KFK-1

KBB-Ber. 1

BERICHTE

der

Reaktorgruppe

im Max-Planck-Institut für Physik

Göttingen

Nr. 1

Druck: Max-Planck-Gesellschaft - Dokumentationsstelle

Zur Theorie der Reaktoren mit schnellen Neutronen.

R.SCHULTEN

Die heute bekannten Reaktortypen lassen sich in drei Gruppen einteilen, je nach der mittleren Energie der Neutronen, die die Kettenreaktion aufrecht erhalten. Liegt diese Energie über 1000 eV, so spricht man von schnellen Reaktoren[1]; werden die Neutronen in Moderatoren abgebremst, so daß ihre Geschwindigkeit der thermischen Bewegung der Moderatormoleküle entspricht, so bezeichnet man diese Anlagen als thermische Reaktoren; bei einer mittleren Neutronenenergie von etwa 1000 eV hat man einen intermediären Reaktor vor sich.

Schnelle und intermediäre Reaktoren haben gegenüber den thermischen Reaktoren einen Vorzug: ihre gute Neutronenökonomie ermöglicht es, relativ viele überschüssige Neutronen für die Produktion neuer Kernbrennstoffe zu verwenden.

Während die Theorie der thermischen Reaktoren bereits heute einfache und praktisch brauchbare allgemeine Formeln liefert[2], ist man bei der Berechnung von schnellen und intermediären Reaktoren noch auf verhältnismäßig umständliche numerische Verfahren angewiesen[3]. Die vorliegende Arbeit soll einen Beitrag zur Entwicklung eines für praktische Zwecke geeigneten Rechenverfahrens geben, mit dessen Hilfe es möglich ist, die kritischen Bedingungen, das Energiespektrum der Neutronen und den Brutgewinn eines intermediären bzw. eines schnellen Reaktors mit ausreichender Genauigkeit anzugeben.

Die Neutronenflußdichte als Funktion der Energie.

Im Innern eines Reaktors entstehen durch Spaltungsprozesse zunächst nur schnelle Neutronen, deren Energiespektrum durch[4]

$$N(E) = \sqrt{\frac{2}{\pi e}}\left(\sin\sqrt{2E}\right) \times \exp(-E) \qquad (1)$$

gegeben ist.

Bezeichnungen:

E = Neutronenenergie in MeV

N(E) = Anzahl der Neutronen pro Energieintervall.

Dieses Spektrum der schnellen Neutronen wird durch Abbrems- und Absorptionsprozesse verändert; und zwar wird sich das Spektrum umso mehr

nach der energieärmeren Seite verschieben, je größer die Bremskraft des Reaktormaterials im Vergleich zu seiner Absorptionsfähigkeit ist. Bei genügend großer Bremskraft wird ein Teil der Neutronen so viel Energie durch Stöße mit den Reaktoratomkernen abgeben, daß sie mit den letzteren schließlich in thermischem Gleichgewicht stehen.
Das Energiespektrum der Neutronen eines Reaktors lässt sich also durch geeignete Wahl der Zusammensetzung des Reaktors beliebig einstellen.
Es ist üblich, die Energie der Neutronen logarithmisch zu messen:

$$(2) \qquad u = \log \left(\frac{E_o}{E} \right)$$

Bezeichnung:

E_o = Maßeinheit der Energie.

Die Anzahl der bei einer Spaltung pro cm^3 und sec im logarithmischen Energieintervall du' erzeugten Neutronen sei (bei Verwendung der obigen Variabeln) gegeben durch:

$$(3) \qquad \nu \chi(u')\, du'$$

wo:

$$\int_{-\infty}^{u} \chi(u')\,du' = 1$$ und ν = Anzahl der bei einer Spaltung erzeugten Neutronen ist.

Die Funktion $\chi(u)$ gewinnt man durch Substitution der logarithmischen Energie u für E aus Gleichung (1).
Bei der Abbremsung der Neutronen geht ein gewisser Teil durch Absorption im Reaktormaterial verloren; von den überlebenden Neutronen wird außerdem ein gewisser Bruchteil aus dem Reaktor herausdiffundieren. Wir bezeichnen denjenigen Anteil von Neutronen, der bei der Erniedrigung der logarithmischen Energie von u' auf u die Absorption überlebt, mit $p(u,u')$, und der Bruchteil von Neutronen, der nicht ausfließt, sondern im Reaktor verbleibt, wird durch $P_s(u,u')$ ausgedrückt. (Die Ausdrücke $p(u,u')$ und $P_s(u,u')$ stammen aus der Bremstheorie der Neutronen und sollen später hergeleitet werden). Die Anzahl der im Intervall du' pro Spaltung, cm^3 und sec erzeugten Neu-

tronen, die die logarithmische Energie u erreichen, wird somit:

(4) $$dq(u) = P_s(u,u')p(u,u') \nu \chi(u')du'$$

Hieraus lässt sich durch Integration die Gesamtzahl der Neutronen gewinnen, die die logarithmische Energie u erreichen:

(5) $$q(u) = \int_{-\infty}^{u} P_s(u,u')\, p(u,u') \nu \chi(u')du'$$

q(u) nennt man die Bremsdichte. Sie ist bei langsam veränderlichem Absorptionsquerschnitt mit dem Neutronenfluß $\varphi(u)$ in folgender Weise verknüpft[4]:

(6) $$(\xi \Sigma_s + \gamma \Sigma_a)\varphi(u) = q(u)$$

Bezeichnungen:

Σ_s = makroskopischer Streuquerschnitt

Σ_a = " Absorptionsquerschnitt

Die Konstanten ξ und γ siehe Literaturhinweis [4].

Wir können damit den Neutronenfluß, der pro Spaltung hervorgerufen wird, darstellen durch:

(7) $$\varphi(u) = \frac{1}{\xi \Sigma_s + \gamma \Sigma_a} \int_{-\infty}^{u} P_s(u,u')\, p(u,u') \nu \chi(u')du'$$

Integriert man in Gl.5) von $-\infty$ bis u_t (logarithmische Energie der thermischen Neutronen), so erhält man die Anzahl der Neutronen, die thermische Geschwindigkeiten erreichen:

(8) $$q(u_t) = \int_{-\infty}^{u_t} P_s(u_t,u')\, p(u_t,u') \nu \chi(u')du'$$

Von den thermischen Neutronen fließt ein Teil aus dem Reaktor heraus. Der im Reaktor verbleibende Bruchteil sei mit P_t bezeichnet, so daß die pro cm^3 und sec. im Reaktor absorbierte Anzahl von thermischen Neutronen wird:

(9) $$P_t\ q(u_t) = \Sigma_{a t}\, \phi_t = P_t \int_{-\infty}^{u_t} P_s(u_t,u')\, p(u_t,u') \nu \chi(u')du'$$

Bezeichnungen:

ϕ_t = thermische Neutronenflußdichte

Σ_{a_t} = thermischer makroskopischer Absorptionsquerschnitt

Daraus gewinnen wir den thermischen Neutronenfluß:

(10) $$\phi_t = \frac{P_t}{\Sigma_{a_t}} \int_{\infty}^{u_t} P_s(u_t, u')\, p(u_t, u')\, v\, \chi\, (u')\, du'$$

Es bleibt noch anzugeben, in welcher Weise die Größen P_t, $P_s(u,u')$ und $p(u,u')$ von der Zusammensetzung und der Größe des Reaktors abhängen.

In einer exakten Berechnung des Produktes $P_s(u,u')\, p(u,u')$ mit Hilfe der Bremstheorie wird sichtbar, daß die beiden Faktoren nicht unabhängig von einander sind. ($P_s(u,u')$ und $p(u,u')$ lassen sich übrigens als die Wahrscheinlichkeiten deuten, mit der ein schnelles Neutron nicht absorbiert wird bzw. nicht ausfließt). Die Zerlegung in Faktoren ist aber in einer gewissen (der sogen. "Fermischen Age") Näherung erlaubt und ergibt:

(11) $$P_s(u,u') = \exp\ (-B^2 \tau\ (u,u'))\ \text{mit}\ \tau = \int_{u'}^{u} \frac{D}{\xi \Sigma_s + \gamma \Sigma_a} \cancel{x}\ du$$

und

(12) $$p(u,u') = \exp\left(- \int_{u'}^{u} \frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s + \gamma \Sigma_a}\, du\right)$$

Bezeichnungen:

B = Krümmung des Reaktors

τ = Fermialter

D = Diffusionskoeffizient für schnelle Neutronen

Der Bruchteil der im Reaktor verbleibenden thermischen Neutronen ist gegeben durch[4]:

(13) $$P_t = \frac{1}{1 + L^2 B^2}$$

Bezeichnung: L^2 = Diffusionslänge für thermische Neutronen

Die kritische Bedingung.

Ein Reaktor ist dann kritisch, wenn die durch eine Spaltung pro cm^3 und sec erzeugten schnellen und thermischen Neutronen im Mittel wieder eine Spaltung verursachen. Es muß also folgende Gleichung erfüllt sein:[x]

$$(14) \qquad \Sigma_{ft}\,\phi_t + \int_{-\infty}^{u_t} \Sigma_f\,\varphi(u')\,du' = 1$$

Der erste Summand gibt die durch thermische und der zweite die durch schnelle Neutronen hervorgerufenen Spaltungen pro sec und cm^3 wieder. Zieht man die in Gl.7) und 10) gewonnenen Ausdrücke für die Neutronenflußdichte schneller bzw. thermischer Neutronen heran, so erhält man für Gleichung 14):

$$(15) \qquad \nu \frac{\Sigma_{ft}}{\Sigma_{at}} P_t \int_{-\infty}^{u_t} P_s(u_t, u')\, p(u_t, u')\, \chi(u')\, du' + \nu \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_f}{\xi\Sigma_s + \gamma\Sigma_a} du \int_{-\infty}^{u} P_s(u, u')\, p(u, u')\, \chi(u')\, du' = 1.$$

oder bei Verwendung der in Gln.12) und 13) angegebenen Größen für P_s (u,u') und P_t:

$$(16) \qquad \nu \frac{\Sigma_{ft}}{\Sigma_{at}} \frac{1}{1+B^2L^2} \int_{-\infty}^{u_t} e^{-B^2\tau(u_t,u')}\, p(u_t, u')\, \chi(u')\, du' + \nu \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_f}{\xi\Sigma_s + \gamma\Sigma_a} du \int_{-\infty}^{u} e^{-B^2\tau(u,u')}\, p(u,u')\, \chi(u')\, du' = 1$$

Durch diese Gleichung kann B^2 näherungsweise bestimmt werden. Ist aber B^2 bekannt, so können bei vorgegebener Form eines Reaktors seine Abmessungen aus einfachen geometrischen Beziehungen festgelegt wer-

x Σ_f = Makroskopischer Absorptionsquerschnitt für Spaltung den. Für einen kugelförmigen Reaktor z.B. gilt:

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2$$

Bezeichnung: R = kritischer Radius des Reaktors.

Brennstoffproduktion

Die für die Kettenreaktion überflüssigen Neutronen können in Brutstoffen (U^{238} und Th^{232}) eingefangen werden und so neuen Reaktorbrennstoff (Pu^{239} und U^{233}) erzeugen. (Der Brutstoff kann sich entweder innerhalb oder außerhalb des Reaktorkerns befinden). Wir fragen daher nach der Anzahl der überschüssigen Neutronen pro Spaltung. Im ganzen werden ν Neutronen pro Spaltung erzeugt, von denen genau ein Neutron im Mittel die Kettenreaktion aufrecht erhalten muß; ein weiterer Bruchteil der pro Spaltung erzeugten Neutronen geht durch spaltungslosen Einfang in Moderator, Brennstoff oder Strukturmaterial für den Brutprozeß verloren:

$$(17) \qquad \Sigma_{ct}\,\phi_t + \int_{-\infty}^{u_t} \Sigma_c\, \varphi(u')\,du'$$

Bezeichnung: Σ_c = makroskopischer Wirkungsquerschnitt für spaltungslosen Neutroneneinfang in Moderator, Struktur- und Brennmaterial.

Man wird die Anlage so einrichten, daß je ein überschüssiges Neutron einen neuen Brennstoffkern produziert. Die Anzahl der erzeugten Brennstoffkerne kann also angegeben werden mit:

$$\begin{aligned} & \nu - 1 - \Sigma_{ct}\,\phi_t - \int_{-\infty}^{u_t} \Sigma_c\, \varphi(u')\,du' \\ (18) \quad & = \nu - 1 - \frac{\Sigma_{ct}\,p_t}{\Sigma_{at}} \int_{-\infty}^{u_t} P_s(u_t,u')\,p(u_t,u')\,\nu\,\chi(u')\,du' \\ & \quad - \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_c\,du}{\xi\Sigma_s+\gamma\Sigma_a} \int_{-\infty}^{u_t} P_s(u',u'')\,p(u',u'')\,\nu\,\chi(u'')\,du'' \end{aligned}$$

Die Anzahl der pro Spaltung verbrauchten Brennstoffkerne ist gleich der Anzahl der im Brennstoff eingefangenen thermischen und schnellen Neutronen:

$$(19)\quad \Sigma_{ft}\,\phi_t + \Sigma_{ct}^{B}\,\phi_t + \int_{-\infty}^{u_t} \Sigma_f(u')\,\varphi(u')\,du' + \Sigma_c^{B}(u')\,\varphi(u')\,du''$$

Bezeichnung: $\Sigma_c^{B}(u')$ = makroskpischer Absorptionsquerschnitt des Brennstoffs für spaltungslosen Einfang (Anteil von Σ_c).

Berücksichtigt man die kritische Bedingung (Gl.14) und setzt die Ausdrücke aus Gln.(7) und (10) für den schnellen bzw. thermischen Neutronenfluß ein, so erhält man aus ~~Gl.~~(19):

$$(20)\quad 1 + \nu \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_c^{B}}{\xi\Sigma_s + \gamma\Sigma_a}\,du' \int_{-\infty}^{u'} P_s(u',u'')\,p(u',u'')\,\chi(u'')\,du'' + \nu\,\frac{\Sigma_{ct}^{B}}{\Sigma_{a_t}} \int_{-\infty}^{u_t} P_s(u_t,u')\,p(u_t,u')\,\chi(u')\,du'$$

Aus den beiden Gleichungen (18) und (20) gewinnt man das Verhältnis der neugewonnenen zu den verbrauchten Brennstoffkernen:

$$(21)\quad B = \frac{\nu - 1 - \dfrac{\Sigma_{ct}}{\Sigma_{at}} P_t \displaystyle\int_{-\infty}^{u_t} P_s(u_t,u')\,p(u_t,u')\,\nu\,\chi(u')\,du' - \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_c\,du'}{\xi\Sigma_s + \gamma\Sigma_a} \int_{-\infty}^{u'} P_s(u',u'')\,p(u',u'')\,\nu\,\chi(u'')\,du''}{1 + \dfrac{\Sigma_{ct}^{B}}{\Sigma_{a_t}} P_t \displaystyle\int_{-\infty}^{u_t} P_s(u_t,u')\,p(u_t,u')\,\nu\,\chi(u')\,du' + \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_c^{B}\,du'}{\xi\Sigma_s + \gamma\Sigma_a} \int_{-\infty}^{u'} P_s(u',u'')\,p(u',u'')\,\nu\,\chi(u'')\,du''}.$$

Die Verluste an schnellen Neutronen durch Absorption im Moderator-, Brenn- und Strukturmaterial (letzter Summand des Zählers) sind unbedeutend im Vergleich zu den Verlusten thermischer Neutronen durch Absorption. Desgleichen fallen die Verluste an Brennstoffkernen durch spaltungslosen Einfang schneller Neutronen (letzter Summand des Nenners) nicht ins Gewicht gegenüber den Brennstoffkernverlusten, die durch den spaltungslosen Einfang langsamer Neutronen verursacht werden. Die Verluste an Brennstoffkernen durch Absorption thermischer Neutronen kann man teilweise verringern, indemman Moderator- und Strukturmaterial günstig wählt, so daß das Verhältnis Σ_{ct}/Σ_{at} möglihst klein wird. Da aber der Wert Σ_{ct}/Σ_{at} immer größer ist als $\Sigma^{B}_{ct}/\Sigma_{at}$, lassen sich die thermischen Verluste durch diese Maßnahmen nur bis zu einer gewissen Grenze vermeiden.

Besser ist es, das Energiespektrum der Neutronen so einzustellen, daß die Anzahl der Neutronen, die thermische Geschwindigkeiten erreichen:

$$\int_{-\infty}^{u_t} P(u_t, u')\, p(u_t, u')\, v\, \chi(u')\, du'$$

praktisch gleich Null wird. Die Bedingung wird in schnellen und intermediären Reaktoren erfüllt, wodurch man eine optimale Brennstoffproduktion erreicht.

<u>Literatur.</u>

1) Atomic Power Symposium
Chalk River CRR-548-A.

2) The Elements of Nuclear Reactor Theorie.
S.Glasstone and M.C.Edlund
Chapter VIII.

3) R.Ehrlich and H.Hurwitz
Nucleonics Febr.1954 p.23.

4) Wie unter 2) Chapter VI.