

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

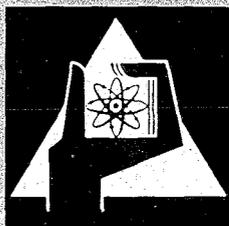
Juli 1968

KFK 808
EUR 3968 d

Institut für Reaktorentwicklung

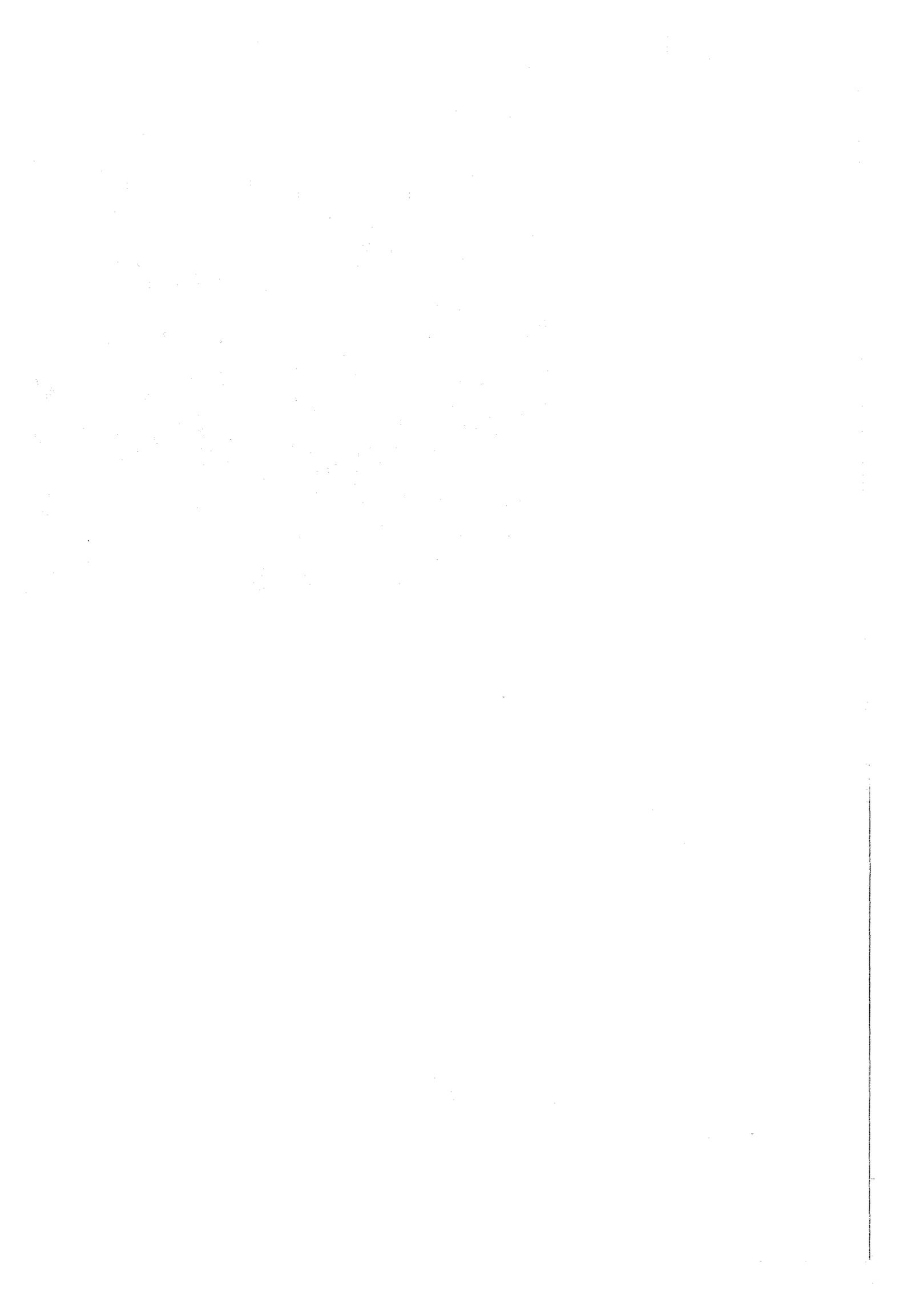
Ein Rechenverfahren zur festigkeitsmäßigen Auslegung der
Brennstabhüllrohre bei flüssigmetallgekühlten schnellen Reaktoren

G. Schmidt



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE



Juli 1968

Institut für Reaktorentwicklung

KFK 808

EUR 3968 d

Ein Rechenverfahren zur festigkeitsmäßigen Auslegung
der Brennstabhüllrohre bei flüssigmetallgekühlten
schnellen Reaktoren *)

G.Schmidt

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

*) Diese Arbeit wurde im Rahmen der Assoziation zwischen der Europäischen Atomgemeinschaft und der Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe auf dem Gebiet der schnellen Reaktoren durchgeführt.

Kurzfassung

Das dargelegte Verfahren soll es ermöglichen, für die Brennstabhüllrohre flüssigmetallgekühlter Schneller Reaktoren mit oxydischem Brennstoff die Größe des erforderlichen Spaltgasreservoirs als Funktion von Wandstärke und Abbrand zu berechnen, wenn Werkstoffeigenschaften - insbesondere Kriechverhalten - sowie Temperatur- und Leistungsverteilung am einzelnen Brennstab gegeben sind. Zunächst wird der Ausgleich von Wärmespannungen durch Kriechen nach der Norton'schen Formel bei gleichzeitig wirkendem Innendruck betrachtet. Durch Benutzung von Integralbeziehungen für die Dehnungsraten entsteht aus den Ausgangsgleichungen ein System von Integro-Differentialgleichungen, welche nach Ersatz der Integrale durch zeitweise konstante, numerisch leicht bestimmbare Mittelwerte in gewöhnliche Differentialgleichungen übergehen, für die eine analytische Näherungslösung angegeben werden kann. Diese führt nach weiterer Vereinfachung zu einer "Grenzspannung", welche sich als Ersatz für die Streckgrenze des Werkstoffes verwenden läßt. Damit wird das Problem auf den bekannten Fall eines elastisch-plastischen Rohres unter Innendruck und zyklisch wechselnden Wärmespannungen zurückgeführt, dessen Lösung nach Verallgemeinerung ein Kriterium für die Verminderung der Belastungsgrenze des Rohres durch schrittweise bleibende Aufweitung (thermal ratcheting) liefert. Das Verfahren wird mittels digitaler Rechenprogramme auf verschiedene Beispiele angewendet, und die Ergebnisse führen zu Schlußfolgerungen für die zweckmäßige Auslegung der Brennelemente.

<u>Inhaltsverzeichnis:</u>	<u>Seite</u>
1. Einleitung und Überblick	1
2. Grundlagen zur theoretischen Behandlung der Kriechvorgänge	5
2.1 Kriechen unter mehrachsigen Spannungszuständen	5
2.2 Wahl der Vergleichsspannung σ_v	5
2.3 Spannungs- und Zeitabhängigkeit	6
2.4 Temperaturabhängigkeit	7
3. Betriebszustände und Belastung der Hüllrohre im Reaktor	9
4. Spannungsumlagerung in der Rohrwand durch Kriecheffekte	12
4.1 Anfangsbedingungen	12
4.2 Grundgleichungen	13
4.3 Umwandlung in integrale Beziehungen und erste Vereinfachungen	14
4.4 Abschnittsweise Annäherung durch gewöhnliche Dgln.	19
4.5 Fallunterscheidung nach Mohr und Entkopplung	22
4.6 Exakte Integration	25
4.7 Integration der vereinfachten Gleichungen	28
5. Numerische Behandlung	34
5.1 Auffinden geeigneter Werte für A_t und A_n bzw. σ_{ct} und σ_{ca}	34
5.2 Verbesserung durch Iteration	35
5.3 Überlegungen zur Schrittbreite	36
5.4 Digitale Behandlung mittels Rechenprogramm	36
5.5 Vorläufige Diskussion der Ergebnisse	38
6. Schrittweise Vereinfachung des Verfahrens	45
6.1 Verringerung der Zeitschrittzahl	45
6.2 Konstruktion einer Ersatz-Spannungsver- teilung	47
6.3 Herleitung einer "Grenzspannung" analog zur Streckgrenze des Materials	49

	<u>Seite</u>
7. Auswirkungen und zulässige Grenzen der Hüllrohrbeanspruchung	52
7.1 Kurzzeitige Beanspruchung durch inneren Überdruck	52
7.2 Aufweitung durch kontinuierliches Kriechen unter reinem Innendruck	53
7.3 Materialermüdung durch thermische Wechselbeanspruchung	56
7.4 Zusammenwirken von Innendruck und Wärmespannungen	62
8. "Thermal Ratcheting"-Kriterium für den allgemeinen Fall	63
8.1 Vorbetrachtungen	63
8.2 Betrachtung der verschiedenen Betriebsphasen	66
8.3 Rechnerische Erfassung	68
8.4 Wahl des geeigneten Arbeitsmodells	70
8.5 Ergänzende Überlegungen zur Beanspruchung des Materials	73
9. Berechnung der Mindestlänge für den Spaltgassammelraum	73
10. Anwendung auf einige typische Fälle und Betrachtung der Ergebnisse	75
10.1 Hinweise zur praktischen Durchführung des Verfahrens	75
10.2 Parametervariation mittels Digitalprogramm	77
10.3 Auswahl und Diskussion der gerechneten Fälle	79
10.4 Zusammenfassung der Ergebnisse	83
10.5 Schlußfolgerungen hinsichtlich Brennstab- und Reaktorauslegung	84
10.6 Schlußbemerkung	87

A1.	Verlauf der Umfangsdehnungsgeschwindigkeit über den Radius	A1
A2.	Erläuterungen zur Iteration von A_t und A_a bzw. σ_{ct} und σ_{ca}	A6
A3.	Erläuterungen zum Digitalprogramm für die Berechnung der Spannungumlagerungen	A8
	A3.1 Allgemeine Angaben	A8
	A3.2 Flußdiagramm	A10
A4.	Asymptotischer Kriechspannungsverlauf in dünnwandigen Rohren unter Innendruck und Wärmedurchgang	A14
A5.	Erläuterungen zum Digitalprogramm für die Berechnung von Innendruck und Spaltgasraum	A17
	A5.1 Ein- und Ausgabe	A17
	A5.2 Flußdiagramm	A18

Literatur



1. Einleitung und Überblick

Als aussichtsreichster Reaktortyp für die künftige Verwertung der vorhandenen Kernbrennstoffreserven gilt z.Zt. der flüssigmetallgekühlte Schnelle Brutreaktor mit keramischem Brennstoff, vorzugsweise das System Na/VO₂-PuO₂. Zu seinen Vorteilen gehört neben den ohne nennenswerten Überdruck erreichbaren hohen Kühlmitteltemperaturen - entsprechend hohem thermischen Wirkungsgrad der Anlage- und guter Neutronenökonomie vor allem ein hoher erreichbarer Abbrand (rd. 10⁵ MWd/to).

Voraussetzung hierfür ist eine tragende und gasdichte metallische Hülle um den allgemein in Stabform eingesetzten Brennstoff (sog. "strong canning-weak fuel"-Konzept), welche insbesondere das Entweichen selbst geringer Mengen der hochaktiven Spaltgase zuverlässig verhindert.

Die an den Werkstoff dieser Hülle zu stellenden Anforderungen - Verträglichkeit mit Kühlmittel und Brennstoff, ausreichende Warmfestigkeit, geringe Neutronenabsorption im schnellen Spektrum, leichte Verarbeitbarkeit, gutes Bestrahlungsverhalten, nicht zu hoher Preis - werden z.Zt. am besten von bestimmten austenitischen Stählen erfüllt. Diese haben anderen in Betracht kommenden Werkstoffen vor allem die ausgezeichnete, langjährig erprobte Korrosionsbeständigkeit gegen Natrium hoher Temperatur voraus. Ihre Festigkeitseigenschaften, speziell die Kriechfestigkeit, und auch ihr thermisches Verhalten sind dagegen verhältnismäßig ungünstig, und die richtige Dimensionierung von Hüllrohren aus solchem Material

wirft deshalb Probleme auf.

Der zulässige Innendruck dieser Rohre liegt nämlich bei neutronenökonomisch sinnvollen Wandstärken auf alle Fälle so niedrig, daß die aus dem Brennstoff freigesetzte Spaltgasmenge nicht mehr von dessen Poren und sonstigen Hohlräumen allein aufgenommen werden kann. Selbst bei Brennstoff mit geringer Dichte (um 80 % des theor. Wertes) und Entlastung durch das Porenvolumen axialer Brutstücke im Brennstab muß zusätzlich ein Auffangreservoir vorgesehen werden, meist in Form einer einfachen Verlängerung des Hüllrohres. (Die bisher noch nirgends erfolgreich verifizierte Möglichkeit des sog. "vented fuel" ist hier außer Betracht gelassen.) Deren erforderliche Länge ist i.a. so beträchtlich (meist nahezu gleich der Länge der aktiven Brennstoffzone), daß ihre Nachteile wie erhöhter Druckabfall des vorbeiströmenden Kühlmittels, größere Bauhöhe des Reaktors oder erschwelter Brennelementwechsel erheblich ins Gewicht fallen und nach möglichster Beschränkung verlangen.

Man steht somit vor der Aufgabe, für den Bereich vernünftig erscheinender Rohrwandstärken den jeweils größten zulässigen Innendruck und damit das kürzest mögliche Spaltgasreservoir zu finden, mit dem das Brennstoffelement bei geg. Abbrand noch sicher betrieben werden kann. Dabei muß die zusätzliche Beanspruchung der Hülle berücksichtigt werden, welche der Wärmedurchgang hervorruft.

Sind die räumlich-zeitliche Temperatur- und Leistungsverteilung im Brennstab, die (temperaturabhängigen) Festigkeitseigenschaften des Werkstoffes und der Festkörper-Schwelldruck des Brennstoffes bekannt, so entspricht das dem Problem der Festigkeit eines Rohres unter veränderlichem Innendruck und zusätzlichen wechselnden Wärmespannungen bei

hohen, örtlich und zeitlich schwankenden Temperaturen. **Letztere** liegen maximal bei 650 - 700 °C und bewirken, daß Kriechvorgänge im Material eine dominierende Rolle spielen. Dies kann insofern kritisch werden, als durch die Hochtemp.-Versprödung infolge n-Bestrahlung die zulässige Kriechdehnung auf weit unter 1 % absinkt.

Es müssen vier Möglichkeiten diskutiert werden, die ein Versagen des Bauteils unter der genannten Belastung hervorrufen können:

1. Kurzzeitiges Überschreiten der Streckgrenze
2. Zu große Krieचाufweitung unter reinem Innendruck
3. Materialermüdung infolge thermischer Wechselverformung
4. Schrittweise zunehmende Aufweitung durch Zusammenwirken von Innendruck und wechselnden Wärmespannungen (sog. "thermal ratcheting").

Eine erste zusammenfassende Darstellung dieser Gesichtspunkte bietet eine Arbeit von Horst [1], die jedoch hauptsächlich Punkt 1. näher behandelt und hier unter sehr konservativen Voraussetzungen eine Optimalisierung der Wandstärke anstrebt, während die weiteren Punkte und vor allem Kriecheffekte größtenteils nur kurz beschrieben, aber nicht näher untersucht werden. Ein weiterer Bericht aus verwandter Quelle [2] enthält ähnliche Betrachtungen, welche bereits Punkt 4. stärker betonen, allerdings nur für den elastisch-plastischen Fall. Grundlage hierfür ist die bekannte Arbeit von Miller [3] über Druckbehälter mit Wärmedurchgang in der Wand. Sie bildet auch den Ausgangspunkt für eine weitere Untersuchung von Bree [4], welche Punkt 4. im Hinblick auf Brennstabhüllrohre plastizitätstheoretisch behandelt und numerisch berechnet. In einem neueren englischen Bericht über die Auslegung eines Schnellbrüter-Brennstabes [21] ist davon allerdings kein Gebrauch gemacht, sondern lediglich nach Punkt 1. und 2. dimensioniert.

Grundlegende Aussagen zu Pnkt 3. stammen hauptsächlich von Coffin [5,6], worauf sich auch die Betrachtungen in [1] und [2] beziehen. In den bisher genannten Arbeiten sind Kriecherscheinungen entweder nur am Rande erwähnt oder höchstens unter dem Aspekt 2) kurz behandelt.

Der für das vorliegende Problem zentral wichtige zeitabhängige Übergang eines gegebenen elastischen Spannungszustandes in eine Kriechspannungsverteilung ist Gegenstand anderer Veröffentlichungen; hauptsächlich mit dem sog. Anlaufvorgang des dickwandigen Rohres unter Innendruck befassen sich Coffin, Shepler und Cherniak [7], Smith [8] und Besseling [9], während die Arbeiten von Mendelson, Hirschberg und Manson [10], Poritsky und Fend [11] sowie Yalch und Mc Connelee [12] primär die Relaxation von Wärmespannungen behandeln. Die zuletzt genannte Arbeit gibt bereits ein digitales Rechenprogramm an, das auch für zusammengesetzte Spannungen den zeitlichen Ausgleich und die resultierenden Dehnungen ermittelt.

Praktisch alle genannten Autoren- außer Besseling [9], der mit einem mathematisch ebenfalls sehr aufwendigen Variationsprinzip arbeitet - benutzen numerische Lösungsmethoden auf der Basis von Differenzgleichungen für die Zeit- und meist auch für die Ortsabhängigkeit. Diese haben neben dem erheblichen, nur noch mit Computern zu bewältigenden Rechenaufwand den Nachteil, daß ihre Ergebnisse sich sehr schwer allgemein darstellen oder auf andere Weise als Ausgangsdaten für anschließende Rechnungen verwenden lassen.

In der vorliegenden Arbeit wird deshalb ein anderer Weg eingeschlagen und das Spannungsausgleichsproblem unter Beschränkung auf die gegebenen Verhältnisse am betrachteten Brennstabhüllrohr (mäßige Wandstärke, vorwiegend sekundäres Kriechen im interessierenden Bereich) wenigstens teilweise und angenähert analytisch gelöst. Hierzu dient eine Integralbeziehung für die Gesamtdehnungsgeschwindigkeit, welche sich über relativ lange Zeit durch

einen einfach zu findenden Mittelwert gut erfüllen läßt. Anschließend wird gezeigt, wie der Lösungsgang ohne unzulässig großen Verlust an Genauigkeit noch weiter vereinfacht werden kann und es so schließlich ermöglicht, die Hüllrohre nach einer Verallgemeinerung der Methode von Miller [3] auf das schrittweise Auftreten bleibender Dehnungen (bzw. zeitweilig stark erhöhter Kriechraten) zu untersuchen. Zusammen mit den anderen erwähnten Belastungskriterien kann danach die Auslegung der Hüllrohre vorgenommen werden. Ein relativ einfaches Digitalprogramm gestattet es dann, den Einfluß der wesentlichen Reaktorparameter auf die erforderliche Länge der Spaltgasräume bzw. die Wandstärke der Hüllrohre zu untersuchen.

2. Grundlagen zur theoretischen Behandlung der Kriechvorgänge

2.1 Kriechen unter mehrachsigen Spannungszuständen

Dieser Punkt ist in der Literatur ausführlich behandelt, insbesondere auch in den Werken von Odquist und Hult [13] sowie von Finnie und Heller [14]. Danach gelten für isotrope und (bei reinem Kriechen) inkompressible Werkstoffe die von Soderberg stammenden Beziehungen

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_1 &= \frac{\dot{\epsilon}_V}{\sigma_V} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] \\ \dot{\epsilon}_2 &= \frac{\dot{\epsilon}_V}{\sigma_V} \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \right] \\ \dot{\epsilon}_3 &= \frac{\dot{\epsilon}_V}{\sigma_V} \left[\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right]\end{aligned}\tag{2-1}$$

zwischen den Hauptspannungen $\sigma_{1,2,3}$ und den Hauptdehnungsraten $\dot{\epsilon}_{1,2,3}$.

2.2 Wahl der Vergleichsspannung σ_V

Es interessiert hier nur der Verformungsprozeß, nicht der Bruchvorgang.

Daher kommen als Maß für die Materialanstrengung nur die Vergleichsspannungen nach Mohr (bzw. Tresca) und von Mises (auch nach Maxwell benannt) in Betracht.

Die Ergebnisse verschiedener Untersuchungen, insbesondere der sorgfältigen experimentellen Arbeit von Kenndy, Harms und Douglas [15] zeigen, daß zwar die Mises'sche Invariantentheorie im Mittel etwas besser mit den gemessenen Werten übereinstimmt, daß aber die Schubspannungstheorie nach Mohr für die Berechnung praktischer Fälle meist geeigneter ist. Zum einen liefert sie pessimistische Ergebnisse, welche die relativ großen Unsicherheiten der Kriechdehnungsberechnung oft in erster Näherung wieder kompensieren, und zum anderen ist ihre Anwendung für viele praktische Fälle wie z.B. rotationssymmetrische Probleme mathematisch wesentlich einfacher.

Aus diesem Grund wurde für das vorliegende Problem von der Vergleichsspannung nach Mohr:

$$\sigma_v = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \text{mit } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad (2-2)$$

bzw.
$$\sigma_v = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

ausgegangen. Speziell im vorliegenden Fall wird damit die mathematische Behandlung sehr erleichtert, und die Ergebnisse liegen zudem auf der sicheren Seite.

2.3 Spannungs- und Zeitabhängigkeit

Unter den gegebenen Umständen kann primäres und sekundäres Kriechen auftreten. Im letzteren Fall wird die Spannungsabhängigkeit der Kriechrate für Stähle nach dem derzeitigen Kenntnisstand [13], [14] am besten durch das Norton'sche Kriechgesetz

$$\dot{\epsilon} = K \cdot \sigma^n \quad (2-3)$$

ausgedrückt, wobei K und n temperaturabhängige Konstanten sind. (Bei Mehrachsigkeit des Spannungszustandes sind $\dot{\epsilon}$ und σ durch $\dot{\epsilon}_v$ und σ_v zu ersetzen.) Bei primärem Kriechen kommt noch ein von der Zeit oder von der Gesamtdehnung abhängiger Faktor hinzu (Zeit- bzw. Dehnungsverfestigung), während die Spannungsabhängigkeit praktisch unbeeinflusst bleibt. Man erhält dann die Beziehungen von der Form

$$\dot{\epsilon} = K_z \sigma^{n_z} \cdot t^{-q_z} \quad (2-4)$$

bzw.
$$\dot{\epsilon} = K_d \sigma^{n_d} \cdot \epsilon^{-q_d} \quad (2-5)$$

Obwohl die Dehnungsverfestigungstheorie physikalisch sinnvoller ist und besser mit Versuchsergebnissen übereinstimmt, wird ihr die Zeitverfestigungstheorie aus rechentechnischen Gründen fast immer vorgezogen [13,14]. Da außerdem nach [10] gerade bei Relaxationsproblemen der Unterschied in den Ergebnissen beider Theorien gering ist, wird im folgenden ein Zeitverfestigungsgesetz entspr. (2-4) bzw. in der integrierten Form

$$\varepsilon = K \sigma^n t^m \quad (2-5)$$

entspr. $\dot{\varepsilon} = K \cdot m \cdot \sigma^n \cdot t^{m-1}$ (2-5a)

benutzt.

Wie spätere Überlegungen zeigen, herrscht während der wichtigsten Beanspruchungsphasen der Hüllrohre sowieso weitgehend sekundäres Kriechen nach Gl. (2-3).

2.4 Temperaturabhängigkeit

Im Rahmen der hier vorliegenden Aufgabe brauchen lediglich die Kriechparameter K und n des Materials als Funktion der Temperatur auf irgend eine Weise gegeben zu sein. Sind sie, was häufig vorkommt, nur für eine Temperatur T_1 bekannt, so kann innerhalb eines nicht zu weiten Bereiches die Umrechnung auf eine Temperatur T_2 vorteilhaft nach der von Larson und Miller [16] angegebenen Beziehung

$$T_1 (C_L - \log \dot{\varepsilon}_{T_1}) = T_2 (C_L - \log \dot{\varepsilon}_{T_2}) \quad (2-6)$$

vorgenommen werden, wenn die Materialkonstante C_L gegeben ist. (Andernfalls kann man nach [16] immer noch $C_L = 20$ als brauchbaren Schätzwert benutzen.) Gl. (3-6) ist von der Dorn'schen Beziehung

$$\dot{\epsilon} = A \cdot e^{-\frac{Q}{RT}} \quad (2-7)$$

abgeleitet unter der Voraussetzung, daß A auch bei variabler Spannung eine Konstante ist [16], die Spannungsabhängigkeit der Kriechrate also allein in der Aktivierungsenergie Q steckt. Obwohl dies im Widerspruch zu grundlegenden Erkenntnissen über Kriecherscheinungen in Metallen steht, wird die Formel (2-6) für praktische Untersuchungen bevorzugt verwendet und liefert gute Ergebnisse, soweit dies im Hinblick auf den von vornherein recht summarischen Charakter von Gl. (2-7) möglich ist. Deshalb, und wegen der erwähnten universellen Anwendbarkeit auch in Fällen, wo die vorhandenen Kriechdaten sonst nicht ausreichen (Q und A nach Gl. (2-7) etwa sind in Prospektangaben über Stähle und Ni-Legierungen kaum zu finden, im Gegensatz zu C_L), wird Beziehung (2-6) in dieser Arbeit für die Berechnung temperaturabhängiger Kriechkonstanten durchgehend verwendet, ohne jedoch den Rechnungsgang speziell hiervon abhängig zu machen.

Führt man die Norton'sche Beziehung (2-3) in der Form

$$\dot{\epsilon} = K(T) \sigma^{n(T)}$$

mit $K(T_1) = K_1, n(T_1) = n_1;$

$$K(T_2) = K_2, n(T_2) = n_2$$

in Gl. (2-6) ein, so erhält man für zwei verschiedene Spannungen σ_1 und σ_2 die Zusammenhänge

$$T_1(C_L - \log K_1 - n_1 \log \sigma_1) = T_2(C_L - \log K_2 - n_2 \log \sigma_1) \quad (2-8)$$

$$\text{und } T_1(C_L - \log K_1 - n_1 \log \sigma_2) = T_2(C_L - \log K_2 - n_2 \log \sigma_2), \quad (2-9)$$

woraus durch Subtraktion sofort

$$n(T_2) = n_2 = n_1 \frac{T_1}{T_2} \quad (2-10)$$

und nach Einsetzen in (2-8)

$$K(T_2) = K_2 = K_1 \frac{T_1}{T_2} \cdot 10^{c_L(1 - \frac{T_1}{T_2})} \quad (2-11)$$

folgt.

Diese Beziehungen sind trotz ihres nicht ganz einfach erscheinenden Aufbaus für die Verwendung bei Rohren mit Wärmedurchgang (logarithmischer Temperaturverlauf) gut geeignet.

Außerdem gibt Gl. (2-10) zumindest qualitativ die oft beobachtete Abnahme des Exponenten n mit der Temperatur wieder.

3. Betriebszustände und Belastung der Hüllrohre im Reaktor

Die betrachteten Brennstabhüllen sind gerade, glatte, kreiszylindrische Rohre von großer Länge. Ihre Wandstärke ist deutlich kleiner als der Innenradius, und Endeinflüsse spielen keine Rolle, da die Enden weit von der beanspruchten Zone entfernt liegen. Für die Beanspruchung gelten im wesentlichen folgende Voraussetzungen:

- a) Mechanisch sind die Rohre durch rein hydrostatischen Innendruck belastet, der an jeder Stelle der Brennstoffzone den gleichen Wert hat. (Ein Festkörperdruck des unter Bestrahlung schwelenden Brennstoffes wird ebenfalls als hydrostatisch angenommen.) Der gesamte Innendruck steigt linear mit dem Abbrand an und bleibt beim Abschalten

des Reaktors jeweils fast konstant, da hierbei auch die Temperatur des Spaltgasreservoirs sich i.a. nicht ändert. *)

Äußere, vom Kühlmittel oder von Abstandshaltern und dergl. auf die Hüllrohre ausgeübte Kräfte sind nicht Gegenstand der Betrachtung; sie müssen durch konstruktive Maßnahmen klein gehalten werden.

- b) Die Wärmespannungen sind der Leistung pro cm Stablänge proportional; diese nimmt bei unverbeultem Flußverlauf in Form eines abgeschnittenen Cosinus von der Stabmitte nach den Enden hin ab.

Zeitlich schwankt die Leistung unregelmäßig zwischen Vollast und "Leerlauf"; es wird der ungünstigste Fall zugrunde gelegt, daß der Lastfaktor (Schätzwert 0,8) durch periodischen Wechsel zwischen 100 % und 0 % Leistung bei konstanten Kühlmitteltemperaturen entsteht.

- c) Der räumlich-zeitliche Temperaturverlauf in der Hülle ist dann durch die Leistung und den Verlauf der Kühlmitteltemperatur bestimmt, wenn Wärmeübergangszahl (bei Na-Kühlung praktisch konstant über die ganze Brennstablänge) und Wärmeleitfähigkeit des Wandmaterials gegeben sind. Abb. 1 zeigt den für Flüssigmetallkühlung typischen axialen Verlauf der Kühlmittel- und Oberflächentemperatur an einem Brennstab. (Wärmeerzeugung im Brutstoff vernachlässigt.) Wesentlich ist die Lage des Maximums der Wandtemperatur nahe dem Ende der Spaltstoffzone, d.h. in erheblicher Entfernung von dem in der Mitte liegenden Maximum der Stableistung.

*) Das abweichende Verhalten des Brennstoffschwelldruckes, welcher beim Abschalten infolge der reduzierten Brennstofftemperatur zurückgehen dürfte, ist konservativerweise nicht berücksichtigt, zumal der Spaltgasdruck aller Voraussicht nach deutlich dominiert.

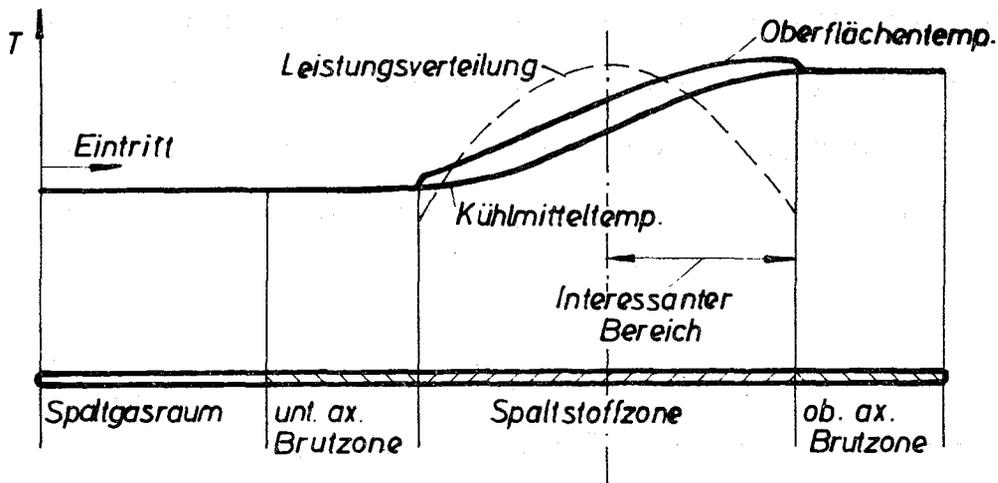


Abb. 1

Der interessante Bereich erstreckt sich axial von der Mitte des Brennstabes bis zu seinem heißen Ende; bei sinnvoller Auslegung variieren darin die Wandtemperaturen um max. 100 - 150 °C. Innerhalb dieser Grenzen können die wesentlichen Werkstoffeigenschaften wie Wärmeleitfähigkeit λ , Wärmedehnungszahl α_{th} , E-Modul und Querkzahl durch konstante Mittelwerte repräsentiert werden.

Dies gilt nicht für die Kriechparameter des Materials (s. Abschn. 2.3).

d) Als vernachlässigbar werden folgende Einflüsse angesehen:

- Axialer Temperaturgradient
- Wärmeentwicklung im Hüllmaterial durch Strahlung
- Abnahme der Wandstärke durch Korrosion
- Geometrieänderung durch Verformung (d.h. die Verformungen sind klein)
- Anfangsgasinhalt der Brennstäbe
- Statischer Druck des umgebenden Kühlmittels.

Eine zutreffende Beurteilung der Auswirkung der beschriebenen Betriebsbeanspruchung auf das Hüllrohr nebst Angabe der zulässigen Grenzen für den Innendruck ist nur möglich, wenn die in der Rohrwand ablaufenden Kriechvorgänge eingehend untersucht werden. Dies geschieht in den folgenden Kapiteln.

4. Spannungsumlagerung in der Rohrwand durch Kriecheffekte

4.1 Anfangsbedingungen:

Ausgegangen wird von einem Rohr, worin zu $t = 0$ ein durch konstanten Innendruck und Wärmedurchgang bewirkter rotationssymmetrischer Spannungszustand herrscht. Dieser kann voll elastisch oder auch durch Überlagerung eines elastischen mit einem teilplastischen oder Kriechspggs.-Zustand entstanden sein. Auf jeden Fall hat er das Bestreben, seinen räumlichen Verlauf mit der Zeit zu ändern und sich einer asymptotischen Endverteilung zu nähern. Speziell interessant ist hierfür die rein elastische Anfangsverteilung, die sich aus den drei Hauptspannungen infolge Innendruck p

$$\sigma_{\theta a} = p \frac{\left(\frac{r_a}{r}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2 - 1} \quad (4-1a)$$

$$\sigma_{r a} = -p \frac{\left(\frac{r_a}{r}\right)^2 - 1}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2 - 1} \quad (4-1b)$$

$$\sigma_{aa} = p \frac{1}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2 - 1} = \frac{\sigma_{\theta a} + \sigma_{r a}}{2} = \text{const.} \quad (4-1c)$$

und den entsprechenden Wärmespannungen für eine Temperaturdifferenz ΔT

$$\sigma_t' = \frac{E \alpha_{th} \Delta T}{2(1-\nu) \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \left[1 - \ln \frac{r_a}{r} - \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \ln \frac{r_a}{r_i} \cdot \left(1 + \frac{r_a^2}{r_i^2}\right) \right] \quad (4-2a)$$

$$\sigma_r' = \frac{E \alpha_{th} \Delta T}{2(1-\nu) \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \left[-\ln \frac{r_a}{r} - \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \ln \frac{r_a}{r_i} \left(1 - \frac{r_a^2}{r_i^2}\right) \right] \quad (4-2b)$$

$$\dot{\sigma}_a' = \frac{E \alpha_{th} \Delta T}{2(1-\nu) \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \left[1 - 2 \ln \frac{r_a}{r} - \frac{2 r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \ln \frac{r_a}{r_i} \right] \quad (4-2c)$$

zusammensetzt. (siehe z.B. [26_7] *)

p und ΔT sollen während des betrachteten Zeitabschnittes praktisch konstant sein.

4.2 Grundgleichungen

Sind keine plastischen Dehnungen vorhanden bzw. sind diese bereits im Ausgangszustand berücksichtigt, so ist im weiteren Verlauf die zeitliche Änderung der Gesamtdehnung in jeder Richtung gleich der Summe aus Kriechgeschwindigkeit und zeitlicher Änderung der elastischen Dehnung.

Mit dem Hooke'schen Gesetz und den Beziehungen (2-1) sowie (2-5a) ergibt sich daraus das Gleichungssystem

$$\dot{\epsilon}_t = K m \sigma_v^{n-1} t^{m-1} [\sigma_t - 0,5(\sigma_a + \sigma_r)] + \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_t - \nu(\dot{\sigma}_a + \dot{\sigma}_r)] \quad (4-3)$$

$$\dot{\epsilon}_r = K m \sigma_v^{n-1} t^{m-1} [\sigma_r - 0,5(\sigma_t + \sigma_a)] + \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_r - \nu(\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a)] \quad (4-4)$$

$$\dot{\epsilon}_a = K m \sigma_v^{n-1} t^{m-1} [\sigma_a - 0,5(\sigma_r + \sigma_t)] + \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_a - \nu(\dot{\sigma}_r + \dot{\sigma}_t)]. \quad (4-5)$$

Zu diesen differentiellen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen kommen weiter die Gleichgewichts-Bedingungen

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\sigma_t - \sigma_r}{r} \quad (4-6)$$

$$\frac{\partial \sigma_a}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_t}{\partial z} = 0 \quad (4-7)$$

(Änderung des Spannungs-Zustandes in axialer Z-Richtung vernachlässigbar.)

*) Dabei ist r = Radialkoordinate

r_a = Außenradius,

r_i = Innenradius des Hüllrohres,

und die Erstindizes t, r, a kennzeichnen Umfangs-, Radial- und Axialrichtung.

sowie die Verträglichkeitsbedingungen (mit w als rad. Verschiebung)

$$\dot{\epsilon}_t = \frac{\dot{w}}{r} \quad (4-8)$$

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\partial \dot{w}}{\partial r} \quad (4-9)$$

$$\frac{\partial \dot{\epsilon}_\alpha}{\partial r} = 0 \quad (\text{Eben bleibende Querschnitte}) \quad (4-10)$$

und die Rand- bzw. Nebenbedingungen

$$2\pi \int_{r_i}^{r_a} \sigma_\alpha r dr = 2\pi r_i^2 \cdot p = \text{const} \quad (4-11)$$

$$\int_{r_i}^{r_a} \sigma_t dr = p \cdot r_i = \text{const} \quad (4-12)$$

$$\sigma_r(r=r_i) = -p = \text{const} \quad (4-13)$$

$$\sigma_r(r=r_a) = 0 \quad (4-14)$$

4.3 Umwandlung in integrale Beziehungen und erste Vereinfachungen

Um die Nebenbedingungen (4-11) und (4-12) zur Vereinfachung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen verwenden zu können, werden diese ebenfalls in Integralform übergeführt:

$$\int_{r_i}^{r_a} \dot{\epsilon}_t dr = m t^{m-1} \int_{r_i}^{r_a} K \sigma_v^{n-1} [\sigma_t - 0,5(\sigma_\alpha + \sigma_r)] dr + \int_{r_i}^{r_a} \frac{1}{E} \dot{\sigma}_t dr - \int_{r_i}^{r_a} \frac{\nu(\dot{\sigma}_\alpha + \dot{\sigma}_r)}{E} dr \quad (4-15)$$

$$\int_{r_i}^{r_a} \dot{\epsilon}_r dr = m t^{m-1} \int_{r_i}^{r_a} K \sigma_v^{n-1} [\sigma_r - 0,5(\sigma_t + \sigma_\alpha)] dr + \int_{r_i}^{r_a} \frac{1}{E} \dot{\sigma}_r dr - \int_{r_i}^{r_a} \frac{\nu(\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_\alpha)}{E} dr \quad (4-16)$$

$$\int_{r_i}^{r_a} \dot{\epsilon}_\alpha dr = m t^{m-1} \int_{r_i}^{r_a} K \sigma_v^{n-1} [\sigma_\alpha - 0,5(\sigma_r + \sigma_t)] dr + \int_{r_i}^{r_a} \frac{1}{E} \dot{\sigma}_\alpha dr - \int_{r_i}^{r_a} \frac{\nu(\dot{\sigma}_r + \dot{\sigma}_t)}{E} dr \quad (4-17)$$

Aus (4-12) folgt sofort

$$\int_{r_i}^{r_a} \dot{\sigma}_t dr = 0. \quad (4-18)$$

Bed. (4-11) ergibt analog

$$\int_{r_i}^{r_a} \dot{\sigma}_a r dr = 0.$$

Bei der hier vorgesehenen Beschränkung auf mäßig dickwandige Rohre ($r_a - r_i \leq 0,2 r_a$) kann r durch einen konstanten Mittelwert ersetzt und vor das Integral gezogen werden, ohne einen größeren Fehler zu begehen.

Dann gilt auch angenähert

$$\int_{r_i}^{r_a} \dot{\sigma}_a dr = 0. \quad (4-19)$$

Weiterhin sind unter den betrachteten Verhältnissen die Radialspannungen klein gegenüber den Umfang- und Axialspannungen, fallen also insgesamt wenig ins Gewicht.

Da ihre Randwerte nach (4-13) und (4-14) konstant sind und zudem der zeitliche Abbau der radialen Wärmespannungen der gleichzeitigen Umlagerung der Radialspannungen unter Innendruck entgegenläuft (sogar die Beträge liegen meist in der gleichen Größenordnung), kann ohne wesentlichen Fehler die gesamte Änderung des Radialspannungsverlaufes vernachlässigt und mit einer zeitlich konstanten Verteilung gerechnet werden; z.B. mit der für Kriechen unter reinem Innendruck gültigen.

Demnach gilt mit guter Näherung

$$\dot{\sigma}_r \equiv 0. \quad (4-20)$$

Durch Einsetzen von (4-18) bis (4-20) in (4-15), (4-16) und (4-17) mit konstanten Werten für E und ν werden die beiden letzten Integrale in jeder dieser Gleichungen zu Null.

Es ist außerdem zweckmäßig, die Radialkoordinate durch Einführen der neuen Veränderlichen

$$\xi = \frac{r_a - r}{r_a} \quad (\text{Umkehrung: } r = r_a(1 - \xi)),$$

die von der Außenseite ($\xi = 0$) zur Innenseite ($\xi = \xi_0$) der Wand läuft, dimensionslos zu machen.

Nach Division durch die dimensionslose Rohrwandstärke $\xi_0 = \frac{r_a - r_i}{r_a}$ erhält man so die integralen Mittelwerte der drei Hauptdehnungsraten:

$$\bar{\dot{\epsilon}}_t = \frac{1}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} \dot{\epsilon}_t d\xi = \frac{m \cdot t}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{m-1} [\sigma_t - 0,5(\sigma_a + \sigma_r)] d\xi \quad (4-21)$$

$$\bar{\dot{\epsilon}}_r = \frac{1}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} \dot{\epsilon}_r d\xi = \frac{m \cdot t}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{m-1} [\sigma_r - 0,5(\sigma_t + \sigma_a)] d\xi \quad (4-22)$$

$$\bar{\dot{\epsilon}}_a = \frac{1}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} \dot{\epsilon}_a d\xi = \frac{m \cdot t}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{m-1} [\sigma_a - 0,5(\sigma_r + \sigma_t)] d\xi \quad (4-23)$$

Wegen der Verträglichkeitsbedingung (4-10) ist $\dot{\epsilon}_a$ über den ganzen Querschnitt konstant, also gleich $\bar{\dot{\epsilon}}_a$ und kann daher für jeden gegebenen Spannungszustand aus Gl. (4-23) direkt ermittelt werden.

Bei $\dot{\epsilon}_t$ und $\dot{\epsilon}_r$ ist dagegen die Verteilung über den Radius vorläufig unbekannt. Hinsichtlich $\dot{\epsilon}_t$ läßt die Beschränkung auf mäßig dickwandige Rohre vermuten, daß die Abweichung von der im Grenzfall (∞ dünnwandiges

Rohr bzw. ebene Platte) resultierenden konstanten Verteilung über die Wandstärke nicht sehr groß sein wird.

Durch genauere Betrachtung (s. Anhang A 1) zeigt sich denn auch, daß die Funktion $\dot{\epsilon}_t(\xi)$ stets ausreichend gut durch die Bez.

$$\dot{\epsilon}_t = \frac{\text{const}}{(1-\xi)^2} \quad (4-24)$$

wiedergegeben werden kann, d.h. größere Abweichungen treten nur zu Anfang auf, wo sie praktisch nicht ins Gewicht fallen. Der integrale Mittelwert aus Gl. (4-24) muß dann gleich $\bar{\dot{\epsilon}}_t$ nach (4-21) werden, woraus die tangentielle Gesamtdehnungsgeschwindigkeit zu

$$\dot{\epsilon}_t = \frac{m \cdot t^{m-1} \cdot (1-\xi_0)}{\xi_0 (1-\xi)^2} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{n-1} [\sigma_t - 0,5(\sigma_a + \sigma_r)] d\xi \quad (4-25)$$

folgt.

Für die dritte Hauptdehnungsrichtung läßt sich eine derartige Vereinfachung nicht ohne weiteres finden; statt dessen kann aber folgende Überlegung angestellt werden:

Durch die Eliminierung von $\dot{\epsilon}_t$ und $\dot{\epsilon}_a$ ist die Zahl der Unbekannten in den Gl. (4-3) bis (4-5) bereits auf vier vermindert worden. Mit der weiteren Annahme (4-20) entspr. $\sigma_r(\xi, t) = \sigma_r(\xi, 0)$ verringert sich diese auf drei, nämlich σ_t , σ_a und $\dot{\epsilon}_r$. Da $\dot{\epsilon}_r$ primär nicht interessiert und zudem nur in Gl. (4-4) vorkommt, kann diese Gleichung aus dem System herausgenommen werden.

Nach Einsetzen von $\dot{\epsilon}_t$ und $\dot{\epsilon}_a$ aus (4-25) und (4-23) in (4-3) und (4-5) verbleibt dann ein System aus 2 gekoppelten partiellen Integro-Differentialgleichungen für σ_t und σ_a :

$$\begin{aligned} \frac{m t^{m-1} (1-\xi_0)}{\xi_0 (1-\xi)^2} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{n-1} [\sigma_t - 0,5(\sigma_a + \sigma_r)] d\xi &= \\ &= K m \sigma_v^{n-1} t^{m-1} [\sigma_t - 0,5(\sigma_a + \sigma_r)] + \frac{1}{E} (\dot{\sigma}_t - \nu \dot{\sigma}_a) ; \end{aligned} \quad (4-26)$$

$$\begin{aligned} \frac{m t^{m-1}}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{n-1} [\sigma_t - 0,5(\sigma_a + \sigma_r)] d\xi &= \\ &= K m \sigma_v^{n-1} t^{m-1} [\sigma_a - 0,5(\sigma_r + \sigma_t)] + \frac{1}{E} (\dot{\sigma}_a - \nu \dot{\sigma}_t) . \end{aligned} \quad (4-27)$$

Auflösung nach $\dot{\sigma}_t$ bzw. $\dot{\sigma}_a$ ergibt

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_t = \frac{E m t^{m-1}}{1-\nu^2} \left\{ \frac{1-\xi_0}{\xi_0 (1-\xi)^2} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{n-1} [\sigma_t - 0,5(\sigma_a + \sigma_r)] d\xi + \right. \\ \left. + \frac{\nu}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{n-1} [\sigma_a - 0,5(\sigma_r + \sigma_t)] d\xi - \right. \\ \left. - K \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_t \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \sigma_a \left(\frac{1}{2} - \nu\right) - \sigma_r \left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4-28)$$

und

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_a = \frac{E m t^{m-1}}{1-\nu^2} \left\{ \frac{\nu(1-\xi_0)}{\xi_0 (1-\xi)^2} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{n-1} [\sigma_t - 0,5(\sigma_a + \sigma_r)] d\xi + \right. \\ \left. + \frac{1}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{n-1} [\sigma_a - 0,5(\sigma_r + \sigma_t)] d\xi - \right. \\ \left. - K \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_a \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \sigma_t \left(\frac{1}{2} - \nu\right) - \sigma_r \left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4-29)$$

Mit der für dünnwandige Rohre ($\frac{\xi_0}{r_0} \ll 1$) möglichen Näherung

$$\frac{1 - \frac{\xi_0}{r_0}}{(1 - \frac{\xi_0}{r_0})^2} \approx 1 \quad (4-30)$$

können diese beiden Gleichungen in die einfachere Form

$$\dot{\sigma}_t = \frac{E m t^{m-1}}{1 - \nu^2} \left\{ \frac{1}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_t \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \sigma_a \left(\frac{1}{2} - \nu\right) - \sigma_r \left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right] d\xi - \right. \\ \left. - K \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_t \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \sigma_a \left(\frac{1}{2} - \nu\right) - \sigma_r \left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right] \right\}, \quad (4-31)$$

$$\dot{\sigma}_a = \frac{E m t^{m-1}}{1 - \nu^2} \left\{ \frac{1}{\xi_0} \int_0^{\xi_0} K \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_a \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \sigma_t \left(\frac{1}{2} - \nu\right) - \sigma_r \left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right] d\xi - \right. \\ \left. - K \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_a \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \sigma_t \left(\frac{1}{2} - \nu\right) - \sigma_r \left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right] \right\} \quad (4-32)$$

gebracht werden.

Eine exakte analytische Lösung selbst dieser vereinfachten Beziehungen erscheint allerdings nicht möglich.

4.4 Abschnittsweise Annäherung durch gewöhnliche Differentialgleichungen

Unter den gegebenen Umständen gelingt es jedoch durch ein spezielles numerisches Verfahren, mit einfachen Mitteln und vor allem mit ganz wenigen Zeitschritten eine gute Näherungslösung zu erhalten.

Schreibt man zunächst die Gl. (4-3) und (4-5) unter Berücksichtigung von (4-20) in allgemeiner Form an

$$\dot{\epsilon}_t = \dot{\epsilon}_{tk} + \frac{1}{E} (\dot{\sigma}_t - \nu \dot{\sigma}_a) \quad (4-33)$$

$$\dot{\epsilon}_a = \dot{\epsilon}_{ak} + \frac{1}{E} (\dot{\sigma}_a - \nu \dot{\sigma}_t) \quad (4-34)$$

(ϵ_K = Kriechdehnung),

so ergibt sich nach Umformung

$$\dot{\sigma}_t = \frac{E}{1-\nu^2} [\dot{\epsilon}_t + \nu \dot{\epsilon}_a - (\dot{\epsilon}_{tK} + \nu \dot{\epsilon}_{aK})] \quad (4-35)$$

$$\dot{\sigma}_a = \frac{E}{1-\nu^2} [\dot{\epsilon}_a + \nu \dot{\epsilon}_t - (\dot{\epsilon}_{aK} + \nu \dot{\epsilon}_{tK})], \quad (4-36)$$

womit zugleich auch (4-28) und (4-29) ganz allgemein dargestellt sind.

Die zeitliche Änderung der Spannung an jeder Stelle der Wand ist danach der Differenz aus Gesamtdehnungs- und Kriechdehnungsgeschwindigkeit proportional.

Erstere entspricht gemäß den Ableitungen (4-23) und (4-25) im wesentlichen einem integralen Mittelwert aller lokalen Kriechgeschwindigkeiten.

Die zeitliche Änderung dieses Mittelwertes verläuft wesentlich langsamer als die der Kriechraten an den Extremstellen des Spannungszustandes, vor allem da diese Änderungen gegenläufig sind (hohe Spannungen mit dazugehörigen hohen Kriechraten werden abgebaut, niedrige angehoben) und sich so bei der Integration zum großen Teil aufheben.

Gerade die Änderungen an den Stellen des Spannungszustandes, die vom angestrebten asymptotischen Verlauf am weitesten abweichen, interessieren jedoch am meisten. Dort ist der Größenunterschied zwischen Kriech- und Gesamtdehnungsgeschwindigkeit bereits so erheblich, daß selbst große relative Änderungen der letzteren kaum noch ins Gewicht fallen.

Dies gilt vor allem, wenn man, wie in Gl. (4-28) und (4-29), den für alle Spannungen gleichen Zeitfaktor $m \cdot t^{m-1}$ des prim. Kriechens herauszieht und nur die verbleibenden Spannungsterme betrachtet.

Daraus ergibt sich die Möglichkeit, die spannungsabhängigen Anteile der Gesamtdehnungsraten $\dot{\epsilon}_t$ und $\dot{\epsilon}_a$ über relativ lange Zeiträume als Konstanten zu behandeln, ohne einen gravierenden Fehler zu begehen.

Als erste Näherung für diese Konstanten bietet sich ihr Wert zu Beginn des betrachteten Zeitintervalls an, welcher aus der zugehörigen Anfangs-Spannungsverteilung durch direkte (analytische oder numerische) Integration leicht bestimmt werden kann. (Temperaturverteilung und Temperaturabhängigkeit der Kriechparameter als bekannt vorausgesetzt.) Spätere Verbesserung durch Iteration ist möglich, s. weiter unten.

Unter dieser Voraussetzung und mit den Abkürzungen

$$\frac{t^{1-m} E}{m(1-\nu^2)} (\dot{\epsilon}_t + \nu \dot{\epsilon}_a) = A_t \quad (4-37)$$

$$\frac{t^{1-m} E}{m(1-\nu^2)} (\dot{\epsilon}_a + \nu \dot{\epsilon}_t) = A_a \quad (4-38)$$

erhält man anstelle der Gl. (4-28) und (4-29) das gewöhnliche Differentialgleichungs-System

$$\dot{\sigma}_t = m t^{m-1} \left\{ A_t - \frac{EK}{1-\nu^2} \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_t \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \sigma_a \left(\frac{1}{2} - \nu\right) - \sigma_r \left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right] \right\} \quad (4-39)$$

$$\dot{\sigma}_a = m t^{m-1} \left\{ A_a - \frac{EK}{1-\nu^2} \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_a \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \sigma_t \left(\frac{1}{2} - \nu\right) - \sigma_r \left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right] \right\} \quad (4-40)$$

4.5 Fallunterscheidung nach Mohr und Entkoppelung

Die Art der Koppelung zwischen den beiden Differentialgleichungen hängt davon ab, aus welchen beiden Hauptspannungen die Vergleichsspannung σ_v nach Mohr zu bilden ist.

Das erfordert im allgemeinen Fall eine Aufteilung des Spannungsverlaufes in 3 Bereiche, was aber in der Praxis nicht stört, da ja bei der numerischen Berechnung doch diskrete Stellen betrachtet werden, wo die zeitliche Spannungsänderung dann lediglich nach jeweils einer anderen Formel bestimmt wird.

1. Bereich: $\dot{\sigma}_v = \dot{\sigma}_t - \dot{\sigma}_r$

Wegen $\dot{\sigma}_r = 0$ (s.oben) wird hier

$$\dot{\sigma}_t = \dot{\sigma}_v,$$

und Gl. (4-39) kann daher auch als

$$\dot{\sigma}_v = m t^{m-1} \left\{ A_t - B_0 \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_v \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - (\sigma_a - \sigma_r) \left(\frac{1}{2} - \nu\right) \right] \right\} \quad (4-41)$$

geschrieben werden, mit $B_0 = \frac{EK}{1-\nu^2}$.

Diese Beziehung ist nur recht schwach von σ_a abhängig, besonders bei großen Werten für n.

Wegen der Voraussetzungen

$$\sigma_v = \sigma_t - \sigma_r \quad \text{und} \quad \sigma_t > \sigma_a > \sigma_r$$

ist außerdem

$$0 < \sigma_a - \sigma_r < \sigma_v$$

und deshalb

$$0 < \frac{\sigma_a - \sigma_r}{\sigma_v} < 1$$

bzw.

$$0 < \frac{(\frac{1}{2} - \nu)(\sigma_a - \sigma_r)}{(1 - \frac{\nu}{2})\sigma_v} < \frac{\frac{1}{2} - \nu}{1 - \frac{\nu}{2}},$$

d.h. das zweite Glied der eckigen Klammer in (4-41), das allein noch von σ_a abhängt, beträgt für übliche ν -Werte (ca. 0,3) höchstens etwa 1/4 des ersten Gliedes.

Da sich zudem σ_a und σ_t im interessanten Bereich stets in gleicher Richtung ändern, kann das Verhältnis

$$\alpha = \frac{\sigma_a - \sigma_r}{\sigma_t - \sigma_r}$$

in Anbetracht seines relativ geringen Einflusses praktisch als zeitlich konstant (z.B. gleich dem Wert bei $t = 0$) angesehen werden. Der Inhalt der eckigen Klammer wird dann näherungsweise zu

$$\sigma_v \left(1 - \frac{\nu}{2} - \frac{\alpha}{2} + \alpha \nu\right),$$

und statt (4-41) erhält man die von σ_a freie Differentialgleichung

$$\dot{\sigma}_v = m t^{n-1} (A_t - B_t \sigma_v^n), \quad (4-42)$$

wobei

$$B_t = B_0 \left(1 - \frac{\nu}{2} - \frac{\alpha}{2} + \alpha \nu\right). \quad (4-42a)$$

Das prinzipielle Problem besteht jetzt nur noch in der Lösung dieser Differentialgleichung, da nach Einsetzen der dadurch erhaltenen Funktion $\sigma_v(t)$ in Gl. (4-40) die Lösung für $\sigma_a(t)$ stets durch (allerdings nicht elementar ausführbare) Quadratur gewonnen werden kann.

2. Bereich: $\sigma_v = \sigma_t - \sigma_a$

Wegen $\dot{\sigma}_v = \dot{\sigma}_t - \dot{\sigma}_a$

erscheint es hier zweckmäßig, Gl. (4-40) von (4-39) zu subtrahieren;
man erhält

$$\dot{\sigma}_t - \dot{\sigma}_a = mt^{m-1} \left\{ A_t - A_a - B_0 \sigma_v^{n-1} \left[(\sigma_t - \sigma_a) \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) + (\sigma_t - \sigma_a) \left(\frac{1}{2} - \nu\right) \right] \right\} \quad (4-43)$$

oder umgeformt und mit $A_t - A_a = A_m$ sowie $B_m = \frac{3}{2} B_0 (1 - \nu)$

$$\dot{\sigma}_v = mt^{m-1} (A_m - B_m \sigma_v^n), \quad (4-44)$$

also eine Differentialgleichung, die bis auf die Konstanten mit (4-42)
übereinstimmt.

Im Gegensatz zum 1. Bereich, wo nach Berechnung von σ_v auch $\sigma_t = \sigma_v + \sigma_a$
sofort bekannt ist, muß hier in jedem Fall noch eine Quadratur der
Gl. (4-39) oder (4-40) vorgenommen werden, um σ_t (allerdings zusammen
mit σ_a) zu erhalten.

3. Bereich: $\sigma_v = \sigma_r - \sigma_a$,

$$\dot{\sigma}_v = -\dot{\sigma}_a$$

Die "führende" Differentialgleichung ist hier die Gl. (4-40), welche
die Form

$$\dot{\sigma}_v = -mt^{m-1} \left\{ A_a - B_0 \sigma_v^{n-1} \left[(\sigma_a - \sigma_r) \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - (\sigma_t - \sigma_r) \left(\frac{1}{2} - \nu\right) \right] \right\} \quad (4-45)$$

annimmt.

und analog zu oben mit

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_r - \bar{\sigma}_t}{\bar{\sigma}_r - \bar{\sigma}_a} \approx \text{const.} = \frac{\bar{\sigma}_r - \bar{\sigma}_t(0)}{\bar{\sigma}_r - \bar{\sigma}_a(0)}$$

und $B_a = B_0(1 - \frac{\nu}{2} - \frac{\beta}{2} + \beta\nu)$ schließlich in

$$\dot{\sigma}_v = -m t^{m-1} (A_a + B_a \sigma_v^n) \tag{4-46}$$

übergeht.

Für die angekoppelte Differentialgleichung (4-39) gilt das gleiche wie für (4-40) im 1. Bereich.

4.6 Exakte Integration

Die Differentialgleichungen (4-42), (4-44) und (4-46) lassen sich für ganzzahlige n-Werte exakt integrieren.

Vorher empfehlen sich noch einige Umformungen:

Die Konstanten A_t , A_a und A_m , die ja bis auf den ausgeklammerten Zeitfaktor weiter nichts als Linearkombinationen der Gesamtdehnungsraten sind, können auch in der Form $B \cdot \sigma_c^n$ angesetzt werden, wobei σ_c eine über den betrachteten Zeitraum konstante Vergleichsspannung sein soll.

Damit ergibt sich zunächst

$$\text{Bereich 1} \quad \dot{\sigma}_v = m t^{m-1} \cdot B_t (\sigma_{ct}^n - \sigma_v^n) \tag{4-47}$$

$$\text{" 2} \quad \dot{\sigma}_v = m t^{m-1} \cdot B_m (\sigma_{cm}^n - \sigma_v^n) \tag{4-48}$$

$$\text{" 3} \quad \dot{\sigma}_v = -m t^{m-1} \cdot B_a (\sigma_{ca}^n + \sigma_v^n) \tag{4-49}$$

Weiter ist es zweckmäßig, eine dimensionslose Vergleichsspannung

$$S = \frac{\sigma_v}{\sigma_c} \quad \text{und deren Differential} \quad dS = \frac{d\sigma_v}{\sigma_c}$$

einzuführen, für die 3 Bereiche also

$$\begin{aligned} S_t &= \frac{\sigma_v}{\sigma_{ct}} \\ S_m &= \frac{\sigma_v}{\sigma_{cm}} \\ S_a &= \frac{\sigma_v}{\sigma_{ca}} \end{aligned}$$

Mit diesen neuen Veränderlichen können dann die Gleichungen in der Form

$$\frac{ds_t}{1-s_t^n} = m \sigma_{ct}^{n-1} \cdot B_t \cdot t^{m-1} \cdot dt \quad (4-50)$$

$$\frac{ds_m}{1-s_m^n} = m \sigma_{cm}^{n-1} \cdot B_m \cdot t^{m-1} \cdot dt \quad (4-51)$$

$$\frac{ds_a}{1+s_a^n} = -m \sigma_{ca}^{n-1} \cdot B_a \cdot t^{m-1} \cdot dt \quad (4-52)$$

geschrieben werden, und nach Integration erhält man schließlich

$$\int \frac{ds_t}{1-s_t^n} = \sigma_{ct}^{n-1} \cdot B_t \cdot t^m + \text{const.} \quad (4-53)$$

$$\int \frac{ds_m}{1-s_m^n} = \sigma_{cm}^{n-1} \cdot B_m \cdot t^m + \text{const.} \quad (4-54)$$

$$-\int \frac{ds_a}{1+s_a^n} = \sigma_{ca}^{n-1} \cdot B_a \cdot t^m + \text{const.} \quad (4-55)$$

mit den Anfangsbedingungen (Index 0 für $t = 0$)

$$S_{t0} = \frac{\sigma_{t0} - \sigma_r}{\sigma_{ct}} \quad (4-56)$$

$$S_{m0} = \frac{\sigma_{t0} - \sigma_{a0}}{\sigma_{cm}} \quad (4-57)$$

$$S_{a0} = \frac{\sigma_r - \sigma_{a0}}{\sigma_{ca}} \quad (4-58)$$

Die beiden gleichartigen oberen Integrale haben nach [17] eine allgemeine Lösung von der Form

$$\int \frac{ds}{1-s^n} = \frac{1}{n} \ln \frac{1+s}{1-s} - \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} P_k \cos \frac{2k}{n} \pi + \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} Q_k \sin \frac{2k}{n} \pi$$

mit $P_k = \frac{1}{2} \ln (s^2 - 2s \cdot \cos \frac{2k}{n} \pi + 1)$

und $Q_k = \operatorname{arctg} \left(\frac{s - \cos \frac{2k}{n} \pi}{\sin \frac{2k}{n} \pi} \right)$

für positive, gerade n bzw.

$$\int \frac{ds}{1-s^n} = -\frac{1}{n} \ln(1-s) + \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{\frac{n-3}{2}} P_k \cos \frac{2k+1}{n} \pi + \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{\frac{n-3}{2}} Q_k \sin \frac{2k+1}{n} \pi$$

mit $P_k = \frac{1}{2} \ln (s^2 + 2s \cdot \cos \frac{2k+1}{n} \pi + 1)$

und $Q_k = \operatorname{arctg} \left(\frac{s + \cos \frac{2k+1}{n} \pi}{\sin \frac{2k+1}{n} \pi} \right)$

für positive, ungerade n .

Das untere Integral führt auf die Ausdrücke

$$\int \frac{ds}{1+s^n} = -\frac{2}{n} \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} P_k \cos \frac{2k+1}{n} \pi + \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} Q_k \sin \frac{2k+1}{n} \pi \quad \text{für gerade } n$$

bzw.

$$\int \frac{ds}{1+s^n} = \frac{1}{n} \ln(1+s) - \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{\frac{n-3}{2}} P_k \cos \frac{2k+1}{n} \pi + \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{\frac{n-3}{2}} Q_k \sin \frac{2k+1}{n} \pi$$

für ungerade n ,

beide mit

$$P_k = \frac{1}{2} \ln (s^2 - 2s \cdot \cos \frac{2k+1}{n} \pi + 1)$$

und

$$Q_k = \operatorname{arctg} \left(\frac{s - \cos \frac{2k+1}{n} \pi}{\sin \frac{2k+1}{n} \pi} \right).$$

Die offenkundige Unhandlichkeit dieser Lösungen, verbunden mit der Beschränkung auf ganzzahlige n , läßt sie für praktische Berechnungen als ausgesprochen schlecht geeignet erscheinen.

Schon mit $n = 6$ erhält man daraus z.B. für Gl. (4-53) und Randbed.(4-58) die Beziehung

$$t^m = \frac{1}{12 B_t \sigma_{ct}^5} \left[\ln \frac{(1+s_t)^2 (1+s_t+s_t^2) (1-s_{t0})^2 (1-s_{t0}+s_{t0}^2)}{(1-s_t)^2 (1-s_t+s_t^2) (1+s_{t0})^2 (1+s_{t0}+s_{t0}^2)} + 2\sqrt{3} \left(\arctg \frac{\sqrt{3} \cdot s_t}{1-s_t^2} - \arctg \frac{\sqrt{3} \cdot s_{t0}}{1-s_{t0}^2} \right) \right] \quad (4-59)$$

welche nicht nur sehr kompliziert aufgebaut ist, sondern sich vor allem auch nicht explizit in der gewünschten Form

$$s_t = f(t)$$

schreiben läßt.

Für noch höhere n -Werte gilt dies erst recht, so daß im Interesse praktischer Brauchbarkeit des ganzen Verfahrens unbedingt eine einfacher gebaute Näherungslösung gefunden werden muß.

Hierzu erscheint es zweckmäßig, in den Differentialgleichungen die Funktionen $\frac{1}{1 \pm s^h}$ durch andere, einfacher integrierbare Ausdrücke zu ersetzen.

4.7 Integration der vereinfachten Gleichungen

Das Auffinden einer Ersatzfunktion unter

dem Integral wird durch eine Diskussion der Originalfunktion erleichtert, deren Verlauf in Abb. 2 für beide Typen im Definitionsbereich $s \geq 0$ wiedergegeben ist ($n = 6$). Eine möglichst gute Annäherung wird insbesondere für den Bereich $0 \leq s \leq 2$ gewünscht, da s -Werte über 2,0 extrem ungleichmäßigen Spannungsverteilungen entsprechen, welche im Rahmen der vorliegenden Betrachtung weitgehend ausgeschlossen werden können.

a) $y = \frac{1}{1 - S^n}$

b) $y = \frac{-1}{1 + S^n}$

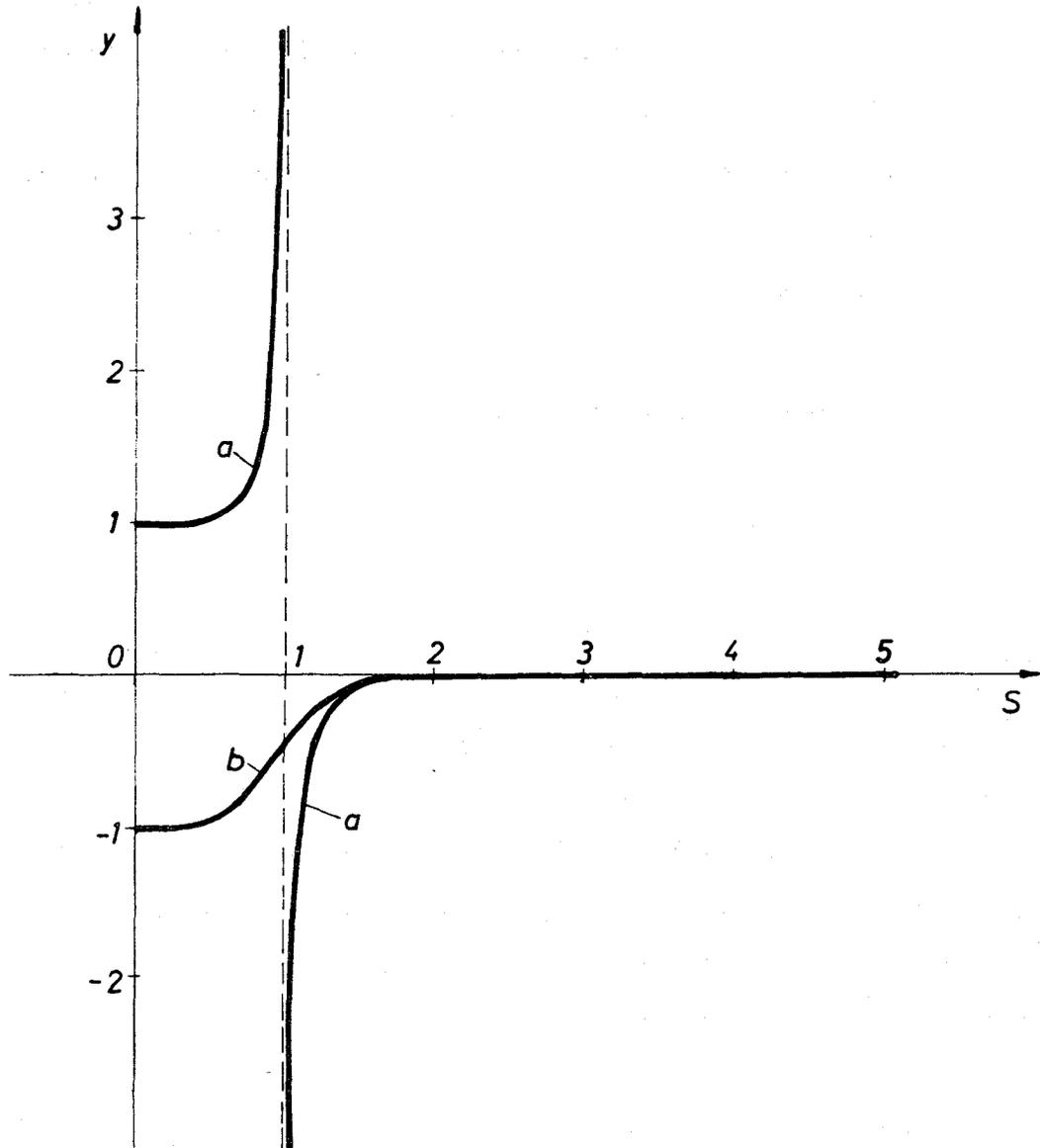


Abb. 2

Verlauf des Integranden y in Gl. (4-53) bis (4-55) als Funktion der dimensionslosen Vergleichsspannung S

(Bei den meisten vorkommenden Spannungszuständen in Brennstabhüllröhren bleibt S sogar unter 1,5.)

Innerhalb dieses Bereiches sollte die Annäherung in der engeren Umgebung des asymptotischen Grenzwertes $S = 1$ am besten sein, um auch für längere Zeiten t einen ausreichend genauen Integralwert zu erhalten. Die genannten

Forderungen lassen sich mit der einfach gebauten Ersatzfunktion $e^{n(s-1)}$ anstelle der Potenz s^n im Nenner der Integrale recht gut erfüllen.

Sie weist im Punkt $s = 1$ nicht nur den gleichen Funktionswert, sondern auch die gleiche Ableitung auf wie s^n und liegt im gesamten Bereich - insbesondere bei $s = 0$ - so nahe an dieser Funktion, daß der daraus resultierende y -Verlauf optisch mit dem in Abb. 1 dargestellten fast völlig übereinstimmt.

Die nachstehende Wertetabelle (für $n = 6$)

s	0	0,5	0,9	1	1,05	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$\frac{1}{1-s^n}$	1	1,015	2,1	$+\infty$	-2,94	-1,3	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6,5}$	$-\frac{1}{15,8}$	$-\frac{1}{33}$	$-\frac{1}{63}$
$\frac{1}{1-e^{n(s-1)}}$	1	1,050	2,2	$+\infty$	-2,86	-1,22	-0,43	$-\frac{1}{11}$	$-\frac{1}{96}$	$-\frac{1}{120}$	$-\frac{1}{400}$
$\frac{-1}{1+s^n}$	-1	-0,985	-0,653	-0,5	-0,428	-0,36	-0,25	-0,117	-0,056	-0,029	-0,015
$\frac{-1}{1+e^{n(s-1)}}$	-1	-0,95	-0,646	-0,5	-0,426	-0,355	-0,232	-0,083	-0,027	-0,008	-0,003

offenbart zwar ab etwa $s = 1,4$ erhebliche relative Abweichungen, doch liegen diese auf der sicheren Seite, da sie einen zu raschen Spannungsabbau ergeben. Spätere Rechnungen an ausgewählten Beispielen zeigen zudem, daß sich der betreffende Fehler im Endergebnis wenig auswirkt.

Die Mit Einführung der Ersatzfunktion entstehenden Integrale der Form

$$\int \frac{ds}{1 \pm e^{n(s-1)}}$$

lassen sich elementar lösen, und zwar für beliebige Werte von n .

Man erhält

$$\int \frac{ds}{1 \pm e^{n(s-1)}} = \frac{1}{n} \ln \left| \frac{e^{n(s-1)}}{1 \pm e^{n(s-1)}} \right|, \quad (4-60)$$

und nach Einsetzen in die Gl.n. (4-53) bis (4-55) ergeben sich unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen (4-56) bis (4-58) die angenäherten Relaxationsfunktionen für die dimensionslose Vergleichsspannung.

Bereich 1:

$$s_t = 1 - \frac{1}{n} \ln (1 + C_t e^{-B_t^* \cdot t^m}) \quad (4-61)$$

Bereich 2:

$$s_m = 1 - \frac{1}{n} \ln (1 + C_m e^{-B_m^* \cdot t^m}) \quad (4-62)$$

Bereich 3:

$$s_a = 1 - \frac{1}{n} \ln (-1 + C_a e^{+B_a^* \cdot t^m}) \quad (4-63)$$

Dabei gelten die Abkürzungen

$$C_t = e^{-n(s_{t0}-1)} - 1$$

$$C_m = e^{-n(s_{m0}-1)} - 1$$

$$C_a = e^{-n(s_{a0}-1)} - 1$$

(4-64)

und

$$B_t^* = n \cdot \sigma_{ct}^{n-1} \cdot B_t = \frac{n \cdot A_t}{\sigma_{ct}}$$

$$B_m^* = n \cdot \sigma_{cm}^{n-1} \cdot B_m = \frac{n \cdot A_m}{\sigma_{cm}}$$

$$B_a^* = n \cdot \sigma_{ca}^{n-1} \cdot B_a = \frac{n \cdot A_a}{\sigma_{ca}}$$

(4-65)

Die Vergleichsspannungen nach Ablauf der Zeit t sind dann:

$$\text{Bereich 1} \quad \sigma_v = \sigma_t - \sigma_r = \sigma_{ct} \cdot s_t \quad (4-66)$$

$$\text{" 2} \quad \sigma_v = \sigma_t - \sigma_a = \sigma_{cm} \cdot s_m \quad (4-67)$$

$$\text{" 3} \quad \sigma_v = \sigma_r - \sigma_a = \sigma_{ca} \cdot s_a \quad (4-68)$$

4.8 Integration der "angekoppelten" Differentialgleichung

In Bereich 1 lautet diese - entspr. (4-40) -

$$\dot{\sigma}_a = mt^{m-1} \left\{ A_a - B_0 \cdot \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_a \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - (\sigma_v + \sigma_r) \left(\frac{1}{2} - \nu\right) - \sigma_r \left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right] \right\}$$

oder umgeformt (mit $\sigma_t = \sigma_v + \sigma_r$)

$$\dot{\sigma}_a = mt^{m-1} \left\{ A_a + B_0 \sigma_v^{n-1} \left[\sigma_v \left(\frac{1}{2} - \nu\right) + \sigma_r \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \right] - B_0 \sigma_v^{n-1} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \sigma_a \right\} \quad (4-69)$$

Die rechte Seite enthält - außer σ_a im letzten Glied - nur bekannte Funktionen von t, d.h. man kann Gl. (4-69) auch in der Form

$$\dot{\sigma}_a = G_1(t) - H_1(t) \cdot \sigma_a \quad (4-70)$$

schreiben, wobei

$$G_1(t) = mt^{m-1} \left\{ A_a + B_0 [\sigma_v(t)]^{n-1} \cdot \left[\sigma_v(t) \left(\frac{1}{2} - \nu\right) + \sigma_r \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \right] \right\} \quad (4-71)$$

und
$$H_1(t) = mt^{m-1} \cdot B_0 \cdot \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) [\sigma_v(t)]^{n-1} \quad (4-72)$$

Die allgemeine Lösung lautet dann (mit τ bzw. ϑ als laufenden Zeitkoordinaten)

$$\sigma_a = e^{-\int_0^t H_1(\tau) d\tau} \left[\sigma_{a0} + \int_0^t G_1(\tau) e^{\int_0^{\tau} H_1(\vartheta) d\vartheta} d\tau \right] \quad (4-73)$$

Im Bereich 2 geht keine der Hauptspannungen direkt aus der Vergleichsspannung σ_{vm} hervor; man kann σ_{vm} sowohl in (4-39) als auch in (4-40) einsetzen und erhält je nachdem

$$\dot{\sigma}_t = mt^{m-1} \left\{ A_t - B_0 \sigma_v^{n-1} \left[\left(\frac{1}{2} - \nu \right) \sigma_v - \left(\frac{1+\nu}{2} \right) \sigma_r \right] - B_0 \left(\frac{1+\nu}{2} \right) \sigma_v^{n-1} \cdot \sigma_t \right\} \quad (4-74)$$

oder

$$\dot{\sigma}_a = mt^{m-1} \left\{ A_a - B_0 \sigma_v^{n-1} \left[\left(\frac{1}{2} - \nu \right) \sigma_v + \left(\frac{1+\nu}{2} \right) \sigma_r \right] - B_0 \left(\frac{1+\nu}{2} \right) \sigma_v^{n-1} \cdot \sigma_a \right\} \quad (4-75)$$

Geht man von Gl. (4-75) aus, so folgt die zur obigen analoge allgemeine

Lösung

$$\sigma_a = e^{-\int_0^t H_2(\tau) d\tau} \cdot \left[\sigma_{a0} + \int_0^t G_2(\tau) e^{\int_0^\tau H_2(\vartheta) d\vartheta} d\tau \right] \quad (4-76)$$

$$\text{mit } G_2 = mt^{m-1} \left\{ A_a + B_0 \sigma_v^{n-1} \left[\left(\frac{1}{2} - \nu \right) \sigma_v + \left(\frac{1+\nu}{2} \right) \sigma_r \right] \right\} \quad (4-77)$$

$$\text{und } H_2 = mt^{m-1} \cdot B_0 \left(\frac{1+\nu}{2} \right) \sigma_v^{n-1}. \quad (4-78)$$

Die andere Hauptspannung, in diesem Falle σ_t , wird dann einfach aus

$$\sigma_t = \sigma_v + \sigma_a$$

gewonnen.

Für den Bereich 3 gilt entsprechend

$$\sigma_t = e^{-\int_0^t H_3(\tau) d\tau} \cdot \left[\sigma_{t0} + \int_0^t G_3(\tau) e^{\int_0^\tau H_3(\vartheta) d\vartheta} d\tau \right], \quad (4-79)$$

wobei

$$G_3 = mt^{m-1} \left\{ A_t - B_0 \sigma_v^{n-1} \left[\left(\frac{1}{2} - \nu \right) \sigma_v - \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) \sigma_r \right] \right\} \quad (4-80)$$

$$\text{und } H_3 = mt^{m-1} B_0 \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) \sigma_v^{n-1}. \quad (4-81)$$

Die Gl. (4-73), (4-76) und (4-79) enthalten Integrale, die nach Einsetzen der vorher gewonnenen Funktionen $\sigma_v(t)$ nicht mehr elementar ausführbar sind. Die Integration muß vielmehr numerisch erfolgen, z.B. nach der Simpson'schen Regel.

Dabei kann für nicht zu große t meist schon durch einmalige Unterteilung des Integrationsintervalls ein ausreichend genaues Ergebnis erhalten werden.

Dies führt dann auf die in allen 3 Bereichen gültigen allgemeinen Näherungsformeln

$$\int_0^t H(\tau) d\tau \approx \frac{t}{6} [H(0) + 4 \cdot H(\frac{t}{2}) + H(t)] \quad (4-82)$$

und

$$\int_0^t G(\tau) e^{\int_0^\tau H(\tau) d\tau} d\tau \approx \frac{t}{6} \left\{ G(0) + G(\frac{t}{2}) e^{\frac{t}{12} [H(0) + 4 \cdot H(\frac{t}{2}) + H(\frac{t}{2})]} + G(t) e^{\frac{t}{6} [H(0) + 4 \cdot H(\frac{t}{2}) + H(t)]} \right\} \quad (4-83)$$

welche mit den entsprechenden Funktionen F und G in die Gl. (4-73), (4-76) und (4-79) eingesetzt meist brauchbare Werte für die gesuchten Hauptspannungen liefern. Sollte das Ergebnis noch nicht befriedigen, so muß das Intervall t drei- oder mehrfach unterteilt werden.

5. Numerische Behandlung

5.1 Auffinden geeigneter Werte für A_t und A_a bzw. σ_{ct} und σ_{ca}

Wie bereits unter 4.4 erläutert, sind A_t und A_a als Funktionen der veränderlichen Gesamtdehnungsraten zeitabhängige Größen, welche jedoch infolge ihrer gegenüber der zeitlichen Änderung der Kriechgeschwindigkeitsverteilung relativ geringen Änderungsgeschwindigkeit über längere Zeit als konstant betrachtet werden können.

Da sie sich aus dem Spannungsverlauf errechnen, welcher zunächst nur für $t = 0$ bekannt ist, bieten sich ihre hieraus resultierenden Anfangswerte als erste Näherung an. (Die numerische Ermittlung der Integrale in (4-23) und (4-25) geschieht dabei der Genauigkeit halber

am besten nach der Gauß'schen Methode, da die nicht äquidistanten Stützstellen hier kaum stören und zudem der Spannungsverlauf durch Mitnahme weiterer Punkte vervollständigt werden kann.) Der wirkliche Wert von A_t und A_a nimmt aber nach Abb. 3 allmählich mit der Zeit ab,

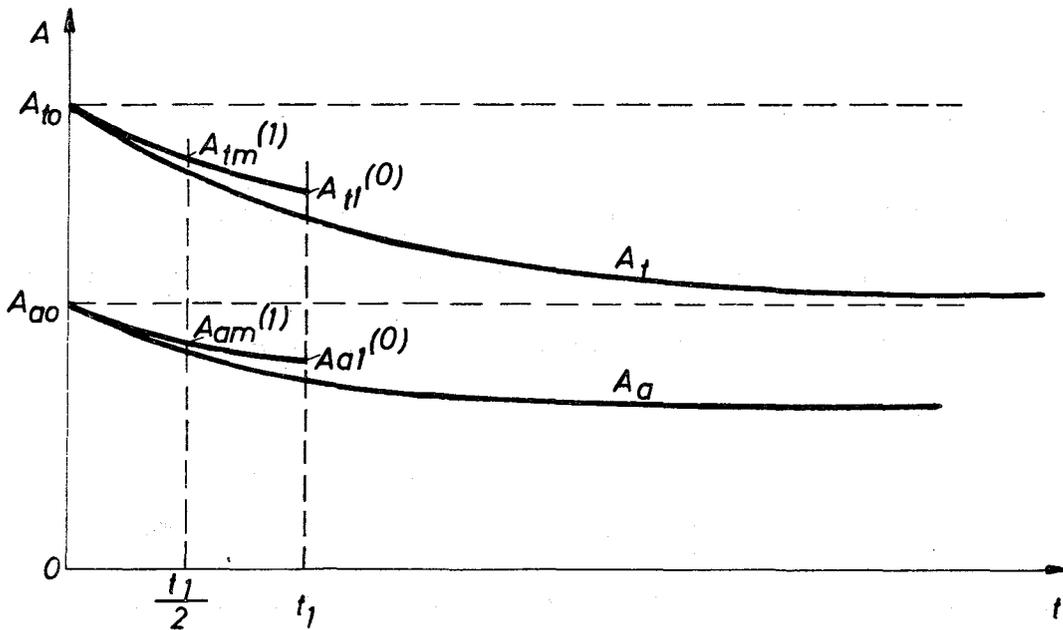


Abb. 3

so daß innerhalb eines Zeitintervalls t_1 die Rechnung mit Mittelwerten, z.B. den Werten für $\frac{t_1}{2}$, sicher bessere Ergebnisse liefern wird.

5.2 Verbesserung durch Iteration

Im vorliegenden Fall, wo $A_t(t)$ und $A_a(t)$ zunächst nicht bekannt sind, kann ein solcher Mittelwert auf iterativem Wege gewonnen werden.

Das geschieht dadurch, daß man als 1. Näherung die Anfangsgrößen A_{t0} und A_{a0} in die Gl. (4-39)ff. einsetzt, was zunächst nach Ablauf der Zeit t_1 einen Spannungszustand ergibt, der im Mittel zu hoch liegt

und daher auch zu große Werte $A_{tl}^{(0)}$ und $A_{al}^{(0)}$ liefert. Ersetzen von A_{to} und A_{ao} durch je einen geeigneten Mittelwert zwischen A_{to} und $A_{tl}^{(0)}$ bzw. A_{ao} und $A_{al}^{(0)}$ (z.B. die Werte $A_{tm}^{(1)}$ bei $t = \frac{t_1}{2}$ oder auch das arithmetische Mittel) führt zu einem besseren Ergebnis, welches durch mehrfache Wiederholung der Prozedur meist recht nahe an den Mittelwert des wirklichen Verlaufes von A_t und A_a herankommt. (Näheres, insbesondere Konvergenzbetrachtungen, siehe Anhang A 2.)

5.3 Überlegungen zur Schrittbreite

Wie durchgerechnete Beispiele später zeigen, genügt bei nicht zu großen Zeitintervallen, d.h. solange $\sigma_c(t_1)$ nicht mehr als etwa 10 % von $\sigma_c(0)$ abweicht, meist schon der erste Iterationsschritt zur Erzielung eines brauchbaren Ergebnisses.

Es empfiehlt sich daher, den gesamten betrachteten Zeitraum in so viele Schritte einzuteilen, daß der Bereich der σ_c -Werte zwischen Anfangs- und (im Zweifelsfalle asymptotischem) Endzustand entsprechend abgestuft wird. Hierzu müssen die Zeitschritte verschieden lang werden, da der zeitliche Abfall von σ_c angenähert exponentiellen Charakter zeigt.

Bei Berechnungen von Hand läßt sich die erforderliche Einteilung jedoch recht gut abschätzen, während bei Computerprogrammen ein zusätzlicher Aufwand durch feinere Unterteilung praktisch nicht ins Gewicht fällt.

5.4 Digitale Behandlung mittels Rechenprogramm

Hauptsächlich zur Überprüfung der mit dem angegebenen Verfahren erreichbaren Genauigkeit wurde ein Fortran II-Digital-Programm erstellt und eine Reihe von Beispielen damit durchgerechnet.

Dies erfolgte unter Verwendung von drei wahlweise vorgesehenen Möglichkeiten, welche den Hauptvarianten der Aufgabenstellung angepaßt sind:

- a) Berechnung des Ausgangsspannungszustandes aus der Belastung (mech. Spannung, Stabileistung) und den Abmessungen nebst Materialdaten der Hüllrohre.
- b) Berechnung des Anfangszustandes als elastische Verteilung unter vorgegebenem reinem Innendruck.
- c) Direkte Eingabe einer beliebigen Anfangsspannungs-Verteilung (punktweise).

Das Programm beschränkt sich auf den Fall $m = 1$, d.h. rein sekundäres Kriechen, da dies im Hinblick auf die zu untersuchenden Probleme genügt und zugleich den erforderlichen Aufwand verringert.

Außerdem wurde das gesamte Zeitintervall aus programmtechnischen Gründen in gleichlange Abschnitte unterteilt.

(Kurze Programmerläuterung nebst Blockdiagramm siehe Anhang A 3)

Hauptgegenstand der Untersuchungen war neben dem Einfluß einer Variation der Zeitschrittzahl auf die erhaltene Endverteilung der Spannung vor allem die auftretende Abweichung vom Gleichgewicht in Umfangsrichtung.

Da die Forderung nach diesem Gleichgewicht in den Gln. (4-39) und (4-40) nicht direkt enthalten ist, sondern nur zur Herleitung von A_t und A_a benutzt wurde, braucht ihr nämlich das erhaltene Ergebnis nicht von vornherein zu entsprechen. Die im allgemeinen auftretende Abweichung von dieser Bedingung stellt vielmehr ein recht gutes Maß für die im Ergebnis enthaltene Ungenauigkeit dar. (In axialer Richtung gilt dies nicht, da bei der Ableitung der entspr. Beziehungen nur angenähertes axiales Gleichgewicht vorausgesetzt wurde.) Dieses Kriterium ist

zwar nicht hundertprozentig, da auch ein falsches Ergebnis die Gleichgewichtsbedingung erfüllen kann. Zusammen mit der Untersuchung des Einflusses der Schrittbreitenvariation und der weiteren Prüfung, wie stark sich die Lösung für längere Zeiten der asymptotischen reinen Kriechspannungsverteilung nähert, erscheint jedoch insgesamt eine genügend sichere Beurteilungsmöglichkeit für die erhaltenen Resultate als gegeben.

Um darüber hinaus noch eine Abschätzung des durch die Näherung in 4.7 entstandenen Fehlers zu ermöglichen, wurde zusätzlich eine Programmvariante aufgestellt, welche für $n = 6$ die durch exakte Integration entstandene Gl. (4-59) iterativ nach S auflöst und damit für diesen speziellen Fall eine Vergleichslösung liefert, die den betr. Fehler nicht enthält.

5.5 Vorläufige Diskussion der Ergebnisse

Zunächst liefert der o.g. Vergleich mit der exakten Lösung das Resultat, daß für die an wirklichen Hüllrohren zu erwartenden Verhältnisse die Genauigkeit der verwendeten Näherung völlig ausreicht, solange die Zahl der Schritte nicht zu klein wird. Als erstes, besonders einfaches Beispiel zeigt dies die Behandlung eines idealisierten, linearen Ausgangsspannungszustandes im dünnwandigen Rohr (Abb. 4) mit den Eingabedaten $K = 10^{-12}$; $n = 6$; $E = 1,5 \cdot 10^4 \text{ kpmm}^{-2}$; $\nu = 0,3$; $\xi_0 = 0,2$. (Temperatur über den Querschnitt konstant; Radialspannungen überall der Einfachheit halber zu Null angenommen.)

Berechnet wurden die Umfangsspannungsverläufe nach 4, 12, 28, 56, 100 h (Zeitintervall 100 h, eingeteilt in 25 gleiche Schritte), welche für die iterativ gelöste exakte Formel und die Näherungslösung gut übereinstimmen.

In Abb. 4 ist von den Näherungs-Ergebnissen nur der Verlauf nach 100 h eingezeichnet, welcher gegenüber der genaueren Lösung lediglich um ca. 3 % nach unten verschoben ist.

In axialer Richtung liefert die Näherungslösung nach 100 h ebenfalls ein befriedigendes Ergebnis.

Außerdem kann man feststellen, daß das Gleichgewicht in Umfangsrichtung auch am Ende des Ausgleichsvorganges noch nahezu voll gewahrt bleibt (schraffierte Flächen).

Das Zeitintervall wurde dabei - wie übrigens in allen Beispielen - so gewählt, daß während seiner Dauer der größte Teil der Differenz zwischen Anfangs- und asymptotischer Endverteilung abgebaut wird.

Das zweite Beispiel (Abb. 5) behandelt den im vorliegenden Rahmen bereits extremen Fall eines dickwandigen Rohres ($\xi_0 = 0,5$), das unter Innendruck ($p = 10 \text{ kpmm}^{-2}$) vom elastischen in den Kriechspannungszustand übergeht (sog. Anlaufvorgang). Alle Daten, außer den genannten und der Schrittzahl (50 statt 25), entsprechen dabei dem 1. Beispiel, ohne daß allerdings die höhere Schrittzahl etwas ausmacht (s. Abschnitt 6).

Auch hier stimmen exakte und angenäherte Lösung noch sehr gut überein, insbesondere in der Form der erhaltenen Kurven für die Umfangsspannung. Gegenüber der in Abb. 5 dargestellten exakten Lösung ist das (aus Platzgründen nicht eingezeichnete) Ergebnis der Näherungslösung nach 100 h lediglich wie im 1. Beispiel um ca. 3 % nach unten verschoben, sonst jedoch praktisch deckungsgleich. Das Gleichgewicht in Umfangsrichtung bleibt im ersten Fall voll erhalten, im zweiten wird der Fehler nicht größer als ebenfalls etwa 3 %.

Auffallend gut ist weiterhin für $t = 100 \text{ h}$ die Annäherung der Umfangsspannung an den als Grenzkurve eingezeichneten asymptotischen Verlauf,

welcher sich nach [13] zu

$$\sigma_{t\infty} = \rho \frac{1 - (1 - \frac{2}{n})(1 - \xi)^{-\frac{2}{n}}}{(1 - \xi_0)^{-\frac{2}{n}} - 1} \quad (5-1)$$

errechnet.

Ebenfalls eingezeichnet ist der asymptotische Verlauf der Axialspannung

$$\sigma_{a\infty} = \rho \frac{1 - (1 - \frac{1}{n})(1 - \xi)^{-\frac{2}{n}}}{(1 - \xi_0)^{-\frac{2}{n}} - 1} \quad (5-2)$$

und der Radialspannung

$$\sigma_{r\infty} = -\rho \frac{(1 - \xi)^{-\frac{2}{n}} - 1}{(1 - \xi_0)^{-\frac{2}{n}} - 1} \quad (5-3)$$

wobei diese als zeitlich konstant gem. (4-20), d.h. als schon zu Beginn vorhanden angenommen wurde.

Die erhaltene Axialspannungsverteilung weicht stärker vom richtigen Grenzwert ab, was aber aufgrund der hier nur noch schlecht erfüllten Voraussetzung (4-19) völlig den Erwartungen entspricht.

Für das Resultat der Näherungslösung (für $t = 100$ h eingetragen) wird die Abweichung hier noch deutlich größer, was hauptsächlich durch eine Parallelverschiebung der Kurve nach oben zum Ausdruck kommt. Dieser Fehler kann jedoch - ebenso wie der geringere bei der Umfangsspannung - durch entsprechendes Rückverschieben leicht u. weitgehend behoben werden. Dies ist zudem nur dann erforderlich, wenn die Axialspannung genauer interessiert; meist reicht die Kenntnis der Umfangsspannung aus, welche infolge der geringen Rückwirkung (nur schwache Kopplung von Gl. (4-40) an (4-39)) auch durch größere Fehler in σ_a kaum beeinflusst wird.

Die Ergebnisse dieses Beispiels zeigen somit, daß mit dem beschriebenen Verfahren weit über die bei der Herleitung gezogenen Grenzen ($\xi_0 \approx 0,2$) hinaus selbst für sehr dickwandige Rohre die Spannungsverteilung bestimmt werden kann, ohne nennenswerte Fehler als Folge der benutzten Vereinfachungen in Kauf nehmen zu müssen.

(Bemerkenswert ist dabei noch, daß bei optimaler - ungleichmäßiger - Unterteilung des Zeitintervalls rund 5 Zeitschritte statt der aus programmtechnischen Gründen benutzten 25 bzw. 50 Schritte ausreichen, um praktisch gleiche Genauigkeit zu erzielen.)

Der zeitliche Verlauf der Umfangsspannung an einzelnen Stellen des Rohrwandquerschnitts ist in Abb. 6 dargestellt, und zwar für die exakte Lösung. Die Kurven der Näherungslösung weichen jedoch im ganzen Bereich so wenig hiervon ab, daß sie praktisch identisch sind.

Trägt man statt σ_t die deviatorische Spannung $\Sigma_t = \sigma_t - \frac{\sigma_t + \sigma_a + \sigma_r}{3}$ auf, so ist ein qualitativer Vergleich mit Ergebnissen von Besseling möglich, die in [9] nach dem dort beschriebenen, mathematisch und numerisch sehr aufwendigen Verfahren für Rohre gleicher Dickwandigkeit ($\xi_0 = 0,5$) berechnet und dargestellt sind.

Eine direkte Gegenüberstellung scheidet zwar an Umrechnungsschwierigkeiten, hauptsächlich infolge des in [9] verwendeten dimensionslosen Zeitparameters, welcher u.a. auf der Mises'schen Vergleichsspannung aufbaut und eine zahlenmäßig nicht rekonstruierbare Konstante p enthält. Trotzdem kann zumindest zwischen den in Abb. 7 gezeigten Kurven für den Innen- und Außenrand des Wandquerschnitts nach

obigem Beispiel und den entsprechenden Kurven in [9] (für $n = 5$ und $\nu = 0$) eine weitgehende geometrische Ähnlichkeit festgestellt werden, vor allem auch hinsichtlich des Verhaltens bei kleinen Zeiten. (Der Zeitmaßstab bei den zum Vergleich in Abb. 7 eingezeichneten Kurven nach [9] wurde geschätzt.)

Insbesondere im Hinblick auf die später sowieso angestrebten Vereinfachungen dürften demnach die mit den entwickelten Verfahren erhaltenen Ergebnisse auch für die Näherungslösung als ausreichend genau anzusehen sein, zumindest innerhalb des hier untersuchten Parameterbereichs. Sie wird deshalb im folgenden stets verwendet.

Das dritte Beispiel (Abb. 8) zeigt die resultierenden Spannungsverläufe für einen Fall entsprechend Beispiel 1, jedoch mit den Kriechparametern $K = 10^{-15}$ und $n = 9$, wie sie etwa für den Werkstoff Incoloy 800 bei 650°C gelten (nach Messungen im Institut für Material- und Festkörperforschung des KFZ Karlsruhe), wobei K einen sehr großzügig bemessenen Sicherheitsfaktor 10 enthält, um allen möglichen Erhöhungen der Kriechgeschwindigkeit durch Neutronenbestrahlung [19] Rechnung zu tragen.

Die erhaltene Verteilung der Umfangsspannung nach 100 h zeigt hier - wie auch in Abb. 4, nur noch stärker ausgeprägt - in der oberen Hälfte eine recht weitgehende Annäherung an die asymptotische Endverteilung. Nahezu unabhängig von der Anfangsspannung ergibt sich über etwa die halbe Wandstärke ein zur Endverteilung (gestrichelt) fast völlig paralleler Verlauf.

Das Gleichgewicht in Umfangsrichtung ist hier ebenfalls relativ gut erfüllt (ca. 3 % Fehler).

Schließlich sind in Abb. 9 und 10 noch zwei an praktischen Auslegungsfällen orientierte Beispiele für Hüllrohre unter Innendruck und Wärmedurchgang wiedergegeben.

Das Beispiel in Abb. 9 stellt hinsichtlich Dickwandigkeit ($\xi_0 = 0,184$ entspr. einem Verhältnis Hüllrohrquerschnitt/Brennstoffquerschnitt von $x = 0,5$) und lokaler Stableistung ($\chi = 500 \text{ W/cm}$) etwa die obere Grenze für eine sinnvolle Hüllrohrauslegung dar. Die weiteren Eingabedaten sind:

$$\begin{aligned} K_0 &= 8,8 \cdot 10^{-13} \text{ bei } T_0 = T_w = 813 \text{ }^\circ\text{K}; n_0 = 6,0; C_L = 16; \\ \sigma_{v0} &= 18,8 \text{ kpmm}^{-2}; \lambda = 0,209 \text{ Wcm}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}; E = 1,4 \cdot 10^4 \text{ kpmm}^{-2}; \\ \nu &= 0,3; \alpha_{th} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}; 50 \text{ Schritte zu je } 2 \text{ h.} \end{aligned}$$

Die resultierende große Temperaturdifferenz in der Wand ($77,4 \text{ }^\circ\text{C}$) bewirkt hier eine sehr starke Abnahme der Materialkriechfestigkeit von außen nach innen und dementsprechend einen stark geneigten Verlauf der asymptotischen Spannungsverteilung. Trotz der hohen Wärmespannungsbeiträge (13 kpmm^{-2} außen, $14,9 \text{ kpmm}^{-2}$ innen) weichen daher die S_0 -Werte nicht sehr stark von 1 ab, und das Ergebnis wird trotz Näherungslösung sehr genau. Das zeigt sich besonders in der guten Übereinstimmung der erhaltenen 100 h-Spannungsverteilung mit dem asymptotischen Verlauf, welcher angenähert durch die im Anhang A 4 (für dünnwandige Rohre und unter Verwendung von Gl. (2-10) und (2-11)) hergeleiteten Beziehungen

$$\sigma_{v\infty}(\xi) = \sigma_{v0} (1 - \xi)^N \quad (\text{A4-6})$$

$$\sigma_{t\infty}(\xi) = \sigma_{v0} \left[\left(1 + \frac{1}{N}\right) (1 - \xi)^N - \frac{1}{N} \right] \quad (\text{A4-10})$$

$$\sigma_{a\infty}(\xi) = \sigma_{v0} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{N}\right) (1 - \xi)^N - \frac{1}{N} \right] \quad (\text{A4-11})$$

$$\sigma_{r\infty}(\xi) = \frac{\sigma_{v0}}{N} \left[(1 - \xi)^N - 1 \right] \quad (\text{A4-9})$$

beschrieben werden kann, wobei

$$N = \frac{\Delta T}{T_0 \ln(1 - \xi_0)} \left(\frac{\ln K_0 - 2,3 C_1}{n_0} + \ln \sigma_{v_0} \right)$$

Die hiermit errechneten σ_t -Werte sind im Mittel sogar mit $\sigma_{t/100}$ identisch, was auch durch das unveränderte Integral über die Umfangsspannungen bestätigt wird.

Da zudem die noch vorhandenen Abweichungen offenbar größtenteils von den Ungenauigkeiten in der Ableitung von $\sigma_{t\infty}$ (dünnwandiges Rohr) herrühren, ist die erhaltene Verteilung $\sigma_{t/100}$ praktisch schon gleich der asymptotischen Endverteilung. (Der Ausgleich geht hier infolge des relativ hohen Spannungsniveaus recht schnell vor sich.) Fast genau das gleiche gilt auch für die Axialspannungen. Auf die Eintragung von $\sigma_{t\infty}$ und $\sigma_{a\infty}$ nach den obigen Formeln wurde deshalb verzichtet.

Auffallend ist wie schon in den Abb. 4 und 8 der Umstand, daß die oberhalb des asymptotischen Verlaufs liegenden Umfangsspannungen verhältnismäßig bald eine zu diesem weitgehend parallele Verteilung annehmen bzw. genauer gesagt, daß der erhaltene Wert $s = \frac{\sigma_t - \sigma_r}{\sigma_{ct}} \sim \frac{\sigma_t - \sigma_r}{\sigma_{t\infty} - \sigma_r}$ unabhängig von S_0 über einen weiten Bereich fast konstant ist. Ein ähnliches Ergebnis liefert auch das letzte Beispiel (Abb.10), welches als typischer Auslegungsfall für die Hülle eines Na-gekühlten Brüterbrennstabes angesehen werden kann ($\xi_0 = 0,123$ entspr. $x = 0,30$; $\chi = 300 \text{ W/cm.}$)

Mit den übrigen Parametern

$K_m = 10^{-15}$ bei $T_m = 923 \text{ }^\circ\text{K}$; $T_0 = 915 \text{ }^\circ\text{K}$; $C = 15$; $n_m = 9,0$; $\sigma_{v_0} = 10,0 \text{ kpmm}^{-2}$;
 $\lambda \approx 0,21 \text{ W cm}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; $E = 1,6 \cdot 10^4 \text{ kpmm}^{-2}$; $\nu = 0,3$; $\alpha_{th} = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

und 25 Zeitschritten zu je 4 h. ergibt sich der dargestellte Spannungsverlauf, welcher zwar nur relativ wenig vom Ausgangszustand abweicht, aber trotzdem deutlich die oben beschriebene Tendenz erkennen läßt.

6. Schrittweise Vereinfachung des Verfahrens

6.1 Verringerung der Zeitschrittzahl

Im Hinblick auf mögliche Einsparungen am Rechenaufwand ist es interessant, wie stark die Ergebnisse von den in 5.5 erhaltenen verhältnismäßig genauen Werten abweichen, wenn das gesamte untersuchte Zeitintervall in immer weniger Schritte unterteilt wird. Brauchbare Aussagen sind dabei allerdings nur zu erwarten, solange der Spannungsausgleich nicht schon nach einem Bruchteil des Gesamtintervalls weitgehend abgeschlossen ist.

Abb. 11 zeigt die resultierenden Spannungsverteilungen am Ende eines 100 h-Intervalls für die Verhältnisse nach Beispiel 1 bei Verwendung verschiedener Schrittzahlen. Die Kurven für 25 Schritte entsprechen dabei der in Abb. 4 eingezeichneten Näherungslösung.

Überraschenderweise weicht die erhaltene Umfangsspannung selbst im Extremfall nur eines einzigen Zeitschrittes, d.h. bei Annahme eines über das ganze 100 h-Intervall konstanten Mittelwertes für A_t und A_a bzw. σ_{ct} und σ_{ca} , nur relativ wenig von der Lösung für 25 Zeitschritte ab. Zudem besteht die Abweichung auch hier zum großen Teil aus einer Parallelverschiebung. Diese wird außer durch die zu großen S_o -Werte vor allem dadurch bewirkt, daß die bei der Iteration von A_t bzw. σ_{ct} (s. Abschnitt 5.2 bzw. Anhang A 2) im Digitalprogramm verwendeten Mittelwerte A_{tm} , $A_{am} = A_t \left(\frac{t}{2}\right)$, $A_a \left(\frac{t}{2}\right)$ zu niedrig liegen, was erst bei großer Schrittbreite ins Gewicht fällt.

Auffallend ist, daß die oberhalb der asymptotischen Endverteilung liegenden Zonen der erhaltenen Spannungsverteilung besonders geringe Abweichungen und besonders gute Parallelität zeigen. Der Hauptfehler tritt

im Bereich niedriger Umfangsspannungen auf. Ein wesentlich schlechteres Ergebnis zeigt sich bei den Axialspannungen; der bei Verwendung nur eines Zeitschrittes erhaltene Verlauf muß sogar als unbrauchbar bezeichnet werden. Der Hauptgrund hierfür liegt darin, daß die im Digitalprogramm verwendeten Beziehungen (4-82) und (4-83) bei langen Zeitschritten nur noch eine stark fehlerhafte Integration liefern. Da jedoch, wie im nächsten Abschnitt ausgeführt, die Axialspannung für die weitere Behandlung des Problems kaum eine Rolle spielt, stört dieser Fehler nicht weiter.

Der Umstand, daß trotz falscher Axialspannungen ein nur wenig veränderter Umfangsspannungsverlauf resultiert, rechtfertigt zudem nachträglich das Vorgehen bei der Entkopplung des Differentialgleichungssystems in 4.5. Es entfällt dadurch sogar die Notwendigkeit einer Berechnung des Axialspannungs-Endverlaufes überhaupt, da bei nur einem Schritt ja keine Rückkopplung mit der Umfangsspannung mehr besteht.

In Abb. 12 sind die extremen Verhältnisse dargestellt, welche sich vor allem hinsichtlich der Axialspannung bei Reduktion der Schrittzahl in Beispiel 3 von 50 (Abb. 8) auf 1 ergeben. Trotz der ansonsten erheblichen Fehler ist auch hier wieder die gute Übereinstimmung der Umfangsspannungen oberhalb des asymptotischen Verlaufes hervorzuheben. Ähnliches gilt für die in Abb. 5 gestrichelt eingezeichneten Verteilungen nach einem einzigen Schritt beim dickwandigen Rohr (Beispiel 2). Abgesehen davon, daß der erhaltene Umfangsspannungsverlauf überall unter die asymptotische Endverteilung absinkt, ist hier ebenfalls in dem anfangs darüber liegenden Bereich eine gute Übereinstimmung und vor allem nahezu paralleler Verlauf festzustellen. Überdies erhält man in diesem Fall auch eine weitgehend richtige Axialspannungsverteilung.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß in allen untersuchten Fällen bereits bei Verwendung eines einzigen Zeitschrittes die entstehende Verteilung der Umfangsspannungen mit einer für den **erstrebten** Zweck ausreichenden Genauigkeit erhalten wird. Dies gilt besonders für den Teil des Spannungszustandes, welcher anfänglich oberhalb der asymptotischen Endverteilung liegt.

Hinsichtlich des darunter liegenden Teils der Kurve ist wiederum bemerkenswert, daß er weitgehend parallel zu der Anfangsverteilung σ_{t_0} verläuft, wenn auch meist nicht im richtigen Abstand.

6.2 Konstruktion einer Ersatz-Spannungsverteilung

Demnach läßt sich die resultierende Spannungsverteilung in Umfangsrichtung aus drei Teilen zusammensetzen: einem Stück I, das weitgehend durch $s = \text{const}$ dargestellt werden kann (d.h. $\sigma_t \approx \text{const} \cdot \sigma_{t_\infty}$), einer Parallele II zu σ_{t_0} und einem dazwischen liegenden Übergangsteil III (Abb. 13).

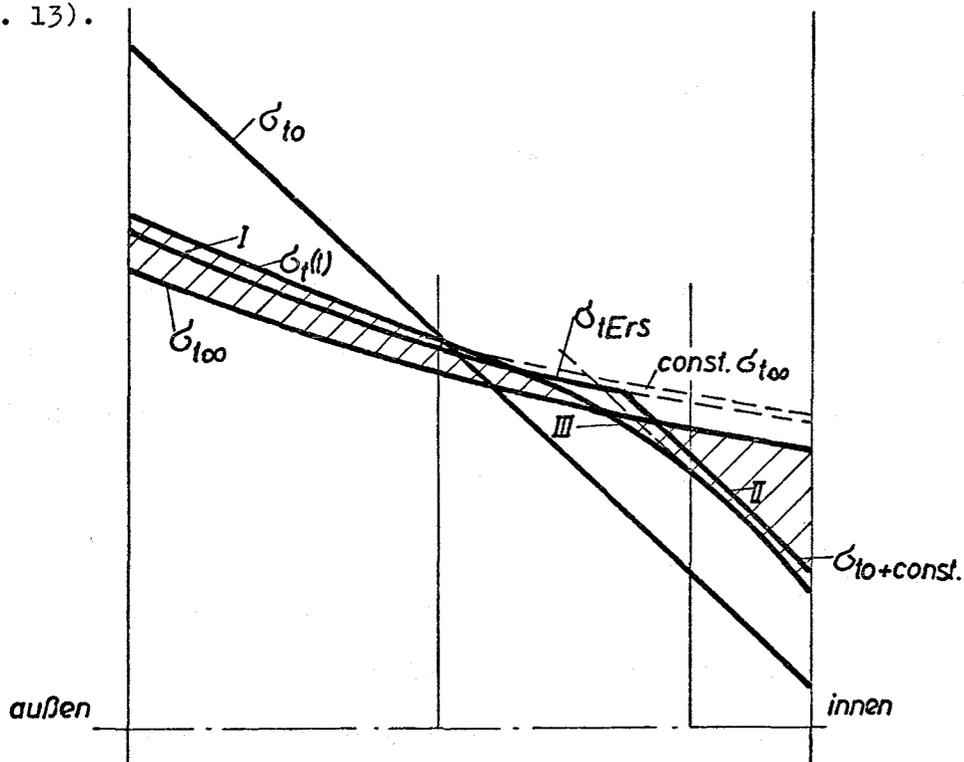


Abb. 13

Aufteilung des erhaltenen Umfangsspannungsverlaufes
in Einzelbereiche; Ersatzverteilung

Teil I ist hiervon am genauesten bekannt; selbst bei Berechnung mit Hilfe nur eines Zeitschrittes tritt, wie bereits festgestellt, nur eine geringe Abweichung von der wirklichen Spannungsverteilung auf. (Allerdings wird diese Vereinfachung noch mit einer großen Zahl von Iterationsschritten zur Gewinnung von σ_{ct} bzw. A_t erkauft, zumindest wenn von A_{t_0} ausgegangen wird.)

Am schwersten erfassen läßt sich der Übergangsbereich III. Da es in diesem Gebiet - wie später in Abschn. 8 dargelegt - nicht so sehr auf den genauen Spannungsverlauf ankommt, empfiehlt sich die Konstruktion einer Ersatz-Spannungsverteilung aus den Teilkurven I und II. Dabei muß zunächst auf Erhaltung des Umfangsspannungs-Integrals geachtet werden. Außerdem aber dürfen auch die (in Abb. 13 schraffierten) Flächen zwischen dem gebildeten Spannungsverlauf und $\sigma_{t\infty}$ nicht anwachsen, um hinsichtlich der späteren Auswirkungen der Spannungsumlagerung auf der sicheren Seite zu bleiben.

Das bedeutet, daß zur Kompensation des im Übergangsbereich entstehenden Zwickels der Kurventeil I etwas näher an $\sigma_{t\infty}$ heranrücken muß.

Eine derart korrigierte Kurve läßt sich auf einfache Weise dadurch gewinnen, daß man statt σ_{ct} den zu niedrigen Wert $\sigma_{v\infty}$ in Gl. (4-61) bzw. (4-65) einsetzt. Damit wird zugleich die u.U. langwierige Iteration zur Ermittlung von σ_{ct} eingespart. Der erhaltene Spannungsverlauf weist zunächst noch einen - allerdings falschen - Übergangsbereich auf. Durch Annahme eines überall konstanten, von s_{t_0} unabhängigen Spannungsverhältnisses s_t nach Abhauf des Ausgleichsvorgangs - was weitgehend den in 5.5 diskutierten Beobachtungen entspricht - entsteht daraus jedoch die gewünschte Ersatzkurve bzw. deren oberer

Ast (Abb. 13). Als konstanter Wert für S kann dabei z.B. derjenige verwendet werden, der sich an der Wandaußenseite ergibt. Eine Parallele zu σ_{t_0} in solchem Abstand, daß das tangentielle Gleichgewicht erfüllt wird, vervollständigt im Bereich III den so erhaltenen Ersatz-Spannungsverlauf, welcher bereits auf recht einfache Weise den wirklichen Zustand am Ende des betrachteten Zeitintervalls anzunähern gestattet.

6.3 Herleitung einer "Grenzspannung" analog zur Streckgrenze des Materials

Der in 6.2 konstruierte Ersatzverlauf hat für praktische Rechnungen noch den Nachteil, daß sein oberer Ast für jeden gegebenen Ausgangszustand eigens berechnet werden muß.

Außerdem liegt man damit bei kleinen S_0 -Werten (unter ca. 1,2) u.U. nicht mehr ganz auf der sicheren Seite. Deshalb wird^{im} folgenden eine einfacher zu handhabende und mit Sicherheit konservative Näherungslösung hergeleitet.

Abb. 14 zeigt zunächst den Verlauf von s_t für $n = 6$ und verschiedene Anfangswerte S_{t_0} nach Gl. (4-16) als Funktion der Größe $t^* = B_t^* \cdot t^m$. Diese eignet sich - als dimensionsloser Zeitmaßstab - sehr gut zur Darstellung von Vorgängen auf verschiedenem Spannungs- und Temperaturniveau in jeweils einer einzigen Kurve, welche nur noch S_{t_0} als Parameter enthält.

Für $m = 1$ (sekundäres Kriechen) und unter Vernachlässigung der in B_t^* nach Gl. (4-65) und (4-42a) enthaltenen Axialspannung sowie mit

$$\frac{1 - \frac{\nu}{2}}{1 - \nu^2} \approx 1$$

berechnet sich dabei der Abszissenwert einfach zu

$$t^* = n \cdot E \cdot K \cdot \sigma_{ct}^{n-1} \cdot t \quad (6-1)$$

Setzt man nach 6.2 $\sigma_{ct} = \sigma_{v\infty}$ an, so wird t^* nahezu konstant über den ganzen Querschnitt, und aus Abb. 14 kann dann für gegebenes S_{to} und t^* der Wert S_t entnommen werden, welcher die obere Begrenzung des Ersatzspannungszustandes liefert.

Die angestrebte weitere Vereinfachung wird möglich durch die Tatsache, daß die Kurven für $S_{to} \geq 1$ in Abb. 14 stark konvergieren. Während kleinere Anfangswerte etwa bis $S_{to} = 1,2$ mit wachsendem t^* nur schwach abnehmen, zeigen die Kurven mit größerem S_{to} einen sehr raschen Abbau.

Da dieser Abbau einer Umwandlung von elastischer Dehnung in bleibende Verformung entspricht, welche in ihrem zulässigen Ausmaß begrenzt ist, kann man auch einen Grenzwert für S_{to} festlegen mit der Eigenschaft, daß alle über diesem liegenden Anfangswerte einen unzulässig starken Abbau erfahren, die darunter liegenden dagegen nicht. Wird weiter der zugelassene Abbau-Betrag ΔS_t zul als Maximum dessen angesehen, was als noch vernachlässigbar gelten kann, so läßt sich genau analog zur Streckgrenze des Materials eine „Grenzspannung“ σ_G definieren derart, daß alle rechnerisch (nach dem Hooke'schen Gesetz) darüber liegenden Spannungen durch bleibende Verformung auf den Wert dieser Grenzspannung abgebaut werden, alle darunter liegenden jedoch voll erhalten bleiben. Diese Definition entspricht insofern derjenigen für die Streckgrenze im elastisch-plastischen Fall, als auch dort alle unter einem gewissen Limit (meist 0,2 %) liegenden bleibenden Verformungen ebenso vernachlässigt werden wie andererseits ein Ansteigen der Spannung über den diesem Verformungsbetrag zugeordneten Wert hinaus.

Wenn der zulässige ΔS_t -Wert gegeben ist (Ermittlung desselben siehe Kap. 8), so kann das zugehörige S_{t_0} durch Einsetzen in Gl. (4-61)

$$S_t = S_{t_0} - \Delta S_t = 1 - \frac{1}{n} \ln \left\{ 1 + [e^{-n(S_{t_0}-1)} - 1] e^{-t^*} \right\}$$

und Auflösung nach S_{t_0} gefunden werden:

$$S_{t_0} = 1 + \frac{1}{n} \ln \left[\frac{e^{(n \cdot \Delta S_t + t^*)} - 1}{e^{t^*} - 1} \right]. \quad (6-2)$$

Multiplikation der asymptotischen Vergleichsspannungsverteilung $\bar{\sigma}_{v\infty}$ mit dem so erhaltenen Wert von S_{t_0} liefert schließlich den Verlauf der gesuchten Grenzspannung $\bar{\sigma}_G$ über den Wandquerschnitt:

$$\bar{\sigma}_G \left(\frac{y}{s} \right) = \bar{\sigma}_{v\infty} \left(\frac{y}{s} \right) \left\{ 1 + \frac{1}{n} \ln \left[\frac{e^{(n \cdot \Delta S_t + t^*)} - 1}{e^{t^*} - 1} \right] \right\} \quad (6-3)$$

Mit Einführung dieser oberen Spannungsgrenze ist das Kriechproblem auf die Ermittlung eines elastisch-idealplastischen Spannungszustandes in der Rohrwand zurückgeführt, welche nach prinzipiell bekannten Methoden vorgenommen werden kann.

Die daraus resultierende Spannungsverteilung liegt fast immer auf der sicheren Seite, da sowohl die Annahme $\bar{\sigma}_{ct} = \bar{\sigma}_{v\infty}$ als auch die verwendete Näherungsformel (4-61) einen zu raschen Spannungsabbau ergeben, wodurch der Betrag der bleibenden Verformung überschätzt wird.

Ist dies ausnahmsweise nicht der Fall - z.B. bei kleinen S_{t_0} -Werten, wo obige Abweichungen in engen Grenzen bleiben, oder für n deutlich kleiner als 6 - und werden dadurch die Flächen zwischen $\bar{\sigma}_t$ Ers und $\bar{\sigma}_{t\infty}$ in Abb. 13 etwas zu groß, so wird der Fehler durch die Vorgabe von ΔS_t trotzdem auf ein unbedenkliches Maß beschränkt.

Mit den bis hierher vorliegenden Ergebnissen können jetzt die in der Brennstabhülle während des Betriebs ablaufenden Vorgänge einzeln analysiert werden.

7. Auswirkungen und zulässige Grenzen der Hüllrohrbeanspruchung

Die in Kap. 1 und 3 aufgeführten Beanspruchungsarten treten bei wechselnden Betriebszuständen in unterschiedlicher Kombination auf und können dadurch auf verschiedene Weise und an verschiedenen Stellen zum Versagen des Hüllrohres führen. Die vier Hauptmöglichkeiten sind im folgenden kurz dargestellt und diskutiert.

7.1 Kurzzeitige Beanspruchung durch inneren Überdruck

Dieser Fall kann vor allem auftreten, wenn ein Brennstab kurz vor Ende seiner Standzeit, also bei voll ausgebildetem Spaltgasdruck, eine kurze, begrenzte Leistungsexkursion mitmacht. Dabei steigt durch das erhöhte Temperaturniveau der Innendruck an, und zugleich sinkt die Festigkeit des Hüllmaterials. Da es sich um eine Belastung von max. wenigen Minuten Dauer handelt, ist die Kurzzeitfestigkeit maßgebend, welche hier wegen der begrenzten zulässigen Verformung durch die Streckgrenze $\sigma_{0,2}$ des Materials repräsentiert wird.

(Die Bruchdehnung kann infolge der Neutronenbestrahlung schon im normalen Zugversuch bis auf wenige % absinken, so daß die Beschränkung auf 0,2 % kaum mehr als eine angemessene Sicherheitsmaßnahme darstellt. Mehr als ca. 1 % Aufweitung der Hüllrohre ist meist auch aus Gründen der sonst zu sehr gestörten Kühlkanalgeometrie nicht mehr tragbar.)

Da die mögliche Innendruckzunahme bei sinnvollen Leistungsexkursionen in ziemlich engen Grenzen bleibt und im Bereich der zu erwartenden Temperaturanstiege auch die Streckgrenze von austenitischem Stahl nur wenig

absinkt, wird die übliche Auslegung mit einem Sicherheitsfaktor $S = 1,5$ gegenüber $\bar{\sigma}_{0,2}$ als ausreichend erachtet.

Man kommt dadurch zu der Forderung

$$\bar{\sigma}_{vm} = \frac{p_e \cdot r_m}{s_w} \leq \frac{\bar{\sigma}_{0,2}}{1,5} \quad (7-1)$$

d.h. die mittlere Vergleichsspannung $\bar{\sigma}_{vm}$ in der Wand des (dünnwandigen) Hüllrohres darf $2/3$ der Streckgrenze nicht überschreiten.

(p_e = Innendruck am Ende der Standzeit t_s ,
 $r_m = \frac{r_a + r_i}{2}$ = mittlerer Rohrradius, s_w = Wandstärke.)

Es zeigt sich anhand der später behandelten Beispiele, daß dieses Kriterium praktisch immer an Schärfe gegenüber anderen zurücksteht, d.h. die Sicherheit gegen Überschreiten der Streckgrenze ist meist wesentlich größer als hier verlangt.

7.2 Aufweitung durch kontinuierliches Kriechen unter reinem Innendruck

Dieser Vorgang spielt sich im hier betrachteten Idealfall so ab, daß der Brennstab vom Einsetzen in den Reaktor bis zum Ende seiner Standzeit ununterbrochen mit konstanter Leistung betrieben wird. Dabei baut sich entsprechend dem mit der Zeit linear zunehmenden Abbrand ein allmählich ansteigender Innendruck p auf. Dieser Innendruck besteht in der Spaltzone des Brennstabes aus zwei Anteilen, nämlich dem Gasdruck und dem Festkörperdruck des unter Bestrahlung schwellenden Brennstoffes.

Während ersterer praktisch mit dem Anfangswert Null beginnt und entsprechend dem Abbrand linear anwächst, ist über den zeitlichen Verlauf des Brennstoffschwelldruckes nichts Genaues bekannt. Eine Modellvorstellung

[23] geht davon aus, daß er sich ähnlich wie der Gasdruck verhält, also von einem kleinen Anfangswert aus etwa linear anwächst. Man kann jedoch auch die im Sinne der anzustellenden Berechnung konservative Annahme machen, wonach sich verhältnismäßig rasch ein Wert einstellt, der dann über den größten Teil der Standzeit weitgehend konstant bleibt. (Dieses Verhalten entspräche z.B. der Vorstellung eines Brennstoffs mit konstanter Schwellrate bei Bestrahlung, welche unter dem von der Hülle ausgeübten Druck gegen den ebenfalls konstanten Kriechwiderstand des Brennstoffes allmählich dessen Porenvolumen verringert.) Der Zeitverlauf des gesamten Innendruckes p läßt sich demnach stets durch einen linearen Anstieg von einem Anfangswert p_0 auf einen Endwert p_e befriedigend darstellen. Die außerdem zu Beginn des Leistungsbetriebes entstehenden Wärmespannungen werden verhältnismäßig bald bis auf unbedeutende Reste durch Kriechen abgebaut, so daß sich zumindest in der hier hauptsächlich interessanten heißesten Zone des Hüllrohres (s. Abb. 1) eine nur vom Innendruck abhängige asymptotische Spannungsverteilung einstellt. Für dünnwandige Rohre ist diese Verteilung im Anhang A 4 auf der Grundlage der Kriechbeziehungen (2-10) und (2-11) hergeleitet. Wie sich daraus in Übereinstimmung mit einem in [13] behandelten vereinfachten Beispiel (linearisierter Temperaturverlauf, keine Axialspannung, Näherung für K) ergibt, genügen jedoch bereits arithmetische Mittelwerte für Spannung und Temperatur zur Ermittlung eines recht genauen und zugleich konservativen Wertes der tangentialen Dehnungsgeschwindigkeit.

Die mittlere Vergleichsdehnungsrate erhält man danach mit der mittleren Vergleichsspannung $\bar{\sigma}_{vm}$ (4-1) und den zu der mittleren Wandtemperatur \bar{T} gehörenden Kriechparametern \bar{K} und \bar{n} entsprechend Gl. (2-3) zu

$$\dot{\epsilon}_{vm} = \bar{K} \cdot \bar{\sigma}_{vm}^{\bar{n}} \quad (7-2)$$

Daraus folgt mit den für dünnwandige Rohre gültigen Beziehungen

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_{tm}}{2} \quad (7-3)$$

und

$$\sigma_{tm} = \sigma_{vm} - \frac{p}{2}; \quad \sigma_{rm} = -\frac{p}{2} \quad (7-4)$$

nach Einsetzen in Gl. (2-1) und Vernachlässigung von $\frac{p}{\sigma}$ gegen σ_{vm} die Dehnungsgeschwindigkeit in Umfangsrichtung zu

$$\dot{\epsilon}_t \approx \frac{3}{4} \bar{K} \cdot \sigma_{vm}^{\bar{n}} \quad (7-5)$$

Einsetzen von σ_{vm} nach Gl. (7-1) liefert

$$\dot{\epsilon}_t \approx \frac{3}{4} \bar{K} \left(\frac{p \cdot r_m}{s_w} \right)^{\bar{n}}, \quad (7-6)$$

und bei linear anwachsendem Innendruck nach der Formel

$$p = p_0 + \frac{(p_e - p_0)}{t_s} \cdot t \quad (7-7)$$

erhält man daraus die gesamte Aufweitung des Hüllrohres zu

$$\epsilon_t = \int_0^{t_s} \dot{\epsilon}_t dt = \frac{3}{4} \bar{K} \left(\frac{r_m}{s_w} \right)^{\bar{n}} \frac{(p_e^{\bar{n}+1} - p_0^{\bar{n}+1}) \cdot t_s}{(\bar{n}+1)(p_e - p_0)} \quad (7-8)$$

Mit Einführung des Verhältnisses

$$\varphi = \frac{p_0}{p_e} \quad \text{entspr.} \quad p_0 = \varphi \cdot p_e \quad (7-9)$$

kann man auch schreiben

$$\epsilon_t = \frac{3}{4} \bar{K} \left(\frac{p_e \cdot r_m}{s_w} \right)^{\bar{n}} \frac{(1 - \varphi^{\bar{n}+1})}{(1 - \varphi)(\bar{n}+1)} \cdot t_s \quad (7-10)$$

Das Ergebnis unterscheidet sich um den Faktor $\frac{(1-\varphi)^{\bar{n}+1}}{(1-\varphi)(\bar{n}+1)}$ von der durch einen konstanten Druck von der Größe des Endwertes p_e in der gleichen Zeit bewirkten Umfangsdehnung.

Die Wirkung ist also die gleiche, wenn z.B. der Edddruck p_e während des Bruchteils $\frac{(1-\varphi)^{\bar{n}+1}}{(1-\varphi)(\bar{n}+1)} t_s$ der Standzeit in voller Höhe auf das Hüllrohr wirkt. Dies ist im Hinblick auf spätere Analogiebetrachtungen interessant.

Bei vorgegebenen Werten für ε_t und t_s erhält man aus (7-8) den zulässigen Endbetrag des Innendruckes zu

$$p_e = \left[\frac{4(1-\varphi)(\bar{n}+1)}{3(1-\varphi)^{\bar{n}+1} \bar{K} \cdot t_s} \right]^{\frac{1}{\bar{n}}} \cdot \frac{S_w}{r_m} \quad (7-11)$$

Das Ergebnis stellt einen Grenzwert dar, da der Einfluß der Wärmespannungen die tatsächliche Kriechdehnung erhöht bzw. den zulässigen Innendruck erniedrigt.

7.3 Materialermüdung durch thermische Wechselbeanspruchung

Diese Erscheinung kann vorzugsweise auftreten, wenn die Wärmespannungen groß gegenüber den mechanischen Spannungen sind. Im hier betrachteten Modellfall wird daher reine Wärmespannungsbelastung ohne zusätzlichen Innendruck im Hüllrohr vorausgesetzt.

Die Zahl der möglichen Betriebszyklen während der Standzeit eines Brennelementes ist so gering, daß nur plastische bzw. durch Kriechen bewirkte Verformungen nennenswerte Auswirkungen haben können (low cycle fatigue).

Solche Verformungen entstehen dann in nennenswerter Größe, wenn die Wärmespannungen in der Wand an irgend einer Stelle die Fließgrenze des Werkstoffes oder aber eine "Grenzspannung" im Sinne der Definition von 6.3 übersteigen. Trotz gleicher Eigenschaften - Abbau der darüberliegenden, Erhaltung der kleineren Spannungen - muß diese Grenzspannung hier jedoch neu abgeleitet werden, da wegen σ_{ct} bzw. $\sigma_{von} = 0$ keine dimensionslose Spannung s gebildet werden kann. Außerdem dürften beim Abbau von Wärmespannungen primäre Kriechvorgänge überwiegen, was in der Ableitung zu berücksichtigen ist. (Zumindest gilt dies für die ersten Zyklen; bei öfterer Wiederholung des Vorganges ist zwar eine Annäherung an sekundäres Kriechverhalten zu erwarten, doch läßt sich deren Ausmaß wegen des bisher weitgehend unerforschten Materialverhaltens im Zug - Druck - Wechselbereich kaum vorhersagen. Die Annahme stets neu beginnenden primären Kriechens bei jedem Zyklus liegt dann hinsichtlich der Größe der erhaltenen Verformung auf der sicheren Seite.)

Es gelten (für Zeitverfestigung) wiederum die Grundgleichungen (4-3) bis (4-5).

Mit den für die betrachteten, relativ dünnwandigen Rohre recht gut zutreffenden Näherungsansätzen

$$\sigma_r' \equiv 0$$

und

$$\sigma_v' = \sigma_t' = \sigma_a' = \sigma$$

reduzieren sich diese Grundgleichungen hier auf die einzige Beziehung

$$\dot{\epsilon}_t = \dot{\epsilon}_a = K \cdot m \cdot \sigma^{n-1} \cdot t^{m-1} \cdot 0,5\sigma + \frac{\dot{\sigma}}{E} (1-\nu). \quad (7-12)$$

Die axialen und tangentialen Dehnungen müssen am Ende eines jeden vollen Zyklus Null ergeben, da durch die Wärmespannungen allein keine Aufweitung des Rohres bewirkt wird. Man kann daher auch in Gl. (7-9) die Gesamtdehnungsrate gleich Null ansetzen, ohne einen spürbaren Fehler zu begehen, vor allem da diese auf jeden Fall bedeutend kleiner ist als die interessierende Kriechdehnung in den Randzonen des Querschnitts, wo der stärkste Spannungsabbau stattfindet.

Damit erhält man

$$-\frac{\dot{\sigma}}{E}(1-\nu) = \frac{K}{2} \cdot m \cdot \sigma^n \cdot t^{m-1}, \quad (7-13)$$

woraus nach Trennung der Veränderlichen und Integration sowie Berücksichtigung der Anfangsbedingung

$$\sigma(t=0) = \sigma_0$$

schließlich die Beziehung

$$\sigma(t) = \left[\frac{(n-1)}{2(1-\nu)} E K t^m + \sigma_0^{1-n} \right]^{\frac{1}{1-n}} \quad (7-14)$$

folgt.

Da die rechte Seite in Gl. (7-13) die Kriechrate $\dot{\epsilon}_K$ sowohl in Axial- als auch in Umfangsrichtung darstellt, kann statt (7-13) auch geschrieben werden

$$\epsilon_{kt} = \epsilon_{ka} = -\frac{(1-\nu)}{E} \int \dot{\sigma} dt, \quad (7-15)$$

woraus wegen

$$\int \dot{\sigma} dt = \sigma(t) - \sigma_0 = \Delta \sigma_k$$

direkt

$$\epsilon_{kt} = \epsilon_{ka} = \frac{1-\nu}{E} \cdot \Delta \sigma_k \quad (7-16)$$

folgt.

Die für die Materialanstrengung maßgebende Vergleichskriechdehnung beträgt dann nach Mohr

$$\varepsilon_{kv} = \frac{2}{3} (\varepsilon_{kmax} - \varepsilon_{kmin}). \quad (7-17)$$

Mit $\varepsilon_{kmax} = \varepsilon_{tk} = \varepsilon_{ak}$ und der Volumenkonstanz-Bedingung

$$\Sigma \varepsilon_k = 0 = \varepsilon_{tk} + \varepsilon_{ak} + \varepsilon_{rk}$$

erhält man schließlich die Vergleichsdehnung für einen halben Zyklus zu

$$\varepsilon_{kv} = \frac{2(1-\nu)}{E} \cdot \Delta \sigma_k \quad (7-18)$$

Abb. 15 zeigt für $n = 6$, $m = 0,5$ und drei verschiedene K-Werte jeweils

$\sigma(t)$ in Abhängigkeit von σ_0 .

Daraus ist zu ersehen, daß auch für diese Form des Spannungsausgleichs in sehr guter Näherung eine Grenzspannung nach obiger Definition benutzt werden kann. Der Wert, auf den eine ∞ hohe Anfangsspannung etwa nach $t = 100$ h reduziert wird, eignet sich hierzu insbesondere wegen seiner einfachen Berechnung:

$$\sigma'_G = \left[\frac{(n-1)}{2(1-\nu)} E K t^m \right]^{\frac{1}{1-n}} \quad (7-19)$$

Aus Abb. 15 geht hervor, daß tatsächlich alle über dieser Grenze liegenden Anfangsspannungen innerhalb eines Zeitraumes von ca. 24 h bis zu einigen 100 h praktisch auf diesen Wert reduziert, die darunter liegenden Spannungen dagegen kaum verändert werden.

Damit ist der zur Berechnung von ε_{Kv} nach (7-15) benötigte Wert $\Delta\bar{\sigma}_k$ einfach aus

$$\Delta\bar{\sigma}_k = \bar{\sigma}_0 - \bar{\sigma}'_G \quad (7-20)$$

zu ermitteln, wobei nur die an den Rändern des Wandquerschnitts auftretenden Maximalwerte interessieren.

$\bar{\sigma}'_G$ ist temperaturabhängig, ändert sich also mit dem Betriebszustand (Extremfälle sind Vollast und "Leerlauf"). Außerdem können nach Ablauf des 1. Zyklus die Spannungen $\bar{\sigma}_0$ für den folgenden Vorgang nicht mehr nach den Gl. (4-2a,b,c) berechnet werden, sondern sind streng genommen durch Überlagerung zu ermitteln. Im Realfall genügt jedoch so gut wie immer die pessimistische Abschätzung mit $\bar{\sigma}'_G$ entsprechend der Temperatur an der Wandinnenseite bei Vollast und $\bar{\sigma}_0$ als zugehöriger Anfangs-Wärmespannung.

Diese Betrachtung gilt jeweils für einen diskreten Rohrquerschnitt. Die größte Gefährdung ergibt sich für den Querschnitt, wo $\Delta\bar{\sigma}_k$ ein Maximum wird. Da dieses Maximum flach verläuft, kann es einfach durch Unterteilung des Brennstabes in Abschnitte und Vergleich der jeweiligen $\Delta\bar{\sigma}_k$ -Werte gefunden werden.

Die Zahl der Zyklen, die das Material unter der Wirkung von $\Delta\bar{\sigma}_k$ bzw. unter alternierender Kriechdehnung vom Betrag $\Delta\varepsilon_{Kv}$ anhält, ist bis jetzt nur unzureichend erforscht. Lediglich für plastische Verformungen, die allerdings mikroskopisch betrachtet einen anderen Mechanismus aufweisen, existiert eine gebräuchliche, von Coffin [6] stammende Formel, welche die Zyklenzahl N bis zum Bruch als Funktion der Dehnungsamplitude $\Delta\varepsilon_p$ pro Zyklus angibt. Danach gilt

$$N^k \Delta\varepsilon_p = C \quad (7-21)$$

bzw.

$$N = \left(\frac{C}{\Delta\varepsilon_p} \right)^{\frac{1}{k}}, \quad (7-21a)$$

wobei C und k Materialkonstanten sind, deren Werte in [6] für SS347 mit 0,36 und 0,5 angegeben werden (bei Raumtemperatur und für Zyklenzeiten um 1 min). Für sehr lange Zyklen, wie in vorliegendem Fall, sollte nach [1] nur mit 10 % des aus (7-18a) resultierenden N gerechnet werden.

Wie die Betrachtung praktischer Beispiele zeigt, liefert diese Formel selbst bei Verwendung eines wegen der Bestrahlungseffekte (verringerte Bruchdehnung) auf 0,26 reduzierten C-Wertes für gebräuchliche Wandstärken und Stableistungen Zyklenzahlen, die um Zehnerpotenzen über dem liegen, was während des Reaktorbetriebs erreicht werden kann.

Um innerhalb der während normaler Brennstab-Standzeiten maximal möglichen ca. 1000 Zyklen eine echte Bruchgefahr im Werkstoff hervorzurufen, ist danach eine Dehnungsamplitude $\Delta \epsilon_p$ von rund 0,25 % pro Zyklus erforderlich. Das entspricht bei $E = 1,5 \cdot 10^4 \text{ kp mm}^{-2}$ einem jeweils abgebauten Spannungsbetrag von

$$\Delta \sigma_k = 25 \text{ kp mm}^{-2},$$

also mehr als die Streckgrenze üblicher austenitischer Stähle bei Temperaturen um 650 °C (ca. 15-20 kp mm^{-2} .)

Das bedeutet, daß in diesem Falle zumindest ein sehr großer Teil der Spannungen nicht durch Kriechen, sondern durch direkte plastische Verformung abgebaut wird. Dann ist aber auch die Voraussetzung der Gültigkeit für Gl. (7-18) weitgehend erfüllt, d.h. die hier vorgenommene Extremwert-Abschätzung erscheint gerechtfertigt, solange nicht Kriechdehnungen sich um ein Vielfaches gefährlicher erweisen als plastische Dehnungen.

Da die allgemein als sinnvoll angesehenen Stableistungen (500 W/cm) und relativen Wandstärken ($\xi_0 < 0,2$) von Brennstäben schneller Reaktoren

kaum zu Wärmespannungen von deutlich mehr als 10 kp mm^{-2} führen und auch diese nur zu einem Bruchteil abgebaut werden, besteht nach dem hier diskutierten Kriterium im interessierenden Auslegungsbereich keinerlei Gefahr einer Schädigung.

Eine andere Betrachtungsweise, welche die Zeitstandfestigkeit des Werkstoffes als Grundlage ansieht, ist in Absch. 8.4 dargelegt. Sie liefert Aussagen, die den voraussichtlichen Verhältnissen wirklicher Reaktorbrandstäbe besser gerecht werden.

7.4 Zusammenwirken von Innendruck und Wärmespannungen

Diese Beanspruchungsart erweist sich in fast allen Auslegungsfällen als die gefährlichste, da sie besonders leicht zu unzulässigen Verformungen des Hüllrohres führt.

Der Grund dafür liegt in der Betriebsweise des Reaktors, welcher trotz aller Bemühungen nie mit völlig konstanter Leistung gefahren werden kann. Man muß vielmehr mit häufigen Schwankungen der Belastung bis herunter zu einem Bruchteil der Nennleistung und zusätzlich mit gelegentlichem völligem Abschalten des Reaktors rechnen. Dabei sollen die Kühltemperaturen nicht wesentlich unter das Niveau bei Vollast absinken, um Temperaturtransienten vom Behälter- und Rohrleitungssystem möglichst fernzuhalten.

Nach längerem Betrieb unter Vollast ist der anfänglich elastische mechanisch-thermische Spannungszustand in der Hüllrohrwand durch Kriechen in eine Form nach Abb. 13 übergegangen. Wird nun der Reaktor abgeschaltet, so spricht dies einer Überlagerung des inversen Wärmespannungszustandes

zu dem durch Kriechen veränderten Spannungsverlauf. Die Belastung durch Innendruck wird währenddessen gemäß Voraussetzung a) aus Kap. 3 konstant angenommen. Dabei können neue Spannungsspitzen entstehen, die während der Nulleistungsphase bei nur wenig abgesenkter Temperatur ihrerseits durch Kriechen abgebaut werden. Beim Wiederanfahren geschieht dies dann abermals, desgleichen bei jedem weiteren derartigen Zyklus. Da jeder Spannungsabbau mit einer bleibenden Dehnung verbunden ist, ergibt sich daraus eine schrittweise Aufweitung des Hüllrohres, welche sich zu der durch Kriechen unter Innendruck allein bewirkten Durchmesserzunahme zumindest teilweise addiert.

Da bei solchen reinen Innendruck-Kriechversuchen im Reaktor BR 2 in Mol Rohre aus Nb-stabilisiertem 16/13 CrNi-Stahl bereits bei 0,35 - 1 % Aufweitung durch Auftreten von Mikrorissen undicht wurden [20], sollte aus Sicherheitsgründen die zulässige bleibende Umfangsdehnung für Hüllrohre auf max. etwa 0,2 % (nach [21] sogar nur 0,1 %) beschränkt werden.

Bei derart kleinen Verformungen liefert der vorangehend geschilderte, aus der angelsächsischen Literatur als "thermal ratcheting" [3] bekannte Mechanismus u.U. einen sehr erheblichen Anteil. Er wird deshalb im folgenden Kapitel genauer untersucht.

8. "Thermal Ratcheting"-Kriterium für den allgemeinen Fall

8.1 Vorbetrachtungen

In der Originalarbeit von Miller [3] ist das Grundprinzip dieses Vorganges beschrieben und für ein dünnwandiges Rohr aus elastisch-idealplastischem Material unter Innendruck und Wärmedurchgang rechnerisch behandelt. Dabei wird sowohl ein Kriterium für den Beginn des "ratcheting" als auch eine Formel für den resultierenden Dehnungsbetrag pro Zyklus angegeben. Vorausgesetzt ist Gleichheit der Spannungen in Axial- und Umfangsrichtung, wodurch sich etwas zu niedrige Dehnungswerte ergeben. Bree [4]

gibt an, daß die Ergebnisse einer genaueren plastizitätstheoretischen Untersuchung, welche den dreiachsigen Spannungs- und Dehnungszustand berücksichtigt, gut mit denen der Miller'schen Formel übereinstimmen, sofern in dieser einfach die Axialspannung vernachlässigt wird (sog. "slab model"). Die Methode von Miller erscheint demnach für die Behandlung praktischer Fälle sehr geeignet.

Da die Originalmethode für elastisch-idealplastische Werkstoffe entwickelt wurde, während es sich hier um Kriechvorgänge handelt, sind allerdings noch Verallgemeinerungen bzw. Zusatzbetrachtungen erforderlich.

Der Hauptunterschied besteht darin, daß jetzt im Gegensatz zum elastisch-plastischen Fall bleibende Verformungen nicht nur bei Überschreiten der Fließgrenze auftreten können.

Zwar ist der Spannungsabbau durch Kriechen mit Einführung der Grenzspannung auf den entsprechenden elastisch-plastischen Fall zurückgeführt, doch berücksichtigt diese Modellannahme noch nicht die zusätzlichen Kriechverformungen durch alle die Spannungen, welche unterhalb der Grenzspannung bleiben.

Aus der Grundgleichung

$$\dot{\epsilon}_{tges} = \dot{\epsilon}_{tel} + \dot{\epsilon}_{tk}$$

läßt sich jedoch durch Integration die Beziehung

$$\Delta \epsilon_{tges} = \int \dot{\epsilon}_{tel} dt + \int \dot{\epsilon}_{tk} dt$$

bilden, welche mit

$$\int \dot{\epsilon}_{tel} dt = \Delta \epsilon_{rel}$$

in der Form

$$\Delta \epsilon_{tges} = \Delta \epsilon_{tel} + \int \dot{\epsilon}_{tk} dt$$

geschrieben werden kann.

Dabei ist $\Delta \varepsilon_{t\text{el}}$ diejenige lokale elastische Dehnung, welche durch die Spannungsumlagerung in dem betrachteten Zeitabschnitt entsteht, und die für jede Stelle des Querschnitts näherungsweise dem Unterschied $\Delta \bar{\sigma}_t$ zwischen Anfangs- und Endverteilung der Umfangsspannung (Abb. 12) entspricht nach der Beziehung

$$\Delta \varepsilon_{t\text{el}} \approx \frac{\Delta \bar{\sigma}_t}{E}$$

Der zweite Summand $\int \dot{\varepsilon}_{t\text{K}} dt$ stellt den Kriechbetrag dar, welchen die sich während des Zeitintervalls zum $\Delta \bar{\sigma}_t$ ändernde Spannung an der betr. Stelle erzeugt. Er ist dort, wo $\Delta \bar{\sigma}_t$ am besten den wirklichen Wert der Spannungsänderung wiedergibt, nämlich an der Wandinnenseite, auf jeden Fall kleiner als die Dehnung $\Delta \varepsilon_{t\infty}$, welche in der gleichen Zeit von der asymptotischen Spannungsverteilung $\bar{\sigma}_{t\infty}$ bewirkt würde.

Demnach erhält man einen oberen Grenzwert für die Gesamtdehnung im Zeitintervall Δt , wenn man ansetzt

$$\Delta \varepsilon_{t\text{ges}} = \Delta \varepsilon_{t\text{el}} + \Delta \varepsilon_{t\infty}$$

Das heißt, daß sich im ungünstigsten Fall (welcher der weiteren Betrachtung zugrunde gelegt werden soll) die durch Kriechen unter reinem Innendruck und die durch Ausgleich (Umlagerung) von Wärmespannungen bewirkten bleibenden Dehnungen praktisch voll addieren.

Dann können beide Erscheinungen auch getrennt berechnet und überlagert werden, und die Miller'sche Methode zur Bestimmung der Aufweitung infolge Spannungsumlagerung (ratcheting) wird direkt übertragbar.

Hierzu ist allerdings noch eine Verallgemeinerung notwendig, da in [3] nur mit idealisierten Spannungsverteilungen und konstanter Fließgrenze des Materials gerechnet wird, während bei Anwendung auf Kriechvorgänge die hier maßgebende Grenzspannung nach 6.3 stark temperaturabhängig ist und außerdem der Spannungsverlauf so unterschiedlich sein kann, daß er individuell erfaßt werden muß. Dies erfordert eine detaillierte Untersuchung des gesamten Vorganges.

8.2 Betrachtung der verschiedenen Betriebsphasen

Vorausgesetzt werden gleichbleibender Innendruck und konstante Temperaturverhältnisse innerhalb einer Phase.

8.2.1 Erste Phase: Überlagerung der Wärmespannungen zum (elastischen) Anfangsspannungszustand infolge Innendruck und anschließender Abbau durch Kriechen (Abb. 16)

Es handelt sich hier um den in Kap. 4. und 5. ausführlich behandelten Umlagerungsvorgang, welcher unter Verwendung der Grenzspannung σ_G nochmals vereinfacht dargestellt ist. Statt σ_t ist dabei überall $\sigma_t - \sigma_r$ aufgetragen, da diese Größe überall dort die Vergleichsspannung σ_v darstellt, wo sie den Wert von σ_G erreicht.

Von dem Anfangsspannungszustand $O_1 BEO_2$, der durch Überlagerung von σ_t' nach (4-2a) zu $\sigma_{va} = \sigma_{ta} - \sigma_{ra}$ entspr. (4-1a,b) (bzw. besser zu $\sigma_{ta} - \sigma_{r\infty}$) entsteht, wird danach der über der während dieser 1. Phase gültigen Grenzspannung σ_{G1} liegende Teil abgebaut und unterhalb σ_{G1} parallel zu BE im Abstand $\Delta \sigma_2$ angelagert. Die schraffierten Flächen F_1 und F_2 sind gleich groß, ebenso die Flächen zwischen dem so erhaltenen neuen Spannungsverlauf und σ_{va} .

Als bleibende Umfangsdehnung ergibt sich dabei nach dem "slab model" die Größe

$$\Delta \varepsilon_2 = \frac{\Delta \sigma_2}{E} \quad (8-1)$$

8.2.2 Zweite Phase: Wegfall der Wärmespannungen durch Abschalten des Reaktors; Folgeerscheinungen (Abb. 17).

Als pessimistischer Extremfall wird hierbei gleiche Kühlmitteltemperatur wie bei Vollast angenommen. Es entfällt dann nur die Temperaturdifferenz Wand-Kühlmittel, und überall im Wandquerschnitt herrscht praktisch Kühlmitteltemperatur. Daraus folgt eine konstante Grenzspannung σ_{G2} , welche höher liegt als σ_{G1} . Die Wegnahme der Wärmespannungen beim Abschalten entspricht der Überlagerung einer inversen Spannungsverteilung ($-\sigma_t'$) zu der in Phase 1 entstandenen Endverteilung, wodurch zunächst der Spannungszustand O_1FIJO_2 entsteht. Überschreitet dieser die Grenze σ_{G2} , so wird er durch Kriechen in den neuen Gleichgewichtszustand O_1GKHO_2 übergeführt. Dabei entsteht wiederum eine bleibende Umfangsdehnung in der Rohrwand, diesmal von der Größe

$$\Delta \epsilon_4 = \frac{\Delta \sigma_4}{E} \quad (8-2)$$

Außerdem sind die schraffierten Flächen F_3 und F_4 gleich groß.

8.2.3 Dritte Phase: Erneutes Aufbringen der Wärmespannungen beim Wiederauffahren (Abb. 18).

Diese entspricht weitgehend der ersten, nur daß die Wärmespannungen sich jetzt dem neuen Anfangsspannungsverlauf O_1GHKO_2 überlagern und eine Verteilung O_1LMNO_2 ergeben, welche nur um $\Delta \sigma_4$ über die jetzt wieder gültige Grenze σ_{G1} hinausgeht. Der anschließende Spannungsabbau, welcher mit einer bleibenden Umfangsdehnung von

$$\Delta \epsilon_5 = \frac{\Delta \sigma_5}{E} \quad (8-3)$$

verbunden ist, liefert schließlich die Verteilung O_1AOPO_2 , welche sich

nur unwesentlich vom Endzustand O_1ACDO_2 der 1. Phase unterscheidet. Alle folgenden Phasen bringen nur noch Wiederholungen der beschriebenen Vorgänge, wodurch sich das Hüllrohr fortschreitend aufweitet, und zwar mit jedem zweiphasigen Zyklus um den Betrag

$$\Delta \epsilon_z = \Delta \epsilon_4 + \Delta \epsilon_5 \quad (8-4)$$

8.3 Rechnerische Erfassung

Es wird vorausgesetzt, daß die Abhängigkeit der Spannungen $\bar{\sigma}_{G1}$, $\bar{\sigma}_{G2}$, $\bar{\sigma}_{v\infty}$ und $\bar{\sigma}_t'$ von der Wandkoordinate ξ in irgendeiner Form gegeben ist. Dann lassen sich die ablaufenden Vorgänge numerisch berechnen, wenn die in jeder einzelnen Phase entstehenden Spannungsdifferenzen $\Delta \bar{\sigma}_2$ bis $\Delta \bar{\sigma}_5$ bekannt sind. ($\Delta \bar{\sigma}_1$ interessiert höchstens wegen der lokalen bleibenden Dehnung.) Diese lassen sich mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingung in Umfangsrichtung bestimmen. Unter Verwendung der Symbole b, c, d, e für die in Abb. 16-18 eingezeichneten Abstände der verschiedenen Kurvenschnittpunkte von der Wandaußenseite erhält man folgende Beziehungen:

Phase 1:

$$\int_0^b (\bar{\sigma}_{G1} - \bar{\sigma}_{va} - \bar{\sigma}_t') d\xi + \Delta \bar{\sigma}_2 (\xi_0 - b) = 0 \quad (8-5)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_{G1}(b) - \bar{\sigma}_{va}(b) - \bar{\sigma}_t'(b) \quad (8-6)$$

Aus diesen beiden Gleichungen können b und $\Delta \bar{\sigma}_2$ simultan bestimmt werden.

Phase 2:

$$\Delta \bar{\sigma}_3 = \bar{\sigma}_{va}(\xi_0) + \Delta \bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_{G2}(\xi_0) \quad (8-7)$$

$$\bar{\sigma}_{G2}(c) = \bar{\sigma}_{G1}(c) - \bar{\sigma}_t'(c) \quad (8-8)$$

(Bestimmungsgleichung für c)

$$F_3 = \int_c^b (\sigma_{G1} - \sigma_t' - \sigma_{G2}) d\xi + \int_b^{\xi_0} (\sigma_{ra} + \Delta\sigma_2 - \sigma_{G2}) d\xi \quad (8-9)$$

$$\Delta\sigma_4 = \sigma_{G2}(d) - \sigma_{G1}(d) + \sigma_t'(d) \quad (8-10)$$

$$F_4 = F_3 = \int_d^c (\sigma_{G2} - \sigma_{G1} + \sigma_t') d\xi + \Delta\sigma_4 \cdot d \quad (8-11)$$

(8-10) und (8-11) ergeben zusammen d und $\Delta\sigma_4$.

Phase 3:

$$F_3 = \int_c^e (\sigma_{G1} - \sigma_{G2} - \sigma_t') d\xi + \Delta\sigma_5 (\xi_0 - e) \quad (8-12)$$

$$\Delta\sigma_5 = \sigma_{G1}(e) - \sigma_{G2}(e) - \sigma_t'(e) \quad (8-13)$$

Hieraus folgen e und $\Delta\sigma_5$.

Die Auflösung nach den gesuchten Größen kann sehr umständlich werden. Sie läßt sich jedoch mittels Näherungen (Ersatz von Kurvenstücken durch Geraden, Weglassen kleiner Zwickel) stark vereinfachen. Ein solches Vorgehen erscheint durchaus gerechtfertigt, da ja sowohl die betrachteten Spannungsverteilungen als auch die aus den $\Delta\sigma$ resultierenden Dehnungen $\Delta\epsilon_z$ ebenfalls aus Näherungsgleichungen ermittelt werden.

Im Hinblick auf den Hauptzweck des Verfahrens - die betriebssichere Auslegung der Brennstabhüllrohre - erübrigt sich die Ermittlung des Aufweitungsbetrages sogar ganz. Bleibende Dehnungen bei jedem Zyklus, die über die bei der Definition der Grenzspannung erlaubten Höchstbeträge hinausgehen, können in diesem Falle nämlich nicht mehr zugelassen werden.

Wie aus Abb. 17 hervorgeht, entspricht diesem Kriterium die Forderung

$$F_3 \leq 0$$

oder mit (8-9)

$$\int_c^b (\sigma_{G1} - \sigma_t' - \sigma_{G2}) d\xi + \int_0^{\xi_0} (\sigma_{va} + \sigma_t' + \Delta\sigma_2 - \sigma_{G2}) d\xi \leq 0 \quad (8-14)$$

Damit kann nachgeprüft werden, ob unter Zugrundelegung der Grenzspannung nach (6-3) "thermal ratcheting" zu erwarten ist.

Trifft dies zu, so wird eine Änderung in den Abmessungen oder Belastungen des Hüllrohres erforderlich.

Anmerkung: Für praktische Zwecke ist i.a. das zwar etwas konservative, aber sehr einfache Kriterium

$$\Delta\sigma_3 \leq 0 \quad \text{nach (8-7)}$$

vorzuziehen. (D.h. "ratcheting" wird sicher vermieden, wenn der Spannungsverlauf in der 2.Phase überall unterhalb von σ_{G2} bleibt.)

8.4 Wahl des geeigneten Arbeitsmodells

Um das aufgestellte Kriterium auf konkrete Auslegungsfälle anwenden zu können, werden noch einige zusätzliche Annahmen benötigt, welche die Modellvorstellung vervollständigen.

Die Hauptangaben über die Betriebsverhältnisse im Reaktor sind bereits in Kap. 3. und 7.4 enthalten.

Wesentlich ist dabei die pessimistische Annahme, daß die Reaktorleistung immer abwechselnd 100 % und 0 % des Nennwertes betragen soll. Über die Länge der einzelnen Zeitabschnitte ist damit noch nichts ausgesagt.

Zunächst erscheint es sinnvoll, von Zyklen jeweils gleicher Dauer auszugehen. Liegt diese fest, so bestimmt der Lastfaktor f_L das Verhältnis von Länge der Vollast-Phase zu Länge des ganzen Zyklus und damit auch die Dauer der Nulleistungs-Phase. Ein üblicher Wert für f_L ist 0,8.

Für die Zeitdauer des gesamten Zyklus muß nun ein Mittelwert angesetzt werden, welcher möglichst konservative Ergebnisse hinsichtlich der gesamten bleibenden Verformung erwarten läßt. Er sollte zudem ungefähr den wirklichen Betriebsverhältnissen eines Leistungsreaktors entsprechen.

Als in allen untersuchten Fällen gut brauchbar erwies sich die Annahme, daß nach 100 h Vollast jeweils eine 25-stündige Nulleistungsphase folgt, also eine Zyklusdauer t_z von jeweils 125 h. Dies kann einerseits als Minimalforderung für wirtschaftlichen Leistungsbetrieb angesehen werden. Zum andern zeigt sich, daß daraus bei realistischen $\bar{\sigma}_{ct}$ -Werten (d.h. weitgehender Ausnutzung der Materialkriechfestigkeit) in Abb. 14 $t^* \approx 1$ für die Vollast- und $t^* \approx 0,1$ für die Leerlaufphase resultiert. Damit liegt man in einem Bereich, wo z.B. Verdopplung oder Halbierung der Zyklusdauer nur unwesentliche Veränderungen des gesamten in der Zeiteinheit abgebauten Spannungsbetrages bewirkt. D.h. der Einfluß von t_z auf die insgesamt erhaltene bleibende Dehnung pro Zyklus ist gering, und eine Variation dieses Parameters erscheint daher unnötig.

Mit solchermaßen fixierten Phasenlängen sind für gegebenes n , E , K und $\bar{\sigma}_{ct}$ die Abszissenwerte t^* nach Abb. 14 bekannt, und die Grenzspannungen $\bar{\sigma}_{G1}$ und $\bar{\sigma}_{G2}$ hängen nur noch von den zugelassenen Spannungsänderungen $\Delta\bar{\sigma}$ bzw. deren auf die Grundspannung $\bar{\sigma}_{ct}$ bezogenen Beträgen ΔS_t ab.

Um diese angeben zu können, wird eine Analogiebetrachtung zu Punkt 7.2 angestellt. Dort ergab sich die Aufweitung des Rohres unter linear anwachsendem Innendruck am Ende der Standzeit t_s gleich dem Kriechdehnungs-

betrag ϵ_t , den der volle Enddruck p_e während der Zeit $\frac{(1-\varphi)^{\bar{n}+1} t_s}{(1-\varphi)(\bar{n}+1)}$ erzeugt (7-8). Das gleiche Verhalten kann man näherungsweise auch von den zusätzlichen Dehnungen infolge Abbaus der überlagerten Wärmespannungen erwarten. Das heißt, es wird auch hier mit dem vollen Endwert p_e des Innendruckes bzw. mit dem dazugehörigen konstanten $\bar{\sigma}_{ct}$ gerechnet und als Ausgleich die Gesamtzeit nur zu $\frac{(1-\varphi)^{\bar{n}+1} t_s}{(1-\varphi)(\bar{n}+1)}$ od. vereinf. (wegen $\varphi^{\bar{n}+1} \ll 1$) $\frac{t_s}{(1-\varphi)(\bar{n}+1)}$ angenommen. Die Zahl der Zyklen unter dieser Ersatzbelastung wird dann

$$Z = \frac{t_s}{t_z (\bar{n}+1)(1-\varphi)}, \quad (8-15)$$

u. mit ϵ_{tk} als vorgegebenem zulässigem Gesamtwert der betrachteten Kriechdehnungen erhält man

$$\Delta \epsilon_z = \frac{\epsilon_{tk}}{Z} \quad (8-16)$$

für die erlaubte Relaxationsdehnung pro Zyklus. Teilt man diese gleichmäßig auf beide Phasen eines Zyklus auf, also

$$2\Delta \epsilon = \Delta \epsilon_z, \quad (8-17)$$

so kann daraus mit der vom "slab model" hergeleiteten Beziehung

$$\Delta \bar{\sigma} = E \cdot \Delta \epsilon \quad (8-18)$$

ein pessimistischer, d.h. im allgemeinen zu niedriger Maximalwert für die tolerierbare Spannungsrelaxation pro Zyklusphase angegeben werden.

Damit lassen sich $\bar{\sigma}_{G1}$ und $\bar{\sigma}_{G2}$ nach Gl. (6-3) bestimmen.

Um zu prüfen, ob "thermal ratcheting" in einem Hüllrohr auftreten kann, muß die in dieser Beziehung schwächste Stelle untersucht werden. Diese findet man bei digitaler Berechnung am einfachsten durch Vergleich der

Ergebnisse für eine Reihe von verschiedenen Querschnitten eines Brennstabes. Es zeigt sich, daß die stärkste Gefährdung immer ganz in der Nähe der Stelle höchster Wandinnentemperatur auftritt.

Wegen des flachen Verlaufes dieses Festigkeitsminimums kann daher für Handrechnung meist ohne weiteres diese Stelle als die meistgefährdete angesehen werden.

8.5 Ergänzende Überlegungen zur Beanspruchung des Materials

In Abschn. 7.3 wurde der Fall großer Wärmespannungsamplituden im Hinblick auf mögliche Materialermüdung betrachtet. Bei den für praktische Auslegungsfälle zu erwartenden Wärmespannungsbeträgen, welche kaum wesentlich über dem Niveau der mechanischen Spannungen liegen dürften, spielt dieser Effekt jedoch keine Rolle, da die Verformung hier stets in positiver Richtung vor sich geht.

Dagegen ist es denkbar, daß in einer oder auch in beiden Phasen eines jeden Zyklus die Maximalwerte der Spannungen u.U. die Zeitstandfestigkeit des Materials für die entsprechende Betriebsdauer erreichen. Im hier diskutierten Fall, wo "thermal ratcheting" durch öfteres Überschreiten der Grenzspannung nicht zugelassen wird, genügt die konservative Forderung, daß σ_{G1} und σ_{G2} kleiner als die Zeitstandfestigkeit des Werkstoffes für die betr. Temperaturen und Zeiten sein sollen. Da dies wohl praktisch immer zutreffen wird, kann man einen direkten Kriechbruch des Hüllrohre im Normalfall ausschließen.

9. Berechnung der Mindestlänge für den Spaltgassammelraum

Die in Kap. 7. und 8. angegebenen Kriterien liefern den maximalen Innendruck, den das Hüllrohr ohne Gefahr unzulässig großer bleibender Aufweitung **aushalten** kann. Die erforderliche Mindestlänge des Spaltgassammel-

raumes läßt sich daraus mittels einfacher Zusammenhänge bestimmen, wenn die benötigten Daten gegeben sind. Angenommen wird gleicher Querschnitt in allen Zonen des Hüllrohres (obere axiale Brutzone, Spaltstoffzone, untere ax. Brutzone, Spaltgasraum), was der üblichen Konstruktion entspricht, die besonders einfach herstellbar ist. Im Normalfall haben außerdem beide axiale Brutzonen die gleiche Länge L_B , und Brenn- und Brutstoff weisen praktisch die gleiche Dichte ρ_B auf. Die Wärmeerzeugung im Brutstoff kann fast immer vernachlässigt werden, so daß in beiden Brutzonen und im Spaltgasreservoir die Temperatur des vorbeiströmenden Kühlmittels herrscht.

Für den Brennstoff, dessen Poren einen relativ kleinen Teil der Spaltgase aufnehmen, genügt die Angabe einer räumlich gemittelten Temperatur T_{Bm} , welche wegen ihres verhältnismäßig geringen Einflusses auch geschätzt werden kann.

Den größten Unsicherheitsfaktor bildet die Freisetzungsrates der erzeugten Spaltgasmenge aus dem Brennstoff. Es liegen vor allem erst wenige Ergebnisse von Versuchen mit hohem Abbrand im schnellen Fluß vor [24, 25]. Danach ist höchstwahrscheinlich mit deutlich über 50 % Freisetzung zu rechnen, wobei noch die Betriebsweise des Reaktors eine Rolle spielt. Eine aus den bis jetzt verfügbaren Unterlagen hergeleitete Formel für die Spaltgasfreisetzung ist z.B. in [18] angegeben; sie berücksichtigt jedoch nur den Einfluß der räumlichen Temperaturverteilung im Brennstoff und liefert daher lediglich Anhaltswerte.

Liegen im einzelnen Fall nicht völlig zuverlässige Angaben vor, so erscheint es geboten, aus Sicherheitsgründen stets mit 100 % Freisetzung der Spaltgase zu rechnen [21]. Die Menge der erzeugten gasförmigen Spaltprodukte hängt außer vom Abbrand auch etwas vom Spektrum des Reaktors ab; Angaben finden sich z.B. in [2, 18, 21]. Ein konservativer Wert ist $V_S = 28 \text{ ncm}^3$ Spaltgas pro cm^3 Brennstoff bei 10^5 Mwd/to Abbrand u. 87 % der theoretischen Dichte.

Nach den hier anwendbaren Beziehungen für ideale Gase erhält man dann für die Länge des benötigten Reservoirs den Ausdruck

$$L_R = L_C \left[\frac{V_s \cdot T_R}{273 \cdot p_z} - \left(1 - \frac{\rho_B}{\rho_{th}} \right) \frac{T_R}{T_{Bm}} \right] - L_B \left(1 - \frac{\rho_B}{\rho_{th}} \right) \left(\frac{T_R}{T_{UB}} + \frac{T_R}{T_{OB}} \right) \quad (9-1)$$

(L_C = Länge der Spaltstoffzone; p_z = zul. Spaltgasdruck; T_R = abs. Temperatur des Spaltgasreservoirs; T_{OB} , T_{UB} = Temperaturen der beiden ax. Brutzonen; ρ_{th} = theoretische Brennstoffdichte.)

10. Anwendung auf einige typische Fälle und Betrachtung der Ergebnisse

10.1 Hinweise zur praktischen Durchführung des Verfahrens

Voraussetzung für einigermaßen zuverlässige Ergebnisse ist eine möglichst genaue Kenntnis der Hüllrohrtemperaturen. Da sich diese beim Schnellen Brutreaktor mit Flüssigmetall-Kühlung nur innerhalb eines relativ breiten Unsicherheitsbereiches vorhersagen lassen, muß aus Sicherheitsgründen mit oberen Grenzwerten gerechnet werden. Man betrachtet daher einen "heißen Kanal" bzw. "heiße Stellen" des Hüllrohres, wo Kühlmittel-aufheizspanne (und demzufolge auch die lokale Kühlmitteltemperatur), Temperaturdifferenz Wand-Kühlmittel und Temperaturanstieg in der Rohrwand jeweils um einen vom Ausmaß möglicher Störungen abhängigen Faktor (f_1 , f_2 und f_3) größer sind als die entsprechenden Nominalwerte. Die Wahrscheinlichkeit, daß alle drei Faktoren am selben Brennstab ihren Höchstwert erreichen, ist allerdings äußerst gering; man gewinnt dadurch von vornherein eine gewisse Sicherheitsreserve.

Aus diesem Grunde erscheint ein weiterer Sicherheitszuschlag bei der Festlegung der zulässigen bleibenden Hüllrohrdehnungen nicht mehr erforderlich, zumal ja bereits die freigesetzte Spaltgasmenge unter konservativen Annahmen errechnet wurde.

Man kann dann den in [21] angegebenen Richtwert von 0,1 % erlaubter Kriechdehnung in Umfangsrichtung (welcher gut zu den in [20] gefundenen Ergebnissen paßt) der Rechnung zugrunde legen. Dabei erscheint es sinnvoll, diesen Betrag für die Aufweitung unter reinem Innendruck zuzulassen und für den Effekt der überlagerten Wärmespannungen weitere 0,05 % vorzusehen, da obiger Richtwert sehr vorsichtig angesetzt ist und wegen der starken Spannungsabhängigkeit nach Norton der zulässige Innendruck durch einen Faktor 1,5 in der Dehnung kaum beeinflusst wird. (Außerdem ist nach 8.1 die Addition der vollen Beträge beider Dehnungen bereits konservativ.) Die interne Aufteilung der gesamten Kriechdehnung auf Innendruck- und Spannungsabbau - Effekte ist dadurch zwar willkürlich gewählt, dürfte aber einen guten Kompromiß darstellen. (Streng genommen müßte die günstigste Aufteilung, welche den höchstmöglichen Innendruck zuläßt, durch Variation gefunden werden.) In den meisten Fällen zeigt sich ohnehin, daß der Innendruck deutlich unter den zu 0,1 % Aufweitung führenden Wert gesenkt werden muß, um nicht im Zusammenwirken mit den Wärmespannungen einen zu großen Betrag an "ratcheting" zu liefern. Die zulässige Größe dieses Betrages steigt dabei zwar ihrerseits an, da jetzt der andere Anteil nicht voll ausgenutzt wird, doch ist die Auswirkung dieses Effektes recht gering und lohnt im allgemeinen nicht den zu ihrer Erfassung nötigen Aufwand, zumal man ansonsten auf der sicheren Seite liegt.

Die praktische Rechnung verläuft dann am einfachsten so, daß zuerst der zu 0,1 % Aufweitung an der heißesten Stelle führende Innendruck bestimmt

und danach geprüft wird, ob die Wärmespannungen mit den mechanischen Spannungen zusammen an der meistgefährdeten Stelle mehr als 0,05 % zusätzliche Dehnung durch "ratcheting" bewirken. Ist dies der Fall, so wird der Innendruck solange (z.B. jeweils um 5 %) reduziert, bis die Grenze von 0,05 % Zusatzdehnung unterschritten ist. Damit hat man den maximalen Innendruck für das Ende der Standzeit gefunden, den das Hüllrohr aufgrund der angewendeten Kriterien bei gegebenen Materialkosten und Betriebsbedingungen aushalten kann.

Die zugehörige Länge des Endreservoirs für das Spaltgas folgt daraus dann nach Gl. (9-1).

10.2 Parametervariation mittels Digitalprogramm

Bei der Auslegung eines Reaktors muß stets eine große Zahl von Einflußgrößen variiert werden, um die günstigste Kombination zu finden. Deshalb ist im allgemeinen auch nicht ein definierter Brennstab nebst Hüllrohr gegeben, dessen zulässiger Innendruck bzw. erforderliche Gasplenumlänge gefunden werden müssen. Es interessiert vielmehr, wie sich Änderungen verschiedener Auslegungsparameter auf diese Größen auswirken und vor allem inwieweit man dabei an Grenzen des möglichen bzw. sinnvollen Variationsbereiches stößt.

Zur Durchführung derartiger Untersuchungen wurde ein zweites digitales Rechenprogramm aufgestellt, welches nach dem in Kap. 7. bis 9. und in 10.1 angegebenen Verfahren den zulässigen Endinnendruck und die benötigte Länge des Spaltgassammelraumes für die Hüllrohre eines gegebenen Brennstabes berechnet. Dabei bedeutet die Verwendung der "Grenzspannung" zur Ermittlung der Spannungsumlagerung eine entscheidende Vereinfachung, welche es gestattet, den Programmier- und Rechenaufwand in angemessenen

Das Programm ermittelt zunächst den größten zulässigen Innendruck als Minimum der jeweiligen Werte für eine Reihe von Querschnitten (max.20), die in gleichen Abständen durch den gefährdeten Teil des Brennstabes (zwischen Mitte und heißem Ende der Spaltzone) gelegt werden. Das heißt, das ganze Verfahren einschließlich "thermal ratcheting"-Kriterium wird nacheinander auf sämtliche Querschnitte angewendet, um daraus den am stärksten gefährdeten zu finden. (Ein Unterprogramm errechnet zuvor den Temperaturverlauf.) Außerdem kann in einem Rechengang bereits die Wandstärke (in dimensionsloser Form als neutronenphysikalisch wichtiges Verhältnis x von Hüllrohrquerschnitt/Brennstoffquerschnitt) innerhalb beliebiger Grenzen variiert werden, und zwar mit bis zu zwanzig Zwischenstufen, um so den Einfluß dieses praktisch wichtigsten Parameters für jede Kombination der übrigen Eingabedaten von vornherein zu erfassen.

Weitere Angaben und Blockdiagramm hierzu siehe Anhang A 5.

Die wichtigsten Parameter außer der Wandstärke sind die größte Stabileistung X_{\max} , die Kriechfestigkeit des Werkstoffes (gekennzeichnet durch die Daten K und n bei einer bestimmten Temperatur) nebst der zulässigen gesamten Kriechdehn. ϵ_{tk} in Umfangsrichtung sowie Ein- und Austrittstemperaturen v_1 , v_2 des Kühlmittels.

Diese Größen werden bei der Optimalisierung einer Core-Auslegung meist stärker variiert, während die übrigen i.a. fast unverändert bleiben bzw. sich parallel mit einem der Hauptparameter ändern. Aus diesem Grunde wurde die folgende Beispieluntersuchung auf Variationen der genannten Parameter beschränkt; es ergibt sich so ein Überblick über die Tendenz und Größenordnung des Einflusses dieser Auslegungsgrößen auf die Belastbarkeit des Hüllrohres bzw. auf die erforderliche Gasraumlänge.

10.3 Auswahl und Diskussion der gerechneten Fälle

Ausgangspunkt der Untersuchung ist ein Auslegungsfall, welcher weitgehend mit dem in [22] angegebenen übereinstimmt und somit als repräsentativ für die gegenwärtige Brennstabkonzeption des flüssigmetallgekühlten Schnellen Brütters gelten kann.

Die einzelnen Daten sind:

ϑ_1	=	380 °C	φ_{ax}	=	0,80
ϑ_2	=	574 °C	λ	=	0,21 W cm ⁻¹ °C ⁻¹
χ_{max}	=	456 W/cm	E	=	1,6 · 10 ⁴ kp mm ⁻²
K	=	10 ⁻¹² (bei 650 °C)	C	=	15
n	=	6,0 (" " ")	α_{th}	=	16 · 10 ⁻⁶ °C ⁻¹
(16/13 Cr-Ni-Stahl, z.B. Nr.4988)			ν	=	0,3
ϵ_{tk}	=	0,1 %	t_s	=	2 · 10 ⁴ h
γ_a	=	3,35 mm	t_z	=	125 h
x	=	0,30	f_L	=	0,80
(entspr. $f_0 = 0,123$)					
α_w	=	14,5 W cm ⁻² °C ⁻¹	$\bar{\sigma}_{0,2}$	=	22 kp mm ⁻²
f_1	=	1,34	v_s	=	28
			(entspr. 10 ⁵ MWd/t Abbrand)		
f_2	=	1,22	$\frac{S_B}{S_{th}}$	=	0,87
f_3	=	1,19	T_{Bm}	=	1800 °K
			L_C	=	95 cm
			L_B	=	40 cm

Außerdem wird von den in Kap. 9. dargelegten Annahmen Gebrauch gemacht. Der Spaltgasraum befindet sich auf der kalten Seite, so daß hier praktisch immer Kühlmiteleintrittstemperatur herrscht.

Die Rechnung ergibt für diese Referenzauslegung einen zulässigen inneren Überdruck am Ende der Standzeit von

$$p_e = 99,6 \text{ atü,}$$

was unter den gegebenen Bedingungen einen Gassammelraum von

$$L_R = 50 \text{ cm}$$

Länge erforderlich macht, d.h. etwas mehr als die halbe Höhe der Spaltstoffzone.

Das Ergebnis kann als noch zufriedenstellend bezeichnet werden, da sich danach die wichtige Gesamtlänge des Brennstabes nur um rund 28 % des Ausgangswertes (Länge der Spaltstoffzone + 2 x Länge der ax. Brutzone) erhöht.

Ohne Berücksichtigung der Wärmespannungen würde sich vergleichsweise ein zulässiger Innendruck von $p_e = 10^4,7$ atü bzw. eine Gasreservoiirlänge von $L_R \approx 46$ cm ergeben. Das bedeutet, daß zur Vermeidung unzulässiger "ratcheting"-Effekte bei der hier gewählten Auslegung schon ein kleiner Zuschlag zu dieser Länge bzw. eine relativ geringe Senkung des inneren Überdruckes ausreicht. Dabei ist allerdings die rund 7 %ige Erhöhung des Innendruckes nicht berücksichtigt, die sich aus einer Zunahme der zulässigen Aufweitung um den vorher für das Auffangen der Wärmespannungseffekte vorgesehenen Betrag von 0,05 % auf insgesamt 0,15 % ergeben würde. (Das von der Streckgrenze des Werkstoffes bestimmte obere Limit des Innendruckes liegt hier bei 192 atü und stellt auch in keinem der anderen Fälle eine effektive Begrenzung dar.)

Daß sich die Verhältnisse für höhere Wandstärken und vor allem Stableistungen ganz erheblich ändern können, geht aus Abb. 19 und 20 hervor. Man sieht, daß mit zunehmender Wandstärke der zulässige Innendruck immer langsamer ansteigt und nach Erreichen eines Maximums schließlich sogar wieder abfällt, während er ohne Berücksichtigung der Wärmespannungen mit wachsender Wandstärke stetig zunehmen würde. Das Maximum verschiebt sich dabei mit steigender Stableistung zu immer geringeren Wandstärken.

Die Berechnung des zulässigen Innendruckes aus Gl. (7-9) würde demnach vor allem bei größeren Wandstärken und Stableistungen viel zu hohe Werte liefern. Der Verlauf der tatsächlichen Ergebnisse ähnelt dagegen im Prinzip dem, der sich aus der Anwendung des einfachen Gesamtspannungs/Streckgrenzen-Kriteriums nach [1] ergeben würde (ohne daß jedoch im Hochtemperaturbereich die Voraussetzungen hierfür erfüllt wären).

Das Wesentliche hieran ist, daß bei der vorliegenden Beanspruchung eine optimale Wandstärke des Hüllrohres existiert. Die gleichen Fälle, jedoch unter Zugrundelegung eines anderen Werkstoffes (Incoloy 800) mit den Daten $K = 10^{-15}$, $n = 9,0$ bei 650°C sind in Abb. 21 u. 22 dargestellt. Da die mech. Spannungen in der Rohrwand unter 10 kp mm^{-2} liegen (das ist die Spannung, wo beide Werkstoffe gleiche Kriechraten aufweisen), werden hier die zulässigen Innendrucke höher bzw. die Spaltgasräume etwas kleiner. Der Unterschied ist jedoch nicht so groß, wie er in der Festigkeit gegen reinen Innendruck zum Ausdruck kommt, da mit größerem n auch die Schnelligkeit der Spannungsumlagerung und damit die Neigung zu schrittweiser bleibender Verformung wächst. Dies ist vor allem am linken Rand von Abb. 19 u. 21 zu erkennen, wo die Diskrepanz zwischen den Kurven mit und ohne Berücksichtigung der Wärmespannungen für $n = 9$ erheblich früher beginnt als für $n = 6$.

Allgemein läßt sich daraus schließen, daß die Größe des Norton'schen Exponenten n keinen entscheidenden Einfluß auf den zulässigen inneren Überdruck im Hüllrohr hat, solange bei den vorkommenden mechanischen Spannungen die Zeitdehngrenze des Materials etwa gleich bleibt. Man stellt lediglich fest, daß mit zunehmendem n das Maximum der Hüllrohrfestigkeit zu höheren Wandstärken hin tendiert.

Dieses Bild verschiebt sich nur wenig, wenn der zulässige Betrag der bleibenden Umfangsdehnung geändert wird. Eine Verdopplung desselben ($\epsilon_{tK} = 0,2 \%$) führt z.B. auf die in Abb. 23 und 24 sowie 23a und 24a dargestellten Verhältnisse. Man beobachtet im Prinzip das gleiche Verhalten wie zuvor, insbesondere den flacheren Kurvenverlauf für $n = 6$. Außerdem verringern sich die Unterschiede in der Belastbarkeit noch mehr, was allerdings als Folge des auf fast 10 kp/mm^2 angehobenen Niveaus der mechanischen Spannungen anzusehen ist, welche bei diesem Wert gleiche Kriechraten bewirken.

Den Einfluß des Temperaturniveaus und der Kühlmittel-Aufheizspanne veranschaulichen Abb. 25 und 26. Man erkennt, daß die Kurven durch Änderung dieser Parameter in der Hauptsache parallel verschoben werden, wobei die angesetzte Schwankungsbreite von insgesamt $40 \text{ }^\circ\text{C}$ nahezu einen Faktor 2 in der Gasraumlänge ausmacht.

Das auf den ersten Blick etwas unerwartet erscheinende Resultat schließlich, daß eine Anhebung der Kühlmittelintrittstemperatur um $40 \text{ }^\circ\text{C}$ bei unveränderter Austrittstemperatur einen Anstieg des zulässigen Innendruckes bewirkt (vgl. entspr. Kurven in Abb. 17 und 18), erklärt sich einfach aus der Wirkung des Heißkanalfaktors f_1 bei der Berechnung der Wandtemperaturen. Da die nominelle Aufheizspanne mit diesem Faktor multipliziert wird, ergibt sich im vorliegenden Fall durch deren Verringerung eine Temperaturabsenkung, welche den Anstieg der Nominaltemperaturen an der gefährdeten Stelle überkompensiert.

Wenn die Parameteruntersuchung ihren Zweck erfüllt und zur Auswahl einer Referenzauslegung geführt hat, so kann diese nochmals überprüft werden,

indem man die räumlich-zeitliche Spannungsverteilung an der gefährdeten Stelle des Hüllrohres nach dem in Kap. 4. und 5. entwickelten Verfahren ermittelt und mit dem Verlauf der "Grenzspannung" vergleicht. Da dies nur ein einziges Mal zu geschehen braucht, bleibt dabei der Rechenaufwand in vertretbaren Grenzen. Für den vorliegenden Referenzfall ist das Ergebnis dieser Vergleichsberechnung in Abb. 29 aufgetragen; man erkennt, daß der Spannungsverlauf am Ende der ersten Phase durch die mit Hilfe der Grenzspannung gebildete Ersatzverteilung recht gut und vor allem konservativ wiedergegeben wird.

10.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Im Hinblick auf die eigentliche Fragestellung - Belastbarkeit und Betriebssicherheit der Hüllrohre - liefern die erhaltenen Aussagen folgendes Gesamtbild:

- a) Solange die Zeitdehngrenze $\sigma_1/10000 \text{ h}$ bei $650 \text{ }^\circ\text{C}$, welche als Maß für die Kriechfestigkeit des Hüllwerkstoffes angesehen werden kann, auch nach starker und langdauernder Bestrahlung mit schnellen Neutronen nicht wesentlich unter den Richtwert von 10 kp mm^{-2} absinkt, bereitet die Aufnahme des reinen Spaltgasdruckes durch die Hülle im Normalfall keine besonderen Schwierigkeiten. Geht man davon aus, daß die Verlängerung des Brennstabes durch den Spaltgassammelraum 50 % der Ausgangslänge möglichst nicht überschreiten sollte, so erscheinen maximale Stableistungen bis ca. 750 W/cm oder eine Erhöhung des Temperaturniveaus um $30\text{-}40 \text{ }^\circ\text{C}$ im Grenzfall noch realisierbar, ohne daß von den zugrunde gelegten sehr konservativen Annahmen abgegangen werden muß.
- b) Wesentliche Voraussetzung hierfür ist jedoch, daß die erlaubte bleibende Aufweitung des Hüllrohres am Ende der Standzeit wenigstens

$0,1 + 0,05 = 0,15$ % beträgt. Sollte sich herausstellen, daß dieser Wert bei dem zu erwartenden integrierten Fluß schneller Neutronen von mehr als 10^{23} ncm^{-2} noch zu hoch liegt, so kann dies eine beträchtliche Verringerung des zulässigen Spaltgasdruckes zur Folge haben. Umgekehrt führt bereits eine Verdopplung der zulässigen Dehnung auf 0,2 bzw. 0,3 % zu einer deutlich erhöhten Belastbarkeit der Hülle.

- c) Ein dem inneren Spaltgasdruck überlagerter, vom Schwellen unter Bestrahlung herrührender Festkörperdruck des Brennstoffes auf das Hüllrohr kann nach der Referenzauslegung solange ohne größere Schwierigkeiten aufgenommen werden, wie er einen Richtwert von etwa 40 atü nicht übersteigt. (Dies gilt allerdings nur bei linearem Anstieg mit Ausgangswert Null (Kap. 7); wirken diese 40 atü Festkörperdruck von Anfang an in voller Höhe, so ist eine nach (7-10) um den Faktor $\frac{1-0,4^2}{1-0,4} \approx 1,67$ größere zulässige Aufweitung des Hüllrohrs notwendig.) Erst dann sinkt der zulässige Innendruck unter 60 atü, und das Gasreservoir wird deutlich länger als die Spaltstoffzone. (Immer vorausgesetzt, daß es auf der Kühlmiteleintrittsseite angeordnet ist; andernfalls werden die Verhältnisse erheblich ungünstiger.) Mit höherer Stableistung schrumpft diese Sicherheitsspanne und geht im Bereich um 750 W/cm allmählich gegen Null. Bereits ab etwa 600 W/cm maximaler Stableistung können Hüllrohre mit obigen Materialeigenschaften auch bei optimaler Wandstärke dem zusätzlichen Schwellendruck des Brennstoffes nur noch einen relativ geringen Widerstand entgegensetzen.

10.5 Folgerungen hinsichtlich Brennstab- und Reaktorauslegung.

- a) Unter den angenommenen Voraussetzungen stellt die Referenzauslegung einen brauchbaren Kompromiß zwischen den verschiedenen z.T. gegenläufigen Forderungen dar. Insbesondere die Stableistung ist so vorsichtig

gewählt, daß in den wichtigsten anderen Parametern noch verhältnismäßig viel Spielraum zur Verfügung steht.

Sobald anderweitige - vor allem wirtschaftliche - Überlegungen eine merkliche Erhöhung der Stableistung erfordern, wird dieser Spielraum fühlbar eingeengt. Etwa ab $\chi_{\max} = 600 \text{ W/cm}$ ist damit zu rechnen, daß bei weiterer Erhöhung Nachteile wie z.B. störend lange Spaltgasräume, verringerte Brennstoffdichte oder Senkung des Temperaturniveaus in Kauf genommen werden müssen, sofern sich nicht die Werkstoffeigenschaften des Hüllrohres verbessern lassen.

- b) Bei der Suche nach einem solchen besser geeigneten Werkstoff zur Vergrößerung von Auslegungsspielraum und Betriebssicherheit spielt die Duktilität nach starker Neutronenbestrahlung eine mindestens ebenso wichtige Rolle wie die Zeitdehngrenze und Zeitstandfestigkeit. Dies gilt ganz besonders dann, wenn sich die angesetzte zulässige Aufweitung von 0,1 bzw. 0,15 % als noch zu hoch erweisen sollte. (Wegen der bis jetzt noch sehr geringen Zahl von Langzeitbestrahlungen im schnellen Fluß muß durchaus mit dieser Möglichkeit gerechnet werden, vor allem da für die versprödungsfördernde He-Bildung durch n, α -Reaktionen aus den Legierungsgrundbestandteilen keine Sättigungsgrenze zu erwarten ist. Andererseits wurden nach [25] bei bisherigen Versuchen dieser Art zerstörungsfreie Aufweitungen um 0,4 % gemessen, allerdings erst unter etwa halber Maximaldosis.) Hauptziel muß dabei sein, die beobachtete Bildung von Mikrorissen im Hüllrohr so zu beeinflussen, daß sie erst bei größeren Dehnungen auftritt. Eine Erhöhung der zulässigen Aufweitung auf 0,5 % z.B. würde bei unveränderter Zeitdehngrenze nicht nur die Belastbarkeit durch reinen Innendruck merklich erhöhen (ca. 25 % bei $n = 9$), sondern auch den Einfluß der Wärmespannungen erst bei extrem hohen Wandstärken bzw.. Stableistungen wirksam

werden lassen. Umgekehrt führt bereits eine Reduktion auf die Hälfte, also 0,05 bzw. 0,075 %, zu einer recht kritischen Situation (Abb. 27 u. 28), welche praktisch einer Verringerung der Zeitdehngrenze um ca. 20 % entspricht und bereits bei 600 W/cm Stabileistung so gut wie keinen Spielraum mehr für den Brennstoffschwelldruck übrig läßt. Das heißt, daß u.U. die Hüllrohrwerkstoffe in erster Linie nach ihrer Duktilität im Rohrrinnendruck-Versuch ausgewählt werden müssen und die reine Kriechfestigkeit demgegenüber zurücktritt.

- c) Es muß in jedem Fall vermieden werden, daß die jeweils durch Stabileistung, Temperaturniveau und Wandstärke im wesentlichen gegebene Zusatztragfähigkeit der Hülle durch den vom Brennstoff ausgeübten Schwelldruck überschritten wird. Die wichtigste Maßnahme hierzu ist eine geeignete Wahl der Brennstoffdichte, evtl. unterstützt durch entsprechende Abstimmung von Einsatzform (Pulver statt Pellets) und die Stöchiometrie. Anzustreben ist dabei ein geringer Anfangswert und möglichst spätes Erreichen des maximalen Schwelldruckes.

Dieser darf für den größten Teil des hier untersuchten Parameterbereiches nicht wesentlich über ca. 20 kp cm^{-2} ansteigen, um den Spielraum bei der Brennstabauslegung nicht zu stark einzuengen; mehr als 40 kp cm^{-2} erscheinen fast immer als kritisch. Rechnungen mit den Materialdaten für unbestrahltes UO_2 [18] ergeben zwar weit höhere Brennstoffdrücke (u.U. über 100 kp cm^{-2}). Noch unveröffentlichte theoretische Überlegungen, die im Institut für Material- und Festkörperforschung des KFZ Karlsruhe angestellt wurden und gut mit den Ergebnissen verschiedener Bestrahlungsversuche übereinstimmen, lassen jedoch unter Reaktorbedingungen Werte erwarten, die wesentlich niedriger liegen und sich im oben genannten Bereich bewegen dürften. Hauptgrund hierfür ist die stark beschleunigte Diffusion als Folge der bei den Kernspaltungen

entstehenden "Temperaturblitze" (thermal spikes).

- d) In vielen Fällen läßt sich eine Verringerung des Verformungsbetrages pro Zyklus und damit eine höhere Belastbarkeit der Hülle auch noch dadurch erzielen, daß die Kühlmitteltemperatur bei Teil- bzw. Nulllast gegenüber dem Vollastniveau etwas abgesenkt wird. (Dies kommt zugleich anderen Forderungen entgegen, die aus dem Teillastverhalten des gesamten Kreislaufes resultieren [22].) Der Gewinn ergibt sich daraus, daß bei der entsprechend geringeren Wandtemperatur die Grenzspannung σ_{G2} ansteigt. Eine obere Schranke wird dabei allerdings von der Streckgrenze des Werkstoffes gebildet, und bereits die Überschreitung der Proportionalitätsgrenze (meist ca. 70 % von $\sigma_{0,2}$) bringt wieder zusätzliche bleibende Verformungen, so daß die erreichbare Verbesserung in verhältnismäßig engen Grenzen bleibt. Sie wurde deshalb hier auch nicht zahlenmäßig untersucht.

Wichtig ist dagegen die umgekehrte Schlußfolgerung, daß während des Teillastbetriebes die Kühlmitteltemperatur auf keinen Fall über die für Vollast geltenden Werte ansteigen sollte, selbst wenn dabei die maximale mittlere Wandtemperatur noch nicht erreicht wird.

10.6 Schlußbemerkung

Wegen der zahlreichen Unsicherheiten, die insbesondere den Daten und Formeln für das Kriechverhalten der Werkstoffe noch immer anhaften - ganz abgesehen von den ebenfalls noch längst nicht befriedigend geklärten Auswirkungen der Bestrahlung im Reaktor -, sind die aus der vorliegenden Arbeit erhaltenen Aussagen zunächst vorwiegend als qualitativ anzusehen. (Die Ergebnisse liegen allerdings mit hoher Wahrscheinlichkeit auf der sicheren Seite.) Die Notwendigkeit ausgiebiger und möglichst realistischer Bestrahlungsversuche bleibt daneben unverändert bestehen.

Das hergeleitete Berechnungsverfahren soll es jedoch ermöglichen, sowohl diese sehr kostspieligen und zeitraubenden Versuche besonders gezielt anzusetzen als auch deren Ergebnisse in ein Gesamtbild einzuordnen, das ihre Interpretation erleichtert und zugleich die Verhältnisse zwischen den dadurch gewonnenen Festpunkten mit ausreichender Genauigkeit wiedergibt.

Vor allem aber kann auf der durch das Verfahren geschaffenen Grundlage ein zumindest relativer Vergleich verschiedener Parameterkombinationen vorgenommen werden, wodurch auch ohne genaue Kenntnis aller Daten eine weitgehend optimale Auslegung der Brennstäbe möglich erscheint.

Herrn Professor Dr. D. Smidt möchte ich für die Anregung und wohlwollende Förderung dieser Arbeit herzlich danken. Ebenso gilt mein Dank Herrn Professor Dr. H. Böhm für seine freundliche Unterstützung durch wertvolle Ratschläge und stete Bereitschaft zu hilfreichen Diskussionen.

A n h a n g

A1. Verlauf der Umfangsdehnungsgeschwindigkeit über den Radius

Aus der Volumenbilanz, welche durch Kriechverformungen nicht beeinflusst wird ($\sum \dot{\epsilon}_k = 0$), ergibt sich mit $\dot{\sigma}_r = 0$ die Beziehung

$$\dot{\epsilon}_t + \dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_a = \sum \dot{\epsilon}_{el} = \frac{1}{E}(\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a)(1-2\nu). \quad (A1-1)$$

$\dot{\epsilon}_a$ ist aus Gl. (4-23) bekannt.

Mit den Verträglichkeitsbedingungen (4-8) bis (4-10) kann dann geschrieben werden

$$\frac{\dot{w}}{r} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial r} = \frac{1-2\nu}{E}(\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a) - \dot{\epsilon}_a \quad (A1-2)$$

Integration dieser Differentialgleichung liefert

$$\dot{w}(r) = \frac{1-2\nu}{E} \cdot \frac{1}{r} \int r(\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a) dr - \dot{\epsilon}_a \cdot \frac{r}{2} + \frac{D}{r} \quad (A1-3)$$

(D = Integrationskonstante),

und nach Einsetzen in (4-8) und (4-9) folgt

$$\dot{\epsilon}_t = \frac{1-2\nu}{E r^2} \int r(\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a) dr - \frac{\dot{\epsilon}_a}{2} + \frac{D}{r^2}, \quad (A1-4)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r = -\frac{1-2\nu}{E r} \left[\frac{1}{r} \int r(\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a) dr + \int (\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a) dr + \right. \\ \left. + \int r \cdot \frac{\partial(\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a)}{\partial r} dr \right] - \frac{\dot{\epsilon}_a}{2} - \frac{D}{r^2}. \end{aligned} \quad (A1-5)$$

Für $\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a = 0$ erhält man daraus den asymptotischen Verlauf der Kriechgeschwindigkeit:

$$\dot{\epsilon}_t = \frac{D}{r^2} - \frac{\dot{\epsilon}_a}{2} \quad (A1-6)$$

$$\dot{\epsilon}_r = -\frac{D}{r^2} - \frac{\dot{\epsilon}_a}{2} \quad (A1-7)$$

(Bei Belastung durch reinen Innendruck gilt $\dot{\epsilon}_a = 0$).

Im allgemeinen Fall muß $\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a$ bekannt sein, um $\dot{\epsilon}_t(r)$ aus Gl. (A1-4) bestimmen zu können.

Dies gelingt zwar nicht explizit, doch läßt sich durch Addition von Gl. (4-35) und (4-36) die Beziehung

$$\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a = \frac{E}{1-\nu} (\dot{\epsilon}_t + \dot{\epsilon}_a - \dot{\epsilon}_{tk} - \dot{\epsilon}_{ak}) \quad (\text{A1-8})$$

gewinnen. Da bei gegebenem Spannungszustand $\dot{\epsilon}_{tk}$, $\dot{\epsilon}_{ak}$ und $\dot{\epsilon}_a$ direkt bestimmbar sind, ist damit $\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a$ als Funktion von $\dot{\epsilon}_t$ dargestellt. (Es genügt die Untersuchung der Anfangs-Spannungsverteilung, da die Verhältnisse hier am ungünstigsten sind.) Durch Differenzieren nach r läßt sich zunächst Gl. (A1-4) in die Form

$$2\dot{\epsilon}_t + r \frac{\partial \dot{\epsilon}_t}{\partial r} + \dot{\epsilon}_a = \frac{1-2\nu}{E} (\dot{\sigma}_t + \dot{\sigma}_a) \quad (\text{A1-9})$$

überführen, und Einsetzen von (A1-8) liefert dann (nach Umformung) die Dgl.

$$\frac{1}{1-\nu} \dot{\epsilon}_t + r \frac{\partial \dot{\epsilon}_t}{\partial r} = \frac{2\nu-1}{1-\nu} (\dot{\epsilon}_{tk} + \dot{\epsilon}_{ak}) - \frac{\nu}{1-\nu} \dot{\epsilon}_a \quad (\text{A1-10})$$

Die homogene Lösung erhält man durch Trennung der Veränderlichen zu

$$\dot{\epsilon}_{th} = C \cdot r^{-\frac{1}{1-\nu}}, \quad (\text{A1-11})$$

und als Gesamtlösung ergibt sich mittels Variation der Konstanten die Beziehung

$$\dot{\epsilon}_t = C \cdot r^{-\frac{1}{1-\nu}} + \frac{r^{-\frac{1}{1-\nu}}}{1-\nu} \int r^{\frac{\nu}{1-\nu}} [(2\nu-1)(\dot{\epsilon}_{tk} + \dot{\epsilon}_{ak}) - \nu \dot{\epsilon}_a] dr. \quad (\text{A1-12})$$

Der Wert der Konstanten C folgt aus der Nebenbedingung

$$\int_{r_i}^{r_a} \dot{\epsilon}_t dr = \bar{\epsilon}_t, \quad (\text{A1-13})$$

wobei $\bar{\dot{\epsilon}}_t$ mit Hilfe von Gl. (4-21) bestimmt werden kann.

Theoretisch ist damit die Möglichkeit gegeben, zu jeder Spannungsverteilung den zugehörigen Verlauf der tangentialen Kriechrate zu berechnen. Praktisch läßt sich die Integration in Gl. (A1-12) jedoch nur selten elementar ausführen. Bei einer Anfangsspannung entsprechend (4-1) und (4-2) ist dies z.B. nicht möglich.

Es gibt jedoch weit einfachere Spannungsverteilungen, welche den Verlauf von $\dot{\epsilon}_t$ in fast völlig gleicher Weise beeinflussen und die deshalb ebensogut zur Überprüfung der Annahme (4-24) benutzt werden können. Dies gilt z.B. für den Zustand

$$\sigma_t = C' \cdot r^{-\frac{\nu}{n(1-\nu)}} \cdot (r-r_0) \quad (\text{A1-14})$$

$$\sigma_a = \sigma_r = 0$$

(C', r₀ = Konstanten)

d.h. für eine nahezu linear mit dem Radius veränderliche reine Umfangsspannung. Die hierzu gehörenden Kriechgeschwindigkeiten sind

$$\dot{\epsilon}_{tk} = K C'^n \cdot r^{-\frac{\nu}{1-\nu}} \cdot (r-r_0)^n \quad (\text{A1-15})$$

und
$$\dot{\epsilon}_{ak} = -\frac{\dot{\epsilon}_{tk}}{2} \quad (\text{A1-16})$$

(für sekundäres Kriechen), woraus

$$\dot{\epsilon}_{tk} + \dot{\epsilon}_{ak} = \frac{K}{2} C'^n \cdot r^{-\frac{\nu}{1-\nu}} (r-r_0)^n \quad (\text{A1-17})$$

folgt.

Einsetzen dieses Ausdruckes in (A1-12) liefert nach Integration die Beziehung

$$\dot{\epsilon}_t = C \cdot r^{-\frac{1}{1-\nu}} + \frac{(2\nu-1)KC'^n (r-r_0)^{n+1}}{2(1-\nu)(n+1)} \cdot r^{-\frac{1}{1-\nu}} - \nu \dot{\epsilon}_a \quad (\text{A1-18})$$

(Konstante Temperatur über den Querschnitt angenommen, also auch K und n konstant.)

Die zur Bestimmung von C mittels Gl. (A1-13) erforderliche nochmalige Integration kann zwar erst nach Ersatz der von r nur sehr schwach abhängigen Funktion $r^{-\frac{1}{1-\nu}} \approx r^{-1,43}$ durch deren Mittelwert $r_m^{-\frac{1}{1-\nu}}$ elementar ausgeführt werden, doch dürfte der hierbei begangene Fehler kaum ins Gewicht fallen. Man erhält daraus schließlich die Bestimmungsgleichung

$$\begin{aligned}
 & C \cdot \frac{1-\nu}{\nu} \left(r_i^{-\frac{\nu}{1-\nu}} - r_a^{-\frac{\nu}{1-\nu}} \right) - \nu \dot{\epsilon}_a (r_a - r_i) + \\
 & + \frac{(2\nu-1)KC'^n \cdot r_m^{-\frac{1}{1-\nu}}}{2(1-\nu)(n+1)} \left[\frac{(r_a - r_0)^{n+2} - (r_i - r_0)^{n+2}}{n+2} \right] = \\
 & = KC'^n \cdot r_m^{-\frac{\nu}{1-\nu}} \left[\frac{(r_a - r_0)^{n+1} - (r_i - r_0)^{n+1}}{n+1} \right] \quad (A1-19)
 \end{aligned}$$

Numerische Auflösung für den speziellen Fall

$$r_0 = 0; \quad r_a = 1,2 r_i; \quad \nu = 0,3 \quad \text{ergibt}$$

$$C = \frac{KC'^n \cdot (0,2 r_i)^{n+1}}{n+1} \left(5,5 + \frac{0,284}{n+2} \right) + 0,343 \dot{\epsilon}_a \cdot r_i^{1,43} \quad (A1-20)$$

bzw.

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_t = & \frac{KC'^n \cdot r^{-1,43}}{n+1} \left[(0,2 r_i)^{n+1} \cdot \left(5,5 + \frac{0,284}{n+2} \right) - 0,43(r - r_i)^{n+1} \right] + \\
 & + 0,343 \dot{\epsilon}_a r_i^{1,43} \cdot r^{-1,43} - 0,3 \dot{\epsilon}_a. \quad (A1-21)
 \end{aligned}$$

Die entsprechende asymptotische Endverteilung erhält man auf die gleiche Weise zu

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_{t\infty} = & \frac{0,96 KC'^n \cdot r_a}{(r_a - r_i)(n+1) \cdot r^2} (0,2 r_i)^{n+1} \cdot r_i^{0,57} + \\
 & + \frac{\dot{\epsilon}_a}{2} \left(\frac{r_a r_i}{r^2} - 1 \right). \quad (A1-22)
 \end{aligned}$$

Mit

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_a &= - \frac{1}{2(r_a - r_i)} \int_{r_i}^{r_a} \dot{\epsilon}_{tk} dr = \\ &= - \frac{2,4 K C'^n \cdot (0,2 r_i)^{n+1}}{n+1} \cdot r_i^{-1,43} \end{aligned} \quad (A1-23)$$

folgt schließlich für $r = r_i$

$$\dot{\epsilon}_t(r_i) = \frac{(5,4 + \frac{0,284}{n+2}) K C'^n}{n+1} \cdot (0,2 r_i)^{n+1} \cdot r_i^{-1,43} \quad (A1-24)$$

und zum Vergleich

$$\dot{\epsilon}_{t\infty}(r_i) = \frac{5,52 K C'^n}{n+1} \cdot (0,2 r_i)^{n+1} \cdot r_i^{-1,43} \quad (A1-25)$$

Für $r = r_a$ lauten die Beziehungen entsprechend

$$\dot{\epsilon}_t(r_a) = \frac{(3,986 + \frac{0,219}{n+2}) K C'^n}{n+1} \cdot (0,2 r_i)^{n+1} \cdot r_i^{-1,43} \quad (A1-26)$$

und

$$\dot{\epsilon}_{t\infty}(r_a) = \frac{4,20 K C'^n}{n+1} \cdot (0,2 r_i)^{n+1} \cdot r_i^{-1,43} \quad (A1-27)$$

Man erkennt daraus, daß selbst an den Stellen r_i und r_a , wo entsprechend dem Aufbau der Funktion (A1-14) die größte Abweichung zu erwarten ist, nur sehr geringe Unterschiede (max. etwa 5 %) zwischen der tatsächlichen und der asymptotischen Kriechgeschwindigkeitsverteilung auftreten, wenn von gleichen integralen Mittelwerten ausgegangen wird. Man kann daher unbedenklich überall mit dem asymptotischen Verlauf und Gl. (A1-6) arbeiten.

Das darin noch enthaltene Glied $\frac{\dot{\epsilon}_a}{2}$ wird im hier behandelten Fall des Rohres unter Innendruck mit fortschreitendem Abbau der Wärmespannungen immer kleiner und geht schließlich gegen Null. Jedoch beeinflusst es auch bei größeren Beträgen den Gesamtverlauf nicht wesentlich, da für nicht sehr dickwandige Rohre die Funktion $\frac{D}{r_2}$ sich über die Wandstärke nur wenig ändert. Außerdem spielt, solange $\dot{\epsilon}_a$ noch deutlich von Null verschieden ist, der genaue Verlauf von $\dot{\epsilon}_t$ keine besondere Rolle, da dann wiederum stets im interessierenden Bereich $\dot{\epsilon}_t \ll \dot{\epsilon}_{tk}$ gilt. Somit kann die Verwendung der Bez. (4-24) für den radialen Verlauf der Dehnungsgeschwindigkeit in Umfangsrichtung als gerechtfertigt angesehen werden.

A2. Erläuterungen zur Iteration von A_t und A_a bzw. σ_{ct} und σ_{ca}

Wie aus Abb. 2 (Abschn. 5.1) ersichtlich, treten bei der Rechnung mit innerhalb eines Zeitschrittes konstanten A_t - und A_a -Werten für jede dieser beiden Größen drei verschiedene Zeitfunktionen auf:

- 1) Die tatsächliche Funktion $A(t)$,
- 2) die konstante Ersatzfunktion A_m ,
- 3) die Funktion $A^*(t)$, welche sich aus dem mit A_m ermittelten räumlich-zeitlichen Spannungsverlauf ergibt und wegen des mit der Annahme von A_m begangenen Fehlers nicht mit dem wirklichen Verlauf $A(t)$ übereinstimmt.

Das angestrebte Ziel ausreichend guter Näherung wird am besten erreicht, wenn die Werte $A(t_1)$ und $A^*(t_1)$ gleich sind, d.h. wenn die Näherungsberechnung wenigstens für das Ende des Zeitintervalls den richtigen A-Wert liefert. Daß dies prinzipiell immer möglich ist, zeigt die folgende Überlegung (Abb. A1):

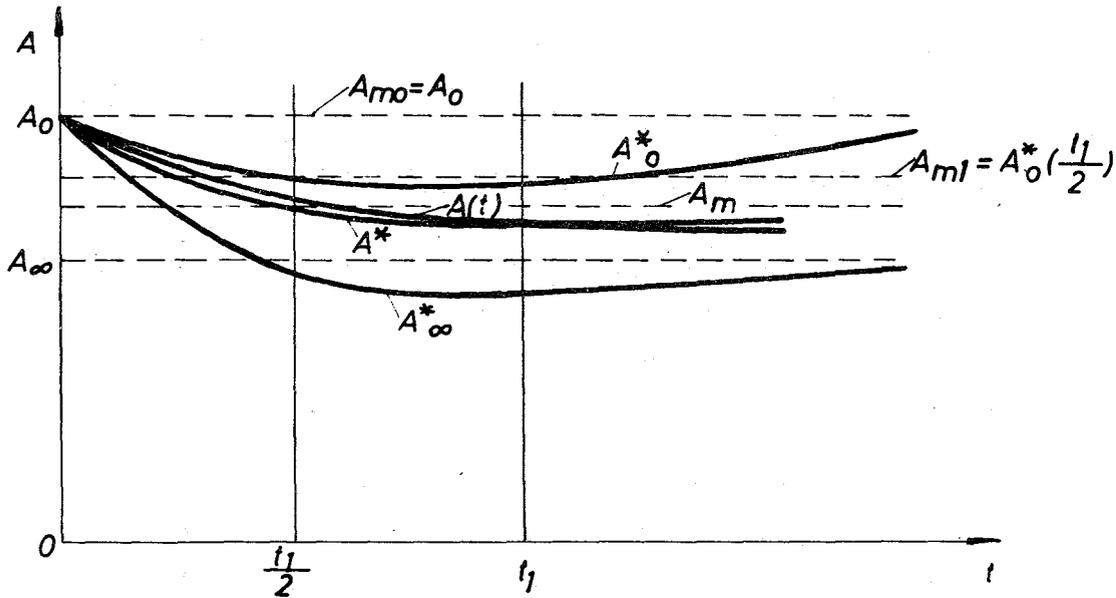


Abb. A1

Mit dem Anfangswert A_0 als Ersatzfunktion A_m ergibt sich aus dem Spannungsverlauf einer Kurve $A_0^{\#}$, welche wegen $A_{m0} > A$ für $0 < t < \infty$ stets oberhalb $A(t)$ liegt. (Ein zu großer A_m -Wert liefert zu geringen Spannungsausgleich sowie Anstieg der mittleren Spannung, d.h. ein zu großes $A^{\#}$.) Umgekehrt liefert der Minimalwert $A_m = A_\infty$ eine Kurve $A_\infty^{\#}$, die im ganzen Bereich $0 < t < \infty$ unterhalb des wirklichen A -Verlaufes bleibt. Da keine Unstetigkeiten vorhanden sind, entsteht somit für alle A_m zwischen A_0 und A_∞ jeweils eine Kurve $A^{\#}(t)$, welche den tatsächlichen Verlauf $A(t)$ an einer Stelle schneidet; bei richtiger Wahl von A_m geschieht dies in dem gewünschten Punkt $A(t_1)$.

A_m stellt in diesem Fall den geeigneten Mittelwert des Verlaufes $A^{\#}(t)$ in dem Zeitintervall $0 \leq t \leq t_1$ dar.

Als brauchbare Näherung für diesen Mittelwert kann $A^{\#}(\frac{t_1}{2})$ angesetzt werden, besonders wenn $A^{\#}(t)$ innerhalb des Intervalls keine starke Krümmung aufweist. Der richtige Verlauf von $A^{\#}(t)$ ist jedoch nicht von vornherein bekannt; A_m muß deshalb nach dem in 5.2 beschriebenen Iterationsverfahren bestimmt werden. Hierbei erhebt sich die Frage nach der Konvergenz. Eine Antwort liefert die Betrachtung der Kurven in Abb. A1. Man erkennt, daß die mit $A_{m0} = A_0$ erhaltene Funktion $A_0^{\#}(t)$ für $0 < t < \infty$ stets unterhalb A_0 bleibt. Dementsprechend ist auch der verbesserte Mittelwert $A_{m1} = A_0^{\#}(\frac{t_1}{2})$ deutlich kleiner als A_0 .

Mit dem richtigen Wert von A_m dagegen erhält man gerade den Verlauf $A^{\#}(t)$, welcher seinerseits wieder A_m als Mittelwert liefert; Differenz zwischen Ausgangswert und verbessertem Wert ist hier also gerade gleich Null.

Unter der Voraussetzung eines monotonen Übergangs zwischen diesen beiden Grenzfällen konvergiert dann das beschriebene Iterationsverfahren, da bis zum Erreichen des Grenzwertes A_m jeder aus einer Kurve $A_n^{\#}(t)$ gewonnene Mittelwert A_{mn} eine neue Kurve $A_{n+1}^{\#}(t)$ liefert, deren Mittelwert kleiner ist als A_{mn} . (Der genaue Wert wird allerdings nur bei richtiger Mittelwertbildung erreicht.) Daß die genannte Voraussetzung praktisch immer erfüllt ist, erscheint plausibel und wird durch die untersuchten Beispiele bestätigt. Für nicht zu große Zeitschritte (i.a. sogar schon bei Unterteilung des Gesamtintervalls in mehr als zwei Abschnitte) kann die Konvergenz des Verfahrens sogar als sehr gut bezeichnet werden, vor allem, da dann auch $A^{\#}(\frac{t_1}{2})$ einen guten Mittelwert für $A^{\#}$ darstellt.

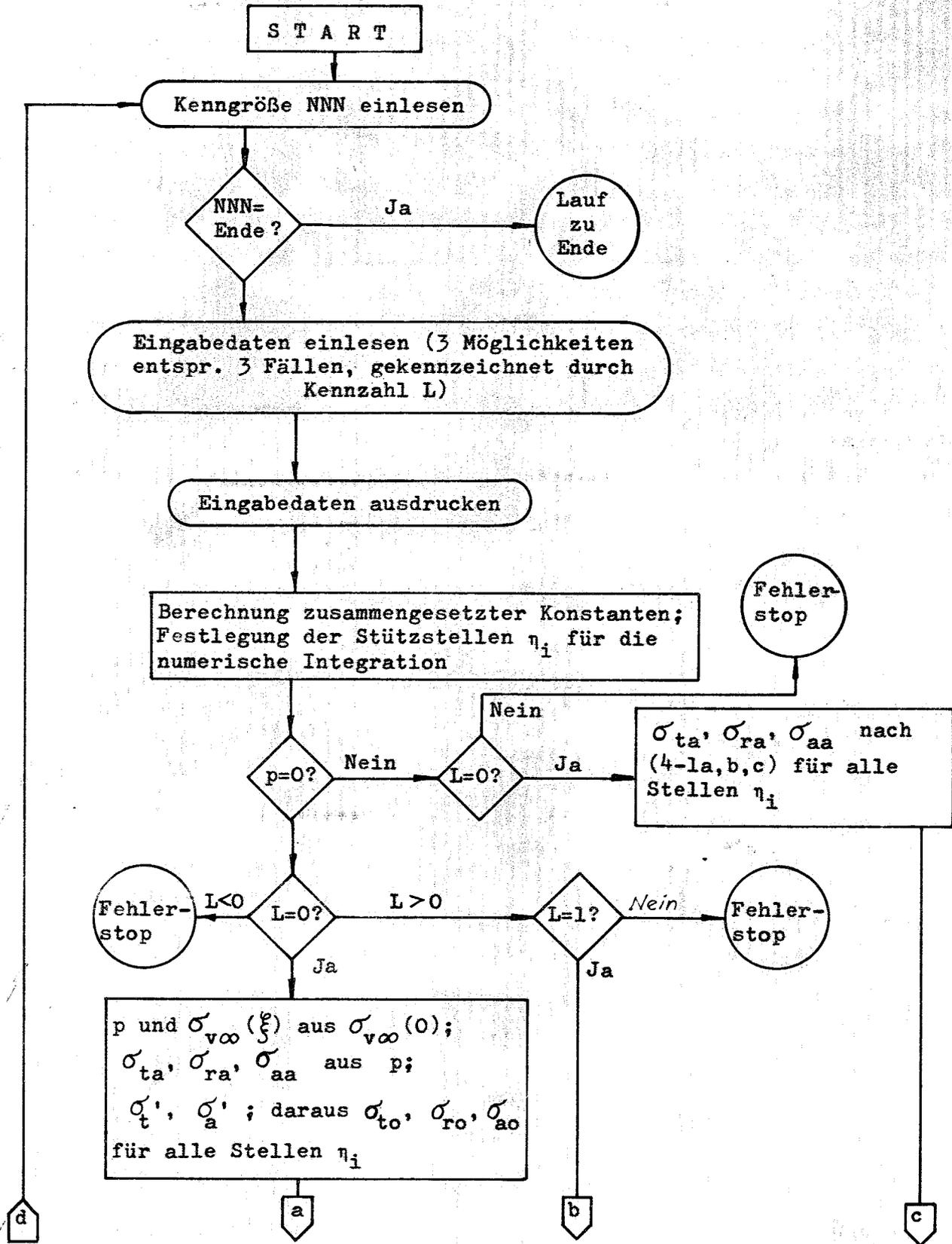
A3. Erläuterungen zum Digitalprogramm für die Berechnung der Spannungsumlagerungen.

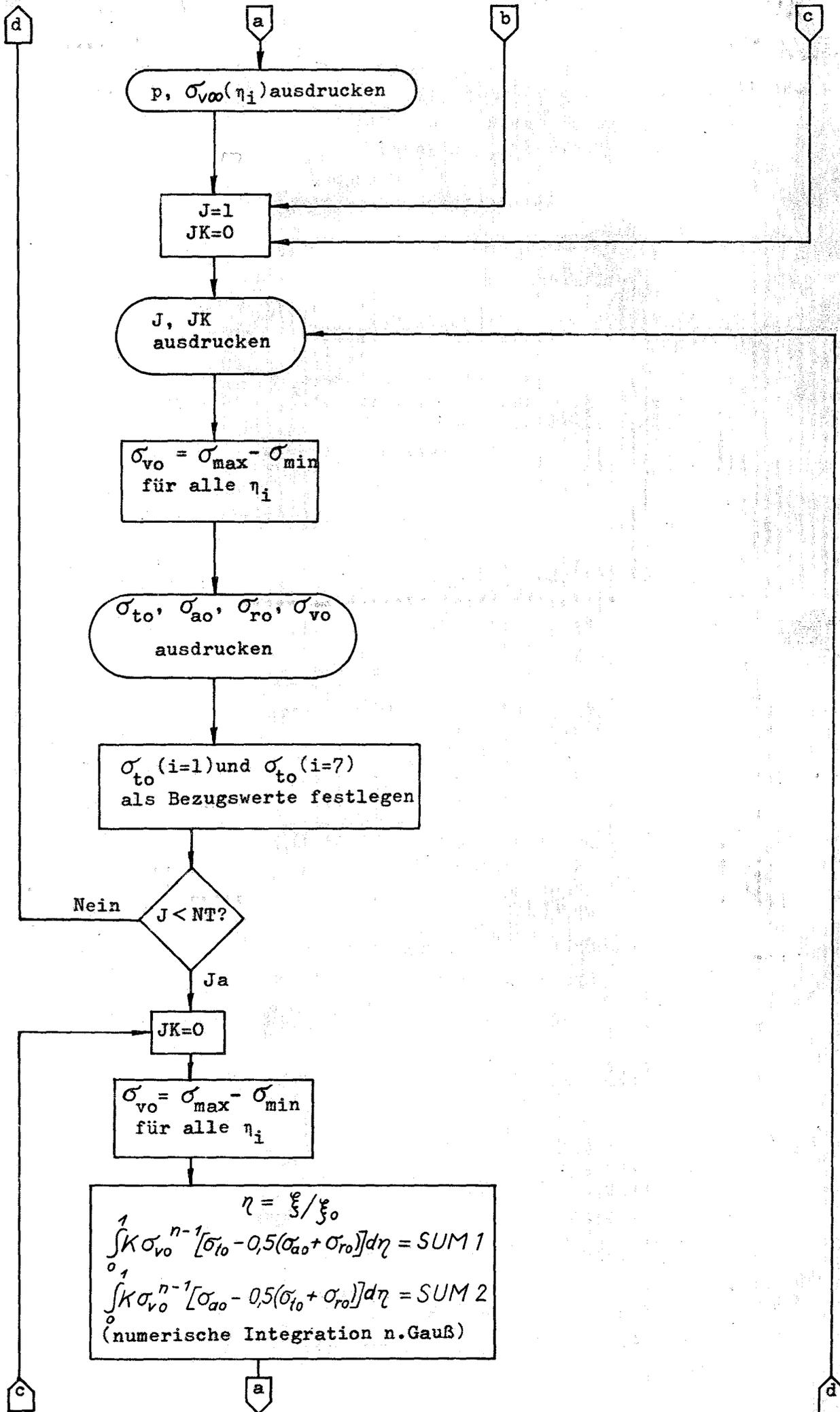
A3.1 Allgemeine Angaben

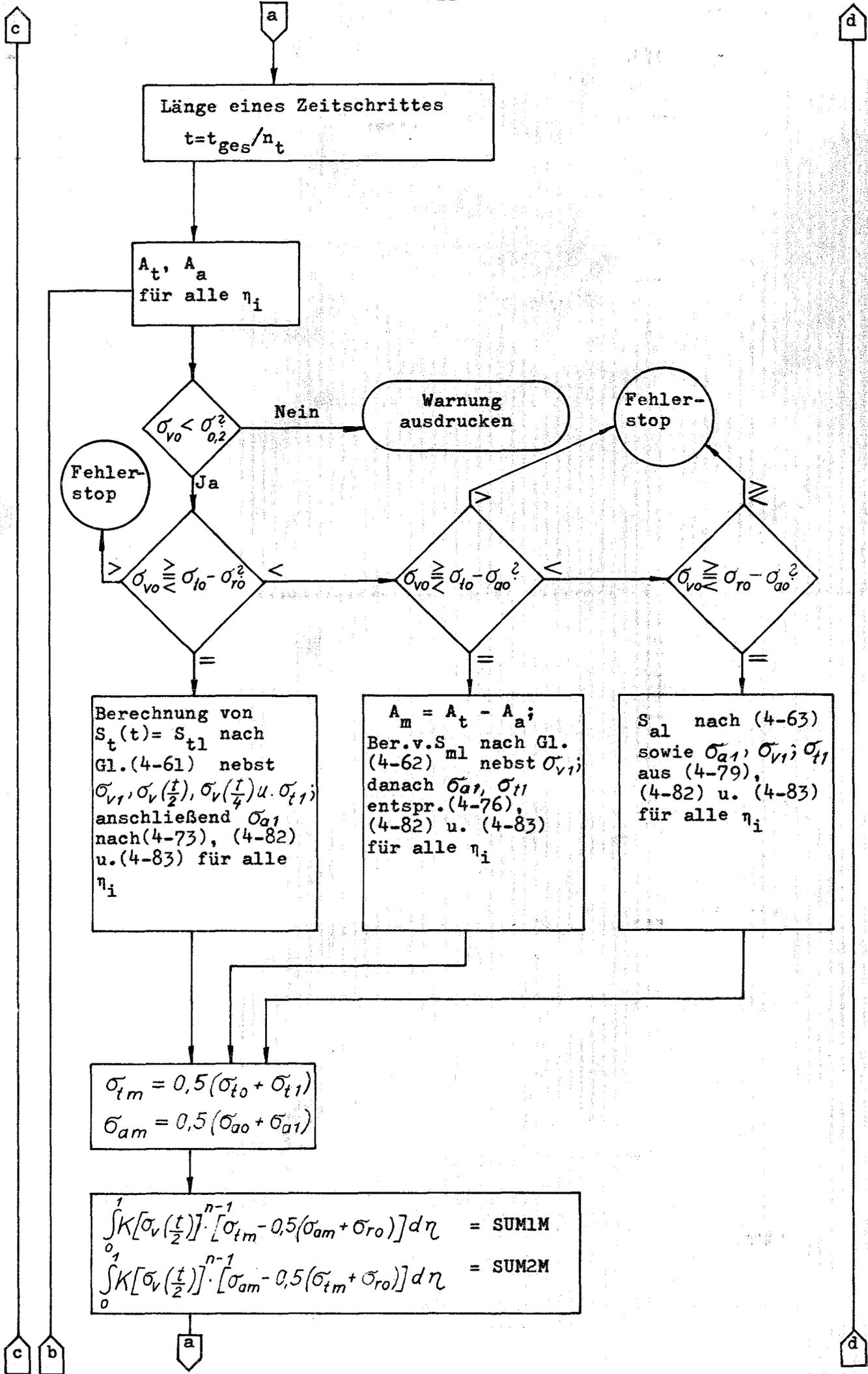
Der jeweilige Programmablauf entsprechend den drei verschiedenartigen vorgesehenen Aufgabenstellungen (Abschn. 5.4) wird durch die Eingabe gesteuert, und zwar mittels des Wertes für den Innendruck p und eine Kennzahl L .

Im Fall a) wird $p = 0$ eingegeben und der vorhandene Innendruck aus $\sigma_{v00}(0)$ (Eingabegröße) berechnet, um die iterative Auflösung von $\sigma_{v00}(0)$ nach p zu vermeiden. Im Fall c) gilt ebenfalls $p = 0$, da hier die Spannungen direkt eingegeben werden und nicht mehr berechnet zu werden brauchen. Eingegeben werden außer diesen noch die Materialdaten K und n (bei der Bezugstemperatur T_m), C , E , α_{th} , λ , ν , $\sigma_{0,2}$, die dimensionslose Wandstärke ξ_0 , die lokale Stabileistung χ , die Gesamtzeit t_{ges} , die Zahl der (gleichgroßen) Zeitschritte n_t sowie die beiden Schranken ε_1 und ε_2 . Durch ε_1 wird die Schrittzahl bei der gemeinsamen Iteration von A_t und A_a begrenzt, während ε_2 bewirkt, daß nur solche Ergebnisse ausgedruckt werden, die sich mindestens um diesen Betrag von jenen des vergangenen Zeitschrittes unterscheiden. Dies ist wegen der an sich ungünstigen konstanten Schrittlänge erforderlich, um nicht zu viele unnötige Ergebnisse zu erhalten.

A3.2 Flußdiagramm







Länge eines Zeitschrittes
 $t = t_{ges} / n_t$

A_t, A_a
für alle η_i

$\sigma_{vo} < \sigma_{0,2}^2$

Nein

Warnung
ausdrucken

Fehler-
stop

Fehler-
stop

$\sigma_{vo} \geq \sigma_{lo} - \sigma_{ro}^2$

>

$\sigma_{vo} \geq \sigma_{lo} - \sigma_{ao}^2$

>

$\sigma_{vo} \geq \sigma_{ro} - \sigma_{ao}^2$

>=

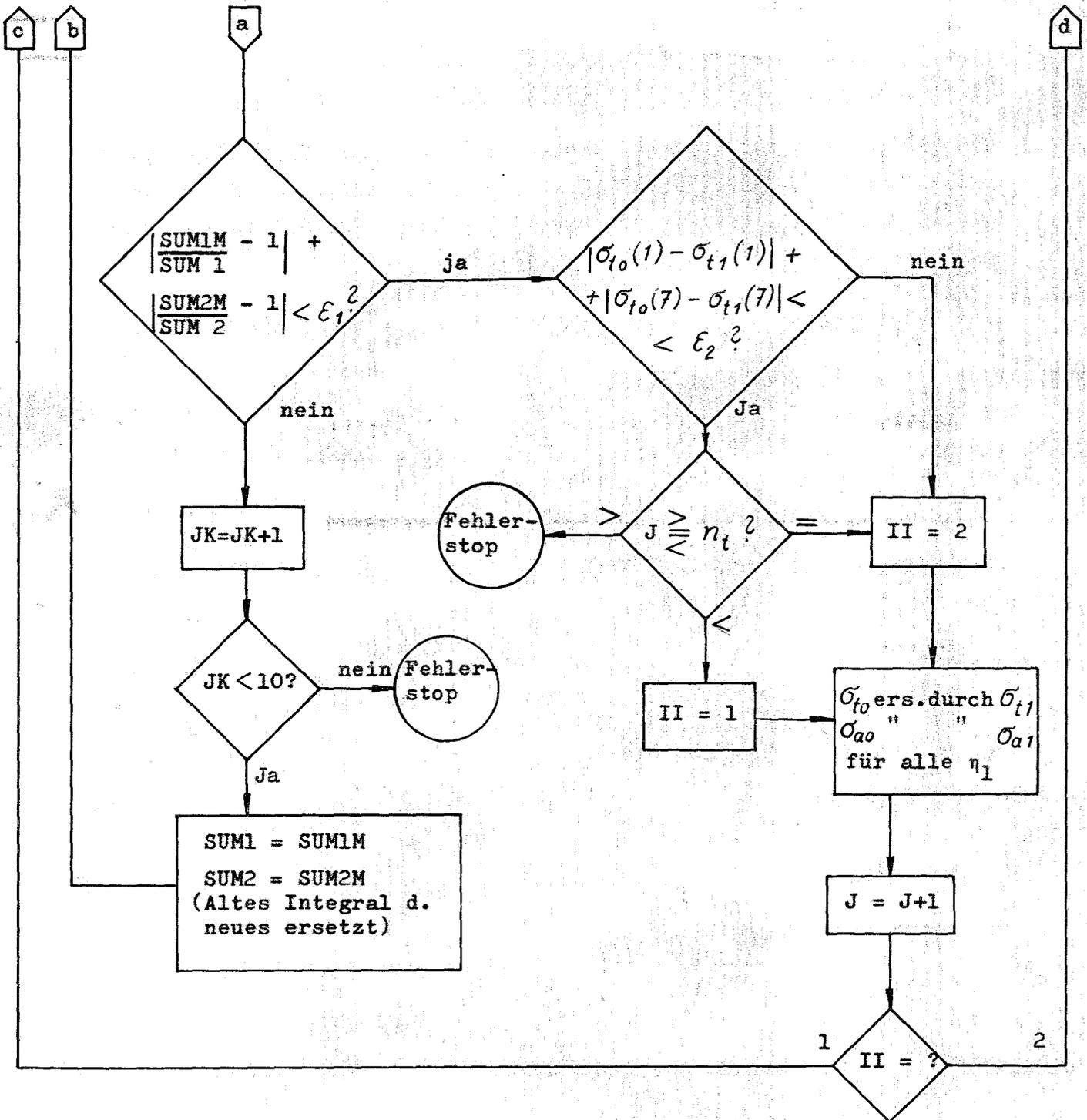
Berechnung von
 $S_t(t) = S_{tl}$ nach
Gl. (4-61) nebst
 $\sigma_{v1}, \sigma_v(\frac{t}{2}), \sigma_v(\frac{t}{4})$ u. σ_{t1} ;
anschließend σ_{a1}
nach (4-73), (4-82)
u. (4-83) für alle
 η_i

$A_m = A_t - A_a$;
Ber. v. S_{m1} nach Gl.
(4-62) m1 nebst σ_{v1} ;
danach σ_{a1}, σ_{t1}
entspr. (4-76),
(4-82) u. (4-83)
für alle η_i

S_{a1} nach (4-63)
sowie $\sigma_{a1}, \sigma_{v1}; \sigma_{t1}$
aus (4-79),
(4-82) u. (4-83)
für alle η_i

$\sigma_{tm} = 0,5(\sigma_{t0} + \sigma_{t1})$
 $\sigma_{am} = 0,5(\sigma_{a0} + \sigma_{a1})$

$\int_0^1 K[\sigma_v(\frac{t}{2})]^{n-1} [\sigma_{tm} - 0,5(\sigma_{am} + \sigma_{ro})] d\eta = \text{SUM1M}$
 $\int_0^1 K[\sigma_v(\frac{t}{2})]^{n-1} [\sigma_{am} - 0,5(\sigma_{tm} + \sigma_{ro})] d\eta = \text{SUM2M}$



**A4. Asymptotischer Kriechspannungsverlauf in dünnwandigen
Rohren unter Innendruck und Wärmedurchgang.**

Die Betrachtung kann im hier gegebenen Rahmen auf dünnwandige Rohre beschränkt bleiben, weil der dabei begangene Fehler bezüglich der Umfangspannungsverteilung sich wegen der hohen Norton'schen Exponenten erst bei extremer Dickwandigkeit auswirkt.

Der Temperaturverlauf in der Wand bei Wärmedurchgang hat die Form

$$T\left(\frac{r}{r_0}\right) = T_0 + \Delta T \cdot \frac{\ln(1 - \xi)}{\ln(1 - \xi_0)} \quad (\text{A4-1})$$

mit T_0 = Oberflächentemperatur und
 ΔT = Temperaturdifferenz innen-außen.

Einsetzen dieser Beziehung in die Gl. (2-10) und (2-11) für n und K ergibt

$$n\left(\frac{r}{r_0}\right) = \frac{n_0 T_0 \ln(1 - \xi_0)}{T_0 \ln(1 - \xi_0) + \Delta T \ln(1 - \xi)} \quad (\text{A4-2})$$

$$K\left(\frac{r}{r_0}\right) = 10^{C_L} (1 - \xi_0) \frac{T_0 (\ln K_0 - 2,3 C_L)}{T_0 \ln(1 - \xi_0) + \Delta T \ln(1 - \xi)} \quad (\text{A4-3})$$

Mit der für dünnwandige Rohre gültigen Beziehung

$$\dot{\epsilon}_v(\xi) \approx \text{const.} = K(\xi) \cdot [\sigma_v(\xi)]^{n(\xi)} \quad (\text{A4-4})$$

$$\text{bzw. } \dot{\epsilon}_v(\xi) \approx K_0 [\sigma_v(0)]^{n_0} \quad (\text{A4-4a})$$

erhält man daraus

$$K_0 [\sigma_v(0)]^{n_0} = 10^{C_L} (1 - \xi_0)^{\frac{T_0 (\ln K_0 - 2,3 C_L)}{T_0 \ln(1 - \xi_0) + \Delta T \ln(1 - \xi)}} \cdot [\sigma_v(\xi)]^{\frac{n_0 T_0 \ln(1 - \xi_0)}{T_0 \ln(1 - \xi_0) + \Delta T \ln(1 - \xi)}} \quad (\text{A4-5})$$

und nach Umformung sowie mit $\sigma_v(0) = \sigma_{v0}$ ergibt sich

$$\sigma_v(\xi) = \sigma_{v0} (1 - \xi)^{\frac{\Delta T}{T_0 \ln(1 - \xi_0)} \left(\frac{\ln K_0 - 2,3 C_L}{n_0} + \ln \sigma_{v0} \right)}$$

oder einfach

$$\sigma_v(\xi) = \sigma_{v0} (1 - \xi)^N, \quad (\text{A4-6})$$

wobei

$$N = \frac{\Delta T}{T_0 \ln(1 - \xi_0)} \left(\frac{\ln K_0 - 2,3 C_L}{n_0} + \ln \sigma_{v0} \right) \quad (\text{A4-7})$$

eine Konstante ist.

Wegen

$$\sigma_v = \sigma_t - \sigma_r$$

und mit

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\sigma_t - \sigma_r}{r} \quad (\text{A4-6})$$

sowie

$$r = r_a (1 - \xi)$$

folgt die Radialspannung daraus zu

$$\sigma_r(\xi) = -\sigma_{v0} \int (1 - \xi)^{N-1} d\xi + \text{const.}$$

Berücksichtigung der Randbedingung

$$\sigma_r(0) = 0 \quad (\text{A4-8})$$

ergibt schließlich

$$\sigma_r(\xi) = \frac{\sigma_{v0}}{N} [(1-\xi)^N - 1]. \quad (\text{A4-9})$$

Weiterhin erhält man direkt

$$\sigma_t(\xi) = \sigma_v + \sigma_r = \sigma_{v0} [(1-\xi)^N \cdot (1 + \frac{1}{N}) - \frac{1}{N}] \quad (\text{A4-10})$$

und

$$\sigma_a(\xi) = \frac{\sigma_t + \sigma_r}{2} = \sigma_{v0} [(1-\xi)^N \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{N}) - \frac{1}{N}]. \quad (\text{A4-11})$$

Der Zusammenhang mit dem Innendruck p ist gegeben durch die Randbedingung

$$\sigma_r(\xi_0) = -p,$$

woraus die Beziehung

$$p = \frac{\sigma_{v0}}{N} [1 - (1-\xi_0)^N] \quad (\text{A4-12})$$

folgt.

Da σ_{v0} nach (A4-7) auch in N enthalten ist, stößt eine direkte Auflösung nach dieser Größe auf Schwierigkeiten, da praktisch eine Iteration durchgeführt werden muß.

Nach Möglichkeit wird daher stets von σ_{v0} ausgegangen und daraus p ermittelt.

A5. Erläuterungen zum Digitalprogramm für die Berechnung von Innendruck und Spaltgasraum.

A5.1 Ein- und Ausgabe

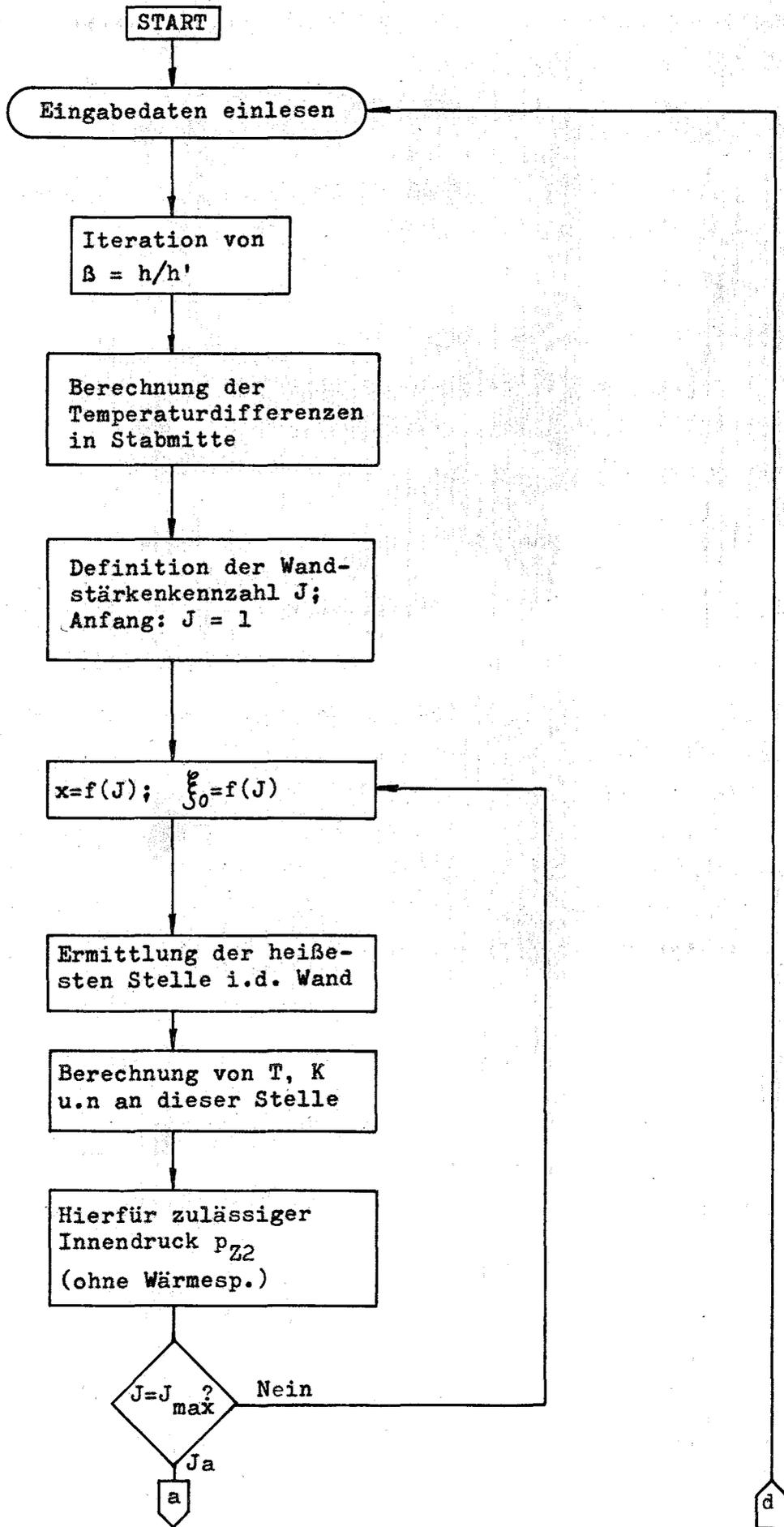
Das Programm verwendet insgesamt 40 Eingabegrößen. Sie lassen sich in folgende Kategorien einteilen:

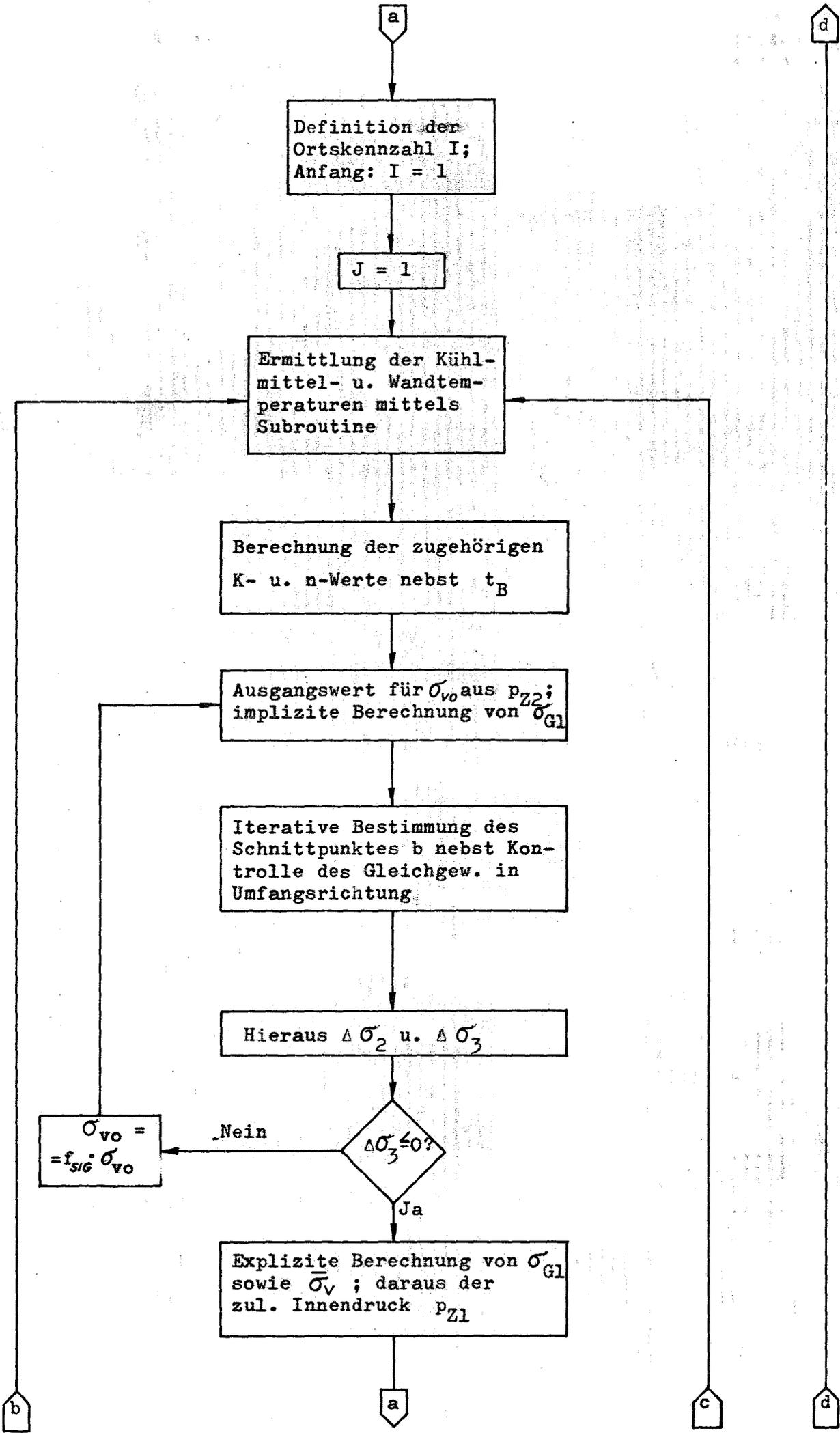
- a) Materialdaten
- b) Temperatur- und Leistungsangaben
- c) Informationen zur Programmsteuerung
(Bereichsgrenzen, Schrittzahlen etc.)
- d) Angaben über Betriebsweise
- e) Abbranddaten

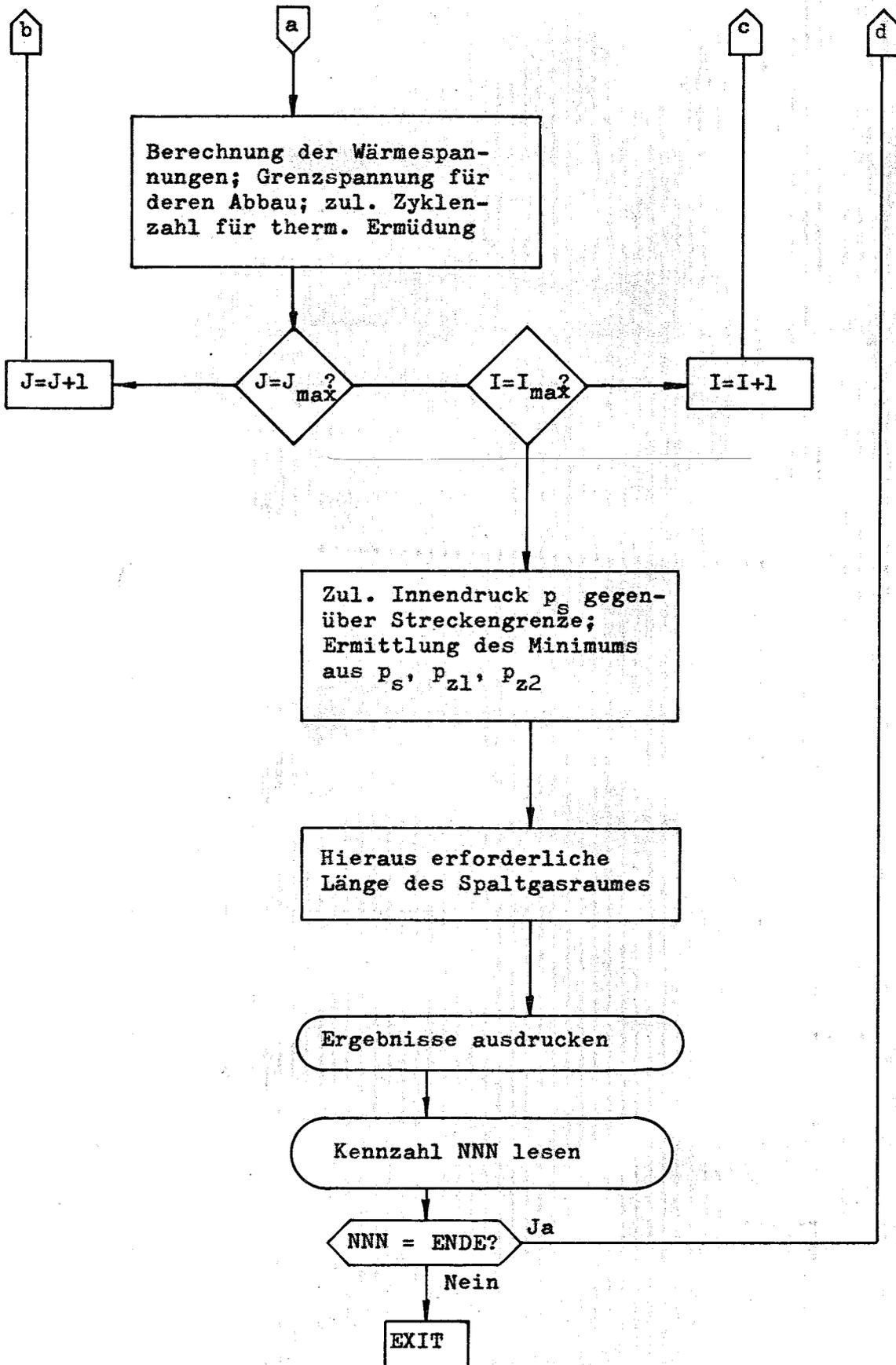
Es können beliebig viele Eingabedatensätze in einem Lauf gerechnet werden.

Ausgedruckt werden für jede Wandstärkenstufe außer dem zulässigen Spaltgasdruck und der benötigten Länge des Reservoirs auch noch die Kühlmittel- und Wandtemperaturen, die Grenzspannungen σ_{G1} (innen und außen) und σ_{G2} , die Lage des Schnittpunktes b (Abb. 16), die zulässige Zyklenzahl, die dimensionslose Wandstärke ξ_0 und die zulässigen Innendrucke nach den beiden anderen Kriterien (Streckgrenze bzw. Kriechen unter reinem Innendruck).

A5.2 Flußdiagramm







Literatur

- [1_] K.M.Horst,
Fast Oxide Breeder-Stress Considerations
in Fuel Rod Design,
GEAP - 3347 (1960)
- [2_] Liquid Metal Fast Breeder Reactor Design Study
(1000 MWe UO_2 - PuO_2 Fuelled Plant), Proj. Engr.
M.J. McNelly, GEAP - 4418 (Jan. 1964)
- [3_] D.R.Miller,
Thermal-Stress Ratchet Mechanism in Pressure Vessels,
Trans. ASME, Journal of Basic Engineering, June 1959, 190-196
- [4_] J.Bree,
Elastic-Plastic Deformation of a Long Hollow Cylinder
Under Thermal Cycling and Internal Pressure,
TRG Report 790 (D) (1964)
- [5_] L.F.Coffin, Jr.,
The Stability of Metals Under Cyclic Plastic Strain,
RL - 2137 (Nov. 1958)
- [6_] L.F.Coffin, R.J.Fritz,
Thermal Stress and Thermal Stress Fatigue,
Liquid Metals Handbook, TID - 5277
- [7_] L.F.Coffin, P.R.Shepler, G.S.Cherniak,
Primary Creep in the Design of Internal Pressure Vessels,
Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics 16 (1949), 229-241
- [8_] E.M.Smith,
Creep Design of Thick Tubes Subjected to Internal Pressure,
KFZ Karlsruhe, IRB Research Report, 1962
- [9_] J.F.Besseling,
Investigation of Transient Creep in Thick-walled Tubes
under Axially Symmetric Loading,
IUTAM Colloquium on Creep in Structures, Stanford 1960,
Proc. Berlin: Springer 1962

- [10] A.Mendelson, M.H.Hirschberg, S.S.Manson,
A General Approach to the Practical Solution of Creep Problems,
Trans. ASME, Journal of Basic Engineering, Dec. 1959, 585-598
- [11] H.Poritsky, F.A.Fend,
Relief of Thermal Stresses Through Creep,
Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, Dec. 1958, 589-597
- [12] J.P. Yalch, J.E.McConnelee,
Plain Strain Creep and Plastic Deformation Analysis of a
Composite Tube,
Nucl. Engrg. and Design, Feb. 1967, 52-62
- [13] F.K.G.Odqvist, J.Hult,
Kriechfestigkeit metallischer Werkstoffe,
Springer 1962
- [14] J.Finnie, W.R.Heller,
Creep of Engineering Materials, McGraw-Hill 1959
- [15] C.R.Kennedy, W.O.Harms, D.A.Douglas,
Multiaxial Creep Studies on Inconel at 1500 F,
Trans. ASME, Journal of Basic Engrg., Dec. 1959, 599-609
- [16] F.R.Larson, J.Miller,
A Time-Temperature Relationship for Rupture and Creep Stresses,
Trans. ASME, July 1952, 765-775
- [17] I.M.Ryshik, I.S.Gradstein,
Summen-, Produkt- und Integral-Tafeln, Berlin: VEB Dtsch.
Verl. d. Wiss. 1957
- [18] H.Beißwenger et.al.,
Die Entwicklung von Brennelementen schneller Brutreaktoren,
KFK 700 (EUR 3713 d), Dez. 1967
- [19] I.P.Bell, J.Standring et.al.,
The Effects of Irradiation on the High Temperature Properties
of Austenitic Steels and a Precipitation Hardened Nickel Alloy,
AED-Conf. 1966, 198-20

- [20] H.Böhm, H.J.Hauck, H.J.Laue,
Multiaxial In-Reactor Stress Rupture Strains of Austenitic
Stainless Steels and a Nickel Alloy,
Int.Symp. on Effects of Radiation on Struct. Metals,
San Francisco, June 1968
- [21] J.F.W.Bishop, et.al.,
Design and Development of Fuel and Fuel Elements for
Prototype Fast Reactor,
BNES, London Conf. on Fast Breeder Reactors, 1966, 4B/1
- [22] K.Gast, E.G.Schlechtendahl,
Schneller Natriumgekühlter Reaktor Na 2,
KFK 660 (EUR 3706 d), Okt. 1967
- [23] K.Kummerer, G.Karsten,
Some Results on the Development of a Fast Reactor Fuel Element,
KFK 575, April 1967
- [24] H.Lawton et.al.,
The Irradiation Behaviour of Plutonium-Bearing Ceramic Fuel Pins,
BNES, London Conf. on Fast Breeder Reactors, 1966, 4B/4
- [25] R.E.Skavdahl, C.N.Spalaris, E.L.Zebroski,
U.S. Experience on Irradiation Performance of UO_2 - PuO_2
Fast Reactor Fuel, Paper Prepared for Nuclear Metallurgy
Symposium, Am.Inst. of Mining Metall. and Petr. Engr.,
Phoenix, Arizona, Oct. 1967
- [26] S.Timoshenko, J.N.Goodier,
Theory of Elasticity, 2nd Ed., Int. Student Edition,
McGraw-Hill 1951

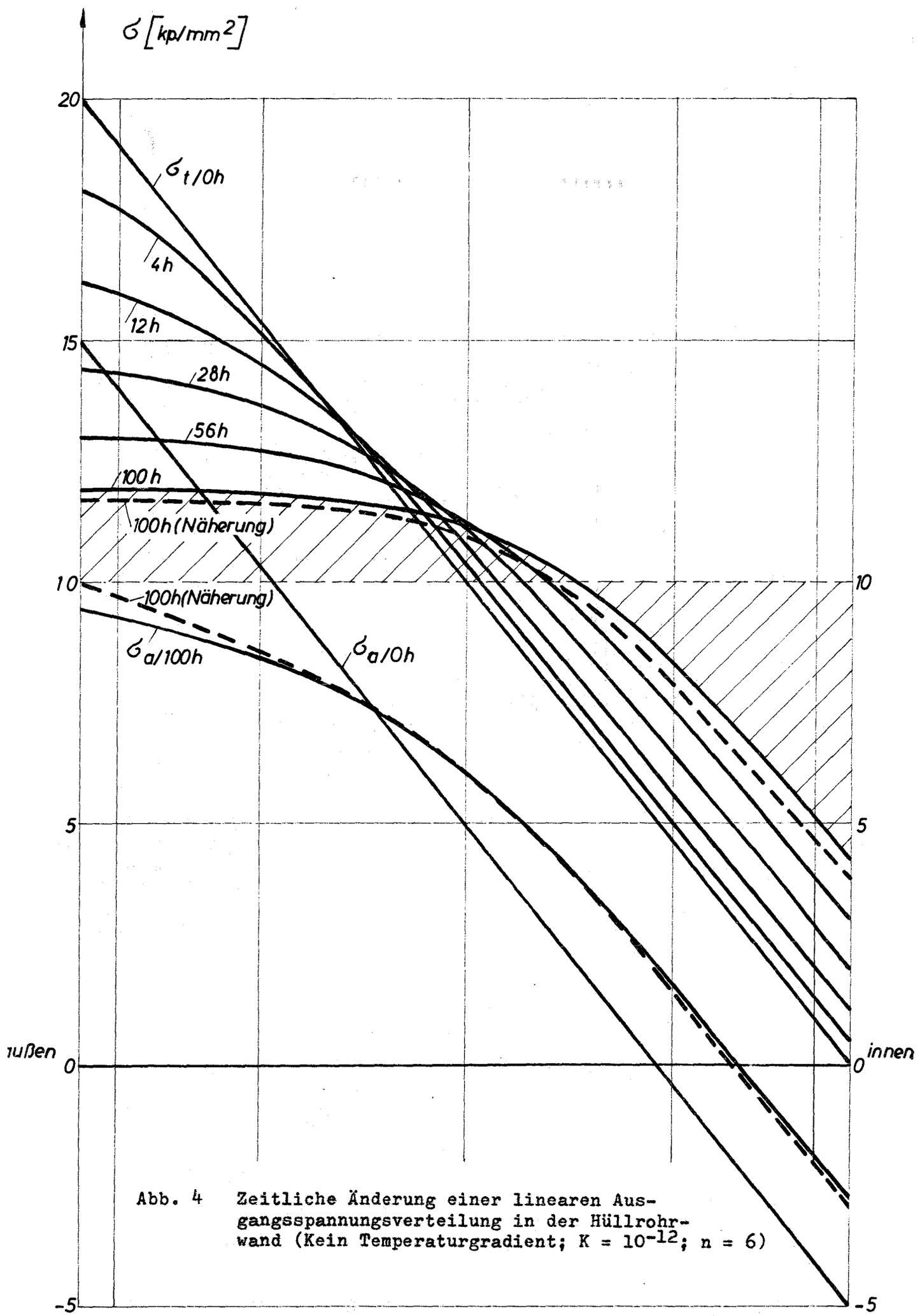


Abb. 4 Zeitliche Änderung einer linearen Ausgangsspannungsverteilung in der Hüllrohrwand (Kein Temperaturgradient; $K = 10^{-12}$; $n = 6$)

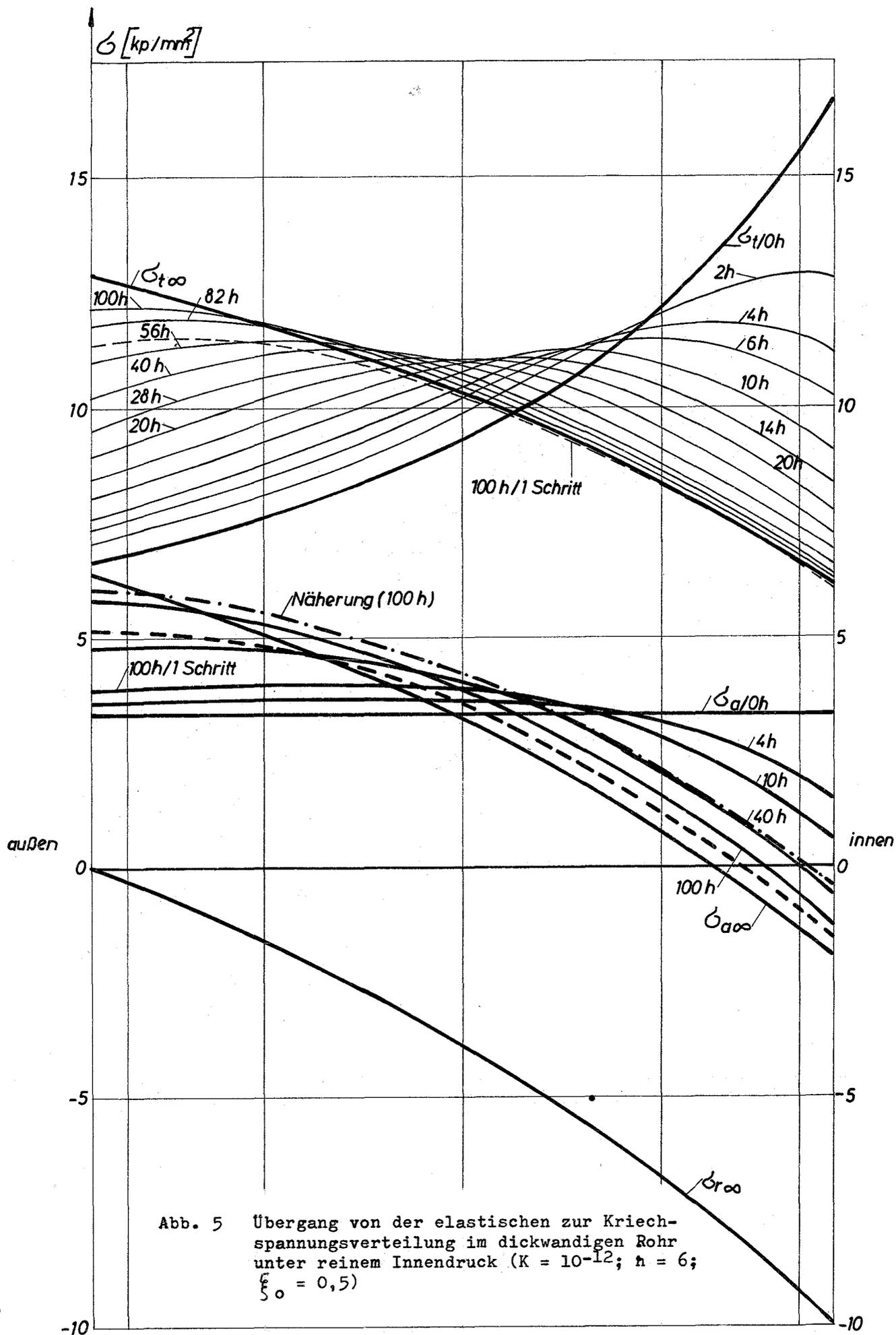


Abb. 5 Übergang von der elastischen zur Kriechspannungsverteilung im dickwandigen Rohr unter reinem Innendruck ($K = 10^{-12}$; $n = 6$; $\xi_0 = 0,5$)

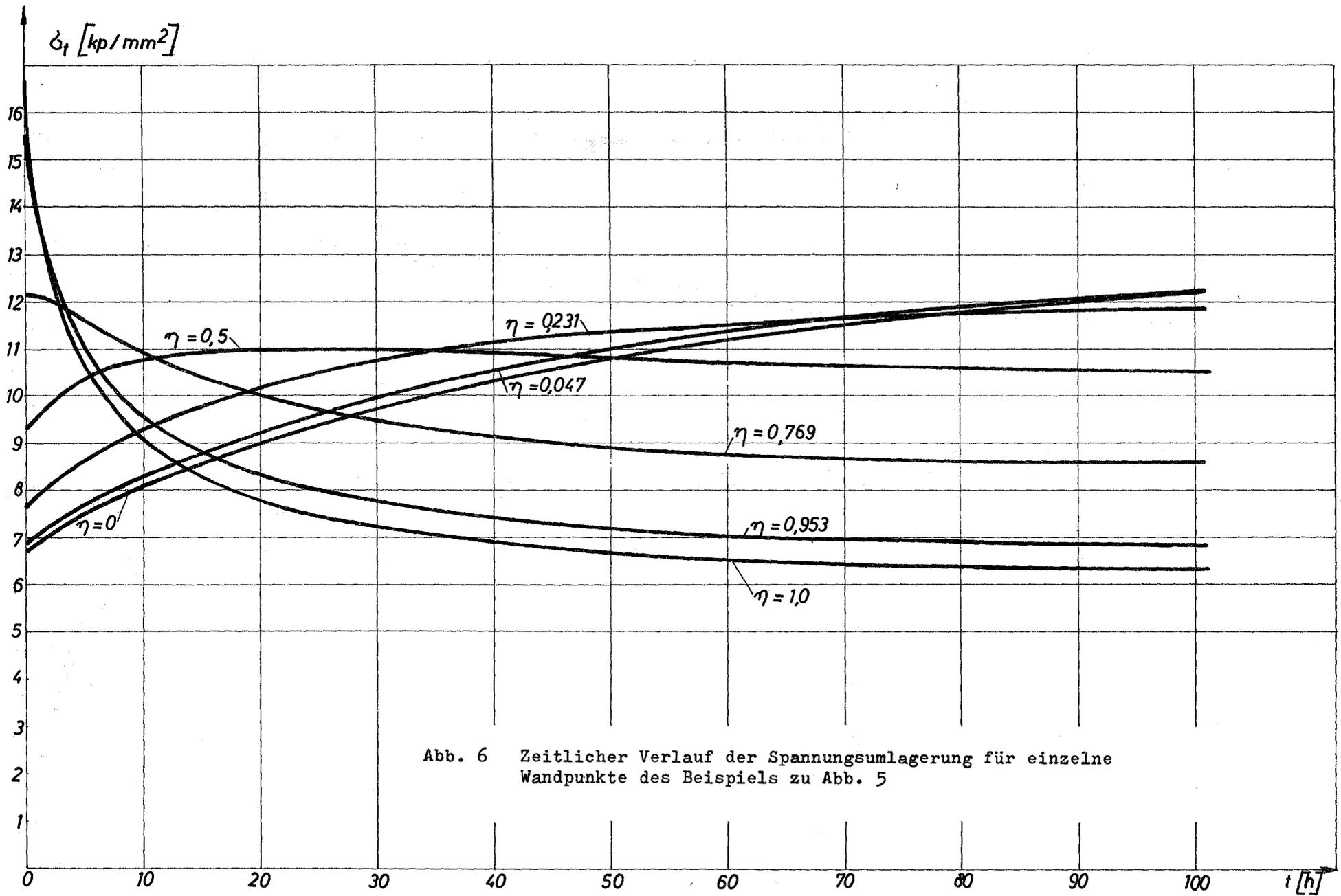


Abb. 6 Zeitlicher Verlauf der Spannungumlagerung für einzelne Wandpunkte des Beispiels zu Abb. 5

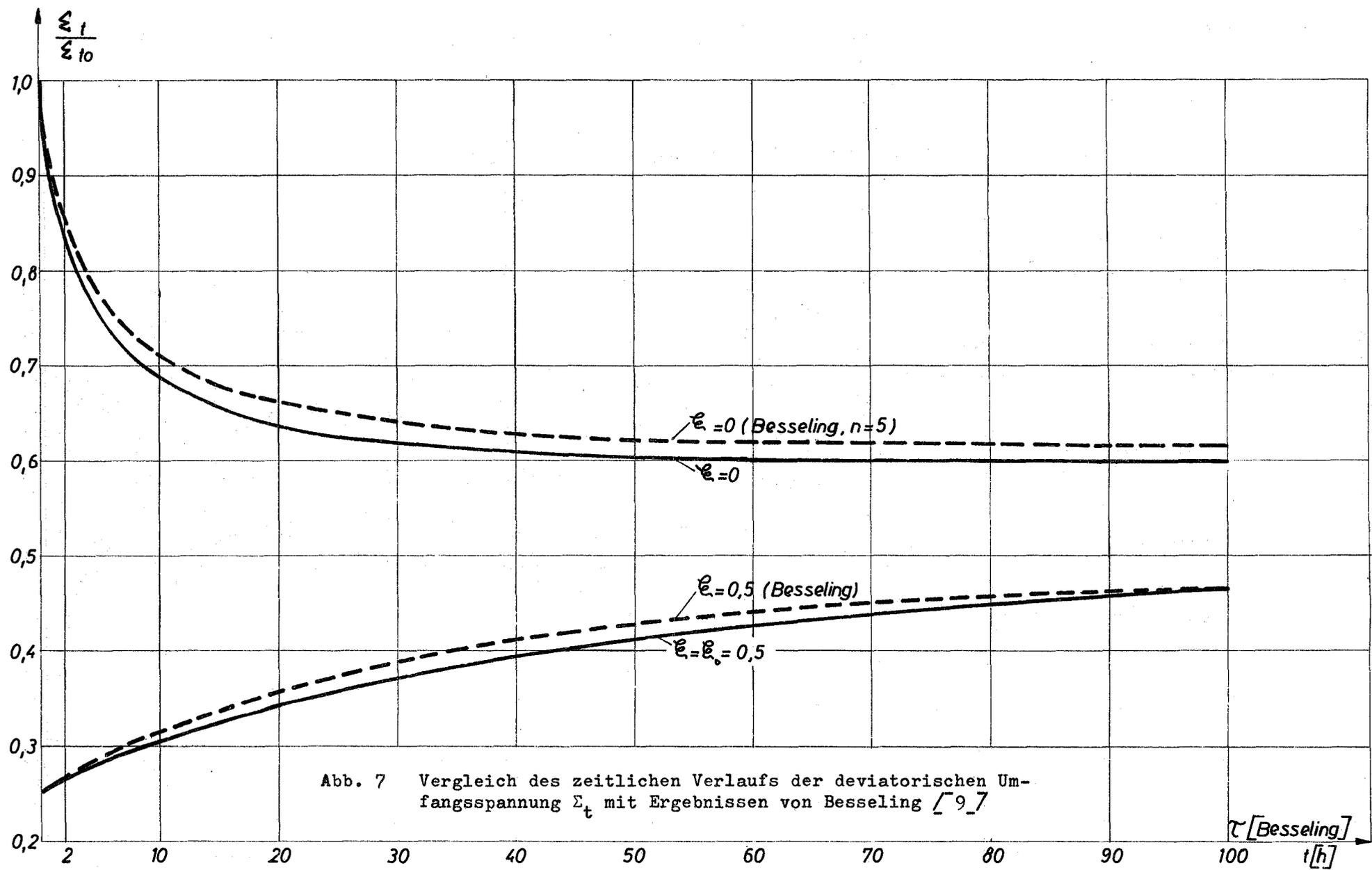


Abb. 7 Vergleich des zeitlichen Verlaufs der deviatorischen Umfangsspannung Σ_t mit Ergebnissen von Besseling [9,7]

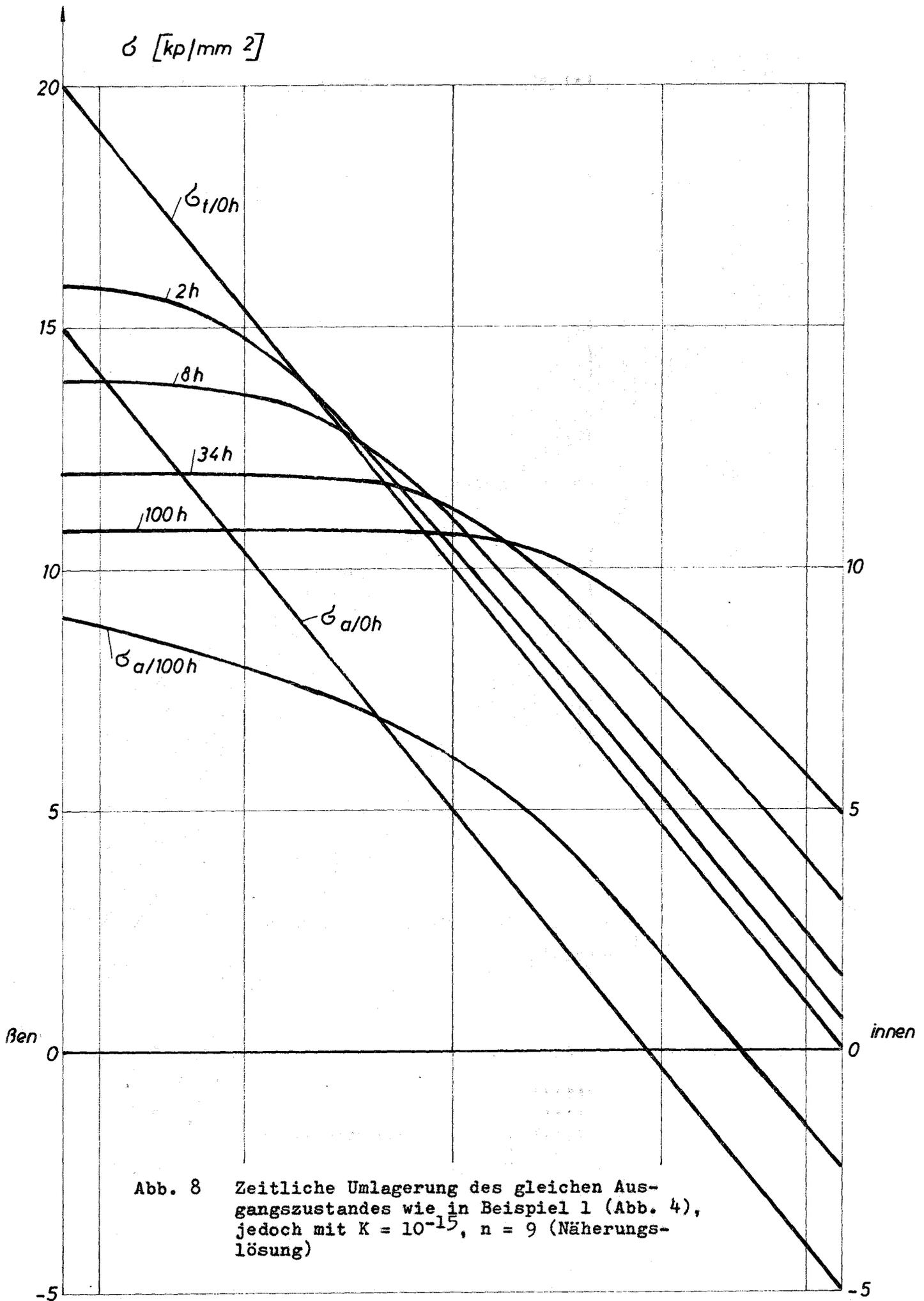


Abb. 8 Zeitliche Umlagerung des gleichen Ausgangszustandes wie in Beispiel 1 (Abb. 4), jedoch mit $K = 10^{-15}$, $n = 9$ (Näherungslösung)

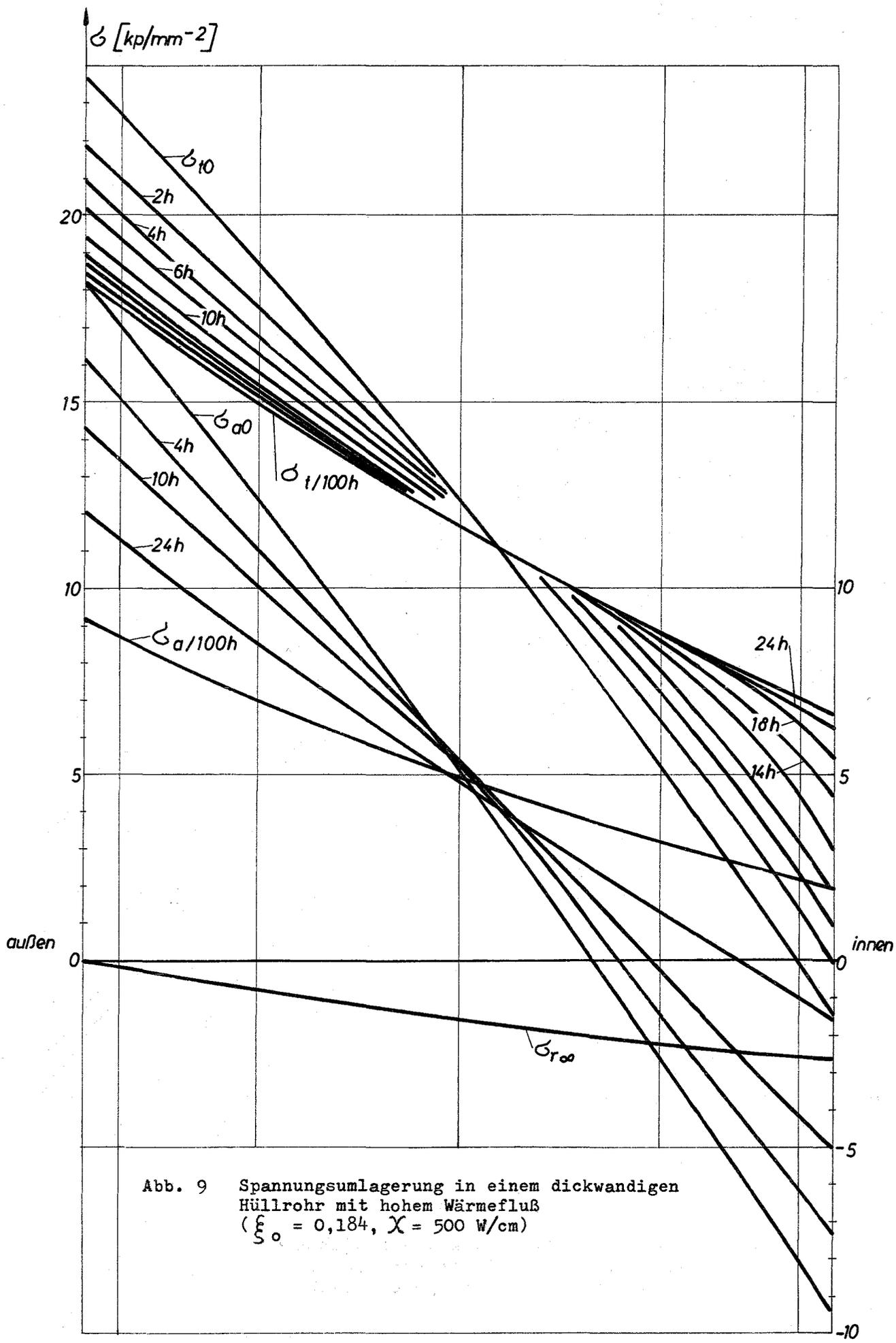
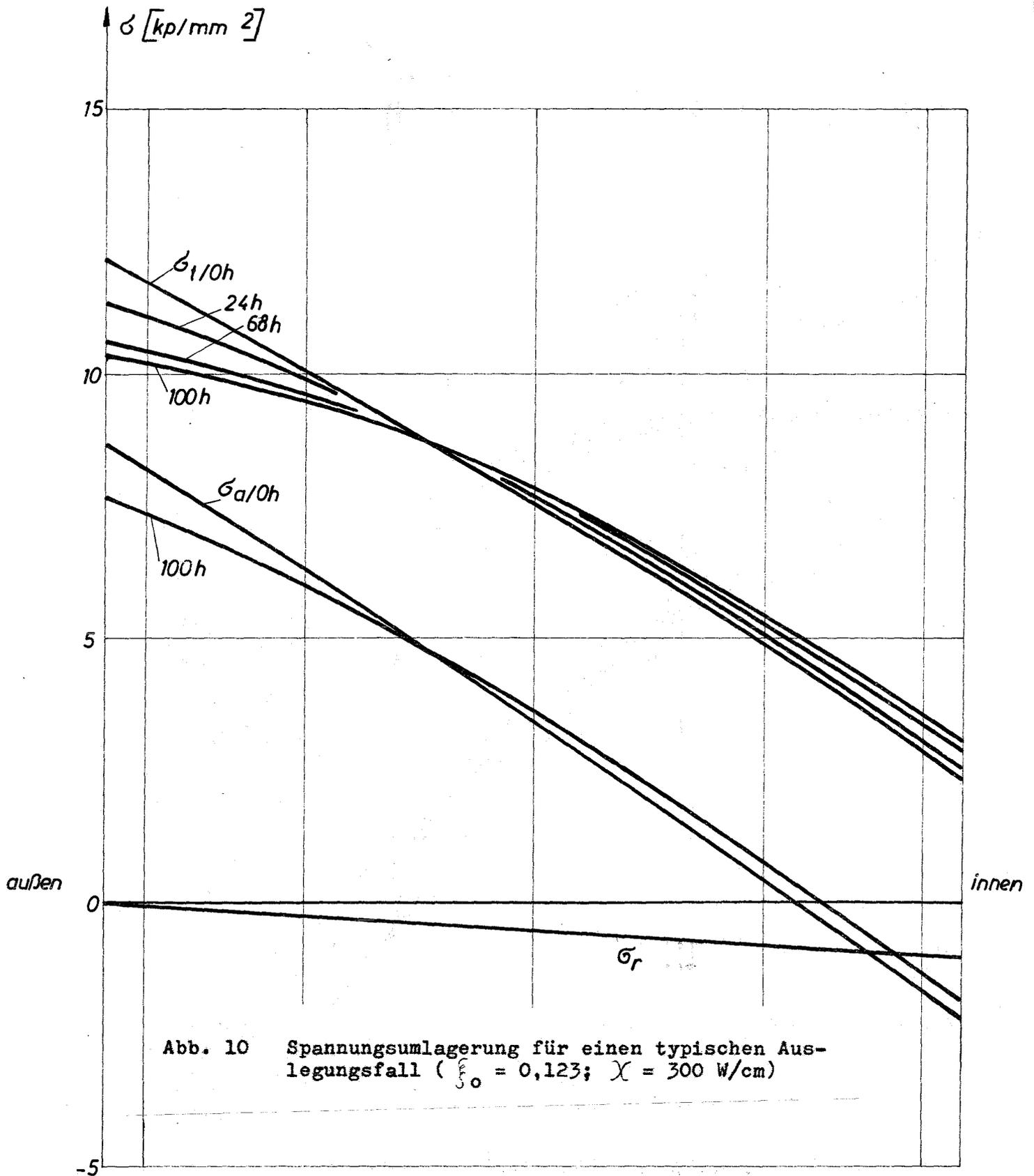


Abb. 9 Spannungumlagerung in einem dickwandigen Hüllrohr mit hohem Wärmefluß ($\xi_0 = 0,184, \chi = 500 \text{ W/cm}$)



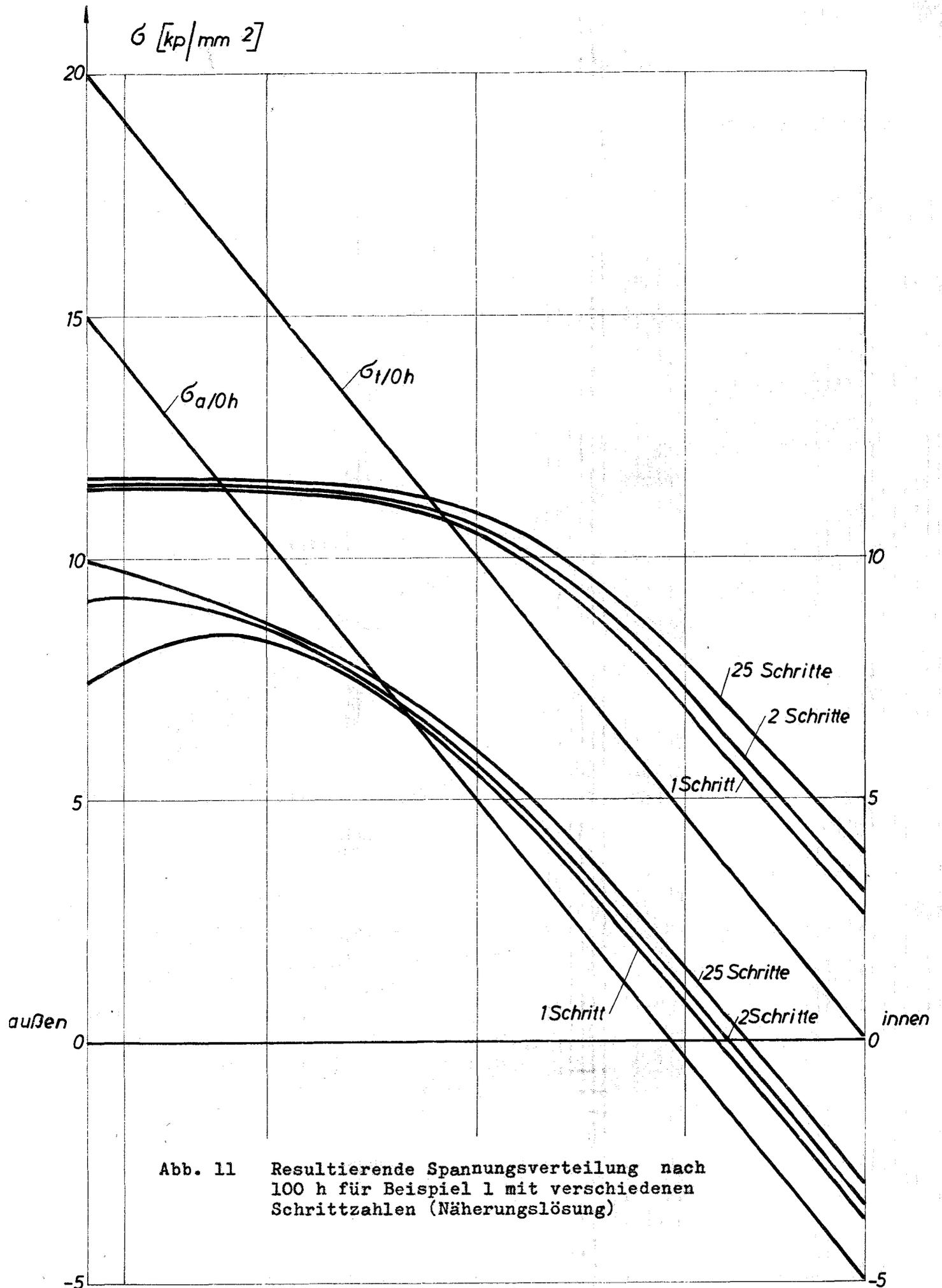


Abb. 11 Resultierende Spannungsverteilung nach 100 h für Beispiel 1 mit verschiedenen Schrittzahlen (Näherungslösung)

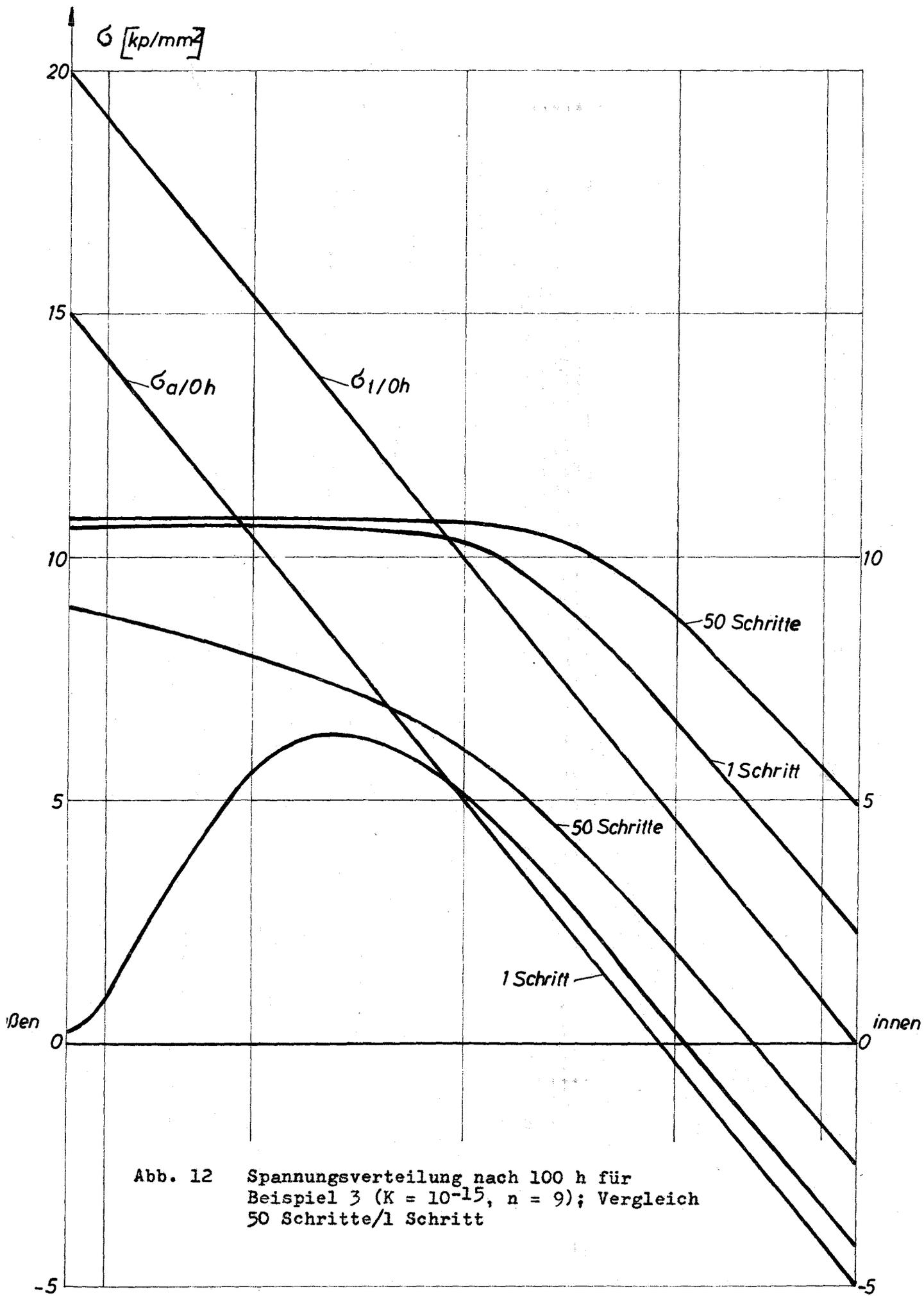


Abb. 12 Spannungsverteilung nach 100 h für
 Beispiel 3 ($K = 10^{-15}$, $n = 9$); Vergleich
 50 Schritte/1 Schritt

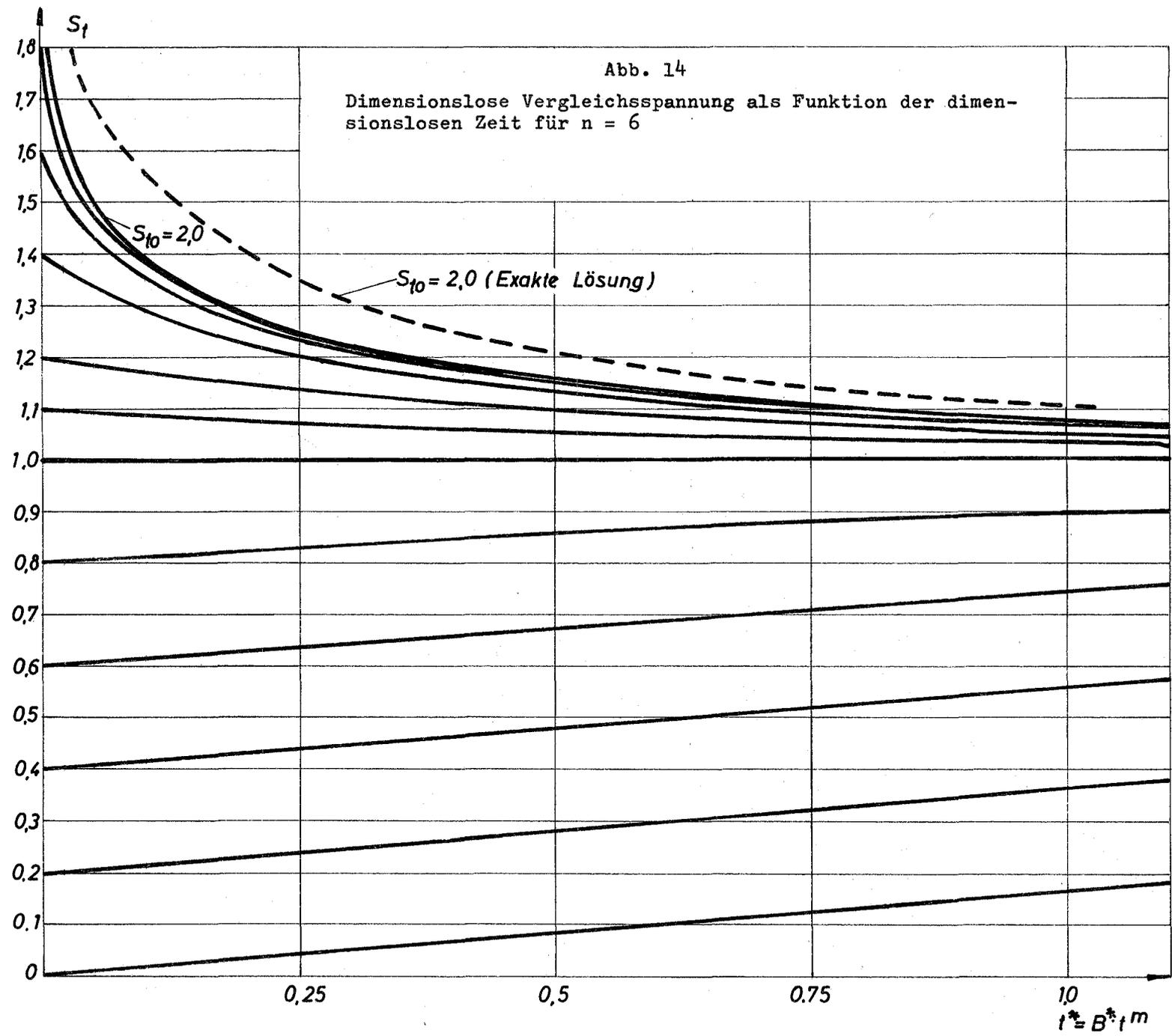
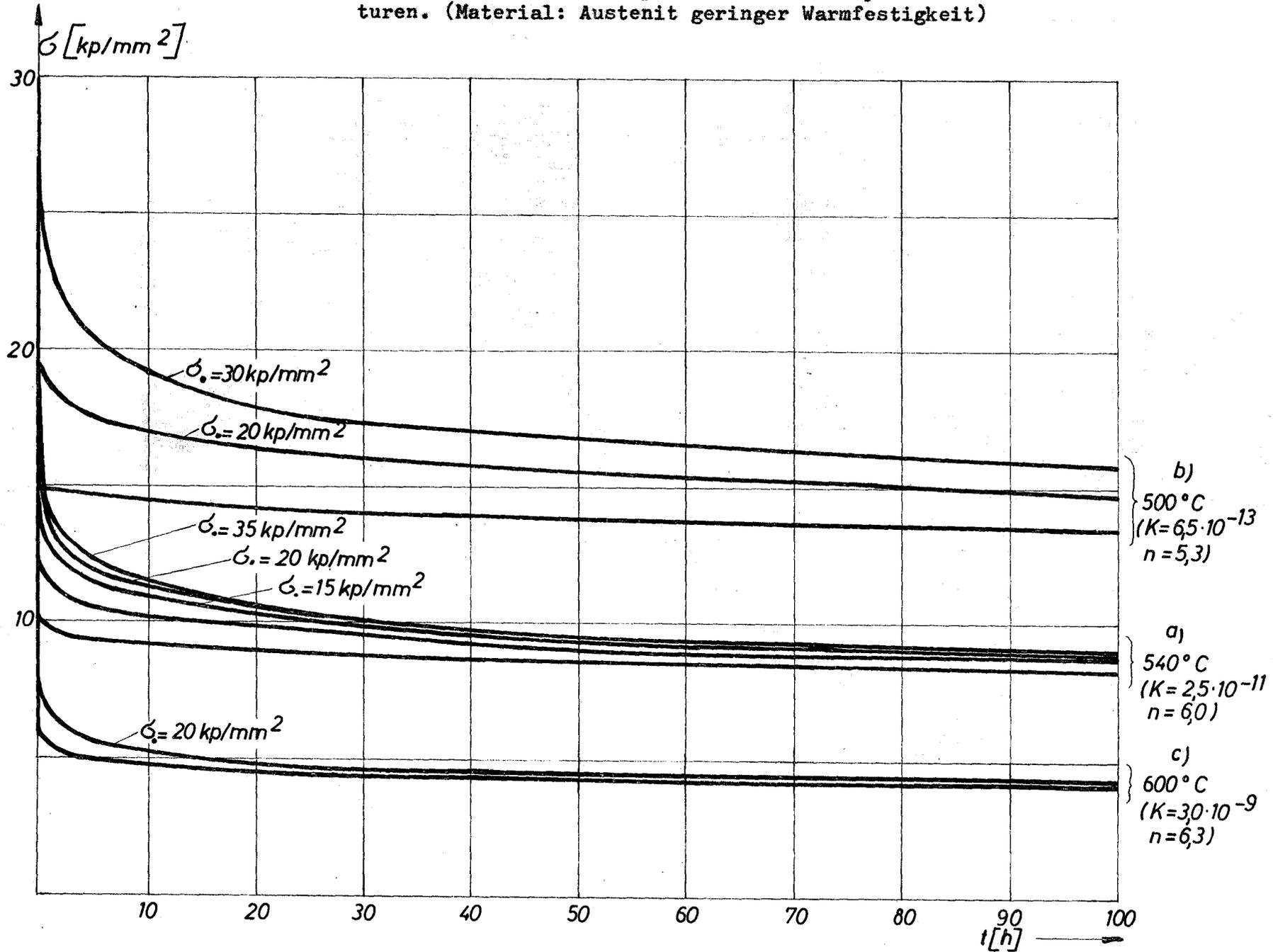


Abb. 15 Abbau von Wärmespannungen als Funktion der Zeit für verschiedene Kriechparameter bzw. Temperaturen. (Material: Austenit geringer Warmfestigkeit)



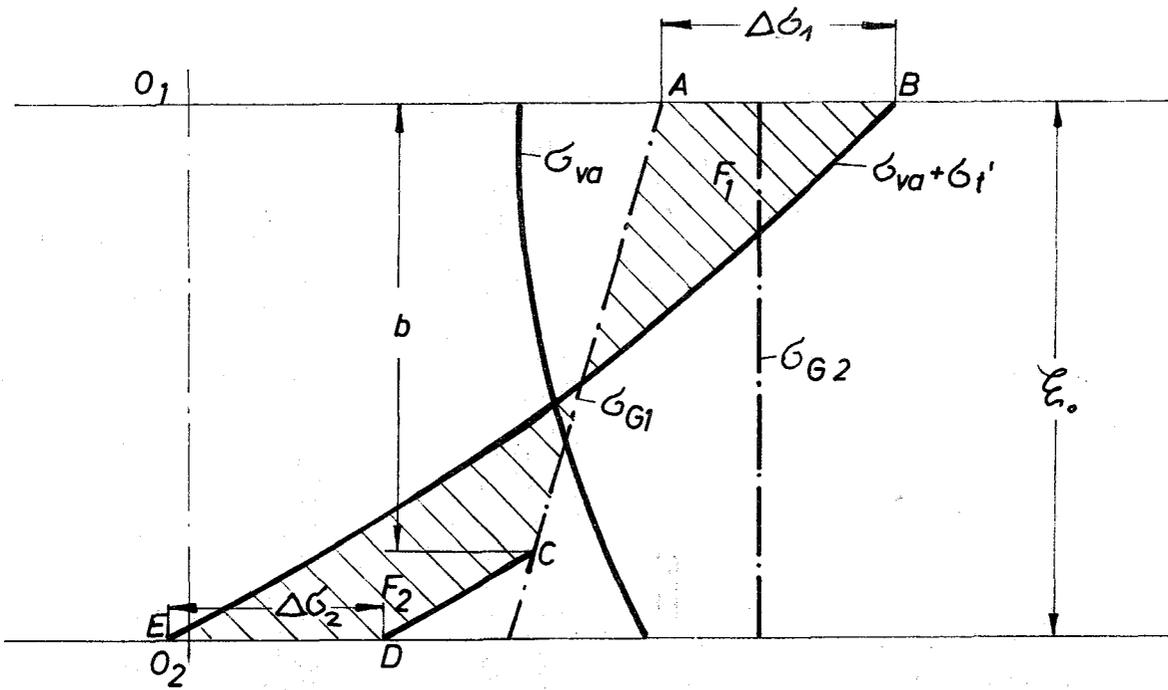


Abb.16 | (1.Phase)

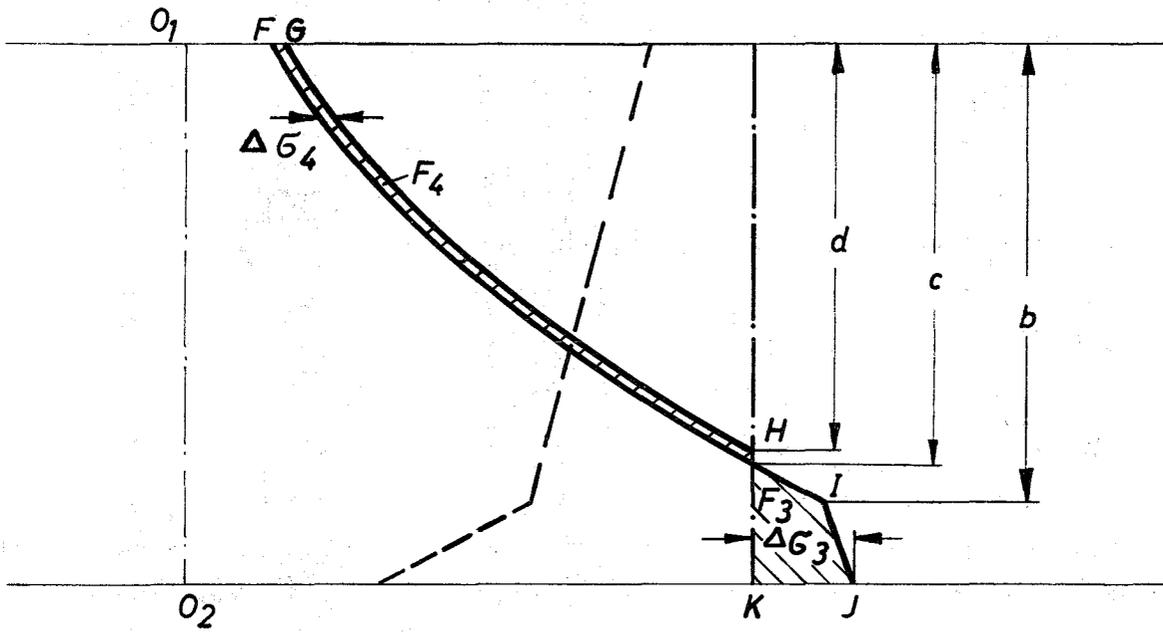


Abb.17 | (2.Phase)

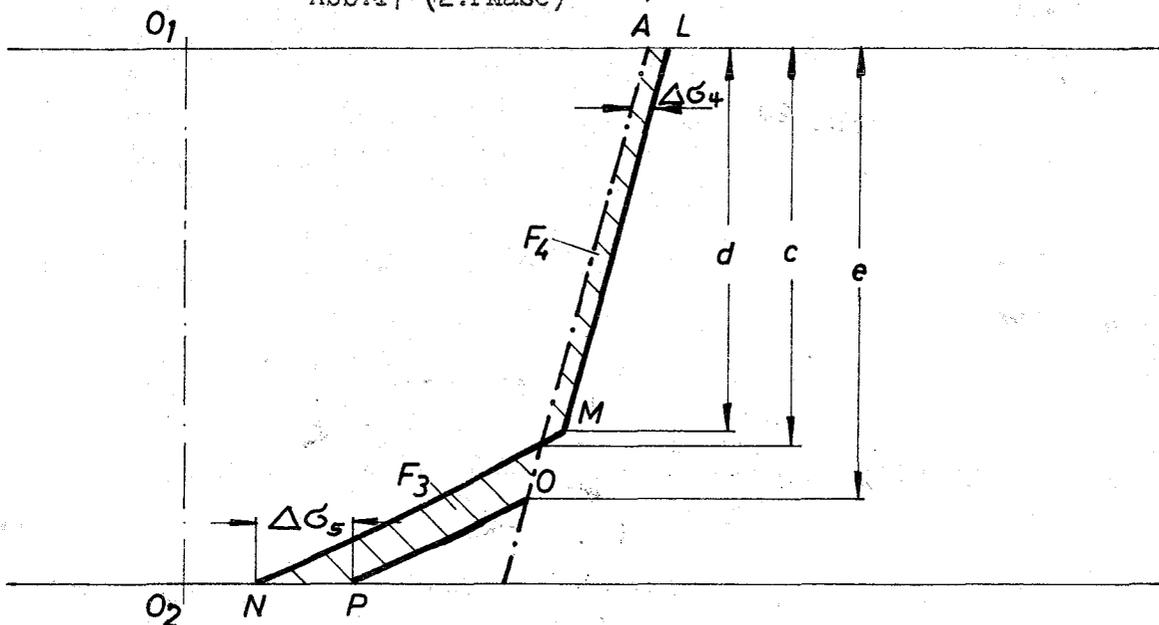


Abb.18 | (3.Phase)

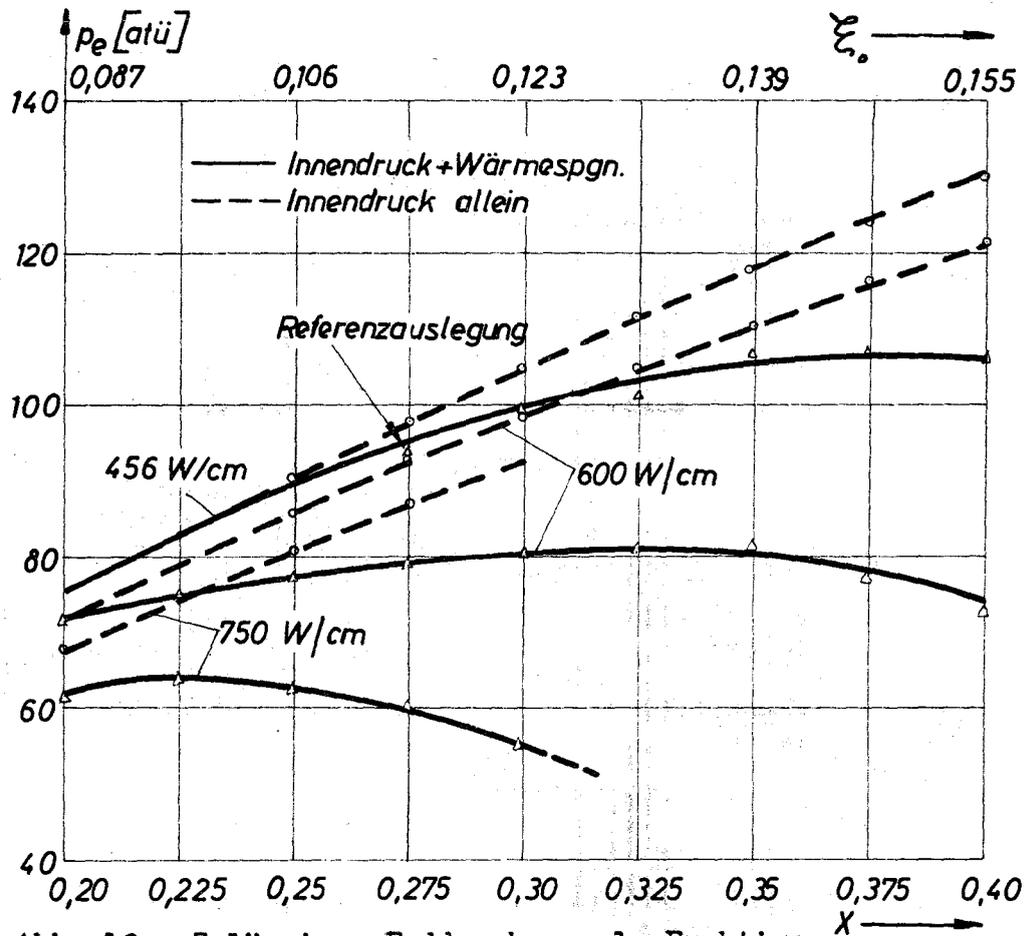


Abb. 19 Zulässiger Enddruck p_e als Funktion der relativen Wandstärke für verschiedene Stableistungen χ_{max} ($K = 10^{-12}$, $n = 6$ bei 650°C ; $\epsilon_{tK} = 0,1\%$)

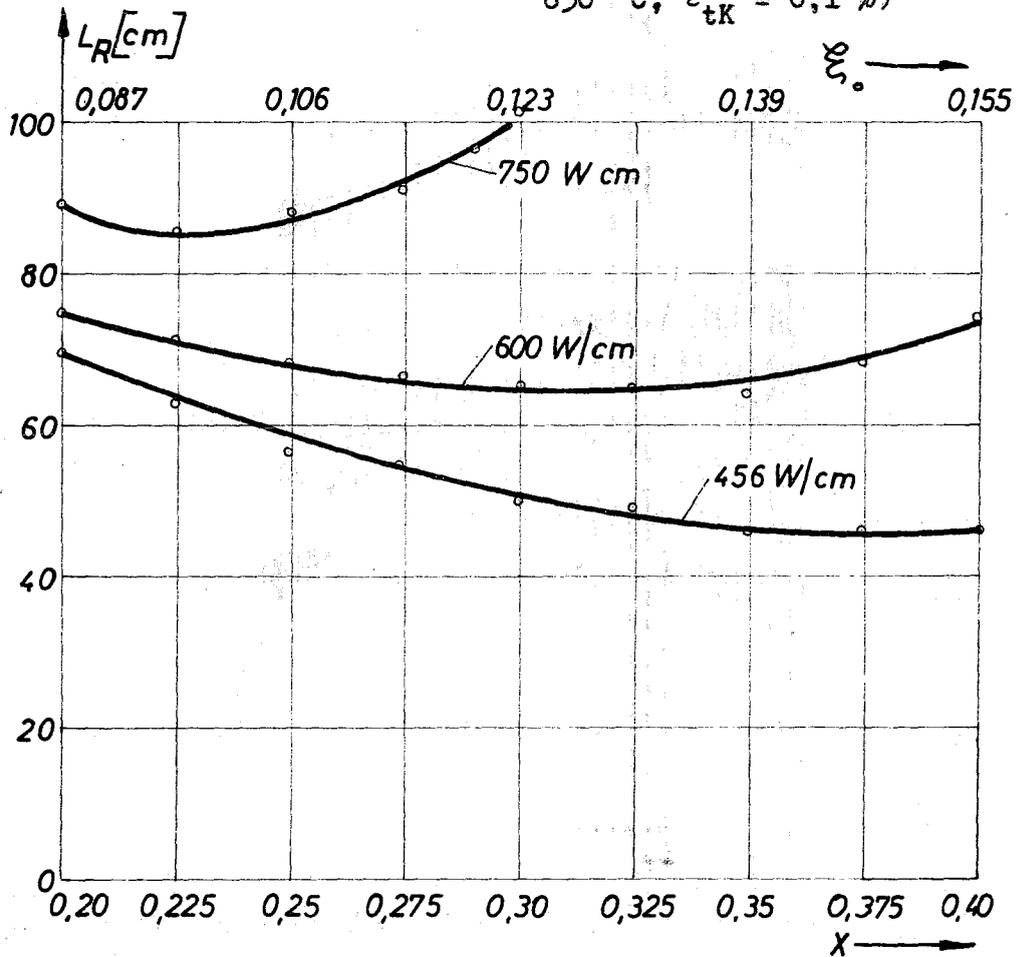


Abb. 20 Zugehörige Mindestlänge L_R des erforderlichen Spaltgasraumes

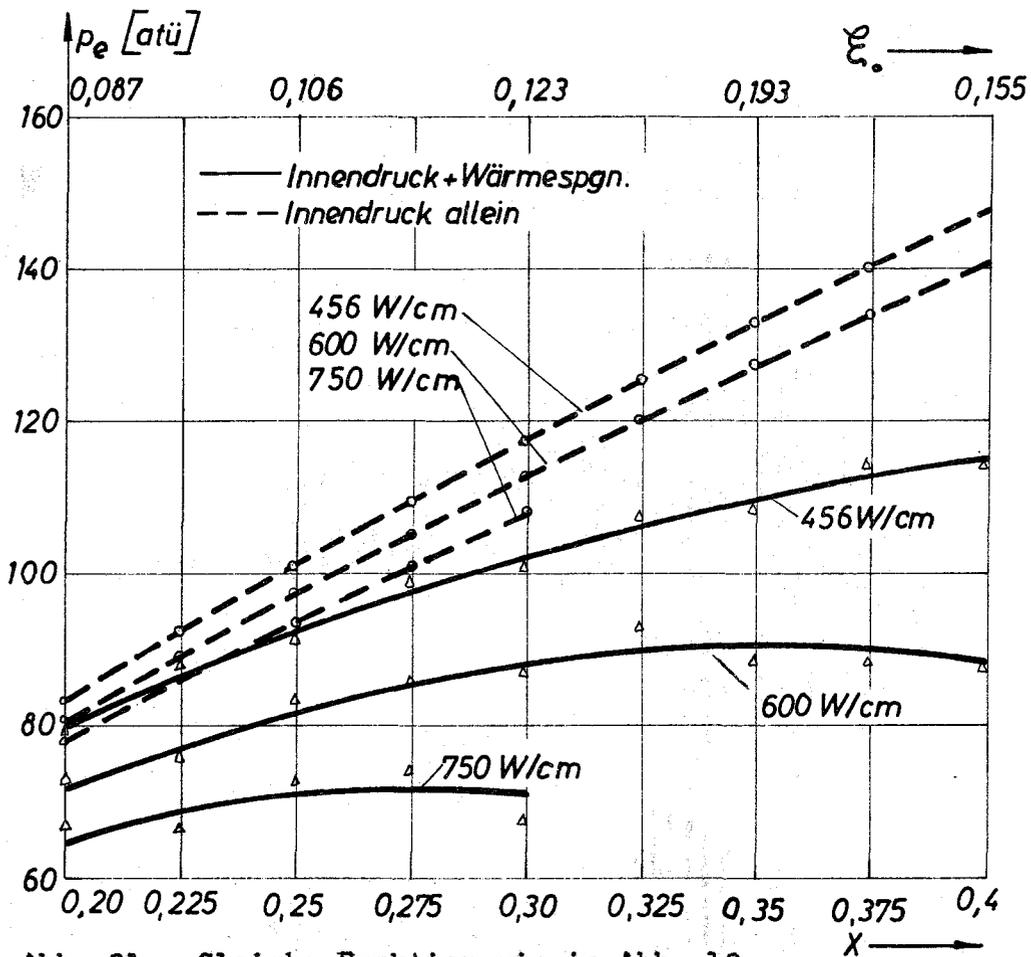


Abb. 21 Gleiche Funktion wie in Abb. 19, jedoch andere Kriechparameter ($K = 10^{-15}$, $n = 9$ bei 650°C)

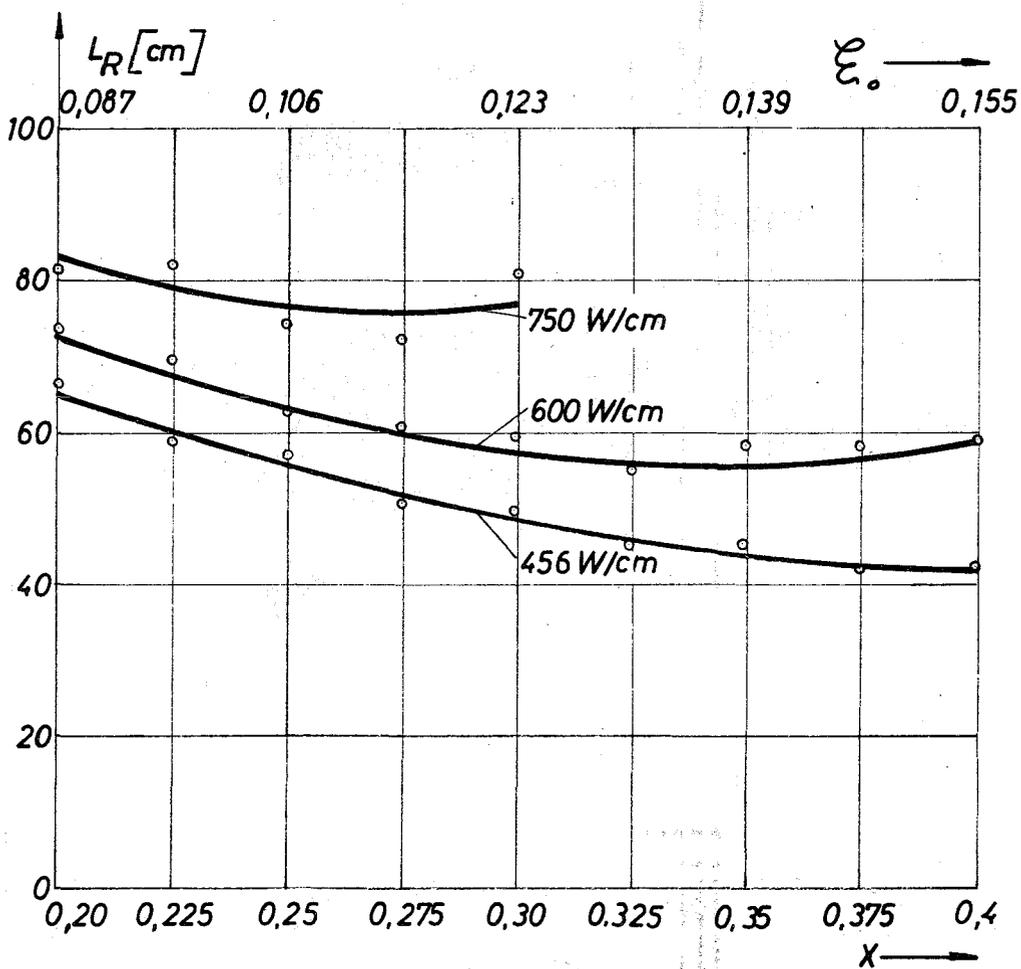


Abb. 22 Entsprechender Verlauf der Gasraumlänge L_R

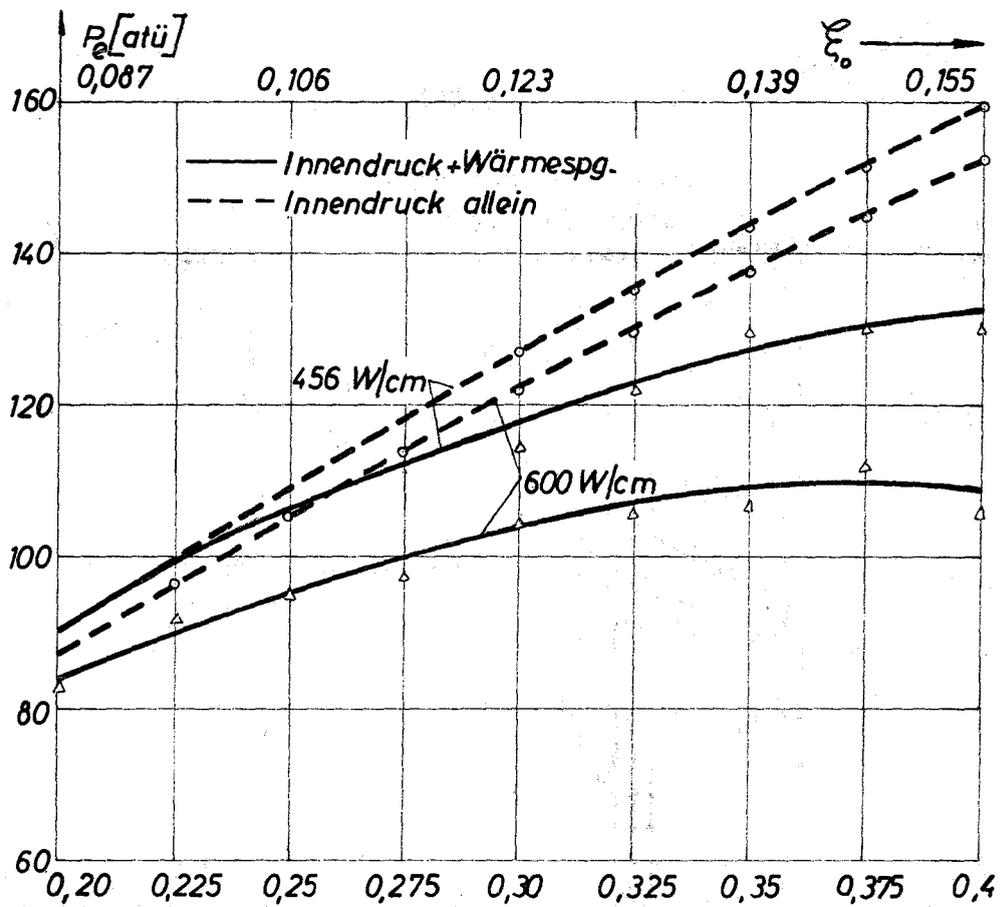


Abb. 23 Verhältnisse wie in Abb. 21
 ($n = 9$), jedoch zul. Kriechdehnung
 verdoppelt ($\epsilon_{tK} = 0,2 \%$)

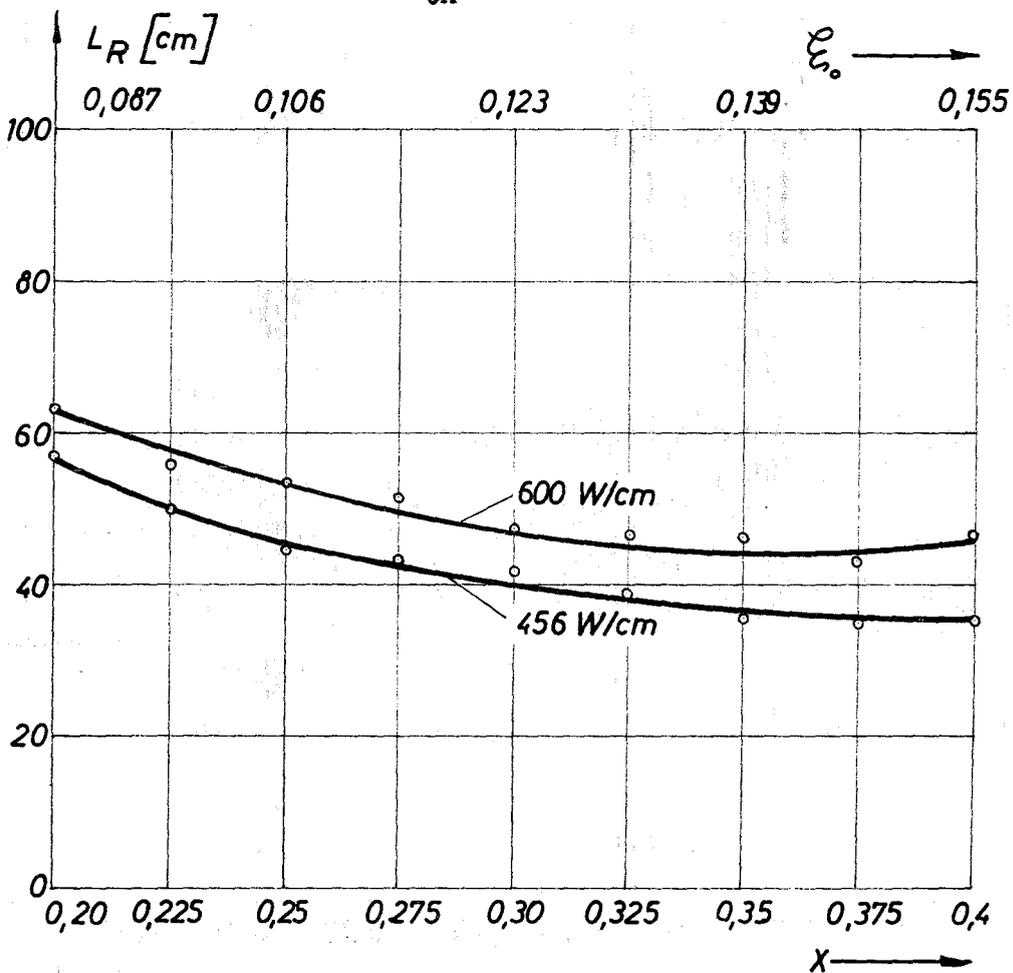


Abb. 24 Erforderliche Gasraumlänge hierzu

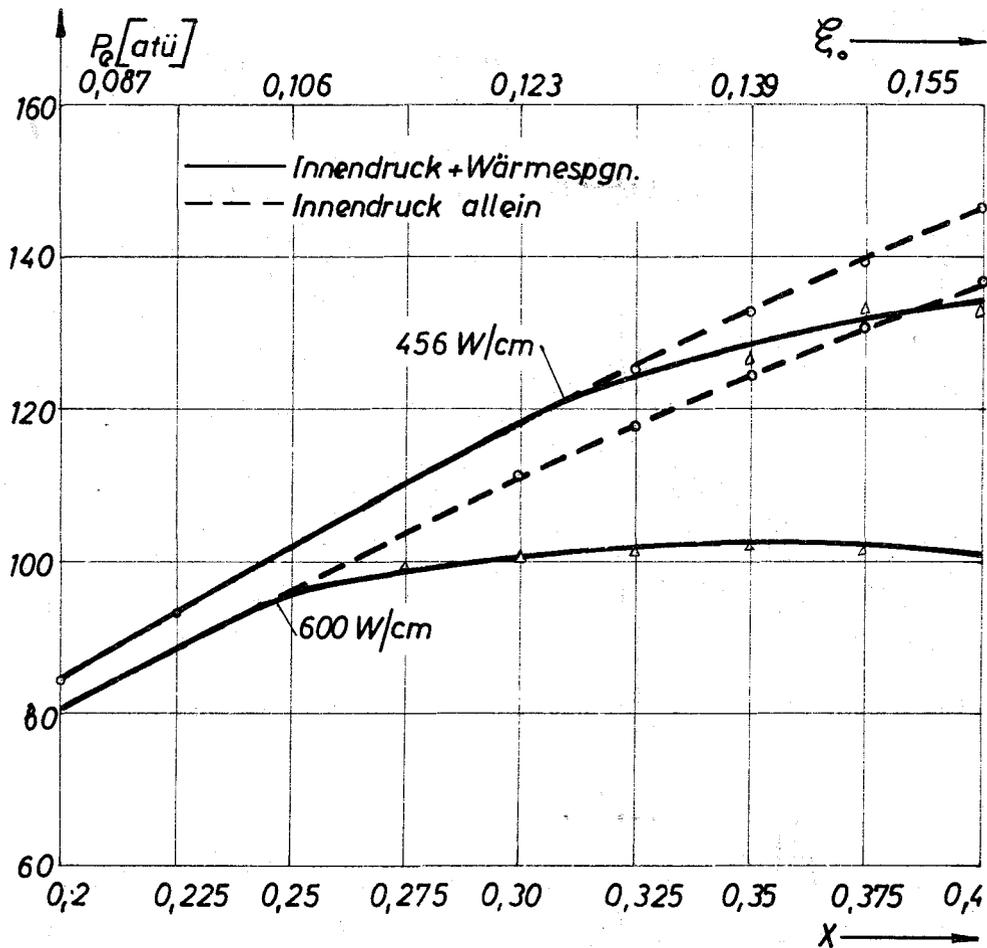


Abb. 23a Verhältnisse wie in Abb. 19 ($n = 6$), jedoch zul. Kriechdehnung verdoppelt ($\epsilon_{tK} = 0,2\%$)

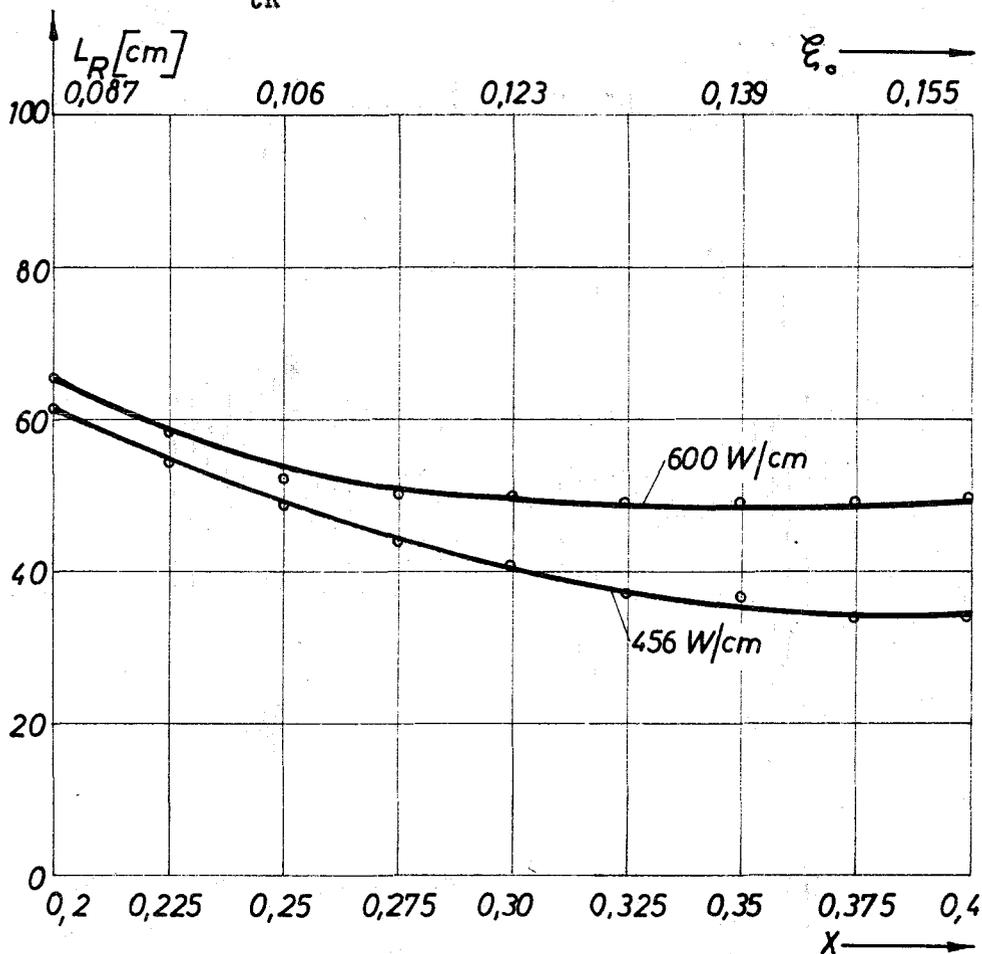


Abb. 24a Erforderliche Gasraumlänge hierzu

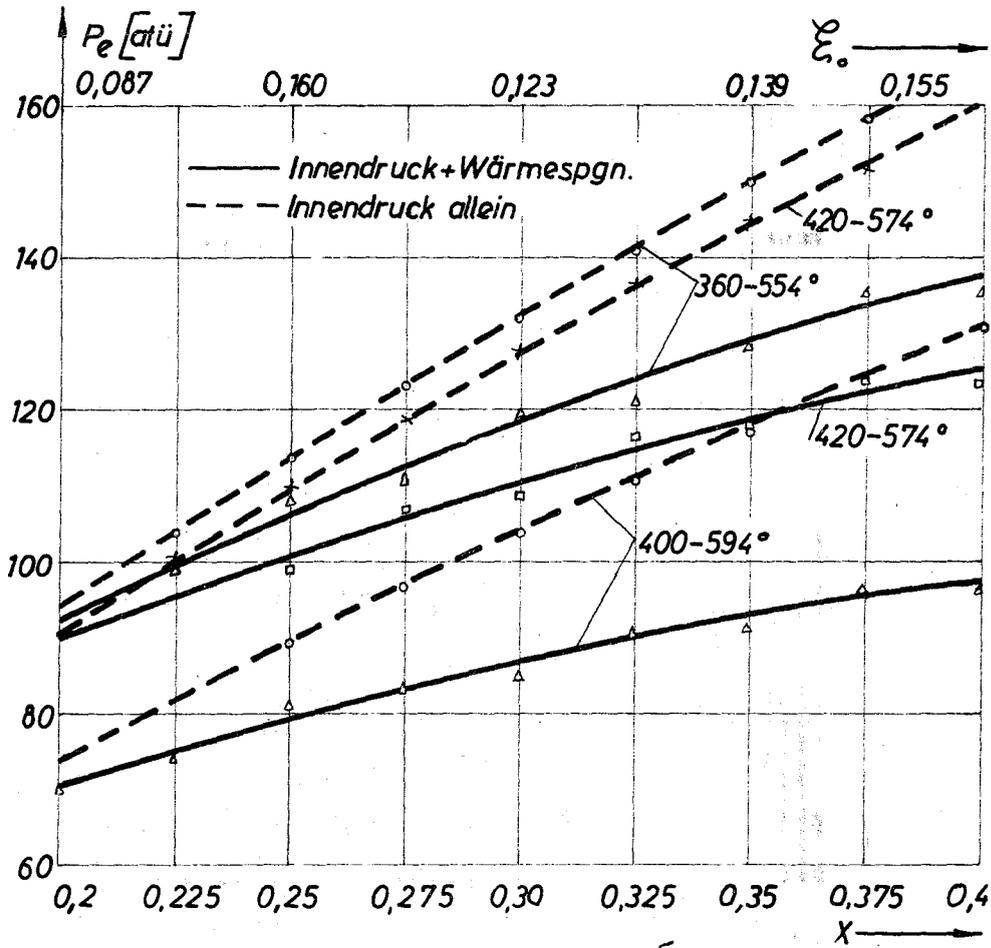


Abb. 25 p_e als Funktion von x bzw. ξ für $\chi^e = 456 \text{ W/cm}$ und verschiedene Aufheizspannen ($K = 10^{-15}$, $n = 9$ bei 650°C)

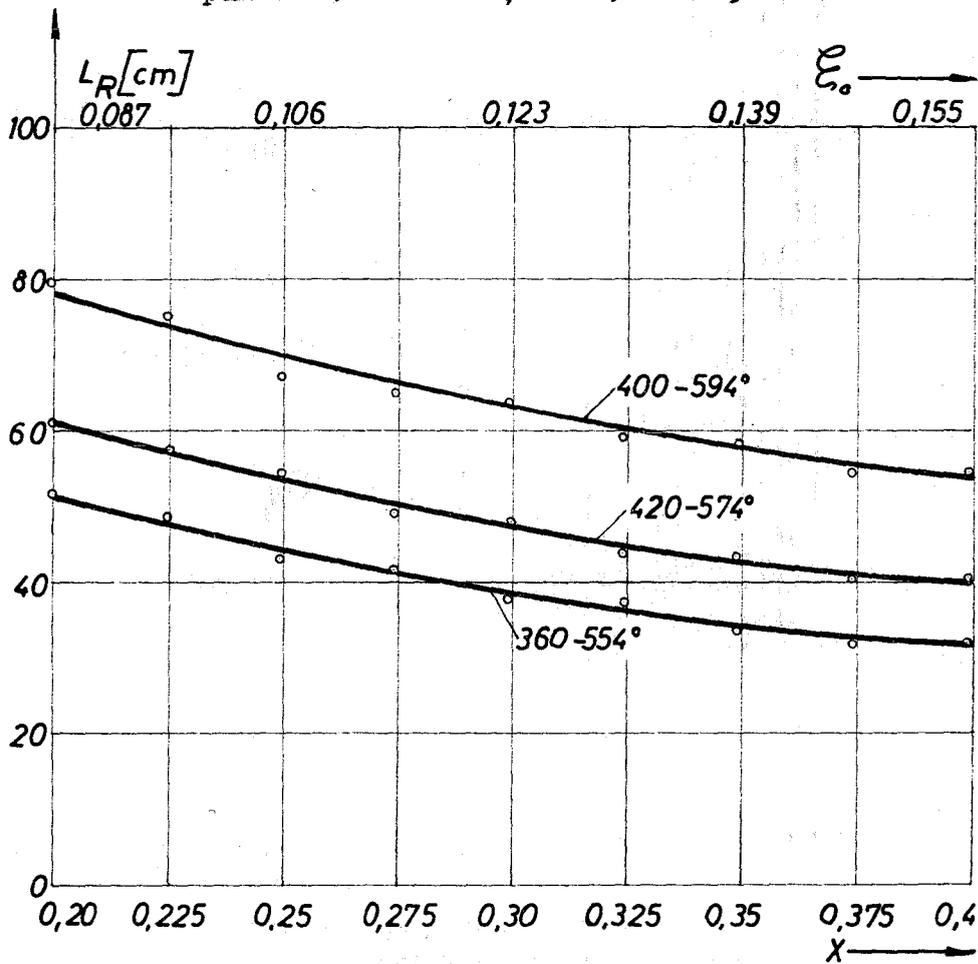


Abb. 26 Zugehörige Gasraumlänge

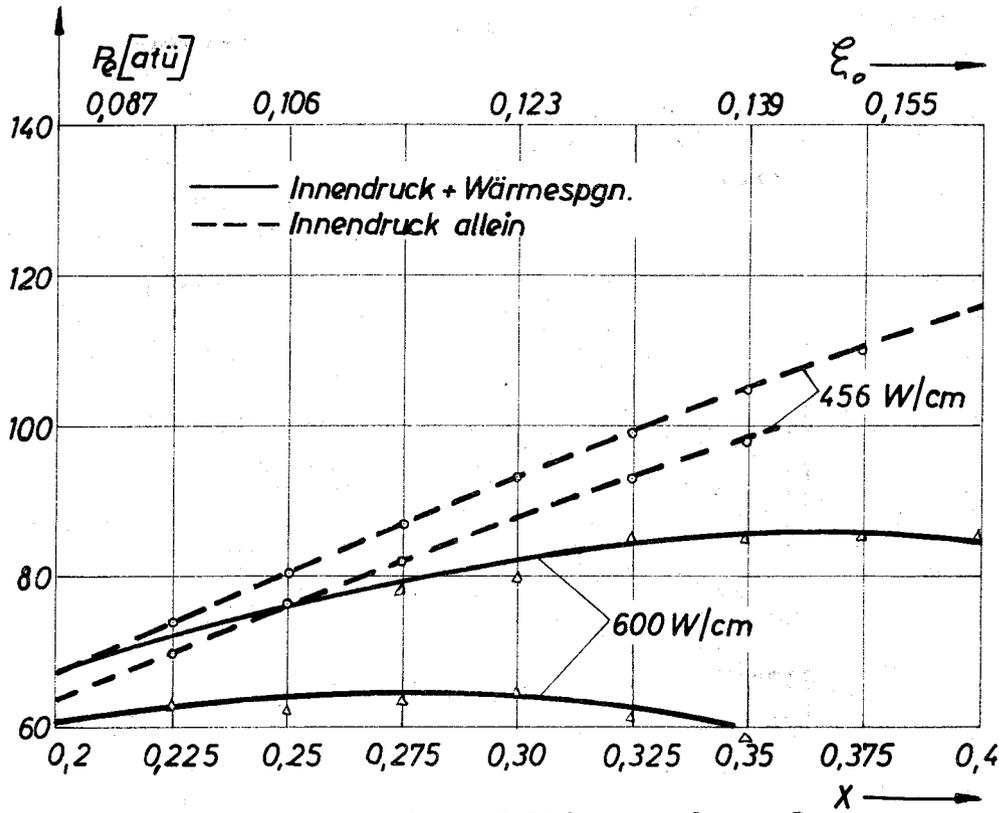


Abb. 27 Auswirkung einer Halbierung der zul. Kriechdehnung ($\epsilon_{tK} = 0,05\%$) auf den Verlauf der Kurven von Abb. 19 ($n = 6$)

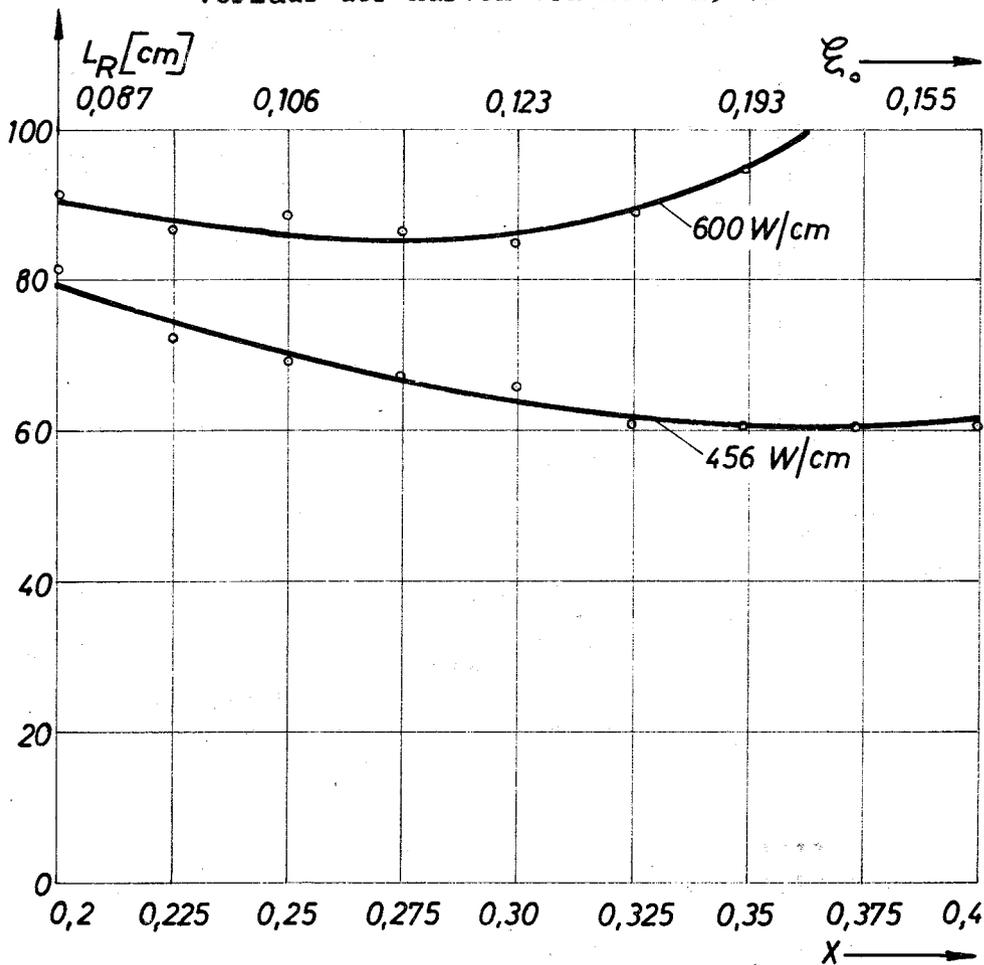


Abb. 28 Entsprechendes Resultat für die Länge des Spaltgasraumes

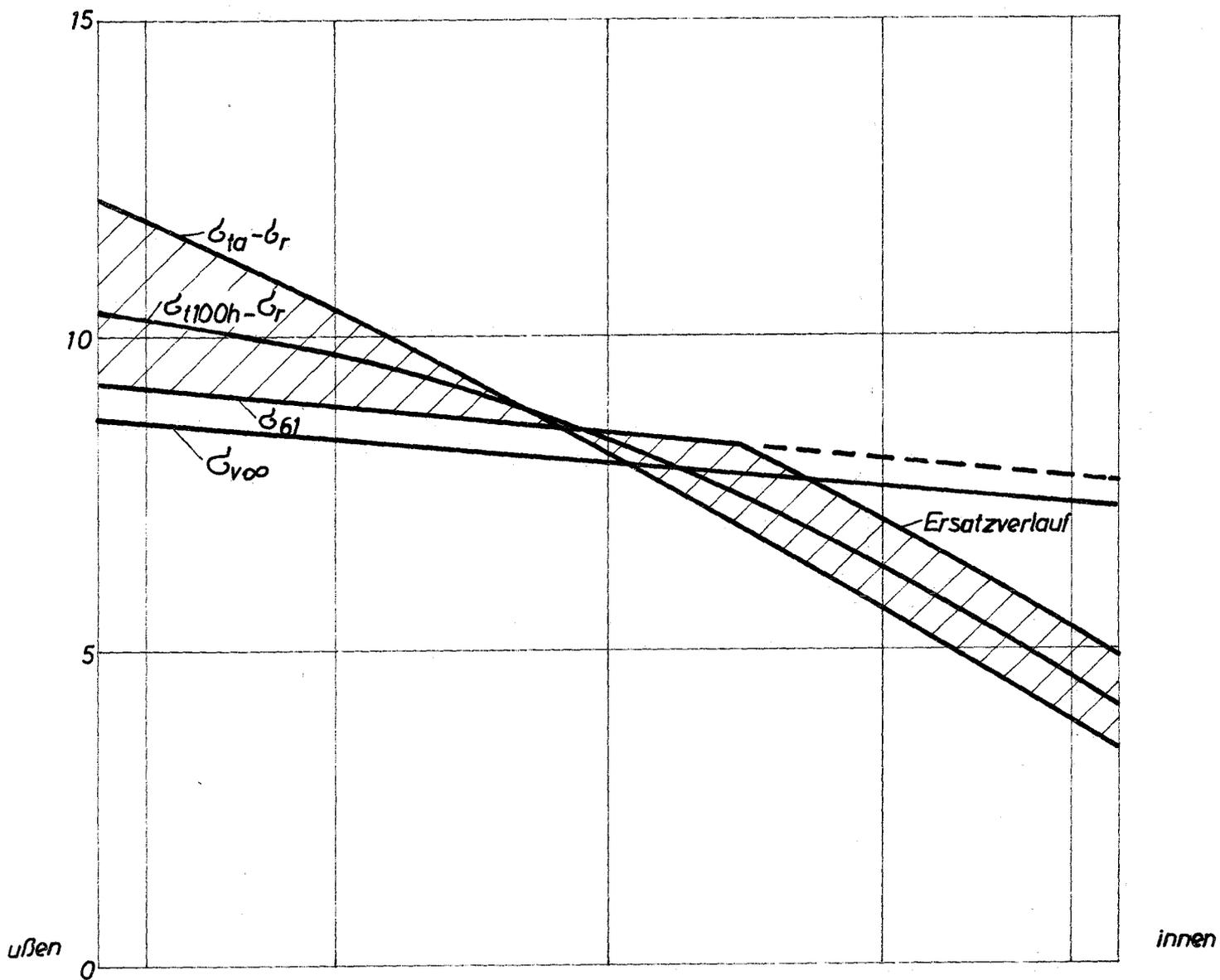


Abb. 29 Vergleich der berechneten Spannungsverteilung an der gefährdeten Stelle (Referenzauslegung, $t = 100 \text{ h}$) mit dem benutzten Ersatzverlauf