

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

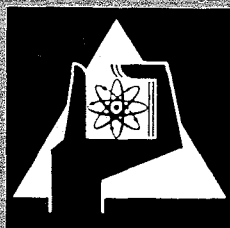
Juli 1970

KFK 1250

Abteilung Strahlenschutz und Sicherheit
Labor für Elektronik und Meßtechnik

Bestimmung der dynamischen Eigenschaften eines
Schalenstern-Anemometers

W. Hübschmann, H. Lenhardt



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Juli 1970

KFK Nr. 1250

Abteilung Strahlenschutz und Sicherheit
Labor für Elektronik und Meßtechnik

Bestimmung der dynamischen Eigenschaften
eines Schalenstern-Anemometers

von

W. Hübschmann und H. Lenhardt

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe

Handwritten Title

Handwritten line of text

Handwritten line of text

Handwritten line of text

Handwritten word

Handwritten line of text

Handwritten word

Handwritten line of text

Kurzfassung

Ein Schalenstern-Anemometer wird am Meßsturm des KFZK zur Messung der Momentanwerte der Windgeschwindigkeit eingesetzt. Um festzustellen, wieweit das Anemometer den Fluktuationen der horizontalen Windgeschwindigkeit folgen kann, müssen die dynamischen Eigenschaften des Anemometers bekannt sein. Daher wurden diese sowohl theoretisch als auch experimentell im Anlaufversuch ermittelt. Um den Versuch möglichst genau analysieren zu können, wird - im Unterschied zu bisher bekannten Theorien - der drehzahlabhängige Momentenverlauf des Schalensterns aus dem Momentenverlauf der Einzelschale abgeleitet. Das Moment des Schalensterns wird anhand der Kalibrierkurve so justiert, daß es das richtige stationäre Verhältnis zwischen Wind- und Umfangsgeschwindigkeit ergibt. Aus diesem Momentenverlauf folgt das - experimentell bestätigte - Anlaufverhalten des Anemometers, welches als Exponentialfunktion des Windwegs, unabhängig von der Windgeschwindigkeit, dargestellt werden kann und durch die Anlaufkonstante eindeutig gekennzeichnet wird. Im Anlaufversuch wurde diese Konstante zu 7 m bestimmt.

Die Ungleichförmigkeit des Drehmomentes bewirkt eine überlagerte oszillierende Drehbewegung des Schalensterns in der Größenordnung von $1^0/00$ der stationären Drehzahl. Die Oszillation ist daher vernachlässigbar. Die Dämpfung der Windgeschwindigkeitsfluktuationen durch das Anemometer kann anhand einer sinusförmigen Windschwingung dargestellt werden. Es wird gezeigt, daß Windwellenlängen über 10 m vom Anemometer noch erfasst werden.

Abstract

A cup anemometer is used to measure the momentary wind speed, at the meteorological tower of the Karlsruhe nuclear research center. In order to determine to what extent the anemometer is able to indicate the horizontal wind speed fluctuations, the dynamic behaviour of the anemometer must be known. This is therefore evaluated theoretically as well as experimentally. Based on the single cup momentum, the momentum of the rotator is derived theoretically. This is quantitatively adjusted to deliver the measured stationary ratio of rotational speed and wind speed. The acceleration of the rotator during steady wind speed is theoretically described by an exponential function of the wind travel and is fully defined by the distance constant, which is evaluated from acceleration experiments to be 7 m.

The oscillating momentum effects an overlay of an oscillating rotational speed, which is in the order of 1⁰/100 of the steady speed and can therefore be neglected. The damping of wind speed fluctuations by the anemometer can be demonstrated for the case of a sinusoidal wind speed variation. It is shown that fluctuations in the range above 10 m gust wave length can be discerned from the anemometer reading.

<u>Gliederung</u>	<u>Seite</u>
1. Aufgabe	5
2. Theoretisches Modell	5
1. Drehmoment	5
2. Stationäre Drehzahl	8
3. Anlaufverhalten	10
3. Anlaufversuch	12
4. Ungleichförmigkeit	13
5. Dämpfung der Windgeschwindigkeits- fluktuation	15
6. Diskussion und Schlußfolgerung	17
7. Bezeichnungen	20
8. Literatur	21
9. Abbildungsverzeichnis	22

1. Aufgabe

Bei der Neuinstrumentierung des 200 m hohen meteorologischen Turms des Kernforschungszentrums Karlsruhe wurde besonderer Wert darauf gelegt, die Augenblickswerte der angezeigten Windgeschwindigkeit (anstatt, wie meist üblich, den Windweg in einer vorgegebenen längeren Zeitspanne) zu registrieren, um aus dieser Information ein Maß für die Fluktuation der Windgeschwindigkeit zu gewinnen. Um diese Aufgabe mit Hilfe von für den Dauerbetrieb geeigneten Schalenanemometern zu lösen, werden solche des Typs Rosenhagen M 114 H verwendet, siehe Abb. 1. Der Schalenstern besteht aus 3 Halbkugelschalen. Die Drehzahl wird auf opto-elektrischem Wege gemessen:

Auf der Achse befindet sich eine Schlitzscheibe mit 180 Schlitzen, welche jeweils einen Lichtstrahl freigeben. Die Frequenz der Lichtblitze ist ein Maß für die Drehzahl. Dieses Verfahren eignet sich gut zur automatischen Datenverarbeitung, da lediglich elektrische Impulse gezählt werden müssen. Die Auflösung der horizontalen Windgeschwindigkeitsfluktuationen ist jedoch durch die Trägheit des Gerätes begrenzt. Die Drehzahl des Anemometers wird in kurzen zeitlichen Abständen abgefragt. Aus diesen Meßwerten wird die mittlere Windgeschwindigkeit sowie ein Maß für die Fluktuation berechnet. Um die Abfragefrequenz festzulegen als auch die Auflösung der Windgeschwindigkeitsänderungen zu erfassen, ist es erforderlich, das dynamische Verhalten des Anemometers im stationären Windfeld zu kennen. Dieses wird durch die Analyse der Anlaufversuche im Windkanal ermittelt.

2. Theoretisches Modell

Zur Interpretation der Versuchsergebnisse soll eine einfache Modellvorstellung entwickelt werden.

2.1 Drehmoment

Abb. 2 zeigt die Änderung des Momentes einer Anemometerschale mit dem Anstellwinkel α , siehe /1/. Für eine analytische

Behandlung ist eine Fourier-Analyse dieser Kurve erforderlich. Sie ergibt eine Grundschiwingung um eine zur Null-Linie verschobene Achse und eine Reihe von Oberschiwingungen. Zunächst zu den Oberschiwingungen: In Kapitel 4 wird gezeigt werden, daß schon die Grundschiwingung der drei Schalen wegen des relativ großen Trägheitsmomentes des Schalensterns einen nur geringen Einfluß auf dessen dynamisches Verhalten hat. Infolgedessen können die Oberschiwingungen von vornherein vernachlässigt werden, wodurch die mathematische Behandlung stark vereinfacht wird.

Nun zur Grundschiwingung selbst, für die der folgende Ansatz gemacht wird: Da jede Schale dem Wind abwechselnd die offene und die geschlossene Seite zuwendet, wird die Grundschiwingung des Drehmomentes aus zwei Anteilen zusammengesetzt, von denen der eine dem Widerstand der offenen konkaven Schalenseite (Index a), der andere dem der geschlossenen, konvexen (Index b) zugeordnet werden kann. Der Widerstand der offenen bzw. der geschlossenen Seite der Schale I wird in folgender Form dargestellt:

$$(1a) \quad W_{aI} = \xi_a F \frac{1 + \cos \alpha}{2} \frac{\rho}{2} \Delta w^2$$

$$(1b) \quad W_{bI} = \xi_b F \frac{1 - \cos \alpha}{2} \frac{\rho}{2} \Delta w^2$$

ξ = Widerstandsbeiwert

F = größter Querschnitt der Schale

ρ = Dichte der Atmosphäre

Δw = Relativgeschwindigkeit zwischen horizontalem Wind und Schale, in Windrichtung gemessen

$\Delta w = w - u \cos \alpha$

u = Umfangsgeschwindigkeit des Schalenmittelpunktes

Dieser Ansatz macht es erforderlich, die Widerstandsbeiwerte ξ_a und ξ_b so einzusetzen, daß das dynamische Verhalten des Schalensterns möglichst genau simuliert wird. In Kap. 2.2 wird gezeigt, wie dieses Problem gelöst werden kann.

Werden W_{aI} und W_{bI} mit dem Hebelarm $r \cos \alpha$ multipliziert und wird $\Delta w = w - u \cos \alpha$ eingesetzt, ergibt sich das auf die Schale I wirkende Moment M_I :

$$(2) \quad M_I = M_{aI} + M_{bI}$$

$$(2a) \quad M_{aI} = \xi_a F r \frac{G}{2} w^2 \cos \alpha \frac{1 + \cos \alpha}{2} \left(1 - \frac{u}{w} \cos \alpha\right)^2$$

$$(2b) \quad M_{bI} = \xi_b F r \frac{G}{2} w^2 \cos \alpha \frac{1 - \cos \alpha}{2} \left(1 - \frac{u}{w} \cos \alpha\right)^2$$

In Abb. 2 ist dieses Moment zum Vergleich gestrichelt eingetragen. Dabei wurden die weiter unten ermittelten Widerstandsbeiwerte eingesetzt. Für die Schale II wird in den Gleichungen (2a) und (2b) anstatt α der Winkel $\alpha - 120^\circ$, für Schale III $\alpha - 240^\circ$ eingesetzt.

Werden die Momente der drei Schalen addiert, ergibt sich das Gesamtmoment M :

$$(3) \quad M = \frac{3}{4} F r \frac{G}{2} w^2 \xi_a \left[F_a \left(\frac{u}{w}\right) - \frac{\xi_b}{\xi_a} F_b \left(\frac{u}{w}\right) \right]$$

$$(3a) \quad F_a \left(\frac{u}{w}\right) = 1 - 2 \frac{u}{w} + \frac{3}{4} \left(\frac{u}{w}\right)^2 - \frac{u}{w} \left(1 - \frac{u}{w}\right) \cos 3\alpha$$

$$(3b) \quad F_b \left(\frac{u}{w}\right) = 1 + 2 \frac{u}{w} + \frac{3}{4} \left(\frac{u}{w}\right)^2 - \frac{u}{w} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u}{w}\right) \cos 3\alpha$$

Bei dieser Addition wurde die gegenseitige Beeinflussung der Schalen, der sogenannte Abschattungseffekt, nicht berücksichtigt. Dieser bewirkt in erster Linie eine Asymetrie des Momentes der Einzelschale. Seine Auswirkung wird in Kap. 6 diskutiert. Ist das Verhältnis der Widerstandsbeiwerte bekannt, (dieses wird in Kap. 2.2 bestimmt,) dann läßt sich das Moment durch Zusammenfassung von F_a und F_b in ein beschleunigendes und ein oszillierendes Moment aufteilen:

$$(4) \quad M = M_o \left[G_{\text{beschl}} \left(\frac{u}{w}\right) - G_{\text{osz}} \left(\frac{u}{w}\right) \cos 3\alpha \right]$$

$$(4a) \quad M_o = \frac{3}{4} F r \frac{G}{2} w^2 \xi_a \left(1 - \frac{\xi_b}{\xi_a}\right)$$

$$(4b) \quad G_{\text{beschl}} \left(\frac{u}{w} \right) = 1 - 2 \frac{1 + \frac{\xi_b}{\xi_a} \frac{u}{w}}{1 - \frac{\xi_b}{\xi_a}} + \frac{3}{4} \left(\frac{u}{w} \right)^2$$

$$(4c) \quad G_{\text{osz}} \left(\frac{u}{w} \right) = \frac{u}{w} \left(1 - \frac{1 + \frac{1}{2} \frac{\xi_b}{\xi_a} \frac{u}{w}}{1 - \frac{\xi_b}{\xi_a}} \right) \cos 3 \alpha$$

M_0 ist das Anlaufmoment, welches bei Stillstand auf den Schalenstern wirkt. $M_0 G_{\text{beschl}}$ ist das beschleunigende Moment, welches von M_0 bei Stillstand etwa linear bis auf Null bei Erreichen eines bestimmten Verhältnisses $\frac{u}{w}$ abnimmt. Dieses Verhältnis ist das der stationären Umfangsgeschwindigkeit und wird mit $\left(\frac{u}{w}\right)$ bezeichnet. Dem beschleunigenden Moment ist das oszillierende überlagert, dessen Amplitude $2 M_0 G_{\text{osz}}$ mit steigender Umfangsgeschwindigkeit zunimmt und bei stationärer Drehzahl ihr Maximum erreicht, s. Abb. 3.

2.2 Stationäre Drehzahl

Der theoretische Ansatz soll nun geprüft und angepasst werden anhand einer Betrachtung über die stationäre Drehzahl. Wie bereits anhand des Momentenverlaufs qualitativ bestätigt, handelt es sich um eine mittlere stationäre Drehzahl mit einer überlagerten Oszillation. Um die mittlere stationäre Drehzahl zu ermitteln, wird G_{osz} in Gleichung (4) vernachlässigt und $M = 0$ gesetzt.

Es ergibt sich eine quadratische Gleichung in $\frac{u}{w}$, mit dem Verhältnis der Widerstandsbeiwerte ξ_b/ξ_a als Parameter. Das Verhältnis $\frac{u}{w}$ wird als asymptotischer Grenzwert mit $\left(\frac{u}{w}\right)_\infty$ bezeichnet.

$$(5) \quad 1 - 2 \left(\frac{u}{w}\right)_\infty + \frac{3}{4} \left(\frac{u}{w}\right)_\infty^2 - \frac{\xi_b}{\xi_a} \left[1 + 2 \left(\frac{u}{w}\right)_\infty + \frac{3}{4} \left(\frac{u}{w}\right)_\infty^2 \right] = 0$$

Von den zwei Lösungen ist die negative Wurzel brauchbar. Diese Lösung ist in Abb. 4 dargestellt.

Aus Gleichung (5) können zwei Schlüsse gezogen werden:

- 1) Der Ansatz bestätigt den linearen Zusammenhang zwischen der Umfangsgeschwindigkeit u und der Windgeschwindigkeit w .
- 2) Das Verhältnis $(\frac{u}{w})_{\infty}$ hängt nicht von der absoluten Größe der Widerstandsbeiwerte, sondern nur von ihrem Verhältnis ab.

Der zweite Schluss ermöglicht die quantitative Anpassung des Modells an das wirkliche dynamische Verhalten.

Abb. 5 zeigt das im übrigen bekannte stationäre Verhalten des Anemometers bei Windgeschwindigkeiten bis 17 m/s. Die Anlaufschwelle von 0,5 m/s lässt darauf schließen, daß eine bestimmte Windenergie zur Überwindung der Lagerreibung, des Luftwiderstandes der Schalenarme und der Anisotropie der Kraftübertragung Wind-Schalenstern erforderlich ist. Da diese Effekte im obigen Ansatz unberücksichtigt sind, wird auch die Anlaufschwelle in Abb. 5 nicht berücksichtigt. Daher läßt sich aus Abb. 5 entnehmen:

$$\left(\frac{u}{w}\right)_{\infty} = 0,36$$

Mit diesem Wert kann aus Abb. 4 das passende Verhältnis ξ_b/ξ_a entnommen werden, welches den Ansatz nachträglich justiert.

$$\frac{\xi_b}{\xi_a} = 0,21$$

Nach /2/, Seite 797, beträgt dieses Verhältnis bei gerader Anströmung der offenen bzw. geschlossenen Halbkugel 0,25. Die Abweichung beruht auf der Drehung der Anströmrichtung während der Rotation. Mit diesem Verhältnis ξ_b/ξ_a wurde der Momentenverlauf der Einzelschale bei $u = 0$ in Abb. 2 eingetragen, sowie das Gesamtmoment in Abb. 3 berechnet.

2.3 Anlaufverhalten

Mit den so gewonnenen Konstanten kann die Gleichung für das Anlaufen des Schalensterns bei konstanter Windgeschwindigkeit w hergeleitet werden. Aus der Gleichung:

$$(6) \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{I}$$

mit I = Trägheitsmoment des Schalensterns

ω = Winkelgeschwindigkeit des Schalensterns

wird durch Integration und Substitution von $\frac{u}{w} = \frac{\omega r}{w}$ die Gleichung:

$$(7) \quad t - t_0 = \frac{I w}{r} \int_{(u/w)_0}^{u/w} \frac{d(\frac{u}{w})}{M(\frac{u}{w})}$$

gewonnen.

Setzt man $t_0 = 0$ und substituiert M entsprechend Gleichung (4), erhält man:

$$(8) \quad w t = \frac{I}{\frac{3}{4} F r^2 \frac{g}{2} \xi_a (1 - \frac{\xi_b}{\xi_a})} \int \frac{d(\frac{u}{w})}{G_{\text{beschl}}(\frac{u}{w}) - G_{\text{osz}}(\frac{u}{w}) \cos 3 \alpha}$$

Gleichung (8) sagt aus, daß ein funktionaler Zusammenhang zwischen dem Windweg wt und der relativen Umfangsgeschwindigkeit $\frac{u}{w}$ (relativ zur konstanten Windgeschwindigkeit w) besteht. Da das oszillatorische Moment eine Funktion des Winkels α (und nicht der Zeit) ist, ist das Integral nicht geschlossen lösbar. Es wird daher G_{osz} zunächst wiederum vernachlässigt und die Ungleichförmigkeit weiter unten gesondert behandelt. Das Integral ist lösbar, wenn die Nullstellen des Nenners bekannt sind. Der Nenner hat die Form der quadratischen Gleichung (5), die bereits oben zur Bestimmung des Verhältnisses der Widerstandsbeiwerte

ξ_b/ξ_a gelöst wurde. Die beiden Lösungen sind:

$$\left(\frac{u}{w}\right)_{\infty} = 0,36$$

$$\left(\frac{u}{w}\right)'_{\infty} = 3,7$$

Damit lässt sich die Lösung von Gleichung (8) anschreiben:

$$(9) \quad w t = D \ln \left[\frac{\left(\frac{u}{w}\right)'_{\infty} - \frac{u}{w}}{\left(\frac{u}{w}\right)'_{\infty} - \left(\frac{u}{w}\right)_0} \frac{\left(\frac{u}{w}\right)_{\infty} - \left(\frac{u}{w}\right)_0}{\left(\frac{u}{w}\right)_{\infty} - \frac{u}{w}} \right]$$

mit:

$$(9a) \quad D = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \frac{I}{F r^2 \frac{g}{2} \xi_a} \frac{1}{\left(1 - \frac{\xi_b}{\xi_a}\right) \left[\left(\frac{u}{w}\right)'_{\infty} - \left(\frac{u}{w}\right)_{\infty}\right]}$$

Setzt man die Konstanten $\left(\frac{u}{w}\right)_{\infty}$, $\left(\frac{u}{w}\right)'_{\infty}$ und ξ_b/ξ_a ein, erhält man nach einer geringfügigen Vereinfachung:

$$(10) \quad \frac{u}{w} - \left(\frac{u}{w}\right)_0 = \left[\left(\frac{u}{w}\right)_{\infty} - \left(\frac{u}{w}\right)_0\right] \left(1 - e^{-\frac{t}{D} w}\right)$$

mit

$$D = \frac{1,25 I}{F r^2 g \xi_a}$$

Das bedeutet,

- 1) daß der Schalenstern nach einer einfachen Exponentialfunktion anläuft,
- 2) daß zum Hochlaufen auf eine gegebene relative Umfangsgeschwindigkeit jeweils der gleiche Windweg erforderlich ist.

Dieser theoretische Befund bestätigt das tatsächliche dynamische Verhalten von Schalenstern-Anemometern, wie es auch aus amerikanischen Experimenten /3/ bekannt ist, und bestätigt damit die Brauchbarkeit des theoretischen Ansatzes. Nach /1/, S. 265, wird die Anlaufkonstante D als "distance constant" bezeichnet.

Sie gibt den Windweg an, der das Anemometer auf 63 % der Differenz zur Endgeschwindigkeit beschleunigt. Sie kann aus Anlaufversuchen bestimmt werden.

3. Anlaufversuch

Zur Prüfung des Anlaufverhaltens wurden Anlaufversuche im Windkanal des Meteorologischen Instituts der Universität Karlsruhe durchgeführt. Es stand ein Zähler mit Drucker zur Verfügung, der die Impulse des Gebers jeweils über 0,4 sec zählt und während der Pausenzeit von 0,6 sec das Ergebnis druckt. Je Sekunde fällt daher ein Meßwert an. Das Anemometer wird in dem Luftstrom konstanter Geschwindigkeit festgehalten und zur Zeit $t = 0$ freigegeben. Die Versuche wurden bei Windgeschwindigkeiten im Bereich 1,4 m/s bis 14 m/s durchgeführt. Bei noch höheren Geschwindigkeiten erhält man mit der gegebenen Zählvorrichtung zu wenige Meßpunkte; bei noch niedrigeren Geschwindigkeiten hat die Anlaufschwelle einen zu starken Einfluss. Die resultierenden Anlaufkurven liegen in der durch Gleichung (10) gegebenen Darstellungsform eng beieinander, sodaß es zweckmäßig schien, alle Meßwerte gemeinsam durch eine Exponentialfunktion zu approximieren. Die eingezeichnete Funktion weist eine Anlaufkonstante von

$$D = 7 \text{ m}$$

auf. Sie weicht am Anfang und am Ende in ihrem Verlauf von einer "mittleren Kurve" ab. Am Anfang ist die Steigung größer als die mittlere Steigung der Versuchsergebnisse. Das kann unter anderem durch die Störung der Luftströmung bei Stillstand des Schalensterns verursacht sein. Am Ende des Kurvenverlaufes ist festzustellen, daß die Meßwerte ein schnelleres Erreichen des asymptotischen Endwertes anzeigen, als es sich aus der Näherungsfunktion ergibt. Dieser Effekt kann zum Teil durch die Ungleichförmigkeit des wirksamen Drehmomentes verursacht, zum Teil durch die Meßfehler bedingt sein, da am Ende des Anlaufvorganges sehr kleine Differenzen zur asymptotischen Enddrehzahl zu messen sind.

Abb. 6 zeigt außerdem die Anzahl der Umdrehungen, die das Anemometer beim Hochlaufen ausführt. Sie wird durch Integration der Gleichung (9) gewonnen. Sie ist unabhängig von der Windgeschwindigkeit oder der erreichten Enddrehzahl und hängt nur vom Windweg ab.

4. Ungleichförmigkeit der Drehbewegung

Wie Abb. 3 zeigt, oszilliert das aufgeprägte Drehmoment. Die mittlere stationäre Umfangsgeschwindigkeit ist daher ebenfalls von einer oszillierenden Bewegung überlagert. Da die Oszillation des Momentes vom Anstellwinkel α abhängt, ist deren Frequenz von der Drehzahl abhängig. Sie ist zu Beginn des Hochlaufes zunächst niedrig und steigt dann schnell an. Ebenso ist die Amplitude zunächst klein, während das beschleunigende Moment noch groß ist. Daher macht sich die Oszillation während der ersten Umdrehungen nicht bemerkbar. Am Ende des Hochlaufes ist zwar die Amplitude des oszillatorischen Momentes groß und überwiegt sogar das beschleunigende Moment; jedoch ist auch die Frequenz groß. Daher ist qualitativ zu erwarten, daß der Einfluß des oszillierenden Momentes auf die Bewegung insgesamt klein ist. Es soll nun quantitativ untersucht werden, wie stark die Umfangsgeschwindigkeit im stationären Fall schwankt. Dazu werden 3 Vereinfachungen getroffen:

1) G_{beschl} ist eine lineare Funktion von $\frac{u}{w}$ (s. Abb. 3):

$$(11) \quad G_{\text{beschl}} = 1 - \frac{\frac{u}{w}}{\left(\frac{u}{w}\right)_{\infty}}$$

2) Die Amplitude des oszillierenden Momentes ist unabhängig von $\frac{u}{w}$.

3) Die Frequenz des oszillierenden Momentes ist nicht eine Funktion des Anstellwinkels α , sondern eine Funktion der Zeit.

Die Vereinfachung 1 ist im ganzen Bereich von $\frac{u}{w}$ zulässig, da die Abweichung vom linearen Verlauf nur gering ist. Die Vereinfachung 2 beschränkt den Ansatz auf kleine Abweichungen von der mittleren stationären Drehzahl (ca. $\pm 20\%$), s. Abb. 3. Die Vereinfachung 3 beschränkt die Gültigkeit auf den Bereich hoher Frequenzen, bei denen aufgrund der Trägheit des Schalensterns nur eine geringe Rückwirkung erfolgt.

$$(12) \quad M \cong M_0 \left[1 - \frac{\frac{u}{w}}{\left(\frac{u}{w}\right)_\infty} - 0,18 \cos 3\bar{\omega}t \right]$$

$$\text{Darin ist } \bar{\omega} = \frac{w}{r} \left(\frac{u}{w}\right)_\infty$$

Dieses Moment wird in Gleichung (6) eingesetzt und gleichzeitig $x = \left(\frac{u}{w}\right) - \left(\frac{u}{w}\right)_\infty$ substituiert. Damit ergibt sich die Differentialgleichung:

$$(13) \quad \dot{x} + \frac{r M_0}{w I \left(\frac{u}{w}\right)_\infty} x + 0,18 \frac{r M_0}{w I} \cos 3\bar{\omega}t = 0$$

mit der Lösung:

$$(14) \quad x = - \frac{0,18 \left(\frac{u}{w}\right)_\infty}{\sqrt{A^2 + 1}} \sin (3\bar{\omega}t + \text{arcctg } A)$$

darin ist:

$$(14a) \quad A = 3 \frac{I}{M_0} \left(\frac{w}{r}\right)^2 \left(\frac{u}{w}\right)_\infty^2$$

Substituiert man D entsprechend Gleichung (9a), dann wird A und damit die Amplitude unabhängig von der Windgeschwindigkeit w:

$$(14b) \quad A = \frac{9}{4} \frac{D}{r} \left(\frac{u}{w}\right)_\infty^2 \left[\left(\frac{u}{w}\right)_\infty' - \left(\frac{u}{w}\right)_\infty \right]$$

Die aus Gleichung (14) und (14b) berechnete Drehzahl-Oszillation des betrachteten Schalenstern-Anemometers beträgt etwa 2% der stationären Drehzahl. Diese Oszillation ist vernachlässigbar gering gegenüber den tatsächlichen Schwankungen der Windgeschwindigkeit und den durch diese induzierten Schwankungen der Drehzahl. Damit sind nachträglich die oben gemachten Annahmen 2 und 3 bestätigt. Außerdem sind die weiter oben getroffenen Annahmen (Vernachlässigung der Oberschwingungen bei der Ableitung des Momentes, Vernachlässigung der Grundschwingung beim Einlauf in die stationäre Drehzahl), als richtig bestätigt.

5. Dämpfung der Windgeschwindigkeitsfluktuation

Bisher wurde eine gleichbleibende Windgeschwindigkeit vorausgesetzt. Tatsächlich schwankt diese um einen Mittelwert; die Schwankungen können grob nach Frequenz und Amplitude klassifiziert werden. Die Drehzahl des Schalensterns spiegelt diese Schwankungen - entsprechend seiner Trägheit - nur gedämpft wieder. Der Zusammenhang zwischen Frequenz und Dämpfung kann an einem vereinfachten Modell dargestellt werden.

Es werden folgende Annahmen getroffen:

- 1) Die Windgeschwindigkeit schwankt entsprechend einer Sinusfunktion:

$$(15) \quad w = \bar{w} + \Delta w \sin \omega_w t$$

- 2) Das oszillierende Moment wird vernachlässigt.
- 3) Das verbleibende wirksame Moment ist linear abhängig von der Differenz $\left(\frac{u}{w}\right)_\infty w - u$. Diese Annahme entspricht Annahme 1, Kapitel 4.
- 4) Die Schwingungsamplitude Δw ist klein gegenüber der mittleren Windgeschwindigkeit \bar{w} :

$$\Delta w \ll \bar{w}$$

Mit den Annahmen 2 und 3 kann man Gleichung (6) in folgender Form schreiben:

$$(16) \quad \frac{du}{dt} = \frac{r M_0}{I w \left(\frac{u}{w}\right)_\infty} \left[\left(\frac{u}{w}\right)_\infty w - u \right]$$

Setzt man Gleichung (15), Gleichung (9a) und die entsprechenden Konstanten ein, erhält man:

$$(16a) \quad 0,9 \frac{D}{w} \frac{du}{dt} + u = \left(\frac{u}{w}\right)_\infty (\bar{w} + \Delta w \sin \omega_w t)$$

Wegen der Annahme 4 kann man $\frac{0,9 D}{w}$ als die "Zeitkonstante" des Schalensterns auffassen, obgleich eine solche "Konstante" - wegen der Veränderlichkeit der Windgeschwindigkeit - nicht existiert. (Dieses Verfahren wird auch in /1/ und /3/ angewendet.)

Die Lösung von Gleichung (16a) lautet:

$$(17) \quad \frac{u}{\left(\frac{u}{w}\right)_\infty} = \bar{w} + \frac{\Delta w}{\sqrt{B^2 + 1}} \sin(\omega_w t + \arctang B)$$

Darin ist:

$$(17a) \quad B = 2 \pi 0,9 \frac{D}{\lambda}$$

In Gleichung (17a) ist die "Windwellenlänge" λ (gust wave length) eingeführt. Diese ist definiert als der Weg des Windes während einer Schwingung, entsprechend Gleichung (18):

$$(18) \quad \omega_w = 2 \pi \frac{\bar{w}}{\lambda}$$

Der Ausdruck $(B^2 + 1)^{-\frac{1}{2}}$ gibt den Faktor an, um den die Amplitude der Windschwingung durch die Trägheit des Schalensterns gedämpft wird. Er ist in Abb. 7, abhängig von $\frac{\lambda}{D}$ bzw. λ , dargestellt.

Der arctang B gibt den Winkel der Phasenverschiebung zwischen Wind- und Anemometerschwingung an.

Der Bereich, in dem theoretisch Windfluktuationen mithilfe des Anemometers nachgewiesen werden können, ist nach unten begrenzt durch $\frac{\lambda}{D} > 0,5$ bis 1,0.

Bei noch kleinerem $\frac{\lambda}{D}$ ist der Ausschlag des Gebers zu klein.

6. Diskussion und Schlußfolgerung

Aus dem einfachen Anlaufversuch im stationären Windfeld kann eine Reihe dynamischer Eigenschaften des Schalenstern-Anemometers ermittelt werden, wenn ein genügend genaues theoretisches Modell zur Verfügung steht. Um dieses zu entwickeln, wird - im Unterschied zu bisher bekannten Ansätzen /1/, /3/ - vom statischen Momentenverlauf der Einzelschale, Abb. 2, ausgegangen. Dieser wird, entsprechend einer Fourier-Analyse, durch Überlagerung von zwei Sinusschwingungen approximiert. Die Oberschwingungen können vernachlässigt werden, siehe unten. Aus der Überlagerung der Momente der drei Einzelschalen ergibt sich - unter Vernachlässigung des Abschattungseffekts - das von der relativen Umfangsgeschwindigkeit u/w abhängige Gesamtmoment des Schalensterns, das sich aus dem beschleunigenden und oszillierenden Moment zusammensetzt, siehe Abb. 3.

Die Konstanten des beschleunigenden Momentes werden so justiert, daß die theoretisch berechnete stationäre Umfangsgeschwindigkeit (genauer: das Verhältnis Umfangs- zu Windgeschwindigkeit $(\frac{u}{w})_{\infty}$) mit dem gemessenen übereinstimmt.

Das oszillierende Moment verursacht eine Schwankung der stationären Umfangsgeschwindigkeit von lediglich 2^o/100, was durch das relativ hohe Trägheitsmoment des Schalensterns bedingt ist. Das oszillierende Moment kann daher vernachlässigt werden.

Der Abschattungseffekt wird durch das theoretische Modell nicht erfaßt. Er wird insbesondere zu Beginn des Anlaufvorganges eine Rolle spielen. Die relativ glatten Anlaufkurven, Abb. 6, zeigen

jedoch, daß auch dieser Effekt durch die große Trägheit des Schalensterns unterdrückt wird.

Das mit dem beschleunigenden Moment auf theoretischem Wege ermittelte Anlaufverhalten entspricht in guter Näherung dem bekannten exponentiellen Verlauf, Abb. 6. Die asymptotische Annäherung der relativen Umfangsgeschwindigkeit $\frac{u}{w}$ an ihren Endwert $(\frac{u}{w})_{\infty}$ hängt lediglich vom Windweg, nicht jedoch von der Windgeschwindigkeit ab. Derjenige Windweg, durch den das Anemometer auf 63 % seiner Endgeschwindigkeit beschleunigt wird, ist die Anlaufkonstante D ("distance constant"). Diese wurde durch die Anlaufversuche zu $D = 7$ m bestimmt.

Ein kleines D bewirkt das erwünschte schnelle Hochlaufen. Gleichung (10) zeigt, von welchen Größen D im wesentlichen abhängt. Es ist proportional dem Trägheitsmoment des Schalensterns und umgekehrt proportional dem Schalenquerschnitt und dem Quadrat des Achsabstandes. Teilt man das Trägheitsmoment des Schalensterns in dasjenige der Schalen und dasjenige der Tragarme auf und untersucht diese im einzelnen, so zeigt sich, daß D überwiegend von den die Festigkeit bestimmenden Größen (Material und Dicke) der Schalen und Tragarme, weniger jedoch von den das Windmoment bestimmenden Größen (Querschnitt und Achsabstand der Schalen) abhängt. Daher läßt sich eine kleine Anlaufkonstante nur durch entsprechend leichte Bauweise erreichen. Eine Erhöhung der Anzahl der Schalen erscheint nur dann sinnvoll, wenn der Abschattungseffekt dadurch eliminiert werden soll, d.h. bei sehr leichten Schalensternen. Die Anlaufkonstante wird nur indirekt dadurch beeinflußt.

Das dynamische Verhalten des Schalenstern-Anemometers bei fluktuierender Windgeschwindigkeit kann anhand eines einfachen Modells dargestellt werden. Führt der Windvektor bei konstanter horizontaler Richtung sinusförmige Schwingungen um die mittlere Geschwindigkeit aus, und ist die Schwingungsamplitude klein gegenüber der mittleren Geschwindigkeit, dann zeigt auch die Umfangsgeschwindigkeit des Anemometers eine Sinusschwingung, welche jedoch verzögert und gedämpft ist. Der Dämpfungsfaktor,

Handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is extremely faint and illegible due to low contrast and blurring. It appears to be a list or series of entries, possibly containing names and dates, but the specific content cannot be discerned.

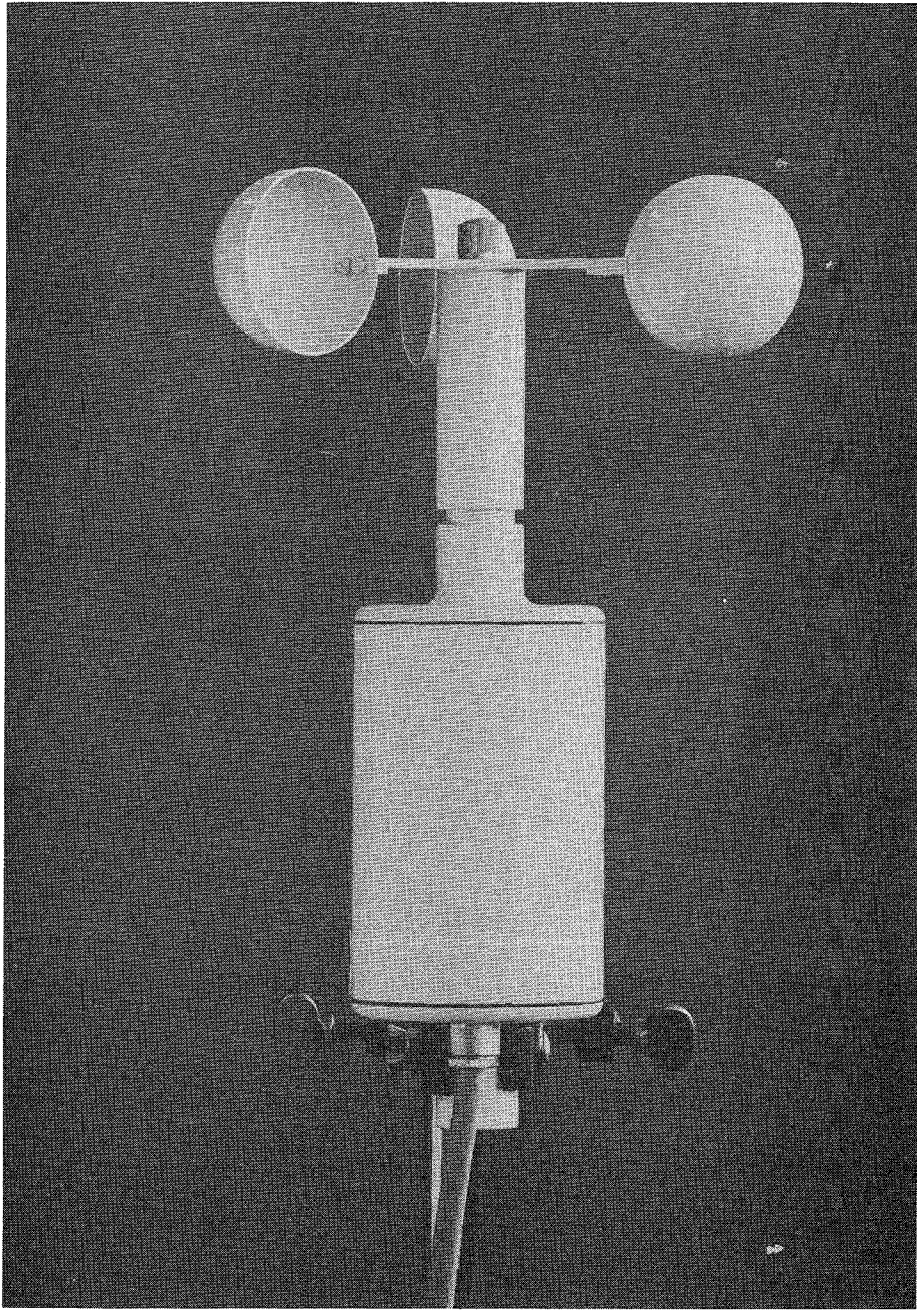


Abb. 1

Schalensternanemometer Rosenhagen M 114 H

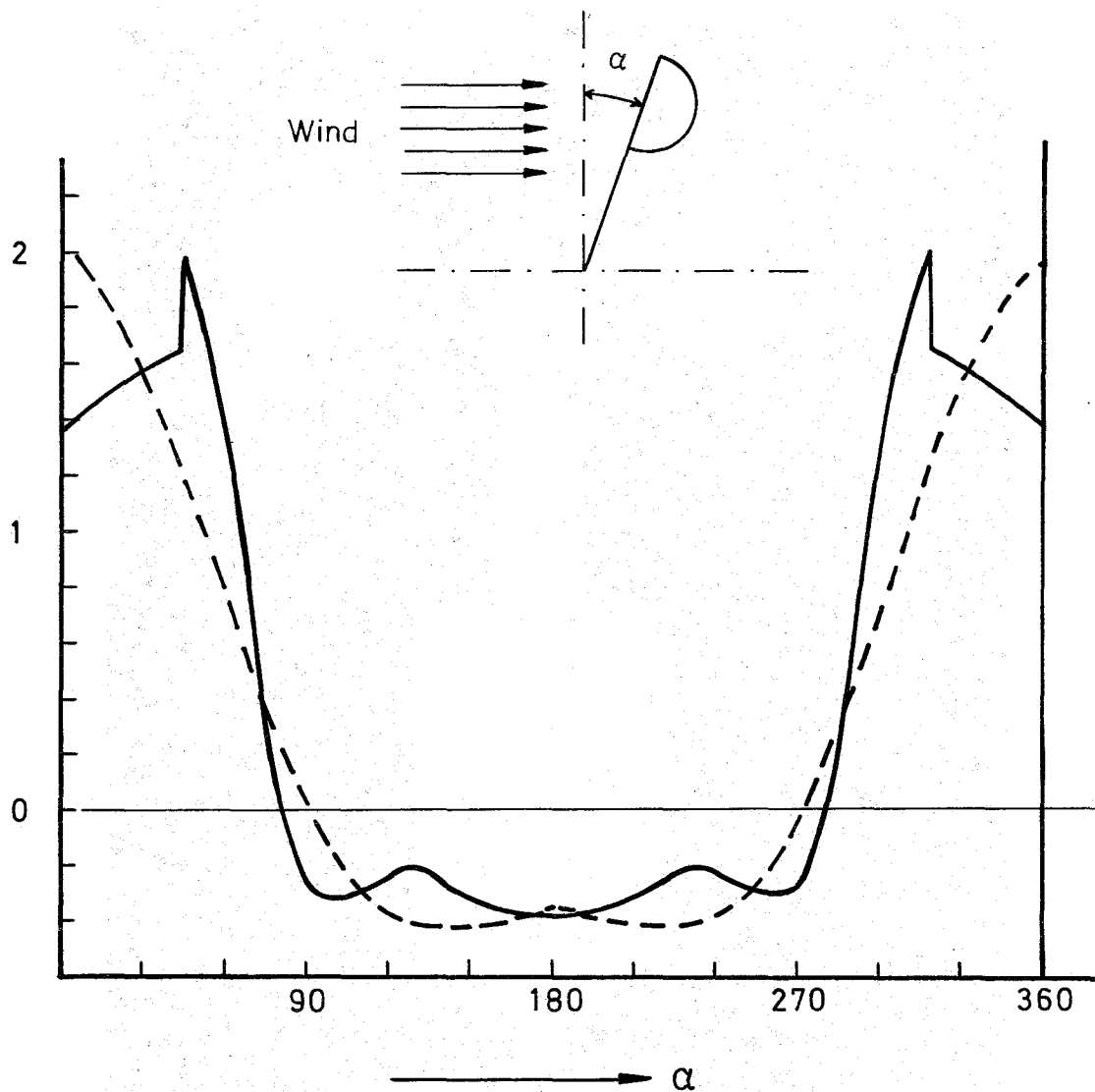


Abb. 2

Momentenverlauf einer stehenden sphärischen Anemometerschale (in willkürlichen Einheiten), abhängig vom Anstellwinkel α

- gemessen, s. /1/, Reynoldszahl $Re = 8 \cdot 10^4$
- - - - Aproximation nach Gleichung (2)

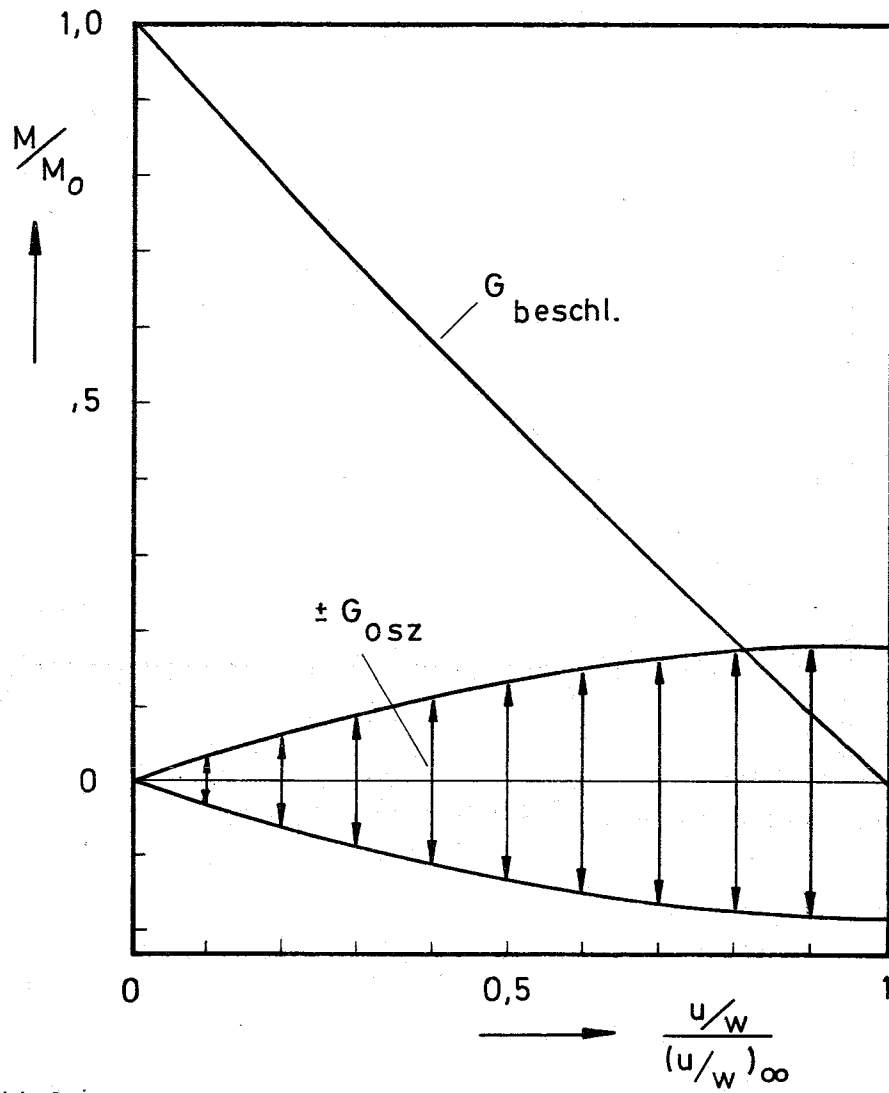


Abb.3
Momentenverlauf des Schalensterns beim Anlaufen

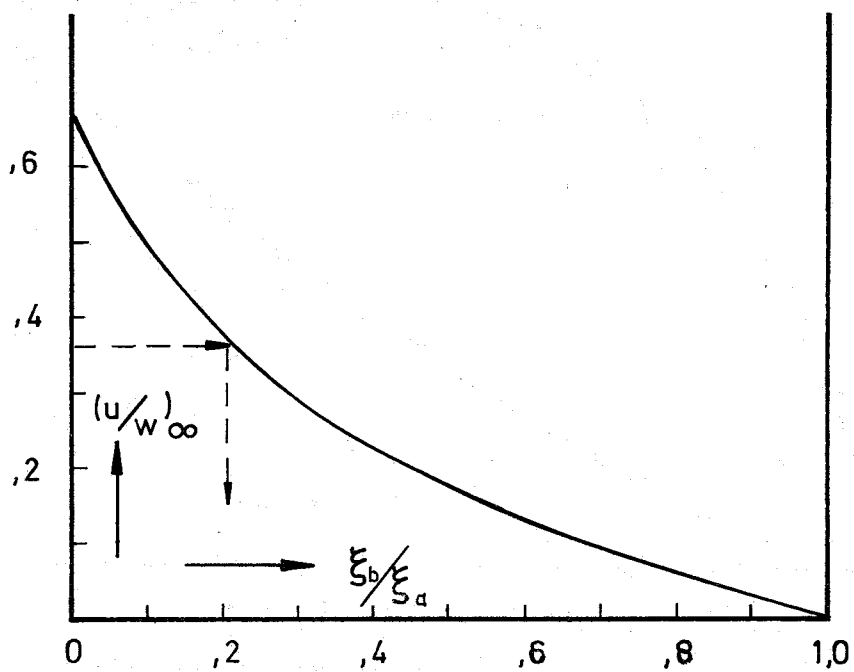


Abb.4
Funktion $\left(\frac{u}{w}\right)_\infty = f\left(\frac{\sigma_b}{\sigma_a}\right)$

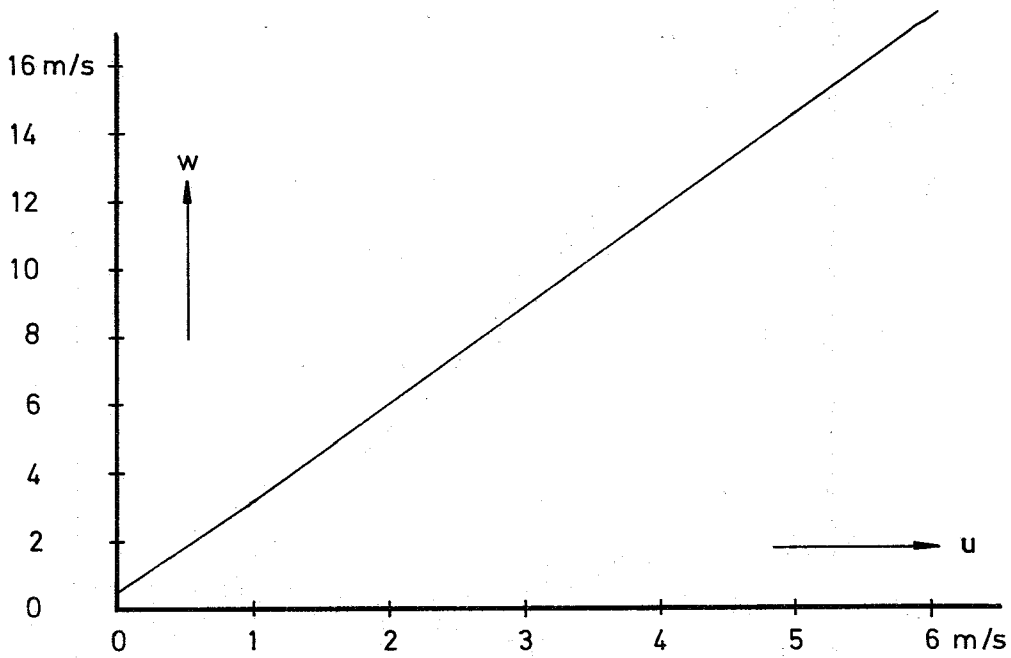


Abb. 5
Kalibrierkurve des Anemometers

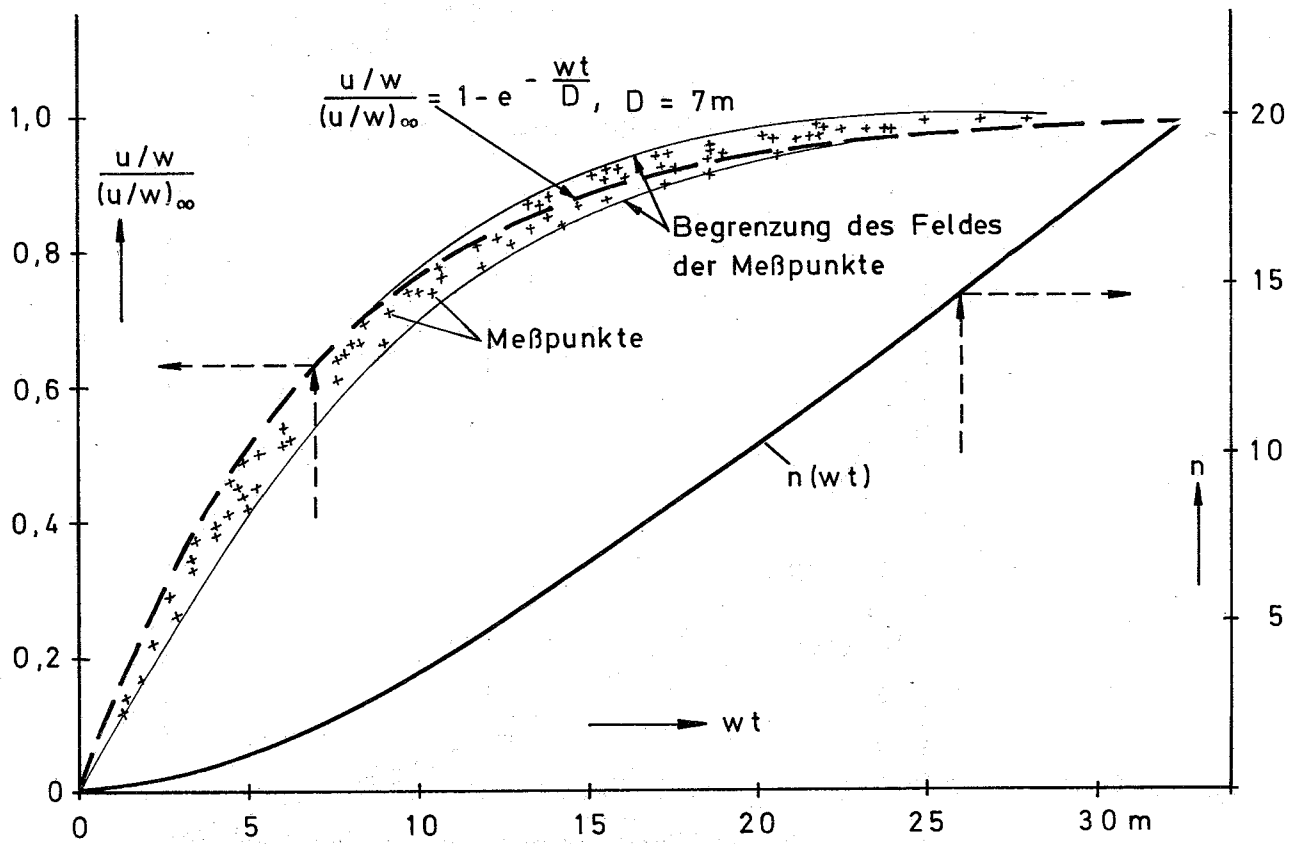


Abb. 6 Anlaufversuch, Approximation der Meßpunkte

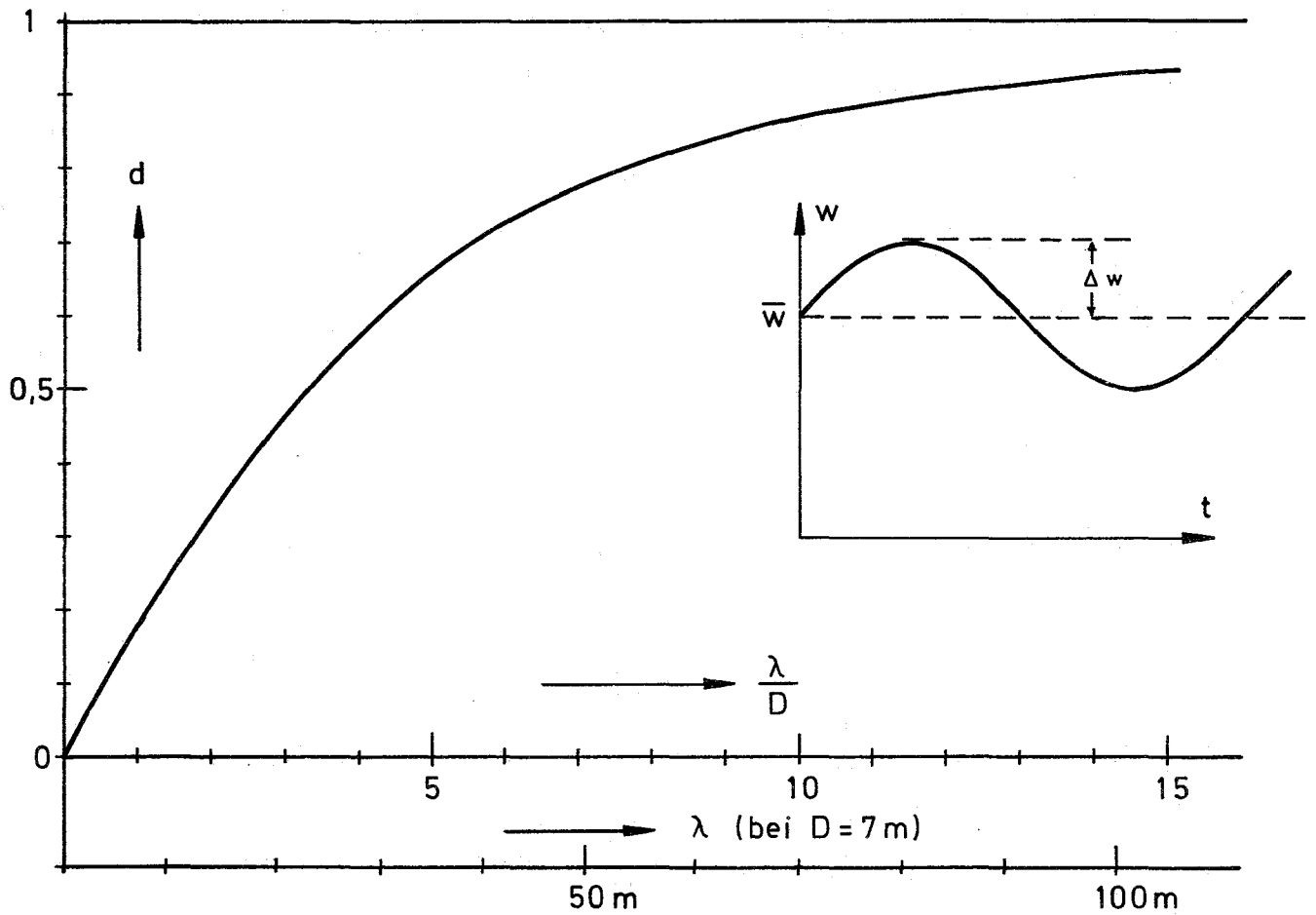


Abb. 7 Dämpfungsfaktor $d = \left[\left(5,65 \frac{D}{\lambda} \right)^2 + 1 \right]^{-\frac{1}{2}}$

