

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

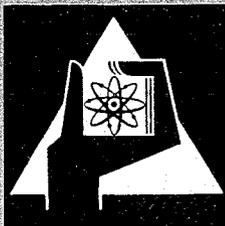
Juni 1966

KFK 465

Institut für Reaktorentwicklung

Rechenprogramme für Dynamik und Stabilität
eines schnellen Leistungsreaktors

W. Frisch, E. Schönfeld



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Juni 1966

KFK 465

Institut für Reaktorentwicklung

Rechenprogramme für Dynamik und Stabilität
eines schnellen Leistungsreaktors

von

W.Frisch

E.Schönfeld

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

Diese Arbeit wurde im Rahmen der Assoziation zwischen der Europäischen Atomgemeinschaft und der Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe, auf dem Gebiet der schnellen Reaktoren durchgeführt.

	Seite
Einleitung	2
<u>I. Analogrechenprogramm für dynamische Untersuchungen</u>	
1. Charakterisierung des mathematischen Modells	3
2. Neutronen-Kinetik	4
3. Reaktivitätsrückwirkung	4
4. Thermodynamik des Cores	6
5. Thermodynamik des Zwischenwärmeaustauschers	19
6. Transportzeiten in den Rohrleitungen und Mischungsvorgänge in den Reaktormischkammern	22
7. Kühlmittelpumpen	24
8. Programmierung	28
<u>II. Digitalprogramm für Stabilitätsuntersuchungen</u>	
1. Frequenzgangdarstellung des Cores	38
2. Neutronen-Kinetik	39
3. Thermodynamik	41
4. Ausführliches Blockschaltbild und wichtige Frequenzgänge	50
5. Programmbeschreibung für 3-Zonen-Modell	53
6. Programmbeschreibung für 30-Zonen-Modell	56
Symbole	63
Literatur	67
Anhang	

Einleitung

Im Rahmen der Systemanalyse von natriumgekühlten schnellen Leistungsreaktoren [1,2] wurden für die dynamischen Untersuchungen und Stabilitätsberechnungen die vorliegenden Rechenprogramme entwickelt.

Ein Analogrechenprogramm ermöglicht dynamische Untersuchungen des Cores und des gesamten Primärkühlsystems. In diesem Programm werden die wichtigsten Nichtlinearitäten berücksichtigt, so daß größere Störungen untersucht werden können.

Für die Stabilitätsuntersuchungen sind zwei FORTRAN-Programme vorhanden, mit denen verschiedene Frequenzgänge berechnet werden können, die das Übertragungsverhalten des Cores beschreiben. Eine Anwendung dieser Digitalprogramme auf andere Kühlmittel (z.B. H₂O-Dampf) ist möglich.

I. Analogrechenprogramm für dynamische Untersuchungen

1. Charakterisierung des mathematischen Modells

In Bild I-1 ist eine schematische Darstellung des Primärkühlsystems gegeben. Das mathematische Modell dieses Systems erfaßt:

1. Die nuklearen Vorgänge im Core, d.h. die zeitliche Änderung der Neutronenökonomie.
2. Die Abführung der erzeugten Leistung aus dem Brennelement.
3. Die Temperaturrückwirkung auf die Reaktivität.
4. Die Zeitverzögerungen und Mischungsvorgänge im Primärkreis.
5. Den Wärmeaustausch im Zwischenwärmeaustauscher.
6. Den abfallenden Kühlmitteldurchsatz beim Ausfall des Pumpen-
antriebsaggregates.

Die variablen Größen im Modell sind:

- a. Neutronendichte im Reaktor.
- b. Temperaturen im Core und Kreislauf.
- c. Kühlmitteldurchsatz (Transportverzögerungen).

Es werden somit folgende Untersuchungen ermöglicht:

1. Studium der inhärenten Sicherheit der Anlage bei Störungen des Reaktorbetriebes und Ermittlung des Übergangsverhaltens.
2. Überprüfung von Auslegungskriterien bzw. evtl. Schaffung neuer Kriterien für das Regel- und Steuersystem.
3. Ermittlung der zeitlichen Temperaturgradienten an besonders gefährdeten Stellen des Kreislaufsystems (Flansche, Eintritts- und Austrittsstutzen).
4. Ermittlung einer optimalen Drosselkurve des Kühlmitteldurchsatzes beim Reaktorschnellschluß zur Erzielung möglichst sanfter Temperaturübergänge.

Ein weiterer Ausbau des Modells durch Hinzunahme des Sekundärkreises einschließlich Dampferzeuger und Turbine kann durchgeführt werden.

Hiermit wäre die Simulation eines gesamten Kernkraftwerkes möglich.

2. Neutronen-Kinetik

Das Zeitverhalten des Reaktors kann beschrieben werden durch die bekannten raumunabhängigen kinetischen Gleichungen [3,4].

$$(I.2-1) \quad \frac{dn(t)}{dt} = \frac{\delta k - \beta}{l} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i$$

$$(I.2-2) \quad \frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{l} n(t) - \lambda_i C_i(t)$$

$\frac{dn(t)}{dt}$ stellt die zeitliche Änderung der Neutronendichte dar. Der Term $\frac{\delta k - \beta}{l} \cdot n$ erfaßt die Änderung der prompten Neutronendichte; die Summe der $\lambda_i C_i$ berücksichtigt den verzögerten Neutronenanteil. Gl. (I.2-2) beschreibt die zeitliche Änderung der verzögerten Neutronenkonzentration der i-ten Gruppe.

3. Reaktivitätsrückwirkung

Für die gesamte Reaktivität δk ergibt sich:

$$\delta k = \delta k_{\text{stör}} + \delta k_{\text{rück}}$$

$\delta k_{\text{stör}}$ = Störreaktivität, hervorgerufen durch äußere Einwirkung (z.B. Bewegung eines Regelstabes)

$\delta k_{\text{rück}}$ = Rückwirkende, interne Reaktivität, die im Reaktor durch Temperatureinwirkung erzeugt wird

Die temperaturabhängige rückwirkende Reaktivität beeinflusst das dynamische Verhalten eines Reaktors wesentlich und wird entscheidend für die Betriebssicherheit bei einer Funktionsstörung des Regelsystems und anderen anomalen Betriebsbedingungen. Von den verursachenden Größen wie Änderungen der Dichte, der Geometrie und des Spektrums werden im Rechenprogramm berücksichtigt:

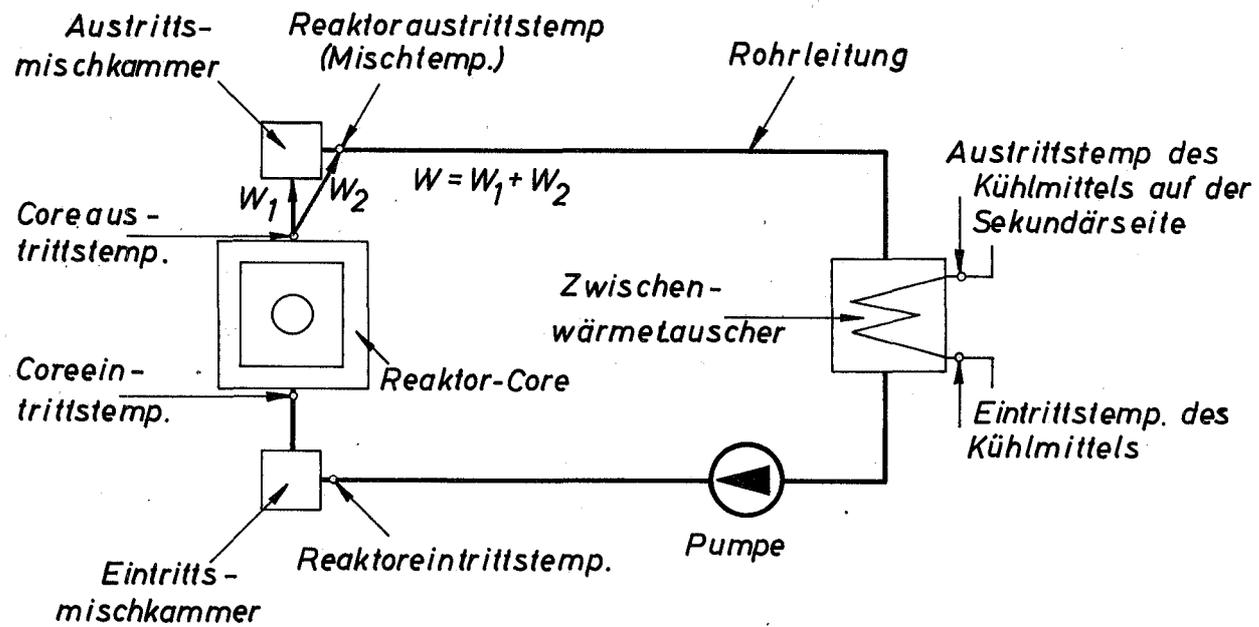


Bild I-1

Schematische Darstellung des Primärkreislaufes

1. die Doppler-Reaktivität,
2. die Dichteänderung des gesamten Strukturmaterials,
3. die Dichteänderung des Kühlmittels.

Für $\delta k_{\text{rück}}$ wird der Ansatz gemacht: [4,5,6]

$$(I.3-1) \quad \delta k_{\text{rück}} = \alpha_B (T_B - T_{B0}) + \alpha_C (T_C - T_{C0}) + \alpha_{\text{STR}} (T_{\text{STR}} - T_{\text{STRO}}) + \alpha_K (T_K - T_{K0})$$

$\alpha_B = f(T_B)$	= Doppler-Koeffizient	< 0
α_{STR}	= Struktur-Koeffizient	< 0
α_C	= Canmaterial-Koeffiz.	> 0
α_K	= Kühlmittel-Koeffiz.	> 0

$T_B, T_C, T_{\text{STR}}, T_K$ sind gewichtete, mittlere Temperaturen (vgl. I.4.2).

$T_{B0}, T_{C0}, T_{\text{STRO}}, T_{K0}$ sind die entsprechenden Temperaturen für den stationären Betrieb.

Im stationären Reaktorbetrieb ist:

$$T_B = T_{B0} ; \quad T_C = T_{C0} ; \quad T_{\text{STR}} = T_{\text{STRO}} ; \quad T_K = T_{K0} ;$$

somit $\delta k_{\text{rück}} = 0$

4. Thermodynamik des Cores

4.1 Leistungsbilanzen

Es wird im Brennstoff ein Volumenelement V betrachtet. Der Zusammenhang der erzeugten Leistung mit Temperatur, Leitvermögen und Zeit wird durch die Wärmeleitungsgleichung beschrieben:

$$(I.4-1) \quad \int_V \frac{\partial}{\partial t} \vartheta(\vec{r}, t) dV = \int_V \frac{1}{c \rho} \cdot \text{div} (\lambda \text{ grad } \vartheta) + \int_V \frac{S}{c \rho} \cdot dV$$

Durch Anwendung des Gauß'schen Integralsatzes folgt unter den Voraussetzungen:

$$\left. \begin{array}{l} c = \text{konst.} \\ \rho = \text{"} \\ \lambda = \text{"} \end{array} \right\} \text{ in } V$$

$$(I.4-2) \quad \int_V \frac{\partial}{\partial t} \vartheta(r,t) dV = \frac{\lambda}{c\rho} \cdot \int_F \text{grad } \vartheta \vec{n} df + \frac{1}{c\rho} \int_V S dV$$

\vec{n} = Normalvektor des Flächenelements dF

Ferner gilt:

$$(I.4-3) \quad \int_V \frac{\partial}{\partial t} \vartheta(r,t) dV = \frac{\partial}{\partial t} \cdot \int_V \vartheta(r,t) dV$$

Die mittlere Temperatur im Volumen V ist definiert durch:

$$(I.4-4) \quad T(t) = \frac{\int_V \vartheta(r,t) dV}{\int_V dV}$$

Mittels der Gleichungen (I.4-2) bis (I.4-4) ergibt sich:

$$(I.4-5) \quad v \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{dT(t)}{dt} = \lambda \int_F \text{grad } \vartheta(r,t) \vec{n} df + \int_V S dV$$

oder, da $\vec{q} = -\lambda \text{ grad } \vartheta(r,t)$

$$(I.4-6) \quad v \rho \cdot c \cdot \frac{dT(t)}{dt} = - \int_F \vec{q} \vec{n} df + \int_V S dV$$

Zeitliche Änderung der Wärmekapazität = Leistung, die im Volumen erzeugt wird + Wärmestrom durch die Oberfläche.

Für einen langen zylinderförmigen Stab, der repräsentativ für ein Brennelement angesehen wird, sollen die folgenden Voraussetzungen gelten:

Wärmeleitung nur in radialer Richtung ($\frac{R}{h_a} \ll 1$). Er ist unterteilt radial in n -konzentrische Zylinderringzonen, die axial η -fach unterteilt sind und die Länge ΔZ_i haben. Es ergibt sich so eine Anordnung von Volumenelementen, die man entsprechend den Elementen einer Matrix numerieren kann. (Vergl. Bild I-2). Die Leistungsdichte $S_{i,k}$ im jeweiligen Volumenelement ist nur eine Funktion der Zeit.

Für das Volumenelement $V_{i,k}$ gilt dann nach Gl. (I.4-6) die Leistungsbilanz:

$$(I.4-7) \quad V_{i,k} \cdot \rho_{i,k} \cdot C_{i,k} \cdot \frac{d T_{i,k}(t)}{dt} = -Q_{i,K_e} + Q_{i,K_a} + S_{i,k} \cdot V_{i,k}$$

$$i = 1 \dots \eta$$

$$k = 1 \dots n - 2$$

Q_{i,K_e} ist die gesamte, in das Volumenelement einströmende, Q_{i,K_a} die gesamte ausströmende Wärmemenge. Q_{i,K_e} und Q_{i,K_a} sind abhängig von der Temperaturverteilung und vom thermischen Leistvermögen. Sie werden approximiert durch:

$$(I.4-8) \quad Q_{i,K_e} = \frac{T_{i,k-1} - T_{i,k}}{R_{i,k-1/i,k}} \quad Q_{i,K_a} = \frac{T_{i,k} - T_{i,k+1}}{R_{i,k/i,k+1}}$$

$$i = 1 \dots \eta$$

$$k = 2 \dots n - 2$$

$R_{i,k-1/i,k}$ und $R_{i,k/i,k+1}$ stellen den Wärmewiderstand zwischen den mittleren Temperaturen $T_{i,k-1}$ und $T_{i,k}$ bzw. $T_{i,k}$ und $T_{i,k+1}$ dar. Durch Einsetzen von Gl. (I.4-8) in Gl. (I.4-7) folgt dann:

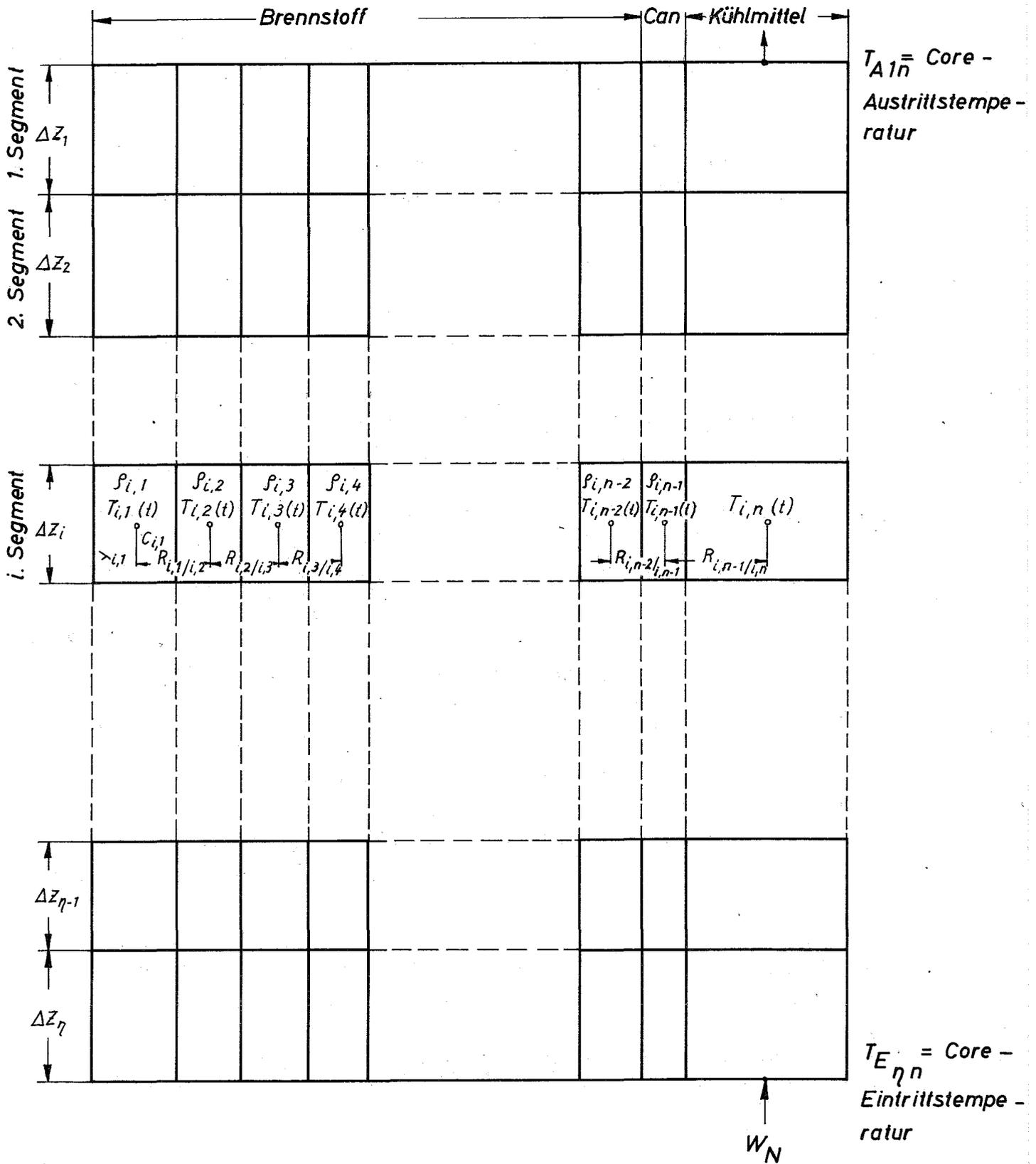


Bild I-2
Modell des Brennstabes mit Kühlkanal

(I.4-9)

$$\frac{dT_{i,k}(t)}{dt} = \frac{1}{V_{i,k} \cdot \rho_{i,k} \cdot C_{i,k} \cdot R_{i,k-1/i,k}} \cdot (T_{i,k-1} - T_{i,k}) - \frac{1}{V_{i,k} \cdot \rho_{i,k} \cdot C_{i,k} \cdot R_{i,k/i,k+1}} \cdot (T_{i,k} - T_{i,k+1}) + \frac{S_{i,k}}{\rho_{i,k} \cdot C_{i,k} \cdot S_{i,k}^o} \cdot S_{i,k}^o$$

$i = 1 \dots \eta$

$k = 1 \dots n - 2$

Der Zusammenhang zwischen $S_{i,k}$ und $n(t)$ wird durch die Beziehung

$$(I.4-10) \quad \frac{n(t)}{n_o} = \frac{S_{i,k}}{S_{i,k}^o} \quad \begin{array}{l} n_o = \text{Neutronenkonzentration für} \\ \text{den stationären Betrieb} \\ S_{i,k}^o = \text{Stationäre Leistungsdichte im} \\ \text{Volumenelement } V_{i,k} \end{array}$$

gegeben. Für die Leistungsverteilung in axialer Richtung wird eine Cosinusverteilung angenommen (vgl. II.3.19).

Die Koeffizienten der Gleichungen stellen reziproke Zeitkonstanten dar; sie haben die Dimension (Zeiteinheit⁻¹). Alle Größen im Nenner der Koeffizienten sind temperaturabhängig. Für dynamische Untersuchungen ist es zulässig, diese Größen in erster Näherung konstant zu setzen und durch entsprechende Parametervariationen den Einfluß der Temperaturabhängigkeit zu studieren.

Der Wärmewiderstand R ist eine Funktion der thermischen Leitfähigkeit, der Leistungsverteilung und der Geometrie (vgl. I.4.2).

Für die Leistungsbilanz im Can folgt analog zur Gl. (I.4-9):

*) ausgenommen den Wärmewiderstand R

(I.4-11)

$$\frac{dT_{i,k}(t)}{dt} = \frac{1}{V_{i,k} \cdot \rho_{i,k} \cdot C_{i,k} \cdot R_{i,k-1/i,k}} \cdot (T_{i,k-1} - T_{i,k}) - \frac{1}{V_{i,k} \cdot \rho_{i,k} \cdot C_{i,k} \cdot R_{i,k/i,k+1}} \cdot (T_{i,k} - T_{i,k+1})$$

$i = 1 \dots \eta$

$k = n - 1$

und für den Kühlkanal ergibt sich aus der Leistungsbilanz mit den weiteren Voraussetzungen: Kühlmitteldichte und Kühlmittelgeschwindigkeit (örtlich) konstant:

(I.4-12)

$$\frac{dT_{i,k}(t)}{dt} = \frac{1}{V_{i,k} \cdot \rho_{i,k} \cdot C_{i,k} \cdot R_{i,k-1/i,k}} \cdot (T_{i,k-1} - T_{i,k}) - \frac{W_N}{W_{No}} \cdot \frac{W_{No}}{\rho_{i,k} \cdot V_{i,k}} \cdot (T_{Ai,k} - T_{Ei,k})$$

$$T_{Ai,k} = 2 T_{i,k} - T_{Ei,k} \quad i = 1 \dots \eta$$

$$k = n$$

$$T_{Ei,k} = T_{Ai+1,k}$$

$$T_{E\eta n} = \text{Core-Eintrittstemperatur}$$

4.2 Wärmewiderstände

Nach Bild I-3 gilt für den gesamten stationären Wärmefluß Q durch die Zylinderoberfläche mit dem Radius r : $(r_{k-1} < r < r_k)$

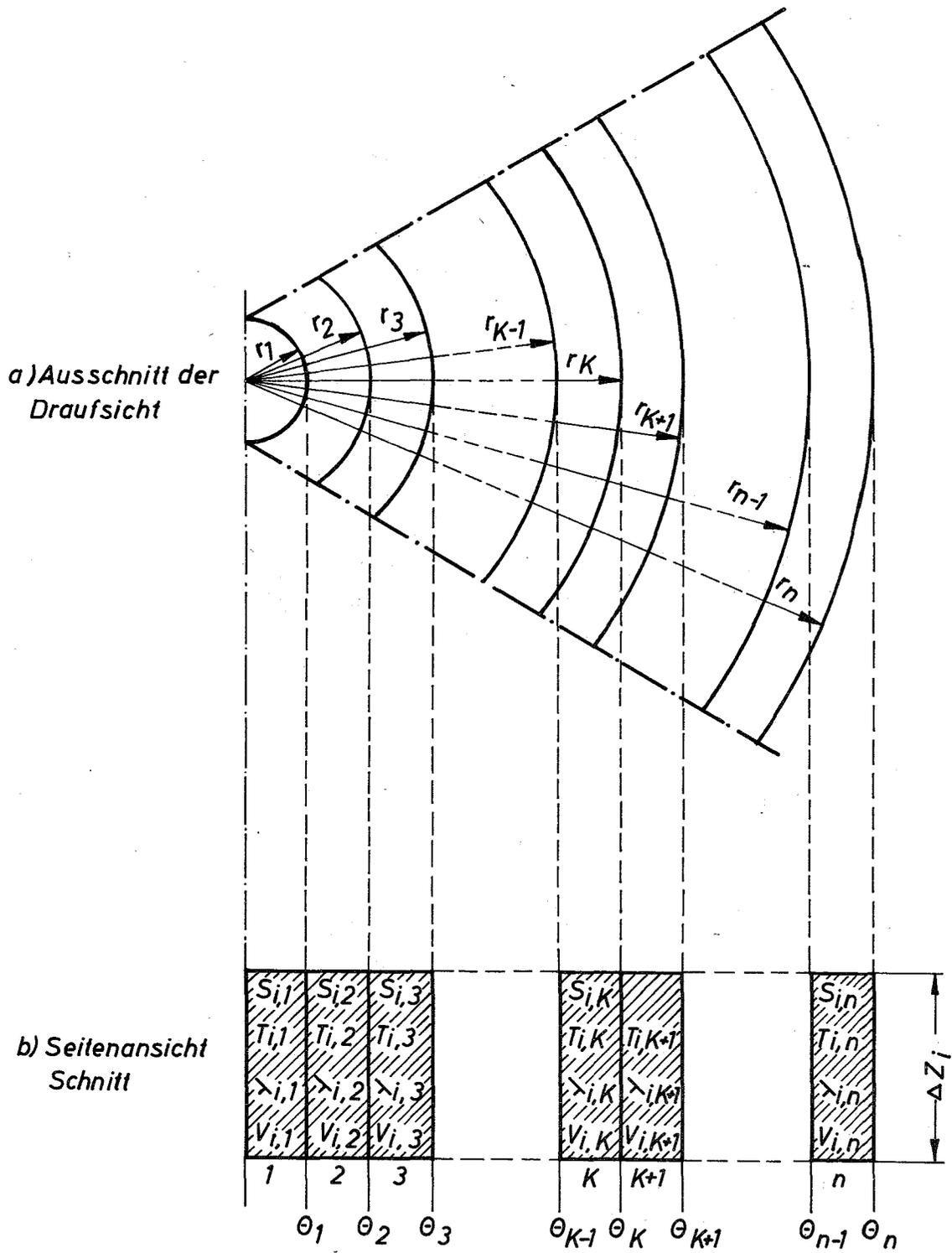


Bild I-3

Unterteilung des Zylinders (Brennstoffstab) in n konzentrische Ringzonen.

$$(I.4-13) \quad 2\pi \cdot r \cdot \Delta Z_i \cdot q = Q = \sum_{\nu=1}^{k-1} S_{i,\nu} \cdot V_{i,\nu} + S_{i,k} \cdot V_r$$

$$\text{wobei} \quad V_r = \pi \cdot \Delta Z_i (r^2 - r_{k-1}^2);$$

Für q , den Wärmefluß pro Flächeneinheit, folgt dann:

$$(I.4-14) \quad q = \frac{\sum_{\nu=1}^{k-1} S_{i,\nu} (r_{\nu}^2 - r_{\nu-1}^2)}{2 \cdot r} + \frac{S_{i,k} (r^2 - r_{k-1}^2)}{2 \cdot r}$$

(Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird der Zeilenindex i für die weitere Ableitung fortgelassen.)

Durch Ausmultiplizieren und Umordnen ergibt sich hieraus:

$$(I.4-15) \quad q = \frac{S_k \cdot r}{2} + \frac{1}{2 \cdot r} \sum_{\nu=1}^{k-1} r_{\nu}^2 \cdot (S_{\nu} - S_{\nu+1})$$

Nach Fourier gilt:

$$(I.4-16) \quad q = -\lambda_k \cdot \text{grad } \vartheta = -\lambda_k \cdot \frac{d\vartheta}{dr} = \frac{S_k \cdot r}{2} + \frac{1}{2 \cdot r} \cdot \sum_{\nu=1}^{k-1} r_{\nu}^2 \cdot (S_{\nu} - S_{\nu+1})$$

Durch nachfolgende Integration in den Grenzen von r_{k-1} und r bzw. θ_{k-1} und ϑ folgt für die Temperaturverteilung im Volumenelement V_{ν} :

$$(I.4-17) \quad \vartheta = \theta_{k-1} - \left[\frac{S_k}{4\lambda_k} \cdot (r^2 - r_{k-1}^2) + \frac{1}{2\lambda_k} \cdot \ln \left(\frac{r}{r_{k-1}} \right) \cdot \sum_{\nu=1}^{k-1} r_{\nu}^2 (S_{\nu} - S_{\nu+1}) \right]$$

Für $S_1 = S_2 \dots S_k = S$ erhält man, wie sofort ersichtlich, die bekannte Temperaturverteilung in einem Zylinder mit der Leistungsdichte S .

Für $r = r_k$ ist $\vartheta = \theta_k$; aus (I.4-17) läßt sich ableiten:

$$(I.4-18) \quad \theta_k = \theta_{k-1} - \left[\frac{S_k}{4\lambda_k} \cdot (r_k^2 - r_{k-1}^2) + \frac{1}{2\lambda_k} \cdot \ln \left(\frac{r_k}{r_{k-1}} \right) \cdot \sum_{\nu=1}^{k-1} r_{\nu}^2 \cdot (S_{\nu} - S_{\nu+1}) \right]$$

$$= \theta_{k-1} - \int_k^{\infty} (S, \lambda, r)$$

Mittelung über die Fläche der k-ten Zone ergibt die Gl.(I.4-19):

$$(I.4-19) \quad T_k = \frac{\int_{r_{k-1}}^{r_k} \vartheta(r) r \, dv}{\int_{r_{k-1}}^{r_k} r \, dr} = \frac{\int_{r_{k-1}}^{r_k} \vartheta(r) r \, dv}{\frac{r_k^2 - r_{k-1}^2}{2}}$$

Einsetzen von Gl.(I.4-17) in Gl.(I.4-19) und Ausführen der Integration in den angegebenen Grenzen führt zu:

$$(I.4-20) \quad T_k = \theta_{k-1} - \left(\frac{S_k}{4\lambda_k} \cdot \frac{(r_k^2 - r_{k-1}^2)}{2} + \frac{1}{2\lambda_k} \cdot \left[\frac{r_k^2}{r_k^2 - r_{k-1}^2} \cdot \ln\left(\frac{r_k}{r_{k-1}}\right) - \frac{1}{2} \right] \cdot \left\{ \sum_{v=1}^{k-1} r_v^2 (S_v - S_{v+1}) \right\} \right) \quad \text{oder:}$$

$$(I.4-21) \quad T_k = \theta_{k-1} - \zeta_k(S, \lambda, r)$$

Für T_{k+1} läßt sich entsprechend Gl.(I.4-20) ein analoger Zusammenhang ableiten:

$$(I.4-22) \quad T_{k+1} = \theta_k - \zeta_{k+1}(S, \lambda, r)$$

Der Wärmewiderstand zwischen den mittleren Temperaturen $T_{i,k}$ und $T_{i,k+1}$ wird durch die Gl.(I.4-23) gegeben:

$$(I.4-23) \quad R_{i,k/i,k+1} = \frac{T_{i,k} - T_{i,k+1}}{\sum_{v=1}^k S_{iv} \cdot V_{iv}} = \frac{\zeta_k - \zeta_{k+1}}{\pi \cdot \Delta Z_i \cdot \sum_{v=1}^k S_{iv} (r_v^2 - r_{v-1}^2)}$$

Mittels der Gleichungen (I.4-20), (I.4-22) und (I.4-18) läßt sich aus Gl.(I.4-23) herleiten:

(I.4-24)

$$R_{i,k/i,k+1} = \frac{\frac{1}{2\lambda_{i,k}} \left[\frac{S_{i,k}}{4} (r_k^2 - r_{k-1}^2) + \sum_{\nu=1}^{k-1} r_{\nu}^2 (S_{i,\nu} - S_{i,\nu+1}) \cdot \left\{ \ln\left(\frac{r_k}{r_{k-1}}\right) - \frac{r_k}{r_k^2 - r_{k-1}^2} \right. \right.}{\pi \cdot \Delta Z_i \cdot \sum_{\nu=1}^k S_{i,\nu} (r_{\nu}^2 - r_{\nu-1}^2)} + \left. \left. \ln\left(\frac{r_k}{r_{k-1}}\right) + \frac{1}{2} \right\} \right] + \frac{1}{2\lambda_{i,k+1}} \left[\frac{S_{i,k+1}}{4} \cdot (r_{k+1}^2 - r_k^2) + \sum_{\nu=1}^k r_{\nu}^2 (S_{i,\nu} - S_{i,\nu+1}) \right]}{\cdot 1}$$

$$\cdot \left[\frac{r_{k+1}^2}{r_{k+1}^2 - r_k^2} \cdot \ln\left(\frac{r_{k+1}}{r_k}\right) - \frac{1}{2} \right]$$

· 1

Entsprechend der Voraussetzung ist die Leistungsdichte $S_{i,\nu}$ über die jeweilige Zone konstant. Daher kann $S_{i,\nu}$ als Vielfaches eines Bezugswertes S_0 ausgedrückt werden: $S_{i,\nu} = b_{i,\nu} \cdot S_0$

Die $b_{i,\nu}$ sind konstante Werte. Durch Einsetzen in Gl.(I.4-24) folgt:

(I.4-25)

$$R_{i,k/i,k+1} = \frac{\frac{1}{2\lambda_{i,k}} \left[\frac{b_{i,k}}{4} (r_k^2 - r_{k-1}^2) + \sum_{\nu=1}^{k-1} r_{\nu}^2 (b_{i,\nu} - b_{i,\nu+1}) \cdot \left\{ \ln\left(\frac{r_k}{r_{k-1}}\right) - \frac{r_k}{r_k^2 - r_{k-1}^2} \right. \right.}{\pi \cdot \Delta Z_i \cdot \sum_{\nu=1}^k b_{i,\nu} (r_{\nu}^2 - r_{\nu-1}^2)} + \left. \left. \ln\left(\frac{r_k}{r_{k-1}}\right) + \frac{1}{2} \right\} \right] + \frac{1}{2\lambda_{i,k+1}} \left[\frac{b_{i,k+1}}{4} \cdot (r_{k+1}^2 - r_k^2) + \sum_{\nu=1}^k r_{\nu}^2 (b_{i,\nu} - b_{i,\nu+1}) \right]}{\cdot 1}$$

$$\cdot \left[\frac{r_{k+1}^2}{r_{k+1}^2 - r_k^2} \cdot \ln\left(\frac{r_{k+1}}{r_k}\right) - \frac{1}{2} \right]$$

· 1

Wird $S_{i,v}$ als konstant über den Brennelementradius angenommen, eine Annahme, die in guter Näherung vernünftig ist, ($b_{i,1} = b_{i,2} = \dots = b_k$) so kann man Gl. (I.4-25) vereinfachen.

$$(I.4-26) \quad R_{i,k/i,k+1} = \frac{1}{8\pi\lambda_{i,k} \cdot \Delta Z_i} \cdot \left(\frac{r_k^2 - r_{k-1}^2}{r_k^2} \right) + \frac{1}{8\pi\lambda_{i,k+1} \cdot \Delta Z_i} \cdot \left(\frac{r_{k+1}^2 - r_k^2}{r_k^2} \right)$$

$$i = 1 \dots \eta$$

$$k = 1 \dots n - 3$$

Mit dieser Gleichung wird im Brennstoff gerechnet. Für den Wärmewiderstand zwischen Brennstoff und Can ergibt sich aus Gl. (I.4-25) für $b_{i,k+1} = 0$ und $b_k \neq 0$

$$(I.4-27)$$

$$R_{i,k/i,k+1} = \frac{1}{8\pi\lambda_{i,k} \cdot \Delta Z_i} \cdot \left(\frac{r_k^2 - r_{k-1}^2}{r_k^2} \right) + \frac{1}{2\pi\lambda_{i,k+1} \Delta Z_i} \left(\frac{r_{k+1}^2}{r_{k+1}^2 - r_k^2} \cdot \ln \left(\frac{r_{k+1}}{r_k} \right) - \frac{1}{2} \right)$$

$$i = 1 \dots \eta$$

$$k = n - 2$$

Der Beitrag des Gaps wird durch ein additives Glied: $\frac{1}{h_{BC} \cdot F_G}$ berücksichtigt.

h_{BC} = fiktiver Wärmeübergangskoeffizient des Gaps, abhängig von der Brennstofftemperatur

$$F_G = 2\pi \cdot \Delta Z_i \cdot r_{n-2}$$

Somit folgt unter Berücksichtigung des Gap-Widerstandes die Formel:

$$(I.4-28)$$

$$R_{i,k/i,k+1} = \frac{1}{8\pi\lambda_{i,k} \Delta Z_i} \left(\frac{r_k^2 - r_{k-1}^2}{r_k^2} \right) + \frac{1}{2\pi\lambda_{i,k+1} \cdot \Delta Z_i} \underbrace{\left(\frac{r_{k+1}^2}{r_{k+1}^2 - r_k^2} \cdot \ln \left(\frac{r_{k+1}}{r_k} \right) - \frac{1}{2} \right)}_B + \frac{1}{h_{BC} \cdot 2\pi \Delta Z_i r_k}$$

$$i = 1 \dots \eta$$

$$k = n - 2$$

Der Wärmewiderstand zwischen mittlerer Can-Temperatur und mittlerer Kühlmittel-Temperatur wird durch die Gl. (I.4-29) beschrieben:

$$(I.4-29) \quad R_{i,k/i,k+1} = \frac{\ln\left(\frac{r_k}{r_m}\right)}{2\pi\lambda_{i,k}\cdot\Delta Z_i} + \frac{1}{h_{CK}\cdot 2\pi\cdot\Delta Z_i\cdot r_k} \quad [7]$$

$$i = 1 \dots \eta$$

r_m = "mittlerer" Radius des Cans

$$k = n - 1$$

Der 2. Term in Gl. (I.4-28) stellt den Can-Anteil des Wärmewiderstandes dar. Der Klammerausdruck B ist unter Berücksichtigung der Indizierung des Cans:

$$B = \ln\left(\frac{r_m}{r_{k-1}}\right)$$

Durch entsprechendes Umordnen erhält man:

$$\ln\left(\frac{r_k}{r_m}\right) = \ln\left(\frac{r_k}{r_{k-1}}\right) - \frac{r_k^2}{r_k^2 - r_{k-1}^2} \cdot \ln\left(\frac{r_k}{r_{k-1}}\right) + \frac{1}{2}$$

$k = n - 1$ zur Lösung von Gl. (I.4-29).

4.3 Temperaturmittlung für die Reaktivitätsrückwirkung

Für die raumunabhängigen reaktorkinetischen Gleichungen sind radial und axial über das Brennelement und Core gemittelte Temperaturen zur Berechnung der Reaktivitätsrückwirkung einzusetzen.

a) Brennstoff

1. Radiale Mittelung über das Brennelement:

$$(I.4-30) \quad T_{mBi}(t) = \alpha_{i,k} \cdot T_{i,k}(t) \quad \alpha_{i,k} = \frac{V_{i,k}}{V_i}$$

$$i = 1 \dots \eta$$

$$k = 1 \dots n - 2$$

$$V_i = \sum_{k=1}^{n-2} V_{i,k}$$

2. Axiale Mittelung über das Brennelement:

$$(I.4-31) \quad T_{mB}(t) = \sum_{i=1}^{\eta} \delta_i \cdot T_{mBi}(t) \quad \delta_i = \frac{V_i}{V_{ges B}} \left(\frac{S_i}{S_m} \right)^2$$

Eine dynamisch exakte Mittelung über den Coreradius setzt die gleichzeitige Simulation von mehreren Brennelement-Kühlkanälen voraus (Zentralkanal [heißer Kanal], mittlerer Kanal und Randkanal).

Infolge der meist beschränkten Rechenkapazität muß man sich oft mit der Simulierung eines Kanals begnügen. Das in dieser Arbeit sich anbietende Näherungsverfahren berechnet die Temperatur des "mittleren Brennelement-Kühlkanals" aus denen des Zentralkanals. Aus der radial und axial im Zentralkanal (heißer Kanal) gemittelten Brennstofftemperatur T_{mB} wird durch Multiplikation mit dem reziproken radialen Flußformfaktor P_r die auf den "mittleren" Kühlkanal bezogene Rückführungstemperatur T_B errechnet.

$$(I.4-32) \quad T_B(t) = T_{mB}(t) \cdot P_r$$

b) Strukturmaterial

1. Can :

$$(I.4-33) \quad T_C(t) = \sum \varphi_i \cdot T_{i,k}(t) \quad \varphi_i = \frac{V_{i,k}}{V_{ges C}}$$

$$i = 1 \dots \eta$$

$$k = n - 1$$

2. Übriges Strukturmaterial:

$T_{STR}(t)$ ist gegenüber $T_K(t)$ mit der Zeitkonstante τ , die den Wärmeübergang zwischen Kühlmittel und Strukturmaterial berücksichtigt, verzögert.

c) Kühlmittel

$$(I.4-34) \quad T_K(t) = \sum \psi_i \cdot T_{i,k}(t) \quad \psi_i = \frac{V_{i,k}}{V_{ges K}}$$

$$i = 1 \dots \eta$$

$$k = n$$

5. Thermodynamik des Zwischenwärmeaustauschers

Zur Erfassung der instationären Temperaturen im Zwischenwärmeaustauscher wird das gleiche Verfahren wie im Brennelement angewendet. Der Zwischenwärmeaustauscher wird in einzelne Volumenelemente eingeteilt und für jedes Element die Leistungsbilanz aufgestellt.

Bild I-4 gibt eine schematische Darstellung des Zwischenwärmeaustauschers, der nach dem Gegenstromprinzip arbeitet, mit der radialen und axialen Unterteilung.

Für die Leistungsbilanzen erhält man: [8]

$$(I.5-1) \quad V_{i,1} \cdot \rho_{i,1} \cdot C_{i,1} \cdot \frac{d\vartheta_{i,1}}{dt} = \frac{\vartheta_{i,2} - \vartheta_{i,1}}{R_{i,2/i,1}} \quad (\text{äußere Hülle})$$

$$i = 1 \dots f$$

$$(I.5-2)$$

$$V_{i,2} \cdot \rho_{i,2} \cdot C_{i,2} \cdot \frac{d\vartheta_{i,2}}{dt} = \frac{W_p}{W_{po}} \cdot W_{po} \cdot C_p (\vartheta_{Ei,2} - \vartheta_{Ai,2}) - \frac{\vartheta_{i,2} - \vartheta_{i,1}}{R_{i,2/i,1}} - \frac{\vartheta_{i,2} - \vartheta_{i,3}}{R_{i,2/i,3}}$$

$$i = 1 \dots f$$

$$(I.5-3) \quad \vartheta_{Ai,2} = \frac{\vartheta_{i,2} + \vartheta_{i+1,2}}{2} = \vartheta_{Ei+1,2} \quad (\text{Primär Na})$$

$$i = 1 \dots f - 1$$

$$(I.5-4) \quad \vartheta_{Af,2} = 3 \cdot \vartheta_{f,2} - 3 \vartheta_{f-1,2} + \vartheta_{f-2,2}$$

$$(I.5-5) \quad V_{i,3} \cdot \rho_{i,3} \cdot C_{i,3} \cdot N \cdot \frac{d\vartheta_{i,3}}{dt} = \frac{\vartheta_{i,2} - \vartheta_{i,3}}{R_{i,2/i,3}} - \frac{\vartheta_{i,3} - \vartheta_{i,4}}{R_{i,3/i,4}} \quad (\text{inneres Rohr})$$

$$i = 1 \dots f$$

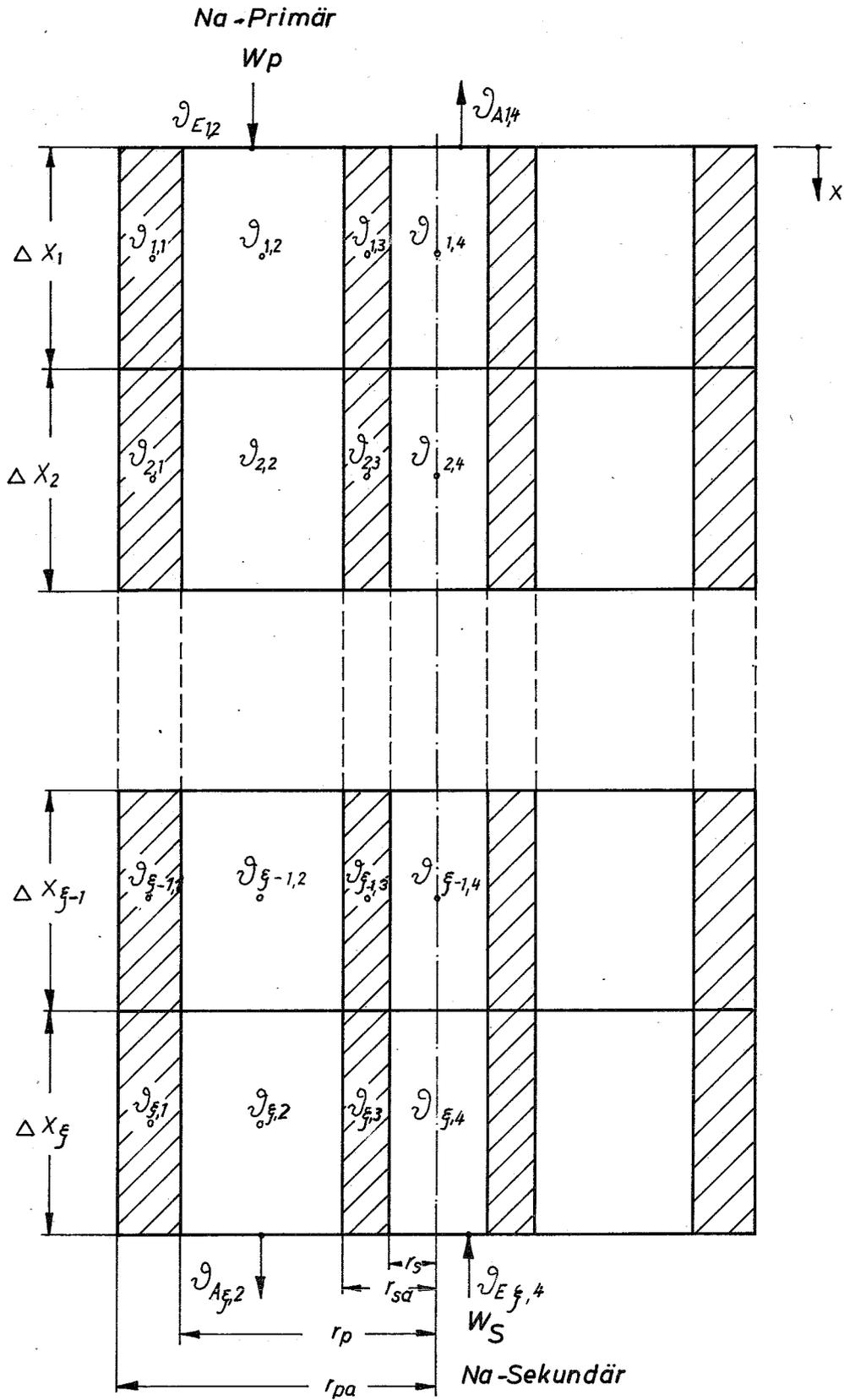


Bild I-4

Schematische Darstellung des Zwischenwärmehaustauschers mit Unterteilung in Segmenten.

$$(I.5-6) \quad V_{i,4} \cdot \rho_{i,4} \cdot C_{i,4} \cdot N \cdot \frac{d\vartheta_{i,4}}{dt} = \frac{\vartheta_{i,3} - \vartheta_{i,4}}{R_{i,3/i,4}} - \frac{W_s}{W_{so}} \cdot W_{so} \cdot C_s (\vartheta_{Ei,4} - \vartheta_{Ai,4})$$

(Sekundär-Na)

$$(I.5-7) \quad \vartheta_{Ai,4} = \frac{\vartheta_{i,4} + \vartheta_{i-1,4}}{2} = \vartheta_{Ei-1,4}$$

$i = 2 \dots f$

$$(I.5-8) \quad \vartheta_{A1,4} = 3 \cdot \vartheta_{1,4} - 3 \cdot \vartheta_{2,4} + \vartheta_{3,4}$$

Die Wärmewiderstände $R_{i,2/i,1}$; $R_{i,2/i,3}$; $R_{i,3/i,4}$ [7] $i = 1 \dots f$

werden durch die Gleichungen (I.5-9) bis (I.5-14) gegeben (vgl. I.4.2).

$$(I.5-9) \quad R_{i,2/i,1} = \frac{1}{\alpha_p \cdot 2\pi \cdot r_p \cdot \Delta X_i} + \frac{\ln \left(\frac{r_{mp}}{r_p} \right)}{2\pi \cdot \lambda_{i,1} \cdot \Delta X_i}$$

$$(I.5-10) \quad R_{i,2/i,3} = \frac{1}{\alpha_p \cdot 2\pi \cdot r_{sa} \cdot \Delta L_i \cdot N} + \frac{\ln \left(\frac{r_{sa}}{r_{ms}} \right)}{2\pi \cdot \lambda_{i,3} \cdot \Delta L_i \cdot N}$$

$$(I.5-11) \quad R_{i,3/i,4} = \frac{\ln \left(\frac{r_{ms}}{r_s} \right)}{2\pi \cdot \lambda_{i,3} \cdot \Delta L_i \cdot N} + \frac{1}{\alpha_s \cdot 2\pi \cdot r_s \cdot \Delta L_i \cdot N}$$

$$(I.5-12) \quad \ln \left(\frac{r_{mp}}{r_p} \right) = \frac{r_{pa}^2}{r_{pa}^2 - r_p^2} \cdot \ln \left(\frac{r_{pa}}{r_p} \right) - \frac{1}{2}$$

$$(I.5-13) \quad \ln \left(\frac{r_{sa}}{r_{ms}} \right) = \frac{r_s^2}{r_s^2 - r_{sa}^2} \cdot \ln \left(\frac{r_{sa}}{r_s} \right) + \frac{1}{2}$$

$$(I.5-14) \quad \ln \left(\frac{r_{ms}}{r_s} \right) = \frac{r_s^2}{r_s^2 - r_{sa}^2} \cdot \ln \left(\frac{r_s}{r_{sa}} \right) + \ln \left(\frac{r_{sa}}{r_s} \right) - \frac{1}{2}$$

6. Transportzeiten in den Rohrleitungen und Mischungsvorgänge in den Reaktormischkammern

6.1 Rohrleitungen

Die Rohrleitungen des Kühlkreislaufes stellen mathematisch betrachtet Verzögerungsstrecken (Totzeiten) dar. Das Eingangssignal solcher Strecke sei $x(t)$; für das Ausgangssignal $y(t)$ gilt dann:

$$(I.6-1) \quad x(t) = y(t - T)$$

d.h. es kommt um die Zeit T später als das Eingangssignal. Durch Anwendung der Laplace Transformation folgt:

$$(I.6-2) \quad x(s) = \mathcal{L} \left[y(t - T) \right] = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot y(t - T) dt$$

s = Laplace-Variable

Mit $t - T = \tau$ und $dt = d\tau$ gilt:

$$(I.6-3) \quad x(s) = \int_{-T}^{\infty} e^{-s(\tau+T)} \cdot y(\tau) d\tau \quad \text{oder}$$

$$(I.6-4) \quad x(s) = e^{-sT} \left[\int_{-T}^{\infty} e^{-s\tau} \cdot y(\tau) d\tau \right]$$

Für $t < 0$ ist das Signal $y(t) = 0$. Das Ausgangssignal ist daher Null für $t < T$; die untere Grenze des Integrals kann daher 0 gesetzt werden. Aus Gl. (I.6-4) erhält man:

$$(I.6-5) \quad x(s) = e^{-sT} \cdot y(s)$$

Der Operator e^{-sT} wird als Verzögerungsoperator bezeichnet. Da kein elektrisches Netzwerk diese Übertragungsfunktion exakt besitzt, gehört es zur Standardtechnik, diese auf einer Analogrechenanlage durch Padé-Approximationen darzustellen [9, 10].

Hierdurch wird e^{-sT} durch Quotienten zweier rationaler Funktionen angenähert. Der Grad der verwandten Polynome bestimmt die Güte der Approximation, aber auch den Aufwand an Rechenkapazität.

Der Fehler der Annäherung ist eine Funktion des Produkts von Eingangsfrequenz und Verzögerungszeit. Er vergrößert sich z.B. beim Übergang von Padé-Approximationen vierten Grades zu solchen ersten Grades im Verhältnis 1 : 10.

Die Totzeit ist definiert durch die Gl. (I.6-6).

$$(I.6-6) \quad T = \frac{M}{W_p} = \frac{\text{Masse des Kühlmittels i.d.Rohrleitung}}{\text{Massendurchsatz}} \quad [^{\text{sec}}]$$

6.2 Mischungsvorgänge in den Reaktormischkammern

6.2.1 Reaktoreintrittsmischkammer

$$(I.6-7) \quad \frac{dT_{E\eta n}}{dt} = \frac{W_p}{W_{po}} \cdot \overbrace{\frac{W_{po}}{\rho_{ME} \cdot V_{ME}}}^A \cdot (T_{RE} - T_{E\eta n})$$

$T_{E\eta n}$ = Core-Eintrittstemperatur

T_{RE} = Reaktoreintrittstemperatur

Die Gleichung (I.6-7) beschreibt eine ideale Durchmischung des Kühlmittels in der Mischkammer. Es werden jedoch in der Praxis, trotz der guten Leitfähigkeit des Natriums, Abweichungen von dieser auftreten. Es ist daher sinnvoll, eine entsprechende Parametervariation der Zeitkonstante A im Untersuchungsprogramm a priori vorzusehen.

6.2.2 Rektoraustrittsmischkammer

$$(I.6-8) \quad \frac{dT_{MA}}{dt} = \frac{W_{p1}}{W_{plo}} \cdot \frac{W_{plo}}{\rho_{MA} \cdot V_{MA}} \cdot (T_{Al,n} - T_{MA})$$

T_{MA} = Mischkammeraustrittstemperatur

$T_{Al,n}$ = Coreaustrittstemperatur

Ein geringer Teil des gesamten Core-Kühlmitteldurchsatzes strömt direkt zum Rektoraustrittsstutzen (W_{p2}), während der Hauptteil (W_{p1}) die Austrittsmischkammer durchläuft. Unmittelbar am Austrittsstutzen gilt:

$$W_p = W_{p1} + W_{p2} \quad \text{und}$$

$$(I.6-9) \quad T_{RA} = \frac{W_{p1} \cdot T_{MA} + W_{p2} \cdot T_{Al,n}}{W_{p1} + W_{p2}}$$

Ist $W_{p2} = 0$, dann folgt $T_{RA} = T_{MA}$.

7. Kühlmittelpumpen

Der Zusammenhang zwischen Beschleunigung, Trägheitsmoment und Drehmoment der Pumpe wird durch die Grundgleichung für die rotatorische Bewegung gegeben. (Lagerreibung wird nicht berücksichtigt.)

$$(I.7-1) \quad \frac{d\omega}{dt} = - \frac{M}{I}$$

(Das Drehmoment M der Flüssigkeit auf dem Pumpenlaufrad ist entgegengesetzt gerichtet dem verursachenden Moment.)

I = Trägheitsmoment aller rotierenden Teile (Laufrad + rotierende Flüssigkeit + Welle + Antriebsmotor)

M = Drehmoment der Pumpe

Die Winkelgeschwindigkeit bei Nennleistung ist gegeben durch:

$$(I.7-2) \quad \omega_n = \frac{\tilde{\pi} \cdot n_n}{30} \text{ [sec}^{-1}\text{]} \quad n_n = \text{Umdrehungszahl bei Nennlast/min}$$

Es werden die dimensionslosen Größen eingeführt:

$$\frac{\omega}{\omega_n} = \frac{n}{n_n} = v ; \quad \frac{M}{M_n} = m$$

M_n = Drehmoment bei Nennlast

Durch Einsetzen in Gl. (I.7-1) folgt die Differentialgleichung für die rotatorische Bewegung:

$$(I.7-3) \quad \frac{dv}{dt} = - \frac{30}{\tilde{\pi} \cdot n_n} \cdot \frac{M_n}{I} \cdot m = - \frac{1}{T_p} \cdot m$$

$$T_p = \text{"Startzeit" der Pumpe} = \frac{\tilde{\pi} \cdot n_n \cdot I}{30 \cdot M_n}$$

Die Änderung der Pumpengeschwindigkeit wirkt sich ebenfalls auf die Förderhöhe aus, die wiederum Rückwirkung auf das beschriebene System hat.

Die Förderhöhe der Pumpe ist gegeben durch:

$$(I.7-4) \quad H = \frac{P_D - P_s}{\gamma}$$

Im Bild I-5 ist schematisch die Pumpe mit Saug- und Druckstutzen dargestellt. Die Druckverhältnisse sind durch Buchstaben gekennzeichnet (vergl. Symbole).

Für instationäre Vorgänge gilt die Grundgleichung der translatorischen Bewegung. (Das Kühlmittel wird als inkompressibel betrachtet.) [11]

$$(I.7-5) \quad A_s \cdot \gamma \left(H_{s/s} - H_{s/f} - \frac{P_s}{\gamma} \right) = \frac{\gamma}{g} \cdot A_s \cdot L_s \cdot \frac{dv_s}{dt}$$

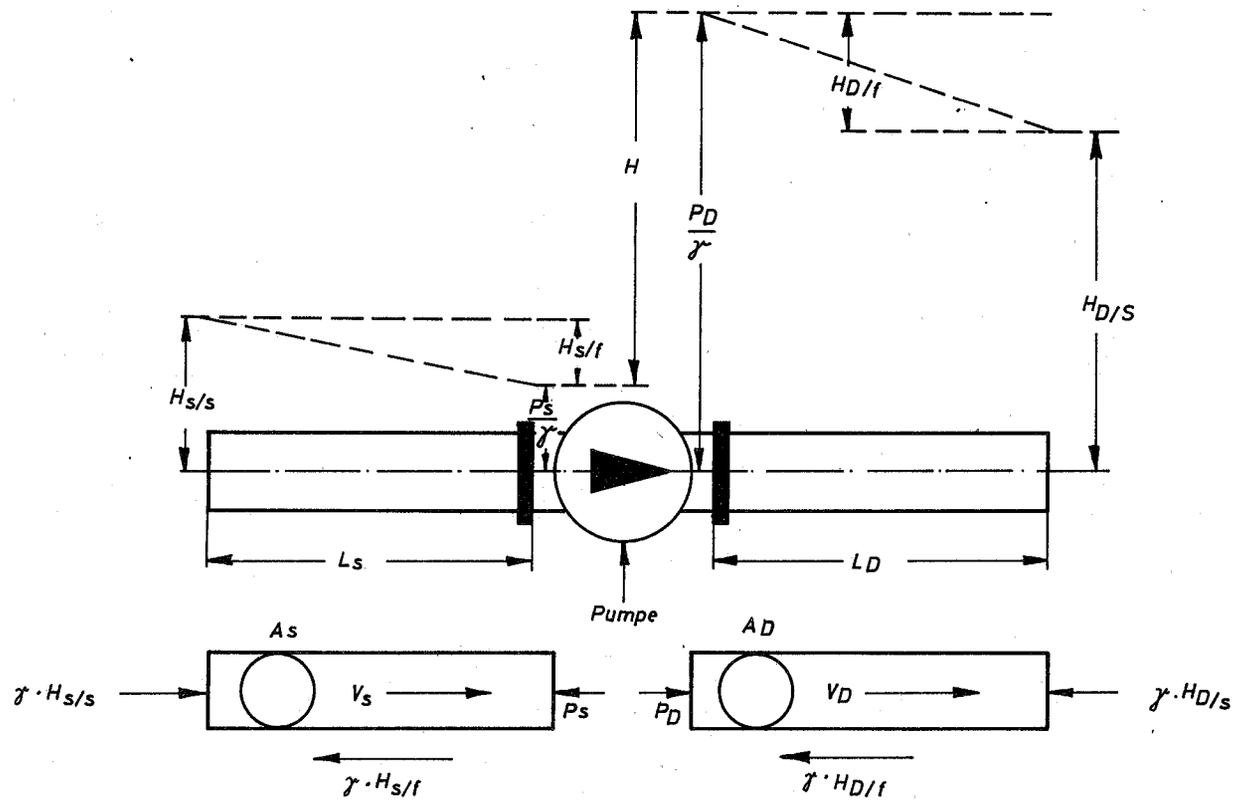


Bild 1-5

Schematische Darstellung der Pumpe mit den Drücken auf der Ansaug- und Druckseite.

$$(I.7-6) \quad A_D \cdot \gamma \left(\frac{P_D}{\gamma} - H_{D/f} - H_{D/s} \right) = \frac{\gamma}{g} \cdot A_D \cdot L_D \cdot \frac{dv_D}{dt}$$

Das Ersetzen der Ableitungen $\frac{dv_s}{dt}$ und $\frac{dv_D}{dt}$ durch $\frac{1}{A_s} \cdot \frac{dQ}{dt}$ und $\frac{1}{A_D} \cdot \frac{dQ}{dt}$

und Einsetzen von Gleichung (I.7-4) führt zu:

$$(I.7-7) \quad H = \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{1}{g} \left[\frac{L_D}{A_D} + \frac{L_s}{A_s} \right] + H_f + H_s$$

$$(I.7-8) \quad H_f = H_{D/f} + H_{S/f}$$

$$(I.7-9) \quad H_s = H_{D/s} - H_{S/s}$$

Durch Einführen der dimensionslosen, auf Nennlast bezogenen Größen, Durchsatz, Förderhöhe, Reibung und statische Druckhöhe

$$\left(\frac{Q}{Q_n} = q \quad ; \quad \frac{H}{H_n} = h \quad ; \quad \frac{H_f}{H_n} = h_f \quad ; \quad \frac{H_s}{H_n} = - h_s \right)$$

folgt:

$$(I.7-10) \quad \frac{dq}{dt} = \frac{g \cdot H_n}{Q_n} \cdot \left[\frac{h - h_f + h_s}{\frac{L_D}{A_D} + \frac{L_s}{A_s}} \right] = \frac{1}{T_R} \cdot \left[h - h_f + h_s \right]$$

$$(I.7-11) \quad T_R = \frac{Q_n}{g \cdot H_n} \cdot \left[\frac{L_D}{A_D} + \frac{L_s}{A_s} \right]$$

T_R = "Startzeit" des Kühlmittels in der Rohrleitung.

Zur exakten Lösung dieser beiden Gleichungen müssen die bezogene Pumpenförderhöhe h , die Reibung h_f und im geschlossenen Kreislauf der Beitrag der Naturkonvektion h_s durch die entsprechenden Kennlinien und Funktionen gegeben sein. Das gleiche gilt für das bezogene Drehmoment m .

Oft sind aber diese Kennlinien, zumindestens in der Projektierungsphase, nicht bekannt. Man ist dann nur auf physikalisch sinnvolle Annahmen und Voraussetzungen angewiesen. Als vernünftige Voraussetzungen gelten:

- 1) Die Kühlmittelreibung ist proportional dem Quadrat des Durchsatzes ($h_f = q^2$).
- 2) Die Pumpenförderhöhe ist proportional dem Quadrat der Pumpengeschwindigkeit ($h = v^2$). [12]
- 3) Das Drehmoment ist proportional dem Quadrat der Pumpengeschwindigkeit ($m = v^2$). [12]
- 4) Der Beitrag der Naturkonvektion ist zu vernachlässigen (für Leistungsbetrieb : $h_s = 0$).

Mit diesen, durch das Experiment als sinnvoll bestätigten Annahmen [12] folgen dann aus den Gleichungen (I.7-2) und (I.7-10) die Pumpengleichungen:

$$(I.7-12) \quad \frac{dq}{dt} = \frac{1}{T_R} (v^2 - q^2)$$

$$(I.7-13) \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{v^2}{T_p}$$

Für die bezogenen Durchsätze im Reaktorcore, Zwischenwärmeaustauscher und Rohrleitungssystem gilt:

$$(I.7-14) \quad \frac{W_N}{W_{No}} = \frac{W_p}{W_{po}} = q(t)$$

8. Programmierung

Die Programmierung wird auf den Bildern I-6 bis I-12 gezeigt. In den raumunabhängigen, reaktorkinetischen Gleichungen sind 6 verzögerte Neutronen-Gruppen berücksichtigt. Eine Kondensation auf 3 oder 2 Gruppen ist leicht durchzuführen. (Bild I-6)

Die Temperaturmittelung für die Reaktivitätsrückführung ist in Bild I-7 dargestellt. Die Simulierung der Temperaturabhängigkeit des Doppler-Koeffizienten ist aus dem gestrichelten Bereich der Programmierung ersichtlich. Für dynamische Untersuchungen, in denen keine großen nuklearen Exkursionen betrachtet werden, sondern der Schwerpunkt auf Störungen des Kühlkreissystems liegt, kann die Temperaturabhängigkeit vernachlässigt werden. ($\alpha_B = \text{Konstant}$)

Wie in Abschn. 4.1 beschrieben, ist das Gleichungssystem für die Thermodynamik des Cores so aufgebaut, daß grundsätzlich eine feine Segmentierung sowohl in radialer als auch axialer Richtung des Brennelementes möglich ist. Die zweckmäßigste Zahl der Segmente ergibt sich bei vorgegebener Zeitfunktion der Störgröße aus der Abstimmung zwischen der angestrebten Genauigkeit auf der einen Seite und der im Hinblick auf das Gesamtprogramm maximal verfügbaren Rechenkapazität der Maschine auf der anderen Seite.

Sind nur ausgedehnte dynamische Untersuchungen des Cores allein vorgesehen, (ohne Berücksichtigung des Primär-Kühlsystems) kann die gesamte Maschinenkapazität für die Core-Thermodynamik und die Reaktorkinetik verwendet werden. Ein entsprechendes Programm ist in Bild I-8, beispielsweise für eine sechsfache radiale Unterteilung dargestellt.

In jedem Segment des Brennelementes wird die Dichte, die spezifische Wärme und die Wärmeleitfähigkeit als konstant angenommen. Da nach dem Schmelzen diese Größen sich aber ändern, ist im Programm vorgesehen, daß nach dem vollkommenen Schmelzen des Brennstoffes im jeweiligen Volumensegment mit den oberhalb zur Schmelztemperatur gehörenden physikalischen Größen gerechnet werden kann. Diese neuen Größen gehen in ein "Unterprogramm" ein, welches automatisch eingeschaltet wird und den weiteren instationären Temperaturanstieg errechnet. Der errechnete zeitliche Temperaturverlauf im Volumensegment wird charakterisiert in Bild I-9.

Aus bisherigen Untersuchungen von Merk [13] ergab sich eine starke Abhängigkeit des Siedebeginns des Kühlmittels vom Wärmewiderstand zwischen Brennstoff und Can (Gap). Da dieser Widerstand aber temperaturabhängig ist, ist diese Abhängigkeit ebenfalls im Programm berücksichtigt. [13], [2, Seite A3-1-]

Für dynamische Untersuchungen des gesamten Primärsystems ist eine wesentliche Vereinfachung des obigen Programms zulässig, da von der Problemstellung her eine starke Akzentverschiebung gegeben ist und demzufolge schnelle nukleare Exkursionen nicht betrachtet werden. Der Schmelzvorgang im Brennstoff, der temperaturabhängige Wärmewiderstand Brennstoff-Can und, wie schon oben erwähnt, die Temperaturabhängigkeit des Doppler-Koeffizienten in der Rückführungsreaktivität werden nicht mehr erfaßt. Das vereinfachte Programm zeigt Bild I-10.

Die Programmierung des Zwischenwärmeaustauschers ist aus Bild I-11 ersichtlich. Die vierfache radiale Unterteilung stimmt überein mit den konstruktiven Elementen:

Äußeres Hüllrohr, primärer Kühlkanal, inneres Rohr und sekundärer Kühlkanal.

Bild I-12 zeigt die Programmierung der approximierten Transportzeiten in den Rohrleitungen, der Mischungsvorgänge in den Reaktormischkammern und der Kühlmittelpumpengleichungen.

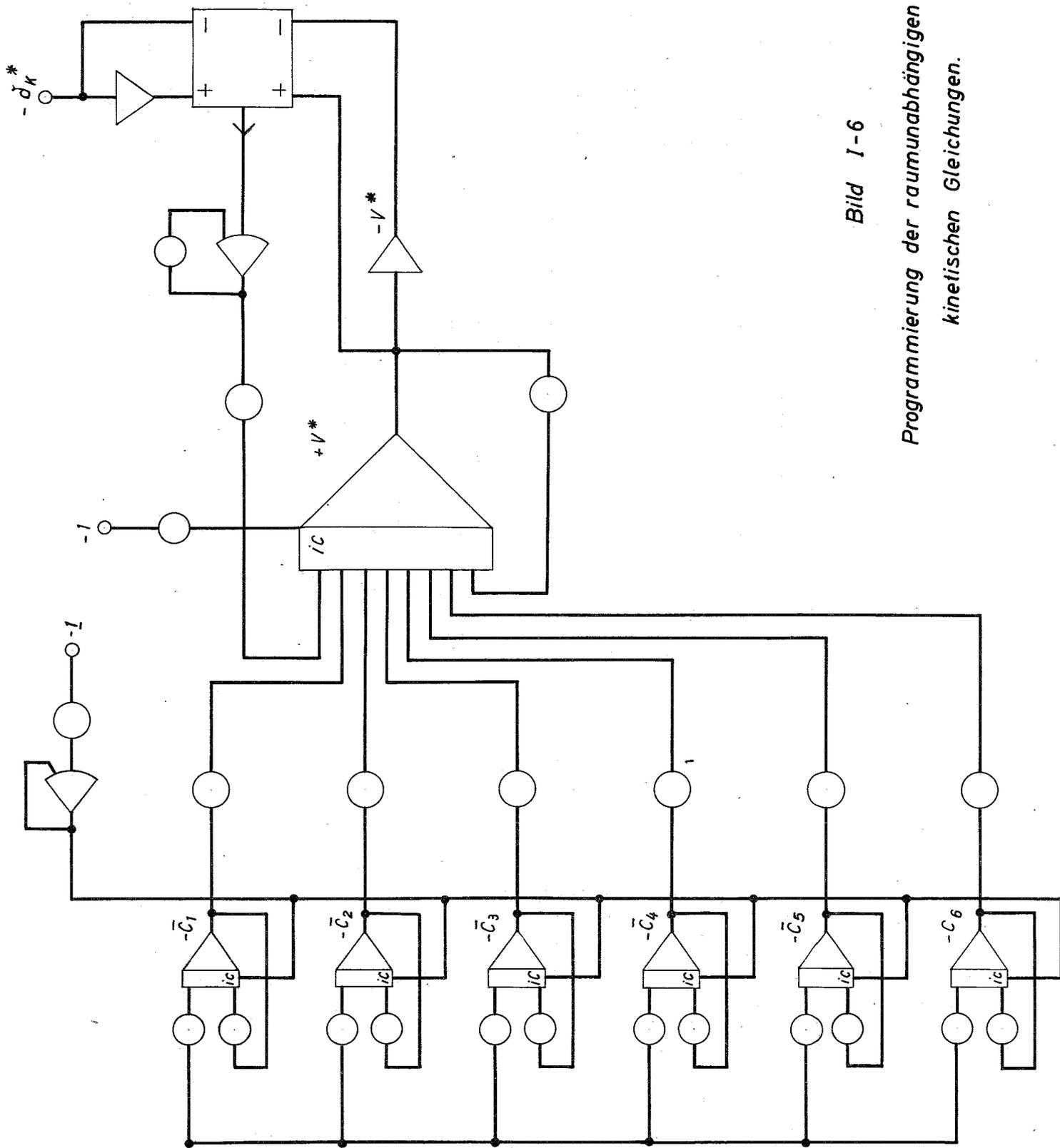
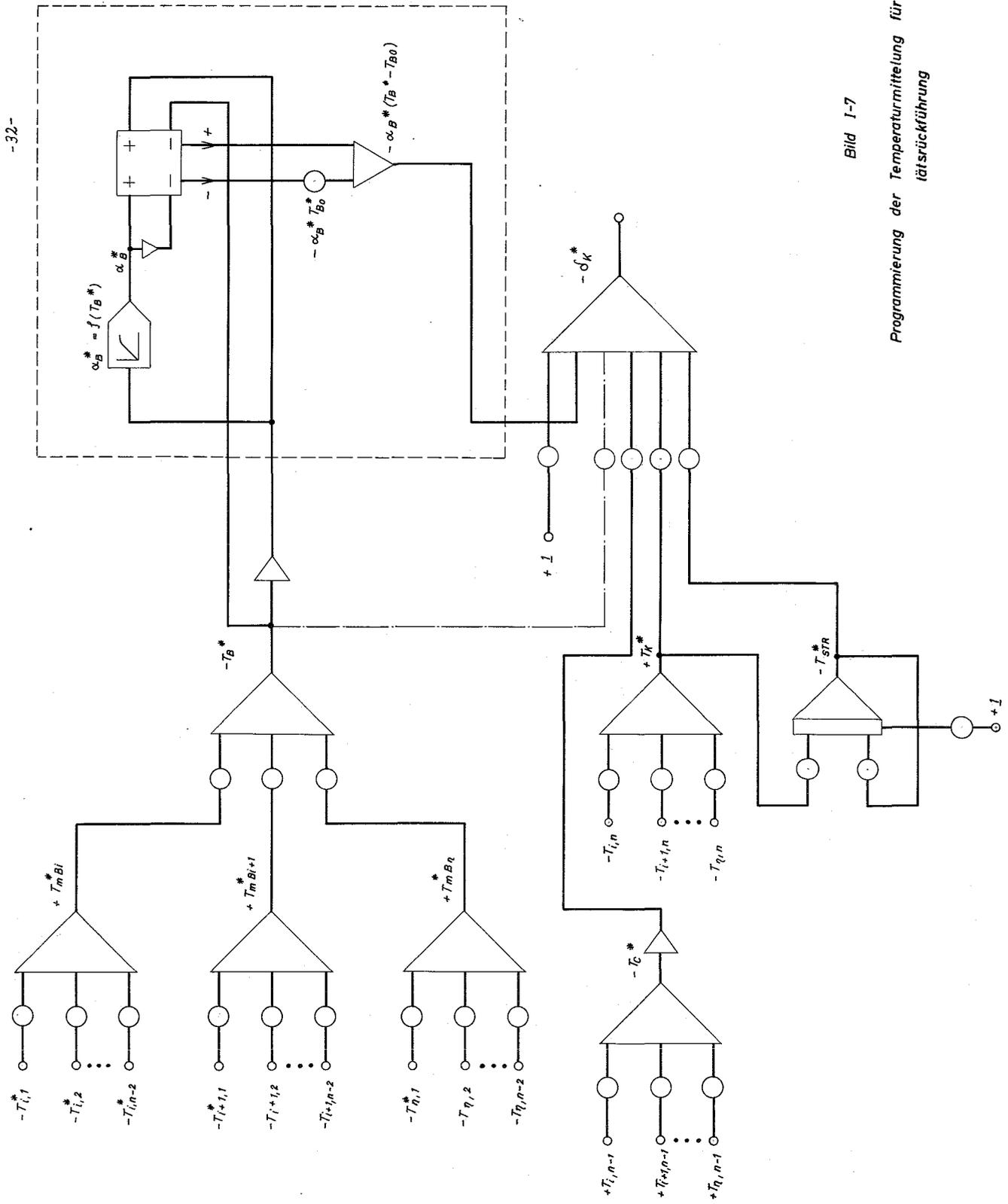


Bild 1-6

Programmierung der raumunabhängigen Reaktor -
kinetischen Gleichungen.



-32-

Bild I-7

Programmierung der Temperaturmittlung für die Reaktivitätsrückführung

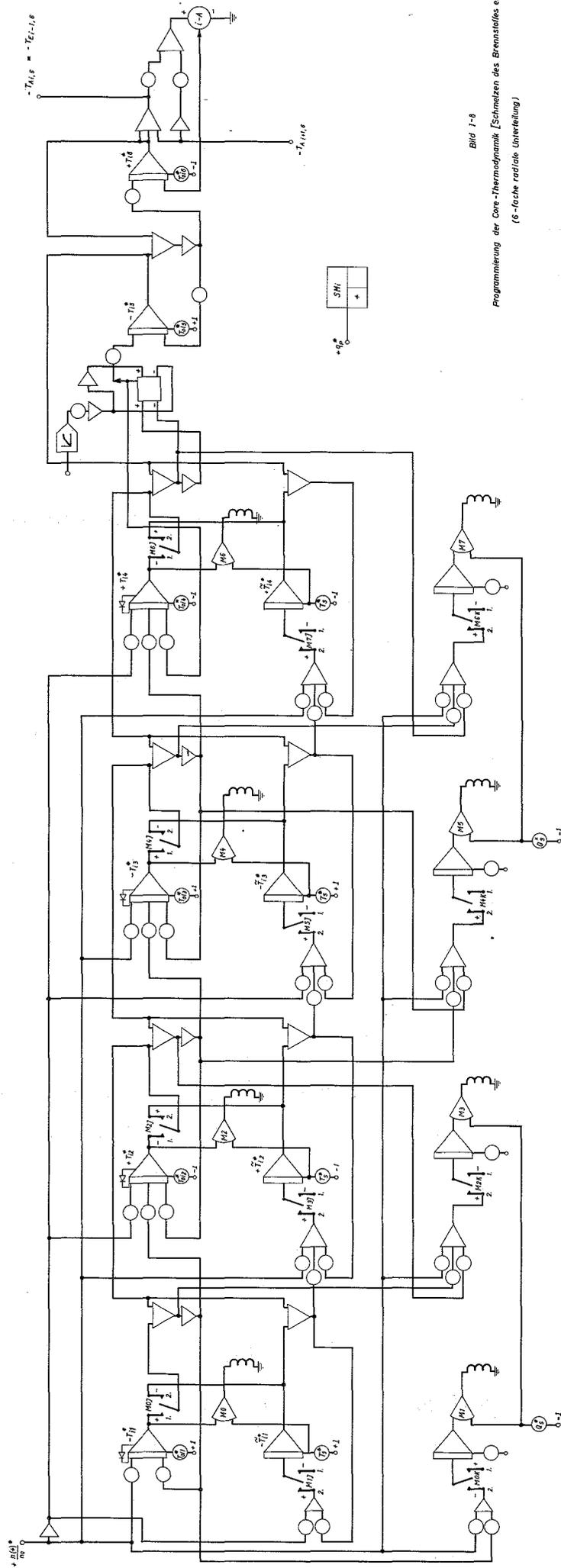
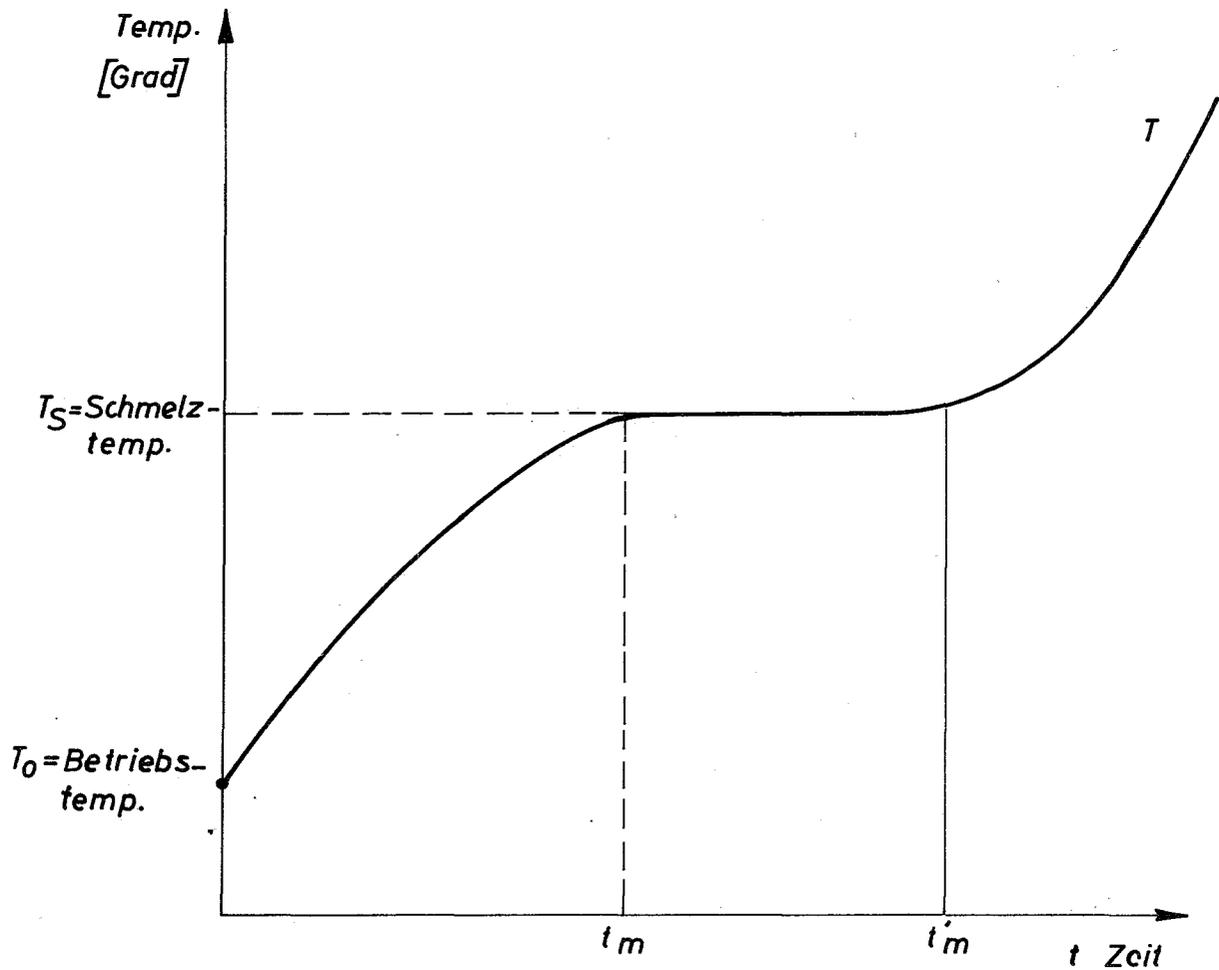


Bild 1-8
 Programmierung der Core-Thermodynamik [Schmelzen des Brennstoffes eingeschlossen]
 (6-fache radiale Unterteilung)



t_m = Zeit bis zum Erreichen der Schmelztemperatur

t'_m = Zeit bis zum vollkommenen Schmelzen des Brennstoffes im jeweiligen Volumensegment.

Bild 1-9

Zeitlicher Temperaturverlauf beim Schmelzen des Brennstoffes

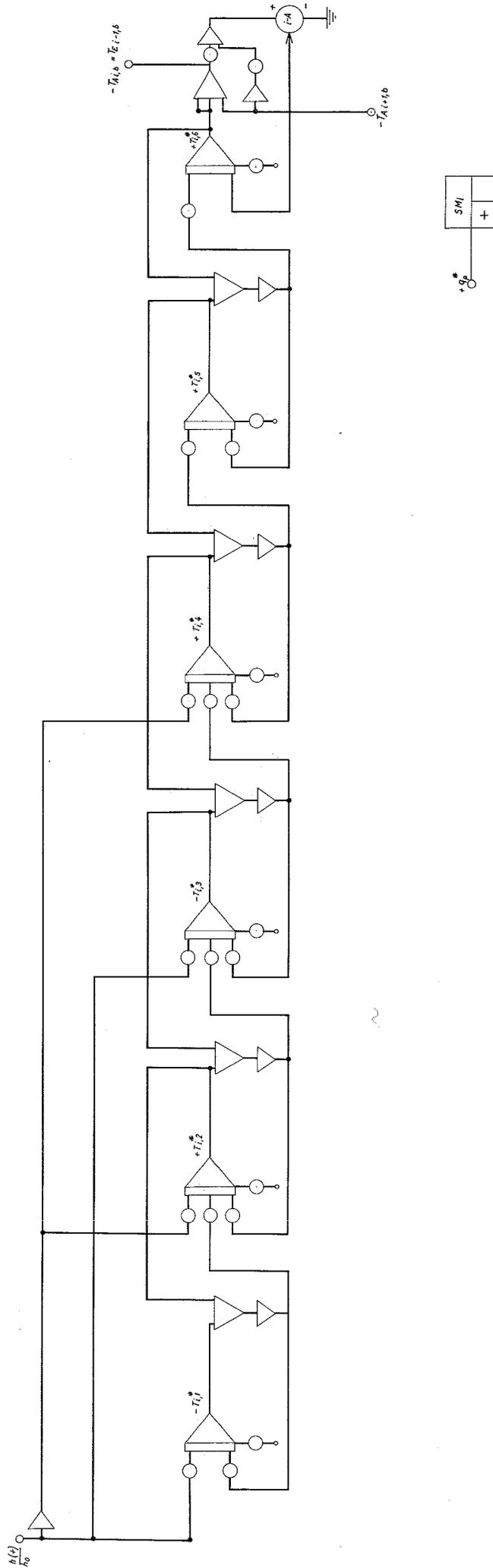


Bild 1-10
 Programmierung der Core-Thermodynamik
 (6-fache radiäre Unterteilung)

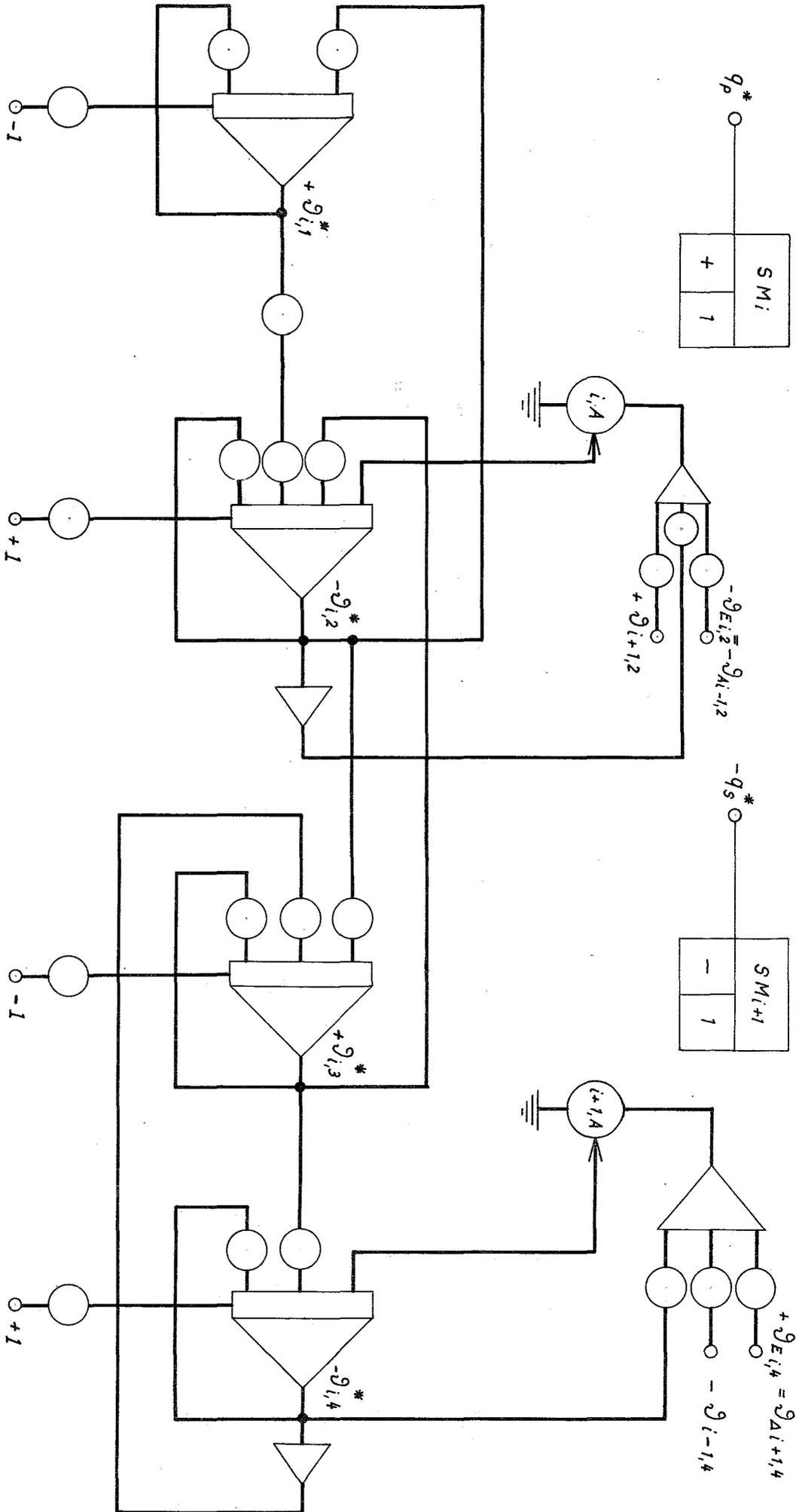


Bild 1-11

Programmierung des Zwischenwärmeaustauschers [i-tes axiales Segment]
 (4-fache radiale Unterteilung)

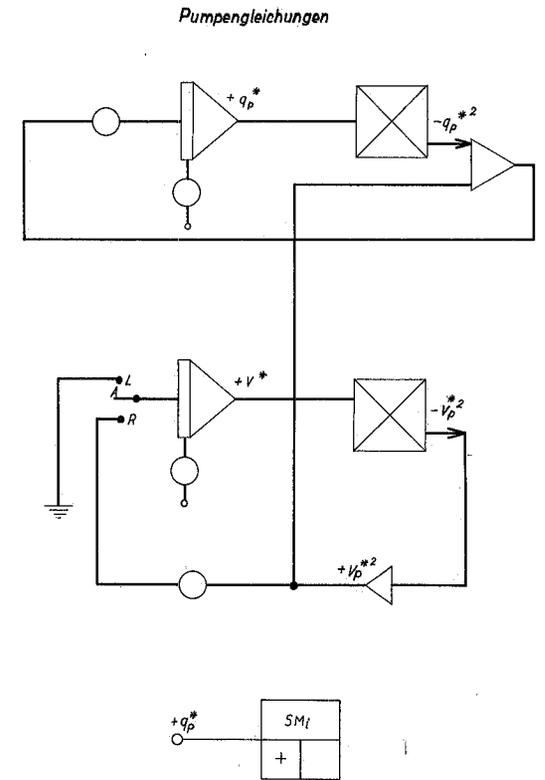
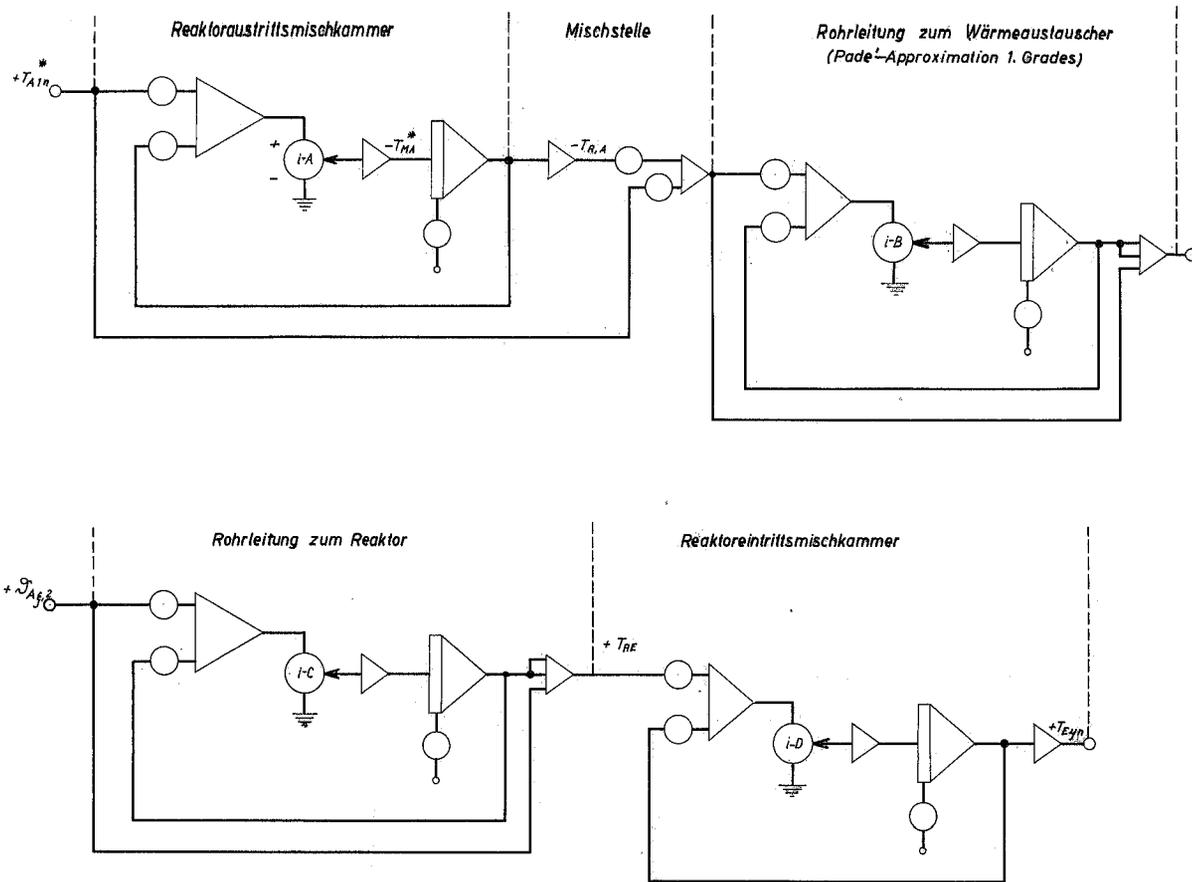


Bild 1-12

Programmierung der Mischungsvorgänge der Transportzeiten und der Pumpengleichungen.

II. Digitalprogramme für Stabilitätsuntersuchungen

1. Frequenzgangdarstellung des Reaktors

Um schnell und ohne allzu großen Rechenaufwand Aussagen über die Stabilität eines Reaktorcores zu erhalten, sind Frequenzgangberechnungen besonders gut geeignet. Wegen der Linearisierung der reaktorkinetischen Gleichungen gelten die Ergebnisse jedoch nur für kleine Störungen (z.B. für Reaktivitätsstörungen $< 0,3 \text{ \textcircled{S}}$). In vereinfachter Form läßt sich das Core durch zwei Frequenzgänge F_1 und F_2 , die einen geschlossenen Kreis bilden, darstellen (Bild II-1).

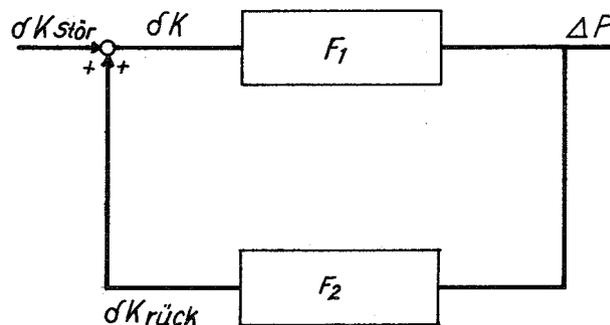


Bild II-1

Vereinfachtes Blockschaltbild des Cores

F_1 enthält die Neutronenkinetik, F_2 das Temperaturverhalten und die Reaktivitätskoeffizienten. Außerdem lassen sich noch verschiedene andere Frequenzgänge (s.u.) bilden.

Zwei FORTRAN-Programme FREQUENZGANG A1 (08501) und FREQUENZGANG A8 (08508) berechnen die wichtigsten Frequenzgänge. In beiden Programmen ist das Core durch ein mittleres Brennelement dargestellt. Die Programme unterscheiden sich durch eine verschieden feine Aufteilung des Brennelementes. A1 hat nur eine radiale Aufteilung in 3 Zonen (Brennstoff, Can, Kühlmittel), während A8 eine axiale und radiale Aufteilung in insgesamt 30 Zonen besitzt. Durch die axiale Aufteilung sind auch Frequenzgänge, die Kühlmittelstörungen enthalten, zu berechnen.

2. Neutronenkinetik

Für die Berechnung von F_1 wurden die raumunabhängigen Grundgleichungen mit 6 Gruppen verzögerter Neutronen benutzt [14]. In Programm A1 kann die Zahl der Gruppen zwischen 1 und 6 variiert werden, Programm A8 rechnet immer mit 6 Gruppen.

$$(II.2-1) \quad \frac{dn}{dt} = \frac{n}{l} (k - 1 - k\beta) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i$$

$$(II.2-2) \quad \frac{dC_i}{dt} = \frac{k \cdot \beta_i \cdot n}{l} - \lambda_i C_i$$

aus $k - 1 = \delta k$ und $k \gg \delta k$

folgt $k \approx 1$

Dadurch vereinfachen sich die Grundgleichungen

$$(II.2-3) \quad \frac{dn}{dt} = (\delta k - \beta) \frac{n}{l} + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i$$

$$(II.2-4) \quad \frac{dC_i}{dt} = \frac{n}{l} \cdot \beta_i - \lambda_i C_i$$

Durch Einsetzen von (II.2-4) in (II.2-3) erhält man

$$(II.2-5) \quad \frac{dn}{dt} = \delta k \cdot \frac{n}{l} - \sum_{i=1}^6 \frac{dC_i}{dt}$$

Für kleine Abweichungen vom stationären Zustand kann die Gleichung linearisiert werden:

$$\Delta n = n - n_0 \quad \Delta C_i = C_i - C_{i_0}$$

$$(II.2-6) \quad \frac{d\Delta n}{dt} = \frac{\delta k}{l} \cdot (\Delta n + n_0) - \sum_{i=1}^6 \frac{d\Delta C_i}{dt}$$

$$(II.2-7) \quad \frac{d\Delta C_i}{dt} = \frac{\beta_i}{1} \Delta n - \lambda_i \Delta C_i$$

Für $\Delta n \ll n_0$ gilt:

$$(II.2-8) \quad \frac{d\Delta n(t)}{dt} = \delta k(t) \cdot \frac{n_0}{1} - \sum_{i=1}^6 \frac{d\Delta C_i(t)}{dt}$$

Auf Gleichung (II.2-7) und (II.2-8) wird die Laplace-Transformation angewendet [15, 16]. Im Bildbereich werden jedoch die gleichen Bezeichnungen der Variablen benutzt.

$$\Delta n(t) \longleftrightarrow \Delta n(s)$$

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{df(t)}{dt} \right\} = s \cdot \mathcal{L} \{ f(t) \} - f(+0)$$

Da alle Variablen im stationären Zustand null sind, fällt das Glied $f(+0)$ fort:

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d\Delta C_i(t)}{dt} \right\} = s \cdot \Delta C_i(s)$$

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d\Delta n(t)}{dt} \right\} = s \cdot \Delta n(s)$$

Gleichung (II.2-7) und (II.2-8) lauten jetzt umgeformt:

$$(II.2-9) \quad \Delta C_i(s) = \Delta n(s) \cdot \frac{\beta_i}{1} \cdot \frac{1}{\lambda_i + s}$$

$$(II.2-10) \quad s \cdot \Delta n(s) = \delta k(s) \cdot \frac{n_0}{1} - \sum_{i=1}^6 s \cdot C_i(s)$$

Daraus folgt

$$(II.2-11) \quad \frac{\Delta n}{\delta k}(s) = \frac{n_0}{s} \cdot \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i + s}}$$

Da die Leistung proportional zur Neutronendichte angenommen werden kann, gilt

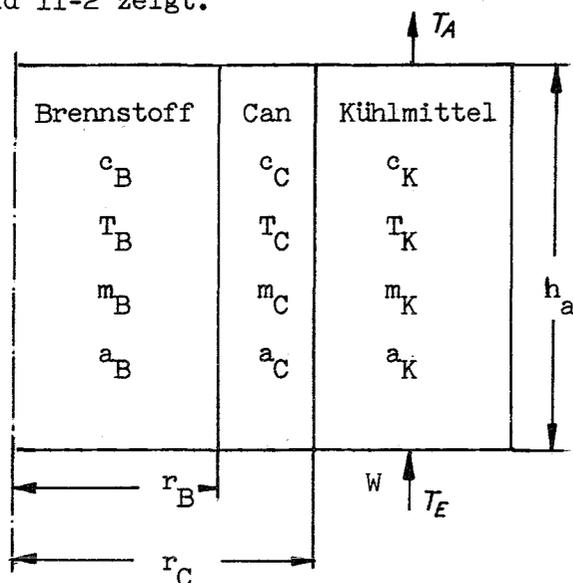
$$(II.2-12) \quad \frac{\Delta P}{\delta k}(s) = \frac{P_0}{s} \cdot \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i + s}}$$

Diese Übertragungsfunktion, die im Bildbereich eine Beziehung zwischen der Leistungsänderung und der Reaktivität darstellt, kann als Frequenzganggleichung für die gleiche Beziehung aufgefaßt werden, wenn man $s = j\omega$ setzt. Sie gibt dann im eingeschwungenen Zustand die Amplitude und Phasenlage von ΔP gegenüber δk bei sinusförmiger Anregung an.

3. Thermodynamik

3.1 Drei-Zonen-Modell

Das in FREQUENZGANG A1 benutzte thermodynamische Modell für ein Brennelement besitzt eine Aufteilung in Brennstoff, Can und Kühlmittel, wie Bild II-2 zeigt.



c = spez. Wärme $[Ws/gr^{\circ}C]$

T = mittl. Temperatur $[^{\circ}C]$

m = Masse $[gr]$

a = Anteil der in einer Zone erzeugten Leistung
 $a_B + a_C + a_K = 1$

W = Kühlmitteldurchsatz $[gr/sec]$

Bild II-2

Schematische Darstellung eines Brennelementes

Eine Leistungsbilanz liefert:

$$(II.3-1) \quad m_B c_B \cdot \frac{dT_B(t)}{dt} = a_B \cdot P(t) - L_{BC} (T_B(t) - T_C(t))$$

$$(II.3-2) \quad m_C c_C \cdot \frac{dT_C(t)}{dt} = a_C \cdot P(t) + L_{BC} (T_B(t) - T_C(t)) - L_{CK} (T_C(t) - T_K(t))$$

$$(II.3-3) \quad m_K c_K \cdot \frac{dT_K(t)}{dt} = a_K \cdot P(t) + L_{CK} (T_C(t) - T_K(t)) - W \cdot c_K (T_E(t) - T_A(t))$$

$$(II.3-4) \quad L_{BC} = \frac{1}{R_{BC} + \frac{1}{h_{BC} \cdot 2 \pi r_B \cdot h_a}}$$

$$(II.3-5) \quad L_{CK} = \frac{1}{R_{CK} + \frac{1}{h_{CK} \cdot 2 \pi r_C \cdot h_a}}$$

Die Widerstände R_{BC} und R_{CK} lassen sich nach Gl. (I.4-25) berechnen.

T_E = Kühlmittelintrittstemperatur

T_A = Kühlmittelaustrittstemperatur

Unter der Annahme eines linearen Temperaturverlaufs im Kühlmittel gilt:

$$(II.3-6) \quad T_K = (T_A + T_E) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Delta T_A = 2 \Delta T_K \quad \text{bei} \quad \Delta T_E = 0 \quad (\text{Bezugsniveau})$$

Für die gesamte Reaktivität wird die linearisierte Gleichung der rückwirkenden Reaktivität angesetzt und das Störglied $\delta k_{\text{Stör}}$ hinzugefügt:

$$(II.3-7) \quad \delta k = \delta k_{\text{Stör}} + \alpha_B (T_B - T_{B0}) + \alpha_C (T_C - T_{C0}) + \alpha_K (T_K - T_{K0})$$

Mit der Beziehung $\Delta T = T - T_0$ und unter Berücksichtigung von Gleichung (II.3-6) werden die Gleichungen (II.3-1) bis (II.3-3) und (II.3-7) umgeformt.

$$(II.3-8) \quad m_B c_B \cdot \frac{d \Delta T_B(t)}{dt} = a_B \Delta P(t) - L_{BC} (\Delta T_B(t) - \Delta T_C(t))$$

$$(II.3-9) \quad m_C c_C \cdot \frac{d \Delta T_C(t)}{dt} = a_C \Delta P(t) + L_{BC} (\Delta T_B(t) - \Delta T_C(t)) - L_{CK} (\Delta T_C(t) - \Delta T_K(t))$$

$$(II.3-10) \quad m_K c_K \cdot \frac{d \Delta T_K(t)}{dt} = a_K \Delta P(t) + L_{CK} (\Delta T_C(t) - \Delta T_K(t)) - W \cdot c_K \cdot 2 \Delta T_K(t)$$

$$(II.3-11) \quad \delta k(t) = \delta k_{\text{Stör}}(t) + \alpha_B \Delta T_B(t) + \alpha_C \Delta T_C(t) + \alpha_K \Delta T_K(t)$$

Die Laplace-Transformation, angewendet auf Gl. (II.3-8) bis (II.3-11), liefert im Bildbereich

$$(II.3-12) \quad (m_B c_B \cdot s + L_{BC}) \cdot \Delta T_B(s) = a_B \cdot \Delta P(s) + L_{BC} \Delta T_C(s)$$

$$(II.3-13) \quad (m_C c_C \cdot s + L_{BC} + L_{CK}) \cdot \Delta T_C(s) = a_C \Delta P(s) + L_{BC} \Delta T_B(s) + L_{CK} \Delta T_K(s)$$

$$(II.3-14) \quad (m_K c_K \cdot s + L_{CK} + 2W \cdot c_K) \Delta T_K(s) = a_K \Delta P(s) + L_{CK} \Delta T_C(s)$$

$$(II.3-15) \quad \delta k_{\text{rück}} = \alpha_B \cdot \Delta T_B(s) + \alpha_C \Delta T_C(s) + \alpha_K \Delta T_K(s)$$

$$(II.3-16) \quad \delta k = \delta k_{\text{rück}} + \delta k_{\text{Stör}}$$

oder in Matrizen-Schreibweise:

$$(II.3-17) \quad \begin{bmatrix} 0 & \alpha_B & \alpha_C & \alpha_K \\ a_B & -m_B c_B s + L_{BC} & L_{BC} & 0 \\ a_C & L_{BC} & -m_C c_C s + L_{BC} + L_{CK} & L_{CK} \\ a_K & 0 & L_{CK} & -m_K c_K s + L_{CK} + 2W \cdot c_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P / \delta k_R \\ \Delta T_B / \delta k_R \\ \Delta T_C / \delta k_R \\ \Delta T_K / \delta k_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Durch Auflösung dieses Gleichungssystems erhält man die Übertragungsfunktion

$$(II.3-18) \quad F_2(s) = \frac{\delta k_R}{\Delta P}, \quad \delta k_R \equiv \delta k_{\text{rück}}$$

die wie Gl. (II.2-12) als Frequenzgang benutzt wird.

3.2 30-Zonen-Modell

Um das Temperaturverhalten genauer nachzubilden und auch Störungen infolge Kühlmitteltemperaturänderungen erfassen zu können, wird das Brennelement im Programm FREQUENZGANG A8 in 30 Zonen aufgeteilt. Bild II-3 zeigt die Aufteilung.

Die Aufteilung geschieht so, daß alle Brennstoffzonen gleiches Volumen haben. Die Leistungsverteilung wird in radialer Richtung über den Brennstoff als konstant angesehen. Die Leistungserzeugung im Can und Kühlmittel bleibt unberücksichtigt. In axialer Richtung wird eine cosinusförmige Leistungsverteilung im Brennstoff angenommen.

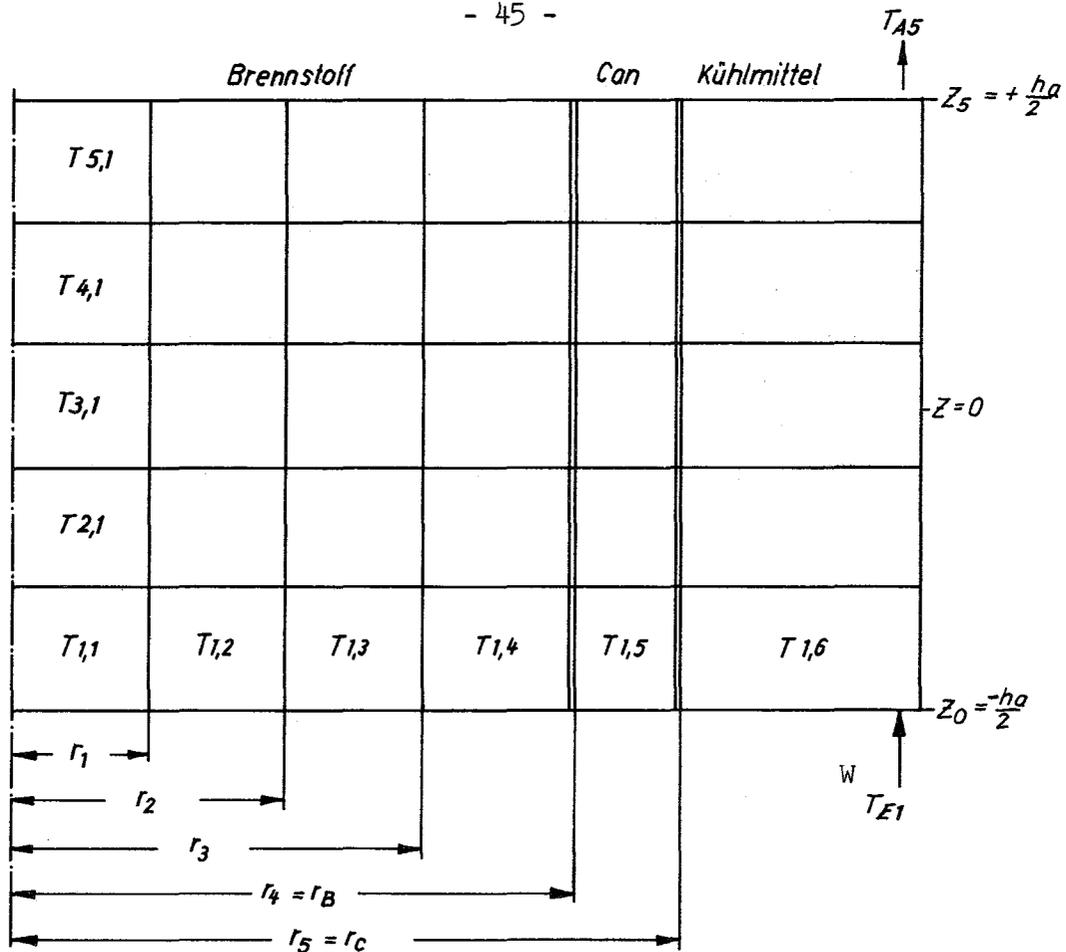


Bild II-3

Aufteilung des Brennelementes in 30 Zonen

$$(II.3-19) \quad P_i = P_{\max}^* \int_{z_{i-1}}^{z_i} \cos \frac{\bar{u} z}{h_e} dz$$

$$(II.3-20) \quad P_o = P_{\max}^* \int_{z_o}^{z_5} \cos \frac{\bar{u} z}{h_e} dz$$

$$QZ_i = \frac{P_i}{P_o}$$

Da die Leistungsverteilung in radialer Richtung konstant angenommen wird und der Brennstoff in 4 volumengleiche Zonen geteilt ist, ist die in einer Zone erzeugte Leistung

$$(II.3-21) \quad PZ_{i,k} = \frac{1}{4} P_i = \frac{QZ_i}{4} P_o \quad \frac{QZ_i}{4} = a_{i,k}$$

Zur Berechnung von QZ_i sind die maximale Stableistung und die extrapolierte Brennstablänge erforderlich. Bei nicht cosinusförmiger Leistungsverteilung können P_{ges} und QZ_i in das Programm eingegeben werden.

Unter der Annahme, daß im Brennstoff und Can kein Wärmetransport in axialer Richtung auftritt, gilt analog zum 3-Zonen-Modell das bereits transformierte Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}
 \text{(II.3-22)} \quad & (m_{i,k} \cdot c_{i,k} + L_{i,k-1} + L_{i,k}) \Delta T_{i,k}(s) \\
 & = a_{i,k} \cdot \Delta P(s) + L_{i,k-1} \cdot \Delta T_{i,k-1}(s) + L_{i,k} \cdot \Delta T_{i,k}(s) \\
 & 1 \leq i \leq 5 \\
 & 1 \leq k \leq 4 \\
 & L_{i,1} = 0
 \end{aligned}$$

Gleichung (II.3-22) gilt für Can und Kühlmittel mit $k = 5$ und 6 und:

$$\begin{aligned}
 a_i & = 0 \\
 L_{i,6} & = 2 W \cdot c_K \\
 \Delta T_{i,7} & = \Delta T_{Ei} = \text{Eingangstemperatur eines Volumenelementes des} \\
 & \quad \text{Kühlkanals}
 \end{aligned}$$

Wegen der gleichmäßigen Aufteilung in axialer Richtung sind die Wärmeübergangswerte nicht von i abhängig.

Es sind also nur noch

L_1, L_2, L_3, L_4 und L_5 zu berechnen.

Nach Gleichung (I.4-26) gilt innerhalb des Brennstoffes

$$\text{(II.3-23)} \quad L_{i,k} = \frac{8 \pi \lambda_B \cdot \frac{h_a}{5} r_k^2}{r_{k+1}^2 - r_{k-1}^2} \quad 1 \leq k \leq 3$$

Bei volumengleicher Brennstoffzonenaufteilung gilt:

$$\begin{aligned} r_0 &= 0 & r_3 &= \frac{1}{2} \sqrt[3]{3} r_B \\ r_1 &= \frac{1}{2} r_B & r_4 &= r_B \\ r_2 &= \frac{1}{2} \sqrt{2} r_B \end{aligned}$$

und damit

$$(II.3-24) \quad L_{i,1} = \frac{8 \pi \lambda_B \cdot \frac{h_a}{5} \cdot \frac{1}{4} r_B^2}{\frac{1}{2} r_B^2} = 0,8 \pi \lambda_B h_a$$

$$(II.3-25) \quad L_{i,2} = 2 L_{i,1}$$

$$(II.3-26) \quad L_{i,3} = 3 L_{i,1}$$

$L_{i,4}$ enthält sowohl den Wärmeleitwert zwischen der Zone 4 und 5 als auch den zusätzlichen Wärmeübergangswiderstand zwischen Brennstoff und Can.

$$(II.3-27) \quad R_4' = \frac{\frac{1}{8\lambda_B} (r_4^2 - r_3^2) - \frac{r_4^2}{2\lambda_C} \left(\frac{r_5^2}{r_5^2 - r_4^2} \ln \frac{r_4}{r_5} + \frac{1}{2} \right)}{\pi r_B^2 \cdot \frac{h_a}{5}}$$

$$(II.3-28) \quad R_4'' = \frac{1}{h_{BC} \cdot 2\pi \cdot r_B \cdot \frac{h_a}{5}}$$

$$(II.3-29) \quad L_{i,4} = \frac{1}{R_4' + R_4''}$$

$L_{i,5}$ enthält sowohl den Wärmeleitwert in der Zone 5 (Can) als auch den Wärmübergangswiderstand zwischen Can und Kühlmittel. Dabei ist die Wärmeleitung im Kühlmittel als unendlich gut angenommen.

$$(II.3-30) \quad R_5' = \frac{\frac{r_4^2}{2\lambda_C} \left(\frac{1}{2} - \frac{r_4^2}{r_5^2 - r_4^2} \ln \frac{r_5}{r_4} \right)}{\pi r_B^2 \cdot \frac{h_a}{5}}$$

$$(II.3-31) \quad R_5'' = \frac{1}{h_{CK} \cdot 2\pi r_C \cdot \frac{h_a}{5}}$$

$$(II.3-32) \quad L_{i,5} = \frac{1}{R_5' + R_5''}$$

R_4' und R_5' ergeben sich durch Einsetzen der entsprechenden Größen in Gleichung (I.4-25).

Mit dem 30-Zonen-Modell kann in erster Näherung der Einfluß der Kühlmittel-Eintrittstemperaturänderung berücksichtigt werden. Die Transport-Totzeit des Kühlmittels wird durch eine Verzögerung 1. Ordnung angenähert und zwischen die einzelnen Volumenelemente des Kühlmittels geschaltet.

$$(II.3-33) \quad \Delta T_{Ei} = \Delta T_{Ai-1} \cdot \frac{1}{1 + T_t \cdot s}$$

$$T_t = \frac{1}{5} \cdot \frac{h_a}{v_m}$$

Unter der Annahme eines linearen Temperaturverlaufs in einer Zone gilt:

$$(II.3-34) \quad \Delta T_{Ai} = 2 \Delta T_{i,6} - \Delta T_{Ei}$$

$T_{i,6}$ = Mittl. Temperatur im Kühlkanal in der i-ten Zone

T_{Ei} = Eingangstemperatur

Daraus folgt für die Verknüpfung zwischen den Kühlkanalzonen:

$$(II.3-35) \quad \Delta T_{Ei+1} = \frac{2 \Delta T_{i,6} - \Delta T_{Ei}}{1 + T_t s}$$

$$1 \leq i \leq 4$$

ΔT_{E1} wird als Kühlmittel-Eintrittstemperaturänderung eingesetzt.

Werden keine Störungen der Eintrittstemperatur angenommen, so ist

$$\Delta T_{E1} = 0.$$

Das System der Gleichungen (II.3-22) und (II.3-35) wird in Realteile und Imaginärteile aufgespalten und für jedes axiale Gebiet nacheinander getrennt gelöst. Dabei werden fünf lineare inhomogene Gleichungssysteme 14. Grades mit den Koeffizientenmatrizen A, den Matrizen der rechten Seiten R1 bis R5 und den Lösungsmatrizen T1 bis T5 mit dem Unterprogramm `L I N A L` gelöst. Dieses Unterprogramm kann durch jedes andere Unterprogramm für lineare, inhomogene Gleichungssysteme ersetzt werden. (siehe FORTRAN-Liste im Anhang)

Um die rückwirkende Reaktivität zu ermitteln, werden die Temperaturen über Brennstoff, Can und Kühlmittel getrennt gemittelt und mit den Reaktivitätskoeffizienten α_B , α_C und α_K multipliziert.

$$(II.3-36) \quad \overline{\Delta T_B} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^5 \sum_{k=1}^4 \Delta T_{i,k} \cdot \text{FFB}_i$$

$$(II.3-37) \quad \overline{\Delta T_C} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \Delta T_{i,5}$$

$$(II.3-38) \quad \overline{\Delta T_K} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^5 \Delta T_{i,6}$$

Die für den Doppler-Koeffizienten notwendige Mittelung der Temperaturen ist vom Quadrat des Neutronenflusses abhängig. Diese Abhängigkeit wird durch den Faktor FFB(i) ausgedrückt. Infolge der Proportionalität zwischen dem Neutronenfluß und der Leistungsdichte und unter Berücksichtigung von Gleichung (II.3-21) gilt:

$$(II.3-39) \quad FFB(i) = \left(\frac{\phi_i}{\phi_m} \right)^2 = \frac{S_i}{S_m} = \left(\frac{20 \cdot PZ_{i,k}}{P_o} \right)^2 = (5 \cdot QZ(i))^2$$

ϕ_i = Neutronenfluß in der i-ten Zone

ϕ_m = Mittl. Neutronenfluß im Brennelement

Für die rückwirkende Reaktivität gilt folgende Gleichung:

$$(II.3-40) \quad \delta_{k,rück} = \alpha_B \overline{\Delta T}_B + \alpha_C \overline{\Delta T}_C + \alpha_K \overline{\Delta T}_K$$

Aus dem Gleichungssystem (II.3-22) bis (II.3-40) lassen sich folgende Frequenzgänge berechnen:

$$(II.3-41) \quad F_2 = \frac{\delta_{k,rück}}{\Delta P}$$

$$(II.3-42) \quad F_{Ti,k} = \frac{\Delta T_{i,k}}{\Delta P}$$

4. Ausführliches Blockschaltbild und wichtige Frequenzgänge

4.1 Darstellung der Frequenzgänge

Bild II-4 zeigt das ausführliche Blockschaltbild des Reaktorcores mit allen Frequenzgängen, die mit Hilfe der beiden Programme berechnet werden können. Sie werden in drei Gruppen eingeteilt.

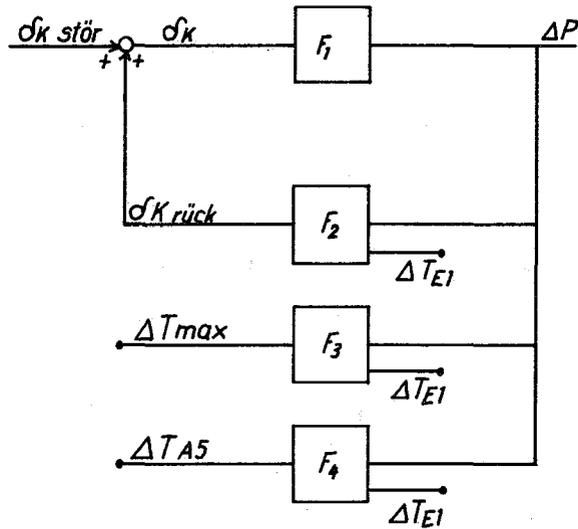


Bild II-4

Ausführliches Blockschaltbild des Cores

a) Rückführung allein

$$F_2 = \frac{\delta k_{\text{rück}}}{\Delta P}$$

$$F_3 = \frac{\Delta T_{3,1}}{\Delta P} = \frac{\Delta T_{\text{max}}}{\Delta P}$$

$$F_4 = \frac{\Delta T_{A5}}{\Delta P}$$

T_{max} = Temperatur in der heißesten Zone des Brennstoffs

T_{A5} = Kühlmittelaustrittstemperatur

b) Zusammengesetzte Frequenzgänge

$$\frac{\delta k_{\text{rück}}}{\delta k_{\text{Stör}}} = F_0 = F_1 \cdot F_2 \quad = \text{Frequenzgang des offenen Kreises}$$

$$\frac{\Delta P}{\delta k_{\text{Stör}}} = F_G = \frac{F_1}{1 - F_1 F_2} \quad = \text{Frequenzgang des geschlossenen Kreises}$$

$$\frac{\Delta T_{\text{max}}}{\delta k_{\text{Stör}}} = F_5 = F_G \cdot F_3 \quad = \text{Frequenzgang der max. Temperatur}$$

$$\frac{\Delta T_{A5}}{\delta k_{\text{Stör}}} = F_6 = F_G \cdot F_4 \quad = \text{Frequenzgang der Kühlmittelsustritts-temperatur}$$

c) Störfrequenzgänge für den geschlossenen Kreis

$$F_{k4} = \frac{\Delta P}{\Delta T_{E1}}$$

$$F_{k5} = \frac{\Delta T_{A5}}{\Delta T_{E1}}$$

$$F_{k6} = \frac{\Delta T_{\text{max}}}{\Delta T_{E1}}$$

4.2 Informationsinhalt der Frequenzgänge

Aus den erhaltenen Frequenzgängen läßt sich die Stabilität und das Zeitverhalten des Reaktors bei kleinen Störungen von $\delta k_{\text{Stör}}$ und ΔT_{E1} ermitteln.

Mit dem Frequenzgang des offenen Kreises F_0 kann man die Stabilität feststellen. Dazu wird F_0 im Nyquist-Diagramm dargestellt; es wird untersucht, ob die Nyquist-Stabilitätsbedingung erfüllt ist [17, 18].

Nyquist-Bedingung

Durchläuft man die Kurve F_0 in Richtung steigender Frequenzen, so muß der kritische Punkt +1 links von der Kurve liegen, damit Stabilität herrscht (siehe Bild II-5).

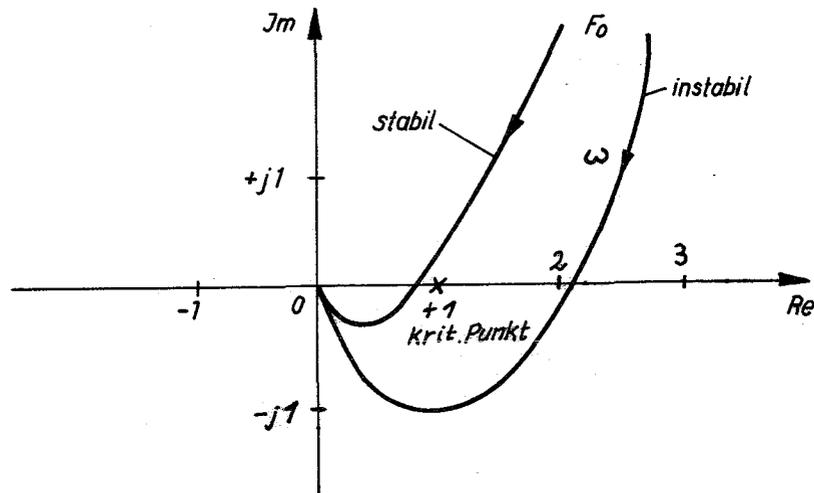


Bild II-5

Nyquist-Diagramm

Aus den Frequenzgängen des geschlossenen Kreises kann man auf das Zeitverhalten des Systems schließen und einige charakteristische Größen bestimmen (stationäre Werte im eingeschwungenen Zustand, Resonanzen, Eckfrequenzen) [10, 19, 20, 21].

Hat man nicht nur die graphische Darstellung der Frequenzgänge im doppelt-logarithmischen Maßstab, sondern auch die exakte Gleichung, so kann man mit Hilfe der Laplace-Rücktransformation für beliebige Eingangsfunktionen den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße berechnen. [15].

5. Programmbeschreibung für 3-Zonen-Modell

5.1 Frequenzgänge

Mit dem Programm FREQUENZGANG A1 können folgende Frequenzgänge berechnet werden:

$$F_0 = F_1 \cdot F_2$$

$$F_G = \frac{F_1}{1 - F_1 \cdot F_2}$$

Es werden sowohl die Koeffizienten der Zähler- und Nennerpolynome als auch die Beträge und Phasenwinkel in Abhängigkeit von der Frequenz berechnet. Bild II-6 zeigt das Flußdiagramm des Programms FREQUENZGANG A1 (08501).

5.2 Eingabedaten

L = Anzahl der Datensätze für einen Lauf

Datensatz

XL	=	Lebensdauer der schnellen Neutronen $[sec]$
K	=	Anzahl der Gruppen verzögerter Neutronen
(G(I), I = 1,K)	=	Anteile der verzögerten Neutronen
(BETA(I), I = 1,K)	=	Zerfallskonstanten der verzögerten Neutronen $[1/S]$
XLBC	=	Leitwert des Wärmedurchgangs vom Brennstoff zum Can $[W/°C]$ (enthält Wärmeleitung und Wärmeübergang)
XLCK	=	Leitwert des Wärmedurchgangs $[W/°C]$ vom Can und Kühlmittel
W = QK	=	Kühlmitteldurchsatz $[gr/sec]$
XMB	=	Masse des Brennstoffs $[gr]$
XMC	=	Masse des Cans $[gr]$
XMK	=	Masse des Kühlmittels $[gr]$
AB	=	Anteil der im Brennstoff erzeugten Leistung
AC	=	Anteil der im Can erzeugten Leistung
AK	=	Anteil der im Kühlmittel erzeugten Leistung
		AB + AC + AK = 1
CB	=	Spez. Wärme des Brennstoffs $[Ws/gr°C]$
CC	=	Spez. Wärme des Canmaterials $[Ws/gr°C]$
CK	=	Spez. Wärme des Kühlmittels $[Ws/gr°C]$
ALFAB	=	Dopplerkoeffizient $[1/°C]$
ALFAC	=	Strukturmaterialkoeffizient $[1/°C]$
ALFAK	=	Kühlmittelkoeffizient $[1/°C]$
PO = WO	=	Gesamtleistung eines Brennelements $[W]$
SMIN	=	Niedrigste Frequenz $[1/sec]$
DS	=	Frequenzschritt $[1/sec]$

- SMAX = Höchste Frequenz [1/sec]
- KENN = Kennzahl des Datensatzes, maximal vierstellig
- M1 = Steuerziffer zur Berechnung von F_0
M1 = 1 F_0 wird berechnet
M1 = 2 F_0 wird nicht berechnet
- M2 = Steuerziffer zur Berechnung von F_G
M2 = 3 F_G wird berechnet
M2 = 2 F_G wird nicht berechnet

Unterprogramme (siehe Anhang)

- 02514 KINPOT *)
02515 POTREI *)
02516 MULREI *)
02518 UETRAG *)

5.3 Ausgabekennzeichnung

Frequenzgang des offenen Kreises F_0

$$F_0 = \frac{\sum_{n=1}^{K+3} AZO3(n) \cdot s^{(K+3-n)}}{\sum_{n=1}^{K+4} ANO3(n) \cdot s^{(K+5-n)}}$$

Ausgegeben werden:

- AZO3(n) = Zählerkoeffizienten
ANO3(n) = Nennerkoeffizienten

Anschließend folgt eine Tabelle:

*) Die Unterprogramme 02514, 02515, 02516, 02518 wurden von Herrn Schlechtendahl, Institut für Reaktorentwicklung, zur Verfügung gestellt.

OMEGA = Kreisfrequenz $\sqrt[1]{1/s}$
BEFO = Betrag von F_0
PHFOG = Phase von F_0 $\sqrt[1]{\text{Grad}}$

Frequenzgang des geschlossenen Kreises F_G

$$F_G = \frac{\sum_{n=1}^{K+4} AZG_3(n) \cdot s^{(K+4-n)}}{\sum_{n=1}^{K+5} ANG_3(n) \cdot s^{(K+5-n)}}$$

AZG₃(n) = Zählerkoeffizienten
ANG₃(n) = Nennerkoeffizienten

Tabelle:

OMEGA = Kreisfrequenz $\sqrt[1]{1/s}$
BEFG = Betrag von F_G
PHFGG = Phase von F_G $\sqrt[1]{\text{Grad}}$

6. Programmbeschreibung für das 30-Zonen-Modell

6.1 Frequenzgänge

Mit dem Programm GREQUENZGANG A8 können alle zehn in Abschnitt II.4.1 beschriebenen Frequenzgänge berechnet werden. Betrag, Phase, Realteil und Imaginärteil werden in Abhängigkeit von der Frequenz berechnet.

Die Störfrequenzgänge F_{K4} , F_{K5} und F_{K6} erhält man aus den Frequenzgängen F_G , F_5 und F_6 . Hierzu sind zwei Rechenläufe nötig, und zwar mit $R_1(7) = 0$ und $R_1(7) = a$.

In beiden Fällen ist $R_1(14) = 0$. Wegen der Linearität der Frequenzganggleichungen lassen sich die Störfrequenzgänge durch Superposition ermitteln.

$$F_{K4} = \frac{\Delta P}{\Delta T_{E1}} = \frac{1}{a} F_G(a) - F_G(o)$$

$$F_{K5} = \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{E1}} = \frac{1}{a} F_5(a) - F_5(o)$$

$$F_{K6} = \frac{\Delta T_{A5}}{\Delta T_{E1}} = \frac{1}{a} F_6(a) - F_6(o)$$

a ist ein Normierungsfaktor für die Störung der Kühlmitteltemperatur;
er ist frei wählbar.

Bei der Subtraktion dürfen nur die Real- und Imaginärteile der Frequenz-
gänge benutzt werden!

In Bild II-7 ist das Flußdiagramm für das Programm FREQUENZGANG A8 (08508)
dargestellt.

6.2 Eingabedaten

Datengruppe 1

M 1 = Steuerziffer 1

Es wird berechnet:

$$M 1 = 1 \quad F_0, F_G, (F_5, F_6)$$

$$M 1 = 2 \quad F_2, (F_3, F_4)$$

M 2 = Steuerziffer 2

M 2 = 1 die unter M 1 eingeklammerten Funktionen werden berechnet

M 2 = 2 die eingeklammerten Funktionen werden nicht berechnet

M 3 = Steuerziffer 3

M 3 = 1 für cosinusförmige Leistungsverteilung in axialer Richtung

M 3 = 2 für beliebige Leistungsverteilung

L = Anzahl der Datengruppen 5 für einen Rechenlauf.

Datengruppe 2

- XLD = Lebensdauer der schnellen Neutronen $[sec]$
(G(I), I = 1,6) = Zerfallskonstanten der verzögerten Neutronen $[1/sec]$
(BETA(I), I = 1,6) = Anteile der verzögerten Neutronen

Datengruppe 3

- H = Brennstablänge $[cm]$
RB = Brennstoffradius $[cm]$
RC = Canradius $[cm]$
RK = Kühlkanalradius $[cm]$
XLAB = Wärmeleitzahl des Brennstoffes $[W/°C cm]$
XLAC = Wärmeleitzahl des Canmaterials $[W/°C cm]$
ABC = Wärmeübergangszahl zwischen Brennstoff und Can $[W/cm^2 °C] = h_{BC}$
ACK = Wärmeübergangszahl zwischen Can und Kühlmittel $[W/cm^2 °C] = h_{CK}$
ROB = Dichte des Brennstoffs $[gr/cm^3]$
ROC = Dichte des Canmaterials $[gr/cm^3]$
ROK = Mittl. Dichte des Kühlmittels $[gr/cm^3]$
CB = Spez. Wärme des Brennstoffs $[Ws/gr °C]$
CC = Spez. Wärme des Canmaterials $[Ws/gr °C]$
CK = Mittl. spez. Wärme des Kühlmittels $[Ws/gr °C]$

Datengruppe 4a

- PMAX = Max. Stableistung $[W/cm]$
HE = Für die cosinusförmige Leistungsverteilung extrapolierte Brennstablänge $[cm]$

Datengruppe 4b

- (QZ(I), I = 1,5) = Anteil der in den 5 axialen Gebieten erzeugten Leistung
$$\sum_{i=1}^5 QZ(I) = 1$$

PO = QO = Gesamtleistung eines Brennelementes $[W]$

Datengruppe 5

- R 1 (7) = Realteil der Kühlmiteleintrittstemperaturstörung [$^{\circ}\text{C}$]
 normal = R 1 (7) = 0
 Kühlmittelstörung = R 1 (7) = a
- R 1 (14) = Imaginärteil der Kühlmittelstörung für alle hier beschriebenen Frequenzgänge R 1 (14) = 0
- W = Kühlmitteldurchsatz je Brennelement [gr/sec]
- ALFAB = Dopplerkoeffizient [$1/^{\circ}\text{C}$]
- ALFAC = Canmaterialkoeffizient [$1/^{\circ}\text{C}$]
- ALFAK = Kühlmittelkoeffizient [$1/^{\circ}\text{C}$]
- SMIN = Niedrigste Frequenz ω [$1/\text{sec}$]
- AS = Multiplikationsfaktor für die Frequenz innerhalb einer Dekade
 $1 \leq AS \leq 10$
 zweckmäßig: AS = 2
- LD = Anzahl der Dekaden, für die die Frequenzgänge berechnet werden sollen
- KENN = Kennziffer für eine Datengruppe 5

Für einen Lauf werden in Abhängigkeit von M 1 und M 3 folgende Datengruppen in der Reihenfolge steigender Kennzahlen benötigt:

M 1	M 3	1	2	3	4a	4b	5
1	1	x	x	x	x		x
1	2	x	x	x		x	x
2	1	x		x	x		x
2	2	x		x		x	x

Die Datengruppen 1 - 4 werden einmal, die Datengruppe 5 wird LD-mal benötigt.

Unterprogramme

- 02514 KINPOT (siehe Anhang)
 LINAL (siehe Kap.II.3.2)

6.3 Ausgabekennzeichnung

In Tabellenform werden in Abhängigkeit von ω Betrag, Phasenwinkel, Realteil und Imaginärteil der einzelnen Frequenzgänge dargestellt. Sie sind folgendermaßen gekennzeichnet:

$$FO \quad \hat{=} \quad F_0 = \frac{\delta k_{\text{rück}}}{\delta k_{\text{stör}}}$$

$$FG \quad \hat{=} \quad F_G = \frac{\Delta P}{\delta k_{\text{stör}}}$$

$$TMAXG \quad \hat{=} \quad F_5 = \frac{\Delta T_{\text{max}}}{\delta k_{\text{stör}}}$$

$$TA6 \quad \hat{=} \quad T_6 = \frac{\Delta T_{A5}}{\delta k_{\text{stör}}}$$

$$DKR \quad \hat{=} \quad F_2 = \frac{\delta k_{\text{rück}}}{\Delta P}$$

$$TMAX \quad \hat{=} \quad F_3 = \frac{\Delta T_{\text{max}}}{\Delta P}$$

$$TA \quad \hat{=} \quad F_4 = \frac{\Delta T_{A5}}{\Delta P}$$

Diesen Bezeichnungen sind Kennzeichen folgender Bedeutung angehängt:

- BE = Betrag
- PH = Phasenwinkel (Grad)
- RE = Realteil
- IM = Imaginärteil

Die Kennziffer erscheint am Ende einer Tabelle.

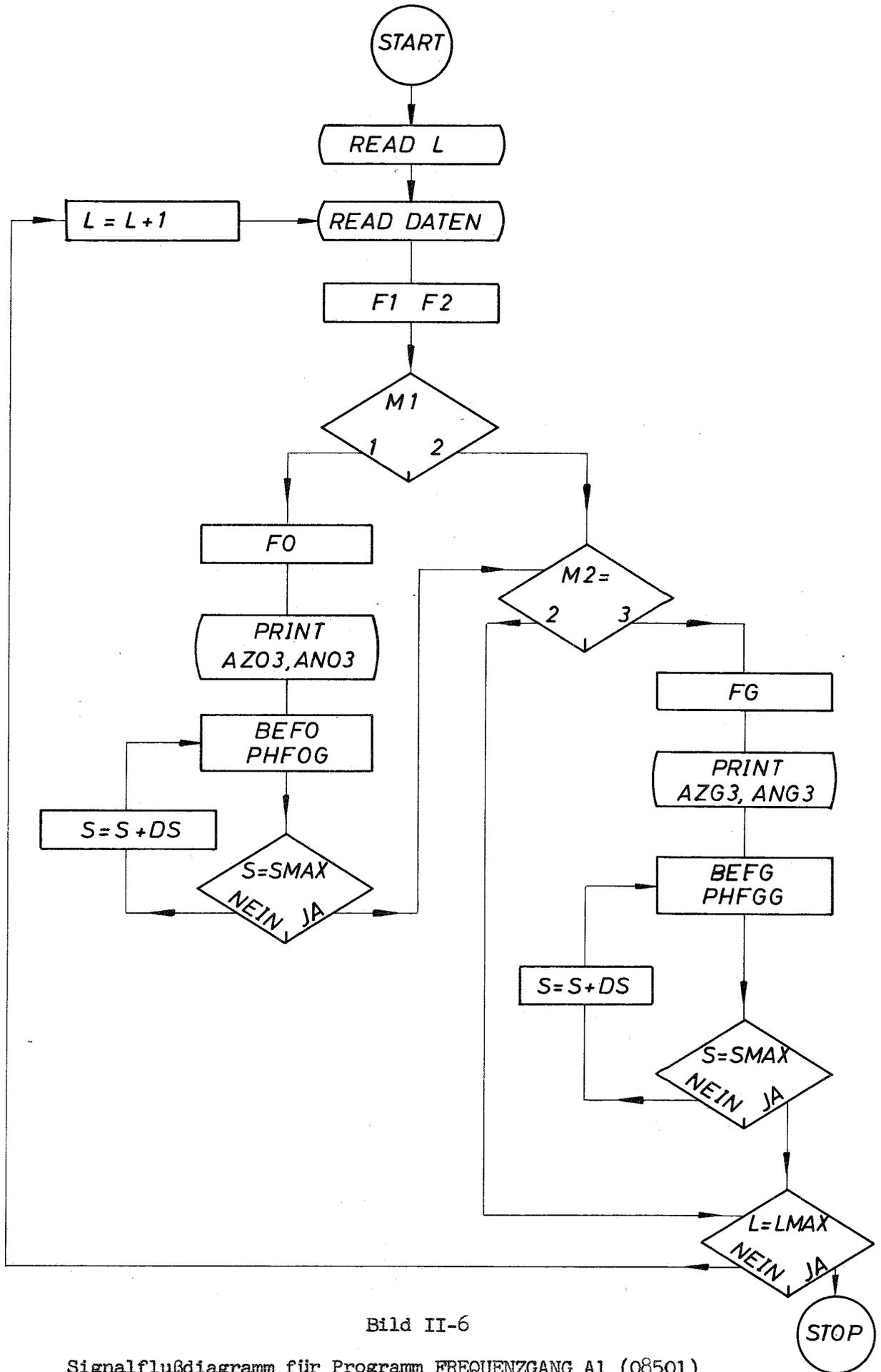


Bild II-6

Signalflußdiagramm für Programm FREQUENZGANG A1 (08501)

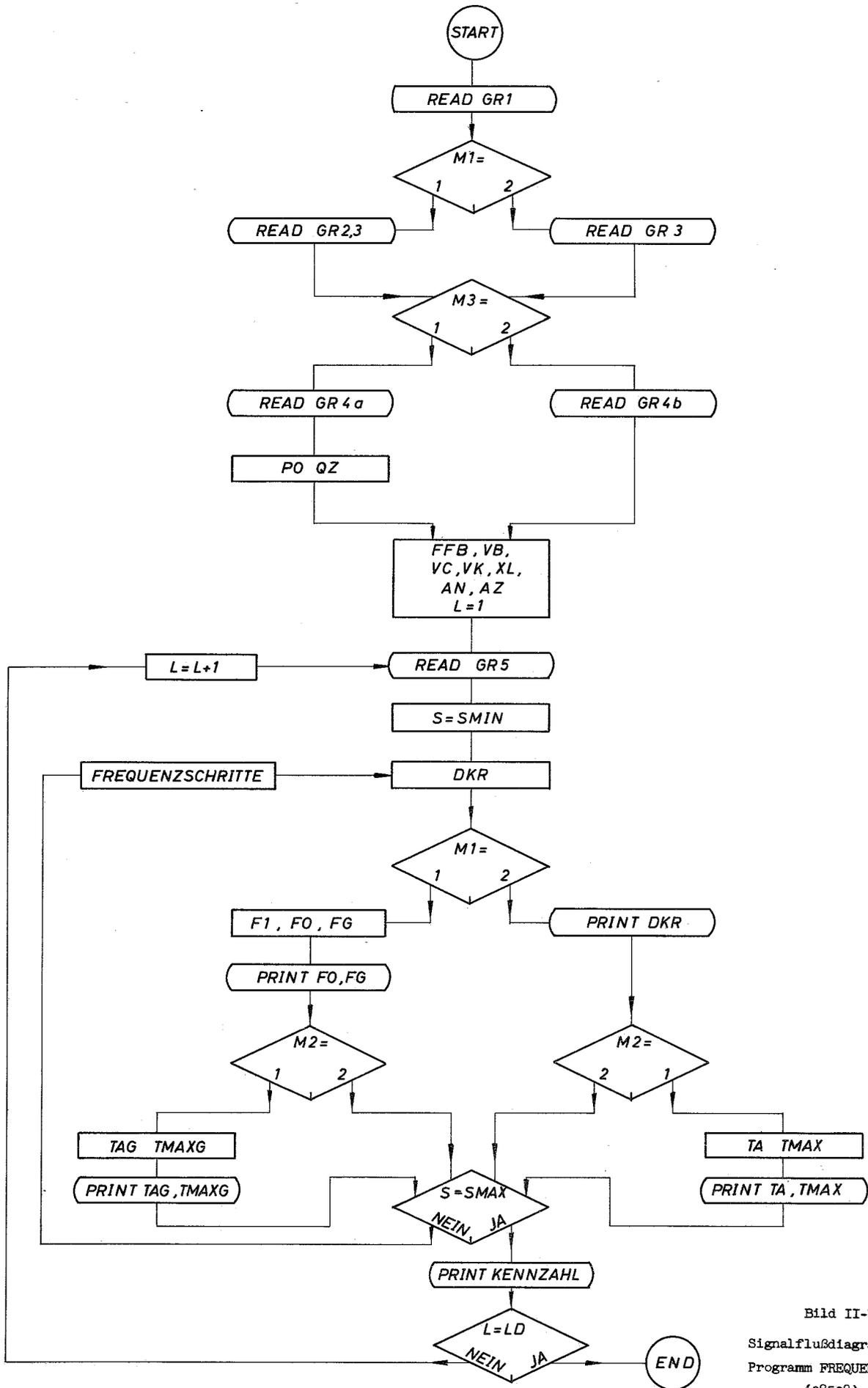


Bild II-7
 Signalflußdiagramm für
 Programm FREQUENZGANG A8
 (08508)

Symbole

A_D	Querschnitt der Rohrleitung auf der Druckseite der Pumpe	$[m^2]$
A_S	Querschnitt der Rohrleitung auf der Saugseite der Pumpe	$[m^2]$
$a_{i,k}$	Auf die Gesamtleistung bezogene, in der Zone i,k erzeugte Leistung	
C_i	Konzentration der i-ten Gruppe der verzögerten Neutronen	
$C_{i,k}$	Spezifische Wärme im Volumenelement $V_{i,k}$	$[Wsec/g^{\circ}C]$
C_p	Mittlere spezifische Wärme des Kühlmittels im Zwischenwärmeaustauscher (primärseitig)	$[Wsec/g^{\circ}C]$
g	Erdbeschleunigung	$[m/sec^2]$
H	Förderhöhe der Pumpe zur Zeit t	$[m \cdot kp/m]$
$H_{D/s}$	Statische Druckhöhe auf der Druckseite	$[m]$
$H_{D/f}$	Reibungsdruck ausgedrückt in Metern auf der Druckseite	$[m]$
$H_{s/s}$	Statische Druckhöhe auf der Saugseite	$[m]$
$H_{s/f}$	Reibungsdruck ausgedrückt in Metern auf der Saugseite	$[m]$
H_n	Förderhöhe der Pumpe bei stationärem Betrieb (Nennlast)	$[m]$
h_a	Länge des Brennelementes	$[cm]$
h_e	Extrapolierte Länge des Brennelementes	$[cm]$
h_{BC}	Wärmeübergangszahl Brennstoff - Can	$[W/cm^{\circ}C]$
h_{CK}	Wärmeübergangszahl Can - Kühlmittel	$[W/cm^{\circ}C]$
I	Trägheitsmoment aller rotierenden Teile	$[m \cdot kp \cdot sec^2]$
k	Vermehrungsfaktor	
L_D	Gesamte Rohrlänge auf der Druckseite der Pumpe	$[m]$
L_S	Gesamte Rohrlänge auf der Saugseite der Pumpe	$[m]$
L_i	Rohrlänge auf der Sekundärseite des ZW-Tauschers , zu dem primärseitig x_i gehört	$[cm]$
l	Mittlere Lebensdauer der prompten Neutronen	$[sec]$
M	Drehmoment der Pumpe	$[m \cdot kp]$
$m_{i,k}$	Masse der Zone i,k	$[g]$

N	Zahl der Rohre im ZW-Tauscher (sekundärseitig)	
n	Neutronenkonzentration	$[cm^{-3}]$
P_o	Stationäre Leistung eines Brennelementes	$[W]$
P_{max}^*	Maximale Stableistung	$[W/cm]$
Q	Volumendurchsatz des Kühlmittels zur Zeit t	$[m^3/sec]$
Q_n	Volumendurchsatz des Kühlmittels bei stationärem Betrieb (Nennlast)	$[m^3/sec]$
$R=r_c$	Radius des Brennelementes	$[cm]$
$R_{i,k/i,k+1}$	Wärmewiderstand zwischen den mittleren Temperaturen $T_{i,k}$ und $T_{i,k+1}$	$[^{\circ}C/W]$
$R_{i,2/i,1}$	Leitwiderstände zwischen den mittleren Temperaturen $\vartheta_{i,k}$ und $\vartheta_{i,k+1}$ bzw. $\vartheta_{i,k}$ und $\vartheta_{i,k-1}$ $k = 2,3$ $k = 2$	$[^{\circ}C/W]$
$R_{i,2/i,3}$		
$R_{i,3/i,4}$		
r_k	Radius des k-ten konz. Zylinderringes	$[cm]$
r_{pa}	Äußerer Radius der ZW-Tauscherhülle (vgl. Bild I-4)	$[cm]$
r_p	Innerer Radius der ZW-Tauscherhülle	$[cm]$
r_{sa}	Äußerer Radius eines ZW-Tauscher-Innenrohres	$[cm]$
r_s	Innerer Radius eines ZW-Tauscher-Innenrohres	$[cm]$
$S_{i,k}$	Leistungsdichte im Volumensegment $V_{i,k}$	$[W/cm^3]$
S_i	Mittlere Leistungsdichte im i-ten Segment	$[W/cm^3]$
S_m	Mittlere Leistungsdichte im Brennelement	$[W/cm^3]$
s	Laplace-Operator	
$T_{i,k}(t)$	Mittlere Temperatur des Volumenelementes $V_{i,k}$	$[^{\circ}C]$
t	Zeit	
$V_{i,1}$	Volumenelement der äußeren ZW-Tauscherhülle (i-te Zeile)	$[cm^3]$
$V_{i,2}$	Volumenelement des primären Natriums im ZW-Tauscher (i-te Zeile)	$[cm^3]$
$V_{i,3}$	Volumenelement eines Innenrohres im ZW-Tauscher (i-te Zeile)	$[cm^3]$

$V_{i,4}$	Volumenelement des sekundären Natriums (i-te Zeile)	[cm^3]
$V_{i,k}$	Volumenelement	[cm^3]
$V_{\text{ges B}}$	Gesamte Brennstoffvolumen im Brennelement	[cm^3]
$V_{\text{ges C}}$	Gesamtes Can-Volumen am Brennelement	[cm^3]
$V_{\text{ges K}}$	Gesamtes Kühlmittelvolumen im Brennelement-Kühlkanal	[cm^3]
V_{ME}	Volumen der Reaktoreintrittsmischkammer	[cm^3]
V_{MA}	Volumen der Reaktoraustrittsmischkammer	[cm^3]
v_D	Geschwindigkeit des Kühlmittels auf der Druckseite	[m/sec]
v_S	Geschwindigkeit des Kühlmittels auf der Saugseite	[m/sec]
v_m	Mittlere Kühlmittelgeschwindigkeit im Kühlkanal	[cm/sec]
$W_N(t)$	Kühlmitteldurchsatz pro Brennelement	[g/sec]
$W=W_{\text{No}}(t)$	Kühlmitteldurchsatz im stationären Betrieb (pro Brennelement)	[g/sec]
W_p	Massendurchsatz im Primärsystem	[g/sec]
W_{po}	Stationärer Massendurchsatz im Primärsystem	[g/sec]
W_s	Massendurchsatz im Sekundärsystem	[g/sec]
W_{so}	Stationärer Massendurchsatz im Sekundärsystem	[g/sec]
x_i	Länge eines Segmentes auf der Primärseite	[cm]
ΔZ_i	Länge des i-ten Brennelementsegmentes	[cm]
ΔP	Abweichung der Leistung vom stationären Zustand (P_0)	[W]
δ_k	Gesamte Reaktivität	
α_B	Doppler-Koeffizient	[Grad C^{-1}]
α_C	Canmaterial-Koeffizient	[Grad C^{-1}]
α_K	Kühlmittelkoeffizient	[Grad C^{-1}]
α_{STR}	Strukturmaterialkoeffizient	[Grad C^{-1}]
β	Gesamtanteil der verzögerten Neutronen	
β_i	Anteil der verzögerten Neutronen der i-ten Gruppe	

γ	Spezifisches Gewicht des Kühlmittels	$[\text{kp/m}^3]$		
θ_k	Temperatur an der Oberfläche des k-ten konz. Zylinderringes			
$\vartheta(r, t)$	Brennstofftemperatur am Orte r zur Zeit t	$[^\circ\text{C}]$		
$\vartheta_{i,k}(t)$	Temperatur im Volumenelement $V_{i,k}$	$[^\circ\text{C}]$		
λ_B	Thermische Leitfähigkeit im Brennstoff	$[\text{W/cm}^\circ\text{C}]$		
λ_C	Thermische Leitfähigkeit im Can	$[\text{W/cm}^\circ\text{C}]$		
λ	Thermische Leitfähigkeit	$[\text{W/cm}^\circ\text{C}]$		
λ_i	Zerfallskonstante der i-ten Gruppe	$[\text{sec}^{-1}]$		
$\lambda_{i,k}$	Thermische Leitfähigkeit im Volumenelement $V_{i,k}$	$[\text{W/cm}^\circ\text{C}]$		
ϱ	Dichte	$[\text{g/cm}^3]$		
$\varrho_{i,k}$	Dichte im Volumenelement $V_{i,k}$	$[\text{g/cm}^3]$		
$\varrho_{i,1}$ $\varrho_{i,4}$	Dichte im entsprechenden Volumenelement	$[\text{g/cm}^3]$		
ϱ_{ME}			Dichte des Kühlmittels in der Reaktoreintrittskammer	$[\text{g/cm}^3]$
ϱ_{MA}			Dichte des Kühlmittels in der Reaktoraustrittskammer	$[\text{g/cm}^3]$
ω			Winkelgeschwindigkeit	$[\text{sec}^{-1}]$

Literatur

- [1] D.Smidt et al.: Safety and Cost Analysis of a 1000 MWe Sodium Cooled Fast Power Reactor. KFK-Bericht 398, 1965
- [2] D.Smidt et al.: Systemanalyse eines 1000 MWe natriumgekühlten Schnellen Leistungsreaktors. PSB-Bericht 187/66, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1966
- [3] A.M.Weinberg, E.P.Wigner: The Physical Theory of Neutron Chain Reactors. The University of Chicago Press, 1958
- [4] M. Ash: Nuclear Reactor Kinetics. Mc.Graw-Hill, 1965
- [5] J.H. Bowen: Nuclear Reactors for Power Generation. Newnes, London, 1958
- [6] G.H.Freund et al.: Treat Reactor. Proc. U.N.Conf. Peaceful Uses of Atomic Energy 2nd, Geneva, 1958, 10
- [7] U.Grigull (Gröber/Erk): Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. Springer-Verlag, 1963
- [8] A.Schöne: Das dynamische Verhalten von Wärmeaustauschern und seine Beschreibung durch Näherungen. R.Oldenbourg, München-Wien, 1966
- [9] C.D.Morril: A Sub-audio Time Delay Circuit. IRE Trans.on Electronic Computers, EC-3(2), 1954
- [10] J.G.Truxal: Entwurf automatischer Regelsysteme. Oldenbourg-Verlag, München, 1960
- [11] C.P.Kittredge: Transaction ASME, 8, 1956
- [12] D.Burgreen: Nuclear Science and Engineering 6, 1959
- [13] W.Merk: Einfluß des Wärmewiderstandes auf das Kühlmittelsieden. Noch nicht veröffentlichte Untersuchungen, 1965

- [14] S.Glasstone, M.Edlund: Kernreaktortheorie. Springer-Verlag, 1961
- [15] G.Doetsch: Lehrbuch der Laplace-Transformation Bd. 1,
Birkenhäuser-Verlag, Basel, 1955
- [16] R.C.Oldenbourg, H.Sartorius: Dynamik selbsttätiger Regelungen.
Oldenbourg-Verlag, München, 1951
- [17] A.Leonhard: Die selbsttätige Regelung. Verlag Springer, Berlin, 1957
- [18] W.Oppelt: Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge.
Verlag Chemie GmbH, Weinheim
- [19] R.Oldenburger: Frequency-response data presentation, standards
and design data. Trans. ASME 76, 1955, S. 1155
- [20] H.W.Bode: Network analysis and feed-back amplifier design.
Van Nostrand, New York, 1945
- [21] K.Küpfmüller: Einführung in die theoretische Elektrotechnik.
6. Aufl. 1959, S.443, Springer-Verlag

A n h a n g

FORTRAN - Listen

der Programme FREQUENZGANG A 8 und FREQUENZGANG A 1
mit Unterprogrammen

```
*USER IRE,FRISCH
C PROGRAMM FREQUENZGANG A1 08501
C BERECHNET DEN FREQUENZGANG FO DES OFFENEN UND FG DES GESCHLOSSE
C NEN KREISES,DER SICH ZUSAMMENSETZT AUS DER REAKTORKINETIK(F1)
C UND DEN TEMPERATURRUECKWIRKUNGEN(F2).
C
C REAKTORKINETIK
C LINEARISIERTE GLEICHUNGEN,6 GRUPPEN VERZOEGERTER NEUTRONEN
C TEMPERATURRUECKWIRKUNG
C KEINE ACHSIALE CORETEILUNG,RADIAL AUFTEILUNG IN 3 ZONEN
C (BRENNSTOFF,CAN,KUEHLMITTEL)
C
C ERGEBNISSE
C FO=REAKTIVITAET DURCH TEMPERATURKOEFF./PRIMAERE REAKTIVITAET
C FG=LEISTUNG JE BRENNELEMENT/ PRIMAERE REAKTIVITAET
C BETRAG UND PHASE IM GRADMASS WERDEN IN ABHAENIGKEIT
C VON DER FREQUENZ BERECHNET
C EINGABEDATEN
C L=ANZAHL DER DATENSAETZE FUER EINEN LAUF
C XL=NEUTRONENLEBENSDAUER(SEK)
C K=ANZAHL DER GRUPPEN VERZOEGERTER NEUTRONEN
C G(I)=ZERFALLSKONSTANTEN DER VERZOEGERTEN NEUTRONEN(1/SEK)
C BETA(I)=ANTEIL DER VERZOEGERTEN NEUTRONEN
C XLBC=WAERMEUEBERGANGSLEITWERT BRENNSTOFF/CAN (W/GRADC)
C XLCK=WAERMEUEBERGANGSLEITWERT CAN/KUEHLMITTEL (W/GRADC)
C QK=KUEHLMITTELDURCHSATZ (GR/SEK) =
C XMB=MASSE BRENNSTOFF (GR)
C XMC=MASSE CAN (GR)
C XMK=MASSE KUEHLMITTEL (GR)
C AB= ANTEIL DER IM BRENNSTOFF ERZEUGTEN LEISTUNG
C AC= ANTEIL DER IM CAN ERZEUGTEN LEISTUNG
C AK= ANTEIL DER IM KUEHLMITTEL ERZEUGTEN LEISTUNG
C CB= SPEZ. WAERME DES BRENNSTOFFS ( WS/GR*GRADC)
C CC=SPEZ. WAERME DES CANS (WS/GR*GRADC)
C CK=SPEZ. WAERME DES KUEHLMITTELS (WS/GR*GRADC)
C ALFAB=DOPPLERKOEFFIZIENT (1/GRADC)
C ALFAC= TEMPERATURKOEFFIZIENT DES CANS (1/GRADC)
C ALFAK= TEMPERATURKOEFFIZIENT DES KUEHLMITTELS (1/GRADC)
C WO= GESAMTLEISTUNG EINES BRENNELEMENTES (W)
C SMIN=NIEDRIGSTE FREQUENZ (1/SEK)
C DS = FREQUENZSCHRITT (1/SEK)
C SMAX=HOECHSTE FREQUENZ (1/SEK)
C KENN= VIERSTELLIGE KENNZAHLE DES DATENSATZES
C M1=KENNZIFFER ZUR BERECHNUNG VON FO
C M1=1 FO WIRD BERECHNET
C M1=2 FO WIRD NICHT BERECHNET
C M2=KENNZIFFER ZUR BERECHNUNG VON FG
C M2=3 FG WIRD BERECHNET
C M2=2 EG WIRD NICHT BERECHNET
C DIMENSION G(12),BETA(12),AZ1(20),AN1(20),AZ2(20),AN2(20),AZO3(40),
C IANO3(40),AZG3(40),ANG3(40)
C READ INPUT TAPE 8,100,L
C DO 7 LO=1,L
C READ INPUT TAPE 8,100,XL,K,(G(I),I=1,6),(BETA(I),I=1,6),XLBC,XLCK,
C 1QK,XMB,XMC,XMK,AB,AC,AK,CB,CC,CK,ALFAB,ALFAC,ALFAK,W0,SMIN,DS,SMAX
C 2,KENN,M1,M2
C BESTIMMUNG VON F1
C CALL KINPOT(XL,K,G,BETA,MZ1,AZ1,MN1,AN1)
C BESTIMMUNG VON F2
C A22=AB/XLBC
```

```
A33=AC/(XLBC+XLCK)
A44=AK/(XLCK+2.*QK*CK)
C33=XLBC/(XLBC+XLCK)
C44=XLCK/(XLCK+2.*QK*CK)
B33=XLCK/(XLBC+XLCK)
T22=(XMB*CB)/XLBC
T33=(XMC*CC)/(XLBC+XLCK)
T44=(XMK*CK)/(XLCK+2.*QK*CK)
G11=(ALFAB*B33-ALFAK*C33)*(A44-A22*C44)
G22=ALFAB*A33+ALFAC*A22*C33
G33=ALFAC*B33*A44+ALFAK*A33*C44
G44=ALFAB*A22
G55=ALFAC*A33
G66=ALFAK*A44
MZ2=2
MN2=3
AZ2(3)=G11+G22+G33+G44+G55+G66
AZ2(2)=T22*(G33+G55+G66)+T33*(G44+G66)+T44*(G22+G44+G55)
AZ2(1)=G44*T33*T44+G55*T22*T44+G66*T22*T33
AN2(4)=1.-C44*B33-C33
AN2(3)=T33+T44*(1.-C33)+T22*(1.-C44*B33)
AN2(2)=T44*(T22+T33)+T22*T33
AN2(1)=T44*T33*T22
X=0.
```

```
DO 1 I=1,MN1
1 AZ1(I)=AZ1(I)*WO
C BESTIMMUNG VON FO
GO TO(2,4),M1
2 CALL UETRAG(M1,MZ1,AZ1,MN1,AN1,MZ2,AZ2,MN2,AN2,MZ03,AZ03,MN03,AN03
1)
PRINT 100,KENN
100 FORMAT(1H1,1X,9HKENNZAH1 I5)
PRINT 101
101 FORMAT(1HL,50H ZAEHLERKOEFF.(AZ03) UND NENNERKOEFF.(AN03) VON FO)
DO 200 I1=1,15
200 PRINT 102,I1,AZ03(I1),I1,AN03(I1)
102 FORMAT(1HJ,4X,5HAZ03(I3,2H)=E13.6,3X,5HAN03(I3,2H)=E13.6)
PRINT 103
103 FORMAT(1HL,53H BETRAG(BEFO) UND PHASE IM GRADMASS (PHFOG) VON FO(S
1)/1HK,6X,5HOMEGA,7X,4HBEFO,9X,5HPHFOG)
S=SMIN
3 CALL POTREI(MZ03,X,S,AZ03,UZO,VZO)
CALL POTREI(MN03,X,S,AN03,UNO,VNO)
BEFO=SQRTF(UZO**2+VZO**2)/SQRTF(UNO**2+VNO**2)
PHFOB=ATANF(VZO/UZO)-ATANF(VNO/UNO)
PHFOG=PHFOB*(180./3.14159)
IF(UZO)301,301,302
301 IF(UNO)303,303,304
302 IF(UNO)304,304,303
304 PHFOG=PHFOG+180.
303 PRINT 104,S,BEFO,PHFOG
104 FORMAT(1HJ,1X,3E13.6)
S=S+DS
IF(SMAX-S)4,3,3
C BESTIMMUNG VON FG
4 GO TO (7,7,5),M2
5 CALL UETRAG(M2,MZ1,AZ1,MN1,AN1,MZ2,AZ2,MN2,AN2,MZG3,AZG3,MNG3,ANG3
1)
PRINT 105
105 FORMAT(1HL,50H ZAEHLERKOEFF.(AZG3) UND NENNERKOEFF.(ANG3) VON FG)
DO 201 I2=1,15
```

```
201 PRINT 106,I2,AZG3(I2),I2,ANG3(I2)
106 FORMAT(1HJ,4X,5HAZG3(I3,2H)=E13.6,3X,5HANG3(I3,2H)=E13.6)
PRINT 107
107 FORMAT(1HL,53H BETRAG(BEFG) UND PHASE IM GRADMASS (PHFGG) VON FG(S
1)/1HK,6X,5HOMEGA,7X,4HBEFG,9X,5HPHFGG)
S=SMIN
6 CALL POTREI(MZG3,X,S,AZG3,UZG,VZG)
CALL POTREI(MNG3,X,S,ANG3,UNG,VNG)
BEFG=SQRTF(UZG**2+VZG**2)/SQRTF(UNG**2+VNG**2)
PHFGB=ATANF(VZG/UZG)-ATANF(VNG/UNG)
PHFGG=PHFGB*(180./3.14159)
IF(UZG)401,401,402
401 IF(UNG)403,403,404
402 IF(UNG)404,404,403
404 PHFGG=PHFGG+180.
403 PRINT 108,S,BEFG,PHFGG
108 FORMAT(1HJ,1X,3E13.6)
S=S+DS
IF(SMAX-S)7,6,6
7 CONTINUE
CALL EXIT
```

```
*USER IRE,FRISCH
C PROGRAMM FREQUENZGANG A8 08508
C BERECHNET FOLGENDE FREQUENZGAENGE
C RUECKWIRKENDE REAKTIVITAET,MAXIMALE BRENNSTOFFTEMPERATURAENDERUNG
C UND KUEHLMITTELAUSTRITTSTEMPERATURAENDERUNG IN ABHAENGIGKEIT
C VON DER LEISTUNGSAENDERUNG,
C LEISTUNGSAENDERUNG,MAXIMALE BRENNSTOFFTEMPERATURAENDERUNG
C UND KUEHLMITTELTEMPERATURAENDERUNG
C IN ABHAENGIGKEIT VON DER REAKTIVITAETSAENDERUNG (GESCHLOSSENER
C KREIS),AENDERUNG DER RUECKWIRKENDEN REAKTIVITAET IN ABHAENGIG-
C KEIT VON DER AENDERUNG DER EINGANGSREAKTIVITAET (OFFENER
C KREIS).
DIMENSION G(6),BETA(6),XL(6),A(14,14),AZ1(8),AN1(8),QZ(5),FELD(14,
114),R1(14),R2(14),R3(14),R4(14),R5(14),T1(14),T2(14),T3(14),T4(14)
2,T5(14),Z(5,6),FFB(5),QA(5)
READ INPUT TAPE 8,100,M1,M2,M3,L
PI=3.14159265
GO TO (1,2),M1
1 READ INPUT TAPE 8,100,XLD,(G(I),I=1,6),(BETA(I),I=1,6),H,RB,RC,RK,
1XLAB,XLAC,ABC,ACK,ROB,ROC,ROK,CB,CC,CK
PRINT 100
100 FORMAT(1HL,7X,5HOMEGA,8X,4HFOBE,8X,4HFOPH,8X,4HFORE,8X,4HFOIM,8X,4
1HFGBE,8X,4HFGPH,8X,4HFGRE,8X,4HFGIM)
GO TO (81,3),M2
81 PRINT 106
106 FORMAT(1HJ,25X,5HTAGBE,7X,5HTAGPH,7X,5HTAGRE,7X,5HTAGIM,5X,7HTMAXG
1BE,5X,7HTMAXGPH,5X,7HTMAXGRE,5X,7HTMAXGIM)
GO TO 3
2 READ INPUT TAPE 8,100,H,RB,RC,RK,XLAB,XLAC,ABC,ACK,ROB,ROC,ROK,
1CB,CC,CK
PRINT 102
102 FORMAT(1HL,7X,5HOMEGA,7X,5HDKRBE,7X,5HDKRPH,7X,5HDKRRE,7X,5HDKRIM)
GO TO (83,3),M2
83 PRINT 101
101 FORMAT(1HJ,26X,4HTABE,8X,4HTAPH,8X,4HTARE,8X,4HTAIM,6X,6HTMAXBE,6X
1,6HTMAXPH,6X,6HTMAXRE,6X,6HTMAXIM)
3 GO TO (401,402),M3
401 READ INPUT TAPE 8,100,PMAX,HE
QO=(PMAX*HE*2.*SINF(0.5*PI*H/HE))/PI
XH=PI*H/HE
AIN1=SINF(XH*0.5)
AIN2=SINF(XH*0.3)
AIN3=SINF(XH*0.1)
QA(1)=AIN1-AIN2
QA(2)=AIN2-AIN3
QA(3)=2.*AIN3
QA(4)=QA(2)
QA(5)=QA(1)
QAS=QA(1)+QA(2)+QA(3)+QA(4)+QA(5)
DO 404 I=1,5
404 QZ(I)=QA(I)/QAS
GO TO 403
402 READ INPUT TAPE 8,100,(QZ(I),I=1,5),QO
403 DO 405 I=1,5
405 FFB(I)=(QZ(I)*5.)**2
VB=(RB**2)*PI*H*0.05
VC=(RC**2 -RB**2)*PI*H*0.2
VK=(RK**2-RC**2)*PI*H*0.2
C WAERMEUEBERGANGSWERTE
XL(1)=0.8*PI*XLAB*H
```

```
XL(2)=2.*XL(1)
XL(3)=3.*XL(1)
XR=(RB**2)/(RC**2-RB**2)
RW41=RB**2/(128.*XLAB*VB)-(RC**2*XR*LOGF(RB/RC)+0.5*RB**2)/(8.*XLA
1C*VB)
RW42=2.5/(ABC*PI*RB*H)
XL(4)=1./(RW41+RW42)
RW51=((0.5-XR*LOGF(RC/RB))*RB**2)/(8.*XLAC*VB)
RW52=2.5/(ACK*PI*RC*H)
XL(5)=1./(RW52+RW51)
DO 88 LO=1,L
READ INPUT TAPE 8,100,R1(7),R1(14),W,ALFAB,ALFAC,ALFAK,SMIN,AS,
ILD,KENN
TT=ROK*VK/W
C   BERECHNUNG DER AN1(I) UND AZ1(I)
CALL KINPOT (XLD,6,G,BETA,MZ1,AZ1,MN1,AN1)
DO 53 I=1,7
53  AZ1(I)=AZ1(I)*QO
C   FESTLEGUNG DER FREQUENZSCHRITTE
DO 55 LS=1,LD
S=(SMIN*10.**LS)*0.1
S1=S
C   BERECHNUNG VON DKR
54  XL(6)=2.*W*CK
A(1,1)=XL(1)
A(8,8)=XL(1)
A(6,7)=-XL(6)
A(13,14)=A(6,7)
A(12,5)=ROC*VC*CC*S
A(13,6)=ROK*VK*CK*S
A(5,12)=-A(12,5)
A(6,13)=-A(13,6)
A(7,7)=1.
A(7,14)=-TT*S
A(14,7)=-A(7,14)
A(14,14)=1.
DO 4 I=2,6
A(I,I-1)=-XL(I-1)
A(I,I)=XL(I-1)+XL(I)
A(I-1,I)=-XL(I-1)
A(I+7,I+6)=-XL(I-1)
A(I+7,I+7)=A(I,I)
4  A(I+6,I+7)=-XL(I-1)
DO 6 I=1,4
A(I,I+7)=-ROB*VB*CB*S
A(I+7,I)=-A(I,I+7)
R1(I)=0.25*QZ(1)
R2(I)=0.25*QZ(2)
R3(I)=0.25*QZ(3)
R4(I)=0.25*QZ(4)
6  R5(I)=0.25*QZ(5)
CALL LINAL(A,14,14,FELD,R1,1,14,T1)
R2(7)=2.*T1(6)-T1(7)
R2(14)=2.*T1(13)-T1(14)
CALL LINAL(A,14,14,FELD,R2,1,14,T2)
R3(7)=2.*T2(6)-T2(7)
R3(14)=2.*T2(13)-T2(14)
CALL LINAL(A,14,14,FELD,R3,1,14,T3)
R4(7)=2.*T3(6)-T3(7)
R4(14)=2.*T3(13)-T3(14)
CALL LINAL(A,14,14,FELD,R4,1,14,T4)
```

```
R5(7)=2.*T4(6)-T4(7)
R5(14)=2.*T4(13)-T4(14)
CALL LINAL(A,14,14,FELD,R5,1,14,T5)
DO 9 I=1,5
DO 8 K=1,4
8 Z(I,K)=ALFAB*0.05*FFB(I)
Z(I,5)=ALFAC*0.2
9 Z(I,6)=ALFAK*0.2
DKRIM=0.
DKRRE=0.
DO 10 K=1,6
DKRRE=DKRRE+T1(K)*Z(1,K)+T2(K)*Z(2,K)+T3(K)*Z(3,K)
1+T4(K)*Z(4,K)+T5(K)*Z(5,K)
10 DKRIM=DKRIM+T1(K+7)*Z(1,K)+T2(K+7)*Z(2,K)+T3(K+7)*Z(3,K)
1+T4(K+7)*Z(4,K)+T5(K+7)*Z(5,K)
DKRBE=SQRTF(DKRRE**2+DKRIM**2)
DKRPH=(ATANF(DKRIM/DKRRE))*(180./3.14159)
IF(DKRRE)300,300,301
300 DKRPH=DKRPH+180.
301 TARE=2.*T5(6)-T5(7)
TAIM=2.*T5(13)-T5(14)
GO TO (57,56),M1
56 PRINT 202,S,DKRBE,DKRPH,DKRRE,DKRIM
202 FORMAT(1HJ,5E12.5)
GO TO (58,59),M2
58 TABE=SQRTF(TARE**2+TAIM**2)
TAPH=(ATANF(TAIM/TARE))*(180./3.14159)
IF(TARE)302,302,303
302 TAPH=TAPH+180.
303 TZBE=SQRTF(T3(1)**2+T3(8)**2)
TZPH=(ATANF(T3(8)/T3(1)))*(180./3.14159)
C TZ ENTSpricht IN DER AUSGABETABELLE TMAX
IF(T3(1))304,304,305
304 TZPH=TZPH+180.
305 PRINT 103,TABE,TAPH,TARE,TAIM,TZBE,TZPH,T3(1),T3(8)
103 FORMAT(1HJ,18X,8E12.5)
GO TO 59
C BESTIMMUNG VON F1
57 XZ1IM=(AZ1(6)-(AZ1(4)-AZ1(2)*S**2)*S**2)*S
XZ1RE=AZ1(7)-(AZ1(5)-(AZ1(3)-AZ1(1)*S**2)*S**2)*S**2
XN1RE=(-AN1(6)+(AN1(4)-AN1(2)*S**2)*S**2)*S**2
XN1IM=(AN1(7)-(AN1(5)-(AN1(3)-AN1(1)*S**2)*S**2)*S**2)*S
IF(S-100.)13,13,12
12 XZ1RE=XZ1RE*1.E-10
XZ1IM=XZ1IM*1.E-10
XN1RE=XN1RE*1.E-10
XN1IM=XN1IM*1.E-10
13 XN=XN1RE**2+XN1IM**2
FIRE=(XZ1RE*XN1RE+XZ1IM*XN1IM)/XN
FLIM=(XZ1IM*XN1RE-XZ1RE*XN1IM)/XN
C BESTIMMUNG VON FO UND FG
FORE=FIRE*DKRRE-FLIM*DKRIM
FOIM=FLIM*DKRRE+FIRE*DKRIM
FOBE=SQRTF(FORE**2+FOIM**2)
FOPH=(ATANF(FOIM/FORE))*(180./3.14159)
IF(FORE)306,306,307
306 FOPH=FOPH+180.
307 XFG=(1.-FORE)**2+FOIM**2
FGRE=(F1RE*(1.-FORE)-F1IM*FOIM)/XFG
FGIM=(F1IM*(1.-FORE)+F1RE*FOIM)/XFG
FGBE=SQRTF(FGRE**2+FGIM**2)
```

```
      FGPH=(ATANF(FGIM/FGRE))*(180./3.14159)
      IF(FGRE)308,308,309
308  FGPH=FGPH+180.
309  PRINT 104,S,FOBE,FOPH,FORE,FOIM,FGBE,FGPH,FGRE,FGIM
104  FORMAT(1HJ,9E12.5)
      GO TO (89,59),M2
      89  TAGRE=FGRE*TARE-FGIM*TAIM
          TAGIM=FGIM*TARE+FGRE*TAIM
          TMAXR=FGRE*T3(1)-FGIM*T3(8)
          TMAXI=FGRE*T3(8)+FGIM*T3(1)
          TAGBE=SQRTF(TAGRE**2+TAGIM**2)
          TAGPH=(ATANF(TAGIM/TAGRE))*(180./3.14159)
          IF(TAGRE)310,310,311
310  TAGPH=TAGPH+180.
311  TMAXB=SQRTF(TMAXR**2+TMAXI**2)
          TMAXP=(ATANF(TMAXI/TMAXR))*(180./3.14159)
          IF(TMAXR)312,312,313
312  TMAXP=TMAXP +180.
313  PRINT 103,TAGBE,TAGPH,TAGRE,TAGIM,TMAXB,TMAXP,TMAXR,TMAXI
      59  S=S*AS
          IF(S-10.*S1)54,55,55
      55  CONTINUE
      88  PRINT 105,KENN
105  FORMAT(1HT,19HERGEBNISSATZ 08508/,I4)
      CALL EXIT
```

*USER IRE, SCHLECHTENDAHL

C KINETISCHE GLEICHUNGEN IN POTENZREIHENDARSTELLUNG

02514

```
SUBROUTINE KINPOT(PL,II,GAM,BETA,MZ,AZ,MN,AN)
DIMENSION GAM(12),BETA(12),AZ(20),AN(20)
MN=II+1
MZ=II
AN(1)=0.
AZ(1)=1.
DO1 I=1,II
AN(I+1)=0.
AN(I+2)=0.
AZ(I+1)=0.
DO1 K=1,I
J=I-K
AN(J+2)=AN(J+1)*GAM(I)+AN(J+2)+BETA(I)*AZ(J+1)
1 AZ(J+2)=AZ(J+1)*GAM(I)+AZ(J+2)
DO2 J=1,MN
2 AN(J)=AN(J)+PL*AZ(J)
RETURN
```

C BERECHNUNG KOMPLEXER POTENZREIHEN

02515

```
SUBROUTINE PCTREI(M,X,Y,A,U,V)
DIMENSION A(100)
U=A(1)
V=0.
IF(M)1,2,3
3 DO4 J=1,M
RE=U*X-V*Y
V=U*Y+V*X
4 U=RE+A(J+1)
2 RETURN
1 TYPE5,M
5 FORMAT(1X,6HPOTREI,I12)
CALL EXIT
```

C MULTIPLIKATION KOMPLEXER POTENZREIHEN

02516

```
SUBROUTINE MULREI(N1,A1,N2,A2,N3,A3)
DIMENSION A1(100),A2(100),A3(200)
M1=N1+1
M2=N2+1
N3=N1+N2
K=N3+1
DO1 J=1,K
1 A3(J)=0.
DO2 J=1,M1
DO2 I=1,M2
K=I+J-1
2 A3(K)=A3(K)+A1(J)*A2(I)
RETURN
```

```
C   UEBERTRAGUNGSFUNKTION 1SERIE 2PARALLEL 3RUECKFUEHRGLIED 02518
SUBROUTINE UETRAG(M,NZ1,AZ1,NN1,AN1,NZ2,AZ2,NN2,AN2,
1NZ3,AZ3,NN3,AN3)
DIMENSION AZ1(100),AZ2(100),AZ3(200),AN1(100),AN2(100),AN3(200)
K=M-2
IF(1-XABSF(K))1,2,2
1 TYPE3,M
3 FORMAT(1X,8HUETRAG M,I12)
CALL EXIT
2 IF(K)5,4,5
4 CALL MULREI(NZ1,AZ1,NN2,AN2,NZ3,AZ3)
CALL MULREI(NZ2,AZ2,NN1,AN1,NN3,AN3)
L=NZ3-NN3
IF(L)8,9,9
9 I=NN3+1
DO10 J=1,I
J1=J+L
10 AZ3(J1)=AZ3(J1)+AN3(J)
GO TO 13
8 I=NZ3+1
L=-L
DO11 J=1,I
J1=J+L
11 AN3(J1)=AN3(J1)+AZ3(J)
DO12 J=1,J1
12 AZ3(J)=AN3(J)
13 NZ3=XMAXOF(NN3,NZ3)
5 CALL MULREI(NN1,AN1,NN2,AN2,NN3,AN3)
IF(K)6,30,6
6 CALL MULREI(NZ1,AZ1,NZ2,AZ2,NZ3,AZ3)
IF(K)30,1,7
7 L=NN3-NZ3
IF(L)15,14,14
14 I=NZ3+1
DO16 J=1,I
J1=J+L
16 AN3(J1)=AN3(J1)-AZ3(J)
GO TO 19
15 L=-L
I=NN3+1
DO17 J=1,I
J1=J+L
17 AZ3(J1)=-AN3(J)+AZ3(J1)
DO18 J=1,J1
18 AN3(J)=-AZ3(J)
19 NN3=XMAXOF(NZ3,NN3)
CALL MULREI(NZ1,AZ1,NN2,AN2,NZ3,AZ3)
30 RETURN
```