

KFK-75:2

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

NOVEMBER 1961

KFK 75

INSTITUT FÜR NEUTRONENPHYSIK UND REAKORTECHNIK
MESSUNGEN AN UNTERKRITISCHEN D₂O-MODERIERTEN
REAKTORGITTERN

H. MEISTER

KERNREAKTOR
Bau- und Betriebs-Gesellschaft m. b. H.
Verwaltung der Zentralbibliothek



KERNREAKTOR
BILDBÜCHER-VERLAGS-UND
DRUCKEREI

Messungen an unterkritischen D₂O-moderierten Reaktorgittern

Von **H. MEISTER**

(Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik, Kernforschungszentrum Karlsruhe)

Mit 19 Textabbildungen

(Eingegangen am 20. Juni 1961)

KERNREAKTOR
Bau- und Betri.-Gesellschaft m. b. H.
Verwaltung der Zentralbücherei

Zusammenfassung. In einem Exponentialexperiment wurden die Multiplikationskenngrößen verschiedener schwerwassermoderierter Reaktorgitter gemessen. Die untersuchten Gitter bestanden aus einer quadratischen Anordnung von zylindrischen Natururanstäben (32 mm Durchmesser) mit 1 mm dickem Aluminium-Can (Brennstäbe des Forschungsreaktors FR 2); der Gitterabstand d wurde im Bereich von 10,8 bis 24,0 cm variiert.

Durch Ausmessen der makroskopischen Flußverteilung innerhalb eines Tanks von 136 cm Durchmesser mit Hilfe eines BF_3 -Zählrohres wurde der materielle Formfaktor („material buckling“) B_m^2 bestimmt. Unsere Meßwerte stehen in guter Übereinstimmung mit Messungen von COHEN [1] an ähnlichen Gittern. Durch Messung der Mikroverteilung des thermischen Flusses innerhalb einer Gitterzelle mit kleinen Mn-Sonden wurde das Verhältnis der Flußmittelwerte $\bar{\varphi}_M/\bar{\varphi}_U$ in Moderator und Brennstoff und damit die thermische Ausnutzung f sowie die effektive Diffusionslänge L ermittelt. Das gefundene Verhältnis $\bar{\varphi}_M/\bar{\varphi}_U$ liegt etwa 2 bis 3% höher als der entsprechende Wert von COHEN [1], [2]. Aus den Größen B_m^2 , L^2 und dem Fermi-Alter τ wurde schließlich der Multiplikationsfaktor k_∞ berechnet und nach einem von MUMMERY [3] angegebenen Extrapolationsverfahren der Wert $\eta = 1,307 \pm 0,015$ gefunden.

1. Meßmethode

Die Bestimmung der Multiplikationsparameter in einem Exponentialexperiment beruht auf der Untersuchung der räumlichen Neutronenflußverteilung, die von einer stationären Neutronenquelle innerhalb einer unterkritischen Reaktorordnung angeregt wird. Die Meßmethode wurde bereits in früheren Arbeiten [1], [3], [4] eingehend erörtert, so daß wir uns auf eine kurze Zusammenfassung beschränken können.

Im Falle eines regelmäßig aufgebauten heterogenen Reaktorgitters läßt sich die Ortsabhängigkeit des Neutronenflusses Φ in einer gewissen Entfernung von Randgebieten und Störstellen näherungsweise durch den Wigner-Seitzschen Homogenisierungsansatz [5]

$$\Phi = \Phi(\vec{r}) \cdot \varphi(\vec{\varrho}) \quad (1)$$

darstellen. Hierbei beschreibt die gitterperiodische Mikroverteilung $\varphi(\vec{\varrho})$ ($\vec{\varrho}$ = Zellenkoordinate) die lokale Flußabsenkung innerhalb einer Gitterzelle, während der makroskopische Flußverlauf $\Phi(\vec{r})$ im quellfreien Gebiet bei Abwesenheit von Reflektoren und Störstellen der Gleichung

$$\Delta \Phi(\vec{r}) + B_m^2 \Phi(\vec{r}) = 0 \quad (2)$$

genügt. Die Größe B_m^2 , der sog. materielle Formfaktor („material buckling“), ist somit ein Maß für die kritische Größe des Reaktorgitters und kann im Rahmen der modifizierten Eingruppentheorie aus den effektiven Gitterparametern k_∞ , L^2 und τ berechnet werden:

$$B_m^2 = \frac{k_\infty - 1}{L^2 + \tau} \quad (3)$$

(Multiplikationsfaktor $k_\infty = \eta \epsilon p f$, L^2 = Quadrat der effektiven Diffusionslänge, τ = Fermi-Alter der Spaltneutronen). Eine genauere Untersuchung unter-

kritischer Systeme erfordert jedoch eine Behandlung nach der Zweigruppentheorie [6], welche statt Gl. (3) die Beziehung

$$k_\infty = (1 + L^2 B_m^2)(1 + \tau B_m^2) \quad (4)$$

liefert.

Für einen zylindrischen Tank von effektivem Radius R_{eff} erhält man unter der Randbedingung $\Phi(R_{\text{eff}}, z) = 0$ als rotationssymmetrische Lösung der Gl. (2)

$$\Phi(r, z) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k J_0(\mu_k r) \sinh \gamma_k(z_0 - z) \quad (\mu_k^2 > B_m^2), \quad (5)$$

wobei $\mu_k = x_k/R_{\text{eff}}$, x_k = k -te Nullstelle von $J_0(x)$, $x_0 = 2,405$ und $\gamma_k^2 = \mu_k^2 - B_m^2$ ist. In einem Gebiet, in dem die höheren Radialharmonischen der Flußverteilung Gl. (5) bereits hinreichend abgefallen sind, ist dann

$$\Phi(r, z) = A J_0(\mu r) \cdot \sinh \gamma(z_0 - z), \quad (6)$$

wobei wir wie im folgenden $\mu_0 = \mu$ und $\gamma_0 = \gamma$ gesetzt haben. Bestimmt man demnach die Relaxationslänge $1/\gamma$ des axialen Flußverlaufes sowie den Parameter μ durch Messung der radialen Flußverteilung an homologen Zellenpunkten, so erhält man unmittelbar den Formfaktor

$$B_m^2 = \mu^2 - \gamma^2 \quad (7)$$

und hieraus bei Kenntnis der Größen L^2 und τ nach Gl. (4) den Multiplikationsfaktor k_∞ .

2. Versuchsanlage¹

Der wesentliche Teil unseres Versuchsaufbaus (Abb. 1) ist ein zylindrischer Tank aus Reinaluminium (136 cm Durchmesser, 0,5 cm Wandstärke, 295 cm

¹ Die detaillierte Konstruktion der Anlage oblag Herrn Dipl.-Ing. SCHABEL, Herrn Dipl.-Ing. SEYD u. Mitarb., denen ich an dieser Stelle bestens danken möchte.

Höhe) zur Aufnahme der Brennelemente und des Schwerwassers. Dieser von der Plattform einer Stahlkonstruktion freihängend getragene Meßtank ist von oben mit einer Haubenkonstruktion luftdicht abgeschlossen und steht über Rohrleitungen in Verbindung mit einem D₂O-Vorratsbehälter. Unterhalb des Tanks befindet sich ein zylindrischer Graphitaufbau von 1 m Höhe zur Aufnahme der Neutronenquelle (1 Curie Radium + Beryllium-Quelle bzw. Tritiumtarget eines Beschleunigers). Zur Abschirmung der direkten Strahlung aus der Quelle ist die gesamte Anordnung mit einer Betonmauer von 2,50 m Höhe umgeben.

2.1. Meßtank

Damit sich in axialer Richtung ein exponentieller Flußabfall einstellt, muß der effektive Radius des Meßtanks nach Gl. (5) der Bedingung

$$R_{eff} < 2,405/B_m$$

genügen. Bei unserer Anordnung sollte diese Forderung für alle D₂O-modierten Naturangitter ($B_m^2 \leq 8,7 \text{ m}^{-2}$) [1] eingehalten werden, d.h. es sollte $R_{eff} < 81,6 \text{ cm}$ sein. Andererseits sollte im Hinblick auf die Meßgenauigkeit (Gültigkeit der Wigner-Seitz-Näherung Gl. (1), Einfluß der radialen Extrapolationslänge) der effektive Tankradius möglichst groß gewählt werden. Unter Berücksichtigung dieser Forderungen wurde schließlich ein Tankdurchmesser von 136 cm ($R_{eff} = 70,3 \text{ cm}$) vorgesehen, bei dem für die quadratische Gitteranordnung des FR 2 (Gitterabstand $d = 16,8 \text{ cm}$, Abb. 5) unter dem Gesichtspunkt der Flächengleichheit (Abschn. 3.3) ein bestmögliches Einpassen in den kreisförmigen Tankquerschnitt gegeben ist. Mit diesem Tankradius ist für alle Naturangitter die effektive Multiplikation $k_{eff} < 0,9$ und damit ein Kritischwerden der Anordnung mit Sicherheit ausgeschlossen.

Um eine Beeinflussung der Extrapolationslänge durch Rückstreuung thermischer Neutronen auszuschließen, wurde die Tankwand mit einer 8 mm starken Boralumkleidung umgeben. Außerdem besteht die Möglichkeit, durch Einschieben einer Boralplatte zwischen Tankboden und Graphitunterbau den Einfluß der spontanen Spaltung und anderer störender Neutronenquellen innerhalb des Gitters nach Abschnitt 3.2 durch eine Differenzmessung zu eliminieren.

2.2. Aufhängung der Brennelemente

Der Aufhängungsmechanismus für die Brennelemente (Abb. 2) wurde so ausgelegt, daß eine Veränderung der Gitterkonfiguration auf einfachste Weise ermöglicht wird.

Jedes Brennelement hängt mittels Kettengliedern aus Edelstahl (6 mm Durchmesser) an einem Aufhänger, der mit seiner Laufrolle auf der Kugelteilung eines balkenförmigen Brennelementträgers ruht. Jeder dieser 12 Brennelementträger läuft wiederum auf

Schienen, die auf der Plattform beiderseits der Tanköffnung angebracht sind, und kann mittels einer mechanischen Kupplung durch einen Spindeltrieb von außen verstellt werden. Die Verstellung der Brennelemente senkrecht hierzu auf der Kugelteilung

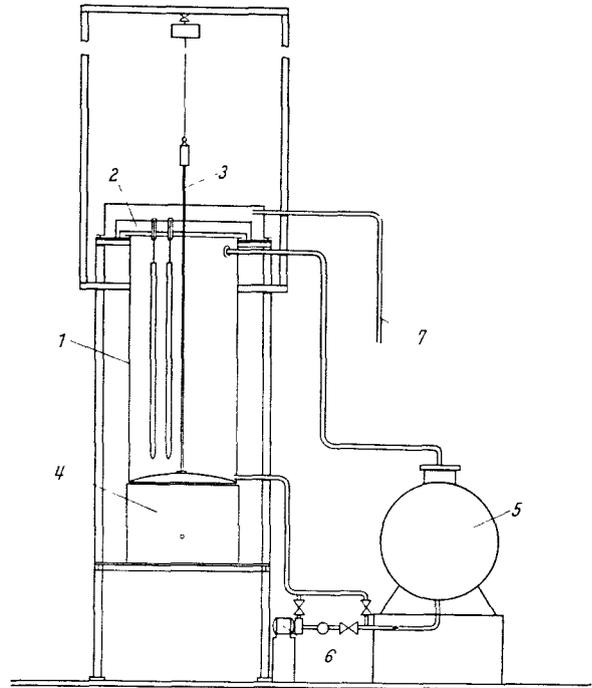


Abb. 1. Versuchsaufbau. 1 Meßtank, 2 Brennelement-Aufhängung, 3 Zählrohranordnung, 4 Graphitaufbau mit Neutronenquelle, 5 D₂O-Vorratsbehälter, 6 Pumpe, 7 Stickstoffzufuhr

kann in gewissen Stellungen des Brennelementträgers mit Hilfe von Schubstangen ebenfalls von außen erfolgen. Da die Laufrolle des Aufhängers jeweils

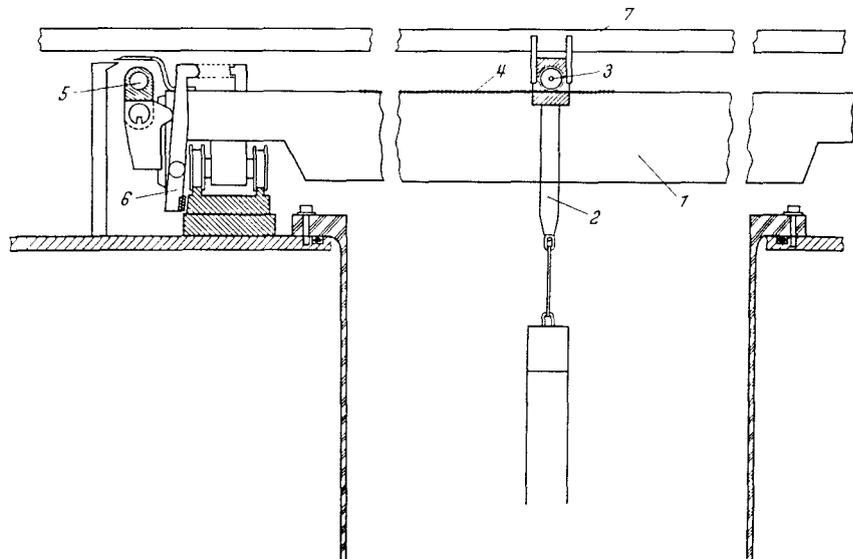


Abb. 2. Aufhängung der Brennelemente. 1 Brennelement-Träger, 2 Aufhänger, 3 Laufrolle, 4 Kugelteilung, 5 Antriebsspindel, 6 Arretierung, 7 Schubstange

zwischen zwei Kugeln der Teilung einrastet, ist somit eine diskontinuierliche Einstellung in Einheiten des Kugelabstandes von 6 mm bei einer Genauigkeit von $\pm 0,5 \text{ mm}$ gegeben. Durch diese Vorrichtung ist es möglich, die Gitterkonfiguration zu variieren, ohne die mit Plexiglasfenstern versehene Tankabdeckhaube zu öffnen.

Das Einführen der Brennelemente, die zuvor in einem Trockenofen mit Heißluft von $80^\circ C$ getrocknet wurden, erfolgt durch kleine Ladeöffnungen in der Haube. Andere Öffnungen dienen zur Durchführung von Zählrohr, Meßsonden, Füllhöhenmesser und dergleichen.

2.3. Schwerwassersystem

Um ein vollständiges Entleeren des Meßtanks während größerer Betriebspausen zu ermöglichen, wurde ein D_2O -System mit einem $5 m^3$ fassenden Vorratsbehälter vorgesehen. Alle Teile dieses D_2O -Systems (Rohrleitungen und Armaturen mit Ringjoint-Flanschen, Spaltrohrpumpe zum Einfüllen des Schwerwassers) wurden aus Korrosionsgründen in Edelstahl V4A ausgeführt. Auf einen besonderen Reinigungskreislauf wurde dagegen verzichtet.

Das Einfüllen des Schwerwassers in den Meßtank geschieht in der Regel kurz vor Beginn einer Messung, damit infolge von Durchmischung eine räumlich konstante D_2O -Temperatur gewährleistet wird. Zur Temperaturmessung dienen Thermoelemente in verschiedenen Höhen des Meßtanks. Die Einstellung der D_2O -Füllhöhe erfolgt mit Hilfe eines von der Tankhaube aus verstellbaren Fühlers mit einer Genauigkeit von $\pm 1 mm$. Das Volumen oberhalb des D_2O -Spiegels ist mit einer Schutzgasatmosphäre aus hochpro-

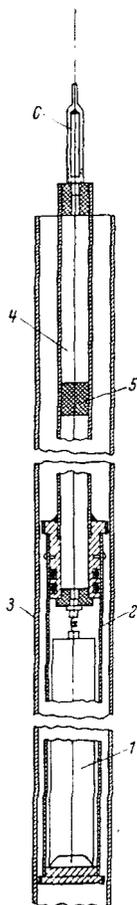


Abb. 3. Meßzählrohr. 1 BF_3 -Zählrohr, 2 Kapselung, 3 Führungsrohr, 4 Koaxialleiter, 5 Zentrierstücke, 6 Anschluß für Kathodenfolger

zentigem Flaschenstickstoff gefüllt, der nach Trocknung über Silicagel durch ein Reduzierventil zugeführt wird. Damit wird innerhalb des Tanks ständig ein Überdruck von 40 mm WS aufrechterhalten,

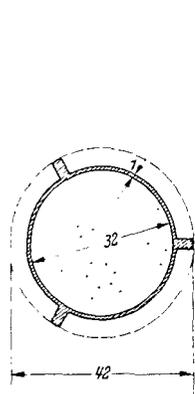


Abb. 4. Querschnitt eines FR 2-Brennstabes

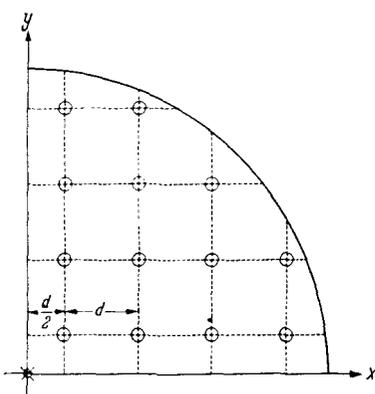


Abb. 5. Gitteraufbau ($d = 16,8 cm$). O Brennstäbe, x Meßposition

so daß eine Abreicherung des Schwerwassers durch Einbrüche von Luftfeuchtigkeit, z. B. beim Einführen der Brennelemente weitgehend vermieden wird.

Vor dem erstmaligen Einfüllen des Schwerwassers wurde nach gründlicher Reinigung das gesamte D_2O -System durch Durchblasen von heißem Stickstoff (etwa $100^\circ C$) getrocknet. Sodann wurden wiederholt kleine Mengen (etwa 10 Liter) in Teile der Apparatur ein-

gefüllt, nach etwa ein bis zwei Tagen abgelassen und die Abnahme der D_2O -Konzentration nach der Schwimmermethode gemessen¹. Auf diese Weise wurden nach der Stickstofftrocknung aus der Apparatur noch etwa 75 g H_2O entfernt, das an den Metalloberflächen adsorbiert war. Anschließend wurde die Gesamtmenge von 4,5 t D_2O in den Vorratsbehälter eingefüllt und durch monatliche Probeentnahme kontrolliert.

Die Eigenschaften des Schwerwassers:

Leitfähigkeit	$5,6 \pm 1,0 \mu S/cm$
pH-Wert	6,5 bis 6,8
Konzentration	$99,818 \pm 0,010 Mol. \% D_2O$

haben sich bisher in einem Zeitraum von 1,5 Jahren nicht meßbar verändert.

2.4. Zählrohr

Zur Messung der axialen Neutronenflußverteilung dient ein kleines mit B^{10} angereichertes BF_3 -Zählrohr (13 mm Durchmesser, 5 cm effektive Länge, Gasdruck $p = 400$ Torr; 20th Century, Type 5EB 40/13). Das Zählrohr ist mit einer dünnen Aluminiumkapsel umgeben (Abb. 3) und wird in einem auf der Tankachse zentrierten Tauchrohr von 16 mm Innendurchmesser und 1 mm Wandstärke geführt. Zur Vermeidung von Flußstörungen wurde der Kathodenfolger etwa 3 m vom Zählrohr entfernt außerhalb des D_2O angeordnet und mit dem Zählrohr durch ein Aluminiumrohr ($9 \times 1 mm$) verbunden, das als Außenmantel eines luftisolierten Koaxialleiters dient. Der Mittelleiter von 0,3 mm Durchmesser wurde in Abständen von 30 cm durch Plexiglasscheibchen zentriert. Nach gründlicher Trocknung und luftdichtem Verschluß hat sich diese Anordnung bei einer Betriebsspannung von 1350 V gut bewährt.

3. Messung von B_m^2

3.1. Gitteranordnungen

Insgesamt wurden neun verschiedene quadratische Gitteranordnungen (Stababstand $d = 10,8$ bis $24,0 cm$) unter Verwendung von Brennstäben des Karlsruher Forschungsreaktors FR 2 untersucht. Abb. 4 zeigt einen Querschnitt durch ein solches Brennelement, bestehend aus natürlichem Uranmetall der Dichte $18,85 g/cm^3$ (Stabradius $a = 16 mm$, aktive Länge = 216 cm). Das 1 mm dicke Aluminium-Can besitzt drei um 120° versetzte Fins zur Zentrierung des Stabes im Kühlwasser-Führungsrohr. Unsere Messungen wurden jedoch ohne dieses Führungsrohr durchgeführt.

Die betrachteten Gitteranordnungen sind in Tabelle 1 aufgeführt. Wie Abb. 5 für $d = 16,8 cm$ zeigt, wurden sämtliche Gitter so angeordnet, daß die auf der Tankachse zentrierte Zählrohanordnung von vier Brennelementen symmetrisch umgeben war. Da bei der Aufhängung der Stäbe zwischen ihrem aus Aluminium bestehenden unteren Ende und dem Tankboden ein gewisser Sicherheitsabstand eingehalten wurde, entstand unterhalb der Gitterzone ein D_2O -Reflektor von 20 cm Dicke. Der Schwerwasserspiegel fiel dagegen mit dem oberen Ende der Uranstäbe zusammen. Als Neutronenquelle für die folgenden

¹ Für die Durchführung der Konzentrationsbestimmungen am D_2O habe ich Herrn Dr. KUMMERER u. Mitarb. zu danken.

Tabelle 1. *Untersuchte Gitteranordnungen*
(*d* = Gitterabstand, *n* = Stabanzahl)

<i>d</i> [cm]	<i>V_M/V_V</i>	<i>n</i>	Brennelementanzahlen je Stabreihe eines Quadranten
10,8	13,34	112	6 + 6 + 5 + 5 + 4 + 2
12,0	16,74	88	5 + 5 + 5 + 4 + 3
13,2	20,50	80	5 + 5 + 4 + 4 + 2
14,4	24,62	68	5 + 4 + 4 + 3 + 1
15,6	29,09	52	4 + 4 + 3 + 2
16,8	33,93	52	4 + 4 + 3 + 2
16,8	33,93	44	4 + 3 + 3 + 2
18,0	39,12	44	4 + 3 + 3 + 2
21,6	56,85	32	3 + 3 + 2
24,0	70,46	24	3 + 2 + 1

Messungen diente eine 1 Curie-Radium-Beryllium-Quelle, die auf der Tankachse etwa 90 cm unterhalb der Gittergrenze im Graphitunterbau angeordnet wurde.

3.2. *Axiale Flußverteilung*

Abb. 6 zeigt den in Schritten von 10 cm mit dem BF₃-Zählrohr gemessenen axialen Flußabfall (*d* = 16,8 cm). Hierbei sind erhebliche Abweichungen vom Exponentialverlauf festzustellen, die grundsätzlich durch folgende Effekte verursacht werden können:

- a) Höhere Harmonische,
- b) Übergangsterm an der Grenzfläche Reflektor/Gitter,
- c) Abbremsung von Quellneutronen im Gitter,
- d) Erzeugung von Photoneutronen im Gitter,
- e) Seitliche Einstreuung schneller Quellneutronen in den Tank,
- f) Spontane Spaltung,
- g) Endeffekt am oberen Gitterende.

Die Effekte c) bis f) werden durch Einschieben einer Boralplatte zwischen Graphit und Tankboden, die als negative Flächenquelle thermischer Neutronen wirkt, nicht beeinflusst und können also durch eine Differenzmessung eliminiert werden.

Die so gewonnene Differenzkurve (Abb. 6) verläuft nunmehr im Bereich von *z* = 30 bis 100 cm exponentiell. (Der Ursprung der *z*-Skala liegt 10 cm oberhalb der unteren Gitterbegrenzung.) Die Abweichung für *z* < 30 cm ist im wesentlichen bedingt durch den an der Grenzfläche Gitter/Reflektor auftretenden zweigruppentheoretischen Übergangsterm *e*^{-*vz*}, der mit einer Relaxationslänge von 1/*v* = 8 cm abklingt. Der Beitrag der Oberwellen dagegen ist dort bereits kleiner als 0,5%.

Die für *z* > 100 cm bei Annäherung an die Spiegeloberfläche zunehmende Krümmung der Kurve ist in der Abweichung des tatsächlichen Flußverlaufs nach Gl. (6) (*z*₀ = effektive Spiegelhöhe)

$$\Phi(z) = C \sinh \gamma(z_0 - z) = C' e^{-\gamma z} (1 - e^{-2\gamma(z_0 - z)}) \quad (8)$$

von einer Exponentialfunktion begründet („Endeffekt“). Zur praktischen Bestimmung der Relaxationslänge 1/*γ* wurde daher der gemessene Fluß mit dem Korrekturfaktor 1/(1 - e^{-2 γ (*z*₀ - *z*)}) multipliziert:

$$\tilde{\Phi}(z) = \Phi(z)/(1 - e^{-2\gamma(z_0 - z)}) = \text{const } e^{-\gamma z}, \quad (8a)$$

wobei im Sinne eines Schrittverfahrens die Größe *γ* näherungsweise aus der unkorrigierten Kurve Gl. (8) entnommen wurde. Die in solcher Weise umgerechnete Kurve $\tilde{\Phi}(z)$ verläuft in Abb. 6 dementsprechend im

gesamten Bereich *z* > 30 cm exponentiell und gestattet eine einfache graphische Bestimmung der Größe 1/*γ* mit einer Genauigkeit von etwa ± 0,5%.

3.3. *Radialverteilung*

Für einen in Radialrichtung unreflektierten Tank ist der radiale Flußverlauf im Rahmen der Wigner-Seitz-Näherung Gl. (1) gegeben durch

$$\Phi = J_0(\mu r) \cdot \varphi(\vec{\rho}) \quad (\vec{\rho} = \text{Zellenkoordinate}). \quad (9)$$

Der Parameter *μ* kann dann nach Gl. (5) bei bekannter Extrapolationslänge ΔR aus dem geometrischen Tankradius *R*₀ berechnet werden:

$$\mu = 2,405/R_{\text{eff}}, \quad R_{\text{eff}} = R_0 + \Delta R. \quad (10)$$

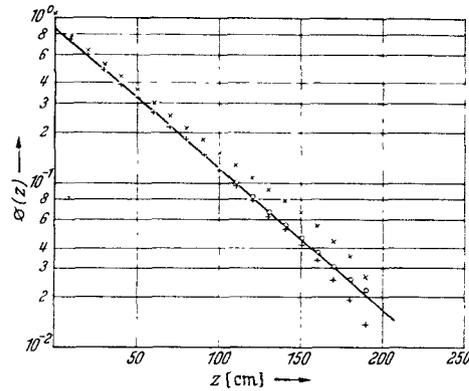


Abb. 6. Thermischer Neutronenfluß auf der Tankachse (Gitterabstand *d* = 16,8 cm, Stabanzahl *n* = 52), × Neutronenfluß ohne eingeschobene Boralplatte, + Neutronenfluß unter Abzug des mit Boralplättchen gemessenen Anteils, ○ korrigiert wegen Endeffekt nach Gl. (8a)

Der in verschiedenen Höhen und Richtungen gemessene Innendurchmesser unseres Meßtanks beträgt 136,07 ± 0,10 cm. Berücksichtigt man außerdem die Neutronenstreuung in der Tankwand (effektive Dicke *d*_{eff} = *d*_{Al} · *D*_{D₂O} / *D*_{Al} = 0,10 cm), so erhält man *R*₀ = 68,13 ± 0,07 cm.

Die Berechnung der effektiven Extrapolationslänge ΔR soll wegen der Energieabhängigkeit der Transportweglänge λ_{tr} des Schwerwassers nach einer Zweigruppentheorie erfolgen. Statt Gl. (6) erhält man dann als Ortsabhängigkeit des Neutronenflusses der schnellen bzw. thermischen Gruppe [4]

$$\left. \begin{aligned} \Phi_s(r, z) &= \{A J_0(\mu r) + B I_0(\nu r)\} \sinh \gamma(z_0 - z), \\ \Phi_t(r, z) &= \{A S_\mu J_0(\mu r) + \\ &\quad + B S_\nu I_0(\nu r)\} \sinh \gamma(z_0 - z) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

mit

$$S_\mu = \frac{D_s L^2}{D_t \tau} \frac{1}{1 + L^2 B_m^2}; \quad S_\nu = -\frac{D_s}{D_t} \frac{1}{1 + \tau B_m^2}$$

(*D*_s, *D*_t = Diffusionskonstanten von D₂O für beide Energiegruppen). Hierbei sind die Größen $\mu^2 - \gamma^2$ und $-\nu^2 - \gamma^2$ die beiden Wurzeln der kritischen Gl. (4).

Sind die Extrapolationslängen *l*_s und *l*_t des schnellen bzw. thermischen Neutronenflusses bekannt, so findet man unter der Randbedingung

$$\Phi_s(R_0 + l_s) = 0; \quad \Phi_t(R_0 + l_t) = 0$$

als Extrapolationslänge des asymptotischen Flußanteils *J*₀(*μr*)

$$\Delta R = \frac{l_s + g l_t}{1 + g}; \quad g = -\frac{S_\mu}{S_\nu} \left\{ 1 - \frac{I_1(\nu R)}{I_0(\nu R)} \nu (l_s - l_t) \right\}. \quad (12)$$

ΔR ist damit ein Mittelwert der Extrapolationslängen l_s und l_t und hängt nach Gl. (12) vom Verhältnis S_M des thermischen und schnellen Flusses und damit vom Gitterabstand d ab.

Unter Verwendung der Größen

$$l_s = 0,71 \cdot \lambda_s = 2,42 \text{ cm}, \quad l_t = 0,71 \cdot \lambda_t = 1,73 \text{ cm}$$

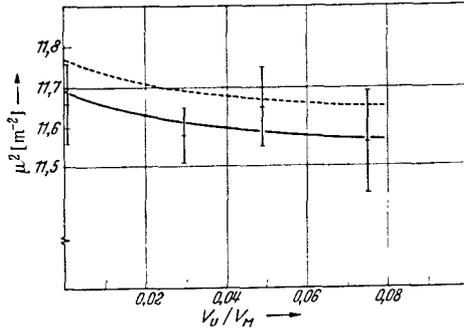


Abb. 7. Radialeigenwert μ^2 als Funktion des Volumenverhältnisses V_U/V_M . ----- Nach Gl. (12) berechnete Kurve; \pm Meßwerte; — Interpolationskurve

und der in Abschnitt 5 ermittelten Werte L^2 , τ und k_∞ wurde der Eigenwert μ^2 nach Gln. (10) und (12) berechnet und in Abb. 7 als Funktion des Verhältnisses

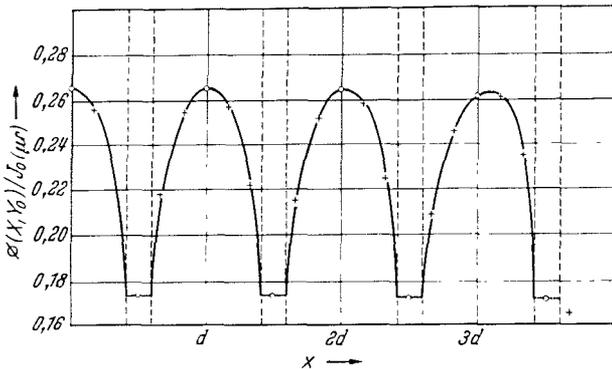


Abb. 8. Längs einer Stabreihe ($y_0 = d/2$) berechneter thermischer Flußverlauf $\Phi(x, y_0)$ nach STUMMEL [7], bezogen auf makroskopischen Flußverlauf $J_0(\mu r)$ ($d = 18,0 \text{ cm}$)

nisses V_U/V_M aufgetragen ($V_U = \text{Uranvolumen}$, $V_M = \text{Moderatorvolumen}$). Die Größe μ^2 variiert hiernach im Bereich von 11,65 bis 11,77 m^{-2} .

Tabelle 2. Vergleich der Eigenwerte der Multiplikationskonstanten k_{geo} nach der homogenen und heterogenen Theorie

d [cm]	R_{eff} [cm]	μ^2 [m^{-2}]	L^2 [cm^2]	τ [cm]	$(k_{\text{geo}})^{\text{hom}}$	$(k_{\text{geo}})^{\text{het}}$ *	$\frac{(k_{\text{geo}})^{\text{hom}} - (k_{\text{geo}})^{\text{het}}}{(k_{\text{geo}})^{\text{hom}} - 1}$
16,8	70,116	11,7634	178,3	110,8	1,36742	1,36742	0,00000
18,0	69,91	11,8328	205,8	110,3	1,40582	1,40838	0,00631
21,6	69,71	11,9008	302,9	109,3	1,53745	1,54003	0,00480
24,0	69,70	11,9042	380,1	108,9	1,64078	1,64392	0,00490

* Für $d = 16,8 \text{ cm}$ normierter Wert.

Die unter Zugrundelegung des Wigner-Seitz-Ansatzes berechneten μ^2 -Werte sind jedoch aus verschiedenen Gründen mit Unsicherheiten behaftet:

a) Durch Rückstreuung schneller Neutronen an der Umgebung kann die Extrapolationslänge l_s vergrößert werden. Hierüber kann nur eine Messung der radialen Flußverteilung Aufschluß geben.

b) Das Einpassen eines quadratischen Gitters in ein kreisförmiges Gebiet führt am Gitterrand zu Irregularitäten, die durch den Ansatz Gl. (9) nicht beschrieben werden können. Um diese Störungen klein zu halten, wurden bei gegebenem Tankdurchmesser nur solche Gitteranordnungen untersucht, die den Tankquerschnitt unter Vermeidung einer Reflektorzone möglichst gut ausfüllen, für die also die Bedingung der Flächengleichheit $nd^2 = \pi R_{\text{eff}}^2$ ($n = \text{Stabanzahl}$) annähernd erfüllt wird.

Um eine Abschätzung über den Einfluß der Randzone zu gewinnen, wurde für den Gitterabstand $d = 16,8 \text{ cm}$ neben der normalen Gitteranordnung mit $n = 52$ Stäben auch dasjenige Gitter untersucht, das aus diesem durch Herausziehen der acht äußersten Stäbe hervorgeht. Die durch die Fehleinpassung entstehende Reflektorzone äußert sich in einer deutlichen Abnahme der Relaxationslänge $1/\gamma$ um 1,2 cm, was einer Zunahme des Radialeigenwertes μ^2 um 0,20 m^{-2} entspricht (Tabelle 3).

c) Bei Anordnungen mit kleiner Stabanzahl n verliert der Wigner-Seitz-Ansatz Gl. (9) im gesamten Gitterbereich seine Gültigkeit, so daß die homogene Reaktorthorie in diesem Fall grundsätzlich nicht mehr gerechtfertigt ist. Daher wurden für unsere Gitteranordnungen mit weniger als 52 Stäben von STUMMEL [7] numerische Rechnungen nach einer heterogenen Zweigruppen-Diffusionstheorie durchgeführt und hier mit den Ergebnissen der homogenen Theorie verglichen.

Für eine Anordnung mit $n = 44$ Stäben ($d = 18,0 \text{ cm}$) zeigt beispielsweise Abb. 8 den längs einer Stabreihe ($y_0 = d/2$) berechneten thermischen Neutronenfluß $\Phi(x, y_0)$, bezogen auf den Verlauf $J_0(\mu r)$ des makroskopischen Flusses nach der homogenen Theorie ($x, y = \text{kartesische Koordinaten des Tankquerschnitts}$, Abb. 5). Die Größe $\Phi(x, y_0)/J_0(\mu r)$ gibt damit den Verlauf des Mikroflusses wieder, der bei Gültigkeit des Wigner-Seitz-Ansatzes Gl. (9) eine gitterperiodische Funktion sein sollte. Nach Abb. 8 tritt jedoch (insbesondere am Gitterrand) eine merkbare Verschiebung der Flußmaxima auf, während hingegen die Werte in den Brennelement- und Zwischen-gitterpositionen bis auf etwa 1% konstant bleiben. In diesen speziellen Positionen ist also, mit Ausnahme der randnächsten Punkte, auch im Rahmen einer heterogenen Theorie ein Flußverlauf nach $J_0(\mu r)$ zu verzeichnen (Analoges wurde von MEETZ [8] für ein Gitter mit rechteckiger Berandung bewiesen).

Weiterhin wurde von STUMMEL [7] der geometrische Eigenwert der Multiplikationskonstanten $(k_{\text{geo}})^{\text{het}}$ bestimmt und in Tabelle 2 mit dem für dieselbe Anordnung unter Verwendung der gleichen Wirkungsquerschnitte nach der homogenen Theorie berechneten Wert

$$(k_{\text{geo}})^{\text{hom}} = (1 + L^2 \mu^2)(1 + \tau \mu^2) \quad \mu^2 = \left(\frac{2,405}{R_{\text{eff}}} \right)^2$$

verglichen. Nach Tabelle 2 ist stets

$$\frac{(k_{\text{geo}})^{\text{hom}} - (k_{\text{geo}})^{\text{het}}}{(k_{\text{geo}})^{\text{hom}} - 1} \approx \frac{|A\mu^2|}{\mu^2} < 0,01,$$

so daß die homogene Theorie selbst im Falle unseres Gitters mit nur 24 Stäben noch eine recht gute Nähe-

rung für den Eigenwert k_{geo} bzw. μ^2 liefert. Unter Berücksichtigung aller Unsicherheiten können wir damit der berechneten Größe μ^2 einen Fehler von $\pm 0,20 \text{ m}^{-2}$ zuschreiben.

Wegen dieser Unsicherheiten wurde zusätzlich eine Messung der radialen Flußverteilung mit kleinen Dy₂O₃-Sonden vorgenommen. Die Messung erfolgte 80 cm oberhalb der unteren Gitterbegrenzung, wo eine Störung durch Oberwellen mit Sicherheit auszuschließen ist. Die Meßpunkte lagen in homologen Gitterpunkten, und zwar jeweils in der Mitte zwischen zwei Elementen einer Stabreihe. Wie oben gezeichnet wurde, ist dort — abgesehen von den randnächsten Punkten — auch nach einer heterogenen Theorie ein Flußverlauf nach $J_0(\mu r)$ zu erwarten.

Die wasserdicht gekapselten Dysprosiumsonden (20 mg/cm² Dy₂O₃, Sondenradius 1 cm) wurden in kleinen Reinaluminiumtellern gehalten, die mit Hilfe von 0,08 mm dicken Chromnickeldrähten mit einer Genauigkeit von $\pm 1 \text{ mm}$ frei im D₂O aufgehängt wurden. Nach einer etwa zehnstündigen Bestrahlung mit der Ra + Be-Quelle wurden die Sonden unter üblichen β -Glockenzählrohren ausgezählt. Wegen der geringen epithermischen Aktivierung des Dy konnte hierbei auf eine Cd-Differenzmessung verzichtet werden. Wie bei der Axialverteilung wurden jedoch Messungen mit und ohne eingeschobene Borplatte durchgeführt, um durch Differenzbildung den Effekt der spontanen Spaltneutronen zu eliminieren, deren Radialverteilung von $J_0(\mu r)$ abweicht.

Bei der Auswertung wurde die geringe Verzerrung des radialen Flußverlaufs durch die Neutronenabsorption in dem auf der Tankachse befindlichen Aluminiumrohr nach einer Eingruppen-Störungsrechnung berücksichtigt. Diese Störung war in den Meßpositionen kleiner als 1%. Die gemessene (gestörte) Flußverteilung

$$\Phi_g(r) = A \left\{ J_0(\mu r) + \frac{S}{4D_M} Y_0(\mu r) \right\}$$

(Absorptionsquerschnitt pro Längeneinheit $S = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$, Diffusionskonstante des Moderators $D_M = 0,83 \text{ cm}$) wurde hierbei durch Multiplikation mit einem entsprechenden Korrekturfaktor in die Verteilung

$$\Phi(r) = \Phi_g(r) \left\{ 1 + \frac{S}{4D_M} \frac{Y_0(\mu r)}{J_0(\mu r)} \right\}^{-1} = A J_0(\mu r)$$

umgerechnet, deren Parameter A und μ schließlich nach einem Iterationsverfahren [1] bestimmt wurden. Ausgehend von Näherungswerten A_0 und μ_0 wurden die Werte

$$\frac{\Phi(r)}{A_0 J_0(\mu_0 r)} = \left(1 + \frac{\delta A}{A_0} \right) \left\{ 1 - \frac{\delta \mu}{\mu_0} \frac{\mu_0 r J_1(\mu_0 r)}{J_0(\mu_0 r)} \right\} \quad (13)$$

in Abhängigkeit von $\mu_0 r J_1(\mu_0 r)/J_0(\mu_0 r)$ aufgetragen. Aus einer durch die Meßwerte hindurchgelegten Geraden entnimmt man dann unmittelbar die verbesserten Parameter $A = A_0 + \delta A$ und $\mu = \mu_0 + \delta \mu$. Wie Abb. 9 beispielsweise für einen Gitterabstand $d = 10,8 \text{ cm}$ zeigt, wird die gemessene Radialverteilung $\Phi(r)$ durch die Funktion $A J_0(\mu r)$ gut wiedergegeben.

Messungen dieser Art wurden für Gitterabstände $d = 10,8; 13,2$ und $16,8 \text{ cm}$ sowie für eine reine D₂O-Füllung durchgeführt. Die gefundenen Eigenwerte μ^2

sind in Abb. 7 eingetragen und liegen im Mittel um $0,08 \text{ m}^{-2}$ niedriger als die berechneten Werte, was einer Vergrößerung des effektiven Tankradius R_{eff} um $2,4 \text{ mm}$ entspricht. Diese Abweichungen liegen jedoch durchaus im Rahmen der Meßfehler ($\pm 0,09 \text{ m}^{-2}$); insbesondere erscheint die von der Theorie geforderte Abnahme von μ^2 mit dem Gitterabstand bestätigt.

Die unter der Annahme eines um $2,4 \text{ mm}$ vergrößerten Tankradius gerechnete theoretische Kurve

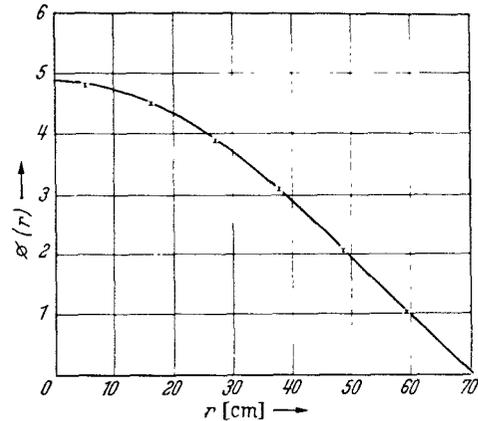


Abb. 9. Radiale Flußverteilung ($d = 10,8 \text{ cm}$). \pm Meßwerte; — nach Gl. (13) angepaßte Funktion $A J_0(\mu r)$

(Abb. 7) gibt die Abhängigkeit der Meßpunkte gut wieder und dient uns als Interpolationskurve für die folgende Bestimmung der Größe B_m^2 .

3.4. Ergebnisse

Aus der Relaxationslänge $1/\gamma$ und dem aus Abb. 7 entnommenen Radialeigenwert μ^2 wurde in Tabelle 3

Tabelle 3. Bestimmung des materiellen Formfaktors B_m^2

d [cm]	n	$1/\gamma$ [cm]	γ^2 [m ⁻²]	μ^2 [m ⁻²]	$(B_m^2)^\vartheta$ [m ⁻²]	ϑ [° C]	$(B_m^2)_{\vartheta_0 = 20^\circ \text{ C}}$ [m ⁻²]
10,8	112	48,0 ± 0,3	4,34 ± 0,05	11,57 ± 0,10	7,23 ± 0,11	21,9	7,25 ± 0,11
12,0	88	54,3 ± 0,3	3,38 ± 0,05	11,58	8,20	21,5	8,21 ± 0,11
13,2	80	56,5 ± 0,3	3,13 ± 0,04	11,59	8,46	21,5	8,47 ± 0,11
14,4	68	54,8 ± 0,3	3,33 ± 0,04	11,60	8,27	22,1	8,29 ± 0,11
15,6	52	52,6 ± 0,3	3,61 ± 0,04	11,60 ± 0,12	7,99 ± 0,13	22,1	8,01 ± 0,13
16,8	52	50,5 ± 0,3	3,92 ± 0,05	11,61 ± 0,12	7,69 ± 0,13	20,2	7,69 ± 0,13
16,8	44	49,3 ± 0,3	4,12 ± 0,05			22,4	
18,0	44	47,2 ± 0,25	4,49 ± 0,05	11,62 ± 0,15	7,13 ± 0,16	24,3	7,16 ± 0,16
21,6	32	40,7 ± 0,20	6,03 ± 0,06	11,63 ± 0,15	5,60 ± 0,16	23,6	5,62 ± 0,16
24,0	24	38,3 ± 0,20	6,82 ± 0,07	11,64 ± 0,20	4,82 ± 0,21	23,7	4,84 ± 0,21

der materielle Formfaktor $B_m^2 = \mu^2 - \gamma^2$ ermittelt. Da die Messungen bei etwas unterschiedlichen Moderator-temperaturen ($\vartheta = 20$ bis 24° C) stattfanden, wurden zur Umrechnung auf $\vartheta_0 = 20^\circ \text{ C}$ Temperaturkorrekturen angebracht. Diese Korrekturen sind jedoch kleiner als die übrigen Meßgenauigkeiten, so daß auf die Berechnung der Temperaturkoeffizienten $dB_m^2/d\vartheta$ hier nicht näher eingegangen werden soll.

Abb. 10 zeigt die gemessenen B_m^2 -Werte in Abhängigkeit vom Gitterabstand d . Unsere absolute Meßgenauigkeit liegt, je nach Gitterabstand, zwischen $0,10$ und $0,20 \text{ m}^{-2}$ und ist wesentlich durch die Unsicherheit im Radialeigenwert μ^2 bestimmt.

Ein direkter Vergleich unserer Messungen mit den Ergebnissen anderer Autoren wird dadurch erschwert, daß meist wesentlich andere Stabdimensionen unter-

sucht wurden. Ein gutes Kriterium ist jedoch der optimale B_m^2 -Wert, der nur wenig vom Stabradius abhängt [1]. Unser Optimalwert $B_m^2 = 8,5 \pm 0,1 \text{ m}^{-2}$ steht im Einklang mit den Werten von COHEN [1] ($B_m^2 = 8,5 \text{ m}^{-2}$) und PERSSON [4] ($B_m^2 = 8,6 \text{ m}^{-2}$, hexa-

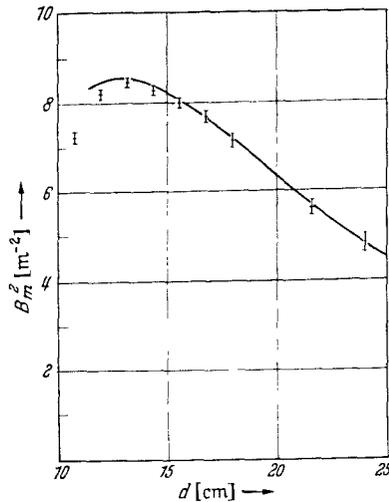


Abb. 10. Materieller Formfaktor B_m^2 in Abhängigkeit vom Gitterabstand d . \pm Meßwerte; — Messung von COHEN [1] (umgerechnet auf Stabradius $a = 1,6 \text{ cm}$)

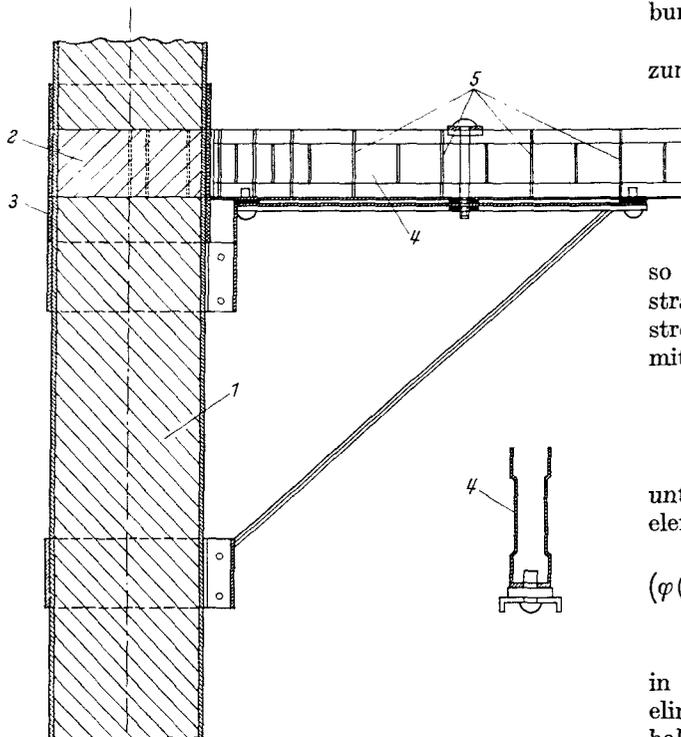


Abb. 11. Vorrichtung zur Messung der Zellenflußverteilung. 1 Brennelement, 2 Meßkanal mit Füllstücken und Meßfolien, 3 Dichtungsmanschette, 4 Folienhalter, 5 Meßfolien

gonales Gitter). Lediglich die Meßwerte von COHEN [1] konnten durch Interpolation auf unseren Stabradius umgerechnet werden; hierbei zeigt sich in Abb. 10 für $d > 12,0 \text{ cm}$ eine gute Übereinstimmung mit unseren Messungen.

4. Messung des Flußverlaufs innerhalb einer Gitterzelle

Die Feinstruktur $\varphi(\vartheta, r)$ des thermischen Neutronenflusses innerhalb einer Gitterzelle wurde für einige unserer Anordnungen (Stababstand) $d = 14,4$;

16,8 und 21,6 cm) mit Hilfe kleiner Mangansonden gemessen. Hierbei wurden die Gitter stets so aufgebaut, daß das Brennelement der betreffenden Zelle auf der Tankachse lag, damit wir uns unter Ausnutzung der Gittersymmetrie auf die Untersuchung eines Zellenoktanten beschränken konnten.

4.1. Meßvorrichtung

Zur Flußmessung innerhalb des Uranstabes wurde ein Brennelement in radialer Richtung mit einem durchgehenden Kanal von rechteckigem Querschnitt ($4 \times 16 \text{ mm}$) versehen, der mit genau passenden Uranfüllstücken von 4 bzw. 8 mm Dicke sowie an der Stelle des Cans mit entsprechenden Aluminiumstreifen ausgefüllt werden konnte. Zwischen diese Füllstücke wurden die rechteckigen Meßsonden ($3,9 \times 15,9 \text{ mm}$) aus 0,1 mm dickem Mangan-Nickelblech (90% Mn) angelegt. Das Ganze wurde zur Abdichtung mit einer Polyäthylen-Manschette von 0,5 mm Dicke umgeben. Die Flußmessung im Moderator erfolgte mit Sonden gleicher Abmessung, die in entsprechende Schlitze eines aus 0,5 mm dickem Reinaluminiumblech gebogenen Profils (Abb. 11) eingeschoben werden konnten. Dieser Folienhalter war durch eine leichte Aluminiumkonstruktion fest mit dem Brennelement verbunden und konnte genau justiert werden.

Um Spaltprodukt-Aktivitäten und Uranverschmutzung von den Meßsonden fernzuhalten, wurden diese mit dünner Aluminiumfolie umgeben; im Moderator wurden die Sonden durch Einschweißen in PVC-Folie vor Korrosion geschützt. Bei der Bestrahlung der Mn-Folien diente als $d + T$ -Neutronenquelle ein 150 kV Beschleuniger, dessen Targetrohr in den Graphitunterbau hineinragte, so daß das Tritiumtarget auf der Tankachse lag (Bestrahlungszeit etwa 2 Std bei 100 μA mittlerem Ionenstrom). Anschließend wurde die β -Aktivität der Folien mit 2π -Methan-Durchflußzählern bestimmt.

4.2. Messungen

Die Mikroflußverteilung wurde 60 cm oberhalb der unteren Gitterbegrenzung auf zwei von der Brennelementachse ausgehenden Radien gemessen:

- in Richtung auf ein benachbartes Brennelement ($\varphi(0, r)$),
- unter einem Winkel von 45° hierzu ($\varphi(\pi/4, r)$).

Die Resonanzaktivierung des Mn wurde hierbei in bekannter Weise durch eine Cd-Differenzmessung eliminiert; die epithermische Aktivierung war innerhalb einer Zelle nahezu konstant und betrug je nach Gitterabstand 4 bis 10% des thermischen Anteils auf der Stabachse. Zur Intensitätsnormierung wurden bei den verschiedenen Bestrahlungen alle Meßwerte auf den entsprechenden Wert im Stabzentrum bezogen.

Die statistischen Fehler des thermischen Flußverlaufs waren durchweg kleiner als $\pm 0,5\%$; die Meßpositionen konnten im Uran auf $\pm 0,3 \text{ mm}$, im Moderator auf $\pm 0,5 \text{ mm}$ genau eingehalten werden. Die endliche Ausdehnung der Meßsonden in axialer Richtung hat keinen Einfluß auf die gemessene Radialverteilung, dagegen mußte deren endliche Breite ($2h = 3,9 \text{ mm}$, vgl. Abb. 12) durch Einführung eines mittleren Sondenortes r berücksichtigt werden ($r_0 = \text{Abstand}$

der Sondenmitte von der Achse):

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{1}{h} \int_0^h r'(y) dy \\ &= r_0 \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{h^2}{r_0^2}} + \frac{r_0}{2h} \operatorname{ar} \sin \frac{h}{r_0} \right\}, \\ r &\approx r_0 \left[1 + \frac{1}{6} \frac{h^2}{r_0^2} + \frac{1}{40} \frac{h^4}{r_0^4} + \dots \right] \quad (h \ll r_0). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Der gegenseitige Abstand der Meßfolien während einer Bestrahlung betrug im Moderator entweder 8 oder 16 mm; lediglich im ersteren Falle mußte eine Sondenstörungskorrektur von 0,5% angebracht werden [9]. Die zur Abdichtung des Brennelementes dienende 0,5 mm dicke Polyäthylen-Manschette hat wegen ihrer gegenüber D₂O wesentlich kleineren Diffusionskonstante eine Erhöhung des Flußgradienten am Stabrand zur Folge, was zu einer gleichmäßigen Absenkung des thermischen Flusses im Brennstab führt. Diese Flußdepression wurde an einem normalen Brennelement durch Flußmessungen mit und ohne Manschette bestimmt. Hierbei ergab sich in Übereinstimmung mit einfachen Rechnungen ein Depressionsfaktor von $0,930 \pm 0,008$, mit dem der im Moderator gemessene Fluß multipliziert wurde. Um die Variation der makroskopischen Flußverteilung $\Phi(r) = A J_0(\mu r)$ innerhalb der untersuchten Zelle zu eliminieren, wurde schließlich nach Gl. (9) der gemessene thermische Neutronenfluß $\varphi(\vartheta, r)$ durch die Bessel-Funktion $J_0(\mu r)$ dividiert: $\varphi(\vartheta, r) = \Phi(\vartheta, r) / J_0(\mu r)$, ($\mu^2 = 11,6 \text{ m}^{-2}$).

Für einen Gitterabstand $d = 16,8 \text{ cm}$ wurde beispielsweise in Abb. 13 die unter einem Winkel $\vartheta = 0$ und $\pi/4$ gemessene radiale Mikroverteilung $\varphi(\vartheta, r)$ des thermischen Neutronenflusses aufgetragen. Beide Meßkurven fallen in der Umgebung des Brennstabes völlig zusammen und weichen erst in der Nähe des Zellenrandes um weniger als 4% voneinander ab.

4.3. Flußmittelwerte

Um aus den gemessenen Kurven $\varphi(\vartheta, r)$ die über Brennstab bzw. Moderator gemittelten Neutronenflüsse

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}_U &= \frac{1}{\pi a^2} \iint_{\text{Uran}} \varphi(\vartheta, r) r dr d\vartheta; \\ \bar{\varphi}_M &= \frac{1}{d^2 - \pi a^2} \iint_{\text{D}_2\text{O}} \varphi(\vartheta, r) r dr d\vartheta \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

zu bestimmen, wird der Flußverlauf $\varphi(\vartheta, r)$ innerhalb einer quadratischen Gitterzelle durch eine Fourier-Entwicklung dargestellt:

$$\varphi(\vartheta, r) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k(r) \cdot \cos 4k\vartheta. \quad (16)$$

Man findet auf diese Weise

$$\bar{\varphi}_U = \frac{2}{a^2} \int_0^a \varphi_0(r) r dr, \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}_M &= \frac{2\pi}{d^2 - \pi a^2} \left[\int_0^{d/2} \varphi_0(r) r dr - \frac{4}{\pi} \int_0^{d/2} \vartheta_0(r) \varphi_0(r) r dr - \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{d/2} \frac{\sin 4k\vartheta_0(r)}{4k} \varphi_k(r) r dr \right] \end{aligned} \right\} \quad (17a)$$

mit $\vartheta_0(r) = \arccos d/2r$.

Da die geringe Abweichung der Meßkurven $\varphi(0, r)$ und $\varphi(\pi/4, r)$ innerhalb der Zelle eine rasche Konver-

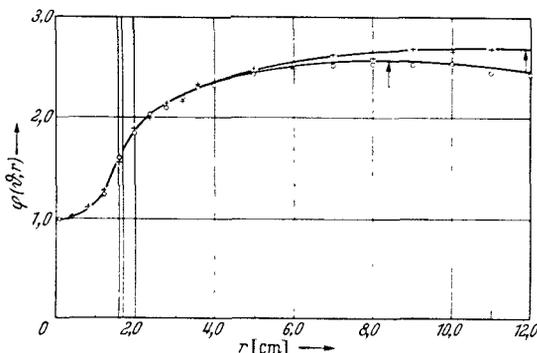


Abb. 13. Radialverlauf $\varphi(\vartheta, r)$ des thermischen Flusses innerhalb einer Zelle ($d = 16,8 \text{ cm}$). \circ Meßpunkte ($\vartheta = 0$); $+$ Meßpunkte ($\vartheta = \pi/4$); \uparrow Zellenrand

genz der Reihe (16) nahelegt, können wir uns bei der Auswertung der Integrale Gln. (17) und (17a) auf die beiden ersten Glieder

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(r) &= \frac{1}{2} \{ \varphi(0, r) + \varphi(\pi/4, r) \} \\ \varphi_1(r) &= \frac{1}{2} \{ \varphi(0, r) - \varphi(\pi/4, r) \} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

beschränken.

Der nach Gl. (18) gemittelte radiale Flußverlauf $\varphi_0(r)$ wurde in Abb. 14 bis 16 aufgetragen und für $d = 16,8 \text{ cm}$ mit Rechnungen von KÜSTERS [10] nach

Tabelle 4. Bestimmung der Flußmittelwerte

d [cm]	$\bar{\varphi}_M$	$\bar{\varphi}'_M$	$\bar{\varphi}_{A1}$	$\bar{\varphi}_U$	$\bar{\varphi}_M / \bar{\varphi}_U$	$\bar{\varphi}_{A1} / \bar{\varphi}_U$
14,4	2,405	2,392	1,571	1,254	$1,927 \pm 0,045$	$1,252 \pm 0,020$
16,8	2,492	2,487	1,576	1,248	$1,997 \pm 0,040$	$1,262 \pm 0,020$
21,6	2,613	1,571	1,241	2,094	$2,094 \pm 0,040$	$1,265 \pm 0,020$
Mittelwerte:			1,573	1,248		$1,260 \pm 0,010$

einer vereinfachten Transporttheorie verglichen, die für eine volumengleiche zylindrische Zelle unter Verwendung der von KUNZE [11] berechneten Neutronenspektren durchgeführt wurden. Der im Brennelement gemessene Flußverlauf wird durch die Theorie recht gut beschrieben, während hingegen der theoretische Flußverlauf im Moderator in der Umgebung des Brennstabes bis zu 8% unter den Meßwerten liegt. Die Ursache dieser Abweichung dürfte darin liegen, daß der im wesentlichen diffusionstheoretische Ansatz für den Moderatorfluß das Neutronenfeld am Stabrand nur näherungsweise wiedergeben kann.

In Tabelle 4 sind schließlich die nach Gln. (17) und (17a) durch Planimetrieren bestimmten Flußmittel-

werte $\bar{\varphi}_M$ und $\bar{\varphi}_U$ sowie der Wert $\bar{\varphi}_{Al}$ am Stabrand aufgeföhrt; der systematische Fehler bei der Integration dürfte kleiner als 2% sein. Außerdem wurde die

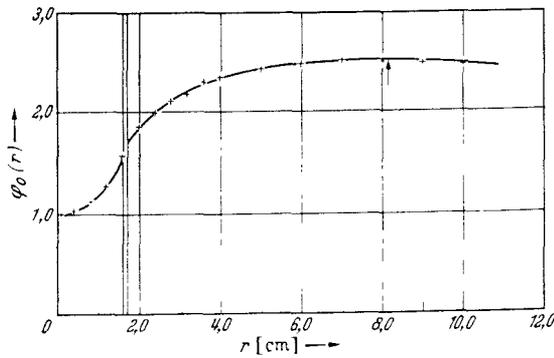


Abb. 14. Gemittelter radialer Flußverlauf $\varphi_0(r)$ innerhalb einer Zelle ($d = 14,4$ cm). + Meßpunkte; ↑ Rand der flächengleichen zylindrischen Zelle

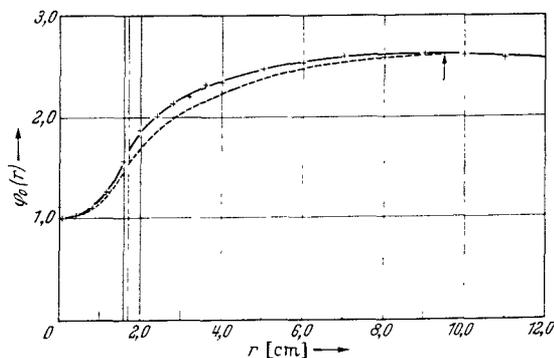


Abb. 15. Gemittelter radialer Flußverlauf $\varphi_0(r)$ innerhalb einer Zelle ($d = 16,8$ cm). + Meßpunkte; ----- von KÜSTERS berechnete Kurve; ↑ Rand der flächengleichen zylindrischen Zelle

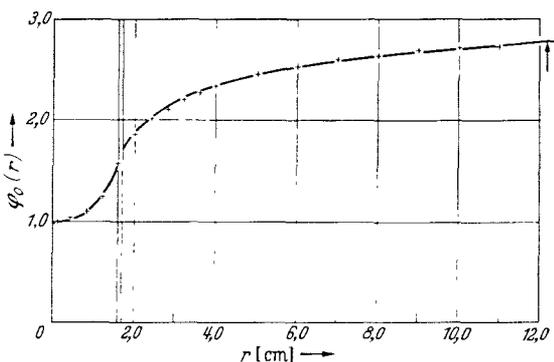


Abb. 16. Gemittelter radialer Flußverlauf $\varphi_0(r)$ innerhalb einer Zelle ($d = 21,6$ cm). + Meßpunkte; ↑ Rand der flächengleichen zylindrischen Zelle

Größe $\bar{\varphi}_M$ näherungsweise durch Mittelung von $\varphi_0(r)$ über eine volumengleiche zylindrische Zelle berechnet:

$$\bar{\varphi}'_M = \frac{2\pi}{d^2 - \pi a^2} \int_a^{d/2} \varphi_0(r) r dr. \quad (17b)$$

Die Abweichung von dem genaueren Wert $\bar{\varphi}_M$ ist nach Tabelle 4 auch bei kleinem Stababstand $d = 14,4$ cm kleiner als 0,6%, so daß man sich meist auf die einfachere Mittelung nach Gl. (17b) stützen kann. Die Werte $\bar{\varphi}_U$ und $\bar{\varphi}_{Al}$ zeigen keinen deutlichen Gang mit dem Gitterabstand und wurden über den Gitterabstand d gemittelt.

Das Verhältnis der gemessenen Flußmittelwerte („disadvantage factor“) $\bar{\varphi}_M/\bar{\varphi}_U$ ist in Abb. 17 in Abhängigkeit vom Gitterabstand d aufgetragen. Unsere

Meßwerte werden für $d = 16,8$ cm durch die Rechnungen von KÜSTERS [10] gut wiedergegeben, liegen aber andererseits etwa 2 bis 3% über den Meßwerten von COHEN [1], die durch Interpolation auf gleichen Stabradius umgerechnet wurden. Diese Abweichung liegt gerade noch im Rahmen der Meßfehler.

4.4. f-Faktor

Die thermische Ausnutzung f , definiert als Zahl der in der Brennstofflegierung absorbierten thermi-

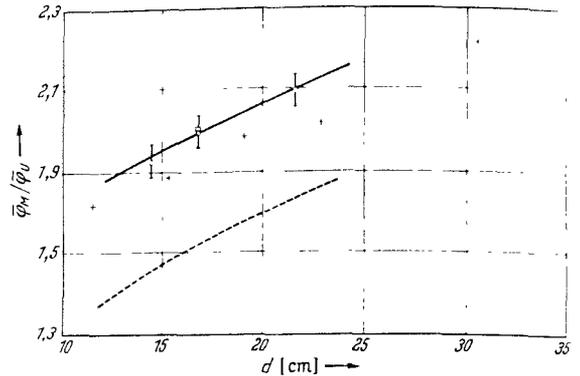


Abb. 17. Verhältnis der Flußmittelwerte $\bar{\varphi}_M/\bar{\varphi}_U$ in Abhängigkeit vom Gitterabstand d . + Meßwerte; — Interpolationskurve; + Meßwerte von COHEN [1]; ----- berechnet nach der Diffusionstheorie; □ berechnet nach der Transporttheorie von KÜSTERS [10]

schen Neutronen bezogen auf die thermische Gesamtabsorption, wurde in bekannter Weise nach der Gleichung

$$\frac{1-f}{f} = \frac{\Sigma_{Al} V_{Al}}{\Sigma_U V_U} \frac{\bar{\varphi}_{Al}}{\bar{\varphi}_U} + \frac{\Sigma_M V_M}{\Sigma_U V_U} \frac{\bar{\varphi}_M}{\bar{\varphi}_U} \quad (19)$$

aus den im vorigen Abschnitt gemessenen Flußverhältnissen $\bar{\varphi}_{Al}/\bar{\varphi}_U$ und $\bar{\varphi}_M/\bar{\varphi}_U$ bestimmt (Tabelle 6).

Tabelle 5. Wirkungsquerschnitte ($v_0 = 2200$ m/sec)

Natürliches Uran: (Dichte = 18,85 g/cm ³ , Niobgehalt = 0,42 Gew.-%)	$\Sigma_a = 0,3637 \pm 0,0030$ cm ⁻¹ $D = 0,716$ cm
D ₂ O (99,816 Mol.-%)	$\Sigma_a = (0,757 \pm 0,030) \cdot 10^{-4}$ cm ⁻¹ $D = 0,830 \pm 0,015$ cm*
Aluminium:	$\Sigma_a = 0,0140 \pm 0,0007$ cm ⁻¹

* Maxwell-Mittelwert ($T = 293^\circ$ K).

Hierbei sind V_{Al} , V_M und V_U die Volumenanteile einer Gitterzelle an Aluminium, Moderator und Uran (Tabelle 6). Für die makroskopischen Absorptionsquerschnitte Σ_{Al} , Σ_M und Σ_U wurden hierbei die Standardwerte für thermische Neutronen ($v_0 = 2200$ m/sec) verwendet (Tabelle 5), indem für diese Querschnitte im thermischen Bereich die gleiche Energieabhängigkeit nach $1/\sqrt{E}$ wie für die Detektorsubstanz Mn angenommen wurde. Im Rahmen dieser Näherung ist dann Gl. (19) invariant gegenüber einer Ortsabhängigkeit des Neutronenspektrums innerhalb der Zelle.

Eine Berücksichtigung der Abweichungen vom $1/\sqrt{E}$ -Verlauf durch Mittelung der Absorptionsquerschnitte über das thermische Neutronenspektrum wie in Abschnitt 5.1 führt zu einer Änderung des f -Faktors um weniger als 10^{-3} , die hier vernachlässigt werden konnte.

5. Bestimmung des Multiplikationsfaktors k_{∞}

Aus den in Abschnitt 3 gemessenen B_m^2 -Werten wurde schließlich nach der zweigruppentheoretischen Beziehung Gl. (4) der Multiplikationsfaktor k_{∞} ermittelt (Tabelle 7):

$$k_{\infty} = (1 + L^2 B_m^2)(1 + \tau B_m^2).$$

Hierzu sollen jetzt die Größen L^2 und τ berechnet werden.

5.1. Effektive Diffusionslänge L

Im Rahmen des Wigner-Seitzschen Homogenisierungsverfahrens ist es möglich, einer heterogenen Anordnung eine effektive Diffusionslänge L zuzuschreiben, die gewöhnlich in Analogie zum homogenen Medium durch

$$L^2 = \bar{D} / \bar{\Sigma}_a \quad (20)$$

definiert wird. \bar{D} und $\bar{\Sigma}_a$ sind hierbei die mit dem Neutronenfluß als Gewichtsfunktion über eine Gitterzelle gemittelten Größen D und Σ_a . Da der Volumenanteil des Urans kleiner als 0,1 ist und die Diffusionskonstanten von Uran und D₂O nicht sehr verschieden sind (Tabelle 5), ist \bar{D} praktisch gleich der Diffusionskonstanten D_M des Moderators. Man erhält dann nach einfachen Umformungen

$$L^2 = \frac{D_M V_M \bar{\varphi}_M}{\Sigma_U V_U \bar{\varphi}_U} \times \left. \begin{aligned} & \times f \left(1 + \frac{V_U}{V_M} \frac{\bar{\varphi}_U}{\bar{\varphi}_M} + \frac{V_{Al}}{V_M} \frac{\bar{\varphi}_{Al}}{\bar{\varphi}_M} \right) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Nach dieser Beziehung wurde für unsere Gitter mit den in Abschnitt 4 gemessenen Mittelwerten $\bar{\varphi}_M$, $\bar{\varphi}_U$, $\bar{\varphi}_{Al}$ und f das Diffusionslängenquadrat L^2 berechnet (Tabelle 6).

Für den Absorptionsquerschnitt des Urans Σ_U und die Diffusionskonstante D_M des Moderators sind in Gl. (21) die über das Energiespektrum des thermischen Neutronenflusses gemittelten Werte

$$\left. \begin{aligned} \langle \Sigma_U \rangle &= \frac{\int_0^{E_g} \Sigma_U(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{E_g} \Phi(E) dE} \\ \langle D_M \rangle &= \frac{\int_0^{E_g} D_M(E) \Phi(E) dE}{\int_0^{E_g} \Phi(E) dE} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

zu verwenden (E_g = Grenzenergie der thermischen Gruppe).

Unter der Annahme eines Maxwell-Spektrums der Temperatur T und eines $1/v$ -Verlaufs für Σ_U gilt bekanntlich

$$\langle \Sigma_U \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Sigma_U(kT). \quad (23)$$

Weil jedoch die Abweichungen vom Maxwell-Spektrum insbesondere für die engen Gitteranordnungen wegen des hohen $1/E$ -Anteils recht beträchtlich sind, wurden für die Mittelung Gl. (22) Neutronenspektren verwendet, die von KUNZE [11] nach dem

Schwergasmodell für den Stabrand unserer Gitteranordnungen berechnet wurden. Zur Bestimmung von $\Sigma_U(E)$ wurde hierbei für U²³⁵ die Beziehung

$$\sigma_a(E) = 2,73 \sqrt{\frac{E_0}{E}} \left\{ 1 + \frac{1}{6,8 \text{ eV}} (E - E_0) \right\} \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$$

verwendet [12], für U²³⁵ der gemessene Verlauf $\sigma_a(E)$ nach [13]. Für die Energieabhängigkeit der Diffusionskonstanten wurde angenommen:

$$D_M(E) = \text{const } 1/\sigma_S(E) \quad (\sigma_S(E) \text{ für D}_2\text{O nach [13]).}$$

Als Grenzenergie der thermischen Gruppe wurde $E_g = 0,4 \text{ eV}$ gewählt, entsprechend dem Umstand, daß

Tabelle 6. Bestimmung von L^2 und f

d [cm]	V_M/V_U	φ_M/φ_U	V_{Al}/V_U	$\bar{\varphi}_{Al}/\bar{\varphi}_U$	f	$\langle \Sigma_U \rangle / \Sigma_U^0$	L^2 [cm ²]
10,8	13,34	1,841	0,0169	1,260	0,987 ± 0,001	0,765	77,3 ± 3,0
12,0	16,74	1,871			0,985 ± 0,001	0,777	95,8 ± 3,7
13,2	20,50	1,902			0,984 ± 0,001	0,788	116,4 ± 4,5
14,4	24,62	1,930			0,982 ± 0,001	0,798	138,5 ± 5,4
15,6	29,09	1,960			0,980 ± 0,001	0,805	163 ± 6
16,8	33,93	1,988			0,978 ± 0,001	0,812	190 ± 7
18,0	39,12	2,015			0,976 ± 0,001	0,817	220 ± 9
21,6	56,85	2,097			0,968 ± 0,002	0,826	324 ± 13
24,0	70,46	2,145			0,961 ± 0,002	0,833	405 ± 16

Tabelle 7. Bestimmung von k_{∞} und η

d [cm]	V_M/V_U	L^2 [cm ²]	τ [cm ²]	B_m^2 [m ⁻²]	k_{∞}	$\ln(k_{\infty}/f)$
10,8	13,34	77,3 ± 3,0	111 ± 5	7,25 ± 0,11	1,141 ± 0,006	0,145 ± 0,005
12,0	16,74	95,8 ± 3,7	109 ± 5	8,21 ± 0,11	1,175 ± 0,008	0,176 ± 0,007
13,2	20,50	116,4 ± 4,5	108 ± 5	8,47 ± 0,11	1,199 ± 0,009	0,198 ± 0,008
14,4	24,62	138,5 ± 5,4	107 ± 5	8,29 ± 0,11	1,214 ± 0,009	0,212 ± 0,008
15,6	29,09	163 ± 6	106 ± 5	8,01 ± 0,13	1,227 ± 0,010	0,225 ± 0,008
16,8	33,93	190 ± 7	106 ± 5	7,69 ± 0,13	1,240 ± 0,010	0,237 ± 0,008
18,0	39,12	220 ± 9	105 ± 5	7,16 ± 0,16	1,245 ± 0,011	0,244 ± 0,009
21,6	56,85	324 ± 13	104 ± 5	5,62 ± 0,16	1,251 ± 0,012	0,257 ± 0,010
24,0	70,46	405 ± 16	104 ± 5	4,84 ± 0,21	1,256 ± 0,015	0,268 ± 0,012

bei den Messungen der Flußmittelwerte $\bar{\varphi}_M$, $\bar{\varphi}_{Al}$ und $\bar{\varphi}_U$ das Neutronenspektrum bis zur Cd-Abschneideenergie ($\approx 0,4 \text{ eV}$) erfaßt wurde. E_g liegt damit bereits im $1/E$ -Teil des Spektrums; eine Verschiebung von E_g in diesem Bereich führt zu einer gegenläufigen Änderung der Größen L^2 und τ um annähernd gleiche Beträge.

In Abb. 18 ist der gemittelte Absorptionsquerschnitt $\langle \Sigma_U \rangle$ (bezogen auf den Wert Σ_U^0 bei 2200 m/sec) als Funktion des Volumenverhältnisses V_M/V_U aufgetragen; $\langle \Sigma_U \rangle$ liegt demnach für kleine V_M/V_U bis zu 12% niedriger als der Maxwell-Mittelwert nach Gl. (23). Im Falle der Diffusionskonstanten D_M hingegen ist diese Abweichung wesentlich geringer (bis zu 2,5%). Zur Bestimmung von $\langle D_M \rangle$ wurde der nach der Impulsmethode [14] an unserem Schwerwasser (99,82 Mol-%) gemessene Maxwell-Mittelwert ($T = 293^\circ \text{ K}$)

$$D_M = 0,83 \pm 0,015 \text{ cm}$$

zugrunde gelegt, der mit dem stationär gemessenen Wert von KASH und WOODS [15] übereinstimmt.

5.2. Fermi-Alter τ

Das effektive Fermi-Alter τ unserer Gitteranordnungen wurde unter Berücksichtigung der inelastischen

Streuung im Brennstab sowie der Moderatorverdün-
nung nach der Beziehung

$$\tau = \left\{ \tau_M - (\tau_M - \tau_i) \frac{\sigma_{in}}{\sigma_{tot}} P \right\} \frac{V_z}{V_M} \quad (24)$$

(V_z=Zellenvolumen) mit den folgenden Ausgangs-
werten berechnet:

Inelastischer Streuquerschnitt von natürlichem
Uran $\sigma_{in} = 2,1$ barn [16];

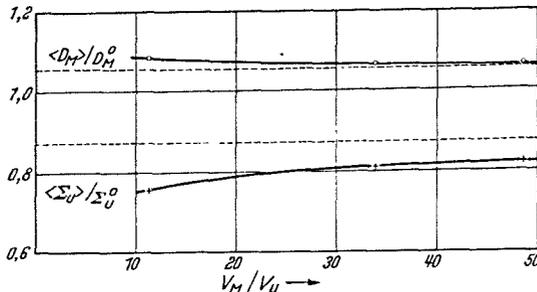


Abb. 18. Energiegemittelte Diffusionsparameter, bezogen auf Standard-
werte bei $v_0 = 2200$ m/sec. Σ_U = Absorptionsquerschnitt von natürlichem
Uran; D_M = Diffusionskonstante von D₂O; — Mittelung mit Spektrum
von KUNZE [11]; - - - - - Maxwell-Mittelung ($T = 293^\circ \text{K}$)

Totaler Wirkungsquerschnitt $\sigma_{tot} = 7,3$ barn [13];
Stoßwahrscheinlichkeit $P = 0,434$ [16];
Änderung des Fermi-Alters bei der inelastischen
Streuung $\tau_M - \tau_i = 23 \text{ cm}^2$ [17].

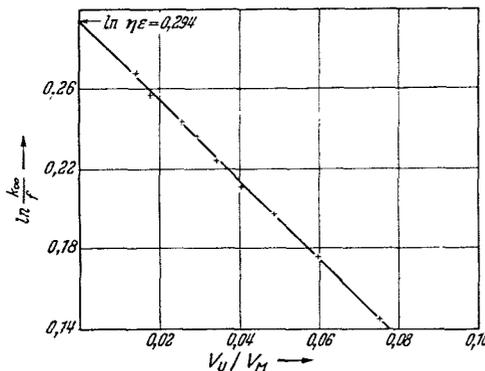


Abb. 19. $\ln k_\infty / f$ in Abhängigkeit vom Volumenverhältnis V_M / V_U .
+ Meßwerte; - - - - - extrapoliertes Wert $\ln \eta \epsilon$

Für das Fermi-Alter der Spaltneutronen in D₂O
bis zur Grenzenergie $E_g = 0,4 \text{ eV}$ wurde angenommen

$$\tau_M = 105 \pm 5 \text{ cm}^2.$$

6. Bestimmung von η

Ausgehend von der Vier-Faktoren-Formel

$$k_\infty = \eta \epsilon p f \quad (25)$$

und der Beziehung für die Resonanzentkommwahr-
scheinlichkeit

$$p = \exp \left\{ - \frac{V_U}{V_M} \frac{N_U (RI)_{eff}}{\xi \Sigma_s} \right\} \quad (26)$$

(($RI)_{eff}$ = effektives Resonanzintegral, N_U = Atomzahl
pro cm^3 für Uran, $\xi \Sigma_s$ = Bremskraft des Moderators)
wurde von MUMMERY [3] vorgeschlagen, die Größe η
nach einem Extrapolationsverfahren zu bestimmen.

Trägt man nämlich die gemessene Größe

$$\ln (k_\infty / f) = \ln \eta \epsilon - \frac{N_U (RI)_{eff} V_U}{\xi \Sigma_s V_M} \quad (27)$$

als Funktion von V_U / V_M auf, so kann man aus den
Bestimmungsstücken der interpolierenden Geraden
die Größe $\eta \epsilon$ und das Resonanzintegral entnehmen.
Voraussetzung hierfür ist, daß η und ϵ nicht vom
Gitterabstand abhängen. Dies gilt allerdings für η
wegen der Änderung des Neutronenspektrums nur
näherungsweise.

Aus den in Abb. 19 aufgetragenen Meßwerten
finden wir nach diesem Verfahren

$$\eta \epsilon = 1,343, \quad (RI)_{eff} = 7,1 \text{ barn},$$

wobei wir $\xi \Sigma_s = 0,170 \text{ cm}^{-1}$ [18] angenommen haben.
Mit dem von RIEF [19] berechneten Schnellsplattungs-
faktor $\epsilon = 1,029$ erhalten wir somit als η -Wert

$$\eta = 1,307 \pm 0,015.$$

Dieser Wert steht im Einklang mit dem von PERSSON
u.a. [4] für D₂O-Gitter gefundenen Wert $\eta = 1,311$.
Der mit dem Spektrum von KUNZE [11] aus den Wir-
kungsquerschnitten [13] berechnete Wert beträgt
 $\eta = 1,312$.

Das gemessene effektive Resonanzintegral

$$(RI)_{eff} = 7,1 \pm 0,2 \text{ barn}$$

enthält gleichzeitig den Beitrag der epithermischen
Spaltungen zum p -Faktor und liegt demzufolge niedri-
ger als der nach der Formel von HELLSTRAND [20]

$$(RI)_{eff} = \left(2,81 + 24,7 \sqrt{\frac{S}{M}} \right) \text{ barn}$$

berechnete Wert $(RI)_{eff} = 9,2 \text{ barn}$.

Herrn Prof. K. WIRTZ danke ich für sein lebhaftes
Interesse am Zustandekommen dieser Arbeit, außer-
dem Herrn K.H. BECKURTS, Herrn H. KÜSTERS und
Herrn K. MEETZ für anregende Diskussionen. Fr. R.
KURMS danke ich für ihre wertvolle Mitarbeit bei der
Durchführung und Auswertung der Messungen.

Literatur: [1] COHEN, E.R.: Int. Conf. Atom. Energy
P/605 (1955). — [2] HEINZMANN, O.W., and S.W. KASH:
Atomics International NAA-SR-1546 (Canoga Park 1956). —
[3] MUMMERY, P.N.: Int. Conf. Atom. Energy P/429 (1955). —
[4] PERSSON, R., E. BLOMSJÖ, M. BUSTRAAN and R. MEIER:
J. Nucl. Energy I 3, 188 (1956). — [5] GLASSTONE, S., and
M.C. EDLUND: The Elements of Nuclear Reactor Theory,
p. 279. New York: D. van Nostrand Co., Inc. 1957. —
[6] GLASSTONE, E., and M.C. EDLUND: The Elements of
Nuclear Reactor Theory, p. 225. New York: D. van Nostrand
Co., Inc. 1957. — [7] STUMMEL, F.: Nukleonik 2, 178 (1960). —
[8] MEETZ, K.: Int. Conf. Atom. Energy P/968 (1958). —
[9] MEISTER, H.: Z. Naturforsch. 11a, 356 (1956). — [10] KÜ-
STERS, H.: Unveröffentlicht. — [11] KUNZE, H.: Diplom-
arbeit Karlsruhe 1961. — [12] WEINBERG, A.M., and E.P.
WIGNER: The Physical Theory of Neutron Chain Reactors,
p. 485. Chicago: Chicago University Press 1958. — [13]
HUGHES, D.J., and R.B. SCHWARTZ: Neutron Cross Sections,
BNL 325. Brookhaven National Laboratory 1958. — [14] MEI-
STER, H.: Unveröffentlicht. — [15] KASH, S.W., and D.C.
WOODS: Phys. Rev. 90, 564 (1953). — [16] Reactor Physics
Constants. Argonne National Laboratory ANL 5800, p. 353
(1958). — [17] Reactor Physics Constants. Argonne National
Laboratory ANL 5800, p. 361 (1958). — [18] GLASSTONE, S.,
and M.C. EDLUND: The Elements of Nuclear Reactor Theory,
p. 146. New York: D. van Nostrand Co., Inc. 1957. —
[19] RIEF, H.: Nukleonik 1, 208 (1959). — [20] HELLSTRAND,
E.: J. Appl. Phys. 28, 1493 (1957).