K E R N R E A K T O R

Bau- und Betriebs-Gesellschaft m.b.H.

-Karlsruhe-

10.1.1959	Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik	Bericht Nr. 12

Abschirmprobleme des FR 2

von

G. Blässer

K E R N R E A K T O R

Bau- und Betriebs-Gesellschaft m.b.H.

K E R N R E A K T O R

Bau- und Betriebs-Gesellschaft m.b.H.

-Karlsruhe-

10.1.1959	Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik	Bericht Nr. 12

Abschirmprobleme des FR 2

von

G. Blässer

Z u s a m m e n f a s s u n g

Im ersten Teil dieser Arbeit werden die praktisch bedeutenden Methoden der Abschirmrechnung noch einmal unter dem einheitlichen Gesichtspunkt ihres Zusammenhanges mit der Transporttheorie zusammenfassend dargestellt. Der zweite Teil enthält die Anwendung dieser Methoden auf die Auslegung der seitlichen Abschirmung des Forschungsreaktors FR 2.

I n h a l t

Interner Arbeitsbericht Nr. 58/33 vom 11.2.1958

I. Methoden der Gamma-Abschirmrechnung

§ 1 Begriffe und Einheiten

a) Flüsse und Ströme:

$$N(\underline{r},\underline{\Omega},E)\,dE\,d\Omega$$

sei die Zahl der Photonen mit Energien zwischen E und E+dE und Bewegungsrichtungen im Raumwinkelelement $d\Omega$ um den Vektor $\underline{\Omega}$, die pro Zeiteinheit im Punkte $\underline{r}$ die normal zur Bewegungsrichtung liegende Einheitsfläche durchsetzen. Wir wollen $N(\underline{r},\underline{\Omega},E)$ als differentiellen Photonenfluß bezeichnen. Entsprechend kann man einen differentiellen Energiefluß $n(\underline{r},\underline{\Omega},E) = EN(\underline{r},\underline{\Omega},E)$ einführen. Als Photonenfluß oder Gammafluß im Energieintervall (E,E+dE) wollen wir das Integral

$$I(\underline{r},E) = \int N(\underline{r},\underline{\Omega},E)\,d\Omega$$

bezeichnen. Eine weitere wichtige Größe ist der Photonen- oder Gamma-Strom, definiert durch

$$\gamma(\underline{r},E) = \int \underline{\Omega} N(\underline{r},\underline{\Omega},E)\,d\Omega$$

Entsprechend lassen sich die Energieflüsse und -Ströme definieren:

$$i(\underline{r},E) = \int n(\underline{r},\underline{\Omega},E)\,d\Omega = EI(\underline{r},E)$$

$$\delta(\underline{r},E) = \int \underline{\Omega}\, n(\underline{r},\underline{\Omega},E)\,d\Omega = E\gamma(\underline{r},E)$$

Durch Integration über die Energie erhält man aus den energieabhängigen Flüssen und Strömen die totalen Flüsse und Ströme. Beispielsweise ist der totale Photonenfluß gegeben durch

$$I(\underline{r}) = \int I(\underline{r},E)\,dE$$

b) Massenabsorptionskoeffizient und Energieabsorptionskoeffizient:

Es sei μ der totale makroskopische Wirkungsquerschnitt für Gamma-Strahlung und ϱ die Dichte des betrachteten Mediums. Dann ist der sogenannte totale Massenabsorptionskoeffizient - meist nur kurz als Massenabsorptionskoeffizient bezeichnet - definiert durch

$$\chi = \mu/\varrho$$

Die Energie der einfallenden Gammas sei E, die im Mittel bei einer Wechselwirkung zwischen den Photonen und den Atomen des Mediums absorbierte Energie $\overline{E}$. Offenbar gilt im Falle der Compton-Streuung (Index "c")

$$\overline{E}_c = \frac{\int (E - E')(d\sigma/d\Omega)d\Omega}{\int (d\sigma/d\Omega)d\Omega}$$

wobei $d\sigma/d\Omega$ der differentielle Compton-Streuquerschnitt und E' die Energie des in das Raumwinkelelement $d\Omega$ gestreuten Photons ist.

Für die übrigen Absorptionsprozesse (Photoeffekt und Paarbildung) setzt man unter Vernachlässigung der Fluoreszenzstrahlung und der Annihilationsstrahlung $\overline{E} = E$, so daß sich insgesamt

$$\frac{\overline{\overline{E}}}{E} = \left(\frac{\overline{E}_c}{E}\sigma_c + \sigma_{ph} + \sigma_p\right)(\sigma_c + \sigma_{ph} + \sigma_p)^{-1}$$

ergibt, wobei σ_c, σ_{ph} und σ_p die Wirkungsquerschnitte für Compton-Streuung, Photoeffekt und Paarbildung sind.

Als Energieabsorptionskoeffizient wird die Größe

$$\chi_a = (\overline{\overline{E}}/E)\chi$$

bezeichnet.

c) Energie-Dosis, Dosis und Dosisleistung:

Die Energie-Dosis (engl. "absorbed dose") ist die in einem absorbierenden Medium pro Masseneinheit absorbierte Strahlungsenergie. Die Einheit der Energie-Dosis ist das rad:

1 rad = 100 erg absorb. Energie/Gramm des Absorbers

In einem Medium mit dem Energieabsorptionskoeffizienten $\chi_a(\underline{r},E)$ sei t sec. lang der Energiefluß $i(\underline{r},E)$ vorhanden. Dann ist die Energie-Dosis im Punkt $\underline{r}$ gegeben durch

$$H(\underline{r}) = kt\int \chi_a(\underline{r},E)\,i(\underline{r},E)\,dE$$

mit

$$k = 1{,}60 \times 10^{-8}\,(\mathrm{rad})/(\mathrm{MeV/g})$$

Vom Begriff der Energie-Dosis hat man den eigentlichen Dosisbegriff - auch als Ionen-Dosis bezeichnet, da die Dosis proportional der in einer Ionisationskammer gemessenen Ionisierung ist - scharf zu trennen, da man sonst sofort in begriffliche Schwierigkeiten gerät. Die <u>Dosis</u> wird gemessen in Röntgen (r) und wird definiert als das Zeitintegral <u>der Dosisleistung</u>. Die Dosisleistung selbst ist ein Maß für die in einem Punkt befindliche Strahlungsintensität. Sie hängt über die Beziehung

$$h(\underline{r}) = c \int \chi_a^L(E) i(\underline{r},E) dE = c \int \chi_a^L(E) E I(\underline{r},E) dE$$

mit

$$c = 1{,}91 \times 10^{-8} \ (r/sec)/(MeV/g\ sec)$$

mit dem Fluß zusammen. Dabei ist $\chi_a^L(E)$ der Energieabsorptionskoeffizient der Luft unter Standard-Bedingungen in Druck und Temperatur. Die Funktion $c\chi_a^L(E)E$ ist im "Rockwell" auf Seite 19 dargestellt. Bei der Definition der Dosisleistung wird der Energieabsorptionskoeffizient der Normal-Luft als Gewichtsfaktor verwendet, unabhängig von der Art des Mediums, in dem man gerade die Dosisleistung ermitteln will. (Es wäre für das Verständnis der Zusammenhänge günstiger gewesen, wenn man den Begriff "Dosis" nur auf die Energie-Dosis angewandt hätte, während man die eigentliche "Dosis" besser durch einen Ausdruck wie "effektive Strahlungsmenge" ersetzen sollte). Da bei allen leichten Substanzen wie Wasser, Gewebe, Luft usw. die Energieabsorptionskoeffizienten ungefähr denselben Verlauf als Funktionen der Energie zeigen, d.h. einander proportional sind, so läßt sich die Energie-Dosis pro Zeiteinheit in einem Punkt eines leichten Mediums sofort aus der dort vorhandenen Dosisleistung durch Multiplikation mit dem Faktor

$$0{,}838(\chi_a/\chi_a^L) \ (rad/r)$$

ermitteln. Diese einfache Proportionalität zwischen Energie-Dosis und Dosis besteht aber im Falle schwererer Medien nicht mehr.

Auf jeden Fall muß man aber das rad und das r als verschiedene Einheiten ansehen, die verschiedenen physikalischen Größen entsprechen.

In den angegebenen Ausdrücken für die Energie-Dosis kommen die Energieabsorptionskoeffizienten vor: dies ist auch der einzige Punkt, wo sie Verwendung finden. Für Abschirmbetrachtungen werden sonst nur die totalen Massenabsorptionskoeffizienten gebraucht.

d) Biologische Strahlenwirkung und Strahlenschutzbestimmungen:

Es hat sich gezeigt, daß unabhängig von der Energie der Gamma-Strahlung die biologischen Effekte bei gleicher Dosis die gleichen sind. Daher kann man biologische Toleranzdosen einfach in r angeben. Klinische Symptome treten bei einer einmaligen Verabreichung einer Dosis von mehr als 25 r auf. Jedoch treten trotz der Regenerationsfähigkeit des biologischen Organismus bei mehrmaligem Verabreichen von Dosen unter 25 r ebenfalls somatische Schäden auf. Schließlich hat jede Bestrahlung der Fortpflanzungsorgane eine zur Dosis proportionale genetische Schädigung zur Folge, für die es weder einen Schwellenwert noch eine Regeneration gibt. Die Gefahr genetischer Schäden schränkt die Gesamtdosis, die ein Individuum während seiner fortpflanzungsfähigen Zeit erhalten darf, noch wesentlich weiter ein als die Gefahr somatischer Schäden. Es ist aus genetischen Gründen erstrebenswert, für große Bevölkerungskreise die Strahlenbelastung nicht über das Doppelte des durch die natürliche Umgebungsstrahlung bedingten Wertes ansteigen zu lassen. Dieser Wert schwankt zwar auch gemäß den regionalen Gegebenheiten; man kann aber im Mittel 1,5 r/10 Jahre als natürliche Strahlenbelastung annehmen. Für beschränkte Bevölkerungskreise, die beruflich auf kernphysikalischem Gebiet tätig sind, kann man einen etwa 10 mal so großen Wert, d.h. 15 r/10 Jahre zulassen. Hinsichtlich der zeitlichen Verabreichung dieser Dosis bestehen noch die weiteren Einschränkungen, daß die innerhalb eines Jahres verabreichte Dosis den Wert von 5 r nicht übersteigt. Weiter wird die maximale Wochendosis auf 0,3 r festgelegt. Hinsichtlich der zeitlichen Verabreichung dieser Wochendosis bestehen aber keine weiteren Einschränkungen, so daß es zulässig ist, wenn ein Arbeiter die Wochendosis innerhalb einer Stunde erhält, sofern Vorsorge getragen wird, daß er innerhalb der betreffenden Woche keiner weiteren Strahlung mehr ausgesetzt wird.

In Notfällen sind einmalige Strahlenbelastungen bis zu 25 r zulässig.

§ 2 Schwächung der Gamma-Strahlung beim Durchgang durch Materie

a) Boltzmann-Gleichung:

Die Bilanz der Photonen bzw. die Kontinuität der Photonenströmung im Phasenraum wird beschrieben durch die Boltzmann-Gleichung, die im stationären Fall lautet:

$$(1)\quad \underline{\Omega} \cdot \operatorname{grad} N + \mu(\underline{r},E)N = \iint N(\underline{r},E',\underline{\Omega}')\,\frac{d\Sigma_s}{d\Omega}\,(\underline{\Omega}'\to\underline{\Omega},E'\to E)\,dE'\,d\Omega' + s(\underline{r},E,\underline{\Omega})$$

Auf der linken Seite dieser Gleichung steht der Ausfluß aus einem Element des Phasenraums durch räumlichen Netto-Ausfluß und Streuung plus Absorption, auf der rechten Seite Zufluß durch Streuung aus anderen Bereichen des Phasenraums und durch unabhängige Quellen. Dabei ist $(d\Sigma_s/d\Omega)(\underline{\Omega}' \to \underline{\Omega}, E' \to E)$ der differentielle Streuquerschnitt für den Übergang vom Volumenelement $(\underline{r},\underline{\Omega}',E')$ des Phasenraums zum Volumenelement $(\underline{r},\underline{\Omega},E)$.

Die Lösung der Gl.(1) muß noch folgenden Randbedingungen genügen:

(i) Kontinuität des differentiellen Flusses an Grenzflächen zwischen zwei Medien:

$$N_{(1)}(\underline{r},\underline{\Omega},E) = N_{(2)}(\underline{r},\underline{\Omega},E) \quad \text{für alle } \underline{\Omega} \text{ und } \underline{r} \text{ auf der Grenzfläche } (1,2).$$

(ii) Verschwinden des differentiellen Flusses auf freien Oberflächen (d.h. solchen, auf die von außen keine Strahlung fällt) für ins Medium zeigende Bewegungsrichtungen $\underline{\Omega}_{ein}$:

$$N(\underline{r},\underline{\Omega}_{ein},E) = 0 \qquad \text{für } \underline{r} \text{ auf der freien Oberfläche.}$$

(iii) (Im Falle eines unendlich ausgedehnten Mediums) Keine ungestreute Strahlung aus dem Unendlichen:

$$\lim_{R \to \infty} N(\underline{r}-R\underline{\Omega},\underline{\Omega})\, e^{-\int_0^R \mu(\underline{r}-R'\underline{\Omega})dR'} = 0$$

b) <u>First-Collision Methode:</u>

Die Gl.(1) ist im allgemeinen kaum zu lösen, da die der Theorie der Compton-Streuung zu entnehmende Größe $(d\Sigma_s/d\Omega)$ einen ziemlich komplizierten Verlauf zeigt.

Der Sachverhalt wird aber wesentlich einfacher, wenn man sich zunächst auf die Berechnung des ungestreuten Flusses beschränkt, d.h. das Doppelintegral auf der rechten Seite der Gleichung (1), das ja den Beitrag des gestreuten Flusses liefert, Null setzt. Man macht also die Annahme, daß jede Wechselwirkung eines Photons mit einem Atom zur Absorption des Photons führt. Damit geht die Gl.(1) über in

$$(2) \qquad (\underline{\Omega}\cdot\text{grad})N(\underline{r},\underline{\Omega},E) + \mu(r)N(\underline{r},\underline{\Omega},E) = s(\underline{r},\underline{\Omega},E)$$

Diese Gleichung ist die grundlegende Beziehung der First-Collision Methode, zusammen mit den oben angegebenen Randbedingungen. Da in der Gl.(2) nicht mehr verschiedene Energieintervalle miteinander verknüpft sind, brauchen wir im folgenden auch die Energie bei der Angabe der Argumente nicht mehr mit anzugeben.

Die Lösung der Gl.(2) für die Strahlungsverteilung in einem beliebigen, Quellen enthaltenden Körper, auf den von außen her keine Strahlung auftrifft, lässt sich leicht gewinnen. Zunächst beachten wir, daß

$$(\underline{\Omega}\,\mathrm{grad})N(\underline{r},\underline{\Omega}) = -\frac{d}{dR}N(\underline{r}, - R\_,\underline{\Omega}) \qquad \text{mit } \underline{r}' = \underline{r} - R\underline{\Omega}$$

gilt, so daß wir die Gleichung (2) auch in der Form (2') schreiben können:

$$(2') \quad -\frac{d}{dR}N(\underline{r} - R\underline{\Omega},\underline{\Omega}) + \mu(\underline{r} - R\underline{\Omega})N(\underline{r} - R\underline{\Omega},\underline{\Omega}) = s(\underline{r} - R\underline{\Omega},\underline{\Omega})$$

Die allgemeine Lösung dieser Differntialgleichung lässt sich sofort hinschreiben:

$$(3) \quad N(\underline{r}-R\underline{\Omega},\underline{\Omega}) = N(\underline{r}-R_o\underline{\Omega},\underline{\Omega})\,e^{\int_{R_o}^{R}\mu(\underline{r}-R''\underline{\Omega})dR''} + \int_{R}^{R_o} s(\underline{r}-R'\underline{\Omega},\underline{\Omega})\,e^{\int_{R'}^{R}\mu(\underline{r}-R''\underline{\Omega})dR''}\,dR'$$

Das Integral

$$\tau(\underline{r} - R\underline{\Omega},\underline{r} - R'\underline{\Omega}) = \int_{R}^{R'} \mu(\underline{r} - R''\underline{\Omega})dR''$$

wird häufig als "optischer Weg" bezeichnet. Nun setzen wir in Gl.(3) $R=0$ und wählen ferner $R_o > 0$ so, daß der Punkt $\underline{r} - R_o\underline{\Omega}$ außerhalb des betrachteten Körpers liegt. Dann ist wegen der Randbedingung (ii)

$$N(\underline{r} - R_o\underline{\Omega},\underline{\Omega}) = 0$$

Indem wir nun schließlich noch R_o gegen unendlich gehen lassen, erhalten wir

$$(4) \quad N(\underline{r},\underline{\Omega}) = \int_0^{\infty} s(\underline{r} - R'\underline{\Omega})\, e^{-\tau(\underline{r},\underline{r} - R'\underline{\Omega})}\, dR'$$

Für unendlich ausgedehnte Körper ergibt sich aus der Randbedingung (iii) das gleiche Resultat.

Damit haben wir also die gesuchte Lösung der Gl.(2) gefunden. Nun ist es leicht, einen Ausdruck für den Photonenfluß hinzuschreiben: Wir brauchen nur Gl.(4) über $d\Omega$ zu integrieren. Wir führen dazu die Abkürzung $\underline{r} - R'\underline{\Omega} = \underline{r}'$ ein.

Nun ist offenbar

$$dR'd = dV'/R'^2$$

wobei $dV' = dx'dy'dz'$ ist. Folglich erhalten wir für den Fluß

$$(5) \qquad I(\underline{r}) = \int \frac{s(\underline{r}',\underline{\Omega})\,e^{-\tau(\underline{r},\underline{r}')}}{|\underline{r} - \underline{r}'|^2}\,dV'$$

und für den Strom

$$(6) \qquad \gamma(\underline{r}) = \int \frac{\underline{\Omega}\,s(\underline{r}',\underline{\Omega})\,e^{-\tau(\underline{r},\underline{r}')}}{|\underline{r} - \underline{r}'|^2}\,dV'$$

Für eine Punktquelle im Punkte $\underline{r}'$

$$s(\underline{r},\underline{\Omega}) = S(\underline{\Omega})\;\delta_{(3)}(\underline{r} - \underline{r}')$$

- $\delta_{(3)}(\underline{r} - \underline{r}') = \delta(x - x')\,\delta(y - y')\,\delta(z - z')$ ist die dreidimensionale δ-Funktion - erhalten wir speziell aus den Gln.(5) und (6) die Ausdrücke

$$(5') \qquad I(\underline{r}) = \frac{S(\underline{\tilde{\Omega}})\,e^{-\tau(\underline{r},\underline{r}')}}{|\underline{r} - \underline{r}'|^2}$$

$$(6') \qquad (\underline{r}) = \frac{\underline{\tilde{\Omega}}\,S(\underline{\tilde{\Omega}})\,e^{-\tau(\underline{r},\underline{r}')}}{|\underline{r} - \underline{r}'|^2}$$

mit

$$\underline{\tilde{\Omega}} = \frac{(\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$$

Für isotrop emittierende Quellen hat man $S(\underline{\Omega}) = S/4\pi$ zu setzen, wobei S die gesamte Emission der Quelle ist. Wir werden im Abschnitt III die Integrale (4), (5) und (6) für verschiedene Quellenverteilungen im einzelnen auswerten. Hier sei nur noch der Vollständigkeit halber der Fluß einer isotrop emittierenden unendlich langen Linienquelle angegeben. Er ergibt sich am einfachsten aus der Überlagerung der nach (5') bekannten Beiträge isotroper Punktquellen und ist in einem einheitlichen Medium mit räumlich konstantem μ gegeben durch

$$I(\underline{r}) = \frac{1}{2\pi d}\,\mathrm{seci}(\mu d) \qquad \text{mit} \quad \mathrm{seci}(x) = \int \exp(-x.\sec\vartheta)\,d\vartheta$$

Dabei ist d die Länge des Lotes vom Aufpunkt zur Quell-Geraden.

c) Der Begriff des Build-Up Faktors:

Die First-Collision Methode beruhte darauf, den Anteil der gestreuten Photonen völlig zu negieren. Das ist nur in einem Fall richtig: nämlich wenn man eine monoenergetische Quellstrahlung hat und diese mit einem Detektor ausmißt, der nur auf die Photonen der Quellen-Energie anspricht. Da die gestreuten Photonen ja Energie verloren haben, werden sie von einem derartigen Detektor nicht mehr gezählt. Im allgemeinen sind aber die Problemstellungen so, daß auch die Beiträge der gestreuten Photonen eine Rolle spielen. Das gemessene Resultat wird daher auch im allgemeinen höher liegen als das auf der Basis der First-Collision Methode berechnete Resultat. Der Quotient dieser beiden Werte wird als Build-Up Faktor für die betreffende Größe bezeichnet.

Wir wollen diesen Zusammenhang noch etwas genauer darstellen: Dazu wollen wir den ungestreuten differentiellen Photonenfluß mit N^o, den gestreuten mit N^s und den gesamten mit N bezeichnen. Dann ist also $N = N^o + N^s$.

Weiter sei D ein linearer Operator, d.h. eine Rechenvorschrift, die angibt, wie die interessierende Größe aus dem differentiellen Photonenfluß errechnet werden muß. Beispielsweise ist dem Gesamtenergiefluß der Operator

$$D_E(\ ) = \iint d\Omega E dE(\ )$$

zugeordnet. Wegen der Linearität läßt sich D(N) schreiben als

$$D(N) = D(N^o) + D(N^s)$$

Unter der Voraussetzung $D(N^o) \neq 0$ wird dann der Build-Up Faktor für den Operator D definiert durch

(7) $$D(N) = B_D D(N^o)$$

Beispielsweise ist der Energie-Build-Up Faktor gegeben durch

(8) $$B_{E_o} = \frac{\iint EN(\underline{r},\underline{\Omega}E)\,dE\,d\Omega}{\iint EN^o(\underline{r},\underline{\Omega}E)\,dE\,d\Omega}$$

E_o = Energie der Quell-Gammas; $N^o(\underline{r},\underline{\Omega},E) = N^o(\underline{r},\underline{\Omega})\delta(E - E_o)$

und der Dosis-Build-Up Faktor durch

(9) $$B_D = \frac{\int \chi_a^L(E)EI(E)\,dE}{\int \chi_a^L(E)EI^o(E)\,dE}$$

Für praktische Rechnungen wird fast nur der Dosis-Build-Up Faktor gebraucht, da man an dem in einem Punkt wirklich vorhandenen gesamten Energiefluß kaum interessiert ist, sondern nur an dem Anteil der Energie, der in dem betreffenden Punkt absorbiert wird.

Zur Ermittlung der Build-Up Faktoren ist offenbar die Kenntnis der exakten Photonenflüsse notwendig, d.h. die Lösung der Gl.(1). Diese ist für Punkt- und Flächenquellen in einheitlichen, unendlich ausgedehnten Medien für die wichtigsten Abschirmmaterialien in einer Arbeit von GOLDSTEIN und WILKINS gewonnen worden (NYO-3075), aus der die Werte für die Build-Up Faktoren entnommen werden können. In der Praxis muß man diese Werte natürlich auf endlich ausgedehnte Medien anwenden; dadurch entstehen zwar gewisse Differenzen zwischen den gemessenen und den gerechneten Werten, die jedoch nicht groß sind. Außerdem liegen die Werte der Build-Up Faktoren für unendlich ausgedehnte Medien infolge der stärkeren Rückstreuung höher als die Werte bei endlichen Medien, so daß die Verwendung der ersteren eine gewisse Sicherheit enthält.

Eine exakte Lösung der Gl.(1) für endliche Medien ist bisher nur mit Hilfe der Monte Carlo Methode versucht worden (W.De Marcus und L.Nelson AECU-47; G.Goertzel AECD-2808 und AECD-2793; H.Kahn Nucleonics VI,5,27(1950); J.F.Perkins J.Appl.Phys. 26, 655 und 1372 (1955)).

In vielen Fällen ist es wünschenswert, analytische Ausdrücke für die Variation der Build-Up Faktoren mit der Entfernung von der Quelle zu besitzen. Für eine isotrope Punktquelle sind die von GOLDSTEIN und WILKINS berechneten Build-Up Faktoren nach einer Idee von TAYLOR durch Ausdrücke der Form

$$(10) \qquad B = A_1 e^{-\alpha_1 \mu r} + (1 - A_1) e^{-\alpha_2 \mu r}$$

approximiert worden. Die Parameter A_1, α_1 und α_2 werden durch Anpassung an die exakten Werte der Build-Up Faktoren bestimmt und sind ebenfalls in NYO-3075, sowie im "Price", S.51 ff. und im "Rockwell", S.416 ff. angegeben. Die Interpolation des Build-Up Faktors durch eine Summe von Exponentialfunktionen hat den Vorteil, daß die Berechnung irgendwelcher Quellverteilungen mit Berücksichtigung des Build-Up zu Integralen desselben Typs führt, wie die für den ungestreuten Fluß.

Oft ist auch die Darstellung des Build-Up Faktors durch eine lineare Funktion

$$(11) \qquad B = 1 + \beta(\mu r)$$

mit geeignet angepaßtem β eine innerhalb gewisser Grenzen brauchbare Näherung (sog. linearer Build-Up). Natürlich ist der Anwendungsbereich der Gl.(11) kleiner als der der Gl.(10), dennoch hat sich gezeigt, daß die lineare Näherung für mittlere und schwere Elemente und für Quellen-Energien zwischen 1 und 4 MeV selbst für Eindringtiefen bis zu 20 Relaxationslängen noch zufriedenstellend ist. Für leichte Elemente wächst dagegen der Build-Up Faktor wesentlich stärker an, als es einer linearen Näherung entspricht.

Manchmal finden sich auch Ansätze der Form

$$B = \beta(\mu r)^k$$

wobei die Konstanten k und β geeignet angepaßt werden müssen. Ansätze der Form (12) leiten aber nur sehr selten zu Vereinfachungen der Rechnung.

d) Build-Up Faktor für eine nicht-monoenergetische Quelle:

Wenn die Quelle gleichzeitig Photonen verschiedener Energien emittiert, so ist der totale Build-Up Faktor natürlich nicht der einfache Mittelwert der Build-Up Faktoren für die emittierten Energien, sondern der mit dem Beitrag der einzelnen Quellen-Energien zum totalen Fluß gewichtete Mittelwert. Als Beispiel betrachten wir den Energie-Build-Up Faktor einer isotropen Punktquelle, die pro Sekunde g(E)dE Photonen im Energie-Intervall (E,E+dE) emittiert. Dann beträgt der ungestreute Energiefluß in einer Entfernung r von der im Nullpunkt angenommenen Quelle

$$\int i^{o}(\underline{r},E)\,dE = \frac{1}{4\pi r^2}\int g(E)Ee^{-\mu r}\,dE$$

Dagegen beträgt der exakte totale Energiefluß

$$\int i(\underline{r},E)\,dE = \frac{1}{4\pi r^2}\int g(E)EB_E(\mu r)e^{-\mu r}\,dE$$

Folglich ist der Energie-Build-Up Faktor für diese Quelle

$$\overline{B}_E = \frac{\int g(E)Ee^{-\mu r}B_E(\mu r)\,dE}{\int g(E)Ee^{-\mu r}\,dE}$$

Ähnlich errechnet man den Build-Up Faktor für eine Flächenquelle aus dem für eine Punktquelle der gleichen Emissionscharakteristik. Man erhält beispielsweise für eine konstante Quelldichte isotrop emittierender Quellen auf der Fläche F (Oberflächenelement dF):

$$B^{Fläche} = \frac{\int B(\mu r)\, r^{-2} e^{-\mu r} dF}{\int r^{-2} e^{-\mu r} dF}$$

e) Build-Up Faktoren für homogene Mischungen:

Falls das betrachtete abschirmende Medium aus einer homogenen Mischung von verschiedenen Elementen besteht, wie es z.B. beim Beton der Fall ist, so kann man den Build-Up Faktor nach einer von GOLDSTEIN und WILKINS angegebenen Methode ermitteln. Man muß dazu ein Element mit der Kernladungszahl Z finden, 1.) dessen Absorptionskoeffizient $\mu_Z(E)$ als Funktion von E denselben Verlauf zeigt wie der Absorptionskoeffizient der Mischung $\mu_m(E) = \sum_i \beta_i \mu_i(E)$, wobei

$$\beta_i = \frac{a_i Z_i / A_i}{\sum_i a_i Z_i / A_i}$$

der Elektronenanteil des i-ten Elements (a_i = Gewichtsanteil des i-ten Elements) an der Mischung und $\mu_i(E)$ sein Absorptionsquerschnitt ist, 2.) für das das Verhältnis $\overline{E}/E = \chi_a/\chi$ in der gleichen Weise mit der Energie variiert wie für das Gemisch. Beide Bedingungen können natürlich nicht exakt erfüllt werden, sind aber in den meisten Fällen sehr gut anzunähern. Nachdem man auf diese Weise ein Element Z gefunden hat, bestimmt man für dieses "effektive Z" den Build-Up für eine feste Schichtdicke μr und eine feste Energie E durch Interpolation der für andere Z-Werte bekannten Build-Up Faktoren zur gleichen Energie und gleichem μr.

f) Build-Up Faktoren für Schichten verschiedener Materialien:

In diesem Fall ist man mangels besserer Informationen auf die Anwendung von folgenden Faustregeln angewiesen:

1. Folgt ein schweres Material auf ein leichtes Material, so ist der Build-Up Faktor gleich dem eines Schirms aus dem schweren Material allein, dessen Dicke (in freien Weglängen) gleich der des zusammengesetzten Schirms ist.

2. Folgt leichtes Material auf schweres Material, so soll man das Produkt der beiden Build-Up Faktoren verwenden. Überhaupt liegt man bei Verwendung des Produkts der Build-Up Faktoren immer auf der sicheren Seite. Ist die äußere Schicht wesentlich dünner (in freien Weglängen) als die davorliegende Schicht, so ist ohne Rücksicht auf die Zusammensetzung der äußeren Schicht auch das Produkt der Build-Up Faktoren zu verwenden.

Solche Regeln geben zwar relativ grobe Resultate, die jedoch für die bei Abschirmberechnungen erforderlichen Genauigkeiten hinreichend sind.

II. Methoden der Neutronen-Abschirmrechnung

§ 1 Begriffe und Einheiten

a) Flüsse und Ströme:

Vom differentiellen Neutronenfluß $\psi(\underline{r},\Omega,E)$, der ebenso definiert wird, wie der differentielle Photonenfluß $N(\underline{r},\Omega,E)$ - indem lediglich das Wort "Photonen" durch "Neutronen" ersetzt wird, gelangt man auf die gleiche Weise wie bei der Gamma-Strahlung zu den Begriffen Neutronenfluß ϕ und Neutronenstrom $\underline{J}$ im Energie-Intervall $(E,E+dE)$:

$$\phi(\underline{r},E) = \int \psi(\underline{r},\underline{\Omega},E)\,d\Omega$$

$$\underline{J}(\underline{r},E) = \int \underline{\Omega}\psi(\underline{r},\underline{\Omega},E)\,d\Omega$$

Durch Integration über die Energie erhält man auch hier wieder die totalen Neutronenflüsse und -ströme.

Für Abschirmbetrachtungen ist es zweckmäßig, die Neutronen in drei Energie-Gruppen einzuteilen:

Schnelle Neutronen mit $E > 0{,}5$ MeV, mittelschnelle Neutronen mit $0{,}5 \text{ MeV} > E > 0{,}5$ eV und thermische Neutronen mit $E < 0{,}5$ eV.

Entsprechend ist der schnelle Fluß

$$\phi_s(\underline{r}) = \int_{0{,}5\,MeV}^{\infty} \phi(\underline{r},E)\,dE$$

der mittelschnelle Fluß

$$\phi_m(\underline{r}) = \int_{0{,}5\,eV}^{0{,}5\,MeV} \phi(\underline{r},E)\,dE$$

und der thermische Fluß

$$\phi_{th}(\underline{r}) = \int_{0}^{0{,}5\,eV} \phi(r,E)\,dE$$

b) Dosismessung bei Neutronen:

Bei Neutronen- und anderer Korpuskularstrahlung kann man die Energie-Dosis, ebenso wie bei der Gamma-Strahlung, als die in einem Medium pro Masseneinheit absorbierte Energie definieren und in rad messen. Da der Begriff der Ionen-Dosis bei der Untersuchung von Neutronen-Strahlung keine Vorteile bringt und außerdem erst neu definiert werden müßte, läßt man ihn weg.

Einen biologisch orientierten Dosisbegriff, das rem ("roentgen equivalent men") führt man dadurch ein, daß die biologische Wirkung einer Ganzkörperbestrahlung von x rem gleich der einer Ganzkörper-Gamma-Bestrahlung von x r sein soll. Die Umrechnung von Neutronenfluß in biologische Dosisleistung, d.h. die Funktion

$$D(E) = \frac{\text{biologische Dosisleistung}}{\text{Neutronenfluß der Energie E}}$$

kann man folgender Tabelle entnehmen:

E (eV)	D $\left(\frac{\text{mrem/h}}{\text{Neutr./cm}^2\text{sec}}\right)$
0,025	$3,75 \times 10^{-3}$
10	$3,75 \times 10^{-3}$
10^4	$7,50 \times 10^{-3}$
1×10^5	$3,75 \times 10^{-2}$
5×10^5	$9,4 \times 10^{-2}$
1×10^6	$1,25 \times 10^{-1}$
2×10^6	$1,88 \times 10^{-1}$
$(3-10) \times 10^6$	$2,5 \times 10^{-1}$

Die im ersten Abschnitt genannten Toleranzdosen sind jetzt so zu verstehen, daß die Summe der biologischen Neutronen- und Gamma-Dosen, die einem Individuum während eines bestimmten Zeitraums verabreicht werden, die dort genannten Werte nicht überschreiten darf.

§ 2 Schwächung der Neutronenstrahlung beim Durchgang durch Materie:

Die exakte Beschreibung des Verhaltens von Neutronen in einem streuenden und absorbierenden Medium erfolgt wie bei den Photonen durch die Boltzmann-Gleichung. Da diese jedoch im allgemeinen für Neutronen-Transportprobleme ebensowenig zu lösen ist wie im Falle der Gamma-Strahlung, ist man auch hier auf Näherungslösungen angewiesen. Nun bringen im Gegensatz zur Gamma-Strahlung die Neutronen im allgemeinen eine ziemlich große Zahl von Stößen hinter sich, ehe sie absorbiert werden; daher muß man trotz der gleichen Form der exakten Gleichung die Näherungsverfahren bei den Neutronen anders wählen als bei den Gammas. Das flexibelste Verfahren dabei ist die sogenannte Gruppen-Diffusionsmethode, bei der die Neutronen in Energie-Gruppen eingeteilt werden, innerhalb derer die Diffusionstheorie für Neutronen einer konstanten mittleren Geschwindigkeit angewandt werden kann. Für Abschirmrechnungen genügt dabei die schon erwähnte Einteilung der Neutronen in drei Gruppen, schnelle, mittelschnelle und thermische Neutronen. Innerhalb der beiden letzteren Gruppen wird ein Neutron ziemlich viele Stöße erleiden, ehe es aus der jeweiligen Gruppe ausscheidet. Dagegen ist in der Gruppe der schnellen Neutronen infolge der bei diesen Energien hohen Beiträge der inelastischen Streuung der Energieverlust pro Streuung so groß, daß man fast jede Streuung eines schnellen Neutrons als ein Ausscheiden aus der Gruppe der schnellen Neutronen werten kann. Allerdings muß man vom totalen Wirkungsquerschnitt noch einen Anteil in Abzug bringen, der die elastische Vorwärtsstreuung der Neutronen, die nur eine sehr kleine Energieänderung mit sich bringt, berücksichtigt. Den so erhaltenen korrigierten Wirkungsquerschnitt, der etwa 70% des totalen Wirkungsquerschnitts bei einigen MeV beträgt, nennt man "Effective Removal"-Querschnitt:

$$\Sigma_{rem}(E) = \Sigma_t(E) - \Sigma_{el}(E)\overline{\cos}$$

Experimentell ergab sich für Atomkerne zwischen A = 8 und A = 240 folgende Formel für die über das Spaltspektrum gemittelten Werte von Σ_{rem}/ϱ :

$$\Sigma_{rem}/\varrho = 0{,}21A^{-0{,}58}$$

Man kann nun die Methode der Neutronen-Abschirmrechnung folgendermaßen zusammenfassen:

1.) Man berechne den schnellen Fluß bei gegebenem schnellen Quellfluß nach der First Collision Methode unter Verwendung der Removal-Querschnitte statt der totalen Wirkungsquerschnitte.

2.) Man berechne den mittelschnellen Fluß nach der Diffusionstheorie, wobei als Quellen des mittelschnellen Flusses die primären Quellen mittelschneller Neutronen und die First Collision-Quellen $\Sigma_{rem}\phi_s$ in Erscheinung treten.

3.) Analog zu 2.) berechne man den thermischen Fluß aus den primären Quellen thermischer Neutronen und den durch die Abbremsung mittelschneller Neutronen bedingten Quellen.

Bei geeigneter Wahl der Abschirmmaterialien fällt der mittelschnelle und der thermische Fluß der primären Quellen schneller ab als der schnelle Fluß. In diesem Fall wird nach einigen Relaxationslängen in dem betreffenden Medium das Verhalten des mittelschnellen und des thermischen Flusses nur noch durch den schnellen Fluß bestimmt, d.h. die Zahl der mittelschnellen und thermischen Neutronen an einem Punkt ist der dort vorhandenen Zahl der schnellen Neutronen proportional. Hinsichtlich der biologischen Wirkung muß man die Anteile der verschiedenen Energiegruppen zur Dosisleistung addieren. Da aber mittelschneller und thermischer Fluß dem schnellen Fluß proportional ist, ist auch die Dosis dem schnellen Fluß proportional; zur Dosis des ungestreuten schnellen Flusses tritt als Build-Up Faktor das Verhältnis der Gesamtdosis aller Neutronengruppen zur Dosis des schnellen Flusses, und dieses Verhältnis ist lediglich von den Eigenschaften des Absorbers abhängig, nicht aber - im Gegensatz zur Gamma-Strahlung - von der Dicke der bereits durchsetzten Schicht.

Diese Überlegungen seien an einem Beispiel (ebenes Problem) kurz illustriert: Der schnelle Fluß sei in dem abschirmenden Medium gegeben durch

$$\phi_s = \phi_{so} e^{-\Sigma_{rem} x} \tag{13}$$

Für den mittelschnellen Fluß gilt die Diffusionsgleichung (δ= Diffusionskonstante):

$$\frac{d^2\phi_m}{dx^2} - \frac{\phi_m}{L^2} = - \frac{\Sigma_{rem}}{\delta_m} \phi_s \tag{14}$$

Weit im Medium, wo die Randeffekte zu vernachlässigen sind, gilt unter der Annahme $1/L_m > \Sigma_{rem}$ der Ansatz

$$\phi_m = Ae^{-\Sigma_{rem} x} \tag{15}$$

Wenn wir dies in Gl.(14) einsetzen, erhalten wir

$$q_m = (\phi_m/\phi_s) = \frac{\Sigma_{rem}/\Sigma_{am}}{(1 - \Sigma_{rem}^2 L_m^2)} \quad \text{mit} \quad \Sigma_{am} = \frac{\delta_m}{L_m^2} \tag{16}$$

Entsprechend ergibt sich

(17) $$q_{th} = (\phi_{th}/\phi_m) = \frac{\Sigma_{am}/\Sigma_{ath}}{(1 - \Sigma_{am}^2 L_{th}^2)}$$

Nun seien D_s, D_m und D_{th} die Umrechnungsfaktoren von Fluß zu biologischer Dosis für schnelle, mittelschnelle und thermische Neutronen resp. Dann ist die Gesamtdosis sämtlicher Neutronen gegeben durch

$$D = (D_s + D_m q_m + D_{th} q_{th} q_m)\phi_s = B_D D_s \phi_s$$

wobei

(18) $$B_D = \frac{D_s + D_m q_m + D_{th} q_{th} q_m}{D_s}$$

der Build-Up Faktor der biologischen Dosis für Neutronen ist.

§ 3 Kombinierte Abschirmrechnungen für Gammas und Neutronen

Meist läßt sich die Abschirmrechnung für Gammas und Neutronen nicht völlig getrennt durchführen, sondern es erweist sich als nötig, auch sekundäre Quellen zu betrachten, nämlich die durch den Einfang sehr harter Gammas freiwerdenden Photo-Neutronen und die durch den Einfang von thermischen Neutronen erzeugten Einfang-Gammas. Die letzteren spielen im allgemeinen eine wesentlich größere Rolle. Man kann mit Ausnahme weniger, sehr spezieller Probleme die Erzeugung von Photo-Neutronen völlig vernachlässigen, während z.B. bei einem Reaktor, der keinen thermischen Schirm besitzt, die Einfang-Gammas im Beton eine wesentlich größere Rolle spielen können, als die direkt aus dem Core kommenden Gammas.

Die Quellstärke pro Volumeneinheit dieser Einfang-Gammas wird gegeben durch

(19) $$S(\underline{r}) = \Sigma_c(\underline{r})\phi_{th}(\underline{r})$$

Die Emission der Einfang-Gammas erfolgt isotrop.

III. Die Berechnung der First-Collision-Flüsse bei verschiedenen Geometrien

Wegen der zentralen Bedeutung der First-Collision Methode bei der Berechnung sowohl des Photonen- wie auch des Neutronenflusses ist es zweckmäßig, hier als Beispiele einige wichtige Spezialfälle nach der First-Collision Methode zu behandeln. Da wir hier nicht zwischen Photonen und Neutronen unterscheiden müssen, wollen wir allgemein von "Teilchen" und "Teilchenflüssen" sprechen.

§ 1 Verschiedene Quelldichte-Verteilungen bei ebener Geometrie

a) Räumlich konstante, isotrop emittierende Quelldichte im Halbraum $x < 0$:

Es sei μ der Absorptionskoeffizient des die Quellen enthaltenden Mediums und S_V die Quelldichte. Dann ist $s(\underline{r},\underline{\Omega}) = S_V/4\pi$ und wir erhalten aus Gl.(4) den differentiellen Teilchenfluß an der Oberfläche $(x = 0)$:

$$(20) \quad N(x=0,\underline{\Omega}) = (S_V/4\pi)\int_0^\infty e^{-\mu R}dR = S_V/4\pi\mu \quad \text{für} \quad \omega = \cos\vartheta > 0,$$

wobei ϑ der Winkel zwischen $\underline{\Omega}$ und der positiven x-Richtung ist. Die Richtungsverteilung der Strahlung ist also isotrop.
Aus (20) ergibt sich

$$(21) \qquad I(x=0) = S_V/2\mu \qquad \text{und} \qquad \underline{J}(x=0) = (S_V/4\mu)\underline{n}$$

wobei $\underline{n}$ der Einheitsvektor in Richtung der positiven x-Achse ist.

b) Wir behandeln nun den Fall, daß in dem die isotrop strahlenden Quellen enthaltenden Halbraum die Quelldichte linear mit dem Abstand von der Oberfläche ansteigt, d.h. wir setzen $s(\underline{r},\underline{\Omega}) = -ax/4\pi$. Nun ist offenbar $s(-R\underline{\Omega},\underline{\Omega}) = s(-R\omega,\underline{\Omega}) = aR\omega/4\pi$. Damit ergibt sich in diesem Fall aus Gl.(4)

$$(22) \qquad N(x=0,\underline{\Omega}) = (a\omega/4\pi)\int_0^\infty Re^{-\mu R}dR = a\omega/4\pi\mu^2 \quad \text{für } \omega > 0$$

In diesem Fall ist also die Richtungsverteilung der aus dem Halbraum austretenden Strahlung cosinusförmig. Für Fluß und Strom ergeben sich die Werte

$$(23) \qquad I(0) = a/4\mu^2 \qquad \underline{J}(0) = (a/6\mu^2)\underline{n}$$

c) Nun wollen wir den Fall eines exponentiellen Anstiegs der Quelldichte betrachten: $s(\underline{r},\Omega) = (A/4\pi)e^{-kx}$. Im Fall eines mit derartigen Quellen angefüllten Halbraums erhält man für $\mu<k$ divergierende Resultate. Wir wollen daher hier statt des Halbraums eine in y- und z-Richtung unendlich ausgedehnte Scheibe $-d \leq x \leq 0$ der Dicke d als Quellmedium betrachten. Aus Gl.(4) folgt jetzt

$$(24) \quad N(0,\Omega) = (A/4\pi) \int_0^{d/\omega} e^{(k\omega - \mu)R}dR = (A/4\pi)(k\omega - \mu)^{-1}(e^{(k - \mu/\omega)d} - 1)$$

Diesmal ist die Berechnung des Flusses und des Stroms ziemlich umständlich. Sie sei für den Fluß hier kurz wiedergegeben:

$$I(0) = ((A/2)\int_0^1 (k\omega - \mu)^{-1}(e^{(k - \mu/\omega)d} - 1)d\omega = (A/2k)(\ln\left|\frac{\mu}{k-\mu}\right| + e^{kd} I_1) \;;$$

$$I_1 = k\int_0^1 \frac{e^{-(\mu/\omega)d}}{(k - \mu)} d\omega = \int_1^\infty \frac{e^{-\mu dt}}{(k/t - \mu)} \frac{dt}{t}\frac{k}{t} = \int_1^\infty \frac{e^{-\mu dt}}{t} dt + \mu\int_1^\infty \frac{e^{-\mu dt}}{(k - \mu t)} dt$$

$$= E_1(\mu d) - e^{-kd}E_1((\mu - k)d) \quad \text{mit } E_1(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-xt}}{t}dt \;.$$

Damit wird

$$(25) \quad I(0) = (A/2k)\left\{\ln\left|\frac{\mu}{k-\mu}\right| + e^{kd}E_1(\mu d) - E_1((\mu - k)d)\right\}$$

Auf ähnliche Weise ergibt sich für den Strom

$$(26) \quad \underline{J}(0) = \underline{n}(A/2k)\left\{e^{kd}E_2(\mu d) - 1 + (\mu/k)\left[e^{kd}E_1(\mu d) - E_1((\mu-k)d) + \ln\left|\frac{\mu}{k-\mu}\right|\right]\right\}$$

§ 2 <u>Ersatz der Volumenquellen durch äquivalente Flächenquellen bei Abschirmproblemen in ebener Geometrie</u>

Wenn wir die differentielle Flußverteilung an der Oberfläche des die Quellen enthaltenden Mediums kennen, dann können wir leicht äquivalente Flächenquellen angeben, denn es ist für die weitere Berechnung der Teilchenflüsse etc. unwesentlich, ob ein Teilchen die Oberfläche des Quellmediums nur passiert oder ob es dort erzeugt wird. Die Flächenquelldichte ist die Zahl der pro Flächeneinheit und pro Zeiteinheit emittierten Teilchen. Der differentielle Fluß $N(\underline{r};\Omega)$ ist bezogen auf eine zu Ω senkrechte Fläche (d.h. Flächennormale parallel Ω). Wenn die Flächennormale der Grenzfläche des Quellmediums nun mit dem differentiellen Fluß $N(\underline{r},\Omega)$

den Winkel ϑ bildet, so wird der auf die Einheit der Grenzfläche bezogene differentielle Fluß, der gleich der Flächenquelldichte der äquivalenten Flächenquelle ist, gegeben durch

$$S_F(\underline{\Omega}) = \omega N(r, \underline{\Omega}) \tag{27}$$

wobei, wie oben, die Abkürzung $\omega = \cos\vartheta$ verwendet wurde.

Infolge der Relation (27) entspricht ein isotroper differentieller Fluß einer Flächenquelle mit cosinusförmiger Emission.

§ 3 Berechnung des von einer cosinusförmig emittierenden Flächenquelle ausgehenden Flusses und Stromes

Wir nehmen an, eine cosinusförmig strahlende Flächenquelle befinde sich in $x = -d$, gefolgt von n Schichten abschirmenden Materials der Dicken d_i und der Absorptionskoeffizienten μ_i. Es sei $\sum_{i=1}^{n} d_i = d$. Gefragt sei der Wert für den ungestreuten differentiellen Fluß an der Stelle $x = 0$, d.h. an der der Quelle abgewandten Oberfläche der Schichtenfolge. Dafür ergibt sich, da die Quelldichte der Flächenquelle sich als

$$s(\underline{r}, \underline{\Omega}) = S_F(\underline{\Omega})\, \delta(x - d) \tag{28}$$

schreiben läßt, wobei wir $S_F(\underline{\Omega}) = (S_v \omega / 4\pi\mu)$ setzen, der Ausdruck:

$$N(0, \underline{\Omega}) = (S_v/4\pi\mu) \int_0^\infty \omega\, \delta(\omega R - d)\, e^{-(\sum_{i=1}^{n} \mu_i d_i)/\omega}\, dR = (S_v/4\pi\mu)\, e^{-(\sum_{i=1}^{n} \mu_i d_i)/\omega} \tag{29}$$

Damit erhalten wir für den Fluß

$$I(0) = (S_v/2\mu) \int_0^1 e^{-(\sum_{i=1}^{n} \mu_i d_i)/\omega}\, d\omega = (S_v/2\mu)\, E_2(\sum_{i=1}^{n} \mu_i d_i) \tag{30}$$

und für den Strom

$$\underline{J}(0) = \underline{n}(S_v/2\mu)\, E_3(\sum_{i=1}^{n} \mu_i d_i) \tag{31}$$

§ 4 Fluß und Strom an der Oberfläche eines mit konstanter Quelldichte isotrop strahlender Quellen ausgefüllten, unendlich langen Zylinders

Wir wählen den Ursprung unseres Kugel-Koordinatensystems auf der Oberfläche des Zylinders und bezeichnen mit ϑ und φ die Winkel, die der Radiusvektor mit der Zylinderachse bzw. die Projektion des Radiusvektors mit dem Durchmesser des Zylinders bilden. Ist D der Betrag des Zylinder-

Durchmessers, so lautet in diesem Koordinatensystem die Gleichung der Zylinder-Oberfläche

$$r = D \cos\varphi/\sin\vartheta$$

und wir erhalten entsprechend den Gleichungen (5) und (6) die folgenden Audrücke für Fluß und Strom:

$$I(0) = 4 \int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2}\int_0^{D\cos\varphi/\sin\vartheta} \frac{S_v}{4\pi} e^{-\mu r}\, dr\, \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$$

$$\underline{J}(0) = 4\underline{n} \int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2}\int_0^{D\cos\varphi/\sin\vartheta} \frac{S_v}{4\pi} e^{-\mu r} \sin\vartheta \cos\varphi\, dr\, \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$$

Hierbei ist μ der Absorptionskoeffizient des Zylindermaterials, S_v die Quelldichte, $\underline{n}$ der Einheitsvektor in Richtung der aus dem Zylinder hinausweisenden Normalen im Punkte r=0 und $\sin\vartheta\cos\varphi = -(\underline{n}\cdot\underline{r})/r$.

Für den Fall $\mu = 0$, d.h. Vernachlässigung der Selbstabsorption, erhalten wir

(32) $$I_0(0) = S_v D/2 \qquad \underline{J}_0(0) = \underline{n} S_v D/4$$

Allgemein können wir schreiben

(33) $$I(0) = I_0(0) f_1(\mu D) \quad \text{und} \quad \underline{J}(0) = \underline{J}_0(0) f_2(\mu D)$$

wobei die "Selbstabsorptionsfaktoren" f_1 und f_2 das Verhältnis der Flüsse bzw. Ströme an der Oberfläche mit und ohne Selbstabsorption angeben. Beispielsweise ist

(34) $$f_2(\mu D) = \frac{4}{\pi\mu D} \int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} \sin^2\vartheta \cos\varphi \left(1 - e^{-D\cos\varphi/\sin\vartheta}\right) d\vartheta\, d\varphi\,.$$

$f_2(\mu D)$ ist als Funktion von μD durch graphische Integration von E.L.FIELD ermittelt worden, s. Price, S.229, Fig. 5.5.1. Man sieht daraus, daß man den Wert f = 1, der dem Grenzfall $\mu D \to 0$ entspricht, noch bis $\mu D = 0{,}14$ verwenden kann und daß der Wert $f = 1/\mu D$ (entsprechend $\mu D \to \infty$) bereits von etwa $\mu D = 6$ an gilt. In diesem letzteren Fall ergibt sich der gleiche Fluß und Strom an der Oberfläche wie im Fall eines mit einer konstanten Quelldichte erfüllten Halbraums. Das war zu erwarten, denn wenn der Krümmungsradius groß wird gegenüber der freien Weglänge, kann man die Krümmung der Oberfläche vernachlässigen, und da ferner schließlich nur die in unmittelbarer Nähe des Aufpunkts befindlichen Quellen zum Fluß bzw. Strom im Aufpunkt einen Beitrag leisten, ist es gleichgültig, ob wir ein endlich oder ein unendlich ausgedehntes Quellmedium betrachten.

Die Beziehungen (32) bis (34), die für den unendlich ausgedehnten Zylinder abgeleitet wurden, lassen sich auch noch mit hinreichender Genauigkeit auf Zylinder anwenden, deren Länge größer ist als etwa 3D, sofern man sich auf die Berechnung der emittierten Strahlung in der Umgebung der Zylinder-Mitte beschränkt.

§ 5 Andere Quellverteilungen

First-Collision Integrale sind für eine beträchtliche Anzahl von Fällen im "Rockwell", Kap.9, zusammengestellt, desgleichen in der Arbeit von J. MOTEFF (APEX-176).

58/33

IV. Die seitliche Abschirmung des FR 2

§ 1 Daten

Den weiteren Abschätzungen sind folgende Daten des FR 2 zugrunde gelegt:

158 Uranstäbe der Länge 216 cm, Radius: 1,6 cm, Can-Dicke: 0,1 cm Al, Dicke der D_2O-Kühlschicht: 0,4 cm, Kühlmanteldicke: 0,15 cm Al.

Zellenradius: 9,5 cm (Gitterabstand: $9{,}5\sqrt{\pi}$ = 16,8 cm)

Core-Abmessungen: Radius 130 cm, Höhe 216 cm, Corevolumen $11{,}47 \times 10^6\ cm^3$

Uranvolumen im Core: $0{,}2744 \times 10^6$

Al-Volumen sämtlicher Brennelemente: $0{,}1054 \times 10^6\ cm^3$

Al-Volumen sämtlicher Einbauten in Core und Reflektor: $1{,}36 \times 10^5\ cm$ (einschließlich BE-Köpfe und -Flüsse)

Seitliche Reflektordicke: 25 cm

Dicke der Al-Tankwand: 1,5 cm

Thermischer Schirm: 1 cm Boral - 1,5 cm Stahl - 6 cm Blei - 3,5 cm Stahl - 18 cm Gußeisen.

Biologischer Schirm: Magnetitbeton, $\gamma \geq 3{,}5$. An der schwächsten Stelle 180 cm dick.

Wärmeleistung in Core und Reflektor: 12 MW.

§ 2 Neutronen- und Gamma-Erzeugung im Core

Die pro Spaltung freiwerdende Energie beträgt etwa 200 MeV. Davon werden ca. 10% in Form von Gamma- und Neutrino-Strahlung nach außen abgeführt, so daß die in Core und Reflektor pro Spaltung absorbierte Energie nur etwa

$$(180)(1{,}60 \times 10^{-13}) = 2{,}88 \times 10^{-11}\ \text{Wsec}$$

beträgt. Einer in Core und Reflektor anfallenden Leistung von 12 MW entsprechen also $(12 \times 10^6)/2{,}88 \times 10^{-11}$ =

$$\underline{4{,}17 \times 10^{17}\ \text{Spaltungen/sec}}$$

Pro Spaltung werden 2,5 Neutronen der schnellen Gruppe frei. Also entstehen pro Sekunde $(2{,}5)(4{,}17 \times 10^{17}) = 1{,}04 \times 10^{18}$ schnelle Neutronen. Bezogen auf das Volumen des Cores ergibt sich eine mittlere Volumenquelle von

$(1{,}04 \times 10^{18})/(11{,}47 \times 10^{6})$ =

$\underline{9{,}08 \times 10^{10}\ n/cm^3 sec.}$

Die entstehende Gamma-Strahlung setzt sich aus drei Anteilen zusammen:

a) die bei der Spaltung emittierten Gammas,

b) die bei Neutroneneinfang emittierten Einfang-Gammas und

c) die Gamma-Strahlung der Spaltprodukte.

Die Gammas der Kategorien a) und c) lassen sich bei Verwendung der folgenden, dem "Rockwell" entnommenen Tabellen leicht bestimmen:

Tabelle 1 :

Gammas/Spaltung in den verschiedenen Energieintervallen

Energie(MeV)	Gammas/Spaltung im Energieintervall
0 - 2	6,12
2 - 4	0,814
4 - 6	0,096
über 6	0,008

Tabelle 2 :

Aktivität der Spaltprodukte während des Betriebes nach unendlich langem Betrieb

Energie(MeV)	(Gammas/sec)/Watt Reaktorleistung
0 - 2	$2{,}349 \times 10^{11}$
2 - 4	$1{,}356 \times 10^{10}$

Speziell für den FR 2 ergeben sich daraus folgende Werte für die mittlere Volumenquellstärke (bezogen auf das Volumen des Cores) der Spaltungs- und Spaltprodukt-Gammas

Tabelle 3 :

Spaltungs- und Spaltprodukt-Gammaquellen beim FR 2

Energie(MeV)	A'(Gammas/cm^3sec)
0 - 2	$4{,}68 \times 10^{11}$
2 - 4	$4{,}38 \times 10^{10}$
4 - 6	$3{,}49 \times 10^{9}$
über 6	$2{,}9 \times 10^{8}$

Nun müssen wir noch die im Uran und im Aluminium entstehenden Einfang-Gammas ausrechnen. Nach STEPHENSON kann man pro Einfang in Uran 2 im Energiebereich von 0 - 2 MeV und ein im Energiebereich von 2 - 4 MeV emittierte Gammaquanten annehmen. Die Gesamtzahl der Neutroneneinfänge im Uran ist gleich der Zahl der Spaltungen multipliziert mit dem Faktor σ_c/σ_f. Dieser Faktor beträgt für nat.Uran ungefähr 0,9. Damit werden also durch Einfang im Uran $7{,}5\times10^{17}$ Gammas/sec im 0 - 2 MeV-Bereich und $3{,}75\times10^{17}$ Gammas/sec im 2 - 4 MeV-Bereich erzeugt. Der mittlere Fluß im Uran beträgt

$$\bar{\phi}_U = (\text{Zahl der Spaltungen})/\Sigma_f V_U = 7{,}17\times10^{12}\ \text{n/cm}^2\text{sec}$$

Die Zahl der Neutroneneinfänge im Al der Brennelemente ist ungefähr

$$1{,}2\ \bar{\phi}_U\ \Sigma_{aAl} V_{Al} = 1{,}17\times10^{16}\ \text{Einfänge/sec}$$

Da die Einfang-Gammas aus dem Al sowieso keinen sehr wesentlichen Beitrag zur gesamten Gamma-Intensität liefern, können wir den Einfang im Al der Experimentierkanäle grob dadurch berücksichtigen, daß wir die angegebenen Werte mit dem Faktor 3 multiplizieren: Gesamter Neutroneneinfang im Al: $3{,}51\times10^{16}$ Einfang/sec. Mit Hilfe der Tabelle 3.6 im "Rockwell" auf S. 42 finden wir folgende Werte für die mittlere Produktion von Capture-Gammas im Aluminium, bezogen auf das Volumen des Cores:

Tabelle 4 :

Produktion von Einfang-Gammas im FR 2:

Energie (MeV)	Einfang-Gammas im U (Gammas/cm³ sec)	Einfang-Gammas im Al (Gammas/cm³ sec)	Gesamte Einfang-Gammas
0 - 2	$6{,}54\times10^{10}$	$2{,}14\times10^{8}$	$6{,}56\times10^{10}$
2 - 4	$3{,}27\times10^{10}$	$1{,}38\times10^{9}$	$3{,}41\times10^{10}$
4 - 6		$1{,}44\times10^{9}$	$1{,}44\times10^{9}$
über 6		$1{,}41\times10^{9}$	$1{,}41\times10^{9}$

Aus den Tabellen 3 und 4 erhalten wir schließlich folgende Werte für die mittlere Gammaerzeugung pro Volumeneinheit im Core:

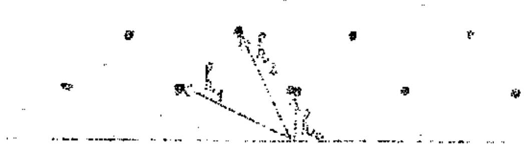
Tabelle 5 :

Gesamte Gamma-Produktion im Core:

Energie (MeV)	A (Gammas/cm^{3}sec)
0 - 2	$5,34 \times 10^{11}$
2 - 4	$7,79 \times 10^{10}$
4 - 6	$4,93 \times 10^{9}$
über 6	$1,70 \times 10^{9}$

Die Verteilung der Gamma-Quellen im Core ist nun keinesfalls gleichförmig, sondern erstens dem Verlauf des thermischen Flusses im Core proportional und zweitens auf die Gebiete im Core beschränkt, in denen sich Uran befindet. Eine genaue Berechnung des Gammaflusses außerhalb des Cores ist infolgedessen sehr umständlich und man ist bestrebt, zumindest das Core materialmäßig zu homogenisieren; dann brauchte man nur noch der Anisotropie der Quellverteilung Rechnung zu tragen, die durch den Verlauf des Neutronenflusses bedingt ist.

Wir wollen daher zunächst an einem vereinfachten Beispiel sehen, in welcher Richtung sich der durch die Homogenisierung bewirkte Fehler bemerkbar macht. Dazu betrachten wir eine heterogene Anordnung von 5 Brennstoffelementen, wie sie der beigefügten Skizze zu entnehmen ist. Die Brennstoffelemente sollen durch Linienquellen beschrieben werden, wobei die Quellstärke auf 1 normiert wird. Die durch die endliche Ausdehnung der Brennstoffelemente bedingte Selbstabsorption im Uran wird dadurch berücksichtigt, daß wir als effektive Quellstärke den Selbstabsorptionsfaktor $f_2(\mu D)$ einsetzen.



Bei den Verhältnissen, wie sie am Rande des Cores vorliegen, ist $h_o = 10$ cm und $h_1 = h_2 = 22$ cm. Wir können die Linienquellen als unendlich lang betrachten, wenn wir unseren Aufpunkt in der horizontalen Mittelebene des Cores wählen und erhalten dann mit $\mu = \mu_{D_2O}$ für den Fluß ϕ bei Vernachlässigung des Build-Up im Aufpunkt den Wert

$$\phi = \left\{ \frac{1}{2\pi h_o} \operatorname{seci}(\mu h_o) + \frac{2}{\pi h_1} \operatorname{seci}(\mu h_1) \right\} f_2(\mu_U D)$$

mit $\operatorname{seci}(x) = \int_0^{\pi/2} \exp(-x \sec\vartheta)\, d\vartheta$.

Wir erhalten

E (MeV)	μx10^2	μ_U	$f(\mu_U D)$	ϕ
1	7,0	1,48	0,48	6,34x10^{-3}
3	3,9	0,82	0,62	1,49x10^{-2}
5	3,2	0,84	0,61	1,74x10^{-2}
7	2,6	0,92	0,60	1,91x10^{-2}

Nun wollen wir das Ganze homogenisieren und dann den Fluß berechnen. Zu jedem Stab gehört ein Zellenvolumen der Größe 283,4 h cm^3, wobei h die Länge des Stabes ist. Wenn der Stab eine Linienquelle der Quellstärke 1 cm^{-1} entspricht, so erhalten wir nach der Homogenisierung eine Volumenquellstärke von S_v = 1/283,4 = 3,53x10^{-3} cm^{-3}. Weiter müssen wir bei der Homogenisierung einen mittleren Absorptionskoeffizienten $\bar{\mu}$ ausrechnen, der durch $(V_{D_2O}\,\mu_{D_2O} + V_U \mu_U)/V_{ges}$ definiert wird. Da wir auch oben nur fünf Brennstoffelemente betrachtet haben, müssen wir uns jetzt auf den Beitrag beschränken, den eine Säule mit halbkreisförmigem Querschnitt liefert, deren Volumen gleich dem der 5 Zellen ist. Man erhält für den Radius R der Säule ca 30 cm. Infolge der endlichen Ausdehnung der Säule tritt zu dem Wert des Flusses an der Oberfläche, $\phi = S_v/2$ noch ein Faktor, der ungefähr gleich $(1 - e^{-\bar{\mu}R})$ ist. Wir erhalten damit

E	$\bar{\mu}$x10^2	$1-e^{-\bar{\mu}R}$	$S_v/2\bar{\mu}$	ϕ
1	10,4	0,95	1,64x10^{-2}	1,55x10^{-2}
3	5,8	0,83	3,04x10^{-2}	2,52x10^{-2}
5	5,2	0,80	3,38x10^{-2}	2,70x10^{-2}
7	4,8	0,76	3,68x10^{-2}	2,80x10^{-2}

Durch Vergleich mit der vorigen Tabelle erkennt man, daß die durch die Homogenisierung erhaltenen Werte alle merklich über den Werten der exakteren Rechnung liegen, so daß die Anwendung der Homogenisierung auf jeden Fall zu einer Abschätzung führt, die auf der sicheren Seite liegt. Der zu erwartende Unterschied der beiden Methoden dürfte einen Faktor 2 kaum überschreiten, und da die durch einen Faktor 2 bedingte Verstärkung der Abschirmung kaum ins Gewicht fällt, wollen wir von jetzt ab konsequent mit einer Homogenisierung rechnen.

Bisher haben wir noch nicht den Verlauf des Neutronenflusses im Core berücksichtigt, sondern so getan, als ob der Neutronenfluß im Core konstant wäre. Nun brauchen wir, da ja nur die Schichten innerhalb einiger Relaxa-

- 27 -

tionslängen vom Core-Rand zum Fluß am Core-Rand merklich beitragen, nur den Flußverlauf in der Umgebung des Randes zu kennen. Wir wollen also den Fluß in der r- und z-Richtung am Rande des Cores nach r und z entwickeln und dabei nach den linearen Gliedern abbrechen. Wenn wir uns auf die Betrachtung der Werte in der Umgebung der "Äquatorialebene" des Reaktors beschränken, d.h. im Maximum von $\cos B_z z$, so fällt in der Entwicklung das in z lineare Glied weg und wir erhalten eine Entwicklung in der Form $\phi(a+x) = \phi(a) + \phi'(a)x$, wobei a der Core-Radius sei. Der Einfachheit halber betrachten wir nun das Ganze als ebenes Problem und setzen konsequenterweise auch

$$\phi(a) = \phi_o \cos(\frac{a}{a+h} \frac{\pi}{2}) \; ; \quad \phi'(a) = -\phi_o(\frac{a}{a+h} \frac{\pi}{2}) \sin(\frac{a}{a+h} \frac{\pi}{2})$$

(h = Reflektorersparnis) und erhalten unter der Annahme $\phi_o/\bar{\phi} = 2,35$ (Loop durch Core-Medium ersetzt; genauere Werte würden von der Beladung des Loops abhängen - dann würde aber auch keine einfache cos-Beziehung für den Fluß mehr bestehen) und nach Einsetzen der Werte a = 130 cm, h = 25 cm

$$(35) \qquad \phi(a+x) = \bar{\phi}\cdot(0,646 - 2,2\cdot10^{-2}x)$$

Ist also A die gemittelte Volumenquelldichte der Gammas bzw. der schnellen Neutronen, so gilt

$$(36) \qquad S_v(a+x) = A(0,646 - 2,2\cdot10^{-2}x)$$

§ 3 Die Abschirmung der Core-Gammas

Mit den Werten der Tabelle 5 erhalten wir aus den Gleichungen (21), (23) und (35) für die Photonenflüsse am Rande des Cores folgende Werte

Tabelle 6 :

Gamma-Flüsse am Rande des Cores

Energie (MeV)	I(a) (Gammas/cm^{2}sec)
0 - 2	$1,93\times10^{12}$
2 - 4	$5,60\times10^{11}$
4 - 6	$4,06\times10^{10}$
über 6	$1,55\times10^{10}$

Wir haben bisher noch keinen Build-Up berücksichtigt; das ist aber ganz korrekt, denn der Build-Up soll erst am Schluß der gesamten Rechnung eingeführt werden. Andernfalls erhielte man im Verlauf der Rechnung Produkte von Build-Up-Faktoren, und solche Produkte ergeben meistens zu konservative Werte. Man beachte also, daß alle hier angegebenen Flüsse First-Collision-Flüsse sind.

Wir wollen nun I(a) als Wert für die äquivalente Flächenquellstärke verwenden und gemäß Gl.(30) die weitere Schwächung des ungestreuten Gammaflusses berechnen. Dieses Vorgehen ist insofern nicht korrekt, als der Fluß an der Core-Oberfläche aus zwei Anteilen verschiedener Richtungsverteilung besteht: Der konstante Term in Gl.(36) liefert eine cos-Verteilung der Emission der äquivalenten Oberflächenquellen, während der zu x proportionale Term eine $\cos^2$-Verteilung ergibt. Wir rechnen jedoch so, als ob die gesamten Oberflächenquellen cosinusförmig emittieren. Der Unterschied der beiden Richtungsverteilungen drückt sich aber im Resultat nur dadurch aus, daß im einen Fall die E_2-Funktion und im anderen Fall die E_3-Funktion (für die $\cos^2$-Verteilung) verwendet werden muß. Nun sind die beiden Funktionen aber fast gleich; wir machen also nur einen sehr kleinen Fehler, wenn wir annehmen, daß die gesamte von der Oberfläche des Cores emittierte Strahlung cos-Verteilung zeigt, und wir liegen zudem noch auf der sicheren Seite, da die E_2-Funktion für alle Werte des Arguments höher liegt als die E_3-Funktion.

Aus der Abbildung 2.5.3 auf Seite 27 und der Abbildung 2.6.5 auf Seite 37 des Price können wir die folgenden Werte für die Wirkungsquerschnitte entnehmen:

Substanz	Energie			
	1 MeV	3 MeV	5 MeV	7 MeV
D_2O	0,070 (cm^{-1})	0,039	0,032	0,026
Fe	0,455	0,284	0,252	0,234
Pb	0,825	0,455	0,478	0,535
Beton	0,182	0,111	0,093	0,091

Tabelle 7 :

Werte der First-Collision-Flüsse hinter den verschiedenen Schichten des thermischen und des biologischen Schirmes :

Energie	25cmD_2O	+ 1,6 cm Fe	+ 6 cm Pb	+ 21,5 cm Fe	+ 180 cm Beton
0 - 2	$1,00x10^{11}$	$4,25x10^{10}$	$1,39x10^{8}$	$3,47x10^{3}$	$(2,12x10^{-10})$
2 - 4	$8,40x10^{10}$	$4,59x10^{10}$	$1,57x10^{9}$	$1,68x10^{6}$	$1,62x10^{-2}$
4 - 6	$8,12x10^{9}$	$4,87x10^{9}$	$1,26x10^{8}$	$2,76x10^{5}$	$6,90x10^{-3}$
über 6	$3,88x10^{9}$	$2,33x10^{9}$	$3,88x10^{7}$	$1,41x10^{5}$	$4,19x10^{-3}$

Bevor wir nun die Dosisleistung an der Oberfläche des biologischen Schirms berechnen, müssen wir noch den Dosis-Build-Up-Faktor für den Schirm ermitteln. Da der Beton sowieso den größten Teil der gesamten Abschirmung ausmacht und infolgedessen der bereits im thermischen Schirm getreute Anteil nur wenig beiträgt im Vergleich zu dem im Beton gestreuten Anteil, so können wir so rechnen, als ob die gesamte Schild-Dicke (in Relaxationslängen) durch Beton erreicht wurde. Der Build-Up Faktor für eine isotrope Flächenquelle läßt sich sehr einfach aus dem einer isotropen Punktquelle, Gl.(10), berechnen: Er ist

$$B_F = \frac{A_1 E_1([1 + \alpha_1]\mu d) + (1-A_1)E_1([1 + \alpha_2]\mu d)}{E_1(\mu d)} \quad ; \; d = \sum_{i=1}^{n} d_i$$

Der Build-Up Faktor für eine Flächenquelle mit cos-Verteilung ist nicht bekannt: dazu müßte man den B.U. der entsprechenden Punktquelle kennen. Wir können aber annehmen, daß sich die beiden nicht sehr wesentlich unterscheiden. Weiter verwenden wir hier den Dosis-Build-Up für Beton der Dichte 2,3 g/cm^3, wie er im "Rockwell" auf Seite 423 tabelliert ist; damit liegen wir jedenfalls auf der sicheren Seite. Dann beträgt der B.U. der Flächenquelle 33 für 3 MeV, 16,5 für 5 MeV und 13,8 für 7 MeV. Zum Vergleich sei noch der B.U. für eine isotrope Punktquelle von 3 MeV für gleiches μd angegeben (μd = 30,2): Er beträgt 32! Es besteht also praktisch kein Unterschied zwischen dem B.U. einer isotropen Flächenquelle und dem einer isotropen Punktquelle.

Nun können wir unter Verwendung der Gleichung (7) und der Abb. 2.1, S. 19 im "Rockwell", die Dosisleistung an der Oberfläche des biologischen Schirms ausrechnen: Wir erhalten:

Anteil der Core-Gammas an der Dosis = $3,5x10^{-6}$ r/h

d.h. ca. 1/2000 der Toleranzdosisleistung von $7,5x10^{-3}$ r/h.

§ 4 Die Abschirmung der schnellen Neutronen.

Wir rechnen mit einem mittleren Removal-Querschnitt im Core von

$$\Sigma_{core} = N_U \sigma_U + N_{Al} \sigma_{Al} + N_{D_2O} \sigma_{D_2O} = 0{,}094 \text{ cm}^{-1}$$

und erhalten damit bei Benutzung der Gleichungen (21), (23) und (35) und des Wertes $A = 9{,}08 \times 10^{10}$ n/cm^{3}sec für den Spaltneutronenfluß an der Oberfläche des Cores den Wert

$$\phi_s(a) = 3{,}68 \times 10^{11} \text{ schnelle Neutronen/cm}^2\text{sec.}$$

Die weitere Berechnung erfolgt in der gleichen Weise wie bei der Gammastrahlung:

Tabelle 8 :

Schwächung des Spaltneutronenflusses in der Abschirmung

	25 cm D_2O	+1,5 cm Fe	+ 6 cm Pb	+ 21,5 cm Fe	+ 180 cm Beton
$\Sigma_{rem} \times 10^2$	9,19	16,73	11,65	16,73	10,50
ϕ_s	$1{,}21 \times 10^{10}$	$8{,}65 \times 10^9$	$3{,}50 \times 10^9$	$5{,}00 \times 10^7$	$9{,}20 \times 10^{-2}$

Nun wollen wir den Build-Up der mittelschnellen und thermischen Neutronen durch Abbremsung schneller Neutronen im Beton berechnen. Im Beton ist

$$\Sigma_{rem} = 10{,}5 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-1}, \quad L_m = 8{,}6 \text{ cm}, \quad \delta_m = \delta_{th} = 0{,}25 \text{ cm},$$

also

$$\Sigma_{am} = \delta_m / L_m^2 = 0{,}33 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-1}.$$

Damit wird

$$\Sigma_{rem} / \Sigma_{am} = 31{,}5, \qquad 1 - \Sigma_{rem}^2 L_m^2 = 0{,}185$$

folglich ist

$$q_m = 171$$

Ebenso ergibt sich mit $\Sigma_{ath} = 10{,}0 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$, $L_{th} = 4{,}05$ cm

$$q_{th} = 3{,}3 \times 10^{-2}$$

und damit

$$q_{th}\, q_m = 5{,}64$$

Für die Dosisfaktoren gilt $D_m/D_s = 1/20$, $D_{th}/D_s = 1/40$ ("Price", S. 10, Tabelle 1.5.2). Damit erhalten wir aus Gl. (18) den Wert

$$B_D = 9{,}7 \approx 10$$

Nun entsprechen ca. 50 schnelle Neutronen/cm^{2}sec einer Dosisleistung von $7{,}5 \times 10^{-3}$ r/h. Selbst an der schwächsten Stelle des biologischen Schirms ist also der Beitrag der Neutronen zur Dosisleistung nur etwa 1/50 dieses maximal zulässigen Wertes. Immerhin sehen wir, daß der Beitrag der Neutronen etwa 40 mal höher liegt als der der Gammas. Bei unserem Reaktor ist für Abschirmbetrachtungen also die Intensität der schnellen Neutronen der limitierende Faktor.

§ 5 Abschätzung der Einfang-Gammas

Zum Schluß wollen wir an Hand der Gleichung (25) den Beitrag der Einfang-Gammas abschätzen. Dabei können wir wegen der Dicke der Abschirmung alle Glieder bis auf das logarithmische vernachlässigen. Es wird also

$$I(0) = \phi_{th}(0)\ \Sigma_{ath}/2\,\Sigma_{rem} \ln\left(\left[\Sigma_{rem} + \mu\right]/\mu\right)$$

Wir wollen annehmen, daß die Einfang-Gammas eine Energie von 7 MeV besitzen; dann ist $\mu = 0{,}091\,\alpha$ und wir erhalten $I(0) = 0{,}19$ Gammas/cm^{2}sec, entsprechend einer Dosisleistung von $2{,}6 \times 10^{-6}$ r/h. Dieser Wert ist also vergleichbar mit dem durch die Core-Gammas bedingten Wert von $3{,}5 \times 10^{-6}$ r/h.

Anhang

Diskussion der Exponential-Integrale $E_n(x) = \int\limits_1^{\infty} \frac{e^{-xt}}{t^n}\,dt$:

Da bei einigen in der ebenen Geometrie bisher behandelten Problemen die Exponential-Integrale eine Rolle spielten, wollen wir uns hier kurz mit den Eigenschaften dieser Funktionen vertraut machen.

Zunächst folgt aus der Definition sofort der Zusammenhang

$$(37) \qquad E_n(x) = \int\limits_x^{\infty} E_{n-1}(x')\,dx' \qquad n = 1;\ 3;\ \ldots$$

bzw.

$$(38) \qquad \frac{dE_n(x)}{dx} = -\frac{e^{-x}}{x}$$

Für $n = 1$ gilt speziell

$$(38') \qquad \frac{dE_1(x)}{dx} = -\frac{e^{-x}}{x}$$

Durch partielle Integration hinsichtlich t^{-n} erhält man für $n > 1$ die Rekursionsformel

$$(39) \quad E_n(x) = \int\limits_1^{\infty} \frac{e^{-xt}}{t^n}\,dt = \frac{e^{-x}}{(n-1)} - \frac{x}{(n-1)} \int\limits_1^{\infty} \frac{e^{-xt}}{t^{n-1}}\,dt = \frac{1}{(n-1)} \left\{ e^{-x} - xE_{n-1}(x) \right\}$$

Wiederholte Anwendung dieser Rekursionsformel liefert

$$(40) \qquad E_n(x) = \frac{1}{(n-1)!} \left\{ P_n(x)e^{-x} + (-x)^{n-1}E_1(x) \right\}$$

mit

$$P_n(x) = \sum_{m=0}^{n-2} (n-m-2)!\,(-x)^m$$

Für große Werte von x erhält man durch partielle Integration nach $e^{-(x+n)t}$ folgende asymptotische Entwicklung:

$$(41) \quad E_n(x) = \int\limits_1^{\infty} e^{-(x+n)t}\left(\frac{e^{nt}}{t^n}\right)dt = \frac{e^{-x}}{(x+n)} \left\{ 1 + \frac{n}{(x+n)^2} + \frac{n(n-2x)}{(x+n)^4} + \ldots \right\}$$

Man kann bei der für Abschirmrechnungen geforderten Genauigkeit in den meisten Fällen bereits für $x > 1$ sich auf die ersten drei Glieder der asymptotischen Entwicklung beschränken und braucht im allgemeinen von

x 5 an überhaupt nur noch das erste Glied zu berücksichtigen.

Man kann nach Abspalten eines logarithmischen Terms für $E_1(x)$ eine in der gesamten komplexen Ebene konvergente Entwicklung finden, aus der sich mit Hilfe der Relation (40) entsprechende Entwicklungen für die höheren E_n-Funktionen ableiten lassen. Wir entwickeln die rechte Seite der Gleichung (38') in eine Laurent-Reihe um den Nullpunkt, integrieren unbestimmt und erhalten

$$(42) \quad E_1(x) + C = -\ln x + x - \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{x^3}{3 \cdot 3!} - \dots + \frac{x^n}{n \cdot n!} + \dots$$

C lässt sich aus

$$C = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n!} - E_1(1)$$

bestimmen, wenn man $E_1(1)$ kennt. $E_1(1)$ lässt sich durch numerische Integration leicht ermitteln: $E_1(1) = 0{,}219$ und damit $C = 0{,}577$.

Für die praktische Rechnung ist die Verwendung der Reihenentwicklung (42) nur für $x \leqslant 1$ zu empfehlen. Für größere x ist die asymptotische Entwicklung (41) wesentlich bequemer.

Meist braucht man für die bei Abschirmrechnungen notwendige Genauigkeit die genannten Relationen zur Berechnung der E_n-Funktionen gar nicht zu verwenden, sondern kann sich auf die Werte beschränken, die man den graphischen Darstellungen dieser Funktionen entnehmen kann. Kurven der verschiedenen E_n-Funktionen findet man im "Price" auf Seite 214 ff., im "Rockwell" auf Seite 372 ff. und im Reaktor-Handbuch, Physics, Seite 690 ff. Im Reaktor-Handbuch sind die E_n-Funktionen allerdings etwas anders definiert als hier, nämlich noch mit einem zusätzlichen Faktor $x^{-(n-1)}$.