

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM**

**KARLSRUHE**

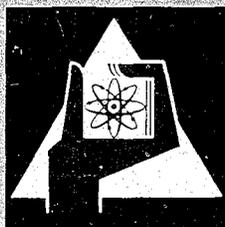
Februar 1968

KFK 751  
EUR 3710 d

Institut für Angewandte Reaktorphysik

Einfluß der inneren Geometrie auf die radiale Temperaturverteilung  
von Schnellbrüter-Brennelementen

H. Kämpf



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Februar 1968

KFK-751  
EUR 3710 d

Institut für Angewandte Reaktorphysik

Einfluß der inneren Geometrie auf die radiale  
Temperaturverteilung von Schnellbrüter-Brennelementen x)

H. Kämpf

Gesellschaft für Kernforschung mbH, Karlsruhe

---

x) "Diese Arbeit wurde im Rahmen der Assoziation zwischen der Europäischen Atomgemeinschaft und der Gesellschaft für Kernforschung mbH, Karlsruhe, auf dem Gebiet der schnellen Reaktoren durchgeführt"



## Inhalt:

1. Einleitung
2. Allgemeine Diskussion
  - 2.1. Diskussion der Änderung der inneren Geometrie während des Reaktorbetriebes
  - 2.2. Weitere Effekte, die während des Reaktorbetriebes zu einer Änderung der Temperaturverteilung führen
  - 2.3. Brennelement-Modell
  - 2.4. Zusammenhang zwischen den relativen Dichten und den Größen der inneren Geometrie
3. Abhängigkeit der radialen Temperaturverteilung von der inneren Geometrie
  - 3.1. Allgemeine Betrachtungen
  - 3.2. Thermischer Zentralkanaleffekt
  - 3.3. Thermischer Spalteffekt
  - 3.4. Allgemeine Abhängigkeit und numerische Auswertung
4. Zusammenfassung

## 1. Einleitung

Die stationäre Temperaturverteilung im keramischen Brennelement, insbesondere innerhalb des Hüllinnenraums - die Ermittlung der Temperaturverteilung in der Hülle ist als unproblematisch anzusehen - hängt einerseits von der Größe, Form, Anordnung und Wärmeleitfähigkeit der Phasen im Hüllinnenraum ab, d.h. im allgemeinen der Gasphase der Hohlräume und der festen (theoretisch dichten) Brennstoffphase, andererseits von der räumlichen Verteilung der Wärmequellichte.

Bei den vorausgesetzten Schnellbrüter-Verhältnissen strömt die im Brennelement erzeugte Wärme radial nach außen zum Kühlmittel, so daß wir uns in dieser Arbeit nur für die betreffenden radialen Verteilungen interessieren. Da bei Schnellbrüter-Verhältnissen der Neutronenfluß innerhalb eines Brennelements radial-unabhängig ist, ist die Radialabhängigkeit der Wärmequellichte durch die Radialabhängigkeit der Dichte der Zahl der spaltbaren Kerne gegeben. Letztere hängt eng mit der radialen Anordnung der beiden Phasen zusammen.

Hinsichtlich der Lokalisierung der Hohlräume innerhalb des Brennelements bzw. der inneren Geometrie des Brennelements läßt sich der Zentralkanal, die Brennstoffporosität und der Spalt Brennstoff - Hülle unterscheiden. Der Einfluß dieser inneren Geometrie auf die radiale Temperaturverteilung im Brennelement wird in dieser Arbeit unter Zugrundelegung eines Brennelement-Modells aus folgenden Gründen untersucht. Auf der einen Seite treten während des Reaktorbetriebes Änderungen der inneren Geometrie auf, von denen vor allem die Änderung der Spaltbreite in ausgeprägter Weise die Lebensdauer begrenzt. Auf der anderen Seite sind die bestimmenden Vorgänge und Eigenschaften im Brennelement wie thermische Ausdehnung, Brennstoffschwellen, Porenwanderung, Spaltgasfreisetzung, Strukturänderungen, Diffusionsvorgänge usw. relativ stark temperaturabhängig. Weiterhin läßt sich eine vorgegebene integrale Brennstoffdichte (d.h. die auf das Hüllinnenvolumen bezogene homogen verteilt gedachte Brennstoffmasse) durch Wahl zusammengehöriger Werte von Zentralkanalradius, Porosität und Spaltbreite realisieren. Daher ist die Kenntnis der thermischen Auswirkungen der Variation der Größen der inneren Geometrie bei vorgegebener integraler Dichte von Bedeutung.

Wir erhalten als Ergebnis eine sehr empfindliche Abhängigkeit der Temperaturverteilung von der inneren Geometrie, insbesondere von Spaltbreite und Zentralkanalradius. Gleichzeitig erhalten wir die Basis für die allgemeine Behandlung der Abbrandabhängigkeit der Temperaturverteilung.

Die Behandlung der Fragestellung dieser Arbeit ist für die Entwicklung der Brennelement-Theorie notwendig. Unter Brennelement-Theorie verstehen wir die quantitative Verknüpfung der Brennelement-Auslegeparameter

Stableistung  $\chi$

Lebensdauer  $t_{St}$

Integrale relative Brennstoffdichte  $D_J$

Innere Geometrie, d.h. Spaltbreite  $\delta$ ,

Zentralkanalradius  $r_Z$  und Porosität  $P$

Hüllinnenradius  $r_J$  und Hüllwandstärke  $s$

Hüllinnentemperatur  $T_J$

Kühlmitteldruck  $p_K$

Brennstoffmaterial

Hüllmaterial

mit dem Brennelement-Reaktorverhalten auf der Basis idealisierender Modellvorstellungen.

## 2. Allgemeine Diskussion

### 2.1. Diskussion der Änderung der inneren Geometrie während des Reaktorbetriebes

Eine Analyse der Vorgänge und Eigenschaften im Brennelement ergibt, daß Änderungen der inneren Geometrie durch

- a.) Brennstoffwanderungen bzw. -Verschiebungen
- b.) Brennstoffvolumenänderungen
- c.) Hüllinnenvolumenänderungen

erfolgen können.

a.) Durch Porenwanderung im "heißen" plastischen Brennstoffbereich (1) entsteht ein Zentralkanal bzw. ein ursprünglich vorhandener vergrößert sich. Dabei verdichtet sich in diesem Bereich der Brennstoff zu nahezu 100 % der theoretischen Dichte.

Durch Zusammensintern von Brennstoffen relativ geringer Dichten erfolgt ebenfalls eine i. allg. allseitige Verdichtung, wobei die zugehörigen Hohlräume entstehen.

b.) Hier handelt es sich im wesentlichen um Volumenänderungen durch Brennstoffschwellen und thermische Ausdehnung, die zu Änderungen der Spaltbreite, der Porosität und des Zentralkanalradius führen. Bei der Zentralkanalradiusänderung muß beachtet werden, daß durch Schwellen bzw. thermische Ausdehnung ein Zentralkanal nicht entstehen kann; nur die Größe eines ursprünglich z.B. durch Herstellung bzw. durch Porenwanderung erzeugten Zentralkanals kann sich durch diese Volumenänderungen ändern.

Porenwanderung, Schwellen und thermische Ausdehnung führen die herstellungsbedingte homogene Porositätsverteilung in eine inhomogene über.

c.) Hier handelt es sich um Spaltänderungen durch thermische Ausdehnung der Hülle und durch elastische und plastische Hüllverformungen, bei denen sich die Hülle im wesentlichen inkompressibel verhält.

Bei sämtlichen diskutierten Vorgängen, die zu einer Änderung der inneren Geometrie führen, ist auf Grund ihrer Temperaturabhängigkeit eine Rückkopplung zwischen der Änderung der Temperaturverteilung und der Änderung der inneren Geometrie realisiert.

Beim Fall a.) verlagert der Hohlraum seinen Ort, d.h. neue Hohlräume entstehen dadurch, daß andere verschwinden, wobei unter Umständen die verschiedene thermische Ausdehnung an Orten verschiedener Temperatur in Rechnung zu stellen ist. Die Festkörperdichte bleibt in diesem Fall konstant. Im Fall b.) ändern sich die Hohlräume dadurch, daß sich die Festkörperdichte bzw. das Volumen des theoretisch dichten Brennstoffs ändert und im Fall c.) ändern sich die Hohlräume dadurch, daß sich das Hüllinnenvolumen ändert.

Durch die Änderung der inneren Geometrie ändert sich einerseits die radiale Verteilung der "Wärmeleitfähigkeit des 2-Phasensystems Hohlraum - Festkörper" und andererseits die radiale Verteilung der Wärmequellendichte. Insbesondere geht die bei Inbetriebnahme des Brennelements auf Grund der Herstellung vorhandene homogene Wärmequellverteilung wegen der entstehenden inhomogenen Porositätsverteilung in eine inhomogene Wärmequellverteilung über.

## 2.2. Weitere Effekte, die während des Reaktorbetriebes zu einer Änderung der Temperaturverteilung führen

Außer der Änderung der inneren Geometrie haben die folgenden während des Reaktorbetriebes auftretenden Effekte thermische Auswirkungen:

- α) Änderung der Wärmeleitfähigkeit der Brennstoffmatrix
- β) Atomistisch bedingte Änderung der Radialverteilung der Wärmequellldichte
- γ) Änderung der "Wärmeleitfähigkeit der Hohlräume"
- δ) Änderung der Wärmeleitfähigkeit durch Rißbildung im Brennstoff

α) Die Wärmeleitfähigkeit der keramischen Brennstoffmatrix ändert sich durch Strukturänderungen z.B. Einkristallbildung im plastischen Bereich, durch Gitterveränderungen, durch Erzeugung von Kristalldefekten, durch Erzeugung von Spaltprodukten, durch Änderung der Stöchiometrie und durch Diffusion und Thermodiffusion von Defekten, Spaltprodukten, Sauerstoff und schweren Atomen bzw. Ionen (2).

β) Durch Diffusion und Thermodiffusion der schweren Atome, Ionen bzw. Isotope, damit verbundene Entmischungen usw. können lokale Anreicherungen der spaltbaren Isotope erfolgen mit der Konsequenz einer Änderung der radialen Verteilung der Wärmequellldichte.

γ) Die "Wärmeleitfähigkeit der Hohlräume" ändert sich im wesentlichen dadurch, daß sich die Gaswärmeleitfähigkeit ändert. Die miteinander verbundenen "offenen" Hohlräume enthalten im allgemeinen herstellungsbedingt das relativ gut wärmeleitende Helium als Füllgas. Der Gasinhalt in den geschlossenen Poren hängt von den Sinterbedingungen ab. Häufig wird in reduzierender Wasserstoff-Atmosphäre gesintert. Während des Reaktorbetriebes werden die relativ schlecht wärmeleitenden Spaltgase Xenon und Krypton produziert und zu einem bestimmten Anteil in die offenen und geschlossenen Hohlräume freigesetzt, so daß sich deren Wärmeleitfähigkeit erheblich verschlechtert.

δ) In dem vor Inbetriebnahme des Brennelements rißfreien Brennstoff entstehen hauptsächlich in der Anfahrphase Risse, von denen besonders die senkrecht zur Wärmeflußrichtung orientierten

von erheblicher Auswirkung sind. Zwar hatten sich bei Inbetriebnahme des Brennelements, als der gesamte Brennstoff noch spröde war, durchgehende Risse in der gesamten Tablette bzw. Hohltablette gebildet. Diese haben sich aber unter Umständen noch während der Anfahrphase in den zentralen Zonen mit vorwiegend plastischen und Kriecheigenschaften auf Grund des zusätzlichen Raumbedarfs durch thermische Ausdehnung geschlossen.

### 2.3. Brennelement-Modell

Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Temperaturverteilung von der inneren Geometrie legen wir folgendes Brennelement-Modell zugrunde, das in Abb. 1 und Abb. 2 im radialen und axialen Schnitt dargestellt ist. Zur Verdeutlichung sind diesem Modell Aufnahmen aus Brennelement-Nachbestrahlungsuntersuchungen gegenübergestellt (3).

Brennstoff und Hülle bestehen aus zueinander zentrierten Hohlzylindern, d.h. es liegt ein Spalt konstanter Spaltbreite entlang des Umfangs vor. Der Brennstoff besitzt entweder eine homogene oder eine inhomogene Porositätsverteilung. Letztere wird durch einen 2-Stufen-Porositätsverlauf erfaßt mit der Porosität  $P_I$  für  $r_Z \leq r \leq r_P$  und die Porosität  $P_{II}$  für  $r_P \leq r \leq r_B$ .

In dem Brennelement-Modell werden Rauigkeiten der Brennstoff- und Hüllinnenoberfläche ebenso vernachlässigt wie Abweichungen von der Kreisgeometrie, d.h. Ovalitäten; weiterhin wird das Vorhandensein von Brennstoffbruchstücken im Spalt Brennstoff - Hülle und werden Rißbildungen im Brennstoff vernachlässigt. Weiterhin werden hier exzentrische Lagen des Brennstoffs - gegen den Hüllhohlzylinder nicht berücksichtigt. Exzentrische Lagen führen zu einem variablen Temperaturabfall im Gasspalt entlang des Umfangs mit der Konsequenz einer exzentrischen Temperaturverteilung und einer azimuthal veränderlichen Wärmestromdichte, die einen "hot-spot" bewirkt. Dieser durch die asymmetrische Art der Wärmeproduktion bedingte "hot-spot" steht dem wohlbekannten durch asymmetrische Kühlung bedingten "hot-spot" gegenüber (4). Von dieser Seite her dürfte, abgesehen von der

Abb. 1 Radialer Schnitt  
Nachbestrahlungsaufnahme Brennelement-Modell

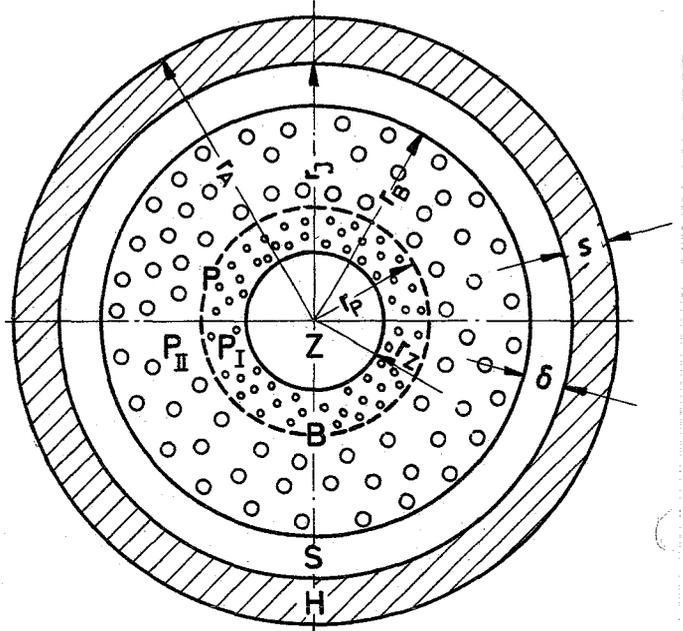
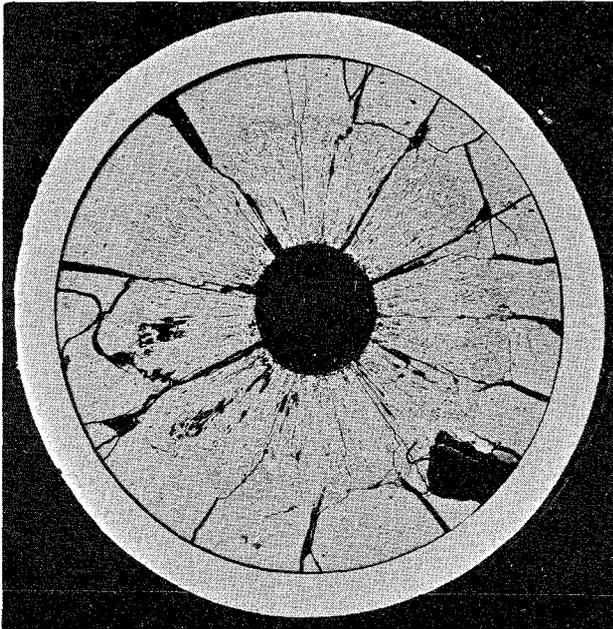
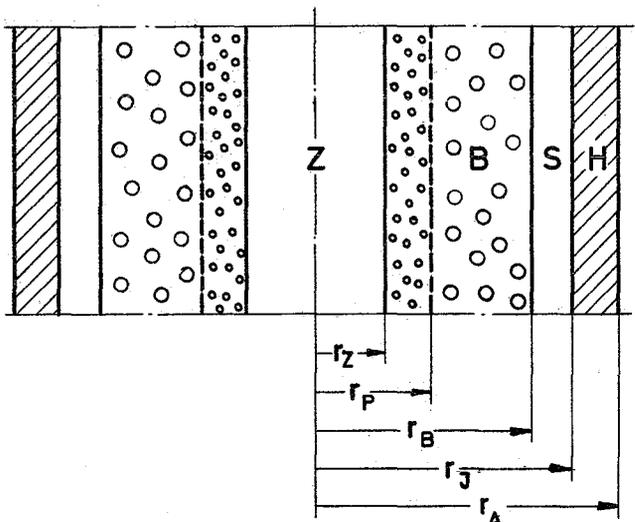
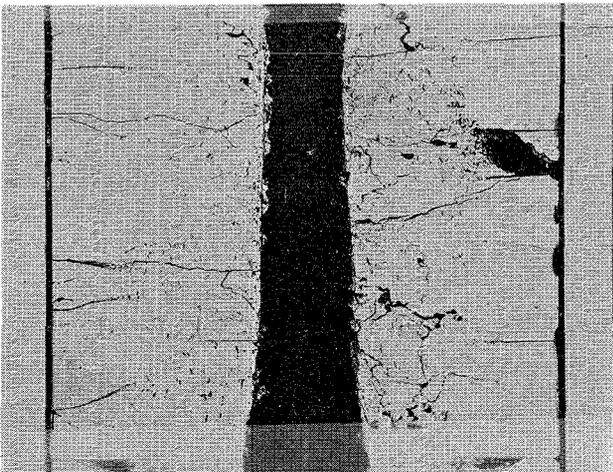


Abb. 2 Axialer Schnitt  
Nachbestrahlungsaufnahme Brennelement-Modell



$r_Z$  = Zentralkanalradius  
 $r_P$  = "Porositätsradius"  
 $r_B$  = Brennstoffradius  
 $r_J$  = Hüllinnenradius  
 $r_A$  = Hüllaußenradius  
 $\delta$  = Spaltbreite  
 $s$  = Hülldicke  
 $dz$  = Breite des Zylinder-  
 elementes  
 $P$  = Porosität  
 $T$  = Temperatur

$T_{r_Z}$  =  $T(r_Z)$   
 $T_{r_P}$  =  $T(r_P)$   
 $T_{r_B}$  =  $T(r_B)$   
 $T_{r_J}$  =  $T(r_J)$   
 $T_{r_A}$  =  $T(r_A)$   
 $Z$  = Zentralkanal  
 $B$  = Brennstoff  
 $S$  = Spalt  
 $H$  = Hülle

Die bei r stehenden Indizes werden in dieser Arbeit in der angegebenen Bedeutung allgemein angewandt.

absoluten Größe des Temperaturabfalls im Spalt die wesentliche Begrenzung der Ausgangsspaltgröße kommen.

Bei der Berechnung der Abhängigkeit der Temperaturverteilung von der inneren Geometrie werden Isotopenwanderungen im Brennstoff vernachlässigt, so daß bei Schnellbrüterbedingungen die Wärmequellendichte der relativen Brennstoffdichte proportional ist. Im Falle einer homogenen Porositätsverteilung liegt daher eine radialunabhängige Wärmequellendichte vor, im Falle eines 2-Stufen-Porositätsverlaufs besitzt der radiale Verlauf der Wärmeleistungsdichte entsprechend zwei Stufen.

#### 2.4. Zusammenhang zwischen den relativen Dichten und den Größen der inneren Geometrie

Definitionsgemäß unterscheidet man folgende absolute Brennstoffdichten:

$$\begin{aligned} \rho_{Th} &= \frac{m_B}{V_{Th}} && \text{Theoretische Brennstoffdichte} \\ \rho_B &= \frac{m_B}{V_B} && \text{Brennstoff- bzw. Tablettendichte} \quad (1) \\ \rho_J &= \frac{m_B}{V_J} && \text{Integrale Brennstoffdichte} \end{aligned}$$

$V$  = Volumen eines  $dz$  dicken Zylinders - bzw. Hohlzylinderelementes.  $dz$  darf so breit gewählt werden, daß die  $z$ -Abhängigkeit der Temperatur bzw. Stabileistung vernachlässigbar ist.

$m_B$  = Brennstoffmasse, die sich in dem betreffenden Volumen befindet

Es gilt:

$$V_B = V_{Th} + V_P \quad (2)$$

und 
$$V_J = V_Z + V_B + V_S \quad (3)$$

wenn

$V_{Th}$  = Volumen des theoretisch dichten Brennstoffs

$V_B$  = Brennstoffvolumen einschließlich des Porenvolumens

$V_P$  = Porenvolumen

$V_J$  = Hüllinnenvolumen

$V_Z$  = Zentralkanalvolumen  
 $V_S$  = Spaltvolumen

Definitionsgemäß unterscheidet man folgende relative Dichten

$$D_B = \frac{\rho_B}{\rho_{Th}} = \frac{V_{Th}}{V_B} = \text{Relative Brennstoffdichte} \quad (4)$$

$$D_J = \frac{\rho_J}{\rho_{Th}} = \frac{V_{Th}}{V_J} = \text{Relative integrale Brennstoffdichte}$$

$$P = \frac{V_P}{V_B} \quad \text{Porosität, relativer Porenvolumenanteil}$$

Aus (2) und (4) folgt

$$D_B = 1 - P \quad (5)$$

Die während des Reaktorbetriebes auftretenden Volumenänderungen, die zu Änderungen der inneren Geometrie führen, erfolgen dreidimensional, d.h. radial und axial, gegebenenfalls anisotrop. Wie bereits in der Einleitung erwähnt wurde, interessieren in dieser Arbeit wegen des unter Schnellbrüter-Bedingungen realisierten radialen Wärmeflusses nur radiale Volumenänderungen. In diesem Fall, bei dem die Breite  $dz$  des Zylinderelementes fest bleibt, gilt

$$\frac{V_Z}{V_B} = \frac{r_Z^2}{r_B^2 - r_Z^2} \quad \text{und} \quad \frac{V_S}{V_B} = \frac{(r_B + \delta)^2 - r_B^2}{r_B^2 - r_Z^2} \quad (6)$$

Aus (2), (3), (4), (5) und (6) folgt aus einer Massenbilanz, d.h. für konstant gehaltene auf die Längeneinheit bezogene Brennstoffmasse innerhalb der Hülle folgender Zusammenhang zwischen der relativen integralen Dichte und den Größen der inneren Geometrie

$$D_J = (1 - P) \frac{1 - \left(\frac{r_Z}{r_B}\right)^2}{\left(1 + \frac{\delta}{r_B}\right)^2} \quad (7)$$

Bei Berücksichtigung einer inhomogenen Porositätsverteilung auf der Basis eines 2-Stufen-Porositätsverlaufs gilt für dieselben Voraussetzungen

$$P = P_I \frac{r_P^2 - r_Z^2}{r_B^2 - r_Z^2} + P_{II} \frac{r_B^2 - r_P^2}{r_B^2 - r_Z^2} \quad (8)$$

### 3. Abhängigkeit der radialen Temperaturverteilung von der inneren Geometrie

#### 3.1. Allgemeine Betrachtungen

Bei stationären Wärmeströmungsverhältnissen ist die Temperaturverteilung im Hüllinnenraum durch die Wärmebilanzgleichung

$$\iiint_V q dV = \oint_F j df \quad (9)$$

- q = Wärmequelldichte
- j = Wärmestromdichte
- V = Volumen
- F = Oberfläche von V

und durch die Fouriersche Gleichung

$$j = -k \text{ grad } T \quad (10)$$

- k = Wärmeleitfähigkeit
- T = Temperatur

gegeben.

Für Zylindergeometrie und radialen nach außen gerichteten Wärmefluß erhält man aus (9) und (10) <5>.

$$\int_{r_0}^R q(r) r dr = j(R) R - j(r_0) r_0 \quad R > r_0 \quad (11)$$

und

$$j = -k \frac{dT}{dr} \quad (12)$$

Man erkennt aus (11) und (12), daß die radiale Temperaturverteilung durch den radialen Verlauf der Wärmequellendichte  $q$  und der Wärmeleitfähigkeit  $k$  gegeben ist. Sowohl über die Wärmequellverteilung als auch über die Wärmeleitfähigkeit hängt die radiale Temperaturverteilung im Hüllinnenraum entscheidend von der radialen Verteilung des Hohlraums bzw. der Gasphase ab. Dies wollen wir im folgenden veranschaulichen.

Da die Wärmeleitfähigkeit von keramischen Brennstoffen deutlich größer ist als die Gaswärmeleitfähigkeit der Hohlräume (z.B. ist die Wärmeleitfähigkeit von  $UO_2$  im Mittel eine Zehnerpotenz größer als die von Helium und zwei Zehnerpotenzen größer als die von Xenon bzw. Krypton), haben die Größe, Form und Anordnung der beiden Phasen deutliche thermische Auswirkungen. Für einen Gasspalt der Breite  $\delta$ , der senkrecht zur Wärmeflußrichtung orientiert ist, erhält man durch Integration aus (12) (6)

$$j_S = \bar{k}_S \frac{(\Delta T)_S}{\delta} \quad (13)$$

$j_S$  = Wärmestromdichte durch den Spalt

$\bar{k}$  = Temperaturgemittelte "Spaltwärmeleitfähigkeit"

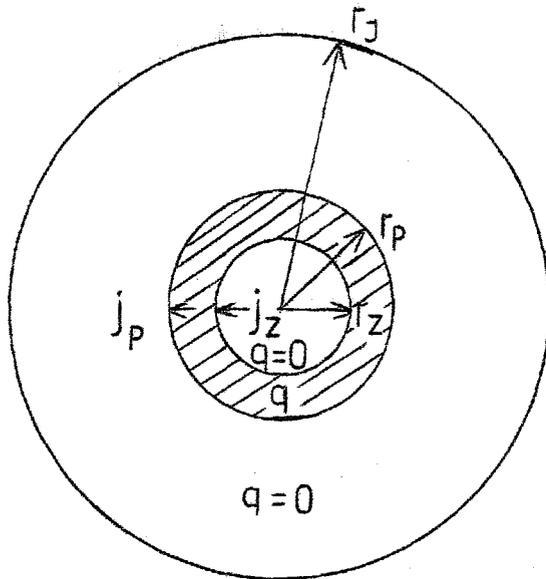
$(\Delta T)_S$  = Temperaturabfall im Spalt

$\delta$  = Spaltbreite

Bei hinreichend kleinen Spalten ist  $\bar{k}_S$  vom Temperaturabfall unabhängig; von der Temperatur hängt  $\bar{k}_S$  nur schwach ab (6). Daher wächst bei vorgegebener Spaltbreite der Temperaturabfall  $(\Delta T)_S$  mit steigender Wärmestromdichte  $j_S$ . Man erkennt, daß die Temperaturverteilung relativ tief liegt, wenn der Hohlraum vorwiegend in den zentralen Bereichen lokalisiert ist.

Um den Einfluß des Ortes der Wärmeerzeugung auf die Temperaturverteilung zu veranschaulichen, betrachten wir im Hüllinnenraum einen konzentrischen homogen wärmeproduzierenden Hohlzylinder und untersuchen die Änderung der Temperaturverteilung bei Variation des Radius, wobei die Stabileistung und die Hüllinnentemperatur festgehalten wird.

Abb.: 3 Radialer Schnitt eines konzentrischen homogen wärmeproduzierenden Hohlzylinders im Hüllinnenraum



$$\begin{aligned} T(r_P) &= T_P \\ T(r_J) &= T_J \\ T(r_Z) &= T_Z \end{aligned}$$

Aus (11) erhält man:

$$j(r) = \frac{q}{2} \left( r - \frac{r_Z^2}{r} \right) + \frac{j_Z \cdot r_Z}{r} \quad r_Z \leq r \leq r_P \quad (14)$$

$$j(r) = \frac{j_P \cdot r_P}{r} \quad r_P \leq r \leq r_J \quad (15)$$

für  $r_Z = 0$  erhält man den Fall eines homogen wärmeproduzierenden Vollzylinders.

Für die Stabileistung  $\chi$  ergibt sich

$$\chi = q \cdot \pi (r_P^2 - r_Z^2) \quad (16)$$

Wir werten die Beziehungen übersichtlichkeitshalber für  $j_Z = 0$  und für einen sehr dünnen Hohlzylinder aus.

Aus (14) und (16) erhält man für  $r_P - r_Z \ll r_Z$

$$j(r) = \frac{\chi}{2\pi r_Z} \frac{r - r_Z}{r_P - r_Z} \quad (17)$$

Aus (17) und (12) erhält man folgenden Temperaturabfall im Hohlzylinder

$$T_Z - T_P = \frac{\chi}{4\pi k r_Z} (r_P - r_Z) \quad (18)$$

Für  $r_P - r_Z \rightarrow 0$ , d.h. für einen unendlich dünnen wärmeproduzierenden Hohlzylinder verschwindet der Temperaturabfall, so daß  $T_P$  die Maximaltemperatur der Anordnung ist.

Für den Temperaturverlauf im äußeren quellenfreien Raum d.h. für  $r_P \leq r \leq r_J$  erhält man aus (12), (15) und (17) für den Fall eines unendlich dünnen wärmeproduzierenden Hohlzylinders

$$\int_{T_J}^{T_P} k \, dT = \frac{\chi}{2\pi} \ln \frac{r_J}{r_P} \quad (19)$$

Man erkennt aus (19), daß bei fester Hüllinnentemperatur  $T_J$ , fester Stabileistung  $\chi$  und fester Wärmeleitfähigkeit  $k$  im Hüllinnenraum die Maximaltemperatur  $T_P$  mit wachsendem Radienverhältnis zunimmt.

Zusammenfassend erhält man das allgemeine qualitative Ergebnis, daß die Temperaturverteilung sowohl hinsichtlich der Wärmeleitung als auch der Wärmeerzeugung dann am tiefsten liegt, wenn die Hohlräume in den zentralen Bereichen lokalisiert sind und die Wärme vorwiegend in den äußeren hohlraumarmen Zonen produziert wird. Im folgenden werden wir die Verhältnisse detailliert quantitativ fassen, d.h. wir untersuchen die Abhängigkeit der Temperaturverteilung vom Zentralkanalradius, der Porosität und der Spaltbreite auf der Basis des in Kap. 2.3. definierten Brennelement-Modells, wobei jeweils die Stabileistung und die Hüllinnentemperatur festgehalten wird. Da bei Schnellbrüterbedingungen der Neutronenfluß innerhalb eines Brennelements radialunabhängig ist, bedeutet konstante Stabileistung, daß die Zahl der spaltbaren Kerne pro Längeneinheit konstant ist. Damit dies erfüllt ist, muß streng genommen die Bruterate = 1 sein und es dürfen keine axialen Isotopenwanderungen erfolgen. Daraus folgt schließlich, daß die Brennstoffmasse pro Längeneinheit konstant ist. D.h. die Größen der inneren Geometrie sind untereinander und mit der relativen integralen Brennstoffdichte durch (7) bzw. (8) verbunden.

Die in Kap. 2.1. klassifizierten Änderungen der inneren Geometrie lassen sich im Hinblick auf (7) durch Konstanthaltung des Volumens des theoretisch dichten Brennstoffs  $V_{Th}$  oder des Hüllinnenvolumens  $V_J$  oder durch Konstanthaltung sowohl von  $V_{Th}$  als auch von  $V_J$  und damit der relativen integralen Dichte  $D_J$  unterscheiden.

Die allgemeine Abhängigkeit der Temperaturverteilung von der inneren Geometrie wird in den folgenden Kapiteln 3.2. und 3.3. gewonnen. Dabei werden die allgemeinen Gleichungen durch Konstanthaltung bestimmter Parameter für folgende zwei praktisch wichtigen Spezialfälle diskutiert.

α) Thermischer Zentralkanaleffekt:

$$\chi, T_J, D_J, r_J, \delta = \text{konstant}$$

$$\text{gesucht: } T_Z = T_Z(r_Z)$$

β) Thermischer Spalteffekt

$$\chi, T_J, D_J, r_J, r_Z = \text{konstant}$$

$$\text{gesucht: } T_Z = T_Z(\delta)$$

Diese beiden Fälle beantworten die Frage, mit welchen thermischen Auswirkungen eine vorgegebene integrale Brennstoffdichte durch zusammengehörige Werte von Zentralkanalradius, Porosität und Spaltbreite realisiert werden kann. Weiterhin beantwortet der thermische Zentralkanaleffekt den Fall a.) von Kap. 2.1., d.h. die thermischen Auswirkungen der Porenwanderung.

### 3.2. Thermischer Zentralkanaleffekt

#### 3.2.1. Homogene Porositätsverteilung

Wir untersuchen die Änderung der Temperaturverteilung beim Übergang vom homogen wärmeproduzierenden Vollzylinder zum homogen wärmeproduzierenden Hohlzylinder.

Für die Stabileistung erhält man für den Voll- und Hohlzylinder

$$\chi = q_V \pi r_B^2 \quad \text{und} \quad \chi = q_Z \pi (r_B^2 - r_Z^2) \quad (20)$$

Index V kennzeichnet den Vollzylinder, Index Z den Hohlzylinder.

Aus (14) erhält man zusammen mit (20) bzw. (21) für die Wärmestromdichte im Fall des Vollzylinders

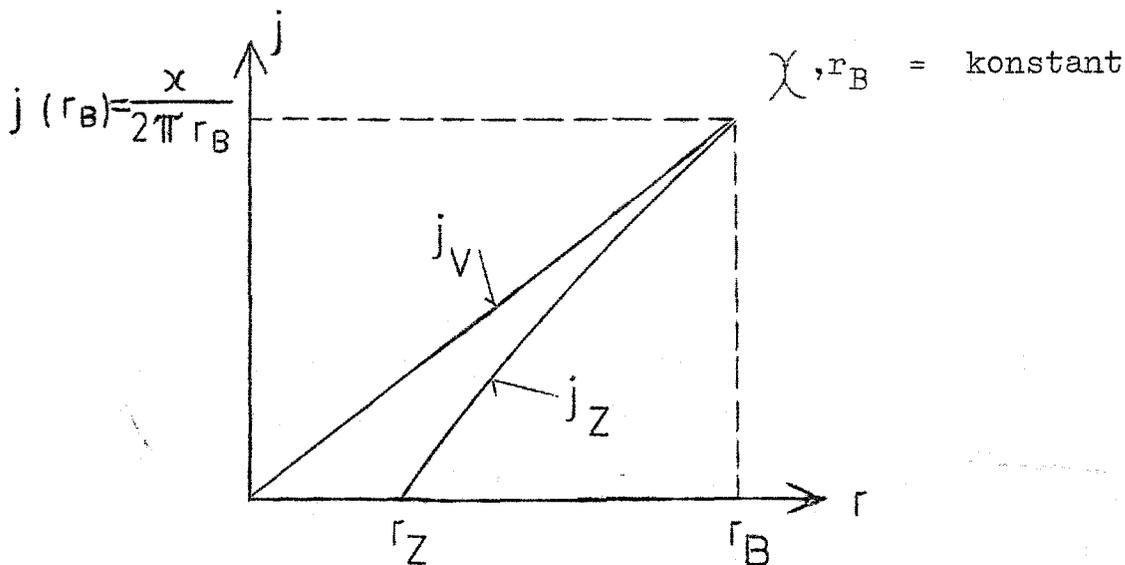
$$j_V = \frac{\chi}{2\pi r_B^2} r \quad (21a)$$

und im Fall des Hohlzylinders

$$j_Z = \frac{\chi}{2\pi(r_B^2 - r_Z^2)} \left( r - \frac{r_Z^2}{r} \right) \quad (21b)$$

(21) ist in Abb. 4 qualitativ dargestellt.

Abb. 4 Qualitativer Verlauf der Wärmestromdichte  $j$  in Abhängigkeit des Radius  $r$  für Voll- und Hohlzylinder



Man erkennt aus Abb. 4, daß beim Hohlzylinder für jedes  $r$  die Wärmestromdichte  $j$  kleiner ist als beim Vollzylinder. Wegen (12) ist damit auch der Temperaturgradient für den Hohlzylinder jeweils kleiner. D.h. bei fester Brennstoffoberflächentemperatur  $T_B$  ist bei fester Wärmeleitfähigkeit  $k$  die Temperatur an jedem Ort  $r$  im Hohlzylinder kleiner als im Vollzylinder und damit auch die Maximaltemperatur. Diese Temperaturerniedrigung ist bedingt durch die Änderung der Geometrie der Wärmequellverteilung. Zwei zusätzliche Einflüsse verstärken diese Temperaturerniedrigung. Damit bei festem Brennstoffradius die Standleistung konstant bleibt,

muß sich der Hohlzylinder verdichten, was entsprechend der Beziehung (7)

$$k_B(T, P) = k_{Th}(T) \left[ 1 - P^{\frac{2}{3}} \right] \quad (22)$$

$k_B$  = Wärmeleitfähigkeit des porösen Brennstoffs

$k_{Th}$  = Wärmeleitfähigkeit des theoretisch dichten Brennstoffs

$P$  = Porosität

eine Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit bewirkt. Bei keramischen Materialien nimmt i. allg. mit wachsender Temperatur die Wärmeleitfähigkeit ab, z.B. bei  $UO_2$  bis ca.  $1600^\circ C$  (siehe Kap. 3.4.). Daher ist auch aus diesem Grunde beim Hohlzylinder an jedem Ort  $r$  die Wärmeleitfähigkeit höher als beim Vollzylinder.

Durch Einsetzen von (12) in (21b) und Integration über den gesamten Brennstoffbereich erhält man

$$\frac{\chi}{4\pi} \left[ 1 - \frac{2\sqrt{1-\gamma^2}}{1-\gamma^2} \ln \frac{1}{\gamma} \right] = \int_{T_B}^{T_Z} k_B dT \quad (23)$$

$\gamma = \frac{r_Z}{r_B}$  Verhältnis des Zentralkanal- zum Brennstoffradius

Aus (23) folgt für  $\gamma = 0$  die für den Vollzylinder wohlbekannte Beziehung

$$\chi = 4\pi \int_{T_B}^{T_0} k_B dT \quad (24)$$

Aus (22) und (23) erhält man

$$\int_{T_B}^{T_Z} k_{Th} dT = \frac{\chi}{4\pi(1 - P^{\frac{2}{3}})} \left[ 1 - \frac{2\sqrt{1-\gamma^2}}{1-\gamma^2} \ln \frac{1}{\gamma} \right] \quad (25)$$

Weiterhin folgt aus (7)

$$D_V = (1 - P)(1 - \sqrt{r^2}) \quad (26)$$

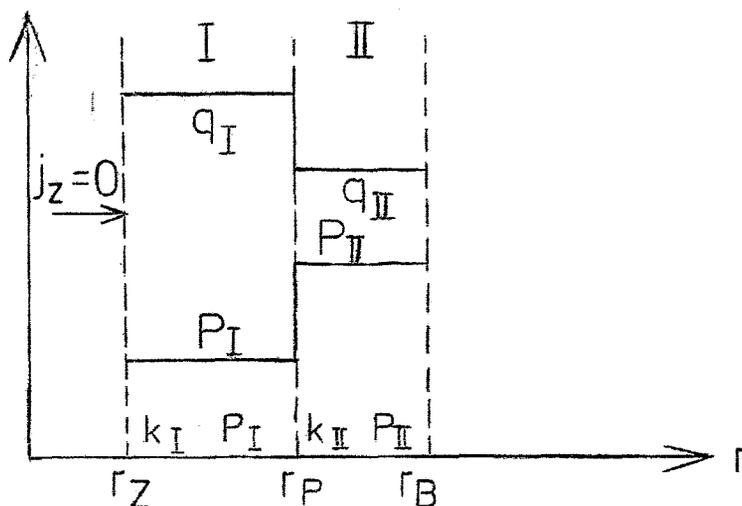
$D_V$  = Relative integrale Dichte bezüglich des Brennstoffradius  $r_B$  bzw. relative Brennstoffdichte des Vollzylinders

Durch (25) und (26) ist bei fester Stableistung  $\chi$ , Brennstoffoberflächentemperatur  $T_B$ , relativer integraler Brennstoffdichte  $D_V$  und Brennstoffradius  $r_B$  die Zentralkanaltemperatur  $T_Z$  in Abhängigkeit des Zentralkanalradius  $r_Z$  gegeben und zwar nimmt  $T_Z$  mit wachsendem  $r_Z$  ab.

### 3.2.2. Inhomogene Porositätsverteilung

Die inhomogene Porositätsverteilung wird gemäß dem in Kap. 2.3. definierten Brennelement-Modell durch einen 2-Stufen-Porositätsverlauf angenähert. Es liegen dann folgende Verhältnisse vor.

Abb. 5 Zwei-Stufen-Porositätsverlauf



Die Größen in Zone I, II werden durch Index I, II gekennzeichnet.

Bei den angegebenen Voraussetzungen ist die Wärmequellendichte der relativen Brennstoffdichte proportional, so daß gilt

$$q_I : q_{II} : q_V = D_I : D_{II} : D_V \quad (27)$$

$$D_{I, II} = 1 - P_{I, II} \quad \text{Relative Brennstoffdichte in Zone I bzw. II}$$

$$D_V = 1 - P_V \quad \text{Relative Brennstoffdichte für den Vollzylinder}$$

Für die Stableistung erhält man für den Voll- und Hohlzylinder

$$\chi_{\sqrt{}} = q_V \pi r_B^2 \quad \chi_{\underline{z}} = q_I \pi (r_P^2 - r_Z^2) + q_{II} \pi (r_B^2 - r_P^2) \quad (28)$$

Die Wärmeleitfähigkeiten in den Zonen I und II sind gemäß (22) wie folgt gegeben

$$k_{I, II} = k_B (T, P_{I, II}) = k_{Th} [1 - P_{I, II}^{\frac{2}{3}}] \quad (29)$$

Für die Wärmestromdichte für Zone I erhält man aus (14)

$$j(r) = \frac{q_I}{2} \left( r - \frac{r_Z^2}{r} \right) \quad (30)$$

Für Zone II erhält man aus (14)

$$j(r) = \frac{q_{II}}{2} \left( r - \frac{r_P^2}{r} \right) + \frac{j_P \cdot r_P}{r} \quad (31)$$

$j_P$  ist durch (28) wie folgt gegeben

$$j_P = \frac{q_I}{2} \left( r_P - \frac{r_Z^2}{r_P} \right) \quad (32)$$

Während, wie wir im vorhergehenden Kapitel gesehen haben, im Falle der homogenen Porositätsverteilung bei fester Stableistung, Brennstoffradius, Brennstoffoberflächentemperatur und relativer integraler Brennstoffdichte bei der Zentralkanalbildung eine Erniedrigung der Temperaturverteilung erfolgt, gilt das bei der inhomogenen Porositätsverteilung nicht mehr allgemein. Vielmehr erkennt man gemäß Kap. 3.1., daß diese Temperaturerniedrigung nur dann auftreten wird, wenn ein hinreichender Teil der Wärme in der äußeren Zone produziert wird. Hinreichend dafür, daß eine Temperaturerniedrigung auftritt ist, daß die Wärmestromdichte monoton zunimmt. In Zone I nimmt auf Grund des vorhergehenden Kapitels

j zu. Durch Differentiation von (31) erhält man folgende relativ schwache hinreichende Bedingung für das Auftreten einer Temperaturerniedrigung

$$q_{II} \pi r_P^2 \geq q_I \pi (r_P^2 - r_Z^2) \quad (33)$$

Diese Bedingung ist erfüllt, wenn die Porosität in der äußeren Zone erhalten bleibt und bei der Zentralkanalbildung sich nur die Porosität in der inneren Zone ändert. Diese Verhältnisse sind bei der Porenwanderung realisiert, so daß hier bei fester Stableistung, Brennstoffradius, Brennstoffoberflächentemperatur und relativ integraler Dichte eine Temperaturabsenkung auftritt, die ebenso wie bei der homogenen Porositätsverteilung durch die Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit auf Grund der Verdichtung in Zone I und der mit abnehmender Temperatur zunehmenden Wärmeleitfähigkeit verstärkt wird.

In (8) wurden die thermischen Auswirkungen der Porenwanderung mit einem 3-Zonen-Modell berechnet.

Durch Einsetzen von (12) in (30) bzw. (31) und Integration über den betreffenden Brennstoffbereich erhält man für den Temperaturabfall in Zone I

$$\int_{T_P}^{T_Z} k_I dT = \frac{q_I}{4} (r_P^2 - r_Z^2) - \frac{q_I r_Z^2}{2} \ln \frac{r_P}{r_Z} \quad (34)$$

und für den Temperaturabfall in Zone II erhält man mit (31) und (32)

$$\int_{T_B}^{T_P} k_{II} dT = \frac{q_{II}}{4} (r_B^2 - r_P^2) + \left[ \frac{\chi}{2\pi} - \frac{q_{II} r_B^2}{2} \right] \ln \frac{r_B}{r_P} \quad (35)$$

Aus (34) erhält man mit (27), (28) und (29)

$$\int_{T_P}^{T_Z} k_{Th} dT = \frac{\chi}{4\pi D_V} \cdot \frac{1 - P_I}{1 - P_I \frac{2}{3}} [\gamma^2 - V^2 - 2V^2 \ln \frac{\gamma}{V}] \quad (36)$$

wobei

$$V = \frac{r_Z}{r_B} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{r_P}{r_B}$$

Aus (35) erhält man mit (27), (28) und (29)

$$\int_{T_B}^{T_P} k_{Th} dT = \frac{\chi}{4\pi D_V} \cdot \frac{1 - P_{II}}{1 - P_{II} \frac{2}{3}} [1 - \gamma^2 + 2(\frac{D_V}{1 - P_{II}} - 1) \ln \frac{1}{\gamma}] \quad (37)$$

Weiterhin erhält man aus (7) und (8)

$$D_V = 1 - V^2 - P_I(\gamma^2 - V^2) - P_{II}(1 - \gamma^2) \quad (38)$$

$D_V$  = Relative integrale Dichte bezüglich des Brennstoffradius  $r_B$  bzw. relative Brennstoffdichte des Vollzylinders

Durch Addition von (36) und (37) erhält man den gesamten Temperaturabfall  $T_Z - T_B$  im Brennstoff. Durch (36), (37) und (38) ist bei fester Stableistung  $T_B$ , relativer integraler Brennstoffdichte  $D_V$ , Brennstoffradius  $r_B$  und den Porositäten  $P_I$  und  $P_{II}$  in den beiden Zonen bzw. der Porosität  $P_{II}$  und dem Zonengrenzradius  $r_P$  die Zentralkanaltemperatur  $T_Z$  in Abhängigkeit des Zentralkanalradius  $r_Z$  gegeben. Dabei ist zu beachten, daß i. allg. nicht  $r_P$  vorgegeben ist, sondern die zugehörige Temperatur  $T_P$ . Bei den betreffenden vorgegebenen Werten ist durch (37)  $r_P$  implizit durch  $T_P$  gegeben. Man verifiziert, daß man aus (36), (37) und (38) für  $r_P = r_B$  den Spezialfall (25) und (26) erhält.

### 3.3. Thermischer Spalteffekt

Wir untersuchen die Änderung der Temperaturverteilung bei einer Spaltbildung zwischen Brennstoff und Hülle bei fester Stableistung, Hüllinnentemperatur  $T_J$ , Hüllinnenradius  $r_J$  und relativ integraler Brennstoffdichte  $D_J$ . Wir setzen voraus, daß vor und nach der Spaltbildung der Brennstoff in Form eines Vollzylinders vorliegt. Damit bei der Spaltbildung  $D_J$  und damit im Schnellen Fluß die Stableistung konstant bleibt, muß sich der Brennstoffvollzylinder verdichten, wobei wir hier nur homogene Porositätsänderungen betrachten.

Der Temperaturabfall im Spalt ist durch die "Allgemeine Spaltgleichung" (6) implizit wie folgt gegeben

$$\delta = \frac{C_L T_J^{\frac{3}{2}} \left[ \left( 1 + \frac{\Delta T_S}{T_J} \right)^{\frac{3}{2}} - 1 \right]}{\frac{\chi}{2\pi r_J} - C_{St} T_J^4 \left[ \left( 1 + \frac{\Delta T_S}{T_J} \right)^4 - 1 \right]} \quad (39)$$

$\delta$  = Spaltbreite

$\Delta T_S$  =  $T_B - T_J$  = Temperaturabfall im Spalt

$T_J$  = Hüllinnentemperatur

$r_J$  = Hüllinnenradius

$\chi$  = Stableistung

$C_L$  = Materialkonstante für Wärmeleitung

$C_{St}$  = Materialkonstante für Temperaturstrahlung

Der Temperaturabfall im Brennstoffvollzylinder ist durch (22) und (24) wie folgt gegeben

$$\int_{T_B}^{T_o} k_{Th} dT = \frac{\chi}{4\pi [1 - P^{\frac{2}{3}}]} \quad (40)$$

Weiterhin folgt aus (7)

$$1 - P = D_J \left( \frac{r_J}{r_J - \delta} \right)^2 \quad (41)$$

Durch (39), (40) und (41) ist bei fester Stableistung  $\chi$ , Hüllinnentemperatur  $T_J$ , relativ integraler Brennstoffdichte  $D_J$  und Hüllinnenradius  $r_J$  die Zentraltemperatur  $T_0$  in Abhängigkeit der Spaltbreite gegeben.

Entsprechend (39) nimmt mit wachsendem  $\delta \Delta T_S$  relativ schwächer zu. Andererseits nimmt entsprechend (22) mit abnehmender Porosität die Wärmeleitfähigkeit  $k_B$  relativ stärker zu. Da bei den auftretenden Porositäten, Spalt- und Porositätsänderungen angenähert linear zusammenhängen und die Wärmeleitfähigkeit in dem praktisch interessanten Temperaturbereich nur schwach temperaturabhängig ist, ist zu erwarten, daß im  $T_0$ - $\delta$ -Verlauf ein Maximum auftritt.

### 3.4. Allgemeine Abhängigkeit und numerische Auswertung

Die allgemeine Abhängigkeit der Maximaltemperatur von der inneren Geometrie ist durch (36), (37), (39), (7) und (8) gegeben. Übersichtlichkeitshalber werden im folgenden die Beziehungen nochmals zusammengestellt.

$$\int_{T_B}^{T_Z} k_{Th} dT = \frac{\chi}{4\pi D_J (1 + \Omega)^2} \left\{ \frac{1 - P_I}{1 - P_I^{\frac{2}{3}}} \left[ \psi^2 - \Gamma^2 - 2\Gamma^2 \ln \frac{\psi}{\Gamma} \right] + \frac{1 - P_{II}}{1 - P_{II}^{\frac{2}{3}}} \left[ 1 - \psi^2 + 2 \left( \frac{D_J (1 + \Omega)^2}{1 - P_{II}} - 1 \right) \ln \frac{1}{\psi} \right] \right\} \quad (42)$$

$$\frac{\Omega r_J}{1 + \Omega} = \frac{c_L T_J^{\frac{3}{2}} \left[ \left( 1 + \frac{\Delta T_S}{T_J} \right)^{\frac{3}{2}} - 1 \right]}{\frac{\chi}{2\pi r_J} - c_{St} T_J \left[ \left( 1 + \frac{\Delta T_S}{T_J} \right)^4 - 1 \right]} \quad (39)$$

mit

$$\Gamma = \frac{r_Z}{r_B} \quad \psi = \frac{r_P}{r_B} \quad \Omega = \frac{\delta}{r_B}$$

$$D_J = \frac{1 - T^2 - P_I(\psi^2 - T^2) - P_{II}(1 - \psi^2)}{(1 + \Omega)^2} \quad (43)$$

Falls nicht  $r_P$  vorgegeben ist, sondern die zugehörige Temperatur  $T_P$  wird noch der betreffende Zusammenhang (37) angegeben

$$\int_{T_B}^{T_P} k_{Th} dT = \frac{\chi}{4\pi D_J (1 + \Omega)^2} \frac{1 - P_{II}}{1 - P_{II}^{\frac{2}{3}}} [1 - \psi^2 + 2 \left( \frac{D_J (1 + \Omega)^2}{1 - P_{II}} - 1 \right) \ln \frac{1}{\psi}] \quad (37)$$

Durch (39), (42), (43) und gegebenenfalls (37) ist die Maximal- bzw. Zentralkanaltemperatur funktional durch die folgenden Variablen, die im wesentlichen den Satz der Brennelementauslegungsparameter bilden (siehe Einleitung), gegeben.

$$T_Z = T_Z[T_J, \chi, r_J, \underbrace{D_J, \delta, r_Z, P(P_I, P_{II}, r_P, T_P)}_{\text{innere Geometrie}}, k_{Th}(T), C_L, C_{St}]$$

bzw. (44)

$$T_Z = T_Z[T_J, \chi, r_J, \underbrace{D_J, T, \Omega, P(P_I, P_{II}, \psi, T_P)}_{\text{innere Geometrie}}, k_{Th}(T), C_L, C_{St}]$$

Dabei ist  $k_{Th}$  durch das Brennstoffmaterial,  $C_L$  durch die Art und Zusammensetzung der Gasmischung und  $C_{St}$  durch das Absorptionsvermögen der Brennstoff- und Hüllinnenoberfläche gegeben.

Selbstverständlich haben die ermittelten Gleichungen nur Gültigkeit auf der Basis des in Kap. 2.3. formulierten Brennelement-Modells. Die Gleichungen liefern die Basis für die Ermittlung der Abbrandabhängigkeit der Temperaturverteilung.

Zu beachten ist, daß von den Variablen in (44) die Stableistung und die Hüllinnentemperatur innerhalb eines Cores von Brennelement zu Brennelement axial und radial veränderlich sind, während die übrigen Variablen konstant für alle Brennelemente eines Cores sind. Allerdings sind die innere Geometrie, die Brennstoffwärmeleitfähigkeit und Art und Zusammensetzung der Gasmischung im Spalt

abbrandabhängig, so daß auch von dieser Seite her eine Abhängigkeit der Temperaturverteilung vom Ort im Core gegeben ist.

Um die polydimensionale Abhängigkeit (44) zu übersehen, betrachten wir im folgenden grob qualitativ den Einfluß der einzelnen Parameter, wobei die übrigen jeweils konstant gehalten werden. Da in dem praktisch interessanten Temperaturbereich ( $> 800^{\circ}\text{C}$ ) die Brennstoffwärmeleitfähigkeit  $k_{\text{Th}}$  in erster Näherung konstant ist, siehe Abb. 6, ist der Temperaturabfall im Brennstoff der Stableistung proportional, ebenso, wie man aus (39) für  $\Delta T_{\text{S}} \ll T_{\text{J}}$  erkennt, ist der Temperaturabfall im Spalt der Stableistung proportional. Die Hüllinnentemperatur  $T_{\text{J}}$  hat in erster Näherung keinen Einfluß auf den Temperaturabfall im Gasspalt (6) und damit bewirkt eine Verschiebung der Hüllinnentemperatur in erster Näherung eine entsprechende Verschiebung der Maximaltemperatur. Der Hüllinnenradius hat auf den Temperaturabfall im Brennstoff keinen Einfluß, zumindest wenn man die Radienverhältnisse  $\Gamma$  und  $\Psi$  festhält. Mit wachsendem Hüllinnenradius nimmt in erster Näherung der Temperaturabfall im Spalt umgekehrt proportional ab. Da die Abhängigkeit der Temperaturverteilung von  $T_{\text{J}}$ ,  $\chi$  und  $r_{\text{J}}$ , wie wir gesehen haben, relativ übersichtlich ist, werten wir im folgenden nur die Abhängigkeit von der inneren Geometrie mit der relativen integralen Dichte  $D_{\text{J}}$  als Parameter numerisch aus.

Vorgegeben ist also für den allgemeinsten Fall des 2-Stufen-Porositätsverlaufs:

$$T_{\text{J}}, \chi, r_{\text{J}}, k_{\text{Th}}(T), C_{\text{L}}, C_{\text{St}}, P_{\text{II}}, T_{\text{P}}$$

Dann ist durch (37), (39), (42) und (43)  $T_{\text{Z}}$  wie folgt gegeben

$$T_{\text{Z}} = T_{\text{Z}} [\Gamma, \Omega, D_{\text{J}}] \quad (45)$$

Man erkennt, daß aus (39)  $\Delta T_{\text{S}} = \Delta T_{\text{S}}(\Omega)$  - aus (37) mit (39)  $\Psi = \Psi(\Omega, D_{\text{J}})$  - aus (43) mit (37)  $P_{\text{I}} = P_{\text{I}}(\Gamma, \Omega, D_{\text{J}})$  folgt. Diese Funktionen in (42) eingesetzt, liefern (45).

Für die weitere Auswertung knüpfen wir die Eingabegröße  $P_{\text{II}}$  an folgende einschränkende Bedingung

$$P_{II} = 1 - (1 + \Omega)^2 D_J \quad (46)$$

D.h. die äußere Zone hat die Porosität des zur Spaltbreite  $\delta$  gehörigen Vollzylinders. Durch diese Bedingung werden die thermischen Auswirkungen der Porenwanderung im heißen Brennstoffbereich mit der zugehörigen Zentralkanalbildung erfaßt. Durch Einsetzen von (46) in (42) und (37) vereinfachen sich diese Beziehungen erheblich.

$T_Z = T_Z(\Gamma, \Omega, D_J)$  wurde mit Hilfe eines Fortran-Programmes (18) und mit folgenden Eingabedaten numerisch ausgewertet:

a.)  $\chi = 400 \frac{W}{cm}$

b.)  $T_J = 1000^\circ K$

c.)  $r_J = 2,62 \text{ mm}$  (9)

d.) Als Wärmeleitfähigkeit  $k_{Th}(T)$  legen wir die Werte zugrunde, die durch Mittelung (10) von Ergebnissen folgender Autoren (11, 12, 13, 14, 15, 16, 17) erhalten wurden. Diese Werte beziehen sich auf stöchiometrisches  $UO_2$  bzw.  $(U_{0,8}Pu_{0,2})O_2$  mit 95 % der theoretischen Dichte. Diese gemittelten Werte wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen und mit der Porositätsbeziehung (22) von 95 % der theoretischen Dichte auf theoretische Dichte umgerechnet. Wir erhielten:

$$k_{Th}(T) = \left( \frac{41,2}{T + 4,9} + 6,55 \cdot 10^{-13} T^3 \right) \pm 7 \% \left[ \frac{W}{cm^\circ K} \right] \quad (47)$$

$$T \text{ in } ^\circ K \quad 900^\circ K \leq T \leq 3000^\circ K$$

Auf Grund der Streuungen der Werte der verschiedenen Autoren betrachten wir einen Fehler von  $k_{Th}$  von  $\pm 7\%$  als realistisch.

In Abb. 6 ist die Wärmeleitfähigkeit  $k$  in Abhängigkeit der Temperatur mit der Porosität als Parameter auf der Basis von (22) und (47) für  $UO_2$  bzw.  $(U_{0,8}Pu_{0,2})O_2$  dargestellt.

e.) Wir legen He als Gas im Spalt Brennstoff - Hülle und schwarze Brennstoff- und Hüllinnenoberfläche zugrunde. Dann ergibt

sich (6)

$$C_L = 5,26 \cdot 10^{-5} \frac{W}{\text{cm}^0 \text{K}^1 \text{K}}$$

$$C_{St} = 5,67 \cdot 10^{-12} \frac{W}{\text{cm}^2 (\text{K})^4}$$

f.)  $T_P = 1973^\circ\text{K} \hat{=} 1700^\circ\text{C}$

Dabei wurde  $T_Z = T_Z(\bar{T}, \Omega, D_J)$  für jedes Tripel  $\bar{T}, \Omega, D_J$  sowohl für den Fall der inhomogenen als auch der homogenen Porositätsverteilung berechnet. Bei der homogenen Porositätsverteilung fand selbstverständlich (46) und der Eingabewert  $T_P$  keine Anwendung. Die Abweichungen von  $T_Z$  für den Fall der homogenen und inhomogenen Porositätsverteilung lagen überwiegend innerhalb der Rechenungenauigkeit. Nur für  $\Omega = 0$  und größere  $\bar{T}$  ergaben sich Abweichungen von 5 %. Dies liegt daran, daß bei der vorliegenden Datenkonstellation das Volumen der äußeren Tieftemperaturzone mit der Porosität  $P_{II}$  klein gegen das Hochtemperaturvolumen ist. Die erhaltenen Ergebnisse sind für den Fall der homogenen Porositätsverteilung in Abb. 7 bis 9 graphisch dargestellt. Dabei wurde in Abb. 7 und 8 die Darstellung im Hinblick auf den thermischen Zentralkanaleffekt gewählt, d.h. die Abhängigkeit der Maximaltemperatur  $T_Z$  vom Zentralkanalradius, gemessen durch  $\bar{T}$  mit  $D_J$  und  $\Omega$  als Parameter. Um die Abhängigkeit von  $T_Z$  von der Spaltbreite, gemessen durch  $\Omega$ , deutlich zu machen wurde in Abb. 9 die Darstellung im Hinblick auf den thermischen Spalteffekt gewählt. Dabei wurden wegen des in etwa parallelen Verlaufs der  $T_Z - \bar{T}$  - Kurven nur die  $T_Z - \Omega$  - Kurven für  $\bar{T} = 0$  und  $D_J$  als Parameter graphisch dargestellt. Für  $D_J \leq 0,85$  haben die  $T_Z - \Omega$  - Kurven die in Kap. 3.3. erwähnten Maxima.

#### 4. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde der Einfluß der inneren Geometrie auf die radiale Temperaturverteilung von Schnellbrüter-Brennelementen behandelt.

In Kapitel 2 wurden die Änderungen der inneren Geometrie, d.h. des Zentralkanals, der Brennstoffporosität und des Spalts Brennstoff - Hülle während des Reaktorbetriebes analysiert und klassifiziert. Ebenso wurden die übrigen Effekte, die während des Reaktorbetriebes zu einer Änderung der Temperaturverteilung führen, qualitativ charakterisiert. Zur quantitativen Behandlung der Abhängigkeit der Temperaturverteilung von der inneren Geometrie wurde ein Brennelement-Modell zugrundegelegt, das durch eine konzentrische Lage der Hülle gegen den Brennstoff und durch einen homogenen bzw. durch einen 2-Stufen-Porositätsverlauf im Brennstoff ausgezeichnet ist. In diesem Modell werden Rauigkeiten der Brennstoff- und Hüllinnenoberfläche, Ovalitäten, Exzentrizitäten, das Vorhandensein von Brennstoffbruchstücken im Spalt Brennstoff - Hülle und Rißbildungen im Brennstoff vernachlässigt. Weiterhin werden Isotopenwanderungen vernachlässigt, so daß bei Schnellbrüterbedingungen die radiale Wärmequellendichte der radialen Brennstoffdichte proportional ist.

In Kapitel 3 wird zunächst durch Plausibilitätsbetrachtungen gezeigt, daß die Temperaturverteilung sowohl hinsichtlich der Wärmeleitung als auch der Wärmeerzeugung dann am tiefsten liegt, wenn die Hohlräume in den zentralen Bereichen lokalisiert sind und die Wärme vorwiegend in den äußeren entsprechend hohlraumarmen Zonen produziert wird. Es folgt eine quantitative Fassung und Diskussion des thermischen Zentralkanaleffektes, d.h. die Veränderung der Temperaturverteilung bei der Zentralkanalbildung, wobei die Stableistung, die Hüllinnentemperatur, die relative integrale Brennstoffdichte, der Hüllinnenradius und die Spaltbreite festgehalten wird. Dabei wird sowohl ein homogener als auch ein inhomogener Porositätsverlauf in Form eines 2-Stufen-Verlaufs durch das  $(1 - P^{\frac{2}{3}})$ -Gesetz erfaßt. Analog dazu wird der thermische Spalteffekt behandelt, d.h. die Änderung der Temperaturverteilung bei der Spaltbildung und demselben konstanten Parametersatz, wobei hier statt der Spaltbreite der Zentralkanalradius festgehalten wird. Dabei wird die "Allgemeine Spaltgleichung" angewandt. Anschließend wird eine allgemeine geschlossene Darstellung für die Zentralkanaltemperatur abgeleitet als Funktion der Hüllinnentemperatur, des Hüllinnenradius, der Stableistung, der relativen integralen Brennstoffdichte, der Spaltbreite, des Zentralkanalradius, der Porositäten in

den zwei Zonen, der Zonengrenztemperatur und -radius, der Wärmeleitfähigkeit des theoretisch dichten Brennstoffs und zweier Materialkonstanten, die sich auf Art und Zusammensetzung der Gasmischung im Spalt und die Strahlungseigenschaften der Brennstoff- und Hüllinnenoberfläche beziehen. Diese Darstellung liefert die Basis für die Ermittlung der Abbrandabhängigkeit der Temperaturverteilung. Diese allgemeine Abhängigkeit wurde diskutiert und mit Hilfe eines Fortran-Programms für bestimmte Eingabedaten hinsichtlich der relativen integralen Dichte und der inneren Geometrie numerisch ausgewertet und graphisch dargestellt.

### Literatur

- <1> J. Biersack: Blasenwanderung und Spaltgasabgabe aus  $UO_2$  - Nucleonics Bd. 8, Heft 8, 1966
- <2> J.A.L. Robertson, A.M. Ross, M.J.F. Notley, J.R. Mac Ewan: Temperature Distribution in  $UO_2$  Fuel Elements - Journal of Nuclear Materials 7, No. 3, p. 225 - 262
- <3> D. Geithoff: PSB-Nachbestrahlungsuntersuchungen der GfK, 1967
- <4> H. Kämpf: Entwicklung von Brennelementen Schneller Brutreaktoren Beitrag IV: Die Temperaturverteilung im Brennelement, KFK 700
- <5> H. Beißwenger: Entwicklung von Brennelementen Schneller Brutreaktoren - Beitrag XI: Die Auslegung und Durchführung von Brennelement-Bestrahlungsexperimenten - KFK 700
- <6> H. Kämpf: "Allgemeine Spaltgleichung" für den Wärmedurchgang Brennstoff - Hülle in Kernbrennelementen mit Tablettenbrennstoff - KFK 604/1966
- <7> H. Kämpf: Porositätsabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit keramischer Brennstoffe - KFK-Bericht in Vorbereitung
- <8> C.W. Sayles: A Three-Region Analytical Model for the Description of the Thermal Behaviour of Low-Density Oxide Fuel Rods in a Fast-Reactor Environment - Transactions ANS 10, 2, 1967
- <9> Safety Features of a 300 MWe Sodium Cooled Fast Breeder Reactor (Na-2), International Conference on the Safety of Fast Reactors, Aix-en-Provence, Sept. 1967

- <10> Persönliche Mitteilung A. Gerken  
Gesellschaft für Kernforschung
- <11> J.A. Christensen: Uranium Dioxide Thermal Conductivity -  
Trans ANS 7,2 - 1964
- <12> J. Hetzler, E. Zebrowski: Thermal Conductivity of Stochiometrie  
and Hypostochiometrie Uranium Oxide at High Temperatures -  
Trans ANS 7,2 p. 392 (1964)
- <13> H.E. Schmidt: Basic Studies on Plutonium Compounds, Heat Con-  
ductivity - Progress Report No. 1,21, 1967, TU-Institut, Karlsruhe
- <14> D.M. Coplin et al.: In-Pile Direct Measurement of  $UO_2$  Thermal  
Conductivity - Trans ANS 8,1 (1965) 35
- <15> W.E. Baily et al.: In-Pile Thermal Conductivity of  $UO_2$  and  
20/80 (Pu/U) $O_2$  Specimens - Trans ANS 8, 1 (1965) 39
- <16> F.J. Hetzler et al.: Thermal Conductivity of 20/80 (Pu/U) $O_2$  -  
Trans ANS 8, 1 (1965) 36
- <17> H.E. Schmidt: Fundamental Studies of the Plutonium Compounds -  
Progress Report No. 3, 1967, TU-Institut Karlsruhe
- <18> Fortran-Programm geschrieben von A. Wickenhäuser -  
Gesellschaft für Kernforschung

Abb.6 Die Wärmeleitfähigkeit  $k$  für stöchiometrisches  $UO_2$  und  $(U_{0.8},Pu_{0.2})O_2$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  mit der Porosität  $P$  als Parameter

Die Kurven wurden ermittelt mit :

$$k_{Th}(T) = \left( \frac{41.2}{T + 4.9} + 6.55 \cdot 10^{-13} T^2 \right) \pm 7\% \left[ \frac{W}{cm \cdot ^\circ K} \right] \quad T \text{ in } ^\circ K$$

(gemittelt aus den Werten folgender Autoren <11 bis 17 >

$$\text{und } k(T,P) = k_{Th}(T) [1 - P^{2/3}] \quad < 7 >$$

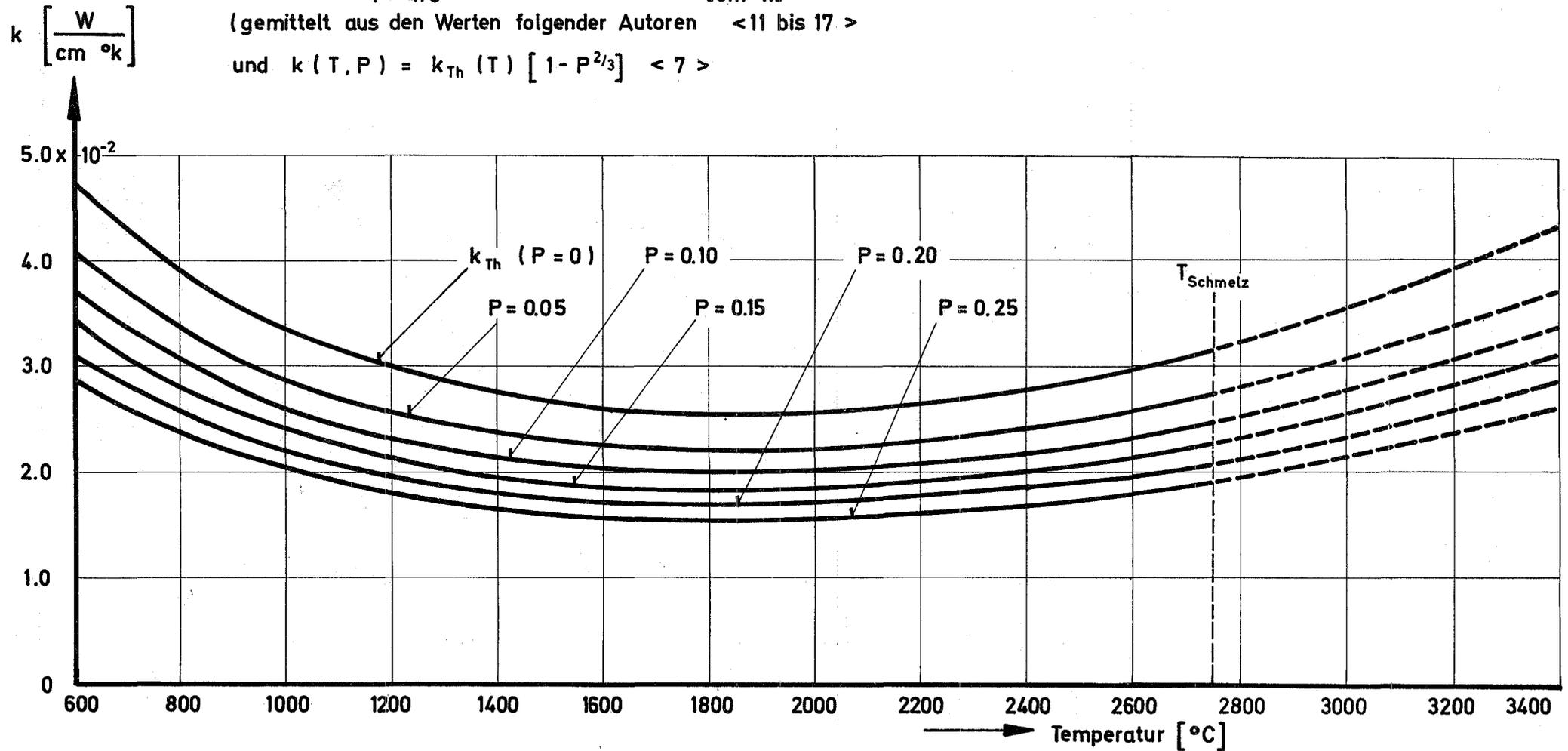


Abb. 7 Thermischer Zentralkanaleffekt für homogene Porositätsverteilung und  $D_j$  und  $\Omega = \frac{\delta}{r_B}$  als Parameter

Voraussetzungen:

a)  $\chi = 400 \frac{W}{cm}$

b)  $T_j = 1000 \text{ }^\circ K$

c)  $r_j = 2.62 \text{ mm}$

d)  $k_{Th} = \frac{41.2}{T + 4.9} + 6.55 \cdot 10^{-13} T^3 \left[ \frac{W}{cm \text{ }^\circ K} \right]$

e) Helium im Spalt  $C_L = 5.26 \cdot 10^{-5} \frac{W}{cm \text{ }^\circ K^{3/2}}$

f) schwarze Oberflächen  $C_{ST} = 5.67 \cdot 10^{-12} \frac{W}{cm^2 (^\circ K)^4}$

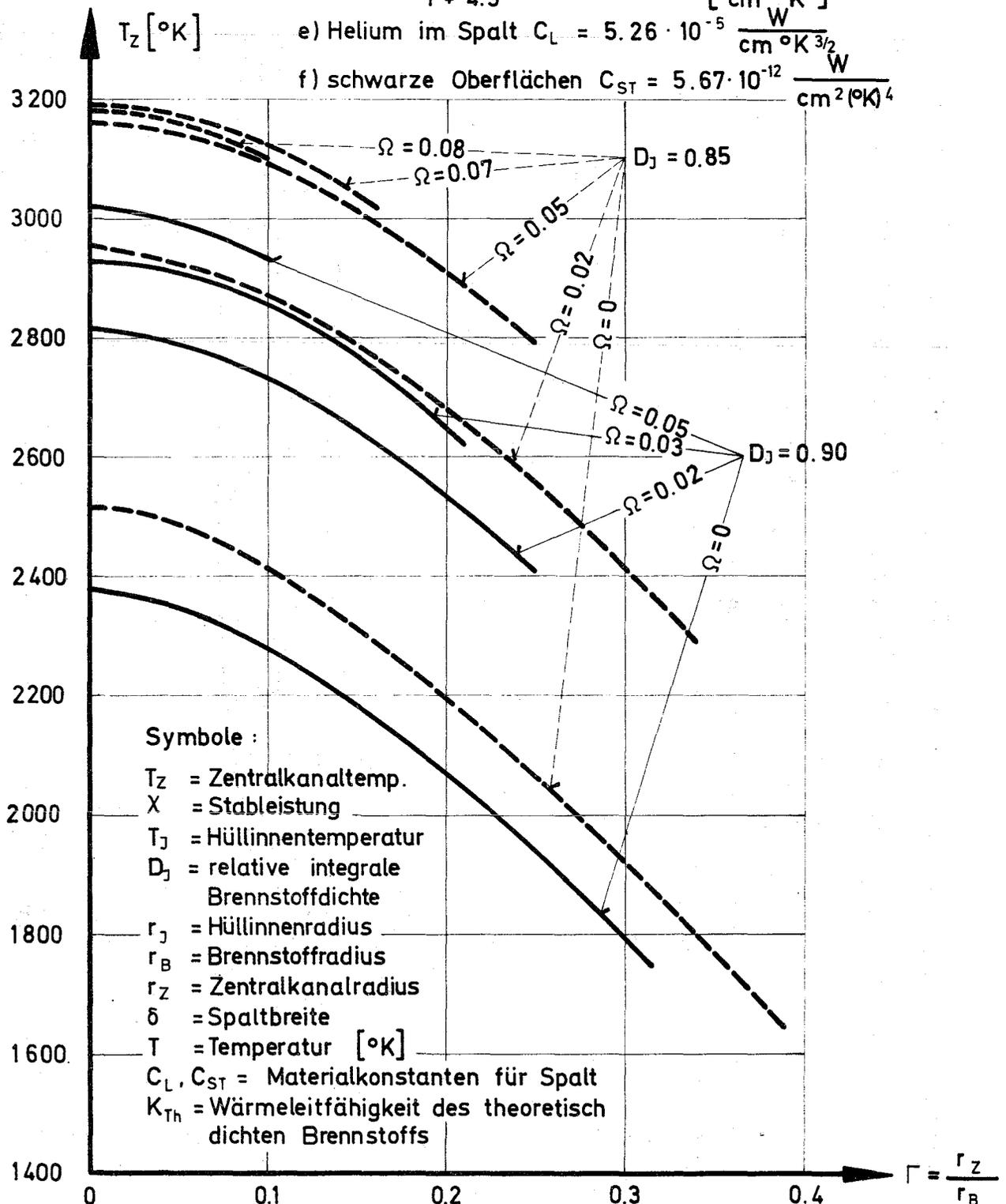


Abb.8 Thermischer Zentralkanaleffekt für homogene Porositätsverteilung und  $D_j$  und  $\Omega = \frac{\delta}{r_B}$  als Parameter

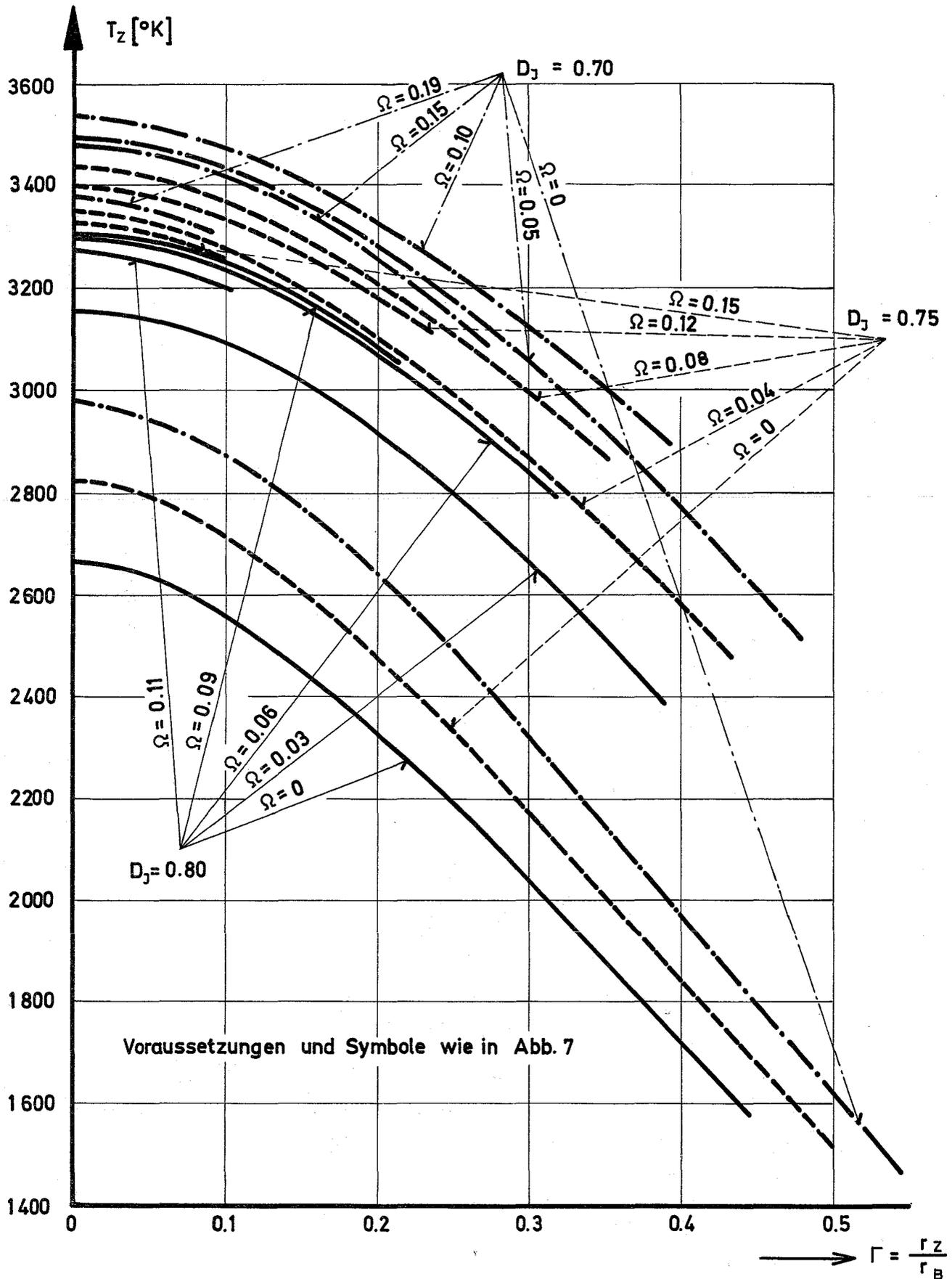


Abb.9

Thermischer Spalteffekt für homogene Porositätsverteilung,

$$\Gamma = \frac{r_z}{r_B} = 0 \text{ und } D_j \text{ als Parameter}$$

