KBB - Ber. 3

KFK - 3

BERICHTE

der

Reaktorgruppe

im Max-Planck-Institut für Physik

Göttingen

Nr. 3

[Kernreaktor-GmbH., Karlsruhe, Bericht Nr 3.]
[1956]

Temperaturverlauf im Inneren der Uranstäbe bei stationärem Betrieb

H. GAUS

Bei einem zylinderförmigen Reaktor kann der Verlauf von Neutronen, Leistungsdichte und Temperatur in einem Querschnitt senkrecht zum Uranstab als zweidimensionales Problem behandelt werden. Maßgebend für Leistung und Temperatur sind die thermischen Neutronen, die im Uran keine Quellen haben. Ihre Verteilung ist mithin durch die Diffusionsgleichung (Edlund, Seite 266 f)

$$D\Delta\phi - \Sigma_a \phi = 0$$

gegeben mit der Lösung

$$\phi = A\, I_0(\varkappa r)$$

wobei D, Σ_a und $\varkappa = 0{,}77\ \mathrm{cm}^{-1}$ sich auf natürliches Uran beziehen. I_0 ist die modifizierte Besselfunktion nullter Ordnung

$$I_0(x) = 1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^6} + \cdots$$

Wir können also für die Leistungsdichte $\left(\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{cm}^3\ \mathrm{sec}}\right)$ setzen:

$$q = C\left(1 + \frac{(\varkappa r)^2}{2^2} + \frac{(\varkappa r)^4}{2^6} + \cdots\right)$$

wobei die Konstante C sich durch Integration über den Querschnitt des Uranstabes ergibt:

$$Q = \int_0^R 2\pi r\,dr\, q(r)$$

$$C = \frac{Q}{\pi R^2}\left[1 + \frac{(\varkappa R)^2}{8} + \frac{(\varkappa R)^4}{6\cdot 2^6} + \cdots\right]^{-1}$$

Hier ist Q die Leistung pro cm Uranstab (pro cm in Längsrichtung, senkrecht zum Querschnitt) und R der Radius des Uranstabes.
Der Temperaturverlauf ist im stationären Falle gegeben durch

$$k\Delta T + q = 0$$

TA 75

mit den Randbedingungen

$$T(R) = T_W \quad = \text{Wandtemperatur}$$

und $-k(\text{grad } T)_{r=R} \cdot 2\pi R = Q$,

wobei die letzte Bedingung aussagt, daß die Leistung Q über die Wand abfließen muß, und äquivalent ist mit der Forderung, daß T im Inneren des Uranstabes endlich bleibt. k bedeutet die Wärmeleitfähigkeit des Urans

$$K = 0{,}02 \frac{cal}{cm\, sek\, C^{o}}$$

Hieraus folgt

$$T(r) = T_W + \frac{Q}{4\pi k}\left[1 + \frac{(\varkappa R)^2}{8} + \frac{(\varkappa R)^4}{6 \cdot 2^6} + \dots\right]^{-1}$$
$$\times\left[\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) + \frac{(\varkappa R)^2}{16}\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) + \frac{(\varkappa R)^4}{9 \cdot 2^7}\left(1 - \frac{r^6}{R^6}\right) + \dots\right]$$

Die Glieder mit den Potenzen von ($\varkappa R$) sind für nicht zu dicke Uranstäbe praktisch bedeutungslos, sodaß die Temperaturdifferenz zwischen Wand und Stabmitte durch $Q/4\pi k$ gegeben ist.

<u>Beispiel:</u>

Bei 30 Tonnen Uran in R = 1,25 cm - Stäben ist die Gesamtlänge aller Stäbe $0{,}324 \cdot 10^6$ cm. Also bei einer Gesamtleistung von 1,5 MW

$$Q = \frac{1{,}5 \cdot 10^6}{4{,}19 \cdot 0{,}324 \cdot 10^6} \frac{cal}{cm \cdot sek} = 1{,}1 \frac{cal}{cm \cdot sek}$$

Hiermit wird

$$\frac{Q}{4\pi k} = 4{,}4\,^{o}C$$

etwas genauer

$$\frac{Q}{4\pi K}\;\frac{1+\frac{(\varkappa R)^2}{16}}{1+\frac{(\varkappa R)^2}{8}} = 4{,}15\,^\circ C$$

Für die Mitte des Reaktors ist dieser Wert noch zu multiplizieren mit dem Faktor, um den sich der maximale Fluß bzw. Leistung vom mittleren unterscheidet, und der sich aus Mittelung von cos- und nullter Besselfunktion ergibt. Infolge der Wirkung des Reflektors ist dieser Faktor etwa 20 bis 25 % kleiner als

$$\frac{\pi}{2}\,\frac{2{,}405}{2\cdot J_1(2{,}405)} = \frac{\pi}{2}\,\frac{2{,}405}{2\cdot 0{,}519} = 3{,}64$$

Druck: Max-Planck-Gesellschaft — Dokumentationsstelle