

KFK-9

KERNREAKTOR
Bau- und Betriebs-Gesellschaft m.b.H.
- Karlsruhe -

KBB

28.2.1957 (57/55)	Planungsabteilung	Bericht Nr. 9
-------------------	-------------------	---------------

PHYSIKALISCHE GESICHTSPUNKTE BEIM ENTWURF EINES FORSCHUNGSREAKTORS
MIT NATÜRLICHEM URAN ALS BRENNSTOFF UND SCHWEREM WASSER ALS
MODERATOR UND KÜHLMITTEL

von

W. Häfele und K. Meetz

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor. Ohne unsere vorherige Zustimmung darf er weder vervielfältigt noch Dritten zugänglich gemacht werden, und er darf durch den Empfänger oder Dritte auch nicht in anderer Weise mißbräuchlich verwertet werden.

KERNREAKTOR

Bau- und Betriebs-Gesellschaft m.b.H.

TA 7.001

KERNREAKTOR

Bau- und Betriebs - Gesellschaft m. b. H.

- Karlsruhe -

28.2.1957 (57/55)	Planungsabteilung	Bericht Nr. 9
-------------------	-------------------	---------------

Physikalische Gesichtspunkte beim Entwurf eines Forschungsreaktors
mit natürlichem Uran als Brennstoff und schwerem Wasser als Mode-
rator und Kühlmittel

W. Häfele und K. Meetz

Z u s a m m e n f a s s u n g

Es soll der Kern eines Forschungsreaktors mit natürlichem Uran als Brennstoff und schwerem Wasser als Moderator und Kühlmittel diskutiert werden. Das Uran soll in Form von zylindrischen Vollstäben (Radius a) in einem quadratischen Gitter (Abstand $d = \sqrt{\pi} b$; b = Radius der Wigner-Seitz'schen Einheitszelle) angeordnet werden. Der Reaktorkern soll ebenfalls zylinderförmig sein (Radius R_w , Höhe l_w). Radial (r) und vertikal (z) sind reflektierende Medien angebracht, die eine Reflektorsparnis δ_r bzw. δ_z mit sich bringen. Die Aufgabe besteht in der Bestimmung der sieben Reaktorparameter $W, R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b$. (W = Spaltleistung). Die Bestimmung erfolgt aus dem Prinzip $\phi^{\max}(W, R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b)$ so groß wie möglich, wo ϕ^{\max} der maximale thermische Neutronenfluß in der Mitte des Reaktors ist, denn bei einem Forschungsreaktor will man ein möglichst großes ϕ^{\max} haben. Dazu tritt als quantitative Nebenbedingung die Bereitstellung einer bestimmten Reaktivitätsreserve Δk . Es ist möglich, die Extremalaufgabe zunächst relativ für jede Gitterstruktur (a, b) bei einer bestimmten Normleistung $W = W^0$ zu lösen. In der (a, b) -Ebene werden die Lösungskurven $\phi^{\max}(a, b) = \text{const.}$ aufgetragen. Macht man bestimmte Voraussetzungen über die Schwerwasserkühlung, so kann man auch Kurvenscharen $T_{\max}(a, b) = \text{const.}$ gewinnen, wo T_{\max} die maximale Oberflächentemperatur der Aluminium-Hülse ist. Durch Vergleich der beiden Diagramme kann die qualitative Nebenbedingung berücksichtigt werden, daß T_{\max} unterhalb einer sicheren Grenze bleiben muß. Weiter wird untersucht, inwieweit hohe Bestrahlungsleistung für verschiedene Arten von Absorbern die Gitterstruktur (a, b) beeinflussen und welche Maßnahmen zu ergreifen sind, wenn man auch einen hohen schnellen Fluß erreichen will. Schließlich werden die gewonnenen Diagramme ausführlich diskutiert.

I n h a l t s v e r z e i c h n i s

	<u>Seite</u>
I Einleitung	2
II Lösung der Extremalaufgabe mit quantitativen Nebenbedingungen	4
III Kühlung der Brennstoffelemente	14
IV Die Bestrahlungsintensität für zusätzlich eingebrachte Absorber	22
V Diskussion der Diagramme	30
Literaturangaben	37
Anhang	38
Verzeichnis der Abbildungen	49
Verzeichnis der Tabellen	50

I. Einleitung

Beim Entwurf eines Reaktors tritt die Aufgabe auf, eine geeignete Verteilung des Brennstoffes im Moderator zu finden. Wir wollen im folgenden versuchen, die hierzu erforderlichen Ueberlegungen an Hand eines Beispiels im Rahmen eines mathematisch-deduktiven Schemas zu ordnen. Das Beispiel soll sein: Entwurf eines Forschungsreaktors, der mit natürlichem Uran als Brennstoff und schwerem Wasser als Moderator und Kühlmittel arbeitet. Das Uran soll in Form zylindrischer Stäbe (Radius a) in einem ebenfalls zylindrischen Reaktorkern (Radius R_w , Höhe l_w) angeordnet werden. Die Stäbe sollen in den Netzpunkten eines quadratischen Gitters der Maschenweite $d = \sqrt{\pi} b$ angebracht werden, wo b der Radius der Wigner-Seitz'schen Einheitszelle ist, die gleichen Inhaltes mit einem Gitterquadrat sein muß. An den Reaktorkern anschließend sollen sich in vertikaler (z) Richtung und radialer (r) Richtung reflektierende Medien befinden, die eine Reflektorerparnis δ_z bzw. δ_r bedingen. Die Spaltleistung des Reaktors sei W . Durch die sieben Parameter

$$R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b, W$$

wird der Reaktor in seinen physikalischen Eigenschaften festgelegt. Die Aufgabe besteht nun darin, diese sieben Größen sinnvoll zu bestimmen. Der Entwurf eines Forschungsreaktors muß auf einen möglichst großen thermischen Neutronenfluß ϕ^{\max} zielen. ϕ^{\max} ist der maximale Neutronenfluß in einem Reaktor, der in unserem Fall in der Mitte des zylindrischen Reaktorkernes erreicht wird. ϕ^{\max} ist eine Funktion der oben angegebenen Parameter:

$$(1) \quad \phi^{\max} = \phi^{\max}(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b, W.)$$

Das Konstruktionsprinzip, von dem wir hier ausgehen, nämlich ein großes ϕ^{\max} zu bekommen, läßt sich dann so formulieren:

$$(2) \quad \phi^{\max}(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b, W) = \text{Max.}$$

Zu dieser Grundforderung treten eine Reihe von Nebenbedingungen, die in Form von beschränkenden Bedingungen

$$(3) \quad F_k(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b, W) = 0 \quad k = 1, 2, \dots$$

in die Aufgabe (2) eingebracht werden können. Die Nebenbedingungen teilen wir in zwei Gruppen ein: Solche, die sich quantitativ formulieren lassen und solche, die qualitativen Charakter haben. Quantitativ können wir vorschreiben:

- a) der Reaktor soll kritisch sein und eine fest vorzuschreibende Reaktivitätsreserve besitzen.
- b) die Spaltleistung soll $W = 12$ MW betragen.

Die Spaltleistung können wir ohne Einschränkung der Allgemeinheit auf einen geeigneten Wert normieren, da sie als multiplikativer Parameter in die Aufgabe eingeht (s. Abschn. II). Dazu treten als qualitative Forderungen:

- α) die maximale Temperatur der Aluminiumhülle der Brennstäbe T_{\max} soll unterhalb von (100 °C minus Sicherheitsspanne), d.h. bei 90 °C liegen.
- β) der Reaktor soll über eine möglichst große Bestrahlungsintensität an thermischen und an schnellen Neutronen für Absorber verfügen, die zur Untersuchung in den Reaktor zusätzlich hereingebracht werden.

Im Abschnitt II. werden wir das Extremalproblem (2) mit den quantitativen Nebenbedingungen lösen. Abschnitt III. behandelt die Temperaturbedingung und Abschnitt IV. die Forderung nach großen Bestrahlungsintensitäten für eingebrachte Objekte. Der letzte Abschnitt V. bringt eine eingehende Diskussion der erarbeiteten Diagramme.

II. Lösung der Extremalaufgabe mit quantitativen

Nebenbedingungen

Den thermischen Neutronenfluß in einem zylindrischen Reaktor mit heterogener Struktur zerlegen wir in 2 Faktoren, einen Fluß $\phi_{\text{Kern}}(r, z)$, der sich über eine Wigner-Seitz'sche Einheitszelle nur wenig ändert, und eine Amplitudenfunktion $\phi(r')$, die die Änderung des lokalen Flusses in der Zelle (Zellenkoordinate r') beschreibt:

$$(4) \quad \phi(r, z, r') = \phi_{\text{Kern}}(r, z) \cdot \phi(r')$$

Um ϕ^{max} als Funktion von $R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b$ und W zu gewinnen, zerlegen wir ϕ^{max} in 3 Faktoren:

$$(5) \quad \phi^{\text{max}} = \bar{\phi}_U \cdot \left(\frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}} \right) \cdot \left(\frac{\phi^{\text{max}}}{\bar{\phi}_U} \right)_{\text{Zelle}}$$

mit

$$\bar{\phi}_{\text{Kern}} = \frac{1}{V_k} \int \phi_{\text{Kern}}(r, z) d\tau \quad \text{und} \quad \bar{\phi}_U = \frac{1}{F_{\text{St}}} \int \phi(r') df$$

(V_k = Gesamtvolumen des Reaktorkerns, F_{St} = Querschnittsfläche der Uranstäbe) $\bar{\phi}_U$ ist der über Zelle und Reaktorkern gemittelte Neutronenfluß im Uran:

$$(6) \quad \bar{\phi}_U = \bar{\phi}_{\text{Kern}} \quad \bar{\phi}_U = \frac{1}{V_k} \int \phi_{\text{Kern}}(r, z) d\tau \cdot \frac{1}{F_{\text{St}}} \int \phi(r') df.$$

Dieser mittlere Uranfluß ist mit der Spaltleistung W verknüpft durch die Relation:

$$(7) \quad W = \frac{\Sigma^f \cdot V_U}{c} \bar{\phi}_U$$

(Σ^f : mikroskopischer Spaltquerschnitt für natürliches Uran, V_U : gesamtes Uranvolumen, $c = 3,1 \cdot 10^{10}$: Spaltungen pro W sec, W : ges. Spaltleistung in Watt.)

Für einen zylindrischen Reaktorkern gilt:

$$(8) \quad \phi_{\text{Kern}}(r, z) = \phi_{\text{Kern}}^{\text{max}} J_0(B_r r) \cos(B_z z)$$

$$\text{mit: } B_r = \frac{2,405}{R_w + \delta_r} \quad B_z = \frac{\pi}{l_w + \delta_z}$$

Also:

$$(9) \quad \frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\phi_{\text{Kern}}} = \frac{\frac{\pi}{2} \frac{l_w}{l_w + \delta_z} 2,405 \frac{R_w}{R_w + \delta_r}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{l_w}{l_w + \delta_z}\right) 2 J_1\left(2,405 \frac{R_w}{R_w + \delta_r}\right)}$$

Den letzten Faktor in (4) kann man nach der Wigner-Seitz'schen Zellenmethode ermitteln (s. 1). Es ist

$$(10) \quad \left(\frac{\phi^{\text{max}}}{\phi_U}\right)_{\text{Zelle}} = \lambda_1(a, b)$$

eine Funktion der Parameter, die die Einheitszelle festlegen. Der Maximalwert des Flusses in der Zelle wird im Moderator, und zwar am Zellenrand, angenommen. Mit (7), (9), (10) finden wir also die gesuchte Funktion:

$$(11) \quad \phi^{\text{max}}(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b, W) = \frac{Wc}{R_w^2 l_w \Sigma^f} \cdot \frac{\frac{1}{2} \frac{l_w}{l_w + \delta_z} 2,405 \frac{R_w}{R_w + \delta_r}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{l_w}{l_w + \delta_z}\right) 2 J_1\left(2,405 \frac{R_w}{R_w + \delta_r}\right)} \lambda_1(a, b) \frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{oder } \phi^{\text{max}}(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b, W) =$$

$$W \cdot \frac{c}{\Sigma^f} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,405 \cdot f_1(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z) \cdot f_2(a, b).$$

Dabei gilt

(12a)

$$f_1 = \frac{\frac{l_w}{l_w + \delta_z} \cdot \frac{R_w}{R_w + \delta_r}}{R_w^2 \cdot l_w \cdot \sin\left(\frac{l_w \cdot \pi}{l_w + \delta_z}\right) \cdot 2 J_1\left(\frac{R_w}{R_w + \delta_r} \cdot 2,405\right)}$$

und

(12 b)

$$f_2 = \lambda_1 \cdot \frac{b^2}{a^2}$$

Wir wenden uns nun der Bedingung zu, daß der Reaktor kritisch sein soll. Sei k_∞ die Neutronenvermehrungsrate eines unendlich ausgedehnten Reaktors, ohne daß Vergiftungen etc. berücksichtigt wären. k_∞ hängt also nur von den Gitterparametern a, b ab. Ist k_{Geo} die Vermehrungsrate, die notwendig ist, um die allein durch die Geometrie bedingten Leckverluste zu decken, so kann man einen Reaktivitätsüberschuß Δk :

$$(13) \quad \Delta k = \frac{k_\infty - k_{Geo}}{k_{Geo}}$$

vorschreiben, der die weiteren Verluste durch Vergiftung, Temperatureffekt, Abbrand, hineingebrachte Absorber etc. decken soll. Wir nehmen an: $\Delta k = 0,1$ (10 %). (13) läßt sich auch in die Form:

$$F_1(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b) = 0$$

bringen. Die Leistung W tritt nicht auf. Für k_{Geo} gilt für ausgedehnte Reaktoren in guter Näherung:

$$(14) \quad k_{Geo} = 1 + M^2 B_{Geo}^2$$

mit

$$(15) \quad M^2 = \tau_{eff} + L_{eff}^2$$

(τ_{eff} ist das effektive Fermialter in dem Gitter (a, b) und L_{eff} die effektive Diffusionslänge). Das Fermialter des schweren Wassers

$\tau_{D_2O} = 120 \text{ cm}^2$ wird durch zwei entgegengesetzt wirkende Effekte verändert: einerseits wird das Fermialter vergrößert durch Einbringen nicht abbremsender Volumina in den Reaktorkern in Form von Uranstäben, andererseits wird es verkleinert durch inelastische Streuungen, deren Wahrscheinlichkeit mit wachsendem Uranstabradius zunimmt. (Letzteres bewirkt für den größten hier berechneten Stabradius $a = 2 \text{ cm}$ eine Verkleinerung um 6,5 %, für $a = 0,4 \text{ cm}$ um 2 %.) Als guten Arbeitswert findet man ein Fermialter, das um rund 4 % über dem reinen Wert von 120 cm^2 angenommen wurde:

$$(16) \quad \tau_{\text{eff}} = 125 \text{ cm}^2.$$

Die effektive Diffusionslänge L_{eff} ändert sich dagegen stark mit den Gitterparametern a, b . Es gilt:

$$(17) \quad L_{\text{eff}}^2 = \frac{\bar{D}}{\Sigma^a}$$

(\bar{D} ist die über die Einheitszelle gemittelte Diffusionskonstante; Σ^a der gemittelte makroskopische Absorptionsquerschnitt). Die makroskopischen Streuquerschnitte der verschiedenen Materialien unterscheiden sich höchstens um einen Faktor fünf, während sich die zugehörigen Volumina um Größenordnungen unterscheiden. Es gilt also in sehr guter Näherung:

$$(18) \quad \bar{D} = D_M \quad (D_M = \text{Diffusionskonstante des Moderators}).$$

Σ^a ist definiert durch

$$(19) \quad \Sigma^a = \frac{\Sigma_M^a \bar{\phi}_M v_M + \Sigma_{Al}^a \bar{\phi}_{Al} v_{Al} + \Sigma_U^a \bar{\phi}_U v_U}{\bar{\phi}_U v_U + \bar{\phi}_{Al} v_{Al} + \bar{\phi}_M v_M}$$

(v = Volumina der Materialien in der Wigner-Seitz'schen Einheitszelle, $\bar{\phi}$ = Mittelwerte über die Materialvolumina einer Einheitszelle, Σ^a = makroskopische Absorptionsquerschnitte; M = Moderator D_2O , Al = Aluminium, U = Uran). Aus (19) kann man leicht entnehmen, daß in erster Näherung gilt:

$$(20) \quad \frac{1}{\Sigma^a} \approx \frac{1}{\Sigma_M^a} \cdot \frac{\Sigma_M^a v_M \bar{\phi}_M}{\Sigma_U^a v_U \bar{\phi}_U}$$

Wir erhalten daher aus (17) mit (20)

$$(21) \quad L_{\text{eff}}^2 \approx L_M^2 \cdot \frac{\Sigma_M^a v_M \bar{\phi}_M}{\Sigma_U^a v_U \bar{\phi}_U}$$

Für L_M^2 wird ein experimentell ermittelter Wert eingesetzt (siehe Tabelle 4) Nun kann man ersetzen:

$$(22) \quad \frac{v_M \bar{\phi}_M}{v_U \bar{\phi}_U} = \frac{v_M \bar{\phi}_M}{v_U \bar{\phi}_U} = \frac{b^2 - a^2}{a^2} \lambda_2(a, b).$$

$\lambda_2(a, b)$ ist das Zellenflußverhältnis $\left(\frac{\bar{\phi}_M}{\bar{\phi}_U} \right)_{\text{Zelle}}$.

Damit haben wir M^2 als Funktion der Reaktorparameter gewonnen:

$$(23) \quad M^2(a, b) = \tau_{\text{eff}} + L_M^2 \frac{\Sigma_M^a}{\Sigma_U^a} \left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right) \cdot \lambda_2(a, b).$$

In (14) tritt ferner der tiefste Eigenwert B_{Geo}^2 unseres Zylinderproblems auf:

$$(24) \quad B_{\text{Geo}}^2(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z) = \left(\frac{2,405}{R_w + \delta_r} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{l_w + \delta_z} \right)^2.$$

Greifen wir auf (13) zurück, so muß also gelten:

$$(25) \quad 1 + M^2(a, b) B_{\text{Geo}}^2(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z) - \frac{k_{\infty}(a, b)}{1 + \Delta k} = 0,$$

womit die Nebenbedingung in die gewünschte Form:

$$F_1(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, a, b) = 0$$

gebracht ist.

Unser Extremalproblem lautet also: (12) zum Maximum zu machen mit der Nebenbedingung (25). Man entnimmt aus (12) und (25), daß die Aufgabe bis auf einen Faktor W unbestimmt ist. Wir geben daher vor:

$$(26) \quad W = W^0 = 12 \text{ MW.}$$

Auf diesen W -Wert normieren wir ohne Einschränkung der Allgemeinheit die Lösung des Problems.

Wir gehen nun so vor, daß wir für jede Gitterstruktur (a, b) , d. h. W , a , und b konstant ($\delta W = \delta a = \delta b = 0$), ϕ^{\max} zum Maximum machen. Es soll also mit (12) und (25):

$$(27) \quad \delta \phi^{\max} = W^0 \cdot \frac{c}{\Sigma f} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,405 \cdot f_2(a, b) \cdot \delta f_1(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z) = 0$$

unter den Nebenbedingungen ($\Delta k = 0, 1$):

$$(28) \quad B_{\text{Geo}}^2(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z) - \frac{\frac{k_{\infty}}{1,1} - 1}{M^2} = 0.$$

Führen wir für R_w, l_w neue unabhängige Veränderliche ein:

$R = R_w + \delta_r$ und $l = l_w + \delta_z$, so folgt aus (12a)

$$(29) \quad f_1(R, l, \delta_r, \delta_z) = \frac{1}{l R^2 \left(1 - \frac{\delta_r}{R}\right) \sin \left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\delta_z}{l}\right)\right] 2J_1 \left[2,405 \left(1 - \frac{\delta_r}{R}\right)\right]}$$

Untersuchen wir zunächst die Abhängigkeit von δ_r und δ_z bei festem R und l . Man erkennt aus (29), daß f_1 mit $\delta_r \rightarrow R$ und $\delta_z \rightarrow l$ monoton wächst. Man muß also δ_r und δ_z so groß wie möglich machen, um f_1 maximal werden zu lassen. Das ist nicht ganz selbstverständlich, denn es ist

$$f_1 \sim \bar{\phi}_U \cdot \frac{\bar{\phi}_{\text{Kern}}^{\max}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}} = \gamma$$

Mit wachsendem $\frac{\delta_r}{R}$ bzw. $\frac{\delta_z}{l}$ wird das bei einem festen W erreichbare $\bar{\phi}_U$ wegen (7) zwar größer, aber $\frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}}$ wird klein. $\frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}}$ erreicht seinen

größten Wert bei völlig unreflektierten Reaktoren. Es stellt sich also heraus, daß bei diesen gegenläufigen Effekten der Effekt, der mit $\bar{\phi}_U$ gekoppelt ist, überwiegt.

Entwickeln wir jetzt die Funktion $f_1 (R, l, \delta_r, \delta_z)$ nach Potenzen von δ_r/R und δ_z/l , so folgt

$$(30) \quad f_1 (R, l, \delta_r, \delta_z) = \frac{1}{1 R^2 2 J_1 (2,405)} \cdot \left\{ 1 + \sigma \left(\left(\frac{\delta_r}{R} \right)^m \left(\frac{\delta_z}{l} \right)^n \right) \right\} .$$

$$m + n = 2$$

Bis auf Glieder zweiter Ordnung gilt daher:

$$(31) \quad f_1 (R, l, \delta_r, \delta_z) = \frac{1}{R^2 l \cdot 1,04} .$$

Diese Relation lautet in Worten:

Sind die Reflektorsparnisse so klein, daß Glieder zweiter Ordnung in $\frac{\delta_r}{R}$ bzw. $\frac{\delta_z}{l}$ gegenüber 1 vernachlässigt werden können, so treten die Reflektorsparnisse nur in den Größen

$$l = l_w + \delta_z$$

$$R = R_w + \delta_r$$

auf.

Das heißt aber, daß solche Reflektoren nur eine Materialersparnis im Reaktorkern hervorrufen. Hat man es mit einem Schwerwasserreflektor zu tun, so ist es gleichgültig, ob man ihn mit Brennstoffelementen füllt oder nicht.

Insbesondere wird der Wert von ϕ^{\max} nicht dadurch beeinflusst, ob man bei gleicher Leistung W den Reflektor mit Brennstoffelementen auffüllt oder nicht.

Wir bestimmen nun R und l aus:

$$(32) \quad \begin{aligned} \frac{\delta f_1}{\delta R} &= 0 \\ \frac{\delta f_1}{\delta l} &= 0 \end{aligned} \quad \text{bei } B_{\text{Geo}}^2 = \left(\frac{2,405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 = \frac{k_{\infty} - 1}{M^2}$$

Es ergibt sich:

$$(33) \quad \begin{aligned} R &= R_w + \delta_r = 2,943 / B_{\text{Geo}} \\ l &= l_w + \delta_z = 5,444 / B_{\text{Geo}} \end{aligned}$$

B_{Geo}^2 ist für jede Gitterstruktur (a,b) durch (28) bestimmt. (33) liefert dann bei bekannten δ_r, δ_z die zugehörigen kritischen Daten R_w und l_w . Wir haben damit die Konstruktionsaufgabe reduziert auf die Bestimmung eines geeigneten "Arbeitspunktes" (a,b) . Man wird nun so vorgehen, daß man für viele Wertepaare (a,b) die Gittereigenschaften ermittelt und mit ihrer Hilfe nach dem oben skizzierten Verfahren die weiteren Parameter $R_w, l_w, \delta_r, \delta_z, W$ gewinnt.

Wir haben a von 0,4 - 2 cm im Abstand 0,1 und b von 3 - 12 cm im Abstand 1,0 variiert. Für jedes Wertepaar (a,b) aus diesem Bereich wurden nach der Wigner-Seitz'schen Zellenmethode (s. 1) die folgenden Gittergrößen berechnet:

$$k_{\infty}(a,b) = \eta \cdot \varepsilon(a) \cdot f(a,b) \cdot p(a,b)$$

η hat für natürliches Uran den Wert 1,32. Der "Schnellspaltungsfaktor" $\varepsilon(a)$ hängt vom Stabradius a ab und kann nach bekannten Methoden berechnet werden. Die thermische Ausnutzung f und die Resonanzentkommwahr-

scheinlichkeit p sind nach der Zellenmethode zu berechnen. Die zugrunde gelegte Zelle (s. Abb. 6) hat folgende Schichtung: Uranstab vom Radius a , Aluminiumhülle der Dicke $t_1 = 0,1$ cm, Kühlpalt mit $s = 0,4$ cm und Außenrohr mit $t_2 = 0,15$ cm Dicke. Die Aluminiumstärken und der Kühlkanalspalt wurden immer gleich groß angenommen. Ferner liefert die Rechnung auch den thermischen lokalen Flußverlauf in der Zelle, woraus die beiden Flußverhältnisse

$$\chi_1(a,b) = \left(\frac{\overline{\phi_M}^{\max}}{\overline{\phi_U}} \right)_{\text{Zelle}}, \quad \chi_2(a,b) = \left(\frac{\overline{\phi_M}}{\overline{\phi_U}} \right)_{\text{Zelle}}$$

ermittelt werden können. Abb. 1 zeigt die Kurvenschar

$$\chi_1(a,b) = \text{const.}$$

Mit $\chi_2(a,b)$ kann nach (23) $M^2(a,b)$ ermittelt werden.

Für die Reflektorerersparnisse wurden folgende Werte angenommen: $\delta_r = 25$ cm, $\delta_z = 40$ cm. δ_r entspricht 25 cm D_2O oder 65 cm Graphit; δ_z entspricht 40 cm D_2O . Größere Werte von δ zu nehmen, wie es unser Extremalprinzip verlangt, erscheint nicht als zweckmäßig, da der Mehrbedarf an Reflektormaterial in keinem vernünftigen Verhältnis zum Gewinn an Reflektorerersparnis steht. Mit diesen Werten ergeben sich aus (33) R_w und l_w . Damit sind die jedem Gitterpunkt (a,b) durch das Extremalprinzip zugeordneten Werte $(R_w, l_w, \delta_r, \delta_z)$ ermittelt.

Die Größe:

$$\gamma = \overline{\phi_U} \cdot \frac{\overline{\phi_{\text{Kern}}^{\max}}}{\overline{\phi_{\text{Kern}}}}$$

kann dann nach (4) und (11) berechnet werden. In der Abb. 1 ist als zweite Kurvenschar aufgetragen:

$$\gamma^0 = W^0 \cdot \frac{c}{\Sigma^f} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,405 \cdot f_1(R_w(a,b), l_w(a,b), \delta_r, \delta_z) \cdot \frac{b^2}{a^2} = \text{const}$$

(vergl. (12)).

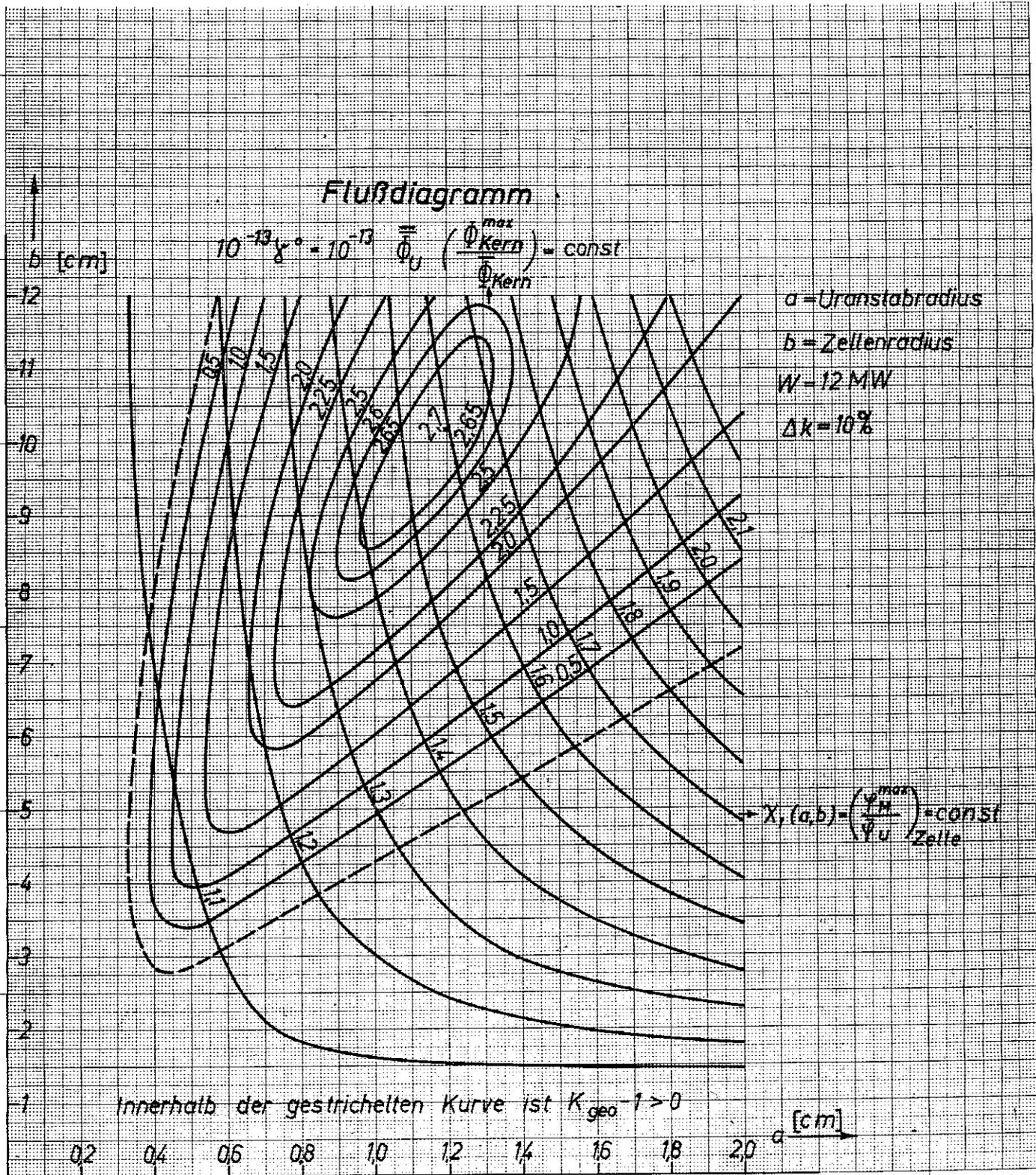


Abb.1: Flussdiagramm
 Reaktorleistung, Reaktivitätsüberschuss und Reflektorsparnis vorgegeben.

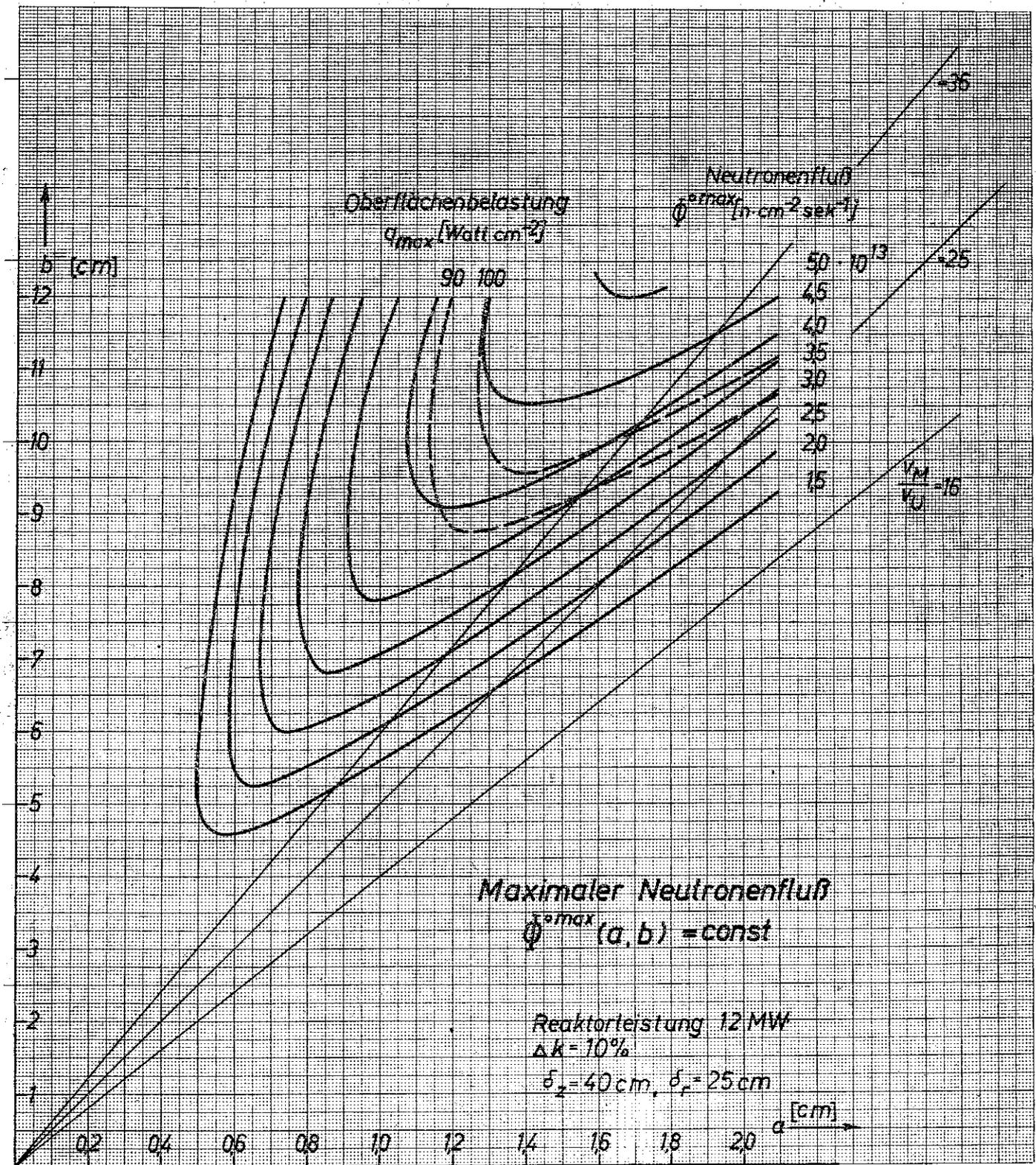


Abb. 2: Maximaler thermischer Neutronenfluß u. maximale Oberflächenbelastung bei vorgegebener Reaktorteistung, Reaktivitätsüberschuss u. Reflektorersparnis.

Die Kurven schließen sich bei der Normleistung von 12 MW zu einem Maximum $\gamma^0 = 2,7 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ zusammen. Diese Kurvenschar enthält die Leistung als multiplikativen Parameter. Will man sich auf eine andere Leistung W^1 beziehen, so braucht man die Parameterwerte in Abb. 1 nur mit W^1/W^0 zu multiplizieren. Die Schar $\lambda_1 = \text{const.}$ hängt natürlich nicht von der Leistung ab. In jedem Gitterpunkt (a,b) kann man dann ϕ^{max} als Produkt der beiden Scharparameter gewinnen. Die so ermittelten Kurvenscharen:

$$\phi^{\text{max}}(R_w, (a,b), l_w(a,b), \delta_r, \delta_z, a, b, W^0) = \text{const.}$$

zeigt Abb. 2. Man sieht, daß man als maximalen Fluß in unserem Diagramm $\phi^{\text{max}} = 5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ erzielen kann. Wir werden aber gleich sehen, daß diese Werte aus anderen Gründen nicht erreichbar sind. Die Kurvenschar enthält ebenfalls die Gesamtleistung als multiplikativen Parameter.

Schließlich kann man, um die ökonomische Seite des Problems ein wenig zu beleuchten, die Gesamtmengen an schwerem Wasser G_M und Uran G_U im Reaktorkern ausrechnen:

$$G_M = \rho_{D_2O} \pi R_w^2 l_w \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)$$

(34)

$$G_U = \rho_U \pi R_w^2 l_w \frac{a^2}{b^2}$$

$$\left(\rho_{D_2O} = 1,1 \text{ g cm}^{-3} ; \rho_U = 18,4 \text{ g cm}^{-3} \right).$$

Abb. 3 zeigt die Kurvenschar:

$$G_M(a,b) = \text{const.}$$

und Abb. 4: $G_U(a,b) = \text{const.}$

Die beiden Diagramme erlauben, sofort die Schwerwassermenge und die Uranmenge für ein Stabgitter (a,b) mit $\Delta k = 10\%$ abzulesen. Der

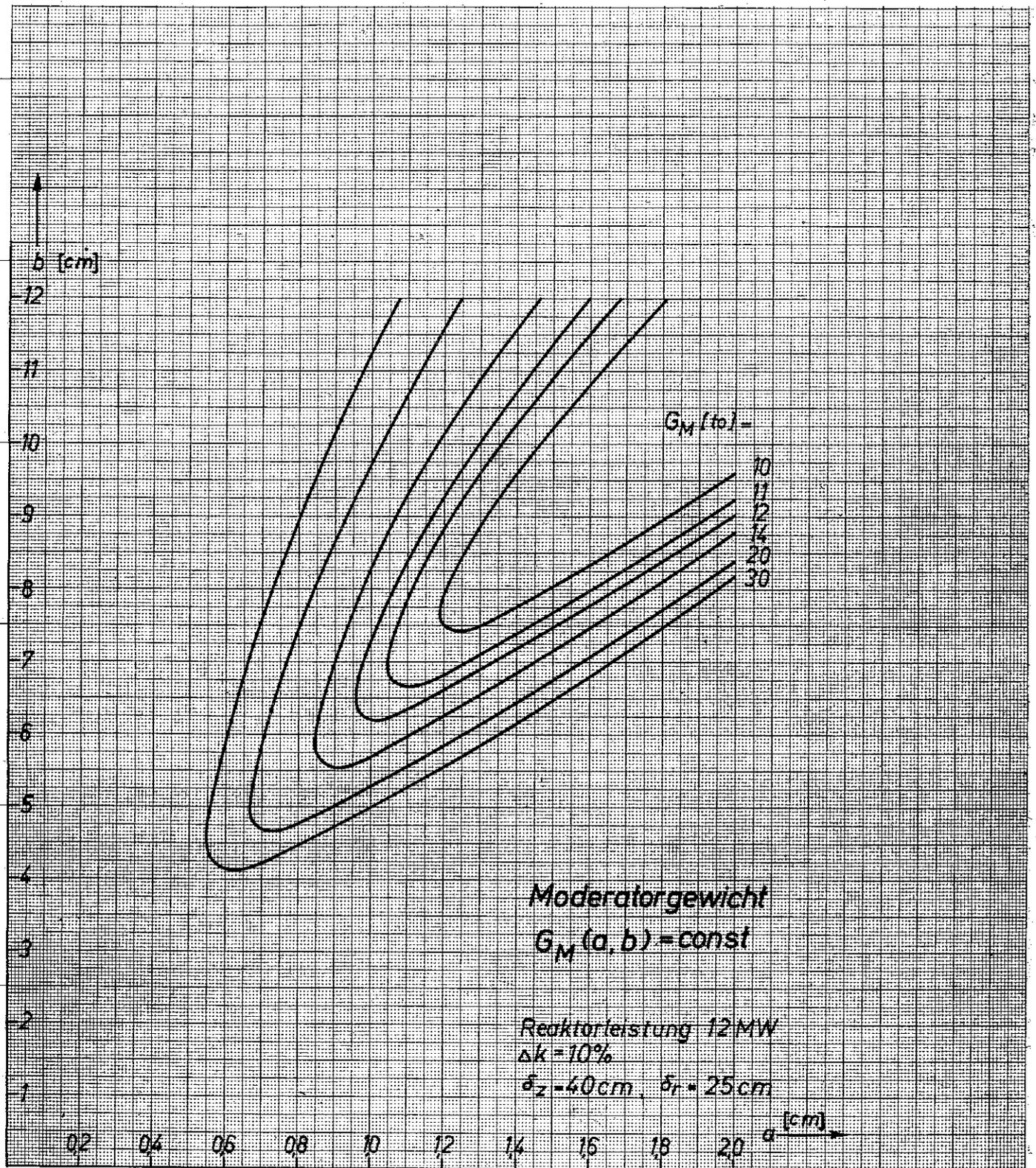


Abb. 3: Moderatorgewicht als Funktion der Zellenparameter bei vorgegebener Reaktorleistung, Reaktivitätsüberschuss u. Reflektorsparnis

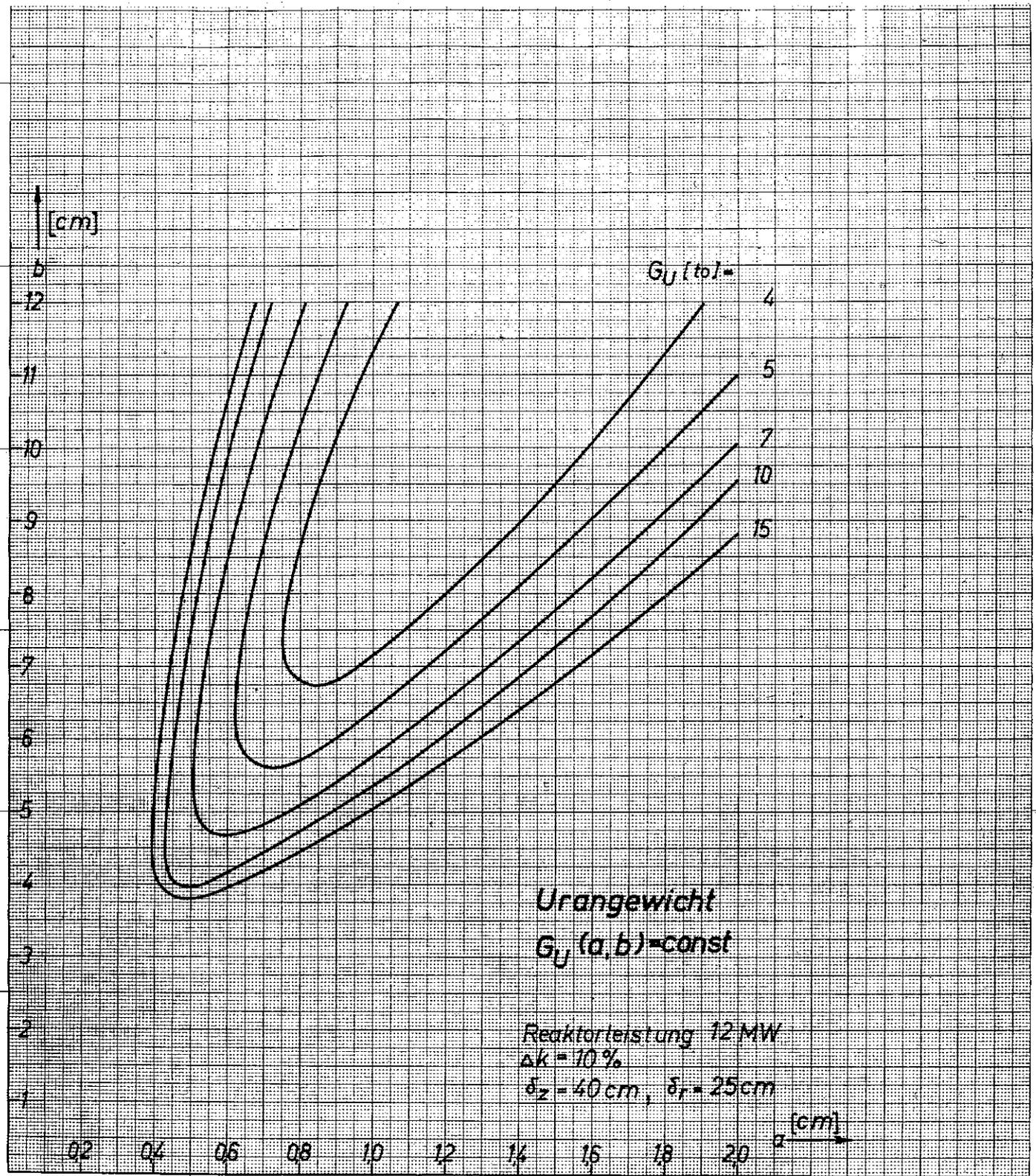


Abb. 4: Uraniumgewicht als Funktion der Zellenparameter bei vorgegebener Reaktorleistung, Reaktivitätsüberschuss und Reflektorsparnis.

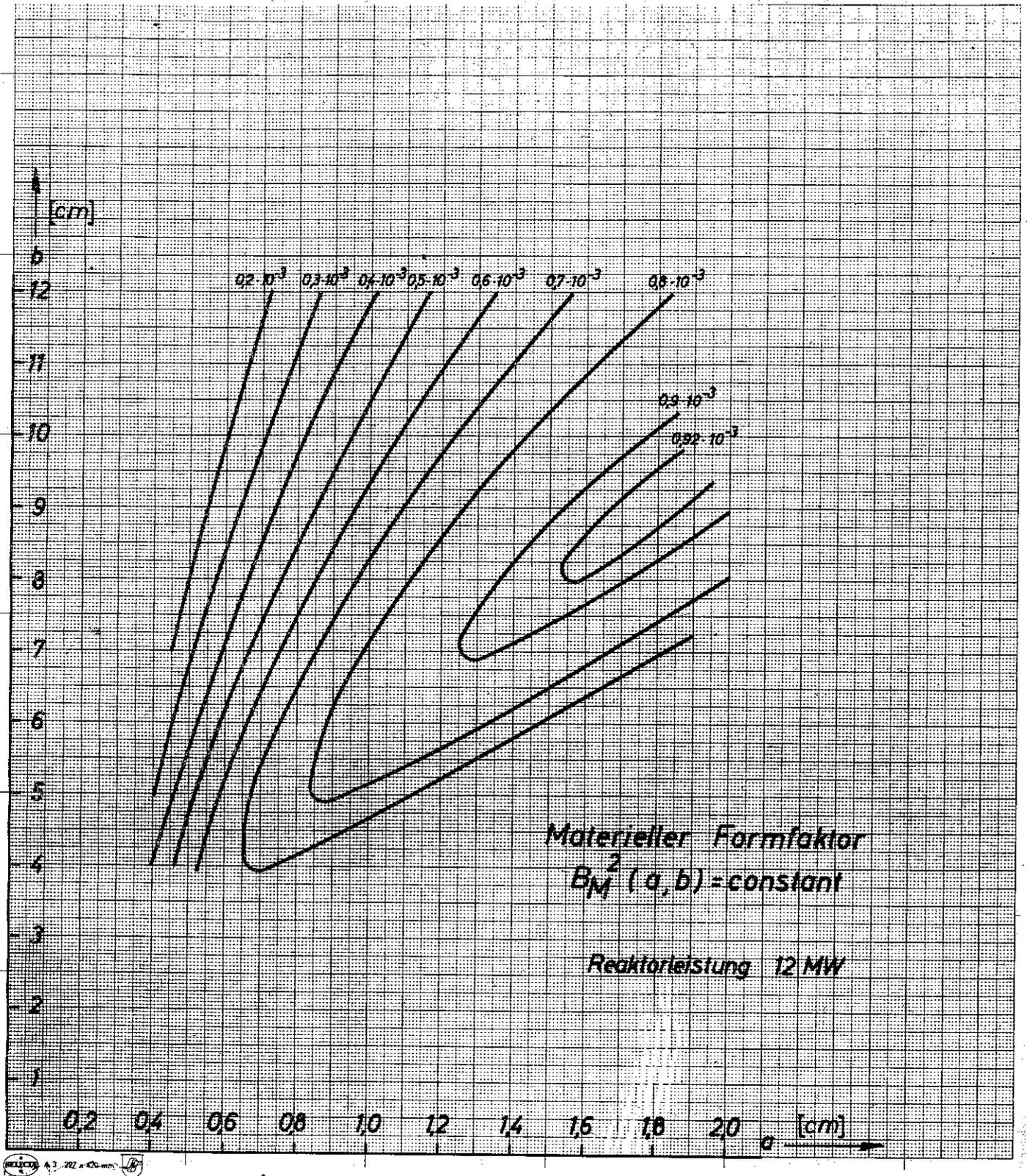


Abb. 5: Der materielle Formfaktor B_M^2 (material buckling) als Funktion der Zellenparameter bei vorgegebener Reaktorleistung.

Vollständigkeit halber ist auch noch ein Diagramm

$$B_M^2(a, b) = \frac{k_\infty - 1}{M^2} = \text{const.}$$

angegeben, um einen Vergleich mit anderen Arbeiten anstellen zu können, in denen diese Größe maximiert wird. Es ergeben sich dann kleinste Reaktorabmessungen. Hier bei uns ist B_M^2 keine typische Größe, da wir einen festen Reaktivitätsüberschuß Δk eingeführt haben. Nachdem solche Diagramme gewonnen sind, ist es nicht schwer, auch anderen Konstruktionsprinzipien zu folgen. Z.B. kann man Reaktoren mit minimalem Uranverbrauch studieren. Wenn man will, kann man das von uns gewählte Konstruktionsprinzip als heuristisches Prinzip zur Gewinnung von Diagrammen auffassen.

III. Kühlung der Brennstoffelemente

=====

In diesem Abschnitt soll der Einfluß des verwendeten Kühlsystems auf die Wahl der Struktur des Reaktorkernes untersucht werden, nicht aber die verschiedenen Möglichkeiten der Kühlung. Bessere Neutronenbilanz und größere Homogenität sind die Gründe, die beim Schwerwasser-nat.-Uran-Reaktor für die Verwendung von schwerem Wasser als Kühlmittel sprechen. Soll der Reaktor Forschungszwecken dienen, wird man immer eine relativ kleine Leistung anstreben; die Kühlung braucht daher zunächst nicht durch besondere Maßnahmen wie Sieden oder Druckerhöhung verbessert zu werden. Für einen Schwerwasser-Forschungsreaktor ist daher Schwerwasserkühlung bei normalen Bedingungen die gegebene Kühlung, die auch den folgenden Betrachtungen zugrundegelegt wird.

Das Brennstoffelement soll so einfach sein wie möglich (s. Abb. 6).

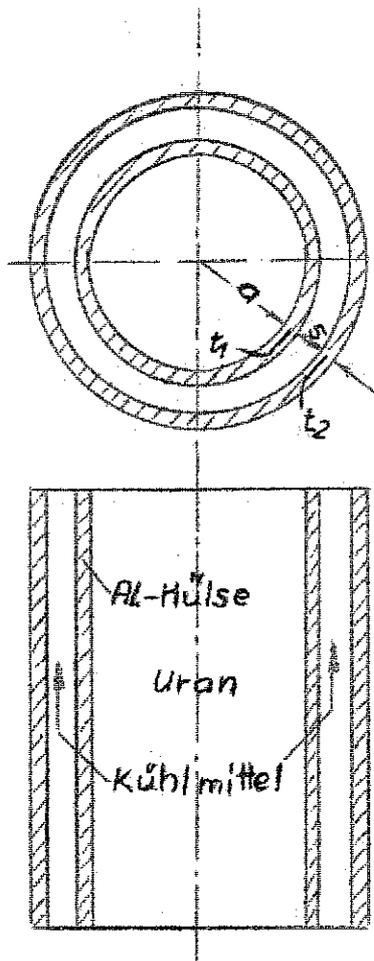


Abb. 6: Schematische Darstellung des Brennstoffelements.

Ein zylindrischer Uranstab vom Radius a ist von einer Aluminiumhülse der Dicke $t_1 = 0,1$ cm eingefaßt. Der Stab sitzt konzentrisch in einem Aluminiumrohr vom inneren Radius $a + t_1 + s$ cm, dessen Dicke $t_2 = 0,15$ cm ist. ($s = 0,4$ cm). In diesem Rohr strömt das Kühlmittel aufwärts. Die Länge des Stabes sei l_w . Die Materialgröße, die bei der Wahl der Struktur des Reaktorkernes zu berücksichtigen ist, ist die Oberflächentemperatur T der Aluminiumhülse. Man möchte Dampfblasenbildung und Sieden des Kühlmittels verhindern und die Korrosion in einem erträglichen Maß halten. Diese Bedingungen sind sicher zu erfüllen, wenn man $T_{\max} \leq 90$ °C hält.

Bei der Festlegung der Struktur des Reaktorkernes ist also stets zu beachten, daß die Oberflächentemperatur der Aluminiumhülse 90 °C nicht übersteigt.

Diese Forderung ist sicher im ganzen Reaktor erfüllt, wenn sie durch das zentrale Brennstoffelement erfüllt wird. Es genügt daher, wenn man die Verhältnisse für das zentrale Element genauer untersucht.

Die auftretenden Größen hängen sämtlich nur von der Koordinate in vertikaler Richtung ab, da man Temperaturänderungen über den Querschnitt von Aluminiumhülse und Kühlkanal vernachlässigen kann. Die Oberflächentemperatur $T(z)$ der Hülse und die Kühlmitteltemperatur $\vartheta(z)$ außerhalb der Grenzschicht sind daher Mittelwerte über den jeweiligen Querschnitt. Sei w die konstante Geschwindigkeit des Kühlmittels, ρ seine Dichte, C_p seine spezifische Wärme, F_{Ka} der Kühlkanalquerschnitt, $Q(z)$ die Leistungsabgabe pro Längeneinheit des Stabes, so gilt:

$$(35) \quad C_p \rho w F_{Ka} d\vartheta = Q(z) dz.$$

Integration liefert:

$$(36) \quad \vartheta(z) = \vartheta_0 + \int_{-\frac{l_w}{2}}^z \frac{Q(z')}{C_p \rho w F_{Ka}} dz',$$

die Kühlmitteltemperatur an der Stelle z . $\vartheta_0 = \vartheta\left(-\frac{l_w}{2}\right)$ ist die Temperatur des einströmenden Kühlmittels. Berücksichtigt man, daß $Q(z)$ dem Fluß proportional ist, so gilt:

$$(37) \quad Q(z) = Q_{\max} \cos \frac{\pi z}{l_w + \delta_z},$$

wo δ_z die gesamte Reflektorerparnis in z -Richtung ist. Wir symmetrisieren also. Für die Kühlmitteltemperatur erhält man damit aus (36) und (37):

$$(38) \quad \vartheta(z) = \vartheta_0 + \frac{Q_{\max}(l_w + \delta_z)}{\pi C_p \rho w F_{Ka}} \left(\sin \frac{z\pi}{l_w + \delta_z} + \sin \frac{l_w \pi}{2(l_w + \delta_z)} \right).$$

$\vartheta(z) - \vartheta_0$ gibt die Aufwärmung, die die abgeführte Wärmemenge im Kühlmittel bewirkt. Weiterhin aber wird eine lokale Temperaturdifferenz $T(z) - \vartheta(z)$ benötigt, die den Uebergang der Wärme vom Stab in das Kühlmittel ermöglicht. Dieser Vorgang spielt sich in der Grenzschicht ab und kann makroskopisch durch die Wärmeübergangszahl α beschrieben werden. α ist die Wärmemenge, die pro Flächen- und Zeiteinheit pro Grad Temperatursprung überführt wird. Also:

$$(39) \quad 1. \quad 2\pi a \alpha (T(z) - \vartheta(z)) = Q(z).$$

Für die Oberflächentemperatur der Hülse ergibt sich damit:

$$(40) \quad T(z) = \frac{Q(z)}{2\pi a \alpha} + \vartheta(z).$$

α ermittelt man aus der dimensionsinvarianten Dittus-Boelter-Gleichung:

$$(41) \quad Nu = 0,023 (Re)^{0,8} (Pr)^{0,4} ,$$

die für $Re > 10^4$ und $Pr > 0,7$ in guter Näherung gilt.

Dabei ist:

$$\begin{aligned} \text{Die Nusselt'sche Zahl:} & \quad Nu = \frac{\alpha D}{\lambda} \\ \text{die Prandtl'sche Zahl:} & \quad Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} \\ \text{die Reynolds'sche Zahl:} & \quad Re = \frac{D w \rho}{\mu} \end{aligned}$$

λ = Wärmeleitfähigkeit; μ = Zähigkeit; D = hydraulischer Durchmesser.
 D ist definiert durch:

$$(42) \quad D = 4 \frac{\text{Querschnitt Kühlkanal}}{\text{benetzter Umfang}}$$

$$\text{also hier:} \quad D = 4 \frac{2 (a + t_1 + \frac{s}{2}) s}{2 (a + t_1 + a + t_1 + s)} = 2 s .$$

Man entnimmt aus (41), daß α nur über die Abhängigkeit $\vartheta(z)$ von z abhängt. Setzt man hier als Mittelwert $\vartheta_m = 45 \text{ }^\circ\text{C}$, so ist α von z unabhängig.

Mit (37) und (38) ergibt sich dann aus (40) für die Oberflächentemperatur $T(z)$:

$$(43) \quad T(z) = \vartheta_0 + \frac{Q_{\max}}{2 \pi a \alpha} \cos \frac{\pi z}{l_w + \delta_z} + \frac{Q_{\max} (l_w + \delta_z)}{\pi c_p \rho_w F_{Ka}} \cdot \left\{ \sin \frac{\pi z}{l_w + \delta_z} + \text{sind} \frac{l_w \pi}{2(l_w + \delta_z)} \right\} .$$

T hat ein Maximum zwischen $z = 0$ und $z = \frac{l_w}{2}$ und zwar an der Stelle:

$$(44) \quad z_{\max} = \frac{l_w + \delta_z}{\pi} \text{ arc tg } \left\{ \frac{2 \pi a \alpha}{c_p \rho_w F_{Ka}} \cdot \frac{l_w + \delta_z}{\pi} \right\} .$$

Führt man ein:

$$(45) \quad x = \frac{2 \pi a \alpha}{C_p \rho w F_{Ka}} \cdot \frac{l_w + \delta_z}{\pi}$$

so folgt über $T_{\max} = T(z_{\max})$:

$$(46) \quad T_{\max} = \vartheta_m + \frac{q_{\max}}{\alpha} \left\{ \sqrt{1 + x^2} + x \sin \frac{\pi}{2} \cdot \frac{l_w}{l_w + \delta_z} \right\}.$$

wo $q_{\max} = \frac{Q_{\max}}{2 \pi a}$ die maximale Oberflächenbelastung ist.

Ist das Kühlmittel vorgegeben, so sind jedenfalls ρ, λ, μ, C_p bekannte Größen, wo man die Werte bei einer geeigneten mittleren Kühlmitteltemperatur ϑ_m zu nehmen hat. Nach (46) und (45) ist dann noch:

$$(47) \quad T_{\max} = T_{\max}(\vartheta_m, q_{\max}, a, l_w, \delta_z, D, w).$$

Gibt man eine Mikro-Struktur vor, so sind nach Abschnitt II l_w, δ_z, a und auch q_{\max} bestimmt. Letzteres ergibt sich aus:

$$(48) \quad q_{\max} = \frac{Q_{\max}}{2 \pi a} = W \cdot \frac{1}{4} \cdot 2,405 \cdot f_1 \cdot \frac{b^2}{a}.$$

In jedem Punkt der (a, b) - Ebene (für jede Mikro-Struktur) ist dann noch:

$$(49) \quad T_{\max} = T_{\max}(\vartheta_m, D, w).$$

Diese drei Größen wird man innerhalb des konstruktiv möglichen so wählen, daß T_{\max} klein wird. Zu diesem Zweck sei die funktionale Abhängigkeit des T_{\max} von D und w untersucht.

Aus (41) folgt: $\alpha \sim D^{-0,2}$, aus (45) $x \sim D^{-1,2}$, wenn man

$$F_{Ka} = \pi D \left(a + t_1 + \frac{D}{4} \right) \approx D (a + t_1) \pi$$

berücksichtigt. Da die Größenordnung von x innerhalb des Bereiches vernünftiger l_w -Werte 10^{-1} ist, wie sich gleich ergeben wird, kann

man im wesentlichen setzen:

$$T_{\max} = \vartheta_0 + \frac{q_{\max}}{A} D^{0,2} \quad ((46) \text{ mit } \alpha = A D^{-0,2})$$

Bezüglich D kann man also sagen, daß D so klein sein muß wie möglich, um T_{\max} klein zu halten. Die Grenze wird hier von der Fertigung her gesetzt.

Ein vernünftiger Wert ist $D = 0,8$ cm oder $s = 0,4$ cm. Geht man etwa von $s = 0,4$ cm auf $s = 0,3$ cm zurück, so gewinnt man in $(T)_{\max} = T_{\max} - \vartheta_0$ noch einen Faktor $(\frac{0,6}{0,8})^{0,2} = 0,944$.

Was w anbetrifft, so ist $\alpha \sim w^{0,8}$ und $x \sim w^{-0,2}$.

Aus den gleichen Gründen wie eben gilt innerhalb des normalen Bereiches:

$$T_{\max} = \vartheta_0 + \frac{q_{\max}}{B} w^{-0,8} \quad \text{mit } \alpha = B w^{0,8}$$

wo so groß wie möglich heißt die Konsequenz. Die Grenze wird hier gesetzt durch den zu großen Druckverlust (Staudruck $p_s = \rho \frac{w^2}{2}$), der bei größeren w -Werten einsetzt, und die mögliche Erosion. Ersteres bedingt große Pumpleistung, also erhöhte Kosten und Raumbedarf. Im Reaktorbau wird als noch gut tragbarer Wert $w = 6$ m/sec angesehen. Damit sind alle Daten sinnvoll festgelegt. Die Größen μ , ρ , λ wurden auf eine mittlere Moderator-temperatur $\vartheta_m = 45$ °C bezogen. Man kann wohl annehmen, daß ϑ_0 höchstens 35 °C beträgt und die Aufwärmung längs des halben Stabes nicht mehr als 10 °C beträgt. Die benutzten Daten und der aus ihnen ermittelte α -Wert sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Tab. 1: Berechnungsunterlagen für die Wärmeübergangszahl α

$$\lambda = 0,546 \frac{\text{kcal}}{\text{hr m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}} = 0,152 \cdot 10^{-2} \frac{\text{cal}}{\text{sec cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

$$\mu = 0,636 \cdot 10^{-2} \frac{\text{g}}{\text{cm sec}} \quad C_p = 0,9974 \frac{\text{cal}}{\text{g } ^\circ\text{C}}$$

$$D = 2s = 0,8 \text{ cm}$$

$$\rho = 1,0852 \text{ g/cm}^3$$

$$w = 600 \text{ cm/sec}$$

$$\text{Pr} = 4,19 \quad ; \quad \text{Re} = 81840$$

$$\alpha = 23700 \frac{\text{kcal}}{\text{hr m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}} = 2,757 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Der α -Wert ist natürlich mit einer gewissen Unsicherheit behaftet, die im allgemeinen zu 20 % geschätzt wird. Das liefert eine Unsicherheit von 20 % in $T_{\text{max}} - \vartheta_0$ d.h. höchstens 10 °C. Ist $T_{\text{max}} = 90$ °C die obere zugelassene Grenze, so bleibt man also sicher unter 100 °C.

Mit den obigen Werten ergibt sich:

$$(50) \quad x = \frac{a}{a + 0,3} \cdot (l_w + \delta_z) \text{ K}$$

$$K = 0,8075 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}.$$

Für $l_w + \delta_z \approx 10^2$ ist also in der Tat $x \approx 10^{-1}$.

Also Faustformel:

$$(51) \quad (\Delta T)_{\text{max}} \approx \frac{q_{\text{max}} [\text{W/cm}^2]}{2,75 [\text{W/cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}]}$$

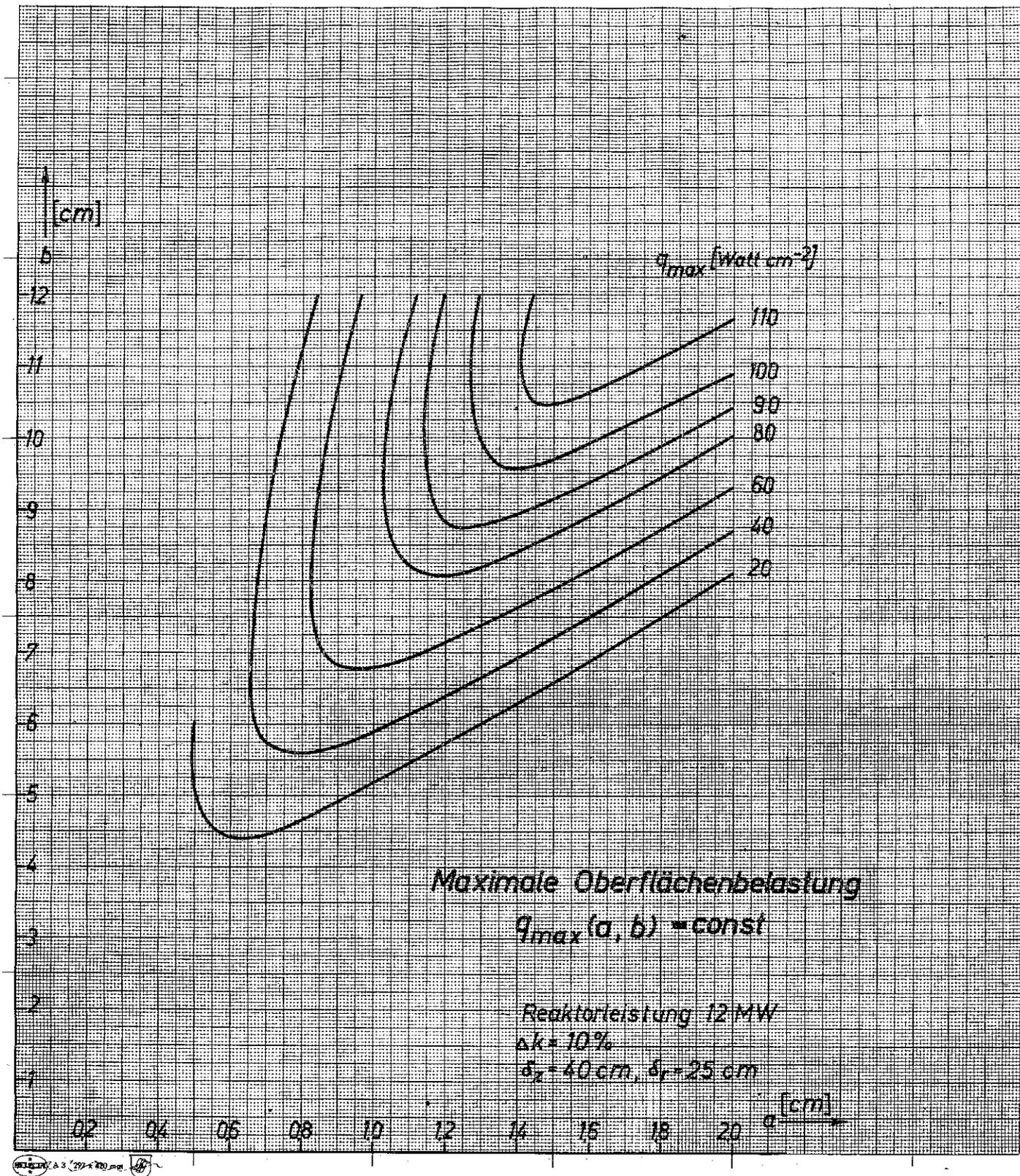


Abb. 7: Die maximal auftretende Oberflächenbelastung der Brennstoffelemente als Funktion der Zellenparameter bei vorgegebener Reaktorleistung, Reaktivitätsüberschuss u. Reflektorsparnis.

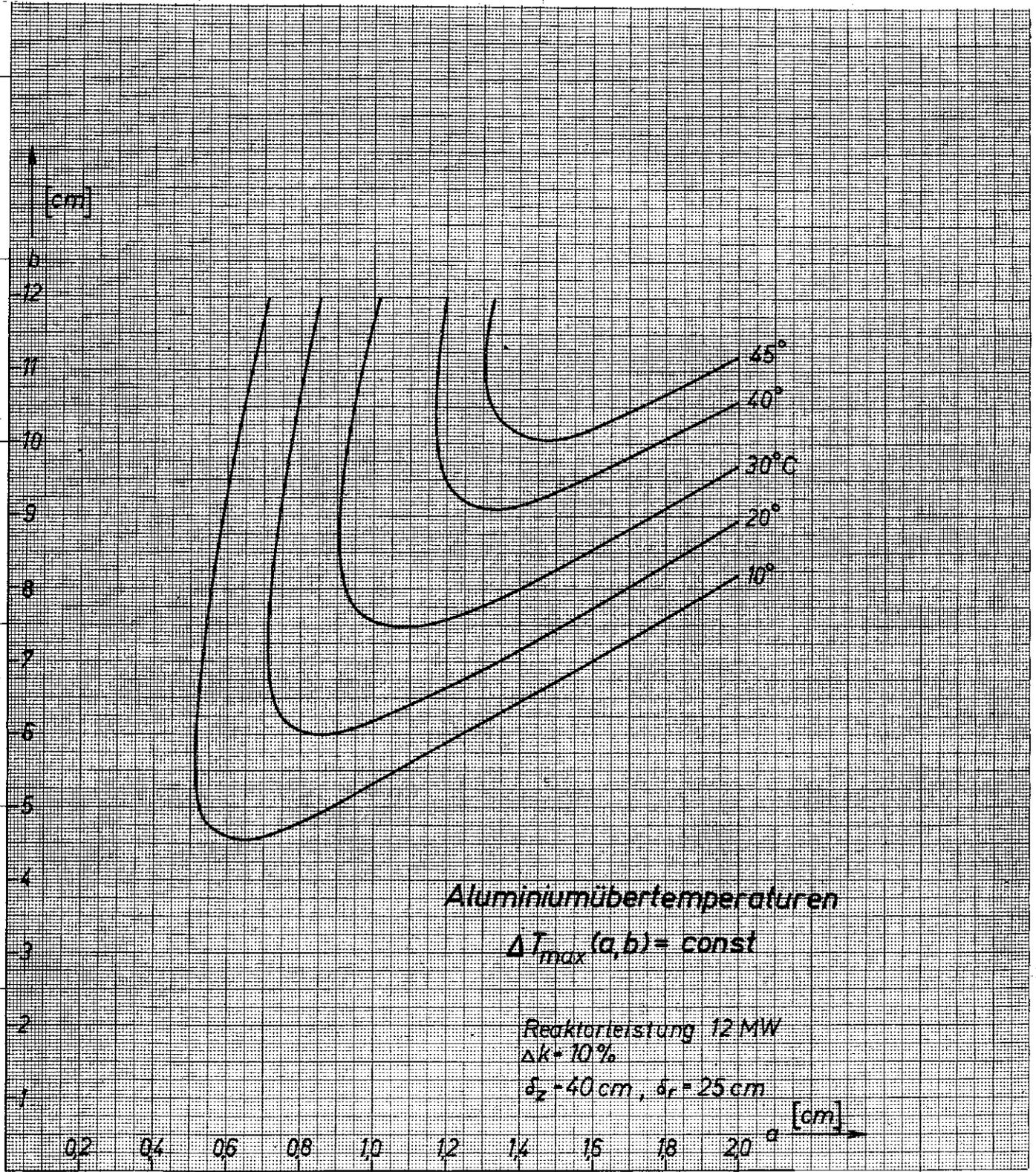


Abb. 8: Differenz zwischen Kühlmiteleintrittstemperatur und maximaler Temperatur der Al-Hülle der Brennstoffstäbe als Funktion der Zellenparameter bei vorgegebener Reaktorleistung, Reaktivitätsüberschuss u. Reflektorsparnis.

In dieser Formel ist die Kühlmittelaufwärmung gegenüber dem Temperatursprung in der Grenzschicht vernachlässigt.

(46) entnimmt man ferner, wie ungeheuer wesentlich die Kühlmittelleintrittstemperatur die Auswahl einer Mikrostruktur beeinflusst. Jedes Grad, was hier eingespart wird, ermöglicht praktisch eine Erhöhung der Oberflächenbelastung. Denn nicht diese, sondern T_{\max} ist ja die entscheidende Größe. Hat man, wie beim NRX, ein ϑ_0 von 15°C , so kann man $(\Delta T)_{\max}$ um volle 20°C gegenüber dem hier behandelten Fall, also q_{\max} nach (51) um $2,75 \cdot 20 = 55 \text{ W/cm}^2$ erhöhen.

Nach Formel (48) kann man nun für jede Gitterstruktur (a,b) unter Benutzung der in Abschnitt II aus dem Extremalprinzip berechneten Werte R_w , l_w die maximale Oberflächenbelastung q_{\max} (a,b) ermitteln und Kurven

$$q_{\max}(a,b) = \text{const.}$$

in der (a,b) - Ebene auftragen. Die Oberflächenbelastung ist durch unser Extremalverfahren wohldeterminiert, während die maximale Oberflächentemperatur nach (49) von weiteren kühlmechanischen Daten abhängt. Die Größen ϑ_0 , D, w kann man schon nicht mehr allein nach physikalischen Gesichtspunkten wählen, sondern muß bei ihrer Bestimmung technische Belange berücksichtigen. Dies wurde in den obigen Ausführungen versucht.

Mit den gewählten Größen D, w können dann auch die Temperaturen $(\Delta T)_{\max} = T_{\max}(a,b) - \vartheta_0$ bestimmt werden.

Es erscheint als unzweckmäßig, Kurven $T_{\max} = \text{const.}$ aufzutragen, da die additiv eingehende Kühlmittelleinflußtemperatur ϑ_0 ganz von den Gegebenheiten am Standort eines Reaktors abhängt. So haben wir Kurven

$$(\Delta T)_{\max} = T_{\max}(a,b) - \vartheta_0 = \text{const.}$$

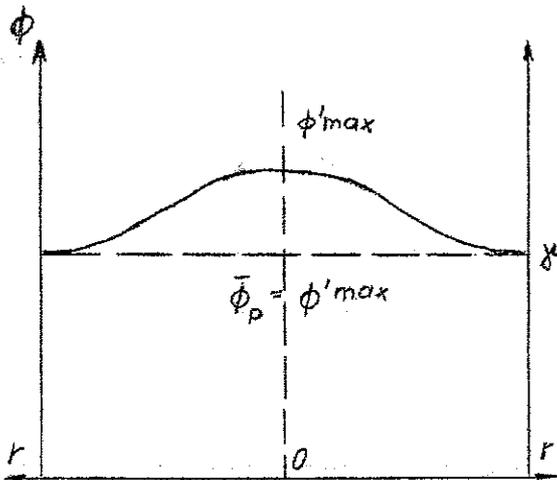
aufgetragen. Um T_{\max} zu erhalten, muß man also nur jeweils die entsprechende Kühlmittelleinflußtemperatur hinzuzählen. An Hand des

Diagramms 8. können dann leicht Bereiche in der (a,b)-Ebene ausgewählt werden, in denen $T_{\max} \leq T_0$ ist, wo T_0 eine durch Sicherheitsüberlegungen vorgeschriebene Höchsttemperatur ist, z.B. $T_0 = 90 \text{ }^\circ\text{C}$.

IV. Die Bestrahlungsintensität für zusätzlich ein-
 =====
 gebrachte Absorber
 =====

Der leitende Gesichtspunkt bei der Konstruktion eines Forschungsreaktors war die Gewinnung eines möglichst großen maximalen Neutronenflusses ϕ^{\max} im Sinne von (5). Es ist dies eine idealisierte Formulierung des Wunsches, eingebrachte Objekte möglichst intensiv bestrahlen zu können, idealisiert insofern, als ϕ^{\max} der Fluß in einer in den Moderator eingebrachten absorbierenden Probe (P) mit dem makroskopischen Absorptionsquerschnitt $\Sigma_P^a = \Sigma_M^a$ (M = Moderator) ist. Ist $\Sigma_P^a > \Sigma_M^a$, so sinkt der mittlere Fluß in der Probe auf einen Wert $\bar{\phi}_P$ ab, der von der Geometrie der Probe und des Reaktorkerns, vom Absorptionsquerschnitt Σ_P^a und in Grenzfällen auch von der Dimensionierung des Gitters, charakterisiert durch die Parameter (a,b), abhängt. Diese Frage wird in einer weiteren Arbeit genau untersucht werden. Hier wollen wir uns darauf beschränken, das grundsätzliche Verhalten des Flusses beim Einbringen eines zusätzlichen Absorbers zu beschreiben.

Denken wir uns das in der Achse des Reaktorkerns gelegene Brennstoffelement herausgenommen und ersetzt durch einen Stab der gleichen Abmessung aus absorbierendem Material mit dem Absorptionsquerschnitt Σ_P^a . Betrachten wir dann den Flußverlauf zwischen zwei zur Achse benachbarten Brennstoffelementen in Abhängigkeit von Σ_P^a . Der Flußverlauf im ungestörten Fall: $\Sigma_P^a = \Sigma_M^a$ ist schematisch dargestellt in Abb.9.



Der mittlere Neutronenfluß in den benachbarten Brennstoffelementen erreicht ungefähr den Wert

$$\gamma = \phi_{\text{Kern}}^{\text{max}} \cdot \bar{\phi}_U = \bar{\phi}_U \left(\frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}} \right),$$

der exakt erst im mittleren Brennstoffelement erreicht werden würde. Zwischen den beiden Stäben spannt sich im Moderator eine Flußblase auf, deren höchster Punkt ϕ'^{max} natürlich noch über dem Wert ϕ^{max} liegt, da ja jetzt in der Mitte sozusagen eine Zelle mit größerem b , also größerem Zellenfaktor $\chi_1(a,b)$ entstanden ist. Es gilt:

$$\phi'^{\text{max}} \sim \phi^{\text{max}}$$

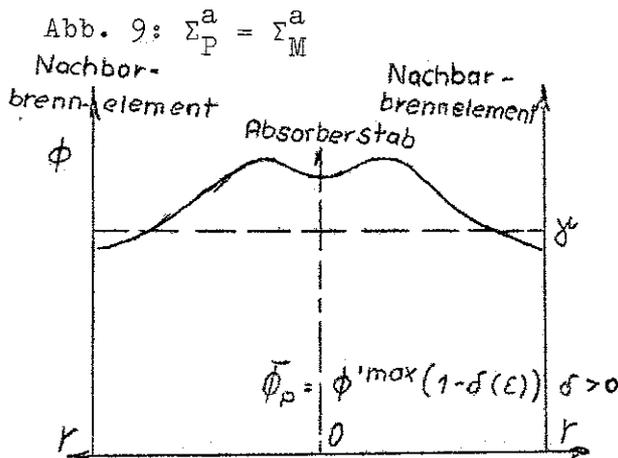


Abb. 10: Schwacher Absorber,
 $\Sigma_P^a = \Sigma_M^a(1 + \epsilon); 0 < \epsilon \ll 1$

Beim Einbringen eines absorbierenden Stabes in die zentrale Position treten zwei Effekte auf:

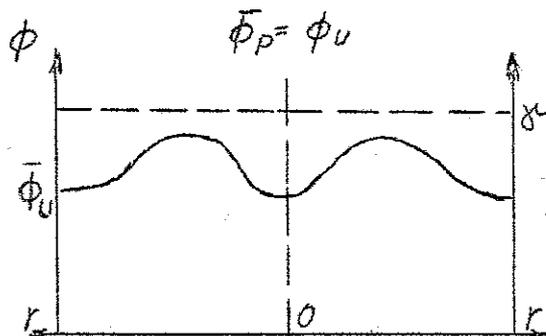


Abb. 11: "Uran-Absorber"
 $\Sigma_P^a = \Sigma_U^a$

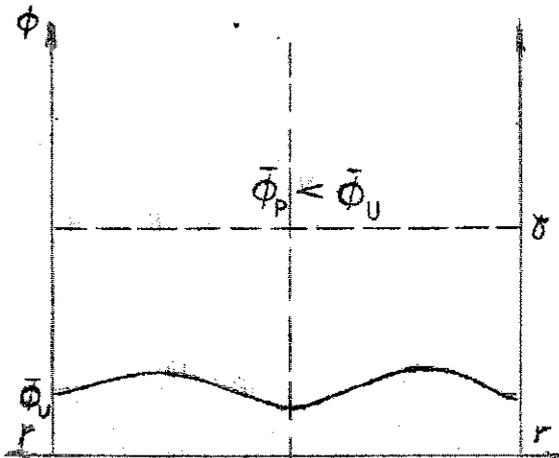


Abb. 12: $\Sigma_P^a > \Sigma_U^a$

1. Der Fluß in den benachbarten Uranstäben wird auf einen Wert, der kleiner ist als im ungestörten Fall abgesenkt. Diese Absenkung hängt von der Geometrie und vom Werte Σ_P^a ab. Sie kann mit Hilfe von Rechenmethoden bei homogenen Reaktoren als makroskopische Flußabsenkung berechnet werden, wie in einer weiteren Arbeit gezeigt werden wird,

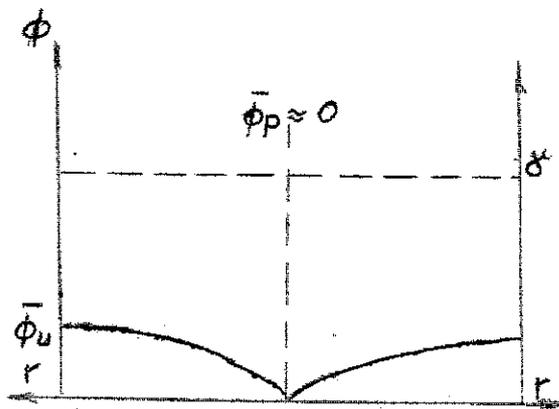


Abb. 13: "schwarzer" Absorber

erzeugt wird. Es wird bei

2. Die Flußblase ϕ^{max} im Moderator wird eingedrückt. Im Falle eines schwachen Absorbers, wie er in Abb. 10 angedeutet ist, ist sowohl die Flußabsenkung in den Nachbarstäben als auch die Einbuchtung der Flußblase im Moderator klein. Für die Bestrahlung schwacher Absorber ist es also vorteilhaft, einen großen Fluß ϕ^{max} zu besitzen, auch wenn dieser (s. (4)) durch einen großen

1. schwachem Absorber

der Gesamtfluß

$$\bar{\phi}_P \sim \phi^{max} = \bar{\phi}_U \left(\frac{\phi^{max}_{Kern}}{\phi_{Kern}} \right) \cdot \left(\frac{\phi^{max}}{\phi_U} \right)_{Zelle}$$

wirksam.

$$\text{Zellenfaktor } \chi_1 = \left(\frac{\phi^{max}}{\phi_U} \right)_{Zelle}$$

Im Falle eines "Uranabsorbers" (Abb. 11) mit $\Sigma_P^a = \Sigma_U^a$ dagegen ist der Fluß $\bar{\phi}_P$ gleich dem Fluß in den Nachbarstäben. Der Zellenfaktor λ_1 wird dann nicht mehr wirksam und wie in einer folgenden Arbeit gezeigt werden wird gilt bei

2. Uran-Absorber: $\bar{\phi}_P \sim \gamma = \bar{\phi}_U \left(\frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}} \right) .$

Bei noch stärkerer Absorption (Abb. 12) sinkt $\bar{\phi}_P$ unter das Flußniveau in den Nachbarstäben, um im "schwarzen" Fall, wo jedes auf den Absorber auftreffende Neutron absorbiert wird, fast zu verschwinden (Abb. 13).

3. Uendlich starker Absorber ("schwarzer" Fall):

$$\bar{\phi}_P \approx 0 .$$

Von praktischem Interesse sind nur die Fälle 1 und 2. Fassen wir noch einmal kurz zusammen:

1. schwacher Absorber

$$\Sigma_P^a = \Sigma_M^a (1 + \varepsilon) \quad \bar{\phi}_P \sim \phi^{\text{max}} .$$

$\varepsilon > 0$ und klein.

2. Uran - Absorber

$$\Sigma_P^a = \Sigma_U^a \quad \bar{\phi}_P \sim \gamma .$$

Die Proportionalitätsfaktoren hängen von der durch die Geometrie bestimmten Flußabsenkungen in den Nachbarstäben bzw. in der Blase ab.

Der Wunsch nach großen Bestrahlungsintensitäten mit thermischen Neutronen wird für schwache Absorber erfüllt, wenn man ein großes ϕ^{max} nimmt. Für "Uranabsorber" muß jedoch ein großes $\bar{\phi}_U$ gefordert werden, denn der Faktor $\left(\frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}} \right)$ ist ein geometrischer Faktor und ändert sich

nur wenig. Bei konstanter Leistung bedeutet aber großes $\bar{\phi}_U$ kleines V_U .

Die bisherigen Forderungen kann man nun ganz leicht an Hand der Abb. 2 erfüllen. Dort ist eingetragen eine Kurve $q_{\max}(a,b) = 90 \text{ W/cm}^2$, und wir wollen einmal annehmen, daß die im Abschnitt III behandelte Temperaturbedingung uns vorschreibt, daß 90 W/cm^2 die zulässige Höchstbelastung ist. Um dann eine starke Bestrahlung von schwachen Absorbern zu gewährleisten, wählen wir zunächst die Struktur (a, b) , die das größte ϕ^{\max} hat. Das ist der Punkt $a = 1,14$; $b = 10$. Nun überzeugt man sich leicht durch Abb. 1, daß dieser Punkt auch ziemlich genau den kleinsten Zellenfaktor χ_1 und daher den größten maximalen Uranfluß γ im Sinne der Formel (5) $\phi^{\max} = \gamma \cdot \chi_1$ aufweist. Ein Blick auf Abb. 4 zeigt überdies, daß in diesem Punkte auch das Urangewicht G_U und damit das Uranvolumen V_U minimal ist, was nach (7) ein maximales $\bar{\phi}_U$ bedingt. Damit ist auch eine maximale Bestrahlung von Uranabsorbern gewährleistet. Der Punkt ($a = 1,14$; $b = 10$) erweist sich so nach unseren bisherigen Kenntnissen als optimale Lösung der gestellten Aufgabe.

Will man nun aber den Reaktor nicht nur zur Bestrahlung thermischer Absorber (z.B. Isotopenproduktion), sondern auch zur Untersuchung von Materialien benutzen, so ist darauf zu achten, daß auch ein möglichst großer schneller Neutronenfluß ϕ_s zur Verfügung steht. Um den Zusammenhang zwischen ϕ_s und ϕ_t in den Griff zu bekommen, wollen wir eine vereinfachte zweigruppentheoretische Betrachtung eines homogenen, zylindrischen, unreflektierten Reaktors durchführen. Die beiden Differentialgleichungen für den schnellen Fluß ϕ_s und den thermischen Fluß ϕ_t (s. Glasstone-Edlund S. 238 ff.) haben in diesem Fall folgende Lösung, wenn wir nur die radiale Abhängigkeit in Betracht ziehen:

$$\phi_s = A J_0(\mu r) + B I_0(\nu r) \quad ; \quad S_1 = \frac{D_s}{D_t \left(\frac{\tau}{L^2} + \mu^2 \tau \right)}$$

(52)

$$\phi_t = A S_1 J_0(\mu r) + C S_2 I_0(\nu r); \quad S_2 = \frac{D_s}{D_t \left(\frac{\tau}{L^2} - \nu^2 \tau \right)}$$

Sowohl ϕ_s als auch ϕ_t müssen für $R = R_w + \delta_r$ verschwinden. Dies führt auf die Bedingung:

$$(53) \quad \begin{vmatrix} J_0(\mu r) & I_0(\nu r) \\ S_1 J_0(\mu r) & S_2 I_0(\nu r) \end{vmatrix} = 0 .$$

μ^2 und ν^2 ergeben sich als Wurzeln aus:

$$(54) \quad B^4 + B^2 \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2} \right) - \frac{k_{\text{Geo}} - 1}{\tau L^2} = 0$$

zu:

$$\mu^2 = \frac{1}{2} \left\{ - \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2} \right) + \sqrt{\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2} \right)^2 + \frac{4(k_{\text{Geo}} - 1)}{\tau L^2}} \right\}$$

$$-\nu^2 = \frac{1}{2} \left\{ - \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2} \right) - \sqrt{\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2} \right)^2 + \frac{4(k_{\text{Geo}} - 1)}{\tau L^2}} \right\}$$

μ und ν sind die Werte, die sich auf den unendlichen Zylinder beziehen. Gleichung (53) liefert den Eigenwert k_{Geo} , der die durch die Geometrie bedingten Leckverluste an Neutronen deckt.

Wir wollen nun annehmen, daß gilt:

$$(56) \quad 1 \gg \frac{4(k_{\text{Geo}} - 1)}{L^2 \tau} \frac{\tau^2 L^4}{(\tau + L^2)^2} .$$

Der Ausdruck $\frac{\tau L^2}{(\tau + L^2)^2}$ hat ein Maximum für $\tau = L^2$, wie man sich

leicht überlegt, so daß also die Entwicklung gerechtfertigt ist, wenn nur gilt:

$$(57) \quad 1 \gg (k_{\text{Geo}} - 1) .$$

Das ist für Reaktoren größerer Ausdehnung immer erfüllt. Wir dürfen daher in (55) die Wurzeln entwickeln und nach dem ersten Gliede abbrechen und erhalten:

$$(58) \quad \mu^2 \approx \frac{k_{\text{Geo}} - 1}{M^2} \quad \text{für } 1 \gg k_{\text{Geo}} - 1$$

$$\nu^2 \approx \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2} \right)$$

und

$$(59) \quad k_{\text{Geo}} = 1 + M^2 \mu^2 .$$

Es ergibt sich also in dieser Näherung die sogenannte "modifizierte Eingruppentheorie". Man folgert nun aus (53) leicht:

$$J_0(\mu R) = 0$$

(60) oder

$$\mu = \frac{2,405}{R} .$$

Dann folgt mit (52) aus: $\phi_s(R) = \phi_t(R) = 0 : C = 0$.

Die Lösung (52) lautet also in dieser Näherung:

$$(61) \quad \phi_s = A J_0(\mu r)$$

$$\phi_t = A S_1 J_0(\mu r) = S_1 \phi_s$$

wobei jetzt

$$(62) \quad \frac{\phi_s}{\phi_t} = \frac{1}{S_1} = \frac{D_t \tau (1 + \mu^2 L^2)}{D_s L^2} .$$

Führt uns diese Näherung auf die modifizierte Eingruppentheorie zurück, so ist es an dieser Stelle unmittelbar einsichtig, daß das gleich für die z-Abhängigkeit gilt. Wir werden also auf die Verteilung

$$\phi_s = A J_0 (\mu' r) \cos \mu'' z \quad ; \quad \mu' = \frac{2,405}{R}$$

(63)

$$\phi_t = A S_1 \cdot J_0 (\mu' r) \cos \mu'' z \quad ; \quad \mu'' = \frac{\pi}{l}$$

geführt. In (59) wäre jetzt zu setzen:

$$\mu^2 = \mu'^2 + \mu''^2$$

Damit haben wir für den makroskopischen Flußanteil ϕ_{Kern} das gewünschte Verhältnis von schnellem zu thermischem Fluß gewonnen, das sich gleichmäßig im ganzen Reaktorkern und damit natürlich auch im Zentrum, wo der Absorber eingebracht wird, einstellt.

Betrachten wir nun wieder die Kurve $q_{\text{max}} = 90 \text{ W/cm}^2$. In Abb. 14 sind als Funktion der Bogenlänge auf $q_{\text{max}} = \text{const.}$ aufgetragen:

a) thermischer Maximalfluß: $\phi_t^{\text{max}} = \bar{\phi}_U \left(\frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}} \right) \cdot \lambda_1$

b) schneller Maximalfluß: $\phi_s^{\text{max}} = \bar{\phi}_U \left(\frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}} \right) \cdot \frac{1}{S_1} \cdot \lambda_2$

c) maximaler Uranfluß: $\gamma = \bar{\phi}_U \left(\frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}} \right)$

Berechnet werden die Flußwerte in den Punkten 1 bis 6. Waren im Punkt 1 die Forderungen nach einem möglichst großen ϕ_t^{max} und γ schon erfüllt, so entnimmt man nun Abb. 14, daß der Wunsch nach einem großen ϕ_s^{max} einen Arbeitspunkt zwischen den Punkten 4 bis 6 bedingt. Will man alle Forderungen berücksichtigen, so wird man einen Arbeitspunkt zwischen 3 und 4 wählen. Je nach Bedarf kann man also den Reaktor für rein thermische Bestrahlung wie auch für Bestrahlung mit schnellen Neutronen oder beides gleichzeitig optimieren. Dieses Beispiel zeigt, wie die gewünschte Verwendung des Reaktors als Bestrahlungskapazität noch in die Wahl der Gitterstruktur hineinreicht.

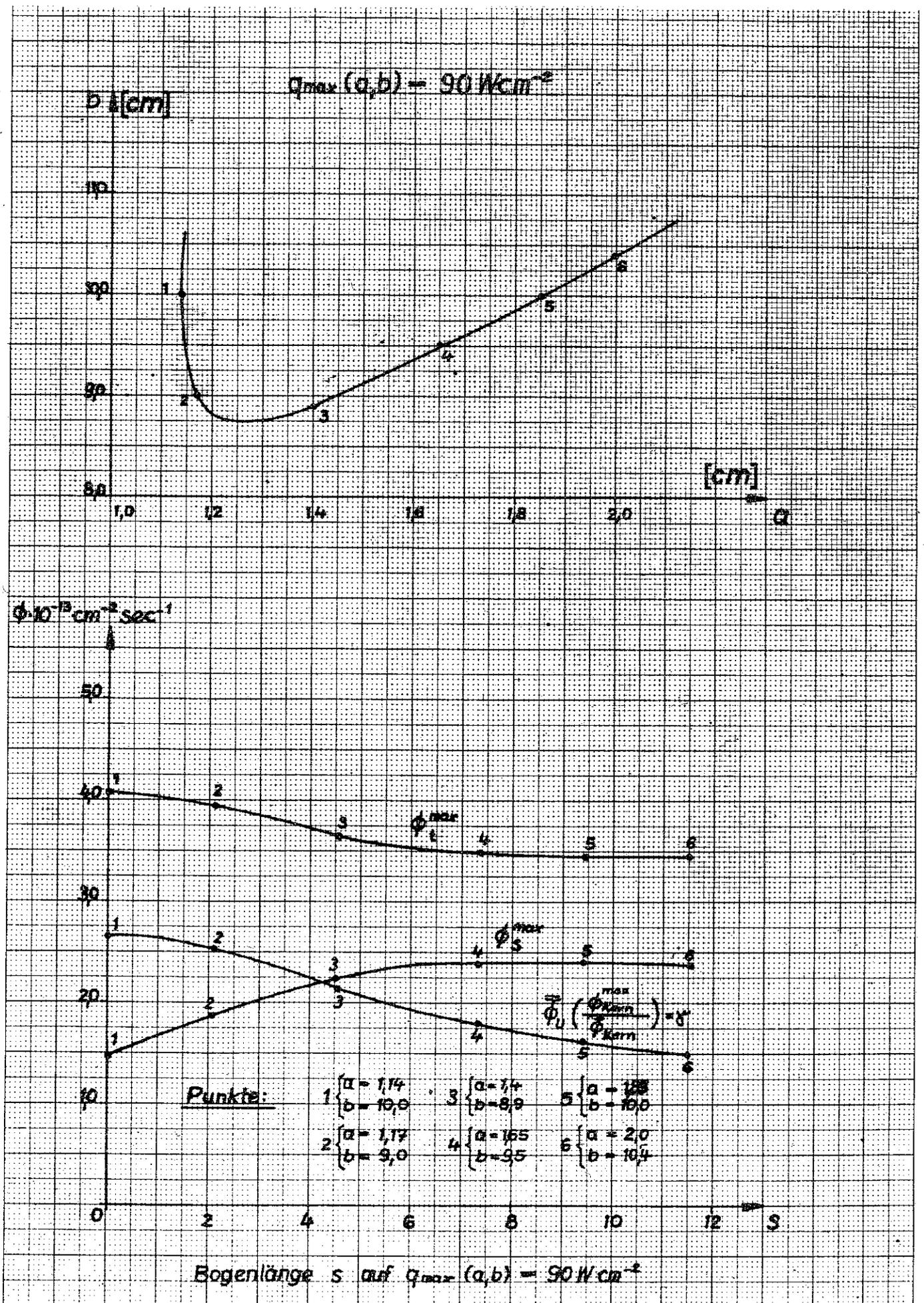


Abb. 14: Maximaler Fluss thermischer Neutronen $\phi_{\text{therm}}^{\max}$, maximaler Fluss schneller Neutronen $\phi_{\text{fast}}^{\max}$ und thermischer Neutronenfluss im Zentrum des Reaktor-Kerns, gemittelt über die Querschnittsfläche des zentralen Brennstoffelementes, als Funktion der Bogenlänge auf der Kurve $q_{\max}(a,b) = 90 \text{ W cm}^{-2}$

V. Diskussion der Diagramme.

=====

Wir beginnen mit der Diskussion des sogenannten Flußdiagramms (Abb. 1).
Dort sind die beiden Faktoren

$$\gamma^{\circ} = \bar{\phi}_U \left(\frac{\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}}{\bar{\phi}_{\text{Kern}}} \right)$$

und

$$\lambda_1 = \left(\frac{\phi^{\text{max}}}{\bar{\phi}_U} \right)_{\text{Zelle}}$$

aufgetragen. Betrachten wir zunächst das mikroskopische Flußverhältnis λ_1 . Für $b = \text{const.}$ wird λ_1 mit wachsendem a größer, denn die Flußverteilung im Uranstab hängt mehr und mehr durch, und die äußeren Randpartien des Stabes schirmen die zentral gelegenen Partien des Stabes ab, so daß

$$\frac{(\phi_U)_{r'} = a}{\bar{\phi}_U}$$

immer größer wird und damit auch λ_1 . Laufen wir für konstantes a zu größeren b -Werten, so wird auch hier λ_1 größer, weil der Anstieg des Flusses im Moderator größer und größer werden kann, da er mit wachsendem b immer größere Strecken dazu zur Verfügung hat. Somit ergibt sich für λ_1 ein in der (a,b) - Ebene hyperbelartiger Charakter.

Der Faktor γ ist als ellipsenartige Schar im Diagramm erkenntlich, die eine Begrenzungskurve besitzt. Nur innerhalb dieser Begrenzungskurve ist $k_{\text{Geo}} - 1 > 0$, nur dort kann also der Reaktor überhaupt kritisch werden. Da sich k_{Geo} um den festen Betrag $\Delta k = 10\%$ von k_{∞} unterscheidet, ist das identisch mit der Aussage, daß nur innerhalb der Berandungskurve $k_{\infty} - 1,1 > 0$ ist. Wenn wir nämlich auf den unteren Ast zu laufen, wird der p -Faktor klein. Wir erinnern uns:

$$(64) \quad p = e^{-\frac{V_U}{V_M} \cdot \frac{N_U \bar{\phi}_U (RI)}{N_M \bar{\phi}_M \sigma_M^S}}$$

(Mit RI ist das Resonanzintegral gemeint). Je größer jetzt $\frac{V_U}{V_M}$ ist, desto kleiner ist dementsprechend der p-Faktor. Geht man auf den oberen Ast der Berandungskurve zu, so wird f schlechter, gemäß der Formel:

$$(65) \quad f = \frac{\frac{V_U}{V_M}}{\frac{V_U}{V_M} + \frac{\Sigma_M^a}{\Sigma_U^a} \cdot \frac{\bar{\phi}_M}{\bar{\phi}_U}}$$

$\frac{V_U}{V_M}$ wird dort sehr klein, so wie $\frac{V_U}{V_M}$ auf dem unteren Ast groß wird.

In der Nachbarschaft der Berandungskurve müssen die zu diesen Arbeitspunkten (a,b) gehörigen Reaktoren sehr groß sein, damit sie noch kritisch werden. Das heißt, daß sie in jedem Falle viel Uran enthalten. Gemäß der Relation (7)

$$\bar{\phi}_U \sim \frac{W}{V_U}$$

wird $\bar{\phi}_U$ dort somit sehr klein, denn wir wollten ja W konstant halten. Auf der Geraden, die den Winkel zwischen den Berandungskurven teilt, kommt man demgemäß schnell zu besseren Werten von γ , da k_∞ dort schnell größer wird. Wir finden aber bei dem Arbeitspunkt (a = 1,2 ; b = 10,15) ein Maximum. Gehen wir nämlich zu immer größeren Werten von a und b, wobei V_U/V_M in etwa konstant sein soll, so wird, wie eben besprochen, der Faktor λ_1 und mit ihm das Verhältnis $\lambda_2 = \bar{\phi}_M/\bar{\phi}_U$ größer und größer, so daß f wieder schlechter wird.

Gleichzeitig wächst gemäß (17) L^2 , und mit L^2 wird der kritische Radius wieder größer, damit die Uranmenge, und somit - gemäß (7) - wird $\bar{\phi}_U$ wieder kleiner. Der Faktor $(\phi_{\text{Kern}}^{\text{max}}/\bar{\phi}_{\text{Kern}})$ ändert sich wenig, da er für Reaktoren ohne Reflektor konstant ist und wir nur kleine relative Reflektorerparnisse δ_r/R und δ_z/l haben.

Die eben gewonnenen Aussagen über die Uran- und Moderator Mengen findet man in den Diagrammen $G_M(a,b) = \text{const.}$ und $G_U(a,b) = \text{const.}$ wieder. Sie besitzen dieselben festen Grenzlinien des Flußdiagramms, auf denen $G_M = \infty$ und $G_U = \infty$ ist.

Die Diagramme $q_{\text{max}}(a,b) = \text{const.}$ und $\Delta T_{\text{max}}(a,b) = \text{const.}$ unterscheiden sich in dem Kurvenverlauf nur ganz wenig, wie man leicht an Formel (46) ablesen kann; denn die Aufwärmung ist meistens klein gegenüber dem Filmsprung, der den Wärmetransport von der Aluminiumoberfläche ins Kühlwasser hinein gewährleistet. So beschränken wir uns auf die Diskussion des Diagramms $q_{\text{max}}(a,b) = \text{const.}$ Auch hier gibt es die Grenzlinie des oben besprochenen Flußdiagramms. Auf ihr ist $q_{\text{max}}(a,b) = 0$, weil die Reaktoren sehr groß sind und sich somit die feste Leistung W auf sehr viele Stäbe verteilt, im Grenzfall auf unendlich viele. Demgemäß haben die Kurven $q_{\text{max}} = \text{const.}$ qualitativ auch weiterhin die Form der Grenzlinie, wenn wir nicht zu weit ins Innere des von ihr eingeschlossenen Gebietes gehen. Zuletzt aber ändert sich die Kurvenform in einigem Abstand von der Grenzlinie, weil folgender Effekt ins Spiel kommt: Führen wir pro cm^3 Uran immer die gleiche Leistung ab und variieren wir den Stabradius a , so gilt:

$$q \sim a .$$

Die Ueberlagerung beider Einflüsse ergibt dann die vorliegende Kurvenform.

Das Diagramm $\phi^{\text{max}}(a,b) = \text{const.}$ ist, wie erwähnt, typisch für die Bestrahlung von Proben mit kleinem Absorptionsquerschnitt, während die Kurvenschar $\gamma = \text{const.}$ typisch für Bestrahlungen von stark absorbierenden Proben ist. Bei $\phi^{\text{max}}(a,b) = \text{const.}$ kommt kein Extremum zustande, bei $\gamma = \text{const.}$ sehr wohl. Man bemerkt, wie entscheidend hier der in Aussicht genommene Verwendungszweck des Reaktors gegebenenfalls ins Spiel kommen kann.

Die Kurvenschar $\phi^{\text{max}} = \text{const.}$ hat jedenfalls in dem betrachteten Gebiet kein Extremum, da sie den mit a und b wachsenden Faktor λ_1 enthält. Man diskutiert das Diagramm am besten, indem man sich aus technologischen Gründen an eine Kurve $q_{\text{max}} = \text{const.}$, z.B. 90 W/cm^2 ,

bindet. Man stellt fest, daß man mit dem Arbeitspunkt $a = 1,14$, $b = 10$ den größten thermischen Fluß erhalten würde, den man mit $W = 12$ MW und $q_{\max} = 90$ W/cm² erreichen kann. Im Abschnitt, der die Belastbarkeit behandelt, ist ausgeführt, wie sich die Gesichtspunkte zur Auswahl des Arbeitspunktes (a,b) ändern, wenn man noch einen möglichst großen schnellen Fluß haben will. Man kommt dann zu Arbeitspunkten (a,b) , die zwischen 1,4 und 1,6 liegen. Dieser Fragenkreis ist jedoch erschöpfend im Kapitel über die Belastbarkeit behandelt, so daß wir hier unser Augenmerk auf einen anderen Punkt lenken wollen.

Wir richten unser Interesse auf Arbeitspunkte, die bei einer gegebenen Oberflächenbelastung q_{\max} den größten thermischen Fluß ergeben und nennen diese Punkte m - Punkte. Im dargestellten Diagramm ist die Leistung konstant gehalten und gleich $W^0 = 12$ MW. Dementsprechend nimmt mit fallendem a für die m - Punkte die Oberflächenbelastung q_{\max} ab. Ziehen wir Leistungssteigerungen in Betracht, so können wir gemäß der Formel

$$q_{\max} = \frac{W}{W^0} q_{\max}^0$$

jedem m - Punkt eine Gesamtleistung W zuordnen, wenn wir verlangen, daß $q_{\max} = 90$ W/cm² sein soll (als Beispiel). Mit dieser Leistungssteigerung $\frac{W}{W^0}$ steigert sich aber dann auch der maximale Fluß ϕ^{\max} . In der folgenden Tabelle sind die Verhältnisse in verschiedenen m - Punkten wiedergegeben, wenn wir bei $q_{\max} = 90$ W/cm² Sicherheitsforderung verbleiben.

Tab 2: Der maximale thermische Neutronenfluß in verschiedenen m - Punkten (s. S. 33) bei verschiedenen Reaktorleistungen bei festgehaltener Oberflächenbelastung $q_{\max} = 90 \text{ W/cm}^2$.

m-Punkt	$q_{\max}^o \left[\frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2} \right]$	W [MW]	$\phi^{\text{omax}} \left[\frac{1}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \right] 10^{-13}$	$\phi^{\text{max}} \left[\frac{1}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \right] 10^{-13}$
a = 1,14 ; b = 10	90	12	4,2	4,2
a = 0,85 ; b = 8	60	18	3,3	4,9
a = 0,675 ; b = 7,75	40	27	2,5	5,6
a = 0,5 ; b = 5	20	54	1,5	6,7

Man kann also - jedenfalls grundsätzlich - unter ausschließlicher Verwendung von vollzylindrischen Uranstäben bei gleichbleibender Oberflächenbelastung eine Flußsteigerung um den Faktor 1,6 erreichen, wenn man bereit ist, eine Leistungssteigerung um den Faktor 4,5 in Kauf zu nehmen und in m-Punkten zu arbeiten. Die m-Punkte zeichnen sich durch ein großes Verhältnis V_M/V_U aus. In etwa gilt:

$$\text{in m-Punkten: } 60 < \frac{V_M}{V_U} < 80 .$$

Anders verhält es sich, wenn man solche Leistungssteigerung bei Reaktoren mit kleinem V_M/V_U betrachtet. Wählen wir z.B. $V_M/V_U = 25$, so ergibt sich auf die gleiche Art und Weise wie oben:

Tab 3: Der maximale thermische Neutronenfluß bei festgehaltenem Verhältnis $V_M/V_U = 25$ und festgehaltener Oberflächenbelastung $q_{\max} = 90 \text{ W/cm}^2$ bei Veränderung der Gitterparameter und der Reaktorleistung

Punkte mit $\frac{V_M}{V_U} = 25$	$q_{\max}^o \left[\frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2} \right]$	$W \text{ [MW]}$	$\phi^{\text{omax}} \left[\frac{1}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \right] 10^{-13}$	$\phi^{\text{max}} \left[\frac{1}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \right] 10^{-13}$
$a=2,15; b=10,75$	90	12	$\sim 3,0$	$\sim 3,0$
$a=1,65; b=8,3$	60	18	$\sim 2,0$	$\sim 3,0$
$a=1,32; b=6,75$	40	27	$\sim 1,5$	$\sim 3,1$

Hier ergibt sich also keine, bzw. keine nennenswerte Flußanhebung, wenn man die Leistung heraufsetzt, jedoch die Oberflächenbelastung konstant hält.

Schließlich liegt noch das Diagramm für B_M^2 vor. Dieses Diagramm wurde gezeichnet, um Vergleichsmöglichkeiten zu anderen Arbeiten zu haben, wo diese Größe zum Extremum gemacht wird, um möglichst kleine Reaktorabmessungen zu bekommen. Aus gleichen Gründen wie bei dem Faktor γ ergibt sich hier ein Maximum, das aber bei erheblich kleineren Werten von $\frac{V_M}{V_U}$ liegt als dort. In der Schar $\gamma = \text{const.}$ fand sich das Extremum bei $\frac{V_M}{V_U} \approx 70$, hier liegt es bei $\frac{V_M}{V_U} \approx 25$.

Bei der vorliegenden Arbeit ging es darum, Reaktoren zu vergleichen, um so zu einer geeigneten Kern-Struktur zu gelangen. Das ist nur möglich, wenn man gewisse vereinfachende Annahmen macht. Hat man sich für einen bestimmten Arbeitspunkt entschieden, so muß man den gewählten Fall noch einmal genau durchrechnen. Insbesondere wird die genaue Stabanzahl davon abhängen, wie man die Randpositionen des Urangitters in der Nähe des Tanks besetzt. Nur für sehr große Tankradien gilt die von uns benutzte Formel:

$$N = \frac{R^2}{b^2} \cdot$$

Auch wird man das Fermialter genau berechnen und die Bestrahlungskanäle genauer berücksichtigen.

Die zahlenmäßigen Ergebnisse dürften bei einem relativen Vergleich untereinander eine Genauigkeit von 5 % haben, die absoluten Zahlwerte, z.B. für ϕ^{\max} , dürften um 20 % ungenau sein, weil die Anwendung der Diffusionstheorie z.B. in den Uranstäben nur sehr bedingt erlaubt ist. So dürften vor allem die Flußverhältnisse χ_1 und χ_2 im absoluten Wert um maximal 20 % falsch sein.

Wie gesagt, es ging in dieser Arbeit nur um einen Vergleich, und somit erscheint die Methode, mit Hilfe derer dieser Vergleich durchgeführt wurde, gerechtfertigt.

An dieser Stelle ist noch zu betonen, daß die schließliche Wahl einer geeigneten Struktur (a,b) nicht nur von physikalischen Ueberlegungen abhängt, sondern ebenso von metallurgischen und konstruktiven Gesichtspunkten. Es ist bei der endgültigen Festlegung ein Kompromiß zwischen Physik, Metallurgie und Konstruktion zu machen. Hier in dieser Arbeit wurde fast ausschließlich der erste Gesichtspunkt untersucht.

Die Autoren danken Herrn Prof. Wirtz für zahlreiche Diskussionen, während derer die komplexe Fragestellung und ihre Beantwortung jedesmal klarer wurde.

Herrn Prof. Biermann, Max Planck Institut für Physik, danken wir für die Möglichkeit, die elektronische Rechenmaschine G 2 benutzen zu dürfen. Ohne dieses Hilfsmittel wäre eine Bewältigung der numerisch sehr umfangreichen Aufgabe nicht möglich gewesen.

Insbesondere danken wir herzlich unseren Mitarbeitern, Fräulein Dipl.-Math. Döderlein, Herrn Dr. Hain, Herrn Dr. Rief, Herrn Dipl.Phys. Ra-debold, Herrn Dr. Stummel und Herrn Dr. Wagner für die Mithilfe bei der numerischen Auswertung der Ergebnisse.

Literatur - Angaben:

1. Glasstone - Edlund: "The Elements of Nuclear Reactor Theory"
"Principles of Nuclear Reactor Engineering"

D. van Nostrand Company, Inc.
New York 1952.

2. S. M. Feinberg: "Heterogeneous Methods for Calculating
Reactors. Survey of Results and
Comparison with Experiment."

International Conference on the peaceful
uses of Atomic Energy
8/ P / 669 U.S.S.R. 5. July 1955

3. W. Häfele, K. Meetz,
R. Schulzen: "p und f Faktoren für in Aluminium ein-
gefaßte, mit schwerem Wasser gekühlte
Brennstoffelemente in einem Schwerwas-
serreaktor"

Berichte der Reaktorgruppe der Phys.
Studiengesellschaft m. b. H. im
Max Planck Institut für Physik, Göttingen
Nr. 5 (55/5).

4. Hurst and A. G. Ward: Progress in Nuclear Energy

Series II, Reactors, Vol. I., page 1 ff.

5. M. Weinberg and
J. F. Huffmann: dito page 49 ff.

A n h a n g

Für die numerische Berechnung der in den Tabellen zusammengestellten Größen wurden folgende Beziehungen benutzt, die nur zum Teil in der vorliegenden Arbeit hergeleitet wurden:

$$\lambda_2(a,b) = \frac{\bar{\varphi}_M}{\bar{\varphi}_U} = \left[\frac{1}{2} \frac{\beta - \lambda_1}{(a-b)^2} (b^2 - a^2) - \left[\frac{4}{3} b \cdot \frac{\beta - \lambda_1}{(a-b)^2} \cdot \frac{b^3 - a^3}{b^2 - a^2} \right] + \left[\lambda_1 + b^2 \frac{\beta - \lambda_1}{(a-b)^2} \right] \right],$$

$$\text{mit } \beta = \frac{\varphi_U^{\text{Rand}}}{\bar{\varphi}_U} \text{ und } \lambda_1 = \frac{\varphi^{\text{max}}}{\bar{\varphi}_U}.$$

β und λ_1 , sowie die anderen Zellengrößen φ^{Rand} , $\varphi_{\text{res}}^{\text{Rand}}$ usw. lassen sich als Funktionen von a und b mit Hilfe der Zellenmethode berechnen.

(Vgl. den Bericht Nr. 5 der Göttinger Reaktor-Gruppe).

$$M^2 = \tau_{\text{eff}}^2 + L_M^2 \cdot 1,03 \cdot \frac{\sum_M^a}{\sum_U^a} \left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right) \cdot \lambda_2 \quad (\text{Vgl. (23)})$$

Durch den Faktor 1,03 sollen Bestrahlungs-Hohlräume im Reaktorkern berücksichtigt werden, die 3 % des gesamten Kern-Volumens betragen sollen.

$$B_M^2 = \frac{k_\infty - 1}{M^2}; \quad B_{\text{Geo}}^2 = \frac{k_\infty - 1}{1,1 M^2}$$

$$q_{\text{max}} = W \cdot \frac{1}{4} \cdot 2,405 \cdot f_1 \frac{b^2}{a} \quad (48),$$

$$f_1 = \frac{1}{R^2 l} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\delta_r}{R}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\delta_z}{l}\right)\right)^2 J_1\left(2,405 \left(1 - \frac{\delta_r}{R}\right)\right)} \quad (29)$$

$$G_M = \varphi_{D_2O} \cdot \pi \cdot R_w^2 l_w \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) \quad (34)$$

$$G_U = \varphi_U \cdot \pi \cdot R_w^2 l_w \cdot \frac{a^2}{b^2}$$

$$N = \frac{R_w^2}{b^2}$$

Tab 4: Zusammenstellung der benutzten Materialwerte

a) <u>thermisch</u>			
	κ [cm ⁻¹]	D [cm]	ρ [g cm ⁻³]
Uran	0,706	0,717	18,4
Aluminium	0,059	3,82	2,7
D ₂ O	0,01	0,8	1,1

Die Werte für schweres Wasser sind die allgemein üblichen. Sie entsprechen einer Verunreinigung durch H₂O von 1,7 ‰. Die Werte für Uran und Aluminium sind neu berechnet aus den Wirkungsquerschnitten im Reaktorhandbuch, Band VII: "Neutron Cross Sections". Die Aluminiumwerte beziehen sich auf eine Legierung von 96,5 % Al, 3 % Mg und 0,5 % Si. Der κ - Wert für Uran ist aus der asymptotischen Lösung der eindimensionalen Transportgleichung für schwere Absorber mit den neuen σ - Werten berechnet.

b) Resonanz

	κ [cm ⁻¹]	D [cm]
Uran	0,41	$0,4456 + \frac{0,1280}{a}$
D ₂ O	0,155	1,3028

Diese Werte wurden aus dem Bericht Nr. 5 der Reaktorgruppe Göttingen entnommen, wobei lediglich die Uranwerte auf die Dichte 18,4 g cm⁻³ bezogen worden sind.

Weitere Werte

$$\begin{aligned}
 W &= 1,2 \cdot 10^7 \text{ W} \\
 \Sigma^f &= 0,183 \text{ cm}^{-1} \\
 \delta_z &= 40 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta_r &= 25 \text{ cm} \\
 c &= 3,1 \cdot 10^{10} \\
 &\text{Spaltungen/Wsec}
 \end{aligned}$$

Tabelle 5

Verhältnis des thermischen Neutronenflusses am Rand eines Uranstabes zum mittleren Neutronenfluß im Uranstab für verschiedene Stabdurchmesser. a =Radius des Uranstabes; $\epsilon(a)$ =Schnellspaltungsfaktor; φ_{res} =Amplitudenfaktor des Resonanz-Neutronenflusses; $\varphi_{\text{Rand}} = \varphi(a)$ =Amplitudenfaktor am Rande des Uranstabes, unter der Bedingung, daß der Ausfluß der Neutronen $I=aD$ ($\text{grad } \varphi$)_a auf 1 normiert worden ist; $\bar{\varphi}_U = \frac{1}{F_{\text{St}}} \cdot \int_{F_{\text{St}}} \varphi(r') df$.

a	$\epsilon(a)$	φ_{Rand}	$\varphi_{\text{res.}}$	$\frac{\varphi(a)}{\varphi_U}$
0,4	1,009	35,3244	9,7453	1,0099
0,5	1,011	22,7321	6,8187	1,0155
0,6	1,013	15,8914	5,0534	1,0223
0,7	1,015	11,7662	3,9032	1,0302
0,8	1,018	9,0884	3,1108	1,0394
0,9	1,020	7,2520	2,5411	1,0496
1,0	1,022	5,9380	2,1175	1,0610
1,1	1,024	4,9653	1,7938	1,0736
1,2	1,027	4,2250	1,5409	1,0872
1,3	1,029	3,6485	1,3394	1,1018
1,4	1,031	3,1906	1,1763	1,1174
1,5	1,033	2,8207	1,0423	1,1341
1,6	1,035	2,5176	0,9310	1,1516
1,7	1,036	2,2659	0,8374	1,1701
1,8	1,038	2,0546	0,7580	1,1895
1,9	1,040	1,8754	0,6900	1,2097
2,0	1,041	1,7220	0,6314	1,2308

Tabelle 6

Verschiedene Reaktorkenngrößen als Funktion der Gitterparameter.
 a=Radius des Uranstabes; b=Radius der Zelle; f=thermische Ausnutzung,
 f_r =Ausnutzung für Resonanzneutronen; p=Resonanzentkommwahrscheinlichkeit. (Vgl. Abb. 1)

a	b	f_r	f	p	p.f	k_{∞}	$\frac{\bar{\psi}_M}{\bar{\psi}_U}$	$\frac{\bar{\psi}_M^{\max}}{\bar{\psi}_U}$
0,4	3,0	0,0715	0,9049	0,9259	0,8378	1,1159	1,0489	1,0590
0,4	4,0	0,0403	0,8964	0,9589	0,8595	1,1448	1,0535	1,0692
0,4	5,0	0,0258	0,8855	0,9739	0,8624	1,1486	1,0644	1,0773
0,4	6,0	0,0179	0,8726	0,9819	0,8568	1,1412	1,0701	1,0840
0,4	7,0	0,0131	0,8576	0,9868	0,8463	1,1272	1,0350	1,0898
0,4	8,0	0,0101	0,8410	0,9899	0,8325	1,1088	1,0793	1,0948
0,5	3,0	0,1006	0,9296	0,8942	0,8312	1,1092	1,0674	1,0816
0,5	4,0	0,0569	0,9236	0,9414	0,8695	1,1604	1,0803	1,0968
0,5	5,0	0,0365	0,9160	0,9628	0,8820	1,1770	1,0906	1,1090
0,5	6,0	0,0254	0,9068	0,9743	0,8835	1,1790	1,0993	1,1192
0,5	7,0	0,0186	0,8960	0,9812	0,8792	1,1733	1,1067	1,1279
0,5	8,0	0,0143	0,8838	0,9856	0,8711	1,1625	1,1132	1,1356
0,5	9,0	0,0113	0,8703	0,9887	0,8605	1,1483	1,1190	1,1424
0,6	4,0	0,0759	0,9402	0,9212	0,8661	1,1581	1,1048	1,1267
0,6	5,0	0,0488	0,9345	0,9500	0,8838	1,1871	1,1192	1,1438
0,6	6,0	0,0340	0,9276	0,9655	0,8955	1,1975	1,1313	1,1581
0,6	7,0	0,0250	0,9194	0,9747	0,8962	1,1983	1,1418	1,1704
0,6	8,0	0,0191	0,9101	0,9807	0,8925	1,1934	1,1510	1,1811
0,6	9,0	0,0151	0,8996	0,9848	0,8859	1,1846	1,1591	1,1907
0,6	10,0	0,0122	0,8882	0,9877	0,8772	1,1730	1,1665	1,1993
0,6	11,0	0,0101	0,8757	0,9898	0,8668	1,1591	1,1731	1,2071
0,6	12,0	0,0085	0,8624	0,9915	0,8551	1,1434	1,1792	1,2143
0,7	4,0	0,0970	0,9511	0,8981	0,8542	1,1445	1,1305	1,1582
0,7	5,0	0,0625	0,9466	0,9355	0,8855	1,1865	1,1496	1,1809
0,7	6,0	0,0436	0,9412	0,9555	0,8993	1,2048	1,1658	1,2000
0,7	7,0	0,0321	0,9348	0,9674	0,9043	1,2116	1,1797	1,2164
0,7	8,0	0,0246	0,9273	0,9751	0,9043	1,2115	1,1920	1,2308
0,7	9,0	0,0194	0,9190	0,9804	0,9010	1,2071	1,2029	1,2436
0,7	10,0	0,0157	0,9097	0,9842	0,8953	1,1995	1,2128	1,2552
0,7	11,0	0,0130	0,8996	0,9869	0,8878	1,1895	1,2217	1,2657
0,7	12,0	0,0109	0,8887	0,9890	0,8790	1,1776	1,2299	1,2753

Fortsetzung von Tabelle 6

a	b	f_r	f	p	p.f	k_∞	$\frac{\bar{\Phi}_M}{\bar{\Phi}_U}$	$\frac{\bar{\Phi}_M^{\max}}{\bar{\Phi}_U}$
0,8	4,0	0,1201	0,9587	0,8724	0,8364	1,1239	1,1572	1,1909
0,8	5,0	0,0776	0,9551	0,9193	0,8780	1,1798	1,1815	1,2199
0,8	6,0	0,0542	0,9507	0,9443	0,8978	1,2064	1,2021	1,2443
0,8	7,0	0,0399	0,9454	0,9593	0,9069	1,2187	1,2200	1,2654
0,8	8,0	0,0306	0,9393	0,9689	0,9102	1,2230	1,2358	1,2840
0,8	9,0	0,0242	0,9324	0,9755	0,9096	1,2223	1,2499	1,3005
0,8	10,0	0,0196	0,9247	0,9802	0,9065	1,2181	1,2625	1,3154
0,8	11,0	0,0162	0,9163	0,9837	0,9014	1,2112	1,2341	1,3289
0,8	12,0	0,0136	0,9071	0,9863	0,8947	1,2023	1,2847	1,3414
0,9	5,0	0,0940	0,9613	0,9014	0,8665	1,1667	1,2144	1,2603
0,9	6,0	0,0657	0,9576	0,9321	0,8926	1,2018	1,2400	1,2907
0,9	7,0	0,0484	0,9532	0,9504	0,9059	1,2197	1,2623	1,3170
0,9	8,0	0,0371	0,9481	0,9622	0,9122	1,2282	1,2819	1,3401
0,9	9,0	0,0294	0,9422	0,9702	0,9142	1,2308	1,2995	1,3608
0,9	10,0	0,0238	0,9357	0,9759	0,9132	1,2295	1,3154	1,3794
0,9	11,0	0,0196	0,9285	0,9802	0,9101	1,2253	1,3299	1,3964
0,9	12,0	0,0165	0,9206	0,9834	0,9053	1,2189	1,3432	1,4120
1,0	5,0	0,1115	0,9660	0,8820	0,8520	1,1494	1,2482	1,3016
1,0	6,0	0,0781	0,9628	0,9188	0,8846	1,1934	1,2791	1,3385
1,0	7,0	0,0576	0,9591	0,9407	0,9022	1,2171	1,3061	1,3706
1,0	8,0	0,0442	0,9546	0,9548	0,9115	1,2297	1,3988	1,3300
1,0	9,0	0,0349	0,9496	0,9644	0,9158	1,2355	1,3514	1,4240
1,0	10,0	0,0283	0,9439	0,9713	0,9168	1,2368	1,3708	1,4468
1,0	11,0	0,0234	0,9376	0,9763	0,9155	1,2350	1,3885	1,4676
1,0	12,0	0,0196	0,9308	0,9802	0,9123	1,2307	1,4048	1,4867
1,1	5,0	0,1301	0,9696	0,8611	0,8349	1,1285	1,2824	1,3437
1,1	6,0	0,0913	0,9669	0,9045	0,8345	1,1820	1,3191	1,3877
1,1	7,0	0,0674	0,9636	0,9303	0,8964	1,2117	1,3512	1,4259
1,1	8,0	0,0517	0,9597	0,9469	0,9088	1,2284	1,3797	1,4596
1,1	9,0	0,0409	0,9553	0,9582	0,9154	1,2374	1,4053	1,4898
1,1	10,0	0,0331	0,9503	0,9663	0,9183	1,2412	1,4286	1,5172
1,1	11,0	0,0274	0,9448	0,9722	0,9185	1,2416	1,4498	1,5421
1,1	12,0	0,0230	0,9387	0,9767	0,9168	1,2392	1,4693	1,5650

Fortsetzung von Tabelle 6

a	b	f_r	f	p	p.f	k_∞	$\frac{\bar{\varphi}_M}{\varphi_U}$	$\frac{\bar{\varphi}_M^{\max}}{\varphi_U}$
1,2	5,0	0,1497	0,9725	0,8386	0,8155	1,1056	1,3170	1,3861
1,2	6,0	0,1052	0,9701	0,8891	0,8625	1,1693	1,3598	1,4377
1,2	7,0	0,0777	0,9672	0,9192	0,8890	1,2052	1,3974	1,4825
1,2	8,0	0,0597	0,9638	0,9385	0,9045	1,2268	1,4308	1,5223
1,2	9,0	0,0472	0,9598	0,9516	0,9134	1,2383	1,4609	1,5578
1,2	10,0	0,0383	0,9554	0,9610	0,9181	1,2446	1,4883	1,5901
1,2	11,0	0,0316	0,9504	0,9679	0,9199	1,2470	1,5133	1,6195
1,2	12,0	0,0266	0,9449	0,9731	0,9195	1,2465	1,5364	1,6466
1,3	6,0	0,1198	0,9727	0,8728	0,8490	1,1531	1,4009	1,4883
1,3	7,0	0,0886	0,9701	0,9073	0,8802	1,1956	1,4443	1,5403
1,3	8,0	0,0681	0,9671	0,9295	0,8989	1,2210	1,4830	1,5864
1,3	9,0	0,0539	0,9635	0,9446	0,9102	1,2363	1,5180	1,6277
1,3	10,0	0,0437	0,9595	0,9554	0,9167	1,2451	1,5497	1,6652
1,3	11,0	0,0361	0,9550	0,9633	0,9199	1,2495	1,5788	1,6995
1,3	12,0	0,0303	0,9500	0,9692	0,9208	1,2507	1,6056	1,7310
1,4	6,0	0,1350	0,9748	0,8555	0,8340	1,1350	1,4424	1,5393
1,4	7,0	0,1000	0,9725	0,8948	0,8702	1,1843	1,4918	1,5988
1,4	8,0	0,0769	0,9697	0,9201	0,8922	1,2143	1,5361	1,6517
1,4	9,0	0,0609	0,9665	0,9372	0,9059	1,2328	1,5761	1,6992
1,4	10,0	0,0493	0,9629	0,9494	0,9142	1,2441	1,6126	1,7423
1,4	11,0	0,0408	0,9587	0,9584	0,9189	1,2505	1,6460	1,7817
1,4	12,0	0,0342	0,9542	0,9652	0,9209	1,2533	1,6369	1,8181
1,5	6,0	0,1508	0,9766	0,8373	0,8177	1,1150	1,4839	1,5904
1,5	7,0	0,1118	0,9745	0,8817	0,8592	1,1716	1,5398	1,6579
1,5	8,0	0,0860	0,9720	0,9102	0,8847	1,2063	1,5899	1,7179
1,5	9,0	0,0681	0,9690	0,9295	0,9007	1,2282	1,6353	1,7720
1,5	10,0	0,0552	0,9657	0,9432	0,9108	1,2420	1,6767	1,8210
1,5	11,0	0,0456	0,9619	0,9533	0,9170	1,2503	1,7147	1,8660
1,5	12,0	0,0383	0,9577	0,9609	0,9203	1,2548	1,7498	1,9074

Fortsetzung von Tabelle 6

a	b	f_r	f	p	p.f	k_∞	$\frac{\bar{\Phi}_M}{\bar{\Phi}_U}$	$\frac{\bar{\Phi}_M^{\max}}{\bar{\Phi}_U}$
1,6	7,0	0,1241	0,9762	0,8679	0,8473	1,1575	1,5880	1,7173
1,6	8,0	0,0955	0,9739	0,8998	0,8363	1,1972	1,6442	1,7849
1,6	9,0	0,0757	0,9712	0,9214	0,8948	1,2225	1,6952	1,8458
1,6	10,0	0,0613	0,9681	0,9367	0,9068	1,2389	1,7418	1,9012
1,6	11,0	0,0507	0,9646	0,9480	0,9144	1,2492	1,7846	1,9519
1,6	12,0	0,0426	0,9606	0,9565	0,9189	1,2553	1,8243	1,9987
1,7	7,0	0,1368	0,9777	0,8535	0,8344	1,1411	1,6362	1,7769
1,7	8,0	0,1053	0,9755	0,8889	0,8672	1,1859	1,6988	1,8523
1,7	9,0	0,0835	0,9730	0,9130	0,8883	1,2148	1,7557	1,9204
1,7	10,0	0,0677	0,9701	0,9300	0,9022	1,2338	1,8077	1,9824
1,7	11,0	0,0559	0,9668	0,9425	0,9112	1,2461	1,8556	2,0393
1,7	12,0	0,0470	0,9632	0,9519	0,9169	1,2538	1,9000	2,0917
1,8	7,0	0,1498	0,9789	0,8385	0,8208	1,1246	1,6844	1,8363
1,8	8,0	0,1154	0,9769	0,8777	0,8534	1,1748	1,7536	1,9201
1,8	9,0	0,0915	0,9746	0,9042	0,8812	1,2074	1,8166	1,9957
1,8	10,0	0,0742	0,9719	0,9230	0,8970	1,2291	1,8743	2,0646
1,8	11,0	0,0613	0,9688	0,9368	0,9075	1,2435	1,9275	2,1279
1,8	12,0	0,0515	0,9654	0,9472	0,9144	1,2528	1,9768	2,1863
1,9	7,0	0,1631	0,9800	0,8229	0,8064	1,1071	1,7325	1,8956
1,9	8,0	0,1258	0,9782	0,8660	0,8470	1,1628	1,8084	1,9879
1,9	9,0	0,0998	0,9760	0,8951	0,8736	1,1993	1,8777	2,0714
1,9	10,0	0,0809	0,9734	0,9157	0,8914	1,2237	1,9413	2,1475
1,9	11,0	0,0669	0,9705	0,9308	0,9034	1,2402	2,0001	2,2175
1,9	12,0	0,0562	0,9673	0,9422	0,9114	1,2512	2,0546	2,2822
2,0	7,0	0,1768	0,9810	0,8067	0,7914	1,0874	1,7802	1,9544
2,0	8,0	0,1364	0,9792	0,8538	0,8361	1,1489	1,8632	2,0556
2,0	9,0	0,1082	0,9772	0,8857	0,8655	1,1893	1,9390	2,1473
2,0	10,0	0,0878	0,9748	0,9083	0,8853	1,2166	2,0087	2,2310
2,0	11,0	0,0726	0,9720	0,9248	0,8989	1,2352	2,0731	2,3079
2,0	12,0	0,0609	0,9690	0,9372	0,9081	1,2478	2,1330	2,3791

Tabelle 7

Verschiedene Reaktorkenngrößen als Funktion der Gitterparameter.
 N=Anzahl der Brennstoffelemente; G_U =Gewicht Uran, G_M =Gewicht Moderator;
 q_{\max} =Maximale Oberflächenbelastung. (Vgl. Abb. 3, 4 und 7)

a	b	$\frac{v_M}{v_U}$	M^2	B_{Geo}^2	R_w	l_w	N	G_U	G_M	q_{\max}
cm	cm		(cm^2)	($10^{-4} cm^{-2}$)	(cm)	(cm)		(t)	(t)	($W cm^{-2}$)
0,4	3,0	55	257	0,561	368	686	15050	95,7	315,3	1,4
0,4	4,0	99	364	1,118	253	474	4009	17,6	60,1	7,3
0,4	5,0	155	503	0,880	284	528	3341	15,8	56,0	7,9
0,4	6,0	224	673	0,556	371	690	3831	24,4	83,7	5,6
0,4	7,0	305	835	0,282	528	983	5512	51,7	178,0	3,2
0,5	3,0	35	210	0,399	442	734	2166	229,6	480,4	0,7
0,5	4,0	63	281	1,958	186	349	2164	10,9	37,2	13,5
0,5	5,0	99	372	1,883	190	356	1444	6,2	36,9	20,1
0,5	6,0	143	484	1,484	216	407	1297	7,6	65,2	20,1
0,5	7,0	195	618	1,077	259	485	1364	9,6	111,4	16,3
0,5	8,0	255	753	0,735	319	596	1585	13,7	208,1	12,1
0,5	9,0	323	951	0,462	408	760	2055	22,7	433,0	7,6
0,6	4,0	43	235	2,249	171	323	1832	12,3	32,0	12,6
0,6	5,0	68	300	2,639	156	295	976	6,0	24,5	28,3
0,6	6,0	99	381	2,326	168	317	780	5,2	30,5	33,5
0,6	7,0	135	478	1,872	191	358	742	5,5	44,7	32,2
0,6	8,0	177	590	1,440	218	413	741	6,4	67,3	28,9
0,6	9,0	224	718	1,071	258	485	825	8,3	111,5	22,9
0,6	10,0	277	863	0,769	311	578	964	11,6	192,0	17,0
0,6	11,0	335	1023	0,525	381	710	1198	17,7	354,8	11,5
0,6	12,0	399	1200	0,329	488	910	1656	31,4	1080,9	6,7
0,7	4,0	32	207	1,954	186	349	2167	21,4	40,5	9,7
0,7	5,0	50	256	3,065	143	271	820	6,3	18,8	30,1
0,7	6,0	72	318	2,997	145	274	585	4,5	19,6	42,0
0,7	7,0	99	392	2,588	162	296	536	4,5	26,5	45,1
0,7	8,0	130	478	2,121	178	335	494	4,7	36,3	42,9
0,7	9,0	164	577	1,688	202	380	503	5,4	53,2	38,3
0,7	10,0	203	688	1,315	232	435	539	6,8	80,6	32,2
0,7	11,0	246	812	1,003	270	506	600	8,6	126,4	25,6
0,7	12,0	293	948	0,744	317	590	698	11,6	203,5	19,7

Fortsetzung von Tabelle 7

a	b	$\frac{v_M}{v_U}$	M^2	B_{Geo}^2	R_w	l_w	N	G_U	G_M	q_{max}
cm	cm		(cm^2)	($10^{-4} cm^{-2}$)	(cm)	(cm)		(t)	(t)	($W cm^{-2}$)
0,8	4,0	24	188	1,153	248	466	3860	66,3	95,6	3,7
0,8	5,0	38	228	3,186	140	265	780	7,7	17,4	27,9
0,8	6,0	55	277	3,494	133	251	490	4,6	15,0	46,4
0,8	7,0	76	336	3,215	140	264	398	4,2	18,8	55,2
0,8	8,0	99	405	2,765	152	287	361	3,8	22,6	57,4
0,8	9,0	126	484	2,299	169	319	352	4,2	31,2	54,4
0,8	10,0	155	573	1,874	191	358	364	4,8	44,7	48,3
0,8	11,0	188	673	1,503	216	404	586	5,8	64,8	41,5
0,8	12,0	224	783	1,188	246	459	420	7,1	95,4	34,6
0,9	5,0	30	208	2,918	147	279	865	11,3	20,2	22,1
0,9	6,0	43	248	3,729	127	242	450	5,1	13,2	47,0
0,9	7,0	59	297	3,669	129	244	339	3,9	12,0	60,8
0,9	8,0	78	354	3,297	137	260	293	3,6	16,6	68,6
0,9	9,0	99	419	2,839	150	282	278	3,7	21,7	68,4
0,9	10,0	122	493	2,388	165	312	273	4,0	29,1	64,7
0,9	11,0	148	576	1,978	185	347	282	4,6	40,7	57,8
0,9	12,0	177	668	1,619	207	388	297	5,4	57,0	50,5
1,0	5,0	24	193	2,321	169	317	1140	20,9	30,0	13,8
1,0	6,0	35	227	3,736	127	242	450	6,3	13,2	42,3
1,0	7,0	48	268	3,968	123	233	308	4,2	11,9	63,4
1,0	8,0	63	316	3,725	127	242	253	3,5	13,3	75,2
1,0	9,0	80	372	3,311	137	259	232	3,5	16,6	78,4
1,0	10,0	99	435	2,859	149	282	222	3,6	21,4	76,9
1,0	11,0	120	506	2,427	164	310	222	4,0	28,6	71,8
1,0	12,0	143	584	2,035	182	341	230	4,5	38,7	64,8
1,1	5,0	20	183	1,419	222	416	1972	57,4	67,5	5,9
1,1	6,0	29	212	3,523	132	250	484	7,7	13,2	35,0
1,1	7,0	39	247	4,111	120	229	294	4,3	10,1	61,1
1,1	8,0	52	289	4,044	122	231	231	3,4	10,5	77,5
1,1	9,0	66	337	3,708	128	243	203	3,1	12,3	85,2
1,1	10,0	82	392	3,279	138	260	190	3,1	15,3	86,8
1,1	11,0	99	453	2,841	150	282	186	3,3	19,7	81,6
1,1	12,0	118	521	2,429	164	310	187	3,7	26,0	77,7

Fortsetzung von Tabelle 7

a	b	$\frac{v_M}{v_U}$	M^2	B_{Geo}^2	R_w	l_w	N	G_U	G_M	q_{max}
cm	cm		(cm^2)	($10^{-4}cm^{-2}$)	(cm)	(cm)		(t)	(t)	($W cm^{-2}$)
1,2	5,0	16	174	0,290	522	970	10900	880,1	861,8	0,5
1,2	6,0	24	200	3,155	140	267	547	12,1	17,4	27,1
1,2	7,0	33	230	4,149	119	228	291	5,5	10,9	56,8
1,2	8,0	43	267	4,295	118	223	216	4,0	10,4	78,1
1,2	9,0	55	309	4,062	121	230	180	3,4	11,4	91,4
1,2	10,0	68	358	3,675	129	244	166	3,4	13,8	95,4
1,2	11,0	83	412	3,243	139	263	159	3,5	17,3	94,3
1,2	12,0	99	473	2,818	150	284	156	3,7	21,8	90,8
1,3	6,0	20	190	2,541	160	301	707	20,8	25,3	17,7
1,3	7,0	28	217	3,997	122	239	305	7,1	12,0	49,3
1,3	8,0	37	250	4,400	116	220	209	4,5	9,9	75,2
1,3	9,0	47	288	4,304	117	223	168	3,7	10,3	92,0
1,3	10,0	58	331	3,984	123	233	151	3,4	12,0	99,6
1,3	11,0	71	380	3,579	131	248	141	3,4	14,4	102,4
1,3	12,0	84	434	3,156	141	267	137	3,6	18,0	99,7
1,4	6,0	17	182	1,745	199	372	1096	46,2	48,0	9,1
1,4	7,0	24	207	3,707	128	243	335	9,2	13,2	40,5
1,4	8,0	32	236	4,400	116	220	208	5,2	9,9	69,8
1,4	9,0	40	270	4,468	114	218	161	4,0	9,6	99,1
1,4	10,0	50	309	4,236	118	224	140	3,5	10,6	107,2
1,4	11,0	61	353	3,871	125	237	129	3,5	12,6	110,3
1,4	12,0	72	403	3,462	134	252	124	3,6	15,4	107,4
1,5	6,0	15	176	0,776	309	579	2649	199,5	178,9	2,5
1,5	7,0	21	198	3,286	137	260	383	13,0	16,1	31,6
1,5	8,0	27	225	4,301	117	223	214	6,2	10,1	63,1
1,5	9,0	35	256	4,556	113	215	158	4,4	9,2	87,1
1,5	10,0	43	291	4,429	115	219	132	3,7	9,7	103,2
1,5	11,0	53	332	4,119	120	229	119	3,5	11,2	110,7
1,5	12,0	63	377	3,734	127	242	113	3,5	11,4	112,8

Fortsetzung von Tabelle 7

a	b	$\frac{v_M}{v_U}$	M^2	B_{Geo}^2	R_w	l_w	N	G_U	G_M	q^{max}
cm	cm		(cm^2)	($10^{-4} cm^{-2}$)	(cm)	(cm)		(t)	(t)	($W cm^{-2}$)
1,6	7,0	18	191	2,740	153	288	478	20,4	22,1	21,9
1,6	8,0	24	215	4,106	120	229	225	7,6	10,9	54,9
1,6	9,0	31	244	4,571	113	215	157	5,0	9,2	81,9
1,6	10,0	38	276	4,567	113	215	128	4,1	9,2	101,3
1,6	11,0	46	314	4,325	117	221	113	3,7	10,2	113,1
1,6	12,0	55	355	3,934	123	232	105	3,6	11,9	116,5
1,7	7,0	16	185	2,024	182	343	676	38,7	36,9	12,9
1,7	8,0	21	207	3,770	127	241	251	10,1	12,7	45,1
1,7	9,0	27	233	4,470	114	218	161	5,9	9,5	74,7
1,7	10,0	34	264	4,609	112	214	126	4,5	9,0	96,7
1,7	11,0	41	298	4,453	115	218	109	4,0	9,7	110,7
1,7	12,0	49	337	4,149	119	228	99	3,5	10,3	119,0
1,8	7,0	14	179	1,249	239	448	1165	97,7	82,5	5,8
1,8	8,0	19	200	3,397	134	255	183	13,5	15,1	36,1
1,8	9,0	24	225	4,347	116	221	466	6,9	9,9	67,5
1,8	10,0	30	253	4,639	112	213	125	5,0	8,9	92,6
1,8	11,0	36	285	4,575	113	215	105	4,2	9,2	108,5
1,8	12,0	43	321	4,324	117	221	95	3,9	10,2	119,0
1,9	7,0	13	175	0,368	460	857	4326	773,8	581,6	8,6
1,9	8,0	17	194	2,942	147	278	338	19,6	19,6	26,8
1,9	9,0	21	217	4,159	119	227	176	8,3	10,6	59,6
1,9	10,0	27	243	4,619	112	213	126	5,6	8,5	86,9
1,9	11,0	33	274	4,658	112	212	103	4,6	8,9	106,2
1,9	12,0	39	308	4,469	114	218	91	4,1	9,6	119,0
2,0	8,0	15	189	2,354	168	315	439	32,0	28,7	18,0
2,0	9,0	19	210	3,860	126	237	193	10,6	12,2	50,1
2,0	10,0	24	235	4,506	114	217	129	6,5	9,3	79,6
2,0	11,0	29	264	4,663	111	212	102	5,0	8,7	102,0
2,0	12,0	35	296	4,547	113	215	86	4,3	9,0	118,6

Verzeichnis der Abbildungen

=====

Abb 1	Flußdiagramm	nach S. 12
Abb 2	Maximaler thermischer Neutronenfluß und maximale Oberflächenbelastung der Brennstoffelemente	nach S. 12
Abb 3	Moderatorgewicht als Funktion der Zellenparameter	nach S. 13
Abb 4	Urwangewicht als Funktion der Zellenparameter	nach S. 13
Abb 5	Materieller Formfaktor B_M^2 als Funktion der Zellenparameter	nach S. 13
Abb 6	Schematische Darstellung des Brennstoffelementes	S. 15
Abb 7	Die maximal auftretende Oberflächenbelastung der Brennstoffelemente als Funktion der Zellenparameter	nach S. 20
Abb 8	Differenz zwischen Kühlmiteleintrittstemperatur und maximaler Temperatur der Al-Hülle der Brennstoffstäbe als Funktion der Zellenparameter	nach S. 20
Abb 9 - 13	Schematische Darstellung des thermischen Neutronenflusses in einem Längsschnitt durch das Zentrum des Reaktorkerns. Das zentrale Brennstoffelement wurde durch einen Absorberstab mit dem Absorptionsquerschnitt Σ_P^a ersetzt.	S. 23 - 24
Abb 14	Maximaler Fluß thermischer Neutronen (ϕ_t^{\max}), maximaler Fluß schneller Neutronen (ϕ_s^{\max}) und thermischer Neutronenfluß im Zentrum des Reaktorkerns, gemittelt über die Querschnittsfläche des zentralen Brennstoffelementes, (γ) als Funktion der Bogenlänge auf der Kurve $q_{\max}(a,b) = 90 \text{ W/cm}^2$.	nach S. 29

Verzeichnis der Tabellen

=====

	Seite
Tab 1: Berechnungsunterlagen für die Wärmeübergangszahl α	20
Tab 2: Der maximale thermische Neutronenfluß in verschiedenen m-Punkten bei verschiedenen Reaktorleistungen und festgehaltener Oberflächenbelastung $q_{\max} = 90 \text{ W/cm}^2$	34
Tab 3: Der maximale thermische Neutronenfluß bei festgehaltenem Verhältnis $V_M/V_U = 25$ und festgehaltener Oberflächenbelastung $q_{\max} = 90 \text{ W/cm}^2$ bei Veränderung der Gitterparameter und der Reaktorleistung	35
Tab 4: Zusammenstellung der benutzten Materialwerte	39
Tab 5: Verhältnis des thermischen Neutronenflusses am Rand eines Uranstabes zum mittleren Neutronenfluß im Uranstab für verschiedene Stabdurchmesser	40
Tab 6 u. 7: Verschiedene Reaktorkenngrößen als Funktion der Gitterparameter	41 u. 45

Fehlerverzeichnis

Seite	lies :	statt :
S. 4, 3. Zeile von unten	makroskopischer	mikroskopischer
S. 5, nach (9)	in (5)	in (4)
S. 5, unten, letzte Gleichung	$\phi^{\max} = (12)$	$\phi^{\max} =$
S. 8, nach (22)	$\chi_2(a,b)$	$\lambda_2(a,b)$
S. 12, 4. Zeile von unten	nach (5)	nach (4)
S. 13, 5. Zeile von oben	$\chi_1 = \text{const.}$	$\lambda_1 = \text{const.}$
S. 13, 9. Zeile von oben	$\phi^{\circ \max}(R_w(a,b), l_w(a,b), \dots)$	$\phi^{\circ \max}(R_w, (a,b), l_w(a,b), \dots)$
S. 19, 7. Zeile von oben	$(\Delta T)_{\max}$	$(T)_{\max}$
S. 19, 12. Zeile von oben	w so	wo so
S. 24, 7. Zeile von unten	(S. (5))	(S. (4))
S. 25, 3. Zeile von oben	χ_1	λ_1
S. 27, 2. und 3. Zeile nach (54)	ergänze: (55)	
S. 27, in (55), z.Gl.	$\sqrt{\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2}\right)^2 + \frac{4(k_{\text{geo}} - 1)}{\tau L^2}}$	$\sqrt{\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2}\right)^2 + \frac{4(k_{\text{geo}} - 1)}{L^2}}$
S. 33, 7. Zeile von oben	(1,4; 8,9) und (1,6; 9,4)	1,4 und 1,6
Tab. 4	ergänze: $\chi = \frac{1}{L}$	
Tab. 5, letzte Spalte	$\frac{\psi(a)}{\bar{\psi}_U}$	$\frac{\psi(a)}{\psi_U}$
Tab. 6, letzte Spalte	$\frac{\psi_M^{\max}}{\bar{\psi}_U}$	$\frac{\psi_U^{\max}}{\bar{\psi}_U}$