

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

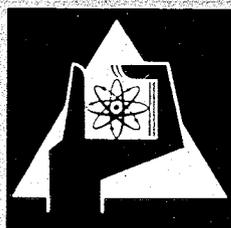
April 1969

KFK 961

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Dopplerrückwirkung mit Bremszeitverzögerung bei überpromptkritischen
Exkursionen in schnellen Brutreaktoren

W.H. Köhler



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

April 1969

KFK- 961

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Dopplerrückwirkung mit Bremszeitverzögerung bei überpromptkritischen
Exkursionen in schnellen Brutreaktoren

von

W.H. Köhler

Gesellschaft für Kernforschung mbH, Karlsruhe

QUESTION 10

1. The following table shows the results of a survey of 100 people.

2. The following table shows the results of a survey of 100 people.

3. The following table shows the results of a survey of 100 people.

4.

5.

6. The following table shows the results of a survey of 100 people.

7. The following table shows the results of a survey of 100 people.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

1. Exkursionsdynamik mit Bremszeitverzögerung
im Punktreaktormodell
 - 1.1. Analytische Behandlung
 - 1.2. Numerische Integration
2. Berechnung der Bremszeitverzögerung für ein
homogenes Medium in nulldimensionaler Multigruppentheorie
3. Numerische Beispiele und Diskussion
 - 3.1. Vergleich der analytischen Näherungen mit
totalnumerischen Rechnungen
 - 3.2. Abhängigkeit von der Anfangsleistung
 - 3.3. Anwendung auf lineare Reaktivitätsänderungen und
andere Zeitverzögerungen
4. Zusammenfassung

Literatur

Einleitung

Bei schnellen Reaktoren ist - thermischen Reaktoren gegenüber - in verschärftem Maße das Vorhandensein eines prompten inhärenten Abschaltmechanismus zu fordern. Bei schnellen Brutreaktoren mit oxidischem oder karbidischem Brennstoff wird dieser Abschaltmechanismus durch den negativen Dopplerkoeffizienten der Reaktivität gegeben.

Man hat sich dabei zu vergewissern, daß die Reaktivitätsrückwirkung auch wirklich prompt, also innerhalb einer Neutronengeneration nach einer Spaltung eintritt. Selbst kleine Verzögerungen können bei stark überpromptkritischen Exkursionen einen wichtigen Einfluß auf den Exkursionsverlauf ausüben.

Bei schnellen Brutreaktoren mit oxidischem oder karbidischem Brennstoff ist die Dopplerreaktivitätsrückwirkung aber leicht verzögert, weil einerseits die mittlere Spaltenergie etwa 100 keV beträgt, während andererseits der Hauptanteil des Dopplerkoeffizienten der Reaktivität auf Neutronen der Energie um 1 keV zurückzuführen ist. Bei der Spaltung wird die Energie, die zu einer größeren thermischen Bewegung der Brennstoffatome führt, zwar prompt freigesetzt, aber die Neutronen, die dann aufgrund der geänderten Resonanzreaktionsraten die Reaktivität vermindern, müssen erst auf die entsprechenden Resonanzenergien abgebremst werden. So kommt es zu einer Bremszeitverzögerung der Dopplerreaktivitätsrückwirkung.[≠]

Da diese Bremszeitverzögerung mit einigen μsec (oder grob gesprochen einigen Neutronengenerationszeiten) klein ist, wird die daraus folgende Erhöhung der in einer Exkursion freigesetzten Energie nur bei starken überpromptkritischen Exkursionen überhaupt eine Rolle spielen können.

In dieser Arbeit wird anhand des Punktreaktormodells untersucht, bis zu welcher Reaktivitätseingabe bei überpromptkritischen Exkursionen die Bremszeitverzögerung in der Analyse vernachlässigt werden kann. Das gefundene Kriterium kann auch dazu benutzt werden abzuschätzen, wann andere Verzögerungseffekte, hervorgerufen z.B. durch Entmischen des Brennstoffs, vernachlässigt werden können.

[≠]Eine Diskussion dieses Punktes mit K. Ott war eine wesentliche Anregung dieser Arbeit.

1. Exkursionsdynamik mit Bremszeitverzögerung im Punktreaktormodell

1.1. Analytische Behandlung

Wir legen den analytischen Näherungslösungen das Punktreaktormodell für überpromptkritische Reaktivitätssprünge zugrunde, in dem die Zerfallskonstanten der Vorläufer der verzögerten Neutronen gleich Null gesetzt werden.

Man hat dann das folgende nichtlineare Differential-Differenzengleichungssystem zu lösen, dessen Lösung für $\tau=0$ bereits von Fuchs [1] angegeben wurde.

$$\dot{n}(t) = \frac{\rho(t)\beta}{\Lambda} n(t) \quad (1)$$

$$n(t) - n_0 = \langle Mc \rangle \dot{T}(t) \quad (2)$$

$$\rho(t) = \rho_s - \alpha T(t-\tau) \quad (3)$$

Wobei

n	Reaktorleistung
Λ	Neutronengenerationszeit
β	Bruchteil der verzögerten Neutronen
ρ	Reaktivität in $\%$
$\langle Mc \rangle$	Mittelwert für Masse \cdot spezifische Wärme des Brennstoffs
T	Übertemperatur (im Brennstoff)
α	Dopplerkoeffizient der Reaktivität
τ	Bremszeitverzögerung

Wir wollen Näherungslösungen betrachten, bei denen $\tau \ll$ Reaktorperiode, d.h. $\tau \ll \frac{\Lambda}{\rho_s \beta}$ oder:

$$\frac{\tau \rho_s \beta}{\Lambda} \ll 1 \quad (4)$$

Für den hier nicht interessanten Fall $\tau \gg$ Reaktorperiode existiert bereits eine Näherungslösung [2].

Zunächst wird $T(t-\tau)$ in eine Taylorsche Reihe entwickelt

$$T(t-\tau) = T(t) - \tau \dot{T} + \frac{\tau^2}{2!} \ddot{T} - \dots \quad (5)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichungen (2) und (1) kann man diese Reihe schreiben

$$T(t-\tau) = T(t) - \frac{\tau}{\langle Mc \rangle} (n(t) - n_0) + \frac{\tau^2 \rho \beta}{2 \langle Mc \rangle} n(t) - \dots$$

Wegen der negativen Reaktivitätsrückwirkung erhält man eine obere Grenze für den letzten Term, wenn man $\rho = \rho_s$ setzt:

$$T(t-\tau) = T(t) - \frac{\tau}{\langle Mc \rangle} (n(t) - n_0) + \frac{1}{2} \frac{\rho_s \beta \tau}{\Lambda} \frac{\tau}{\langle Mc \rangle} n(t) - \dots$$

Wegen Gl. (4), und da für fast den ganzen Exkursionsverlauf $n(t) \gg n_0$, kann der dritte Term in der Taylorentwicklung (5) bereits vernachlässigt werden. Daher wird Gl. (3) approximiert durch

$$\rho(t) = \rho_s - \alpha(T(t) - \tau \dot{T}(t)) \quad (3a)$$

In integraler Schreibweise ist also die exakte Reaktivitätsfunktion

$$\rho(t) = \rho_s - \frac{\alpha}{\langle Mc \rangle} \int_0^{t-\tau} (n(t') - n_0) dt' \quad (6)$$

angenähert dargestellt durch

$$\rho(t) = \rho_s - \frac{\alpha}{\langle Mc \rangle} \left\{ \int_0^t (n(t') - n_0) dt' - \tau (n(t) - n_0) \right\} \quad (6a)$$

Besonders aus den beiden letzten Gleichungen sieht man, daß die Taylorentwicklung die Reaktivitätsrückwirkung vor dem Leistungsmaximum unterschätzt und danach überschätzt. Daher wird das aus dieser Näherung zu bestimmende Leistungsmaximum eine obere Grenze für den exakten Wert darstellen.

Um einen analytischen Ausdruck für das Leistungsmaximum aus den Gln. (1), (2) und (3a) zu erhalten, der deshalb interessant ist, weil das gemessene Leistungsmaximum bei den überpromptkritischen SEFOR-Experimenten direkt in die experimentelle Bestimmung des Dopplerkoeffizienten eingeht [3.7], differenzieren wir Gl. (3a) nach t und bilden dann durch Division von Gl. (1) durch die Ableitung von Gl. (3a) unter Vernachlässigung von n_0 verglichen mit $n(t)$ ^{**}

^{**} Diese Annahme wird in Abschnitt 3.2 anhand von numerischen Beispielen gerechtfertigt.

$$\frac{dn}{d\rho} = \frac{-\frac{\langle Mc \rangle}{\alpha} \frac{\beta}{\Lambda} \rho}{1 - \frac{\tau\beta}{\Lambda} \rho} \quad (7)$$

Daraus erhält man

$$n(\rho) = \frac{\langle Mc \rangle \Lambda}{\alpha \beta \tau^2} \left(\frac{\tau\beta}{\Lambda} (\rho - \rho_s) + \ln \frac{1 - \frac{\tau\beta}{\Lambda} \rho}{1 - \frac{\tau\beta}{\Lambda} \rho_s} \right) \quad (8)$$

Aus Gl. (1) ist zu ersehen, daß das Leistungsmaximum für $\rho=0$ erfolgt, und es ergibt sich

$$n_m = \frac{\langle Mc \rangle \Lambda}{\alpha \beta \tau^2} \left(\ln \frac{1}{1 - \frac{\tau\beta \rho_s}{\Lambda}} - \frac{\tau\beta \rho_s}{\Lambda} \right) \quad (9)$$

Für $\frac{\tau\beta \rho_s}{\Lambda} < 1$, was wegen Gl. (4) immer erfüllt ist, entwickeln wir den Logarithmus und erhalten

$$n_m = \frac{\langle Mc \rangle \beta \rho_s^2}{2\alpha \Lambda} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{\tau\beta \rho_s}{\Lambda} + \frac{1}{2} \left(\frac{\tau\beta \rho_s}{\Lambda} \right)^2 + O\left(\frac{\tau\beta \rho_s}{\Lambda} \right)^3 \right) \quad (9a)$$

Für $\tau=0$ ergibt sich die bereits bekannte Lösung nach Fuchs [1] und für $\frac{\tau\beta \rho_s}{\Lambda} \ll 1$ ist ersichtlich, daß das Leistungsmaximum aufgrund der Bremszeitverzögerung um den Faktor $1 + \frac{2}{3} \frac{\tau\beta \rho_s}{\Lambda}$ angehoben wird.

Weiter ist es möglich, eine Näherung für den Temperaturanstieg T und für die gesamte freigesetzte Energie E_t anzugeben.

Für den Temperaturanstieg benötigt man einen Näherungsausdruck für die Reaktivität, wenn am Ende des Leistungspulses $n=0$ geworden ist. Man erhält nach linearer Extrapolation des Logarithmus in Gl. (8) um $\rho=-\rho_s$ mit $\gamma = \frac{\tau\beta}{\Lambda}$

$$\rho(n=0) = -\rho_s - \frac{2}{3} \gamma \rho_s^2 (1 + \gamma \rho_s) \quad (10)$$

Damit erhält man Gleichung (3a) für den Temperaturanstieg in der Form

$$T = \frac{2\rho_s}{\alpha} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{\tau\beta}{\Lambda} \rho_s + O\left(\frac{\tau\beta}{\Lambda} \rho_s \right)^2 \right) \quad (11)$$

Gleichung (2) ergibt dann für die gesamte freigesetzte Energie

$$E_t = \frac{2\rho_s \langle Mc \rangle}{\alpha} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{\tau\beta}{\Lambda} \rho_s + O\left(\frac{\tau\beta}{\Lambda} \rho_s\right)^2 \right) \quad (12)$$

Auch hier ist die Lösung für $\tau=0$ der Fuchs-Lösung identisch. Die freigesetzte Energie erhöht sich also aufgrund der Bremszeitverzögerung der Dopplerreaktivitätsrückwirkung um 50% weniger als das Leistungsmaximum.

Während ohne Bremszeitverzögerung der Leistungspuls um n_m symmetrisch ist, fällt mit Bremszeitverzögerung die Leistung nach dem Maximum schneller ab, was eine Verminderung der Pulsbreite bewirkt. Dieser Effekt ist auch bei anderen nichtlinearen Rückwirkungsmodellen beobachtet worden [4, 7].

1.2. Numerische Integration

Das hier vorliegende Anfangswertproblem wird nach der Fehlbergschen Methode [5, 7] unter Berücksichtigung der verzögerten Neutronen integriert. Das dazu verwendete IBM-7074-Programm löst die dynamischen Gleichungen in der folgenden Form [6, 7]

$$\dot{n}(t) = [(\rho-1)-R(t)]\beta n(t) + \sum_i \lambda_i C_i^{*}(t) \quad (1a)$$

$$\dot{C}_i^{*}(t) = \beta_i n(t) - \lambda_i C_i^{*}(t) \quad (13)$$

$$R(t) = \frac{\alpha}{\langle Mc \rangle} \int_0^t (n(t'-\tau) - n_0) dt' \quad (6c)$$

mit den Anfangsbedingungen

$$\left. \begin{aligned} n(0) &= n_0 \\ C_i^{*}(0) &= \frac{\beta_i}{\lambda_i} n_0 \\ R(t) &= -\infty < t < \tau \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Durch eine Transformation der Integrationsvariablen in Gl. (6c) ist leicht zu sehen, daß dieses Integral gleich dem Integral in Gl. (6) ist.

Da die Stützstellen t_k , die das Fehlbergsche Verfahren zur Integration benutzt, nicht notwendig mit den Argumentswerten $t'-\tau$ in Gl. (6c) zusammenfallen, wird $n(t'-\tau)$ aus den nächstliegenden Funktionswerten $n(t_k)$ linear interpoliert. - Die Integrationsmethode erlaubt gebietsweise variable Schrittweiten zu benutzen, hat aber keine Schrittweitenautomatik.

2. Berechnung der Bremszeitverzögerung für ein homogenes Medium in nulldimensionaler Multigruppentheorie

Wir definieren die mittlere Bremszeitverzögerung als

$$\tau = \sum_i DC^i \tau^i \quad (15)$$

wobei DC^i der Bruchteil des Dopplerkoeffizienten in Gruppe i ist und τ^i die Bremszeit für Spaltneutronen nach Gruppe i . Für τ^i gilt die folgende Beziehung

$$\tau^i = \frac{\int_0^{\infty} t \phi_1^i(t) dt}{\int_0^{\infty} \phi_1^i(t) dt} \quad (16)$$

Dabei ist $\phi_1^i(t)$ der Neutronenfluß, der sich in Gruppe i in der ersten Generation nach einer Spaltung einstellt. Dieser unmultiplizierte Fluß läßt sich für ein nulldimensionales, homogenes Medium aus der Gleichung

$$\sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_{s,ik}^k \phi^k(t) - (\Sigma_{rem}^i + D^i B^2) \phi^i(t) + \chi^i \sum_{k=1}^G \nu \Sigma_f^k \phi^k(t) = \frac{1}{v^i} \frac{d\phi^i}{dt} \quad (17)$$

berechnen, wenn man die zweite Summe in dieser Gleichung gleich $\delta(t)$ setzt.

Die praktische Berechnung der τ^i erfolgt in dem Programm CURA 3 [7] und wird hier kurz skizziert:

Es wird der Beitrag der Neutronen in der ersten Generation zu einem Detektorsignal $H_1(t)$ mit Detektorempfindlichkeit in Gruppe i , Σ_d^i , definiert:

$$H_1(t) = \sum_{k=1}^G \Sigma_d^k \phi_1^k(t) \quad (18)$$

In dem hier vorliegenden Fall setzt man im Programm CURA 3

$$\Sigma_d^k = \delta_{ik} \quad i = 1 \dots G \quad (19)$$

so daß sich

$$H_1(t) = \phi_1^i(t) \quad (20)$$

ergibt. Das Laplace-transformierte Detektorsignal $h_1(p)$ wird dann entwickelt

$$\frac{1}{h_1(p)} = \frac{1}{h(0)} [1 + \tau_1 p + \tau_2 p^2 + \dots] \quad (21)$$

und die Entwicklungskoeffizienten, τ , werden nach einer Störungstheorie dritter Ordnung berechnet. Der Koeffizient τ_1 ist dann wegen Gl. (20) die gesuchte Abbremszeit, τ^i , nach Gruppe i .

Die Berechnung der DC^i wird hier als bekannt vorausgesetzt. In den betrachteten Beispielen erfolgte sie mit Störungstheorie erster Ordnung im Anschluß an eine Kritikalitätsrechnung und mit dopplerverbreiterten Wirkungsquerschnitten bei 900°K und 2100°K [8_7].

Es werden in Tabelle 2 Ergebnisse von 26-Gruppen-Rechnungen mit dem Gruppensatz NAPPMB001 des Kerndatenfiles KNDF, [9_7] für einen Reaktor, dessen Zusammensetzung in Tabelle 1 angegeben ist, zitiert. Das Buckling ist $B^2 = 1,15 \times 10^{-3}$.

Tabelle 1: Zusammensetzung des Cores

U ²³⁸	25 Vol.%
Pu ²³⁹	5 Vol.%
Na	40 Vol.%
<u>Strukturmaterial</u>	30 Vol.%
Fe 65%; Ni 16%; Cr 16%; Mo 3%	

Tabelle 2: Ergebnisse für Bremszeitverzögerung

		Na im Core		kein Na im Core	
		$DC = \frac{1}{k} \frac{dk}{dT} = -7,54 \times 10^{-6}$ bei 900(°K) $\Lambda = 0,464$ (µsec) $\tau = 2,14$ (µsec) $\frac{\tau}{\Lambda} = 4,60$		$DC = -4,27 \times 10^{-6}$ bei 900(°K) $\Lambda = 0,376$ (µsec) $\tau = 2,09$ (µsec) $\frac{\tau}{\Lambda} = 5,56$	
Gr.	E_L	$(DC_k^i) \cdot DC$	τ^i (µsec)	$(DC^i) \cdot DC$	τ^i (µsec)
9	46,5 keV	-9,86/-8	0,244	-1,29/-7	0,302
10	21,5 keV	-1,93/-7	0,428	-1,84/-7	0,524
11	10,0 keV	-3,12/-7	0,621	-2,81/-7	0,756
12	4,65 keV	-6,34/-7	0,888	-5,82/-7	1,11
13	2,15 keV	-3,63/-7	1,16	-8,76/-7	1,61
14	1,00 keV	-2,186/-6	1,72	-9,26/-7	2,23
15	465 eV	-2,396/-6	2,46	-8,68/-7	3,03
16	215 eV	-9,84/-7	3,37	-3,20/-7	3,99
17	100 eV	-3,25/-7	4,46	-9,02/-8	5,13
18	46,5 eV	-4,68/-8	5,33	-1,19/-8	6,02
19	21,5 eV	-7,24/-10	7,13	-1,33/-10	7,89
20	10,0 eV	-3,22/-10	8,45	-6,10/-11	9,26

In Abb. 1 ist der erste Teil dieser Tabelle (mit Na im Core) aufgetragen.

Man sieht aus diesen Rechnungen, daß zwar ohne Na im Core die Bremszeitverzögerung im wesentlichen konstant bleibt, daß aber ohne Na das Verhältnis τ/Λ , was ja wegen Gln. (9) und (12) allein wichtig ist, um etwa 20% ansteigt und daher die Wirkung der Bremszeitverzögerung verstärkt. Der Grund, daß die Bremszeitverzögerung ohne Na im wesentlichen konstant bleibt, ist, daß einerseits wegen der fehlenden relativ leichten Na-Kerne die τ^i ansteigen, andererseits aber aus dem gleichen Grund die Gruppenbeiträge zum Dopplerkoeffizienten zu Gunsten höherer Energien verschoben werden.

3. Numerische Beispiele und Diskussion

3.1. Vergleich der analytischen Näherungen mit totalnumerischen Rechnungen

Es soll hier gezeigt werden, daß die analytischen Näherungen für n_m , (Gl. (9a)), und E_t , Gl. (12) verglichen mit totalnumerischen Rechnungen unter exakter Berücksichtigung der verzögerten Neutronen nach Abschnitt 1.2 sehr gute Ergebnisse liefern.

Tabelle 3: Vergleich: analytische Näherung - Totalnumerik

τ	$\frac{\tau\beta_s}{\Lambda}$	t (msec) m numerisch	$n_m \times 10^{-7}$ m numer.	Faktor ^{##} numer.	Faktor ^{##} analyt.	$E_t \times 10^{-2}$ numer.	Faktor ^{##} numer.	Faktor ^{##} analyt.
0	0	1.094	1.521	-	-	1.456	-	-
10A	7.28/-2	1.095	1.597	1.050	1.048	1.493	1.025	1.024
20A	1.456/-1	1.096	1.681	1.105	1.096	1.534	1.054	1.048
100A	7.28/-1	1.11	2.66	1.75	1.49 ^{###} 1.74 2.17	2.060	1.415	1.25
200A	1.456	1.138	5.106	3.36	-	3.569	2.45	-

Weitere Daten: $\rho_s = 2.0$; $\Lambda = 3.60/-7$; $\beta = 3.64/-3$; $\frac{\alpha}{\langle Mc \rangle} = 1.33/-3$; $n_0 = 1.0/-2$

^{##}Die Faktoren sind das Verhältnis Lösung für $\tau \neq 0$ zu Lösung für $\tau = 0$, wobei bei der analytischen Lösung für n_m nur die ersten zwei Terme in Gl. (9a) verwendet wurden.

^{###}Die analytische Näherung für n_m , (Gl. 9), liegt immer über der exakten Lösung. Für $\frac{\tau\beta_s}{\Lambda} = 0.728$ konvergiert die Taylorentwicklung in Gl. (9), die Gl. (9a) ergibt, aber schlecht. Die drei angegebenen Faktoren gelten in dieser Reihenfolge für Gl. (9a) mit zwei Termen der Entwicklung, Gl. (9a) mit drei Termen und Gl. (9). Der letzte Wert liegt, wie es auch sein muß, über dem totalnumerischen Faktor.

Aus Tabelle 3 ersieht man, daß bis zu $\frac{\tau\beta_s}{\Lambda} \approx 0.5$ mit der analytischen Näherung noch gute Ergebnisse erzielt werden. Da $\rho_s = 2.0$ und $\tau = 10A$ (siehe Abschnitt 2) in etwa obere Grenzen für realistische Parameter darstellen, kommen wir zu dem Schluß, daß für realistische überpromptkritische Exkursionen die Bremszeitverzögerung vernachlässigt werden kann. In Abschnitt 3.3 werden wir diesen Punkt noch für Reaktivitätsrampen beleuchten und angeben, wie die analytischen Ergebnisse auch bei anderen Zeitverzögerungen in der Dopplerrückwirkung dazu benutzt werden können abzuschätzen, ob eine genaue Analyse des Verzögerungseffekts notwendig ist oder nicht.

In Abb. 2 sind die totalnumerischen Lösungen des letzten Beispiels in Tabelle 3, für die wegen $\frac{\tau\beta_s}{\Lambda} > 1$ die analytischen Näherungen nicht mehr gelten, angegeben, um deutlich den allgemeinen Trend der verzögerten Rückwirkung zu zeigen: Erhöhung des Leistungsmaximums, geringere Pulsbreite und damit Asymmetrie des Pulses.

3.2. Abhängigkeit von der Anfangsleistung

Die Näherungslösungen in Abschnitt I vernachlässigen n_0 in Gl. (2) und setzen daher voraus, daß $n(t) \gg n_0$ für fast alle t . Von der Fuchs-Lösung [1] ist bekannt, daß man diese Voraussetzung dahingehend quantifizieren kann, daß $n_m \gg n_0$ gilt.

Wir erwarten ein ähnliches Verhalten für den Fall mit Bremszeitverzögerung; außerdem ist zu erwarten, daß der Einfluß der Bremszeitverzögerung sich vergrößert, wenn $n_0 < n_m$, weil dann von Anfang an ein merklicher Teil der Reaktivitätsrückwirkung fehlt.

Die numerischen Ergebnisse in Tabelle 4 bestätigen diese Erwartungen für einen Fall, wo $n_m = 1.52 \times 10^7$ ist, wenn $n_0 < n_m$ gilt, während bei $n_0 = 10^6$ der Wert $n_m = 2.06 \times 10^7$ erreicht wird für $\tau=0$.

Tabelle 4: Abhängigkeit von n_0 bei $\frac{\tau \beta \rho_s}{\Lambda} = 0.1456$
 $\tau = 20\text{A}; \Lambda = 0.36\text{usec}; \rho_s = 2.0; \beta = 3.64 \times 10^{-3}$

n_0	Erhöhung von n_m gegenüber $\tau=0$		Erhöhung von E_t gegenüber $\tau=0$	
	Analytisch: Gl. (9a)	numerisch	Analytisch: Gl. (12)	numerisch
10^{-2}	9.6% } unabhängig von n_0	10.5%	4.8% } unabhängig von n_0	5.4%
10^5		10.5%		5.4%
10^6		11.2%		6.6%

Wir können daher sagen, daß für realistische n_0 in überpromptkritischen Exkursionen, die von n_0 unabhängigen Lösungen, Gl. (9) bis Gl. (12), sehr gute Näherungen darstellen.

In den Fällen, wo $n_0 < n_m$ nicht mehr erfüllt ist, geben Gl. (9) bis Gl. (12) immer noch in etwa die richtige Erhöhung in n_m , T und E_t , die aufgrund der Bremszeit zustande kommt. Für die absoluten Werte dieser Größen sollten dann aber die von n_0 abhängigen exakten Werte der Fuchs-Lösung anstatt der jeweiligen Faktoren vor den Klammern in Gl. (9a) bis Gl. (12) genommen werden.

3.3. Anwendung auf lineare Reaktivitätsänderungen und andere Zeitverzögerungen

Es ist bekannt, daß für $\tau=0$ die Form des Leistungspulses für einen Reaktivitätssprung gleich derjenigen einer linearen Reaktivitätseingabe (Reaktivitätsrampe) ist, deren minimale Periode gleich der Anfangsperiode des Reaktivitätssprungs ist [4]. Diese Aussage läßt sich näherungsweise in die folgende Relation zwischen der überpromptkritischen Sprungreaktivität ρ_s in Dollar und dem Reaktivitätsanstieg a ($\$/\text{sec}$), der zur gleichen Spitzenleistung und zur gleichen freigesetzten Energie führt, fassen:

$$a = \frac{\rho_s^2 \beta}{c \Lambda} \quad (22)$$

Die Konstante c ist dabei etwa 30 [4]. Für die in Abschnitt 3.1 angegebenen Parameter bei $\rho_s = 2.0$ wurde durch numerischen Vergleich $c=36$ gefunden.

Da für die hier betrachteten Fälle $\frac{\tau \beta \rho_s}{\Lambda} \ll 1$ nur eine schwache Änderung der Lösung durch die Verzögerungszeit τ eintritt, konnte durch numerische Rechnungen gezeigt werden, daß Gl. (22) auch für $\tau \neq 0$ gültig ist, so daß man also die Ergebnisse der analytischen Untersuchung, Gl. (9) und Gl. (12) über Gl. (22) auch auf lineare Reaktivitätsänderungen anwenden kann. Die numerischen Ergebnisse zeigen auch, daß sich die Korrekturfaktoren für $\tau \neq 0$ bei kleinerem a verringern.

Wir können nun zeigen, daß die Bremszeitverzögerung τ keinen Einfluß auf den aus den überpromptkritischen SEFOR-Experimenten zu bestimmenden Dopplerkoeffizienten haben wird. In diesen Experimenten soll bei maximalen Reaktivitätsgeschwindigkeiten von etwa $15/\text{sec}$, aus dem Leistungspulsmaximum n_m und anderen Parametern der Dopplerkoeffizient der Reaktivität bestimmt werden [10]. Mit $\beta/\Lambda = 4.88 \times 10^3$ für SEFOR und $c=36$ ergibt Gl. (22) eine äquivalente Sprungreaktivität von 0.33% überpromptkritisch. Damit würde sich dann das Leistungsmaximum bei $\tau=5\Lambda$ nach Gl. (9a) nur um 0.36% aufgrund der Bremszeitverzögerung erhöhen. Dieser Effekt ist verglichen mit anderen Unsicherheiten so gering, daß sich eine genaue Berechnung von der Bremszeitverzögerung in diesem Fall nicht lohnt.

Wir geben jetzt noch ein Kriterium an, das es gestattet abzuschätzen, bis zu welchen Reaktivitätsgeschwindigkeiten, a , man die Bremszeitverzögerung in der Analyse vernachlässigen kann.

Aufgrund anderer Unsicherheiten, z.B. in der spezifischen Wärme des Brennstoffs nehmen wir an, daß ein Fehler von 10% in der freigesetzten Energie, E_t , hervorgerufen durch Verzögerungseffekte, toleriert werden kann.

Wegen Gl. (12) braucht man die Bremszeitverzögerung dann nicht zu berücksichtigen, wenn

$$\frac{1}{3} \frac{\tau \beta}{\Lambda} \rho_s < 0.1 \quad (23)$$

gilt. Setzen wir nun über Gl. (22) mit $c=36$ a und ρ_s in Beziehung, dann ergibt sich das Kriterium

$$\tau \sqrt{\frac{a\beta}{\Lambda}} < 0.05 \quad (24)$$

für die Vernachlässigung von Verzögerungseffekten.

Es soll hier noch bemerkt werden, daß die beiden Kriterien auch bei anderen Verzögerungen in der Dopplerrückwirkung (oder irgendeiner anderen Temperaturrückwirkung), wie sie zum Beispiel durch Entmischung des Brennstoffs [11], [12] auftreten können, benutzt werden können.

In diesem Zusammenhang wurde bereits eine empirische Formel für die Temperaturerhöhung durch Entmischungsverzögerung angegeben, die die gleiche Parameterkonstellation enthält wie Gl. (11) [13].

Selbst bei dopplerlimitierten Bethe-Tait-Rechnungen, die Disassembly-Effekte berücksichtigen, kann man mit Gl. (24) näherungsweise feststellen, ob es nötig ist, die Zeitverzögerung in der Dopplerrückwirkung, die durch Entmischung des Brennstoffs bedingt ist, zu berücksichtigen. Für Korngrößen von 60μ wird eine Verzögerungszeit von $130 \mu\text{sec}$ angegeben [14]. Bei einer Reaktivitätsrampe von $100 (\$/\text{sec})$ und $\beta/\Lambda=5 \times 10^3$ erhält man $\tau \sqrt{\frac{a\beta}{\Lambda}} = 0.092$, was Gl. (24) deutlich verletzt. Daher muß hier die Verzögerungszeit berücksichtigt werden, wie auch die Ergebnisse der Rechnungen zeigen [14].

4. Zusammenfassung

Für kleine Verzögerungen in der Dopplerrückwirkung (oder irgendeiner anderen Temperaturreckwirkung) werden für überpromptkritische Exkursionen im Rahmen des Punktreaktormodells Näherungen für den Anstieg in der maximalen Leistung, der Temperatur und der freigesetzten Energie angegeben.

Die Berechnung der Bremszeitverzögerung für typische schnelle Na-gekühlte Oxid-Reaktoren ergibt $\tau \approx 5\text{A}$, was zusammen mit realistischen oberen Grenzen für Reaktivitätsrampen (etwa $100/\text{sec}$) zu dem Ergebnis führt, daß der Effekt der Bremszeitverzögerung der Dopplerrückwirkung vernachlässigt werden kann.

Mit Gl. (24) wird eine Formel angegeben, die es gestattet zu entscheiden, ob bei irgendeiner verzögerten Temperaturreckwirkung auf die Reaktivität der Effekt der Verzögerungszeit in der Analyse der überpromptkritischen Exkursion berücksichtigt werden sollte oder nicht.

Literatur

1. K. Fuchs, LA 596 (1946)
2. S.G. Forbes, IDO-16452 (1958)
3. W. Häfele, Nukleonik 5, 201 (1963)
4. W.E. Nyer, in The Technology of Nuclear Reactor Safety, Vol. I (1964)
5. E. Fehlberg, Z. angew. Math. Mech. 40, 252-259, 449-455 (1960)
6. W. Höbel, private Mitteilung (1968)
7. H. Borgwaldt, private Mitteilung (1968)
8. I. Siep, private Mitteilung (1968)
9. J.J. Schmidt, KFK-120, Teil I (1966)
10. L.D. Noble und C.D. Wilkinson, GEAP 5576 (1968)
11. A. Fraude, private Mitteilung (1963)
12. E.A. Fischer und K. Keller, Nukleonik 8, pg. 471 (1966)
13. V.W. Gustavson und R.E. Peterson, HW-SA 3611A (1964)
14. D. Braess, H. Küsters und K. Thurnay, Proceedings of the international Conference on the Safety of Fast Reactors, Aix-en-Provence, paper III-2 (1967)

Bremsverzögerung τ^i
 und prozentualer Beitrag zu DC

$$DC = -7.54 / -6$$

$$\Lambda = 0.464 \mu\text{sec}$$

$$\tau = 2.14 \mu\text{sec}$$

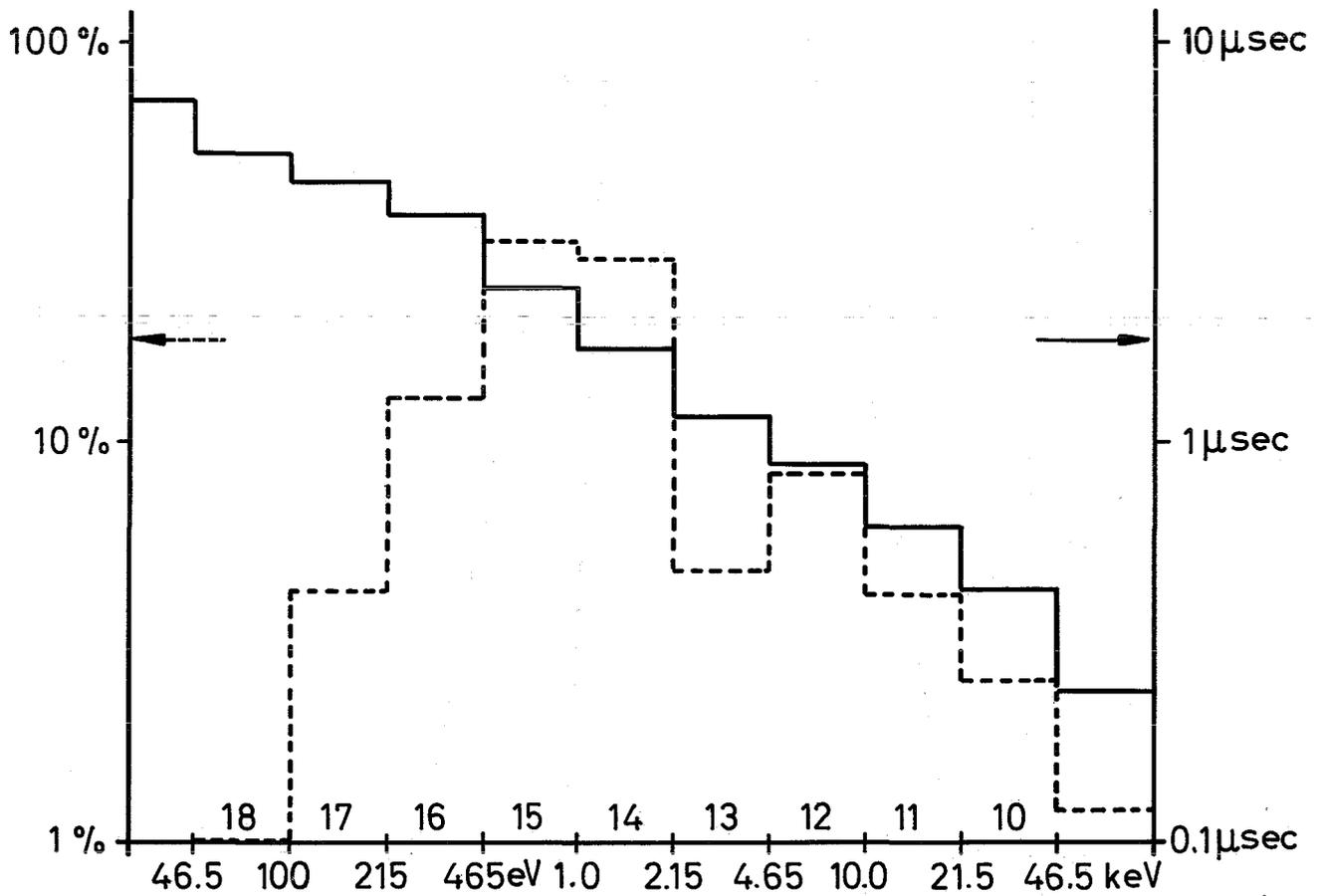


Abb. 1 Bremszeiten und Beiträge zum Doppler-
 koeffizienten

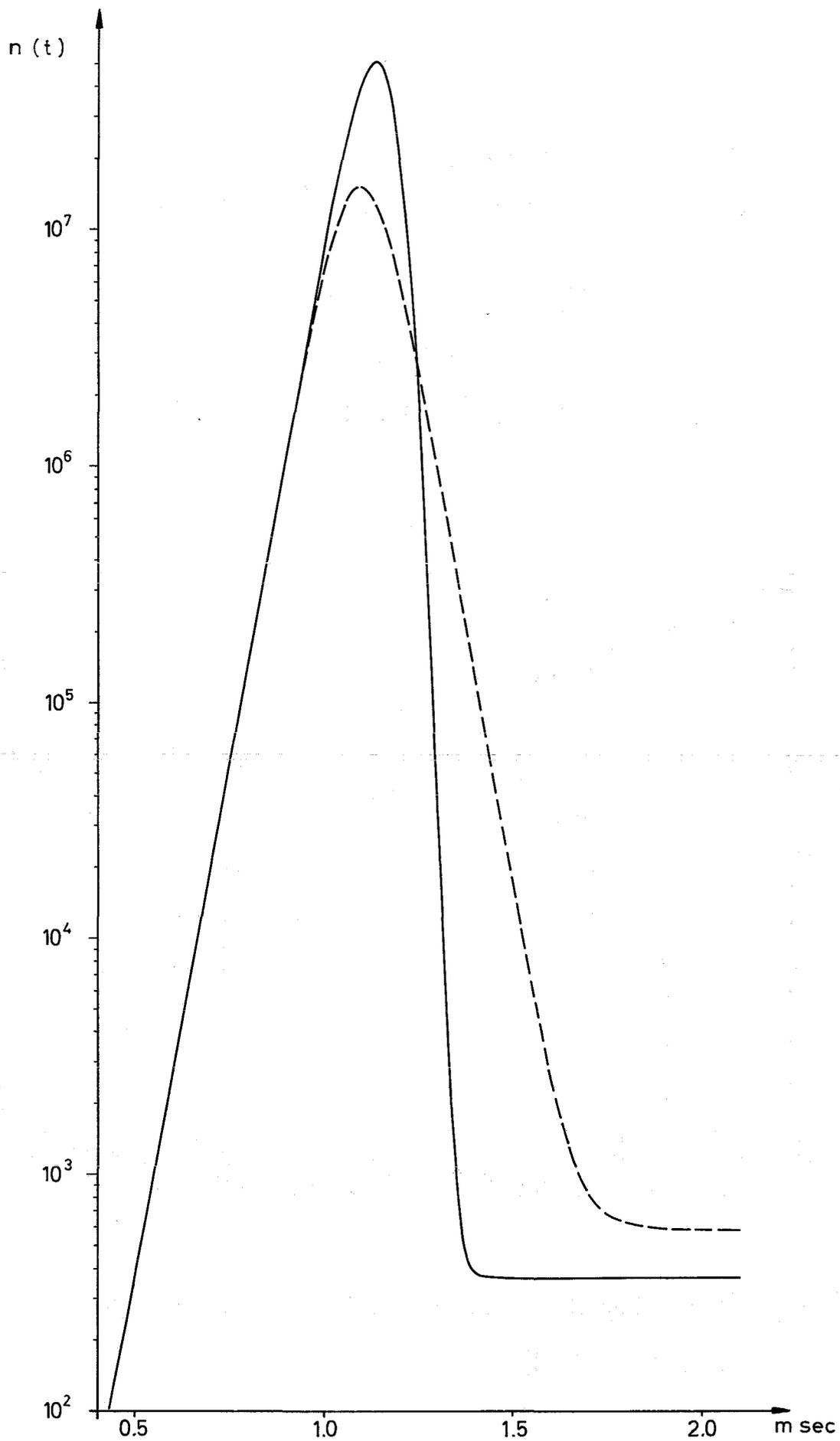


Abb. 2 Leistungspuls — $\tau = 200 \text{ A}$; - - - $\tau = 0$