

KFK-74

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

NOVEMBER 1961

KFK 74

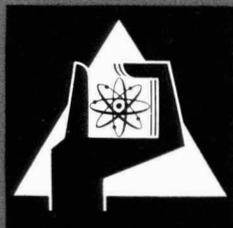
INSTITUT FÜR NEUTRONENPHYSIK UND REAKTORTECHNIK

DIE WÄRMEABFUHR AUS GASGEKÜHLTEN LEISTUNGSREAKTOREN

DIETER SMIDT

KERNREAKTOR
Bau- und Betriebs-Gesellschaft m. B. H.
Verwaltung der Zentrallbücherei

22. FEB. 1962



KERNREAKTOR

BAU- UND BETRIEBS-GESELLSCHAFT M. B. H.

KARLSRUHE

KERNREAKTOR
Bau- und Betriebs-Gesellschaft m. b. H.
Verwaltung der Zentralbücherei

Die Wärmeabfuhr aus gasgekühlten Leistungsreaktoren

Von DIETER SMIDT

(Kernreaktor Bau- und Betriebs-Gesellschaft m. b. H., Karlsruhe)

Mit 8 Textabbildungen

(Eingegangen am 30. Juni 1961)

Zusammenfassung. Die für die kühlungstechnische Auslegung von Leistungsreaktoren bedeutsamen Variablen werden zunächst zusammengestellt. Mit ihrer Hilfe werden für den reziproken hydraulischen Durchmesser der Kühlkanäle und die relative Umwälzleistung im Core geschlossene Produktausdrücke hergeleitet, die so aufgebaut sind, daß sie den Einfluß der einzelnen Variablen je für sich unmittelbar erkennen lassen. Für die geometrische Form der Kühlkanäle brauchen dabei nur sehr allgemeine Voraussetzungen gemacht zu werden. Insbesondere wird auch der Einfluß verschiedener Gasarten auf die Auslegung untersucht und auf die physikalischen Eigenschaften der Gase zurückgeführt. Für einen häufig benutzten Fall der Nusselt-Gleichung für den Wärmeübergang werden die in die Rechnung eingehenden Funktionen graphisch dargestellt, so daß vor allem für orientierende Untersuchungen für einen weitgehend beliebigen Entwurf die notwendigen kühlungstechnischen Rechnungen sehr rasch ausgeführt werden können.

1. Einleitung

Die Zahl der Variablen, die in die kühlungstechnische Auslegung von Leistungsreaktoren eingeht, ist sehr groß. Verschiedene charakteristische Temperaturen, die geometrische Gestalt und die Abmessungen der Kühlkanäle, die Neutronenflußverteilung, aber auch die Art und der Druck des Kühlmittels und der mit dem Reaktor verkoppelte Sekundärkreis und die hierfür vorgesehenen thermischen Prozesse sind nur einige der bestimmenden Größen. Dadurch wird die Optimalisierung, die im Aufsuchen der Parameterkombinationen mit den geringsten resultierenden Stromerzeugungskosten besteht, ein sehr umständlicher und langwieriger Prozeß, der die numerische Auswertung einer Vielzahl von Einzelfällen erfordert.

Der erste Schritt bei einer solchen Optimalisierungsrechnung ist immer das Studium des Einflusses, den die einzelnen Variablen auf das Ergebnis, also beispielsweise auf die für eine bestimmte Reaktorleistung erforderliche Kühlmittel-Umwälzleistung, ha-

ben. Für solche Parameterstudien gibt es grundsätzlich zwei Verfahren. Das eine ist rein numerisch und besteht einfach in einer expliziten Ausrechnung der Abhängigkeit des betrachteten Resultates von einzelnen Variablen. Man erhält dann eine Anzahl von Kurvenscharen, mit deren Hilfe man alle interessierenden Fragen untersuchen kann. Wenn diese Kurven erst einmal vorliegen, ist dieses Verfahren sehr zweckmäßig, vor allem dann, wenn bereits einige Vorentscheidungen, etwa über die Geometrie der Kühlkanäle und die Art des Kühlmittels, getroffen sind — kurz, wenn die grundsätzliche Reaktorkonstruktion bereits festliegt. Im Laufe der letzten Jahre sind viele derartige Untersuchungen über verschiedene Reaktoren veröffentlicht worden.

Das geschilderte Verfahren hat den Nachteil, daß immer zunächst eine erhebliche Rechenarbeit geleistet werden muß, ehe eine wertende Betrachtung möglich ist. Die Anzahl der Variablen zwingt dazu, einige von ihnen von vornherein festzulegen und dadurch den

betrachteten Bereich so einzuengen, daß der Rechenaufwand in vernünftigen Grenzen bleibt. Damit verliert die Betrachtung an Allgemeinheit.

Das zweite mögliche Verfahren besteht in der Aufstellung eines Ausdruckes, der das gesuchte Ergebnis in geschlossener Form als Funktion der verschiedenen unabhängigen Variablen zeigt. Dieser Ausdruck sollte ganz allgemein für einen möglichst großen Bereich der Variablen gelten und dabei die Größe des Einflusses jeder einzelnen von ihnen möglichst mit einem Blick erkennen lassen. Daneben sollte seine Ausrechnung einfach sein, da sonst das Verfahren wieder auf den zuerst geschilderten rein numerischen Weg hinausläuft. Es liegt auf der Hand, welche Vorteile dieses Verfahren bietet, einerseits im Hinblick auf orientierende Untersuchungen, die einen besseren Einblick in die für die wärmetechnische Reaktor- auslegung maßgeblichen Größe erlauben, andererseits im Hinblick auf eine Beschleunigung der Optimalisierungsrechnung.

Der besondere Charakter der wärmetechnischen Rechnungen bringt es mit sich, daß bisher noch wenig Bemühungen in Richtung auf das zweite Verfahren unternommen worden sind. Zum einen treten die vielen Variablen in verschiedenen miteinander verknüpften, teilweise nicht-algebraischen Gleichungen auf, zum anderen müssen einige rein empirische, tabellarisch vorliegende Zusammenhänge berücksichtigt werden, wie etwa die Abhängigkeit einiger Kühlmittel-eigenschaften wie Zähigkeit, Wärmeleitvermögen usw. von der Temperatur. Es kann jedoch im folgenden gezeigt werden, daß bei geeigneter und für die Fragestellung beim Reaktor typischer Formulierung ein verhältnismäßig übersichtlicher Ausdruck gefunden werden kann, der im wesentlichen die Gestalt eines Produktes aus mehreren einfach zu bestimmenden Faktoren hat. Einige von diesen sind Potenzen von unmittelbar in die Rechnung eingehenden Variablen wie Kanallänge, Kühlmitteldruck und Oberflächenleistung am Brennstoff, andere sind Funktionen, die von wenigen typischen Variablen abhängen und aus einmal ermittelten Kurvenscharen entnommen werden können. Über die Geometrie der Kühlkanäle brauchen nur sehr allgemeine Annahmen gemacht zu werden. Gewisse halbempirische Annahmen, etwa über den Zusammenhang zwischen der Wärmeübergangszahl und dem Gasdurchsatz, lassen sich verhältnismäßig leicht durch andere ersetzen. Die zahlenmäßige Auswertung der folgenden Überlegungen ist für einige Gase durchgeführt worden, da hier die Optimalisierung am empfindlichsten von Parameter-variationen beeinflusst wird. Das liegt einerseits an dem großen Variabilitätsbereich einiger wesentlicher Größen wie etwa der Temperaturen, andererseits an dem besonders starken Einfluß, den bei Gaskühlung die Kühlmittel-Umwälzleistung auf die Wirtschaftlichkeit der Reaktor-anlage hat.

2. Auswahl der Variablen

Wir müssen zunächst festlegen, welche Größen in die Reaktorauslegung eingehen und welche von ihnen als unabhängige Variable vorgegeben bzw. welche als abhängige Variable ausgerechnet werden. Diese Auswahl muß von der praktischen Fragestellung des Reaktoringenieurs her orientiert sein. So ist es bei-

spielsweise trivial, daß die Auslegung nicht in der Richtung erfolgt, daß man als abhängige Variable die Gasart ausrechnet, mit der der Reaktor gekühlt werden soll. Der Ingenieur möchte vielmehr wissen, was die Konstruktion, die er sich qualitativ vorstellt, leistet und wie sie im Einzelfall quantitativ zu bemessen ist, wenn man die Eigenschaften der verwendeten Materialien berücksichtigt.

Darüber hinaus aber entscheidet die passende Auswahl der Variablen darüber, ob es überhaupt möglich ist, den gewünschten geschlossenen Ausdruck aufzustellen. Zwar sind alle Variablen funktional miteinander verknüpft, doch lassen sich die Beziehungen aus den genannten Gründen nicht nach jeder Variablen auflösen und damit eine explizite Darstellung der Abhängigkeit gewinnen.

Als erstes betrachten wir die für die Beanspruchung des Brennstoffelementes maßgeblichen Größen. Diese sind: die Brennstofftemperatur im Zentrum, die Form der Temperaturverteilung im Brennstoffinneren und die Temperatur an der Oberfläche der Brennstoffelemente. Für die Temperaturen und gegebenenfalls für die Temperaturgradienten sind bestimmte, metallurgisch bedingte Werte vorgeschrieben, und es ist daher selbstverständlich, sich diese Daten als unabhängige Variable vorzugeben.

Die Temperaturen an der Brennstoffoberfläche und im Brennstoffinneren sind über den durch die Brennstoffoberfläche abgeführten Wärmefluß miteinander verknüpft, und in diese Beziehung gehen die Wärmeleitfähigkeit und die Geometrie des Brennstoffelementes als Materialeigenschaften ein. Für jeden Typus von Brennstoffelementen, seien dies nun Platten, zylindrische Stäbe, Rohre oder dergleichen, ist diese Beziehung im Prinzip bekannt, und es wäre unzweckmäßig, sie explizit durch die ganze weitere kühlungs-technische Rechnung mitzuschleppen. Wir charakterisieren darum das Brennstoffelement durch die Verhältnisse an seiner Oberfläche, d.h. durch den dort herrschenden Wärmefluß je Flächeneinheit und die Oberflächentemperatur, und haben in einer einmal durchgeführten Rechnung dafür gesorgt, daß damit im Brennstoffinneren allen materialmäßigen Gegebenheiten genügt wird. Wir wählen also als erste *unabhängige Variable*:

a) Die mittlere Leistung q , die je Oberflächeneinheit des Brennstoffelementes abgeführt werden muß.

b) Die maximal zulässige Brennstoff-Oberflächentemperatur T_{\max} , die durch die Materialeigenschaften der Brennstoffhülse bestimmt wird.

Um neben der mittleren Oberflächenleistung q auch die für die Brennstoffbeanspruchung bedeutsame maximale Oberflächenleistung in einem Kühlkanal zu kennen, benötigen wir als weitere Variable

c) die Verteilung der Leistungserzeugung in Richtung der Kühlkanäle.

Nur in Sonderfällen (konstanter Spaltquerschnitt und konstantes Neutronenspektrum längs des Kanals) ist die Leistungs- oder Spaltratenverteilung identisch mit der Neutronenflußverteilung. Wir nehmen jedoch an, daß in den uns interessierenden Fällen die Leistungsverteilung parallel zur Richtung der Kühlkanäle durch einen symmetrisch auf beiden Seiten abgeschnittenen Cosinus dargestellt werden kann. Damit wird die Leistungsverteilung vollständig durch

das Verhältnis $h/h' \leq 1$ beschrieben, mit h als der Länge des Kühlkanals und h' als dem Abstand zweier Nullstellen der \cos -förmigen Spaltratenverteilung.

Als nächstes betrachten wir die Temperatur des Kühlmittels. Da sie dessen Materialeigenschaften wie Wärmeleitfähigkeit, Zähigkeit usw. bestimmt und die Beziehungen meist empirischer Natur sind, ist es im Zuge einer Vereinfachung der Rechnung sinnvoll, sich die Temperaturen ebenfalls als unabhängige Variable vorzugeben. Daß diese Vorgabe jedoch nicht nur formal rechentechnische Gründe hat, sondern weitgehend der Fragestellung des Ingenieurs entspricht, folgt aus der Tatsache, daß die Kühlmitteltemperatur, speziell ihr Wert am Reaktorein- und -austritt, den thermischen Wirkungsgrad der Gesamtanlage einschließlich des meist vorhandenen Sekundärkreises bestimmt. Geben wir uns also die Kühlmitteltemperatur als Unabhängige vor, so können wir uns stets auf eine Anlage eines ganz bestimmten thermischen Wirkungsgrades beziehen und brauchen die vielen damit zusammenhängenden Parameter wie Dampfdruck und Stufenzahl, Bauart des Wärmeaustauschers, Speisewasservorwärmung usw. nicht von Fall zu Fall zu berücksichtigen und in unsere Formel aufzunehmen. Mit anderen Worten: Die Berechnung der Reaktorkühlung und die Berechnung des Systems, das die abgeführte Wärme in Nutzenergie umsetzt, können weitgehend unabhängig voneinander durchgeführt werden. Wir haben also als weitere unabhängige Variable

- d) die Gaseintrittstemperatur ϑ_1 ,
- e) die Gasaustrittstemperatur ϑ_2 .

Weitere unabhängige Variable sind

- f) die Länge h der Kühlkanäle,
- g) der Kühlgasdruck p ,
- h) das Verhältnis U'/U von gesamtem umströmtem zu wärmeabgebendem Umfang des Kühlkanals.

i) Die gewählte Gasart wird charakterisiert durch ihre Dichte, ihre spez. Wärme, ihre Wärmeleitfähigkeit und ihre Zähigkeit bei bestimmten, für den Reaktor typischen Temperaturen, die jedoch durch ϑ_1 , ϑ_2 und T_{\max} im Prinzip festgelegt sein sollen. Die Betrachtung soll letztlich die Eignung der verschiedenen Gase für die Reaktorkühlung deutlich machen. Es sind verschiedentlich Untersuchungen [1], [2], [3] erschienen, die den Einfluß der Gasart isoliert von den übrigen kühlungstechnischen Auslegungsfragen behandeln und zu gewissen, aus den obengenannten Materialeigenschaften zusammengesetzten Ausdrücken kommen, die ein Maß für die Güte des Kühlmittels sein sollen. Diese Ausdrücke sind jedoch nur bedingt anwendbar, weil die Probleme allzu isoliert betrachtet worden sind. Es ist jedoch möglich, wie unten gezeigt wird, das Kühlvermögen verschiedener Gase als Funktion zweier charakteristischer Temperaturen im Reaktor darzustellen und damit in der Tat Rückschlüsse auf ihre kühlungstechnische Brauchbarkeit zu ziehen.

Daneben werden noch folgende Voraussetzungen gemacht: Die geometrische Form der Kühlkanäle sei so beschaffen, daß der Begriff des hydraulischen Durchmessers, definiert als das mit 4 multiplizierte Verhältnis des durchströmten Querschnitts zum umströmten Umfang $4F/U'$, noch sinnvoll ist. Für gebräuchliche Formen der Brennelemente wie Rohre, Platten, aber auch Stabbündel, ist diese Forderung hinreichend gut erfüllt.

Ferner soll die geometrische Gestalt der Brennelemente und Kühlkanäle über ihre Länge konstant sein, die umströmte Oberfläche soll glatt sein.

Über alle Kühlkanäle des Reaktors soll der gleiche Druckverlust anfallen, unabhängig von ihrer relativen abzuführenden Wärmeleistung.

Wie sich bei der Herleitung der entsprechenden Ausdrücke unten zeigen wird, ist mit diesem Satz von unabhängigen Variablen das System kühlungstechnisch vollständig bestimmt. Insbesondere ist der hydraulische Durchmesser der Kühlkanäle nicht mehr frei wählbar, will man alle vorgegebenen Werte einhalten. Wir kommen damit zu den folgenden *abhängigen* Variablen:

a) Der hydraulische Durchmesser D der Kühlkanäle.

b) Die Umwälzleistung N , die zum Durchpumpen des Kühlmittels durch einen bestimmten Kühlkanal erforderlich ist. Zweckmäßigerweise dividiert man N durch die aus dem Kanal abgeführte Wärmeleistung Q und verwendet als dimensionslose abhängige Variable N/Q .

Die Berechnung von N/Q braucht nur für den am höchsten belasteten, d. h. im allgemeinen den zentralen Kühlkanal durchgeführt zu werden. Bei gleichem Druckverlust an den Kanälen und gleicher Ein- und Austrittstemperatur ist die durch den Kanal zu transportierende Gasmenge und damit auch die Umwälzleistung der in diesem Kanal erzeugten Wärmeleistung proportional. N/Q ist damit für alle Kanäle gleich. Unter diesen Voraussetzungen gehen die Zahl der Kanäle, der Reaktorradius und die radiale Leistungsverteilung nicht in die wärmetechnische Rechnung ein.

Es muß hier allerdings beachtet werden, daß die Voraussetzung gleichen Druckverlustes und gleicher Ein- und Austrittstemperatur in allen Kühlkanälen bei verschiedener Wärmeleistung nur durch zusätzliche Maßnahmen erzwungen werden kann — sei es, daß man an den geringer belasteten Kanälen besondere Drosseln anbringt, sei es, daß man deren hydraulischen Durchmesser verringert. BAEHR [4] hat diese Frage ausführlich diskutiert. Die maximale Brennstoff-Oberflächentemperatur liegt hierbei in den weniger belasteten Kanälen unter dem angenommenen Höchstwert. Die mögliche Materialbeanspruchung ist damit hier also nicht ausgenutzt und das kühlungstechnische Optimum nicht erreicht. Eine Verbesserung kann dadurch bewirkt werden, daß die weniger belasteten Kanäle geringere Durchmesser bei höheren Gasaustrittstemperaturen erhalten. Aus praktischen Gründen wird man meist von einer kontinuierlichen Durchmesservariation absehen und den Reaktor in verschiedene einheitliche Zonen einteilen. Entscheidet man sich für diese Auslegungsart, gelten die folgenden Überlegungen sinngemäß für jede Zone einzeln.

3. Herleitung des Rechenganges

a) Temperaturfeld im Reaktorkühlkanal

Für die Auslegung sind drei charakteristische Temperaturen als unabhängige Variable eingeführt worden: ϑ_1 , ϑ_2 und T_{\max} . Unter gewissen Vereinfachungen lassen sich mit Hilfe dieser drei Größen sämtliche für die Berechnung der Reaktorkühlung wesentlichen Temperaturen ermitteln, d. h. der Temperaturen, die

den Zustand des Kühlmittels bestimmen. Insbesondere ist diese Temperaturberechnung unabhängig von der Reaktorleistung. Für die Wärmeübergangseigenschaften des Kühlmittels an der Stelle z_m , an der T_{\max} erreicht wird, ist die mittlere Grenzschichttemperatur an diesem Orte maßgebend.

Im Falle einer unabgeschnittenen \cos -Verteilung ($h = h'$) und bei Temperaturunabhängigkeit von c_p ergibt sich (Bedeutung der Bezeichnungen in Abschnitt 7) nach dem Energiesatz:

$$G c_p [\vartheta(z) - \vartheta_1] = \frac{W_0 h'}{\pi} \left[1 + \sin\left(\frac{\pi z}{h'}\right) \right], \quad (1)$$

ferner mit der lokalen Wärmeübergangszahl α

$$U \alpha [T(z) - \vartheta(z)] = W_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h'}\right). \quad (2)$$

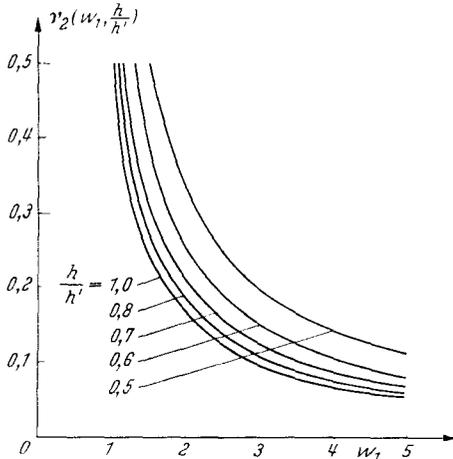


Abb. 1. Die Funktion $v_2(h/h', w_1)$ nach Gl. (8)

Wir interessieren uns für den Ort $z = z_m$ mit $T(z) = T_{\max}$ und bilden, um W_0 zu eliminieren, den Quotienten von (2) durch (1):

$$w = \frac{T_{\max} - \vartheta_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{1}{2} \left[1 + \sin\left(\frac{\pi z_m}{h'}\right) + \frac{\pi G c_p}{h' \alpha U} \cos\left(\frac{\pi z_m}{h'}\right) \right]. \quad (3)$$

In dieser Gleichung sind die Größen z_m und $\frac{\pi G c_p}{h' \alpha U}$ unbekannt. Eine weitere Beziehung zwischen ihnen erfolgt durch Nullsetzen der Ableitung von (2):

$$\frac{h' \alpha U}{\pi G c_p} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi z_m}{h'}\right). \quad (4)$$

Aus (3) und (4) folgt für die beiden Unbekannten

$$\sin\left(\frac{\pi z_m}{h'}\right) = \frac{1}{2w - 1} \quad (5)$$

und

$$\frac{h' \alpha U}{\pi G c_p} = \frac{1}{\sqrt{(2w - 1)^2 - 1}}. \quad (6)$$

Für $h \neq h'$ bleiben (5) und (6) formal gültig, wenn w durch ein w' ersetzt wird nach

$$w' = \frac{T_{\max} - \vartheta_1'}{\vartheta_2' - \vartheta_1'} = \left(w - \frac{1}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi h}{2h'}\right) + \frac{1}{2} \quad (7)$$

mit den nach $z = \pm h'/2$ „extrapolierten“ Temperaturen ϑ_1' und ϑ_2' . Es gilt dann entsprechend:

$$\sin\left(\frac{\pi z_m}{h'}\right) = \frac{1}{(2w - 1) \sin\left(\frac{\pi h}{2h'}\right)} \quad (5a)$$

und

$$\frac{h' \alpha U}{\pi G c_p} = \frac{1}{\sqrt{(2w - 1)^2 \sin^2\left(\frac{\pi h}{2h'}\right) - 1}} = v_1\left(w, \frac{h}{h'}\right). \quad (6a)$$

Die Strömungstemperatur des Kühlgases bei z_m beträgt dann

$$\vartheta(z_m) = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} + \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{2 \sin^2\left(\frac{\pi h}{2h'}\right) (2w - 1)} \left. \begin{aligned} & \\ & = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} + v_2\left(\frac{h}{h'}, w\right) (\vartheta_2 - \vartheta_1) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$v_2(h/h', w)$ ist in Abb. 1 graphisch dargestellt.

Für die Wärmeübergangsverhältnisse ist die mittlere Grenzschichttemperatur T_m bei z_m maßgebend. Aus experimentellen und theoretischen Untersuchungen [5], [6], [7] sind verschiedene, wenig voneinander abweichende Rezepte bekannt. Es ist dabei allerdings immer zu berücksichtigen, daß sie sich entweder auf eine konstante Wandtemperatur oder auf eine konstante Wärmestromdichte längs des Kühlkanals beziehen. Beides ist hier nicht in Strenge der Fall. Doch wird man den Verhältnissen in befriedigender Weise gerecht, wenn man ansetzt:

$$T_m = \frac{T_{\max} + \vartheta(z_m)}{2}. \quad (9)$$

Ein besonderes Problem ergibt sich, wenn c_p von der Gastemperatur abhängt, wie dies z. B. für H_2 und CO_2 der Fall ist. c_p in Gl. (1) ist dann durch einen geeigneten Mittelwert zu ersetzen, der aber je nach der Lage des betrachteten Temperaturintervalls verschieden groß ist. Die hier vorkommenden Intervalle reichen von ϑ_1 bis ϑ_2 und von ϑ_1 bis $\vartheta(z_m)$. Wir bezeichnen die zugehörigen mittleren spezifischen Wärmen mit \bar{c}_p bzw. \bar{c}_p^+ . Die Gln. (5), (5a), (6), (6a) und (8) bleiben gültig, wenn wir in ihnen c_p durch \bar{c}_p und w durch $w_1 = w \cdot \bar{c}_p^+ / \bar{c}_p$ ersetzen. Da $\vartheta(z_m)$ und damit \bar{c}_p^+ zu Beginn noch nicht bekannt sind, empfiehlt sich ein iteratives Vorgehen mit $\bar{c}_p = \bar{c}_p^+$ als 0. Näherung.

b) Wärmeübergang und hydraulischer Durchmesser

Aus Gl. (6a) ist die Größe $v_1 = h' \alpha U / \pi G c_p$ bekannt, die lokal für $z = z_m$ gilt.

Eine weitere Beziehung zwischen Wärmeübergangs- und Strömungseigenschaften ist empirisch gegeben in der Form [6] bis [10]

$$Nu = A \cdot Re^m Pr^n. \quad (10)$$

Nach [6], [7] sind dabei alle Materialeigenschaften, d. h. außer der Wärmeleitfähigkeit k , der Zähigkeit μ und der spezifischen Wärme c_p auch die in die Reynolds-Zahl eingehende Dichte für die Temperatur T_m , einzusetzen. Rechnen wir an dieser Stelle mit dem Ausdehnungskoeffizienten des idealen Gases, so erhalten wir

$$\frac{4F}{U'} \frac{\alpha}{k(T_m)} = A \left[\frac{4G}{U' \mu(T_m)} \right]^m \left[\frac{273 + \bar{\vartheta}}{273 + T_m} \right]^m \left[\frac{c_p(T_m) \mu(T_m)}{k(T_m)} \right]^n \quad (10a)$$

mit U' als umströmtem Umfang im Unterschied zum wärmeabgebenden Umfang U . Gl. (10a) ist gültig ebenfalls an der Stelle $z = z_m$.

Wir eliminieren α durch Gl. (6a) und G durch die Beziehung

$$G \bar{c}_p (\vartheta_2 - \vartheta_1) = a_1 \cdot q \cdot U \cdot h \quad (11)$$

mit einem Umrechnungsfaktor a_1 , der die verschiedenen Maßsysteme berücksichtigt.

Dann findet man

$$\frac{U}{F} = \frac{4}{D} \frac{U'}{U} = \frac{\pi \cdot a_1^{1-m} 4^{1-m}}{A} \frac{h^{1-m}}{h'} \frac{q^{1-m}}{(\vartheta_2 - \vartheta_1)^{1-m}} \times \left. \begin{aligned} & \times v_1 \left(w, \frac{h}{h'} \right) \frac{c_p^m}{c_p^n} \frac{\mu^{m-n}}{k^{1-n}} \left(\frac{273 + T_m}{273 + \bar{\vartheta}} \right)^m \cdot \left(\frac{U'}{U} \right)^{m-1} \end{aligned} \right\} (12) *$$

Wir setzen

$$\frac{\mu^{m-n}}{c_p^n k^{1-n}} = v_3(T_m). \quad (12a)$$

U/F oder $D = 4F/U'$ lassen sich damit aus den vorgegebenen unabhängigen Variablen oder unmittelbar berechneten Größen wie w und T_m ermitteln.

c) Umwälzleistung

Die Umwälzleistung N setzt sich additiv aus einem Reibungsanteil N_1 und einem Beschleunigungsanteil N_2 zusammen.

Der Druckverlust, der zu dem Reibungsanteil gehört, ergibt sich zu

$$\Delta p_1 = \frac{f}{2\bar{\varrho}} \left(\frac{G}{F} \right)^2 \frac{h \cdot U'}{4F} \quad (13)$$

mit dem Reibungsbeiwert f . $\bar{\varrho}$ ist die mittlere Gasdichte, berechnet für $\bar{\vartheta}$.

Das bei der Temperatur ϑ_1 arbeitende Gebläse fördert je Zeiteinheit ein Volumen G/ϱ_1 mit $\varrho_1 = \varrho(\vartheta_1)$.

Damit ergibt sich

$$N_1 = \frac{f}{8\bar{\varrho}\varrho_1} \frac{G^3}{F^3} h \cdot U' \quad (14)$$

und unter Verwendung von (11) und (12)

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_1}{qU\bar{h}} &= \frac{N_1}{Q} = \frac{a_2 \pi^3 a_1^{3+3(1-m)} 4^{3(1-m)}}{8 \cdot A^3} \frac{f}{\bar{\varrho}\varrho_1} \times \\ & \times q^{2+3(1-m)} \cdot \left(\frac{U'}{U} \right)^{3m-2} \frac{h^{3+3(1-m)}}{h'^3} \times \\ & \times \frac{v_1^2 \cdot v_3^2}{(\vartheta_2 - \vartheta_1)^{3+3(1-m)} \cdot \bar{c}_p^{3(1-m)}} \left(\frac{273 + T_m}{273 + \bar{\vartheta}} \right)^{3m} \end{aligned} \right\} (15)$$

mit a_2 als Umrechnungsfaktor zwischen mechanischen und elektrischen Größen.

Für den Beschleunigungsanteil ergibt sich als Druckverlust [1]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta p_2 &= \frac{1}{2\bar{\varrho}} \left(\frac{G}{F} \right)^2 \left[\frac{2(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{273 + \bar{\vartheta}} + 1,5 \frac{\bar{\varrho}}{\varrho_1} \right] \\ &= \frac{1}{2\bar{\varrho}} \left(\frac{G}{F} \right)^2 \frac{409 + 4\bar{\vartheta} - 2,5\vartheta_1}{273 + \bar{\vartheta}} = \frac{1}{2\bar{\varrho}} \left(\frac{G}{F} \right)^2 v_4(\vartheta_1, \bar{\vartheta}). \end{aligned} \right\} (16)$$

Der erste Summand in der Klammer beschreibt die Beschleunigungsleistung durch die Aufheizung und Volumenzunahme des Gases, der zweite die Beschleunigungsleistung am Kanaleintritt mit einem Zuschlag von 50% für Turbulenzverluste [11]. Es ergibt sich dann:

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_2}{Q} &= \frac{a_2 \pi^2 a_1^{2+2(1-m)} 4^{2(1-m)}}{2 \cdot A^2} \cdot \frac{1}{\varrho_1 \bar{\varrho}} q^{2+2(1-m)} \times \\ & \times \left(\frac{U'}{U} \right)^{2m-2} \frac{h^{2+2(1-m)}}{h'^2} \times \\ & \times \frac{v_1^2 v_3^2 v_4}{c_p^{3-2(1-m)} (\vartheta_2 - \vartheta_1)^{3+2(1-m)}} \left(\frac{273 + T_m}{273 + \bar{\vartheta}} \right)^{2m} \end{aligned} \right\} (17)$$

* Zu Gl. (12) ist zu bemerken, daß U'/U von D je nach der gewählten speziellen Geometrie abhängen kann und daher

4. Zahlenmäßige Berechnung

In Form der Gln. (12), (15) und (17) liegen die gesuchten Ergebnisse vor. Durch Zusammenfassung der einzelnen Faktoren, vor allem der Materialeigenschaften, zu passenden Funktionen, die als Kurven vorliegen, soll die Übersichtlichkeit erhöht und der für die Auswertung erforderliche Arbeitsaufwand auf ein Minimum reduziert werden.

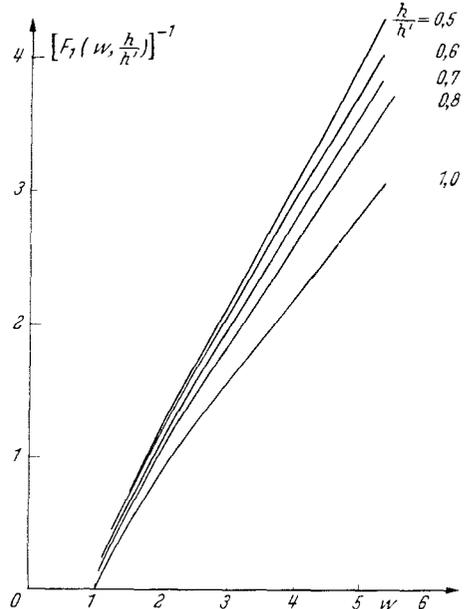


Abb. 2. Die Funktion $F_1(w, h/h')$ nach Gl. (18) bzw. (6a)

Hierzu definieren wir folgende Funktionen:

$$F_1 \left(w_1, \frac{h}{h'} \right) = \pi \cdot \frac{h}{h'} \cdot v_1 \left(w_1, \frac{h}{h'} \right) \quad \text{Abb. 2.} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} F_2(\bar{\vartheta}, T_m, p) &= c_p^m(\bar{\vartheta}, p) \cdot v_3(T_m, p) \cdot \left(\frac{273 + T_m}{273 + \bar{\vartheta}} \right)^m \quad \text{Abb. 3,} \\ & \end{aligned} \right\} (19)$$

$$\left. \begin{aligned} F_3(\bar{\vartheta}, T_m, p) &= \frac{v_3^3(T_m, p) p^2 (273 + T_m)^{3m}}{[c_p(\bar{\vartheta}, p)]^{3-3m} \varrho^2(\bar{\vartheta}, p) (273 + \bar{\vartheta})^{3m}} \quad \text{Abb. 4,} \\ & \end{aligned} \right\} (20)$$

$$F_4(\vartheta_1, \bar{\vartheta}, p) = \frac{\varrho(\bar{\vartheta}, p)}{\varrho(\vartheta_1, p)} \frac{273 + \bar{\vartheta}}{273 + \vartheta_1} \quad \text{Tabelle 1,} \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} F_5(\bar{\vartheta}, T_m, p) &= \frac{p^2}{\varrho^2(\bar{\vartheta}, p)} \frac{v_3^2(T_m, p)}{[c_p(\bar{\vartheta}, p)]^{3-2m}} \frac{(273 + T_m)^{2m}}{(273 + \bar{\vartheta})^{2m}} \quad \text{Abb. 5,} \\ & \end{aligned} \right\} (22)$$

$$F_6(\vartheta_1, \bar{\vartheta}) = v_4(\vartheta_1, \bar{\vartheta}) \quad \text{Abb. 6.} \quad (23)$$

Ferner die Konstanten:

$$K_1 = \frac{a_1^{1-m} 4^{1-m}}{A}, \quad (24)$$

$$K_2 = \frac{a_2 a_1^2 K_1^2}{8}, \quad (25)$$

$$K_3 = \frac{a_2 a_1^2 K_1^2}{2}. \quad (26)$$

Wie man aus der Bauart der Funktionen F_2 bis F_5 ersieht, hängen sie nur über die geringen Abweichungen streng genommen oft keine unabhängige Variable mehr ist. Wenn sie trotzdem als solche behandelt wird, so darum, weil sie nur schwach in die Beziehung eingeht und gegebenenfalls in einem Iterationsschritt korrigiert werden kann.

im Verhalten einiger Gase vom idealen Gasgesetz von p ab. Die Abweichungen sind gering und darum nur bei CO_2 berücksichtigt worden. Die in Gl. (10a) ein-

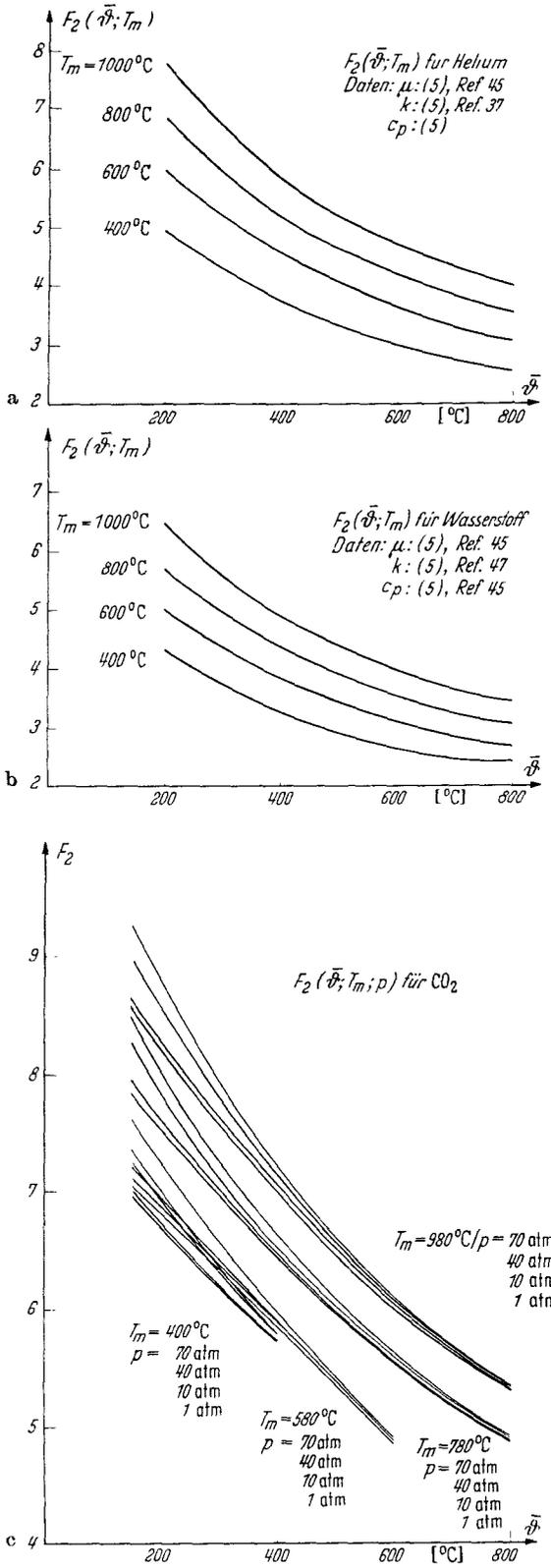


Abb. 3a—c. Die Funktion $F_2(\bar{\varphi}, T_m, p)$ nach Gl. (19). a Helium; b Wasserstoff; c Kohlendioxyd

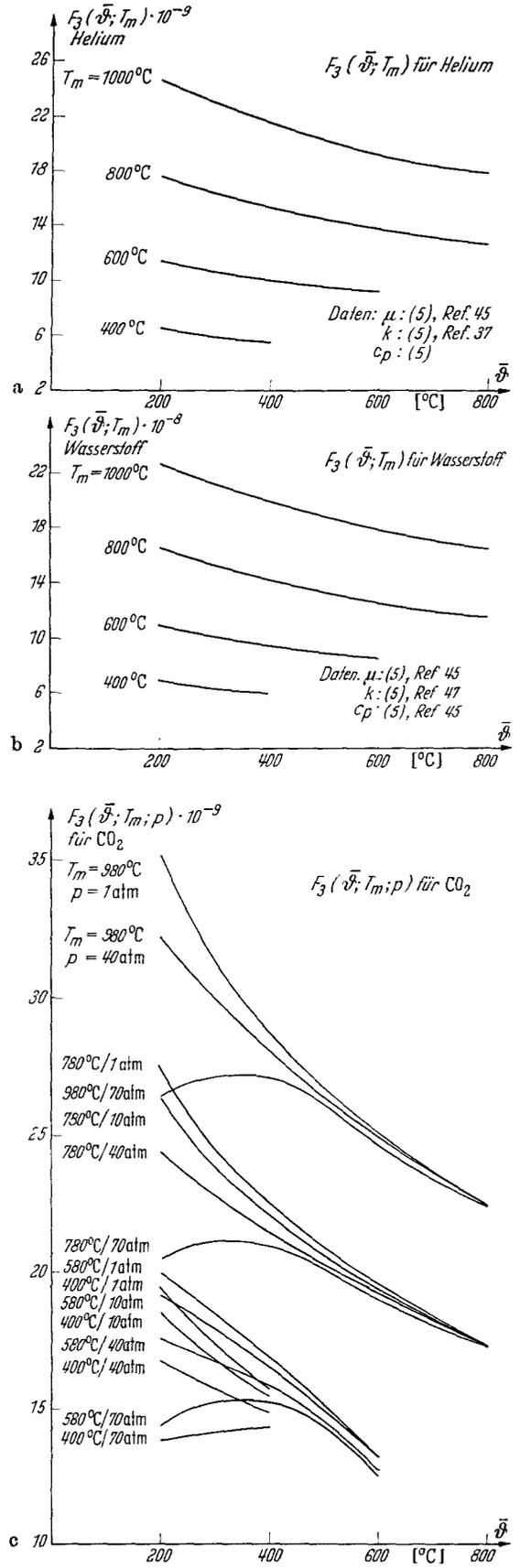


Abb. 4a—c. Die Funktion $F_3(\bar{\varphi}, T_m, p)$ nach Gl. (20). a Helium; b Wasserstoff; c Kohlendioxyd

gehende Umrechnung der Dichten auf die Grenzschichttemperatur T_m ist in allen Fällen, d.h. auch für CO_2 , nach dem idealen Gasgesetz erfolgt, da hier die

experimentelle Unsicherheit den mit einer entsprechenden Korrektur auf reale Gaseigenschaften verbundenen Mehraufwand nicht lohnt.

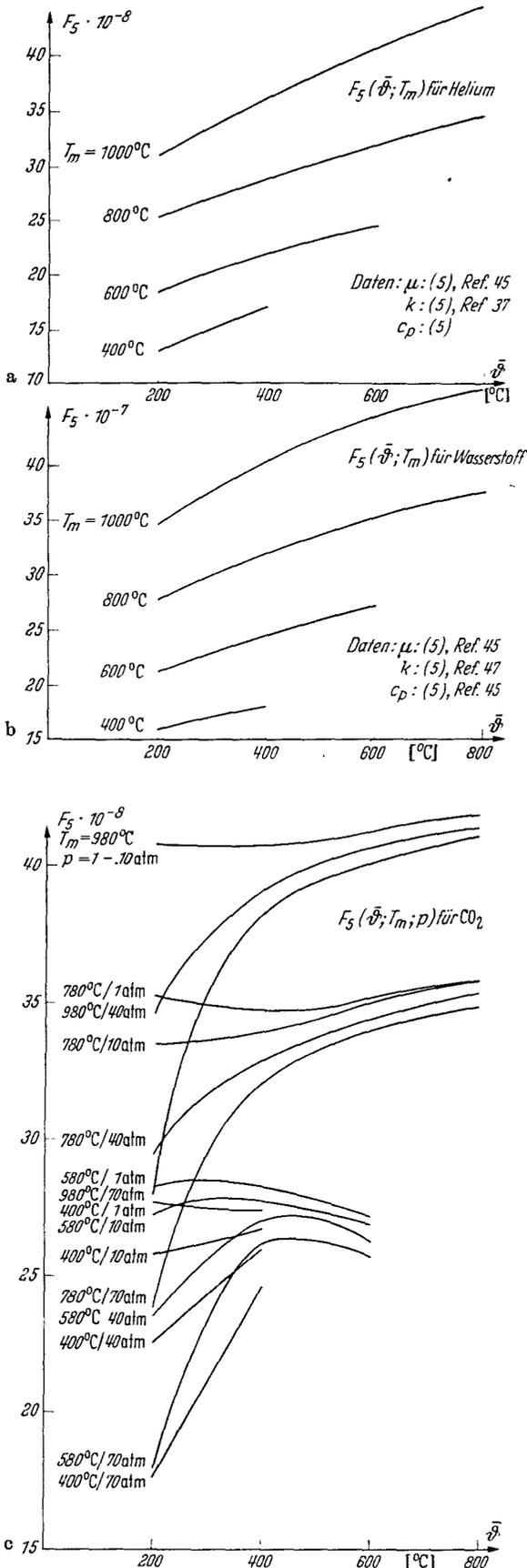


Abb. 5a-c. Die Funktion $F_5(\bar{\vartheta}, T_m, p)$ nach Gl. (22). a Helium; b Wasserstoff; c Kohlendioxid

Damit erhalten wir für die abhängigen Variablen folgende Ausdrücke:

$$\frac{1}{D} = \frac{K_1}{4} \frac{q^{1-m}}{h^m (\vartheta_2 - \vartheta_1)^{1-m}} \times \left. \begin{aligned} & \times F_1\left(w_1, \frac{h}{h'}\right) F_2(\bar{\vartheta}, T_m, p) \left(\frac{U'}{U}\right)^m, \end{aligned} \right\} (27)$$

$$\frac{N_1}{Q} = K_2 f \frac{273 + \vartheta_1}{273 + \bar{\vartheta}} \frac{q^{2+3(1-m)} h^{3(1-m)}}{p^2 (\vartheta_2 - \vartheta_1)^{3+3(1-m)}} \times \left. \begin{aligned} & \times F_1^3\left(w_1, \frac{h}{h'}\right) F_3(\bar{\vartheta}, T_m, p) F_4(\vartheta_1, \bar{\vartheta}, p) \left(\frac{U'}{U}\right)^{3m-2}, \end{aligned} \right\} (28)$$

$$\frac{N_2}{Q} = K_3 \frac{273 + \vartheta_1}{273 + \bar{\vartheta}} \frac{q^{2+2(1-m)} h^{2(1-m)}}{p^2 (\vartheta_2 - \vartheta_1)^{3+2(1-m)}} \times \left. \begin{aligned} & \times F_1^2\left(w_1, \frac{h}{h'}\right) F_5(\bar{\vartheta}, T_m, p) \times \\ & \times F_6(\vartheta_1, \bar{\vartheta}) F_4(\vartheta_1, \bar{\vartheta}, p) \left(\frac{U'}{U}\right)^{2m-2}. \end{aligned} \right\} (29)$$

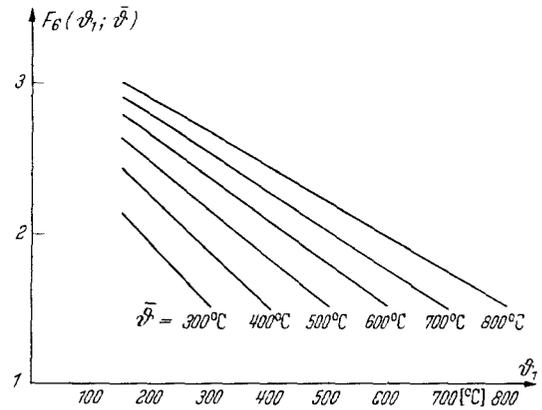


Abb. 6. Die Funktion $F_6(\vartheta_1, \bar{\vartheta})$ nach Gl. (23) bzw. (16)

Die Funktionen F_1 bis F_6 brauchen nur einmal für die in Betracht kommenden Gase ausgerechnet zu werden. Hierzu verwenden wir Gl. (10) in der bekannten Form [8] mit

$$A = 0,023; \quad m = 0,8; \quad n = 0,33.$$

Es folgt:

$$\frac{1}{D} = \frac{K_1}{4} \frac{q^{0,5}}{h^{0,8} (\vartheta_2 - \vartheta_1)^{0,5}} \cdot F_1 \cdot F_2 \left(\frac{U'}{U}\right)^{0,8}, \quad (27a)$$

$$\frac{N_1}{Q} = K_2 \cdot f \frac{273 + \vartheta_1}{273 + \bar{\vartheta}} \times \left. \begin{aligned} & \times F_4 \frac{q^{2,6} h^{0,6}}{p^2} \frac{F_1^3}{(\vartheta_2 - \vartheta_1)^{3,6}} F_3 \left(\frac{U'}{U}\right)^{0,4}, \end{aligned} \right\} (28a)$$

$$\frac{N_2}{Q} = K_3 \frac{273 + \vartheta_1}{273 + \bar{\vartheta}} \times \left. \begin{aligned} & \times F_4 \frac{q^{2,4} h^{0,4}}{p^2} \frac{F_1^2}{(\vartheta_2 - \vartheta_1)^{3,4}} \cdot F_5 \cdot F_6 \left(\frac{U'}{U}\right)^{-0,4}, \end{aligned} \right\} (29a)$$

mit

$$K_1 = 43,10, \quad (24a)$$

$$K_2 = 1,366 \cdot 10^{-5} \quad (25a)$$

$$K_3 = 1,268 \cdot 10^{-6}. \quad (26a)$$

F_4 kann für He und H₂ gleich eins gesetzt werden. Die Werte von F_4 für CO₂ sind in Tabelle 1 gegeben.

Eine gewisse Schwierigkeit bei der richtigen Berechnung der Funktionen bereitet die Auswahl der Materialwerte der Gase, da hier zum Teil uneinheitliche Meßwerte vorliegen.

Ein umfassender Vergleich wurde von MASSEY [12] durchgeführt. Wir verwendeten seine Resultate unter Bezugnahme auf die dort angegebenen Referenzen. Für CO₂ wurde [13] zugrunde gelegt.

In Gl. (25) und (25a) steht als weiterer Faktor der Reibungsbeiwert *f*, der von der Reynolds-Zahl und der relativen Rauigkeit der Kanaloberfläche abhängt.

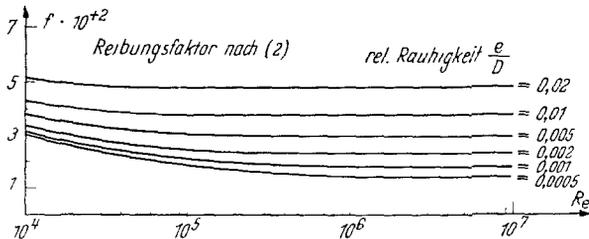


Abb. 7. Der Reibungsfaktor als Funktion der Reynoldszahl. (Nach BONILLA [8])

Bei höheren Reynolds-Zahlen, und das ist in den meisten praktischen Anwendungen der Fall, wird *f* unabhängig von *Re* und hängt nur noch von der mehr

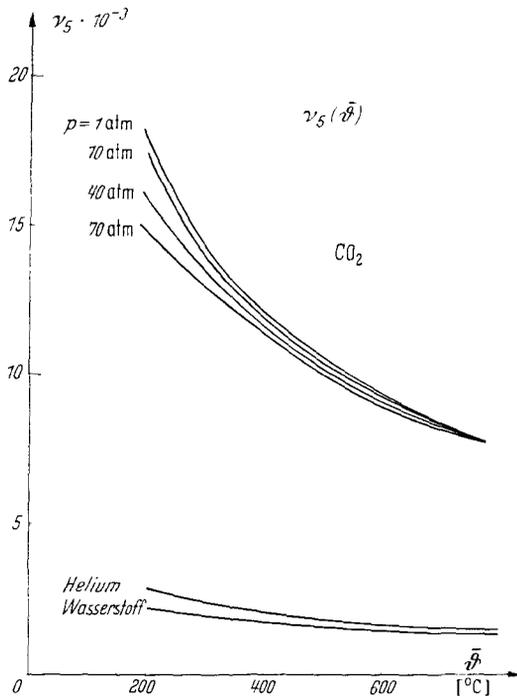


Abb. 8. Die Funktion $\nu_5(\bar{\vartheta})$ nach Gl. (30)

oder minder fest vorgegebenen relativen Rauigkeit ab. Erfahrungsgemäß wählt man $f = \text{const} = 0,03$ bis 0,04 und erfaßt dadurch gleichzeitig auch den Einfluß gewisser Struktureinbauten wie Stützelemente und dergleichen. Um für orientierende Untersuchungen jedoch einen weiteren Bereich erfassen zu können, ist *f* in Abb. 5 als Funktion von *Re* für verschiedene Rauigkeiten *e/D* dargestellt. Die Reynolds-Zahl läßt sich dabei aus folgendem Ausdruck bestimmen:

$$Re = \frac{G \cdot D}{F \cdot \mu} = \frac{4 a_1 q h}{c_p \mu (\vartheta_2 - \vartheta_1)} = \frac{q \cdot h}{\vartheta_2 - \vartheta_1} \nu_5(\bar{\vartheta}). \quad (30)$$

ν_5 ist in Abb. 8 dargestellt.

Die Bezugstemperatur des Gases ist dabei nach [5], [7] ebenfalls die mittlere Grenzschichttemperatur. Im Unterschied zu der Wärmeübergangszahl nach Gl. (10), die ja nur lokal für $z = z_m$ interessierte, müßte man hier

Tabelle 1. $F_4(\vartheta_1, \bar{\vartheta}, p)$ für CO₂

<i>p</i> [atm]	ϑ_1 [°C]	$\bar{\vartheta}$ [°C]	<i>F</i> ₄	<i>p</i> [atm]	ϑ_1 [°C]	$\bar{\vartheta}$ [°C]	<i>F</i> ₄
70	200	230	0,9824	40	200	230	0,9902
		280	0,9617			280	0,9783
		330	0,9483			330	0,9706
		380	0,9395			380	0,9653
		430	0,9333			430	0,9617
		480	0,9293			480	0,9590
70	250	280	0,9883	40	250	280	0,9936
		330	0,9744			330	0,9856
		380	0,9654			380	0,9804
		430	0,9592			430	0,9767
		480	0,9551			480	0,9741
		530	0,9524			530	0,9719
70	300	330	0,9924	40	300	330	0,9959
		380	0,9831			380	0,9904
		430	0,9768			430	0,9867
		480	0,9725			480	0,9841
		530	0,9693			530	0,9820
		10	200			230	0,9977
280	0,9949						
330	0,9929						
380	0,9916						
430	0,9907						
480	0,9900						

die Grenzschichttemperatur in geeigneter Weise über den ganzen Kanal mitteln. Für orientierende Untersuchungen genügt es, $\bar{\vartheta}$ als Bezugstemperatur zu wählen, während man für konkrete Fälle stets auf Messungen von *f* zurückgreifen muß. Beispiele finden sich in [14], [15], wo auch der Einfluß unvermeidlich in den Kanal eingebauter Konstruktionselemente untersucht wird.

Aus den genannten Gründen tritt *f* in Gl. (28) als besonderer, nicht weiter aufgelöster Faktor auf, dessen Größe den tatsächlichen Verhältnissen angepaßt werden kann.

Die Berechnung von *D*, N_1/Q und N_2/Q wird nun in folgender Weise ausgeführt:

Zuerst wird die Grenzschichttemperatur an der heißesten Stelle bestimmt: Man bildet zunächst

$$w = \frac{T_{\text{max}} - \vartheta_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} \quad \text{und} \quad \bar{\vartheta} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}$$

und damit nach Abschnitt 3a zunächst $w_1 = w$.

Aus Abb. 1 entnimmt man $\nu_2(w_1, \frac{h}{h'})$ und bildet

$$\vartheta_m = \bar{\vartheta} + \nu_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) \quad \text{und} \quad T_m = \frac{T_{\text{max}} + \vartheta_m}{2}$$

Ist c_p stark von ϑ abhängig, so ist nach Abschnitt 3a $w_1 = w' \cdot c_p^*/\bar{c}$ zu bilden und der obige Rechengang zu wiederholen.

Aus Abb. 2 entnimmt man $F_1(w_1, \frac{h}{h'})$.

Aus Abb. 3 entnimmt man $F_2(\bar{\vartheta}, \vartheta_m, p)$.

Mit Gl. (27a) läßt sich dann *D* berechnen.

Entsprechend wird dann abgelesen:

aus Abb. 2: $F_1^3(w_1, \frac{h}{h'})$,

aus Abb. 4: $F_3(\bar{\vartheta}, T_m, p)$

und, falls CO₂ verwendet wird,

aus Tabelle 1: $F_4(\vartheta_1, \bar{\vartheta}, p)$ als Korrekturfaktor, sonst $F_4 = 1$.

$f \approx 0,04$ oder, nach Abb. 7, $f = f\left(Re, \frac{e}{D}\right)$ mit $Re = \frac{q \cdot h}{\theta_2 - \theta_1} \cdot \nu_0$ und $\nu_0(\bar{\theta})$ aus Abb. 8.

Daraus bildet man N_1/Q nach Gl. (28a).

Schließlich findet man

aus Abb. 2: $F_1^2\left(w_1, \frac{h}{h'}\right),$

aus Abb. 5: $F_5(\bar{\theta}, T_m, p),$

aus Abb. 6: $F_6(\theta_1, \bar{\theta})$

und berechnet nach Gl. (29a) N_2/Q .

5. Diskussion

Die Gln. (27a) bis (29a) geben den Einfluß der verschiedenen Variablen auf die wärmetechnische Reaktorauslegung in geschlossener Form wieder.

Fassen wir den Einfluß der Temperatur und der Leistungsverteilung in einem Faktor zusammen, so erhalten wir:

$$\frac{1}{D} = M_1\left(\frac{h}{h'}, T_{\max}, \theta_1, \theta_2\right) \frac{q^{0,2}}{h^{0,8}} \left(\frac{U'}{U}\right)^{0,8}, \quad (27b)$$

$$\frac{N_1}{Q} = f \cdot M_2\left(\frac{h}{h'}, T_{\max}, \theta_1, \theta_2\right) \frac{q^{2,6} h^{0,6}}{p^2} \left(\frac{U'}{U}\right)^{0,4}, \quad (28b)$$

$$\frac{N_2}{Q} = M_2\left(\frac{h}{h'}, T_{\max}, \theta_1, \theta_2\right) \frac{q^{2,4} h^{0,4}}{p^2} \left(\frac{U'}{U}\right)^{-0,4}. \quad (29b)$$

Zunächst erkennt man mit einem Blick den Einfluß der Variablen q, h und p . Für festgehaltene Temperaturen und festgehaltene Leistungsverteilung muß der Kanaldurchmesser D in der angegebenen Weise mit q abnehmen und mit h wachsen. Der Gasdruck hat dagegen auf den Kanaldurchmesser keinen Einfluß. Die Ursache hierfür ist natürlich die für ideale Gase geltende Unabhängigkeit von k, μ und c_p vom Druck. Besondere Beachtung verdient die starke Abhängigkeit der Umwälzleistung von q . Eine große Oberflächenleistung und damit eine hohe Leistungsdichte im Reaktor führt zwar zu geringen Anlagekosten je installiertes kW, muß aber durch hohe Umwälzleistung und damit durch einen geringen Anlagewirkungsgrad erkauft werden, und es ist ohne weiteres einzusehen, daß im Zuge einer Optimisierungsrechnung hier ein echtes Kostenminimum gefunden werden kann. Die Abhängigkeit der Umwälzleistung von h ist qualitativ ohne weiteres einzusehen und führt zu dem bekannten Trend zu flachen Cores. Es dürfte aber doch interessant sein, in Gl. (28b) und (29b) quantitativ zu sehen, was man dabei eigentlich gewinnt.

Wir kommen nun zu dem Vergleich der Kühleigenschaften der verschiedenen Gase. In den schon erwähnten Arbeiten [1], [2], [3] wurde der Fehler gemacht, daß unter Festhaltung von $h/h', T_{\max}, \theta_1, \theta_2, q, h$ und D ein Ausdruck für N_1/Q hergeleitet wurde. Das geht nicht, ohne Gl. (27b) zu verletzen. In Arbeiten aus Oak Ridge [16], [17] wurde bereits auf diesen Umstand aufmerksam gemacht.

Für einen Vergleich der Gaseigenschaften müssen die von diesen abhängigen Faktoren in M_1, M_2 und M_3 betrachtet werden.

Für M_1 ist dies die Funktion F_2 , die nach Abb. 3 von Wasserstoff über Helium zum CO_2 zunimmt. Bei gleichen Temperaturen, Kanallängen, Leistungsdich-

ten und Flußformen erfordert also Wasserstoff den größten, CO_2 den kleinsten Kanaldurchmesser.

Die Umwälzleistung für einen Kühlkanal dagegen geht aus den Funktionen F_3 (Abb. 4) und F_5 (Abb. 5) hervor, die als einzige die speziellen Gaseigenschaften enthalten. Hier liefert Wasserstoff um einen Faktor 10 kleinere Werte als Helium, andererseits erfordert CO_2 z.B. bei $\bar{\theta} = 600^\circ C$ und $T_m = 800^\circ C$ eine um einen Faktor 1,55 höhere Umwälzleistung als Helium.

CO_2 bietet also gegenüber Helium den vom Gesichtspunkt der Neutronenleckage wichtigen Vorteil geringerer erforderlicher Kanaldurchmesser, ist aber bezüglich der Umwälzleistung im Gegensatz zu früheren Feststellungen dem Helium etwas unterlegen.

Um die physikalische Ursache des unterschiedlichen Verhaltens der drei Gase etwas genauer zu verstehen, betrachten wir den von den Materialeigenschaften abhängigen Teil F'_3 der Funktion F_3 etwas genauer. Er lautet

$$F'_3 = \frac{p^2(\bar{\theta})}{\rho^2(\bar{\theta}) \cdot c_p^{0,6}(\bar{\theta})} \left[\frac{\mu^{0,47}(T_m)}{k^{0,67}(T_m) c_p^{0,33}(T_m)} \right]^3.$$

Für $\bar{\theta} = 400^\circ C, T_m = 600^\circ C$ sind die Materialdaten in Tabelle 2 wiedergegeben.

Der von $\bar{\theta}$ abhängige Teil von F'_3 , der die Wärmetransporteigenschaften des Gases charakterisiert, ist für CO_2 wegen seiner hohen Dichte natürlich am kleinsten. Der zweite, von T_m abhängige Anteil, der letztlich durch die Wärmeübergangsverhältnisse an der Stelle der höchsten Brennstoff-Oberflächentemperatur bestimmt wird, die auf die ganze Auslegung zurückwirkt, beeinflusst jedoch das Verhalten von F'_3 wesentlich. Hier ist vor allem das jeweilige Größenverhältnis von k und μ zu beachten, wie es aus Tabelle 2 er-

Tabelle 2

	H ₂	He	CO ₂ (10 atm)
$\frac{p^2(\bar{\theta})}{\rho^2(\bar{\theta})} \left[\frac{\text{cm}^6 \text{ atm}^2}{\text{g}^2} \right]$	$7,52 \cdot 10^8$	$2,04 \cdot 10^8$	$1,56 \cdot 10^8$
$c_p(\bar{\theta}) \left[\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \right]$	3,53	1,242	0,267
$\mu(T_m)$ [Poisen]	$1,71 \cdot 10^{-4}$	$4,3 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-4}$
$k(T_m) \left[\frac{\text{cal}}{\text{cm sec}^\circ\text{C}} \right]$	$1,02 \cdot 10^{-3}$	$7,3 \cdot 10^{-4}$	$1,42 \cdot 10^{-4}$
$c_p(T_m) \left[\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \right]$	3,56	1,242	0,288

sichtlich ist. Für H₂ ist dieses Verhältnis am günstigsten, für CO₂ am ungünstigsten, und dieser Einfluß ist ausschlaggebend für die relative Größe von F'_3 .

F_3 und F_5 sinken mit $\bar{\theta}$ und nehmen mit T_m zu. Ursache für dieses Verhalten ist das Glied

$$\left(\frac{273 + \bar{\theta}}{273 + T_m} \right)^m$$

in dem Ausdruck (10a) für die Nusselt-Zahl. Je stärker T_m und $\bar{\theta}$ voneinander abweichen, desto ungünstiger werden die Verhältnisse für den Wärmeübergang.

Die für CO_2 bedeutsame Abweichung vom idealen Gasverhalten wirkt sich erwartungsgemäß im Sinne einer Verbesserung der Kühleigenschaften aus, wie z.B. aus Abb. 4c hervorgeht, wenn man den Bereich niedriger Temperaturen und hoher Drucke betrachtet. Die quantitative Auswirkung auf die Reaktorauslegung ist hier klar zu erkennen.

6. Einfluß von Kühlrippen

Nachdem die Gln. (27) bis (29) die Kühlverhältnisse für glatte Kanäle erkennen lassen, macht es im Prinzip keine Schwierigkeit, auch den Einfluß von an den Brennstoffelementen angebrachten Kühlrippen zu diskutieren. Die Rippen können längs oder quer zum Kühlstrom ausgerichtet sein und zeigen dementsprechend ein unterschiedliches Verhalten.

a) Längsrippen

Hierbei ändert sich formal nichts. Als umströmter Umfang U' ist der gesamte Umfang des Brennstoffelementes einschließlich der Rippen zu berücksichtigen; dementsprechend ist der hydraulische Durchmesser definiert. Der wärmeabgebende Umfang U ist ebenfalls der gesamte Umfang des Brennstoffelementes, aber multipliziert mit dem Rippenwirkungsgrad. Dieser ist in bekannter Weise definiert als das Verhältnis des tatsächlichen Wärmeübergangs zum Wärmeübergang bei unendlich großer Leitfähigkeit des Rippenmaterials. Der dann zum Ausdruck kommende Temperaturabfall in den Rippen selbst ist eine Funktion des Wärmestromes q , und U wird damit von dieser Größe abhängig. Da q zu den vorgegebenen unabhängigen Variablen gehört, treten im Prinzip keine Schwierigkeiten auf.

b) Querrippen

In gleicher Weise wie im Falle der Längsrippen ist auch hier zunächst die reine Oberflächenvergrößerung wirksam. Außerdem aber muß der Effekt der Turbulenzerhöhung berücksichtigt werden, der sowohl den Reibungsbeiwert als auch die Nusselt-Zahl heraufsetzt. Hierzu sind verschiedene experimentelle Untersuchungen gemacht worden [6], [9], [10], [18]. Die Ergebnisse reichen noch nicht aus, um für jede mögliche Rippenform, jeden möglichen Rippenabstand, jede mögliche Kanalform, jede mögliche Rippenhöhe usw. die Ergebnisse exakt vorzuberechnen. Jedoch sind einige Gesetzmäßigkeiten geklärt worden, die im Lichte unserer Formeln (27) bis (29) die fundamentalen Zusammenhänge erkennen lassen.

Als Funktion der Reynolds-Zahl ergibt sich für den Reibungsbeiwert f querberippter Kühlkanäle der aus Abb. 7 bekannte typische Verlauf für raue Rohre, d. h. für größere Werte von Re wird f unabhängig von Re . Die Nusselt-Zahl gehorcht einem Potenzgesetz nach Gl. (10), wobei wichtig ist zu vermerken, daß sich der Exponent m der Reynolds-Zahl gegenüber dem Fall unberippter Kanäle nicht ändert. Über den Exponenten n fehlen Informationen, da aber n in der ganzen Rechnung keine entscheidende Rolle spielt, genügt für eine vergleichende Betrachtung die Annahme, daß auch n den für glatte Kanäle geltenden Wert beibehält. Damit reduziert sich der Effekt von Querrippen auf eine Erhöhung der Konstanten A der Gl. (10).

Betrachtet man andererseits für eine feste Reynolds-Zahl den Einfluß des Verhältnisses s/t von Rippenabstand s zu Rippenhöhe t , so findet man sowohl für f als auch für A ein Maximum bei $s/t \approx 8$ bis 10. In diesem Bereich findet KOCH [9] auch den relativ größten Wert von A/f , also die kühlungstechnisch günstigsten Bedingungen. Allgemein gilt, daß durch das Anbringen von Querrippen f wesentlich stärker erhöht wird als A .

Nach den Gln. (24) bis (29) gilt

$$1/D \sim 1/A$$

$$N_1/Q \sim f/A^3$$

$$N_2/Q \sim 1/A^2.$$

Wir stellen also fest, daß unter unseren Bedingungen, d. h. bei festgehaltenem

$$\vartheta_1 \quad h \quad U'/U$$

$$\vartheta_2 \quad q \quad p$$

$$T_{\max} \quad h/h',$$

der erforderliche hydraulische Kanaldurchmesser bei der Verwendung von Querrippen größer werden muß, daß trotz des relativ größeren Anwachsens von f gegenüber A N_1/Q kleiner werden kann und daß N_2/Q in jedem Falle stark abnimmt. Auf einige dieser Gesichtspunkte hat auch WALKER [18] hingewiesen. Das entscheidende Kriterium ist die notwendige Vergrößerung von D . Neutronenökonomische Gründe entscheiden darüber, ob dies möglich ist, ob also Querrippen sinnvoll sind oder nicht.

Als Beispiel wählen wir zur Illustration ein Meßergebnis von KOCH [9]. Er findet für ein Rohr von 50 mm Durchmesser mit Rippen einer Höhe $t = 2$ mm und $s/t = 9,8$ für $Re = 10^4$ folgende Verhältnisse (der Index 0 bezieht sich auf das glatte Rohr):

$$f/f_0 = 10 \quad A/A_0 = 2,42.$$

Also

$$\frac{D}{D_0} = 2,42 \quad \frac{\frac{N_1}{Q}}{\left(\frac{N_1}{Q}\right)_0} = 0,705 \quad \frac{\frac{N_2}{Q}}{\left(\frac{N_2}{Q}\right)_0} = 0,17.$$

Soll D jedoch nicht vergrößert werden, so lassen sich die Gln. (27) bis (29) erfüllen, wenn z. B. gleichzeitig die Gasaustrittstemperatur entsprechend der vergrößerten Wärmeübergangszahl näher an T_{\max} herandrückt, also erhöht wird. Dadurch erhöht sich auch die Aufheizungsspanne $\vartheta_2 - \vartheta_1$, und bei gleichem Q wird die umzuwälzende Gasmenge geringer. Wir haben dann zwei gegenläufige Effekte zu berücksichtigen: Durch das Anwachsen von f durch die Querrippen wird die Pumpenleistung erhöht, durch die gleichzeitige Reduktion der Umwälzmenge infolge der vergrößerten Aufheizspanne wird die Pumpenleistung erniedrigt. Aus den Gln. (27) bis (29) ist nicht unmittelbar erkennbar, welcher der beiden Effekte überwiegt. Durch Ausrechnung mit Zahlenwerten findet man aber, daß im üblichen Temperaturbereich der erste Effekt stärker ist, daß bei festgehaltenem D Querrippen insgesamt eine Erhöhung des Umwälzaufwandes bringen.

Betrachtet man das Reaktorkraftwerk als Ganzes, so muß man noch berücksichtigen, daß die eben diskutierte Erhöhung von ϑ_2 auch das Temperaturniveau und damit den thermischen Wirkungsgrad des sekundären Arbeitsprozesses anhebt. Doch auch dadurch ergibt sich für die bisher ausgemessenen Typen von Querrippen immer noch kein Vorteil gegenüber glatten Kanälen.

Für diese Betrachtungen gilt nun noch eine wichtige Einschränkung: Die lokale Variation der Nusselt-Zahl von Rippe zu Rippe ist vernachlässigt worden. KOCH [9] findet jedoch dicht hinter einer Rippe, gewissermaßen in ihrem Windschatten, ein ausgeprägtes Minimum von Nu . Entsprechend ist dort eine hohe

Oberflächentemperatur zu erwarten. In vielen Fällen wird sich diese lokale Temperaturüberhöhung allerdings durch Wärmeleitung innerhalb der Brennstoffhülle zur benachbarten Kühlrippe wieder abbauen. Da aber unsere ganze Betrachtung darauf fußt, daß eine maximale Oberflächentemperatur T_{\max} an einem bestimmten Ort erreicht und nirgendwo überschritten wird, muß der lokale Verlauf der Nusselt-Zahl bei Querrippen genauer bekannt sein, als dies nach den bisherigen Messungen der Fall ist, um die kühlungs-technische Reaktorberechnung zuverlässig durchführen zu können.

Zusammenfassend kommen wir bezüglich der Verwendbarkeit von Kühlrippen also zu dem Resultat, daß neben dem Effekt der reinen Oberflächenvergrößerung Querrippen eine Turbulenzvergrößerung bewirken, die dann bei festgehaltenen Temperaturen usw. zu geringerer Umwälzleistung und einem verbesserten Gesamtwirkungsgrad führen kann, wenn man sich neutronenökonomisch eine dazu notwendige Erhöhung des Kanaldurchmessers leisten kann. Ist dies nicht möglich, so sind Querrippen wenig sinnvoll.

7. Bedeutung der Buchstaben

A	Zahlenfaktor der Nusselt-Gleichung
a_1	Umrechnungsfaktor $a_1 = 0,239 \text{ cal/W} \cdot \text{sec}$
a_2	Umrechnungsfaktor $a_2 = 10^{-7} \text{ W} \cdot \text{sec/erg}$
c_p [cal/g · °C]	spezifische Wärme
\bar{D} [cm]	hydraulischer Kanaldurchmesser
F [cm ²]	freier Strömungsquerschnitt eines Kanals
f	Reibungsfaktor
F_1 bis F_6	im Text definierte Funktionen
G [g/sec]	Gasdurchsatz
h, h' [cm]	Kanallänge
K_1 bis K_3	im Text definierte Konstanten
k [cal/cm · °C]	Wärmeleitfähigkeit
m, n	Exponenten der Nusselt-Gleichung
N [W]	Kühlmittel-Umwälzleistung

p [atm]	Gasdruck
Pr	Prandtl'sche Zahl
Q [W]	Wärmeleistung eines Kühlkanals
q [W/cm ²]	mittlere Oberflächen-Wärmeleistung am Brennstoff
Re	Reynoldssche Zahl
T_{\max} [°C]	maximale Brennstoff-Oberflächentemperatur
T_m [°C]	maximale mittlere Grenzschichttemperatur
U [cm]	gekühlter Umfang eines Kühlkanals
U' [cm]	umströmter Umfang eines Kühlkanals
W_0 [W/cm]	maximale Wärmeleistung je cm Kanallänge
w, w', w_1	im Text definierte Funktionen
z [cm]	Koordinate in Kanalrichtung
z_m [cm]	Ort von T_{\max}
α [W/cm ² · °C]	Wärmeübergangszahl
ϑ_1 [°C]	Gaseintrittstemperatur
ϑ_2 [°C]	Gasaustrittstemperatur
$\bar{\vartheta}$ [°C]	mittlere Gastemperatur = $\frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}$
μ [Poisen]	dynamische Zähigkeit
v_1 bis v_5	im Text definierte Funktionen
ρ [g/cm ³]	Gasdichte.

Literatur: [1] DIAMOND, S., and W. B. HALL: J. Brit. Nuclear Energy Conf. 1, 235 (1956). — [2] BAEHR, H. D.: Atomkernenergie 4, 207 (1959). — [3] FORTESCUE, P.: Nucl. Power 2, 188 (1957). — [4] BAEHR, H. D.: Atomkernenergie 4, 49 (1959). — [5] DESSLER, R. G.: ASME Trans. 73, 101 (1951). [6] SAMS, E. W.: TID-7529 (Pt. 1) Book 2, S. 390. — [7] HUMBLE, L. V.: NACA Rep. 1020. — [8] BONILLA, C. F.: Nuclear Engineering, S. 385ff. New York and London: McGraw Hill 1957. — [9] KOCH, R.: VDI-Forsch.-Heft 469 (1958). — [10] NUNNER, W.: VDI-Forsch.-Heft 455 (1956). — [11] PLANK, R.: Handbuch der Kältetechnik, Bd. 3, S. 227. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1959. — [12] MASSEY, G. V.: The Thermal Properties of Gases for Use in Reactor Heat-Transfer Calculations, DEG Report 14 (D) 1960. — [13] Tables of Thermal Properties of Gases, NBS Circular 564. — [14] EPEL, L. G.: A Parametric Study of a Gas Cooled Reactor, CF-59-7-88. — [15] ORNL 2767. — [16] ORNL 2699. — [17] CF-58-4-108. — [18] WALKER, V.: Nucl. Engineering 6, 144 (1961).