

KFK-33

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

AUGUST 1960

KFK 33

INSTITUT FÜR KERNVERFAHRENSTECHNIK

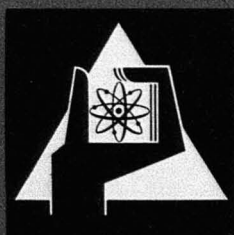
UMKEHRUNG DER TRENNDÜSEN-ENTMISCHUNG

IN ÜBEREXPANDIERTEN GASSTRAHLEN

*[Handwritten]*  
K. BIER

**KERNREAKTOR**  
Bau- und Betriebs-Gesellschaft m. b. H.  
Zentralbücherei

5. DEZ. 1960



KERNREAKTOR

BAU- UND BETRIEBS-GESELLSCHAFT M. B. H.

KARLSRUHE

## Umkehrung der Trenndüsen-Entmischung in überexpandierten Gasstrahlen

Von **K. BIER**

## Umkehrung der Trenndüsen-Entmischung in überexpandierten Gasstrahlen

Von K. BIER

Aus dem Kernforschungszentrum Karlsruhe, Institut für Kernverfahrenstechnik  
der Technischen Hochschule

(Z. Naturforsch. 15 a, 714—723 [1960]; eingegangen am 23. Mai 1960)

Der „normale“ Trenndüseneffekt besteht darin, daß sich bei der Ausströmung eines Gas- oder Isotopengemisches aus einer Düse im ersten Teil der freien Expansion die leichte Komponente in der Randzone des Strahls anreichert. Dieser Effekt tritt sowohl in rotationssymmetrischen als auch in ebenen Düsenströmungen auf. In rotationssymmetrischen Gasstrahlen beobachtet man überdies bei genügend hoher Dichte in größerer Entfernung von der Düse eine umgekehrte Entmischung, d. h. eine Anreicherung der leichten Komponente im Strahlkern. In der vorliegenden Arbeit wird durch Untersuchung des räumlichen Verlaufs der Entmischung bei verschiedenen Gasdrücken gezeigt, daß der „umgekehrte“ Trenneffekt im wesentlichen auf der Druckdiffusion in dem von einem Verdichtungsstoß aufgebauten, von außen nach innen gerichteten Druckgefälle beruht.

Bei der Ausströmung eines Gas- oder Isotopengemisches aus einer Düse tritt unter geeigneten Druckbedingungen eine teilweise räumliche Entmischung der Komponenten ein<sup>1,2</sup>. Der Effekt ist vor allem für die Entmischung der Uranisotope von praktischem Interesse<sup>3</sup>.

Im ersten Teil des frei expandierenden Strahls, d. h. unmittelbar hinter der Düsenmündung, reichert sich die leichte Komponente in der *Randzone* des Strahls an. Dieser als „normal“ oder „positiv“ bezeichnete Entmischungseffekt ist am größten bei Gasdichten, die im engsten Querschnitt der Düse ein Verhältnis von Strahldurchmesser zu freier Weglänge von etwa 10 bis 50 liefern. Er kann sowohl mit runden als auch schlitzförmigen Düsen erzeugt werden. Die wesentlichen Züge dieses Trenneffektes lassen sich durch die Druckdiffusion in einem zum Strahlrand gerichteten Druckgefälle erklären<sup>2,4</sup>.

Bereits in der ersten Arbeit wurde mit rotationssymmetrischen Düsen bei wesentlich höheren Gasdichten eine umgekehrte Entmischung, d. h. eine Anreicherung der leichten Komponente im *Kernteil* des Strahls gefunden<sup>5</sup>. Dieser „negative“ Trenneffekt wurde nicht näher untersucht, da er unter den an-

gewendeten Versuchsbedingungen eine um mehr als eine Größenordnung geringere Entmischung lieferte als der positive. Der negative Trenneffekt wurde später auch von WATERMAN und STERN mit Argon-Stickstoff- bzw. Sauerstoff-Stickstoff-Gemischen beobachtet<sup>6</sup>. Die Autoren ziehen als Erklärungsmöglichkeit die Druckdiffusion in dem zur Achse gerichteten Druckgefälle eines „überexpandierten“ Strahles in Erwägung. Das experimentelle Material reichte jedoch für eine endgültige Beantwortung der Frage nach der Ursache des negativen Trenneffektes nicht aus.

In der vorliegenden Arbeit wird durch Untersuchung des räumlichen Verlaufs der Entmischung der Argon-Isotope sowie eines Wasserstoff-Helium-Gemisches bei verschiedenen Gasdrücken gezeigt, daß unter den Versuchsbedingungen, die zu einer negativen Entmischung führen, tatsächlich eine beträchtliche Überexpansion des Strahls zu beobachten ist. Für die Größe des negativen Trenneffektes, der unter geeigneten Versuchsbedingungen fast die für den positiven Trenneffekt gefundenen Werte<sup>1,2</sup> erreicht, erweisen sich die in stark überexpandierten Strahlen auftretenden *Verdichtungsstöße* als von wesentlicher Bedeutung<sup>7</sup>.

<sup>1</sup> E. W. BECKER, K. BIER u. H. BURGHOF, Z. Naturforsch. 10 a, 565 [1955].

<sup>2</sup> E. W. BECKER, W. BEYRICH, K. BIER, H. BURGHOF u. F. ZIGAN, Z. Naturforsch. 12 a, 609 [1957].

<sup>3</sup> Vgl. E. W. BECKER, K. BIER, H. BURGHOF, O. HAGENA, P. LOHSE, R. SCHÜTTE, P. TUROWSKI u. F. ZIGAN, Proc. 2<sup>nd</sup> U.N. Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Vol. 4, S. 455—457 [1958]. — E. W. BECKER u. R. SCHÜTTE, Z. Naturforsch. 15 a, 336 [1960].

<sup>4</sup> F. ZIGAN, Dissertation, Marburg 1958. Vgl. auch die demnächst erscheinende ausführliche theoretische Untersuchung von F. ZIGAN.

<sup>5</sup> Vgl. 1, Anm. 8.

<sup>6</sup> P. C. WATERMAN u. S. A. STERN, J. Chem. Phys. 31, 405 [1959].

<sup>7</sup> Daß Verdichtungsstöße für die Entmischung von Bedeutung sein können, geht auch aus einem soeben erschienenen Bericht von M. LEVOY (Nucleonics 18, Nr. 4, 68 [1960]) hervor, in dem auf eine Arbeit von EERKENS, SEHGAL u. GROSSMAN verwiesen wird. Die Originalarbeit (Univ. of California, HE 150—162, June 4, 1958) stand leider nicht zur Verfügung.



### 1. Durchführung der Versuche

Das Gas- bzw. Isotopengemisch strömt unter dem Druck  $p_0$  mit der molaren Stromstärke  $L$  der Düse zu und wird nach der Expansion im Abstand  $d$  von der Düsenmündung durch eine Abschälblende in den Mantelteil  $\vartheta L$  und den Kernteil  $(1 - \vartheta)L$  zerlegt. Die als „Abschälverhältnis“ bezeichnete Größe  $\vartheta$  ist also das molare Verhältnis von Mantelgasstrom zu Gesamtstrom. Mantel- und Kerngasstrom werden bei den Drucken  $p_M$  und  $p_K$  getrennt abgesaugt.

Die Entmischung der Komponenten wird durch den Trennfaktor

$$A = \frac{n_M(1 - n_K)}{n_K(1 - n_M)}$$

bzw. durch den Elementareffekt der Trennung  $\varepsilon_A = A - 1$  beschrieben ( $n_M, n_K$  = Molenbruch der leichten Komponente eines binären Gemisches im Mantel- bzw. Kerngas). Ein positiver Wert von  $\varepsilon_A$  entspricht also einer Anreicherung der leichten Komponente im Mantelgas.

Die Versuche wurden zum überwiegenden Teil mit dem natürlichen Gemisch der Argonisotope (0,3%  $\text{Ar}^{36}$  und 99,7%  $\text{Ar}^{40}$ ) ausgeführt; daneben wurde auch eine Mischung von 98%  $\text{H}_2$  und 2% He verwendet. Die Mischungsverhältnisse wurden in beiden Fällen massenspektrometrisch bestimmt<sup>8</sup>.

Bei den meisten Versuchen (Abschnitt 2–4) wurde eine rotationssymmetrische, konvergente Düse mit 0,25 mm Mündungsdurchmesser benutzt (Abb. 1 a). Die konischen Abschälblenden, deren Öffnungs-

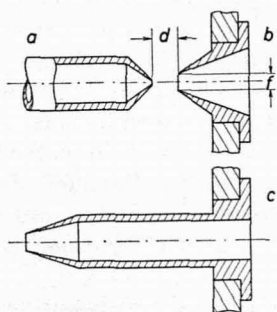


Abb. 1. Die konisch verjüngte, konvergente Düse mit 0,25 mm Mündungsdurchmesser (a) und die ebenfalls rotationssymmetrischen Abschälblenden (b und c). Der halbe Öffnungswinkel des Abschälkeronus beträgt außen: 30°–35° (b) bzw. 18,5° (c); innen: 20°–25° (b) bzw. 11,3° (c).

durchmesser zwischen 0,60 mm und 6,0 mm lag, sind in Abb. 1 b und 1 c dargestellt.

Alle Versuche wurden bei Zimmertemperatur ausgeführt.

### 2. Strahlform und räumlicher Verlauf der Entmischung

Um einen Überblick über den Zusammenhang zwischen Strahlform und Entmischung bei hohen Gasdichten zu gewinnen, wurde für einen von  $p_0 = 500$  Torr auf  $p_M = p_K = 0,5$  Torr expandierenden, rotationssymmetrischen Argonstrahl das Stromlinienbild und die Abhängigkeit des Elementareffektes der Trennung vom Abstand  $d$  zwischen Düse und Abschälblende bestimmt. Dazu wurde in bekannter Weise<sup>2</sup> mit verschiedenen Abschälblenden ( $f = 1,55; 2,7; 3,35; 4,0$  und  $5,0$  mm  $\Phi$ ) jeweils die Entfernungsabhängigkeit des Abschälverhältnisses  $\vartheta$  und des Elementareffektes  $\varepsilon_A$  gemessen. Daraus ergeben sich durch Interpolation die in Abb. 2 dargestellten Kurven, die für konstantes Abschälverhältnis die Entfernungsabhängigkeit des Elementareffektes  $\varepsilon_A$  und des Abschälerradius  $f/2$  angeben.

Die Deutung der Kurven  $f(d)$  für  $\vartheta = \text{const}$  als Stromlinien des ungestörten, frei expandierenden Strahls setzt voraus, daß die Strömung zwischen Düse und Abschälöffnung durch den Abschälblende selbst nicht beeinflusst wird. Eine derartige Veränderung des Strömungsbildes

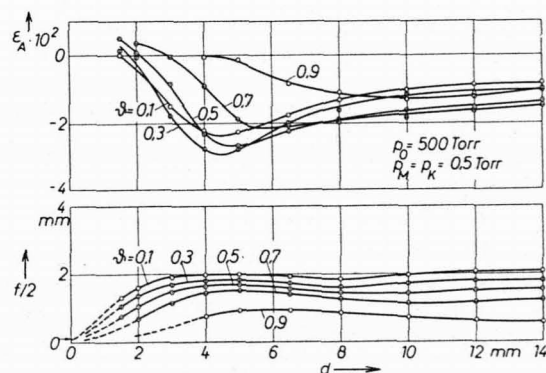


Abb. 2. Die Stromflächen ( $f/2$  in Abhängigkeit von  $d$  für  $\vartheta = \text{const}$ ) und der Elementareffekt der Trennung,  $\varepsilon_A$ , für einen rotationssymmetrischen Argonstrahl (Düse 1 a). Einlaßdruck  $p_0 = 500$  Torr, Gegendrucke  $p_M = p_K = 0,5$  Torr. Die eingezeichneten Punkte wurden durch Interpolation aus den Meßwerten gewonnen. Der Pfeil am Stromlinienbild bezeichnet den Düsenausschnitt.

<sup>8</sup> Es wurde ein Massenspektrometer der Consolidated-Electrodynamics Corp., Typ 21-103 C, benutzt. Für die umfangreiche Analysenarbeit bin ich den Herren H. HÄSS, K. MAU-

RER, G. SCHÜLER und Dr. R. SCHÜTTE von der Massenspektrometer-Abteilung des Instituts zu großem Dank verpflichtet.

durch den Abschäler kann nicht grundsätzlich ausgeschlossen werden, sie sollte jedoch um so weniger ins Gewicht fallen, je kleiner der Anstellwinkel des Abschälers ist<sup>9</sup>. Deshalb wurden neben den im allgemeinen verwendeten Abschälern (Abb. 1 b) zum Vergleich wesentlich schlankere Abschäler von dem in Abb. 1 c dargestellten Typ benutzt. Abb. 3 zeigt für beide Abschäler-

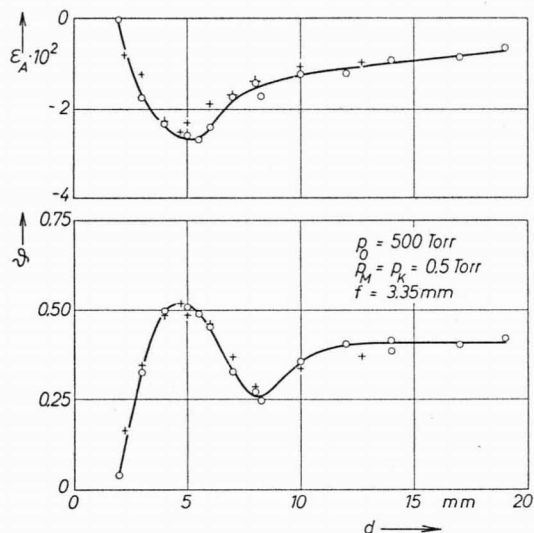


Abb. 3. Das Abschälverhältnis  $\varphi$  und der Elementareffekt der Trennung,  $\varepsilon_A$ , in Abhängigkeit vom Düsenabstand  $d$ . Versuchsbedingungen wie in Abb. 2; Abschälerdurchmesser  $f=3,35$  mm. Die Kreise gelten für einen normalen Abschäler (1 b), die Kreuze für einen schlanken Abschäler (1 c).

formen bei gleichem Durchmesser ( $f=3,35$  mm) das Abschälverhältnis und den Elementareffekt der Trennung in Abhängigkeit vom Düsenabstand. Man erkennt, daß beide Größen im ganzen untersuchten Entfernungsbereich für beide Abschälerformen praktisch übereinstimmen<sup>10</sup>. Die Deutung der Kurven  $j(d)$  in Abb. 2 als Stromlinien des ungestörten Strahls erscheint daher gerechtfertigt.

a) *Die Strahlform:* Das Stromlinienbild in Abb. 2 zeigt, daß sich der Gasstrahl nach dem Verlassen der Düse zunächst stark aufweitet, sich dann einschnürt und anschließend wieder ungefähr auf den vorher erreichten Maximalquerschnitt expandiert. In 12

<sup>9</sup> In einer *Überschallströmung* ruft der Abschäler einen Verdichtungsstoß hervor, der bei nicht zu stumpfem Abschälerwinkel und genügend großer MACH-Zahl der Anströmung als schräger (kegelförmiger) Stoß am Abschäler rand anliegt und damit den stromaufwärts vom Abschäler liegenden Teil der Strömung nicht beeinflusst. Bei zu stumpfem Abschälerwinkel bzw. bei zu kleiner MACH-Zahl löst sich der Stoß jedoch von der Abschälerspitze ab, was zu einer Veränderung der Strömung in dem Gebiet zwischen dem Verdichtungsstoß und der Abschäleröffnung führt. In einer *Unterschallströmung* kann sich die vom Abschäler verursachte Störung im Prinzip auch stromaufwärts

bis 14 mm Entfernung von der Düse scheint der Expansionsvorgang im wesentlichen abgeschlossen zu sein.

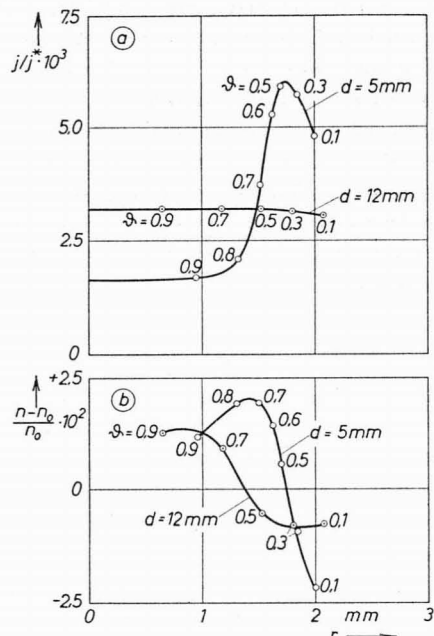


Abb. 4. a) Das Verhältnis der Stromdichte  $j$  zur mittleren Stromdichte in der Düsenmündung,  $j^*$ , und b) die relative Abweichung des Molenbruches  $n$  der leichten Komponente vom Ausgangsmolenbruch  $n_0$  in Abhängigkeit vom Strahlradius  $r$  für zwei Querschnitte des in Abb. 2 dargestellten Argonstrahls.

Bemerkenswert ist die Verteilung des Stromes über den Strahlquerschnitt: Abb. 4 a zeigt für die Abstände  $d=5$  mm und  $d=12$  mm die durch graphische Differentiation aus dem Stromlinienbild ermittelte *Stromdichte*  $j$  in Abhängigkeit vom Strahlradius. Zur Normierung wurde  $j$  durch die mittlere Stromdichte in der Düsenmündung,  $j^*$ , dividiert.

Im Abstand  $d=5$  mm, d. h. im Bereich des „Strömungsbauches“ ist der Hauptteil des Stromes in einer ringförmigen Randzone zusammengedrängt. Die Stromdichte in der Randzone des Strahles ist

beliebig weit auswirken, gegebenenfalls bis zu einem in der Strömung liegenden Verdichtungsstoß. Vgl. hierzu: K. OSWATITSCH, *Gasdynamik*, Springer-Verlag, Wien 1952, S. 281 ff., sowie R. COURANT u. K. O. FRIEDRICHS, *Supersonic Flow and Shock Waves*, Interscience Publishers, New York 1948, § 122 u. § 154 ff.

<sup>10</sup> Vgl. auch entsprechende Meßreihen mit dem  $H_2/He$ -Gemisch (Abb. 10), bei denen die Übereinstimmung der mit beiden Abschälerformen gewonnenen Ergebnisse wegen der größeren Meßgenauigkeit für  $\varepsilon_A$  besonders deutlich zu erkennen ist.

bis zu einem Faktor 4 größer als in Achsenhöhe. Im Strahlinneren existiert eine Zone von  $\approx 2$  mm Durchmesser, in der die Stromdichte annähernd konstant ist. Setzt man voraus, daß die Expansion in der Innenzone bis zu diesem Querschnitt *isentrop* erfolgt ist, so würde sich aus dem Stromdichteverhältnis  $j/j^* = 1,6 \cdot 10^{-3}$  für die Innenzone der Druck  $p' = 1,7 \cdot 10^{-3}$  Torr ergeben<sup>11</sup>; das würde bedeuten, daß der Druck in der Innenzone etwa um den Faktor 300 kleiner ist als der äußere Gegendruck  $p_M = 0,5$  Torr. Dieses Ergebnis ist nun zwar insofern einzuschränken, als die Expansion in der Innenzone wegen der kleiner werdenden Anzahl von Zusammenstößen sicher nicht vollständig isentrop verläuft. Aus der Druckabhängigkeit der Strahlform ist jedoch zu entnehmen, daß die Abweichung von der Isentropie im vorliegenden Fall nicht sehr groß sein kann<sup>12</sup>. Es bleibt also festzustellen, daß der in Abb. 2 dargestellte Strahl im Innern des Strömungsbauches um einen Faktor von der Größenordnung 100 überexpandiert sein dürfte<sup>13</sup>.

Im Gegensatz zum Strömungsbauch ist die Stromdichte für  $d = 12$  mm, also *hinter* der Einschnürung, über den Teil des Strahlquerschnittes, der innerhalb der Stromfläche  $\vartheta = 0,1$  liegt, praktisch konstant. Das Stromlinienbild (Abb. 2) zeigt, daß in dieser Entfernung nahezu eine Parallelströmung vorliegt. Es ist daher anzunehmen, daß der Druckausgleich innerhalb des Strahls und mit der Umgebung nahezu abgeschlossen ist. Die Stromdichte im „Endzustand“ der Expansion<sup>14</sup> ist nach Abb. 4 a etwa um den Faktor 315 kleiner als in der Düsenmündung. Dagegen ist für eine isentrope Expansion mit dem Expansionsverhältnis 1000 ( $p_0 = 500$  Torr,  $p_M = 0,5$  Torr) theoretisch nur eine Verringerung der Stromdichte im Verhältnis  $j/j^* = 21,2$  zu erwarten<sup>11</sup>. Da das Druck-

gleichgewicht zwischen Strahl und Umgebung offenbar eingestellt ist, muß das Verhältnis von Strömungsgeschwindigkeit und Strahltemperatur um den Faktor 15 *kleiner* sein als bei isentroper Expansion. Als Ursache für eine entsprechend starke Verminderung der kinetischen Energie des Strahls zugunsten seiner thermischen Energie kommen praktisch nur *Verdichtungsstöße* in Frage. Daneben sind zwar grundsätzlich auch eine teilweise molekulare Expansion und die Reibung als Ursache der Entropievermehrung zu berücksichtigen; die Druckabhängigkeit der Strahlform<sup>12</sup> deutet aber darauf hin, daß diese Effekte im vorliegenden Fall keine entscheidende Rolle spielen.

Solche Verdichtungsstöße, die den Übergang vom überexpandierten Zustand des Strahls zum „Endzustand“ vermitteln, sind z. B. von HARTMANN und LAZARUS in schwach überexpandierten, rotationssymmetrischen Gasstrahlen durch Schlierenaufnahmen nachgewiesen worden<sup>15</sup>. HARTMANN und LAZARUS untersuchten Luftstrahlen, die aus einer konvergenten Düse von Einlaßdrücken zwischen 3 und 7 atm auf den Gegendruck  $p_M = 1$  atm expandierten. Das Düsenprofil war ähnlich wie das in Abb. 1 a dargestellt; der Mündungsdurchmesser betrug 6 mm. Bei Expansionsverhältnissen  $p_0/p_M < 4,5$  wurde ein von der Strahleinschnürung ausgehender kegelförmiger Verdichtungsstoß gefunden (vgl. den Stoß  $S_2$  in Abb. 5). Dagegen wurde bei Expansionsverhältnissen über 4,5 ein System von Verdichtungsstößen von dem in Abb. 5 dargestellten Typ beobachtet. Mit steigendem Expansionsverhältnis wird der gerade Verdichtungsstoß  $M$  breiter; gleichzeitig wird der schräge Stoß  $S_1$  stärker ausgeprägt, wobei er sich stromaufwärts immer weiter in die Strömung erstreckt<sup>16</sup>. Die Strömung hinter dem geraden Stoß  $M$  besitzt Unterschallgeschwindigkeit. Dagegen liegt hinter  $S_2$  bei den von HARTMANN und LAZARUS verwendeten relativ kleinen Expansionsverhältnissen noch Überschallströmung vor. Bei den in der vorliegenden Arbeit benutzten, wesentlich größeren Expansionsverhältnissen, bei denen der

<sup>11</sup> Vgl. z. B. K. OSWATITSCH, I. c. <sup>9</sup>, S. 38, Gl. (53).

<sup>12</sup> Dazu wurde eine Versuchsreihe mit fester Abschälerstellung ( $f = 2,2$  mm,  $d = 5,0$  mm) bei verschiedenen Einlaßdrücken  $p_0$ , aber gleichem Expansionsverhältnis ausgeführt. Bei einer Steigerung des Einlaßdruckes von  $p_0 = 350$  Torr auf 1400 Torr nahm die Größe  $(1 - \vartheta)$  und damit auch das Stromdichteverhältnis  $j/j^*$  nur um etwa 7% ab. Eine entsprechende Versuchsreihe mit dem Abschälerdurchmesser  $f = 3,35$  mm (Abb. 9) zeigt, daß die Strahlform im *mittleren* Strahlbereich ( $\vartheta = 0,6$ ) bei  $p_0 \approx 1000$  Torr praktisch nicht mehr von der Absolutdichte abhängt.

<sup>13</sup> Dem Expansionsverhältnis für die Innenzone,  $p_0/p' \approx 10^5$ , würde eine MACH-Zahl, d. h. ein Verhältnis von Strömungsgeschwindigkeit zu Schallgeschwindigkeit von  $M \approx 17$  entsprechen, während sich bei isentroper Expansion mit dem „äußeren“ Expansionsverhältnis  $p_0/p_M = 10^3$  nur  $M = 6,7$  ergibt. Es erscheint daher vorteilhaft, bei der Erzeugung eines teilweise monochromatischen Molekularstrahls mit

Hilfe einer Überschallströmung (A. KANTROWITZ u. J. GREY, Rev. Sci. Instrum. **22**, 328 [1951]; vgl. auch E. W. BECKER, u. K. BIER, Z. Naturforsch. **9 a**, 975 [1954]) als Strahlquelle die Innenzone im Bauch einer stark überexpandierten Düsenströmung zu benutzen. Dadurch sollte sich einerseits die dem größeren Expansionsverhältnis  $p_0/p'$  entsprechende hohe MACH-Zahl für den Molekularstrahl ausnutzen lassen, während gleichzeitig der durch den Verdichtungsstoß komprimierte Hauptteil der Strömung bei dem höheren Druck  $p_M$  abgesaugt werden kann.

<sup>14</sup> Die im weiteren Strömungsverlauf sicher einsetzende Abbremsung des Strahls durch Reibung soll hier nicht betrachtet werden.

<sup>15</sup> J. HARTMANN u. F. LAZARUS, Phil. Mag. **31**, 35 [1940].

<sup>16</sup> Nach COURANT u. FRIEDRICHS, I. c. <sup>9</sup>, § 148, kann sich der gekrümmte Verdichtungsstoß  $S_1$  mit abnehmender Schockstärke bis zum Düsenrand erstrecken.

Stoß  $S_1$  erheblich stärker sein dürfte, kann möglicherweise auch hinter  $S_2$  Unterschallgeschwindigkeit herrschen.

Da die Strömung beim Durchgang durch einen *schrägen* Verdichtungsstoß stets in Richtung auf die Stoßfläche abgelenkt wird, ergibt sich in qualitativer Übereinstimmung mit dem gemessenen Stromlinienbild (Abb. 2) das in Abb. 5 dargestellte Verhalten: Mit zunehmender

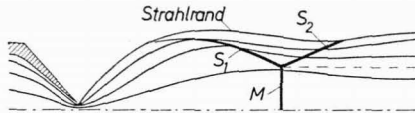


Abb. 5. Lage der Verdichtungsstöße in einem überexpandierten, rotationssymmetrischen Strahl, nach HARTMANN und LAZARUS<sup>15</sup>.

der Entfernung von der Düsenmündung werden zunächst die äußeren und dann die weiter innen liegenden Stromflächen beim Durchsetzen des Verdichtungsstoßes  $S_1$  in Richtung auf die Strahlachse abgelenkt. Eine Ausnahme machen die innersten Stromflächen, die den geraden Stoß  $M$  durchsetzen und dabei nicht umgelenkt werden. Sie können jedoch, ebenso wie die äußeren Stromflächen, noch durch die Druckgradienten beeinflusst werden, die sich hinter dem gekrümmten Verdichtungsstoß  $S_1$  einstellen<sup>17</sup>.

Bei rein gasdynamischer Betrachtung würde sich eine un stetige Ablenkung der Stromflächen im Verdichtungsstoß ergeben. Dagegen ist unter den vorliegenden Versuchsbedingungen mit einer *allmählichen* Umlenkung zu rechnen, da bei den verwendeten Gasdichten die Dicke des Verdichtungsstoßes nicht mehr klein gegen den Strahldurchmesser ist. Einen Anhaltspunkt für den Ort, an dem der Verdichtungsstoß  $S_1$  einen bestimmten Strahlquerschnitt durchsetzt, erhält man aus dem Stromdichteprofil: Berücksichtigt man die endliche Dicke des Verdichtungsstoßes, so ergibt sich z. B. für den Düsenabstand  $d = 5$  mm (Abb. 4 a), daß die Zunahme der *Stromdichte* von innen nach außen im wesentlichen den *Dichteanstieg* im Verdichtungsstoß  $S_1$  widerspiegelt.

b) *Der Trenneffekt*: Abb. 2 zeigt, daß der Elementareffekt der Trennung mit zunehmender Entfernung von der Düsenmündung im Bereich  $d = 1,5$  bis 4 mm von positiven zu negativen Werten übergeht<sup>18</sup>. Die Anreicherung der leichten Komponente in der Mantelzone des Strahls ist im vorliegenden

Fall auf einen relativ kleinen Bereich hinter der Düsenmündung beschränkt. Daran schließt sich ein wesentlich größeres Gebiet an, in dem die leichte Komponente im Strahlkern angereichert ist. Der Vorzeichenwechsel von  $\varepsilon_A$  erfolgt für weiter außen liegende Stromflächen in kleinerem Düsenabstand als für die inneren Stromflächen.

Der Betrag des negativen Elementareffektes der Trennung durchläuft mit wachsendem Düsenabstand ein Maximum. Für die Stromflächen  $\vartheta = 0,1$  bis  $0,7$  liegt dieses Maximum ungefähr am Ort des jeweiligen Stromflächenbauches. Ein abweichendes Verhalten zeigt die innere Stromfläche  $\vartheta = 0,9$ , für die das Maximum des negativen Trenneffektes nicht am Stromflächenbauch, sondern erst in größerer Entfernung erreicht wird.

Von ZIGAN wurde gezeigt, daß der positive Trenneffekt qualitativ auf die *Druckdiffusion* zurückgeführt werden kann, die in dem Strahlbereich unmittelbar hinter der Düsenmündung auf Grund des von innen nach außen gerichteten Druckgefälles eine bevorzugte Bewegung der leichten Komponente zum Strahlrand bewirkt<sup>2,4</sup>. Entsprechend muß man in den Strahlbereichen mit *umgekehrtem* Druckgefälle auf Grund der Druckdiffusion einen bevorzugten Transport der leichten Komponente *von außen nach innen* erwarten. Wie die Untersuchung der Strahlform gezeigt hat, wird durch den Verdichtungsstoß  $S_1$  in einem ausgedehnten Strahlbereich ein nach innen gerichtetes Druckgefälle mit einer starken Komponente senkrecht zu den Stromflächen aufrechterhalten. Es kann daher angenommen werden, daß die negative Entmischung hauptsächlich auf der Druckdiffusion in diesem Verdichtungsstoß beruht.

Aus den  $\varepsilon_A$ -Kurven der Abb. 2 wurde analog zur Stromdichteverteilung durch graphische Differentiation die Verteilung der Komponenten über die Strahlquerschnitte  $d = 5$  mm und  $d = 12$  mm ermittelt. Abb. 4 b zeigt die relative Abweichung des örtlichen Molenbruchs  $n$  der leichten Komponente vom Ausgangsmolenbruch  $n_0$  in Abhängigkeit vom Strahlradius<sup>19</sup>.

Im Strahlquerschnitt  $d = 5$  mm ist der außerhalb der Stromfläche  $\vartheta = 0,43$  liegende Strahlteil an leich-

Fall kleiner Konzentrationsverschiebungen:

$$\frac{n(\vartheta)}{n_0} = 1 + (1 - 2\vartheta) \varepsilon_A + \vartheta(1 - \vartheta) \frac{d\varepsilon_A}{d\vartheta}$$

Auf Grund des Stromlinienbildes ergibt sich daraus die *räumliche* Verteilung von  $n$ .

<sup>17</sup> Vgl. J. ACKERET, F. FELDMANN u. N. ROTT, Mitt. aus dem Inst. für Aerodynamik an der ETH Zürich, Nr. 10 (1946).

<sup>18</sup> Vgl. dazu auch Abb. 6 und 7.

<sup>19</sup> Für den örtlichen Molenbruch der leichten Komponente erhält man als Funktion der Stromflächenkoordinate  $\vartheta$  im



ter Komponente verarmt; diese Grenzstromfläche fällt praktisch mit dem Stromdichtemaximum zusammen (Abb. 4 a). Das Ergebnis kann so gedeutet werden, daß der Strahlteil, der vor dem betrachteten Querschnitt bereits vom Verdichtungsstoß  $S_1$  durchsetzt wurde, durch Druckdiffusion in  $S_1$  leichte Komponente an die inneren Strahlteile abgegeben hat.

**3. Einfluß des Expansionsverhältnisses und des Einlaßdruckes**

a) Der Einfluß des Expansionsverhältnisses und des Einlaßdruckes wurde in zwei Fällen durch vollständige Bestimmung der Stromlinien und des räumlichen Verlaufes der Entmischung untersucht:

In Abb. 6 ist das Ergebnis für einen Argonstrahl mit dem Expansionsverhältnis  $p_0/p_M = 2500$  darge-

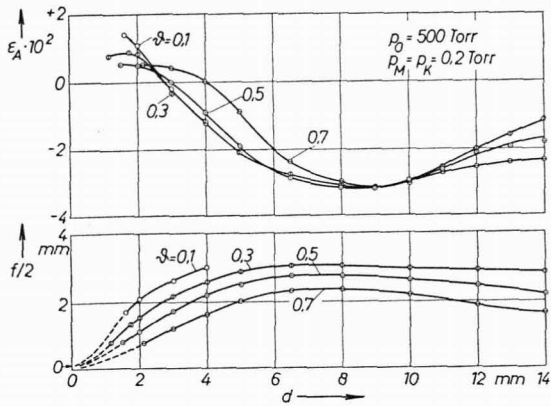


Abb. 6. Die Stromflächen und der räumliche Verlauf der Entmischung für einen Argonstrahl mit dem Expansionsverhältnis 2500 beim Einlaßdruck  $p_0 = 500$  Torr.

stellt; der Einlaßdruck beträgt — wie in Abb. 2 — 500 Torr. Ein Vergleich der Stromlinienbilder in Abb. 6 und 2 zeigt, daß beim Expansionsverhältnis 2500 sowohl der Durchmesser als auch der Düsenabstand der Stromflächenbäuche um den Faktor 1,6 größer sind als beim Expansionsverhältnis 1000. Die Stromlinienbilder, und damit auch die Stromdichteverteilung, sind also in beiden Fällen weitgehend ähnlich.

Die Kurven für den Elementareffekt der Trennung sind beim Expansionsverhältnis 2500, entsprechend dem gedehnten Strahlverlauf, räumlich weiter auseinandergezogen als beim Expansionsverhältnis 1000. Das Maximum des negativen Trenneffektes fällt für die bei der Messung erfaßten Stromflächen  $\vartheta = 0,3$  bis  $0,7$  wiederum ungefähr mit dem

Strömungsbauch zusammen. Der Maximalwert der Entmischung liegt mit  $\epsilon_A = -3,2 \cdot 10^{-2}$  für  $\vartheta = 0,5$  etwas höher als beim Expansionsverhältnis 1000.

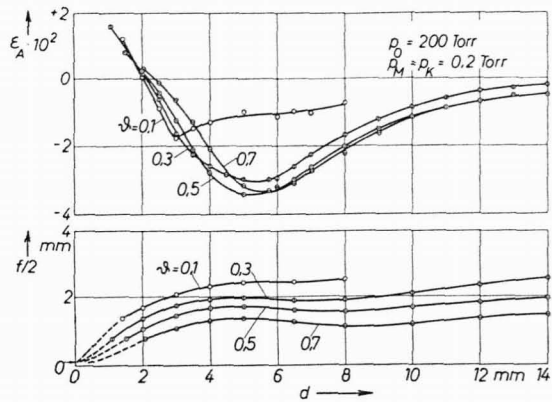


Abb. 7. Die Stromflächen und der räumliche Verlauf der Entmischung für einen Argonstrahl mit dem Expansionsverhältnis 1000 beim Einlaßdruck  $p_0 = 200$  Torr.

Abb. 7 zeigt das Stromlinienbild und den räumlichen Verlauf der Entmischung für einen Argonstrahl mit dem Expansionsverhältnis 1000 beim Einlaßdruck  $p_0 = 200$  Torr. Das Expansionsverhältnis ist also genau so groß wie bei dem in Abb. 2 dargestellten Strahl, während der Einlaßdruck um den Faktor 2,5 kleiner ist. Der Abstand des Strömungsbauches und der Strahleinschnürung von der Düsenmündung ist für beide Einlaßdrucke praktisch gleich, wie es für eine *gasdynamische* Strömung, die nur von den Druckverhältnissen und nicht vom Absolutdruck abhängt, zu erwarten ist. Dagegen ist für  $p_0 = 200$  Torr der relative Unterschied der Stromdichte zwischen der Randzone und dem Innenbereich nicht so groß wie bei dem höheren Einlaßdruck. Außerdem ist die Strömung *hinter* der Einschnürung in Abb. 7 merklich *divergent*, während sie in Abb. 2 *angenähert parallel* verläuft. Beide Effekte sind vermutlich darauf zurückzuführen, daß bei dem niedrigen Einlaßdruck eine teilweise molekulare Expansion und die Reibung eine größere Rolle spielen (vgl. auch Abb. 8 c – d).

Der negative Elementareffekt der Trennung erreicht nach Abb. 7 auch bei  $p_0 = 200$  Torr auf den Stromflächen  $\vartheta = 0,3$  bis  $0,7$  ungefähr am Strömungsbauch ein Maximum; für  $\vartheta = 0,5$  ergibt sich  $\epsilon_A = -3,4 \cdot 10^{-2}$ . Auf der Stromfläche  $\vartheta = 0,1$  nimmt die negative Entmischung schon von  $d = 3$  mm an, also merklich *vor* dem Strömungsbauch, mit wachsendem Düsenabstand wieder ab. Das hängt wahr-



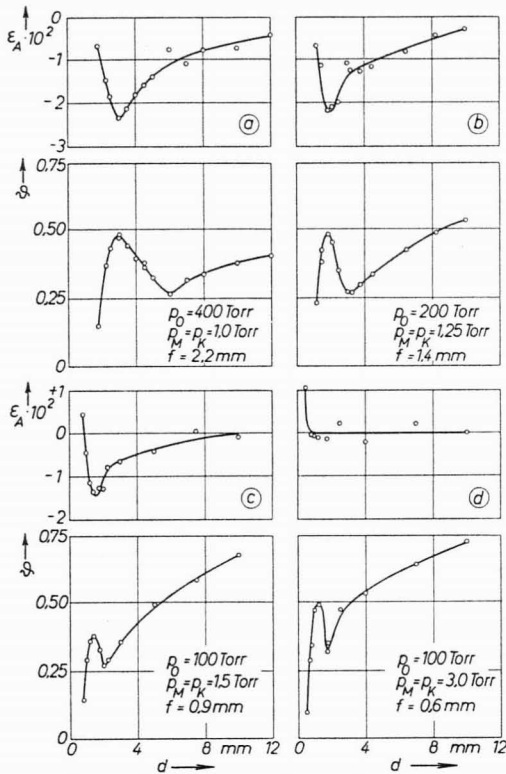


Abb. 8. Das Abschälverhältnis  $\vartheta$  und der Elementareffekt der Trennung,  $\varepsilon_A$ , bei konstantem Abschälerdurchmesser  $f$  in Abhängigkeit vom Düsenabstand  $d$  für Argonstrahlen mit den Expansionsverhältnissen  $p_0/p_M = 400$  (a), 160 (b), 67 (c) und 33 (d).

scheinlich damit zusammen, daß am Strahlrand schon in dieser Entfernung von der Düse die oben genannten molekularen Effekte wirksam werden.

b) Anschließend wurde der negative Trenneffekt bei einer Reihe noch kleinerer Expansionsverhältnisse, nämlich bei  $p_0/p_M = 400, 160, 67$  und  $33$  untersucht. Zur Verminderung des Meßaufwandes wurde jeweils nur mit *einem* Abschäler die Abhängigkeit des Abschälverhältnisses  $\vartheta$  und des Elementareffektes  $\varepsilon_A$  vom Abstand Düse/Abschäler bestimmt (Abb. 8). Der Abschälerdurchmesser wurde bei den verschiedenen Expansionsverhältnissen so gewählt, daß sich im Strömungsbauch ungefähr das Abschälverhältnis  $\vartheta = 0,5$  ergab. Der Einlaßdruck war bei den verschiedenen Expansionsverhältnissen nicht

gleich; er wurde auf Grund von Vorversuchen so festgelegt, daß noch eine möglichst gut meßbare Entmischung zu beobachten war.

Abb. 8 zeigt, daß die Strahlform bei allen untersuchten Expansionsverhältnissen vom gleichen Typ ist<sup>20</sup>. Mit abnehmendem Expansionsverhältnis rücken der Strömungsbauch und die Strahleinschnürung dichter an die Düsenmündung heran. Berücksichtigt man auch die Messungen mit den Expansionsverhältnissen 1000 (Abb. 3) und 2500 (vgl. Abb. 6), so ergibt sich, daß für die Stromfläche  $\vartheta = 0,5$  der Durchmesser und der Düsenabstand des Stromflächenbauches ungefähr wie die Quadratwurzel aus dem Expansionsverhältnis  $p_0/p_M$  ansteigen<sup>21</sup>.

Die negative Entmischung nimmt allgemein mit kleiner werdendem Expansionsverhältnis ab. Während beim Expansionsverhältnis 67 bei  $p_0 = 100$  Torr noch ein Elementareffekt der Trennung von  $\varepsilon_A = -1,4 \cdot 10^{-2}$  für  $\vartheta = 0,4$  gefunden wird, ist beim Expansionsverhältnis 33 beim gleichen Einlaßdruck keine die Fehlergrenze ( $\Delta\varepsilon_A = \pm 0,2 \cdot 10^{-2}$ ) übersteigende Entmischung festzustellen. Eine nachträgliche Variation des Einlaßdruckes lieferte für dieses Expansionsverhältnis bei  $p_0 = 60$  Torr noch einen Trenneffekt von  $\varepsilon_A = -0,5 \cdot 10^{-2}$ .

c) der Einfluß des *Absolutdruckes* auf die Strahlform und den Trenneffekt wurde in einem größeren Bereich erfaßt, indem bei festgehaltenen geometrischen Parametern  $f$  und  $d$  der Einlaßdruck  $p_0$  und die Gegendrucke  $p_M = p_K$  gleichzeitig so verändert werden, daß das Expansionsverhältnis konstant blieb. In Abb. 9 ist die mit Argon als Strahlgas gewonnene Druckabhängigkeit des Abschälverhältnisses und des Elementareffektes der Trennung für die Expansionsverhältnisse 400 und 1000 dargestellt.

Während man für eine gasdynamische Düsenströmung mit konstantem Expansionsverhältnis eine vom Absolutdruck unabhängige Strahlform, im vorliegenden Fall also ein von  $p_0$  unabhängiges Abschälverhältnis erwartet, durchlaufen die  $\vartheta$ -Kurven der Abb. 9 ausgeprägte Minima bei  $p_0 \approx 250$  bzw.  $330$  Torr. Erst bei Einlaßdrücken über  $800$  bzw.  $1000$  Torr wird das Abschälverhältnis annähernd

<sup>20</sup> Bei den Versuchen mit relativ niedrigem Einlaßdruck (Abb. 8 b–d) ist die Strömung hinter der Einschnürung, ähnlich wie in Abb. 7, merklich divergent. In einer gemeinsam mit W. BIER durchgeführten Untersuchung wurde in diesem divergenten Teil der Strömung bei noch niedrigeren Gasdichten als den in Abb. 8 verwendeten mit wach-

sendem Düsenabstand eine *zweite Umkehrung der Entmischung*, d. h. ein Wechsel von negativen zu positiven  $\varepsilon_A$ -Werten gefunden.

<sup>21</sup> Lediglich bei den kleineren Expansionsverhältnissen (33 und 67) ist der Düsenabstand des Stromflächenbauches etwas größer als es dieser empirischen Beziehung entspricht.

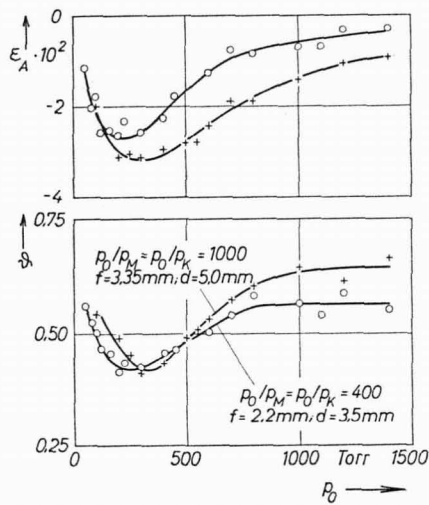


Abb. 9. Das Abschälverhältnis  $\vartheta$  und der Elementareffekt der Trennung,  $\varepsilon_A$ , in Abhängigkeit vom Einlaßdruck  $p_0$  für Argonstrahlen mit den Expansionsverhältnissen 1000 (+) und 400 (O) bei konstanten geometrischen Parametern  $f$  und  $d$ .

konstant, wie es einer gasdynamischen Strömung entspricht.

Die Verkleinerung des Abschälverhältnisses mit steigendem Einlaßdruck, links vom Minimum, ist darauf zurückzuführen, daß sich der Strahl beim Übergang von der stark divergenten, molekularen Ausströmung zur gasdynamischen Strömungsform zunächst merklich zusammenzieht. Die Zunahme von  $\vartheta$  mit steigendem Druck (rechts vom Minimum) dürfte hauptsächlich darauf beruhen, daß im Bereich mittlerer Einlaßdrücke die Dicke des Verdichtungsstoßes  $S_1$  (Abb. 5) noch vergleichbar ist mit der Dicke der den Hauptteil der Strömung enthaltenden Randzone, was zu einer Erhöhung des Stromanteils der Innenzone im Vergleich zum rein gasdynamischen Fall führt<sup>22</sup>.

Der Betrag der negativen Entmischung durchläuft nach Abb. 9 mit steigendem Einlaßdruck ein Maximum, das für das Expansionsverhältnis 1000 bei  $p_0 \approx 300$  Torr, für das Expansionsverhältnis 400 bei  $p_0 \approx 220$  Torr erreicht wird. Das Maximum der Entmischung fällt demnach ungefähr mit dem Minimum der  $\vartheta$ -Kurven zusammen; es liegt also in dem

Bereich der Gasdichte, in dem das vom Verdichtungsstoß  $S_1$  verursachte Druckgefälle einen wesentlichen Teil der Strömung überdeckt.

#### 4. Versuche mit $H_2/He$

Bei den Versuchen mit großem Expansionsverhältnis ( $p_0/p_M = 400$  bzw. 1000, vgl. Abb. 9) ist im Fall isentroper Expansion die Temperaturniedrigung im Strahl so groß, daß bei höheren Einlaßdrücken beim Argon der Zustand des gesättigten Dampfes überschritten wird. Es mußte daher grundsätzlich die Möglichkeit einer teilweisen Kondensation des Argons im Strahl in Erwägung gezogen werden<sup>23</sup>. Durch Versuche mit einem Strahlgas, das bei den interessierenden Expansionsverhältnissen und Einlaßdrücken sicher nicht kondensiert, sollte nachgewiesen werden, daß für den negativen Trenneffekt Kondensationsvorgänge keine wesentliche Rolle spielen. Es wurde ein Gemisch aus 98%  $H_2$  und 2% He beim Expansionsverhältnis 400 verwendet. Auf Grund der früheren Untersuchung der Kondensation in Wasserstoffstrahlen<sup>23</sup> ergibt sich, daß dieses Gemisch auch bei dem größten verwendeten Einlaßdruck ( $p_0 = 1400$  Torr) noch nicht kondensiert.

Abb. 10 zeigt für den Einlaßdruck  $p_0 = 400$  Torr und das Expansionsverhältnis 400 die Entfernungabhängigkeit des Abschälverhältnisses und des Elementareffektes ( $f = 2,2$  mm). In Abb. 11 ist für das gleiche Expansionsverhältnis die Druckabhängigkeit der Größen  $\vartheta$  und  $\varepsilon_A$  dargestellt ( $f = 2,2$  mm;  $d = 3,5$  mm). Zum Vergleich sind in beiden Abb. die unter gleichen Versuchsbedingungen gewonnenen Ergebnisse für Argon eingetragen.

Der allgemeine Kurvenverlauf stimmt für beide Strahlgase weitgehend überein. Die Tatsache, daß die  $\vartheta$ -Werte in Abb. 11 im Bereich hoher Einlaßdrücke für die  $H_2/He$ -Mischung größer sind als für Argon, kann im Rahmen der Gasdynamik mit der höheren Molwärme des  $H_2$  erklärt werden. Dagegen dürfte die stärkere Zunahme von  $\vartheta$  mit wachsender Entfernung (Abb. 10) hauptsächlich darauf beruhen,

<sup>22</sup> Da Argon als Strahlgas benutzt wurde, kommt *mangelnde Akkommodation innerer Freiheitsgrade* als Ursache für die Druckabhängigkeit der Strahlform nicht in Frage. Es wurde auch die Möglichkeit in Erwägung gezogen, daß sich bei höheren Gegendrücken bei der Umströmung des Abschälers durch das Mantelgas eine *Zirkularströmung* ausbildet, die den wirksamen Gegendruck in der Umgebung des Strahls gegenüber dem in größerem Abstand ge-

messenen Wert von  $p_M$  vermindern könnte. Deshalb wurden die in Abb. 9 dargestellten Versuchsreihen mit den schlanken Abschälern (Abb. 1 c) wiederholt. Dabei ergab sich jedoch gerade im Bereich hoher Einlaßdrücke innerhalb der Fehlergrenze Übereinstimmung mit den Kurven der Abb. 9.

<sup>23</sup> Vgl. E. W. BECKER, K. BIER u. W. HENKES, Z. Phys. 146, 333 [1956].

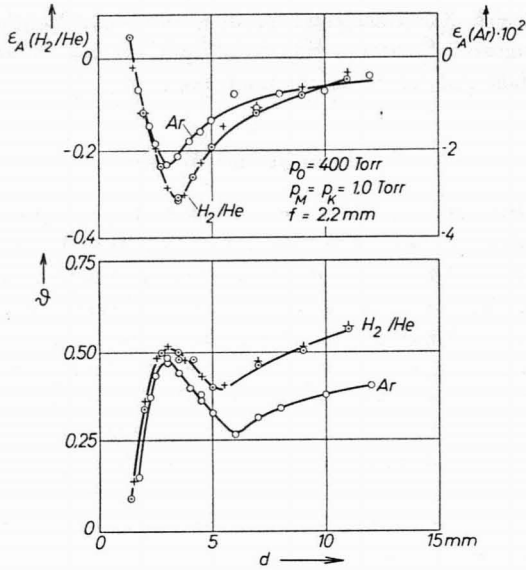


Abb. 10. Das Abschälverhältnis  $\vartheta$  und der Elementareffekt der Trennung,  $\epsilon_A$ , bei konstantem Abschälerdurchmesser  $f$  in Abhängigkeit vom Düsenabstand  $d$  für das  $H_2/He$ -Gemisch und für Argon (Expansionsverhältnis  $p_0/p_M=400$ ). Die Kreise ( $\odot$  u.  $\circ$ ) bzw. Kreuze (+) gelten für die Abschälerform (1 b) bzw. (1 c).

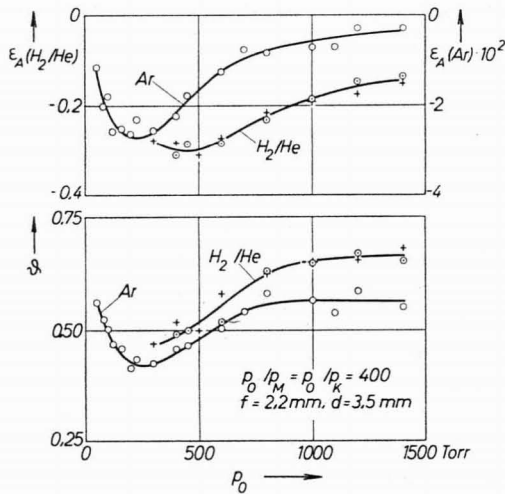


Abb. 11. Das Abschälverhältnis  $\vartheta$  und der Elementareffekt der Trennung,  $\epsilon_A$ , in Abhängigkeit vom Einlaßdruck  $p_0$  für  $H_2/He$ - und Argonstrahlen bei konstantem Expansionsverhältnis ( $p_0/p_M=400$ ) und konstanter Abschälgeometrie. Wegen der verschiedenen Meßpunkte vgl. Abb. 10.

daß der  $H_2/He$ -Strahl bei gleicher Dichte wegen des kleineren Wirkungsquerschnittes stärker vom gasdynamischen Verhalten abweicht als der Argonstrahl.

Die  $\epsilon_A$ -Kurven der Abb. 11 für  $H_2/He$  und Ar stimmen näherungsweise überein, wenn man nach

dem Modell der Druckdiffusion<sup>2,4</sup> einerseits den Elementareffekt der Trennung auf die *relative Massendifferenz* bezieht, die beim  $H_2/He$ -Gemisch um den Faktor 9,8 größer ist als beim Argon, und wenn man andererseits als Abszisse an Stelle des Einlaßdruckes die *KNUDSEN-Zahl* = Strahldurchmesser/mittlere freie Weglänge verwendet, die beim  $H_2/He$  wegen des kleineren Wirkungsquerschnittes bei gleichem Einlaßdruck nur etwa halb so groß ist wie beim Argon.

### 5. Einfluß des Düsenprofils und der Düsengeometrie

Nach Abschnitt 2 wird die Strömung in den überexpandierten Gasstrahlen wesentlich durch Verdichtungsstöße bestimmt. Da die Lage und Stärke der

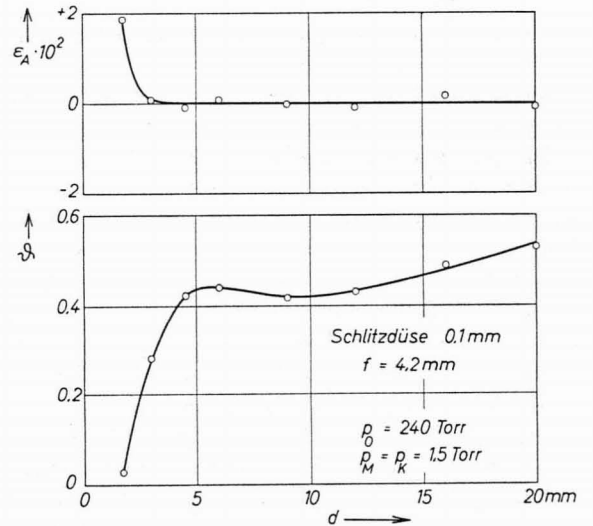


Abb. 12. Das Abschälverhältnis  $\vartheta$  und der Elementareffekt der Trennung,  $\epsilon_A$ , in Abhängigkeit vom Düsenabstand  $d$  für einen mit einer *Schlitzdüse* von 0,1 mm Weite erzeugten Argonstrahl. Weite des dachförmigen Abschälers  $f=4,2$  mm, Einlaßdruck  $p_0=240$  Torr,  $p_M=p_K=1,5$  Torr.

Verdichtungsstöße in frei expandierenden Gasstrahlen nach allgemeinen gasdynamischen Erfahrungen von der Düsenform abhängen kann<sup>24</sup>, wurde neben der in Abb. 1 a dargestellten, *konisch verjüngten* Düse eine ebenfalls rotationssymmetrische Düse mit *zylindrischer Mündung* und gut abgerundetem Zulaufgebiet benutzt. Die Messungen lieferten hinsicht-

<sup>24</sup> COURANT u. FRIEDRICHS, I. c. <sup>9</sup>, § 148. Herrn Dr. J. ZIEREP vom Institut für theoretische Gasdynamik, Aachen, danke ich für eine aufschlußreiche Diskussion über diesen Problembereich.

lich der Strahlform und der Entmischung (auch bezüglich der Druckabhängigkeit) keine außerhalb der Fehlergrenze liegende Abweichung von den unter gleichen Versuchsbedingungen mit der konischen Düse gewonnenen Resultaten.

Bei der Verwendung einer *Schlitzdüse* zeigten sich dagegen wesentliche Unterschiede gegenüber den mit rotationssymmetrischen Düsen gewonnenen Ergebnissen: In Abb. 12 ist für einen Argonstrahl, der mit einer konvergenten Schlitzdüse von 0,1 mm Weite erzeugt wurde, bei konstant gehaltener Abschälerweite von  $f = 4,2$  mm das Abschälverhältnis und der Elementareffekt der Trennung in Abhängigkeit vom Abstand Düse/Abschäler dargestellt<sup>25</sup>; der Einlaßdruck betrug  $p_0 = 240$  Torr, die Gegendrucke  $p_M = p_K = 1,5$  Torr. Das Expansionsverhältnis war mit  $p_0/p_M = 160$  genau so groß wie bei dem in Abb. 8 b dargestellten rotationssymmetrischen Fall. Während beim rotationssymmetrischen Strahl eine merkliche Strahleinschnürung und eine negativer Trenneffekt von  $\varepsilon_A = -2,2 \cdot 10^{-2}$  für  $\theta = 0,48$  gefunden wurden, ist im Fall der Schlitzdüse nur eine geringfügige Strahleinschnürung und keine Andeutung einer negativen Entmischung festzustellen.

Messungen, die mit der Schlitzdüse bei festgehaltener Abschälgeometrie und konstantem Expansions-

verhältnis bei verschiedenen Absolutdrücken durchgeführt wurden, zeigten, daß das Abschälverhältnis mit steigendem Einlaßdruck monoton abnimmt und bereits von  $p_0 \approx 200$  Torr an konstant wird. Eine Zunahme des Abschälverhältnisses mit steigendem Einlaßdruck, wie sie beim rotationssymmetrischen Strahl gefunden wurde (vgl. Abb. 9), ist bei der Schlitzdüse nicht festzustellen. Diese Beobachtung stimmt mit der gasdynamischen Erfahrung überein, daß in *ebenen* Gasstrahlen nur wesentlich schwächere Verdichtungsstöße auftreten als in rotationssymmetrischen Strahlen<sup>26</sup>. Das „Fehlen“ der negativen Entmischung im Fall der Schlitzdüse dürfte nach den oben gewonnenen Ergebnissen auf der gleichen Ursache beruhen.

Für die zuverlässige Hilfe bei der Durchführung der Trennversuche danke ich Fräulein B. GEBAUER. Dem Institutsdirektor, Herrn Prof. Dr. E. W. BECKER, danke ich für die stete Förderung der Arbeit; ihm und Herrn Prof. Dr. G. FALK gilt außerdem mein Dank für wertvolle Diskussionen.

<sup>25</sup> Das Profil der Schlitzdüse war ähnlich wie das in Abb. 1 a für die rotationssymmetrische Düse angegebene; die Schlitzlänge betrug 20 mm. Der Abschäler war dachförmig mit den halben Öffnungswinkeln  $30^\circ$  (außen) und  $20^\circ$  (innen).

<sup>26</sup> L. PRANDTL, Phys. Z. **8**, 23 [1907]; vgl. auch D. C. PACK, Quart. J. Mech. Appl. Math. **1**, 1 [1948], S. 1–17.