

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM**

**KARLSRUHE**

Januar 1967

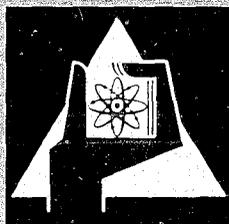
KFK 539/I  
EUR 3951 d

Institut für Reaktorentwicklung

Struktur-, Ausdehnungs- und Verbiegungseffekte im schnellen Reaktor

Teil I: Theoretische Überlegungen

Y. S. Hoang



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Januar 1967

KFK 539/I

EUR 3951 d

Institut für Reaktorentwicklung

STRUKTUR-AUSDEHNUNGS-  
UND VERBIEGUNGSEFFEKTE  
IM SCHNELLEN REAKTOR \* )

Teil I

Theoretische Überlegungen

Y.S.Hoang

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

---

\* ) Diese Arbeit wurde im Rahmen der Assoziation zwischen der Europäischen Atomgemeinschaft und der Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe auf dem Gebiet der schnellen Reaktoren durchgeführt.



## Inhaltsverzeichnis:

|  | <u>Seite:</u> |
|--|---------------|
| 1. Einleitung  | 1             |
| 1.1 Annahmen für die Berechnungsgrundlagen   | 2             |
| 2. Berechnung des Temperaturfeldes im Reaktor  | 4             |
| 3. Berechnung der Biegelinie der Subassemblyachse  | 8             |
| 3.1 Axiale Trägheitsmomente und Widerstandsmomente   | 8             |
| 3.2 Biegelinie eines Balkensystems bei Belastung durch eine Einheitskraft                                  | 10            |
| 3.2.1 Fall 1 : der einseitig eingespannte Balken   | 11            |
| 3.2.2 Fall 2 : der beidseitig eingespannte Balken  | 15            |
| 3.3 Einspannverhältnisse des Subassemblys  | 19            |
| 3.4 Biegelinie einer Subassemblyachse hervorgerufen durch eine auf einen Fixierpunkt wirkende Querkraft    | 22            |
| 3.5 Berechnung der Einflußzahlen   | 24            |
| 3.6 Biegelinie hervorgerufen durch einen Temperaturgradienten  | 26            |
| 4. Berechnung der radialen Verschiebungslinien der Subassemblyfaser bei Belastung durch das Temperaturfeld | 30            |
| 4.1 Verbiegung der Subassemblyachse  | 31            |
| 4.1.1 Verbiegung durch reine Temperaturexpansion   | 31            |
| 4.1.2 Verbiegung durch den Temperaturgradienten  | 33            |
| 4.2 Die Querdehnung der axialen Subassemblyfaser   | 34            |
| 5. Berechnung der Biegespannungen in den Subassemblywänden   | 38            |
| 6. Berechnung der Reaktivitätsänderung   | 40            |
| 7. Zusammenfassung   | 44            |
| Anhang 1   | 45            |
| Bezeichnung für die Formeln  | 47            |
| Literaturverzeichnis   | 50            |



## 1. Einleitung

Bei Leistungsbetrieb stellt sich im Reaktor eine ortsabhängige Leistungsverteilung und hieraus folgend ein ortsabhängiges Temperaturfeld ein. Leistungsänderungen werden den Reaktor daher über eine Änderung der Kühlmittel- und Strukturtemperaturen verformen.

Diese Verformungen bewirken dann dadurch, daß bestimmte Materialien in Gebiete höheren oder geringeren Einflusses gelangen, eine Änderung des Multiplikationsfaktors.

Die Bedeutung dieser Verformungseffekte wurde zuerst nach dem EBR I-Unfall richtig erkannt, bei dem sich die Core-Brennelemente durch den falschen konstruktiven Aufbau zur Coremitte hin verbiegen konnten und so einen positiven Reaktivitätszuwachs verursachten, der zum Niederschmelzen des Cores führte. Diese Tatsachen wurden dann beim Bau des Enrico Fermi Fast Breeder Reaktors der Anlaß zu genaueren theoretischen Studien von Storrer und Doyle (3). Sie bestimmten die Verbiegungen der Brennelemente, aus deren Einspann- und Auflagerbedingungen und aus dem Temperatur- und Temperaturgradientenfeld des Reaktors und behandelten die dabei auftretenden Materialverschiebungen innerhalb des Neutronenfeldes mit der Störungstheorie. Der zeitliche Reaktivitätsverlauf ergibt sich dabei aus:

$$\rho(t) = \int_{\text{Reaktor}} \sum_{m=1}^M \eta_m(\vec{r}, t) \cdot \text{grad } D_m(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

wobei  $\rho(t)$  die Reaktivität,  $\eta_m(\vec{r}, t)$  die örtliche Verschiebung des Materials  $m$  zur Zeit  $t$ ,  $D_m(\vec{r})$  der örtliche Dangerkoeffizient des Materials  $m$  bedeuten.

In der vorliegenden Arbeit werden diese Grundlagen übernommen und auf die speziellen Verhältnisse eines 1000 MW<sub>e</sub> schnellen Brutreaktors angewandt. Dabei werden mit Hilfe eines elektronischen Rechenprogrammes Parameterstudien durchgeführt, die es erlauben, eine optimale Lage der Stützscheiben an den Subassemblykasten zu bestimmen. Außerdem werden die Reaktivitätskoeffizienten für die Verbiegung für alle möglichen quasistationären Leistungszustände des Reaktors bestimmt.

## 1.1 Annahmen für die Berechnungsgrundlagen

Folgende Annahmen werden für die nachfolgend beschriebenen Berechnungsgrundlagen gemacht:

- a) Es wird ein achsensymmetrisches zylindrisches Core betrachtet, wie es in KFK 299 (1) beschrieben wurde.
- b) Im Reaktor werden drei Materialgruppen: Brennstoff (Spalt- und Brutstoff), Strukturmaterial (Subassemblykasten, Abstandshalter und Brennstoffhüllen) und Kühlmittel unterschieden.

Die Verformung des Reaktors erfolgt durch die Verformung des Strukturmaterials, wobei das Kühlmittel von seiner ursprünglichen Stelle verdrängt wird.

Die Verformung des Strukturmaterials besteht dabei aus der Verbiegung der Subassemblykästen und der Querdehnung bzw. Querverschiebung der Brennstäbe innerhalb der Subassemblykästen.

In der Na 1-Studie werden die Subassemblies in Rohre gesteckt, die an der Tragplatte befestigt sind.

An den Kastenwänden der Subassemblies wurden auf einer bestimmten Höhe "Fixierungen" (Stützscheiben) angebracht, die die Subassemblykästen gegeneinander abstützen und ein Anliegen der Kastenwände verhindern sollen. Alle Fixierungen liegen in einer oder in mehreren gemeinsamen Fixierebenen. Der gesamte Subassemblykastenverband wird von außen durch eine Vorrichtung federnd zusammengedrückt.

Dadurch wird ein freies Auseinanderfächern der Subassemblies verhindert.

Für das in der Na 1-Studie verwendete Strukturmaterial Incoloy 800 würden die in dieser Arbeit verwendeten Berechnungsmethoden bis zu einer maximalen Strukturtemperatur von 700 - 800 °C gelten.

- c) Die Berechnung der Reaktivität verschiedener Verformungszustände wird immer auf einen einheitlichen Bezugsreaktor bezogen. Als Bezugsreaktor gilt ein unverbogener zylindrischer Reaktor mit der einheitlichen Bezugstemperatur  $T_0$ . Für diesen Bezugsreaktor werden auch die 2-dimensionalen Multigruppenrechnungen und die 2-dimensionale Störungsrechnung zur Bestimmung der Danglerkoeffizienten ausgeführt, die den nachfolgenden Verformungs- und Reaktivitätsberechnungen vorausgehen.
- d) Die temperaturabhängigen Materialgrößen, wie der Elastizitätsmodul  $E$ , der lineare Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$ , die spezifische Wärme  $C_p$ , das spezifische Gewicht  $\gamma$  usw., werden in kleinen Temperaturbereichen konstant angenommen.

## 2. Berechnung des Temperaturfeldes im Reaktor

Eine exakte Bestimmung der tatsächlich sich im Reaktor einstellenden räumlichen Temperaturverteilung ist sehr schwierig, da sowohl Durchmischungsvorgänge im strömenden Kühlmittel als auch Wärmeleitungsvorgänge von Bedeutung sind.

Wenn man diese Durchmischungs- und Wärmeleitungsvorgänge vernachlässigt, kann man die räumliche Temperaturverteilung im Reaktor in erster Näherung mit Hilfe der homogenisierten Leistungsverteilung berechnen. Nachdem durch eine 2-dimensionale Multigruppen-Diffusionsrechnung (2) die Neutronenflußverteilung  $\phi_i(\mathbf{r}, \mathbf{z})$  bestimmt wurde, läßt sich die relative Spaltratenverteilung  $SP(\mathbf{r}, \mathbf{z})$  nach

$$SP(\mathbf{r}, \mathbf{z}) = \sum_i \Sigma_{f_i} \cdot \phi_i(\mathbf{r}, \mathbf{z}) \quad (2.1.)$$

errechnen.

Aus der Beziehung

$$N_{th} = A \cdot \int_{(V)} \frac{SP(\mathbf{r}, \mathbf{z})}{c} \cdot dV \quad (2.2.)$$

läßt sich der Normierungsfaktor A und die auf Leistung normierte homogenisierte Leistungsverteilung  $Q(\mathbf{r}, \mathbf{z})$  berechnen,

$$Q(\mathbf{r}, \mathbf{z}) = \frac{A}{c} \cdot SP(\mathbf{r}, \mathbf{z}) \quad (2.3.)$$

wobei

$$\begin{aligned} dV &= 2\pi r \cdot dr \cdot dz \\ c &= 3,1 \cdot 10^{-11} \text{ [w}^{-1}\text{s}^{-1}\text{]} \end{aligned} \quad (2.4.)$$

sind.

Für die Berechnung des Temperaturverlaufes in einem beliebigen Kühlkanal gilt folgende Beziehung:

$$J(z) = T_{ein} + 0,239 \cdot \int_0^z \frac{[Q(r,z^*) \cdot F(r,z^*)]_{r=r^*}}{m \cdot c_p(T)} \cdot dz^* \quad (2.5)$$

wobei

|           |                              |  |
|-----------|------------------------------|--|
| $m$       | $g/s$                        | Kühlmitteldurchsatz im Kühlkanal                       |
| $F(r, z)$ | $cm^2$                       | die einem Kühlkanal zugeordnete Fläche (homogenisiert) |
| $c_p(T)$  | $cal \cdot g \cdot ^\circ C$ | spez. Wärme des Kühlmittels                            |

sind.

Der Kühlmitteldurchsatz  $m$  hängt dabei von der geforderten Aufheizspanne  $\Delta T$  ab.

Wenn man annimmt, daß das betrachtete Subassembly auf die Aufheizspanne  $\Delta T$  gedrosselt wird und das Kühlmittel über den Subassemblyquerschnitt gleichmäßig verteilt ist, so gilt, wenn man die Kühlmitteldurchmischung zwischen den benachbarten Kühlkanälen nicht berücksichtigt:

$$\begin{aligned} \Delta T &= T_{aus} - T_{ein} \\ &= 0,239 \cdot \sum_k \int_0^H \frac{[Q(z) \cdot F(z)]_k}{m_k \cdot c_p(T)} \cdot dz \end{aligned} \quad (2.6.)$$

wobei der Index  $k$  den Kühlkanal bezeichnet.

Sind alle Kühlkanalquerschnitte gleich groß, so folgt

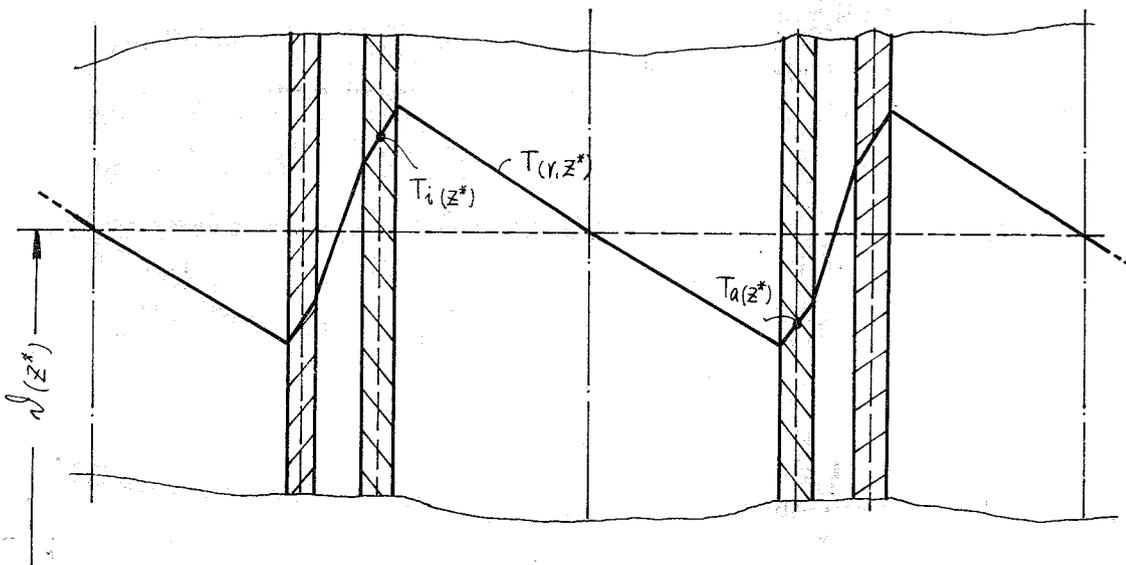
$$m = \frac{0,239}{\Delta T} \cdot \sum_k \int_0^H \frac{[Q(z)]_k \cdot F(z)}{c_p(T)} \cdot dz \quad (2.7.)$$

Praktisch geht man dabei so vor, daß man einen mittleren Kühlkanal wählt und den für alle Kühlkanäle geltenden Kühlmitteldurchsatz berechnet.

$$\dot{m}_0 = \frac{0.239}{\Delta T} \int_0^H \frac{Q(z) \cdot F(z)}{c_p(\tau)} dz \quad (2.8.)$$

Danach kann man mit der Gleichung (2.5) die Temperaturverläufe für jeden Kühlkanal im Subassembly ausrechnen. Die Temperatur in der Subassemblywand ist von der Temperatur des an die Subassemblywand angrenzenden Kühlmittels abhängig.

Für 3 benachbarte Subassemblies ergibt sich dabei radial für  $Z = Z^*$  folgender Temperaturverlauf  $T(r, Z^*)$ .



(Abb. 2.1)

Aus dem Temperaturverlauf des Kühlmittels an der Subassemblykastenwand lassen sich dann mit Hilfe der Wärmeübergangsgleichung leicht die mittleren Temperaturverläufe in der Subassemblykastenwand  $T_i(z^*)$  und  $T_a(z^*)$  ausrechnen.

Daraus ergibt sich unter den gemachten Voraussetzungen der mittlere radiale Temperaturgradientenverlauf im Subassemblykasten

$$TG(z) = (T_a(z) - T_i(z)) / b(z) \quad (2.9.)$$

wobei  $b(z)$  die mittlere radiale Breite des Subassemblykastens ist.

3. Berechnung der Biegelinie der Subassemblyachse  
(7), (8), (9), (10), (11)

Da ein Subassemblykasten ein in sich geschlossenes Träger-  
teil ist und das Verhältnis seines Querschnittes zur Länge  
sehr klein ist, kann man einen Subassemblykasten als einen  
statischen Balken betrachten.

Für die Berechnung der Biegelinie eines Balkensystems wer-  
den die Auflagerbedingungen, die äußeren Kräfte, die Abmes-  
sungen in Längsrichtung und die Biegesteifigkeit des Balken-  
querschnittes benötigt. Die Biegesteifigkeit  $EJ$  ist das Pro-  
dukt aus dem Elastizitätsmodul  $E$  und dem axialen Flächen-  
trägheitsmoment  $J$ .

3.1 Axiale Trägheitsmomente und Widerstandsmomente

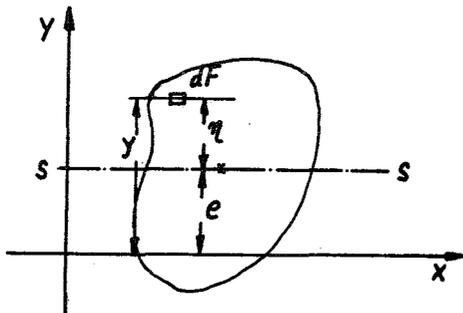
Das axiale Flächenträgheitsmoment  $J_x$  einer Fläche (mit  
den Koordinaten  $X$  und  $Y$ ), bezogen auf die  $X$ -Achse ist  
gleich der Summe der Produkte der Flächenteilchen  $F$   
(oder  $dF$ ) und der Quadrate ihrer Abstände  $Y$  von der  $X$ -Achse  
(Abb. 3.1).

$$J_x = Y_i^2 \cdot F_i \quad [cm^4] \quad (3.1.1a)$$

oder  $J_x = y^2 \cdot dF \quad [cm^4]$

Für eine zur  $X$ -Achse parallele Schwerlinie  $S-S$  (der Fläche)  
gilt dann

$$J_s = \int \eta^2 \cdot dF \quad [cm^4] \quad (3.1.1b)$$



Ist  $e$  der Abstand zwischen der X-Achse und der Schwerlinie S-S, so gilt nach dem Satz von Steiner

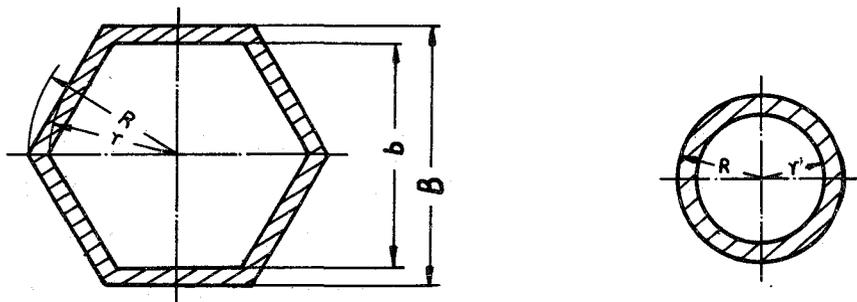
$$J_x = J_s + e^2 \cdot F \quad (3.1.2.)$$

Das auf eine Schwerlinie bezogene Trägheitsmoment  $J_s$  einer ringförmigen Querschnittsfläche ist die Differenz der Trägheitsmomente von äußeren und inneren (Voll-) Querschnittsflächen gegeben.

$$J_s = J_{sa} - J_{si} \quad (3.1.3.)$$

Für die Berechnung der Biegelinie der Balkenachse wird dasjenige Trägheitsmoment benutzt, welches auf die zur Wirkungslinie der äußeren Kräfte senkrecht stehende Schwerlinie des Balkenquerschnittes bezogen wurde.

In KFK 299 (1) wird der Querschnitt des Subassemblykastens durch eine gleichmäßige Sechseckringfläche und der Querschnitt der Brennelementhülle wird durch eine Kreisringfläche dargestellt. (Abb. 3.2 a und 3.2 b)



Es ergibt sich das Trägheitsmoment für die sechseckige Ringfläche

$$J_s = \frac{53}{144} (B^4 - b^4) \quad (3.1.4.)$$
$$J_s = \frac{53}{16} (R^4 - r^4)$$

wobei  $B = R \cdot 3$  ,  $b = r \cdot 3$

und für die Kreisfläche

$$J_s = \frac{\pi}{4} (R^4 - r^4) \quad (3.1.5.)$$

Das für die Berechnung der Biegespannung wichtige Widerstandsmoment  $W$  ergibt sich aus

$$W = \frac{J_s}{Y_{\max}} \quad (3.1.6.)$$

wobei  $Y_{\max}$  der Abstand von neutraler Faser bis zum Außenrand des Querschnittes ist.

Die Berechnung der Flächenträgheitsmomente und Widerstandsmomente für die in KFK 299 (1) angegebenen Abmessungen für den Subassemblykasten und die Brennstoffstäbe erfolgt in Anhang 1.

Es ergibt sich:

Das Trägheitsmoment aller Cannings in einem Subassembly ist unter 0,5 % vom Trägheitsmoment ihres Subassemblykastens. Der Einfluß des Canning-Trägheitsmomentes auf die Verbiegung des Subassemblies ist noch wesentlich kleiner, da der Elastizitätsmodul des Cannings durch die relativ sehr viel höhere Temperaturbelastung der Brennstäbe verkleinert wird, d.h. das Trägheitsmoment des Cannings ist vernachlässigbar klein gegenüber dem Trägheitsmoment des Subassemblykastens.

### 3.2 Die Biegelinie eines Balkensystemes infolge der Belastung durch eine Einheitskraft

Für die Berechnung der elastischen Linie der Achse eines

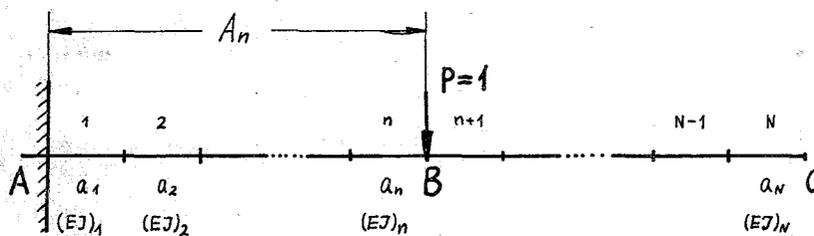
Balkensystems wendet man oft die "Baukasten-Methode" an.

Bei der Anwendung dieser Methode wird zunächst das betrachtete Balkensystem in mehrere einfache Balkensysteme aufgeteilt, für die die elastischen Linien leicht zu rechnen sind, und aus den elastischen Linien der Teilabschnitte wird dann die gesuchte elastische Linie zusammengesetzt.

Das einfachste Balkensystem für den statisch bestimmten Fall ist dabei der einfach eingespannte Balken.

### 3.2.1 Fall 1

Der Balken sei einseitig eingespannt und in  $N$  Abschnitte aufgeteilt. Die Einheitskraft  $P = 1$  wirkt am Ende des  $n$ -ten Abschnittes ( $n \leq N$ )



$a_i$  : Länge des Balkenabschnittes

$(EJ)_i$  : die konstante Biegesteifigkeit des Abschnittes  $i$

( $i = 1 \dots N$ )

(Abb. 3.3)

Für die Vereinfachung der Berechnung wurde die Beziehung:

$$b_i = \sum_{k=i}^n a_k \quad (i = 1, \dots, n)$$

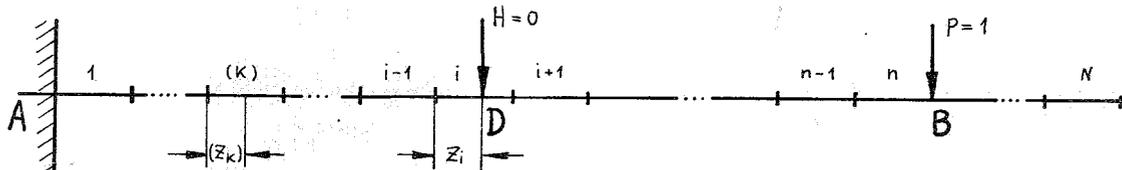
$$b_i = \sum_{k=n+1}^i a_k \quad (i = n+1, \dots, N)$$

(3.2.1.)

eingeführt.

a) Die Berechnung der Biegelinie für den Abschnitt zwischen der Einspannstelle und dem Kraftangriffspunkt:

Die Auslenkung eines zwischen den Punkten A und B liegenden beliebigen Punktes D durch



(Abb. 3. 3a)

die am Punkt B angreifende Einheitskraft  $P = 1$  läßt sich folgendermaßen berechnen:

Man läßt eine Scheinkraft  $H = 0$  an einer beliebigen Stelle D des Abschnittes  $a_i$  wirken.

Der Momentverlauf innerhalb eines Abschnittes  $a_K$  mit der laufenden Koordinate  $Z_K$  ist dann wie folgt:

$$M_K = P(b_K - Z_K) + H(b_K - Z_K - b_i + z_i)$$

für  $K = 1 \dots i$  links der Scheinkraft  $H_i$

$$M_K = P(b_K - Z_K)$$

für  $K = i \dots n$  rechts der Scheinkraft  $H_i$

$$M_K = 0 \quad \text{für } K = n+1, \dots, N$$

(3.2.2)

Nach dem Satz von Castigliano (7) ist die Auslenkung an der Stelle D des Balkensystems:

$$\left. \begin{aligned} \eta_{(z_i)} &= \frac{\partial H}{\partial H} \\ H &= \sum_{k=1}^N \int_0^{a_k} \frac{M_k^2}{2(EJ)_k} dz_k \end{aligned} \right\} \quad (3.2.3)$$

A ist die bei der Auslenkung geleistete Biegearbeit des Balkensystems.

aus (3.2.3) wird

$$\eta_{(z_i)} = \sum_{k=1}^N \int_0^{a_k} \left[ \frac{M_k}{(EJ)_k} \cdot \frac{\partial M_k}{\partial H} \right]_{H=0} dz_k$$

oder

$$\eta_{(z_i)} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{(EJ)_k} \int_0^{a_k} \left( M_k \cdot \frac{\partial M_k}{\partial H} \right)_{H=0} dz_k \quad (3.2.4)$$

Die Auslenkung an der Stelle D ergibt sich dann für eine Einheitskraft  $P = 1$  mit (3.2.2) und (3.2.4) unter Berücksichtigung von

$$\frac{\partial M_k}{\partial H} = 0 \quad \text{für } K = 1 \dots n$$

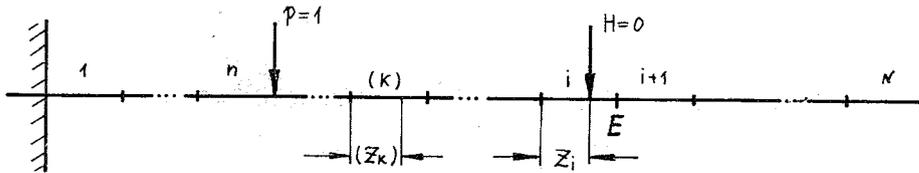
zu

$$\eta_{(z_i)} = \sum_{k=1}^{i-1} \frac{1}{(EJ)_k} \int_0^{a_k} (b_k - z_k)(b_k - b_i + z_i - z_k) dz_k + \frac{1}{(EJ)_i} \int_0^{x_i} (b_k - z_k)(z_i - z_k) dz_k$$

oder

$$\boxed{\begin{aligned} \eta_{(z_i)} &= \sum_{k=1}^{i-1} \frac{a_k}{(EJ)_k} \left[ b_k(b_k - b_i - a_k) + \frac{a_k}{6}(3b_i + 2a_k) \right] \\ &+ z_i \cdot \sum_{k=1}^{i-1} \frac{a_k}{(EJ)_k} \left( b_k - \frac{a_k}{2} \right) + \frac{b_i z_i^2}{2(EJ)_i} - \frac{z_i^3}{6(EJ)_i} \end{aligned}} \quad (3.2.5)$$

b) Berechnung der Biegelinie für den Abschnitt rechts vom Kraftangriffspunkt B



(Abb. 3. 3b)

Der Rechenvorgang ist ähnlich wie unter a). Nach Einführen einer Scheinkraft  $H = 0$  an einer beliebigen Stelle  $E$  innerhalb des Abschnittes  $i$  (s. Abb. 3. 3a und 3b) erhält man den Momentenverlauf innerhalb des Abschnittes  $k$  mit der laufenden Koordinate  $Z_K$ :

$$\left. \begin{aligned} M_k &= p(b_k - z_k) + H(b_k - z_k + b_i - a_i + z_i) \\ &\text{für } k = 1 \dots n \\ M_k &= 0 \\ &\text{für } k = n+1, \dots, N \end{aligned} \right\} (3.2.6)$$

Nach dem Satz von Castigliano (?) erhält man für

$$p = 1 :$$

$$\eta_{(z_i)} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(EJ)_k} \int_0^{a_k} (b_k - z_k)(b_k - z_k + b_i - a_i + z_i) dx_k$$

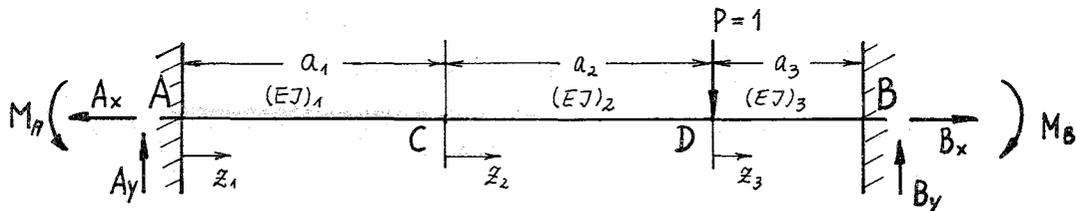
oder

$$\boxed{\eta_{(z_i)} = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(EJ)_k} \left\{ 2(b_k^3 - b_{k-1}^3) + 3b_{i-1} [b_k^2 - b_{k-1}^2] \right\} + \frac{z_i}{2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(EJ)_k} (b_k^2 - b_{k-1}^2)} \quad (3.2.7)$$

Damit wurde die Biegelinie für den Fall des einseitig eingespannten Balkens mit beliebiger Zahl der Abschnitte  $N$  bestimmt. Die Biegesteifigkeit im Abschnitt  $a_k$  ist konstant und der Kraftangriffspunkt ist beliebig.

### 3.2.2 Fall 2

Der Balken sei zwei-seitig eingespannt und besteht aus drei Abschnitten. Die Einheitskraft  $P = 1$



(Abb. 3.4)

wirkt an der Stelle D (oder C). Gesucht wird die Auslenkung des Punktes D.

Das System ist allgemein 3-fach statisch unbestimmt. Unter Vernachlässigung horizontaler Kräfte (liefern keine Biegemomente) wird das System 2-fach statisch unbestimmt.

Es gelten für das Kräftegleichgewicht und das Momentgleichgewicht

$$\left. \begin{aligned} A_y + B_y &= P \\ M_A - M_B - A_y(a_1 + a_2 + a_3) &= -Pa_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.8)$$

Die Momentverläufe in den Abschnitten  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= M_A - A_Y \cdot z_1 \\ M_2 &= M_A - A_Y (a_1 + z_2) \\ M_3 &= M_A - A_Y (a_1 + a_2 + z_3) + p \cdot z_3 \end{aligned} \right\} (3.2.9)$$

Es gelten nach Castigliano folgende Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial M_A} &= 0 \\ \frac{\partial H}{\partial A_Y} &= 0 \end{aligned} \right\} (3.2.10)$$

wobei A die bei der Auslenkung geleistete Biegearbeit des Balkensystems ist. (Siehe (3.2.3))

Durch Einsetzen von (3.2.9) in (3.2.10) ergibt sich

für  $\frac{\partial H}{\partial M_A} = 0$  ;

$$\begin{aligned} \frac{1}{(EJ)_1} \int_0^{a_1} (M_A - A_Y \cdot z_1) dz_1 + \frac{1}{(EJ)_2} \int_0^{a_2} [M_A - A_Y (a_1 + z_2)] dz_2 \\ + \frac{1}{(EJ)_3} \int_0^{a_3} [M_A - A_Y (a_1 + a_2 + z_3) + p \cdot z_3] dz_3 = 0 \end{aligned}$$

und für  $\frac{\partial H}{\partial A_Y} = 0$  ;

$$\begin{aligned} \frac{1}{(EJ)_1} \int_0^{a_1} (M_A - A_Y \cdot z_1) \cdot z_1 \cdot dz_1 + \frac{1}{(EJ)_2} \int_0^{a_2} [M_A - A_Y (a_1 + z_2)] (a_1 + z_2) dz_2 \\ + \frac{1}{(EJ)_3} \int_0^{a_3} [M_A - A_Y (a_1 + a_2 + z_3) + p \cdot z_3] (a_1 + a_2 + z_3) dz_3 = 0 \end{aligned}$$

und nach Integration:

$$M_A \left\{ \frac{a_1}{(EJ)_1} + \frac{a_2}{(EJ)_2} + \frac{a_3}{(EJ)_3} \right\} - \frac{A_Y}{2} \left\{ \frac{a_1^2}{(EJ)_1} + \frac{(a_1+a_2)^2 - a_1^2}{(EJ)_2} - \frac{(a_1+a_2+a_3)^2 - (a_1+a_2)^2}{(EJ)_3} \right\} = - \frac{P a_3^2}{2(EJ)_3}$$

$$\begin{aligned} & \frac{M_A}{2} \left\{ \frac{a_1^2}{(EJ)_1} + \frac{(a_1+a_2)^2 - a_1^2}{(EJ)_2} + \frac{(a_1+a_2+a_3)^2 - (a_1+a_2)^2}{(EJ)_3} \right\} \\ & - \frac{A_Y}{3} \left\{ \frac{a_1^3}{(EJ)_1} - \frac{(a_1+a_2)^3 - a_1^3}{(EJ)_2} - \frac{(a_1+a_2+a_3)^3 - (a_1+a_2)^3}{(EJ)_3} \right\} \\ & = - \frac{P a_3^2}{6(EJ)_3} \{ 3(a_1+a_2+a_3) - a_3 \} \end{aligned}$$

(3.2.11)

oder

$$M_A \cdot C_1 - A_Y \cdot C_2 = - \frac{P a_3^2}{2(EJ)_3}$$

$$M_A \cdot C_2 - A_Y \cdot C_3 = - \frac{P a_3^2}{6(EJ)_3} \{ 3(a_1+a_2+a_3) - a_3 \}$$

$$\text{mit } C_i = \frac{1}{i} \cdot \sum_{k=1}^3 \frac{1}{(EJ)_k} \left\{ \left( \sum_{l=1}^k a_l \right)^i - \left( \sum_{l=0}^{k-1} a_l \right)^i \right\}$$

$$a_0 = 0$$

Daraus ergeben sich

$$M_A = M_A(p, a_i, (EJ)_i)$$

$$A_Y = A_Y(p, a_i, (EJ)_i)$$

(3.2.12)

$$i = 1, 2, 3$$

Durch Einsetzen (3.2.12) in (3.2.9) erhält man

$$\left. \begin{aligned}
 M_1 &= P \cdot f_1(a_i, (EJ)_i, z_1) \\
 M_2 &= P \cdot f_2(a_i, (EJ)_i, z_2) \\
 M_3 &= P \cdot f_3(a_i, (EJ)_i, z_3) \\
 i &= 1, 2, 3
 \end{aligned} \right\} (3.2.9a)$$

und nach Castigliano ergibt sich die Auslenkung an der Stelle D für  $p = 1$

$$\begin{aligned}
 \eta_D &= \frac{1}{(EJ)_1} \int_0^{a_1} f_1^2 dz_1 + \frac{1}{(EJ)_2} \int_0^{a_2} f_2^2 dz_2 \\
 &\quad + \frac{1}{(EJ)_3} \int_0^{a_3} f_3^2 dz_3
 \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

\* Für den einfachen Fall  $EJ = (EJ)_1 = (EJ)_2 = (EJ)_3$  ergeben sich von (3.2.11)

$$\left. \begin{aligned}
 M_A \cdot L - \frac{Ay}{2} \cdot L^2 &= -\frac{P}{2} \cdot a_3^2 \\
 \frac{1}{2} \cdot M_A \cdot L^2 - \frac{Ay}{3} \cdot L^3 &= -\frac{P}{6} \cdot a_3^2 (3L - a_3)
 \end{aligned} \right\} (3.2.14a)$$

wobei  $L = a_1 + a_2 + a_3$  ist. (3.2.14b)

Daraus ergeben sich

$$\text{für } M_A = \frac{p}{L^2} (a_1 + a_2) \cdot a_3^2$$

und (3.2.14c)

$$\text{für } A_y = \frac{p}{L^3} (3 \cdot L - 2 \cdot a_3) \cdot a_3^2$$

Durch Einsetzen von (3.2.14c) in (3.2.9) und nach Castigliano erhält man die Auslenkung Des Punktes D, wie bei (3.2.13) :

$$\eta_D = \frac{p \cdot (a_1 + a_2)^3 \cdot a_3^3}{3 \cdot E \cdot J \cdot (a_1 + a_2 + a_3)^3} \quad (3.2.14d)$$

Besteht der Balken aus n Abschnitten, so wird die Anzahl der in (3.2.9a) aufgestellten Momentgleichungen n und  $i = 1 \dots n$  sein. Dadurch wird die Anzahl der Summanden in (3.2.13) n. Der Rechengang wird sich dabei nicht ändern und die Anzahl n ist eine beliebige natürliche Zahl.

### 3.3 Die Einspannverhältnisse

Die für die Berechnung der Biegelinie wichtigen geometrischen Größen, wie die Längsabmessungen und der Balkenquerschnitt, werden der Konstruktionszeichnung aus KFK 299 (1) entnommen.

Einer der wichtigsten Faktoren für die folgenden Rechnungen ist die möglichst genaue Erfassung der Einspannverhältnisse des Balkens bzw. Subassemblies.

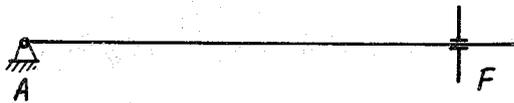
Hier werden nur einige für die Berechnung einfache Fälle aufgezählt, die für die zylindrischen Reaktoren möglich sind. Ein Fall wird im folgenden näher erläutert:

Fall 1 Das Subassembly wird an einem mit der Grundplatte fest verbundenen Teil einfach drehbar gelagert und durch eine oder mehrere Fixierstellen radial gehalten.

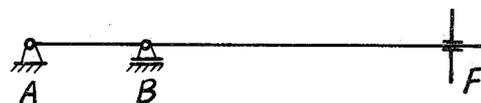
(Abb. 3.5a)

Fall 2 Das Subassembly wird an einem mit der Grundplatte fest verbundenen Teil zweifach drehbar gelagert und durch eine oder mehrere Fixierstellen radial gehalten. Ein Lager ist dabei fest und das andere axial verschiebbar, damit das System ohne Berücksichtigung der Fixierstelle statisch bestimmt ist.

(Abb. 3.5b)



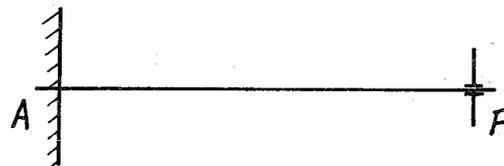
(Abb. 3.5a)



(Abb. 3.5b)

Fall 3 Das Subassembly wird an einem mit der Grundplatte fest verbundenen Teil eingespannt u.

durch eine oder mehrere Fixierstellen radial gehalten. (Abb. 3.5c)

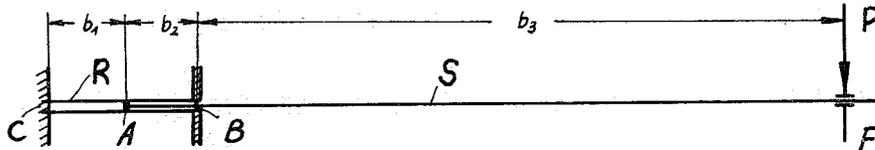


(Abb. 3.5c)

Fall 4 Der Subassemblyfuß steckt in einem Rohr, das sich an 2 Stellen auf der Grundplatte abstützt. Außerdem wird das Subassembly durch eine oder mehrere Fixierstellen radial gehalten.

(Abb. 3.6)

Dabei spielen die Biegesteifigkeit des Rohres und das Spiel zwischen dem Rohr und dem Subassemblyfuß eine wichtige Rolle.



(Abb. 3.6)

Die Berücksichtigung des o.g. Spiels hat für die Berechnung der Subassembly-Verbiegung keine praktische Bedeutung, da sie mit der Berechnung ungleichmäßiger Linien- oder Flächenaullagerung verbunden ist. Wir wollen uns hier deshalb auf zwei einfache Fälle beschränken. Das Subassembly  $s$  soll mit dem Rohr  $R$

- a) entweder über die Strecke  $AB$  ohne Spiel zusammenpassen (Fall E),
- b) oder in den Punkten  $A$  und  $B$  aufliegen.  
(Fall A)

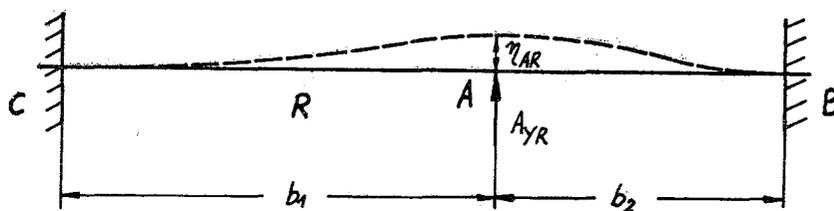
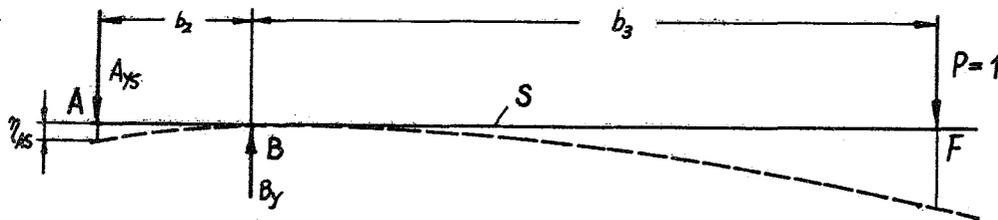
Bei einem biegesteifen Rohr gelten für den Fall A die Annahme 2 und für den Fall E die Annahme 3. Bei einem biegsamen Rohr würde für den Fall E die die Annahme 2 gelten, während für den Fall A eine weitere Überlegung notwendig ist. (Fall 4)

Die oben angenommenen Fälle sind denkbar einfachste Fälle. Die Annahme 4 ist die komplizierteste von vier Fällen und wird in dieser Arbeit genauer behandelt.

3.4 Die Biegelinie einer Subassemblyachse hervorgerufen durch eine auf einen Fixpunkt wirkende Querkraft  
(Annahme 4)

Wie im Kapitel (3.3) erläutert wurde und das Schema (Abb. 3.6) zeigt, handelt es sich um ein System, das aus zwei gekoppelten Balkensystemen (ein zweifach eingespanntes Rohr R und ein zweifach gelagerter Balken s) besteht.

"Gesucht wird dabei die elastische Biegelinie des Balkens s (oder des Subassemblies, ABF), wenn eine Einheitsquerkraft  $P = 1$  im Punkt F wirkt."



Durch die Kraft P im Punkt F entstehen auf dem Balken s die Reaktionskräfte (Abb. 3.7a).

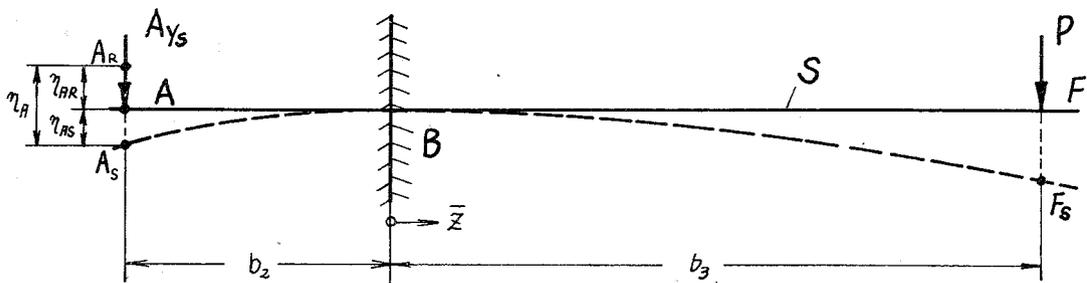
$$A_{Y_S} = \frac{b_3}{b_2} \cdot p$$

( 3. 4. 1. )

und 
$$B_y = \frac{b_2 + b_3}{b_2} \cdot p$$

Die Querkraft  $A_{Y_S}$  wird im Balken (Rohr) R als äußere Kraft  $A_{Y_R}$  wirken, (dabei gilt:  $A_{Y_S} = A_{Y_R}$  ) und der Punkt A wird soweit verschoben, wie der Balken R es zuläßt. (A gehört sowohl s als auch R)

Nach der im (3.2.2) erläuterten Methode läßt sich die Verschiebung  $\eta_{AR}$  des Punktes A im Balkensystem R durch die Kraft  $A_{Y_R}$  ausrechnen. Die Berechnung der elastischen Linie erfolgt nach der "Baukasten-Methode".



(Abb. 3.8.)

Die Abb. 3.8. zeigt die Balkenteile von s, AB und BF, die jeweils im Punkt B eingespannt und durch die Kraft  $A_{Y_S}$  und P belastet werden. Nach der in (3.2.1) erläuterten Methode lassen sich die elastischen Linien  $A_S B$  und  $B F_S$ ,  $\eta(\bar{z}_i)_s$ , errechnen ( $\bar{z}_i$  ist die laufende Koordinate des I-ten Abschnitts des Balkens ABF).

Der Punkt B erleidet nach der Voraussetzung (siehe Annahme 4) keine Verschiebung, während sich der Punkt A durch die Belastung  $A_{Y_R}$  im Balkensystem R zum Punkt  $A_R$

hin verschoben muß. Dabei erkennt man, daß sich die wirkliche Biegelinie des Balkens ABF durch die Verdrehung der Biegelinie  $A_S B F_S$  um B ergibt, wobei sich der Punkt  $A_S$  nach  $A_R$  verschiebt.

- \* Da die Verbiegung und der Biegewinkel des Balkens absolut gesehen sehr klein sind, bedeutet die o.g. Verdrehung des Balkens die vertikale Verschiebung der Punkte des Balkens.

$$\left. \begin{aligned} \eta_{(z_i)} &= \eta_{S(z_i)} + \frac{\eta_{AR} + \eta_{AS}}{b_2} \cdot \bar{z} \\ \text{oder} \quad \eta_{(z_i)} &= \eta_{S(z_i)} + \frac{\eta_R}{b_2} \cdot \bar{z} \end{aligned} \right\} (3.4.2.)$$

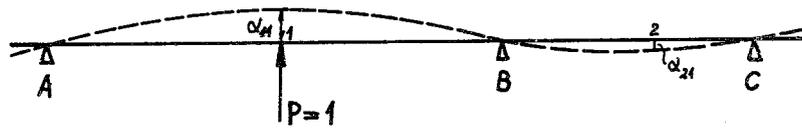
Dabei ist  $\bar{z}$  die Koordinate des Punkte  $Z_i$  mit  $\bar{z} = 0$  bei B.

Die Momentverläufe, die sich im Laufe dieser Rechnung ergeben, erhält man mit den Gleichungen (3.2.2), wobei  $H = 0$  eingesetzt werden muß.

Durch die Verdrehung des Balkensystems werden keine zusätzlichen Momente auftreten.

### 3.5 Die Berechnung der Einflußzahlen.

Die Maxwell'sche Zahl  $\alpha_{ij}$  in einem Balkensystem (Länge pro Krafteinheit) ist die Querverschiebung eines Balkenpunktes  $i$  durch eine auf den Balken senkrecht wirkende Einheitskraft im Punkt  $j$  des Balkens.  $i$  und  $j$  bedeuten allgemein



die Nummerierung des Balkenpunktes.

Dabei erkennt man sofort, daß die für die behandelte Subassemblyachse vorkommenden Einflußzahlen sich aus den Gleichungen (3.4.2) leicht ausrechnen lassen und die Indizes i und j vertauschbar sind.

Außerdem kann man mit dem Satz von Castigliano die Einflußzahlen eines beliebigen Balkensystemes wie folgt ausrechnen:

N sei die gesamte Anzahl der Balkenabschnitte und  $X_K$  sei die laufende Koordinate im Abschnitt K mit der Länge  $a_K$  und mit der Biegesteifigkeit  $(EJ)_K$ .

Man gibt den interessierenden Punkten des Balkens die Nummerierung 1 bis n und läßt auf allen diesen Punkten jeweils eine zum Balken senkrecht wirkende Kraft  $P_K$  wirken.

Mit den in Kapitel (3.2) bis (3.4) erläuterten Methoden lassen sich die Momentverläufe  $M_K = M_K(Z_K)$  für alle Abschnitte ausrechnen.

Es gilt für die Einflußzahl  $\alpha_{ij}$ ,

$$\alpha_{ij} = \sum_{K=1}^N \int_0^{a_K} \frac{\partial M_K}{\partial P_i} \cdot \frac{\partial M_K}{\partial P_j} \cdot \frac{dz_K}{(EJ)_K} \quad (3.5.1.)$$

$$(i, j = 1 \dots n)$$

Voraussetzung für die Anwendung dieser Formel ist, daß alle Reaktionskräfte (Auflagerkräfte und Einspann-

momente) bekannt sind. Falls es sich um ein statisch unbestimmtes Balkensystem handelt, muß man zuerst mit Hilfe des Satzes von Castigliano die Reaktionskräfte ausrechnen (s. Kap. (3.2.2) als Beispiel).

Eine eingehende Betrachtung dieser Methode wird hier nicht durchgeführt, da sich die Einflußzahlen aus den Gleichungen der Biegelinie leicht ausrechnen lassen.

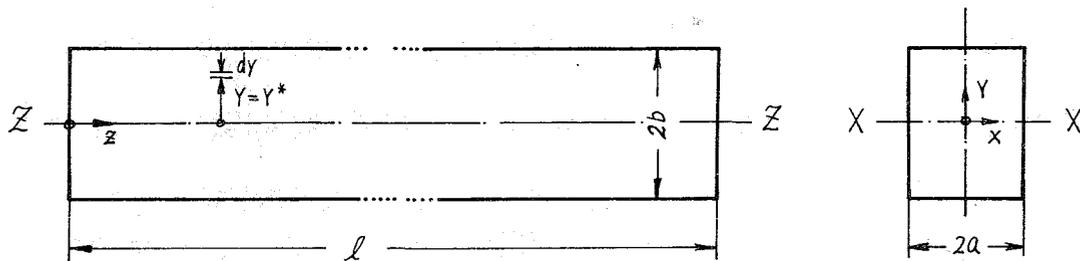
Wirken auf den Punkten 1 ... n eines Balkensystems die Querkräfte  $P_1, \dots, P_n$ , so gilt für die Durchsenkung des Punktes  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ):

$$\eta_i = \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} P_k \quad (3.5.2.)$$

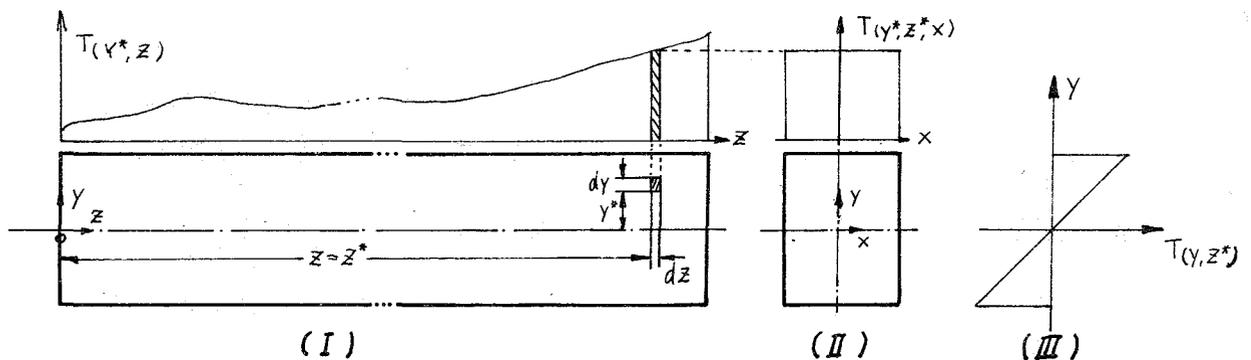
### 3.6 Biegelinie, hervorgerufen durch einen Temperaturgradienten.

Es sei ein gerader Stab (die Koordinate  $Z$ ) mit dem mindestens um eine Schwerlinie  $X-X$  symmetrischen konstanten Querschnitt (die Koordinaten  $X$  und  $Y$ ) vorgegeben.

(Abb. 3.10a)



(Abb. 3.10a)



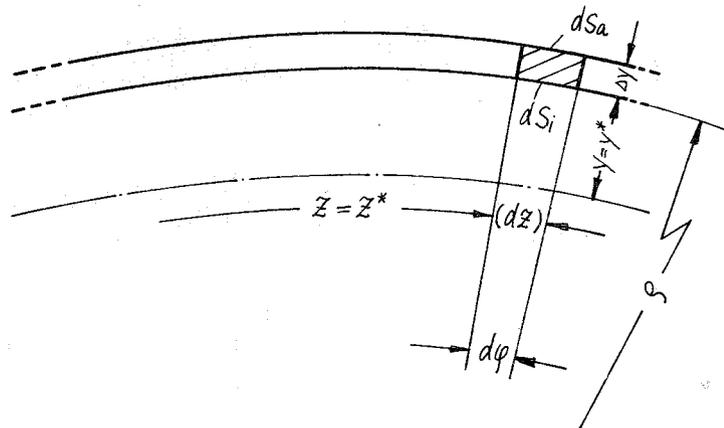
(Abb. 3.10b)

Gesucht ist die Biegelinie der Stabachse Z-Z ( $X=0$ ,  $Y=0$ ), wenn im Stab ein von Y- und Z-abhängiges (Y-Abhängigkeit linear) und über X konstantes Temperaturfeld herrscht. (Abb. 3.10b)

Die Temperatur ist also nur eine Funktion von Y und Z

$$T = T(y, z) \quad (3.6.1.)$$

Für die Berechnung der Biegelinie der Stabachse schneiden wir eine Längsfaser des Stabes  $Y = Y^*$  mit der Breite  $\Delta Y$  ( $\Delta Y$  ist sehr klein, siehe Abb. 3.10b (I)) heraus und betrachten den Abschnitt  $Z = Z^*$  mit der Länge  $dz$



(Abb. 3.11)

Man kann in erster Näherung annehmen, daß die Scheibe nach der unterschiedlichen Temperaturbelastung einen Kreisbogen bildet. (Abb. 3.11)

Es läßt sich errechnen:

$$\left. \begin{aligned} dS_i &= dz (1 + \alpha \cdot T(y^*, z^*)) = \varrho d\varphi \\ dS_a &= dz (1 + \alpha \cdot T(y^* + \Delta Y, z^*)) = (\varrho + \Delta \varrho) d\varphi \end{aligned} \right\} (3.6.2.)$$

wobei  $\alpha$  der lineare Ausdehnungskoeffizient des Stabmaterials ist,  $ds_i$  und  $ds_a$  die innere und äußere Länge des Kreisbogens der Scheibe und  $\vartheta$  bzw.  $d\varphi$  der zugehörige Krümmungsradius bzw. Krümmungswinkel ist.

Aus der Differenz beider Gleichungen (3.6.2) ergibt sich

$$dz [\alpha \cdot T(y^* + \Delta y, z^*) - \alpha \cdot T(y^*, z^*)] = \Delta y \cdot d\varphi$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \alpha \cdot \frac{T(y^* + \Delta y, z^*) - T(y^*, z^*)}{\Delta y}$$

Die Gleichung gilt für  $\Delta y \rightarrow 0$  und für beliebiges  $z$  also:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \alpha \cdot \frac{\partial T(y^*, z)}{\partial y^*}$$

oder

$$\frac{d\varphi}{dz} = \alpha \cdot \left( \frac{\partial T(y, z)}{\partial y} \right)_{y=y^*} \quad (3.6.3.)$$

Für den Krümmungsradius  $\vartheta$  gilt

$$\vartheta = \frac{(1 + \eta'^2)^{3/2}}{\eta''} \quad (3.6.4a)$$

Da  $\vartheta = \frac{dz}{d\varphi}$  (3.6.4b)

ist, gilt für  $\eta' \ll 1$  bei Vernachlässigung von  $\eta'^2$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \eta'' \quad (3.6.5.)$$

Es ergibt sich dann aus (3.6.3) und (3.6.5) die allgemeine Beziehung

$$[\eta''(z)]_{Y=Y^*} = \alpha \cdot \left[ \frac{\partial T(y,z)}{\partial y} \right]_{Y=Y^*} \quad (3.6.6.)$$

Dabei bedeutet  $[\eta(z)]_{Y=Y^*}$  die Verbiegungsfunktion der Längsfaser des Stabes  $[Y=Y^*]$ .

Für eine lineare Temperaturverteilung über die Y-Koordinate ergibt sich

$$T(y,z) = y \cdot TG(z) \quad (3.6.1a)$$

also

$$\frac{\partial T(y,z)}{\partial y} = TG(z)$$

und

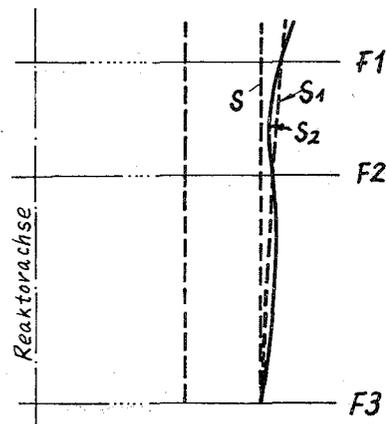
$$\eta''(z) = \alpha \cdot TG(z) \quad (3.6.7.)$$

Durch zweimalige Integration über Z erhält man unter Berücksichtigung der Randbedingungen die Biegefunktion  $\eta(z)$ .

4. Die Berechnung der radialen Verschiebungslinien der Subassemblyfaser als Folge der Belastung durch das Temperaturfeld.

Durch den unterschiedlichen axialen Temperaturverlauf im Core wird ein bestimmtes Subassembly einmal durch die radiale Ausdehnung auf der Fixierebene eine Verbiegung erfahren ( $S_1$ ) und sich zusätzlich durch die eigene axial verschiedene Ausdehnung des Subassemblykastens ausbiegen. Außerdem wirken die radialen Temperatur-Gradienten auf die Subassemblywände. Dadurch verbiegen sich die Subassemblys zusätzlich ( $S_2$ ), wobei die Fixierebene keine weitere Verschiebung erfährt. (Abb. 4.1)

- F1, F2: Fixierebene
- F3 : die horizontale Ebene der Subassemblyfüße u. des Kühlmiteleintritts
- S : die unverbogene auf die Kühlmiteleintrittstemperatur bezogene Subassemblyachse



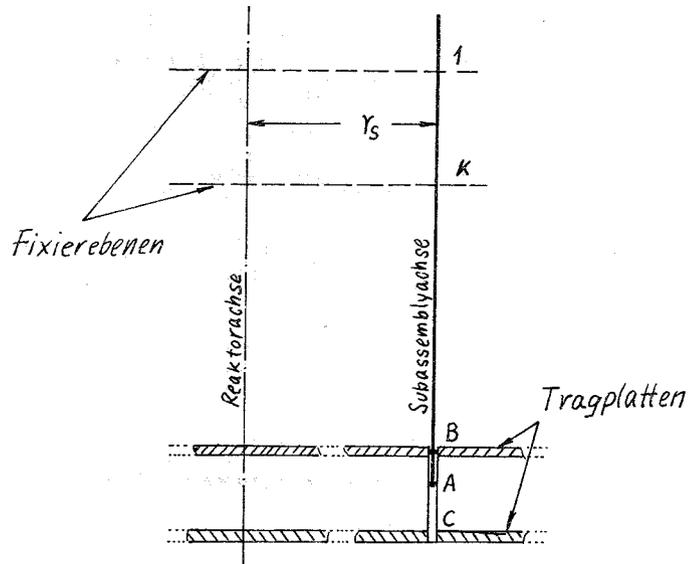
(Abb. 4.1)

Die o.g. Verschiebungsanteile wirken gleichzeitig und die gesamte Verschiebung läßt sich aus drei Teilverschiebungen berechnen.

Dabei geht man so vor, daß die Verschiebung durch Temperaturquerdehnung an der Fixierebene und die Verbiegung durch die Temperaturgradienten auf die Subassemblyachse bezogen werden. Die radiale Verschiebungslinie einer axialen Subassemblyfaser besteht dann aus der Summe der o.g. Verbiegungen der Subassemblyachse und der auf diese Achse bezogenen Auslenkung der Faser durch die reine Temperatureausdehnung.

#### 4.1 Die Verbiegung einer Subassemblyachse

##### 4.1.1 Die Verbiegung als Folge der reinen Temperaturausdehnung



(Abb. 4.2)

Da die Tragplatten vor dem Eintritt des Kühlmittels in die Aufheizzone liegen, gelten für die Temperatur am Subassemblyfuß:

$$T_A = T_B = T_{ein} \quad (4.1.1.)$$

Durch die Querdehnung des Strukturmaterials an den Fixierebenen (1 ... n) wird die betrachtete Subassemblyachse radial wie folgt verschoben:

Die Verschiebung der Fixierstelle  $\eta_K$  ( $K = 1 \dots n$ ) eines Subassemblies gegenüber dem Subassemblyfuß beträgt

$$\eta_K = \alpha \cdot \gamma_S \cdot \nu_K$$

wobei

$$\nu_K = T_K - T_{ein}$$

$T_K$  ist die zur Verschiebung beitragende mittlere Temperatur

Um die dadurch entstehende elastische Linie der Subassemblyachse  $\bar{\xi}_T(z_i)$  berechnen zu können, bestimmt man zuerst die Scheinkraft  $P_i$  ( $i = 1 \dots n$ ) an der Fixierstelle, welche die Ausbiegung des Subassemblies und die Verschiebung  $\eta_i$  ( $i = 1 \dots n$ ) an der Fixierstelle hervorrufen würde.

Nach (3.5.2) kann nun das folgende lineare Gleichungssystem angewendet werden

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_n \end{pmatrix} \quad (4.1.3.)$$

Die Einflußzahlen  $\alpha_{Kj}$  ( $K, j = 1 \dots n$ ) und die Auslenkungen  $\eta_K$  ( $K = 1 \dots n$ ) sind bekannt, die Kräfte  $P_j$  können aus (4.1.3) ermittelt werden.

Mit den errechneten Kräften  $P_j$  ( $j = 1 \dots n$ ) kann man unter Anwendung der in (3.4) erläuterten Methode die elastischen Linien der Subassemblyachse ausrechnen.

Ist  $Z_i$  die Koordinate des  $i$ -ten Abschnittes des Subassemblies und  $\eta_K(z_i)$  die Biegefunktion der Subassemblyachse durch die auf einer Fixierstelle  $K$  wirkende Einheitskraft, so gilt die Gleichung

$$\bar{\xi}_T(z_i) = \sum_{K=1}^n \eta_K(z_i) \cdot P_K \quad (4.1.4.)$$

Da der unverbogene Reaktor auf eine Temperatur  $T_0$  bezogen wurde, gilt für die wirkliche Biegelinie des Subassemblies  $\bar{\xi}_T(z_i)$  ;

$$\xi_T(z_i) = \bar{\xi}_T(z_i) + \alpha \cdot \gamma_S \cdot (T_{ein} - T_0) \quad (4.1.5.)$$

#### 4.1.2 Die Verbiegung als Folge der Temperaturgradienten

Nach den Formeln (3.6.7) gilt bei einer Belastung durch den radialen linearen Temperaturgradienten  $G(z_i)$  längs der Subassemblyachse  $Z_i$  bei einer ungestörten Verbiegung des Subassemblies für die Biegelinie  $\bar{\eta}_{G(z_i)}$  folgende Beziehung

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_{G(z_i)}'' &= \alpha \cdot G(z_i) & (4.1.6) \\ (Z_i &= 0 \dots a_i) \end{aligned}$$

Nach zweimaliger Integration erhält man

$$\bar{\eta}_{G(z_i)} = \iint \alpha \cdot G(z_i) dz_i^2 + C_{i1} \cdot z_i + C_{i2} \quad (4.1.7)$$

Für die Bestimmung von  $C_{i1}$  und  $C_{i2}$  gilt als Randbedingung:

$$1. \left. \begin{aligned} \bar{\eta}'_{G(z_i=0)} &= 0 \\ \bar{\eta}_{G(z_i=0)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.1.7a)$$

$$2. \left. \begin{aligned} \bar{\eta}'_{G(z_i=0)} &= \bar{\eta}'_{G(z_{i-1}=a_{i-1})} \\ \bar{\eta}_{G(z_i=0)} &= \bar{\eta}_{G(z_{i-1}=a_{i-1})} \end{aligned} \right\}$$

oder

$$\left. \begin{aligned} C_{i1} &= \bar{\eta}'_{G(z_{i-1}=a_{i-1})} \\ C_{i2} &= \bar{\eta}_{G(z_{i-1}=a_{i-1})} \end{aligned} \right\} \quad (4.1.7b)$$

Da die Fixierebene durch die Temperaturgradienten keine Verschiebung erleiden soll, muß die gesuchte Funktion der Biegelinie (als Folge der Temperaturgradienten) an der Fixierstelle einen Wert 0 ergeben. Man sucht nun eine elastische Linie  $\bar{\eta}_{G(z_i)}$ , die an der Fixierstelle genau die gleiche Verschiebung besitzt wie bei  $\bar{\eta}_{G(z_i)}$ . Die Gesamtfunktion der Biegelinie soll dann

$$\xi_{G(z_i)} = \bar{\eta}_{G(z_i)} - \bar{\eta}_{G(z_i)} \quad (4.1.8)$$

sein.

Man benutzt dabei die in (4.1.1) angewandte Methode.

Sind  $\eta_K$  ( $K = 1 \dots n$ ) die Werte von  $\bar{\eta}_{G(z_i)}$  für die Fixierstelle, so gilt

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1n} \\ \dots \\ \alpha_{n1}, \alpha_{n2}, \dots, \alpha_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_n \end{pmatrix} \quad (4.1.3a)$$

Man kann jetzt  $P_K$  ( $K = 1 \dots n$ ) ermitteln und schließlich die Funktion  $\bar{\eta}_{G(z_i)}$  ausrechnen

$$\bar{\eta}_{G(z_i)} = \sum_{K=1}^n \eta_K(z_i) \cdot P_K \quad (4.1.9)$$

wobei  $\eta_K(z_i)$  die Biegefunktion der Subassemblyachse durch die auf einer Fixierstelle  $K$  wirkende Einheitskraft ist.

#### 4.2 Die Querdehnung der axialen Subassemblyfaser

Die radiale Verbiegung einer Subassemblyfaser (oder eines Brennstoffstabes in einem Subassembly) in Bezug auf die Subassemblyachse ist abhängig von der Temperaturverteilung im Subassembly.

$\tau(z)$  sei der Temperaturverlauf eines beliebigen Kühlkanals ( $r = r_k$ ) eines Subassemblies, und  $\tau_i(z)$ ,  $\tau_m(z)$  und  $\tau_a(z)$  seien die Temperaturverläufe der Kühlkanäle für  $r = r_i$ ,  $r = r_s$  und  $r = r_a$  dieses Subassemblies (Abb. 4.3).

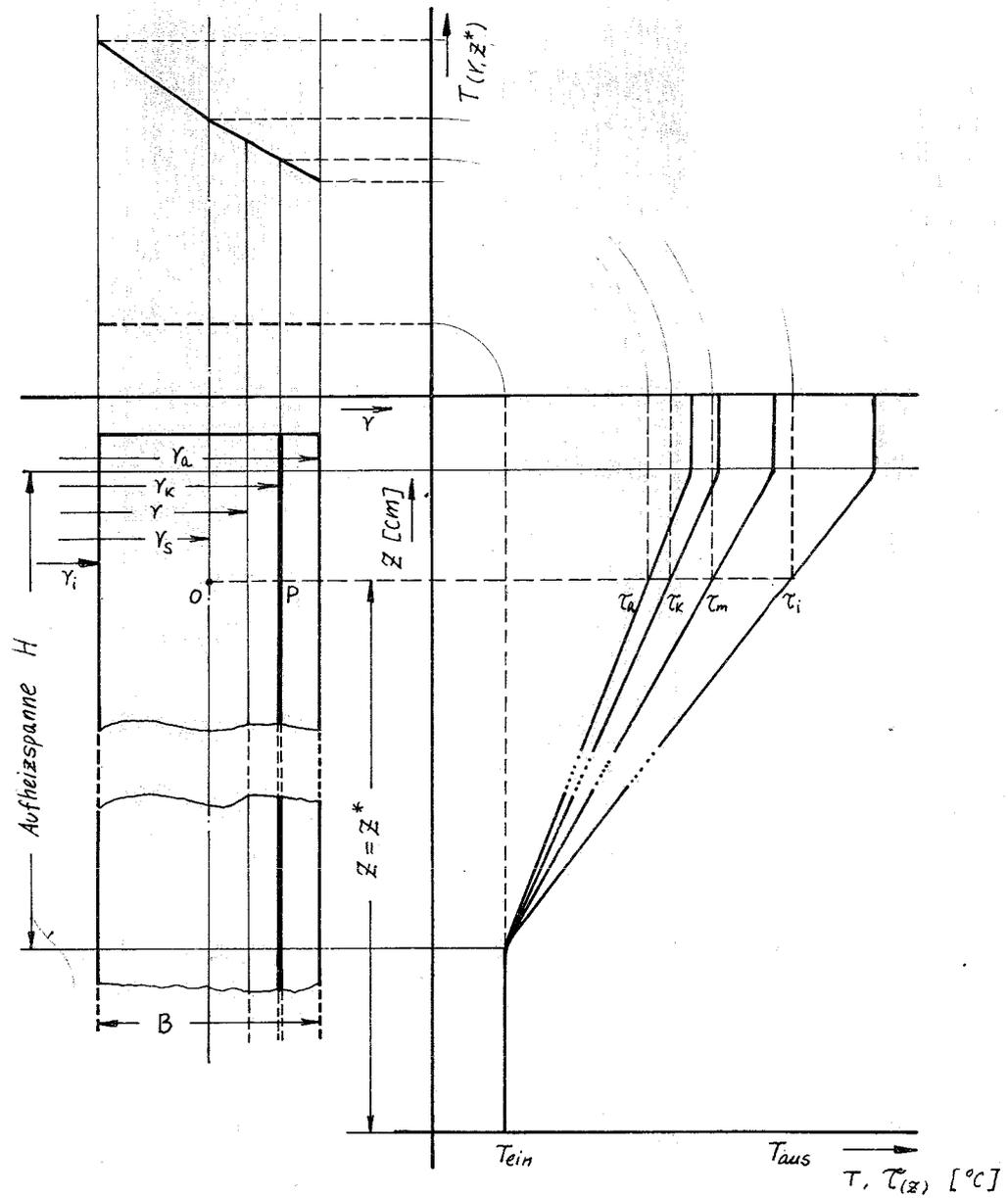


Abb. 4.3

Es wird angenommen, daß die Temperaturverteilung  $T(r, z)$  in radialer Richtung für  $r = r_i \dots r_s$  und für  $r = r_s \dots r_a$  jeweils linear ist. (Abb. 4.3)

$$\tau(z) = T(r, z) = \tau_m(z) + \frac{\tau_m(z) - \tau_i(z)}{(B/2)} (r - r_s) \quad (4.2.1)$$

für  $r = r_i \dots r_s$

$$\tau(z) = T(r, z) = \tau_m(z) + \frac{\tau_a(z) - \tau_m(z)}{(B/2)} (r - r_s) \quad (4.2.2)$$

für  $r = r_s \dots r_a$

( $r$  ist dabei ein Parameter)

Wir betrachten die relative radiale Verschiebung des beliebigen Kühlkanals  $r = r_k$  ( $r_s \leq r_k \leq r_a$  oder  $r_i \leq r_k \leq r_s$ ) gegenüber dem mittleren Kühlkanal. (Abb. 4.3)

Es gilt für  $r_s \leq r_k \leq r_a$

$$\begin{aligned} \eta(z) &= \int_{r_s}^{r_k} \alpha \cdot T(r, z) \cdot dr = \alpha \cdot \int_{r_s}^{r_k} \left[ \tau_m(z) + \frac{\tau_a(z) - \tau_m(z)}{B/2} (r - r_s) \right] dr \\ &= (r_k - r_s) \left[ \tau_m(z) + \frac{\tau_a(z) - \tau_m(z)}{B} (r_k - r_s) \right] \end{aligned}$$

oder allgemein :

für  $r_s \leq r \leq r_a$

$$\eta(z) = (r - r_s) \left[ \tau_m(z) - \frac{\tau_m(z) - \tau_a(z)}{B} (r - r_s) \right] \quad (4.2.3)$$

für  $r_i \leq r \leq r_s$

$$\eta(z) = (r - r_s) \left[ \tau_m(z) - \frac{\tau_i(z) - \tau_m(z)}{B} (r - r_s) \right] \quad (4.2.4)$$

Wird für die Querdehnung der axialen Subassemblyfaser gegenüber der Subassemblyachse  $\tau_{m(z)} = \tau_a(z) = \tau_i(z)$  angenommen, so gilt

$$\eta_{(z)} = \alpha (r - r_s) \cdot \tau_{m(z)} \quad (4.2.5)$$

$$\text{für } r_i \leq r \leq r_a$$

## 5. Berechnung der Biegespannungen in den Subassemblywänden

Im Kapitel (4.1) wurde die Berechnung der Biegelinie der Subassemblies behandelt. Diese Verbiegungen der Subassemblies (Subassemblywand) sind gleichzeitig mit Biegespannungen verbunden.

Die Biegespannung ergibt sich aus:

$$\sigma_{(z_i)} = \frac{M_{(z_i)}}{W_{(z_i)}} \quad (5.1)$$

Der Momentenverlauf kann mit den in den Kapiteln (3) und (4) erläuterten Methoden bestimmt werden.

Zusammenfassend wird kurz die Berechnung der Verläufe der Gesamtmomente in einem Subassembly näher erläutert.

In den Kapiteln (4.1.1) und (4.1.2) wurden die Verschiebungen der Fixierstellen für die Temperaturendehnung

$\eta_k = \alpha \cdot \gamma_s \cdot \delta_k$  (Formel 4.1.2) und die Ausbiegungen als Folge der Temperaturgradienten  $\bar{\eta}_{G,k}$  errechnet.

Die Gesamtverschiebung einer Fixierstelle ergibt sich aus:

$$\eta_k^* = \alpha \cdot \gamma_s \cdot \delta_k - \bar{\eta}_{G,k} \quad (5.2)$$

Durch das Gleichungssystem (5.3)

$$\begin{pmatrix} \alpha_{n1} & \dots & \alpha_{nn} \\ \dots & & \dots \\ \alpha_{n1} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_n^* \\ \vdots \\ \eta_n^* \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

erhält man die zugehörigen Kräfte. Mit diesen Kräften  $P_1 \dots P_n$  lassen sich die Momentenverläufe für das Subassembly bestimmen. (Siehe Kapitel 3 und 4). Der Momentenverlauf in allen Subassemblyabschnitten ist

linear. Man braucht deshalb nur die Momente und die Biegespannungen an den Randpunkten der Subassemblyabschnitte auszurechnen, um die Stelle herauszufinden, wo die maximale Biegespannung auftritt.

Außer diesen Biegespannungen treten in den Subassemblywänden zusätzliche Wärmespannungen auf.

Durch die unterschiedlichen Temperaturen an den Innenseiten zweier benachbarter Subassemblywände und den sich dadurch einstellenden Temperaturgradienten in der Subassemblywand (Abb. 2.1) würden zusätzliche Formänderungen der Kastenwand notwendig. Diese zusätzlichen Formänderungen werden jedoch durch die bestehende Form des Subassemblykastens teilweise verhindert. Dadurch entstehen zusätzliche innere Wärmespannungen, die hier vorläufig nur in grober Näherung erfaßt werden.

Eine Näherungsformel für diese Wärmespannungen ist:

$$\sigma = \frac{E \alpha \cdot \Delta T}{2 (1-\nu)} \cdot K \quad [ \text{kp/cm}^2 ] \quad (5.4)$$

wobei

|                  |   |
|------------------|---|
| $E, \alpha, \nu$ | die Stoffwerte  |
| $\Delta T$       | die Temperaturdifferenz beider Seiten einer Subassemblywand |
| $K$              | Korrekturfaktor   |

sind.

## 6. Berechnung der Reaktivitätsänderung (5)

Ist das Temperaturfeld im Reaktor (Kapitel 2) bekannt und die dadurch entstehende örtliche Verschiebung der Brennstoffstäbe im Reaktor (Kapitel 3 und 4) errechnet, so kann man die daraus folgende Änderung des Multiplikationsfaktors bestimmen, wenn die örtlichen Dangerkoeffizienten gegeben sind. Unter dem Dangerkoeffizienten  $D(r, z)$  soll hier der absolute Reaktivitätsbeitrag verstanden werden, der sich durch Herausnahme oder Hinzufügen von  $1 \text{ cm}^3$  irgendeines Materials (z.B. Brennstoff, Kühlmittel, Strukturmaterial) an einer Stelle  $(r, z)$  im Reaktor ergibt.

Die orts- und materialabhängigen Dangerkoeffizienten werden mit Hilfe einer 2-dimensionalen Störungsrechnung (4) bestimmt. Dieser Rechnung muß eine 2-dimensionale Multigruppenrechnung zur Bestimmung der Neutronenflüsse und der adjungierten Neutronenflüsse vorausgehen.

Die relative Änderung des Multiplikationsfaktors durch die Coreverbiegung, d.h. Verschiebung eines Volumenteilchens des Reaktormaterials  $j$  um die Strecke  $\eta$  ist für einen achsensymmetrischen Zylinderreaktor (Abb. 6.1).

$$\vartheta_j = \left( \frac{\Delta K}{K} \right)_j = \int_V \text{grad } D_j(r, z) \cdot \vec{\eta}_j(r, z) \cdot dV \quad (6.1)$$

Für die Verschiebung mehrerer Materialien

$$\vartheta = \frac{\Delta K}{K} = \sum_j \int_V [\text{grad } D(r, z) \cdot \vec{\eta}(r, z) \cdot dV]_j \quad (6.2)$$

Für die Zylindergeometrie gilt

$$\text{grad } D(r, z) = \left( \frac{\partial D}{\partial r}, \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial D}{\partial \varphi}, \frac{\partial D}{\partial z} \right)$$

und

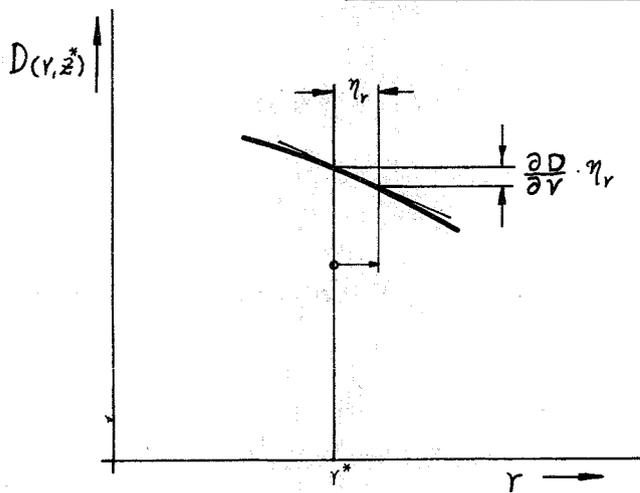
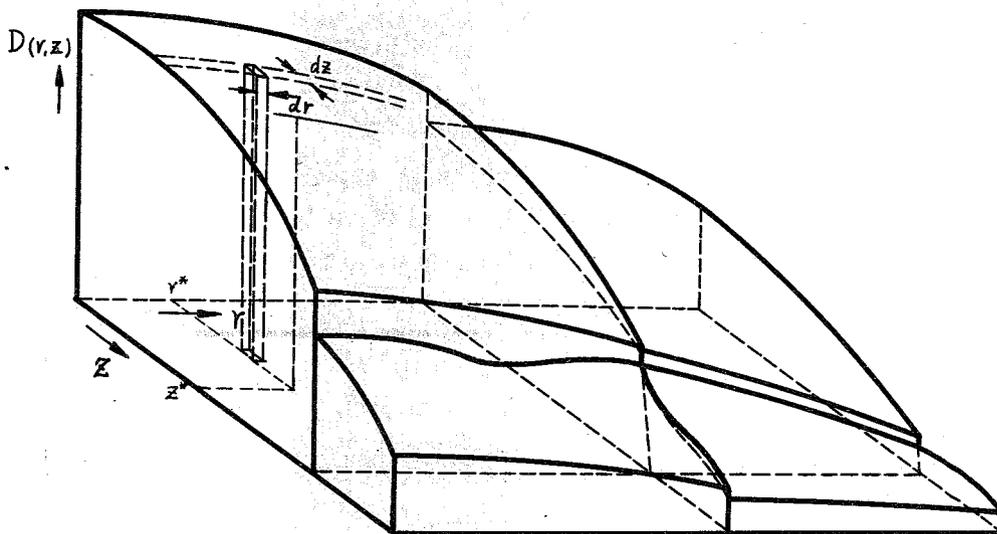
$$\begin{aligned} \vec{\eta}(r, z) &= (\eta_r, 0, \eta_z) \\ dV &= 2 r \cdot dr \cdot dz \end{aligned} \quad (6.3)$$

Daraus folgt für (6.2)

$$\vartheta = \frac{\Delta K}{K} = \sum_j \left[ \int_V \frac{\partial D(r, z)}{\partial r} \cdot \eta_r \cdot dV + \int_V \frac{\partial D(r, z)}{\partial z} \cdot \eta_z \cdot dV \right]_j \quad (6.4)$$

oder

$$\varphi = \frac{\Delta K}{K} = \left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{\text{rad}} + \left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{\text{ax}} \quad (6.5)$$



( Abb. 6.1. )

Die Reaktivitätsänderung  $(\frac{\Delta K}{K})_{ax}$  durch die axialen Verschiebungen  $\eta_z$  werden hier nicht berücksichtigt. Es gilt dann nach (6.4) und (6.5)

$$\frac{\Delta K}{K} = (\frac{\Delta K}{K})_{rad} = \int_V \sum_j \left[ \frac{D(r,z)}{r} \cdot \eta_r(r,z) \right]_j \cdot dV \quad (6.6)$$

Da die Funktionen  $\frac{\partial D(r,z)}{\partial r}$  und  $\eta_r(r,z)$  allgemein keine einfachen Funktionen darstellen, kann diese Integration auf verschiedene Weise gelöst werden. Es werden hier zwei Lösungsmöglichkeiten gezeigt.

Der Reaktor wird sowohl radial als auch axial in kreisringförmige Elemente mit  $r_i$ ,  $r_a$  (innerer und äußerer Radius) und  $z$  (Höhe) aufgeteilt. Die Indizes  $k$  und  $l$  bezeichnen die Elemente in radialer und axialer Richtung.

1. Teilt man den Reaktor axial in Elemente kleiner Höhe  $\Delta z$  auf, so gilt

$$\left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{ax} = \pi \cdot \sum_l \left\{ \sum_k \left[ \sum_r \left( \frac{\partial D(r,z)}{\partial r} \right)_l \cdot (\eta_r(r,z))_l \cdot \Delta z_l \right]_k (r_a^2 - r_i^2)_k \right\}_j \quad (6.7)$$

2. Lassen sich  $\left(\frac{\partial D(r,z)}{\partial r}\right)_{k,l}$  und  $(\eta_r(r,z))_{k,l}$  für das Element  $(k,l)$  in Polynomform

$$\left(\frac{\partial D(r,z)}{\partial r}\right)_{k,l} = P_1(z_l)_r = r_k \quad (6.8)$$

und

$$\left( \eta_{Y(r,z)} \right)_{K,L} = P_2(z_L)_{Y=Y_K} \quad (6.9)$$

darstellen, wobei  $Y$  Parameter ist, so gilt

$$\left( \frac{\Delta K}{K} \right)_{rad} = \pi \sum_j \left\{ \sum_K \left[ \sum_L^{\Delta Z_L} P_1(z_L) \cdot P_2(z_L) \cdot dz_L \right]_K (Y_a^2 - Y_i^2)_K \right\}_j \quad (6.10)$$

Dabei soll  $\Delta Z_L$  möglichst so gewählt werden, daß  $\Delta Z_L$  groß ist und die beiden Polynome niedrigen Grad haben. Außerdem soll  $\Delta Z_L$  mit der Länge des entsprechenden Subassemblyabschnittes übereinstimmen. (Siehe Kapitel 4)

Für die Berechnung der Integration von (6.6) scheint die zweite Methode günstiger.

Bei der Berechnung nach der 2. Methode wird man für die radiale Auslenkung einer Subassemblyfaser (bzw. eines Brennstoffstabes)  $\eta_{Y(z_L)_{Y=Y_K}}$  die in Kapitel (4) errechneten Polynome direkt übernehmen, während man bei der Berechnung nach der 1. Methode aus den bekannten Polynomen die einzelnen  $\eta_{Y(r,z)}$  zunächst ausrechnen müßte.

Bei der Störungsrechnung für die Werte von  $\left( \frac{\partial D(r,z)}{\partial Y} \right)_{K,L}$  braucht man nach der 1. Methode viele axiale Punkte, nach der 2. Methode jedoch weniger, da hierbei die axialen Polynome mit bekannten Werten  $\left( \frac{\partial D(r,z)}{\partial Y} \right)_{K,L}$  gebildet werden. Bei der Berechnung eines Polynoms ist die zu große Anzahl der Funktionswerte eine größere Fehlerquelle. Die Berechnung der Polynome kann mit einem hierfür geschriebenen Programm mit guter Genauigkeit durchgeführt werden. Außerdem wird die Integration der Polynome zu genaueren Ergebnissen führen als die Summe der Funktionswerte.

## 7. Zusammenfassung

Faßt man den bisher beschriebenen Formalismus in einem digitalen Programm zusammen, so besteht die Möglichkeit, dieses Programm mit einem digitalen Dynamikprogramm zu koppeln. Das digitale Dynamikprogramm muß dann für jeden Zeitpunkt  $t$  die Spaltratenverteilung (oder deren Änderung) oder das Temperatur- und Temperaturgradientenfeld des gesamten Reaktors (für jedes einzelne Subassembly) liefern. Diese Temperatur- und Temperaturgradientenverteilungen gehen in das "Verbiegungs- und Reaktivitätsprogramm" ein und erlauben nun die exakte Bestimmung der Strukturausdehnungs- und Verbiegungskoeffizienten. Die übrigen Reaktivitätskoeffizienten (Doppler-, Brennstoffausdehnungs-, Kühlmittelkoeffizient) müssen natürlich in zusätzlichen Teilprogrammen bestimmt werden. Damit stellt dieses "Verbiegungs- und Reaktivitätsprogramm" einen Baustein für die raumabhängige Behandlung des Thermodynamik- und des Feedbackteils in einem raumabhängigen digitalen Dynamikprogramm dar. Ist man aus Gründen des Rechenaufwandes gezwungen, auf die raumabhängige Behandlung des Thermodynamik- und Feedbackteils zu verzichten, so kann man den Struktur- und den Verbiegungs- (bowing) -reaktivitätskoeffizienten auch an die integralen Reaktortemperaturen wie

Kühlmittelein- und -austrittstemperatur

Aufheizspanne

mittlere Kühlmitteltemperatur

koppeln. Eine alleinige Kopplung an die mittlere Reaktorkühlmitteltemperatur würde dann z.B. dem isothermen Strukturausdehnungskoeffizienten entsprechen. Daß die errechneten Reaktivitätswerte im "Verbiegungs- und Reaktivitätsprogramm" immer auf den Bezugsreaktor bezogen werden, bedeutet keine zusätzlichen Schwierigkeiten.

Anhang : 1

Die Berechnung der Trägheitsmomente und der Widerstandsmomente für die Subassemblies der Na1-Studie

1) Sechseckiger Ringquerschnitt:

Die Schlüsselweite des inneren und äußeren Sechsecks des Subassemblykastens,  $b$  und  $B$ , betragen:

$$b = 17,05 \text{ cm} \quad B = 17,85 \text{ cm}$$

Daraus ergeben sich das Trägheitsmoment  $I_s$  und das Widerstandsmoment  $W$ :

$$I_s = \frac{5}{144} (B^4 - b^4) = 1023 \text{ cm}^4$$

$$W = \frac{I_s}{B} = 99,3 \text{ cm}^3$$

2) Querschnitt des Subassemblyfußes:

Der Subassemblyfuß hat an seiner oberen Seite einen kreisringförmigen und an seiner unteren Seite einen kreisförmigen Querschnitt. Die folgende Tabelle zeigt die Abmessungen sowie die Trägheits- bzw. Widerstandsmomente.

|                       | Be-<br>zeichn. | Dimen-<br>sion | obere Seite | untere Seite |
|-----------------------|----------------|----------------|-------------|--------------|
| Form des Querschnitts |                |                | kreisringf. | kreisförmig  |
| Außendurchmesser      | D              | cm             | 10,5        | 10,5         |
| Innendurchmesser      | d              | cm             | 9           | -            |
| Trägheitsmoment       | $I_s$          | $\text{cm}^4$  | 275         | 593          |
| Widerstandsmoment     | W              | $\text{cm}^3$  | 52,4        | -            |

3) Querschnitt der Brennelementenhülle

Der Querschnitt der Brennelementenhülle ist kreisringförmig. Die Querschnitte der Brennelementenhülle und die Anzahl der in einem Subassembly assemblierten Brennelementhüllen sind für das Core und für das Blanket verschieden. Untenstehende Tabelle zeigt die genauen Abmessungen und die Trägheitsmomente.

|  | Be-<br>zeichn. | Dimen-<br>sion  | Core                 | Blanket             |
|--|----------------|-----------------|----------------------|---------------------|
| Außendurchmesser                                 | D              | cm              | 0,67                 | 1,13                |
| Innendurchmesser                                 | d              | cm              | 0,6                  | 1,01                |
| Trägheitsmoment<br>eines Cannings                | $I_s$          | cm <sup>4</sup> | $3,53 \cdot 10^{-3}$ | $2,9 \cdot 10^{-2}$ |
| Anzahl der Cannings<br>in einem Sub-<br>assembly | n              | -               | 331                  | 169                 |
| Gesamtträgheits-<br>moment                       | $I_{ges}$      | cm <sup>4</sup> | 1,17                 | 4,9                 |

Aus 1) und 3) ergibt es sich, daß bei der Berechnung der Trägheits- und Widerstandsmomente für den Subassemblykasten die Anteile der Brennelementhüllen vernachlässigt werden können.

Bezeichnung für die Formeln

|                    |                    |   |
|--------------------|--------------------|---|
| a                  | cm                 | Länge des axialen Teilabschnittes am Subassembly                        |
| A                  | -                  | Normierungsfaktor   |
|                    | kp·cm              | Biegearbeit   |
| b                  | cm                 | innere Schlüsselweite des Subassemblies                                 |
|                    | cm                 | Länge eines oder mehrerer Abschnitte am Subassembly                     |
| B                  | cm                 | äußere Schlüsselweite des Subassemblies                                 |
| C <sub>ij</sub>    | -                  | Integrationskonstante   |
| C <sub>p</sub> (T) | cal/g·°C           | spez. Wärme   |
| D(r,z)             | cm <sup>-3</sup>   | Dangerkoeffizient   |
| e                  | cm                 | Achsenabstand   |
| E                  | kp/cm <sup>2</sup> | Elastizitätsmodul   |
| EI                 | kp·cm <sup>2</sup> | Biegesteifigkeit  |
| f                  | -                  | Abkürzung einer Funktion  |
| F(r,z)             | cm <sup>2</sup>    | die einem Kühlkanal zugeordnete Querschnittsfläche                      |
| H                  | cm                 | Höhe  |
|                    | kp                 | Scheinkraft   |
| I                  | cm <sup>4</sup>    | Trägheitsmoment   |
| K                  | -                  | Multiplikationsfaktor   |
| L                  | cm                 | Länge   |
| m                  | kp/s               | Kühlmitteldurchsatz im Kühlkanal  |
| M                  | kp·cm              | Biegemoment   |
| n, N               | -                  | bestimmte Anzahl  |
| N <sub>th</sub>    | W                  | thermische Reaktorleistung  |
| P                  | kp                 | Kraft   |
| Q(r,z)             | W/cm <sup>3</sup>  | Leistungsverteilung   |
| r                  |                    | radiale Koordinate  |
| r, R               | cm                 | innerer bzw. äußerer Radius   |
| SP(r,z)            | -                  | relative Spaltratenverteilung   |
| T                  | °C                 | Kühlmitteltemperatur an einem Punkt oder in einem Kühlkanal (mit Index) |
| T(r,z)             | °C                 | Temperaturverteilung im Reaktor   |
| ΔT                 | °C                 | Kühlmittelaufheizspanne   |
| T <sub>0</sub>     | °C                 | die Bezugstemperatur für den unverbogenen Reaktor                       |
| TG(z)              | °C/cm              | der mittlere radiale Temperaturgradientenverlauf im Subassembly         |

|                          |                    |   |
|--------------------------|--------------------|---|
| V                        | cm <sup>3</sup>    | Volumen   |
| W                        | cm <sup>3</sup>    | Widerstandsmoment   |
| x,y,z                    | -                  | die Koordinaten x, y und z  |
| $\alpha$                 | °C <sup>-1</sup>   | linearer Ausdehnungskoeffizient   |
| $\alpha_{ij}$            | cm/kp              | Maxwell'sche Einflußzahl  |
| $\gamma$                 | kp/cm <sup>3</sup> | spez. Gewicht   |
| $\eta$                   | cm                 | Verbiegungsverlauf der Balkenachse,<br>Verschiebungsbeitrag eines Balkenpunktes |
| $\vartheta(z)$           | °C                 | axialer Temperaturverlauf in einem<br>Kühlkanal                                 |
| $\xi, \bar{\xi}$         | cm                 | Biegeverlauf der Subassemblyachse   |
| $\Sigma_f$               |                    | makroskopischer Spaltwirkungsquerschnitt  |
| $\rho$                   | cm                 | Krümmungsradius   |
| $\sigma, \bar{\sigma}_b$ | kp/cm              | Biegespannung   |
| $\tau(z)$                | °C                 | Temperaturverlauf im Kühlkanal  |
| $\varphi$                | -                  | Winkelkoordinate  |
| $\varnothing(r,z)$       | -                  | relative Neutronenflußverteilung der<br>Energiegruppe i.                        |

Indizes:

|         |   |
|---------|---|
| a       | außen   |
| A,B     | für den Punkt A bzw. B usw.                                       |
| aus     | Austrittsseite des Kühlmittels                                    |
| ax      | axial   |
| ein     | Eintrittsseite des Kühlmittels                                    |
| G,TG    | für den Gradienten  |
| i,j,k,l | laufende Nummer   |
| i       | innere  |
| m       | mittlere  |
| max     | maximal   |
| r.rad   | radial  |
| s       | für das Subassembly, die Subassemblyachse<br>oder die Schwerlinie |
| T       | für die Temperatur  |
| x,y,z   | für die Koordinatenrichtung x,y,z                                 |

Sonstige Bezeichnungen:

A,B,C,D Punkte auf Balken  
F<sub>i</sub> i-te Horizontalebene des Reaktors  
R rohrförmiger Subassemblyfuß  
s Subassembly  
S Biegelinie der Subassemblyachse

Literaturverzeichnis:

- [1] D. Smidt et al.:  
Referenzstudie für den natriumgekühlten schnellen Brut-  
reaktor (Na 1)  
KFK-Bericht Nr. 299 (PSB-Bericht Nr. 122), 1964
- [2] Tobias and Fowler:  
Twenty Grand Program for the numerical solution of few-group  
neutron diffusion equations in two dimensions,  
ORNL 3200, Feb. 1962
- [3] F. Storrer:  
Courbes d'influence pour le calcul de l'effet des distorsions  
de la structure sur la réactivité,  
Physics of fast and intermediate Reactors, Proceedings of  
the Seminar on the physics of fast and intermediate reactors,  
IAEA-Conference, Vienna 1961
- [4] Chaumont and Koerner:  
2 D-Pert (A two-dimensional perturbation code),  
ANL 6555, May 1962
- [5] Timischenko and Coodier:  
Theory of Elasticity, 1951  
Second Edition, International student edition New York,  
Toronto, London/Mc Graw-Hill Book Company, Inc.  
TOKYO, KOGAKUSHA Company, Ltd.
- [6] Szabo':  
Einführung in die Technische Mechanik, 4. Aufl., 1959  
Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg
- [7] Szabo':  
Höhere Technische Mechanik, 2. Aufl., 1958  
Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg
- [8] Hütte I, 28. Aufl., 1955  
Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin

[9]

Dubbel I, Aufl., 19  
Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg

[10]

H. Wolf:  
Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate  
Hanseatische Verlagsanstalt GmbH., Hamburg

[11]

Programming System, IBM 7070, 270562-0  
Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

[12]

Sammlung von Programmbeschreibungen für IBM 7074  
Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe