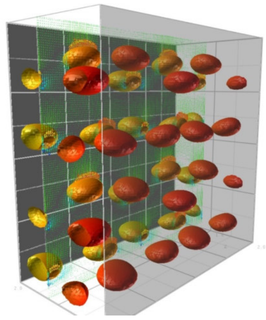
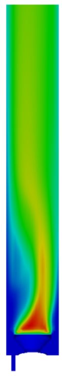
Simulation und Modellierung von Blasenströmungen: von der Einzelblase zum Zwei-Fluid-Modell

Dr. Martin Wörner
M.Sc. Sercan Erdogan

Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Katalyseforschung und Technologie





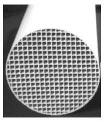
VDEh Arbeitskreis
„Strömungsmechanik und Strömungssimulation“
Düsseldorf, 18. September 2015

Gliederung

- Einleitung
  - Vorstellung der Arbeitsgruppe
  - Zielsetzung des Vortrags
- Durchdringende Kontinua
  - Lokale Gleichungen und Mittelung
  - Schließungsproblematik
- Zwei-Fluid-Modell
  - Annahmen und physikalische Modelle
  - Kritische Bewertung
- Beiträge der DNS zur Modellentwicklung
  - Schwarmeffekte auf Widerstandskraft
  - Blasen-induzierte Turbulenz
- Zusammenfassung

Approach of multiphase flow group

Reactor scale

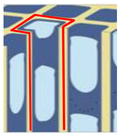


Monolith

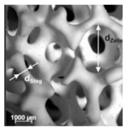
Solid sponge

Bubble Column

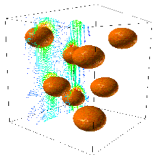
Scales of flow and transport



Single channel



Pores



Bubble swarm

Engineering CFD methods

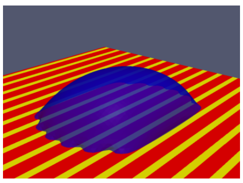
- are based on an averaging procedure and yield mean fields
- rely on adequate physical models for interfacial transfer

Direct numerical simulation

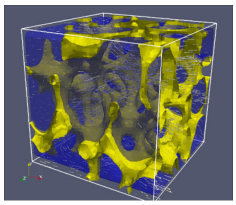
- resolve all relevant length/time scales
- understand phenomena
- develop physical models needed in engineering codes

Numerical simulation of wetting phenomena

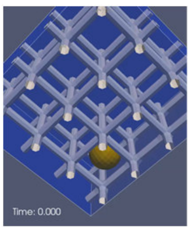
- Phase-field method in OpenFOAM® with adaptive mesh refinement near interface
- Method can handle real gas-liquid density and viscosity ratios



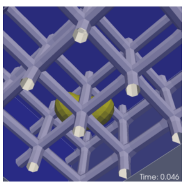
Spreading on a chemically patterned surface (hydrophilic / hydrophobic)



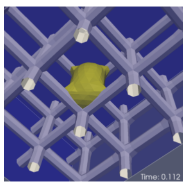
Gas-liquid flow through solid sponge



Bubble rising through periodic open cell structure ($\theta_e = 90°$)



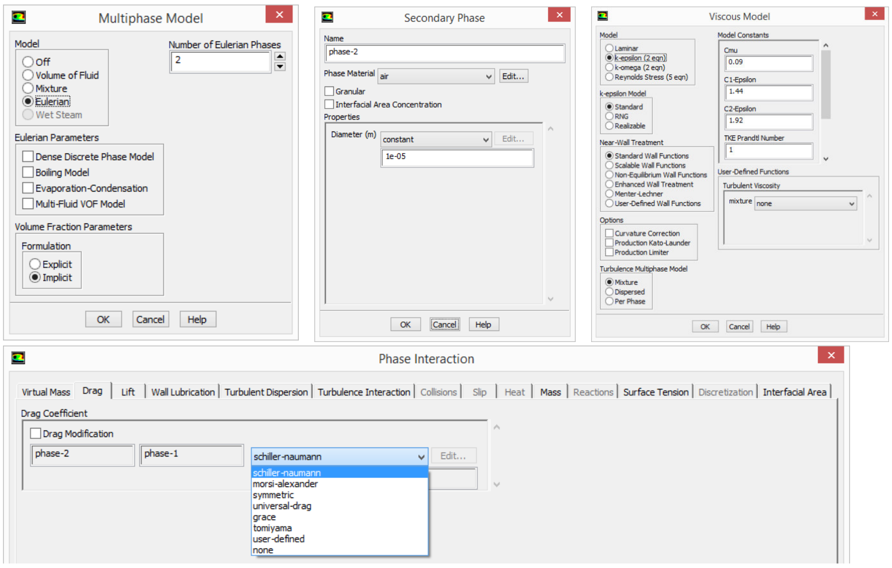
hydrophilic ($\theta_e = 0°$)



hydrophobic ($\theta_e = 135°$)

Cai, Marschall, Wörner, Deutschmann, Chem. Eng. Techn., 2015, in press

Kompliziertes einfach gemacht …



Motivation und Ziel des Vortrags

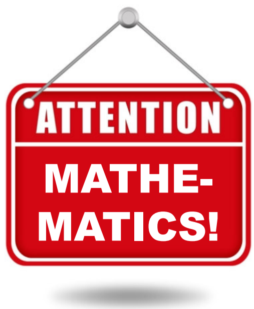
- Ein Ziel dieses Arbeitskreises
  - **Kritische Hinterfragung der numerischen und physikalischen Methoden der Strömungsmechanik …** Odenthal et al., stahl und eisen 129 (2009) 37-46
- Motivation dieses Vortrages
  - Das Zwei-Fluid-Modell (Euler-Euler-Modell) ist das universellste Modell zur ingenieurmäßigen Berechnung von Zweiphasenströmungen, da es als einziges Modell für alle Strömungsformen geeignet ist
  - Es ist in allen gängigen CFD-Codes verfügbar und seine Anwendung ist oftmals Standard
  - Die dem Modell zugrundeliegenden Annahmen und Voraussetzungen sind vielen Nutzern unbekannt, aber für seine sinnvolle Anwendung und für die kritische Bewertung der Ergebnisse von großer Bedeutung
- Ziel dieses Vortrages
  - Die dem Zwei-Fluid-Modell zugrunde liegenden Annahmen darlegen
  - Bestehende Modelldefizite aufzeigen und Beiträge der Direkten Numerischen Simulation (DNS) für Modellverbesserungen vorstellen

Annahmen in diesem Vortrag

- Im Sinne einer klaren und auf das Wesentliche reduzierten Darstellung werden in diesem Vortrag die folgenden Vereinfachungen getroffen
  - Zwei nicht mischbare Phasen (Gas u. Flüssigkeit) mit konstanten Stoffwerten
    - Konstante Dichte beider Phasen (→ zwei inkompressible Fluide)
    - Newton'sche Fluide mit konstanter Viskosität
    - Konstanter Koeffizient der Oberflächenspannung
  - Phasengrenzfläche ist unendlich dünn
    - Dichte und Viskosität sind diskontinuierlich
  - Erhaltungsgleichungen
    - Beschränkung auf Hydrodynamik (Kontinuitäts- und Impulsgleichungen)
    - Keine Energiegleichung (kein Phasenübergang Verdampfung/Kondensation)

Gliederung

- Einleitung
  - Vorstellung der Arbeitsgruppe
  - Zielsetzung des Vortrags
- **Durchdringende Kontinua**
  - **Lokale Gleichungen und Mittelung**
  - **Schließungsproblematik**
- Zwei-Fluid-Modell
  - Annahmen und physikalische Modelle
  - Kritische Bewertung
- Beiträge der DNS zur Modellentwicklung
  - Schwarmeffekte in Widerstandskraft
  - Blasen-induzierte Turbulenz
- Zusammenfassung



Randbedingungen an der Grenzfläche

- Kinematische Randbedingung

$$(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\cdot\hat{\mathbf{n}}_\Gamma = 0$$

Phase 1 (kontinuierlich)
Phase 2 (dispers oder kontinuierlich

- Dynamische Randbedingung (Kräftegleichgewicht)

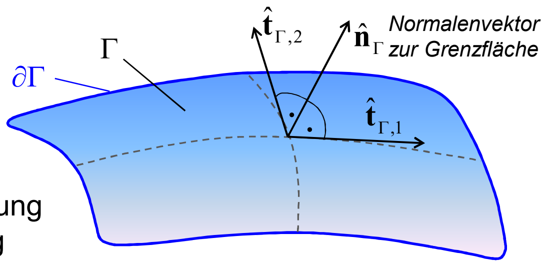
$$-(p_1 - p_2)\hat{\mathbf{n}}_\Gamma + (\mathbb{T}_1 - \mathbb{T}_2)\cdot\hat{\mathbf{n}}_\Gamma = 2H\sigma\hat{\mathbf{n}}_\Gamma$$

$$\mathbb{T}_k = 2\mu_k \mathbb{D}_k$$

$$\mathbb{D}_k = \frac{1}{2}\left(\nabla\mathbf{v}_k + (\nabla\mathbf{v}_k)^{\mathrm{T}}\right)$$

$$k = 1,2$$

σ = Oberflächenspannung
H = mittlere Krümmung

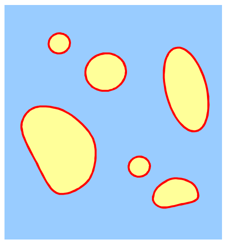


"Exakte" lokale Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\rho_1}{\partial t} + \nabla\cdot\rho_1\mathbf{v}_1 = 0\\ \frac{\partial(\rho_1\mathbf{v}_1)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho_1\mathbf{v}_1\mathbf{v}_1) = -\nabla p_1 + \nabla\cdot\mathbb{T}_1 + \rho_1\mathbf{g}\end{aligned}\right\}\mathbf{x}\in\Omega_1(t)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\rho_2}{\partial t} + \nabla\cdot\rho_2\mathbf{v}_2 = 0\\ \frac{\partial(\rho_2\mathbf{v}_2)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho_2\mathbf{v}_2\mathbf{v}_2) = -\nabla p_2 + \nabla\cdot\mathbb{T}_2 + \rho_2\mathbf{g}\end{aligned}\right\}\mathbf{x}\in\Omega_2(t)$$

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_\mathrm{i}\\ -(p_1 - p_2)\hat{\mathbf{n}}_1 + (\mathbb{T}_1 - \mathbb{T}_2)\cdot\hat{\mathbf{n}}_1 = 2H\sigma\hat{\mathbf{n}}_1\end{aligned}\right\}\mathbf{x}\in S_\mathrm{i}(t)$$



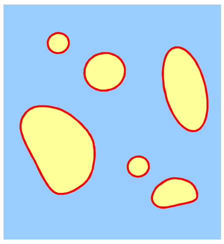
Phase 1 in $\Omega_1(t)$
Phase 2 in $\Omega_2(t)$

Phasengrenzfläche

Beschreibung der Phasenverteilung

- Definition Phasenindikatorfunktion

$$X_k(\mathbf{x},t) \equiv \begin{cases} 1 & \text{falls } \mathbf{x} \in \Omega_k(t) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



- Eigenschaften: $X_1(\mathbf{x},t) + X_2(\mathbf{x},t) = 1$

$$\nabla X_k(\mathbf{x},t) = \hat{\mathbf{n}}_k \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\Gamma(t))$$

$$(\hat{\mathbf{n}}_1 = -\hat{\mathbf{n}}_2 = \hat{\mathbf{n}}_\Gamma)$$

- X_1 und X_2 sind Lagrange invariant
  $\rightarrow$ "Topologische Gleichung"

$$\frac{\mathrm{D}X_k}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial X_k}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla X_k = 0$$

Gleichungen in Ein-Feld-Formulierung

$$\left.\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \\ \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) &= -\nabla p + \nabla \cdot \mu\left(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^{\mathrm{T}}\right) \\ &\quad + \rho \mathbf{g} + 2H\sigma \hat{\mathbf{n}}_\Gamma \delta_\Gamma \end{aligned}\right\} \quad \mathbf{x} \in \Omega \neq \Omega(t)$$

Gl. gelten im gesamten Gebiet

- Dichte $\rho(\mathbf{x},t)$ und Viskosität $\mu(\mathbf{x},t)$ sind stückweise konstant in jeder Phase aber diskontinuierlich an der Phasengrenzfläche
- Oberflächenspannungsterm
  - $\delta_\Gamma =$ Dirac-Delta Funktion für die Phasengrenzfläche
  - $H =$ lokale mittlere Krümmung der Phasengrenzfläche
- Methoden zur Bestimmung der Phasenverteilung
  - Volume-of-Fluid, Level-Set, Front-Verfolgung, …

Skalenauflösende versus skalenreduzierte Methoden

- Skalenauflösende Methoden (VOF, Level-set, …)
  - Die Gleichungen in lokaler Ein-Feld-Formulierung erfordern Berechnung der lokalen Krümmung jeder einzelnen Blase
    - d.h. Gitterweite << Blasendurchmesser
    - Methoden sind auf „kleine“ Blasenanzahlen beschränkt

Gitterzelle

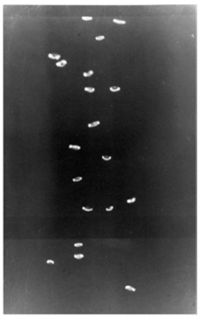
- Skalenreduzierte Methoden
  - *Euler-Lagrange Methode*
    - *Punkt-Partikel*
  - Euler-Euler Methode (Zwei-Fluid-Modell)
    - Gitterweite >> Blasendurchmesser
    - Mittelungsverfahren notwendig

Gitterzelle

Zeit-Mittelung einer Blasenströmung

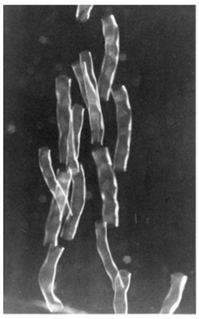
Moment-Aufnahme

An jedem Punkt existiert entweder Phase 1 oder Phase 2



Zeitgemittelte Aufnahme

Beide Phasen koexistieren und bilden ***“durchdringende Kontinua”***



Im Folgenden betrachten wir nicht Zeit- sondern Volumengemittelte Gleichungen (die resultierenden Gleichungen sind bei beiden Mittelungsarten äquivalent)

Definitionen zur Volumen-Mittelung

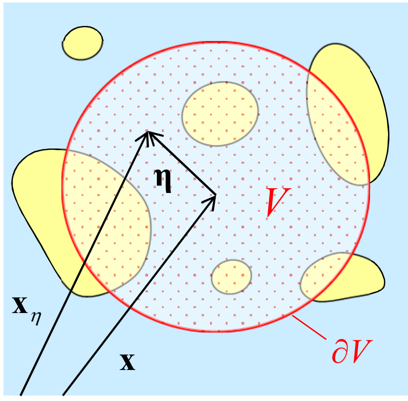
V = Mittelungsvolumen

∂V = äußerer Rand des Mittelungsvolumens

$\mathbf{x}$ = Ortvektor zum geometrischen Mittelpunkt von V

$\mathbf{x}_\eta$ = Ortvektor zu einem beliebigen Punkt innnerhalb von V

$\boldsymbol{\eta}$ = Vektor von $\mathbf{x}$ zu $\mathbf{x}_\eta$



(Es wird keine Annahme über Größe und Form von V getroffen)

Definitionen zur Volumenmittelung

- Volumenfraktion von Phase k im Volumen V

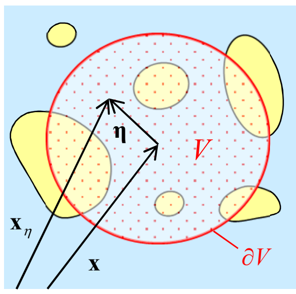
$$\alpha_k(\mathbf{x},t) = \frac{V_k}{V} = \frac{1}{V}\iiint_V X_k(\mathbf{x}+\boldsymbol{\eta},t)\,\mathrm{d}\mathbf{x}_\eta$$

- Phasenmittelwert einer Größe φ_k

$$\overline{\varphi_k}^{V}(\mathbf{x},t) = \frac{1}{V}\iiint_V \varphi_k(\mathbf{x}+\boldsymbol{\eta},t)X_k(\mathbf{x}+\boldsymbol{\eta},t)\,\mathrm{d}\mathbf{x}_\eta$$

- Intrinsischer Phasenmittelwert von φ_k

$$\overline{\varphi_k}^{V_k}(\mathbf{x},t) = \frac{1}{V_k}\iiint_V \varphi_k(\mathbf{x}+\boldsymbol{\eta},t)X_k(\mathbf{x}+\boldsymbol{\eta},t)\,\mathrm{d}\mathbf{x}_\eta \quad \rightarrow \quad \overline{\varphi_k}^{V} = \alpha_k \overline{\varphi_k}^{V_k}$$



Von den lokalen Gl. zum ZFM

- Multiplikation der lokalen Gleichungen jeder Phase mit der Phasenindikatorfunktion X_k und Volumenmittelung aller Terme

$$\overline{X_k \frac{\partial \rho_k}{\partial t}}^V + \overline{X_k \nabla\cdot\rho_k \mathbf{v}_k}^V = 0$$

$$\overline{X_k \frac{\partial\left(\rho_k\mathbf{v}_k\right)}{\partial t}}^V + \overline{X_k\nabla\cdot\rho_k\mathbf{v}_k\mathbf{v}_k}^V = -\overline{X_k\nabla p_k}^V + \overline{X_k\nabla\cdot\mathbb{T}_k}^V + \overline{X_k\rho_k\mathbf{g}}^V$$

- Anwendung von Gauß-Regel und Leibniz-Regel

$$\overline{X_k\nabla\varphi_k}^V = \nabla\overline{X_k\varphi_k}^V + \overline{\varphi_{k\mathrm{i}}\nabla X_k}^V = \nabla\overline{X_k\varphi_k}^V + \frac{1}{V}\iint_{S_\mathrm{i}\cap V}\hat{\mathbf{n}}_k\varphi_{k\mathrm{i}}\,\mathrm{d}s$$

$$\overline{X_k\frac{\partial\varphi_k}{\partial t}}^V = \frac{\partial}{\partial t}\overline{X_k\varphi_k}^V - \overline{\varphi_{k\mathrm{i}}\mathbf{v}_\mathrm{i}\cdot\nabla X_k}^V = \frac{\partial}{\partial t}\overline{X_k\varphi_k}^V - \frac{1}{V}\iint_{S_\mathrm{i}\cap V}\hat{\mathbf{n}}_k\cdot\mathbf{v}_\mathrm{i}\varphi_{k\mathrm{i}}\,\mathrm{d}s$$

Volumengemittelte Impulsgleichung

$$\frac{\partial\alpha_k\rho_k\overline{\mathbf{v}_k}^{V_k}}{\partial t} + \nabla\cdot\alpha_k\rho_k\overline{\mathbf{v}_k\mathbf{v}_k}^{V_k} = -\nabla\alpha_k\overline{p_k}^{V_k} + \alpha_k\rho_k\mathbf{g} + \nabla\cdot\alpha_k\overline{\mathbb{T}_k}^{V_k} + \mathbf{M}_k$$

$\mathbf{M}_k$ = Impulstransfer über die Phasengrenze

$$\mathbf{M}_k := -\overline{\left(-p_k\mathbb{I} + \mathbb{T}_k\right)\cdot\nabla X_k}^V \qquad \text{mit} \qquad \nabla X_k(\mathbf{x},t) = \hat{\mathbf{n}}_k\delta\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\mathrm{i}(t)\right)$$

$$\boxed{\mathbf{M}_k = -\frac{1}{V}\iiint_V\left(-p_k\mathbb{I}+\mathbb{T}_k\right)\cdot\hat{\mathbf{n}}_k\delta\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\mathrm{i}(t)\right)\mathrm{d}\mathbf{x}_\eta = -\frac{1}{V}\iint_{S_\mathrm{i}\cap V}\left(-p_k\mathbb{I}+\mathbb{T}_k\right)\cdot\hat{\mathbf{n}}_k\mathrm{d}s}$$

Integral von Druckverteilung und viskosen Spannungen über den Teil der Phasengrenzfläche S_i, der im Mittelungsvolumen V liegt

Kopplung der Impulsgleichungen

$$\frac{\partial \alpha_1 \rho_1 \overline{\mathbf{v}_1}^{V_1}}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_1 \rho_1 \overline{\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1}^{V_1} = -\nabla \alpha_1 \overline{p_1}^{V_1} + \alpha_1 \rho_1 \mathbf{g} + \nabla \cdot \alpha_1 \overline{\mathbb{T}_1}^{V_1} + \mathbf{M}_1$$

$$\frac{\partial \alpha_2 \rho_2 \overline{\mathbf{v}_2}^{V_2}}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_2 \rho_2 \overline{\mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2}^{V_2} = -\nabla \alpha_2 \overline{p_2}^{V_2} + \alpha_2 \rho_2 \mathbf{g} + \nabla \cdot \alpha_2 \overline{\mathbb{T}_2}^{V_2} + \mathbf{M}_2$$

Sprung-Bedingung für Impuls an Phasengrenze:

$$\boxed{\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = \frac{1}{V} \iint_{S_i \cap V} 2\sigma H \hat{\mathbf{n}}_1 \, \mathrm{d}s}$$

Ergibt sich aus Volumenmittelung der dynamischen Randbedingung

Impulsgleichungen der Phasen sind durch die Sprungbedingung für den Impulsaustausch über die Phasengrenzfläche gekoppelt

Turbulente Spannungen

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{v}_k}^{V_k}}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k}^{V_k} = -\nabla \alpha_k \overline{p_k}^{V_k} + \alpha_k \rho_k \mathbf{g} + \nabla \cdot \alpha_k \overline{\mathbb{T}_k}^{V_k} + \mathbf{M}_k$$

- Zerlegung der lokalen Geschwindigkeit
  - räumliche Fluktuation = lokaler Wert – Mittelwert $\mathbf{v}_k' = \mathbf{v}_k - \overline{\mathbf{v}_k}^{V_k}$
- Der nicht-lineare konvektive Term ergibt

$$\alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k}^{V_k} = \alpha_k \rho_k \overline{\mathbf{v}_k}^{V_k} \overline{\mathbf{v}_k}^{V_k} - \alpha_k \mathbb{T}_k^{\mathrm{sgs}} \quad \text{mit}$$

$$-\mathbb{T}_k^{\mathrm{sgs}} := \underbrace{\rho_k \left(\overline{\overline{\mathbf{v}_k}^{V_k} \overline{\mathbf{v}_k}^{V_k}}^{V_k} - \overline{\mathbf{v}_k}^{V_k} \overline{\mathbf{v}_k}^{V_k} \right)}_{\mathbb{L}_k} + \underbrace{\rho_k \left(\overline{\overline{\mathbf{v}_k}^{V_k} \mathbf{v}_k'}^{V_k} + \overline{\mathbf{v}_k' \overline{\mathbf{v}_k}^{V_k}}^{V_k} \right)}_{\mathbb{C}_k} + \underbrace{\rho_k \overline{\mathbf{v}_k' \mathbf{v}_k'}^{V_k}}_{\mathbb{R}_k}$$

  - $\mathbb{T}_k^{\mathrm{sgs}}$ = Tensor der Feinstrukturspannungen (→ Grobstruktursimulation)
- Zeitmittelung liefert analog turbulente Reynolds-Spannungen
  - statistische Modellierung der Turbulenz (z.B. k-ε Turbulenzmodel)

Schließungs-Problematik

Gleichungen	#
Massenerhaltung Phase 1	1
Massenerhaltung Phase 2	1
Impulserhaltung Phase 1	3
Impulserhaltung Phase 2	3
Summenbed. der Volumenfraktionen	1
Impuls-Sprungbedingung	3
Gesamt	**12**

Unbekannte	#
α_1, α_2	2
$\overline{\mathbf{v}_1}^{V_1}, \overline{\mathbf{v}_2}^{V_2}$	6
$\overline{p_1}^{V_1}, \overline{p_2}^{V_2}$	2
$\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$	6
$\mathbb{T}_1^{sgs}, \mathbb{T}_2^{sgs}$	12
Gesamt	**28**

Schließungs-Annahmen

Gleichungen	#
Massenerhaltung Phase 1	1
Massenerhaltung Phase 2	1
Impulserhaltung Phase 1	3
Impulserhaltung Phase 2	3
Summenbed. der Volumenfraktionen	1
Impuls-Sprungbedingung	3
Gesamt	**12**

Unbekannte	#
α_1, α_2	2
$\overline{\mathbf{v}_1}^{V_1}, \overline{\mathbf{v}_2}^{V_2}$	6
$\overline{p_1}^{1} = \overline{p_2}^{2} = p$	1
$\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$	6
$\mathbb{T}_1^{sgs} = \mathbb{T}_2^{sgs} = 0$	0
Gesamt	**15**

Schließungs-Strategien

- Zur Schließung des Gleichungssystems werden drei skalare bzw. eine <u>vektorielle konstitutive Gleichung</u> benötigt
- Drei Strategien → drei verschiedene Modelle

1.) Homogenes Modell
  - Phasen sind im „mechanischen Gleichgewicht" $\overline{\mathbf{v}_2}^{V_2} = \overline{\mathbf{v}_1}^{V_1}$

2.) Algebraisches Schlupf Modell (und Drift-Strömungs-Modell)
  - Algebraische Beziehung für $\mathbf{v}_{\mathrm{rel}} = \overline{\mathbf{v}_2}^{V_2} - \overline{\mathbf{v}_1}^{V_1}$

3.) <u>Zwei-Fluid Modell</u>
  - Konstitutive Gleichung für $\mathbf{M}_1$

$$\mathbf{M}_1 = -\frac{1}{V}\iint_{S_i \cap V}\left[-p_1\mathbb{I} + \mu_1\left(\nabla\mathbf{v}_1 + \left(\nabla\mathbf{v}_1\right)^{\mathrm{T}}\right)\right]\cdot\hat{\mathbf{n}}_1 \mathrm{d}s$$

Integral über Druck und viskose Spannungen über den Teil der Phasengrenzfläche S_i, der im Mittelungsvolumen V liegt

Gliederung

- Einleitung
  - Vorstellung der Arbeitsgruppe
  - Zielsetzung des Vortrags
- Durchdringende Kontinua
  - Lokale Gleichungen und Mittelung
  - Schließungsproblematik
- **Zwei-Fluid-Modell**
  - **Annahmen und physikalische Modelle**
  - **Kritische Bewertung**
- Beiträge der DNS zur Modellentwicklung
  - Schwarmeffekte auf Widerstandskraft
  - Blasen-induzierte Turbulenz
- Zusammenfassung

Schließung des Zwei-Fluid-Modells

Der zu modellierende Impuls-Transfer-Term steht in Beziehung zur Kraft auf die Oberfläche eines Partikels

$$\mathbf{M}_1 = -\frac{1}{V}\iint_{S_i \cap V} \left(-p_1 \mathbb{I} + 2\mu_1 \mathbb{D}_1\right)\cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \, \mathrm{d}s$$

$$\mathbf{F}_{\text{Oberfläche}} = \oint\!\!\!\oint_{\mathcal{A}_\mathrm{P}} \left(-p_1 \mathbb{I} + 2\mu_1 \mathbb{D}_1\right)\cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \, \mathrm{d}s$$

$\mathcal{A}_\mathrm{P}$ = Oberflächeninhalt des Partikels

Wichtiger Unterschied:

Das Integral in $\mathbf{M}_1$ ist über den Teil der Phasengrenzfläche, der innerhalb des Mittelungsvolumens V liegt;

das Integral in $\mathbf{F}_{\text{Oberfläche}}$ ist über die Gesamt-Oberfläche des Partikel

Grundidee zur Schließung: $\mathbf{M}_1$ auf den hydrodynamischen Anteil der Kraft auf die Partikel-Oberfläche zurückführen

Kraft auf die Partikel-Oberfläche

- Aufspaltung des Druckes in einen statischen und dynamischen Anteil

$$p_1 = \rho_1 \mathbf{g}\cdot\mathbf{x} + p_{1,\text{dyn}}$$

$$\mathbf{F}_{\text{Oberfläche}} = -\oint\!\!\!\oint_{\mathcal{A}_\mathrm{P}} \left(\rho_1 \mathbf{g}\cdot\mathbf{x}\right)\cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \, \mathrm{d}s + \oint\!\!\!\oint_{\mathcal{A}_\mathrm{P}} \left(-p_{1,\text{dyn}} \mathbb{I} + 2\mu_1 \mathbb{D}_1\right)\cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \, \mathrm{d}s$$

$$= \underbrace{-\mathcal{V}_\mathrm{p}\rho_1 \mathbf{g}}_{\text{Archimedeskraft}} + \underbrace{\oint\!\!\!\oint_{\mathcal{A}_\mathrm{P}} \left(-p_{1,\text{dyn}} \mathbb{I} + 2\mu_1 \mathbb{D}_1\right)\cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \, \mathrm{d}s}_{\text{hydrodynamische Kraft } \mathbf{F}_{\text{hydr}}}$$

- Entsprechende Aufspaltung für den Term $\mathbf{M}_1$

$$\mathbf{M}_k = -\overline{\left(-(\overline{p}_k^{S_i} + p_k{}')\mathbb{I} + \mathbb{T}_k\right)\cdot \nabla X_k}^{V} \approx p\nabla\alpha_k + \mathbf{M}_{k,\text{hydr}}$$

$$\mathbf{M}_{1,\text{hydr}} = -\frac{1}{V}\iint_{S_i \cap V} \left(-p_1' \mathbb{I} + 2\mu_1 \mathbb{D}_1\right)\cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \, \mathrm{d}s$$

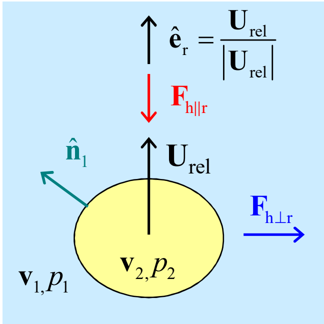
$$p\nabla\alpha_k - \nabla\alpha_k p = -\alpha_k \nabla p$$

Hydrodynamische Kraft $\mathbf{F}_{\mathrm{hydr}}$

- Lokale Druck- und Schubspannungsverteilung an der Phasengrenzfläche sind i. A. experimentell nicht zugänglich
- Bestimmung aus analytischer Lösung für Spezialfall möglich
- Zerlegung der hydrodynamischen Kraft in zwei Komponenten
  - Komponente $\mathbf{F}_{\mathrm{h}\parallel\mathrm{r}}$ wirkt entgegen $\mathbf{U}_{\mathrm{rel}}$
  - Komponente $\mathbf{F}_{\mathrm{h}\perp\mathrm{r}}$ wirkt normal zu $\mathbf{U}_{\mathrm{rel}}$

$$\mathbf{F}_{\mathrm{hydr}} = \oiint_{\mathcal{A}_\mathrm{p}} \left(-p_{1,\mathrm{dyn}}\mathbb{I} + 2\mu_1 \mathbb{D}_1\right)\cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \,\mathrm{d}S$$

$$= \underbrace{\left(\mathbf{F}_{\mathrm{hydr}}\cdot\hat{\mathbf{e}}_\mathrm{r}\right)\left(-\hat{\mathbf{e}}_\mathrm{r}\right)}_{\mathbf{F}_{\mathrm{h}\parallel\mathrm{r}}} + \underbrace{\left[\mathbf{F}_{\mathrm{hydr}} - \left(\mathbf{F}_{\mathrm{hydr}}\cdot\hat{\mathbf{e}}_\mathrm{r}\right)\left(-\hat{\mathbf{e}}_\mathrm{r}\right)\right]}_{\mathbf{F}_{\mathrm{h}\perp\mathrm{r}}}$$



Hydrodyn. Kraft auf eine feste Kugel

- Eine feste Kugel (Durchmesser d_p) bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\mathbf{V}_\mathrm{p} = V_\mathrm{p}\hat{\mathbf{e}}_\mathrm{r}$ in schleichender Strömung durch ein ruhendes Fluid

$$\mathbf{F}_{\mathrm{hydr}} = \underbrace{-3\pi\mu_1 d_\mathrm{p} V_\mathrm{p}\hat{\mathbf{e}}_\mathrm{r}}_{\text{Stokes'sche Widerstandskraft}} \underbrace{-\frac{1}{2}\mathcal{V}_\mathrm{p}\rho_1\frac{\mathrm{d}V_\mathrm{p}}{\mathrm{d}t}\hat{\mathbf{e}}_\mathrm{r}}_{\text{Virtuelle Massenkraft}} \underbrace{-\frac{3}{2}\sqrt{\pi\mu_1\rho_1}\,d_\mathrm{p}^2\hat{\mathbf{e}}_\mathrm{r}\int_0^t \frac{\mathrm{d}V_\mathrm{p}(\tau)/\mathrm{d}\tau}{\sqrt{t-\tau}}\mathrm{d}\tau}_{\text{Boussinesq-Basset'sche Historiekraft}}$$

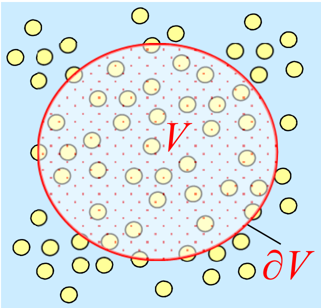
- Im allgemeinen Fall ist keine analytische Lösung möglich
- In Anlehnung an die Lösung für Stokes'sche Strömung wird die Aufspaltung der hydrodynamischen Kraft wie folgt **verallgemeinert**:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{hydr}} = \underbrace{\underbrace{\mathbf{F}_{\mathrm{Widerstand}}}_{\mathbf{F}_{\mathrm{drag}}}}_{\text{Beitrag zu }\mathbf{F}_{\mathrm{h}\parallel\mathrm{r}}} + \underbrace{\underbrace{\mathbf{F}_{\mathrm{VirtuelleMasse}}}_{\mathbf{F}_{\mathrm{vm}}} + \cancel{\underbrace{\mathbf{F}_{\mathrm{Historiekraft}}}_{\mathbf{F}_{\mathrm{hist}}}}}_{\text{Beiträge zu }\mathbf{F}_{\mathrm{h}\parallel\mathrm{r}}\text{ und }\mathbf{F}_{\mathrm{h}\perp\mathrm{r}}} + \underbrace{\underbrace{\mathbf{F}_{\mathrm{transversale\ Liftkraft}}}_{\mathbf{F}_{\mathrm{lift}}}}_{\text{Beitrag zu }\mathbf{F}_{\mathrm{h}\perp\mathrm{r}}} + \ldots$$

Schließung des Zwei-Fluid-Modells

1. Annahme

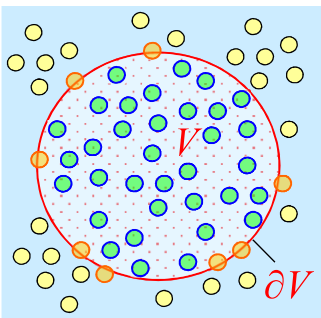
Das Volumen der einzelnen Partikeln ist sehr viel kleiner als das Mittelungsvolumen



$$\mathcal{V}_{\mathrm{p}} \ll V$$

Unter der 1. Annahme ist die Anzahl derjenigen Partikel, die vollständig innerhalb von V liegen, viel größer als die Anzahl der Partikel, die in Kontakt mit ∂V sind

2. Annahme: Vernachlässigung, dass Partikel ∂V schneiden



$$\mathbf{M}_{1,\mathrm{h}} = -\frac{1}{V}\iint_{S_1 \cap V} \left(-p_{1,\mathrm{dyn}}\mathbb{I} + 2\mu_1 \mathbb{D}_1\right) \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \mathrm{d}s$$

$$\approx -\frac{1}{V}\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{p}}} \oiint_{\mathcal{A}_{\mathrm{p}}^j} \left(-p_{1,\mathrm{dyn}}\mathbb{I} + 2\mu_1 \mathbb{D}_1\right) \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \mathrm{d}s$$

$$= -\frac{1}{V}\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{p}}} \mathbf{F}_{\mathrm{hydr}}^j$$

$$\mathbf{M}_{1,\mathrm{h}} + \mathbf{M}_{2,\mathrm{h}} \approx \frac{1}{V}\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{p}}} \oiint_{\mathcal{A}_{\mathrm{p}}^j} 2\sigma H \hat{\mathbf{n}}_1 \mathrm{d}s = 0$$

Oberflächenspannung fällt heraus!

3. Annahme *(wird später teilweise zurückgenommen)*

Die Strömung ist mono-dispers

– alle Partikel haben dieselbe Größe (Volumen $\mathcal{V}_\mathrm{p} = \pi d_\mathrm{eq}^3 / 6$)

– alle Partikel erfahren dieselbe Kraft

$$\mathbf{M}_{1,\mathrm{h}} \approx -\frac{1}{V}\sum_{j=1}^{N_\mathrm{p}} \mathbf{F}_\mathrm{hydr}^j \approx -\frac{N_\mathrm{p}}{V}\mathbf{F}_\mathrm{hydr} = -n_\mathrm{p}\mathbf{F}_\mathrm{hydr}$$

Hydrodyn. Kraft auf eine Einzelblase mit Durchmesser d_{eq}

n_p = lokale Partikel-Anzahldichte im Mittelungsvolumen V

$$n_\mathrm{p} = \frac{N_\mathrm{p}}{V} = \frac{N_\mathrm{p}\mathcal{V}_\mathrm{p}}{V}\frac{1}{\mathcal{V}_\mathrm{p}} = \frac{\alpha_2}{\mathcal{V}_\mathrm{p}} = \frac{6\alpha_2}{\pi d_\mathrm{eq}^3}$$

$$\rightarrow \boxed{\mathbf{M}_{1,\mathrm{h}} \approx -n_\mathrm{p}\mathbf{F}_\mathrm{hydr} = -\frac{6\alpha_2}{\pi d_\mathrm{eq}^3}\mathbf{F}_\mathrm{hydr} = -\frac{6\alpha_2}{\pi d_\mathrm{eq}^3}\left(\mathbf{F}_\mathrm{drag} + \mathbf{F}_\mathrm{vm} + \mathbf{F}_\mathrm{lift} + \ldots\right)}$$

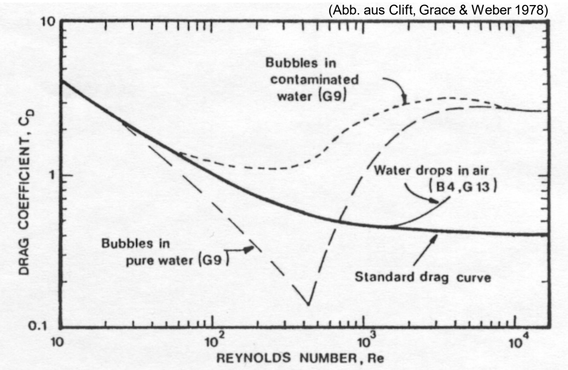
Der Blasendurchmesser d_eq ist eine Eingabegröße!

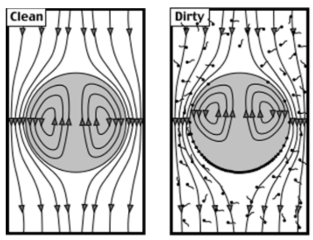
Modellierung der Widerstandskraft

$$\mathbf{F}_\mathrm{drag} := -\frac{1}{2}\rho_1 A_\mathrm{pq} C_\mathrm{D} \mathbf{U}_\mathrm{rel}\left|\mathbf{U}_\mathrm{rel}\right| \quad \text{mit} \quad \mathbf{U}_\mathrm{rel} = \overline{\mathbf{v}_2}^{V_2} - \overline{\mathbf{v}_1}^{V_1}$$

$$\mathbf{M}_{1,\mathrm{drag}} = -\frac{6\alpha_2}{\pi d_\mathrm{eq}^3}\mathbf{F}_\mathrm{hydr} = \frac{3}{4} C_\mathrm{D}\rho_1 \frac{\alpha_2}{d_\mathrm{eq}}\left|\overline{\mathbf{v}_2}^{V_2} - \overline{\mathbf{v}_1}^{V_1}\right|\left(\overline{\mathbf{v}_2}^{V_2} - \overline{\mathbf{v}_1}^{V_1}\right)$$

(Abb. aus Clift, Grace & Weber 1978)





www.bubbleology.com/images/CleanBubAnim.GIF
www.bubbleology.com/images/SurfBubAnim.GIF
(Zugriff inzwischen nicht mehr möglich)

C_D für Einzelblase in ruhender Fl.*

- Kennzahlen $Re_p = \frac{\rho_l d_{eq} |\overline{\mathbf{v}_2}^{V_2} - \overline{\mathbf{v}_1}^{V_1}|}{\mu_l}$ $\quad E\ddot{o}_B = \frac{(\rho_L - \rho_G) d_{eq}^2}{\sigma}$
- Hochreine Flüssigkeit

$$C_D = \max\left[\min\left\{\frac{16}{Re_p}\left(1+0{,}15 Re_p^{0{,}687}\right), \frac{48}{Re_p}\right\}, \frac{8}{3}\frac{E\ddot{o}_B}{E\ddot{o}_B+4}\right]$$

- Leicht kontaminierte Flüssigkeit

$$C_D = \max\left[\min\left\{\frac{24}{Re_p}\left(1+0{,}15 Re_p^{0{,}687}\right), \frac{72}{Re_p}\right\}, \frac{8}{3}\frac{E\ddot{o}_B}{E\ddot{o}_B+4}\right]$$

- Stark kontaminierte Flüssigkeit

$$C_D = \max\left[\frac{24}{Re_p}\left(1+0{,}15 Re_p^{0{,}687}\right), \frac{8}{3}\frac{E\ddot{o}_B}{E\ddot{o}_B+4}\right]$$

Schiller-Naumann für Blase mit (H-R Korrektur)

Potentialströmung um feste Kugel

Kappen-Blase

Schiller-Naumann für feste Kugel

Potentialströmung um feste Kugel

* A. Tomiyama et al., JSME Int. J. Ser. B 41 (1998) 472–479

Weitere Kräfte und krit. Bewertung

- Widerstandskraft
- Virtuelle Massenkraft
- Liftkraft
- Turbulente Dispersionskraft
- Wandkraft („wall lubrication force")
  - Empirische Kraft als Korrektur der Liftkraft in Wandnähe
- …
- Beträchtliche Fortschritte hinsichtlich der Modellierung des Impulsaustausches zwischen den Phasen für frei aufsteigende Einzelblasen in unendlich ausgedehnter ruhender Flüssigkeit
  - Die Hydrodynamik von mono-dispersen Blasenströmungen mit geringem Gasgehalt kann relativ zuverlässig berechnet werden
- Reale Blasenströmungen
  - sind i. A. poly-dispers (d.h. Spektrum an Blasengrößen)
  - Gasgehalt ist i. A. nicht gering
  - Einfluss von Blasen-Blasen Wechselwirkungen muss berücksichtigt werden

Für viele dieser Kräfte existiert in der Literatur eine Vielzahl von Varianten für die dimensionslosen Modellkoeffizienten C_D, C_L, …

Erweiterungen für polydisperse Strömung

- *Transportgleichung für spezifische Phasengrenzfläche*
- Populationsbilanz-Modelle (*verschiedene Varianten, hier nicht im Detail*)
  - Einteilung der Blasen in K Größen-Klassen $\mathcal{V}_{B,1} < \mathcal{V}_{B,2} < \ldots \mathcal{V}_{B,k} \ldots < \mathcal{V}_{B,K}$
  - Ein Euler'sches Feld für die kontinuierliche Phase
  - K Euler'sche Felder für die disperse Phase
    - jedes Feld $k = 1, \ldots, K$ repräsentiert Blasen einer bestimmten Größenklasse
    - Sonderfall $K = 1$: Standard-Zwei-Fluid-Modell
  - Für jede Klasse wird eine Impuls- und Massenbilanz-Gleichung gelöst (→ hohe Rechenzeiten)

$$\frac{\partial n_{B,k}}{\partial t} + \nabla \cdot \overline{\mathbf{v}_{2,k}}^{V_{2,k}} n_{B,k} = \boxed{S_{\text{Koaleszenz}} + S_{\text{Fragmentierung}}} + \ldots$$

Verschiedene Mechanismen
Literaturüberblick: Liao & Lucas Chem Eng Sci **64** (2009) 3389
und Liao & Lucas Chem Eng Sci **65** (2010) 2851

$$\alpha_2 = \sum_{k=1}^{K} \alpha_{2,k} = \sum_{k=1}^{K} n_{B,k} \mathcal{V}_{B,k}$$

Impulsaustausch mit Flüssigphase

$$\mathbf{M}_{1,h} \approx -\frac{1}{V} \sum_{j=1}^{N_p} \mathbf{F}_{\text{hydr}}^{j} \approx -\sum_{k=1}^{K} n_{p,k} \mathbf{F}_{\text{hydr},k} = -\sum_{k=1}^{K} \frac{6}{\pi} \frac{\alpha_{2,k}}{d_{\text{eq},k}^3} \mathbf{F}_{\text{hydr},k}$$

Lineare Überlagerung der hydrodynamischen Kraft isolierter Einzelblasen verschiedenen Volumens

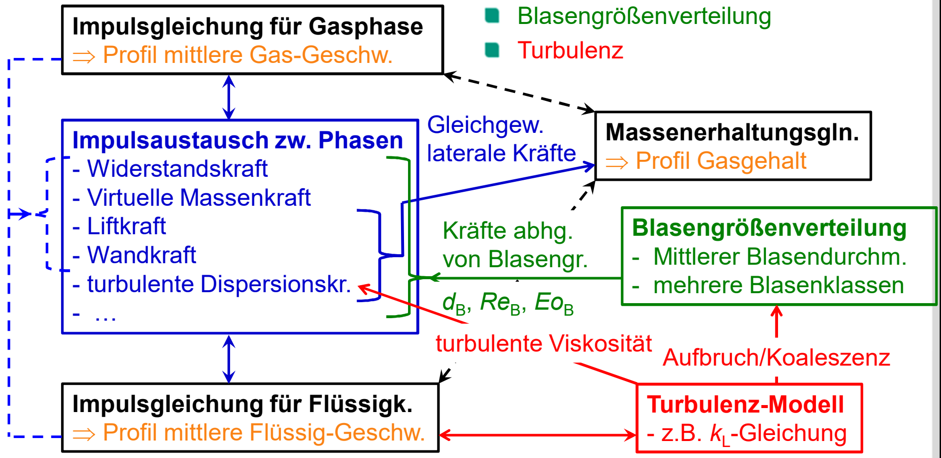
$$\mathbf{F}_{\text{hydr},k} = \mathbf{F}_{\text{drag},k} + \mathbf{F}_{\text{vm},k} + \mathbf{F}_{\text{lift},k} + \ldots$$

Hydrodynamische Kraft wird für jede Klasse separat in Abhängigkeit des entsprechenden äquivalenten Durchmessers $d_{\text{eq},k}$ berechnet

- Problematik und Bedarf für Weiterentwicklung
  - Modelle für den Impulsaustausch zwischen den Phasen berücksichtigen <u>nicht</u> die Nichtlinearität realer Blasenströmungen
  - Modellierung der Quell-/Senkenterme in der Bilanzgleichung für den Gasgehalt $\alpha_{2,k}$ der einzelnen Klassen (Aufbruch/Koaleszenz)
  - Weiterentwicklung des ZFM wird erschwert durch die inhärente Wechselwirkung zwischen den verschiedenen Modellen

Wechselwirkung von Modellen

- **Gl. des Zwei-Fluid-Models**
- **Schließung des Zwei-Fluid-Models**
  - Impulsaustausch zw. den Phasen
  - Blasengrößenverteilung
  - Turbulenz



Gliederung

- Einleitung
  - Vorstellung der Arbeitsgruppe
  - Zielsetzung des Vortrags
- Durchdringende Kontinua
  - Lokale Gleichungen und Mittelung
  - Schließungsproblematik
- Zwei-Fluid-Modell
  - Annahmen und physikalische Modelle
  - Kritische Bewertung
- **Beiträge der DNS zur Modellentwicklung**
  - **Schwarmeffekte auf Widerstandskraft**
  - **Blasen-induzierte Turbulenz**
- Zusammenfassung

DNS als Tool zur Modellentwicklung

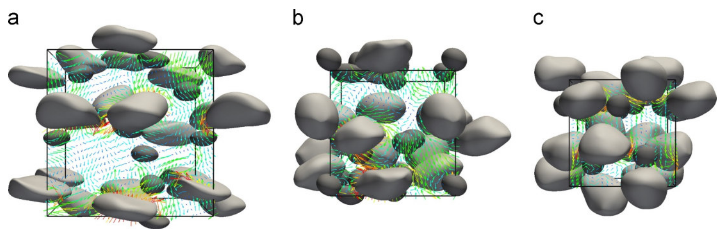
- DNS liefert
  - Vollständige drei-dimensionale Feldinformation über alle Strömungsgrößen (Phasenverteilung, Geschwindigkeit, Druck, Temperatur, …) mit hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung
  - Datensätze für Größen die experimentell nicht messbar sind, z.B. für

$$\mathbf{M}_1 = -\frac{1}{V}\iint_{S_1 \cap V}\left[-p_1\mathbb{I} + \mu_1\left(\nabla\mathbf{v}_1 + \left(\nabla\mathbf{v}_1\right)^{\mathrm{T}}\right)\right]\cdot\hat{\mathbf{n}}_1\mathrm{d}s$$

- Diese Datensätze können zur Entwicklung von verbesserten Modellen für skalenreduzierte Methoden verwendet werden
- Beispiele in diesem Vortrag
  - Schwarmeffekte auf Widerstandskraft (Arbeitsgr. Prof. Kuipers, Eindhoven)
  - Blaseninduzierte Turbulenz (eigene Arbeiten, Dr. Arbeit S. Erdogan)

Schwarmeffekte auf Widerstandskraft*

- Direkte Numerische Simulationen mit Front-Tracking Methode
  - Dreifach periodisches Rechengebiet
  - Durch Auftriebskräfte angetriebene Strömung
    - Bestimmung C_D aus Gleichgewicht zwischen Auftriebs- und Widerstandkraft
  - Mono- und bi-disperse Blasenströmung mit bis zu 32 Blasen
  - Luftblasen in Wasser, Blasendurchmesser 1 – 6 mm
  - Gasgehalt α bis zu 50% (Koaleszenz wird durch num. Methode verhindert)



Snapshots from the 8×2.5 mm and 8×4.8 mm bi-disperse swarm simulations at three different gas hold-ups. The images are to scale, the domain size decreases with increasing gas hold-up. (a) 12%; (b) 25%; and (c) 40%

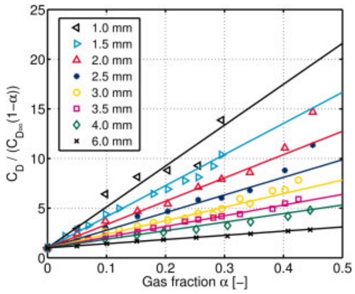
* Roghair et al., Chem Eng Sci 66 (2011) 3204; Roghair et al., Chem Eng Sci 95 (2013) 48; Roghair et al., AIChE J 59 (2013) 1791

Schwarmeffekte auf Widerstandskraft*

- Das Aufstiegsverhalten von Blasen im Schwarm kann sich deutlich von dem von Einzelblasen unterscheiden
  - Strukturbildung („horizontal clustering ↔ vertical channeling“) ist abhängig von der Deformierbarkeit der Blasen (Eötvös-Zahl)
- Blasen im dichten Schwarm erfahren geringere lokale Auftriebskraft → geringe Steiggeschwindigkeit → größere Widerstandkraft
- Korrelation auf Basis von DNS-Ergebn.

$$\frac{C_{\mathrm{D}}}{C_{\mathrm{D},\infty}} = 1 + \frac{22}{E\ddot{o} + 0,4}\alpha$$

  - C_{D} = Widerstandskoeff. im Schwarm
  - $C_{\mathrm{D},\infty}$ = Widerstandskoeff. Einzelblase
  - Gültigkeitsbereich
    - $0,13 \le E\ddot{o} \le 4,83$
    - $6,6 \le -\log Mo \le 10,6$

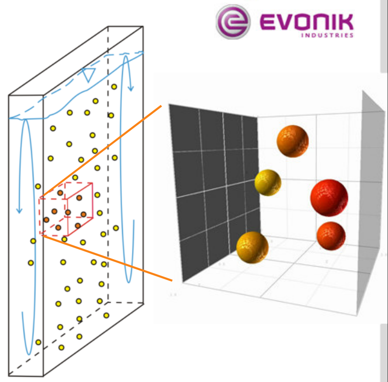


* Roghair et al., Chem Eng Sci 66 (2011) 3204; Roghair et al., Chem Eng Sci 95 (2013) 48; Roghair et al., AIChE J 59 (2013) 1791

Blasen-induzierte Turbulenz

- BMBF Projekt “Multiskalen-Modellierung von Mehrphasenreaktoren”
  - Entwicklung von Scale-up Strategien für ein Modell-basiertes Design von industriellen Mehrphasenreaktoren
- Beitrag des KIT (Doktorarbeit S. Erdogan)
  - DNS von Blasenschwärmen für Teilgebiet einer flachen Blasensäule
    - Volume-of-Fluid Methode, in-house Code
  - Auswertung aller Terme in der Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie der Flüssigkeit k_{L}
  - Bewertung von Modellansätzen für die Schließung der k_{L}– Gleichung
  - Entwicklung verbesserter Modelle und Implementierung in OpenFOAM®
    - Validierung anhand von Experimenten der Projektpartner

GEFÖRDERT VOM Bundesministerium für Bildung und Forschung
EVONIK INDUSTRIES



DNS Simulationen

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15
d_B [mm]	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	0,5	1	2,0	0,5
L_{ref} / d_B	4	5	4	5	6	5	6	4	4	5	4	4	5	5	5
n_B	4	4	4	4	4	6	6	8	8	8	8	8	8	6	6
ε [%]	3,2	1,6	3,2	1,6	1,0	2,5	1,4	6,5	6,5	3,3	6,5	6,5	1,9	2,5	2,5
log *Mo*	-7	-7	-8	-8	-8	-7	-8	-7	-7	-7	-8	-8	-8	-7	-10
$Eö_B$	2,5	2,5	1,2	1,2	1,2	2,5	1,2	2,5	10	2,5	1,2	1,2	1,2	1,2	0,1
	C	C	C	C	C	C	X	C	C	C	C	C	X	C	X

	T16	T17	T18	T19	T20	T21	T22	T23	T24	T25	T26	T27	T28	T29
d_B [mm]	2	3	2	1,6	5	4	3	1	1	1	1	1	2	0,5
L_{ref} / d_B	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
n_B	5	5	6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
ε [%]	2,1	2,1	2,6	2,1	2,1	2,1	2,1	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
log *Mo*	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-8	-7	-8	-9	-10	-7	-7	-7
$Eö_B$	1,2	2,6	1,2	0,7	7,3	4,7	2,6	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	10	0,6
	✓	✓	C	✓	X	X	X	✓	X	X	X	X	X	X
	A2	A3		A1										

C: *Koaleszenz* X: *Wandkontakt*

$$0,8\,\% \le \varepsilon \le 6,5\%$$

$$10^{-10} \le Mo \le 10^{-7}$$

$$0,1 \le Eö_B \le 10$$

$$\rho_L / \rho_G = 25$$

$$\mu_L / \mu_G = 1-3$$

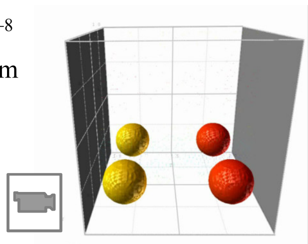
Hier Beschränkung auf wenige Fälle mit kleinem Gasgehalt:

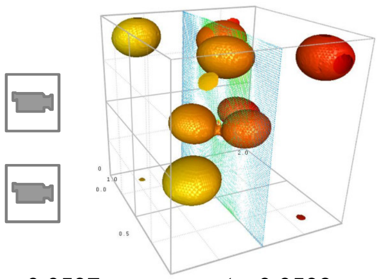
$$\varepsilon = 2.1\%, \quad Mo = 3.1\times 10^{-7}, \quad \mu_L / \mu_G = 3$$

Fall	A1	A2	A3
d_B	1.6 mm	2 mm	3 mm
$Eö_B$	0.747	1.167	2.625

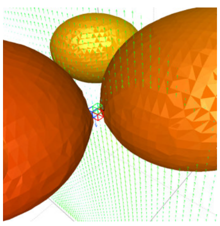
Problem: Koaleszenz

- $Mo = 10^{-8}$
- $d_B = 1$ mm

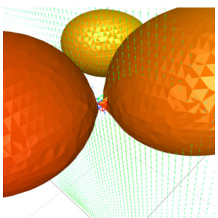




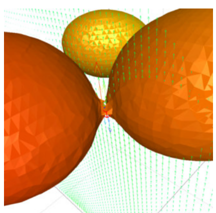
t = 0.0593 s



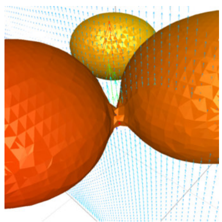
t = 0.0595 s



t = 0.0597 s

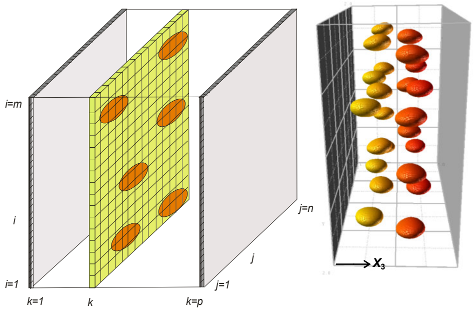


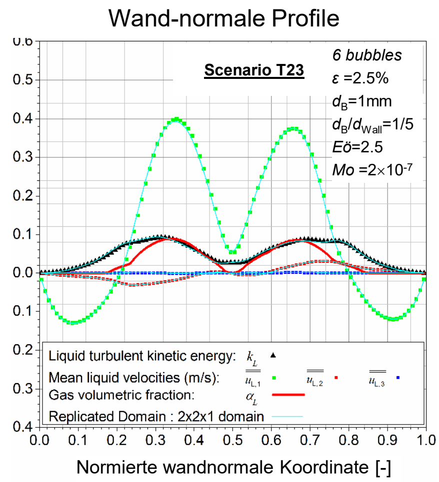
t = 0.0598 s



M. Wörner, S. Erdogan, Chem. Ing. Techn. 85 (2013) 1131-1316

Mittelung der DNS-Daten





- Mittelung der DNS-Ergebnisse eines Zeitpunkts über wand-parallele Ebenen
- Zusätzliche Mittelung über mehrere Zeitpunkte

Budget der exakten k_L–Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_L k_L)+\nabla\cdot\left(\alpha_L k_L \overline{\overline{\mathbf{u}_L}}\right)=$$

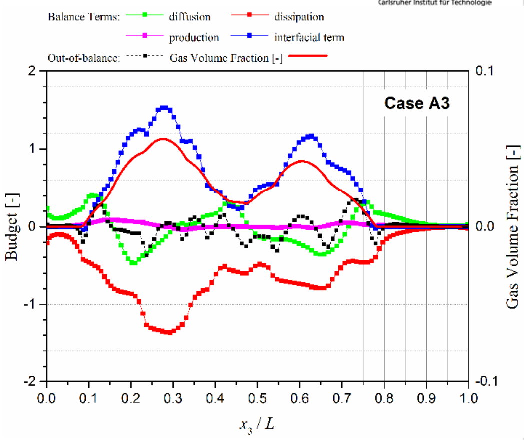
$$\underbrace{\frac{1}{Re_{ref}}\nabla\cdot\left(\alpha_L \overline{\overline{\mathbb{T}_L^{'}\cdot\mathbf{u}_L^{'}}}\right)-\nabla\cdot\left[\alpha_L\left(\overline{\overline{p_L^{'}\mathbf{u}_L^{'}}}+\frac{1}{2}\overline{\overline{(\mathbf{u}_L^{'}\cdot\mathbf{u}_L^{'})\mathbf{u}_L^{'}}}\right)\right]}_{\text{DIFFUSION}}$$

Vernachlässigbar ← $\underbrace{-\alpha_L\overline{\overline{\mathbf{u}_L^{'}\mathbf{u}_L^{'}}}:\nabla\overline{\overline{\mathbf{u}_L}}}_{\text{SCHER-PRODUKTION}}$

Kein lokales Gleichgewicht ← $\underbrace{-\frac{1}{Re_{ref}}\alpha_L\overline{\overline{\mathbb{T}_L^{'}:\nabla\mathbf{u}_L^{'}}}}_{\text{DISSIPATION}}$

Haupt-Quellterm $\underbrace{+\overline{\overline{\left[\frac{1}{Re_{ref}}\mathbb{T}_{L;in}^{'}-p_{L;in}^{'}\mathbb{I}\right]\cdot\mathbf{u}_{L;in}^{'}\cdot\mathbf{n}_{L;in}a_{in}}}}_{\text{GRENZFLÄCHEN-TERM}}$

Kataoka & Serizawa (1989)



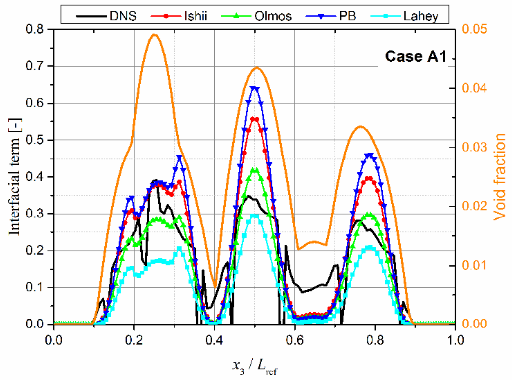
- Grenzflächenterm ist maßgebliche Quelle (Scherproduktion ist vernachlässigbar)
- Kein lokales Gleichgewicht zwischen Produktion und Dissipation
- Umverteilung von TKE von Bereichen mit hohem zu niedrigem α durch Diffusion
- Out of balance term ist < 10% des maximalen Terms (Grenzflächenterm)

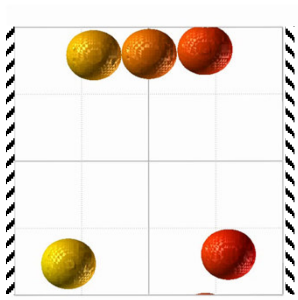
Modelle für Grenzflächenterm ϕ_k

Ishii	$\phi_k = 1 \cdot W_D$	$W_D = F_D \lvert\overline{\mathbf{u}_r}\rvert = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_G \rho_L}{d_B} \lvert\overline{\mathbf{u}_r}\rvert^3$
Olmos	$\phi_k = 0,75 \cdot W_D$	
Lahey	$\phi_k = \frac{1 + C_D^{4/3}}{3 C_D} \cdot W_D \longrightarrow$	$\frac{1}{4}\left(1 + C_D^{4/3}\right) \frac{\alpha_G \rho_L}{d_B} \lvert\overline{\mathbf{u}_r}\rvert^3$

W_D = Arbeit der Widerstandskraft

$C_D = C_{D,\mathrm{Tomiyama}}$





x_3 / L_{ref}

Turbulenz-Modelle in OpenFoam (*twoPhaseEulerFoam*)

	k und ε Gln.	Effective viscosity	Grenzflächenterm
mixtureKEpsilon (Behzadi&Rusche 2004)	k_m - $\varepsilon_m \rightarrow f(\rho_m)$	μ_T	$\phi_k = \frac{1 + C_D^{4/3}}{3 C_D} W_D$
LaheyKEpsilon (Lahey 2005)	Standard k_L - ε_L	$\mu_T + 0{,}6 d_B \alpha_G \rho_L \lvert\mathbf{u}_r\rvert$	
Olmos *et. al.* 2003	Standard k_L - ε_L	$\mu_T + 0{,}6 d_B \alpha_G \rho_L \lvert\mathbf{u}_r\rvert$	—
		μ_T	$\phi_k = 0,75 W_D$

$$\mu_T = C_\mu \frac{k_L}{\varepsilon_L}$$

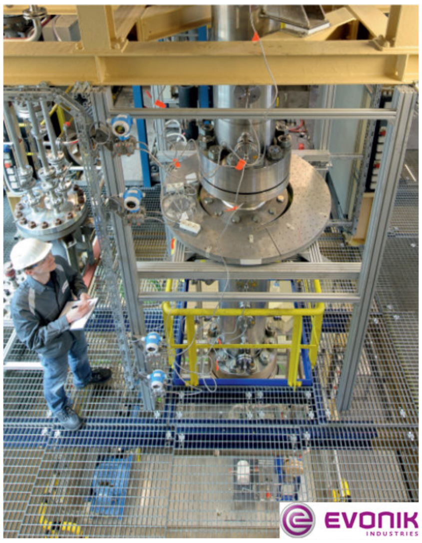
Modifizierte Viskosität nach Sato (1975)

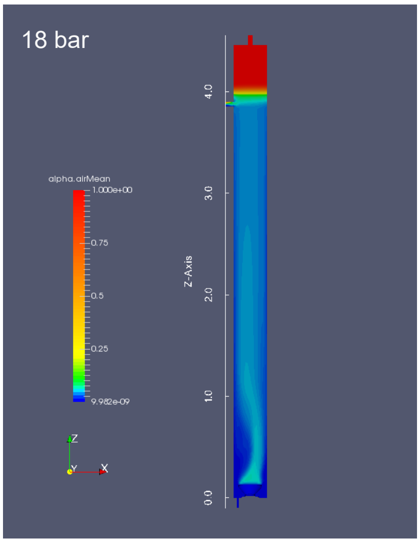
- Implementierung des $k_m - \varepsilon_m$ Modells in OpenFoam ist stabiler als die des $k_L - \varepsilon_L$ Modells, daher hier Verwendung des $k_m - \varepsilon_m$ Modells

  $$\rho_L / \rho_G \gg 1, \quad \alpha_G \ll 1 \quad \rightarrow \quad k_m \approx k_L, \quad \varepsilon_m \approx \varepsilon_L$$

- Implementierung Olmos Modell ist in Arbeit

Evonik Hochdruck-Blasensäule

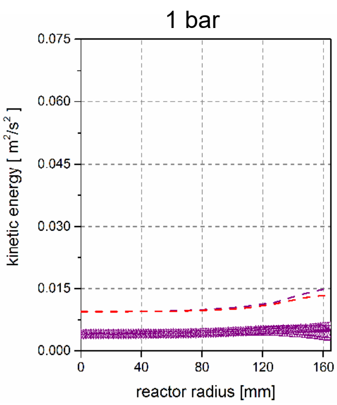


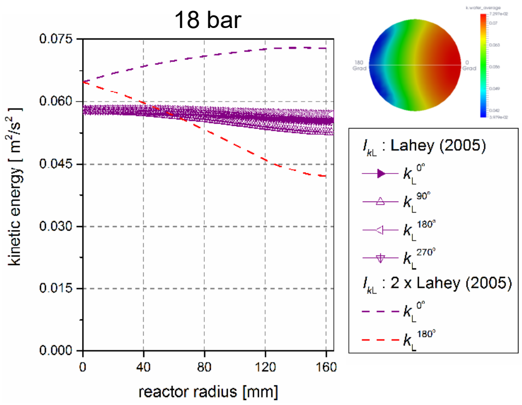


Titelbild Chem. Ing. Techn. 7/2013

Einfluss Grenzflächenterm in k_m-Gl.

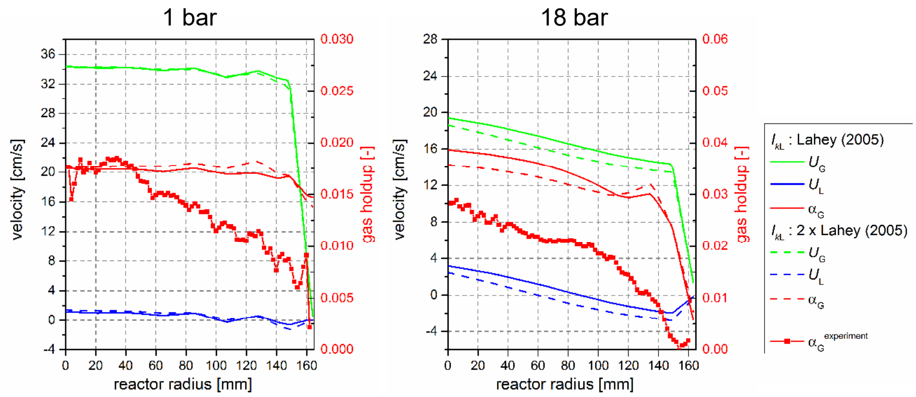
- Vergleich Rechnungen einfacher ↔ verdoppelter Grenzflächenterm
  - $k_m - \varepsilon_m$ Modell mit Grenzflächenterm nach Lahey (2005)
  - 25°C, U_G = 0,56 cm/s U_L = 0,8 cm/s
  - Radiale Profile in der Mittel-Höhe der Blasensäule (z = 2,23 m)





Einfluss Grenzflächenterm in k_m-Gl.

- Vergleich Rechnungen einfacher ↔ verdoppelter Grenzflächenterm
  - $k_m - \varepsilon_m$ Modell mit Grenzflächenterm nach Lahey (2005)
  - 25°C, U_G = 0,56 cm/s U_L = 0,8 cm/s
  - Experimentelle Daten zu Gasgehalt von A. Bieberle et al. (HZDR)



Zusammenfassung und Ausblick

- Vorstellung Zwei-Fluid-Modell für disperse Strömung
  - Schließung erfordert Modelle für
    - Impulsaustausch zwischen den Phasen ✓
      (Integral der lokalen Druck- und Reibspannungen über Phasengrenze)
    - Blasengrößenverteilung (✓)
    - Turbulenz Flüssigphase
    - *Wärme- / Stoffaustausch zwischen den Phasen*
- Status Zwei-Fluid-Modell
  - Mono-disperse dünne Strömungen können relativ zuverlässig berechnet werden hinsichtlich Gasverteilung und mittlere Geschwindigkeiten
  - Aussage gilt nicht für Turbulenzgrößen
- Modellierungsbedarf
  - Schwarmeffekte in hydrodynamischen Kräften
  - Turbulenzmodellierung ist weitgehend offenes Feld
  - DNS kann wertvolle Beiträge leisten