

K E R N F O R S C H U N G S Z E N T R U M

KARLSRUHE

November 1971

KFK 1490

Institut für Angewandte Reaktorphysik Projekt Schneller Brüter

Theoretische Behandlung des Aerosolverhaltens im geschlossenen zylindrischen Behälter (Pardiseko 1)

K. Keller

GESELLSCHAFT FUR KERNFORSCHUNG M. B. H. KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M.B.H. KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

November 1971

KFK 1490

Institut für Angewandte Reaktorphysik

"Projekt Schneller Brüter"

THEORETISCHE BEHANDLUNG DES AEROSOLVERHALTENS

IM GESCHLOSSENEN ZYLINDRISCHEN BEHÄLTER

(PARDISEKO 1)

von

K. Keller

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

.

en en die angewonte dette were en eine deter Patro

and the second second

Zusammenfassung:

Nach einem schweren Störfall eines Reaktors können nukleare Aerosole in das Reaktorcontainment gelangen. Das Verhalten dieser Aerosole in dem geschlossenen System wird von folgenden Prozessen bestimmt: der Sedimentation, der Diffusion und der Koagulation. Diese physikalischen Prozesse wurden theoretisch behandelt und ein digitales Rechenprogramm erstellt (PARDISEKO 1).

Für die ausgeführten Rechnungen wurde angenommen, daß sich im Containment (zylindrischer Behälter) eine konstante Anfangskonzentration befindet.

Es wurde der zeitliche Verlauf der Teilchenkonzentration berechnet und die mit TUNA $\int 17$ experimentell erreichten Ergebnisse verglichen.

Summary

After a heavy accident in a reactor it is possible that nuclear aerosols reach the reactor-containment. The behaviour of these aerosols is governed by the following processes: sedimentation, diffusion and coagulation. These physical processes are mathematically treated and a digital computerprogram is developed (PARDISEKO 1).

In the numerical calculation it was assumed that the initial-concentration in the cylindrical containment is constant. The particle-concentration as a function of time was calculated and compared with the results $\int 1_{1}^{7}$ found by experimental measurements.

and a standard and a A standard a

Inhalt		Seite
1.	Einleitung	- 1 -
2.	Diffusion und Sedimentation	- 1 -
3.	Partikelgrößenverteilung und Partikelge- schwindigkeit	- 9 -
4.	Koagulation	- 11 -
5.	Numerische Rechnungen	- 12 -
6.	Literatur	- 14 -

.

1. Einleitung

Das Verhalten von Aerosolen in einem geschlossenen Behälter hat unter anderem bei Kernreaktoren eine Bedeutung. So können z. B. nach einem schweren Reaktorunfall radioaktive Brennstoffaerosole in das obere Containment gelangen und durch einen Druckaufbau in demselben in die Umwelt des Reaktors gebracht werden und diese somit gefährden.

Es soll hier nun das zeitliche Verhalten der Aerosole im geschlossenen zylindrischen Behälter theoretisch untersucht werden.

Hierbei wird der Fall angenommen, daß das Trägergas (Luft) in Ruhe ist. Das Verhalten von Aerosolen wird von folgenden physikalischen Effekten bestimmt:

- I. Diffusion
- II. Sedimentation
- III. Koagulation

Diese Effekte wurden mathematisch behandelt und ein digitales Rechenprogramm erstellt (PARDISEKO 1). Die mit diesem Programm erzielten Ergebnisse wurden mit den in $\frac{717}{17}$ ermittelten experimentellen Ergebnissen verglichen.

2. Diffusion und Sedimentation

Das Verhalten der Aerosole wird, wie bereits bemerkt, einmal durch die Diffusion unter der Einwirkung von äußeren Kräften bestimmt.

Die entsprechende Diffusionsgleichung lautet (in Vektorform):

(1)
$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \Delta c - div(c h 0)$$

Hierbei ist:

- c = Konzentration
- D = Diffusionskoeffizient
- Δ = Laplace-Operator
- h) = Geschwindigkeitsvektor (entsteht durch die Einwirkung äußerer Kräfte)
- t = Zeit

Auf die Aerosole wirkt in dem betrachteten zylindrischen Gefäß nur die Schwerkraft senkrecht nach unten (in negativer Z-Richtung). Die konstante Kraft ergibt eine konstante Geschwindigkeit in negativer Z-Richtung. Damit sind die Geschwindigkeitskomponenten $\mathcal{W}_x = \mathcal{W}_y = 0$ und $\mathcal{W}_z = -v$.

Damit lautet die Diffusionsgleichung (1):

(2)
$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \Delta c + v \text{ grad } c$$

Da es sich bei dem Aerosolbehälter um ein zylindrisches Gefäß handelt, ist es zweckmäßig, Gl. (2) in Zylinderkoordinaten umzuformen; sie lautet:

(2a)
$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} = \mathbf{D} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial z^2} \right) + \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial z}$$

Gl. (2a) ist linear, ihre allgemeine Lösung kann daher als Produkt von Funktionen der drei Veränderlichen r, z und t angesetzt werden. Damit gilt folgender Lösungsansatz:

(3)
$$c(r,z,t) = R(r) Z(z) T(t)$$

Gl. (2a) ist in z inhomogen; sie kann durch folgenden Ansatz in eine homogene überführt werden.

(4)
$$Z = Z^+ e^{-\frac{\mathbf{v}}{2D}z} e^{-\frac{\mathbf{v}^2}{4D}t}$$

Geht man mit Gl. (3) unter Berücksichtigung von Gl. (4) in Gl. (2a) ein, so erhält man:

(5)
$$\frac{1}{D}\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\frac{\partial^2 R}{\partial r}}{R} + \frac{1}{r}\frac{\partial R}{\partial r} + \frac{\frac{\partial^2 z^+}{\partial z}}{z^+} = -(k^2 + \lambda^2)$$

(Beide Seiten von (5) sind gleich, daher müssen sie gleich einer Konstanten (- $(k^2 + \lambda^2)$) sein.)

Hierbei wird der r-abhängige Teil durch die Konstante – k^2 , der z-abhängige Teil durch die Konstante – λ^2 repräsentiert.)

Aus Gl. (5) ergeben sich folgende Differentialgleichungen:

(6)
$$\frac{\partial T}{\partial t} \neq D (k^2 + \lambda^2) T = 0$$

(7)
$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + k^2 R = 0$$

(8)
$$\frac{\partial^2 Z^+}{\partial r^2} + \lambda^2 Z^+ = 0$$

 ∂z

Die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichungen (6) bzw. (8) lauten:

(9)
$$T(t) = e^{-D(k^2 + \lambda^2)} t$$

(10)
$$Z^{\dagger} = B_1 \cos(\lambda z) + B_2 \sin(\lambda z)$$

B₁ und B₂ sind hierbei Konstanten.

Die allgemeine Lösung der Besselschen Differentialgleichung nullter Ordnung (7) lautet:

(11)
$$R(r) = A J_{0}(kr) + E N_{0}(kr)$$

Hierbei ist:

 $J_0(kr)$ = Besselfunktion erster Art nullter Ordnung N₀(kr) = Besselfunktion zweiter Art nullter Ordnung A und E sind Komstanten.

Aus den Gleichungen (9), (10) und (11) kann nun, unter Berücksichtigung von Gl. (4), nach Gl. (3) die allgemeine Lösung der Gl. (2a) erhalten werden. Diese allgemeine Lösung ist an die bestehenden Rand- und Anfangsbedingungen anzupassen.

Die Randbedingungen sind, daß der Diffusionsfluß sowohl in z-Richtung am Behälterdeckel und -boden als auch in r-Richtung an der Zylinderwand verschwinden muß.

Es gilt daher:

a) für die z-Richtung:

(12) $D \frac{\partial c}{\partial z} + v c = 0$ (für z = H und z = 0)

Gl. (3) unter Beachtung der Gln. (9), (10), (11) und (4) in Gl. (12) eingesetzt, ergibt als Randbedingung für die z-Richtung:

(12a)
$$\frac{\partial Z^+}{\partial z} \div \frac{v}{2D} Z^+ = 0$$

b) für die r-Richtung:

(13)
$$D \frac{\partial c}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0$$

Hierbei ist R = Behälterradius.

Da die einmal auf die Behälterwand gelangten Aerosole dort auch kleben bleiben, muß dort auch die Konzentration null sein.

Damit gilt als weitere Randbedingung:

(14) c(R,z,t) = 0

Gl. (10) in die Randbedingung Gl. (12a) eingesetzt ergibt:

- 4 --

(15)
$$(\lambda B_2 + \frac{\mathbf{v}}{2D} B_1) \cos(\lambda z) + (\frac{\mathbf{v}}{2D} B_2 - \lambda B_1) \sin(\lambda z) = 0$$

G1. (15) ist für z = H (Behälterhöhe) und z = 0 (Behälterboden) erfüllt für alle:

(16)
$$\lambda_n = \frac{n\pi}{H}$$
; $n = 1, 2, 3...$

Diesen Wert für λ_n in Gl. (15) eingesetzt ergibt:

$$\sin((\frac{n\pi}{H}) H) = 0$$
, $\cos((\frac{n\pi}{H}) H) = (-1)^n$;

damit ergibt sich aus Gl. (15):

$$B_2 = -\frac{\frac{v}{2D}}{\lambda_n} B_1$$

Diesen Wert für B₂ in G1. (10) eingesetzt und B₁ = B_n gesetzt ergibt:

(17)
$$Z_n^+ = B_n \left(\cos(\lambda_n z) - \frac{v}{2D} \frac{1}{\lambda_n} \sin(\lambda_n z) \right)$$

Der Randbedingung Gl. (12a) genügt außerdem noch folgender Ausdruck:

(18)
$$Z_0^+ = B_0 e^{-\frac{v}{2D}z} + \frac{v^2}{4D}t$$

Die Neumannsche Funktion $N_0(kr)$ ist für r = 0 nicht endlich, dasber für r = 0 (Behältermitte) für die Konzentration ein endlicher Wert bestehen muß, kann sie keine Lösung des Problems sein.

Daher gilt für den r-abhängigen Teil nach Gl. (11):

(19)
$$R(r) = A J_0(kr)$$

- 5 -

Aus der Randbedingung G1. (14) folgt aus G1. (19)

(20)
$$0 = J_0(kr)$$

Gl. (20) hat unendlich viele Wurzeln, die asymptotisch im Abstande π aufeinander folgen.

Für die m-te derselben gilt:

(21)
$$k_m = \frac{1}{R} (m - \frac{1}{4}) \pi$$
; $m = 1, 2, 3 \dots$

Damit wird für den r-abhängigen Teil nach Gl. (19)

(22)
$$R_{m}(r) = A_{m} J_{0}(k_{m}r)$$

Unter Beachtung der Gln. (4), (17), (18) und (22) wird die vollständige, den Randbedingungen angepaßte Lösung der Gl. (2a) nach Gl. (3):

(23)
$$c(r,z,t) = B_{0} e^{-\frac{v}{D} z \cdot \omega} \sum_{\substack{m=1 \ m}}^{\infty} A_{m} J_{0}(k_{m}r) e^{-D k_{m}^{2} t} + e^{-\frac{v}{2D} z \cdot \sum_{\substack{n=1 \ m}}^{\infty} B_{n} (\cos(\lambda_{n}z) - \frac{v}{2D} \frac{1}{\lambda_{n}} \sin(\lambda_{n}z)) \sum_{\substack{m=1 \ m}}^{\infty} A_{m} J_{0} (k_{m}r) + e^{-\frac{v^{2}}{4D} t} = D(k_{m}^{2} + \lambda_{n}^{2}) t$$

Bestimmung der Amplitudenfaktoren B_n und A_m :

Die Amplitudenfaktoren A_m und B_n sind nun so zu bestimmen, daß zum Zeitpunkt t = 0 die allgemeine Lösung in die bestehende Anfangsbedingung übergeht.

Zum Zeitpunkt t = 0 soll im gesamten Behälter die Konzentration c₀ vorhanden sein. Damit ergibt sich aus Gl. (23) (Zeitfaktoren eins gesetzt und Gl. zerlegt):

(24)
$$I = \sum_{m=1}^{\infty} A_m J_0(k_m r)$$

(25)
$$c_0 = B_0 e^{-\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{D}}\mathbf{z}} + e^{-\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{2D}}\mathbf{z}} \sum_{n=1}^{\infty} B_n(\cos(\lambda_n z) - \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{2D}}\frac{1}{\lambda_n}\sin(\lambda_n z))$$

G1. (25) durch e $-\frac{v}{2D}z$ dividiert ergibt:

(26)
$$c_0 e^{\frac{\mathbf{v}}{2D}\mathbf{z}} = B_0 e^{-\frac{\mathbf{v}}{2D}\mathbf{z}} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n (\cos(\lambda_n z) - \frac{\mathbf{v}}{2D}\frac{1}{\lambda_n}\sin(\lambda_n z))$$

v

Gl. (26) stellt die Entwicklung der Funktion $e^{\frac{V}{2D}z}$ nach den Eigenfunktionen $(\cos(\lambda_n z) - \frac{v}{2D} \frac{1}{\lambda_n} \sin(\lambda_n z))$ dar, die zu dem vorliegenden Randwertproblem gehören. Sie bilden, wie man durch Ausrechnen erkennt, ein vollständiges Orthogonalitätssystem.

Nach der bekannten Orthogonalitätsrelation ergeben sich aus Gl. (26) folgende von null verschiedene Integrale:

$$\int_{0}^{H} \frac{v}{v} \frac{v}{D} z dz = \frac{D}{v} (1 + e^{-\frac{v}{D}H})$$

$$\int_{0}^{H} \frac{v}{v} \frac{v}{n} z \cos(\lambda_{n}z) dz = \frac{H}{2}$$

$$\int_{0}^{H} \frac{v}{v} \frac{v}{n} \sin(\lambda_{n}z) \sin(\lambda_{m}z) dz = \frac{H}{2}$$

$$\int_{0}^{H} \frac{v}{v} \frac{v}{2D} \cos(\lambda_{n}z) dz = \frac{\frac{v}{2D}}{(\frac{v}{2D})^{2} + \lambda^{2}} ((-1)^{n} e^{\frac{v}{2D}H} - 1)$$

$$\int_{0}^{H} \frac{v}{v} \frac{v}{2D} z \sin(\lambda_{n}z) dz = \frac{-\lambda_{n}}{(\frac{v}{2D})^{2} + \lambda_{n}^{2}} ((-1)^{n} e^{\frac{v}{2D}H} - 1)$$

Damit ergeben sich die Amplitudenfaktoren aus Gl. (26) zu:

(27)
$$B_{0} = \frac{C_{0}Hv}{D} \frac{1}{(1 - e^{-\frac{v}{D}H})}$$
(28)
$$B_{n} = \frac{4C_{0}(\frac{v}{2D})\lambda_{n}^{2}}{H} \frac{((-1)^{n}e^{\frac{v}{2D}H} - 1)}{((\frac{v}{2D})^{2} + \lambda_{n}^{2})}$$

Aus G1. (24) ergibt sich durch Multiplikation mit r $J_0(k_n r)$:

(29)
$$r J_0(k_n r) = A_m r J_0(k_m r) J_0(k_n r)$$

Diese Gleichung genügt ebenfalls der Orthogonalitätsbedingung:

(30)
$$\int_{0}^{R} r J_{0}(k_{m}r) J_{0}(k_{n}r) = \begin{cases} 0 \text{ für } n \neq m \\ \neq 0 \text{ für } n = m \end{cases}$$

G1. (29) über das Grundgebiet r = 0 bis r = R integriert ergibt:

$$\int_{0}^{R} r J_{0}(k_{m}r) J_{0}(k_{n}r) dr = \begin{cases} 0 \text{ für } n \neq m \\ \frac{R^{2}}{2} J_{1}^{2}(k_{n}R) \text{ für } n = m \end{cases}$$

Für das Nomierungsintegral aus Gl. (29) gilt:

$$\int_{0}^{R} r J_{0}(k_{m}r) dr = \frac{R^{2}}{(k_{m}R)} J_{1}(k_{m}R)$$

Damit ergeben sich die Amplitudenfaktoren nach Gl. (29) zu:

(31)
$$A_{m} = \frac{2}{(k_{m}R) J_{1}(k_{m}R)}$$

Mit den nach den Gln. (16), (21), (27), (28) und (31) bestimmten Konstanten kann

nach Gl. (23) die Teilchenkonzentration in einem geschlossenen Behälter bestimmt werden.

Für die numerische Berechnung ist noch zu bemerken: Wegen den in (23) auftretenden Exponentialfunktionen konvergiert die Reihe sehr schnell, sie kann daher schon nach wenigen Gliedern abgebrochen werden. Das vorstehende Gleichungssystem gilt nur für eine einzige Teilchengröße, also nur für einen bestimmten Wert von D (Diffusionskonstante) und v (Sedimentationsgeschwindigkeit). D und v werden bei der numerischen Rechnung als Parameter verwendet.

Vereinfachte Sedimentationsgleichung:

Die auftretenden Teilchen besitzen eine Größenverteilung. Mit größer werdendem Teilchenradius nimmt der Diffusionskoeffizient D rasch ab und die Sedimentationsgeschwindigkeit v stark zu. Damit kann ab einer bestimmten Teilchengröße, da in Gl. (2a) die ersten und zweiten Ableitungen nach r bzw. nach z von derselben Größenordnung sind, dort der Diffusionsterm gegen den Sedimentationsterm vernachlässigt werden. Nimmt man weiter eine lineare Teilchenverteilung in z-Richtung an, wird damit aus Gl. (2a):

(32)
$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} = -\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{H}}$$

Diese Gleichung hat die Lösung:

 $(33) c = c_0 e^{-\frac{v}{H}t}$

Ab einer bestimmten Teilchengröße wird die Diffusion gegen die Sedimentation sehr klein; damit kann die Teilchenkonzentration nach Gl. (33) berechnet werden.

3. Partikelgrößenverteilung und Partikelgeschwindigkeit:

Messungen /1 7 haben ergeben, daß die Teilchengrößenverteilung, wenn z. B. ein

- 9 -

Reaktorbrennelement durch Verdampfen teilweise in Aerosole verwandelt wird, einer logarithmischen Normalverteilung folgt.

Es gilt damit für die Anfangsgrößenverteilung:

(34)
$$f(r) = \frac{c_0}{\sqrt{2\pi^3 \ln \sigma r}} - \frac{(\ln r - \ln r_g)^2}{2(\ln \sigma)^2}$$

Hierbei ist:

 $\sigma = Varianz$

r = Partikelradius

r = mittlerer Erwartungswert

Bei Versuchen wurde gemessen / 1 /:

 $\sigma_{g} = 1,85$ $r_{g} = 0,0365 \mu$

Diese Werte wurden bei der Durchführung numerischer Rechnungen verwendet.

Wertet man die Gl. (34) mit den obigen Meßwerten aus, so erkennt man, daß die größten vorkommenden Teilchen einen Radius von wenigen μ haben. Damit ergibt sich mit der für Luft gültigen Zähigkeit eine sehr kleine Reynold'sche Zahl.

Damit kann zur Berechnung der Sedimentationsgeschwindigkeit in jedem Fall die Stokes' sche Formel verwendet werden.

Sie lautet:

(35)
$$\mathbf{v} = \frac{\frac{2}{9} (\rho_1 - \rho_2) gr^2}{n}$$

Hierbei ist:

 $\rho_1 = \text{Teilchendichte}$ $\rho_2 = \text{Luftdichte}$ g = Erdbeschleunigung

 η = Luftzähigkeit

4. Koagulation:

Die durch Gl. (34) gegebene Anfangsgrößenverteilung der Teilchen wird mit der Zeit nicht nur durch die Diffusion und Sedimentation verändert. Eine große Rolle spielt hierbei auch die Koagulation. Die Partikelgrößenverteilung wird also auch noch dadurch verändert, daß Teilchen beliebiger Größen zusammenstoßen, aneinander kleben bleiben und damit Teilchen anderer Größen bilden.

Da die Luft (das Trägergas) im Gefäß als ruhend angenommen wird, kommt hier nur die Koagulation infolge der Brown'schen Bewegung zur Wirkung.

Diese Art der Koagulation wird durch folgende Gleichung beschrieben $\frac{1}{6}$.

(36)
$$\frac{\partial c(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \frac{\mathbf{w}_{0}}{4} \left\{ \int_{0}^{\infty} \Phi(\rho,\rho^{\dagger}) c(\rho,t) c(\rho^{\dagger},t) \frac{r^{2}}{\rho^{\dagger}} d\rho - c(\mathbf{r},t) \int_{0}^{\infty} \Phi(\rho,r) c(\rho,t) d\rho \right\}$$

mit: $\rho' = \frac{3}{r^3 - \rho^3}$

Hierbei ist c(r,t) die zur Zeit t pro Zeit und Volumeinheit entstehende Teilchenzahl vom Radius r, die sich aus dem Zusammenstoß der Teilchen vom Radius ρ und ρ' ergibt. $\Phi(\rho,\rho')$ und $\Phi(\rho,r)$ sind sogenannte Koagulationsfunktionen. Sie berücksichtigen die Abweichung der Beweglichkeit der Aerosole gegenüber der Beweglichkeit von Gasen und sind durch folgende Gleichung gegeben:

(37)
$$\Phi(\rho,\rho') = \int \frac{1}{\rho} (1 + \frac{1}{\rho}(0,1 + 0,0333 e^{-10,83\rho}))$$

+ $\frac{1}{\rho'} (1 + \frac{1}{\rho'}(0,1 + 0,0333 e^{-10,83\rho'})) \int \overline{f}(\rho + \rho')$

(Für die Funktion $\Phi(\rho, r)$ ist in Gl. (37) statt ρ' r zu setzen.)

Für die Konstante w gilt:

(38)
$$W_0 = \frac{8}{3} \frac{kT}{4}$$

Hierbei ist k die Boltzmannsche Konstante, T die absolute Temperatur und y die dynamische Zähigkeit der Luft (Trägergas).

Die Koagulationsgleichung (36) ist eine Integrodifferentialgleichung. Sie kann bis jetzt elementar nicht integriert werden und wurde daher mit Hilfe numerischer Näherungsmethoden programmiert.

Aus Gl. (23) oder Gl. (35) (für "größere" Teilchen) und Gl. (36) ergibt sich die gesamte Änderung der Teilchenkonzentration vom Radius r (nicht zu verwechseln mit der Ortskoordinate r in Gl. (23)!) pro Zeiteinheit:

(39) $\frac{\partial c(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \frac{\partial c(\mathbf{r},t)}{\partial t}\Big|_{\text{Sed.+Diff.}} + \frac{\partial c(\mathbf{r},t)}{\partial t}\Big|_{\text{Koagul.}}$

Zur numerischen Berechnung der Teilchengrößenverteilung als Funktion der Zeit wurde die nach Gl. (34) gegebene Anfangsgrößenverteilung in vierzig Intervalle unterteilt, innerhalb deren der Teilchenradius als konstant angenommen wurde.

5. Numerische Rechnungen

Aus dem vorstehenden Gleichungssystem geht hervor, daß die Teilchenkonzentration nicht nur eine Funktion des Ortes und der Zeit ist, sondern auch noch von folgenden Parametern abhängt: der Anf**an**gskonzentration c_o , der Teilchendichte ρ , der Varianz σ und dem mittleren Erwartungswert der primären Teilchengröße r_g . Es sollen hier nun die experimentellen Ergebnisse $/ 1_{-} 7$ mit den theoretischen verglichen werden. Hierzu sollen zunächst die Mängel des einen oder anderen Verfahrens herausgestellt werden. Die Herleitung der Theorie ist weitgehend exakt. Die einzige Annahme, die eine Abweichung der theoretischen Ergebnisse (bei richtigen Eingabedaten) vom tatsächlichen Geschehen bewirken könnte ist die, daß bei der Ableitung der Koagulationsgleichung (G1. 36) davon ausgegangen wurde, daß die Teilchen vor und nach dem Koagulieren kugelförmig seien. Dies stimmt nur bei flüssigen aber nicht bei festen Aerosolen. Dadurch stimmt dann bei festen Aerosolen die Sedimentationsgeschwindigkeitsgleichung (G1. 35) nicht mehr exakt, da sie nur für kugelförmige Teilchen abgeleitet ist. In unserem Fall ist aber selbst für die größten vorkommenden Teilchen die Reynold'sche Zahl sehr viel kleiner als eins. Damit ist der Strömungswiderstand weitgehend unabhängig von der Teilchenform. Somit behält G1. 35 mit guter Näherung ihre Gültigkeit. Damit können die Vorgänge von der Theorie her gut beschrieben werden, wenn man die oben genannten Parameter gut kennt.

Zum Experiment ist zu sagen: Hier liegen die Unzulänglichkeiten, wie bei allen Experimenten, in der Genauigkeit der Messungen. Aus Diskussionen mit den Experimentatoren bezüglich der Meßgenauigkeiten bei der Untersuchung von Aerosolen in geschlossenen Systemen, erzeugt durch teilweises Verdampfen von UO_2 -Stäben, war zu erfahren: Der gemessene mittlere Erwartungswert der Anfangsteilchengröße r aufgrund experimenteller Unsicherheiten mit einer Ungenauigkeit von 50 % behaftet sein; entsprechend ungenau ist auch die Bestimmung der Varianz σ . Die Anfangkonzentration c o der Teilchen konnte erst etwa zwei Minuten nach der Aerosolerzeugung gemessen werden. Innerhalb dieser Zeit zwischen Erzeugung und erster Messung ist aber, wegen der raschen Anfangskoagulation, besonders bei hohen Anfangskonzentrationen diese schon erheblich kleiner geworden. Die Dichte ρ der Teilchen konnte nicht gemessen werden.

Beim Vergleich zwischen Theorie und Experiment wurde nun von der Annahme ausgegangen, daß die angegebenen Werte von r und σ die richtigen sind. Damit bleiben für die Rechnung nur noch die zwei Parameter c und ρ , um die theoretischen Kurven an die experimentellen anzupassen.

Eine Variation der Teilchendichte ρ zeigte, daß Theorie und Experiment am besten übereinstimmen, wenn die Ausgangsdichte von UO₂ ($\rho = 10 \text{ gr/cm}^3$) verwendet wurde. (Dies stimmt mit der früher getroffenen Annahme überein, daß der Strömungswiderstand hier von der Teilchenform nicht merklich abhängt.) Für die Dichte der einzelnen Teilchen darf man annehmen, daß sie nach der Kondensation des UO₂-Dampfes dieselbe ist wie die des ursprünglichen Stabes, aus dem sie erzeugt wurden. Die praktische Dichte der koagulierten Aerosole dürfte aufgrund der elektronenmikroskopischen Befunde zwar geringer sein, jedoch weisen die Rechenergebnisse darauf hin, daß die Abweichung von der theoretischen Dichte nicht groß ist. Diese Frage bedarf noch einer weiteren Untersuchung. Somit bleibt als Variationsmöglichkeit nur noch die Anfangskonzentration c_0 .

Abb. 1 zeigt den Vergleich der Meßkurve mit der theoretisch errechneten für den Aerosolkessel (Abmessungen: Höhe H = 290 cm, Radius R = 50 cm). Man erkennt, daß mit der experimentell nicht bestimmbaren Anfangskonzentration $c_0 = 2 \cdot 10^6$ die theoretisch bestimmte Kurve ziemlich gut an die gemessene angepaßt werden konnte.

Dasselbe gilt auch für Abb. 2; hier wurde die gemessene Teilchenkonzentration in der Explosionskammer (Abmessungen H = 34 cm, R = 15 cm) mit der theoretisch errechneten verglichen. Eine noch etwas bessere Übereinstimmung würde hier mit einer noch etwas höheren Anfangskonzentration erreicht werden. Die Teilchen würden infolge der Koagulation insgesamt größer werden und damit schneller absinken. Die Rechenkurve würde dann unter der eingezeichneten liegen. Eine noch bessere Anpassung der theoretischen an die experimentellen Kurven scheint aufgrund der bestehenden Meß-Ungenauigkeiten bei den beteiligten Parametern nicht sinnvoll.

In Abb. 3 ist die Änderung der Teilchengrößenverteilung mit der Zeit aufgezeichnet.

6. Literatur

- <u>JJ</u> W. Schikarski und H. Wild: Das Verhalten von UO₂-Aerosolen in geschlossenen Systemen, KFK-Bericht 1032, Dezember 1969
- <u>/2</u><u>/</u> A. Sommerfeld: Vorlesungen über theoretische Physik, Band VI (Partielle Differentialgleichungen der Physik), Dietrich'sche Verlagsbuchhandlung, Wiesbaden 1947
- <u>/</u>3_7 G.N. Watson: A treatise on the theory of Bessel functions, 2nd ed, Cambridge 1944

- <u>/</u>4_7 Janke-Emde-Lösch: Tafeln höherer Funktionen, B.G. Teubner-Verlagsgesellschaft, Stuttgart
- /5/ N.A. Fuchs: The Mechanics of Aerosols, Pergamon Press
- <u>/</u>6_/ G. Zebel: Zur Theorie der Koagulation elektrisch ungeladener Aerosole, Kolloid-Zeitschrift, Band 156, Heft 2
- <u>7</u>7 K. Keller und W. Schikarski: Zur Theorie des Verhaltens nuklearer Aerosole in geschlossenen Systemen, Vortrag auf der Arbeitstagung Schwebstofftechnik am 15.10.70 in Frankfurt/Main

- ang ang bertakan panan kang bertakan di bertakan di sebat kan bertakan kan bertakan di sebat ang bertakan kan Bertakan ber Bertakan ber
- and the second second product of the second seco
- and a star a star and a star and a star and a star and a star a star

.





4999 - 1



(a) a set of the s • •