

KERNFORSCHUNGSZENTRUM

KARLSRUHE

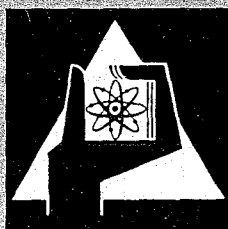
November 1966

KFK 532

Institut für Angewandte Reaktorphysik

Einfluß der Entmischung von oxydischem Brennstoff auf den Verlauf
von Leistungsexkursionen in schnellen Reaktoren, die durch
den Dopplerkoeffizienten abgefangen werden

E.A. Fischer, K. Keller



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE



Einfluß der Entmischung von oxydischem Brennstoff auf den Verlauf von Leistungsexkursionen in schnellen Reaktoren, die durch den Dopplerkoeffizienten abgefangen werden*

ERHARD A. FISCHER und KARL KELLER

Institut für Angewandte Reaktorphysik im Kernforschungszentrum Karlsruhe

Eingegangen am 6. April 1966

Zusammenfassung. Die Heterogenität eines aus Mischoxyd, z. B. $\text{PuO}_2\text{—UO}_2$, bestehenden Kernbrennstoffs führt dazu, daß Leistungsexkursionen in einem Reaktor, die durch den Dopplerkoeffizienten abgefangen werden, wesentlich schärfer sein können als im Fall eines exakt homogenen Brennstoffs. Die Verhältnisse werden für einen typischen schnellen Brutreaktor unter Zuhilfenahme einer schematisierten heterogenen Struktur des Brennstoffs quantitativ auf dem Analogrechner untersucht. Zulässige Grenzen für die Höhe und Steilheit rampenförmiger Reaktivitätsstörungen werden angegeben, wobei Schmelzen der Pu-Komponente des Brennstoffs als begrenzend angesehen wird. Die Anwendung auf die Unfallanalyse eines natriumgekühlten schnellen Brutreaktors zeigt, daß ein Heterogenitätsgrad von 75μ zulässig ist.

Einleitung

In schnellen Brutreaktoren mit keramischem Brennstoff, wie sie z. Z. in mehreren Ländern entwickelt werden, stellt der Dopplerkoeffizient den wichtigsten Mechanismus zum Abfangen von Leistungsexkursionen dar. Für diese Rolle des Dopplerkoeffizienten sind folgende Eigenschaften von Bedeutung: Einmal überwiegt bei neueren Projekten der negative Beitrag des Brutmaterials den positiven des Spaltmaterials so stark, daß ein genügend großer negativer Gesamtkoeffizient resultiert. Zum anderen ist der Dopplerkoeffizient als nuklearer Effekt stets zuverlässig im Vergleich zu den bei keramischen Brennstoffen oft nur schlecht definierten Ausdehnungseffekten, und wirkt ohne Zeitverzögerung, vorausgesetzt, daß der Brennstoff „genügend gut“ homogen ist. Diese schnelle Wirkung ist besonders wichtig bei prompt überkritischen Exkursionen, bei denen der Leistungsanstieg durch die enorm kurzen Lebensdauern schneller Systeme bestimmt wird.

Wenn nun der Brennstoff aus einer Mischung von verschiedenen schweren Elementen besteht, liegt natürlich stets eine gewisse Heterogenität vor. Das wichtigste Beispiel dieser Art ist das aus PuO_2 und $\text{U}(238)\text{O}_2$ bestehende Mischoxyd, das in vielen Projektstudien für schnelle Reaktoren als Brennstoff vorgesehen ist. In einem solchen Brennstoff werden im wesentlichen nur die PuO_2 -Teilchen direkt durch Spaltungen aufgeheizt, und man hat sogar einen leicht positiven unverzögerten Temperaturkoeffizienten. Erst durch Wärmeübergang an das UO_2 kommt dessen negativer Koeffizient mit einer gewissen Zeitverzögerung zur Gel-

tung. Durch die Heterogenität wird also der Verlauf von Leistungsexkursionen ungünstig beeinflusst. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist im wesentlichen eine quantitative Untersuchung dieses Einflusses bei prompt überkritischen Leistungsexkursionen.

Heterogenitäten im Brennstoff treten schon bei der Herstellung des Mischoxyds auf. Das durch mechanisches Mischen der Pulver aus UO_2 und PuO_2 hergestellte Mischoxyd weist typische Teilchengrößen des PuO_2 von 20μ auf, während bei Herstellung durch Ausfällen aus einer gemeinsamen Lösung die Heterogenitäten entsprechend kleiner sind.

Außerdem kann während des Reaktorbetriebes durch Diffusion unter dem Einfluß von Temperaturgradienten eine Entmischung des Brennstoffs eintreten. Über die einschlägigen Ergebnisse von Arbeiten, die im Rahmen des Karlsruher Projektes „Schneller Brüter“ zu diesem Problem durchgeführt wurden, ist bereits von zuständiger Seite berichtet worden [1]. Wir werden an dieser Stelle nicht darauf eingehen, sondern uns auf die Behandlung des bereits formulierten Problems beschränken.

Die im folgenden beschriebenen Untersuchungen stützen sich in einigen wesentlichen Punkten auf einen unveröffentlichten Bericht von FRAUDE [2] aus dem Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik des Kernforschungszentrums Karlsruhe. Insbesondere wurde das Brennstoffmodell direkt, und die Theorie zu den Untersuchungen am Analogrechner mit geringfügigen Änderungen aus der Arbeit von FRAUDE übernommen.

Des Weiteren ist eine Arbeit aus Hanford, USA, zu nennen, die ihren Niederschlag in zwei Berichten [3, 4] fand, und die im Grunde die vorliegende Fragestellung für einen thermischen Reaktor behandelt. Dabei werden Teilchengrößen von 10μ und 20μ unter-

* Diese Arbeit wurde im Rahmen der Assoziation zwischen der Europäischen Atomgemeinschaft und der Gesellschaft für Kernforschung auf dem Gebiet der schnellen Reaktoren durchgeführt.

sucht, wie sie für unbestrahlten Brennstoff typisch sind.

Die folgenden Ausführungen sind speziell auf die Verhältnisse in einem schnellen Brutreaktor zugeschnitten. Quantitative Untersuchungen wurden unter ausgiebiger Benutzung des Analogrechners PACE 231/R des Kernforschungszentrums Karlsruhe für einen speziellen Reaktor durchgeführt, wobei der Bereich der Störungen im Hinblick auf die durch Materialgrenzen zu erwartenden Beschränkungen gewählt wurde. Der Heterogenitätsgrad wurde über einen großen Bereich variiert, damit Aussagen sowohl für unbestrahlten Brennstoff als auch für verschiedene Entmischungsgrade möglich sind.

Modellvorstellung, Aufstellung der Gleichungen

Das vorliegende Problem ist einer einfachen quantitativen Behandlung nur zugänglich, wenn ein stark schematisiertes Modell zugrunde gelegt wird. Im folgenden wird angenommen, daß die Spaltstoffkomponente in Form von Kugeln aus reinem PuO_2 , mit gegebenem Radius r_1 , vorliegt, die in einem regelmäßigen Gitter im Brennstoffmaterial angeordnet sind. Man kann dann das zu einer Elementarzelle gehörende Material, ähnlich wie bei der Wigner-Seitzschen Methode, durch eine der Zelle volumengleiche Kugel ersetzen, die aus einer inneren PuO_2 -Kugel mit Radius r_1 und aus einer Kugelschale aus UO_2 mit dem äußeren Radius r_2 besteht. Für beide Materialien wird dieselbe Dichte, Wärmekapazität und Wärmeleitfähigkeit angenommen. Jedoch entsteht nur ein kleiner Bruchteil der Spaltwärme im UO_2 .

Der Wärmeübergang vom PuO_2 auf das UO_2 bei instationären Vorgängen ist mathematisch schwierig zu erfassen, da einmal die Wärmeleitfähigkeit bei höheren Temperaturen stark abnimmt, andererseits aber bei sehr hohen Temperaturen ein erheblicher Beitrag der Strahlung zum Wärmetransport zu erwarten ist. Da jedoch die Daten für den Wärmeübergang, insbesondere bei hohen Temperaturen, nur ungenau bekannt sind, ist es sicher gerechtfertigt, auch hier mit einem Modell zu arbeiten. Es wird also angenommen, daß die Wärmeleitfähigkeit von der Temperatur unabhängig ist und die Wärmestrahlung vernachlässigt werden kann. Die Wärmekapazität wird in guter Näherung als konstant angenommen.

Ein weiterer möglicher Mechanismus der Wärmeübertragung ist der Flug von Spaltprodukten aus dem PuO_2 in das UO_2 . Dieser Effekt wird in [3] und [4] ausführlich diskutiert. Die Reichweite der Spaltprodukte beträgt im Mittel etwa 10μ . Da wir uns im wesentlichen für Entmischungsgrade interessieren, für die r_1 von der Ordnung 100μ ist, kann der Wärmeübergang durch Spaltproduktflug hier vernachlässigt werden. Ebenso ist die Wärmeabfuhr durch das Kühlmittel vernachlässigbar, da sie im Vergleich zu den hier untersuchten Vorgängen sehr langsam vor sich geht.

Der Brennstoff besteht in unserem Modell aus einer Gesamtheit von untereinander identischen Kugeln. Das Verhältnis $r_2:r_1$ der Radien dieser „Elementarkugeln“ bestimmt das Volumenverhältnis des UO_2 zum PuO_2 , d. h. die Anreicherung des Brennstoffs. Die im Rahmen dieser Studie durchgeführten Rechnungen beziehen sich alle auf dieselbe Anreicherung. Dagegen wird die Größe der Modellkugeln, die etwa

durch den Radius r_1 charakterisiert werden kann, als Maß für den Heterogenitätsgrad des Brennstoffs angesehen und als Parameter variiert. Die Zeitverzögerung, mit der die im PuO_2 erzeugte Spaltwärme an das UO_2 übertragen wird, nimmt dabei etwa mit dem Quadrat von r_1 zu.

Da die Modellkugeln alle identisch sind, wird zwischen ihnen keine Wärme übertragen. Es genügt also, für die Berechnung des Wärmeübergangs eine einzelne Kugel zu betrachten.

Der Grenzfall des homogenen Brennstoffs wird durch das beschriebene Modell insofern nicht direkt erfaßt, als auch bei sehr kleinem r_1 die Struktur immer noch heterogen bleibt. Man kann jedoch durch Wahl eines entsprechend kleinen r_1 erreichen, daß die Zeitverzögerung bis zum Temperaturengleich beliebig klein wird. Die zu untersuchenden Vorgänge unterscheiden sich dann nur unmerklich von denen, die man mit dem Modell eines homogenen Brennstoffs erhält. Diese beliebig genaue Annäherung an den homogenen Grenzfall kommt in den Wärmeübergangsgleichungen des Anhangs dadurch zum Ausdruck, daß man für r_1 gegen Null bei konstantem $r_2:r_1$ die Gleichungen für den homogenen Brennstoff erhält.

Unter Berücksichtigung dieses Modells soll nun die Wirkung von rampenförmigen Reaktivitätsstörungen untersucht werden. Man könnte für den speziellen Fall von prompt überkritischen Reaktivitätssprüngen das Problem in stark vereinfachter Form durch folgendes Gleichungssystem beschreiben:

$$\begin{aligned} l\dot{q} &= \delta k_p q \\ \dot{T}_1 &= \frac{q}{\rho c} - \frac{V_2}{V_1} \frac{T_1 - T_2}{\tau} \\ \dot{T}_2 &= \frac{1}{\tau} (T_1 - T_2) \\ \delta k_p &= \delta k_{p0} + \delta k_R. \end{aligned} \quad (1)$$

Diese Gleichungen enthalten nicht den Einfluß der verzögerten Neutronen, und der Wärmeübergang wird durch eine einzige Zeitkonstante beschrieben. In den Gln. (1) bedeuten:

- δk_p = prompte Reaktivität,
- δk_{p0} = von außen aufgeprägte prompte Reaktivität
- δk_R = Rückkopplungsreaktivität
- q = Wärmequellendichte, $\text{cal/cm}^3 \text{sec}$
- $\Delta T = T - T_0$ = Temperaturanstieg, $^\circ\text{C}$
- T_0 = Anfangstemperatur, $^\circ\text{C}$
- ρ = Dichte des Brennstoffs, g/cm^3
- c = spez. Wärme des Brennstoffs, $\text{cal/g } ^\circ\text{C}$
- Index 1 = bezieht sich auf PuO_2
- Index 2 = bezieht sich auf UO_2
- τ = Zeitkonstante für den Wärmeübergang von 1 nach 2.

Es handelt sich dabei einfach um das bekannte Problem eines Reaktors mit zwei Temperaturkoeffizienten ohne Kühlung. Die Temperaturrückkopplung wird in der Form angesetzt

$$\delta k_R = \gamma_1 T_0 \ln \left(1 + \frac{\Delta T_1}{T_0} \right) - \gamma_2 T_0 \ln \left(1 + \frac{\Delta T_2}{T_0} \right). \quad (2)$$

Dabei ist angenommen, daß der Dopplerkoeffizient proportional zu $1/T$ ist, was für schnelle Brüter eine gute Näherung darstellt. γ_1 und γ_2 sind die Dopplerkoeffizienten des Spaltstoffs bzw. Brutstoffs bei der

Temperatur T_0 . Für die Programmierung auf dem Analogrechner wurde jedoch nicht von (2), sondern von der nach der Zeit abgeleiteten Gleichung

$$\delta \dot{k}_R = \frac{\gamma_1 \Delta T_1}{1 + \frac{\Delta T_1}{T_0}} - \frac{\gamma_2 \Delta T_2}{1 + \frac{\Delta T_2}{T_0}} \quad (2a)$$

ausgegangen.

Man zeigt leicht, daß die Gln. (1) und (2a) in dem Grenzfall des homogenen Brennstoffs, d. h. also $T_1 = T_2$, und für Reaktivitätssprünge die folgende analytische Lösung besitzen

$$q(T) - q_0 = \frac{(\gamma_2 - \gamma_1) T_0 \rho c}{l} \left[T \left(1 - \ln \frac{T}{T_0} \right) + \frac{T}{T_0} \frac{\delta k_{p0}}{\gamma_2 - \gamma_1} - T_0 \left(1 + \frac{\delta k_{p0}}{(\gamma_2 - \gamma_1) T_0} \right) \right] \quad (3)$$

Natürlich sind nur positive Reaktivitäten interessant, die zu einem Leistungsanstieg führen. Durch den nachfolgenden Temperaturanstieg sinkt jedoch die Leistung wieder, und nach (3) erreicht sie den Wert q_0 bei einer Temperatur, die durch die Beziehung gegeben ist

$$\frac{T}{T_0} \left[1 + \frac{\delta k_{p0}}{(\gamma_2 - \gamma_1) T_0} - \ln \frac{T}{T_0} \right] = 1 + \frac{\delta k_{p0}}{(\gamma_2 - \gamma_1) T_0} \quad (4)$$

Das System (1) und die Lösung (3) wurden für einige Abschätzungen benutzt. Die allgemeinen Untersuchungen wurden jedoch auf dem Analogrechner durchgeführt, und dabei war es möglich, wesentlich genauer zu rechnen. Gegenüber dem System (1) berücksichtigen wir zunächst die verzögerten Neutronen durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} l \dot{n} &= (\delta k - \beta) n + l \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \\ \dot{C}_i &= \frac{\beta_i}{l} n - \lambda_i C_i \end{aligned} \quad (5)$$

Außerdem wird der Wärmeübergang vom PuO_2 an das UO_2 nach einer von FRAUDE angegebenen Methode [2] unter Zugrundelegung der obigen Modellvorstellungen genau berechnet. Dazu schreiben wir die Wärmeleitungsgleichung für eine Modellkugel an

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} \\ = k \left(\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right) + q(r,t) - q_0(r) \end{aligned} \quad (6)$$

Dabei ist k die Wärmeleitfähigkeit; die Wärmequellendichte $q(r,t)$ ist im PuO_2 und im UO_2 konstant und mit der Neutronendichte $n(t)$ durch die Gleichung verknüpft

$$q(r,t) = \frac{n(t)}{n_0} q_0(r) \quad (7)$$

Dabei ist $q_0(r)$ sowohl im PuO_2 als auch im UO_2 konstant, d. h.

$$q_0(r) = \begin{cases} q_{01} & 0 < r < r_1 \\ q_{02} & r_1 < r < r_2 \end{cases}$$

Die Wärmeleitungsgleichung (6) ist mit den Randbedingungen

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{für } r=0 \quad \text{und } r=r_2$$

zu lösen. Erstere gilt, weil die Temperatur im Zentrum der Modellkugel endlich bleiben muß, letztere wegen der Periodizität des Gitters.

Für die folgenden Untersuchungen interessiert nicht der gesamte räumliche Temperaturverlauf in der Modellkugel, sondern nur je eine für jede Brennstoffkomponente charakteristische Temperatur. Es liegt nahe, dafür die räumlich gemittelten Temperaturen für jede Zone zu nehmen, die ja auch für die Temperaturrückkopplung maßgebend sind.

Die Berechnung dieser mittleren Temperaturen aus Gl. (6) für beliebigen zeitlichen Verlauf der Quelle in Form einer rasch konvergenten Reihe wird im Anhang durchgeführt. Wir verweisen auf die Gln. (A.9) bis (A.12).

Das System dieser Gleichungen wurde zusammen mit (2a), (5) und (7) für den Analogrechner PACE 231/R des Kernforschungszentrums Karlsruhe programmiert.

Beispiele, Annahmen über die zulässigen Materialgrenzen

Die für den Analogrechner programmierten Gleichungen wurden für verschiedene rampenförmige Reaktivitätsstörungen gelöst. Die Form der begrenzten Rampe wurde gewählt, weil sie realistische Störungen, wie z. B. Einfallen eines Brennelements beim Beladen, in ihrer wesentlichen Form brauchbar annähert. Eine Reaktivitätsstörung bei abgeschaltetem Reaktor wirkt eine gewisse Zeit rückkopplungsfrei und kann daher zu wesentlich schärferen Exkursionen führen als bei dem mit voller Leistung arbeitenden Reaktor. Deshalb wurde als Anfangszustand die Nulleistung gewählt. Für die numerischen Rechnungen wurde das Volumenverhältnis UO_2 zu PuO_2 gleich 5 gewählt, was für einen schnellen Brüter mit etwa 500 MW Leistung typisch ist. Der Dopplerkoeffizient bei der Temperatur $T_0 = 300^\circ \text{K}$ setzt sich zusammen aus

$$\begin{aligned} \text{Dopplerkoeffizient des } \text{PuO}_2 \quad \gamma_1 &= 10^{-6}/^\circ\text{C} \\ \text{Dopplerkoeffizient des } \text{UO}_2 \quad \gamma_2 &= 6 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C} \\ \text{gesamt } \gamma_1 - \gamma_2 &= -5 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Alle weiteren Daten sind in den Tabellen zusammengestellt. Tabelle 1 zeigt die neutronenkinetischen Parameter, wie sie für einen schnellen Brüter typisch sind. Die thermischen Materialkonstanten (Tabelle 2) sind mittlere Werte. Die Anfangsleistung entspricht etwa 3 Watt/kg PuO_2 , entspricht also der α -Wärme des Pu-240. Die Spaltrate im U-238, die bei dem untersuchten Reaktor 14% der gesamten Spaltrate beträgt, wurde teilweise berücksichtigt ($\epsilon = 0,14$) und teilweise vernachlässigt ($\epsilon = 0$).

Wir wollen uns nun zunächst an Hand einiger typischer Beispiele über den Verlauf von Exkursionen bei entmischtem Brennstoff orientieren. Daraus werden sich wesentliche Gesichtspunkte über die möglichen Materialgrenzen und über den Gültigkeitsbereich der gegenwärtigen Studie ergeben.

Drei verschiedene Exkursionen, die durch Rampen mit einer Steilheit von 30 \$/sec ausgelöst werden, sind in Abb. 1 und 2 dargestellt. Die Höhe der Rampen ist in den drei Fällen 1,15, 1,17 und 1,20 \$. Der Radius der PuO_2 -Kügelchen wurde zu $r_1 = 0,01$ cm angenommen, die Spaltungen im Uran wurden vernachlässigt. Abb. 1 zeigt die Reaktivitätsrampen, kurz bevor und nachdem sie den Punkt „prompt kritisch“ erreichen. Der danach einsetzende Leistungsanstieg mit kurzer Periode ist in Abb. 1 erst sichtbar, nachdem die Leistung etwa 7 Dekaden durchlaufen hat. Dann setzt auch die Wärmeentwicklung ein, und

Tabellen. Daten für die numerischen Rechnungen

1. Neutronenkinetik $\beta = 3,219 \cdot 10^{-3}$
 $l = 3 \cdot 10^{-7}$ sec

i	β_i	λ_i
1	$0,0789 \cdot 10^{-3}$	0,0128 1/sec
2	0,7204	0,0301
3	0,6070	0,1238
4	1,1419	0,3254
5	0,4823	1,1216
6	0,1882	2,6971

3. Eigenwerte der Wärmeleitungsgleichung

ν	α_ν	a_ν	s_ν sec ⁻¹ , für $r_1 =$						
			0,003	0,006	0,008	0,010	0,015	0,03	0,05 cm
1	4,49	$1,676 \cdot 10^{-2}$	5240	1310	736	471	209,5	52,4	18,84
2	7,72	$2,85 \cdot 10^{-4}$	15400	3860	2170	1390	617	154	55,6
3	10,91	$2,57 \cdot 10^{-6}$	30800	7700	4340	2780	1230	309	111,2
4	14,05	$9,50 \cdot 10^{-8}$	51000	12800	7200	4600	2040	511	184,0

4. Sonstige Daten

2. Thermische Materialkonstanten

$\rho = 10$ g/cm³
 $c = 0,078$ cal/g-sec-°C
 $k = 0,006$ cal/cm-sec-°C

Anfangsleistung: $q_0 = 0,0012$ cal/cm²sec = 0,502 Watt/kg Brennstoff; $\frac{q_0}{qc} = 0,00154$ °C/sec

Anfangstemperatur: $T_0 = 300$ ° K

Volumenverhältnis: $V_2/V_1 = 5$

Temperaturkoeffizienten bei der Temperatur $T_0 = 300$ ° K: $\gamma_1 T_0 = 0,003$, $\gamma_2 T_0 = 0,018$

Anteil der Spaltungen im Uran: $\epsilon = 0$ und $\epsilon = 0,14$

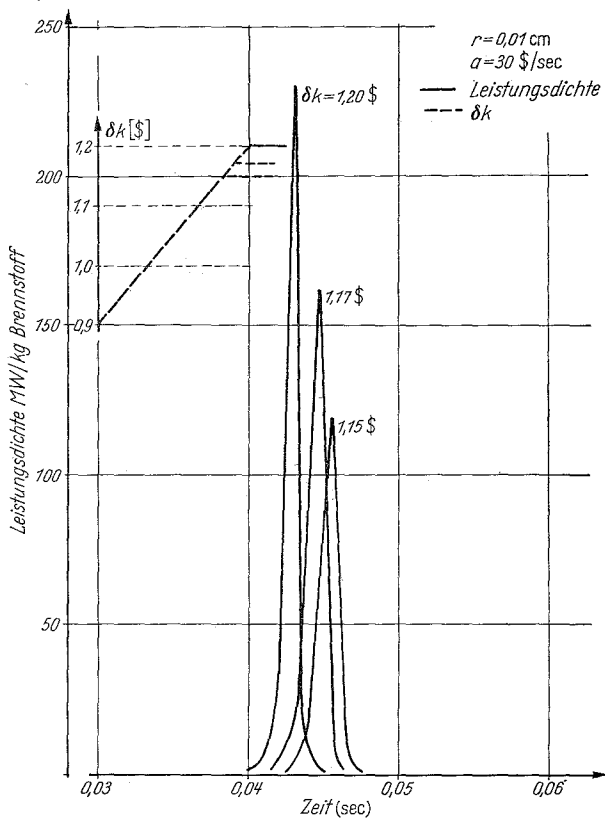


Abb. 1. Störreaktivität und Leistungsdichte während der Exkursion (höhenbegrenzte Exkursionen)

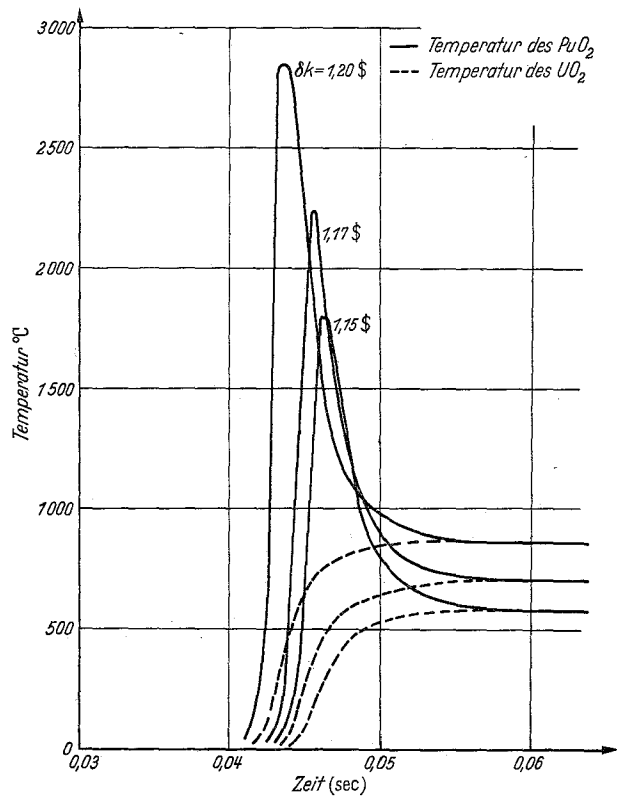


Abb. 2. Temperatur des PuO₂ und des UO₂ während der Exkursion (höhenbegrenzte Exkursionen)

die Temperatur des PuO₂ steigt steil an (Abb. 2). Da die Aufheizung des UO₂, und damit die negative Dopplerreaktivität erst mit einer Zeitverzögerung einsetzen, zeigen sowohl die Leistung als auch die Temperatur des PuO₂ starke Überschläge, bevor die Exkursionen abgefangen werden. Nach dem Abfall der Leistung gleichen sich die Temperaturen rasch aus.

Die Höhe der Leistungsspitze und der maximalen PuO₂-Temperatur ist sehr empfindlich auf die Rampenhöhe. Bei 1,15 \$ steigt die Temperatur auf 1800° C an, bei 1,20 \$ erreicht sie bereits 2800° C. Im letzteren Falle tritt bereits kurzzeitiges Schmelzen des PuO₂ auf. In den gezeigten Beispielen setzt die Wärmeentwicklung erst ein, nachdem die Rampe bereits ihre volle Höhe erreicht hat. Die Leistung steigt zu diesem

Zeitpunkt mit konstanter Periode an, die Störreaktivität ändert sich nicht mehr. Die Exkursionen verlaufen daher — abgesehen von einer kleinen zeitlichen Verschiebung — genau wie bei einem Reaktivitätsprung, d. h. die Steilheit der Rampe hat keinen großen Einfluß auf den Vorlauf der Exkursion. Wir wollen in diesen Fällen kurz von „höhenbegrenzten“ Exkursionen sprechen.

Beispiele für einen anderen Typ von Exkursionen sind in Abb. 3 und 4 gezeigt. Wieder wurde $r_1 = 0,01$ cm genommen und die Schnellspaltung im Uran vernachlässigt. In beiden Beispielen beträgt die Rampenhöhe 2,45 \$, die Steilheit ist 8 \$/sec bzw. 10 \$/sec. Die Wahl der Rampenhöhe wird später klar werden. Bis zur ersten Spitze und Abfall der Leistung verlaufen die Vorgänge qualitativ wie die in Abb. 1 und 2. Die

maximalen PuO_2 -Temperaturen beim Überschlag betragen 1750°C bzw. 2150°C . Nach dem Ausgleich der Temperaturen laufen jedoch die Rampen weiter. Die durch die Rückkopplung zunächst weit unter prompt kritisch liegende Reaktivität steigt wieder an, nach einiger Zeit tritt eine 2. Leistungsspitze auf.

Wenn man bei solchen Vorgängen die verzögerten Neutronen vernachlässigt und mit einem einzigen, temperaturunabhängigen Temperaturkoeffizienten rechnet, ergibt sich ein streng periodischer Verlauf der Leistung, der aus einer Reihe von scharfen Spitzen besteht. Dieser Fall wurde in einer Arbeit von HÄFELE [5] diskutiert. In unserem Falle bewirken die verzögerten Neutronen eine Dämpfung der „Leistungsschwingung“, die so groß ist, daß das 2. Maximum nur noch schwach ausgeprägt ist. Bei einer unendlich langen Rampe würde sich über Oszillationen abnehmender Amplitude ein asymptotischer Zustand einstellen, in dem die Leistung gerade ausreicht, über die Temperaturerhöhung den Reaktivitätszuwachs durch die Rampe zu kompensieren.

In den Fällen der Abb. 3 und 4 endet die Rampe mit $8 \text{ } \$/\text{sec}$ etwa im 3. Maximum, die Rampe mit $10 \text{ } \$/\text{sec}$ nach dem 2. Maximum. Aber selbst wenn die Rampen weiter anstiegen, könnte es wegen des nicht konstanten Temperaturkoeffizienten keinen asymptotischen Zustand mit konstanter Leistung geben. Wir können jedoch aus den betrachteten Vorgängen einige für das folgende wichtige Punkte ablesen. Einmal übertrifft die PuO_2 -Temperatur im 1. Maximum bei weitem die in allen späteren Maxima, und auch der bis zum Ende der $2,45 \text{ } \$/\text{sec}$ hohen Rampe auftretende Temperaturanstieg bleibt bei weitem unter der Temperatur des PuO_2 im 1. Maximum. Man erhält also die höchste Temperatur bereits, wenn man nur das 1. Maximum untersucht. Wir wollen solche Vorgänge als „steilheitsbegrenzte Exkursion“ bezeichnen.

Aus Abb. 4 schließt man, daß der Leistungsabfall nach dem Ende der Rampen nicht bis Null geht, sondern auf einer endlichen Höhe bleibt, so daß eine weitere langsame Erwärmung des Brennstoffs eintritt. Dies rührt von den während der Exkursion erzeugten verzögerten Neutronen her. Ein ähnlicher Anstieg tritt nach dem Ende einer höhenbegrenzten Exkursion auf; er ist in Abb. 2 nur nicht mehr eingezeichnet. Dieser weitere Anstieg spielt sich in einem Zeitmaßstab von der Ordnung 1 sec ab, während die eigentlichen Exkursionen (d. h. die ersten Spitzen) nur etwa 10 msec dauern. Im Sekundenmaßstab spielt nun der Wärmeübergang an das Kühlmittel eine wesentliche Rolle, und der verzögerte Reaktivitätskoeffizient der Ausdehnung von Hülle und Kühlmittel kommt zum Tragen. Außerdem kann damit gerechnet werden, daß der Reaktor in dieser Zeit durch Betätigung der Steuerstäbe abgeschaltet wird. Nun ist der Wärmeübergang an das Kühlmittel in unserem Modell nicht enthalten. Das heißt aber, daß Vorgänge, die sich im Sekundenmaßstab abspielen, außerhalb des Gültigkeitsbereichs unserer Untersuchungen liegen. Bei Vorgängen, die im Kurzzeitmaßstab (Ordnung 10 msec) ablaufen, und die somit von unseren Gleichungen gut

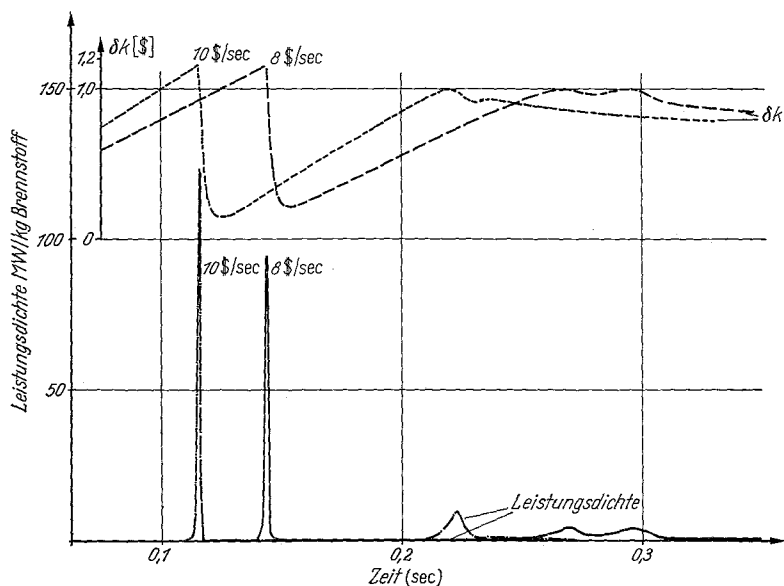


Abb. 3. Störreaktivität und Leistungsichte während der Exkursion (steilheitsbegrenzte Exkursionen)

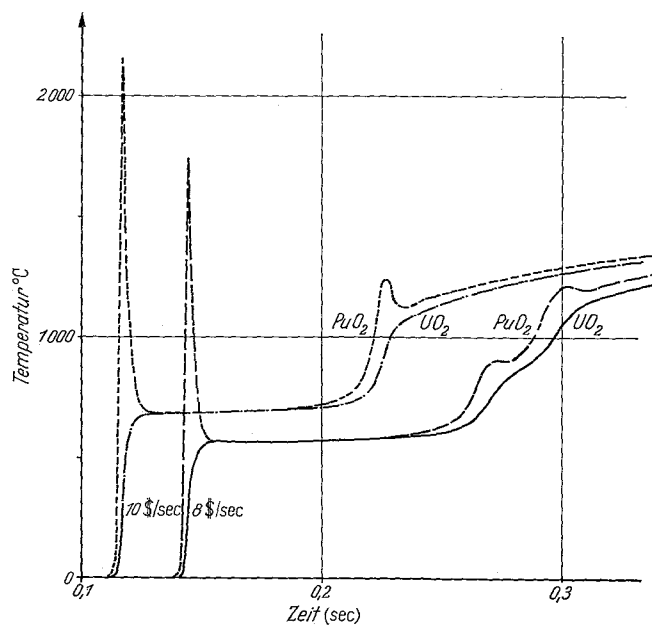


Abb. 4. Temperatur des PuO_2 und UO_2 während der Exkursion (steilheitsbegrenzte Exkursionen)

beschrieben werden, treten aber nach den obigen Beispielen im ersten Maximum die ungünstigsten Verhältnisse auf. Die stillschweigend gemachte Annahme, daß die höchste auftretende Temperatur des PuO_2 den ungünstigsten Fall darstellt, wird noch genauer präzisiert werden. Wir können uns also bei Vorgängen vom Typ der Abb. 3 und 4 auf die Untersuchung des 1. Maximums, d. h. der „steilheitsbegrenzten Exkursion“ im engeren Sinne, beschränken.

Da im folgenden Kriterien für zulässige Reaktivitätsstörungen bei entmischtem Brennstoff im Hinblick auf gewisse Materialgrenzen gewonnen werden sollen, müssen zunächst Annahmen über mögliche Grenzen getroffen werden. In Frage kommen offenbar:

- Zu hohe Temperaturen des PuO_2 während der Exkursion,
- Zu hohe Energieerzeugung während der Exkursion.

Zu a) Der in den Beispielen gezeigte starke Anstieg der Temperatur des PuO_2 im 1. Maximum führt vermutlich zu einer echten Materialgrenze. Natürlich kann man nicht ohne weiteres das Erreichen der Schmelztemperatur als diese Grenze ansehen, da kurzzeitiges Schmelzen der Pu-Komponente des Brennstoffs sicher noch nicht viel schadet. Da jedoch die echte Grenze nicht einfach zu bestimmen ist, wird im folgenden, soweit ein Bezugspunkt erforderlich ist, ad hoc das Schmelzen des PuO_2 als Grenze angesehen.

Zu b) Die Brennstofftemperatur unmittelbar nach dem Abklingen der ersten Leistungsspitze ist ein direktes Maß für die in der Spitze erzeugte Energie. Sie liegt per definitionem unterhalb der maximalen

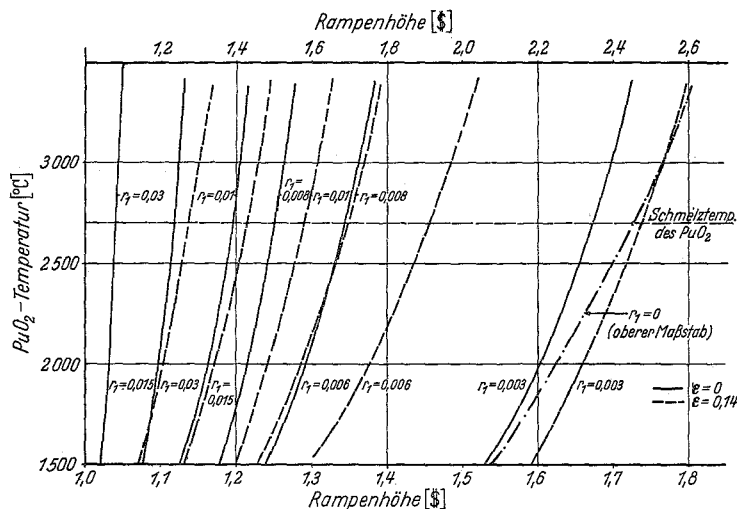


Abb. 5. Einfluß der Rampenhöhe auf die PuO_2 -Temperatur im Maximum der Exkursion (höhenbegrenzte Exkursionen)

Temperatur des PuO_2 , in den meisten Fällen sogar erheblich darunter. Wir werden sie also im Sinne der obigen Annahme nicht als Materialgrenze ansehen. Der weitere Anstieg der Temperatur nach dem Abklingen der ersten Spitze ist auch bei den steilheitsbegrenzten Exkursionen der Abb. 3 und 4 so langsam, daß die maximale Temperatur des PuO_2 in der ersten Spitze nicht mehr erreicht wird.

Die Frage nach einem sinnvollen Vergleich der Ergebnisse unserer Untersuchungen mit dem Fall des homogenen Brennstoffs kann nicht ohne eine gewisse Willkür beantwortet werden. Bei homogenem Brennstoff fallen die beiden Temperaturen a) und b) zusammen. Man ermittelt leicht durch numerische Auswertung der Formel (4), daß ein Reaktivitätssprung von 2,45 § zu einer Aufheizung des Brennstoffs in der Exkursion auf 2700°C , d. h. bis zum Schmelzpunkt, führt. Wäre der Brennstoff thermisch isoliert, dann würde nach der eigentlichen Exkursion durch die Wirkung der verzögerten Neutronen die Temperatur langsam weiter ansteigen, bis sie 3600°C erreicht; erst dann sind die 2,45 § voll durch die Rückkopplung kompensiert. Dieser Wärmeanstieg erfolgt jedoch in dem oben beschriebenen Sinn in einem langsamen Zeitmaßstab, und wird deshalb von unserem Modell nicht mehr erfaßt. Wir werden daher als Vergleichsfall bei homogenem Brennstoff eine höhenbegrenzte Rampe von 2,45 § ansehen. Aus Formel (8) im nächsten Abschnitt folgt, daß Rampen der angegebenen Höhe nur dann höhenbegrenzt sind, wenn sie steiler als etwa 560 §/sec sind. Bei realistischen Rampen, die

lange nicht so steil sind, könnte man sicherlich noch größere Reaktivitätswerte zulassen. Der Bereich von Rampen, die höher als 2,45 § sind, wurde jedoch im Rahmen unserer Studie nicht untersucht, und soll daher bei den weiteren Betrachtungen ausgeklammert werden. Wir werden also für den homogenen Fall eine „Vergleichsrampe“ mit einer Höhe von 2,45 § und einer Steilheit von 560 §/sec annehmen, obwohl sie nicht realistisch ist.

Numerische Ergebnisse

Nach den Überlegungen des vorigen Abschnitts ist zur Bestimmung der Grenze der zulässigen Reaktivitätsstörungen eine Untersuchung der höchsten in der ersten Spitze der Exkursion erreichten Temperatur des PuO_2 notwendig. Diese Größe ist für höhenbegrenzte Rampen in Abb. 5 dargestellt. Die Figur zeigt den höchsten Wert der über die PuO_2 -Zone in der Modellkugel gemittelten Temperatur als Funktion der Rampenhöhe. Der Parameter r_1 , der den Entmischungsgrad angibt, läuft von 0,003 cm bis 0,03 cm. Die Spaltungen im Uran wurden bei einer Kurvenschar vernachlässigt ($\epsilon = 0$), bei der andern berücksichtigt ($\epsilon = 0,14$). Zum Vergleich ist die Kurve für homogenen Brennstoff eingetragen (Maßstab oben!).

Man sieht, daß bei $\epsilon = 0$ die Rampenhöhe, bei der die Schmelztemperatur erreicht wird, von 2,45 § im homogenen Fall auf 1,67 § für $r_1 = 0,003$ cm und 1,19 § für $r_1 = 0,01$ cm zurückgeht. Für noch größere Entmischungsgrade geht sie schnell gegen 1 §. Im Fall $\epsilon = 0,14$ sind etwas höhere Rampen zulässig. Die Grenze liegt für $r_1 = 0,003$ cm bei 1,74 §, für $r_1 = 0,01$ cm bei 1,28 §. Die Kurven steigen als Funktion der Rampenhöhe sehr steil an. Wenn man die (in den Gleichungen nicht enthaltene) Schmelzwärme außer acht läßt, dann führt für $\epsilon = 0$ und $r_1 = 0,01$ cm bereits eine Rampenhöhe von 1,24 § zu einer Temperatur von 3500°C , bei der das PuO_2 verdampft.

Die entsprechenden Ergebnisse für steilheitsbegrenzte Rampen sind in Abb. 6 dargestellt. Die Figur zeigt die höchste im 1. Maximum der Exkursion auftretende PuO_2 -Temperatur als Funktion der Rampensteilheit. Man sieht, daß z. B. bei $r_1 = 0,01$ cm die Schmelztemperatur nur erreicht wird, wenn die Steilheit der Rampe für $\epsilon = 0$ mindestens 12,5 §/sec, für $\epsilon = 0,14$ mindestens 27,5 §/sec beträgt.

Wir können die Ergebnisse der Abb. 5 und 6 verbinden, indem wir z. B. für den Fall $\epsilon = 0$, $r_1 = 0,01$ cm feststellen: Wenn die Schmelztemperatur des PuO_2 als Grenze angesehen wird, dann sind (nach Abb. 5) Reaktivitätsrampen beliebiger Steilheit bis zu einer Höhe von 1,19 § zulässig. Rampen, die (nach Abb. 6) nicht steiler sind als 12,5 §/sec, dürfen jedoch eine Höhe bis zu 2,45 § haben; die letztere Höhe stelle nicht eine physikalische Grenze, sondern nur die Grenze des Gültigkeitsbereichs unserer Studie dar.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse in der eben beschriebenen Art, im Hinblick auf Schmelzen des PuO_2 als Grenze, ist in Abb. 7 durchgeführt. Die Figur zeigt für verschiedene Werte der Parameter r_1 und ϵ an, welche Kombinationen von Rampenhöhe und Rampensteilheit zu einer Temperatur des PuO_2 von 2700°C im ersten Maximum führen.

Man kann die Grenze zwischen steilheits- und höhenbegrenzten Rampen leicht abschätzen, da sie durch die Forderung definiert ist: Die Rampe soll gerade dann enden, wenn die Wärmeentwicklung einsetzt. HÄFELE [5] hat, ohne Berücksichtigung verzögerter Neutronen, eine Beziehung dafür abgeleitet, welche Höhe eine Reaktivitätsrampe bei Einsetzen der Wärmeentwicklung erreicht hat. In unserer Schreibweise lautet diese Beziehung

$$\delta k_p = \sqrt{2la \ln \left(1 + \frac{a \rho c}{(\gamma_2 - \gamma_1) q_0} \right)}, \quad (8)$$

wobei a die Steilheit der Rampe ist.

Wir wollen die Ableitung von (8) hier nicht wiederholen, sondern nur den wesentlichen Inhalt dieser Formel an Hand einer Plausibilitätsbetrachtung klar machen.

Die Wärmeentwicklung setzt erst nach einer Zeit Δt ein, nach der die Leistung etwa die Ordnung der Nennleistung erreicht hat. Die Leistung soll in der Zeit Δt den Faktor e^m durchlaufen. Dann ist m offenbar gleich $\bar{\alpha} \Delta t$, wobei $\bar{\alpha}$ eine geeignet gemittelte reziproke Periode darstellt. Man kann $\bar{\alpha}$ abschätzen zu

$$\bar{\alpha} = \frac{\delta k_p}{2l}.$$

Wir interessieren uns nun für Rampen, die gerade nach der Zeit Δt ihre Endhöhe δk_p erreichen, für die also

$$\Delta t = \frac{\delta k_p}{a}$$

gilt. Dann wird

$$m = \bar{\alpha} \Delta t = \frac{\delta k_p}{2l} \Delta t = \frac{(\delta k_p)^2}{2la}.$$

Ein Vergleich mit (8) zeigt, daß der Ausdruck ganz rechts in dieser Gleichung, also auch die Zahl m der von der Leistung durchlaufenen Faktoren e über den \ln noch schwach von a abhängt. Unsere grobe Betrachtung gibt diese Abhängigkeit nicht wieder, verifiziert aber die Beziehung (8) in ihren groben Zügen.

Die Funktion (8) ist in Abb. 7 ebenfalls eingezeichnet. Man sieht, daß die mit dem Analogrechner gefundenen Schnittpunkte von steilheits- und höhenbegrenzten Rampen ungefähr auf dieser Kurve liegen.

Der Einfluß der Entmischung auf die während der Exkursion erzeugte Energie soll ebenfalls diskutiert werden, und zwar an Hand der Temperatur des Brennstoffs nach der ersten Spitze, d. h., nachdem beide Temperaturen durch Wärmeleitung ausgeglichen sind. Diese Temperatur, die als ΔT_{as} bezeichnet wird, ist ein direktes Maß für die Energieerzeugung. Abb. 8 zeigt die Temperatur ΔT_{as} für höhenbegrenzte Exkursionen.

In [3] und [4] wurde die relative Energieerzeugung in Exkursionen, die durch Reaktivitätssprünge ausgelöst werden, durch die folgende Faustformel ausge-

drückt

$$\frac{\Delta T_{as}(\tau)}{\Delta T_{as}(0)} = 1 + E \alpha_0 \tau. \quad (9)$$

Dabei ist E die Anreicherung, d. h. der Anteil der Pu-Kerne an den schweren Kernen, α_0 die zum prompten Sprung gehörende reziproke Anfangsperiode, τ die Zeitkonstante der Wärmeleitung bei gegebener Entmischung [vgl. Gl. (1)], $\Delta T_{as}(0)$ ist die asymptotische Temperatur bei homogenem Brennstoff.

Beim Vergleich unserer Ergebnisse mit (9) ist zu beachten, daß die in [3] und [4] sowie in Gl. (1) auf-

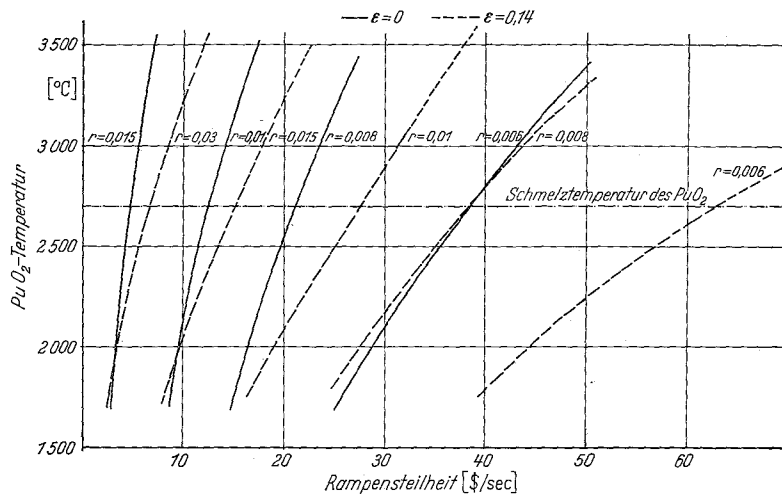


Abb. 6. Einfluß der Rampensteilheit auf die PuO₂-Temperatur im ersten Maximum der Exkursion (steilheitsbegrenzte Exkursionen)

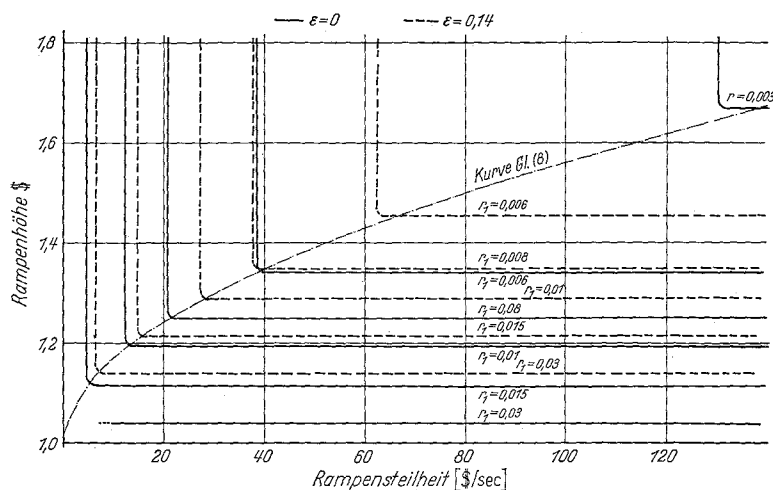


Abb. 7. Reaktivitätsrampen, die zu einer PuO₂-Temperatur von 2700° C (Schmelzpunkt) im ersten Maximum führen

tretende Größe τ die Zeitkonstante ist, mit der sich die Temperatur T_2 an die auf konstantem Wert festgehaltene Temperatur T_1 angleicht. Demgegenüber ist in der im Anhang skizzierten Theorie die Größe ($-s_1$) die reziproke Zeitkonstante, mit der sich bei vorgegebenen Anfangswerten T_1 und T_2 , und bei der Wärmequellichte $q = q_0$, die beiden Temperaturen zu einer (mit den Wärmekapazitäten gewogenen) mittleren Temperatur ausgleichen, wenn man nur die 1. Eigenfunktion berücksichtigt. Zwischen beiden Größen besteht die Beziehung

$$\tau = \frac{1}{(-s_1)} \left(1 + \frac{V_2}{V_1} \right). \quad (10)$$

Für den Vergleich gilt $E=1/6$ und $V_2/V_1=5$, und α_0 ist durch den Ausdruck $\alpha_0 = \delta k_p / l$ gegeben.

Abb. 9 zeigt die Gerade (9) und eine Reihe von Punkten, die aus unseren in Abb. 8 dargestellten Ergebnissen für $\varepsilon=0$ erhalten wurden. Die Übereinstimmung ist erstaunlich gut, wenn man bedenkt, wie starke Vereinfachungen in (9) enthalten sind. Offenbar liegen die Punkte um so höher im Vergleich zu (9), je kleiner die Höhe der Rampe ist.

Aus den verschiedenen angegebenen Daten findet man, daß die Grenze, die durch Schmelzen des PuO_2

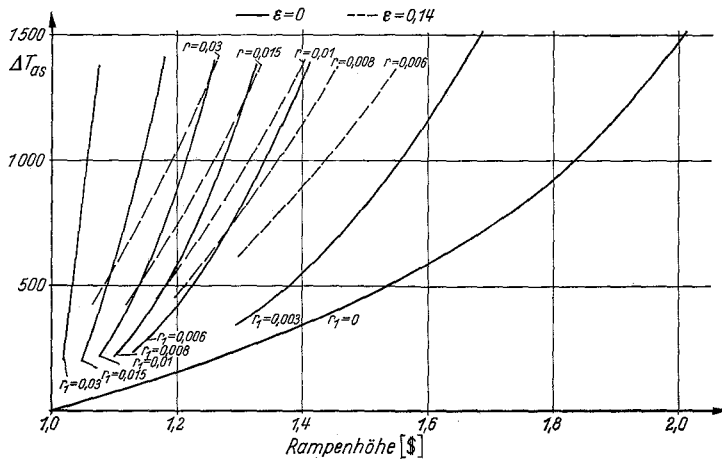


Abb. 8. Energieerzeugung in der Exkursion (höhenbegrenzte Exkursionen)

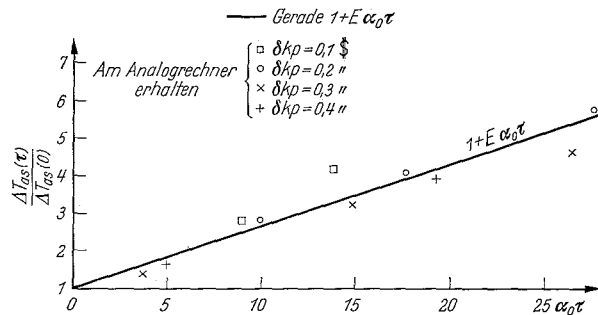


Abb. 9. Relative Energieerzeugung in der Exkursion (höhenbegrenzte Exkursionen)

gegeben ist, im Falle $\varepsilon=0$ und $r_1=0,01$ cm bei $\alpha_0\tau=26$ liegt. Die asymptotische Temperatur ist dann etwa 800°C . Für kleinere Entmischungsgrade erhält man jedoch niedrigere Grenzen $\alpha_0\tau$, so z. B. für $\varepsilon=0$, und $r_1=0,003$ cm den Wert $\alpha_0\tau=8,3$, mit der asymptotischen Temperatur 1450°C . Die in [4] angegebene Abschätzung, daß bei einem schnellen Reaktor $\alpha_0\tau \lesssim 2$ sein müsse, erweist sich also bei genauerer quantitativer Untersuchung als zu vorsichtig.

Die angegebenen Ergebnisse gelten zunächst nur für die numerischen Daten, die am Analogrechner verwendet wurden (s. Tabellen). Man kann jedoch innerhalb der Genauigkeit des vereinfachten Gleichungssystems (1) in vielen Fällen die Ergebnisse durch bloße Umnormierung auf andere Daten umrechnen.

Soll z. B. der Fall untersucht werden, daß der Dopplerkoeffizient sich von dem hier angenommenen um den Faktor f unterscheidet, während alle anderen Daten dieselben bleiben, dann führen wir in (1) folgende Umnormierung durch:

$$\gamma_i = f\gamma'_i, \quad \delta k_{p0} = f\delta k'_{p0}, \quad \tau = \tau'/f, \quad t = t'/f, \quad q = fq'.$$

Die interessanten maximalen Temperaturen sind also dieselben wie bei dem (gestrichenen) Hilfssystem, für das, wie man leicht zeigt, wieder die Gln. (1) gelten. Allerdings ist der Anfangswert nun q_0/f anstatt q_0 . Bei höhenbegrenzten Exkursionen spielt dies jedoch keine Rolle, und bei steilheitsbegrenzten nur, wenn f stark von eins verschieden ist.

Wenn z. B. die zulässige Rampenhöhe für $\gamma_1 T_0 = 0,006$, $\gamma_2 T_0 = 0,036$, $r_1 = 0,01$ cm gesucht wird, dann ist $f=2$; für das Hilfssystem ist $r'_1 = 0,014$ cm. Aus Abb. 5 folgt eine zulässige gestrichene Rampenhöhe $\delta k'_p = 0,125$ \$, also wird die echte zulässige Rampenhöhe $\delta k_p = 0,25$ \$ prompt, d. h. $\delta k = 1,25$ \$. Eine Verdopplung des Dopplerkoeffizienten bringt also nur einen geringen Gewinn, nämlich von 1,19 \$ auf 1,25 \$. Dies liegt natürlich daran, daß die Exkursion sich abspielt, bevor der Dopplerkoeffizient zum Tragen kommt.

Zusammenfassung der Rechenergebnisse

a) Die durchgeführten quantitativen Untersuchungen zeigen, daß die Verzögerung des Dopplereffekts, wie sie auftritt, wenn der Brennstoff ein Mischoxyd ist und deshalb eine gewisse Heterogenität aufweist, zu einer erheblichen Verschärfung von prompt überkritischen Leistungsexkursionen bei schnellen Reaktoren führen kann.

b) Sieht man versuchsweise die Schmelztemperatur des PuO_2 als Materialgrenze an, dann erhält man für jeden Heterogenitätsgrad eine maximal zulässige Rampenhöhe bei höhenbegrenzten Exkursionen. Bei dem untersuchten Reaktor ist für Heterogenitäten mit $r_1 \lesssim 0,003$ cm die Auswirkung relativ geringfügig. Man erhält für $r_1 = 0,003$ cm unter Berücksichtigung der Spaltungen im U-238 (d. h. für $\varepsilon=0,14$) eine zulässige Rampenhöhe von 1,73 \$, anstatt von 2,45 \$ bei homogenem Brennstoff. Weit stärkere Einschränkungen ergeben sich bei größeren Heterogenitätsgraden; so darf z. B. für $r_1 = 0,01$ cm und $\varepsilon=0$ die Rampe nur 1,19 \$ hoch sein; mit $\varepsilon=0,14$ ist die Grenze bei 1,28 \$.

c) Bei steilheitsbegrenzten Exkursionen treten die ungünstigsten Verhältnisse, jedenfalls im Hinblick auf die maximal erreichte Temperatur des PuO_2 , in der ersten Spitze auf. Bei dem untersuchten Reaktor ist für Reaktivitätsrampen, deren Steilheit unter einer gewissen Grenze liegt, eine Höhe von 2,45 \$ zulässig, wobei sich diese Zahl aus der begrenzten Tragweite der Studie ergibt; physikalisch dürften die Rampen sicherlich noch etwas höher sein. Die Grenzsteilheit wurde z. B. für $r_1 = 0,01$ cm und $\varepsilon=0$ bzw. $\varepsilon=0,14$ zu 12,5 \$/sec bzw. 27,5 \$/sec ermittelt.

d) Die in [3] und [4] angegebene Faustformel (9) für die relative Energieerzeugung in einer höhenbegrenzten Exkursion wird von den am Analogrechner erhaltenen Ergebnissen gut bestätigt. Dagegen erweist sich eine in [4] durchgeführte Abschätzung, nach der für schnelle Reaktoren $\alpha_0\tau \lesssim 2$ gefordert wird, als zu vorsichtig.

Einbau der Ergebnisse in die Unfallanalyse für einen 1000 MWe natriumgekühlten schnellen Brutreaktor

Im Rahmen des Karlsruher Projektes „Schneller Brüter“ wurde vor kurzem eine Projektstudie mit

Unfallanalyse für einen natriumgekühlten schnellen Brutreaktor mit 1000 MW elektrischer Leistung fertiggestellt [6–8]. Bei der Unfallanalyse wurde stillschweigend die Annahme gemacht, daß der Brennstoff homogen ist. Es soll hier unter Verwertung der Ergebnisse der vorliegenden Studie noch diskutiert werden, zu welchen Forderungen für die Heterogenität des Brennstoffs die Unfallanalyse des Karlsruher Projektes führt. Dabei ergibt sich:

a) Im homogenen Fall wird nach unseren Ergebnissen Schmelzen des Brennstoffs im 1. Maximum der Exkursion nur erreicht, wenn die Rampe 2,45 \$ hoch und 560 \$/sec steil ist. Diese Werte sind so hoch, daß sie normalerweise nie betrachtet werden. Deshalb wurde Schmelzen im ersten Maximum bei der Unfallanalyse bisher nie untersucht.

b) Im heterogenen Fall werden die Exkursionen wesentlich schärfer. Die Auffächerung nach dem Heterogenitätsgrad ist um so stärker, je höher die Exkursion ist. Damit kommt im heterogenen Fall das Schmelzen der PuO_2 -Komponente des Brennstoffs im ersten Maximum der Exkursion sehr wohl zur Diskussion und stellt also ein Kriterium bei der Ableitung eines erlaubten Wertes für den Heterogenitätsgrad dar.

c) Zunächst betrachten wir Reaktivitätsstörungen, die auf mechanischem Wege erzeugt werden. Aus der von SMIDT et al. durchgeführten Unfallanalyse [8] entnehmen wir (Punkt 7.2), daß solche Rampen stets unter 10 \$/sec bleiben. Gehen wir sicherheitshalber auf 15 \$/sec, dann können wir aus unserer Abb. 7 direkt ablesen: Der Heterogenitätsgrad muß kleiner als $r_1 = 0,015$ cm sein.

Zu betonen ist, daß diese Heterogenitätsbedingung wirklich ernst genommen werden muß. Wird nämlich r_1 nur ein klein wenig größer als der erlaubte Wert, dann sind nach Abb. 7 nur noch Rampenhöhen von 1.2 \$ zulässig. Man bekommt also sofort eine ernsthafte Begrenzung, sobald der erlaubte Wert überschritten wird.

d) Wesentlich größere Rampensteilheiten, bis zu 150 \$/sec, können bei Verdampfen des Natriums vorkommen, wie in einer Arbeit von FISCHER und HÄFLE [9] gezeigt wurde. In [9] werden Ketten von Unfällen diskutiert, bei denen das Sicherheitssystem versagt. In [8] wurde aber gezeigt, daß dann auf jeden Fall Brennstoffschmelzen eintritt. Im Zusammenhang mit unserem Kriterium können solche Unfälle somit außer acht bleiben.

e) Damit haben wir das Ergebnis, daß ein Heterogenitätsgrad von $r_1 = 0,015$ cm bei dem untersuchten Reaktortyp zulässig ist. Im Sinne einer Vorsicht erscheint ein Sicherheitsfaktor zwei angebracht, so daß für Brennstoffspezifikationen ein zulässiger Radius der PuO_2 -Teilchen von 75 μ herauskommt.

Anhang

Lösung des Wärmeleitproblems. Das im zweiten Abschnitt durch die Gln. (6) und (7) definierte Wärmeleitproblem wurde von FRAUDE [2] durch Entwicklung nach den Eigenfunktionen der zu (6) gehörigen homogenen Gleichungen gelöst. Wir geben den Gang der Lösung hier in kurzer Form wieder.

Durch den Separationsansatz

$$T(r, t) = T(r) e^{st} \quad (\text{A.1})$$

erhält man für $q = q_0$ für den räumlichen Teil die Gleichung

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dT}{dr} - \frac{sqc}{k} T = 0. \quad (\text{A.2})$$

Die Differentialgleichung (A.2) hat bei den zugehörigen Randbedingungen das folgende vollständige System von Eigenfunktionen

$$T_0(r) = 1, \quad T_\nu(r) = \frac{G_\nu}{r} \sin x_\nu \frac{r}{r_2}, \quad \nu \geq 1. \quad (\text{A.3})$$

Die x_ν sind Lösungen der Gleichung

$$x_\nu = \text{tg } x_\nu, \quad (\text{A.4})$$

die s_ν sind gegeben durch

$$s_0 = 0, \quad s_\nu = -\frac{k}{qc r_2^2} x_\nu^2, \quad \nu \geq 1 \quad (\text{A.5})$$

und die Koeffizienten G_ν nehmen wir an als

$$G_\nu = \frac{2r_2 x_\nu^2 (q_{01} - q_{02})}{qc \left(\sin x_\nu \frac{r_1}{r_2} - x_\nu \frac{r_1}{r_2} \cos x_\nu \frac{r_1}{r_2} \right)}. \quad (\text{A.6})$$

Bei dieser Wahl werden die folgenden Ausdrücke besonders einfach.

Zur Lösung der inhomogenen Gl. (6) werden nun das inhomogene Quellglied und die Temperaturverteilung nach den Eigenfunktionen (A.3) entwickelt

$$q(r, T) = \sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu(t) T_\nu(r), \quad (\text{A.7})$$

$$T(r, T) = \sum_{\nu=0}^{\infty} g_\nu(t) T_\nu(r).$$

Man erhält zunächst für die c_ν die Ausdrücke

$$c_0(t) = q_0 \frac{n(t)}{n_0}, \quad c_\nu(t) = qc a_\nu \frac{n(t)}{n_0}, \quad \nu \geq 1 \quad (\text{A.8})$$

mit

$$a_\nu = \frac{\left(\sin x_\nu \frac{r_1}{r_2} - x_\nu \frac{r_1}{r_2} \cos x_\nu \frac{r_1}{r_2} \right)^2}{x_\nu^2 (x_\nu^2 - \sin^2 x_\nu)}. \quad (\text{A.9})$$

Durch Einsetzen von (A.7) und (A.8) in die Differentialgleichung (6) und Koeffizientenvergleich erhält man für die g_ν folgende Differentialgleichungen

$$\dot{g}_0 = \frac{q_0}{qc} \left(\frac{n(t)}{n_0} - 1 \right), \quad (\text{A.10})$$

$$\dot{g}_\nu = s_\nu g_\nu + a_\nu \left(\frac{n(t)}{n_0} - 1 \right), \quad \nu \geq 1.$$

Die gesuchten gemittelten Temperaturen

$$\Delta T_1(t) = \frac{3}{r_1^2} \int_0^{r_1} \Delta T(r, t) r^2 dr \quad (\text{A.11})$$

$$\Delta T_2(t) = \frac{3}{r_2^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} \Delta T(r, t) r^2 dr,$$

wobei $\Delta T_1 = T_1 - T_0$ ist, ergeben sich dann durch einfache Integrationen zu

$$\Delta T_1(t) = g_0(t) + B \sum_{\nu=1}^{\infty} g_\nu(t) \quad (\text{A.12})$$

$$\Delta T_2(t) = g_0(t) - \frac{V_1}{V_2} B \sum_{\nu=1}^{\infty} g_\nu(t),$$

wobei die Größe B durch

$$B = \frac{6}{\rho c} \left(1 + \frac{V_2}{V_1} \right) (q_{01} - q_{02}) \quad (\text{A.13})$$

gegeben ist.

In den beiden Ausdrücken (A.12) stellen die ersten Terme die über beide Zonen gemittelte Temperatur dar, wie sie unmittelbar aus der Wärmebilanz folgt. Die zweiten Terme beschreiben die Abweichung vom Mittelwert, die im PuO_2 positiv und im UO_2 negativ ist.

Die Gln. (A.9), (A.10) und (A.12) stellen die gesuchte Lösung des Wärmeproblems dar, wie sie für den Analogrechner programmiert wurde.

Die Verfasser danken Herrn Professor Dr. W. HÄFELE für die Anregung und Förderung dieser Arbeit, sowie Herrn Dr. P. ENGELMANN für wertvolle Hinweise.

Literatur. [1]* THEISEN, R., H. BEISSWENGER, G. GIACCHETTI, and E. PATRASSI: Microanalytical studies of micro-

and macrosegregation in oxide fuels. — [2] FRAUDE, A.: Interner Arbeitsbericht INR 59/63 des Kernforschungszentrums Karlsruhe. — [3] GUSTAVSON, V. W., and R. E. PETERSON: An investigation of Doppler delay in mixed oxide fuels. HW-SA-3611 A (1964). — [4] PETERSON, R. E.: Neutron kinetics problems associated with mixed oxide fuels. HW-81259 (1964). — [5] HÄFELE, W.: Nukleonik 5, 201 (1963). — [6] Referenzstudie für den 1000 MWe natriumgekühlten schnellen Brutreaktor. Bericht des Kernforschungszentrums Karlsruhe, KFK-299, Dez. 1964. — [7]* HÄFELE, W., D. SMIDT, and K. WIRTZ: The Karlsruhe reference design of a 1000 MWe sodium cooled fast breeder reactor. — [8]* SMIDT, D., et al.: Safety and cost analysis of a 1000 MWe sodium cooled fast power reactor. — [9]* FISCHER, M., and W. HÄFELE: Shock front conditions in two-phase flow including the case of desuperheat.

ERHARD A. FISCHER
Institut für Angewandte Reaktorphysik
im Kernforschungszentrum
75 Karlsruhe

* [1, 7—9] sind Referate der „Conference on Safety, Fuels and Core Design in Large Fast Power Reactors“, Argonne, Oktober 1965.