

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

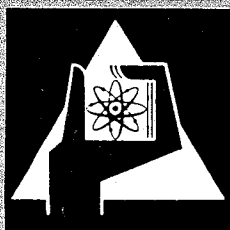
November 1970

KFK 1300

Institut für Reaktorbauelemente

Ein theoretisches Verfahren zur Berechnung der
Zweiphasenströmung mit Phasenwechsel in einem
Einspritzverdampfer

I. Gaballah



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

November 1970

KFK 1300

Institut für Reaktorbauelemente

Ein theoretisches Verfahren zur Berechnung der
Zweiphasenströmung mit Phasenwechsel in einem
Einspritzverdampfer

von

I. Gaballah

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG MBH., KARLSRUHE

Kurzfassung

Eine Theorie zur Berechnung der Zweiphasenströmung mit Phasenwechsel wurde entwickelt. Es wurden die Grundgleichungen formuliert und numerisch gelöst. Die Ergebnisse haben gezeigt, daß die Dampftemperatur und die Dampffeuhte am Anfang des Verdampfungschanals sehr stark abnehmen, sich jedoch bei kleiner Dampffeuhte und niedrigem Überhitzungsgrad nur noch schwach verringern. Es wurde auch die starke Zunahme der Verdampfungslänge bei kleiner vorgeschriebener Endfeuhte und niedrigem Endüberhitzungsgrad gezeigt.

Abstract

A theory was developed for calculation of the two-phase flow with change of phase. The basic equations were formulated and solved numerically. The results have shown that the steam temperature and the steam wetness at the inlet of the evaporator channel decrease very rapidly, but decrease only to a very small extent at low wetness of the steam and low degree of superheating. Also the strong increase in the length required for evaporation with a low prescribed wetness and low prescribed degree of superheating at the end of the evaporator channel was shown.



Inhaltsverzeichnis

	Seite
Verwendete Formelzeichen	
1. Einführung	1
2. Annahmen und Rechenmodell	1
3. Die thermodynamische und gasdynamische Beschreibung der Dampfkontrollfläche	3
3.1 Die Grundgleichungen	3
3.1.1 Die Kontinuitätsgleichung	3
3.1.2 Der Impulssatz	3
3.1.3 Die Energiegleichung	4
3.1.4 Die Zustandsgleichungen vom Heißdampf	5
3.1.5 Die Form des Verdampfungskanals	5
3.2 Umformung der Grundgleichungen	6
4. Die Grundgleichungen für die Wasserkontrollfläche	9
4.1 Die Grundgleichungen für den Sprühnebel	9
4.1.1 Der maximale Tropfendurchmesser	10
4.1.2 Die Verteilungsfunktion	10
4.2 Die Grundgleichungen für einen Wassertropfen	11
4.2.1 Die Energiegleichung	11
4.2.2 Die Bewegungsgleichung	14
4.2.3 Die thermische und kalorische Zustandsgleichung des Wassers	14
5. Zusammenstellung des Gleichungssystems	15
6. Numerische Ergebnisse	18
7. Zusammenfassung	19
Literaturverzeichnis	20

Verwendete Formelzeichen:

Bezeichnungen

A	Fläche
a_1, a_2, \dots	Konstanten
B	Spalding-Zahl
B_1, B_2, \dots	Konstanten
c	Absolute Geschwindigkeit
C_w	Widerstandskoeffizient
c_p	Spezifische Wärmekapazität unter konstantem Druck
d	Durchmesser
F_w	Widerstand
h	Spezifische Enthalpie
L	Länge
M	Zahl der Tropfengruppen im Vorwärmungszustand
m	Masse
\dot{m}	Massendurchsatz
N	Zahl der Tropfengruppen im Verdampfungszustand
Nu	Nusselt-Zahl
n_i	Gesamte Tropfenzahl der i-ten Gruppe pro Zeiteinheit
Pr	Prandtl-Zahl
q	Spezifische Wärmemenge
r	Verdampfungswärme
Re	Reynolds-Zahl

T	Absolute Temperatur
v	spezifisches Volumen
w_0	eine Bezugsgeschwindigkeit mit dem Wert $w_0 = 100 \text{ m/s}$
w	Relative Geschwindigkeit zwischen Dampf und Tropfen
z_1, z_2, z_3	Funktionen abhängig von der verdampften Wassermenge, dem Impulsaustausch sowie dem Energieaustausch zwischen Tropfen und Dampf.
α	Wärmeübergangszahl
β	Allgemeine Konstante
$\tilde{\beta}$	Charakteristische Größe für Einspritzdüse
η	Dynamische Viskosität
λ	Wärmeleitvermögen
ρ	Dichte
τ	Zeit

Indizes und sonstige Zeichen

D	Dampf
i, j, k	Laufende Indizes
kr	Kritisch
max	Maximum
s	Sättigungszustand
T	Tropfen
w	Wasser
z	Zerstäubung
o	Anfangszustand
-	Mittlerer Wert
()	Beziehung
	Absoluter Wert
[]	Schrifttum

1. Einführung

Eine Ausführungsform eines Verdampfers zur Erzeugung von Sattedampf zur Kühlung eines dampfgekühlten schnellen Brutreaktors ist der 'Einspritz-Verdampfer'. Bei solcher Verdampferart werden feine Wassertropfen in strömenden überhitzten Dampf eingespritzt. Durch die Vorwärmung und Verdampfung des Wassers wird der Heißdampf bis auf Sattedampfzustand enthitzt. Die Querschnittsänderung des Verdampfers sowie die gegenseitige Beeinflussung zwischen Dampf und Wasser führt zur Änderung der verschiedenen thermodynamischen und gasdynamischen Größen längs des Verdampfers. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Erfassung der verschiedenen thermodynamischen und gasdynamischen Vorgänge während der Verdampfung im Verdampfer. Zielsetzung war, ein theoretisches Verfahren zu entwickeln, das die Berechnung der 2-Phasen Strömung mit Verdampfung in einem 'Einspritz-Verdampfer' mit beliebiger Querschnittsänderung ermöglicht.

2. Das Rechenmodell und die Annahme

Das Modell zur Betrachtung der Zwei-Phasen-Strömung mit Verdampfung in einem Kanal mit beliebiger Querschnittsänderung zeigt Abb. 1. Die Kontrollfläche für die Zwei-Phasen-Strömung mit Verdampfung wird in drei voneinander abhängige Kontrollflächen zerlegt. Innerhalb der ersten Kontrollfläche wird die reine überhitzte Dampfströmung betrachtet, die zweite Kontrollfläche gilt für reine Wassertropfen im Vorwärmungszustand und die dritte für reine Wassertropfen im Sattedampfzustand. Zwischen den drei Kontrollflächen findet Stoff-, Wärme- und Impulsaustausch statt:

- a) Stoffaustausch zwischen Tropfen und Dampf als Folge der Verdampfung von Tropfen, sowie zwischen den Wasser-Kontrollflächen infolge der Erwärmung der Tropfen auf Sattedampfzustand.

- b) Wärmeaustausch zwischen Tropfen und Dampf als Ursache der Vorwärmung und Verdampfung der Tropfen, die zur Enthitzung des überhitzten Dampfes führt.
- c) Impulsaustausch als Folge des Widerstandes aller Tropfen im Dampf. Die Ursache des Tropfenwiderstandes ist der Schlupf zwischen Dampf und Tropfen.
- d) Die Abkühlung des Dampfes sowie die Vorwärmung und die Verdampfung der Tropfen führen zur gasdynamischen Querschnittsänderung der Kontrollflächen für Wasser und Dampf.

Bei der Entwicklung des Verfahrens wurde folgendes vorausgesetzt:

- eindimensionale stationäre Potentialströmung
- gleichmäßige Verteilung der Tropfen im Dampfstrom am Anfang der Verdampfungsstrecke
- keine Rekombination und Zerfall der Tropfen
- sphärische Tropfenform
- die Tropfen enthalten keine Salze und Verunreinigungen.
- es herrscht thermodynamisches Gleichgewicht.
- kein Wärmeaustausch mit der Umgebung.

3. Thermodynamische und gasdynamische Beschreibung der Kontrollfläche

3.1 Die Grundgleichungen

3.1.1 Die Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung für die Dampfkontrollfläche lautet:

$$\dot{m}_D = d (\rho_D c_D A_D) \quad (1)$$

oder

$$\frac{d\rho_D/dz}{\rho_D} + \frac{dA_D/dz}{A_D} + \frac{dc_D/dz}{c_D} = z_1 \quad (2)$$

wobei ρ_D die Dampfdichte, A_D der freie Querschnitt für die Dampfströmung und c_D die Dampfgeschwindigkeit bedeuten.

z_1 ist eine Funktion der verdampften Wassermenge

$$z_1 = - \frac{\sum_{i=1}^N n_i \frac{dm_{Ti}}{dz}}{\rho_D c_D A_D} \quad (3)$$

wobei n_i die gesamte Tropfenzahl der i -ten Tropfengruppe pro Zeiteinheit,

$\frac{dm_{Ti}}{dz}$ die Tropfen-Verdampfungsrate der i -ten Gruppe längs des Verdampfers und N die gesamte Zahl der Tropfengruppen sind, die sich im Verdampfungszustand befinden.

3.1.2 Der Impulssatz

Der Impulssatz für die Dampfkontrollfläche unter Vernachlässigung der Wandreibung und des Dampfgewichtes lautet:

$$\frac{dp/dz}{p} + \frac{\rho_D c_D^2}{p} \frac{dc_D/dz}{c_D} = z_2 \quad (4)$$

Hierin bedeuten:

p der Druck

z_2 eine Funktion des Impulsaustausches zwischen Tropfen und Dampf.

$$z_2 = \frac{\sum_{i=1}^{M+N} \left\{ -n_i m_{Ti} \frac{dc_{Ti}}{dz} + n_i (c_D - c_{Ti}) \frac{dm_{Ti}}{dz} \right\}}{A_D \cdot p} \quad (5)$$

wobei m_{Ti} die Tropfenmasse, c_{Ti} die Tropfengeschwindigkeit und (M+N) die gesamte Zahl der Tropfengruppen bedeuten.

3.1.3 Die Energiegleichung

Unter Vernachlässigung des Wärmeverlustes an die Umgebung des gesamten Systems und bei Annahme, daß die verdampfende Wassermenge spontan die Heißdampftemperatur annimmt, lautet die Energiegleichung:

$$\frac{dh_D}{dz} + c_D \frac{dc_D}{dz} = z_3 \quad (6)$$

h_D bezeichnet die spezifische Dampfenthalpie. z_3 ist eine Funktion des Wärmeaustausches zwischen Wassertropfen und Dampf pro kg Dampf.

$$z_3 = - \frac{\sum_{i=1}^{M+N} \left\{ n_i \left(m_{Ti} \frac{dh_{Ti}}{dz} - r \frac{dm_{Ti}}{dz} \right) - n_i \left(\frac{c_D^2 - c_{Ti}^2}{2} \right) \frac{dm_{Ti}}{dz} \right\}}{\rho_D c_D A_D} - z_1 (h_D - h_{Ds}) \quad (7)$$

wobei h_{Ti} die Tropfenenthalpie der i -ten Tropfengruppe, r die Verdampfungswärme und h_{Ds} die Dampfenthalpie im Sättigungszustand bedeuten.

3.1.4 Die Zustandsgleichungen vom Heißdampf

Die thermische- und kalorische Zustandsgleichung geben das spezifische Dampfvolumen und die spezifische Dampfenthalpie in Abhängigkeit vom Dampfdruck und von der Dampftemperatur an:

$$v_D = v_D(p, T_D) \quad (8)$$

$$h_D = h_D(p, T_D) \quad (9)$$

Es wurden die halbempirischen VDI-Zustandsgleichungen [1,2] oder Polynome, welche die VDI-Wasserdampf tafeln approximieren [3], verwendet, je nachdem, welcher Dampfdruck- und Dampftemperaturbereich in Betracht kommt. In Abb. 2 ist die Abgrenzung der Gültigkeitsbereiche der Polynome gegen die VDI-Zustandsgleichungen im p - T -Diagramm dargestellt, und es sind die maximalen Fehler angegeben.

3.1.5 Die Form des Verdampfungskanals

Die Form des Verdampfungskanals wurde allgemein durch die folgende Beziehung wiedergegeben:

$$A = A(z) \quad (10)$$

Der Kanalquerschnitt, der für die Dampfströmung frei bleibt, läßt sich wie folgt ausdrücken:

$$A_D = A - \sum_{i=1}^{M+N} \frac{n_i m_{Ti} v_{Ti}}{c_{Ti}} \quad (11)$$

3.2 Umformung der Grundgleichungen für die Dampfkontrollfläche

Aus dem Impulssatz für die Dampfkontrollfläche (Gl.4) erhält man:

$$\frac{dc_D}{dz} = \frac{pz_2}{\rho_D c_D} - \frac{1}{\rho_D c_D} \frac{dp}{dz} \quad (12)$$

Die Energiegleichung für die Dampfkontrollfläche (Gl.6) läßt sich mit Hilfe von Gl. (12) umformen

$$\frac{dh_D}{dz} = z_3 - \frac{pz_2}{\rho_D} + \frac{1}{\rho_D} \frac{dp}{dz} \quad (13)$$

Die Ableitung der Temperatur nach der Verdampferlänge $\left(\frac{dT_D}{dz}\right)$ erhält man aus der kalorischen Zustandsgleichung des Dampfes (Gl. 9):

$$\frac{dT_D}{dz} = \left\{ \frac{dh_D}{dz} - \left(\frac{\partial h_D}{\partial p}\right) \frac{dp}{dz} \right\} / \left(\frac{\partial h_D}{\partial T_D}\right) \quad (14)$$

Setzt man $\left(\frac{dh_D}{dz}\right)$ aus Gl. (13) in Gl. (14), so erhält man:

$$\frac{dT_D}{dz} = \frac{\left\{ z_3 - \frac{pz_2}{\rho_D} \right\}}{\left(\frac{\partial h_D}{\partial T_D}\right)} + \frac{\left\{ \frac{1}{\rho_D} - \left(\frac{\partial h_D}{\partial p}\right) \right\}}{\left(\frac{\partial h_D}{\partial T_D}\right)} \frac{dp}{dz} \quad (15)$$

Aus der thermischen Zustandsgleichung (Gl. 8) läßt sich $(d\rho_D/dz)$ ableiten

$$\frac{d\rho_D}{dz} = -\rho_D^2 \left\{ \left(\frac{\partial v_D}{\partial p}\right) \frac{dp}{dz} + \left(\frac{\partial v_D}{\partial T_D}\right) \frac{dT_D}{dz} \right\} \quad (16)$$

Setzt man $\left(\frac{dT_D}{dz}\right)$ aus Gl. (15) in Gl. (16), so erhält man:

$$\frac{d\rho_D}{dz} = -\rho_D^2 \left(\frac{\partial v_D}{\partial p}\right) \left\{ 1 + \frac{\left(\frac{\partial v_D}{\partial T_D} / \frac{\partial v_D}{\partial p}\right) \left(\frac{1}{\rho_D} - \frac{\partial h_D}{\partial p}\right)}{\left(\frac{\partial h_D}{\partial T_D}\right)} \right\} \frac{dp}{dz}$$

$$- \rho_D^2 \left(\frac{\partial v_D}{\partial T_D}\right) \frac{(z_3 - pz_2/\rho_D)}{\left(\frac{\partial h_D}{\partial T_D}\right)} \quad (17)$$

Die Kontinuitätsgleichung (Gl. 2) läßt sich umformen

$$\frac{dA_D/dz}{A_D} = z_1 - \frac{d\rho_D/dz}{\rho_D} - \frac{dc_D/dz}{c_D} \quad (18)$$

Setzt man $(d\rho_D/dz)$ aus Gl. (17) und (dc_D/dz) aus Gl. (12) in Gl. (18), so läßt sich Gl. (18) in der folgenden Form ausdrücken:

$$\frac{dA_D}{dz} = A_D \left\{ z_1 + \rho_D \left(\frac{\partial v_D}{\partial T_D}\right) \frac{(z_3 - \frac{pz_2}{\rho_D})}{\left(\frac{\partial h_D}{\partial T_D}\right)} - \frac{pz_2}{\rho_D c_D^2} \right\}$$

$$+ A_D \left\{ \rho_D \left(\frac{\partial v_D}{\partial p}\right) \left(1 + \left(\frac{\partial v_D}{\partial T_D} / \frac{\partial v_D}{\partial p}\right) \frac{\left(\frac{1}{\rho_D} - \frac{\partial h_D}{\partial p}\right)}{\frac{\partial h_D}{\partial T_D}}\right) + \frac{1}{\rho_D c_D^2} \right\} \frac{dp}{dz}$$

(19)

Aus Gl. (19) erhält man

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\frac{dA_D}{dz} - A_D \left\{ z_1 + \rho_D \frac{(\partial v_D)}{(\partial T_D)} \frac{\left(z_3 - \frac{pz_2}{\rho_D} \right)}{(\partial h_D / \partial T_D)} - \frac{pz_2}{\rho_D c_D^2} \right\}}{A_D \left\{ \rho_D \frac{(\partial v_D)}{(\partial p)} \left\{ 1 + \left(\frac{\partial v_D}{\partial T_D} \right) \frac{(\partial v_D)}{(\partial p)} \frac{(1/\rho_D - \partial h_D / \partial p)}{\partial h_D / \partial T_D} \right\} + \frac{1}{\rho_D c_D^2} \right\}}$$

(20)

Damit sind die Grundgleichungen für die Dampfkontrollfläche in ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung umgeformt, die zur numerischen Lösung geeignet sind.

4. Die Grundgleichungen für die Wasserkontrollfläche

4.1 Die Grundgleichungen für den Sprühnebel

4.1.1 Der maximale Tropfendurchmesser

Der größte Tropfendurchmesser d_{\max} läßt sich bei der Zerstäubung durch ein Stabilitätskriterium bestimmen [4]

$$\left(\frac{\sigma}{\rho_w w_z^2 d_{\max}} \right) \cdot \left(1 + a_1 \frac{\eta_w^2}{\sigma \rho_w d_{\max}} \right)^n \cdot \left(1 - a_2 \frac{\rho_D}{\rho_w} \right)^m = a_3 e^{a_4 \left(\frac{w_z}{w_0} \right)} \quad (21)$$

Hierin bedeuten:

a_1, a_2, a_3, a_4, m und n Konstanten, die aus theoretischen Überlegungen und experimentellen Ergebnissen für den Zerfall von Flüssigkeitsstrahlen in Luft bestimmt wurden [4,5] -
 $a_1 = 0,57 \cdot 10^5$; $a_2 = 0,5$; $a_3 = 1,55 \cdot 10^5$; $a_4 = 0,9$; $m = 1$ und $n = 1/12$. Da keine Werte für diese Konstanten für die Zerstäubung eines Wasserstrahls im überhitzten Dampf vorliegen, wurden sie für unsere Untersuchungen näherungsweise verwendet.

w_z die relative Geschwindigkeit zwischen Dampf und Strahl im Zerstäubungsgebiet

w_0 eine Bezugsgeschwindigkeit mit dem Wert $w_0 = 100$ m/s

η_w, ρ_w Wasserzähigkeit und Wasserdichte, abhängig vom Druck und der Temperatur

ρ_D Dampfdichte, abhängig vom Druck und der Temperatur

Die Oberflächenspannung σ zwischen Dampf und Tropfen wurde aus der folgenden Beziehung [6] ermittelt:

$$\sigma = B_0 \left\{ \frac{B_1 (T_{kr} - T_w)^2}{1 + B (T_{kr} - T_w)} + \sum_{i=2}^5 B_i (T_{kr} - T_w)^i \right\} \quad (22)$$

Die Werte $B_0, B_1, B_2 \dots$ usw. sind Konstanten.

4.1.2 Die Verteilungsfunktion

Zur Bestimmung des Tropfenspektrums wurden die Tropfen nach ihrer Größe in (M+N)-Gruppen unterteilt. Die Gruppen 1 bis (M+N-2) sowie die beiden letzten Gruppen zusammen sollen das gleiche Volumen bzw. das gleiche Gewicht besitzen. Zur Bestimmung der Grenzen der Durchmesser jeder Gruppe wurde die folgende Beziehung für die Volumensummenkurve verwendet [5]:

$$\frac{\Delta v_{i,i+1}}{v_0} = \frac{e^{-\frac{\tilde{B}}{x_{i+1}}}}{e^{-\tilde{B}}} - \frac{e^{-\frac{\tilde{B}}{x_i}}}{e^{-\tilde{B}}} \quad (23)$$

$$i = 1, \dots (M+N-1)$$

wobei $x_i = \frac{d_i}{d_{\max}}$ und \tilde{B} eine Konstante ist, die vom Typ der Einspritzdüse abhängig ist (für Druckdüse ist $\tilde{B} = 0,3$).

Für jede Tropfengruppe wurde ein mittlerer Tropfendurchmesser als das Verhältnis des gesamten Volumens aller Tropfen zur gesamten Oberfläche aller Tropfen definiert (der Sauter'sche mittlere Durchmesser); damit erhält man für den mittleren Durchmesser \bar{d}_i :

$$\bar{d}_i = d_{\max} \frac{\int_{x_i}^{x_{i+1}} x^3 \, dn}{\int_{x_i}^{x_{i+1}} x^2 \, dn}$$

$$= d_{\max} \left\{ \frac{e^{-\bar{B}/x_{i+1}/\bar{B}}}{e^{-\bar{B}/x_{i+1}} \left(\frac{1}{\bar{B}^2} + \frac{1}{\bar{B} x_{i+1}} \right)} - \frac{e^{-\bar{B}/x_i/\bar{B}}}{e^{-\bar{B}/x_i} \left(\frac{1}{\bar{B}^2} + \frac{1}{\bar{B} x_i} \right)} \right\}$$

(24)

$$i = 1, \dots (M+N-1)$$

In der letzten Gruppe sind die Tropfen mit dem maximalen Durchmesser enthalten.

Die Zahl der Tropfen jeder Gruppe erhält man aus der gesamten Gruppenmasse und der Masse eines Tropfens. Das Massenverhältnis der letzten zwei Gruppen untereinander wird durch einen Teilungsfaktor ξ definiert, wobei

$$\xi = \frac{\text{Masse der (M+N-1)ten Gruppe}}{\text{Masse der (M+N)ten Gruppe}} \quad \text{ist.}$$

4.2 Die Grundgleichungen für einen Wassertropfen

4.2.1 Die Energiegleichung

Abbildung 3 zeigt das Modell für das Verhalten von Wassertropfen.

Während des Vorwärmungszustandes der Tropfen wird die ausgetauschte Wärme q_j zwischen Dampf und Tropfen in Tropfenenthalpie umgewandelt, und man erhält für die Energiegleichung die Beziehung

$$m_{Tj} c_{Tj} \frac{d h_{Tj}}{dz} = q_j \quad (25)$$

$$j = 1, \dots M$$

wobei m_{Tj} , c_{Tj} und h_{Tj} die Tropfenmasse, die Tropfengeschwindigkeit und die spezifische Tropfenenthalpie von der j -ten Gruppe bedeuten. M bezeichnet die gesamte Zahl der Tropfengruppen verschiedener Größen, die sich im Vorwärmungszustand befindet.

Für die sich im Sättigungszustand befindlichen Tropfen wird die übertragene Wärme q_i in Verdampfungswärme umgewandelt. Die Energiegleich lautet:

$$r c_{Ti} \frac{d m_{Ti}}{dz} = q_i \quad (26)$$

$$i = 1, \dots N$$

wobei r die Verdampfungswärme, c_{Ti} und m_{Ti} die Tropfengeschwindigkeit und die Tropfenmasse der i -ten Gruppe bezeichnen. N ist die Zahl der Tropfengruppen, die sich im Sättigungszustand befindet.

Die übertragene Wärme q läßt sich als Funktion der Wärmeübergangszahl α , der Tropfenoberfläche A_s und des Temperaturgradienten ΔT ausdrücken.

$$q_k = \alpha_k A_{s_k} \Delta T_k \quad (27)$$

$$k = 1, \dots M+N$$

mit

$$\Delta T_k = T_D - T_{Tk} \quad k = 1, \dots M \quad (28)$$

$$\Delta T_k = T_D - T_s \quad k = M+1, \dots M+N \quad (29)$$

$$T_s = T_s(p)$$

Die Wärmeübergangszahl α_k läßt sich aus der Nu-Zahl bestimmen.

$$\alpha_k = \lambda_{Dk} \text{Nu}_k / d_{Tk} \quad (30)$$

$$k = 1, \dots M+N$$

Hierin bedeuten:

λ_{Dk} das Wärmeleitvermögen des Dampfes - eine Funktion des Druckes und der Temperatur

d_{Tk} der Tropfendurchmesser

Die Nu-Zahl wird aus der folgenden Beziehung ermittelt [7]:

$$\text{Nu}_k = \frac{1}{(1+B_k)^{0,6}} (2,0 + 0,369 \text{Pr}_k^{1/3} \text{Re}_k^{1/2})$$

$$k = 1, \dots M+N \quad (31)$$

Hierin bedeuten:

Pr_k Prandtl-Zahl der k-ten Tropfengruppe

$$\text{Pr}_k = c_{pDk} \mu_{Dk} / \lambda_{Dk} \quad k = 1, \dots M+N \quad (32)$$

Re_k Reynolds-Zahl der k-ten Tropfengruppe

$$\text{Re}_k = \frac{d_{Tk} \rho_{Dk} |w_k|}{\mu_{Dk}} \quad k = 1, \dots M+N \quad (33)$$

B_k Spalding-Zahl der k-ten Tropfengruppe

$$B_k = \frac{c_{pDk} \Delta T_k}{r} \quad k = 1, \dots M+N \quad (34)$$

w_k Die relative Geschwindigkeit zwischen Dampf und Tropfen der k-ten Gruppe.

Die dynamische Zähigkeit μ_{Dk} , die spezifische Wärmekapazität unter konstantem Druck c_{pDk} , die Dampfdichte ρ_{Dk} sowie das Wärmeleitvermögen λ_{Dk} wurden für eine mittlere Dampftemperatur bestimmt. Diese wird als das arithmetische Mittel aus Dampftemperatur und Tropfentemperatur der **k-ten** Gruppe berechnet.

$$\left. \begin{aligned} \mu_{Dk} &= \mu_D (p, T_k) ; & c_{pDk} &= c_{pD} (p, T_k) ; \\ \rho_{Dk} &= \rho_D (p, T_k) ; & \lambda_{Dk} &= \lambda_D (p, T_k) \\ \text{mit } T_k &= (T_D + T_{Tk})/2 & k &= 1, \dots, M+N \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

4.2.2 Die Bewegungsgleichung eines Tropfens

Die Bewegungsgleichung eines senkrecht bewegten Tropfens der **k-ten** Gruppe lautet:

$$\frac{d c_{Tk}}{dz} = - \frac{g(\rho_{Tk} - \rho_D)}{\rho_{Tk} c_{Tk}} - \frac{3 C_{wk}}{d_{Tk}} \left(\frac{\rho_D}{\rho_{Tk}} \right) |w_k| w_k \quad (36)$$

$k = 1, \dots, M+N$

Zur Berechnung des Widerstandskoeffizienten C_{wk} wurde folgende Beziehung verwendet [8]:

$$C_{wk} = \frac{24}{Re_k} (1 + 0,197 Re_k^{0,63} + 2,6 \cdot 10^{-4} Re_k^{1,38}) \quad (37)$$

$k = 1, \dots, M+N$

4.2.3 Thermische und kalorische Zustandsgleichung des Wassers

Das spezifische Volumen und die spezifische Enthalpie des Wassers werden durch die thermische und die kalorische Zustandsgleichung ausgedrückt. Zur Berechnung dieser Größen dienten die aufgestellten Näherungsformeln aus den VDI-Wasserdampf Tafeln [2].

$$v_{Tk} = v_T (p, T_{Tk}) \quad (38)$$

$$h_{Tk} = h_T (p, T_{Tk}) \quad (39)$$

$$k = 1, \dots, M+N$$

5. Zusammenstellung des Gleichungssystems

Das Gleichungssystem setzt sich aus $6+2(M+N)$ Differentialgleichungen erster Ordnung und $13+18(M+N)$ algebraischen Gleichungen zusammen, wobei M die gesamte Zahl der Tropfengruppen im Vorwärmungszustand und N die gesamte Zahl der Tropfengruppen im Verdampfungszustand bezeichnen. Dieses wurde in den Abschnitten 3 und 4 erläutert, es sei jedoch im folgenden noch einmal zusammengestellt:

$$\frac{dp}{dz} = F_1 \left(\frac{dA}{dz}, \frac{\partial v_D}{\partial T_D}, \frac{\partial v_D}{\partial p}, \frac{\partial h_D}{\partial p}, z_1, z_2, z_3, A_D, c_D, \rho_D, p \right) \quad (40)$$

$$\frac{dc_D}{dz} = F_2 \left(\frac{dp}{dz}, z_2, p, c_D, \rho_D \right) \quad (41)$$

$$\frac{dh_D}{dz} = F_3 \left(\frac{dp}{dz}, z_2, z_3, p, \rho_D \right) \quad (42)$$

$$\frac{dT_D}{dz} = F_4 \left(\frac{dp}{dz}, \frac{\partial h_D}{\partial T_D}, \frac{\partial h_D}{\partial p}, z_2, z_3, p, \rho_D \right) \quad (43)$$

$$\frac{d\rho_D}{dz} = F_5 \left(\frac{dp}{dz}, \frac{\partial v_D}{\partial T_D}, \frac{\partial v_D}{\partial p}, \frac{\partial h_D}{\partial T_D}, \frac{\partial h_D}{\partial p}, z_2, z_3, p, \rho_D \right) \quad (44)$$

$$\frac{dA_D}{dz} = F_6 (z) \quad (45)$$

$$\frac{dm_{Ti}}{dz} = F_{7i} (r, c_{Ti}, q_i) \quad (46)$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$\frac{dh_{Tj}}{dz} = F_{8j} (m_{Tj}, c_{Tj}, q_j)$$

$$j = 1, \dots, M \quad (47)$$

$$\frac{dc_{Tk}}{dz} = F_{9k} (c_D, \rho_D, c_{Tk}, \rho_{Tk}, d_{Tk}, C_{wk}, g)$$

$$k = 1, \dots, M+N \quad (48)$$

$$z_1 = f_1 (\dot{m}_D, n_i, \frac{dm_{Ti}}{dz}, i = 1, \dots, M+N) \quad (49)$$

$$z_2 = f_2 (A_D, p, n_i, m_{Ti}, c_{Ti}, \frac{dc_{Ti}}{dz}, i=1, \dots, M+N) \quad (50)$$

$$z_3 = f_3 (\dot{m}_D, r, n_i, m_{Ti}, c_{Ti}, \frac{dh_{Ti}}{dz}, \frac{dm_{Ti}}{dz}, i=1, \dots, M+N) \quad (51)$$

$$v_D = f_4 (p, T_D) \quad (52)$$

$$h_D = f_5 (p, T_D) \quad (53)$$

$$v_{Tk} = f_6 (p, T_{Tk}) \quad k = 1, \dots, M+N \quad (54)$$

$$h_{Tk} = f_7 (p, T_{Tk}) \quad k = 1, \dots, M+N \quad (55)$$

$$\frac{\partial v_D}{\partial T_D} = f_8 (p, T_D) \quad (56)$$

$$\frac{\partial v_D}{\partial p} = f_9 (p, T_D) \quad (57)$$

$$\frac{\partial h_D}{\partial T_D} = f_{10} (p, T_D) \quad (58)$$

$$\frac{\partial h_D}{\partial p} = f_{11} (p, T_D) \quad (59)$$

$$A_D = f_{12} (z) \quad (60)$$

$$q_k = f_{13} (\alpha_k, d_{Tk}, \Delta T_k)$$

$$k = 1, \dots, M+N \quad (61)$$

$$\Delta T_k = T_D - T_{Tk} \quad k = 1, \dots, M \quad (62)$$

$$\Delta T_k = T_D - T_S \quad k = M+1, \dots, M+N$$

$$\alpha_k = f_{14} (\lambda_{Dk}, Nu_k, d_{Tk}) \quad (63)$$

$$Nu_k = f_{15} (B_k, Pr_k, Re_k) \quad (64)$$

$$C_{wk} = f_{16} (Re_k) \quad k = 1, \dots, M+N \quad (65)$$

$$Pr_k = f_{17} (c_{pDk}, \mu_{Dk}, \lambda_{Dk}) \quad (66)$$

$$Re_k = f_{18} (d_{Tk}, \rho_{Dk}, w_k, \mu_{Dk}) \quad (67)$$

$$B_k = f_{19} (c_{pDk}, \Delta T_k, r) \quad (68)$$

$$\mu_{Dk} = f_{20} (p, T_k) \quad (69)$$

$$c_{pDk} = f_{21} (p, T_k) \quad (70)$$

$$\rho_{Dk} = f_{22} (p, T_k) \quad (71)$$

$$\lambda_{Dk} = f_{23} (p, T_k) \quad (72)$$

$$T_k = (T_D + T_{Tk})/2 \quad k = 1, \dots, M+N \quad (73)$$

$$T_S = f_{24} (p) \quad (74)$$

$$d_{\max} = f_{25} (\sigma, w_z, \rho_D, \rho_w, \eta_w) \quad (75)$$

$$\sigma = f_{26} (T, T_{kr}) \quad (76)$$

$$\Delta v_{i,i+1} = f_{27} (x_i, x_{i+1}, \tilde{B}) \quad i = 1, \dots, M+N \quad (77)$$

$$\bar{d}_i = f_{28} (x_i, x_{i+1}, \tilde{B}) \quad (78)$$

$$n_i = f_{29} (\Delta v_{i,i+1}, \bar{d}_i) \quad i = 1, \dots, M+N \quad (79)$$

6. Numerische Ergebnisse

1. Das Tropfenspektrum wurde in (M+N)-Gruppen unterteilt. Zur Bestimmung der Gruppenzahl (M+N) und des Teilungsfaktors ξ für die letzten zwei Gruppen wurde die Verdampfungslänge mit der Gruppenzahl, dem Teilungsfaktor und der Endfeuchte als Parameter berechnet. Aus Abbildung 4 erkennt man, daß der Feuchteverlauf längs des Verdampfungskanals nur schwach von dem Teilungsfaktor abhängig ist. Wie Abbildung 5 und 6 zeigen, strebt die Verdampfungslänge einen asymptotischen Wert an, je größer die Gruppenzahl ist. Es ist festzustellen, daß sich bei einer Gruppenzahl von $N = 10$ (bei diesem Beispiel wurde $M = 0,0$ angenommen) und einem Teilungsfaktor von $\xi = 9$ die Verdampfungslänge mit der Gruppenzahl nur noch sehr schwach ändert. Eine weitere Vergrößerung der Gruppenzahl führt zu einer erheblichen Verlängerung der Rechenzeit; dazu wurden 10 Gruppen und ein Teilungsfaktor $\xi = 9$ für die weiteren Berechnungen gewählt.
2. Den Verlauf der Dampftemperatur sowie der Dampffeuchte längs des Verdampfungskanals zeigen Abb.7 und 8. Die Dampftemperatur und die Dampffeuchte sinken im ersten Teil der Verdampfungsstrecke sehr stark, wo hohe Temperaturen und hohe Feuchte herrschen. Hohe Temperaturen bzw. hohe Feuchte haben hohe Temperaturgradienten und große Tropfenoberflächen zur Folge, was zu hohen Verdampfungsraten führt. Diese Verdampfungsrate nimmt im weiteren Verlauf des Prozesses bei Abnahme der Dampftemperatur und der Dampffeuchte längs des Verdampfungskanals stark ab.
3. Die Änderung des Tropfenspektrums längs des Verdampfungskanals ist in Tabelle 1 angegeben. Die großen Tropfen bestimmen in größerem Maße die Verdampfungslänge, insbesondere, wenn man trockenen Dampf am Austritt des Verdampfungskanals vorschreibt. Z.B. ist für eine Änderung der Dampffeuchte $x \approx 0,86 \%$ auf $x < 0,01 \%$ bei einem Endüber-

hitzungsgrad von 10° eine Verdampfungslänge von 2 m erforderlich. Diese Tendenz der starken Zunahme der Verdampfungslänge für kleinere Endfeuchten und kleinere Endüberhitzungsgrade zeigt nochmals Abbildung 9.

7. Zusammenfassung

Zur Erfassung der verschiedenen thermodynamischen und gasdynamischen Vorgänge während der Verdampfung in einem Einspritzverdampfer wurde eine Theorie zur Berechnung der 2-Phasen-Strömung mit Phasenwechsel mit beliebiger Querschnittsänderung entwickelt. Zunächst wurde ein Rechenmodell zur Betrachtung des Problems gegeben, in welchem die Kontrollfläche in eine für reine überhitzte Dampfströmung und zwei für die Wassertropfen im Vorwärmungs- und Sättigungszustand zerlegt worden ist.

Die Grundgleichungen wurden unter verschiedenen Voraussetzungen für die Dampfkontrollfläche und für die Wasserkontrollflächen formuliert. Nach der Umformung der Grundgleichungen wurde das Gleichungssystem numerisch gelöst.

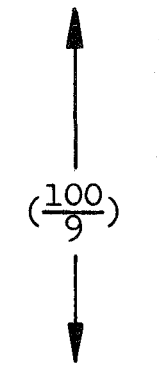
Es wurden die Gruppenzahl und die gesamte Tropfenzahl jeder Gruppe ermittelt. Die Verteilung des Tropfenspektrums, der Dampffeuchte und der Dampftemperatur längs des Verdampfungskanals wurden berechnet. Die numerischen Ergebnisse haben gezeigt, daß die Dampftemperatur und die Dampffeuchte am Anfang des Verdampfungskanals sehr stark abnehmen. Dies ist eine Folge großer Feuchte und eines hohen Überhitzungsgrades des Dampfes gegenüber den Wassertropfen am Eintritt in die Verdampferstrecke. Nach der anfänglichen starken Abnahme von Temperatur und Feuchte erfahren diese beiden Parameter auf ihrem weiteren Weg durch den Verdampfungskanal nur noch geringe Änderungen. Es wurde gezeigt, daß sich bei kleinerer vorgeschriebener Endfeuchte und einem niedrigeren Endüberhitzungsgrad am Austritt eine starke Zunahme der Verdampfungslänge ergibt.

Literaturverzeichnis:

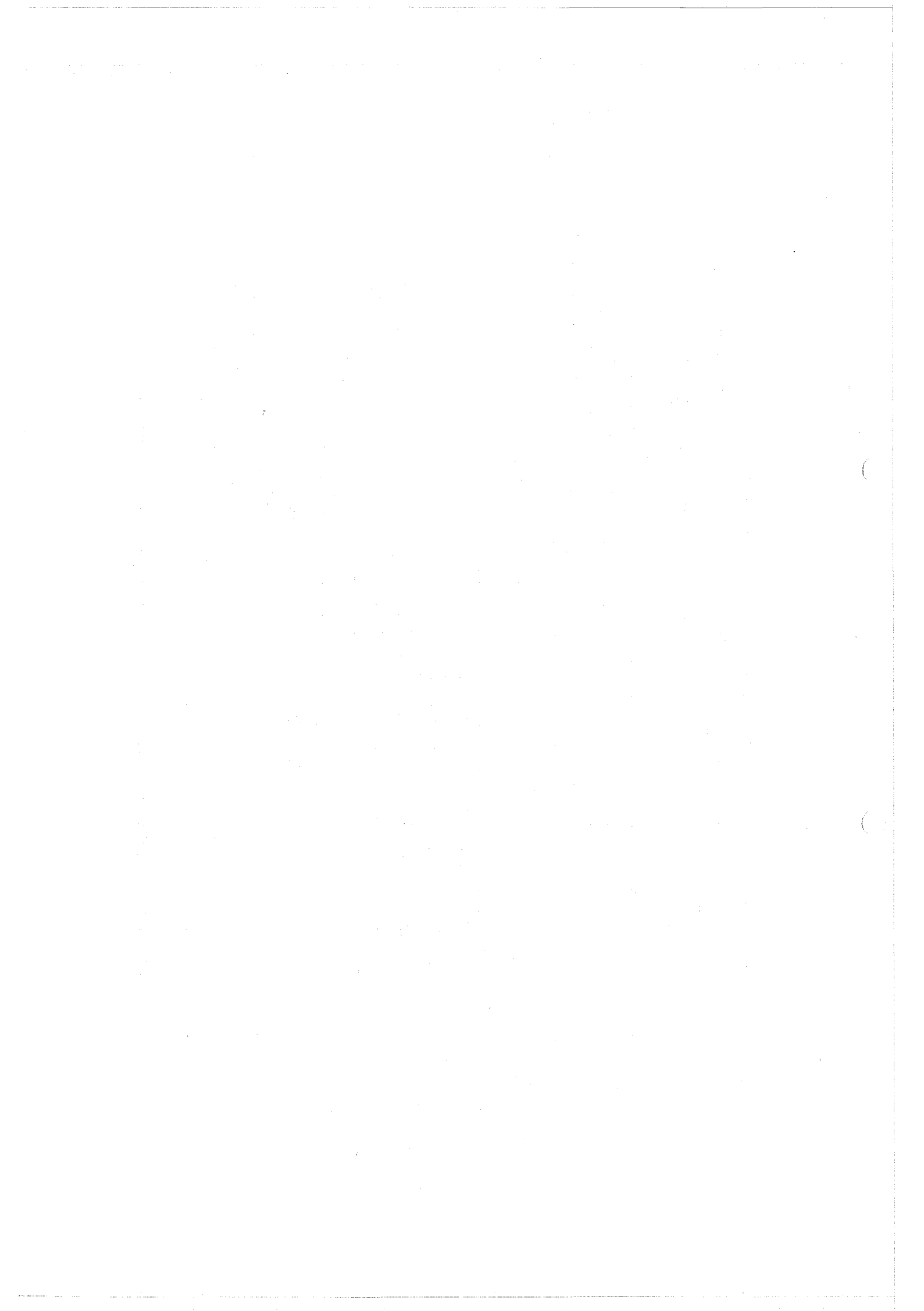
- [1] F. Mayinger, E. Schmidt, H. Tratz:
BWK 14, 1962, S. 261/66
- [2] E. Schmidt: VDI-Wasserdampf tafeln,
6. Aufl., Ausgabe A, Springer Verlag, 1963
- [3] W. Hübschmann, A. Vrijs: Erweiterte Dampfzustands-
programme HDI, HDV und TPE,
IRB-Arbeitsbericht Nr. 8/66, 1966
- [4] H.A. Troesch: Diss. ETH Nr. 2266, 1954 und
Chemie-Ing.-Technik, 26, 1954, 6, S. 311/320
- [5] H. Rinke, F. Fahrni: Verfahrenstechnik 8,
1967, S. 346/356
- [6] U. Grigull, I. Bach: BWK 18, Nr. 2, 1966,
S. 73/75
- [7] L.L. Ross and T.W. Hoffmann: Proceedings of the
Third International Heat Transfer, August 7-12,
1966, Vol. V, P. 50/59, AIChE, New York
- [8] J.P. Longwell: Combustion of liquid fuels in:
B. Lewis et al. (Editors): Combustion Processes,
Oxford University Press, Oxford 1956, P. 425 and
505
- [9] D.B. Spalding: The Aeronautical Quarterly,
Febr. 1959, P. 1/27
- [10] R.J. Priem and M.F. Heidmann: ARS Journal,
Nov. 1959, P. 836/842
- [11] D.L. Linning, A.F. Pexton and M.A.H.G. Alderson:
Journal Mechanical Engineering Science,
Vol. 10, No. 1, 1968, P. 64/73

Tabelle 1: Änderung des Tropfenspektrums längs des Verdampfungskanals

($x_{\text{Rest}} = 0,0$; $\Delta T_{\dot{u}} = 10^\circ$; $L_{\text{ver}} = 3,4452 \text{ m}$; $t_{\text{D1}} = 500^\circ \text{ C}$; $p_1 = 150 \text{ at}$;
 $t_{\text{T1}} = 340,56^\circ \text{ C}$; $c_{\text{T1}} = 32 \text{ m/s}$; $c_{\text{D1}} = 2 \text{ m/s}$; $N = 10$; $\xi = 9$)

L [m]		0,0	0,10694	0,5409	1,43952	2,30172	3,4452				
x %		35,08879	12,88482	3,93847	0,8602	0,20684	0,00989				
Gruppe j	Massenanteil %	$n_j \cdot 10^{-6}$ (*)	$\bar{r}_{\text{Toj}} [\mu\text{m}]$	$m_{\text{Tj}} [\mu\text{g}]$							
1		2621,28	20,1376	0,02081	Die Tropfen sind total verdampft worden.						
2		576,45	33,3625	0,09462							
3		245,263	44,3576	0,22238						0,0214	
4		119,086	56,4363	0,458						0,11269	
5		60,4064	70,7649	0,90289						0,34568	
6		30,6597	88,7135	1,7789						0,89763	0,10545
7		15,0634	112,427	3,62077						2,20403	0,62066
8		6,90797	145,79	7,89534						5,43716	2,43951
9	10	2,52488	196,866	19,44003	15,02779	8,98184	3,20956	0,9165	0,01079		
10	($\frac{10}{9}$)	0,165454	234,753	32,96232	26,92849	17,91351	8,13585	3,48363	0,67042		

(*) n_j ist die Zahl der Wassertropfen der j-ten Gruppe pro kg Dampf.



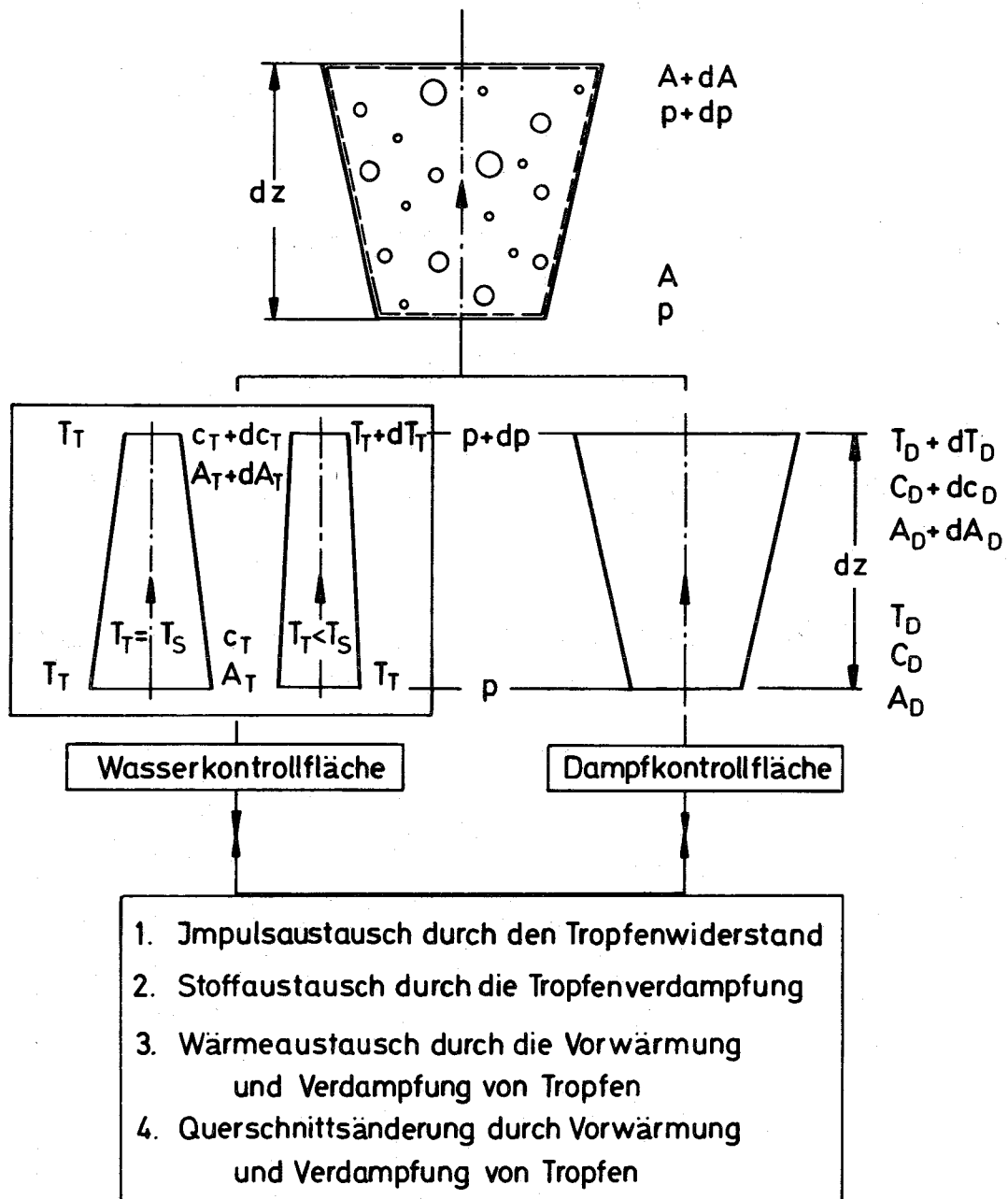
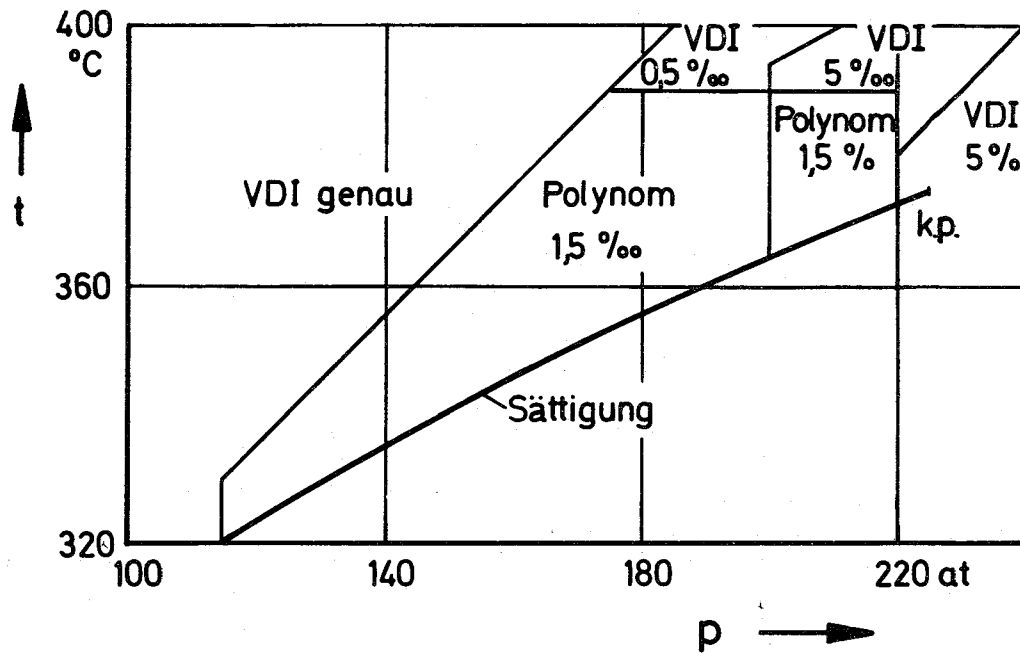
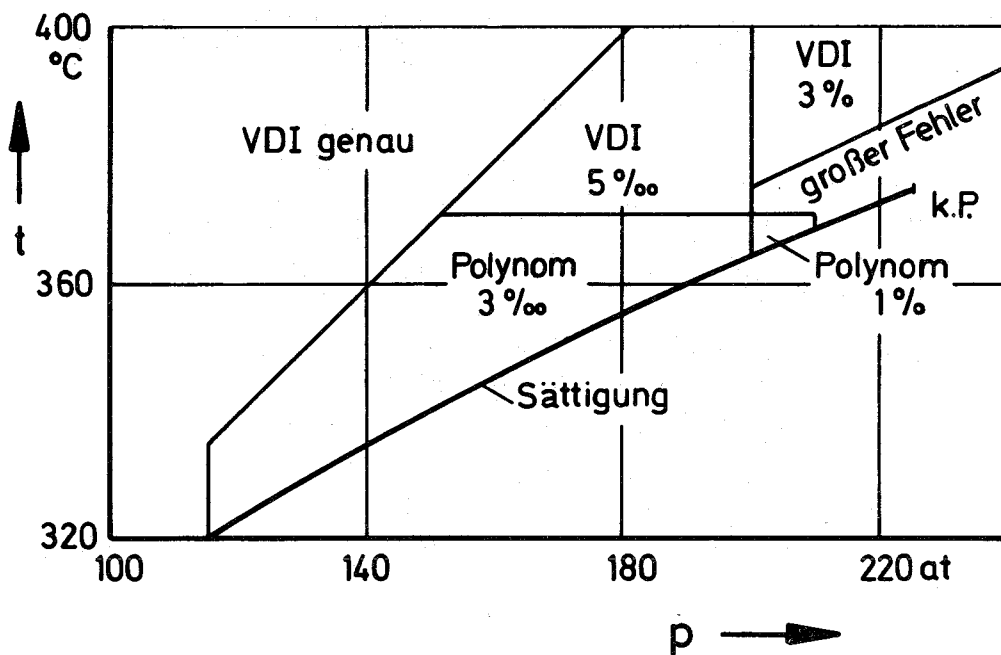


Abb. 1: Modell zur Betrachtung der 2-Phasen-Strömung mit Phasenwechsel in einem Kanal mit beliebiger Querschnittsänderung.



a) Fehlerbereiche für die Heißdampfenthalpie



b) Fehlerbereiche für das Heißdampfvolumen

Abb. 2: Abgrenzung der Gültigkeitsbereiche der Polynome gegenüber den VDI-Zustandsgleichungen im p - t -Diagramm.

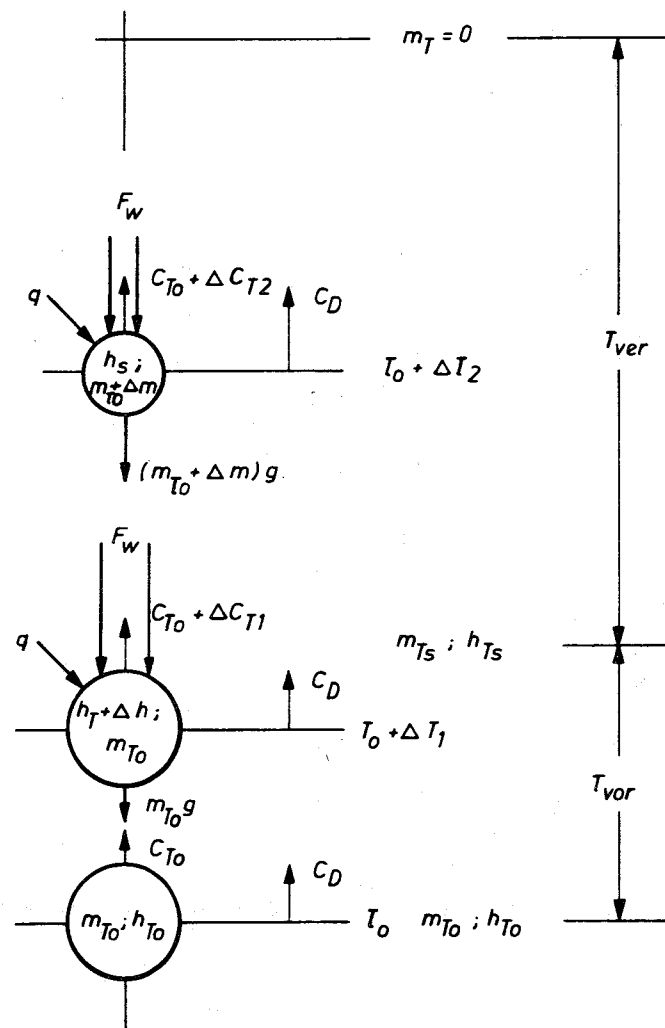


Abb. 3: Modell für das Verhalten von Wassertropfen.

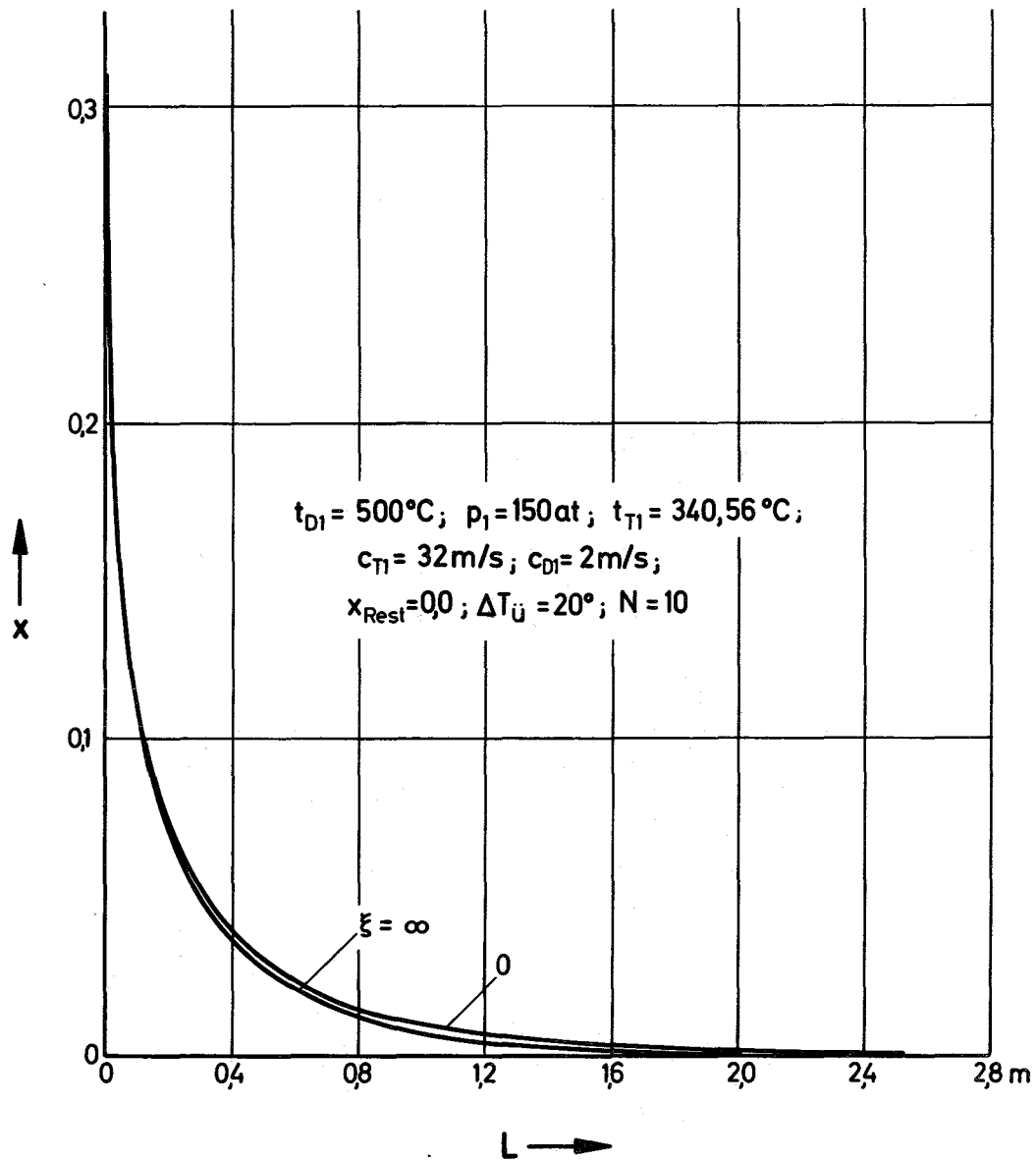


Abb. 4: Der Feuchteverlauf x längs eines Verdampfungs-kanals konstanten Querschnitts für verschiedene Teilungsfaktoren ξ .

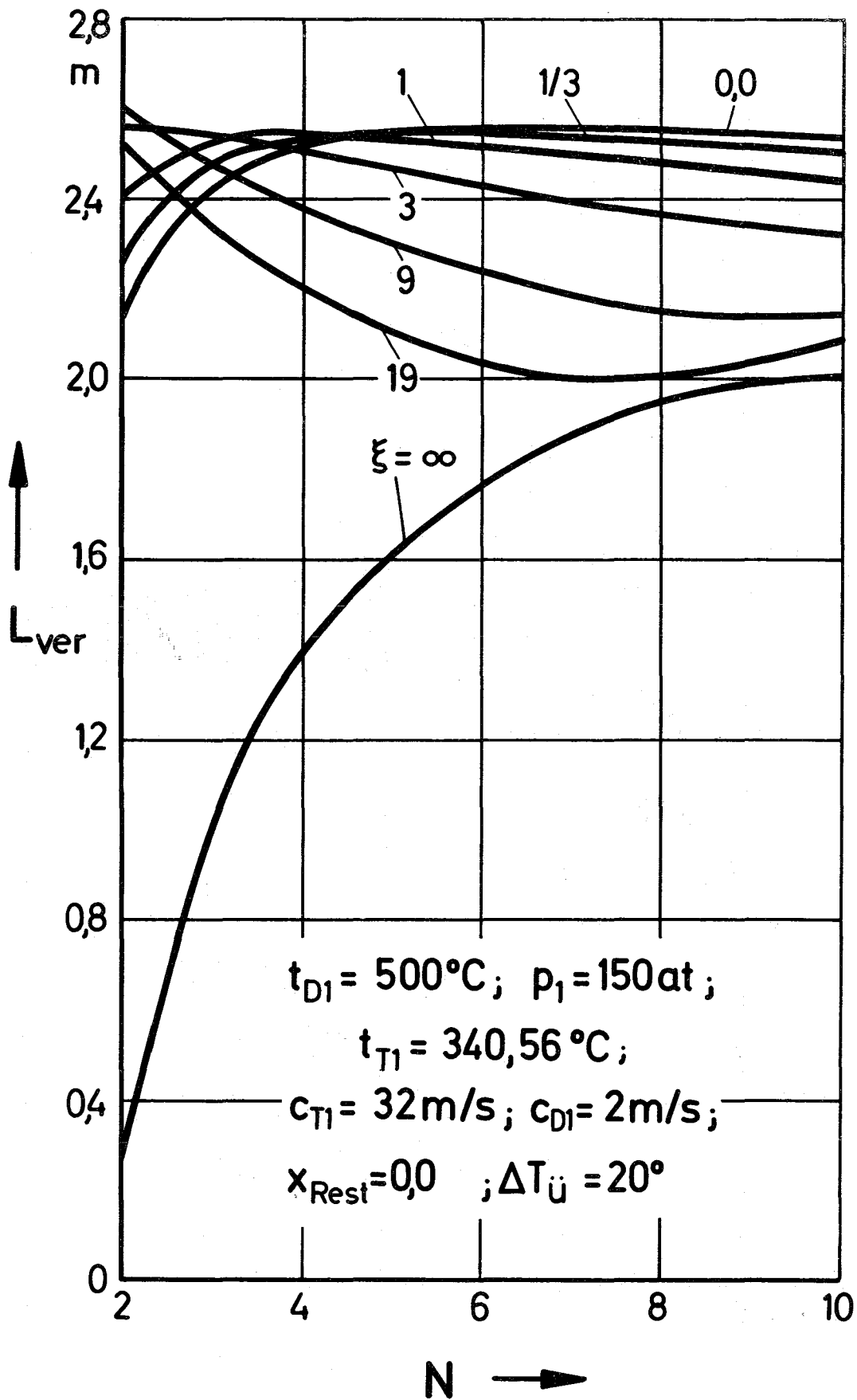


Abb. 5: Die Verdampfungslänge L_{ver} in einem Kanal konstanten Querschnitts in Abhängigkeit von der Gruppenzahl N und dem Teilungsfaktor ξ ($x_{\text{Rest}} = 0$)

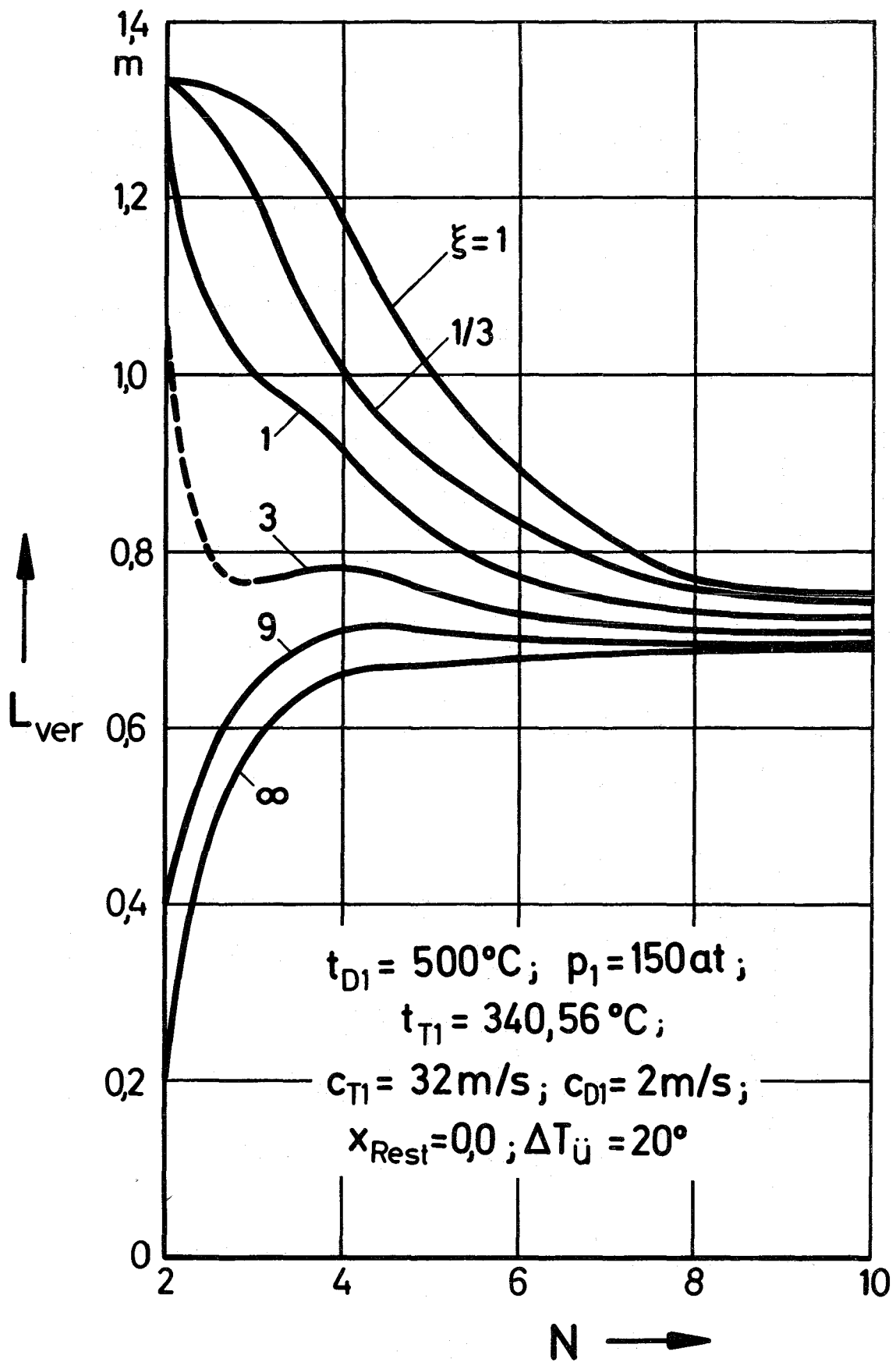


Abb. 6: Die Verdampfungslänge L_{ver} in einem Kanal konstanten Querschnitts in Abhängigkeit von der Gruppenzahl N und dem Teilungsfaktor ξ ($x_{\text{Rest}} = 0,02$)

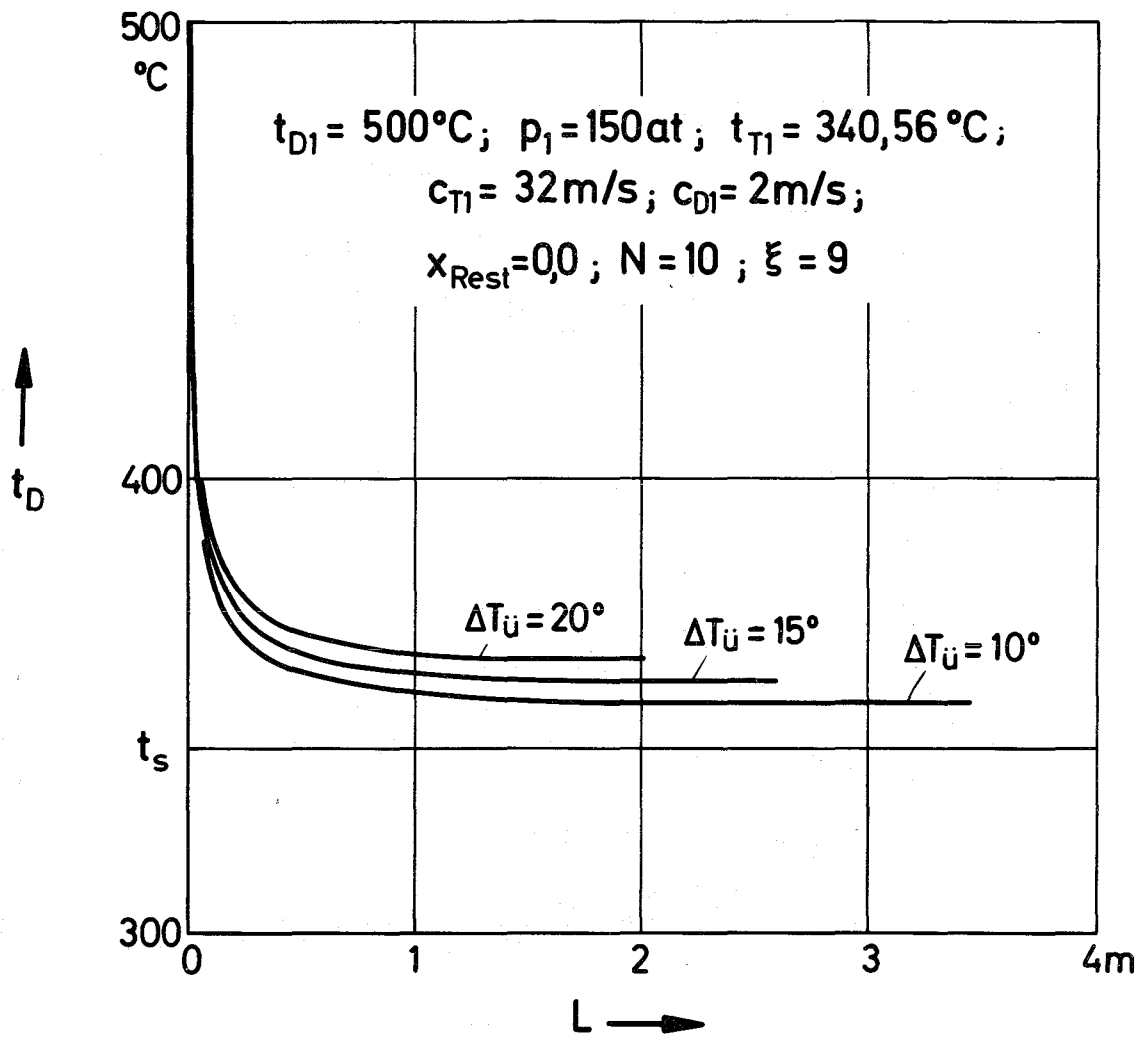


Abb. 7: Der Verlauf der Dampftemperatur t_D längs eines Verdampfungskanals konstanten Querschnitts für verschiedene Restüberhitzungsgrade $\Delta T_{\dot{u}}$.

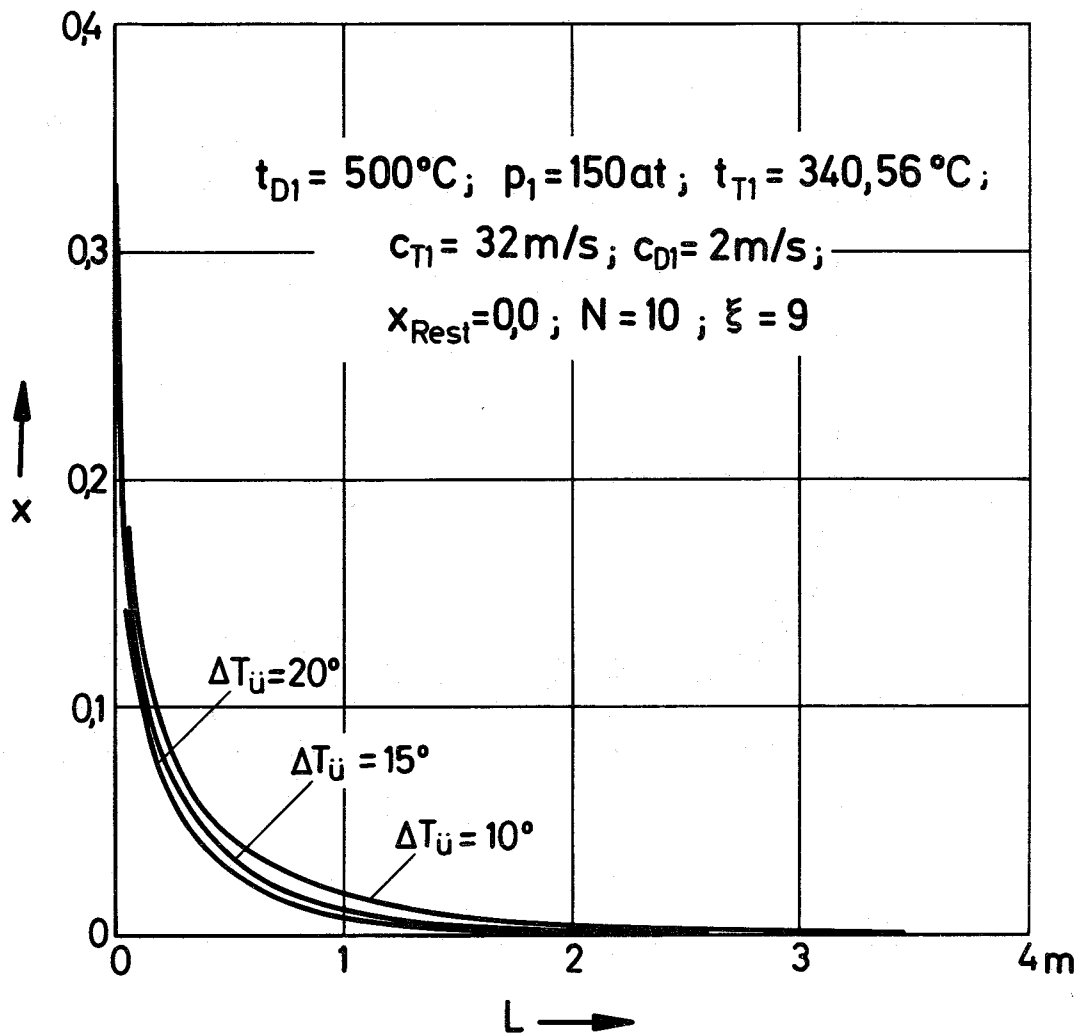


Abb. 8: Der Verlauf der Dampfeuchte x längs eines Verdampfungskanals konstanten Querschnitts für verschiedene Restüberhitzungsgrade $\Delta T_{\ddot{u}}$.

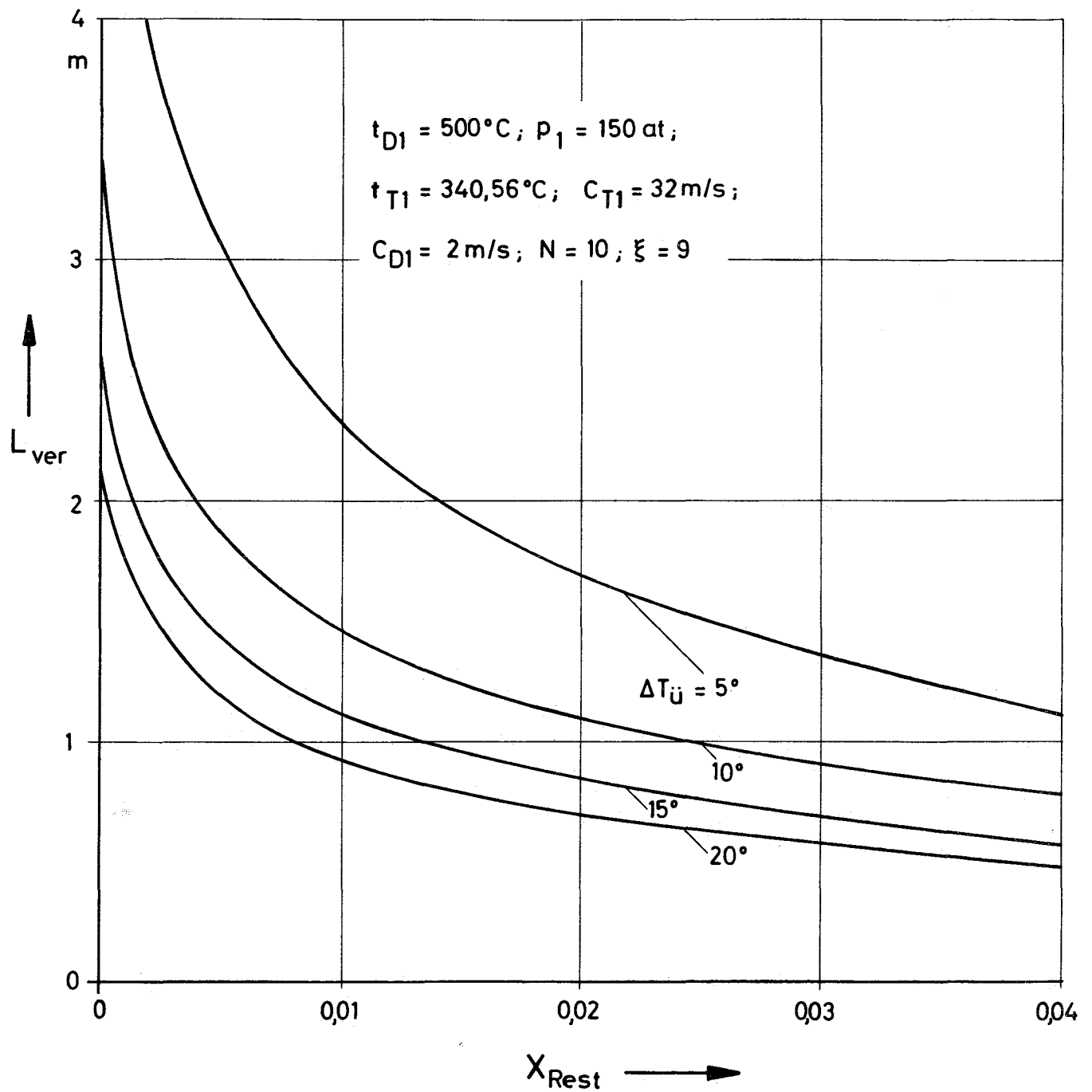


Abb. 9: Die Verdampfungslänge L_{ver} in einem Kanal konstanten Querschnitts in Abhängigkeit von der Endfeuchte x_{Rest} und dem Restüberhitzungsgrad $\Delta T_{\ddot{u}}$.

