

KERNFORSCHUNGSZENTRUM

KARLSRUHE

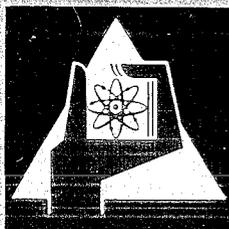
April 1970

KFK 1173

Institut für Experimentelle Kernphysik

Eine empirische Methode zur Bestimmung des Energie-Straggling
bei Abbremsung ionisierender Teilchen

I. Schouky, E. Seibt, Ch. Weddigen



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

April 1970

KFK 1173

Institut für Experimentelle Kernphysik
der Universität (TH) Karlsruhe und des
Kernforschungszentrum Karlsruhe

Eine empirische Methode zur Bestimmung
des Energie-Stragglings bei Abbremsung
ionisierender Teilchen

I. Schouky, E. Seibt und Ch. Weddigen

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H. Karlsruhe

Zusammenfassung

Es wird eine empirische Methode zur Berechnung des Energiestraggling schwerer ionisierender Teilchen beschrieben, zu deren Anwendung man außer den üblichen Unterlagen über differentiellen Energieverlust und Reichweite nur die materialunabhängige relative Reichweitestreuung benötigt.

Abstract

An empirical method is described to calculate the energy straggling for heavy ionizing particles. The application of this method requires only the absorber independent relative range straggling in addition to the usual differential energy loss and particle range.

Inhaltsangabe

	Seite
1 Einleitung	1
2 Die empirische Methode	2
2.1 Dicke Absorber	3
2.2 Mittlere Absorberdicken	4
2.3 Dünne Absorber	5
3 Umkehrung der empirischen Methode zur Bestimmung der relativen Reichweitestreuung	6
Literaturverzeichnis	8
Figuren	9

1 EINLEITUNG

Wird ein monoenergetischer Strahl ionisierender Teilchen durch einen Absorber abgebremst, so ist die Restenergie nicht mehr scharf, sondern aufgrund der Statistik der elementaren Abbremsprozesse verbreitet (Energiesstragglung). Bei Streuexperimenten bewirken Targets, Trennfolien, dE-Zähler und Absorber ein solches Stragglung.

Das Energiesstragglung wurde mit Hilfe theoretischer Methoden schon 1913 von N. BOHR ¹⁾ behandelt. Allerdings ergaben erst spätere Arbeiten - die neuesten auf diesem Gebiet von TSCHALÄR ²⁾³⁾ - gute Übereinstimmung mit experimentellen Daten. Die theoretischen Methoden sind für den Experimentator jedoch umständlich in ihrer Anwendung, da neben erheblichem Rechenaufwand die Kenntnis absorber-spezifischer Ionisierungspotentiale erforderlich ist.

Die im folgenden beschriebene empirische Methode ⁴⁾ führt mit geringem Rechenaufwand zur Bestimmung von Restenergiespektren. Neben den üblichen Unterlagen über Reichweite und differentiellen Energieverlust ist lediglich die Kenntnis der materialunabhängigen relativen Reichweitestreuung notwendig. Es wird im folgenden die empirische Methode kurz erläutert und die für ihre Anwendung wichtigsten Beziehungen angegeben. Anschließend wird die Umkehrung der Methode geschildert zur Bestimmung der relativen Reichweitestreuung von α -Teilchen für Energien unterhalb 10 MeV ⁵⁾. Die Bestimmung der Reichweitestreuung aus dem Energiesstragglung wurde bereits 1927 von BRIGGS ⁶⁾ mit RaC α -Teilchen unternommen.

2 DIE EMPIRISCHE METHODE

Die empirische Methode zur Bestimmung der Restenergieverteilung geht aus von zwei Voraussetzungen:

I. Die Reichweiteverteilung schwerer ionisierender Teilchen ist gaußförmig. Diese Annahme ist innerhalb von etwa 2 % bei der $e^{-1/2}$ -Breite der Verteilungen erfüllt (5,7).

II. Die relative Reichweitestreuung

$$\alpha = 2\Delta R/R \quad (1)$$

(R = mittlere Reichweite, ΔR = Varianz der Reichweiteverteilung) ist unabhängig vom Absorbermaterial. Es sind keine Abweichungen von dieser Voraussetzung bekannt (5,8). Ferner ist die relative Reichweitestreuung wenig energieabhängig (Fig. 1).

Im folgenden bedeuten:

- X = Absorberdicke
- E_0 = Anfangsenergie
- e = Restenergie
- E = mittlere Restenergie
- $\Delta...$ = Varianz der Verteilungen

Um die Verteilung $W(e)$ der Restenergie zu erhalten, wird zunächst die Verteilung $W(x)$ des Ortes x ermittelt, an welchem bei Totalabsorption der Teilchen diese genau die Energie E besitzen. Faltet man die Reichweiteverteilung für die mittlere Restenergie E mit $W(x)$, so erhält man die Reichweiteverteilung für die Anfangsenergie E_0 . Da nach Voraussetzung I

die Reichweiteverteilungen gaußförmig sind, erhält man für $W(x)$:

$$W(x) \quad \text{gaußförmig} \quad (2a)$$

$$X = R(E_0) - R(E) \quad \text{Mittelwert (später Absorberdicke)} \quad (2b)$$

$$\Delta X = (\Delta R(E_0)^2 - \Delta R(E)^2)^{1/2} \quad \text{Varianz} \quad (2c)$$

$$\Delta R = \frac{1}{2} \alpha \cdot R \quad (\alpha \text{ aus Fig. 1, Reichweite } R \text{ z.B. aus /9/})$$

Die Restenergie e hängt über die Beziehung

$$x + R(E) = X + R(e) \quad (3)$$

von dem Ort x ab. Somit ergibt sich die gesuchte Restenergieverteilung zu

$$W(e) = W(x(e)) \left(\frac{dE}{dx} \right)_e^{-1}, \quad (4)$$

wobei $W(x)$ durch (2) und $x(e)$ durch (3) gegeben sind. $\frac{dE}{dx} > 0$ ist der übliche differentielle Energieverlust (u.B. aus /9/).

Die Beziehungen (2) bis (4) geben den allgemeinsten Fall für die Restenergieverteilung wieder. Diese Beziehungen vereinfachen sich für die meisten Anwendungen. Es werden im folgenden 3 Anwendungsbereiche unterschieden:

2.1 Dicke Absorber

Ist die Anfangsenergie groß gegenüber der Restenergie ($E_0 \gg E$), so kann $\Delta R(E)^2$ gegenüber $\Delta R(E_0)^2$ in (2c) vernachlässigt werden. Aus dieser Beziehung wird

$$\Delta X = \Delta R(E_0) = \frac{1}{2} \alpha(E_0) R(E_0). \quad (5)$$

Ansonsten bleiben die Beziehungen (2) bis (4) gültig.

Der Fall dicker Absorber wird durch die Figuren 2 und 3 erläutert. Die Figur 2 gibt die Ortsverteilung $W(x)$ wieder für die Abbremsung von 49 MeV Protonen durch einen Al-Absorber der Dicke 2.58 g/cm^2 . Obere und untere Abszisse unterscheiden sich gemäß (3) nur durch eine additive Konstante. Der Bereich der Verteilung über $R(e) < 0$ bedeutet vollständige Abbremsung der Teilchen. Sie beträgt für eine Reichweite $R(E_0)$ in der Beziehung (5) nach Literaturwerten /9/ (ausgezogene Kurve) 14,3 %, für eine um 7,5 % kleinere Reichweite (gestrichelte Kurve) 12,3 %. Die aus Fig. 2 gemäß der Beziehung (4) gewonnene Verteilung der Restenergie wird in Fig. 3 mit experimentellen Daten von RAJU /10/ verglichen. Die Übereinstimmung zwischen der ausgezogenen Kurve und den Meßwerten ist oberhalb des Einflusses von Untergrundzählraten erstaunlich gut. Die gestrichelte Kurve in dieser Figur wurde von TSCHALÄR /2/ nach der theoretischen Methode berechnet. Die Punkte der Anpassung für beide Methoden sind durch vertikale Pfeile angedeutet. Die jeweils verwendeten Normierungen unterscheiden sich um nur 3 %. Die Abweichung in Fig. 3 von einer gaußförmigen Restenergieverteilung ist im wesentlichen auf die Energieabhängigkeit des differentiellen Energieverlustes in (4) zurückzuführen.

2.2 Mittlere Absorberdicken

Kann der differentielle Energieverlust über den Bereich der Restenergie als konstant angesehen werden, so wird die Verteilung $W(e)$ der Restenergie e ebenfalls gaußförmig:

$$\begin{aligned}
 W(e) & \quad \text{gaußförmig} \\
 E & \quad \text{Mittelwert der Restenergie gemäß} \\
 & \quad R(E)=R(E_0)-X \\
 \Delta E & = \left(\frac{dE}{dx}\right) E (\Delta R(E_0))^2 - \Delta R(E)^2 \Bigg)^{\frac{1}{2}} \text{ Varianz} \\
 \Delta R(E) & \approx \frac{1}{2} \alpha \cdot R \quad (\alpha \text{ aus Fig. 1, Reichweite } R, \\
 & \quad \text{z.B. aus /9/})
 \end{aligned} \tag{6}$$

Dieser Fall tritt häufig auf und hat für die Praxis die größte Bedeutung. Fig. 4 zeigt einige entsprechende Restenergiespektren /5/ für die Abbremsung von 8,78 MeV α -Teilchen in He.

2.3 Dünne Absorber

Aufgrund der geringen Energieabhängigkeit der relativen Reichweitestreuung kann man in diesem Falle $\alpha(E_0)=\alpha(E)$ setzen und erhält aus (6) die Varianz ΔE der resultierenden Restenergieverteilungen unter Vernachlässigung eines quadratischen Terms in der mittleren absorbierten Energie E_0-E :

$$\begin{aligned}
 \Delta E & = \frac{1}{2} \alpha(E_0) \left(2 \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0} R(E_0) (E_0-E) \right)^{1/2} \\
 & = \left(\Delta R \frac{dE}{dx} \right)_{E_0} (2X/R(E_0))^{1/2} \\
 & \quad (\Delta R = \frac{1}{2} \alpha R, X = \text{Absorberdicke})
 \end{aligned} \tag{7}$$

Im Bereich dünner Absorber wird die Verteilung der Restenergie jedoch unsymmetrisch, da der Einfluß der geringen Unsymmetrie der Reichweiteverteilungen mit abnehmender absorbierten Energie zunimmt. Für sehr geringen Energieverlust erhält man die von der Gaußform stark abweichende Landau-Verteilung /11/.

3 UMKEHRUNG DER EMPIRISCHEN METHODE ZUR BESTIMMUNG DER RELATIVEN REICHWEITESTREUUNG

Die empirische Methode kann umgekehrt dazu verwendet werden, aus gemessenen Restenergieverteilungen die relative Reichweitestreuung $\alpha = 2 \Delta R/R$ zu bestimmen. Diese Umkehrung soll hier anhand der Ermittlung der relativen Reichweitestreuung von α -Teilchen für Energien unterhalb 10 MeV /5/ erläutert werden.

Es wurden α -Teilchen der Energien $E_0 = 8,78$ und $5,48$ MeV (^{212}Po und ^{241}Am) in einer Kammer durch Gasabsorber (Luft und He) abgebremst und mit einem Oberflächensperrschichtzähler die Restenergieverteilung aufgenommen (Fig. 4). Nach einem in /5/ näher beschriebenen Verfahren wurden aus diesen Spektren die Abhängigkeit der Varianz ΔE von der mittleren Restenergie E ermittelt. Die relative Reichweitestreuung bei der Anfangsenergie E_0 wurde aus (7) und diejenige bei niedrigeren Restenergien aus (6) genommen. Auf diese Weise wurde die relative Reichweitestreuung für α -Energien zwischen 0,8 und 8,8 MeV erhalten (Fig. 5). Die Ergebnisse für Abbremsung in He stimmen im Rahmen der Meßgenauigkeit mit denen für Luft überein.

Zur Kontrolle der verwendeten Tabellen /9/ für den differentiellen Energieverlust und der Reichweite wurde bei der Anfangsenergie von 5,48 MeV die Reichweite und die relative Reichweitestreuung nach der konventionellen Methode bestimmt (Fig. 6 und durch Rechtecke gekennzeichnete Meßwerte in Fig. 5). Der mittlere Verlauf unserer Ergebnisse ist in Fig. 1 dargestellt. Extrapoliert man die Literaturwerte für die relative Reichweitestreuung von α -Teilchen auf den von uns untersuchten Energiebereich, so ergibt sich eine Diskrepanz von etwa 10 %.

Für die Anwendung der empirischen Methode zur Berechnung des Energiestragglings als Standardmethode wären genauere Untersuchungen der relativen Reichweitestreuung, insbesondere für He^3 und Tritium sowie für Protonen und Deuteronen unterhalb 10 MeV erforderlich.

LITERATURVERZEICHNIS

- /1/ N. Bohr, Phil. Mag. XXV (1913) 10
- /2/ C. Tschalär, Nucl. Instr. Meth. 64 (1968) 237
- /3/ C. Tschalär und H.P. Maccabec, Phys. Rev. im Druck
siehe auch H. Bichsel, Nucl. Instr. Meth. 78 (1970) 277
- /4/ Ch. Weddigen, Bericht KFK 994 (April 1969)
- /5/ I. Schouky, E. Seibt und Ch. Weddigen, Bericht KFK 1174
(April 1970)
- /6/ G.H. Briggs, Proc. Roy. Soc. London, 114 A (1927) 313
- /7/ H. Bichsel, Phys. Rev. 105 (1957) 1795
- /8/ J.B. Marion, Nuc. Data Tables, Part III (1960) 24
- /9/ C. Williamson und J. Bonjet, Tables of Range and
Stopping Power (1966)
- /10/ M.R. Raju, UCLR 16613 (1965)
- /11/ L. Landau, Journal of Physics U.S.S.R., 8 (1944) 201

FIGUREN

- Fig. 1: Die relative Reichweitestreuung $\alpha = 2 \Delta R/R$ für Protonen, Deuteronen und α -Teilchen in Abhängigkeit von der Teilchenenergie E /5/, /8/.
- Fig. 2: Verteilung $W(x)$ des Ortes x (obere Abszisse), an welchem Protonen der Anfangsenergie E_0 bei vollständiger Abbremsung genau die Energie E besitzen würden. Die untere Abszisse gibt die Reichweite $R(e)$ im gleichen Absorbermaterial für die Restenergie e wieder bei einem Absorber der Dicke X . Im Bereich $R(e) < 0$ werden die Protonen bei dieser Absorberdicke vollständig abgebremst. Reichweitestreuung $R(49 \text{ MeV}) = 0.03685 \text{ g/cm}^2$ gemäß /9/ (ausgezogene Kurve), $\Delta R(49 \text{ MeV}) = 0.03418 \text{ g/cm}^2$ (gestrichelte Kurve). Die Meßpunkte sind Fig. 3 entnommen.
- Fig. 3: Vergleich berechneter Verteilungen $W(e)$ der Restenergie e für die Abbremsung von 49 MeV Protonen durch 2.58 g/cm^2 Al mit experimentellen Daten von RAJU /10/. Die theoretische Methode /2/ (gestrichelte Kurve) ergibt nur für den niederenergetischen Teil des Spektrums eine Abweichung von der empirischen Methode (ausgezogene Kurve). Beide Verteilungen wurden nur an den durch Pfeilen ange-deuteten Punkten an die experimentelle Verteilung angepaßt.
- Fig. 4: Verteilungen $W(e)$ der Restenergie e für die Abbremsung von 8,78 MeV α -Teilchen auf die mittlere Restenergie E in He /5/.

Fig. 5: Die relative Reichweitestreuung $\alpha=2\Delta R/R$ in Abhängigkeit von der mittleren Restenergie E /5/. Die stark ausgezogene Kurve gibt α für höhere Energien gemäß /8/ wieder. Reichweite R aus /9/.

Fig. 6: Bestimmung /5/ der Reichweite R_0 und der Reichweitestreuung ΔR_0 für 5,48 MeV α -Teilchen in Luft nach der konventionellen Methode. Aufgetragen ist die Zählrate N über der Absorberdicke A .

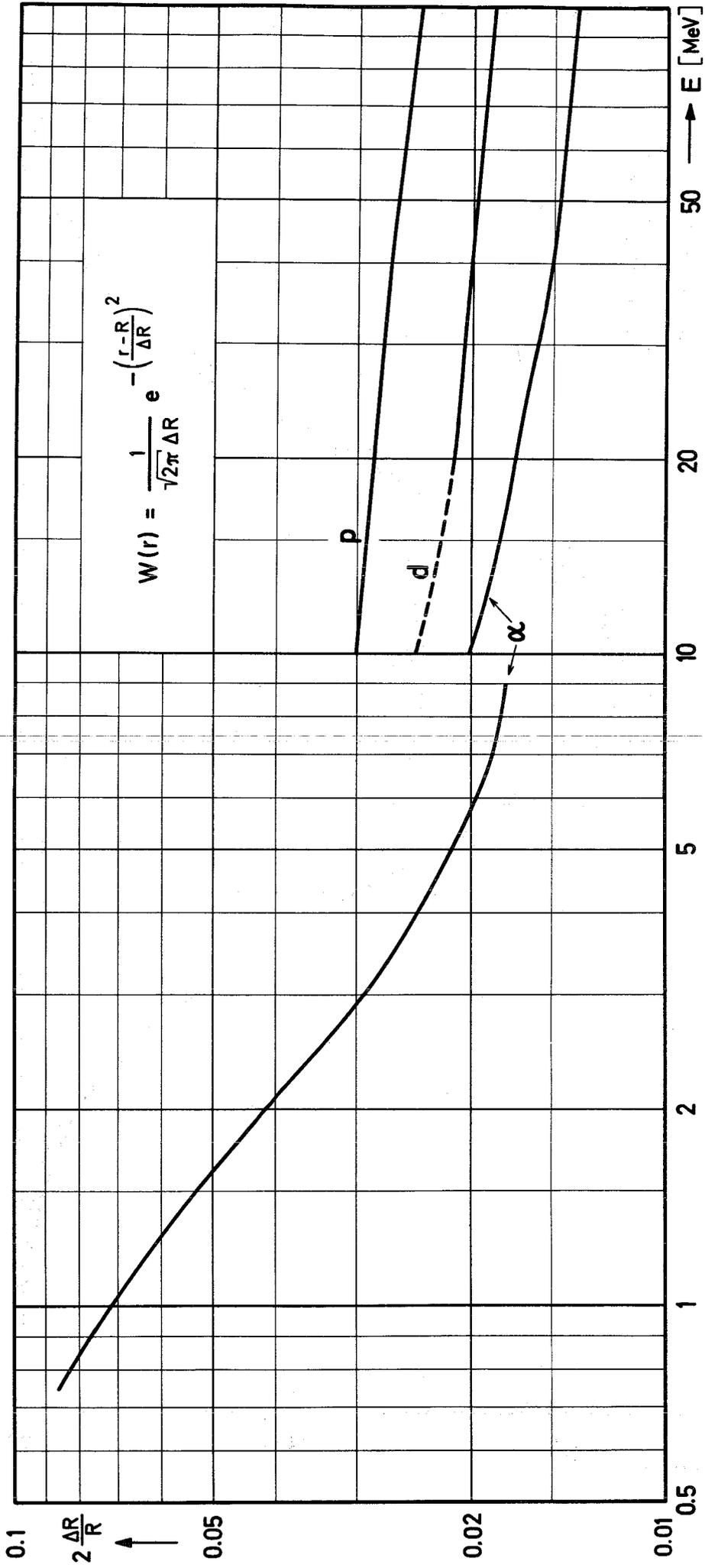
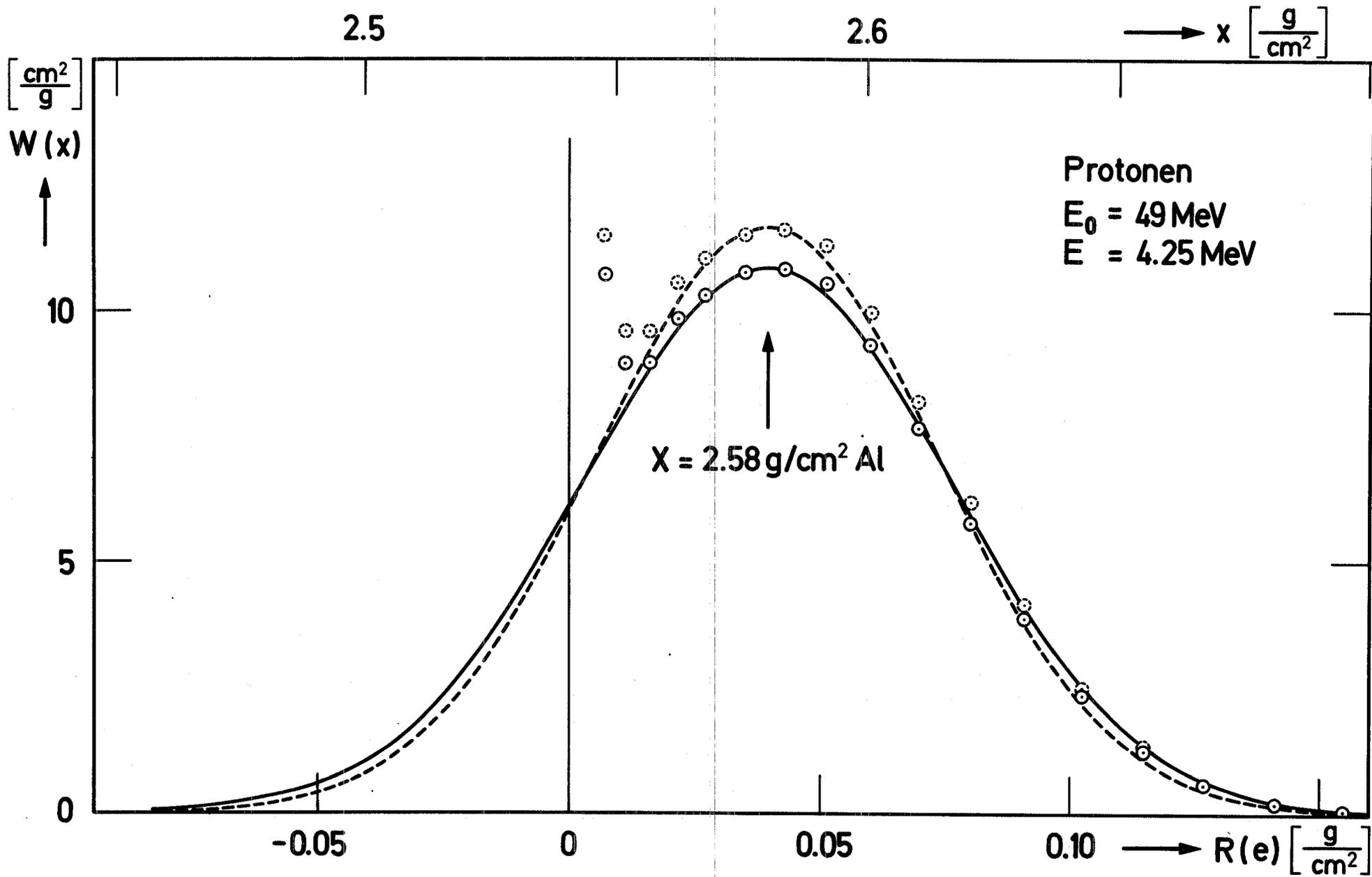
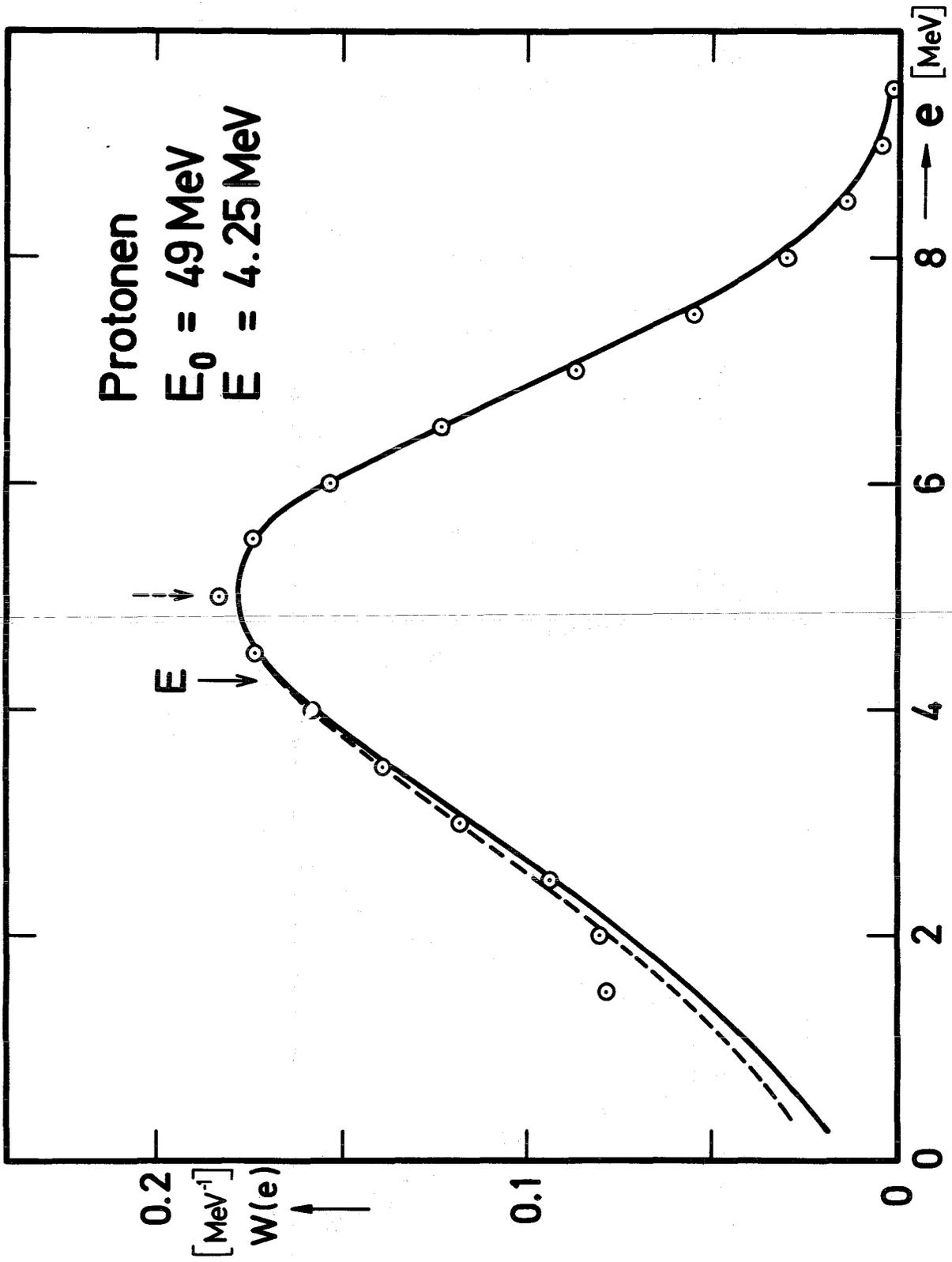


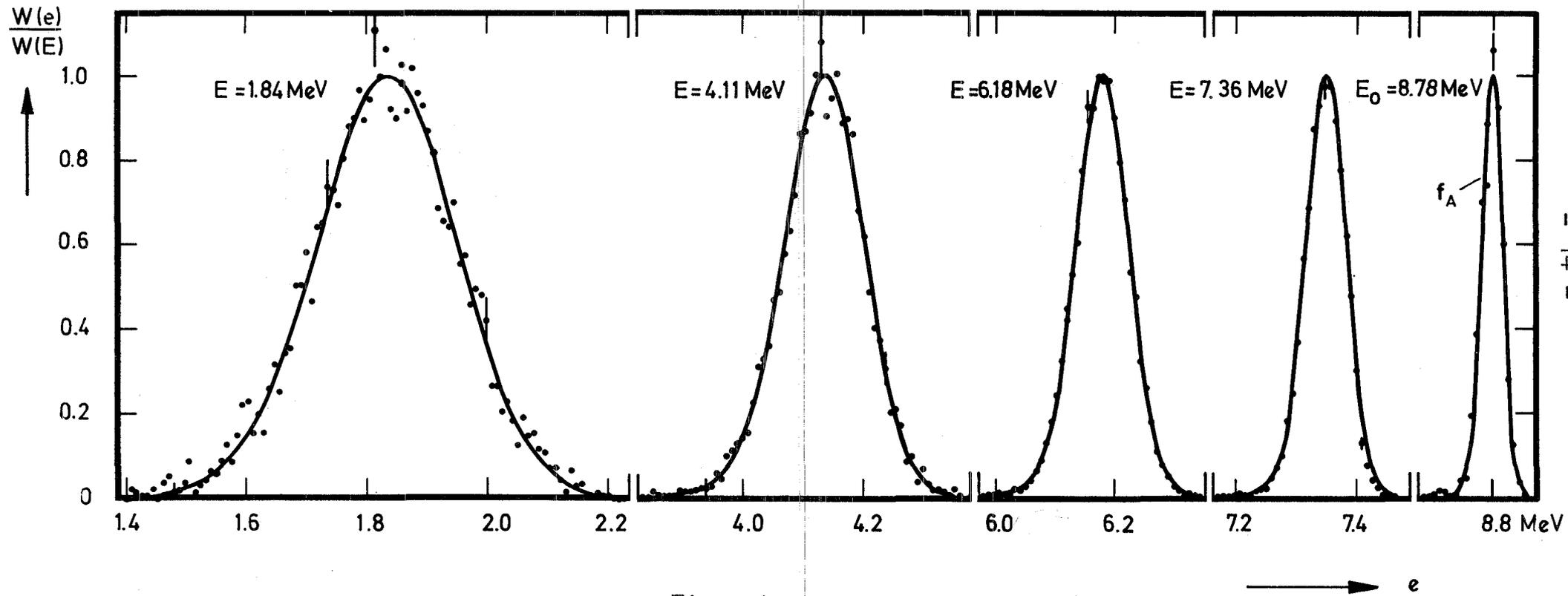
Figure 1



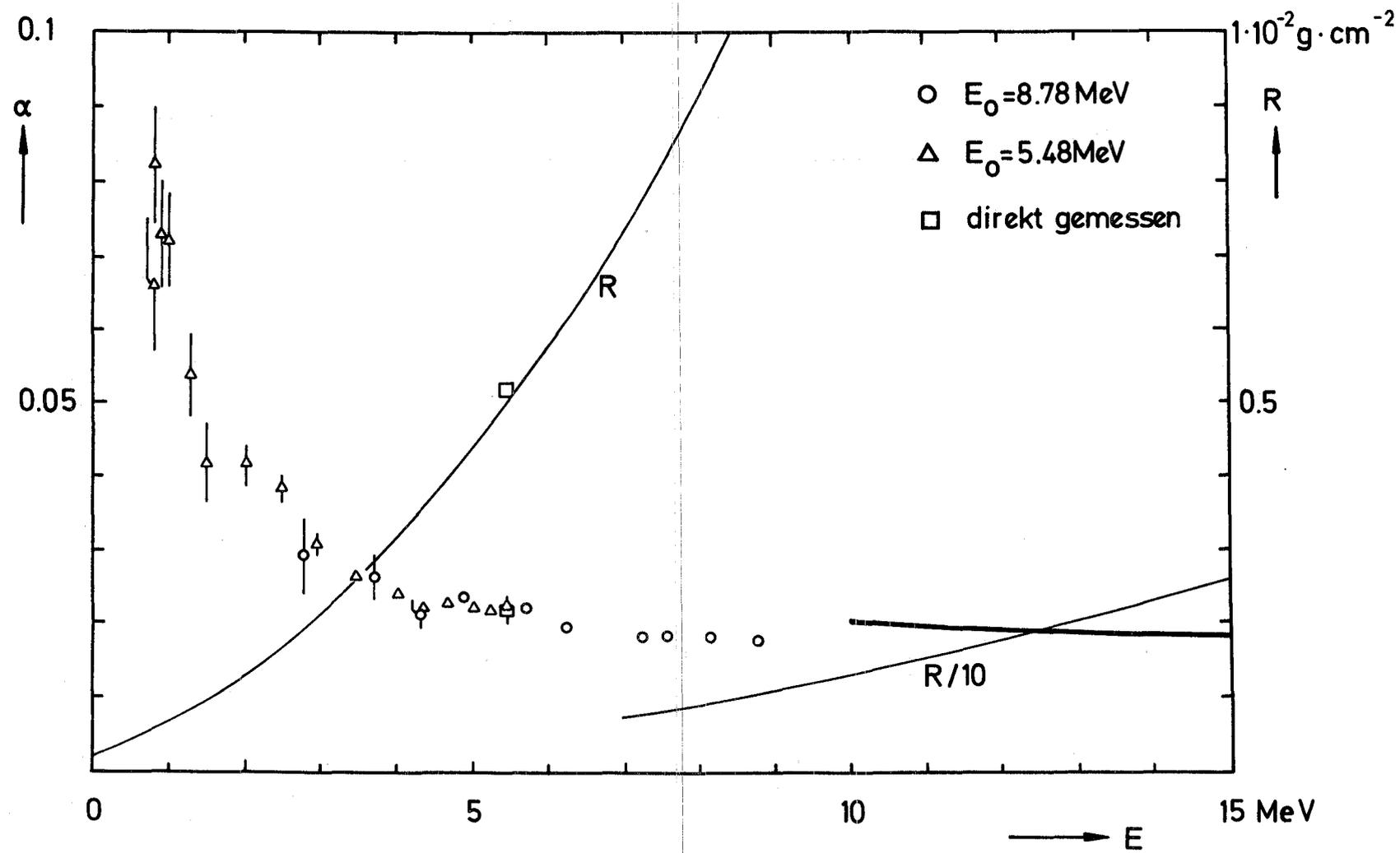
Figur 2



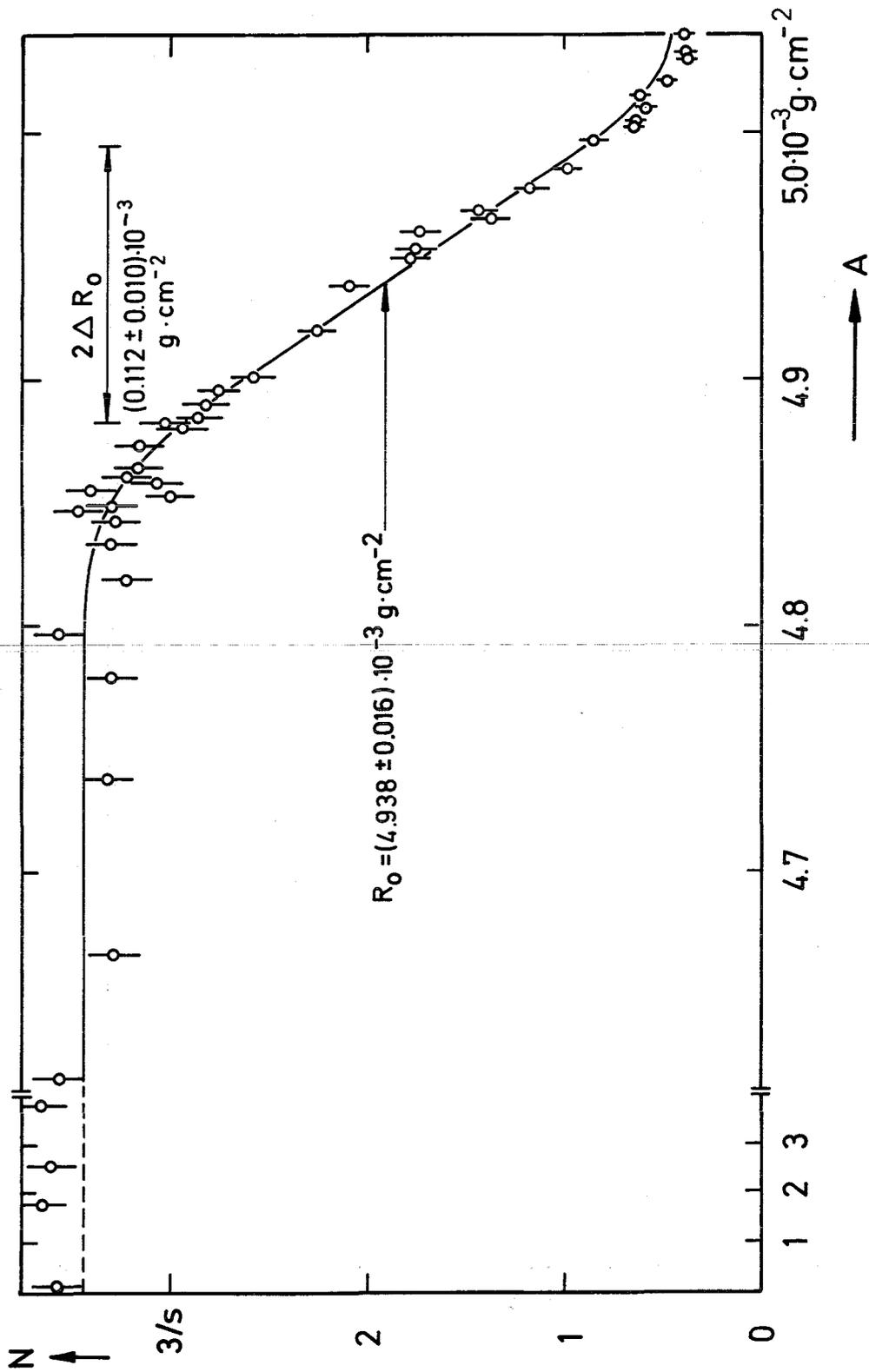
Figur 3



Figur 4



Figur 5



Figur 6