KBB-Ber. 4

KFK-4

BERICHTE

der

Reaktorgruppe

im Max-Planck-Institut für Physik

Göttingen

Nr. 4

[Kernreaktor-GmbH., Karlsruhe, Bericht Nr 4]

[1956]

Druck: Max-Planck-Gesellschaft — Dokumentationsstelle

TA 93

Zum Verhalten des prompt-überkritischen Reaktors

E.ROXIN und R.SCHULTEN

Zusammenfassung: Im sogenannten prompt-überkritischen Bereich der Reaktivität sind Vorgänge des Reaktors ausführbar, in denen der Neutronenfluß für Zeiten der Größenordnung 0,1 sek einen um Zehnerpotenzen größeren Wert als im vorausgehenden stationären Betrieb annimmt, ohne daß der Reaktor durch allzu hohen Temperaturanstieg im Innern geschädigt wird. Für die Rückschaltvorgänge hat man 10 bis 20 sek Zeit zur Verfügung.

Die Reaktorgleichungen

Ein Reaktor wird durch eine Überschußreaktivität, die größer als $\beta = 0{,}0073$ ist, bekanntlich prompt-überkritisch, d.h. die prompt erzeugten Neutronen vermehren sich mit einem Faktor > 1, sodaß der Neutronenfluß ϕ exponentiell ansteigt. Dabei bleibt die Produktion von Neutronen durch Zerfall von Übergangskernen (verspätete Neutronen) praktisch konstant, da sich der Vorgang in kurzer Zeit abspielt, und die während der Dauer des Vorgangs erzeugte Anzahl unstabiler Kerne in latenten Neutronen gemessen, nur 0,73 % der prompt erzeugten Neutronen beträgt. Die Wärmemengen, welche durch verspätete und prompte Neutronen frei werden, stehen im selben Verhältnis. Wir wollen daher im Folgenden die verspäteten Neutronen ganz vernachlässigen, d.h. so rechnen, als ob nur 99,27 % prompte Neutronen entstehen und folglich mit einem Überschußvermehrungsfaktor $\delta_K^* = \delta_K - \beta = K_{eff} - 1 - \beta$ in die Gleichungen eingehen. Dann heißen die Reaktorgleichungen[1] ohne Kühlung[2]:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{\Gamma T}{\tau} Q \qquad (1)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{E}$$

1) E.Weinberg, Nucleonics 11, 5, p.18 (1953).

2) Für den hier betrachteten Vorgang, in dem die Leistung des Reaktors für kurze Zeit um den Faktor 10 bis 100 gesteigert wird, ist der Einfluß der Kühlung des vorausgehenden stationären Zustandes zu vernachlässigen.

Dabei bedeuten:

Q = Reaktorleistung (in kW/g Uran)

Γ = Temperaturkoeffizient des Urans

τ = mittlere Lebensdauer der prompten Neutronen

E = Wärmekapazität des Urans pro Gramm

T = Temperatur der Uranstäbe. (Dabei soll die Temperatur als Nullpunkt oder Bezugspunkt gelten, für die $\delta k^*(T) = \delta k(T) - \beta = 0$ ist).

Wenn wir aus (1) Q eliminieren, erhalten wir durch doppelte Integration:

$$(t - t_0) = \frac{1}{C}\sqrt{\frac{2\tau}{\Gamma}}\,\mathrm{Ar\,Tg}\left(\sqrt{\frac{\Gamma}{2\tau}}\,\frac{T}{C}\right) \qquad (2)$$

Hier setzen wir die Konstante t_o gleich Null, wenn wir die Zeit so messen, daß für $t = 0$ auch $T = 0$ wird. Dann ist:

$$T = C\sqrt{\frac{2\tau}{\Gamma}}\,\mathrm{Tg}\left(C\sqrt{\frac{\Gamma}{2\tau}}\,t\right) \qquad (3)$$

Wenn $t \rightarrow \infty$, erhalten wir $T_\infty = C\sqrt{\frac{2\tau}{\Gamma}}$. Folglich ist:

$C = T_\infty\sqrt{\frac{\Gamma}{2\tau}}$. Es wird dann:

$$T = T_\infty\,\mathrm{Tg}\left(\frac{\Gamma T_\infty}{2\tau}\,t\right) \qquad (4)$$

Q gewinnen wir nach (1) durch differentieren von (4):

$$Q = \frac{T_\infty^2\,\Gamma E}{2\tau\,\mathrm{Cf}^2\left(\frac{\Gamma T_\infty}{2\tau}\,t\right)} \qquad (5)$$

Uns interessiert vor allem:

$$Q_{max} = \frac{T_\infty^2\,\Gamma E}{2\tau} \qquad (6)$$

welches für $t = 0$ erreicht wird.

<u>Beispiel eines erreichbaren Neutronenflusses.</u>

Die Leistung pro Gramm Uran des Reaktors und der Neutronenfluß sind verknüpft durch die Gleichung:

$$Q = \phi \sigma_{sp} E_{sp} \cdot \frac{L}{M}$$

σ_{sp} = Spaltungsquerschnitt des natürlichen Urans
E_{sp} = mittlere Spaltungsenergie
L = Loschmidtzahl; M = Molekulargewicht des Urans
ϕ = Neutronenfluß

Dann ist $\phi_{max} = Q_{max}/\sigma_{sp} E_{sp} \cdot \frac{L}{M} \approx 3{,}15 \cdot 10^{12} \frac{T_\infty^2 \Gamma E}{2\tau}$

Für natürliches Uran gelten folgende Werte:

$\Gamma = 1{,}5 \cdot 10^{-5}/^{o}C$ [2] ; $E = 0{,}14 \frac{Wsek}{g\,^{o}C}$; Wenn wir noch $T_\infty = 150^{o}C$ und $\tau = 10^{-3}$ sek annehmen, so wird

$$\phi_{max} \approx 7{,}5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-2} \text{ sek}^{-1}$$

Die Anfangsbedingungen.

Da Q_{max} für t = 0 erreicht wird, müssen wir festlegen, in welchem Zeitpunkt t_a der Vorgang beginnt. Unsere Anfangsbedingungen lauten: Für $t = t_a$ soll $T = T_a$ und $Q = Q_a$ sein. Dann ist:

$$Q_a = \frac{T_\infty^2 \Gamma E}{2\tau} \frac{1}{Ch^2\left(\frac{\Gamma T_\infty}{2\tau} t_a\right)} \tag{7}$$

und

$$t_a = \frac{2\tau}{\Gamma T_\infty} Ar\,Ch\left(T_\infty \sqrt{\frac{\Gamma E}{2\tau Q_a}}\right)$$

Wir gewinnen die zugehörige Temperatur T_a durch Eliminieren von t_a zwischen den Gleichungen (4) und (5) (wobei wir die Beziehung $Ch^{-2}x = 1 - Th^2x$ verwenden):

$$Q_a = \frac{\Gamma E}{2\tau}\left(T_\infty^2 - T_a^2\right) \tag{8}$$

---

2) Gaus und Schulten, Zs.f.Natf.9a,11 (1954).

und

$$T_a = \pm\sqrt{T_\infty - \frac{2\tau Q_a}{\Gamma E}} \tag{9}$$

Der Vorgang möge mit einer Leistung $Q_a = \alpha Q_{max}$ beginnen. Q_a ist durch die Kühlung und Temperatur im vorausgehenden stationären Zustand bestimmt. Der Vorgang ist als beendet zu betrachten, wenn Q auf den Wert Q_a zurückgesunken ist. Dann reicht die Kühlung wieder aus, die entstehende Wärme vollständig abzuführen. Wir erhalten dann nach (6) und (8)

$$\frac{\Gamma E}{2\tau}\left(T_\infty^2 - T_a^2\right) = \alpha \frac{\Gamma E}{2\tau} T_\infty^2$$

und

$$T_\infty^2 - T_a^2 = \alpha T_\infty^2 ; \quad T_a^2 = (1-\alpha) T_\infty^2$$

Wegen der Zeitsymmetrie von $Q(t)$ und der Zeitantimetrie von $T(t)$ gilt das Gleiche für den Endzustand (T_e , Q_e). Man findet nun:

$$\begin{aligned} T_a &= -\sqrt{1-\alpha}\, T_\infty \\ T_e &= +\sqrt{1-\alpha}\, T_\infty \end{aligned} \tag{10}$$

folglich:

$$T_e - T_a = 2\sqrt{1-\alpha}\, T_\infty$$

und

$$T_\infty = \frac{T_e - T_a}{2\sqrt{1-\alpha}} \tag{11}$$

Diese Beziehung setzen wir in (6) ein, um die maximale Leistung in Abhängigkeit der zulässigen Temperaturerhöhung $T_e - T_a$ zu gewinnen:

$$Q_{max} = \frac{(T_e - T_a)^2 \Gamma E}{8\tau(1-\alpha)} \tag{12}$$

Wegen $Q_a = \alpha Q_{max}$ ist noch:

$$Q_{max} = Q_a + \frac{\Gamma E (T_e - T_a)^2}{8\tau} \tag{13}$$

Die zusätzliche Leistung, die durch die prompt-überkritische Reaktivität bewirkt wird und mit der Temperaturerhöhung $T_e - T_a$ verbunden ist, addiert sich einfach zu der Anfangsleistung Q_a.

Die zeitliche Dauer des Vorgangs

Durch (7) ist die Zeit vom Anfang des Vorgangs bis zum Erreichen des Maximalwertes Q_{max} gegeben. Da $Q(t)$ in t symmetrisch ist, wird ein gleicher Zeitabschnitt benötigt, bis $Q(t)$ wieder zum Anfangswert Q_a zurückgekehrt ist. Im ganzen dauert der Vorgang also die Zeit:

$$2t_a = \frac{4\tau}{\Gamma T_\infty} \mathrm{ArCl}\left(T_\infty \sqrt{\frac{\Gamma E}{2\tau Q_a}}\right) \tag{14}$$

Setzen wir darin den Wert von Q_a aus (8) ein, so wird daraus:

$$2t_a = \frac{4\tau}{\Gamma T_\infty} \mathrm{ArCl}\left(\frac{1}{\sqrt{1-(T_a/T_\infty)^2}}\right) \tag{15}$$

Beispiel: $T_a = -0{,}5\ T_\infty$; $T_\infty = 150^\circ C$; $\tau = 10^{-3}$ sek; $\Gamma = 1{,}5 \cdot 10^{-5}/^\circ C$.
Wir erhalten für die Zeitdauer des Vorgangs $2t \approx 1$ sek.
Im Zeitpunkt $2t_a$ nach dem Beginn des Vorgangs wird eine Temperaturerhöhung auf T_e erreicht, die nun eine solche Verminderung der Reaktivität zur Folge hat, daß der Reaktor nicht mehr im prompt-kritischen Bereich arbeitet. Die verspäteten Neutronen wirken nun in der bekannten Weise auf das Reaktorverhalten und es stellt sich eine stabile Periode für das weitere Anwachsen der Leistung ein, die in der Größenordnung von 10 bis 20 sek liegt. Es bleibt also genügend Zeit, den Vorgang durch Verringerung der Reaktivität auf den Ausgangswert zu beenden, ohne dabei den Reaktor in Gefahr zu bringen.