

# Regionale Modellierung von atmosphärischen Massen- und Feuchteflüssen

**Harald Kunstmann, Richard Knoche, Benjamin Fersch**

**Institut für Meteorologie und Klimaforschung (IMK-IFU)**

**Garmisch-Partenkirchen**

Email: [harald.kunstmann@imk.fzk.de](mailto:harald.kunstmann@imk.fzk.de)

## Atmosphärische Massen

- Globaler mittlerer Oberflächen-Luftdruck: 985 hPa
- Gesamte mittlere Masse:  $5.148 \times 10^{18}$  kg
- Gesamtdruck:  $p_s = p_d + p_w$  (Summe Partialdrücke trockene Luft und Wasserdampf)
- Jährliche Variabilität (wegen Feuchteflüssen/Wasserdampf)  $1.2 - 1.5 \times 10^{15}$  kg
- Jährliche Variation:  $\Delta p_w \approx 0.29$  hPa (Juli: 2.62 hPa, Januar: 2.33 hPa)
- Mittlere Masse trockene Luft:  $5.1352 \times 10^{18}$  kg
- Mittlere Masse Wasserdampf:  $1.27 \times 10^{16}$  kg;

## Zum Vergleich

- Gesamte Biomasse Vegetation:  $1.56 \times 10^{15}$  kg, Kohlenstoff Äquivalent:  $0.7 \times 10^{15}$  kg

## Atmosphärische Masse: Zusammenhang Masse und Druck

$$p_s \approx \int_0^{\infty} \rho g dz \approx g_0 \underbrace{\int_0^{\infty} \rho dz}_{m} = g_0 m$$

Vertikal integrierte Masse:  $[m] = \text{kg/m}^2$

### Grobe Abschätzung:

$$\bar{p}_s \approx 985 \text{ hPa}$$

$$\Rightarrow \bar{m} = \frac{\bar{p}_s}{g_0} \approx 1.004 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$\Rightarrow M_{atmo} = 4 \pi R_E^2 \bar{m} \approx 5.10 \cdot 10^{18} \text{ kg}$$

## Notwendigkeit der Berücksichtigung der Atmosphäre bei Schwerefeldanalysen:

- Niederfrequente Massenänderungen:  
akkumulierte Feuchteflüsse  $\Rightarrow$  Niederschläge, Verdunstung, Bodenwasserspeicher
- Hochfrequente Massenänderungen: Luftdruckvariationen  
 $\Delta p = 1 \text{ mbar} \Leftrightarrow \Delta m = 10 \text{ mm Wassersäule}$   
Synoptische Systeme (Tiefdruck-Hochdruck Zellen):  $\Delta p = 30\text{-}50 \text{ mbar}$   
 $\Leftrightarrow \Delta m = 300\text{-}500 \text{ mm Wassersäule}$

$\Rightarrow$  Globale/regionale Information über Druck- bzw. Luftmassenverteilung notwendig

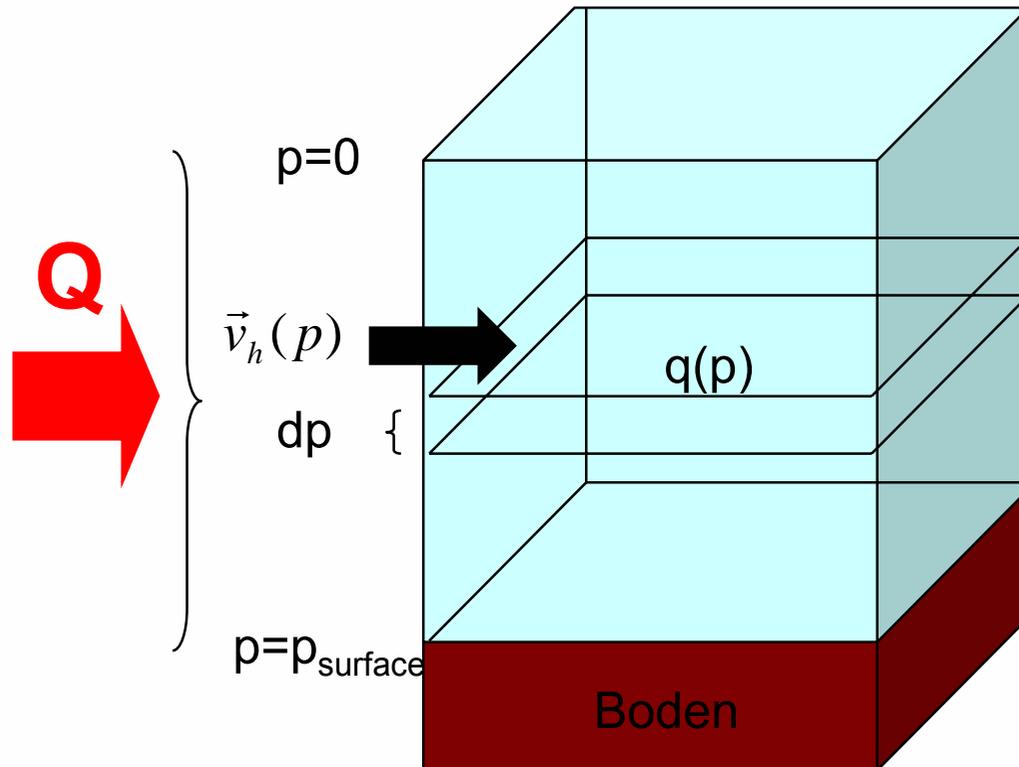
$\Rightarrow$  Atmosphärische Modellierung

## Zum Vergleich

- Kohlenstofffixierung  $100\text{-}200 \text{ g C/m}^2$  (nördl. Breiten) bis  $600\text{-}800 \text{ g C/m}^2$  (Tropen)  
( $\cong 0.1\text{-}0.2 \text{ mm Wassersäule}$  bis  $\cong 0.6\text{-}0.8 \text{ mm Wassersäule}$ )

$\Rightarrow$  vernachlässigbar!

## Feuchteflüsse in der Atmosphäre



$p$  : Luftdruck [kg/m/s<sup>2</sup>]

$q(p)$  : spezifische Feuchte  
[g H<sub>2</sub>O/kg Feuchte Luft]

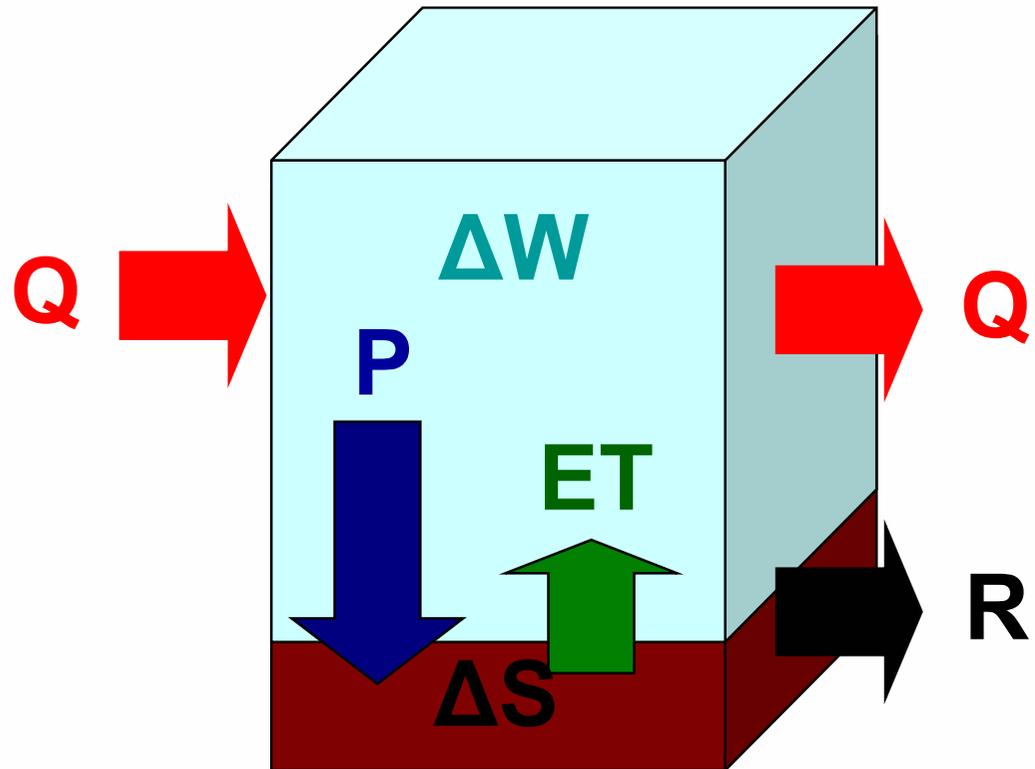
$\vec{v}_h(p)$  : horizontale  
Windgeschwindigkeit [m/s]

$g$  : Erdbeschleunigung [m/s<sup>2</sup>]

$$\vec{Q} = \int_{p=0}^{p=p_{surface}} \frac{\vec{v}_h(p) q(p)}{g} dp$$

: säulenintegrierter Feuchtefluss [kg/m/s]

## Zusammenhang von Feuchte-Massenflüssen in Atmosphäre und Boden



$$[Q]=\text{kg/m/s}$$

$$[P]=\text{kg/m}^2/\text{s}$$

$$[ET]=\text{kg/m}^2/\text{s}$$

$$[\Delta W] = \text{kg}$$

$$[\Delta S] = \text{kg}$$

$$[R]=\text{kg/s}$$

$$\text{Atmosphäre: } \Delta W = - \iint (P - ET) dA_{\text{surface}} dt - \iint \nabla \cdot \vec{Q} dA_{\text{lateral}} dt$$

$\Delta W \Rightarrow 0$  für hinreichend großes  $\Delta t$

$$\text{Boden: } \Delta S = + \iint (P - ET) dA_{\text{surface}} dt - \int R dt$$

**Problem: hohe Unsicherheiten in P und ET**

Lösungsansatz: 
$$\iint (P - ET) dA_{surface} dt \approx \iint \nabla \cdot \vec{Q} dA_{lateral} dt$$

und damit 
$$\underbrace{\Delta S}_{\text{Änderung Bodenwasser}} \approx \iint \underbrace{\nabla \cdot \vec{Q}}_{\text{Atmosphärisches Modell}} dA_{lateral} dt - \underbrace{\int R dt}_{\text{Abflussmessung}} \quad [\text{kg}]$$

**⇒ Vergleich mit GRACE Signal**

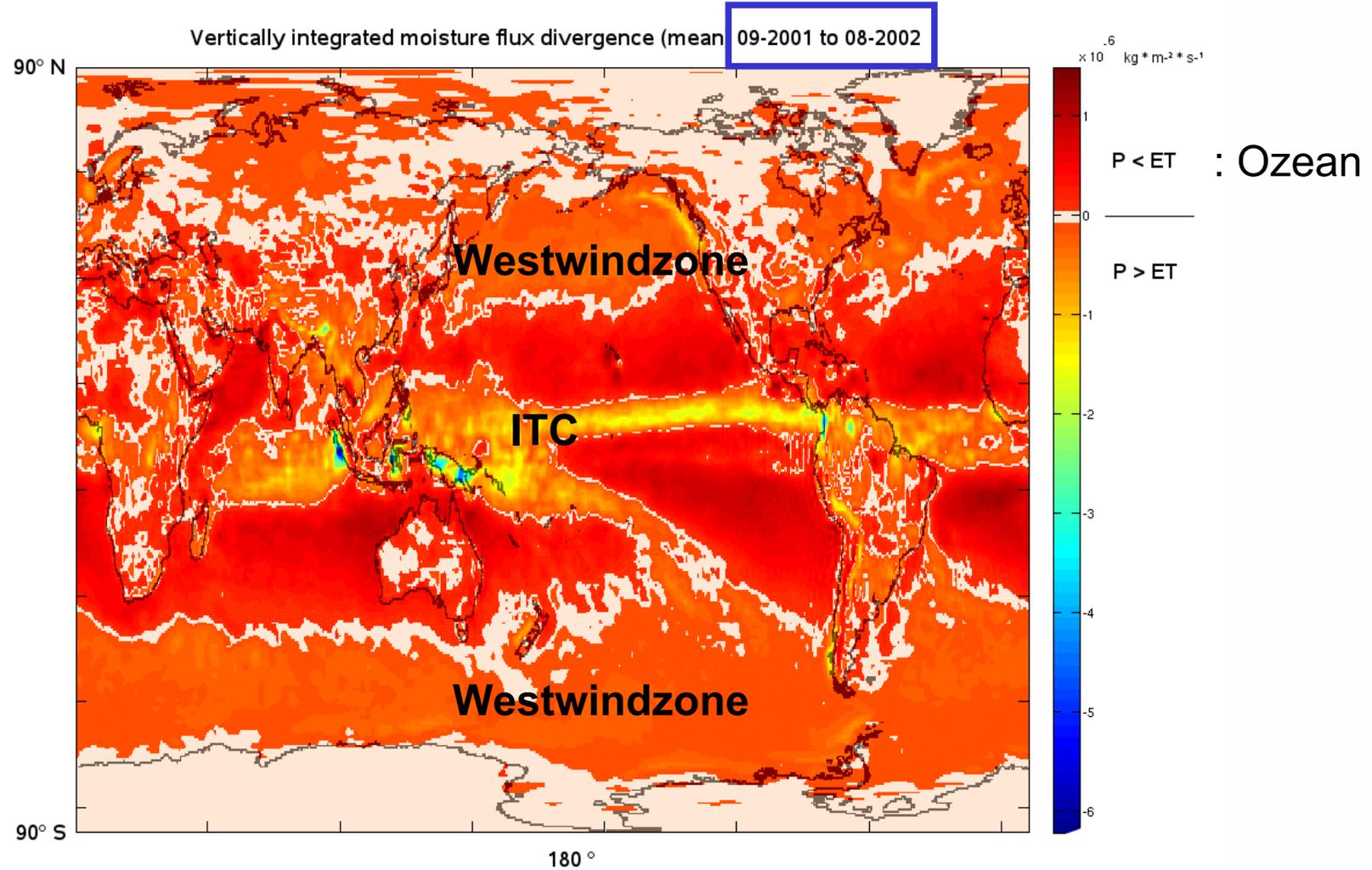
**Vermeidung der Unsicherheit im flächenaggregierten Niederschlag P & Verdunstung ET!**

## Feuchteflussdivergenzen

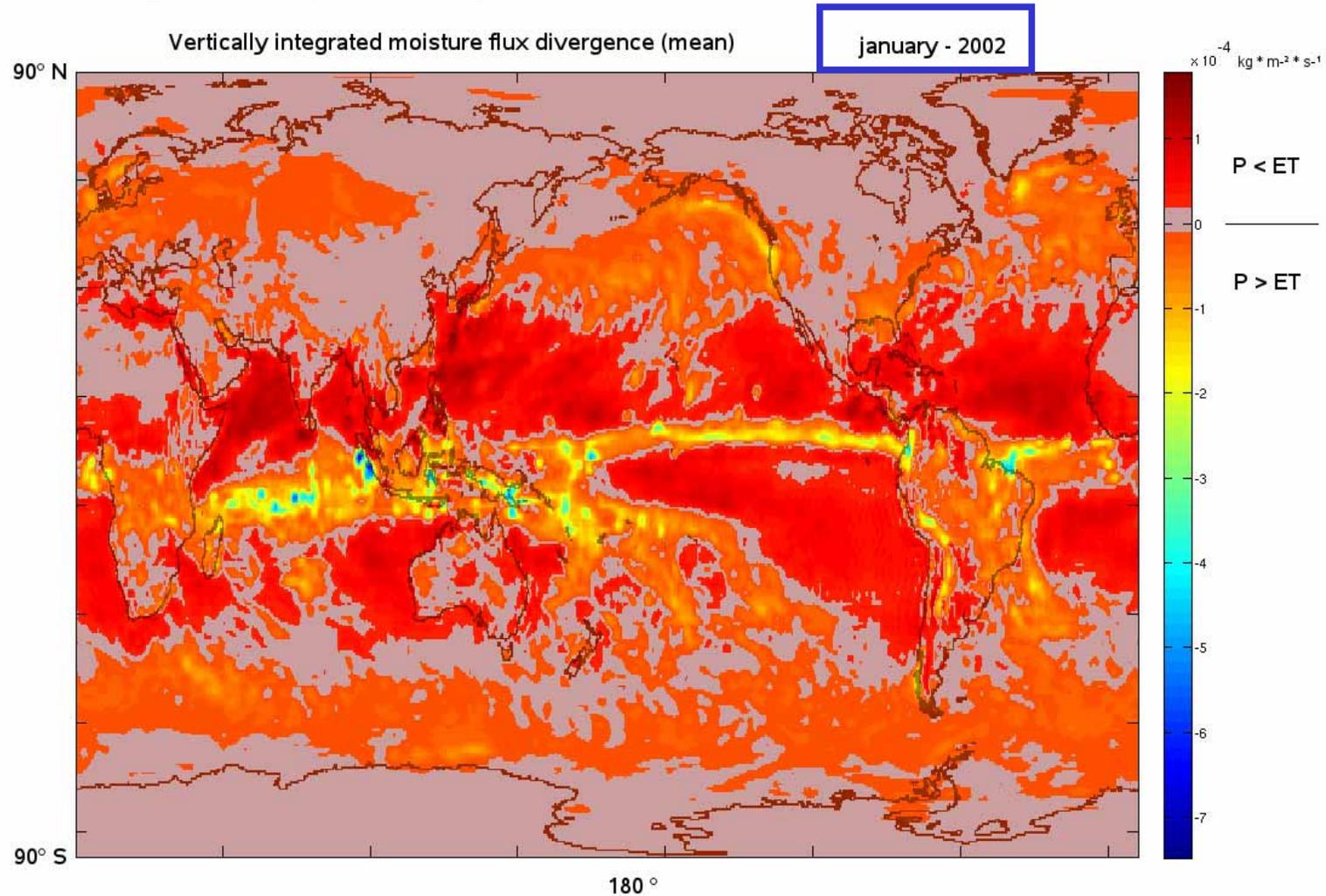
$$\iint \nabla \cdot \vec{Q} dA_{lateral} dt < 0 \Rightarrow P > ET$$

$$\iint \nabla \cdot \vec{Q} dA_{lateral} dt > 0 \Rightarrow P < ET$$

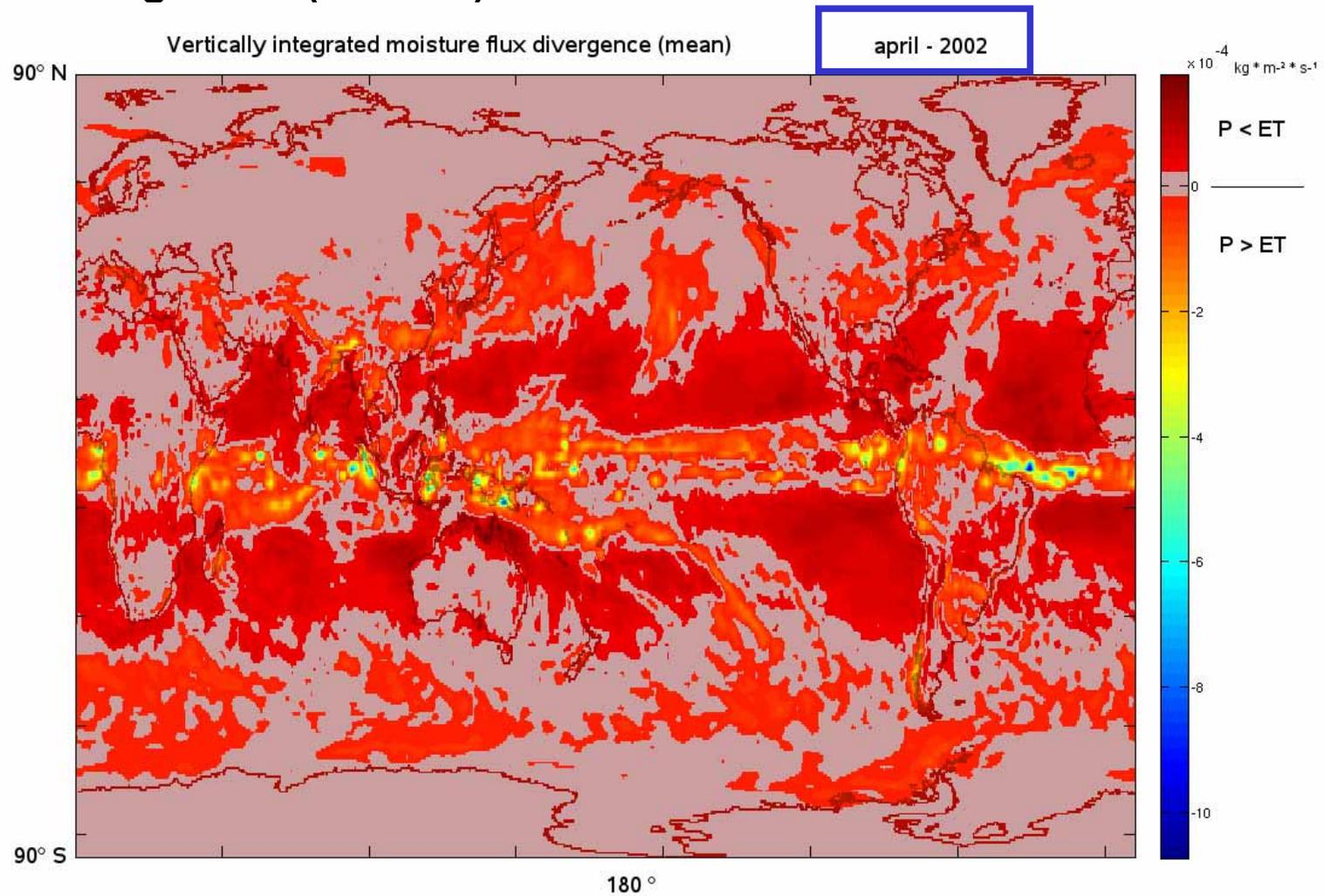
## Feuchteflussdivergenzen (ERA 40)



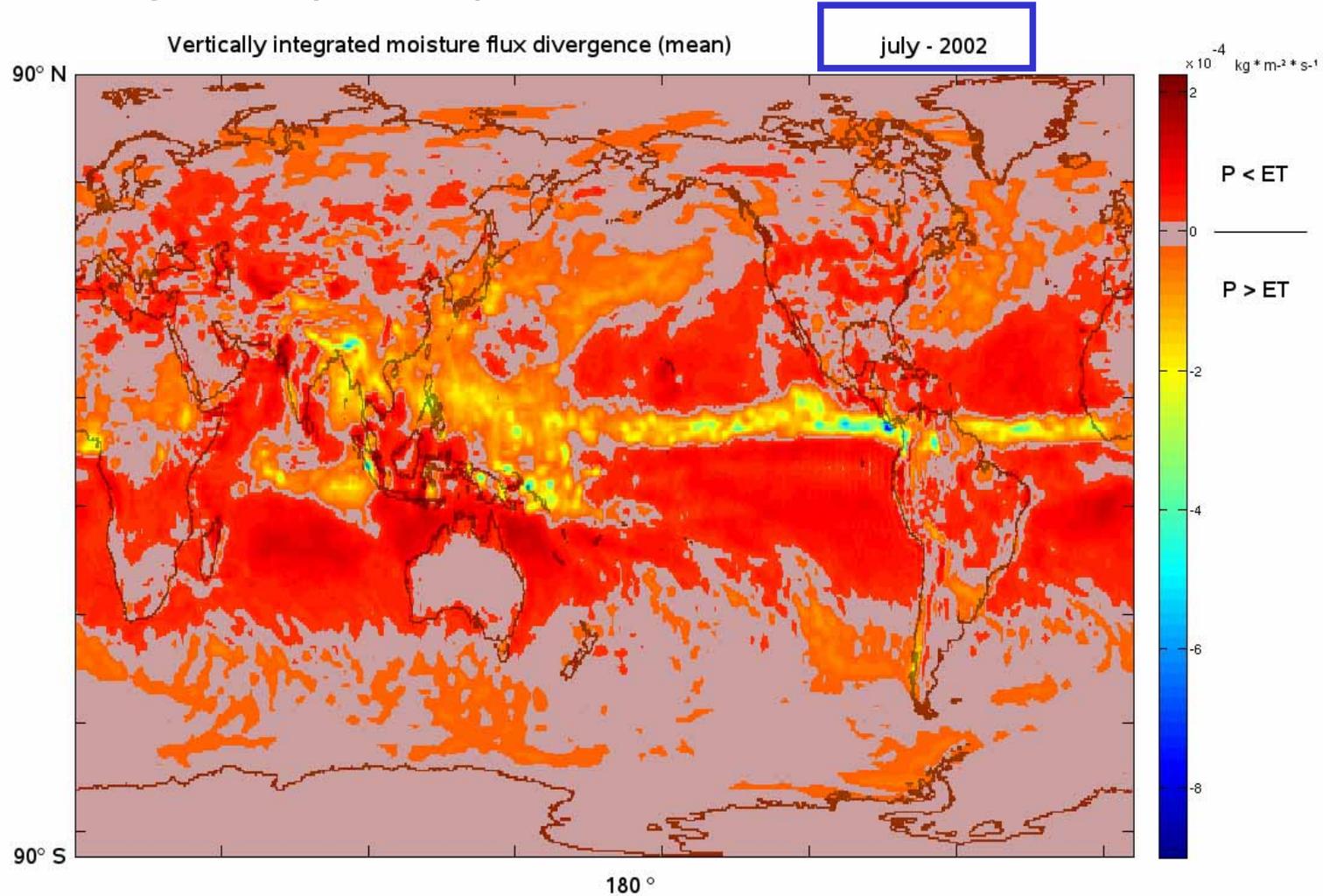
## Feuchteflussdivergenzen (ERA 40)



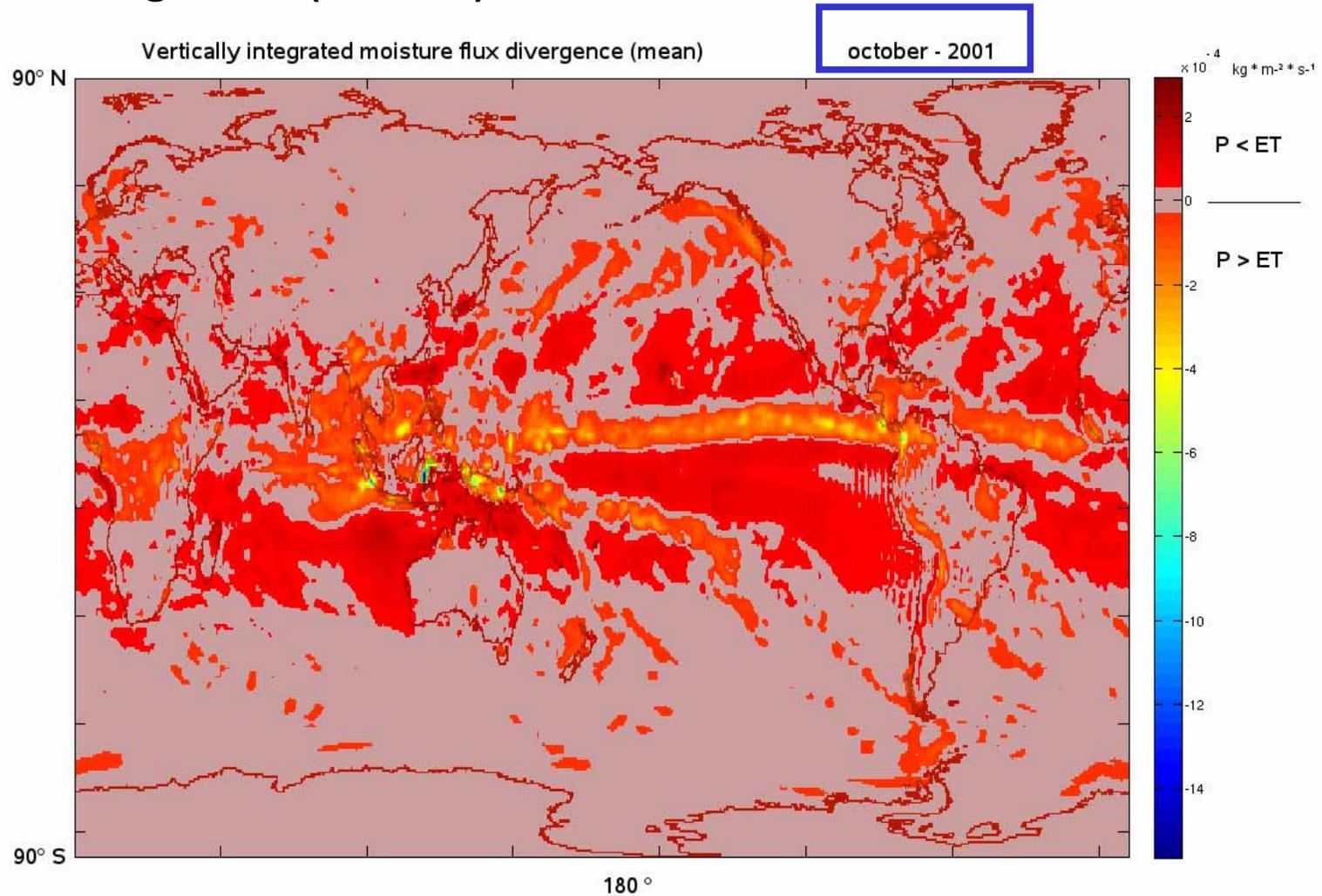
## Feuchteflussdivergenzen (ERA 40)



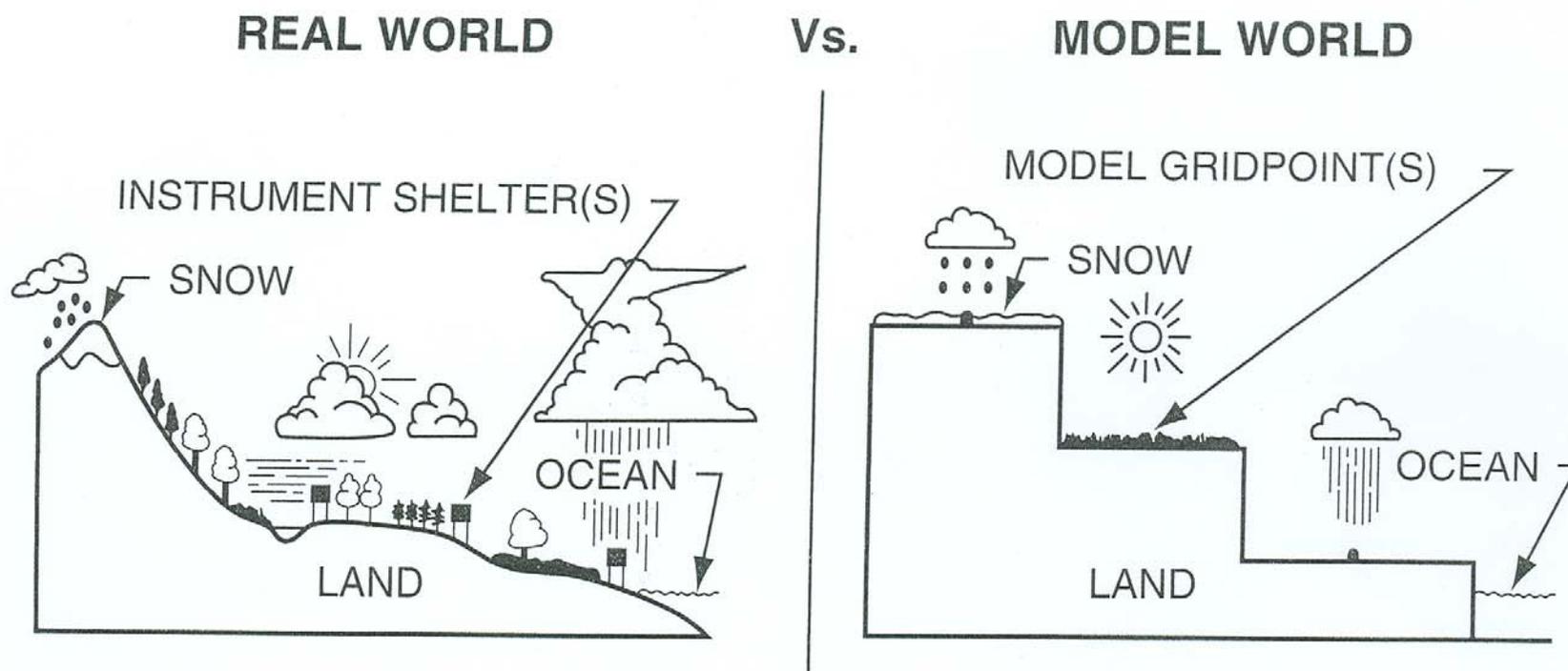
## Feuchteflussdivergenzen (ERA 40)



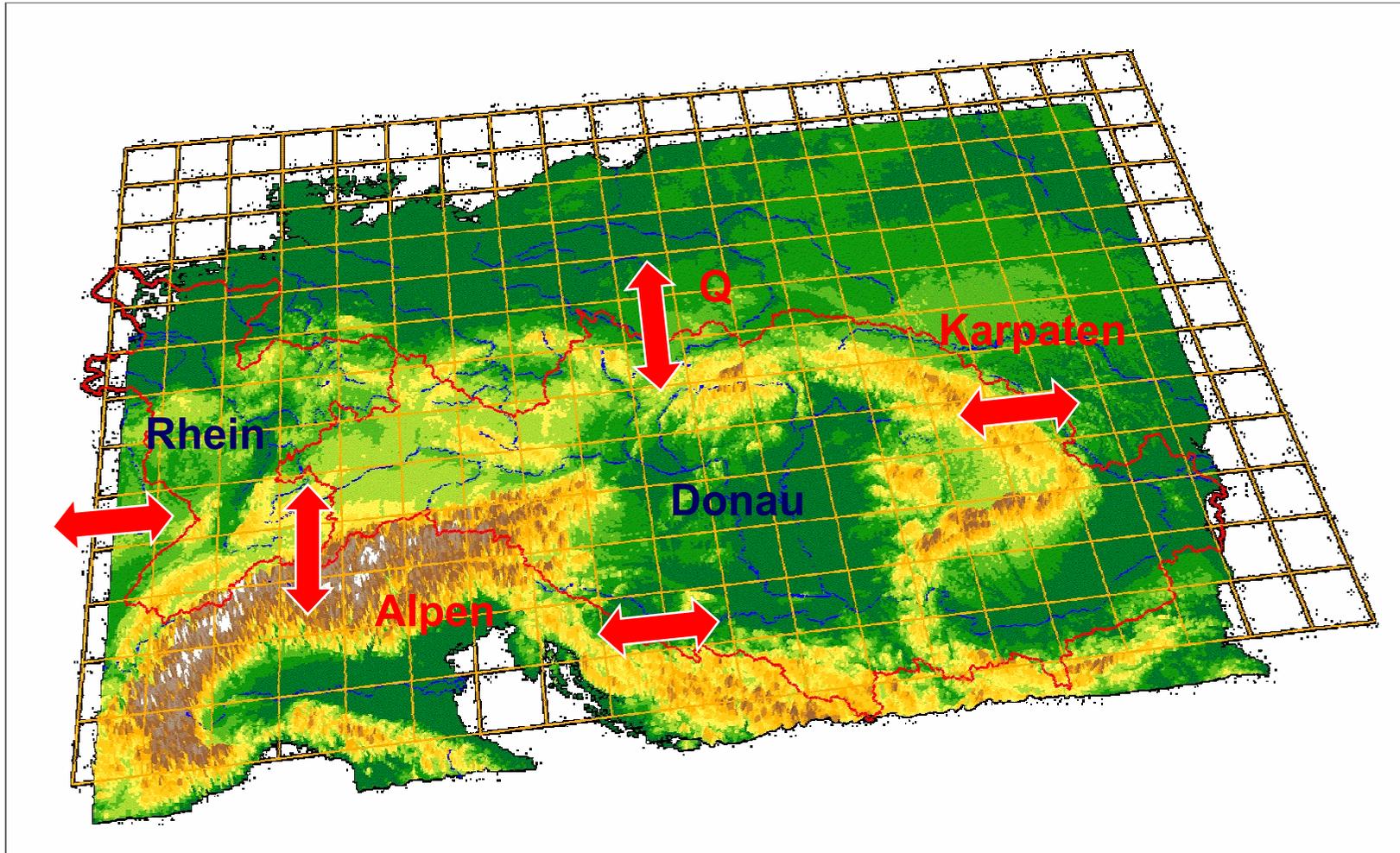
## Feuchteflussdivergenzen (ERA 40)



## Warum regionale atmosphärische Modellierung?



## Warum regionale atmosphärische Modellierung?

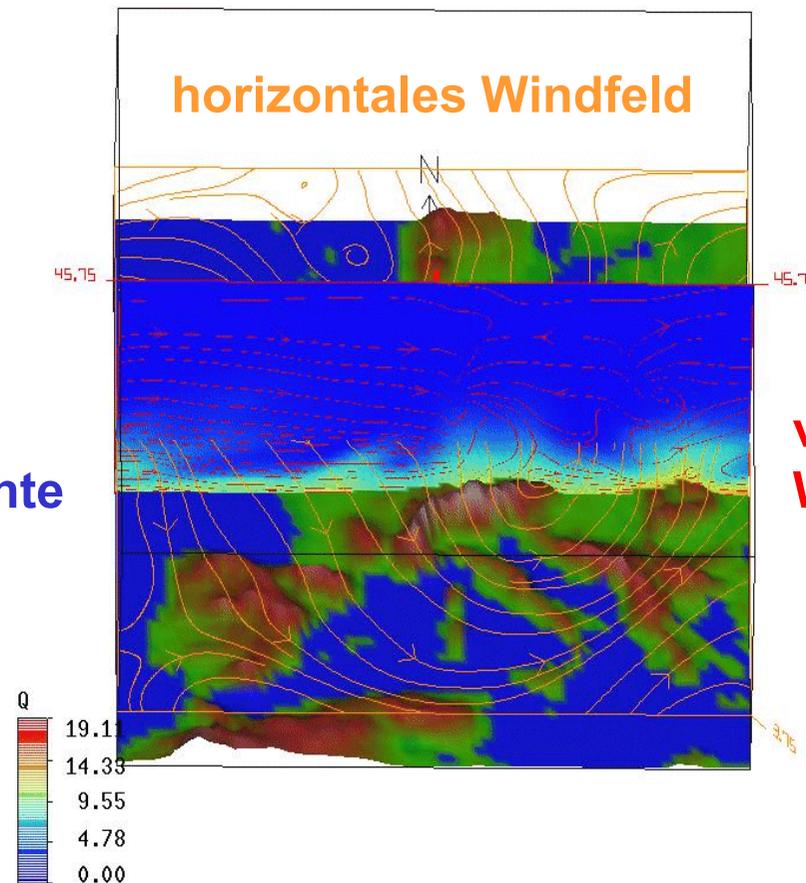


**Atmosphärische Feuchteflüsse über Einzugsgebietsgrenzen**

## Regionale atmosphärische Modellierung

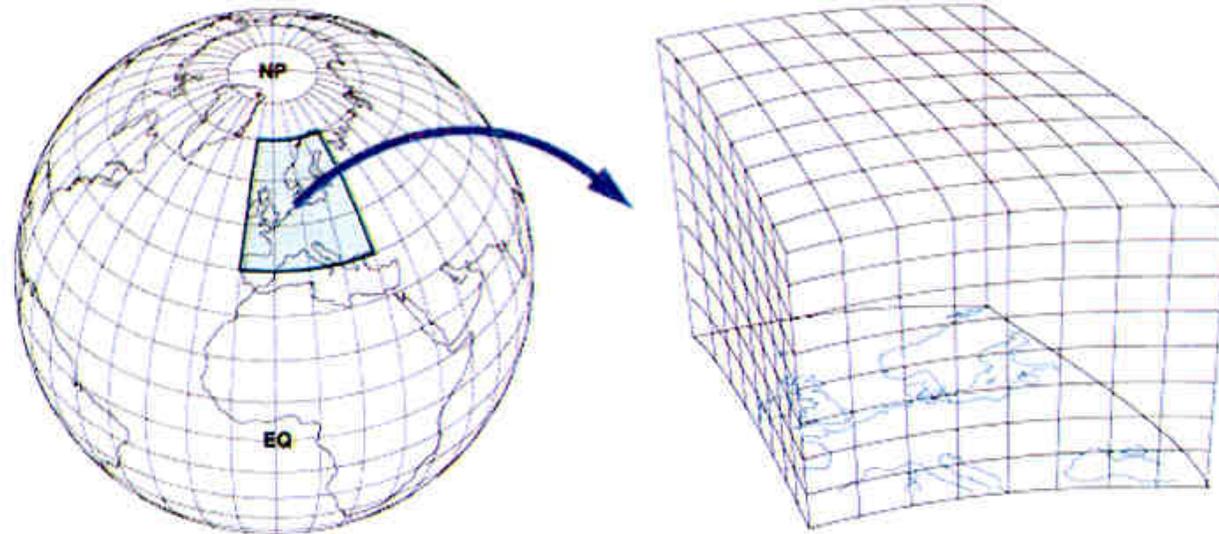
Detaillierte Modellierung atmosphärischer Feuchteflüsse

Querschnitt  
spezifische Feuchte  
 $q$  [g/kg]



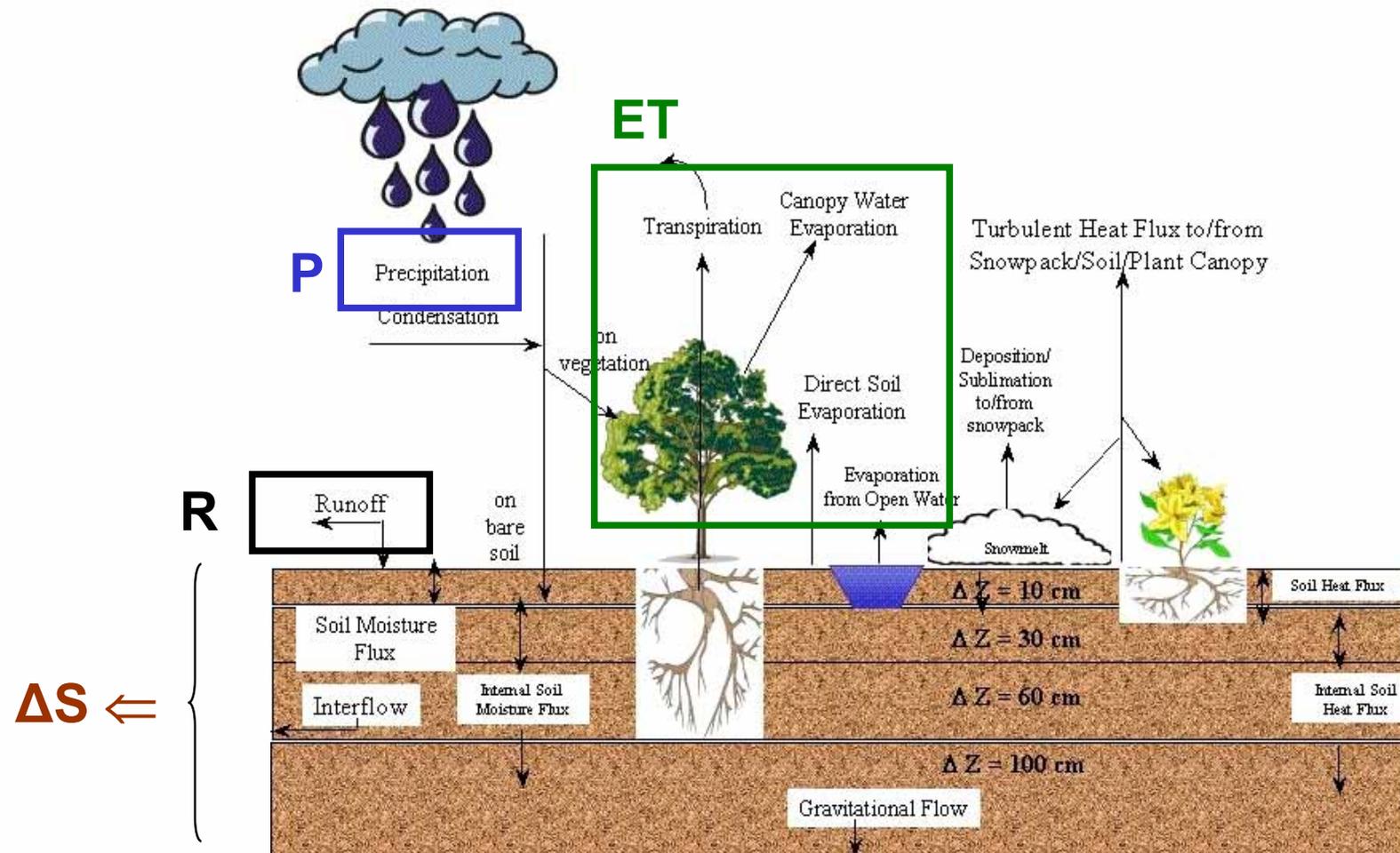
⇒ Auflösung  
| orographischer Effekte

## Regionale atmosphärische Modellierung



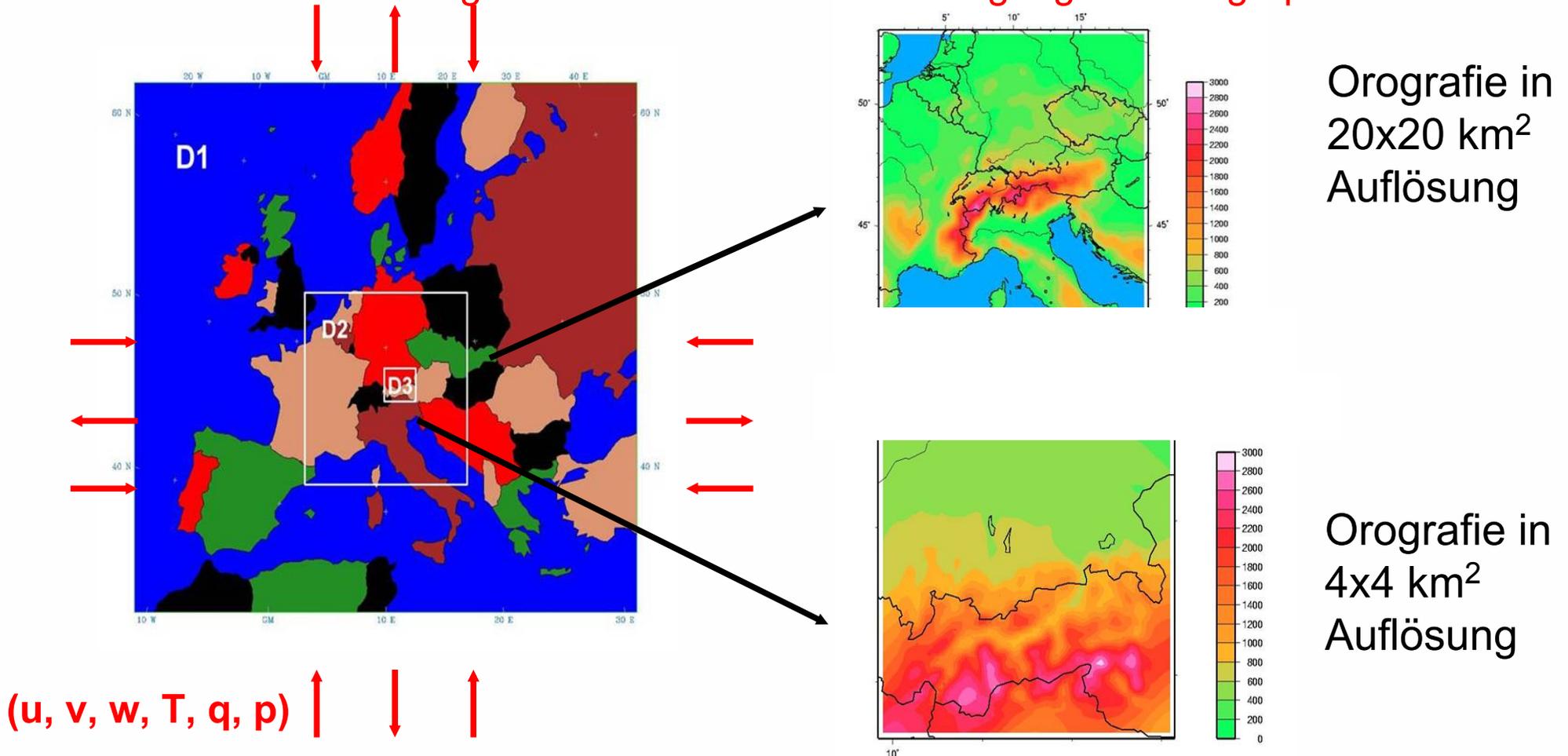
- Erhaltungsgleichungen für Energie & Impuls
- bis zu 6 Erhaltungsgleichungen für Feuchtevariablen
- verschiedene Parameterisierungsschemen für *subgrid*-skalige Prozesse
  - (z.B. für turbulente Grenzschicht & konvektive Niederschläge)
- $\Delta t \approx 6 \text{ sec}-3 \text{ min}$ , z.B.  $80 \times 80 \times 25 = 160,000$  Gitterpunkte
- Finite-Differenzen Schemen zur numerischen Lösung

**Soil-Vegetation-Atmosphere-Transfer (SVAT) Modell** als untere Randbedingung (an jedem Gitterpunkt!):

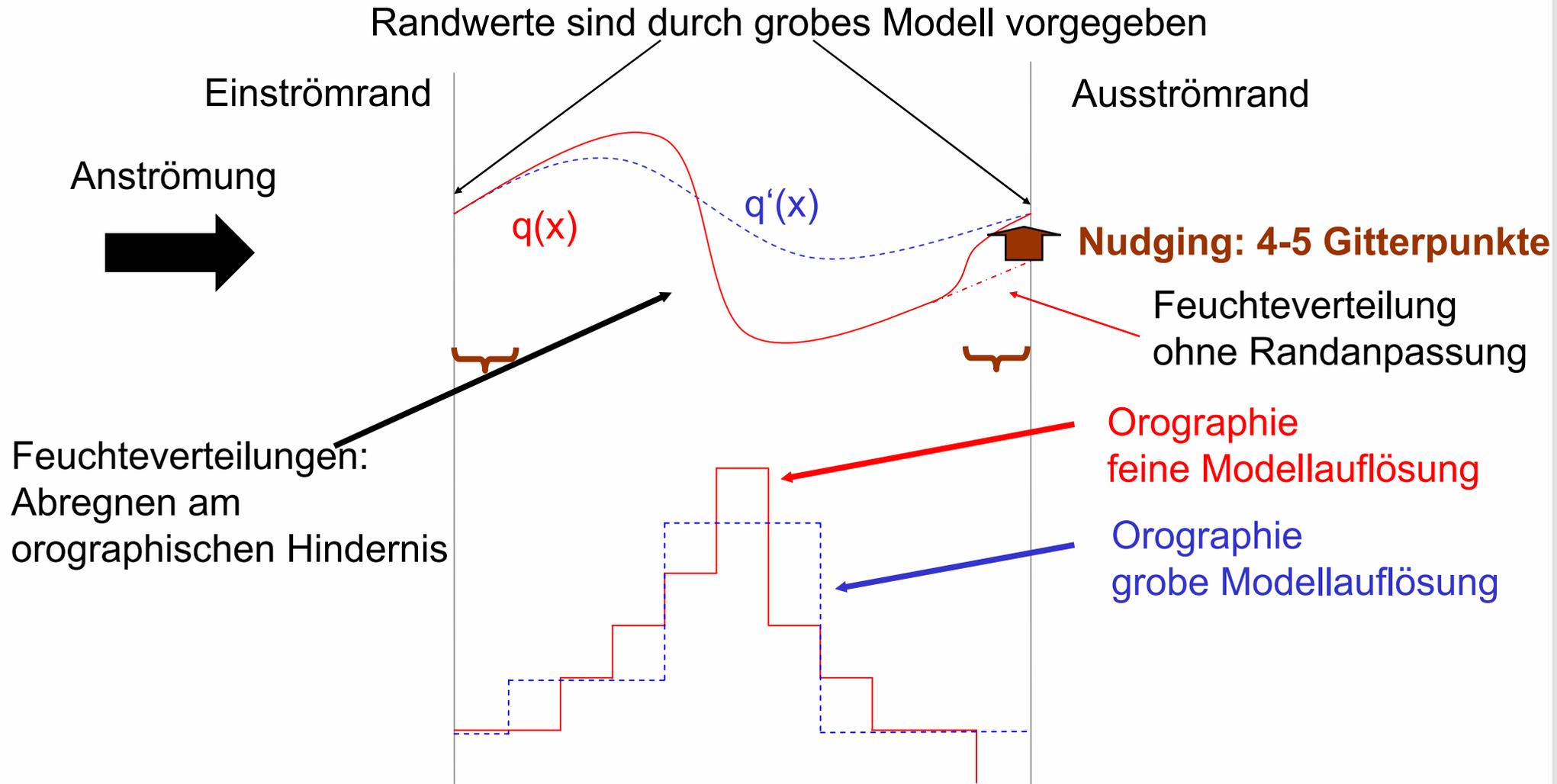


## Regionale atmosphärische Modellierung: Antrieb durch globales Modell & Nestung Mathematisches Anfangs- und Randwertproblem

Hohe räumliche Auflösung  $\Rightarrow$  Detailliertere Berücksichtigung von Orographie & EZG Grenzen



## Sind Feuchteflüsse in regionalem Modell durch Randzuflüsse determiniert?



## Sind Feuchteflüsse in regionalem Modell durch Randzuflüsse determiniert?

*Nudging* Zone: unphysikalisch  $\Rightarrow$  wird nicht in meteorologische Analyse einbezogen  
(rein technische Erfordernis)

Trotz Randwertantrieb:

Gegenüber globalen Modell führen atmosphärische Größen im regionalen Modell

„gewisses Eigenleben“

aufgrund verbesserter Anpassung an regionale Gegebenheiten (DEM, Vegetation, etc.)

## Atmosphärische Modellierung: basierend auf Erhaltungsprinzipien

Unter Einbezug von Zustandsgleichungen (diagnostisch), z.B.

- Zustandsgleichung für Gase
- thermische Zustandsgleichung

werden aus Erhaltungsgleichungen prognostische Modellgleichungen:

- Erhaltung Luftmasse  $\Rightarrow$  Luftdichte
- Erhaltung partielle Wassermassen  $\Rightarrow$  spezifische Feuchten (gasförmig, flüssig, fest)
- Erhaltung Energie  $\Rightarrow$  Temperatur
- Impulserhaltung (2. Newton Gesetz)  $\Rightarrow$  Windgeschwindigkeit (3 Gleichungen:  $u, v, w$ )

Zustandsgleichung für feuchte Luft

$$p_a = p_d + p_v = \rho_d R_d T + \rho_v R_v T = \rho_a R_m T$$

$\rho_a, p_a, R_m$ : Dichte, Druck, Gaskonstante feuchte Luft

$\rho_d, p_d, R_d$ : Dichte, Druck, Gaskonstante der trockenen Luft

$\rho_v, p_v, R_v$ : Dichte, Druck, Gaskonstante Wasserdampf

## Erhaltung der Luftmasse

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} \rho_a) = 0$$

$\rho_a$  : Dichte der Luft

$\vec{v}_a$  : 3-dim Windgeschwindigkeit

Gilt exakt nur für trockene Luft

## Erhaltungsgleichung für partielle Wassermassen

$$\begin{aligned}
 \boxed{\frac{\partial q_v}{\partial t}} + (\vec{v} \cdot \nabla) q_v &= \underbrace{\frac{1}{\rho_a} (\nabla \rho_a \mathbf{K}_h \nabla)}_{\text{Subskaliger Transport}} q_v + \boxed{R_{evap} - R_{cond}} - R_{iini} - R_{idep/sub} \\
 \boxed{\frac{\partial q_c}{\partial t}} + (\vec{v} \cdot \nabla) q_c &= \frac{1}{\rho_a} (\nabla \rho_a \mathbf{K}_h \nabla) q_c + \boxed{R_{cond}} + R_{iini} + R_{idep/sub} - R_{aconv} - R_{accr} \\
 \boxed{\frac{\partial q_r}{\partial t}} + (\vec{v} \cdot \nabla) q_r &= \frac{1}{\rho_a} (\nabla \rho_a \mathbf{K}_h \nabla) q_r + \boxed{-R_{evap}} + R_{aconv} + R_{accr} - \frac{\partial V_f \rho_a g q_r}{\partial z}
 \end{aligned}$$

Subskaliger Transport
Phasenübergänge

Spezifische Feuchte Wasserdampf [g/kg]

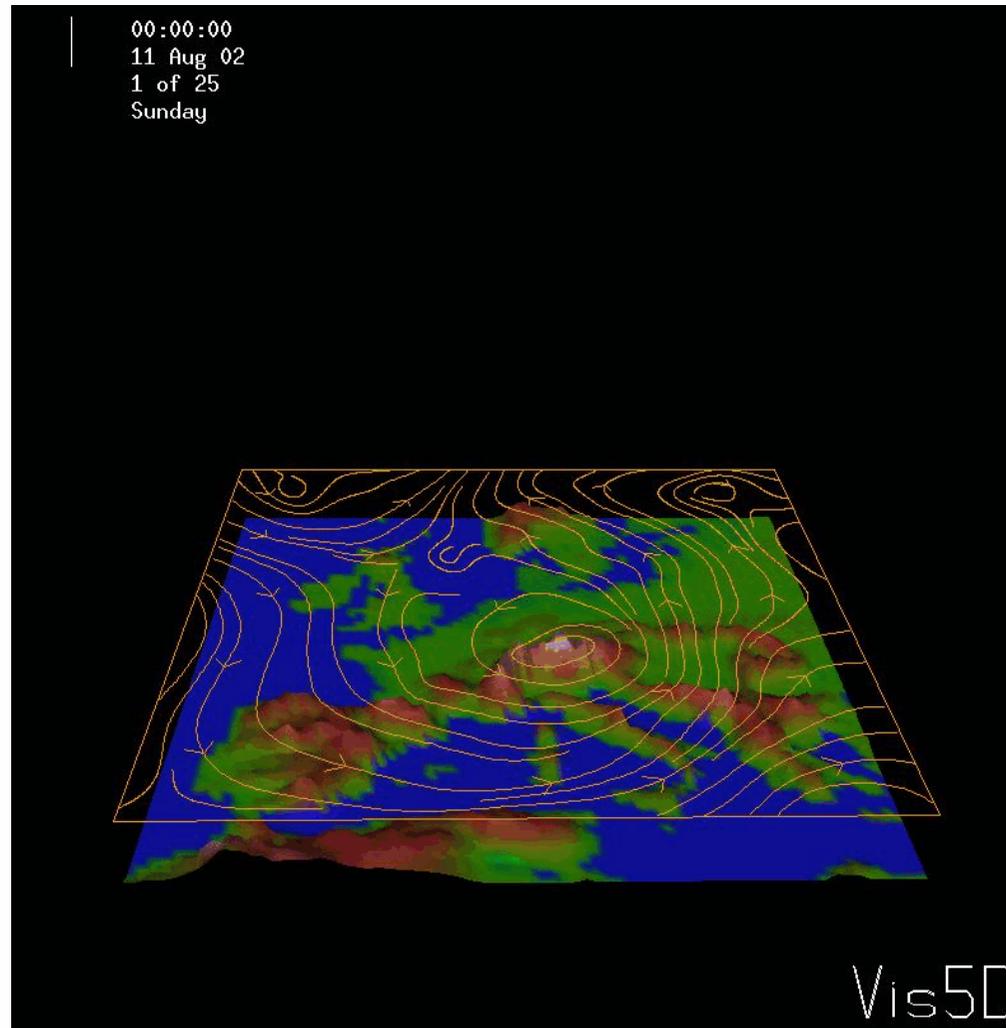
Spezifische Feuchte Flüssigwasser schwebend [g/kg]

Spezifische Feuchte Flüssigwasser fallend [g/kg]

Plus ähnliche Erhaltungsgleichungen für schwebende (Wolkeneis) und fallende (Schnee) Eisteilchen

## Veranschaulichung atmosphärische Modellierung: Elbehochwasser 2002

Elbehochwasser  
August 2002:  
Vb-Wetterlage



Erhaltungsgleichung für Energie  $\Rightarrow$  potentielle Temperatur

$$\boxed{\frac{\partial \theta_v}{\partial t}} + (\vec{v} \cdot \nabla) \theta_v = \underbrace{\frac{1}{\rho_a} (\nabla \cdot \rho_a \mathbf{K}_h \nabla)}_{\text{Subskaliger Transport}} \theta_v + \underbrace{\frac{\theta_v}{c_{p,d} T_v} \sum_{n=1}^N \frac{dQ_n}{dt}}_{\text{Phasenübergänge}}$$

Temperatur-  
änderung

Subskaliger Transport

Phasenübergänge

$$\sum_{n=1}^N \frac{dQ_n}{dt} = \frac{dQ_{cond/evap}}{dt} + \frac{dQ_{freeze/melt}}{dt} + \frac{dQ_{idep/sub}}{dt}$$

Impulserhaltung (2. Newton Gesetz)  $\Rightarrow$  Windgeschwindigkeit  $\vec{v} = (u, v, w)$  (3 Gleichungen)

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -f \vec{k} \times \vec{v} - \nabla \Phi - \frac{1}{\rho_a} \nabla p_a + \frac{\eta_a}{\rho_a} \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho_a} (\nabla \cdot \rho_a \mathbf{K}_m \nabla) \vec{v}$$

Geschwindigkeits-  
änderung

Coriolis force / unit mass

Effective gravitational and zentrifugal force / unit mass

Pressure gradient force / unit mass

Viscous force (molecular) / unit mass

Subgridscale: Turbulent flux divergence of momentum

## Analytische Gleichungen vs. numerische Lösung

**Analytisch:** echte Erhaltung, Äquivalenz von Advektions- und Flußform

$$\frac{\partial \rho q}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho q \vec{v}) + \text{Quelle} / \text{Senke} \quad \text{Flussform}$$

$$\rho \frac{\partial q}{\partial t} = -\rho \vec{v} \nabla q + \text{Quelle} / \text{Senke} \quad \text{Advektionsform}$$

Äquivalenz wegen physik. Kontinuitätsgleichung für Luftdichte

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \vec{v})$$

- Numerisch:**
- nach Diskretisierung nur noch approximative Gleichungen
  - untersch. num. Ansätze zur Lösung von Advektions- und Flußform
  - **Nur Flußform ermöglicht generell Erhaltung auch im num. Modell**

## Berechnung von Luftdichte/Massenflüssen in atmosphärischen Modellen

- oft: **keine** explizite Erhaltungsgleichung für Gesamtmasse  $\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} \rho_a) = 0$
- dafür: z.B. approximiert Tendencygleichung für Druck

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} = \dots \\ \frac{\partial \rho_a}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_a \vec{v}) \\ p = \rho R T \end{array} \right\} \frac{\partial p_a}{\partial t} = \dots \quad (I) \quad \dots \text{l\"asst sich nicht umschreiben,} \\
 \hspace{15em} \underbrace{\hspace{10em}} \hspace{10em} \text{so dass } \rho_a \text{ numerisch erhalten bleibt ...} \\
 \hspace{15em} \downarrow \hspace{10em} \leftarrow \frac{\partial \rho_a}{\partial t} = \dots \quad p_a = \rho_a R T \quad (II)$$

⇒ erlaubt **Tendenzberechnung der Dichte**  
**aber:** strikter Zusammenhang zwischen Dichteänderung und  
 Flusskonvergenz (Kontinuitätsgleichung) geht verloren!

## Atmosphärische Massenflussberechnung in unterschiedlichen regionalen Modellen

### 1) MM5 (NCAR/Penn State):

Advektionsform  $\Rightarrow$  keine strikte Massenerhaltung für spezifischen Modellgrößen  
( $u, v, w, T, q$ )

keine explizite Modellgleichung für  $\rho$ !

Rückrechnung für  $\rho$  aus **approx.** p-Gleichung über Zustandsgleichung erforderlich

### 2) WRF (NCAR):

Flussform für alle spezifischen Modellgrößen  $\Rightarrow$  ( $u, v, w, T, q$ ) erhalten

keine explizite Modellgleichung für  $\rho$ !

**aber:** Rückrechnung für  $\rho$  aus **nahezu exakter** Geopotential-Gleichung möglich  
 $\Rightarrow$  regionale Massenflussberechnung

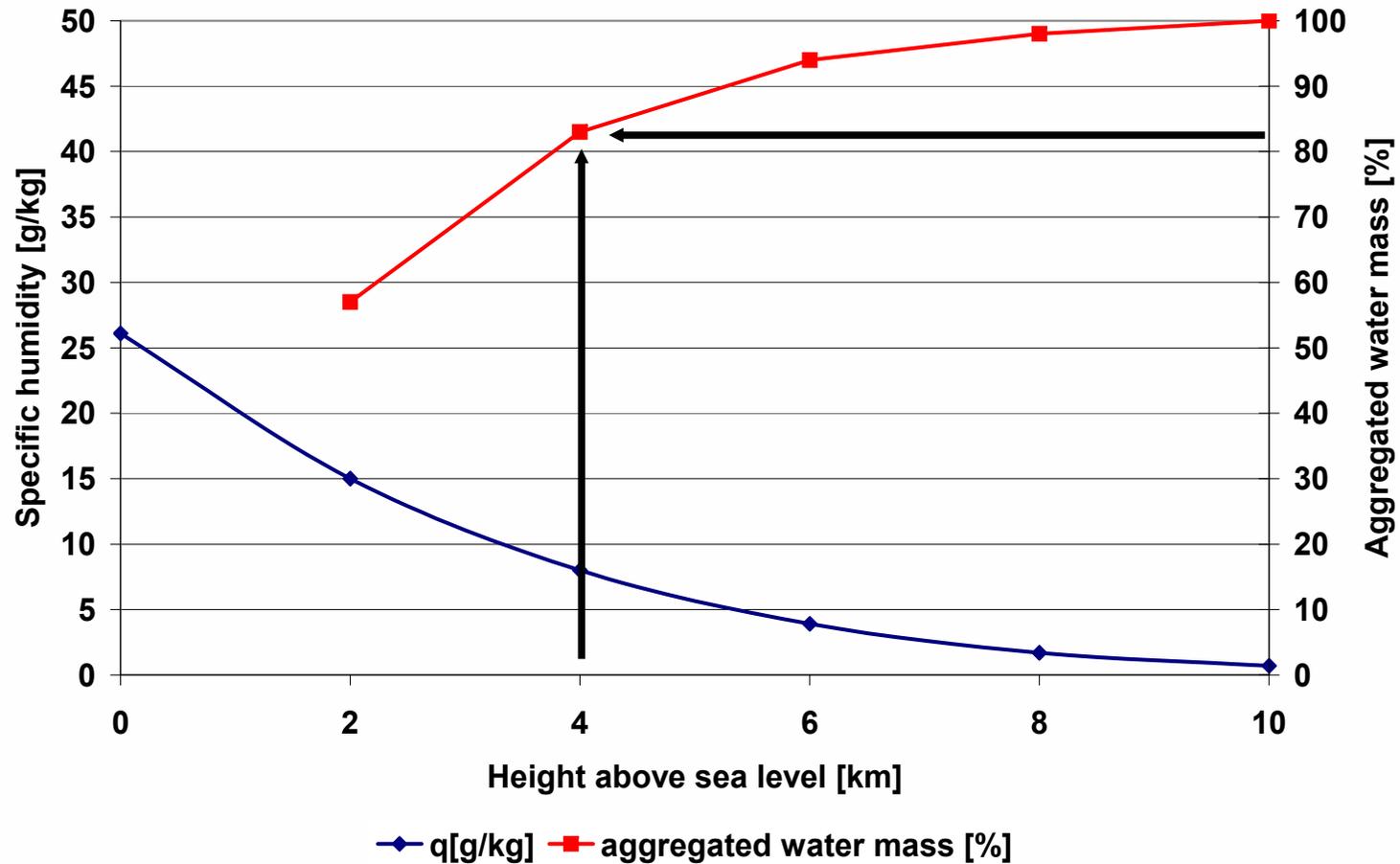
## Zusammenfassung

- Einsatz atmosphärischer Modelle zur Berechnung von
  - 1) atmosphärischen Feuchteflüssen  $\Rightarrow$  großskalige Hydrologie & Massenänderung Bodenwassergehalt
  - 2) Druck-/Massenverteilungen  $\Rightarrow$  Dealiasing des GRACE-Signals
- Regionale atmosphärische Modelle vs. globale ERA40/NCEP Datensätze ( $\Delta t=6h$ )
  - 1) kontinuierliche Berechnung aller atmosphärischen Größen  
 $\Rightarrow$  Druck bzw. Dichte (Dealiasing!), Feuchte, etc.
  - 2) Berücksichtigung regionaler Ausprägungen durch höhere Auflösungen (insbesondere Orographie und EZG Grenzen)  
 $\Rightarrow$  höhere Genauigkeit (**... Arbeitshypothese im SPP ...**)



**Vielen Dank für Ihre  
Aufmerksamkeit**

## Verteilung der atmosphärischen Feuchte



**⇒ 80% der Wasserdampfmasse unterhalb 4000 m Höhe**