Cap bubble

– slightly contaminated system

$$C_D = \max\left[\min\left\{\frac{24}{Re_p}\left(1+0.15Re_p^{0.687}\right), \frac{72}{Re_p}\right\}, \frac{8}{3}\frac{Eö_B}{Eö_B+4}\right]$$

Schiller-Naumann for rigid sphere

Potential flow around bubble

– strongly contaminated system

$$C_D = \max\left[\frac{24}{Re_p}\left(1+0.15Re_p^{0.687}\right), \frac{8}{3}\frac{Eö_B}{Eö_B+4}\right]$$