

KFK-1057:2

Nicht  
entleihbar

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM**

**KARLSRUHE**

September 1969

Nicht entleihen

KFK 1057  
EUR 4314 d

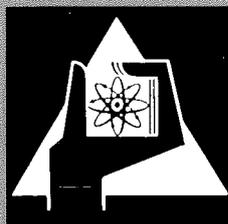
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Theoretische Behandlung von denkbaren schweren Unfällen  
bei schnellen Brutreaktoren im Rahmen des Bethe-Tait-Modells

F.G. Kluge, K. Thurnay

Gesellschaft für Kernforschung m.B.H.  
Zentralbücherei

15.7.1969



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M.B.H.  
KARLSRUHE

TA 7.175

September 1969

KFK-1057  
EUR-4314d

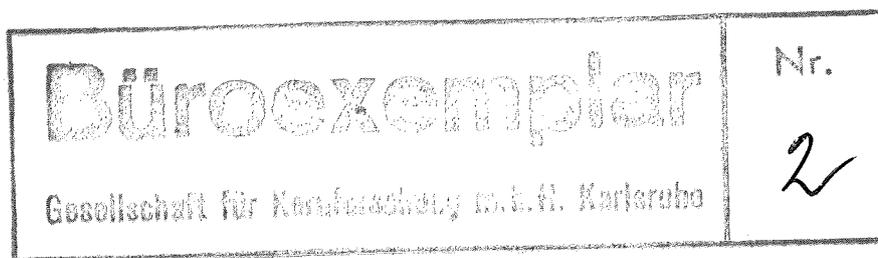
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Theoretische Behandlung von denkbaren schweren Un-  
fällen bei schnellen Brutreaktoren im Rahmen des  
Bethe-Tait-Modells <sup>\*</sup>

von

F.G. Kluge

K. Thurnay



Gesellschaft für Kernforschung m.b.H. Karlsruhe

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H.  
Zentralbücherei

<sup>\*</sup> Diese Arbeit wurde im Rahmen der Assoziation zwischen der Europäischen Atomgemeinschaft und der Gesellschaft für Kernforschung m.b.H. Karlsruhe auf dem Gebiet der schnellen Reaktoren durchgeführt.

## Abstract

The maximum energy release following a large accident of the fast power reactor is usually calculated with the Bethe-Tait formalism. This work summarizes the procedure as it is used in the Kernforschungszentrum Karlsruhe.

The presented version is adopted to spherical and to cylindrical geometries; the excursion-calculations take account of the delayed neutrons and of the Doppler-feedback, including the fuel-melting-process. A formalism for determining the destructive energy is also incorporated.

Parameter-calculations have been carried out to cover up the uncertainties in the initial values of the excursions; the results are presented and discussed.

A critical survey on the main assumptions of the Bethe-Tait formalism has been added.

Die maximale Energie, die ein schwerer Unfall in einem schnellen Brutreaktor freisetzen kann, wird gewöhnlich mit dem Bethe-Tait-Verfahren berechnet. Diese Arbeit ist eine Zusammenfassung des im Kernforschungszentrum Karlsruhe benutzten Verfahrens.

In der vorgetragenen Version wird die Methode sowohl für die sphärische als auch für die zylindrische Geometrie angepasst; bei den Exkursions-Rechnungen werden sowohl die verzögerten Neutronen als auch die Doppler-Rückwirkung einschließlich des Brennstoff-Schmelzprozesses berücksichtigt. Ein Verfahren zur Ermittlung der Zerstörungsenergie ist gleichfalls aufgeführt.

Um Unsicherheiten in den Ausgangswerten der Exkursion zu erfassen, wurden Parameter-Rechnungen durchgeführt; die Ergebnisse werden vorgelegt und diskutiert.

Eine kritische Überprüfung der Hauptannahmen der Bethe-Tait-Methode wurde hinzugefügt.

Inhalt

	Seite
1. Einleitung. Die schweren Reaktorunfälle	4
2. Das Bethe-Tait-Verfahren	6
3. Die Zerstörungsenergie der Exkursion	16
4. Die Kugelversion des Bethe-Tait-Verfahrens	20
5. Die Zylinderversion des Bethe-Tait-Verfahrens	22
6. Die verzögerte Dopplerrückwirkung	26
7. Bethe-Tait-Exkursionen bei Rampenunfällen	28
8. Kritik der Bethe-Tait-Methode	31
Anhang A	34
Anhang B	36
Anhang C	39
Anhang D	42
Anhang E	47
Literatur	50

Bilderverzeichnis

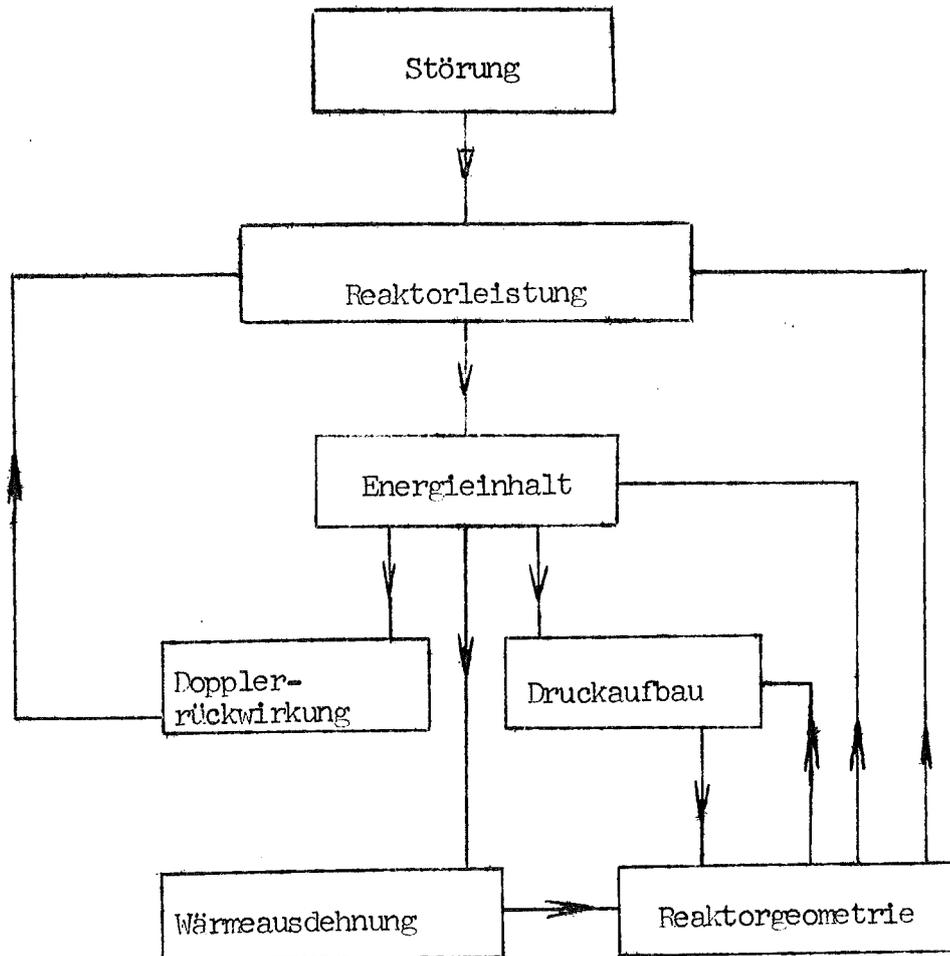
- Abb. 1 Exkursionsverlauf beim M.D.U. ( $\gamma = 2.5 \cdot 10^{-3}$ )
- Abb. 2 Exkursionsverlauf beim V.U. ( $\gamma = 4.5 \cdot 10^{-3}$ )
- Abb. 3 M.D.U. Excessenergie der Exkursion mit prompten und mit verzögerten D.R. (Korngröße:  $\emptyset = 100\mu$ )
- Abb. 4 V.U. Excessenergie der Exkursion unter verschiedenen Einschränkungen für die Brennstoffbewegung
- Abb. 5 M.D.U. Vergleich der Exkursionsverläufe mit prompten und mit verzögerten D.R. ( $\gamma = 2.5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\emptyset = 100\mu$ )
- Abb. 6 M.D.U. Vergleich der  $E_{ex}$  bei verschiedenen Reaktivitätseingaben.
- Abb. 7 M.D.U. Vergleich der  $E_{ex}$  bei verschiedenen Anfangsflüssen
- Abb. 8 M.D.U. Vergleich der  $E_{ex}$  bei verschiedenen Anfangstemperaturen
- Abb. 9 V.U. Vergleich der  $E_{ex}$  bei verschiedenen Reaktivitätseingaben
- Abb.10 V.U. Der Einfluß der Brennstoffschmelzwärme auf die Excessenergie der Exkursion
- Abb.11 Die Arbeit der Brennstoffausdehnung nach Meyer und Wolfe  
( $\rho_B = 3.7 - 1.8 \text{ g/cm}^3$ ,  $p_{fin} = 1 \text{ atm}$ )
- Abb.12 Die Energieausbeute als Funktion der zentralen Energiedichte am Ende der Exkursion. Na-2 Core, Zylinderdarstellung
- Abb.13 Die Energieausbeute als Funktion der zentralen Energiedichte am Ende der Exkursion. Na-2 Reaktor, Kugeldarstellung
- Abb.14 V.U. Die Abhängigkeit der reziproken Periode von der zentralen Energiedichte in der Expansionsphase ( $\gamma = 1 \cdot 10^{-3}$ )

## 1. Einleitung. Die schweren Reaktorunfälle

Bei der Sicherheitsanalyse der schnellen Brutreaktoren sind Rechenverfahren, mit deren Hilfe man die möglichen Auswirkungen denkbarer, schwerer Unfälle auf den Reaktorbehälter abschätzen kann, von großer Wichtigkeit.

Mit schweren Unfällen sind hier Unfälle gemeint, bei denen der durch den Unfallmechanismus im Reaktor ausgelöste Reaktivitätsanstieg so steil ist, daß die durch ihn ausgelöste Exkursion zur Zerstörung des gesamten Cores führen kann.

Folgendes Diagramm vermittelt ein schematisches Bild von den physikalischen Zusammenhängen bei einer solchen Exkursion:



Charakteristisch für diese Unfälle ist, daß sie immer erst nach der Deformation des Cores enden.

In dieser Arbeit werden zwei, in ihren Merkmalen wesentlich voneinander abweichende Unfallsituationen diskutiert:

### 1.1 Der Void-Unfall (V.U.):

Im Betriebszustand kann sowohl die fortgesetzte Verdrängung des Kühlmittels aus einem Teil des Cores, als auch der Austrieb von Steuerstäben zu steilem Reaktivitätsanstieg [1] führen.\* Bei diesem Unfall ist am Beginn der Exkursion noch die ursprüngliche Corestruktur und -zusammensetzung erhalten.

### 1.2 Der Meltdown-Unfall (M.D.U.):

Bei einem abgeschalteten Reaktor kann die noch vorhandene Nachwärme bei fehlendem Kühlmittel zum Abbröckeln (oder Abschmelzen) des Cores führen; wobei eine überkritische Brennstoffkonfiguration entstehen kann [1]. Dieser Vorgang kann auch zu steller Reaktivitätszunahme führen. Bei diesem Unfall beginnt die Exkursion mit einer bereits erheblich abgeänderten Corestruktur, wobei die Zusammensetzung - hauptsächlich wegen des fehlenden Kühlmittels - ebenfalls starke Veränderungen aufweist.

Bei den schweren Unfällen bietet die Berechnung des Exkursionsverlaufs besonders große Schwierigkeiten wegen der komplizierten Zusammenhänge, die hier zwischen Störung, Reaktorleistung, Druckaufbau und Materialbewegungen bestehen. Deshalb werden diese Rechnungen üblicherweise mit einem auf Bethe und Tait zurückgehenden vereinfachten Verfahren [2,3] ausgeführt.

Die vorliegende Arbeit ist eine zusammenfassende Darstellung der im Kernforschungszentrum Karlsruhe entwickelten und benutzten Version der Bethe-Tait-Methode.

---

\* In beiden Unfallsituationen setzt man das vollständige Versagen des Reaktorsicherheitssystems voraus.

Neben der sich im wesentlichen mehr an den M.D.U. orientierenden Kugelversion des Verfahrens wird auch eine Version in Zwei-Zonen-Zylindergeometrie dargestellt, die vor allem eine bessere Darstellung der Vorgänge beim V.U. ermöglicht.

Als wesentliche Verbesserung gegenüber früheren Veröffentlichungen [18,19] wird in der vorliegenden Fassung der Bethe-Tait-Methode der Brennstoffschmelzvorgang berücksichtigt und ein Verfahren zur Berechnung der Zerstörungsenergie der Exkursion angegeben.

Die Arbeit enthält neben der Beschreibung der Rechenmethode Parameteruntersuchungen über die wichtigsten Unfallgrößen und eine Diskussion der Rechenergebnisse. Das letzte Kapitel beschäftigt sich mit der Frage, wie weit dieses vereinfachte Verfahren zuverlässige Ergebnisse für die Sicherheitsanalyse zu liefern vermag.

## 2. Das Bethe-Tait-Verfahren

Dieses Verfahren benutzt einige wesentliche Vereinfachungen bei der Beschreibung des Reaktors und des Exkursionsverlaufes, um die Energie, die während der Exkursion freigesetzt wird, abschätzen zu können. Die grundlegenden Annahmen sind hier, daß es für diese Abschätzung genügt, anstatt des realen Reaktors ein homogenes Core gleicher Leistung und Zusammensetzung zu benutzen\*, und daß die Änderungen dieses homogenen Cores während der Exkursion klein bleiben [2,3]. Diese Annahmen motivieren folgende weitere Vereinfachungen:

- (1) Da die Coreänderungen klein bleiben, werden die Auswirkungen eventueller Spektralverschiebungen nicht berücksichtigt; man rechnet mit den aus Multigruppenrechnungen für den stationären Fall gewonnenen Eingruppenflüssen bzw. querschnitten.
- (2) Ebenfalls vernachlässigt werden Rückwirkungen, die durch eventuelle Änderungen in der Ortsverteilung des Flusses auftreten; d.h. man arbeitet mit einem Fluss, der in eine zeitabhängige Amplitude  $S(t)$  und in eine zeitunabhängige Verteilungs-

---

\*

Cores, bestehend aus mehreren homogenen Zonen sind auch zugelassen.

funktion  $N(\vec{r})$  separiert ist:

$$\phi(\vec{r}, t) \equiv S(t) \cdot N(\vec{r}) \quad (1)$$

$N(\vec{r})$  ist im Corezentrum auf 1 normiert.

- (3) Die Exkursion wird durch eine vorgegebene, zeitlich unbegrenzte und nur von der Zeit abhängige Störung der reziproken Periode  $\alpha_R(t)^*$  ausgelöst. Diese Funktion wird als Polynom eingesetzt.

$$\alpha_R(t) \equiv \sum_{v=0}^3 \alpha_{Rv} \cdot t^v \quad (2)$$

Die Rechnung beginnt mit einem verzögert kritischen Core. Anhand der jeweiligen Reaktivität wird die Leistung berechnet, aus dieser werden dann durch die Coreenergie bzw. -Temperatur die Rückwirkungen bestimmt. Die Rückwirkungsbeiträge modifizieren die Reaktivität so lange, bis schließlich das Core unterkritisch wird und die Energieerzeugung aufhört.

### 2.1 Das Gleichungssystem für die Exkursionsrechnung

Der Separationsansatz (1) ermöglicht es, die Coreleistung mit Hilfe der kinetischen Gleichungen des Punktreaktors [4] zu bestimmen. Entsprechend (1) ist die Leistungsdichte im Core ebenfalls separiert:

$$\frac{\partial E(\vec{r}, t)}{\partial t} = f_0 \cdot S(t) \cdot F(\vec{r}) \quad (3)$$

Bei einer  $F(0) = 1$  Normierung

$$\text{ist} \quad f_0 = \frac{C_{f\Sigma_f}^{(0)}}{\rho_B} \quad (4)$$

---

\* Diese Auslösefunktion erhält man, indem man den maximalen Reaktivitätsanstieg des Reaktors während des Unfalles abschätzt und extrapoliert.

die Leistungsdichte pro Flußeinheit im Corezentrum ( $C_f$ ,  $\Sigma_f^{(0)}$  und  $\rho_B$  bezeichnen die pro Spaltung freigesetzte Energie, den makroskopischen Spaltquerschnitt im Zentrum und die Brennstoffdichte).

Bei einem Einzonen-Model sind  $\Gamma$  und  $N$  identisch; falls das Core aus mehreren homogenen Teilen mit unterschiedlichen  $\Sigma_f^{(i)}$  besteht, ist der Zusammenhang zwischen  $\Gamma$  und  $N$  durch

$$\Gamma(\vec{r}) = N(\vec{r}) \frac{\Sigma_f^{(i)}}{\Sigma_f^{(0)}}, \text{ für } \vec{r} \text{ aus der } i\text{-ten Zone} \quad (5)$$

gegeben.

Da die Leistungsdichte im Zentrum  $\dot{Q}(t)$  proportional zu der Flußamplitude ist

$$\dot{Q}(t) \equiv f_0 S(t), \quad (3')$$

kann man folgende Form der kinetischen Gleichungen verwenden:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{Q}(t) &= \alpha(t) \dot{Q}(t) + \lambda C(t) \\ \dot{C}(t) &= \frac{k(t)\beta}{\ell} \dot{Q}(t) - \lambda C(t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Hier sind  $\ell$  und  $k(t)$  die mittlere Neutronenlebensdauer bzw. der effektive Multiplikationsfaktor.  $C(t)$  stellt, mit Hilfe einer effektiven Zerfallskonstante  $\lambda$  die Leistungsdichte der Vorläufergruppen dar. Da die Exkursionsdauer sehr kurz ist, gegenüber der Lebensdauer der Vorläufergruppen (deren Anteile  $\beta_1$  betragen), gilt für  $\lambda$  in guter Näherung [5,7]

$$\lambda = \sum_1 \frac{\beta_1}{\beta} \lambda_1, \quad \text{mit } \beta = \sum_1 \beta_1 \quad (7)$$

$\lambda_1$  sind die Zerfallskonstanten der einzelnen Vorläufergruppen.

$$\alpha(t) \equiv \frac{k(t)-1-\beta k(t)}{\ell} \quad (8)$$

ist die reziproke Periode; sie ist ein Maß für die prompte Reaktivität des Cores. Da während der Exkursion  $k(t)-1 \ll 1$  bleibt, kann man noch in (6) und (8)  $k\beta$  durch  $\beta$  ersetzen.

Die Anfangsbedingungen für das Gleichungssystem (6) sind

$$\alpha(0) = -\frac{\beta}{\lambda}, \quad C(0) = \frac{\beta}{\lambda} \dot{Q}(0) \quad (6')$$

In den Rechnungen werden nur die Doppler- und die Expansionsrückwirkungen berücksichtigt. Damit gilt für die reziproke Periode:

$$\alpha(t) \equiv \alpha(0) + \alpha_R(t) + \alpha_D(t) + \alpha_E(t) \quad (9)$$

## 2.2 Der Beitrag der Dopplerrückwirkung, $\alpha_D$

Die Dopplerrückwirkung (D.R.) ist eine Folge der Temperaturabhängigkeit der mikroskopischen Wirkungsquerschnitte. Für diesen Reaktivitätseffekt gilt

$$\frac{dk_D}{dt} = \frac{\partial k}{\partial T_{\text{ref}}} \frac{dT_{\text{ref}}}{dt} \quad (10)$$

$T_{\text{ref}}$  ist hier eine für die Rückwirkung maßgebende Temperatur. Unter Berücksichtigung der Erfahrung, daß bei den schnellen Brutreaktoren ein Zusammenhang von der Form 6.7

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{ref}}^{(1+x)} \frac{\partial k}{\partial T_{\text{ref}}} &\equiv \text{konst} = -\gamma \\ 0 \leq x &\ll 1, \quad \gamma > 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

gilt, erhält man

$$\dot{\alpha}_D(t) \equiv \frac{1}{\lambda} \frac{dk_D}{dt} \equiv -\frac{\gamma}{\lambda} \left( \frac{1}{T_{\text{ref}}} \right)^{(1+x)} \frac{dT_{\text{ref}}}{dt} \quad (12)$$

Damit ergibt sich im Zeitpunkt  $t$  folgender Beitrag von der D.R. (für  $x \neq 0$ )

$$\alpha_D(t) \equiv \frac{\gamma}{x \lambda \left( T_{\text{ref}}(0) \right)^{1/x}} \left\{ \left[ \frac{T_{\text{ref}}(0)}{T_{\text{ref}}(t)} \right]^{-1/x} - 1 \right\} \quad (13)$$

In der vorliegenden Arbeit wird als Referenztemperatur die mittlere Brennstofftemperatur benutzt

$$T_{\text{ref}}(t) \equiv \frac{1}{V_c} \int_{V_c} dV T(\vec{r}, t) \quad (14)$$

( $V_c$  = Corevolumen,  $T(\vec{r}, t)$  = Brennstofftemperatur in  $\vec{r}$  z.Zt.  $t$ ).

### 2.3 Die Energie- und die Temperaturverteilung im Core

Bei der Berechnung dieser Größen wird angenommen, daß man wegen der hohen Geschwindigkeit der Energieerzeugung im Brennstoff die Effekte der Wärmeleitung vernachlässigen kann. Mit dieser Annahme ergibt sich folgende Energiedichteverteilung im Brennstoff im Zeitpunkt  $t$ :

$$\begin{aligned} E(\vec{r}, t) &\equiv \int_0^t dt' \frac{\partial E}{\partial t'}(\vec{r}, t') + E(\vec{r}, 0) \equiv \\ &\equiv Q(t) F(\vec{r}) - Q(0) (F(\vec{r}) - \hat{F}(\vec{r})) \end{aligned} \quad (15)$$

(s. Gl. 3,3').

$\hat{F}(\vec{r})$  ist die (mit  $\hat{F}(0) = 1$  normierte) Verteilungsfunktion der Energie am Exkursionsbeginn. Diese Funktion hängt stark vom Unfallbild ab. In dieser Arbeit wird einheitlich

$$\hat{F}(\vec{r}) \equiv F(\vec{r})$$

gesetzt.\* Man erhält so statt (15)

$$E(\vec{r}, t) \equiv Q(t) F(\vec{r}) \quad (15')$$

Als Brennstoffgesamtenergie erhält man

$$E(t) \equiv \int_{V_c} dV \rho_B E(\vec{r}, t) \equiv Q(t) \cdot M_B \cdot W \quad (16)$$

Hier sind

$$M_B = V_c \cdot \rho_B \quad (17)$$

die Brennstoffmasse im Core und

$$W = \frac{1}{V_c} \int_{V_c} dV F(\vec{r}) \quad (18)$$

\* Es wird angenommen, daß der von dieser Gleichsetzung herrührende Fehler nicht größer ist als der, den man bei der Vernachlässigung der exkursionsbedingten Änderungen in der Ortsverteilung der Leistung begeht.

der Formfaktor der Leistungsverteilung im Core. Bei der Gl. 16 wurden die örtlichen Änderungen in  $\rho_B$ , die während der Exkursion auftreten, vernachlässigt. Bei der Berechnung der Brennstofftemperatur aus der Energiedichte des Brennstoffes werden eventuelle lokale Temperaturunterschiede zwischen den Pu- und U-Bestandteilen vernachlässigt. Da laut Annahme die örtlichen Volumenänderungen klein bleiben, kann höchstens ein geringfügiger Anteil des Brennstoffes verdampfen. Deshalb wird bei der Temperaturbestimmung nur der Schmelzprozeß berücksichtigt. Falls  $T_M$ ,  $C_V$ ,  $E_F$  den Schmelzpunkt, die Wärmekapazität\* und die Schmelzwärme des Brennstoffes bezeichnen, erhält man folgende Energiedichtewerte für den Anfang und Ende des Schmelzprozesses:

$$E_{F1} = C_V T_M, \quad E_{FF} = E_{F1} + E_F \quad (19)$$

Im allgemeinsten Fall erhält man also im Brennstoff folgende Temperaturverteilung:

$$T(\vec{r}, t) = \begin{cases} Q(t)F(\vec{r})/C_V & E(\vec{r}, t) \leq E_{F1} \\ T_M & \text{falls } E_{F1} \leq E(\vec{r}, t) \leq E_{FF} \\ (Q(t)F(\vec{r}) - E_F)/C_V & E_{FF} \leq E(\vec{r}, t) \end{cases} \quad (20)$$

Die mittlere Brennstofftemperatur ist demnach im allgemeinsten Fall

$$T_{\text{ref}}(t) = \frac{1}{V_c} \left\{ \int_{E < E_{F1}} dV \frac{QF}{C_V} + T_M \int_{E_{F1} \leq E < E_{FF}} dV + \int_{E_{FF} \leq E} dV \frac{QF - E_F}{C_V} \right\} \quad (21)$$

Wenn man die energieabhängigen Formfaktoren

$$W_s(Q) \equiv \frac{1}{V_c} \int_{E_s \leq E} dV F(\vec{r}) \quad (22)$$

und Volumenfraktionen

$$g_s(Q) \equiv \frac{1}{V_c} \int_{E_s \leq E} dV \quad (23)$$

einführt erhält man

$$T_{\text{ref}}(t) = \frac{1}{C_V} \{ Q(t) [W - W_{F1}(Q) + W_{FF}(Q) - E_{F1} \cdot g_{F1}(Q) - E_{FF} \cdot g_{FF}(Q)] \} \quad (21')$$

\* In den Rechnungen wird  $C_V$  als temperaturunabhängig angenommen.

#### 2.4 Der Beitrag der Expansionsrückwirkung, $\alpha_E$

Die im Laufe der Exkursion zunehmende Brennstofftemperatur führt zum örtlichen Druckaufbau im Core, die Druckunterschiede lösen dann Materialverschiebungen aus. Diese Bewegungen vermindern die Reaktivität, da sie, i.A. Brennstoff von höheren zu niedrigeren Fluß- und Importancewerten transportieren ("Expansionsrückwirkung", E.R.).

Es wird angenommen, daß, da die Coreänderungen während der Exkursion klein bleiben, diese Bewegungen sich auf die inneren Teile beschränken, so daß während der Exkursion der Corerand sich nicht bewegt [37].

Wegen der angenommenen Kleinheit der Effekte benutzt man bei der  $\alpha_E$ -Berechnung die Störungstheorie. Unter der Voraussetzung, daß der Corezustand nur wenig vom kritischen abweicht, entspricht den Verschiebungen  $\delta\bar{v}(\vec{r})$  folgende Rückwirkung [27]:

$$\delta\alpha_E = \int_{V_c} dV \delta\bar{v}(\vec{r}) \bar{F}(\vec{r}) \quad (24)$$

Die Gewichtsfunktion ist hier

$$\bar{F}(\vec{r}) \equiv \frac{D}{I_\alpha} \{ \nabla(\Delta N)^2 - 2(\nabla N)\Delta N \} \quad (25)$$

$D$  und  $V$  sind die Diffusionskonstante bzw. die mittlere Neutronengeschwindigkeit<sup>\*\*</sup> und

$$I_\alpha = \int_{V_c} dV N(\vec{r}) \frac{1}{V} N(\vec{r}) \quad (26)$$

ist eine<sup>c</sup> Normierungskonstante.  $\delta\bar{v}(\vec{r})$  wird mit Hilfe der Corehydrodynamik bestimmt.

---

<sup>\*\*</sup> Für diese Größen werden bei Mehrzonen-Cores Mittelwerte benutzt.

### 2.5 Die Bewegungsgleichung des Corematerials

Solange die Verschiebungen  $\delta\vec{v}(\vec{r})$  klein bleiben, kann man in der Navier-Stokes'schen Gleichung die geschwindigkeitsabhängigen Glieder vernachlässigen und die Newton'sche Gleichung

$$\rho(\vec{r},t) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{v}(\vec{r},t) + \nabla p(\vec{r},t) = 0 \quad (27)$$

benutzen ( $p$  = Druck im  $\vec{r}$  z.Z.  $t$ ). Als weitere Vereinfachung wird die Dichte des Corematerials  $\rho$  als konstant angenommen. Aus den Gleichungen (24) und (27) erhält man eine Differentialgleichung für die Bestimmung der Expansionsrückwirkung:

$$\ddot{\alpha}_E(t) \equiv -\frac{1}{\rho} \int_{V_c} dV \nabla p(\vec{r},t) \vec{f}(\vec{r}) \quad (28)$$

mit  $\alpha_E(0) = 0, \quad \dot{\alpha}_E(0) = 0$

### 2.6 Der Druckgradient und die Brennstoffzustandsgleichung

Es wird angenommen, daß die Verschiebungen während der Exkursion keine Energie vom Brennstoff ins Natrium übertragen, so daß der Druck ausschließlich im Brennstoff entsteht.

Der Druckgradient wird aus der Brennstoffenergiedichte bestimmt:

$$\nabla p(\vec{r},t) = \nabla E(\vec{r},t) \frac{dT}{dE} \frac{dp}{dT} \quad (29)$$

Bei den als klein angenommenen Coreänderungen erhält man

$$dE = C_V dT + \left[ \frac{\partial U}{\partial V} \right]_T + p \cdot dV \approx C_V dT \quad (30)$$

( $U$  = innere Energie des Brennstoffes).

Bei der Berechnung von

$$\frac{dp}{dT} = \left. \frac{\partial p}{\partial T} \right|_V + \left. \frac{\partial p}{\partial V} \right|_T \frac{dV}{dT} \quad (31)$$

würde die Vernachlässigung des von der Ausdehnung abhängigen Gliedes u.U. größere Fehler verursachen, da  $\left. \frac{\partial p}{\partial V} \right|_T$  in dem reinen Flüssigkeits-

zustand große Werte annehmen kann. Da in diesem Gebiet  $\frac{\partial p}{\partial V}|_T$  außerdem negativ ist, würde die Näherung

$$\frac{dp}{dT} \approx \frac{\partial p}{\partial T}|_V$$

den Druckanstieg überschätzen; die E.R. wäre dann zu stark und die Energieausbeute zu gering. Zweckmäßiger erscheint deshalb  $dp/dT$  aus dem Dampfdruck  $p_D(T)$  zu bestimmen. Dieser Ansatz

$$\frac{dp}{dT} \approx \frac{dp_D(T)}{dT} \quad (31')$$

unterschätzt zwar am Beginn der Expansion die Rückwirkung, aber für größere Ausdehnungen ist er sicherlich eine bessere Näherung als  $\frac{\partial p}{\partial T}|_V$  und er gibt auf keinen Fall einen optimistischen Wert für die Exkursionsenergie.

Als Brennstoff-Dampfdruck wird der Dampfdruck des  $UO_2$  verwendet; es wird angenommen, daß die Dampfdrücke des  $UO_2$  und des  $PuO_2$  keine großen Unterschiede aufweisen. Für  $UO_2$  wurden die kritischen Daten<sup>28</sup> von Menzies [7] benutzt, wobei die Kompressibilität gegenüber [7] etwas erhöht wurde:

$$\left. \begin{array}{ll} T_c = 8000 \text{ K} & V_c = 90 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}} \\ p_c = 2200 \text{ atm} & z_c = 0.3 \end{array} \right\} \quad (32)$$

Als Dampfdruckformel wurde dann ein

$$\ln p_D(T) = A - \frac{B}{T} \quad (33)$$

Zusammenhang eingesetzt, wobei A und B am kritischen Punkt und am Siedepunkt  $T_B$  angepasst wurden.  $T_B$  erhielt man durch die Extrapolation der Festkörper-Dampfdruckkurve, hierfür nahm man die bei den höheren Temperaturen angepassten Formeln von Ackermann [8].

<sup>28</sup> Erhalten mit dem Prinzip der korrespondierenden Zustände.

Man erhielt

$$T_B = 3500K^{\circ} \quad (34)$$

und  $p_D \text{ [atm]} = 2200 \cdot \exp\left\{6 - \frac{48000}{T \text{ [K]}}\right\}$

Für  $\ddot{\alpha}_E$  ergibt sich aus den Gleichungen 28, 29, 30, 31' und 15'

$$\ddot{\alpha}_E(t) \equiv - \frac{Q(t)}{\rho C_V} \int_{V_c} \nabla F(\vec{r}) \frac{dp_D}{dT} \text{ [T}(\vec{r}, t)\text{]} \vec{f}(\vec{r}) \quad (28')$$

Für den Rechnungsprozeß erwies es sich als zweckmäßig, die Exkursion in zwei Teile zu gliedern:

In der ersten ("Doppler"-) Phase, die vom Beginn der Exkursion bis zum Erreichen des Brennstoffsiedepunktes im  $\vec{r} = 0$  dauert, wird nur die D.R. berücksichtigt;

In der anschließenden, zweiten ("Expansions"-) Phase nimmt man außerdem die Expansionsrückwirkung (E.R.) hinzu.

Bei der Berechnung von  $\ddot{\alpha}_E(t)$  benutzt man eine Polynomnäherung als Dampfdruck:

$$p_D(T) \equiv \sum_{v=0}^N p_v \cdot T^v \quad \text{für } T(0, t) \geq T_B \quad (35)$$

und für die Brennstofftemperatur im Core wird die Näherung

$$T(\vec{r}, t) \equiv \frac{Q(t)F(\vec{r}) - E_F}{C_V} \quad \text{für } T(0, t) \geq T_B \quad (36)$$

eingesetzt. Man erhält so einen Polynomausdruck in  $Q(t)$  für  $\ddot{\alpha}_E$

$$\ddot{\alpha}_E(t) \equiv - \sum_{v=1}^N \tilde{p}_v X^{(v)} Q^v(t) \quad (28'')$$

in dem die Koeffizienten

$$\tilde{p}_v \equiv \sum_{k=0}^{N-v} \binom{v+k}{k} \frac{p_{v+k}}{(C_V)^{v+k}} (-E_F)^k \quad \text{und} \quad (37)$$

$$X^{(v)} \equiv \frac{1}{\rho} \int_{V_c} \nabla F(\vec{r}) \text{ [F}(\vec{r})\text{]}^{v-1} \vec{f}(\vec{r}) \quad (38)$$

die Zeit nicht mehr enthalten.

### 2.7 Die durch die Exkursion freigesetzte Energie

Das Ende der Exkursion ( $t_E$ ) wird durch folgende Bedingungen festgelegt: das Core soll in diesem Zeitpunkt unterkritisch sein

$$\alpha(t_E) + \frac{\beta}{\lambda} < 0 \quad (39)$$

die Energiezunahme pro Zeiteinheit soll am Ende der Exkursion unterhalb der Schranke

$$\frac{dE}{dt}(t_E) < 0.5 \frac{\text{MJoule}}{\text{ms}} \quad (40)$$

liegen.

Die während der Exkursion im Brennstoff freigesetzte Energie beträgt (s. Gl. 16)

$$E_{\text{TOT}}(t_E) \equiv E(t_E) - E(0) \equiv (Q(t_E) - Q(0)) M_B W \quad (41)$$

### 3. Die Zerstörungsenergie der Exkursion

Die Energie, die im Core während der Exkursion entsteht, ist zunächst Wärmeenergie. Durch die Ungleichmäßigkeit der Energieverteilung im Core kommt es zur Ausbildung von Druckgradienten, die ihrerseits Ausdehnungs- und Durchmischungsprozesse auslösen, in deren Verlauf ein Teil der Wärmeenergie in kinetische Energie umgesetzt wird. Da der Beitrag dieser kinetischen Energie ("Zerstörungsenergie") entscheidend ist für die Folgen eines Reaktorunfalles, ist ihre Bestimmung das eigentliche Ziel der Exkursionsrechnungen.

Entsprechend der Annahme über die Kleinheit der Coreänderungen während der Exkursion, erfolgt die Expansion des heißen Cores im wesentlichen erst nach dem Ende der Exkursion. Demnach kann man im Rahmen des Bethe-Tait-Verfahrens die Entstehung und die Umformung der Exkursionsenergie,  $E(t_E)$ , voneinander getrennt behandeln:

$$E_Z = E_Z - E(t_E) \quad (1)$$

Mit  $E_z$  wird die Zerstörungsenergie der Exkursion bezeichnet.

Bei der Berechnung der Zerstörungsenergie aus  $E(t_E)$  werden folgende Vereinfachungen benutzt: es wird angenommen, daß

- (1) der Ausdehnungsprozeß im Core punktweise adiabatisch verläuft, und daß
- (2) während der Expansion keine Energie vom Brennstoff an die anderen Corebestandteile übertragen wird.

Da der Brennstoff bei 1 atm Außendruck nur oberhalb des Energiedichtewertes

$$E_{BL} = C_V T_B + E_F \quad (2)$$

im Gaszustand sein kann, bedeutet die zweite Annahme, daß mechanische Arbeit nur aus der "Excess-Energie"

$$\begin{aligned} E_{ex}(t_E) &\equiv \rho_B \int_{E > E_{BL}} dV (E(\vec{r}, t_E) - E_{BL}) \equiv \\ &\equiv M_B \int_{E > E_{BL}} Q(t_E) W_{BL}(t_E) - E_{BL} \rho_{BL}(t_E) \quad (3) \end{aligned}$$

zu gewinnen ist.  $E_{ex}$  ist also eine obere Schranke für die Zerstörungsenergie, die durch die Brennstoffausdehnung allein entstehen kann. Die erste Annahme ermöglicht es, die Zerstörungsenergie in Kenntnis der adiabatischen Ausdehnungsarbeit des Brennstoffes,  $W(\rho_B, E)$  zu berechnen:

$$E_z(t_E) \equiv \rho_B \int_{E > E_{BL}} dV W(\rho_B, E(\vec{r}, t_E)) \quad (4)$$

Als  $W(\rho_B, E)$  wurde eine Funktion benutzt, die Meyer und Wolfe in [14] für eine Brennstoffdichte von  $\rho_B = 3.68 \frac{g}{cm^3}$  nach dem Brout'schen Verfahren [15] berechneten. Bei diesem Verfahren benutzt man für die Bestimmung der kinetischen Energie die Zustandsfunktionen  $S$  (Entropie) und  $U$  (innere Energie) sowie die Zustandsgleichung

$$p = \rho RT z(T, p) \quad (5)$$

Die Entropie und die Energie im Zustand  $T, p, x$  ( $x$  ist der Flüssigkeitsanteil des Stoffes) werden durch

$$S(T, p, x) \equiv S^x(T, p) - \Delta S^{(e)}(T, p) - x \frac{\Delta H_V(T)}{T} \quad (6)$$

$$U(T, p, x) \equiv U^x(T, p) - \Delta U^{(e)}(T, p) - x [\Delta H_V(T) - p \Delta V(T)] \quad (7)$$

ausgedrückt.  $S^x, U^x$  bezeichnen Energie und Entropie des idealen Gaszustandes,  $\Delta H_V(T)$  ist die Verdampfungswärme,  $\Delta V(T)$  ist der Volumenunterschied zwischen gesättigtem Gas und Flüssigkeit.

Die Abweichungen der realen Gase von dem idealen Zustand,  $\Delta S^{(e)}$  und  $\Delta U^{(e)}$ , sowie die Kompressibilität in (5),  $z(p, T)$ , entnimmt man aus der Tabelle von Hougen und Watson [16].

Bei vorgegebener  $T_{in}$  und  $p$  wird zuerst mit (5)  $p_{in}$  bestimmt, dann mit (7)  $U_{in}(T_{in}, p_{in})$ . Für  $T_{in} < T_c$  bestimmt man  $x_{in}$  aus

$$x_{in} = \frac{V_G(T_{in}) - V}{\Delta V(T_{in})} \quad (8)$$

$V_G(T)$ : Molvolumen des gesättigten Gases. Die Parameter des Endzustandes  $T_{fin}, p_{fin} = 1 \text{ atm}$ ,  $x_{fin}$  erhält man aus

$$S_{in}(T_{in}, p_{in}) = S_{fin}(T_{fin}, p_{fin}) \quad (9)$$

mit Gl. 6. Mit (7) erhält man schließlich die kinetische Energie als

$$W(p, U_{in}) \equiv U_{in} - U_{fin}(T_{fin}, p_{fin}) \quad (10)$$

Meyer und Wolfe benutzten für die  $S^x$  und  $U^x$  Bestimmungen konstante Wärmekapazitäten:

$$S_1^x - S_2^x \approx C_p \ln \frac{T_1}{T_2} - R \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (11)$$

$$U_1^x - U_2^x \approx C_v (T_1 - T_2) \quad (12)$$

Als Zahlenwerte nehmen sie  $C_v = \frac{13}{2} R$ ,  $C_p = C_v + R$ .

Als  $T_{fin}$  wurde für alle  $U_{in}$   $T_B$  benutzt. Rechnungen für  $\rho_B = 1.84$  zeigen, daß im Bereich von  $V \approx 0.8 - 2.0 V_c$   $W(\rho_B, U)$  von  $\rho_B$  nur wenig abhängt [14].

Abb. 11 zeigt die von Meyer und Wolfe berechneten Werte der Ausdehnungsarbeit (Kreuze) und den Verlauf der in dieser Arbeit benutzten Polynomdarstellung (ausgezogene Linie):

$$W(\rho_B, E) \equiv \sum_{v=1}^4 d_v (E - E_{BL})^v$$

$$d_1 = 0,21525 \quad d_2 = 6,6184 \cdot 10^{-2} \frac{\text{g}}{\text{kJ}} \quad (13)$$

$$d_3 = 1,0349 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\text{g}}{\text{kJ}}\right)^2 \quad d_4 = 1,2778 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\text{g}}{\text{kJ}}\right)^3$$

Der unter den Annahmen (1) und (2) gewonnene Ausdruck für die Zerstörungsenergie (Gl. 4) berücksichtigt nicht die Tatsache, daß während der Ausdehnung ein Teil der Brennstoffwärme in das Natrium übergehen kann ("Brennstoff-Natrium-Reaktion"). Dieser Prozeß würde zwar die Arbeit des Brennstoffes vermindern, dafür aber entstünde durch die Ausdehnung des aufgeheizten Natriums zusätzliche Zerstörungsenergie.

Im besonderen wäre der Natrium-Brennstoff-Energieaustausch in der Lage - da der Na-Siedepunkt erheblich niedriger liegt als der des Brennstoffes - einen Teil der im siedenden Brennstoff nach der Ausdehnung noch vorhandenen Wärme in Arbeit umzusetzen.

Eine Abschätzung (Anhang E) zeigt, daß falls 1 g siedender Brennstoff seine Wärme oberhalb der Energie des schmelzenden Festkörpers an 0,1 g Natrium abgibt, dann entsteht durch die nachfolgende Ausdehnung bis zu 1 atm Enddruck

$$W^{(N)} = 160 \text{ J/g} \quad (14)$$

zusätzliche Zerstörungsarbeit.

In Abb. 12 und 13 sind die Exkursionsenergien in Abhängigkeit von der zentralen Energiedichte,  $Q(t_E)$ , aufgetragen für die Zylinder- bzw. Kugelversion des Na-2 Cores. Die gestrichelte Linie zeigt die Zerstörungsenergie, falls man nur die Brennstoffausdehnung berücksichtigt. Bei der ausgezogenen Linie wurde zu dieser Energie noch

$$E_z^{(N)} = W^{(N)} M_B \rho_{BL}(t_E) \quad (15)$$

Natrium-Zerstörungsenergie addiert. Zum Vergleich enthalten die Abbildungen auch die Excessenergie (Punkt-Strich-Linie).

#### 4. Die Kugelversion des Bethe-Tait-Verfahrens

Bei diesem Rechenverfahren wird als Coremodell eine homogene Kugel vom Radius  $R$  benutzt. Dementsprechend sind hier Leistungs- und Flußverteilung identisch (s. Gl. 2.5). Als Approximation für diese Funktionen wird eine Parabelverteilung verwendet:

$$F(r) \equiv N(r) \equiv 1 - z \left( \frac{r}{R} \right)^2, \quad 0 < z < 1 \quad (1)$$

Mit dieser Näherung erhält man bei der Kugel für die Funktion  $\bar{f}(\bar{r})$  aus der Gl. (2.25):

$$f(r) = - \frac{16Dvz^2}{I_k R^4 v_c} \cdot r \quad (2)$$

wobei

$$I_k = \frac{v}{V_c} I_\alpha = 3 \int_0^1 dx x^2 (1-zx^2)^2 = 1 - \frac{6}{5} z + \frac{3}{7} z^2 \quad (3)$$

eine Normierungsgröße ist. Mit (2) sind dann die Integrale  $X^{(\nu)}$  (s. Gl. 2.38):

$$X^{(\nu)} = \frac{1}{\rho} \int_{V_c} dV \frac{dN}{dr} N^{\nu-1}(r) = 19,2 \frac{Dvz^3}{\rho I_k R^4} \cdot 5 \int_0^1 dx x^4 (1-zx^2)^{\nu-1} \quad (4)$$

Die Dampfdruckkurve (2.35) wird bei der Kugel mit einem Polynom 3. Grades approximiert. Da diese nur im Gebiet  $T > T_B$  eine gute Näherung liefert, werden bei der Berechnung der Integrale  $X^{(\nu)}$  nur die Gebiete der Kugel berücksichtigt, in denen diese Temperatur bereits überschritten wurde. Aus der Bedingung

$$E(r,t) \equiv Q(t) \cdot N(r) \geq E_{BL} \quad (5)$$

erhält man als Grenzradius für dieses Gebiet

$$r_{BL}(t) = \begin{cases} 0 & E_{BL} > E(0,t) \\ R \sqrt{(Q(t) - E_{BL}) / (zQ(t))} & \text{falls } E(0,t) \geq E_{BL} > E(R,t) \\ R & E(R,t) \geq E_{BL} \end{cases} \quad (6)$$

Mit den Abkürzungen

$$C_{EK} = 19.2 \frac{Dvz^3}{\rho I_K R^4} \quad (7)$$

und

$$\begin{aligned} A^{(v)} &\equiv 5 \int_0^\xi dx x^4 (1-zx^2)^{v-1} \equiv \\ &\equiv \xi^5 \sum_{K=0}^{v-1} \frac{5}{5+2K} \binom{v-1}{K} (-z\xi^2)^K \end{aligned} \quad (8)$$

kann man  $\ddot{\alpha}_E(t)$  bei der Kugelversion wie folgt ausdrücken (s. Gl. 2.28''):

$$\ddot{\alpha}_{EK}(t) \equiv -C_{EK} \sum_{v=1}^3 v p_v^0 Q^v(t) A^{(v)}(\xi_{BL}) \quad (9)$$

wobei

$$\xi_{BL} = r_{BL}/R \quad (10)$$

ist.

Mit der Verteilungsfunktion (1) ergibt sich folgender Wert für die Formfaktoren der Leistungsverteilung (Gl. 2.18) bei der Kugel:

$$W = 1 - 0.6 \cdot z \quad (11)$$

Der Grenzradius des Gebietes, in dem  $E(r,t) \geq E_S$  ist, beträgt (s. Gl. 5,6)

$$r_S(t) = \begin{cases} 0 & E_S > E(0,t) \\ R \sqrt{(Q(t) - E_S)/(zQ(t))} & \text{falls } E(0,t) \geq E_S > E(R,t) \\ R & E(R,t) \geq E_S \end{cases} \quad (12)$$

Mit

$$\xi_S = r_S/R \quad (13)$$

erhält man also (s. Gl. 2.23, 2.22, und 1)

$$g_S \equiv \xi_S^3(Q) \quad (14)$$

$$W_S(Q) \equiv \xi_S^3(Q) [1 - 0.6z \xi_S^2(Q)] \quad (15)$$

Mit Hilfe dieser Größen kann man bei der Kugelversion sowohl  $E_{\text{ex}}(t)$  (Gl. 3.3) wie auch  $T_{\text{ref}}(t)$  (Gl. 2.21') als explizite Funktionen von  $Q(t)$  ausdrücken.

$$E_{\text{ex}}(t_E) \equiv \rho_B V_c \xi_{\text{BL}}^3(Q) \{Q(t_E) \left[ 1 - 0.6z \xi_{\text{BL}}^2(Q) \right] - E_{\text{BL}} \} \quad (16)$$

$$T_{\text{ref}}(t) \equiv \frac{\rho(t)}{C_V} \{ 1 - 0.6z - \xi_{\text{F1}}^3(Q) \left[ \frac{Q - E_{\text{F1}}}{Q} - 0.6z \xi_{\text{F1}}^2(Q) \right] - 7 + \xi_{\text{FF}}^3(Q) \left[ \frac{Q - E_{\text{FF}}}{Q} - 0.6z \xi_{\text{FF}}^2(Q) \right] - 7 \} \quad (17)$$

### 5. Die Zylinderversion des Bethe-Tait-Verfahrens

Das Coremodell besteht bei dieser Version aus zwei ko-axialen, homogenen Zylinderzonen der gemeinsamen Höhe  $H$ . Die Radien der inneren und äußeren Zonen betragen  $R_1$  bzw.  $R_2$ . Die Materialzusammensetzung ist in beiden Zonen identisch bis auf die Anreicherung des Brennstoffes; diese ist in der zweiten Zone höher als in der ersten Zone:

$$\xi_f^{(2)} = \xi_f^{(1)}, \quad \xi > 1 \quad (1)$$

Für die Flußverteilung benutzt man einen Separationsansatz:

$$N(\vec{r}) = \phi(r) \cdot \psi(z) \quad (2)$$

wobei man bei den Rechnungen für diese Funktionen symmetrische Polynome als Näherungen einsetzt:

$$\psi(z) \equiv \sum_{i=1}^I a_i z^{2(i-1)}; \quad \phi(r) \equiv \sum_{j=1}^J b_j r^{2(j-1)} \quad (3)$$

Beide Polynome sind bei  $z=0$  bzw.  $r=0$  auf 1 normiert.

Die Leistungsverteilung in dem Zwei-Zonenzylinder ist (s. Gln. (1), (2) und (2.5):

$$F(\vec{r}) = g(r) \phi(r) \psi(z) \quad (4)$$

wobei

$$g(r) \equiv 1 + (\xi - 1) \theta(r - R_1) \quad r \neq R_1 \quad (3')$$

ist.

Mit

$$I_z = \frac{v}{4\pi} I_\alpha = \int_0^{H/2} dz \psi^2(z) \cdot \int_0^{R_2} dr r \phi^2(r) \quad (5)$$

und

$$C_{EZ} = \frac{2vD}{\rho I_z} \quad (6)$$

erhält man folgende Komponente der Funktion  $\bar{f}(\bar{r})$  (Gl. 2.25):

$$\left. \begin{aligned} f_r(\bar{r}) &\equiv \frac{\rho}{4\pi} C_{EZ} \int_0^{H/2} dz \phi \phi' (\psi'^2 - \psi \psi'') - \frac{\phi'^2}{r} \psi^2 \\ f_z(\bar{r}) &\equiv \frac{\rho}{4\pi} C_{EZ} \int_0^{H/2} dz \phi'^2 - \phi \left( \frac{\phi'}{r} + \phi'' \right) \psi \psi' \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Die Integranden bei den Größen  $X^{(\nu)}$  (Gl. 2.38) sind damit

$$\frac{1}{\rho} F^{\nu-1} \cdot (\nabla F)_r \cdot f_r = \frac{C_{EZ}}{4\pi} \left( \frac{g'}{g} + \frac{\phi'}{\phi} \right) \frac{g^\nu}{r} \int_0^{H/2} dz \alpha^{(\nu)}(r) \psi^\nu (\psi'^2 - \psi \psi'') + \beta^{(\nu)}(r) \psi^{\nu+2} \quad (8)$$

$$\frac{1}{\rho} F^{\nu-1} \cdot (\nabla F)_z \cdot f_z = \frac{C_{EZ}}{4\pi} \frac{g^\nu}{r} \gamma^{(\nu)}(r) \psi'^2 \psi^\nu \quad (9)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} \alpha^{(\nu)}(r) &= r \phi' \phi^{\nu+1}; & \beta^{(\nu)}(r) &= \phi'^2 \phi^\nu \\ \gamma^{(\nu)}(r) &= \int_0^{H/2} dz r (\phi'^2 - \phi \phi'') - \phi \phi' \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Entsprechend der Gleichungen 8 und 9 bestehen die Integrale  $X^{(\nu)}$  beim Zweizonenzylinder aus drei Gliedern:

$$X^{(\nu)} = X_Z^{(\nu)} + X_{RR}^{(\nu)} + X_{RA}^{(\nu)} \quad (11)$$

Dabei sind:

$$\left. \begin{aligned} X_Z^{(\nu)} &= \int_V \frac{dV}{c} \frac{1}{\rho} (\nabla F)_z f_z F^{\nu-1} = C_{EZ} A_Z^{(\nu)} \cdot B_Z^{(\nu)} \\ A_Z^{(\nu)} &= \int_0^{H/2} dz \psi'^2 \psi^\nu; & B_Z^{(\nu)} &= \int_0^{R_2} dr g^\nu(r) \gamma^{(\nu)}(r) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$X_{RR}^{(\nu)} = \int_{V_c} dV \frac{1}{\rho} g' \psi f_r F^{\nu-1} = C_{EZ} (A_{R\alpha}^{(\nu)} \cdot B_{R\alpha}^{(\nu)} + A_{R\beta}^{(\nu)} \cdot B_{R\beta}^{(\nu)})$$

$$A_{R\alpha}^{(\nu)} = \int_0^{H/2} dz (\psi'^2 - \psi \psi'') \psi^\nu; \quad B_{R\alpha}^{(\nu)} = \int_0^{R_2} dr g^\nu(r) \alpha^{(\nu)}(r) \frac{\phi'}{\phi} \quad (13)$$

$$A_{R\beta}^{(\nu)} = - \int_0^{H/2} dz \psi^{\nu+2}; \quad B_{R\beta}^{(\nu)} = \int_0^{R_2} dr g^\nu(r) \beta^{(\nu)}(r) \frac{\phi'}{\phi}$$

$$X_{RA}^{(\nu)} = \int_{V_c} dV \frac{1}{\rho} g' \phi \psi f_r F^{\nu-1} = C_{EZ} \left[ A_{R\alpha}^{(\nu)} \int_0^{R_2} dr g' g^{\nu-1} \alpha^{(\nu)} + \right.$$

$$\left. A_{R\beta}^{(\nu)} \int_0^{R_2} dr g' g^{\nu-1} \beta^{(\nu)} \right] \quad (14)$$

Wegen

$$\int_0^{R_2} dr g' g^{\nu-1} \chi = \frac{1}{\nu} \left\{ g^\nu \chi \Big|_0^{R_2} - \left( \int_0^{R_1} + \int_{R_1}^{R_2} \right) + \xi^\nu \cdot \int_{R_1}^{R_2} dr \chi \right\} = \frac{\xi^\nu - 1}{\nu} \chi(R_1) \quad (15)$$

erhält man

$$X_{RA}^{(\nu)} = C_{EZ} \frac{\xi^\nu - 1}{\nu} \left[ A_{R\alpha}^{(\nu)} \cdot \alpha^{(\nu)}(R_1) + A_{R\beta}^{(\nu)} \cdot \beta^{(\nu)}(R_1) \right] \quad (14')$$

Entsprechend Gl. 11 besteht  $\alpha_E$  beim Zylinder aus drei Beiträgen:

$$\alpha_E = \alpha_Z + \alpha_{RR} + \alpha_{RA} \quad (11')$$

Der erste von diesen drei Beiträgen,  $\alpha_Z$ , entspricht der Rückwirkung, die durch die axiale Materialbewegung ausgelöst wird. Die Verschiebungen in radialer Richtung bringen zwei unterschiedliche Beiträge:  $\alpha_{RR}$  entspricht den Bewegungen, die innerhalb der Zonen verlaufen unter der Wirkung des Druckgradienten, der aus  $(\nabla F)_R \approx \text{const} \cdot \phi'$  zu errechnen ist.  $\alpha_{RA}$  entspricht dagegen dem Beitrag der Bewegung im Zwischenzonenbereich, die dadurch entsteht, daß hier infolge  $(\nabla F)_R \Big|_{R_1} \approx \text{const} \cdot g'(R_1)$  ein von dem Leistungssprung herrührender zusätzlicher Druckgradient auftritt.

Falls - wie es meistens der Fall ist - die Leistung am Zonenrand einen positiven Gradient hat, nennt man diese der zusätzlichen Bewegung entsprechende Rückwirkung "autokatalytischen Effekt" [9\_7, denn in diesem Falle verursacht der Leistungssprung am Zonenrand eine Materialbewegung nach innen und somit einen Anstieg der Reaktivität.

Aus numerischen Gründen muß man sich bei den Approximationen auf Polynomgrade  $\leq 10$  beschränken. Diese Beschränkung macht es schwierig, eine gute Näherung für die Dampfdruckkurve im ganzen in Frage kommenden Temperaturbereich zu finden. Um dieser Schwierigkeit zu entgehen, werden zwei Polynome, für niedrige und für hohe Temperaturen angepasst, verwendet. Außerdem wird der Exkursionsverlauf entsprechend der Höhe des  $Q(t)$  in mehrere Phasen zerlegt, wobei in jeder Rechnungsphase Coregebiete, in denen wegen der zu niedrigen Temperaturen eine gute Dampfdruckdarstellung mit den Polynomen nicht möglich ist, bei der Berechnung der Expansionsrückwirkung nicht berücksichtigt werden. Man erhält somit für das Polynom  $\ddot{\alpha}_E(Q)$  in jeder Rechnungsphase andere Koeffizienten  $\nu_p X^{(v)}$ . Die Bestimmung der einzelnen Phasen und der entsprechenden Coreteile, die zur Rückwirkung beitragen, wird im Anhang D geschildert.

Die Größen  $W_s(Q)$  und  $\rho_s(Q)$  sind in der Zylinderversion nicht mehr als analytische Ausdrücke des  $Q$  darstellbar. (Ein Verfahren für die Berechnung dieser Größen beim 2. Zonenzyylinder wird im Anhang A skizziert). Deshalb erfordert die Bestimmung von  $E_{ex}(Q)$  und  $T_{ref}(Q)$  erheblichen numerischen Aufwand. Um diese numerischen Rechnungen wenigstens teilweise zu vermeiden, wird  $T_{ref}(Q)$  (Gl. 2.20') bei jedem Reaktor nur einmal für das ganze Energiedichtegebiet berechnet. In den einzelnen Exkursionsrechnungen wird dann für  $T_{ref}(Q)$  eine Polynomapproximation benutzt.

Der Formfaktor der Leistungsverteilung (Gl. 2.18) läßt sich bei der Zylinderversion faktorisieren:

$$W = W_R \cdot W_Z \quad (16)$$

mit

$$W_R = \frac{2}{R_2^2} \int_0^{R_2} dr r g(r) \phi(r) \quad (17)$$

$$W_Z = \frac{2}{H} \int_0^{H/2} dz \psi(z) \quad (18)$$

## 6. Die verzögerte Dopplerrückwirkung

Bei der bisherigen Behandlung der Dopplerrückwirkung wurde angenommen, daß in jedem Brennstoffvolumen einheitliche Temperatur herrscht.

Bei den betrachteten Reaktoren besteht der Brennstoff aus einer Mischung von  $\text{UO}_2$  und  $\text{PuO}_2$ ; wobei die Homogenität der Mischung sowohl von dem Herstellungsverfahren als auch von der Vorgeschichte des Brennstoffes abhängt [13, 7].

Die Wärmeenergie der Exkursion wird fast ausschließlich im Pu-Bestandteil erzeugt und erst durch Wärmeleitung gelangt sie dann in das  $\text{UO}_2$ . Falls also die Brennstoffmischung nicht homogen ist, entsteht in jedem Brennstoffvolumen mit der Zeit ein Temperaturgefälle, der Temperaturentwicklung des U-Anteils folgt erst mit einer gewissen Verzögerung die Temperaturzunahme des Pu-Anteils. Da aber die Dopplerrückwirkung im wesentlichen vom U-Anteil herrührt, würde die Brennstoffinhomogenität zur Verzögerung der Dopplerrückwirkung führen.

Um die Auswirkungen eventueller Inhomogenitäten auf die Exkursion abschätzen zu können, wurde folgendes, sehr schematisches Modell gewählt [11, 13, 7]:

Jedes Brennstoffvolumen besteht aus zwei konzentrischen Kugeln, wobei sich das  $\text{PuO}_2$  in der innersten Kugel befinden soll. Der Durchmesser dieser Kugel,  $d$ , gibt ein Ausmaß für die Inhomogenität des Gemisches, dagegen hängt das Verhältnis beider Durchmesser zueinander nur von der Anreicherung

$$p = \frac{M_{\text{PuO}_2}}{M_{\text{PuO}_2} + M_{\text{UO}_2}} \quad (1)$$

ab. Es soll angenommen werden, daß in beiden Zonen unterschiedliche Temperaturen,  $T_{\text{Pu}}$  bzw.  $T_{\text{U}}$ , herrschen. Damit ergibt sich ein Temperaturgefälle, das zur Änderung der  $\text{UO}_2$ -Temperatur führt:

$$\dot{T}_{\text{U}} = \frac{1}{\tau} (T_{\text{Pu}} - T_{\text{U}}) \quad (2)$$

$\tau$  ist eine Zeitkonstante, deren Größe im wesentlichen von der Größe der

Trennfläche beider Brennstoffteile abhängt. Für  $\tau$  wurde bei diesem Modell die Zeitkonstante des Grundmodes der Wärmeleitung aus  $\sqrt[11]{7}$  genommen;

$$\tau \approx \tau_1 = \frac{1}{400} \frac{\rho_B C_V}{k_B} \left( \frac{d \sqrt[11]{7}}{4.49 \cdot \sqrt[3]{p}} \right)^2 \mu s \quad (3)$$

$k_B$  ist die Wärmeleitfähigkeit des Brennstoffes. Da die Spaltprodukte eine Reichweite von rund  $10 \mu$  haben, ist es zweckmäßig, in (3) statt  $d$

$$d_{\text{eff}} = d - 10 \quad (4)$$

zu verwenden.

Mit Hilfe der mittleren Brennstofftemperatur

$$T = p T_{\text{Pu}} + (1-p) T_U \quad (5)$$

kann man in (2)  $T_{\text{Pu}}$  eliminieren. Man erhält

$$\dot{T}_U = \frac{1}{\tau^x} (T - T_U) \quad (6)$$

mit

$$\tau^x = p \tau_1 = 10^{-2} \frac{\rho_B C_V}{k_B} \sqrt[3]{p} \left( \frac{d_{\text{eff}} \sqrt[11]{7}}{8.98} \right)^2 \mu s \quad (7)$$

Unter der Voraussetzung, daß man den Dopplereffekt im  $\text{PuO}_2$  gegenüber dem im  $\text{UO}_2$  vernachlässigen kann, wurde die Referenztemperatur für die Dopplerrückwirkung aus der Differentialgleichung

$$\dot{T}_{\text{ref}}(t) = - \frac{1}{\tau^x} (T_{\text{ref}}(t) - \bar{T}(t)) \quad (8)$$

$$T_{\text{ref}}(0) = \bar{T}(0)$$

ermittelt, wobei  $\bar{T}$  hier die über das Core gemittelte Brennstofftemperatur bezeichnet (s. Gl. 2.14).

## 7. Bethe-Tait-Exkursionen bei Rampenunfällen

Mit den im 4. und 5. Kapitel beschriebenen Gleichungssystemen wurden Unfälle des Na-2-Reaktors [17] untersucht. Ein Void-Unfall (V.U.) wurde mit der Zylinderversion und ein Melt-Down-Unfall (M.D.U.) mit der Kugelversion des B.T. Verfahrens gerechnet. Die den Unfall auslösende Reaktivität wurde in beiden Fällen mit einer Rampe von 60 \$/s beschrieben. Als Maß für die Unfallfolgen wurde immer die Excessenergie ( $E_{ex}$ ) benutzt (die entsprechende Zerstörungsenergie kann man aus dieser mit Hilfe der Abb. 12 bzw. 13 entnehmen). Die Eingabedaten für diese Rechnungen sind im Anhang B zusammengestellt.

Charakteristisch für den Exkursionsverlauf bei rampenförmiger Reaktivitätseingabe sind die periodischen Änderungen in der Reaktivität und im Fluß, sowie die stufenförmige Zunahme der Energie (s. Abb. 1 und 2). Man kann zeigen, daß, falls

- a) nur die Dopplerrückwirkung wirksam ist,
  - b)  $\frac{\partial k}{\partial T_{ref}} = -r$  eine Konstante ist,
  - c) der Brennstoff nicht schmilzt, d.h. immer  $T_{ref} \sim Q$  bleibt
- (1)
- und
- d) keine verzögerten Neutronen existieren,

dann die Periodizität streng befolgt wird [12,7].

In diesem Falle wird die Höhe der einzelnen Energiedichtestufen durch

$$\Delta Q = \frac{c_V}{r} \sqrt{2a} \ln \left( \frac{a c_V}{r \cdot Q(0)} \right) \quad (2)$$

gegeben [12,7].  $a = \frac{dk_R}{dt}$  ist hier die Steilheit der Reaktivitätseingabe.

Obwohl die Brennstoffschmelzung und die verzögerten Neutronen die Periodizität stark modifizieren, kann man - solange die Exkursion nur ein bis zwei Schwankungen vollführt - die Gl. 2 zur qualitativen Beschreibung der Ergebnisse heranziehen.

Abb. 3 und 4 zeigen die Excessenergie in Abhängigkeit von der Dopplerkonstante  $\gamma$  beim M.D.U. bzw. V.U. (ausgezogene Linien). Bei wachsendem  $\gamma$  nimmt  $E_{\text{ex}}$  zunächst monoton ab (s. Gl. 2 und  $\Gamma = \gamma/T_{\text{ref}}(0)$ ), bis zum Grenzwert  $\gamma_1$ . Bei diesem  $\gamma$  reicht die in der 1. Dopplerperiode erzeugte Energie gerade noch aus, um die Exkursion zu beenden. Bei einem geringfügig größeren  $\gamma$  reicht die Energie der 1. Periode nicht mehr zum Abschalten aus, und es beginnt an dieser Stelle eine zweite Dopplerschwingung mit einer zweiten Energiestufe. Entsprechend erscheint in der  $E_{\text{ex}}(\gamma)$ -Kurve bei  $\gamma_1$  ein Sprung nach oben. Nachdem die Exkursion nun zwei Schwingungen vollführt, bringt die weitere Zunahme von  $\gamma$  wieder nur eine Verminderung der Stufenhöhe und der  $E_{\text{ex}}$ .

Abb. 5 zeigt den Exkursionsverlauf bei verzögerter Dopplerrückwirkung (D.R.). Die Rechnung entspricht einer  $\text{PuO}_2$ -Kerngröße von  $d = 100\mu$ , was eine Zeitkonstante von  $\tau^X \approx 86\mu\text{s}$  ergibt.

Der Vergleich mit der prompten D.R. (gestrichelte Kurven) zeigt, daß die Brennstoffinhomogenität den Schwankungscharakter der Exkursion verstärkt, indem sie die D.R. später einsetzen, aber länger anhalten läßt. Die Erhöhung der Flußmaxima führt zur Vermehrung der Excessenergie (s. Abb. 3, gestrichelte Kurve).

Da man beim M.D.U. die Werte für die Rampe, den Anfangsfluß und die Anfangstemperatur nur schätzen kann, sind - um den Einfluß dieser Größen auf die Energieausbeute zu sehen - Parameteruntersuchungen gemacht worden. Abb. 6 zeigt  $E_{\text{ex}}$  bei Rampen von 30, 60 und 120  $\$/\text{s}$ , in Abb. 7 sind die Excessenergien bei 0.1-, 1- und 10-facher Größe des angenommenen Anfangsflusses dargestellt, Abb. 8 zeigt schließlich die Energieausbeute bei Anfangstemperaturen im Corezentrum von 1420, 1850 und 2400  $\text{K}^\circ$ . Es ist deutlich zu sehen, daß entsprechend der Gl. (2) erhöhte Rampe und verminderter Anfangsfluß (bzw. Anfangsleistung im Zentrum,  $\dot{Q}(0)$ ) zur Erhöhung der Energiedichtestufen und somit auch zu einer Erhöhung der  $E_{\text{ex}}$  führen. Die Verschiebung des ersten  $E_{\text{ex}}$ -Minimums nach höheren  $\gamma$ -Werten ergibt sich daraus, daß bei gleicher Dopplerkonstante die Energiestufe jetzt höher wird, und so noch zum Abschalten der Exkursion in der 1. Periode ausreicht.

Die Zunahme der  $E_{ex}$  bei erhöhter Anfangstemperatur (Abb. 8) beruht darauf, daß wegen  $\gamma \sim T_{ref}(0) \cdot \Gamma$  durch eine Erhöhung von  $T_{ref}(0)$  eine Verminderung von  $\Gamma$  erfolgt und so  $\Delta Q$  erhöht wird.

Abb. 9 zeigt eine Rampen-Parameterstudie für den Void-Unfall. Neben der unterschiedlichen Coregeometrie und -zusammensetzung ist der höhere Anfangsfluß der Hauptgrund dafür, daß bei diesem Unfall der Schwingungscharakter viel schwächer ausgeprägt ist als bei dem M.D.U. (vergl. Abb. 2 und 1 sowie Abb. 4 und 7). In der Abb. 2 ist gut zu sehen, daß am Ende der Exkursion wegen der verzögerten Neutronen der Flußabfall dem der Reaktivität nur beschränkt folgen kann.

Beim V.U. ist es vorstellbar, daß die Corestruktur bis zum Ende der Exkursion jede radiale Bewegung verhindern kann. In der Abb. 4 ist  $E_{ex}$  dargestellt für diesen Fall; d.h. unter der Voraussetzung, daß das Abschalten allein durch die axialen Materialverschiebungen zustande kommt (gestrichelte Kurve). Die strichpunktierte Kurve in dieser Abb. ist  $E_{ex}$  bei einem Core, bei dem die Trennwand am Zonenrand den autokatalytischen Effekt unterdrückt, sonst aber die radialen Bewegungen nicht behindert sind.

Abb. 10 zeigt den Einfluß der Schmelzwärme auf die Energieausbeute der Exkursion. Da während des Schmelzens, trotz Energiezufuhr, die Brennstofftemperatur konstant bleibt, ergibt eine Rechnung mit  $E_F \neq 0$  weniger D.R. und so mehr  $E_{ex}$  als eine mit  $E_F = 0$ . Aus der Abb. ist ersichtlich, daß besonders für größere  $\gamma$ -s die volle Berücksichtigung des Brennstoffschmelzens in der Exkursionsrechnung unerlässlich ist. (Die Abweichungen beider  $E_{ex}$ -Kurven bei  $\gamma \approx 0$  rühren daher, daß der Brennstoff bei  $E_F = 0$  den Siedpunkt und damit die Expansionsphase der Exkursion schneller - d.h. bei niedrigeren Leistungs- und Reaktivitätswerten - erreicht, als wenn er erst die Schmelzwärme aufnehmen müßte. Weniger Leistung und Reaktivität am Beginn der Expansion ergeben aber weniger Energie in der Expansionsphase.)

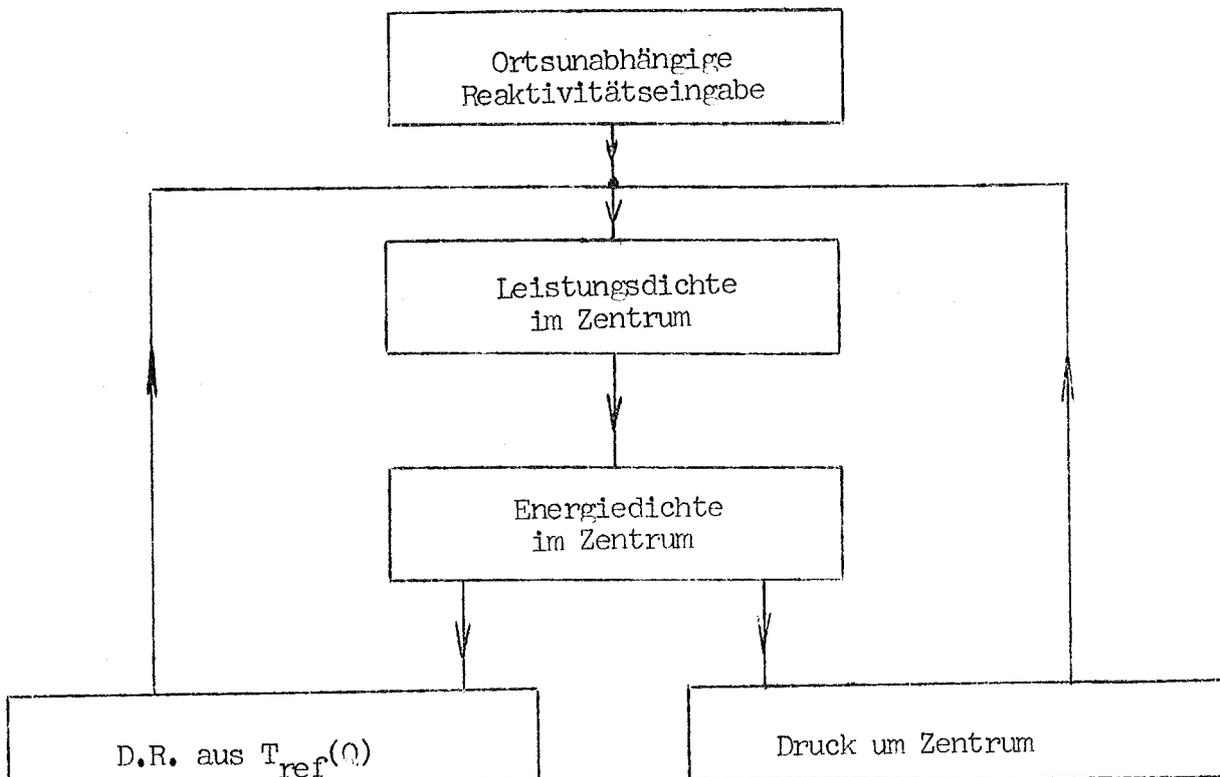
In der Abb. 14 sind die Verläufe der verschiedenen Reaktivitätsbeiträge in der Expansionsphase des V.U. dargestellt, als Funktionen der Energiedichte im Zentrum ( $\gamma = 1 \cdot 10^{-3}$ ).

Es zeigt sich, daß der Gesamtbeitrag der radialen Materialverschiebungen,  $\alpha_{RA} + \alpha_{RR}$ , immer negativ ist, d.h. daß der Reaktivitätseffekt der Bewegungen innerhalb der Zonen betragsmäßig den autokatalytischen Effekt übersteigt. Man kann zeigen, daß dies, bei nicht zu ausgefallenen Coregeometrien, immer der Fall ist (s. Anhang C).

Alle Rechnungen unterstreichen die Wichtigkeit, die eine genaue Darstellung der Dopplerrückwirkung für die Bestimmung der Energieausbeute der Exkursion hat. Im Gegensatz dazu setzen sich die Ungenauigkeiten in der Beschreibung der Expansionsrückwirkung nur beschränkt in der Energieausbeute fort (vergl. Abb. 4 und 14). Dies beruht im wesentlichen darauf, daß - oberhalb einer gewissen Coreenergie - große  $\alpha_E$ -Änderungen nur geringen Energiedifferenzen entsprechen (Abb. 14).

#### 8. Kritik der Bethe-Tait-Methode

Ein Vergleich des schematischen Bildes der Bethe-Tait-Exkursion



mit dem des realen Exkursionsverlaufes (s. 4.) zeigt, daß bei diesem Verfahren folgende wesentliche Vereinfachungen vorgenommen sind:

- a) der Reaktor wird als punktförmig angenommen, die Störung ist gleichmäßig im Core verteilt,
- b) die Rückwirkungen werden homogen berechnet, d.h. so als ob der Brennstoff homogen im Core verteilt wäre,
- c) die Rückwirkungen 2. Ordnung - d.h. die Rückwirkungen, die die Materialbewegungen auf ebendiese Bewegungen, auf die Leistungsverteilung und auf das Flußspektrum ausüben - werden vernachlässigt,
- d) schließlich werden sowohl die Wärmeleitung als auch die Wärmeausdehnung nicht berücksichtigt.

Zwei von diesen Vereinfachungen können aber auch unter der Voraussetzung, daß die Coreänderungen klein bleiben zu großen Fehlern bei den Exkursionsrechnungen führen:

- c) Auch kleine Änderungen in der Corezusammensetzung können die Flußform und das Spektrum stark modifizieren und so den Einfluß der primären Störung und die der Rückwirkungen im B.T. Modell unberücksichtigter Weise abändern. Eine besonders wichtige Rolle spielt die Spektrumsänderung bei den Void-Unfällen, da hier zumindest während der Expansionsphase durch die Brennstoffbewegung Natrium aus dem inneren Teil des Cores verdrängt werden kann.
- b) Die inhomogene Verteilung des Reaktormaterials kann ebenfalls große Bedeutung für die Exkursionsrechnungen haben. Beim realen Core entstehen - wegen der schlechten Wärmeleitung - senkrecht durch die Pinwände starke Temperatur und Druckgradienten; es ist anzunehmen, daß die Materialverschiebungen zuerst an diesen Stellen einsetzen. Diese Bewegungen ihrerseits haben eine weitere inhomogene Auswirkung. Entweder geben die Pinwände dem Brennstoffdruck plastisch nach, oder es entstehen in ihnen Risse. Falls - wie dies beim V.U. denkbar ist - an den betroffenen Stellen noch flüssiges

Natrium vorhanden ist, führen beide Verformungsarten zum beschleunigten Natriumaustrieb; entweder direkt, oder beim Pinbruch durch die Brennstoff-Natrium-Reaktion. Der charakteristische Zug dieser Verdrängung ist, daß im Gegensatz zum homogenen Modell Brennstoff und Kühlmittel getrennt und mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten sich bewegen, so daß die im B.T. Verfahren benutzte Methode für die Bestimmung der Expansionsrückwirkung nicht mehr anwendbar bleibt.

Diese beiden Rechnungsunsicherheiten spielen nur bei solchen Voidunfällen eine große Rolle, bei denen der Natriuminhalt des Cores bei Beginn der Verformungen noch praktisch unvermindert vorhanden ist (z.B. Unfall durch Steuerstabaustrieb)<sup>24</sup>. Für die Erfassung solcher Unfälle sind also B.T. Rechnungen in ihrer jetzigen Form ungeeignet.

Bei Unfällen, bei denen der expandierende Brennstoff kein Natrium verdrängt (z.B. M.D.U., Natrium-Void-Unfall), liegen die dem Verfahren innewohnenden Fehler nur in der Vernachlässigung der Flußverformung und den Druck-, Dichte-, und Leistungsänderungen infolge der Bewegung (Wärmeleitung und Wärmeausdehnung kann man durch modifizierte Brennstoff-Wärmekapazität bzw. durch Änderung des Dopplerkoeffizienten berücksichtigen). Solange also die Coreänderungen während der Exkursion klein bleiben, kann man bei diesen Unfällen die B.T. Ergebnisse als Näherungswerte benutzen.

---

<sup>24</sup> Eine Spektrumsänderung, die mit dem unfallauslösenden Natriumverlust auftritt, kann man durch entsprechend korrigierte Reaktivitätseingabe berücksichtigen.

Herrn Dr. Küsters möchten wir danken für die Förderung dieser Arbeit und für die Unterstützung durch zahlreiche Diskussionen.

## Anhang A

Berechnung der Größen  $W_s$  und  $Q_s$  bei Zweizonenzylindercores

Aus den Gleichungen 2.22, 2.23, 5.4 und 5.3' erhält man:

$$W_s(Q) = \frac{1}{V} \int_{E \geq E_s} dV F(\vec{r}) = \frac{4}{HR_2^2} \left\{ \int_0^{H/2} dz \int_0^{R_1} dr r \phi(r) \psi(z) \theta\left(\phi\psi - \frac{E_s}{Q}\right) + \right. \\ \left. + \xi \int_0^{H/2} dz \int_{R_1}^{R_2} dr r \phi(r) \psi(z) \theta\left(\phi\psi - \frac{E_s}{\xi Q}\right) \right\} \quad (1)$$

$$Q_s(Q) = \frac{4}{HR_2^2} \left\{ \int_0^{H/2} dz \int_0^{R_1} dr r \theta\left(\phi\psi - \frac{E_s}{Q}\right) + \int_0^{H/2} dz \int_{R_1}^{R_2} dr r \theta\left(\phi\psi - \frac{E_s}{\xi Q}\right) \right\} \quad (2)$$

$\psi(z)$  und  $\phi(r)$  sind im Zentrum auf 1 normiert. Es wird vorausgesetzt, daß sie im ganzen Integrationsgebiet monoton abnehmen.

Falls es also zwei Werte  $z_1 > 0$  und  $z_2 > 0$  gibt, so daß

$$\psi(z_1) = \frac{E_s}{Q} \quad \text{und} \quad \phi(R_1)\psi(z_2) = \frac{E_s}{\xi Q} \quad (3)$$

sind, dann gilt

$$\psi(z) > \frac{E_s}{Q} \quad \text{für alle} \quad z < z_1 \quad \text{und} \quad (4) \\ \psi(z)\phi(R_1) > \frac{E_s}{\xi Q} \quad \text{für alle} \quad z < z_2$$

Aus der Monotonität der  $\phi(r)$  ergibt sich, daß für alle  $z < z_1$  ( $i=1,2$ )  $r_i(z)$  existieren mit

$$\psi(z)\phi(r_1(z)) = \frac{E_s}{Q} \quad r_1(z) > 0 \\ \psi(z)\phi(r_2(z)) = \frac{E_s}{\xi Q} \quad r_2(z) > R_1 \quad (5)$$

Im allgemeinen Fall tragen also folgende Gebiete zu den Integralen (1) und (2) bei:

$$\left. \begin{aligned} 0 < r < r_1(z) \leq R_1, & \quad 0 < z < z_1 \leq H/2 \\ R_1 < r < r_2(z) \leq R_2, & \quad 0 < z < z_2 \leq H/2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Wenn man die Abkürzungen

$$\tilde{\psi}(z) = \frac{1}{z} \int_0^z dx \psi(x) \quad \text{und} \quad \tilde{\phi}(r) = \frac{1}{r^2} \int_0^r dx x \phi(x) \quad (7)$$

einführt, erhält man

$$\begin{aligned} W_s(Q) &= \frac{4}{HR_2^2} \left\{ \int_0^{z_1} dz \psi(z) \int_0^{r_1(z)} dr r \phi(r) + \varepsilon \int_0^{z_2} dz \psi(z) \int_{R_1}^{r_2(z)} dr r \phi(r) \right\} = \\ &= \frac{4}{HR_2^2} \left[ \int_0^{z_1} dz \psi(z) \tilde{\phi}(r_1) r_1^2(z) + \varepsilon \int_0^{z_2} dz \psi(z) \tilde{\phi}(r_2) r_2^2(z) \right] + \\ &\quad \varepsilon \frac{4z_2}{H} \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \tilde{\psi}(z_2) \tilde{\phi}(R_1) \end{aligned} \quad (8)$$

$$g_s(Q) = \frac{2}{HR_2^2} \left[ \int_0^{z_1} dz r_1^2(z) + \int_0^{z_2} dz r_2^2(z) \right] - \frac{2z_2}{H} \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \quad (9)$$

Bei der numerischen Auswertung der Integrale werden die  $r_1(z)$ -s aus den Gleichungen (5) Schritt für Schritt bestimmt.

## Anhang B

1. Eingabedaten für den Void-Unfall beim Na-2-Reaktor /<sup>-</sup>1,20<sub>7</sub>

Die angegebenen Daten entsprechen dem Betriebszustand des Reaktors.

$$\begin{array}{ll}
 v & = 3.195 \cdot 10^2 \text{ cm/g} & D & = 1.68 \text{ cm} \\
 \ell & = 3.9 \cdot 10^{-7} \text{ g} & C_f & = 3.2 \cdot 10^{-4} \text{ erg/Spaltung} \\
 \Sigma_f^{(1)} & = 2.368 \cdot 10^{-3} \text{ 1/cm} & \Sigma_f^{(2)} & = 3.243 \cdot 10^{-3} \text{ 1/cm} \\
 \beta & = 3.0 \cdot 10^{-3} & \lambda & = 0.603 \text{ 1/s} \\
 \gamma & = 3.76 \cdot 10^{-3} & \text{Dopplere exponent} & = 1.001
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 R_1 & = 54.2 \text{ cm} & H & = 95.0 \text{ cm} \\
 R_2 & = 76.5 \text{ cm}
 \end{array}$$

Die Koeffizienten der Flußpolynome sind (s. Gl. 5.3):

$$\begin{array}{ll}
 a_0 & = 1.0 & b_0 & = 1.0014372 \\
 a_1 & = -3.2311305 \cdot 10^{-4} & b_1 & = -6.9138958 \cdot 10^{-5} \\
 a_2 & = 6.615734 \cdot 10^{-8} & b_2 & = -1.4632239 \cdot 10^{-8} \\
 a_3 & = -1.2237786 \cdot 10^{-11} & b_3 & = 4.320194 \cdot 10^{-12} \\
 & & b_4 & = -4.235266 \cdot 10^{-16}
 \end{array}$$

Die Dichtewerte betragen, bei der Zusammensetzung von 29.7 V.a. Brennstoff, 20.3 V.a. Stahl und 50. V.a. Natrium (mit den lokalen Dichten 9.0, 7.8, 0.836 g/cm<sup>3</sup>):

$$\rho_B = 2.673 \text{ g/cm}^3 \quad \rho = 4.675 \text{ g/cm}^3$$

Die Anfangsbedingungen sind:

$$T(o,o) = 2673 \text{ K}^0 \quad S(o) = 7.959 \cdot 10^{15} \text{ n/cm}^2 \text{ s}^*$$

\* Entsprechend 730 MW thermischer Leistung

Die Anreicherung beträgt (Gl. 6.1):

$$p = 0.25$$

Die thermodynamischen Konstanten sind

$$\begin{aligned} C_V &= 3.4 \cdot 10^{-4} \text{ kJ/gK}^\circ & k_B &= 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ kW/cmK}^\circ \\ E_F &= 0.3923 \text{ kJ/g} & T_M &= 3078 \text{ K}^\circ \end{aligned}$$

Als Dampfdruckkurven wurden folgende Polynome benutzt:

	I		II
$p_0$	$3 \cdot 10^{-3}$	atm	7.6102
$p_1$	$-2.3507254 \cdot 10^{-5}$	atm/degK $^\circ$	$-2.4778843 \cdot 10^{-2}$
$p_2$	$7.9677551 \cdot 10^{-8}$		$3.3897337 \cdot 10^{-5}$
$p_3$	$-1.4981824 \cdot 10^{-10}$		$-2.5158858 \cdot 10^{-8}$
$p_4$	$1.7128499 \cdot 10^{-13}$		$1.0887996 \cdot 10^{-11}$
$p_5$	$-1.2215657 \cdot 10^{-16}$		$-2.7331906 \cdot 10^{-15}$
$p_6$	$5.3160728 \cdot 10^{-20}$		$3.6934070 \cdot 10^{-19}$
$p_7$	$-1.2926621 \cdot 10^{-23}$		$-2.2517209 \cdot 10^{-23}$
$p_8$	$1.3465230 \cdot 10^{-27}$		$4.9914071 \cdot 10^{-28}$

Bis zu Zentraltemperaturen von 5000 K $^\circ$  wurde Polynom I benutzt, sonst Polynom II. Die Temperaturbereiche, in denen diese Polynome eine gute Näherung der Dampfdruckformel 2.34 darstellen, sind 600 K $^\circ$  < T < 5.500 K $^\circ$ , bzw. 1.500 K $^\circ$  < T < 15.000 K $^\circ$ .

2. Eingabedaten für den Melt-Down-Unfall, sofern sie sich von denen des Void-Unfalls unterscheiden.

Das Core enthält bei diesem Unfall kein Natrium, sonst ist aber seine Zusammensetzung dieselbe wie beim V.U.

$$\begin{aligned} v &= 3.9683 \cdot 10^8 \text{ cm/s} & D &= 1.73 \text{ cm} \\ \ell &= 3.3 \cdot 10^{-7} \text{ s} & \beta &= 3.1 \cdot 10^{-3} \\ \Sigma_f^{(1)} &= 2.292 \cdot 10^{-3} \text{ 1/cm} & \Sigma_f^{(2)} &= 3.14 \cdot 10^{-3} \text{ 1/cm} \\ \gamma &= 1.9 \cdot 10^{-3} & \rho &= 4.257 \cdot \text{g/cm}^3 \\ R &= 76.10 \text{ cm} & z &= 0.5736 \\ \Sigma_f(\text{Volumen gemittelt}) &= 2.714 \cdot 10^{-3} \text{ 1/cm} \end{aligned}$$

z und R wurden hier so gewählt, daß bei gegebenen  $\dot{Q}$  und  $\dot{Q}$  die Kugel- und die Zylindergeometrie dieselbe Gesamtleistung und mittlere Leistungsdichte am Corerand aufweisen.

Die Anfangsbedingungen beim M.D.U. sind

$$T(o, \delta) = 1850 \text{ K}^{\circ} \quad S(o) = 6.721 \cdot 10^{14} \text{ n/cm}^2 \text{ s}^* \quad *$$

Als Dampfdruckkurve wurde folgende Polynomnäherung benutzt:

$$\begin{array}{ll} p_0 = -1.810086 \cdot 10^3 & \text{atm} \\ p_1 = 1.4049910 & \text{atm/degK}^{\circ} \\ p_2 = -3.642654 \cdot 10^{-4} & \vdots \\ p_3 = 3.162378 \cdot 10^{-8} & \vdots \end{array}$$

---

\* Entsprechend 73 MW thermischer Leistung.

Der Gesamttrückwirkungsbeitrag der radialen Bewegungen

Es sollen hier hinreichende Bedingungen angegeben werden, unter denen zu jedem Zeitpunkt die radialen Bewegungen im Core insgesamt die Reaktivität vermindern, d.h. unter denen in der Expansionsphase immer

$$\ddot{\alpha}_{ER} \equiv \ddot{\alpha}_{RR} \quad \ddot{\alpha}_{RA} < 0 \quad (1)$$

ist.

Dazu wird der Integral (s. Gleichungen 2.28 und 5.7)

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_{ER} &\equiv -\frac{1}{\rho} \int_{V_c} dV \frac{\partial p(\vec{r})}{\partial r} \cdot f_r(\vec{r}) \equiv \\ &\equiv -C_{EZ} \int_0^{H/2} dz \int_0^{R_2} dr r \left[ -\phi\phi'(\psi'^2 - \psi\psi'') - \frac{\phi'^2}{r} \psi^2 \right] \frac{\partial p(\vec{r})}{\partial r} \quad (2) \end{aligned}$$

untersucht. Mit

$$a(r) \equiv -r\phi\phi'; \quad b(r) \equiv \phi'^2 \quad (3)$$

und mit

$$J_a(z) \equiv \int_0^{R_2} dr a(r) \frac{\partial p(\vec{r})}{\partial r}; \quad J_b(z) \equiv \int_0^{R_2} dr b(r) \frac{\partial p(\vec{r})}{\partial r} \quad (4)$$

erhält man für  $\ddot{\alpha}_E$  den Ausdruck

$$\ddot{\alpha}_{ER} \equiv C_{EZ} \int_0^{H/2} dz \{ (\psi'^2 - \psi\psi'') J_a(z) + \psi^2 J_b(z) \} \quad (2')$$

Zwei der Bedingungen bedeuten keine große Einschränkung für die üblichen Zweizonen-Cores:

- 1) sowohl die Flußverteilungen  $\phi, \psi$  als auch ihre Ableitungen sollen im Core monoton abnehmen, d.h.

$$\left. \begin{aligned} \phi', \phi'' < 0 & \quad \text{für} \quad 0 < r < R_2 \\ \psi', \psi'' < 0 & \quad \text{für} \quad 0 < z < H/2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

- 2) das Leistungsminimum in der radialen Richtung soll am Corerand liegen, d.h.

$$\xi\phi(R_2) < \phi(R_1) \quad (6)$$

Da wegen (5) in der Gl. 2'  $\psi^2$  und  $\psi'^2 - \psi''$  beide positive sind, um  $\ddot{\alpha}_E < 0$  nachzuweisen, genügt es zu zeigen, daß  $J_a$  und  $J_b$  immer negativ sind.

Die Funktionen  $a(r)$  und  $b(r)$  sind überall positiv, außerdem ist für

$$r \neq R_1 \quad \frac{\partial p}{\partial r}(\bar{r}) \equiv \frac{Q}{C_V} \psi \phi' \frac{dp}{dT} < 0, \quad (7)$$

so daß man

$$\begin{aligned} J_a(z) &\equiv \left\{ \int_0^{R_1-0} + \int_{R_1+0}^{R_2} \right\} dr a \frac{\partial p}{\partial r} + a(R_1) \{ p(R_1+0) - p(R_1-0) \} < \\ &< \int_{R_1+0}^{R_2} dr a \frac{\partial p}{\partial r} + a(R_1) \{ p(R_1+0) - p(R_1-0) \} \end{aligned} \quad (8)$$

und entsprechend

$$J_b(z) < \int_{R_1+0}^{R_2} dr b \frac{\partial p}{\partial r} + b(R_1) \{ p(R_1+0) - p(R_1-0) \} \quad (8')$$

erhält.

$b(r)$  ist außerdem im ganzen Bereich monoton zunehmend, damit ergibt sich wegen (7) aus (8'):

$$\begin{aligned} J_b(z) &< b(R_1) \left\{ \int_{R_1+0}^{R_2} dr \frac{\partial p}{\partial r} + p(R_1+0) - p(R_1-0) \right\} = \\ &= b(R_1) \{ p(R_2) - p(R_1-0) \} \end{aligned} \quad (9)$$

Da aber in der Expansionsphase wegen (6)

$$T(R_2) < T(R_1-0)$$

ist (s. Gleichungen 2.36 und 5.4) und da  $p$  mit  $T$  monoton zunimmt, erhält man aus (9)

$$J_b(z) < 0 \quad (10)$$

Ähnlich ließe sich auf  $J_a(z)$  schließen, wenn  $a(r)$  in der 2. Zone immer oberhalb  $a(R_1)$  liegen würde. Dies ist im allgemeinen nicht der Fall. Wenn man aber noch annimmt, daß

3) für jedes Gebiet  $(R_a, R_b)$  in der 2. Zone, in dem

$$a(r) < a(R_1) \text{ ist für } r \in (R_a, R_b) \quad (6')$$

$$\xi\phi(R_a) < \phi(R_1)$$

gilt,

dann kann man auch für  $J_a(z)$

$$J_a(z) < 0 \quad (10')$$

zeigen.

Denn mit

$$R^X = \begin{cases} R_a & \text{falls } R_a < R_2 \\ R_2 & \text{sonst} \end{cases} \quad (11)$$

erhält man:

$$\int_{R_1+0}^{R_2} \text{dra} \frac{\partial p}{\partial r} = \left\{ \int_{R_1+0}^{R^X} + \int_{R^X}^{R_2} \right\} \text{dra} \frac{\partial p}{\partial r} \leq \int_{R_1+0}^{R^X} \text{dra} \frac{\partial p}{\partial r} \leq$$

$$\leq a(R_1) \cdot \{p(R^X) - p(R_1+0)\} \quad (12)$$

so daß

$$J_a(z) < a(R_1) \{p(R^X) - p(R_1+0)\} \quad 9')$$

folgt, aus diesem ergibt sich dann wegen (6) oder (6') wie bei  $J_b$  die Behauptung.

Numerische Rechnungen zeigen, daß nicht nur beim Na-2-Reaktor, sondern bei dessen geometrisch abgeänderten Versionen mit  $H/(2R_2)$ -Verhältnissen von 0.2 bis 2.0  $a(r)$  in der ganzen 2. Zone oberhalb von  $a(R_1)$  liegt.

## Anhang D

Bestimmung der Gebiete des Zylindercores, die bei vorgegebener Zentraltemperatur zu der Expansionsrückwirkung beitragen

Die Expansionsphase der Exkursion soll mit den Energiedichteschranken

$$Q^{(1)} = E_{BL} < Q^{(2)} < \dots < Q^{(n)} \quad (1)$$

in n Rechnungsphasen

$$\left. \begin{aligned} Q^{(k)} < Q(t) &\leq Q^{(k+1)}, \quad k = 1, \dots, n-1 \\ Q^{(n)} < Q(t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

zerlegt werden. In jeder Phase soll nur ein Teilgebiet des Cores

$$\begin{aligned} U^{(k)} &= \{ z \in [0, z^{(k)}], r \in [0, R_1^{(k)}] \cup [R_1^{(k)}, R_2^{(k)}] \} \\ 0 < z^{(k)} &\leq z^{(n)}; \quad 0 < R_1^{(k)} \leq R_1^{(n)}; \quad R_1^{(k)} < R_2^{(k)} \leq R_2^{(n)} \\ z^{(n)} &= H/2; \quad R_1^{(n)} = R_1; \quad R_2^{(n)} = R_2 \end{aligned} \quad (3)$$

bei der Berechnung der E.R. berücksichtigt werden. Folgende Bedingungen sollen dabei erfüllt sein:

- 1) In dem nicht berücksichtigten Teil des Cores,  $\bar{U}^{(k)}$ , soll

$$T(\bar{r}) \leq T_B^x \quad \text{falls } \bar{r} \in \bar{U}^{(k)} \quad (4)$$

sein, in der k-ten Phase. Dabei ist

$$T_B^x = T_B + \Delta T, \quad \Delta T > 0 \quad (5)$$

- 2) Sei  $(T_A^{(i)}, T_E^{(i)})$  der Gültigkeitsbereich des i-ten Dampfdruckpolynoms. Falls in der k-ten Phase dieses Polynom benutzt wird, soll in dieser Phase

$$T(\bar{r}) > T_A^{(i)} \quad \text{für } \bar{r} \in U^{(k)} \quad (6)$$

sein.

3) Falls für die Gültigkeitsbereiche gilt:

$$T_A^{(1)} < T_A^{(2)} < T_B < T_E^{(1)} < T_E^{(2)} \quad (7)$$

dann sollen in allen Phasen, in denen die Coretemperatur  $T_E^{(1)}$  nicht übersteigt, die Koeffizienten  $p_V^{(1)}$ , sonst  $p_V^{(2)}$  benutzt werden.

Folgende Abkürzungen werden eingeführt:

$$\left. \begin{aligned} a &= \min \int \psi(z) dz, & A &= \max \int \psi(z) dz, & z &\in [0, H/2] \\ b &= \min \int g(r)\phi(r) dr, & B &= \max \int g(r)\phi(r) dr, & r &\in [0, R_2] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Außerdem werden im folgenden statt der Temperaturschranken  $T_A^{(i)}$ ,  $T_E^{(i)}$ ,  $i=1,2$ ,  $T_B^X$  die entsprechenden Energiedichten

$$Q_A^{(1)} = C_V T_A^{(1)} + E_F, \dots \quad (9)$$

benutzt.

Für den Fall, daß

$$\frac{a}{A} \leq \frac{b}{B} \quad (10)$$

ist, setzt man

$$R_1^{(k)} = R_1, \quad R_2^{(k)} = R_2 \quad \text{für } k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (11)$$

und es werden nur die  $Q^{(k)}$ -s und die  $z^{(k)}$ -s berechnet.

Die für den Druck relevante Temperatur beträgt beim Zylinder (s. Gleichungen 2.36 und 5.4)

$$T(\bar{r}, t) \equiv \frac{Q(t)g(r)\phi(r)\psi(z) - E_F}{C_V} \quad (12)$$

Da  $\psi(z)$  mit  $z$  monoton abnimmt, gilt in der  $k$ -ten Phase

$$\min \underline{T(\bar{r}, t)} = \frac{Q(t) b \psi(z^{(k)}) - E_{\text{F}}}{C_V} \quad \text{für } \bar{r} \in U^{(k)} \quad (13)$$

Man erhält also aus der Bedingung 2):

$$Q(t) b \psi(z^{(k)}) > Q_A^{(1)} \quad \text{für } Q^{(k)} < Q(t) \leq Q^{(k+1)} \quad (14)$$

falls in dieser Phase das  $i$ -te Polynom benutzt wird.

Entsprechend (14) ist

$$Q^{(k)} = \frac{Q_A^{(i)}}{b \psi(z^{(k)})} \quad (14')$$

In der  $k-1$ -ten Phase tritt die maximale Temperatur in  $\bar{U}^{(k-1)}$ :

$$\max \underline{T(\bar{r}, t)} = \frac{Q^{(k)} B \psi(z^{(k-1)}) - E_{\text{F}}}{C_V} \quad \text{für } \bar{r} \in \bar{U}^{(k-1)} \quad (15)$$

am Ende der Rechnungsphase,  $Q(t) = Q^{(k)}$  auf. Man erhält also aus der Bedingung 1):

$$Q^{(k)} B \psi(z^{(k-1)}) = Q_B^x \quad (16)$$

d.h. mit

$$x_i = \frac{Q_B^x}{Q_A^{(i)}} \frac{b}{B} \quad i = 1, 2 \quad (17)$$

$$\psi(z^{(k-1)}) = \frac{Q_B^x}{Q^{(k)} B} = x_i \psi(z^{(k)}) \quad (18)$$

Da  $\psi(z)$  monoton abnimmt mit  $z$ , soll man  $\Delta T$  in (5) so wählen, daß zwar  $T_B^x \gtrsim T_B$  bleibt, aber dennoch  $x_i > 1$  wird, damit man  $z^{(k-1)} < z^{(k)}$  erreichen kann.

Für die Phasen  $k = m, m+1, \dots, n$ , in denen

$$\max \underline{T(\bar{r})} > T_E^{(1)} \quad (19)$$

ist, erhält man also

$$\begin{aligned} \psi(z^{(k)}) &= x_2 \psi(z^{(k+1)}) = \dots = x_2^{n-k} \psi(z^{(n)}) = \\ &= x_2^{n-k} a \end{aligned} \quad (20)$$

und

$$Q^{(k)} = \frac{Q_A^{(2)}}{bax_2^{(n-k)}} = \frac{Q^{(n)}}{x_2^{n-k}} \quad (21)$$

In den Rechnungsphasen  $k = 1, 2, \dots, m-1$  wird das Polynom  $p_v^{(1)}$  benutzt. Da  $T_A^{(1)} < T_A^{(2)}$  ist und somit

$$Q^{(m-1)} = \frac{Q_A^{(1)}}{b\psi(z^{(m)})} < \frac{Q_A^{(1)}}{Q_A^{(2)}} \frac{Q^{(n)}}{x_2^{n-m}} = Q^{(m)} \quad (22)$$

kann man in der  $m-1$ -ten Phase bei der Berechnung der E.R. das Coregebiet  $U^{(m)}$  benutzen. Entsprechend erhält man für die Phasen  $k = 1, 2, \dots, m-1$ :

$$\psi(z^{(k)}) = x_1^{m-1-k} \psi(z^{(m-1)}) = x_1^{m-1-k} \psi(z^{(m)}) = x_1^{m-1-k} \cdot x_2^{n-m} \cdot a \quad (20')$$

und

$$Q^{(k)} = \frac{Q_A^{(1)}}{b\psi(z^{(k)})} = \frac{Q^{(n)}}{x_1^{m-k} x_2^{n-m-1}} \quad (21')$$

Die Zahlen  $m, n$  erhält man aus den Bedingungen

$$Q^{(m)} \leq \frac{Q_E^{(1)}}{BA} < Q^{(m+1)} \quad (23)$$

und

$$Q^{(1)} \leq E_{BL} < Q^{(2)} \quad (24)$$

Falls  $Q^{(1)} < E_{BL}$  ist wird  $Q^{(1)} = E_{BL}$  gesetzt.

Für den Fall, daß

$$\frac{a}{A} > \frac{b}{B} \quad (10')$$

ist, setzt man

$$z^{(k)} = H/2 \text{ für } k=1, 2, \dots, n-1 \quad (11')$$

und berechnet die  $Q^{(k)}$ -s,  $R_1^{(k)}$ -s und  $R_2^{(k)}$ -s wie oben.

In diesem Fall sind

$$x_i = \frac{Q_B^x}{Q_A^{(i)}} \frac{a}{A} \quad i = 1, 2 \quad (17')$$

$R_1^{(k)}, R_2^{(k)}$  sind die Lösungen der Gleichung

$$g(r) (r) = \begin{cases} x_2^{n-k} \cdot b & k = m, \dots, n \\ x_1^{m-1-k} \cdot x_2^{n-m} \cdot b & k = 1, \dots, m-1 \end{cases} \quad (25)$$

in den Gebieten  $(0, R_1]$  bzw.  $(R_1, R_2]$ . Falls es für ein  $k$  in einem der Gebiete keine Lösung geben würde, wird  $R_1^{(k)} = R_1$  bzw.  $R_2^{(k)} = R_2$  als Lösung benutzt.

## Anhang E

Die zusätzliche Arbeit der Natrium-Brennstoff-Reaktion

Beim Beginn der Vermischung ist die Energie des Systems aus 1 g Brennstoff und  $m$  g Natrium gegeben durch

$$E_{\text{in}} = C_V T_B + E_F + m(C_V^{(N)} T_{\text{in}}^{(N)} + E_F^{(N)}) \quad (1)$$

( $T_{\text{in}}^{(N)}$ ,  $C_V^{(N)}$ ,  $E_F^{(N)}$  sind die Anfangstemperatur, die Wärmekapazität und die Schmelzwärme des flüssigen Natriums).

Für die Energieübertragung wird folgendes Modell gewählt: Zunächst wird die Wärme des flüssigen Brennstoffes ohne Ausdehnung in das Na übertragen. Dadurch erhält letzteres die Temperatur:

$$T^1 = T_{\text{in}}^{(N)} + \frac{C_V(T_B - T_M)}{mC_V^{(N)}} \quad (2)$$

Eine weitere Erhöhung der Na-Temperatur auf  $T_M$  erfolgt zu Lasten der Brennstoffschmelzwärme

$$yE_F = mC_V^{(N)} (T_M - T^1), \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (3)$$

ebenfalls ohne Ausdehnung. Die Restschmelzwärme

$$\Delta Q = (1-y)E_F$$

wird dann durch isothermische Ausdehnung in das Natrium übertragen; dies führt hier zu einer Zunahme der spezifischen Entropie um

$$\Delta S = \frac{(1-y)E_F}{T_M} \quad (4)$$

Nachdem der gesamte Brennstoff fest geworden ist, hört - wegen des isolierenden Na-Dampfes und wegen der geringen Wärmeleitfähigkeit des  $\text{UO}_2$  - die Wärmeübertragung auf.

Das Natrium dehnt sich jetzt adiabatisch weiter aus bis 1 atm Enddruck. Falls am Ende der Expansion noch  $mx$ -g Natrium als Flüssigkeit vorliegt, ist der

Endzustand des Systems

$$E_{\text{fin}} = C_V T_M + m \{ C_V^{(N)} T_B^{(N)} + E_F^{(N)} + (1-x) \int_{T_B^{(N)}}^{\infty} \frac{\Delta H_V^{(N)}}{T^2} - p \Delta V^{(N)} \} \quad (5)$$

(Die Na-Größen  $\Delta H_V^{(N)}$ ,  $\Delta V^{(N)}$  sind wie die entsprechenden  $\text{UO}_2$ -Größen in Abschnitt 3 definiert.) Man erhält also die zusätzliche Arbeit

$$W^{(N)} = E_{\text{in}} - E_{\text{fin}} = C_V (T_B - T_M) + E_F + m \{ C_V^{(N)} (T_B^{(N)} - T_{\text{in}}^{(N)}) + (1-x) \int_{T_B^{(N)}}^{\infty} \frac{\Delta H_V^{(N)}}{T^2} - p \Delta V^{(N)} \} \quad (6)$$

Der Flüssigkeitsanteil am Ende der Ausdehnung,  $x$ , wird aus der Entropiebilanz

$$S_{\text{fin}} = S_{\text{in}} + \Delta S \quad (7)$$

mit der Brout'schen Methode berechnet:

$$S_{\text{in}}^x - \Delta S_{\text{in}}^{(e)} + \Delta S \approx S_{\text{fin}}^x - x \frac{\Delta H_V^{(N)}}{T_B^{(N)}} \quad (7')$$

bzw.

$$x = \frac{T_B^{(N)}}{\Delta H_V^{(N)} (T_B^{(N)})} \{ R \ln p_{\text{in}} - C_P^{(N)} \ln \left( \frac{T_M}{T_B^{(N)}} \right) + \Delta S_{\text{in}}^{(e)} - \Delta S \} \quad (8)$$

Für die Wärmekapazität des Na im Gaszustand wird

$$C_P^{(N)} = 5 \frac{\text{cal}}{\text{mol K}^\circ}$$

eingesetzt.

Für  $m = 0.1$  beträgt das spezifische Volumen des Systems vor der Ausdehnung

$$V_{\text{in}} = V_{\text{in}}^{(\text{Na})} + \frac{1}{m} V_{\text{in}}^{(\text{UO}_2)} = 2.31 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$$

(s. Anhang B). Mit den kritischen Daten des Natriums, die von Grosse [17] stammen

$$T_c = 2800 \text{ K}^\circ \quad \rho_c = 0.18 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$p_c = 490 \text{ atm} \quad z_c = 0.272$$

erhält man aus der Gl. 3.5 folgende Zustandsgleichung:

$$\frac{p_{in}}{p_c^{(N)}} = z_{in} \cdot 8.85 \cdot \frac{T_M}{T_c^{(N)}} = z_{in} \cdot 9.7$$

Mit den Tabellen von Hougen und Watson erhält man daraus

$$z_{in} = 2.3 \quad p_{in} = 22.3 p_c^{(N)}$$

und 
$$\Delta S_{in}^{(e)} = 4.9 \frac{\text{cal}}{\text{mol K}^\circ}$$

Nach Grosse [17] sind

$$H_V^{(N)}(T_B^{(N)}) = 21.28 \frac{\text{kcal}}{\text{mol}} \quad \text{und} \quad T_B^{(N)} = 1163 \text{ K}^\circ$$

Für eine Anfangstemperatur  $T_{in}^{(N)} = 800 \text{ K}^\circ$  und mit

$$C_V^{(N)} = 1.3 \frac{\text{J}}{\text{g K}^\circ} \quad \text{ist} \quad yE_F = 152.7 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

d.h.

$$\Delta S = 4.275 \frac{\text{cal}}{\text{moldeg}}$$

Diese Werte ergeben mit (8)

$$x = 0.784$$

Wegen  $(1-x) \left[ -\Delta H_V^{(N)} - p\Delta V \right] \approx (1-x) \left[ -\Delta H_V^{(N)} - RT_B^{(N)} \right] \approx 0.8 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$

erhält man aus (6)

$$W^{(N)} = 160 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

Literatur

- [1] K. Gast, E.G. Schlechtendahl  
Schneller natriumgekühlter Reaktor Na<sub>2</sub>, KFK-660, EUR 3076d (1967)
- [2] W.J. McCarthy, Jr., R.B. Nicholson, D. Okrent, V.Z. Jankus  
Studies of Nuclear Accidents in Fast Power Reactors, Proc. of the  
Second U.N. Inter. Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy, Genf.  
12,244 (1958)
- [3] R.B. Nicholson  
Methods of determining the Energy Release in Hypothetical Reactor  
Meltdown Accidents, APDA 150 (1962), Nucl. Sci. Eng. 18, 207 (1964)
- [4] M. Ash  
Nuclear Reactor Kinetics, McGraw-Hill, New York, 1965
- [5] H. Uhrig  
Näherungsformeln zur Lösung der reaktorkinetischen Gleichungen im  
Bereich unterpromptkritisch, gültig für schnelle Reaktoren,  
nicht veröffentlicht
- [6] R. Froelich, K. Ott, G. Shaviv, S. Yiftah  
Results of Doppler Coefficients, ANL 7120, 440 (1965),  
Conf. Argonne, Oct. 1965
- [7] D.C. Menzies  
The Equation of State of Uranium Dioxide at High Temperatures and  
Pressures, TRG Report 1119(D)
- [8] R.J. Ackermann  
Thermodynamic Properties of Uranium Dioxide, ANL 5482 (1955)

- 79\_7 E.P. Hicks, D.C. Menzies  
Theoretical Studies of Fast Reactor Maximum Accident, ANL 7120,  
654, Conf. Argonne, Oct. 1965
- 710\_7 R.A. Meyer, B.E. Wolfe  
High-Temperature Equation of State of Uranium Dioxide, Trans. Am.  
Nucl. Soc. 7 1.111 (1964)
- 711\_7 A. Fraude  
Untersuchungen über die Wirkung von 2 Temperaturkoeffizienten  
der Reaktivität, die aus der Entmischung eines ursprünglich homo-  
genen Brennstoffs resultieren, nicht veröffentlicht.
- 712\_7 W. Häfele  
Prompte überkritische Leistungsexkursionen in schnellen Reaktoren  
Nukleonik 5, 201 (1963)
- 713\_7 E. Fischer, K. Keller  
Einfluß der Entmischung von oxidischem Brennstoff auf den Verlauf  
von Leistungsexkursionen, Nukleonik 8, 47, (1966)
- 714\_7 R.A. Meyer, B. Wolfe, N.F. Friedmann, R. Seifert  
Fast Reactor Meltdown Accidents Using Bethe-Tait Analysis,  
Jan. 1967, CEAP 4809
- 715\_7 R.H. Brout  
Equation of State and Heat Content of Uranium, 20.2.1957, APDA-118
- 716\_7 O.A. Hougen, K.M. Watson, R.A. Ragatz  
Chemical Process Principles, 2nd Edition, Part II, Wiley&Sons,  
New York, 1959
- 717\_7 A.V. Grosse  
Journ. Inorg. Nucl. Chem. Vol. 22, p. 23-31, 1961

/18\_7

D. Braess, K. Thurnay

Theoretische Behandlung hypothetischer, schwerer Unfälle bei  
schnellen Leistungsreaktoren, KFK-813/EUR 3971d, Juli 1968

/19\_7

D. Braess, H. Küsters, K. Thurnay

Improvement in Second Excursion Calculations, Proc. of the  
Int. Conf. on the Safety of Fast Reactors, Aix-en-Provence,  
Sept. 1967, III-2-1

/20\_7

E.G. Schlechtendahl

Private Mitteilungen, 17.5.1967, 17.10.1967

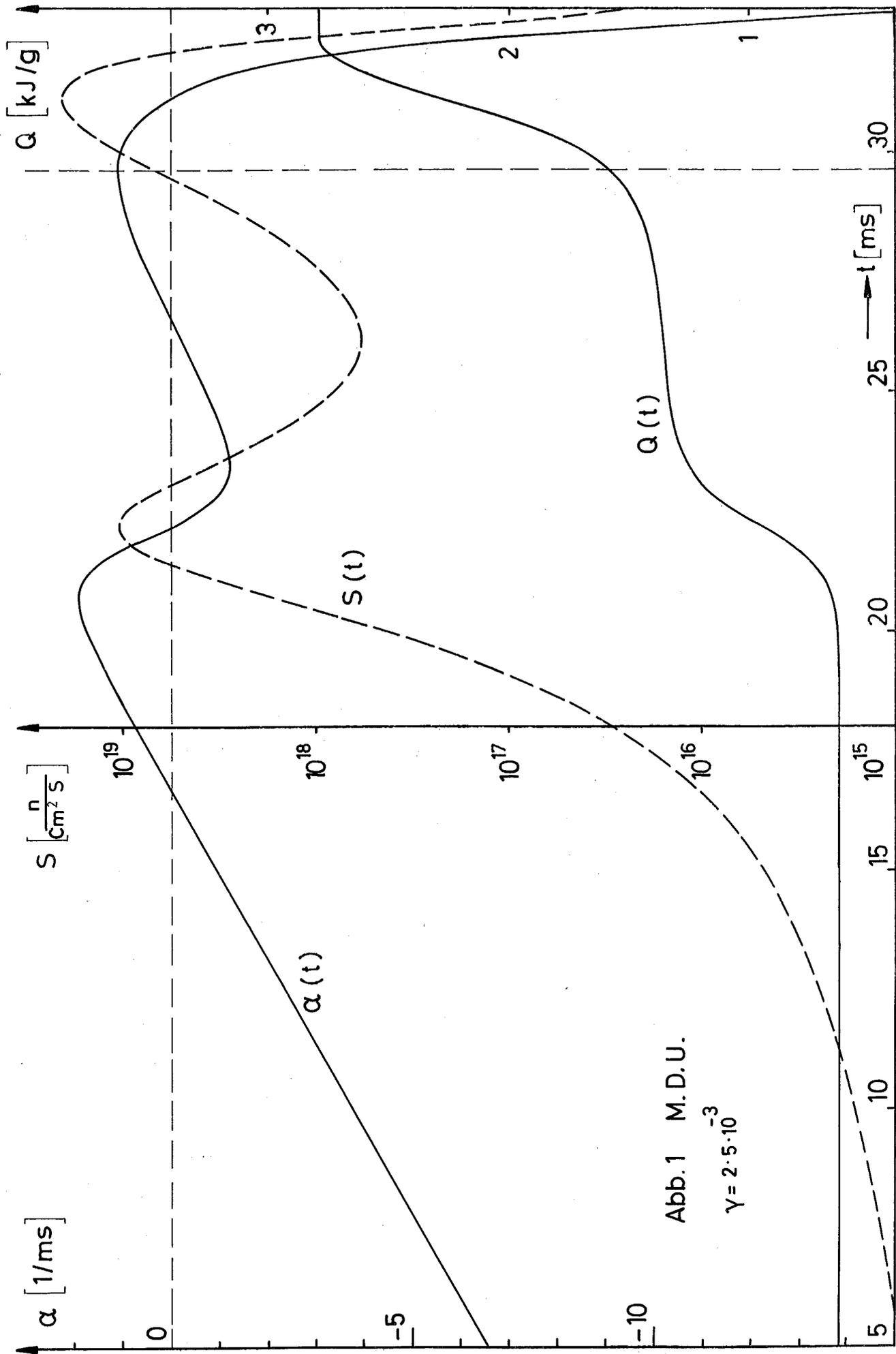


Abb.1 M.D.U.

$$\gamma = 2.5 \cdot 10^{-3}$$

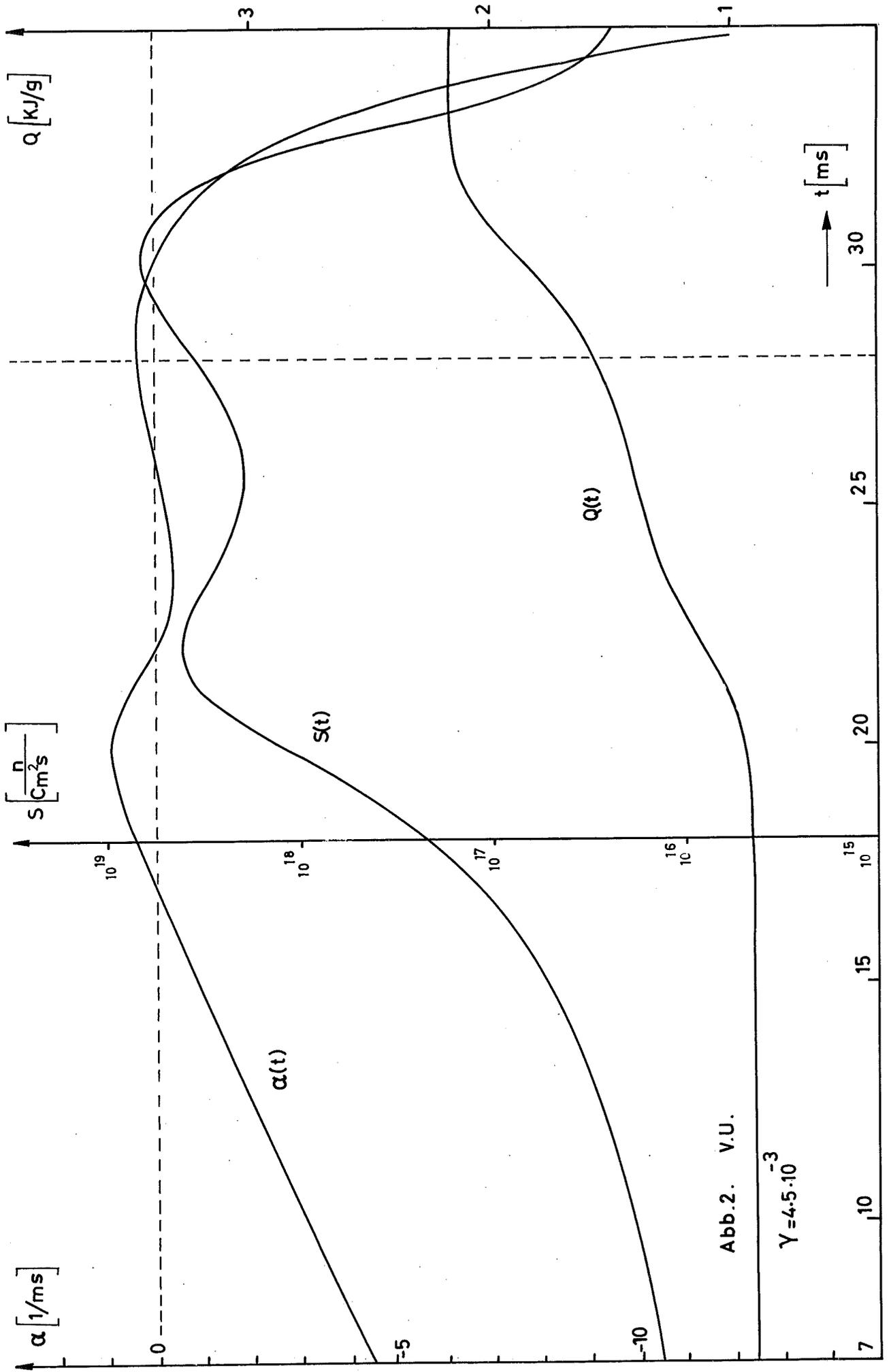


Abb.2. V.U.

$\gamma = 4.5 \cdot 10^{-3}$

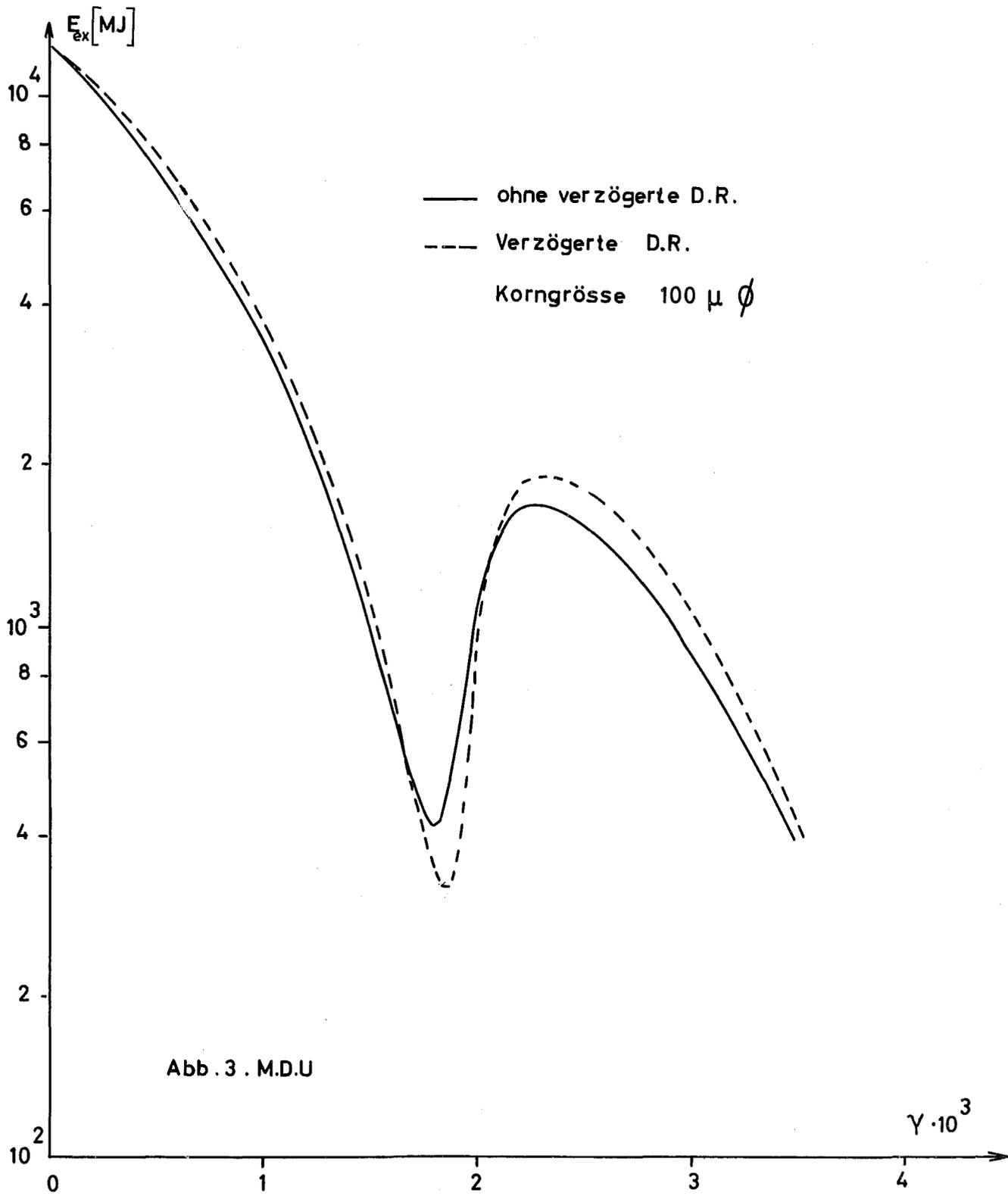


Abb. 3 . M.D.U

- keine Einschränkungen für die Brennstoffbewegung
- - - nur axiale Brennstoffbewegung
- · - keine Brennstoffbewegung von Zone II in Zone I

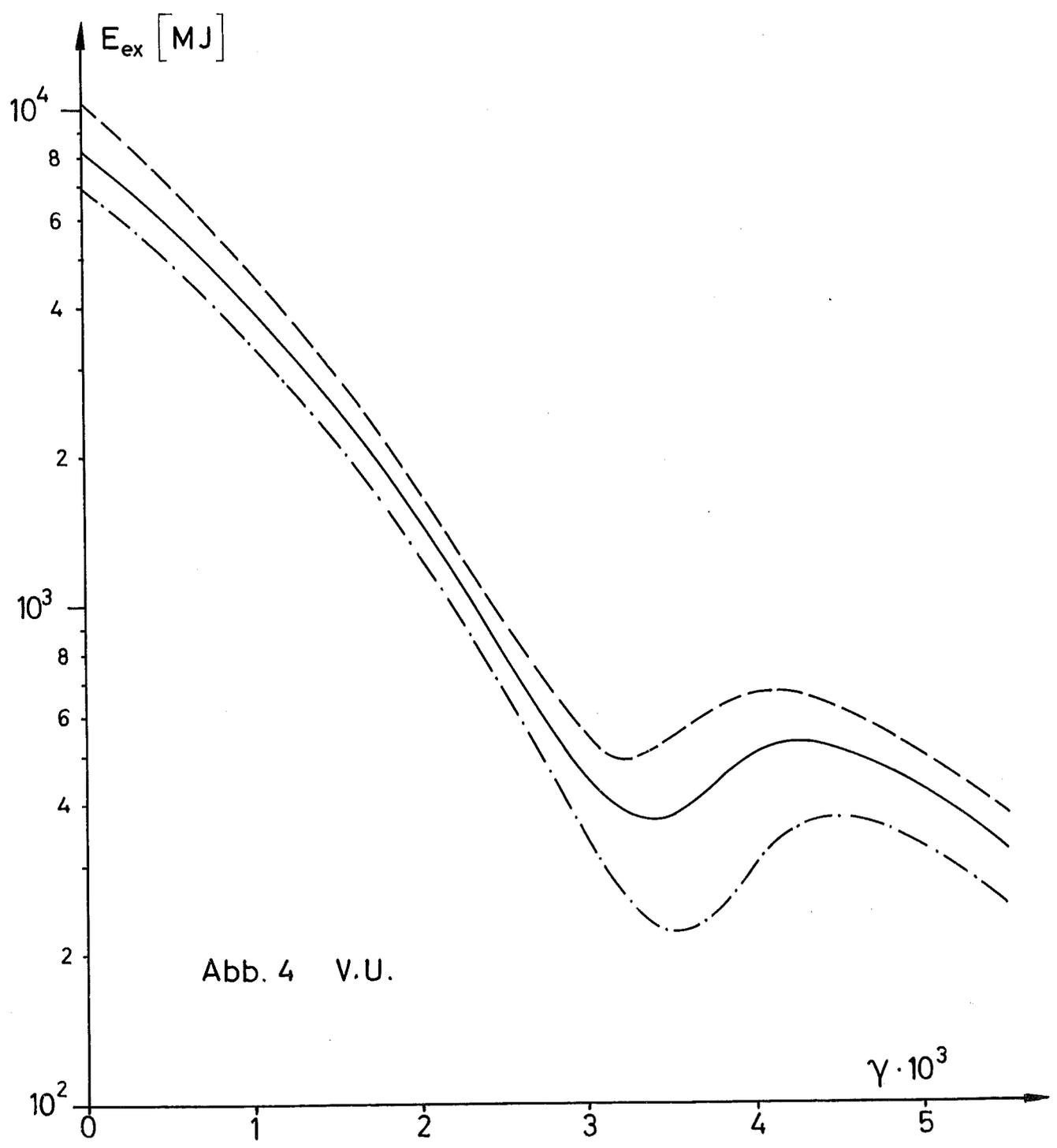


Abb. 4 V.U.

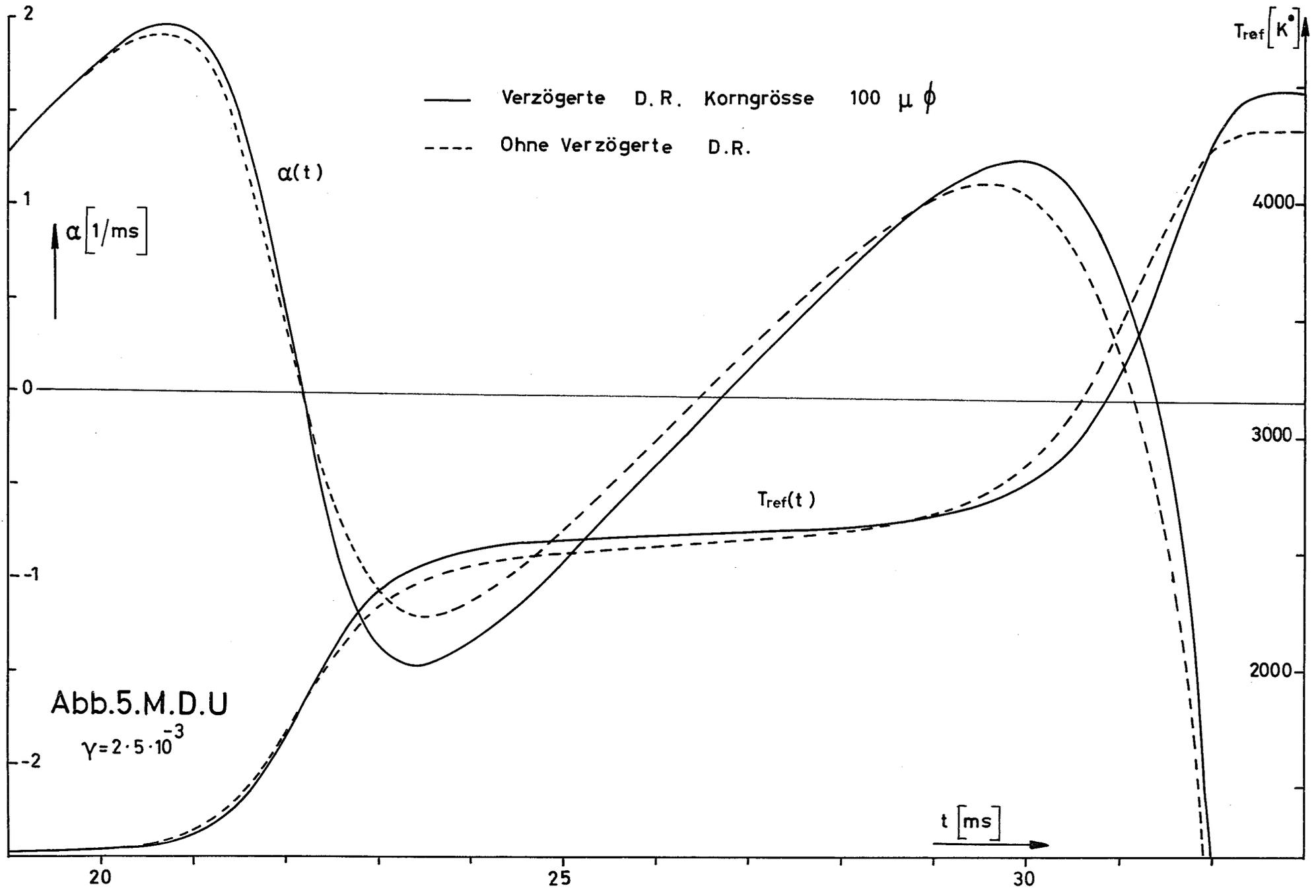


Abb.5.M.D.U

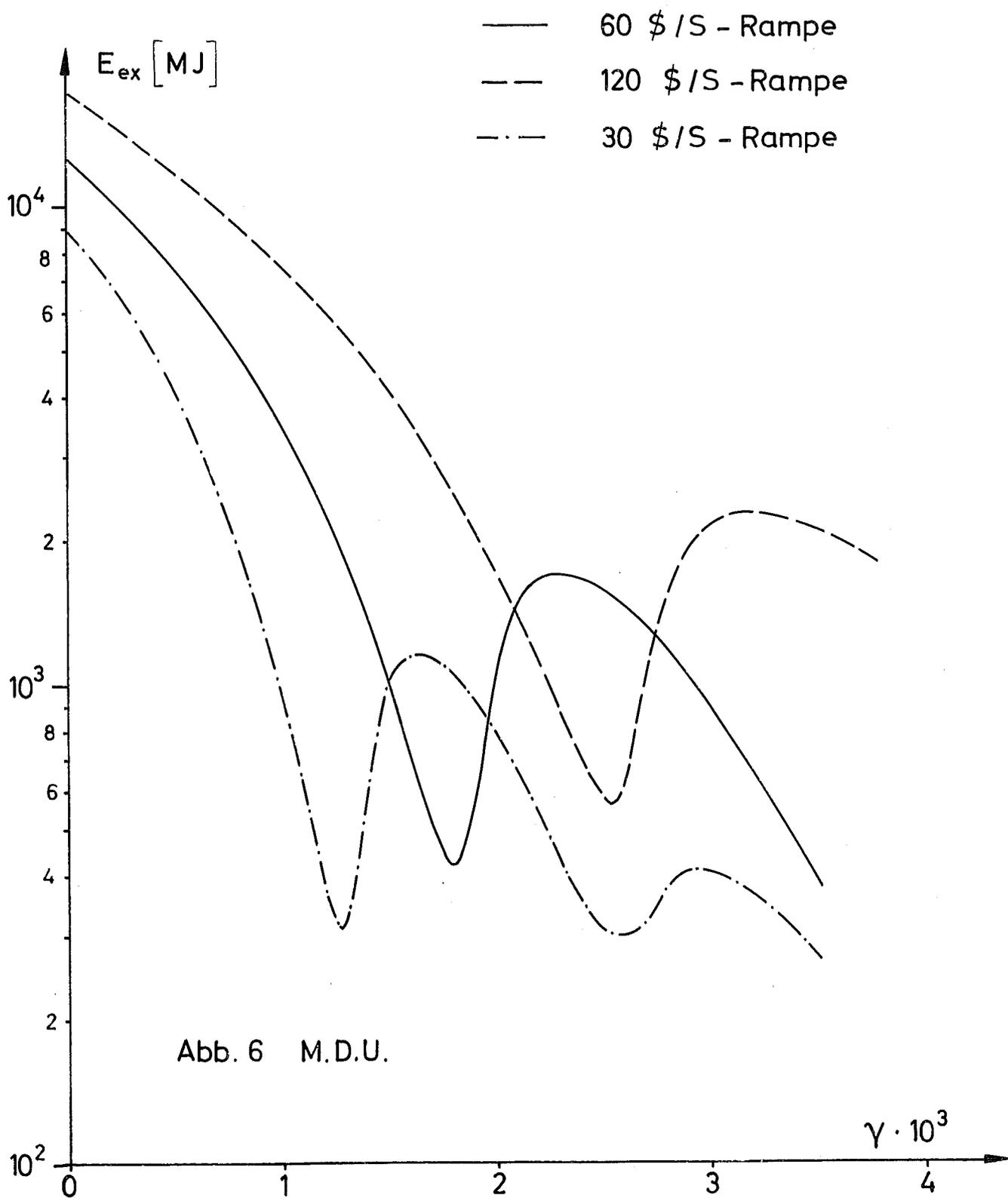


Abb. 6 M.D.U.

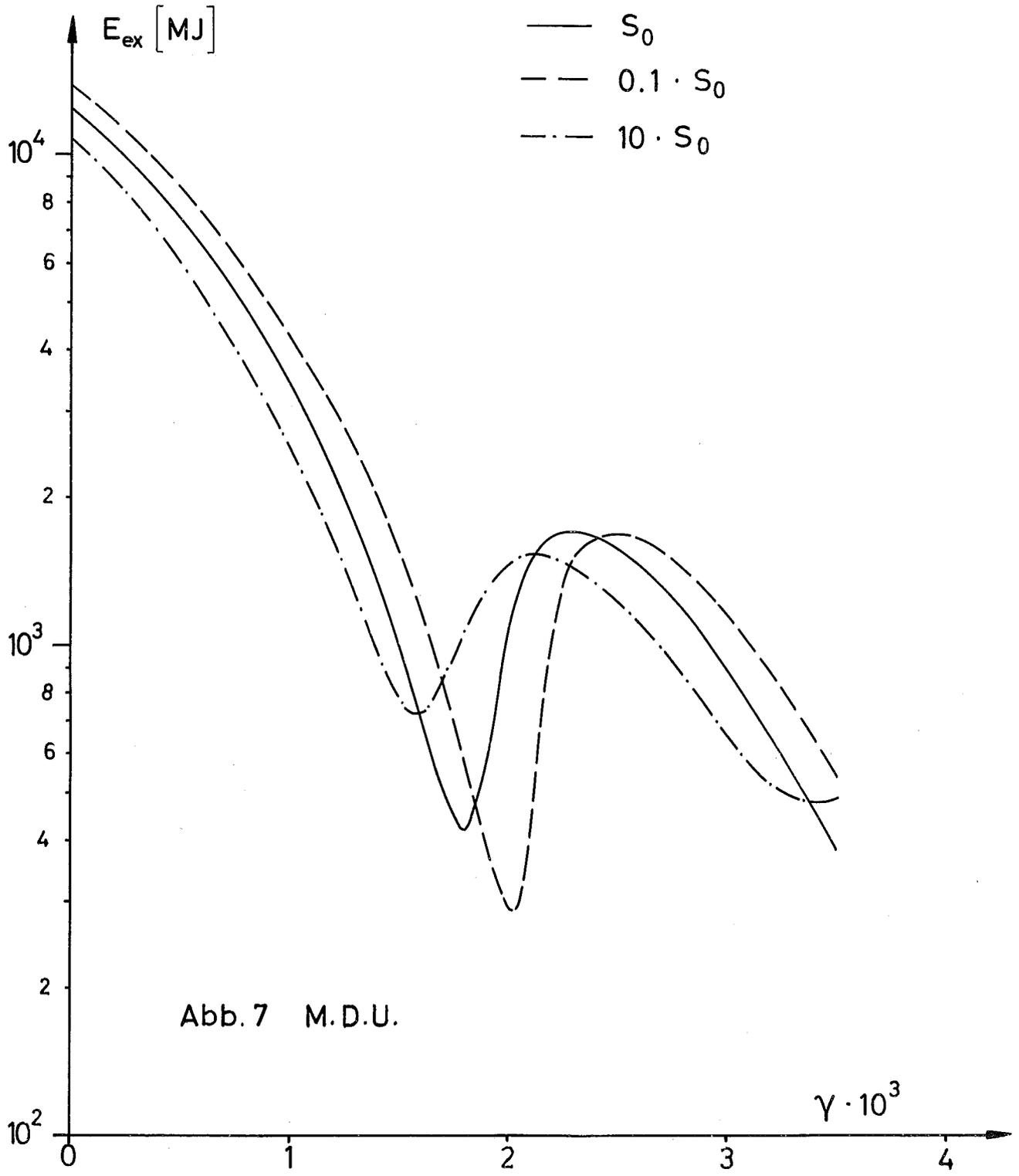


Abb. 7 M.D.U.

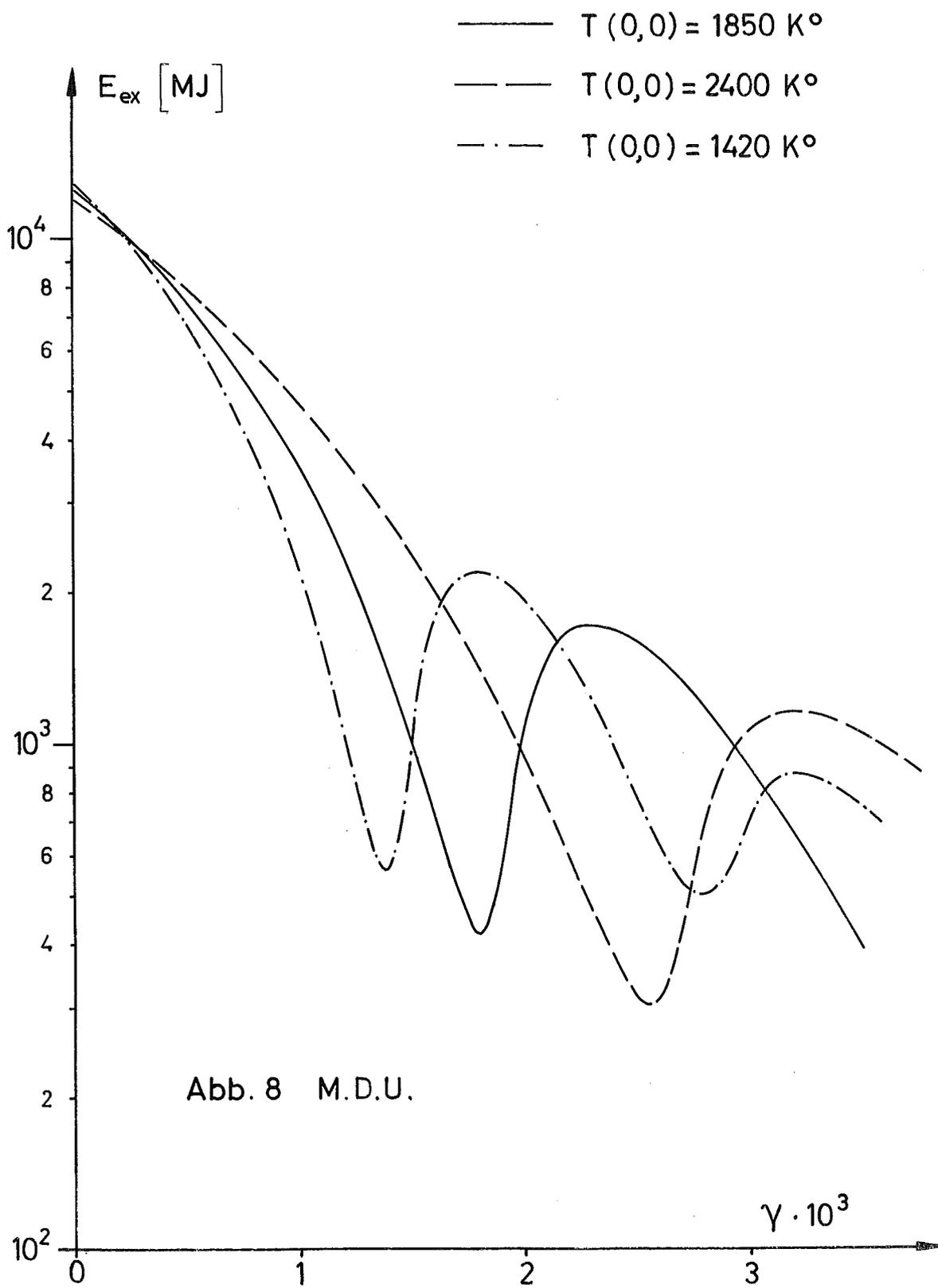
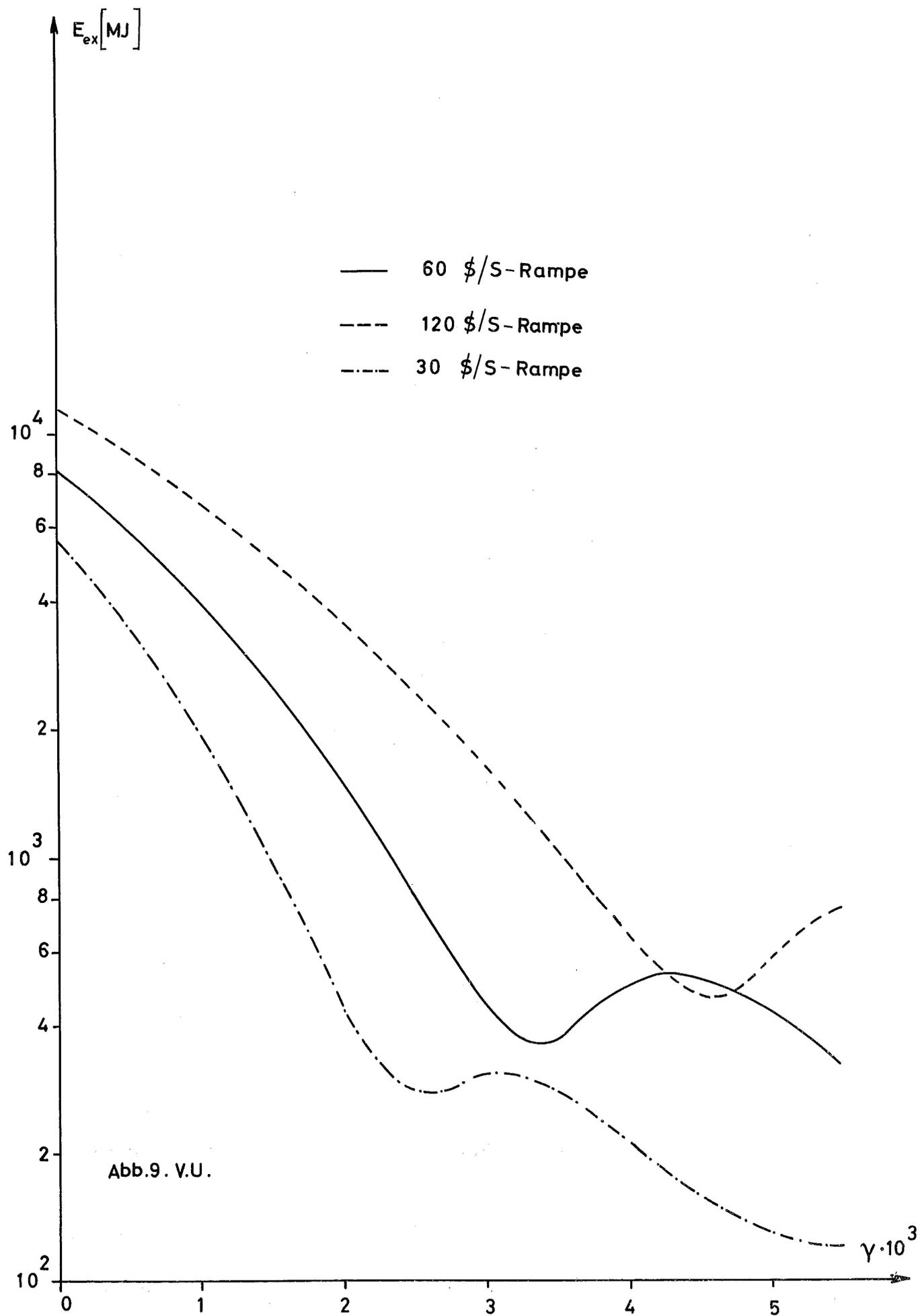


Abb. 8 M.D.U.



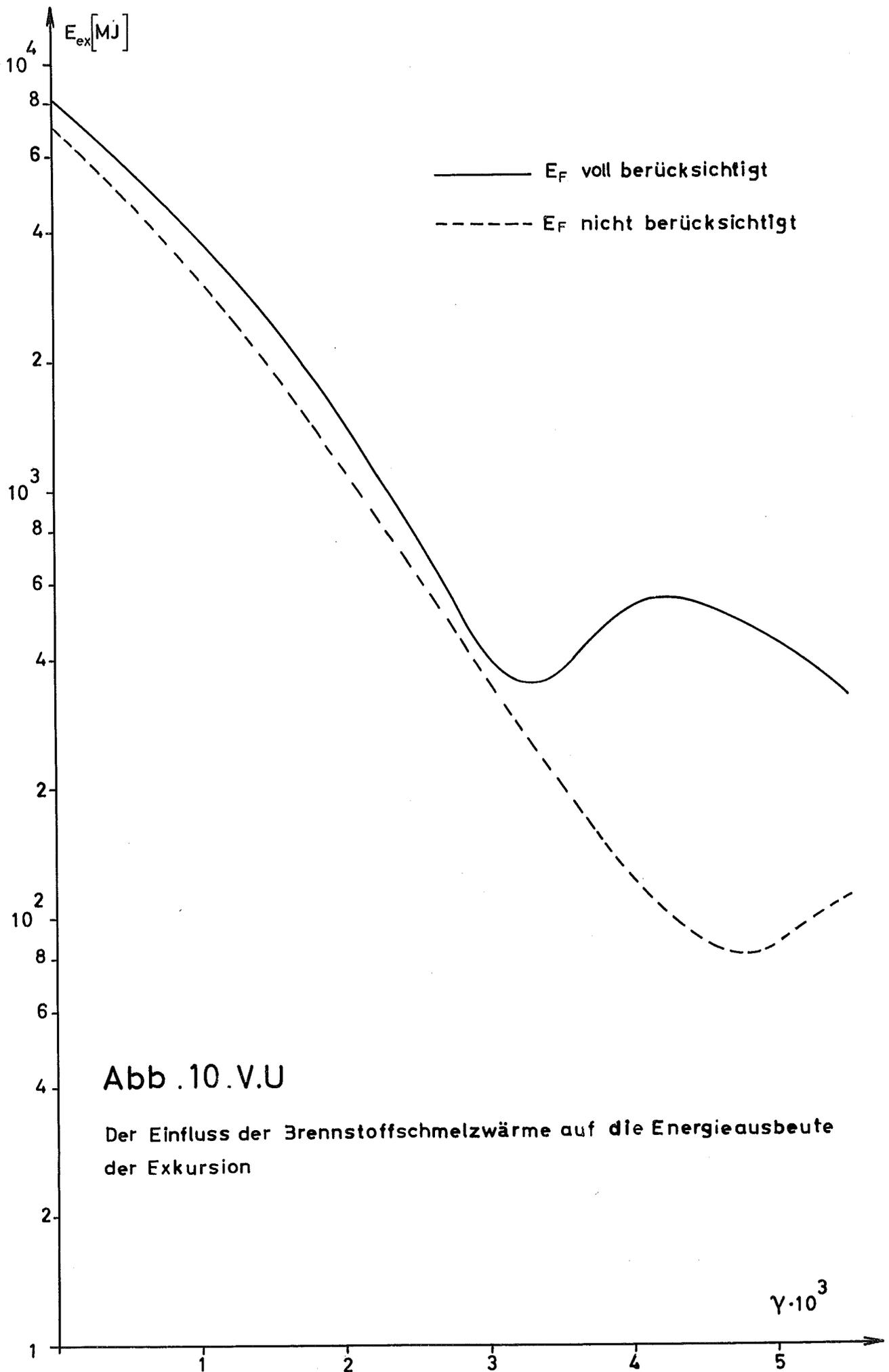


Abb .10 .V.U

Der Einfluss der Brennstoffschmelzwärme auf die Energieausbeute der Exkursion

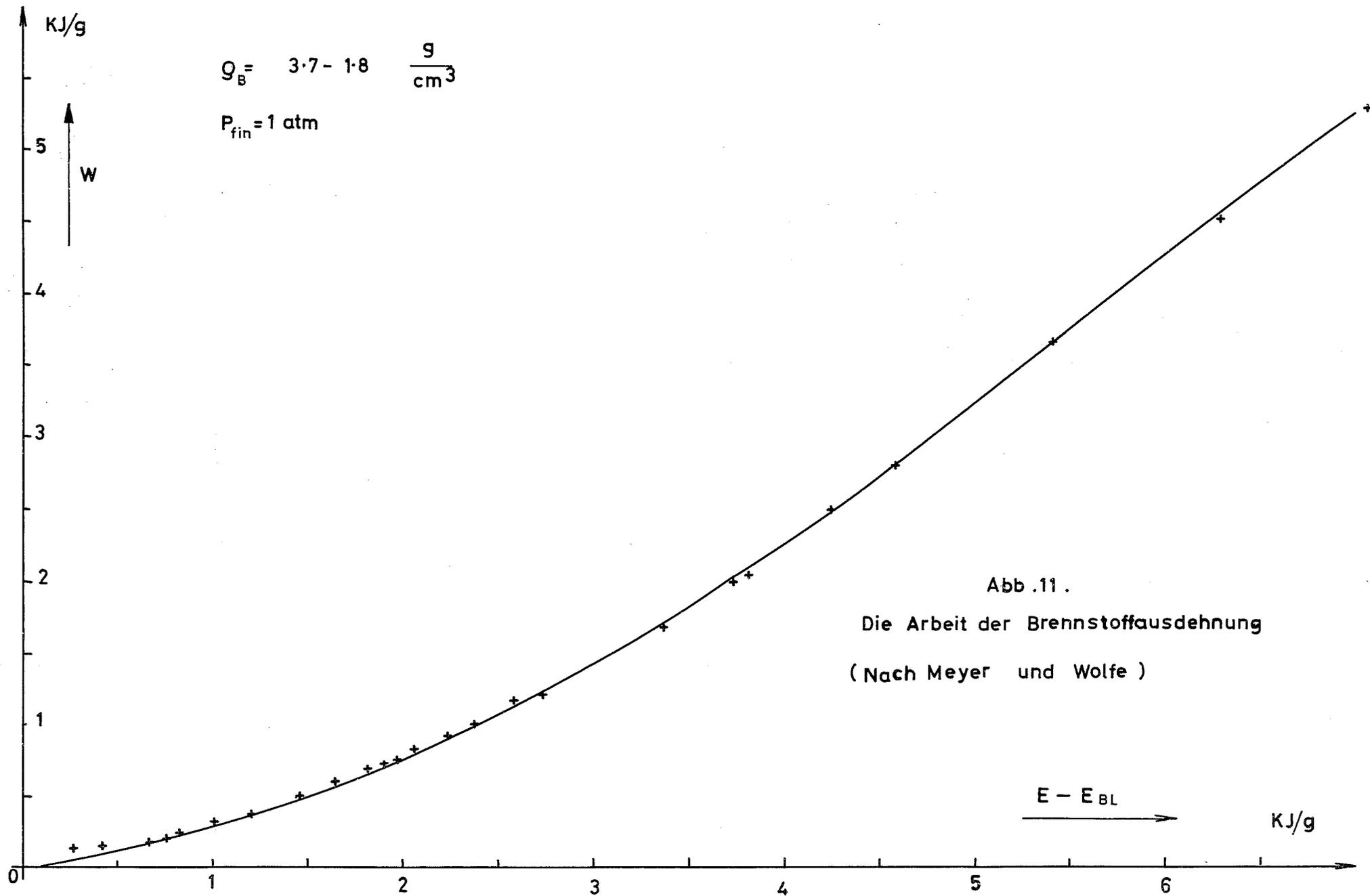


Abb .11 .  
 Die Arbeit der Brennstoffausdehnung  
 ( Nach Meyer und Wolfe )

$E - E_{BL}$  → KJ/g

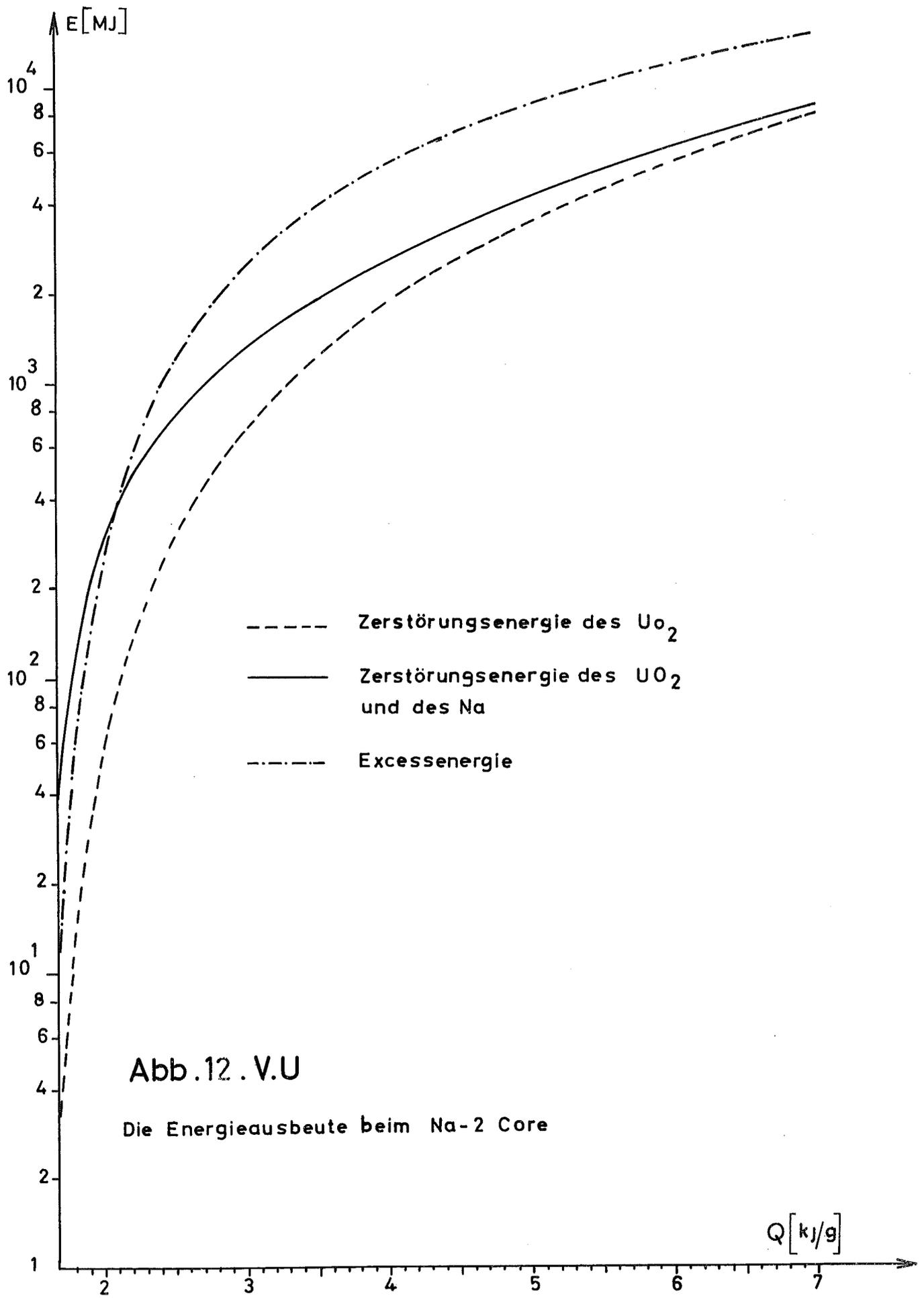
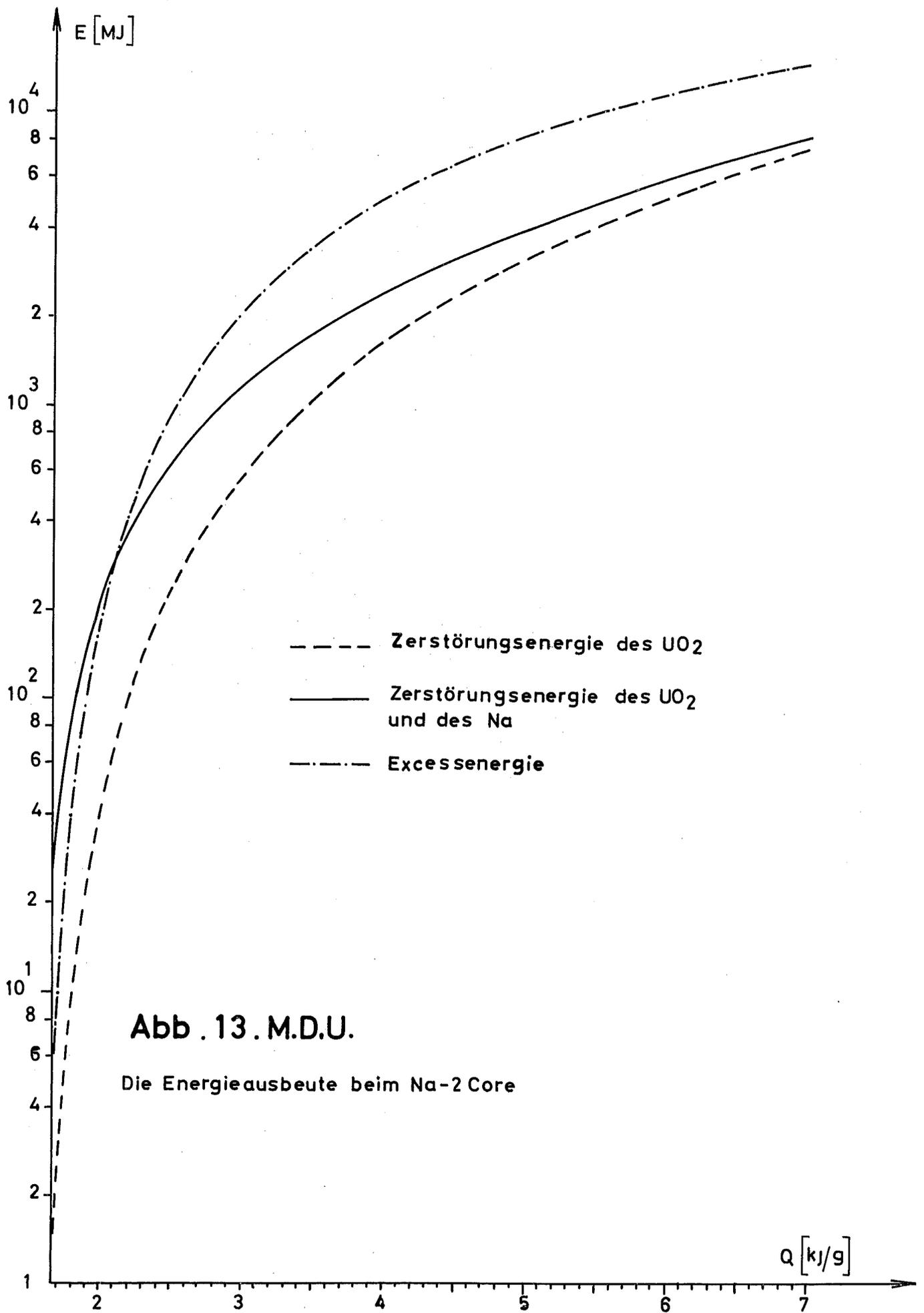


Abb.12.V.U

Die Energieausbeute beim Na-2 Core



**Abb . 13 . M.D.U.**

Die Energieausbeute beim Na-2 Core

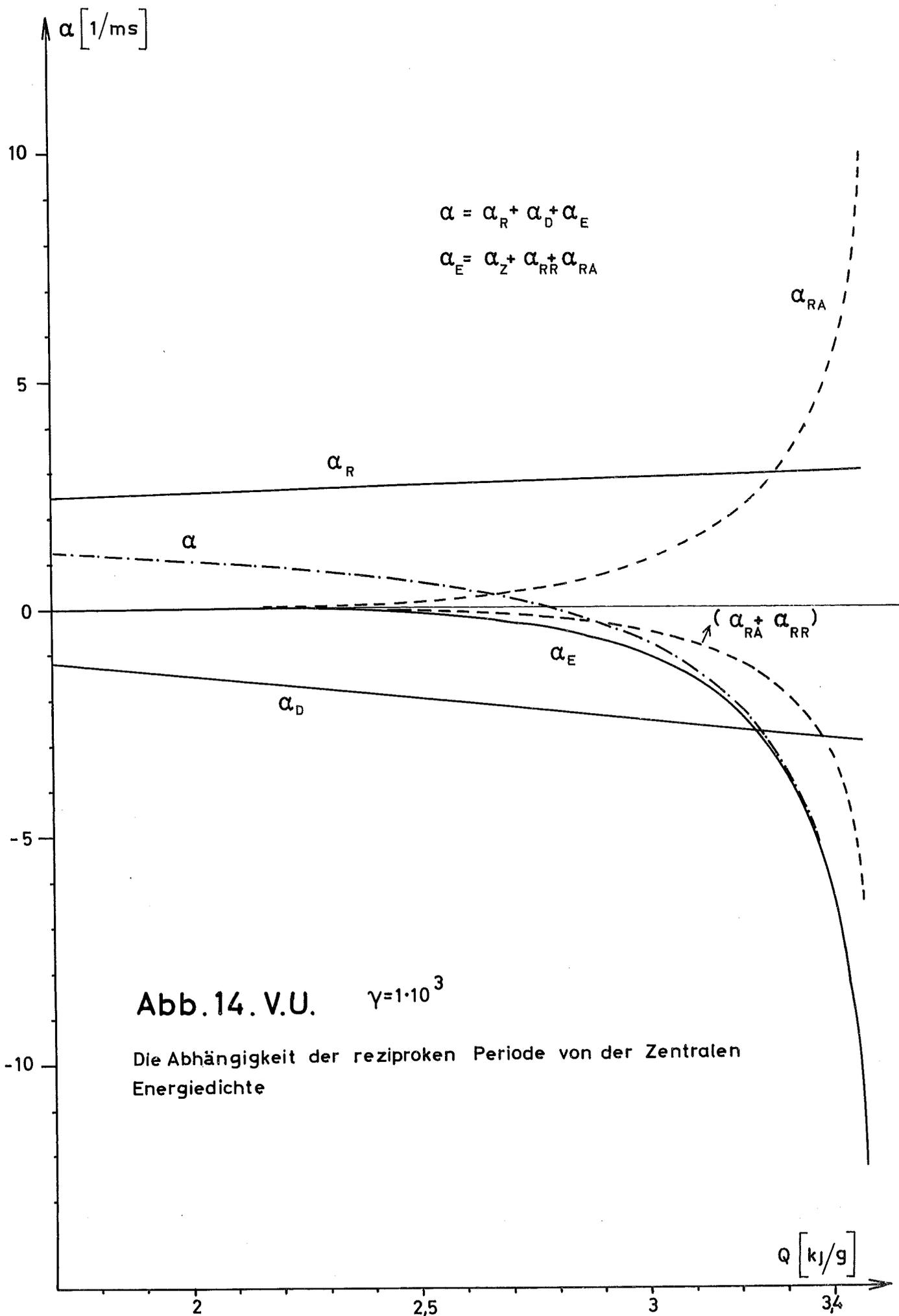


Abb. 14. V.U.  $\gamma = 1 \cdot 10^3$

Die Abhängigkeit der reziproken Periode von der Zentralen Energiedichte

E R R A T A

=====

zum KFK 1057

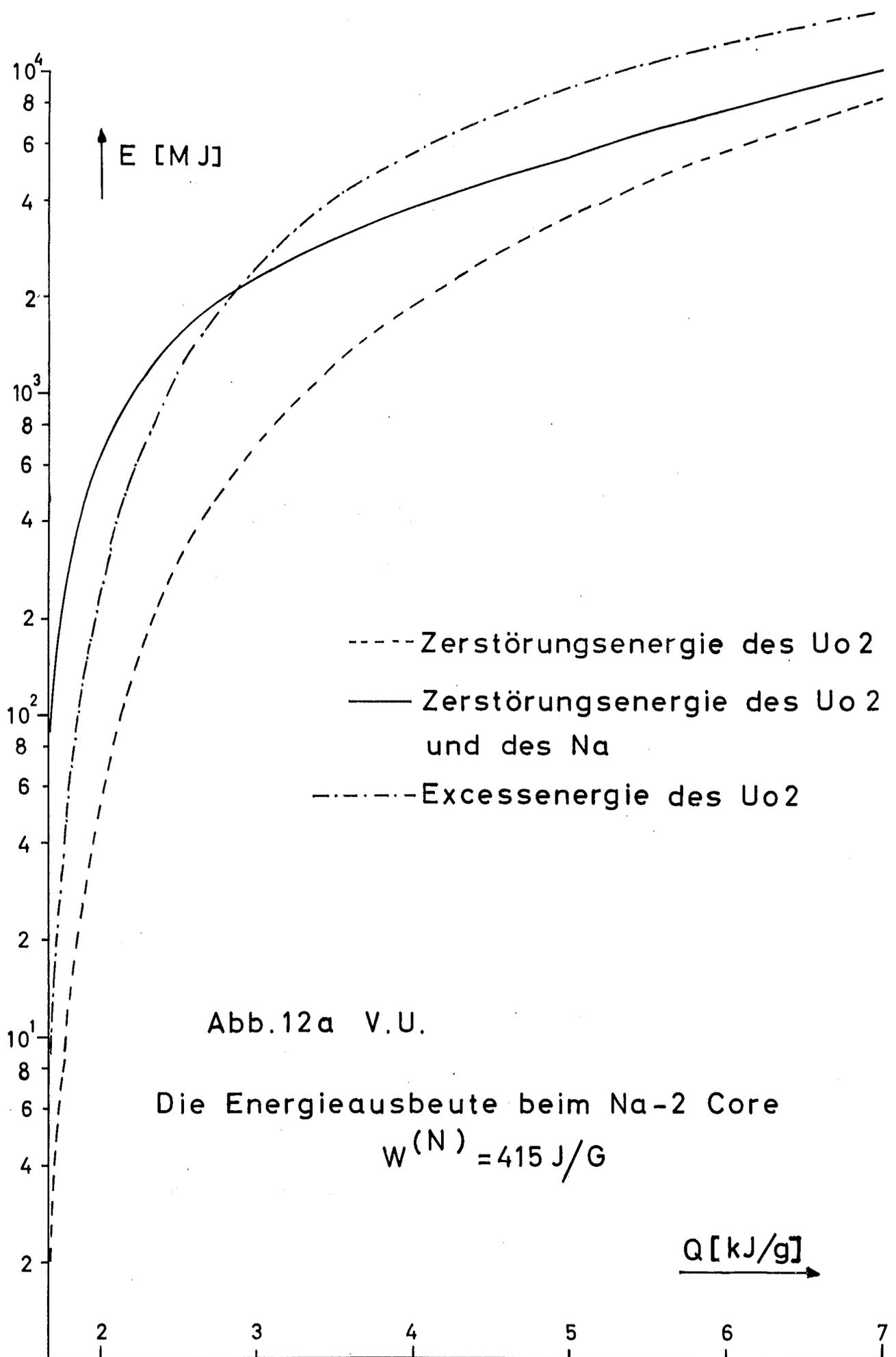
EUR 4314d

Theoretische Behandlung von denkbaren schweren Unfällen  
bei schnellen Brutreaktoren im Rahmen des Bethe-Tait-Modells

von

F.G. Kluge, K. Thurnay

Auf den Seiten 19 und 49 sollen die Werte  $W^{(N)} = 160 \text{ J/g}$  durch die Werte  $W^{(N)} = 415 \text{ J/g}$  ersetzt werden. Entsprechend verschieben sich die ausgezogenen Kurven auf den Abb. 12 und 13 nach oben (s. Abb. 12a und 13a).



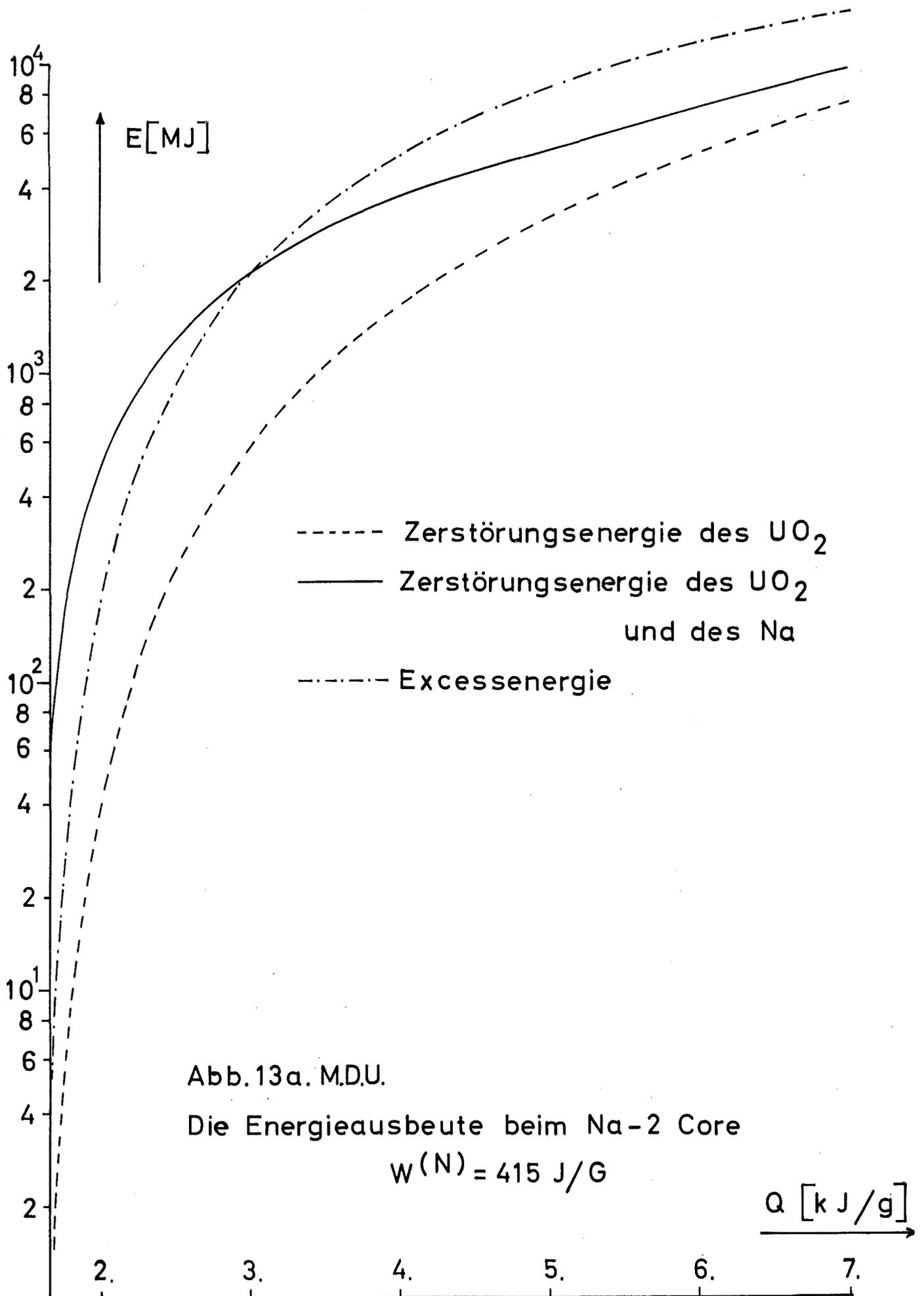


Abb. 13a. M.D.U.

Die Energieausbeute beim Na-2 Core

$$W^{(N)} = 415 \text{ J/G}$$

$Q$  [kJ/g]