

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

September 1972

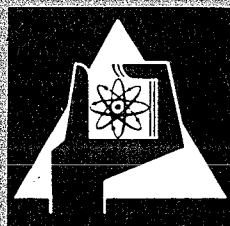
KFK 1575

Institut für Material- und Festkörperforschung
Projekt Schneller Brüter

Das Rechenprogramm SATURN 1a für Brennstäbe

H. Kämpf
H. Elbel
(Kernforschungszentrum Karlsruhe)

F. Depisch
(AEG-Großwelzheim)



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

September 1972

KFK 1575

Institut für Material- und Festkörperforschung

+ AEG - Großweilzheim

Projekt Schneller Brüter

Das Rechenprogramm SATURN 1a für Brennstäbe

von

H. Kämpf, H. Elbel, +F. Depisch

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

14.8.1972

KURZFASSUNG

Das Rechenprogramm SATURN la erlaubt es, ausführliche Aussagen über das Verhalten des Brennstabes während seines Betriebes im Reaktor zu machen. Es löst die Aufgabe, die wechselseitige Beeinflussung der im Brennstab auftretenden Vorgänge durch die geeignete Verknüpfung von Modellvorstellungen zu erfassen. Dabei wird die thermische, mechanische und Strahlenbelastung des Brennstabes in Abhängigkeit von den tatsächlichen Betriebsbedingungen bestimmt.

Das Programm ist auf die Untersuchung des Verhaltens einer Scheibe des Brennstabes beschränkt. Voraussetzung für die spannungstheoretische Behandlung sind Axialsymmetrie und ebene axiale Verformung. Von den im Brennstab ablaufenden Vorgängen werden das Kriechen von Brennstoff und Hülle, das Schwellen des Brennstoffes durch feste und gasförmige Spaltprodukte, das Schwellen der Hülle aufgrund von Blasenbildung, Porenwanderung, Ribbildung und Rißausheilung im Brennstoff und die mechanische Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hülle durch Modelle über das Materialverhalten erfaßt. Aus Anfangszustand, elementaren Materialdaten und den für den Betriebsablauf wesentlichen Daten errechnet das Programm als Funktion der Zeit die Geometrie von Brennstoff und Hülle, die radialen Verteilungen von Temperatur, Spannungen und Dehnungen in Brennstoff und Hülle, die radiale Poren- und Ribverteilung im Brennstoff und den Kontaktdruck zwischen Brennstoff und Hülle.

A B S T R A C T

The computer code SATURN 1a allows to analyse the in-pile behavior of a fuel pin in detail. It solves the problem how to describe the mutual dependence of material phenomena occurring in the fuel pin by means of suitable relations of materials behavior models. The thermal and mechanical as well as radiation effects of the fuel pin are evaluated as a function of the actual reactor operating history.

The code is restricted to analysing a pellet of the fuel pin under the assumption of axial symmetry and plane strains. Models of materials behavior describe the following processes: creep of fuel and clad, fuel swelling due to solid and gaseous fission products, clad swelling due to void nucleation, pore migration, fuel cracking and crack healing, and mechanical interactions between fuel and clad. From initial state, elementary material data, and characteristic data of the reactor operating history, the code computes as a function of time: geometry of fuel and clad, radial distributions of temperature, stresses, and strains in fuel and clad, radial distributions of pores and cracks within the fuel, and contact pressure between fuel and clad.

1. Einleitung	1
2. Programmstrukturen	2
2.1 Zeitstruktur	2
2.2 Brennstab-Phasen und Phasenwechsel	5
3. Temperaturverteilung	12
3.1 Die Bedeutung der Temperaturverteilung für SATURN 1a	12
3.2 Berechnung der Temperaturverteilung im Brennstoff und in der Hülle	12
3.3 Berechnung des Temperaturabfalls in der Zone zwischen Brennstoff und Hülle	18
3.4 Temperaturiterationen	22
4. Schwellen von Brennstoff und Hülle	24
4.1 Berechnung des Brennstoffschwells	24
4.2 Berechnung des Hüllmaterialschwells	25
5. Hydrostatische Volumenänderungen des Brennstoffes	26
5.1 Aufreißbedingungen für den Brennstoff	26
5.2 Geometrieänderungen des gerissenen Brennstoffes	27
5.3 Geometrieänderungen des plastischen Brennstoffes	28
5.4 Geometriedefinition bei gerissenem und plastischem Brennstoff	29
5.5 Behandlung der Risse im Brennstoff	35
5.6 Wanderung der Porosität des Brennstoffes	37
6. Geometrieänderungen von Hülle und Brennstoff unter Spannungen	39
6.1 Theoretische Grundlagen für die freistehende Hülle und den freistehenden Brennstoff	39
6.2 Theoretische Grundlagen für die mechanische Wechsel- wirkung zwischen Brennstoff und Hülle	44
6.3 Numerische Lösungsverfahren zur Bestimmung der bleibenden Verformung	45
6.4 Zweizonen-Modell im Brennstoff	50

1. Einleitung

Die Brennstabmodelltheorie hat sich international als eine notwendige und hilfreiche Disziplin der Brennelemententwicklung durchgesetzt. Sie hat u.a. folgende Aufgaben zu lösen bzw. an deren Lösung mitzuarbeiten:

- Bereitstellung der für die quantitative Auswertung von Bestrahlungsexperimenten notwendigen theoretischen Hilfsmittel,
- theoretische Deutung der das Brennstabverhalten bestimmenden Materialphänomene und Bewertung der gegenseitigen Beeinflussung dieser Phänomene,
- Berechnung der Größen, die für den ingenieurmäßigen Entwurf von Brennstäben notwendig sind,
- Bestimmung der Größen und Zusammenhänge, die die Lebensdauer und Belastbarkeit von Brennstäben bestimmen,
- Anregung experimenteller Untersuchungen unter speziellen Bedingungen.

Die Brennstabmodelltheorie umfaßt dabei die Untersuchung des Verhaltens von Brennstäben sowohl unter normalen Betriebsbedingungen als auch bei Störfällen.

Das Rechenprogramm SATURN la erstreckt sich auf die Untersuchung des Brennstabverhaltens unter normalen Betriebsbedingungen. Es bestimmt die thermische, mechanische und Strahlenbelastung des Brennstabes in Abhängigkeit von den tatsächlichen Verhältnissen während seines Einsatzes im Reaktor. Die wechselseitige Beeinflussung der im Brennstab auftretenden Materialphänomene wird durch die geeignete Verknüpfung von Modellvorstellungen, die diese Phänomene beschreiben, erfaßt.

Die Aufgabenstellung wurde in [1] formuliert, In diesem Bericht wurden darüber hinaus an Hand von Beispielen die Möglichkeiten und die Leistungsfähigkeit des Rechenprogramms gezeigt. Ergebnisse spezieller Untersuchungen mit Hilfe dieses Rechenprogramms wurden auf verschiedenen Tagungen vorgestellt [2,3,4].

Mit der Entwicklung des Rechenprogramms SATURN 1 wurde ein Weg eingeschlagen, auf dem die gestellten Aufgaben schrittweise durch Erweiterungen und Verbesserungen der in diesem Bericht vorgelegten ersten Version bewältigt werden sollen.

Diese mit la bezeichnete Version ist auf die Untersuchung des Verhaltens einer Scheibe des Brennstabes beschränkt. Voraussetzung für die spannungstheoretische Behandlung sind Axialsymmetrie und ebene axiale Verformung.

Für die betrachtete Scheibe des Brennstabes liefert SATURN la als Funktion der Zeit:

- die Geometrie von Brennstoff und Hülle,
- die Temperaturverteilung in Brennstoff und Hülle,
- die Poren- und die Rißverteilung im Brennstoff,
- die Spannungs- und Dehnungsverteilung in Brennstoff und Hülle und
- den Kontaktdruck zwischen Brennstoff und Hülle.

Als Eingabedaten werden dazu benötigt:

- die Ausgangsverhltnisse des Brennstabes, wie z.B. die Startgeometrie, die Herstellungsporositt, die Materialzusammensetzung u.a.,
- die elementaren Daten für die einzelnen Materialphänomene, wie z.B. Wärmeleitung, Kriechen, Schwellen u.a. und
- die für den Betriebsablauf charakteristischen Daten, wie z.B. Stableistung, Hllauentemperatur, Kühlmitteldruck u.a.

Die für das Brennstabverhalten wesentlichen Materialdaten sind entweder in Tabellenform oder durch analytische Beziehungen in Abhängigkeit von Temperatur, Spannung, Porosität und anderen Größen gegeben.

Von den im Brennstab ablaufenden Vorgängen werden in SATURN la

- das Kriechen von Brennstoff und Hülle,
- das Schwellen des Brennstoffs durch feste und gasförmige Spaltprodukte,
- das Schwellen der Hülle aufgrund von Blasenbildung,
- die Porenwanderung,
- die Rißbildung und die Rißausheilung im Brennstoff und
- die mechanische Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hülle

durch Modelle über das Materialverhalten erfaßt.

2. Programmstrukturen

2.1 Zeitstruktur

SATURN la verfolgt das Verhalten eines Brennstabes über dessen gesamte Einsatzzeit im Reaktor. Jedem Zeitpunkt im Betriebsablauf des Reaktors entspricht ein bestimmter Zustand des Brennstabes, der von den Betriebsbedingungen, die bis dahin geherrscht haben, und von den bis dahin im Brennstab abgelaufenen Vorgängen abhängig ist. Zur Berechnung dieses zeitabhängigen mechanisch-thermischen Zustandes wird die vorgegebene Einsatzzeit in Rechenzeitintervalle eingeteilt.

Diese Einteilung geschieht zunächst dadurch, daß die für den Betriebsablauf charakteristischen Daten lineare Stableistung, Hüllaußentemperatur, Kühlmitteldruck und Neutronenfluß zu bestimmten Zeitpunkten vorgegeben werden. Da in der vorliegenden Version SATURN la ein Druckaufbau im Brennstab aufgrund von Spaltgasfreisetzung nicht berechnet wird, muß der Gasdruck wie die übrigen Daten für den Betriebsablauf vorgegeben werden.

Die zwischen den eingegebenen Zeitpunkten liegenden Zeitintervalle werden von dem Programm je nach Bedarf unterteilt.

2.1.1 Zeitintervallbestimmung

Die Länge des Rechenzeitintervalls wird vom Programm nach verschiedenen Kriterien bestimmt. Diese sind von den folgenden Abläufen abhängig:

- stationäre oder wechselnde Betriebsbedingungen,
- Phasenwechsel (vergl. Abschnitt 2.2),
- Temperaturänderungen durch Langzeitvorgänge und
- plastische Verformung der Hülle.

Die für stationäre bzw. wechselnde Betriebsbedingungen maximal zulässige Länge des Rechenzeitintervalls wird in der vorliegenden Version SATURN la durch zwei Eingabewerte direkt vorgegeben.

Beim Wechsel von einer Brennstab-Phase zu einer anderen wird vom Programm geprüft, ob dieser Wechsel zulässig, d.h. innerhalb vorgegebener Genauigkeitsschranken durchgeführt wird (vergl. Abschnitt 2.2). Ist das nicht der Fall, so bestimmt das Programm einen Kürzungsfaktor für das Rechenzeitintervall, in dem der Wechsel stattfindet, und wiederholt die Rechnung mit dem gekürzten Zeitintervall.

Das dritte Kriterium zur Bestimmung der zulässigen Länge des Rechenzeitintervalls in SATURN la schränkt die Änderung der Temperaturverteilung durch Schwellen, Kriechen und Porenwanderung im Brennstoff ein, da die drei auf die Temperaturverteilung einwirkenden Materialphänomene ihrerseits stark temperaturabhängig sind. Durch Vorgabe einer Genauigkeitsschranke wird der Fehler begrenzt, der durch die im Rechenzeitintervall erfolgte Temperaturänderung während des Ablaufens der genannten Phänomene verursacht wird. Übersteigt die Änderung der Temperaturverteilung den vorgegebenen Wert ($\Delta T > \Delta T_{zul}$),

so erfolgt eine Neubestimmung der Zeitintervalllänge mit dem Kürzungsfaktor

$$\underline{Q} = \frac{\Delta T_{\text{zul}}}{\Delta T} \cdot c \quad (2.1)$$

\underline{Q} Kürzungsfaktor zur Berechnung der zulässigen Zeitintervalllänge

ΔT_{zul} vorgegebene maximal zulässige Temperaturänderung ($^{\circ}\text{C}$)

ΔT berechnete unzulässige Temperaturänderung ($^{\circ}\text{C}$)

c Faktor zur Berücksichtigung nichtlinearer Abhängigkeiten der Temperaturänderung von der Zeit, mit $c < 1$

Die pro Rechenzeitintervall auftretende maximale plastische Verformung der Brennstabhülle ist aus numerischen Gründen begrenzt. Diese Begrenzung ergibt das vierte Kriterium zur Bestimmung der Zeitintervalllänge.

Neben diesen Zeitintervallbestimmungen existieren in den Programmteilen, die die Geometrieänderungen von Brennstoff und Hülle unter Spannungen und die Porenwanderung behandeln, weitere Möglichkeiten, die Länge des Rechenzeitintervalls durch Unterteilung in Iterationszeitintervalle zu beeinflussen.

2.1.2 Rechengang

Der mechanisch-thermische Zustand eines Brennstabes wird für ein Rechenzeitintervall prinzipiell in zwei Schritten bestimmt:

- Berechnung des Zustandes am Beginn des Rechenzeitintervalls, entsprechend der Änderung von Stableistung, Hüllaußentemperatur, Kühlmitteldruck und Neutronenfluß, wobei diese Größen jeweils arithmetische Mittelwerte aus den Anfangs- und Endwerten in dem Zeitintervall sind.
- Berechnung des Zustandes am Ende des Rechenzeitintervalls unter Berücksichtigung von Schwellen, Kriechen und Porenwanderung, wobei Stableistung, Hüllaußentemperatur, Kühlmitteldruck und Neutronenfluß konstant gehalten werden.

Der Zustand des Brennstabes ist dabei durch Temperatur-, Spannungs-, Verformungs-, Riß-, Porositäts-, Abbrandverteilung u.a. charakterisiert.

Bei der Berechnung des Anfangszustandes wird eine mögliche plastische Verformung der Hülle berücksichtigt und das mögliche Auftreten von Rissen im Brennstoff zugelassen.

Ausgehend von dem im ersten Rechenschritt bestimmten Anfangszustand wird im zweiten Rechenschritt der Endzustand des Brennstabes in dem betrachteten Zeitintervall abgeleitet. Dieser Endzustand ist seinerseits wiederum der Ausgangszustand für die Berechnung des Anfangszustandes im nächsten Rechenzeitintervall.

2.2 Brennstab-Phasen und Phasenwechsel

2.2.1 Brennstab-Phasen

In SATURN 1a wird zwischen vier verschiedenen mechanisch-thermischen Phasen unterschieden, die der Brennstab während seines Einsatzes im Reaktor durchlaufen kann:

Phase 1: Vollständig oder partiell gerissener freistehender Brennstoff: mit keilförmigen Rissen, hydrostatischem Spannungszustand entsprechend dem herrschenden Gasdruck und hydrostatischer Volumenänderung durch thermische Ausdehnung und Schwellen; und freistehende Hülle: spannungstheoretische Behandlung unter Berücksichtigung von thermischen Änderungen, Kriechen und Schwellen.

Phase 2: Wie Phase 1, aber Kontakt zwischen Brennstoff und Hülle: keine mechanische Wechselwirkung, d.h. kein Kontaktdruck; Ausheilen der Risse im Brennstoff möglich.

Phase 3: Mechanische Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hülle: spannungstheoretische Behandlung unter Berücksichtigung von thermischen Änderungen, Kriechen und Schwellen.

Phase 4: Ungerissener Brennstoff und Hülle, beide freistehend: spannungstheoretische Behandlung wie bei Phase 1.

Für jede dieser Phasen werden eigene Rechenverfahren benötigt, die den Zustand des Brennstabes in Abhängigkeit von den Betriebsbedingungen und den im Brennstab ablaufenden Vorgängen bestimmen. Die Einzelheiten dieser Verfahren werden in den folgenden Abschnitten behandelt werden.

2.2.2 Phasenwechsel

Ein Brennstab kann im Verlauf seines Einsatzes im Reaktor die vier genannten Phasen mehrmals durchlaufen. Dabei sind die folgenden Phasenwechsel möglich:

- a) Phase 1 \longleftrightarrow Phase 2
- b) Phase 3 \longleftrightarrow Phase 4
- c) Phase 2 \longrightarrow Phase 3
- d) Phase 4 \longrightarrow Phase 1

Die ersten beiden Phasenwechsel können in beiden Richtungen, der dritte Phasenwechsel kann in der angegebenen Richtung sowohl am Beginn als auch während bzw. am Ende eines Rechenzeitintervalls auftreten, der vierte Phasenwechsel in der angegebenen Richtung dagegen nur am Beginn.

a) Wechsel zwischen den Phasen 1 und 2

Ist die Ausgangsphase für einen Rechenschritt ein gerissener Brennstoff ohne Kontakt zur Hülle, so berechnet SATURN la zunächst für Brennstoff und Hülle die neue Geometrie. Danach wird geprüft, ob der Brennstoffaußenradius den Hüllinnenradius innerhalb einer vorgegebenen Genauigkeitsschranke erreicht oder übertroffen hat.

Ist das der Fall, so wird der Wechsel von der Phase 1 in die Phase 2 durchgeführt. Der Brennstoffaußenradius wird dabei dem aktuellen Hüllinnenradius gleichgesetzt. Die innerhalb der Genauigkeitsschranke liegende ursprüngliche Differenz zwischen beiden Radien wird vom Programm gespeichert. Bei einem Phasenwechsel mit sich bildendem Spalt wird diese Differenz dem Brennstoffaußenradius wieder hinzugeschlagen. Dadurch werden numerische Ungenauigkeiten bei wiederholten Phasenwechseln mit Schließen und Öffnen des Spalts in Grenzen gehalten.

Wird die Genauigkeitsschranke dadurch überschritten, daß der Brennstoffaußenradius zu weit über den Hüllinnenradius hinausgeschoben wurde, so erfolgt eine Verkürzung des Rechenzeitintervalls und eine Neuberechnung der Geometrie für das gekürzte Zeitintervall.

Besteht die Anfangsphase für einen Rechenschritt in einem gerissenen Brennstoff in Kontakt mit der Hülle, so wird der Wechsel von dieser Phase 2 in die Phase 1 durchgeführt, wenn die Differenz zwischen dem Hüllinnenradius und dem Brennstoffaußenradius, d.h. der sich bildende Spalt, die vorgegebene Genauigkeitsschranke nicht übersteigt. Dabei wird, falls erforderlich, die oben erwähnte Korrektur des Brennstoffaußenradius berücksichtigt.

Der Wechsel findet nicht statt, wenn nach Berücksichtigung dieser Korrektur kein Spalt übrig bleibt. Der aktuelle Brennstoffaußenradius wird in diesem Fall gleich dem aktuellen Hüllinnenradius gesetzt und der Korrekturwert entsprechend geändert.

Das Rechenzeitintervall wird gekürzt und eine Neuberechnung der Geometrie von Brennstoff und Hülle vorgenommen, wenn die Differenz aus Brennstoffaußen- und Hüllinnenradius einschließlich der oben erwähnten Korrektur die vorgegebene Genauigkeitsschranke übersteigt.

Der beschriebene Phasenwechsel kann in beiden Richtungen sowohl bei der Bestimmung des Anfangszustandes in einem Rechenzeitintervall aufgrund der thermischen Ausdehnung von Brennstoff und Hülle als auch bei der Bestimmung des Endzustandes infolge des Schwellens bzw. des Einflusses der Porenwanderung auf die Temperaturverteilung des Brennstoffes eintreten.

b) Wechsel zwischen den Phasen 3 und 4

In der Phase 3 steht der Brennstoff in mechanischer Wechselwirkung mit der Hülle. Die Folge dieser Wechselwirkung ist ein Kontaktdruck, den der Brennstoff auf die Hülle ausübt. Dabei ist der Kontaktdruck als Differenz aus der radialen Spannungskomponente in der Kontaktzone und dem Gasdruck im Brennstab definiert. Dieser Wert ist positiv, wenn der Brennstoff sein Volumen aufgrund von Schwellen oder thermischer Ausdehnung vergrößert. Er kann negativ werden, wenn die Temperatur des Brennstoffs sinkt. Der Brennstoff übt dann einen Zug auf die Hülle aus.

Der Übergang von der Phase 3 in die Phase 4 wird vollzogen, wenn die Zugspannung einen vorgegebenen Grenzwert übersteigt. Ist die Zugspannung zu groß, d.h. übersteigt sie auch einen zweiten vorgegebenen Grenzwert, so erfolgt eine Verkürzung des Rechenzeitintervalls und eine Neuberechnung des Kontaktdruckes. Ist die Ausgangsphase für einen Rechenschritt die Phase 4, so prüft das Programm nach erfolgter, getrennter Berechnung der neuen Geometrie für Brennstoff und Hülle, ob der Brennstoffaußenradius den Hüllinnenradius innerhalb einer vorgegebenen Genauigkeitsschranke erreicht oder übertrifft hat. Ist das der Fall, so wird der Wechsel von der Phase 4 in die Phase 3 durchgeführt.

Das Rechenverfahren für die mechanische Wechselwirkung setzt voraus, daß die Rechengeometrien von Brennstoff und Hülle lückenlos ineinander übergehen. Der Phasenwechsel wurde vom Programm aber anhand der aktuellen Geometrie und nicht der Rechengeometrie festgestellt. Die aktuelle Geometrie ergibt sich dabei aus der Rechengeometrie durch Addieren der radialen Verschiebung.

Da im allgemeinen ein Fertigungsspalt vorliegt und daher die Rechengeometrien von Brennstoff und Hülle nicht lückenlos aneinander anschließen, muß für die Durchführung des Phasenwechsels von 4 nach 3 der lückenlose Übergang hergestellt werden. Der mit dem Phasenwechsel verbundene Wechsel des Berechnungsverfahrens darf dabei im ersten Rechenschritt den Spannungs- und Verformungszustand von Brennstoff und Hülle nicht ändern. Das letztere muß in gleicher Weise für den umgekehrten Phasenwechsel gelten.

Die notwendige Anpassung der Rechengeometrien wird dadurch erreicht, daß die Rechengeometrie der Hülle nach folgendem linearen Verfahren transformiert wird:

$$R'_{Hn} = R_{Hn} \cdot \left(1 - \frac{D}{R_{Hi}}\right) = R_{Hn} \cdot \frac{R_{Ba}}{R_{Hi}} \quad (2.2)$$

mit $D = R_{Hi} - R_{Ba}$

Es bedeuten:

R_{Ba}	Brennstoffaußenradius (Rechengeometrie) (mm)
R_{Hi}	Hüllinnenradius (Rechengeometrie) (mm)
R_{Hn}	Rechengeometrie der Hülle vor Beginn der mech. Wechselwirkung (mm)
R'_{Hn}	transformierte Rechengeometrie der Hülle (mm)

Damit der Spannungs- und Verformungszustand von Hülle und Brennstoff durch diese Anpassung nicht verändert wird, wird die Geometrietransformation der Hülle durch die folgende Definition einer homogenen thermischen Ausdehnung der Hülle kompensiert:

$$\epsilon_{th, cor} = \frac{D}{R_{Hi}} = \alpha_H \cdot (T_{ref} - T_0) \quad (2.3)$$

Es bedeuten:

$\epsilon_{th, cor}$ Korrektur der thermischen Ausdehnung der Hülle nach Beginn der mechanischen Wechselwirkung

α_H thermischer Ausdehnungskoeffizient der Hülle bei der Temperatur T_{ref} , die sich aus Gl. (2.3) ergibt ($1/^\circ C$)

T_0 Bezugstemperatur für die thermische Ausdehnung (normalerweise Raumtemperatur) ($^\circ C$)

D und R_{Hi} wie nach Gl. (2.2)

Diese Korrektur wird nach dem Phasenwechsel von 4 nach 3 zu der thermischen Ausdehnung der Hülle addiert:

$$\epsilon'_{th} = \epsilon_{th} + \epsilon_{th, cor} \quad (2.4)$$

Es bedeuten:

ϵ'_{th} thermische Ausdehnung der Hülle nach dem Phasenwechsel

ϵ_{th} thermische Ausdehnung der Hülle vor dem Phasenwechsel

$\epsilon_{th, cor}$ wie nach Gl. (2.3)

Tritt bei zyklischen Betriebsbedingungen ein mehrmaliger Wechsel von der Phase 4 in die Phase 3 auf, so muß vor der Durchführung der neuen Geometrietransformation der Hülle zunächst die zuletzt vorgenommene Anpassung rückgängig gemacht werden. Anstelle von Gl. (2.2) gilt dann folgende Beziehung:

$$R'_{Hi} = R_{Hi} \left(1 - \frac{D'}{R_{Hi}} \right) / \left(1 - \frac{D}{R_{Hi}} \right) \quad (2.5)$$

mit $D = R_{Hi} - R_{Ba}$ und $D' = R'_{Hi} - R'_{Ba}$

Es bedeuten:

- R_{Hi} Hüllinnenradius (Rechengeometrie vor dem zuletzt durchgeführten Phasenwechsel) (mm)
- R_{Ba} Brennstoffaußenradius (Rechengeometrie vor dem zuletzt durchgeführten Phasenwechsel) (mm)
- R'_{Ba} Brennstoffaußenradius (Rechengeometrie vor dem durchzuführenden Phasenwechsel) (mm)
- R'_{Hi} Hüllinnenradius (Rechengeometrie vor dem durchzuführenden Phasenwechsel) (mm)
- R'_{Hn} Rechengeometrie der Hülle vor dem durchzuführenden Phasenwechsel (mm)
- R''_{Hn} Rechengeometrie der Hülle nach dem durchzuführenden Phasenwechsel (mm)

Ferner ist Gl. (2.4) durch die folgende Beziehung zu ersetzen:

$$\epsilon''_{th} = \epsilon'_{th} + \epsilon'_{th,cor} \quad (2.6)$$

mit

$$\epsilon'_{th,cor} = \frac{D'}{R'_{Hi}} - \epsilon'_{th,cor} \quad (2.7)$$

Es bedeuten:

- ϵ''_{th} thermische Ausdehnung der Hülle nach dem durchzuführenden Phasenwechsel
- ϵ'_{th} thermische Ausdehnung der Hülle vor dem durchzuführenden Phasenwechsel
- $\epsilon'_{th,cor}$ Korrektur der thermischen Ausdehnung zu dem durchzuführenden Phasenwechsel
- $\epsilon_{th,cor}$ Korrektur der thermischen Ausdehnung zu dem zuletzt durchgeführten Phasenwechsel
- $D' + R'_{Hi}$ wie nach Gl. (2.5)

Um den Phasenwechsel von Spalt auf Kontakt zwischen Hülle und Brennstoff numerisch genauer zu machen, wird bei den Rechnungen zum freistehenden Brennstoff unter Spannungen die homogene Wärmeausdehnung

in die Rechengeometrie einbezogen, so daß nur die inhomogene Wärmeausdehnung im Brennstoff in den Gleichungssystemen (vgl. Abschn.

6.1) verwendet wird. Dadurch wird der Betrag des Korrekturgliedes $\epsilon_{th,cor}$ in der Gl. (2.4) klein gehalten.

c) Wechsel von der Phase 2 in die Phase 3

In SATURN la erfolgt das Ausheilen von Rissen im Brennstoff außerhalb der Zone spontaner Ausheilung nur im Kontakt mit der Hülle (s. Abschn.

5.5.2). Es kann sowohl durch Erwärmung als auch durch Schwellen des Brennstoffes hervorgerufen werden.

Der Brennstoff wird als ausgeheilt, d.h. als rißfrei angesehen, wenn die Risse bis zu einem Radius ausgeheilt sind, der einer vorgegebenen Grenztemperatur entspricht (Abb. 1). Die Wechselwirkung zwischen gerissenem Brennstoff und Hülle während des Ausheilvorgangs vor dem Phasenwechsel und die Auswirkung von Rissen in dem spannungstragenden Brennstoffring nach dem Phasenwechsel werden in SATURN la nicht betrachtet. Die notwendige Anpassung der Rechengeometrien wird nach demselben Verfahren durchgeführt, das für den Phasenwechsel 4 nach 3 angewendet wird.

Die am Ende des Ausheilvorgangs im Brennstoff herrschende Temperaturverteilung wird vom Programm gespeichert. Sie dient nach dem Phasenwechsel als Ausgangsniveau für die Berechnung der thermischen Ausdehnung, die zum Aufbau von Spannungen im Brennstoff führt.

Die Umkehrung des Wechsels von der Phase 2 in die Phase 3 ist nicht möglich, da in SATURN la ein Aufreißen des Brennstoffes nur in der Phase 4, d.h. bei freistehendem Brennstoff, angenommen wird.

d) Wechsel von der Phase 4 in die Phase 1

Der Wechsel von der Phase 4 in die Phase 1 stellt in SATURN la die einzige Möglichkeit für ein Aufreißen des Brennstoffes dar. Die Kriterien, nach denen das Aufreißen erfolgt, werden im Abschnitt 5.1 behandelt.

Es wird angenommen, daß der Brennstoff radial in hinreichend viele Keile aufreißt, so daß die Spannungsverteilung, die vorher geherrscht hat, bis auf das hydrostatische Spannungsniveau abgebaut ist. Volumenänderungen durch thermische Ausdehnung und Schwellen erfolgen dann unter hydrostatischen Verhältnissen. Die Behandlung der Hülle erfährt ebenso wie bei dem Wechsel zwischen den Phasen 1 und 2 keine Veränderung.

3. Temperaturverteilung

3.1 Die Bedeutung der Temperaturverteilung für SATURN 1a

Die Berechnung der Temperaturverteilung hat in SATURN 1a eine zentrale Bedeutung, da bei der Konzeption dieses Rechenprogramms davon ausgegangen wurde, daß Materialphänomene wie Brennstoffkriechen, Brennstoffschwellen, Spaltgasfreisetzung, thermische Ausdehnung des Brennstoffs, Porenwanderung im Brennstoff, Wärmeleitfähigkeit des Brennstoffs u.a., die den mechanisch-thermischen Zustand des Brennstabes bestimmen, sehr empfindlich von der Temperatur abhängen. Auf die Temperaturverteilung im Brennstoff haben Geometriegrößen wie Zentralkanalradius ("thermischer Zentralkanaleffekt") und Spaltbreite ("thermischer Spalteffekt") einen starken Einfluß. Die Berücksichtigung dieser wechselseitigen Abhängigkeit fand ihren Niederschlag in zwei externen Temperaturiterationen, von denen die eine am Anfang eines Rechenzeitintervalls durchgeführt wird, zu dem die Auswirkungen der Änderungen der Reaktorbedingungen auf den Brennstabzustand berechnet werden, während die zweite Temperaturiteration am Ende des Rechenzeitintervalls durchgeführt wird, zu dem die Auswirkungen der im Zeitintervall abgelaufenen Materialphänomene auf den Brennstabzustand berechnet werden.

3.2 Berechnung der Temperaturverteilung im Brennstoff und in der Hülle

Die Berechnung der Temperaturverteilung erfolgt unter folgenden Voraussetzungen:

- a) Zylindergeometrie
- b) Radialer Wärmefluß (Vernachlässigung der axialen Komponente)
- d) Stationäre Verhältnisse

Unter diesen Voraussetzungen erhält man für den Wärmeerhaltungssatz folgende Gleichung

$$q = \text{div } j = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (j \cdot r) , \quad (3.1)$$

wobei

- q Wärmequellldichte (W/cm^3)
- j Radiale Wärmestromdichte (W/cm^2)
- r Radius (cm)

und für die Fouriersche Gleichung

$$j = -k \frac{dT}{dr} \quad (3.2)$$

wobei

k Wärmeleitfähigkeit (W/cm°C)
T Temperatur (°C).

Durch Integration von Gl. (3.1) und (3.2) erhält man für einen vorgegebenen Ring folgende Gleichung für die radiale Temperaturverteilung T (r)

$$T(r) = -\frac{q_0}{4k_0} r^2 + A \cdot \ln r + B. \quad (3.3)$$

Dabei wurde vorausgesetzt, daß sowohl die Wärmequellendichte q_0 als auch die Wärmeleitfähigkeit k_0 in diesem Ring radial konstant und bekannt sind. A und B sind Integrationskonstante. Zu beachten ist, daß die auftretende Wärmeleitfähigkeit k_0 von der zu berechnenden Temperatur selbst abhängt.

Wegen der notwendigen Homogenisierung hinsichtlich der Wärmequellendichte q_0 und der Wärmeleitfähigkeit k_0 ist zur Berechnung der Temperaturverteilung eine Ringaufteilung des Hüllhohlzylinders und des Brennstoffvoll- bzw. Hohlzylinders notwendig. Weiterhin wird davon ausgegangen, daß für die äußere Oberfläche der Hülle bzw. des Brennstoffes die Temperatur und die Wärmestromdichte bekannt sind, durch die die Integrationskonstanten bestimmt sind.

Man erhält aus Gl. (3.1) und (3.2) für die angegebenen Randbedingungen anstelle von Gl. (3.3) folgende Gleichung für die radiale Temperaturverteilung im äußersten Ring N

$$\int_{T_{N+1}}^{T(r)} k(T) dT = \frac{q_{avN}}{4} (r_{N+1}^2 - r^2) + (j_{N+1} r_{N+1} - \frac{q_{avN}}{2} r_{N+1}^2) \ln \frac{r_{N+1}}{r} \quad (3.4)$$

r_{N+1} Außenradius des äußersten N-ten Ringes

$T_{N+1} = T(r_{N+1})$ Temperatur am Außenrand des N-ten Ringes

j_{N+1} Wärmestromdichte am Außenrand des N-ten Ringes

q_{avN} Mittlere Wärmequellendichte im N-ten Ring.

Bei vorgegebener Wärmequellldichte q_{avN} wäre nach Gl. (3.4) die Temperatur im äußersten N-ten Ring für jeden Radius r , insbesondere dem Ringinnenradius r_N , direkt gegeben, wenn die Wärmeleitfähigkeit k von der zu berechnenden Temperatur unabhängig wäre. Wegen der Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit muß iterativ wie folgt verfahren werden: Als Startwert wird die zu der Temperatur T_{N+1} gehörende Wärmeleitfähigkeit $k_0 = k(T_{N+1})$ verwendet. Mit dieser wird die Ringmitteltemperatur T_{avN} berechnet, für die sich aus

$$T_{avN} = \frac{1}{\pi (r_{N+1}^2 - r_N^2)} \int_{r_N}^{r_{N+1}} 2\pi T(r) r dr \quad (3.5)$$

r_N, r_{N+1} Ringgrenzradien des äußersten N-ten Rings

mittels Gl. (3.4) unter Verwendung der angegebenen Wärmeleitfähigkeit k_0 folgender Ausdruck ergibt:

$$T_{avN} = T_{N+1} + \frac{q_{avN}}{8 k_0} (r_{N+1}^2 - r_N^2) + \frac{1}{k_0} (j_{N+1} r_{N+1} - \frac{q_{avN}}{2 r_{N+1}}) \left(\frac{1}{2} - \frac{r_N^2}{r_{N+1}^2 - r_N^2} \ln \frac{r_{N+1}}{r_N} \right) \quad (3.6)$$

Mit der zu der Mitteltemperatur T_{avN} gehörenden Wärmeleitfähigkeit $k(T_{avN})$ wird mittels Gl. (3.6) eine neue Mitteltemperatur berechnet und mit der vorhergehenden verglichen. Dies wird solange wiederholt, bis die Differenz aufeinanderfolgender Mitteltemperaturen unter eine vorgegebene Schranke fällt. Mit diesem letzten Wert der Wärmeleitfähigkeit wird dann gemäß Gl. (3.4) die Temperatur T_N am Innenrand des Ringes N bestimmt, die gleich der Außentemperatur des nächsten inneren Ringes ist. Mit den im folgenden ermittelten Wärmestromdichten an den Ringgrenzen j_i werden so sukzessive die Temperaturen für die einzelnen Ringe von außen nach innen erhalten.

Aus einer einfachen Überlegung folgt für die Wärmestromdichte j_{i+1} am Außenrand des i-ten Ringes

$$j_{i+1} r_{i+1} = \frac{\chi}{2\pi} - \sum_{k=i+1}^N \frac{q_{avk}}{2} (r_{k+1}^2 - r_k^2) \quad (3.7)$$

λ	Stableistung (W/cm)
q_{avk}	Mittlere Wärmequellldichte im k-ten Ring (W/cm ³)
N	Index des äußersten Ringes

Bei vorgegebener Temperatur und Wärmestromdichte an der äußeren Oberfläche des Hüllhohl- und Brennstoffhohl- bzw. Vollzylinders und vorgegebener Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit ist damit die Temperaturverteilung in Hülle und Brennstoff gegeben, wenn die Radialverteilung der Wärmequellldichte bekannt ist.

Für die Hülle sind die Verhältnisse sehr einfach, da man die Wärme-
produktion durch γ -Strahlung vernachlässigen kann, so daß hier überall $q = 0$ ist.

Man erhält so für die Hülle aus Gl. (3.4), (3.6) und (3.7) für die Ringinnentemperatur T_i und die mittlere Temperatur T_{avi} des i-ten Ringes

$$T_i = T_{i+1} + \frac{\lambda}{2\pi k_0} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} \quad (3.8)$$

$$T_{avi} = T_{i+1} + \frac{1}{k_0} \frac{\lambda}{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{r_i^2}{r_{i+1}^2 - r_i^2} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} \right) \quad (3.9)$$

Weniger einfach sind die Verhältnisse im Brennstoff. Allgemein ist die durch Spaltungen bedingte Wärmequellldichte q wie folgt gegeben:

$$q = e \frac{N_{fiss}}{V_B} \overline{\sigma}_{fiss} \cdot \bar{\phi} \quad (3.10)$$

N_{fiss}	Zahl der spaltbaren Atome im Brennstoffvolumen V_B
$\overline{\sigma}_{fiss}$	Mittlerer Spaltquerschnitt
$\bar{\phi}$	Mittlerer Fluß
e	die pro Spaltung freiwerdende Energie (~ 200 MeV)

bzw. umgeformt

$$q = \frac{e \cdot N_L}{M_F} (1 - P) \rho_{th F} \cdot \gamma \cdot \bar{\sigma}_{fiss} \cdot \bar{\beta} \quad (3.11)$$

N_L	Loschmidtzahl
M_F	Molekulargewicht des Brennstoffes
P	Porosität
$\rho_{th F}$	Theoretische Dichte des Brennstoffes
γ	Anreicherung = Zahl der aktuell vorhandenen spaltbaren Atome relativ zu der Zahl der anfänglich vorhandenen schweren Atome

Durch Einführung der Abbrandgeschwindigkeit R werden die Verhältnisse übersichtlicher. Mit folgenden Definitionen

$$R = \frac{dA}{dt} = \text{Abbrandgeschwindigkeit und}$$

$$dA = \frac{dE}{m_H} \text{ (Mwd/Tonne}_H\text{)} = \text{Abbrandänderung,}$$

definiert als produzierte thermische Energie, bezogen auf die Masse der schweren Atome, erhält man

$$R = \frac{q}{\rho_H} = \frac{N_L \cdot e}{M_F \cdot 0,88} \cdot \gamma \cdot \bar{\sigma}_{fiss} \cdot \bar{\beta} \quad (3.12)$$

ρ_H Dichte der schweren Atome.
(Der Faktor 0,88 gilt nur für Oxid.)

Während die Abbrandgeschwindigkeit R nur durch die reaktorphysikalischen Größen $\bar{\sigma}_{fiss}$, $\bar{\beta}$ und γ bestimmt ist, ist die Wärmequellldichte q darüberhinaus durch die brennstoffspezifischen Größen Porosität und theoretische Dichte gegeben.

Die allgemeine Behandlung erfordert wegen der wechselseitigen Abhängigkeit der radialen Neutronenflußverteilung und der Materialverteilung über die Wärmeproduktion die Kopplung der relativ komplexen neutronenphysikalischen und brennstabmodelltheoretischen Rechenprogramme. Im derzeitigen Stadium ist dieser Aufwand nicht gerechtfertigt.

Für den Grenzfall des schnellen Flusses vereinfachen sich die Verhältnisse allerdings erheblich. In diesem Falle ist $\bar{\rho}$ und damit $\bar{\sigma}_{fiss}$ radialunabhängig. Wenn man weiterhin annimmt, daß die Anreicherung γ radial unabhängig ist, indem radiale Wanderungsprozesse vernachlässigt werden, ergibt sich aus Gl. (3.12), daß die Abbrandgeschwindigkeit R radialunabhängig ist und folgenden Wert annimmt:

$$R = \frac{\lambda}{0,88 \cdot \frac{m_F}{L}} \quad (3.13)$$

wobei

$$\frac{m_F}{L} = \sum_{i=IN}^N \rho_{thFi} \cdot (1 - P_i) (r_{i+1}^2 - r_i^2) \quad (3.14)$$

$\frac{m_F}{L}$ Brennstoffmasse pro Längeneinheit ist eine Konstante, da keine axialen Wanderungen zugelassen werden

IN, N Indizes des innersten bzw. äußersten Ringes.

Für die mittleren Wärmequellichten im i -ten Ring erhält man für den Fall des schnellen Flusses aus G. (3.12), (3.13) und (3.14)

$$q_{avi} = \frac{\lambda \cdot \rho_{thFi} \cdot (1 - P_i)}{\frac{m_F}{L}} = \frac{\lambda \cdot \rho_{thFi} \cdot (1 - P_i)}{\sum_{i=IN}^N \rho_{thFi} (1 - P_i) (r_{i+1}^2 - r_i^2)} \quad (3.15)$$

Der Fall des thermischen Flusses wird wegen der erwähnten Komplikationen approximativ wie folgt behandelt: Die Wärmequellichte wird mit einem Potenzreihenansatz beschrieben.

$$q = Q_0 (a_0 + a_1 r^2 + a_2 r^4) \quad (3.16)$$

Die Konstante Q_0 ergibt sich aus der Bedingung

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \int_{R_i}^R q r dr = Q_0 \int_{R_i}^R (a_0 + a_1 r^2 + a_2 r^4) r dr$$

$$Q_o = \frac{\lambda}{2\pi \int_{R_i}^{R_a} (a_o + a_1 r^2 + a_2 r^4) r dr} \quad (3.17)$$

R_a Brennstoffaußenradius

R_i Brennstoffinnenradius

Die Wärmequellldichte für den Fall des thermischen Flusses ergibt sich aus Gl. (3.16) und (3.17) zu

$$q = \frac{\lambda (a_o + a_1 r^2 + a_2 r^4)}{2\pi \int_{R_i}^{R_a} (a_o + a_1 r^2 + a_2 r^4) r dr} \quad (3.18)$$

Aus Gl. (3.18) erhält man für die mittlere Wärmequellldichte

$$q_{avi} = Q_o \left[a_o + \frac{a_1}{2} (r_{i+1}^2 + r_i^2) + \frac{a_2}{3} (r_{i+1}^4 + r_{i+1}^2 r_i^2 + r_i^4) \right] \quad (3.19)$$

3.3 Berechnung des Temperaturabfalls in der Zone zwischen Brennstoff und Hülle

3.3.1 Kreissymmetrischer Gasspalt

Im Falle des reinen Gasspalttes gilt folgende Gleichung für die konzentrische Lage von Brennstoff und Hülle [5]:

$$\delta = \frac{C_o T_J^{S+1} \left[\left(1 + \frac{\Delta T}{T_J} \right)^{S+1} - 1 \right]}{\frac{\lambda}{2\pi r_J} - C_R T_J^4 \left[\left(1 + \frac{\Delta T}{T_J} \right)^4 - 1 \right]} \quad (3.20)$$

δ Spaltbreite

ΔT Temperaturabfall im Gasspalt

λ Stabileistung

r_J Hüllinnenradius

T_J Hüllinnentemperatur

Die Materialkonstanten C_c und C_R sind dabei wie folgt gegeben:

$$C_c = \frac{k_c}{s + 1}, \quad (3.21)$$

wobei die Konstanten k_c und s die Temperaturabhängigkeit der Gaswärmeleitfähigkeit k wie folgt bestimmt:

$$k = k_c T^s \quad (3.22)$$

k_c ändert sich mit der Gasart, s ist in 1. Näherung von der Gasart unabhängig.

$$C_R = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \quad (3.23)$$

σ Stefan Boltzmann-Konstante

$\epsilon_{1,2}$ Emissivitäten der Hüllinnen- und Brennstoffoberfläche

Die Lösung der in ΔT impliziten Gleichung erfolgt iterativ mit Hilfe der Newtonschen Methode, wobei als Startwert der für kleine ΔT gültige Näherungswert

$$\Delta T = \frac{\lambda \cdot \delta}{2\pi \cdot r_J \cdot k_c \cdot T_J^s} \quad (3.24)$$

verwendet wird.

Zur Berücksichtigung der abbrandabhängigen Gaszusammensetzung wird folgende Konzentrationsabhängigkeit von C_c bzw. k_c verwendet:

$$k = k_{1c}^{x_1} \cdot k_{2c}^{x_2} \cdot T^s \quad (3.25)$$

x_1, x_2 = volumetrische Konzentrationen der beiden Komponenten.

Für x_1 und x_2 gilt:

$$x_1 + x_2 = 1 \quad (3.26)$$

Für den Wert k_{1c} wird als Gas reines Helium angenommen, für den Wert k_{2c} ein Gemisch aus 15 % Krypton und 85 % Xenon. Zwischen den volumetrischen Konzentrationen und dem im Stab herrschenden Druck lassen sich die Beziehungen aufstellen:

$$x_1 = \frac{p_0}{p} \quad \text{und} \quad x_2 = 1 - \frac{p_0}{p} \quad (3.27)$$

p_0 Partialdruck des Einfüllgases Helium bei der jeweiligen Betriebstemperatur im Plenum
 p Summe der Partialdrücke des Einfüllgases und des gebildeten Spaltgases bei der jeweiligen Betriebstemperatur im Plenum.

In SATURN la kann der Druck p zeitabhängig eingegeben werden, so daß damit die Abbrandabhängigkeit des Wärmeübergangs im Gasspalt erfaßt werden kann.

Nach Lösung von Gl. (3.20) durch das angegebene Iterationsverfahren ergibt sich die Wärmeübergangszahl h_{gap} zu

$$h_{\text{gap}} = \frac{\lambda}{2\pi r_j \Delta T} \quad (3.28)$$

Das beschriebene Modell für den Wärmeübergang im Gasspalt wird in SATURN la bis zu einer vorgegebenen minimalen Spaltbreite angewendet. Diese minimale Spaltbreite wird als Summe der Oberflächenrauigkeiten von Hüllrohr und Brennstoff angesetzt.

3.3.2 Druckloses Anliegen des Brennstoffs an der Hülle

Solange bei Kontakt zwischen Brennstoff und Hülle keine mechanische Wechselwirkung angenommen wird, wird der Wärmeübergang mit der minimalen Spaltbreite berechnet. Eine Verschlechterung des Wärmeübergangs infolge des wachsenden Spaltgasanteils im Stabinnern wird dabei mit Hilfe der Gleichungen (3.27) berücksichtigt.

3.3.3 Wärmeübergang bei mechanischer Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hülle

Übt der Brennstoff auf die Hülle einen Druck aus, so wird der Wärmeübergang mit folgender Beziehung berechnet:

$$h_{\text{gap}}^* = a_0 + a_1 \cdot p \cdot \delta \quad (3.29)$$

mit

$$\delta = \begin{cases} 0 & \text{für } p \leq p(\text{min}) \\ 1 & \text{für } p > p(\text{min}) \end{cases}$$

h_{gap}^* Wärmeübergangszahl bei mechanischer Wechselwirkung ($\text{W}/\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$)

a_0 Wärmeübergangszahl h_{gap} aus Abschnitt 3.3.1

a_1 empirisch bestimmte Konstante ($\text{W}/\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{mm}^2/\text{kp}$)

p Kontaktdruck zwischen Brennstoff und Hülle (kp/mm^2)

p_{min} empirisch bestimmter Minimaldruck (kp/mm^2).

3.3.4 Exzentrische Lage des Brennstoffes im Stab

In SATURN la kann bei der Bestimmung des Wärmeübergangs im Spalt eine exzentrische Lage der Brennstofftablette näherungsweise berücksichtigt werden. Es wird angenommen, daß die Tablette an einer Stelle der Hüllrohrinnenwand anliegt (Abb. 2). Für den durch den Winkel α definierten Umfangsbereich des Brennstoffes wird der Wärmeübergang nach dem im Abschnitt 3.3.2 beschriebenen Verfahren bestimmt. Für den restlichen Umfang des Brennstoffes gilt im Mittel der Wärmeübergang für den Brennstoff in zentraler Position (Abschn. 3.3.1). Die für den gesamten Brennstoff gemittelte Wärmedurchgangszahl lautet dann:

$$\bar{h}_{\text{gap}} = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot h_{\text{gap}}^0 + \frac{(1-\alpha)}{2\pi} \cdot h_{\text{gap}} \quad (3.30)$$

\bar{h}_{gap} gemittelte Wärmeübergangszahl bei exzentrischer Lage des Brennstoffs im Hüllrohr ($\text{W}/^\circ\text{C cm}^2$)

h_{gap}^0 Wärmeübergangszahl aus Abschnitt 3.3.2

h_{gap} Wärmeübergangszahl aus Abschnitt 3.3.1

α Winkel, proportional dem Umfangsbereich des Brennstoffes, der drucklos anliegt.

Für den Winkel α kann folgende Beziehung gefunden werden (Abb. 2):

$$\alpha = 2 \cdot \arccos \left(\frac{R_{Ba}^2 - (R_{Hi} - R_{Ba})^2 - (R_{Hi} - \delta)^2}{-2 \cdot (R_{Hi} - R_{Ba}) (R_{Hi} - \delta)} \right) \quad (3.31)$$

Erklärung der Radien siehe Gl. (3.32)

δ untere Grenze für den Spalt zwischen Brennstoff und Hülle (cm)

Die Berücksichtigung der möglichen exzentrischen Lage des Brennstoffs erfolgt in SATURN la nur bei der Berechnung der Wärmeübergangszahl. Bei der Berechnung des Temperaturprofils und der Geometrieänderungen wird weiterhin Axialsymmetrie vorausgesetzt.

3.3.5 Wärmeübergang bei Natriumbindung

Liegt Natriumbindung im Brennstab vor, so behandelt SATURN la den Wärmeübergang zwischen Brennstoff und Hülle folgendermaßen:

$$\Delta T = \frac{\chi}{2\pi K_N} \ln \frac{R_{Hi}}{R_{Ba}} \quad (3.32)$$

ΔT Temperatursprung über den Spalt ($^{\circ}\text{C}$)
 χ lineare Stableistung (W/cm)
 K_N Wärmeleitfähigkeit des Natriums (W/ $^{\circ}\text{C}$ cm)
 R_{Hi} Hüllinnenradius (cm)
 R_{Ba} Brennstoffaußenradius (cm)

3.4 Temperaturiterationen

3.4.1 Wärmeübergang im Gasspalt

Der Wärmeübergang zwischen Brennstoff und Hülle ist neben anderen Parametern von der Spaltbreite abhängig. Diese jedoch hängt von der thermischen Ausdehnung des Brennstoffes ab, die wiederum über das Temperaturprofil vom Wärmeübergang bestimmt wird. Es wird deshalb ein Iterationsverfahren verwendet, das es gestattet, zu jeder Ausgangsspaltbreite den Wärmeübergang im heißen Zustand zu berechnen. Als Ziel der Iteration ist diejenige Spaltbreite zu finden, deren Wärme-

übergang den Brennstoff vom Ausgangszustand auf jene angenommene Spaltbreite thermisch ausdehnen läßt.

In Abb. 3 ist vereinfacht der Rechengang skizziert. Zunächst wird mit der Ausgangsspaltbreite δ_0 ein Temperaturprofil $T_0(r)$ bestimmt. Die thermische Ausdehnung des Brennstoffes infolge $T_0(r)$ ergibt eine Spaltbreite δ_1 und ein neues Temperaturprofil $T_1(r)$. Als Schätzwert wird nun der arithmetische Mittelwert δ_m aus δ_1 und δ_0 gebildet:

$$\delta_m = \frac{\delta_1 + \delta_0}{2}$$

Der Wärmeübergang mit dieser geschätzten Spaltbreite ergibt die geschätzte Randtemperatur T_{Bam} und das Temperaturprofil $T_m(r)$. Als nächster Schritt wird die thermische Ausdehnung des Brennstoffes auf Grund von $T_m(r)$ berechnet. Ergibt diese thermische Ausdehnung eine Spaltbreite, die hinreichend genau mit der geschätzten Spaltbreite δ_m übereinstimmt, so ist die Konvergenz des Verfahrens erreicht. Ist die Konvergenz noch nicht erreicht, so wird die zuletzt errechnete Spaltbreite als Ausgangswert für den folgenden Iterationsschritt weiterverwendet.

3.4.2 Wärmeübergang bei mechanischer Wechselwirkung

Das Iterationsverfahren verläuft völlig analog dem Verfahren bei offenem Spalt, wobei jedoch anstelle der Spaltbreite der Kontaktdruck als Iterationsgröße verwendet wird.

3.4.3 Mittlere Temperaturverteilung für Schwellen, Kriechen und Porenwanderung im Brennstoff

Die Materialphänomene Kriechen, Schwellen und Porenwanderung sind stark temperaturabhängig, beeinflussen selbst aber auch die Temperaturverteilung. Durch die Porenwanderung wird im allgemeinen eine Temperaturabsenkung hervorgerufen. Durch Kriechen und Schwellen kann sowohl eine Temperaturerhöhung als auch eine -absenkung hervorgerufen werden. Zur genaueren Berechnung des Einflusses dieser Materialphänomene wird die Temperaturänderung aufgrund des Ablaufens dieser Phänomene zur Korrektur der einem Rechenzeitintervall zugrundegelegten Temperaturverteilung verwendet.

Zunächst werden die Materialphänomene unter Verwendung der Anfangs-temperaturverteilung behandelt, woraus sich eine Endtemperaturverteilung ergibt. Sodann wird die Berechnung wiederholt, wobei als Temperaturverteilung der arithmetische Mittelwert aus Anfangs- und Endverteilung genommen wird. Konvergenz ist erreicht, wenn der am Zeitintervall errechnete neue Mittelwert mit dem für das Zeitintervall verwendeten hinreichend genau übereinstimmt.

4. Schwellen von Brennstoff und Hülle

4.1 Berechnung des Brennstoffschwellens

In SATURN 1a werden zwei Arten von Schwellvorgängen im Brennstoff unterschieden:

- Schwellen infolge fester Spaltprodukte und
- Schwellen infolge gasförmiger Spaltprodukte.

Beide Schwellvorgänge ergeben eine Volumenänderung des Brennstoffes gemäß

$$V'(t+dt) = V(t) \cdot (1 + \beta \cdot dt) \quad (4.1)$$

mit $\beta = [c + f(T)] \cdot q$

$V(T)$ Ausgangsvolumen (cm^3)

$V'(t+dt)$ Volumen nach dem im Zeitintervall dt abgelaufenen Schwellvorgang (cm^3)

β volumetrische Gesamtschwellgeschwindigkeit (durch feste und gasförmige Spaltprodukte) ($1/h$)

c Schwellbetrag der festen Spaltprodukte (cm^3/Wh)

$f(T)$ temperaturabhängiger Schwellbetrag der gasförmigen Spaltprodukte (cm^3/Wh)

q Leistungsdichte (W/cm^3)

Der erste Schwellterm ändert die theoretische Dichte des Brennstoffs. Unter der Voraussetzung $m' = m$ gilt:

$$\rho'_{th}(t + dt) = \rho_{th}(t) / (1 + \beta_s \cdot dt) \quad (4.2)$$

mit $\beta_s = c \cdot q$

ρ_{th} theoretische Dichte des Brennstoffs vor dem Schwellvorgang (g/cm^3)

ρ'_{th} theoretische Dichte des Brennstoffs nach dem Schwellvorgang (g/cm^3)

β_s volumetrische Schwellgeschwindigkeit, hervorgerufen durch feste Spaltprodukte ($1/h$)

m, m' Masse des Brennstoffs vor, bzw. nach dem Schwellvorgang (g)

Die volumetrische Gesamtschwellgeschwindigkeit trägt zu einer Änderung der Porosität bei. Diese Änderung läßt sich aus der Massenbilanz $m' = m$ ableiten. Es gilt:

$$m = V \cdot \rho_{th} \cdot (1 - P) \quad \text{und} \quad m' = V' \cdot \rho'_{th} \cdot (1 - P') \quad (4.3)$$

Daraus folgt mit den Gleichungen (4.1) und (4.2):

$$P' = 1 - \frac{1 + \beta_s \cdot dt}{1 + \beta \cdot dt} (1 - P) \quad (4.4)$$

Aus den Gleichungen (4.3) kann ebenfalls abgeleitet werden, daß bei einer Temperaturänderung, d.h. bei einer Änderung der thermischen Ausdehnung die Porosität im festen Brennstoff konstant bleibt.

In SATURN la wird in der numerischen Behandlung kein Unterschied zwischen freiem und behindertem Schwellen gemacht. Die Schwellbeträge sind als Eingabedaten vorzugeben, wobei der Schwellvorgang infolge gasförmiger Spaltprodukte als temperaturabhängiges Phänomen berücksichtigt wird.

4.2 Berechnung des Hüllmaterialschwellens

In SATURN la wird das Schwellen des Hüllmaterial zur Zeit mit Hilfe folgender Formel behandelt [6]:

$$\frac{\Delta V}{V} = 8,5 \cdot \left(\frac{F \cdot t}{10^{23}} \right)^{1,6} e^{-\left(\frac{490-T}{100} \right)^2} \quad (4.5)$$

$$\frac{dl}{dt} \left(\frac{\Delta V}{V} \right) = 8,5 \cdot \left(\frac{F}{10^{23}} \right)^{1,6} \cdot 1,6 \cdot t^{0,6} \cdot e^{-\left(\frac{490-T}{100} \right)^2} \quad (4.6)$$

$$\beta_H = 13,6 \cdot \left(\frac{F}{10^{23}} \right)^{1,6} \cdot t^{0,6} \cdot e^{-\left(\frac{490-T}{100} \right)^2} \quad (4.7)$$

$\frac{\Delta V}{V}$	Integraler Schwellbetrag entsprechend der Dosis $F \cdot t$ bei der Temperatur T ($^{\circ}\text{C}$)
F	Neutronenfluß mit der Energie $E > 0,1 \text{ MeV}$ ($\text{n}/\text{cm}^2 \text{ sec}$)
t	Betriebszeit (sec)
T	Mittlere Hülltemperatur ($^{\circ}\text{C}$)
β_H	Differentielle Schwellgeschwindigkeit (1/sec)

Auf eine radiale Abhängigkeit des Hüllmaterialschwellens von der Temperatur wurde in SATURN la verzichtet.

5. Hydrostatische Volumenänderungen des Brennstoffes

In SATURN la werden zwei Arten von hydrostatischem Brennstoff betrachtet:

- radial gerissener
- und
- plastischer bzw. fließfähiger Brennstoff

5.1 Aufreißbedingungen für den Brennstoff

Überschreitet beim Aufheizen die Tangentialspannung am Außenrand des Brennstoffes einen von der Temperatur abhängigen Grenzwert, so definiert das Programm den Brennstoff als gerissen. Beim Abkühlen wird der Innenrand des Brennstoffes auf Erfüllung der Aufreißbedingung überprüft. Es wird angenommen, daß der Brennstoff in hinreichend viele Keile aufreißt, so daß Volumenänderungen unter hydrostatischen Verhältnissen erfolgen können. Die radialen Risse breiten sich von außen nach innen bis zu einer vorgegebenen Grenztemperatur aus. Liegt die Brennstoffzentraltemperatur unter diesem Grenzwert, so reißt der Brennstoff vollständig auf.

Zusätzlich zum Spannungskriterium wird in SATURN la ein thermisches Aufreißkriterium verwendet. Zwei Bedingungen müssen gleichzeitig erfüllt sein:

$$\frac{T_R + T_m}{2} < T_{\text{Riss}} \quad \text{und} \quad (5.1)$$

$$\frac{\left(\frac{\Delta T}{\Delta r}\right)_1 - \left(\frac{\Delta T}{\Delta r}\right)_2}{\Delta t} > \eta \quad (5.2)$$

- T_R Brennstoffrandtemperatur ($^{\circ}\text{C}$)
- T_m Brennstoffmaximaltemperatur ($^{\circ}\text{C}$)
- T_{Riss} Zulässige mittlere Brennstofftemperatur
- $\left(\frac{\Delta T}{\Delta r}\right)_1$ Temperaturgradient im Brennstoff vor der Zustandsänderung ($^{\circ}\text{C}/\text{cm}$)
- $\left(\frac{\Delta T}{\Delta r}\right)_2$ Temperaturgradient im Brennstoff nach der Zustandsänderung ($^{\circ}\text{C}/\text{cm}$)
- Δt Länge des Rechenzeitintervalls (h)
- η Zulässige Änderungsgeschwindigkeit des Temperaturgradienten ($^{\circ}\text{C}/\text{cm h}$)

Die erste Bedingung bedeutet, daß die mittlere Brennstofftemperatur unterhalb einer Grenze liegen muß, die zweite, daß die Änderungsgeschwindigkeit des Temperaturgradienten genügend hoch sein muß, damit ein Aufreißen des Brennstoffes eintritt.

5.2 Geometrieänderungen des gerissenen Brennstoffes

5.2.1 Thermische Ausdehnung

Die thermische Ausdehnung der Rißkeile wird für jedes Brennstoffringelement folgendermaßen berechnet:

$$dr' = dr \frac{(1 + \alpha' \cdot (T' - T_0))}{(1 + \alpha \cdot (T - T_0))} \quad (5.3)$$

- dr' Dicke des Ringelementes nach der Temperaturänderung von T auf T' (mm)
- dr Dicke des Ringelementes bei der Temperatur T (mm)
- α, α' linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient ($1/^\circ\text{C}$)
- T_0 Bezugstemperatur für die thermische Ausdehnung, normalerweise Raumtemperatur ($^\circ\text{C}$)

Die Dicke des gesamten gerissenen Brennstoffringes ergibt sich aus der Summe der Ringelementdicken.

5.2.2 Freies Schwellen

Die Dickenänderung jedes Ringelementes aufgrund freien Schwellens berechnet sich aus:

$$dr' = dr \cdot (1 + \beta dt) \quad (5.4)$$

- dr' Dicke des Ringelements nach einer Schwellvergrößerung zum Zeitpunkt $t + dt$ (mm)
- dr Dicke zum Zeitpunkt t (mm)
- β lineare Schwellgeschwindigkeit im Ringelement ($1/h$)
- dt Zeitintervalllänge (h)

5.3 Geometrieänderung des plastischen Brennstoffes

Die Brennstoffzone oberhalb einer Grenztemperatur wird als plastisch betrachtet. Geometrieänderungen dieser Brennstoffzone erfolgen unter hydrostatischen Verhältnissen, wobei die Ringzone als geschlossen betrachtet wird.

5.3.1 Thermische Ausdehnung

Die Flächenänderung eines plastischen Brennstoffringelementes bei Temperaturänderungen errechnet sich zu

$$dF' = dF \left(\frac{1 + \alpha' \cdot (T' - T_0)}{1 + \alpha \cdot (T - T_0)} \right)^2 \quad (5.5)$$

dF' Fläche des plastischen Ringelements nach Änderung der Temperatur von T auf T' (mm^2)

dF Fläche bei der Temperatur T (mm^2)

α', α, T_0 siehe Gl. (5.3)

5.3.2 Freies Schwellen

Die Flächenänderung aufgrund freien Schwellens beträgt:

$$dF' = dF (1 + \beta dt)^2 \quad (5.6)$$

Erklärung der Symbole siehe Gl. (5.4) und (5.5)

5.4 Geometriedefinition bei gerissenem und plastischem Brennstoff

Zur Geometriedefinition nach einer Geometrieänderung ist die Angabe eines Fixpunktes erforderlich. Die Bestimmung des Fixpunktes erfolgt in unterschiedlicher Weise, je nachdem ob

- eine Volumenzunahme oder -abnahme eingetreten ist,
 - plastischer Brennstoff
 - Kontakt mit der Hülle
 - ein Zentralkanal im Brennstoff
- | | |
|---|-----------------|
| } | vorhanden oder |
| } | nicht vorhanden |
| } | ist. |

Der Fixpunkt ist somit aus dem Zustand und der Zustandsänderung der Brennstofftablette bestimmt. Dementsprechend gibt es die folgenden Geometriebestimmungen des hydrostatischen Brennstoffes:

- a) Zustand: kein plastischer Brennstoffring vorhanden,
d.h. radiale Risse durchgehend;
kein Zentralkanal im Brennstoff;
kein Kontakt mit der Hülle.

Zustandsänderung:

Volumenzunahme (durch Schwellen oder Erwärmung)

Fixpunkt: Brennstoffmittelpunkt

Geometriedefinition:

$$R'_i = R_i = 0 \quad (5.7)$$

$$R'_a = \sum_{j=1}^N dr'_j \quad (5.8)$$

$$R'_n = \sum_{j=1}^{n-1} dr'_j \quad (5.9)$$

- R_i, R'_i Brennstoffinnenradius vor, bzw. nach der Volumenzunahme (mm)
- R'_a Brennstoffaußenradius nach der Volumenzunahme (mm)
- R'_n Außenradius des n-ten Ringelements im Brennstoff (mm)
- N Anzahl der Ringelemente
- dr'_j Dicke des j-ten Ringelements nach der Volumenzunahme gemäß Gl. (5.3) oder (5.4)

- b) Zustand: kein plastischer Brennstoffring vorhanden;
Zentralkanal im Brennstoff vorhanden;
Kontakt mit der Hülle.

Zustandsänderung:

Volumenzunahme

Fixpunkt: Hüllinnenradius

Geometriedefinition:

$$R'_a = R_{Hi} \quad (5.10)$$

$$R'_i = R_{Hi} - \sum_{j=1}^N dr'_j \quad (5.11)$$

- R_{Hi} Hüllinnenradius (mm)
Erklärung weiterer Symbole siehe a).

- c) Zustand: kein plastischer Brennstoffring vorhanden;
kein Zentralkanal;
Kontakt mit der Hülle.

Zustandsänderung:

Volumenzunahme

Fixpunkt: Hüllinnenradius

Geometriedefinition:

$$R'_i = R_i = 0 \quad (5.12)$$

$$R'_a = R_{Hi} \quad (5.13)$$

$$dr'_j = dr_j \quad (5.14)$$

Erklärung der Symbole siehe a) und b).

Die dritte Gleichung bedeutet, daß bei Kontakt mit der Hülle keine Dickenzunahme der Brennstoffringelemente eintreten kann und daher die Volumenvergrößerung durch die vorhandenen Risse aufgenommen werden muß.

d) Zustand: wie unter a)

Zustandsänderung:

Volumenabnahme (durch Abkühlung)

Fixpunkt: Schwerpunkte der einzelnen Brennstoffkeile bleiben bei der Geometrieänderung ortsfest.

Geometriedefinition:

Zunächst erfolgt die Berechnung des Schwerpunktes eines Brennstoffkeils mit dem Öffnungswinkel

$\alpha \longrightarrow 0$:

$$d_s = \frac{\int_0^D z(r) \cdot \rho(r) \cdot r^2 \cdot dr}{\int_0^D z(r) \cdot \rho(r) \cdot dr} \quad (5.15)$$

d_s Massenschwerpunkt des dünnen Brennstoffkeils der Länge D (mm)

$z(r)$ axiale Höhe des Keils an der Stelle r (mm)

$\rho(r)$ Dichte des Keils an der Stelle r (g/mm^3)

Der Schwerpunkt wird vor und nach der Volumenänderung berechnet. Da er bei der kräftefreien Geometrieänderung ortsfest bleibt, d.h. sein Abstand zum Tablettenmittelpunkt sich nicht ändert, ergibt sich die neue Geometrie aus:

$$R'_i + d'_s = r_i + d_s$$

zu $R'_i = R_i + d_s - d'_s$ (5.15)

$$R'_a = R'_i + \sum_{j=1}^N dr'_j$$
 (5.17)

d_s, d'_s Abstand des Schwerpunkts vom Brennstoffinnenradius vor, bzw. nach der Volumenänderung (mm)

Erklärung weiterer Symbole siehe a).

- e) Zustand: kein plastischer Brennstoffring vorhanden;
Zentralkanal vorhanden;
kein Kontakt mit der Hülle.

Zustandsänderung:

Volumenzunahme oder -abnahme

Fixpunkt: Schwerpunkt

Geometriedefinition:

analog d).

- f) Zustand: wie unter b) oder c).

Zustandsänderung:

Volumenabnahme

Fixpunkt: Schwerpunkt

Geometriedefinition:

analog d).

- g) Zustand: plastischer Ring im Brennstoff vorhanden;
Zentralkanal vorhanden oder nicht vorhanden;
kein Kontakt mit der Hülle.

Zustandsänderung:

Volumenzunahme oder -abnahme

Fixpunkt: Brennstoffinnenradius

Geometriedefinition:

Das innerste plastische Ringelement bestimmt die Geometrie.

Bei Vorhandensein eines Zentralkanals wird gesetzt:

$$R'_i = R_i \cdot (1 + \beta \cdot dt) \quad (5.18)$$

bzw.

$$R'_i = R_i \cdot \frac{(1 + \alpha' \cdot (T' - T_0))}{(1 + \alpha \cdot (T - T_0))} \quad (5.19)$$

Bei Fehlen eines Zentralkanals wird gesetzt:

$$R'_i = R_i = 0$$

Erklärung der Symbole siehe Gleichung (5.3) und (5.4) und a).

An dem so bestimmten Fixpunkt werden die Außenradien der anschließenden plastischen Ringelemente aufeinanderfolgend gemäß Gleichung (5.5) oder (5.6) angefügt.

- h) Zustand: plastischer Ring vorhanden;
Zentralkanal vorhanden;
Kontakt mit der Hülle.

Zustandsänderung:

Volumenzunahme

Fixpunkt: Hüllinnenradius

Geometriedefinition:

Die Bestimmung der Geometrie erfolgt entsprechend g), wobei jedoch die Reihenfolge vertauscht wird. Es wird zunächst von außen nach innen die neue Geometrie der an der Hülle anliegenden Rißkeile bestimmt, anschließend die der nach innen folgenden plastischen Ringelemente.

- i) Zustand: plastischer Ring vorhanden;
kein Zentralkanal;
Kontakt mit der Hülle.

Zustandsänderung:

Volumenzunahme

Fixpunkt: Hüllinnenradius

Geometriedefinition:

analog c).

- j) Zustand: plastischer Ring vorhanden;
Zentralkanal vorhanden oder nicht vorhanden;
Kontakt mit der Hülle.

Zustandsänderung:

Volumenabnahme

Fixpunkt: Brennstoffinnenradius

Geometriedefinition:

analog g).

- k) Sonderfall:

Schließt sich der Spalt zwischen Brennstoff und Hülle infolge einer Abkühlung der Hülle, so erfolgt die Berechnung der Geometrie je nachdem, ob ein plastischer Ring im Brennstoff vorhanden ist oder nicht, nach den unter h) und i) oder unter b) und c) angeführten Verfahren.

$$dF'_n = (R'_{a,n}{}^2 - R'_{i,n}{}^2) \cdot \pi \quad (5.20)$$

$$dF_n = (R_{a,n}{}^2 - R_{i,n}{}^2) \cdot \pi \quad (5.21)$$

$$R'_{a,n} = \sqrt{R'_{i,n}{}^2 + dF_n \cdot (1 + \beta \cdot dt)^2 / \pi} \quad (5.22)$$

bzw.

$$R'_{a,n} = \sqrt{R'_{i,n}{}^2 + dF_n \cdot \left(\frac{1 + \alpha' \cdot (T' - T_o)}{1 + \alpha \cdot (T - T_o)} \right)^2 / \pi} \quad (5.23)$$

dF_n, dF'_n Fläche des n-ten Ringelements vor bzw. nach der
Volumenänderung (mm^2)

$R'_{a,n}; R'_{i,n}$ Außen- bzw. Innenradius des n-ten Elementes nach der Volumenänderung (mm)

$R_{a,n}; R_{i,n}$ Außen- bzw. Innenradius des n-ten Elementes vor der Volumenänderung (mm)

Befindet sich nach außen anschließend an die plastische Zone (Abb.1) eine Zone gerissenen Brennstoffs, so folgt der neue Brennstoffaußenradius aus:

$$R'_a = \sum_{n=N_1}^{N_{tot}} dr'_n + R'_{a,N_1} \quad (5.24)$$

R'_a neuer Brennstoffaußenradius (mm)

N_{tot} Gesamtanzahl aller Brennstoffringelemente (plastisch und gerissen)

N_1 Index des ersten nicht plastischen Ringelementes

R'_{a,N_1} Außenradius des äußersten plastischen Ringelementes nach der Volumenänderung (mm)

dr'_n nach Gl. (5.3) bzw. (5.4)

5.5 Behandlung der Risse im Brennstoff

5.5.1 Berechnung der Rißfläche

Ist die Geometriedefinition, d.h. die Bestimmung der Lage der Radien der Ringelemente abgeschlossen, so erfolgt die Berechnung der Rißfläche zwischen den Keilen. Unter Rißfläche wird dabei derjenige Flächenanteil eines Ringelementes verstanden, der sich aus der Summe aller radialen Risse in diesem Ringelement zusammensetzt.

Die Rißfläche wird aus einem Vergleich der Ringelementflächen vor und nach einer Zustandsänderung gewonnen:

$$dF' - dF'_c = (dF - dF_c) \cdot (1 + \beta dt)^2 \quad (5.25)$$

bzw.

$$dF' - dF'_c = (dF - dF_c) \cdot \frac{(1 + \alpha' \cdot (T' - T_o))^2}{(1 + \alpha \cdot (T - T_o))^2} \quad (5.26)$$

dF, dF' Fläche des Brennstoffringelementes vor bzw. nach der Geometrieänderung (mm^2)

dF_c, dF'_c Rißfläche im Ringelement vor bzw. nach der Geometrieänderung (mm^2)

Erklärung weiterer Symbole siehe Gl. (5.3) und (5.4).

5.5.2 Behandlung negativer Rißfläche

Die berechneten Rißflächen können negative Werte annehmen, wenn die Brennstoffkeile eines Ringelementes sich übereinandergeschoben haben. Das Programm sieht in diesem Fall folgende Möglichkeiten der numerischen Behandlung vor:

a) Der Brennstoff befindet sich in Kontakt mit der Hülle.

In diesem Fall wird Rißausheilung angenommen. Die Rißfläche im betreffenden Ringelement wird gleich Null gesetzt und der ursprüngliche Wert zum nächst kälteren Ringelement addiert. Die Ausheilung der Risse erfolgt von innen nach außen fortschreitend bis zu einer vorgegebenen Grenztemperatur. Diese ausheilbare Rißzone ist in Abb. 1 mit dem Symbol II bezeichnet.

Sind die Risse in dieser Zone ausgeheilt, so wird ab diesem Zeitpunkt die spannungstheoretische Behandlung des Brennstoffs vorgenommen. Das Verhalten der Risse in der Zone I (Abb. 1) kann in SATURN la nicht berücksichtigt werden.

b) Der Brennstoff befindet sich nicht in Kontakt mit der Hülle.

In diesem Fall wird die Rechnung für die Geometriedefinition wiederholt, wobei nun die Bedingung zu erfüllen ist, daß die neue Geometrie keine negative Rißfläche aufweist. Die dafür not-

wendige Verschiebung des Ringelementes bei Betrachtung des Brennstoffschwellens ergibt sich aus

$$2\tilde{r}'_{i,n}(R_{a,n}-R_{i,n})(1+\beta \cdot dt) = \left[2\tilde{r}_{i,n} \cdot (R_{a,n}-R_{i,n}) - dF_{c,n} \right] \cdot (1+\beta dt)^2$$

$$R'_{i,n} = (1+\beta dt) \cdot \left[R_{i,n} - \frac{dF_{c,n}}{2\tilde{r}(R_{a,n}-R_{i,n})} \right] \quad (5.27)$$

Symbolerklärung siehe Gl. (5.22) und (5.25).

Bei einer Temperaturänderung sieht die Gleichung analog aus (vergl. die Gl. (5.5) und (5.6)).

5.6 Wanderung der Porosität des Brennstoffes

In SATURN la wird die Porosität mit folgender Beziehung definiert:

$$P_n = \frac{(\rho_{th,n} - \rho_n)}{\rho_{th,n}} \quad (5.28)$$

P_n Porosität im n-ten Ringelement

$\rho_{th,n}$ theoretische Dichte des n-ten Ringelements (g/cm^3)

ρ_n tatsächliche Dichte des n-ten Ringelements (g/cm^3)

In ihr sind Herstellungsporosität und durch Spaltgasblasenbildung erzeugte Porosität enthalten.

Wenn feste gerissene Ringelemente des Brennstoffs plastisch werden, so wird das vorhandene Rißvolumen dem Porenvolumen zugeschlagen.

In solchen Ringen ist die Porosität durch die Beziehung definiert:

$$P'_n = P_n + \frac{dF_{c,n}}{dF_n} \quad (5.29)$$

$dF_{c,n}$ Rißfläche des n-ten Ringelements (mm^2)

dF_n Fläche des n-ten Ringelements (mm^2)

Die Wanderung der so definierten Porosität zur Tablettenmitte hin wird in SATURN la mittels eines Verdampfungs- und Kondensations-

mechanismus behandelt. Dieser liefert für die Wanderungsgeschwindigkeit die Beziehung (nach [6]):

$$V_P = \frac{a}{T^{3/2}} e^{-\frac{Q}{kT}} \frac{dT}{dr} \frac{1}{p} \quad (5.30)$$

V_P	Porenwanderungsgeschwindigkeit (mm/h)
T	Temperatur im Brennstoffringelement ($^{\circ}\text{K}$)
Q	Aktivierungsenergie für den Verdampfungs- und Kondensationsmechanismus (kcal)
kT	Boltzmannkonstante (kcal $^{\circ}\text{K}^{-1}$)
$\frac{dT}{dr}$	Temperaturgradient im Ringelement ($^{\circ}\text{K}/\text{mm}$)
a	Konstante ($\text{mm}^2 \text{ at } (^{\circ}\text{K})^{1/2}/\text{h}$)
p	Druck in der Pore (at)

Der Druck in der Pore bei der Temperatur T errechnet sich aus

$$p = p_0 \cdot \frac{T}{T_0} \quad (5.31)$$

p_0	Druck in der Sinterpore während des Herstellersinterns (at)
T_0	Sintertemperatur ($^{\circ}\text{K}$)

Im Zeitintervall dt wandert von einem Ringelement zum nächst heißeren Ringelement ein Anteil der Porosität von

$$\Delta P_n = P_n(t) \cdot \frac{V_{p,n} \cdot dt}{dr_n} \quad (5.32)$$

ΔP_n	Anteil an Porosität im n -ten Ringelement, der während dt in das benachbarte Ringelement wandert
$V_{p,n}$	siehe Gl. (5.30)
$P_n(t)$	Porosität im n -ten Ringelement zum Zeitpunkt t , siehe Gl. (5.29)
dt	Länge des Zeitintervalls (h)
dr_n	Dicke des n -ten Ringelements (mm)

Die Länge des Zeitintervalls dt wird so bestimmt, daß maximal die Hälfte der Porosität eines Ringelements während dt ins benachbarte Ringelement weiterwandern kann. Nach jedem Zeitintervall dt wird eine Porenbilanz erstellt:

$$P_n(t + dt) = P_n(t) - \Delta P_n + \Delta P_{n+1} \quad (5.33)$$

$P_n(t+dt)$ Porosität im n -ten Ringelement zum Zeitpunkt $t + dt$

$P_n(t)$ Porosität zum Zeitpunkt t

ΔP_n s. Gleichung (5.32)

ΔP_{n+1} Porosität, die aus dem benachbarten kälteren Ringelement während dt dazugekommen ist.

Übersteigt die errechnete Porosität im innersten Ringelement des Brennstoffs einen vorgegebenen Maximalwert, so wird das Ringelement als zentrales Loch definiert bzw. einem schon vorhandenen Loch zugeschlagen. Die verbleibende Restmasse wird dem nächst kälteren Ringelement zugeteilt. Wird die Maximalporosität nicht im innersten Ringelement sondern in einem weiter außen liegenden Ringelement überschritten, so wird von diesem Ringelement an nach innen die gesamte Porosität zu einem Mittelwert über alle Zonen verschmiert.

6. Geometrieänderungen von Hülle und Brennstoff unter Spannungen

6.1 Theoretische Grundlagen für die freistehende Hülle und den freistehenden Brennstoff

Die Behandlung des mechanischen Verhaltens von Brennstoff und Hülle wird in enger Anlehnung an den von M. Guyette in dem Rechenprogramm CRASH [7] verwendeten Formalismus durchgeführt. Die diesem Formalismus zugrundegelegten Annahmen gelten für einen dünnwandigen Zylinder und für kleine Verformungsbeträge. Sie stellen eine brauchbare Näherung an das Verhalten der Hülle dar, können aber nur mit Einschränkungen auf das Verhalten des Brennstoffs übertragen werden. Trotzdem wurde in SATURN Ia dieser Formalismus vorläufig auch für die Spannungs- und Dehnungsanalyse des Brennstoffs herangezogen.

Die theoretischen Grundlagen werden in [7] ausführlich behandelt. Sie sollen im folgenden kurz zusammengefaßt und um die Änderung ergänzt werden, die in SATURN la gegenüber dem Rechenprogramm CRASH durchgeführt wurden.

6.1.1 Voraussetzungen

Die dem CRASH-Formalismus zugrundeliegenden Annahmen sind:

- Axialsymmetrie bezüglich der Geometrie und der Kräfte
- ebene axiale Verformungen
- isotrope Materialeigenschaften
- Vernachlässigung axialer Abhängigkeiten

Unter diesen speziellen Annahmen vereinfachen sich die Gleichgewichtsbedingungen und die Beziehungen zwischen den Gesamtdehnungen, Gesamtverformungen und Spannungen.

Das Zylinderkoordinatensystem wird zum Hauptachsensystem, in dem Schubspannungen und -verformungen verschwinden. Die verbleibenden Spannungen und Verformungen sind dann nur vom Radius abhängig.

Durch Unterteilung der Querschnittfläche von Brennstoff und Hülle in Ringflächen mit jeweils konstanten Eigenschaften wird dieser Abhängigkeit numerisch Rechnung getragen.

6.1.2 Grundgleichungen zur Bestimmung der Spannungen und Verformungen

Die Gleichgewichtsbedingung für die an einem Volumenelement angreifenden Kräfte führt auf die Differentialgleichung

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (6.1)$$

- | | |
|-----------------|---|
| σ_r | radiale Spannungskomponente (kp/mm ²) |
| σ_θ | tangentiale Spannungskomponente (kp/mm ²) |
| r | Radius (mm) |

Die Beziehungen zwischen Spannungen und Dehnungen sind in Erweiterung des Hook'schen Gesetzes gegeben durch

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu \cdot (\sigma_\theta + \sigma_z)] + \epsilon_{th} + \epsilon_{sw} + \epsilon_{bl,r} \quad (6.2)$$

für die radiale Komponente der Gesamtdehnung. Eine analoge Beziehung gilt für die tangentielle und die axiale Komponente der Gesamtdehnung (vergl. [7]).

ϵ_r	radiale Komponente der Gesamtdehnung
E	Elastizitätsmodul (kp/mm ²)
$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$	radiale, tangentielle und axiale Spannungskomponente (kp/mm ²)
ν	Poisson-Zahl
ϵ_{th}	Dehnung infolge thermischer Verformung
ϵ_{sw}	Dehnung infolge Schwellverformung
$\epsilon_{bl,r}$	radiale Komponente der Dehnung infolge von Kriechen oder plastischer Verformung.

Gegenüber dem CRASH-Formalismus ist die Gl. (6.2) um die Schwelldehnung erweitert.

Thermische Dehnung und Schwelldehnung werden in SATURN la spannungstheoretisch in gleicher Weise behandelt. Ein Unterschied besteht jedoch im numerischen Verfahren. Die thermische Dehnung wird im wesentlichen in die Berechnung des Anfangszustandes des Brennstabes in einem Rechenzeitintervall einbezogen, während die Schwelldehnung in die Berechnung des Endzustandes eingeht.

Es ist:

$$\epsilon_{th} = \alpha \cdot (T - T_0) \quad (6.3)$$

und

$$\epsilon_{sw} = \epsilon_{sw}^0 + \beta \cdot \Delta t \quad (6.4)$$

- α linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient zwischen der Temperatur T und der Raumtemperatur T_0 ($1/^\circ\text{C}$)
 ϵ_{sw}^0 bis zum Zeitpunkt t aufkummulierte Schwelldehnung
 β lineare Schwellgeschwindigkeit ($1/h$)
 Δt Länge des Zeitintervalls (h)

Erklärung weiterer Symbole wie nach Gl. (6.2).

Aus dem erweiterten Hook'schen Gesetz können die Spannungen als Funktion der Dehnungen hergeleitet werden. Für die radiale Komponente der Spannung bekommt man folgende Beziehung:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-2\nu} \left[\frac{\nu \cdot \epsilon_t}{1+\nu} - (\epsilon_{\text{th}} + \epsilon_{\text{sw}}) \right] + \frac{E}{1+\nu} (\epsilon_r - \epsilon_{\text{bl},r}) \quad (6.5)$$

mit

$$\epsilon_t = \epsilon_r + \epsilon_\theta + \epsilon_z$$

Erklärung der Symbole wie nach Gl. (6.2).

Für die tangentielle und axiale Komponente bestehen analoge Beziehungen (vergl. [7]).

Aus der Verträglichkeitsbedingung folgt der Zusammenhang zwischen der radialen Verschiebung und den Gesamtdehnungen:

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad \text{und} \quad \epsilon_z = C_3 \quad (6.6)$$

Mit Hilfe der Gl. (6.5) und (6.6) wird Gl. (6.1) in eine Differentialgleichung in u umgewandelt:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{1-2\nu}{1+\nu} \left[\frac{d\epsilon_{\text{bl},r}}{dr} + \frac{\epsilon_{\text{bl},r} - \epsilon_{\text{bl},\theta}}{r} \right] + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{d}{dr} (\epsilon_{\text{th}} + \epsilon_{\text{sw}}) \quad (6.7)$$

Diese Differentialgleichung ist unter der Voraussetzung, daß ϵ_{th} , ϵ_{sw} , $\epsilon_{\text{bl},r}$, $\epsilon_{\text{bl},\theta}$ und $\epsilon_{\text{bl},z}$ als radiusabhängige Funktionen bekannt sind, analytisch lösbar. Es ist:

$$u(r) = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left[\frac{1}{r} \int_a^r (\epsilon_{bl,r} + \epsilon_{bl,\theta}) dr + r \int_a^r \frac{\epsilon_{bl,r} - \epsilon_{bl,\theta}}{r} dr \right] + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{1}{r} \int_a^r (\epsilon_{sw} + \epsilon_{th}) r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (6.8)$$

a Innenradius von Hülle bzw. Brennstoff (mm)

C_1, C_2 Integrationskonstanten

Erklärung weiterer Symbole wie nach Gl. (6.2).

Mit Gl. (6.8) sind durch Gl. (6.6) und Gl. (6.5) zunächst die Gesamtdehnung und mit diesen die Spannungen als Funktion der bleibenden Dehnungen und der Summe aus thermischer Ausdehnung und Schwelldehnung gegeben.

6.1.3 Randbedingungen

In den Grundgleichungen zur Bestimmung der Spannungen, Dehnungen und Verformung tauchen die drei Integrationskonstanten C_1, C_2 und C_3 auf. Diese müssen aus Randbedingungen bestimmt werden. Für den freistehenden Zylinder (Hülle oder Brennstoff) lauten sie:

$$(\sigma_r)_{r=a} = -p_a$$

$$(\sigma_r)_{r=b} = -p_b \quad (6.9)$$

$$2\bar{\pi} \int_a^b \sigma_z r dr = \bar{\pi} \cdot (p_a a^2 - p_b b^2)$$

a, b Innen- bzw. Außenradius von Hülle bzw. Brennstoff (mm)

p_a, p_b Innen- bzw. Außendruck (kp/mm^2)

Diese drei Randbedingungen führen auf ein lineares Gleichungssystem für die drei Unbekannten C_1, C_2 und C_3 , die daraus bestimmt werden können. Die radialen Verteilungen der thermischen Ausdehnung und der Schwelldehnung sind bekannt. Die Bestimmung der bleibenden Dehnungen

bzw. der Zuwächse der bleibenden Dehnungen durch Kriechen oder plastische Verformung mit Hilfe eines numerischen Verfahrens wird in den Abschnitten 6.3.1 und 6.3.2 beschrieben.

6.2 Theoretische Grundlagen für die mechanische Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hülle

Die theoretischen Grundlagen der mechanischen Wechselwirkung sind bis auf die Randbedingungen und die daraus folgende Bestimmung der Integrationskonstanten identisch mit der vorher kurz beschriebenen Theorie der freistehenden Hülle oder des freistehenden Brennstoffes. Die Differentialgleichung (6.1) wird zweimal getrennt für die Hülle und den Brennstoff gelöst. Die Kopplung erfolgt über die Randbedingungen, aus denen die sechs Integrationskonstanten bestimmt werden. Diese Randbedingungen lauten:

$$(\sigma_{H,r})_{r=r_{H,b}} = -p_b \quad (6.10)$$

$$(\sigma_{B,r})_{r=r_{B,a}} = -p_a \quad (6.11)$$

$$2\tilde{\eta} \int_{r_{B,a}}^{r_{B,b}} \sigma_z \cdot r \cdot dr + 2\tilde{\eta} \int_{r_{H,a}}^{r_{H,b}} \sigma_z \cdot r \cdot dr = \tilde{\eta} \cdot (p_a \cdot r_{B,a}^2 - p_b \cdot r_{H,b}^2) \quad (6.12)$$

$$(\sigma_{B,r})_{r=r_{B,b}} = (\sigma_{H,r})_{r=r_{H,a}} \quad (6.13)$$

$$(u_B)_{r=r_{B,b}} = (u_H)_{r=r_{H,a}} \quad (6.14)$$

$$(\epsilon_Z)_{\text{Hülle}} = (\epsilon_Z)_{\text{Brennstoff}} \quad (6.15)$$

$\sigma_{H,r}; \sigma_{B,r}$ radiale Komponente der Spannung im Hüllrohr bzw. im Brennstoff (kp/mm^2)

$r_{B,a}; r_{H,a}$ Brennstoff- bzw. Hüllinnenradius (mm)

$r_{B,b}; r_{H,b}$ Brennstoff- bzw. Hüllaußenradius (mm)

u_B, u_H radiale Verschiebung des Brennstoffes bzw. des Hüllrohres (mm)

$(\epsilon_Z)_{\text{Hülle}}$	totale axiale Dehnung der Hülle
$(\epsilon_Z)_{\text{Brennstoff}}$	totale axiale Dehnung des Brennstoffes

Die zuletzt angeführte Randbedingung bedeutet, daß der Brennstoff an der Hülle klebt.

6.3 Numerische Lösungsverfahren zur Bestimmung der bleibenden Verformung

6.3.1 Kriechdehnungen von Brennstoff und Hülle

Zur Bestimmung des Spannungszustandes muß neben den Randbedingungen, der radialen Verteilung der thermischen Ausdehnung des Schwellens auch die Verteilung der bleibenden Verformung bekannt sein. Diese wird in SATURN la ähnlich dem Verfahren in CRASH [7] durch ein Schätz- und Korrigierverfahren bestimmt. Der erste Näherungswert für den Zuwachs der bleibenden Kriechverformung in einem Zeitintervall wird unter der Annahme gewonnen, daß der Spannungszustand sich aufgrund der auftretenden bleibenden Kriechzuwächse nicht ändert. Der so bestimmte Endwert der bleibenden Verformung liefert einen Spannungszustand zum Ende des Zeitintervalls aus dem Gleichungssystem (6.5). Als nächstes wird der arithmetische Mittelwert aus Anfangs- (am Anfang des Zeitintervalls) und Endzustand der Spannungsverteilung gebildet und mit diesem Mittelwert neue bleibende Verformungszuwächse berechnet. Diese Verformungszuwächse bestimmen über die Gleichungen (6.5) einen neuen Endzustand des Spannungszustandes. Konvergenz ist erreicht, wenn die mit dem Mittelwert des Spannungszustandes aus der vorherigen Iteration gewonnenen Verformungszuwächse, einen Endspannungszustand ergeben, der gemittelt mit dem Anfangswert hinreichend genau die gleichen Verformungszuwächse ergibt, wie in der vorherigen Iteration. Bei jedem Iterationsschritt läuft der Rechengang folgendermaßen ab:

- Definition des Endzustandes der bleibenden Verformungen als Summe des Anfangswertes und Verformungszuwachses
- Berechnung der Integrationskonstanten (3 im Falle des freistehenden Zylinders, 6 bei mechanischer Wechselwirkung)
- Berechnung der radialen Verschiebung
- Berechnung der totalen Verformungen

- Berechnung der Spannungen
- Bildung eines arithmetischen Mittelwertes aus Anfangs- und Endzustand der Spannungsverteilungen
- Berechnung von Verformungszuwächsen mit dem arithmetischen Mittelwert der Spannung
- Beginn der nächsten Iteration.

Um schnelle Konvergenz zu erreichen, muß das betrachtete Zeitintervall hinreichend kurz sein. Die zulässige Länge des Zeitintervalls bei Berechnung von Kriechverformungen ist um Größenordnungen kleiner, als das durch die in Abschnitt 2.1.1 erwähnten Kriterien bestimmte Zeitintervall. Zur Berechnung der Kriechverformungen wird in SATURN la daher das Rechenzeitintervall in hinreichend kleine Iterationszeitintervalle (IZI) unterteilt. Die Bestimmung der zulässigen Iterationszeitintervalllänge erfolgt im Programm selbst. Zunächst wird die zulässige Länge mit einem empirischen Kriterium abgeschätzt:

$$\Delta t_{zul} = \Delta t_0 \frac{\epsilon_{el, eq}}{\Delta \epsilon_{bl}} \quad (6.16)$$

Δt_{zul}	zulässige Iterationszeitintervalllänge (h)
Δt_0	vorgegebene Iterationszeitintervalllänge (h)
$\epsilon_{el, eq}$	einaxiale elastische Vergleichsdehnung
$\Delta \epsilon_{bl}$	Verformungszuwachs in Δt_0 durch Kriechen (unter der Annahme, daß der Anfangsspannungszustand ungeändert bleibt)

Sodann überprüft das Programm in jedem IZI die Anzahl der zum Erreichen der Konvergenz notwendigen Iterationen. Übersteigt diese Anzahl einen vorgegebenen Wert, so kürzt das Programm die Länge des IZI. Liegt die Zahl der notwendigen Iterationen darunter, so wird das IZI verlängert. Damit ist eine optimale Anpassung des Rechenganges an den jeweiligen untersuchten Fall gegeben.

Die Materialgesetze für das Kriechen von Brennstoff und Hülle, die gegenwärtig in SATURN la verwendet werden, lauten (nach [7]):

$$\dot{\epsilon}_H = K \cdot \sigma_{eq}^n \quad (6.17)$$

$$\dot{\epsilon}_B = C_1 \cdot q \cdot \sigma_{eq} (C_3 + C_4 \cdot e^{-\frac{C_2}{T}}) \quad (6.18)$$

- $\dot{\epsilon}_H$ Kriechgeschwindigkeit der Hülle (1/h)
 K, n Norton'sche Kriechparameter, temperaturabhängig
 σ_{eq} Einaxiale Vergleichsspannung (kp/mm²)
 $\dot{\epsilon}_B$ Kriechgeschwindigkeit des Brennstoffes (1/h)
 C_1, C_2, C_3, C_4 Konstante
 q Leistungsdichte (W/cm³)
 T Temperatur (°K)

Sie sind für den einaxialen Vergleichszustand angegeben. Der Zusammenhang zwischen diesem Zustand und dem in den Grundgleichungen von Abschn. 6.1 und 6.2 verwendeten dreiaxialen Zustand wird anhand der folgenden Beziehungen hergestellt.

Die einaxiale Vergleichsspannung ergibt sich aus dem dreiaxialen Spannungszustand nach von Mises zu

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2} \quad (6.19)$$

- $\sigma_{r,\theta,z}$ radiale, tangential und axiale Spannungskomponente (kp/mm²)

Aus Gl. (6.17) bzw. (6.18) folgt der Verformungszuwachs pro IZI zu

$$\Delta \epsilon_{bl,H} = \dot{\epsilon}_H \cdot \Delta t \quad (6.20)$$

bzw.

$$\Delta \epsilon_{bl,B} = \dot{\epsilon}_{Br} \cdot \Delta t$$

- $\Delta \epsilon_{bl,H}$ Kriechverformungszuwachs in der Hülle

- $\Delta \epsilon_{bl,B}$ Kriechverformungszuwachs im Brennstoff

- Δt Länge des IZI (h)

Die Aufteilung der in Gleichung (6.20) bestimmten einaxialen Verformungszuwächse auf die drei Komponenten des dreiaxialen Zustandes wird mit Hilfe der Söderberggleichungen durchgeführt:

$$\Delta \varepsilon_{bl,r} = \frac{\Delta \varepsilon_{bl,H}}{\sigma_{eq}} \cdot \left[\sigma_r - \frac{1}{2} (\sigma_\theta + \sigma_z) \right] \quad (6.21)$$

$\Delta \varepsilon_{bl,r}$ radiale Komponente des Kriechverformungszuwachses

Für die beiden anderen Komponenten existieren analoge Beziehungen (vergl. [77]).

6.3.2 Plastische Verformung der Hülle

Die Berücksichtigung von plastischen Verformungen in der Hülle erfolgt in SATURN la bei der Bestimmung des Anfangszustandes des Brennstabes im Rechenzeitintervall nach der Änderung der Betriebsbedingungen des Reaktors.

a) Plastisches Verhalten mit Verfestigung:

Das plastische Verhalten der Hülle ist im wesentlichen durch die Angabe des in Abb. 4 mit E_p bezeichneten Plastizitätsmoduls bestimmt. Das numerische Berechnungsverfahren läuft folgendermaßen ab (vergl. Abb. 4):

- Bestimmung des einaxialen Vergleichsspannungszustandes mit dem Elastizitätsmodul E (Punkt 1),
- Bestimmung des aufgetretenen plastischen Verformungszuwachses und Neuberechnung der Spannungsverteilung (Punkt 2),
- Berechnung der neuen Plastizitäts- oder Fließgrenze (Punkt 3),
- Neuberechnung des Vergleichsspannungszustandes (Punkt 4).

Der plastische Verformungsbetrag bei Überschreiten der jeweiligen Fließgrenze errechnet sich zu:

$$\Delta \varepsilon_{bl,eq} = \frac{\sigma_{eq} - \sigma_{pl}}{E} \quad (6.22)$$

$\Delta \varepsilon_{bl,eq}$ bleibender plastischer Verformungszuwachs (einaxiale Vergleichsverformung)

σ_{eq}	Einaxiale Vergleichsspannung (kp/mm ²)
σ_{pl}	Plastizitäts- oder Fließgrenze (kp/mm ²)
E	Elastizitätsmodul (kp/mm ²)

Die neue Fließgrenze nach Auftreten einer plastischen Verformung ergibt sich zu:

$$\sigma_{pl}' = \sigma_{pl} + \frac{E_p \cdot (\sigma_{eq} - \sigma_{pl})}{E - E_p} \quad (6.23)$$

σ_{pl}'	Fließgrenze nach Auftreten einer plastischen Verformung mit Verfestigung (kp/mm ²)
σ_{pl}	Fließgrenze vor Auftreten der plastischen Verformung (kp/mm ²)
E_p	Plastizitätsmodul (kp/mm ²)
E	Elastizitätsmodul (kp/mm ²)
σ_{eq}	Einaxiale Vergleichsspannung (kp/mm ²)

In diesem numerischen Berechnungsverfahren steckt die Annahme, daß durch eine Berücksichtigung des plastischen Verformungszuwachses aus Gleichung (6.22) der Zustand 1 (Abb. 4) in den Zustand 2 bzw. 4 in 5 usw. übergeführt wird. Um diese Annahme hinreichend genau zu erfüllen, muß der maximale Verformungszuwachs pro Rechenschritt begrenzt werden.

b) Plastisches Verhalten ohne Verfestigung

Wird der Plastizitätsmodul E_p im Grenzfall gleich Null, so tritt keine Verfestigung des Werkstoffes durch Fließen auf. Das Materialgesetz und das numerische Berechnungsverfahren ist in Abb. 4 dargestellt.

6.4 Zweizonen-Modell im Brennstoff

In SATURN la wird der Brennstoff in zwei Zonen unterteilt, in eine äußere mechanisch feste Zone, die Spannungen aufnehmen kann, und in eine innere hydrostatische Zone, die diese Fähigkeit nicht hat. Die Grenzziehung erfolgt zunächst grundsätzlich durch die Vorgabe eines maximalen Temperaturwertes, bis zu dem der Brennstoff spannungstheoretisch behandelt werden soll. Es wird angenommen, daß der Brennstoff selbst bei schnellen Leistungsänderungen oberhalb dieser Grenze im hydrostatischen Zustand bleibt.

Durch die im folgenden erläuterten Verfahren kann die Grenze zwischen beiden Zonen in Richtung einer Verkleinerung der mechanisch festen Zone verändert werden.

6.4.1 Verfahren bei stationären Betriebsbedingungen

Aufgrund der Temperaturabhängigkeit des Brennstoffkriechgesetzes werden deviatorische Spannungen, die sich infolge thermischer Ausdehnung aufgebaut haben, in Brennstoffringen mit hinreichend hoher Temperatur schnell auf den hydrostatischen Spannungszustand abgebaut. Ebenso ist in diesen Ringen ein Aufbau von merklichen deviatorischen Spannungen aufgrund des Schwellens nicht möglich, da die Spannungen, die benötigt werden, um die Schwellvolumenvergrößerung durch Kriechen umzulenken, in diesen Brennstoffringen um Größenordnungen kleiner als in den kälteren Brennstoffringen sind.

Die Berechnung der bleibenden Kriechverformungen in den nahezu hydrostatischen Ringen erfordert hohe Rechenzeiten an der Maschine. SATURN la überprüft daher nach jedem Iterationszeitintervall, ob im Brennstoff nahezu hydrostatische Ringe vorliegen und vergleicht den Spannungszustand dieser Ringe mit dem flächengemittelten Spannungszustand im Brennstoff (vergl. Abb. 5).

$$\bar{\sigma}_{eq} = \frac{\int_F \sigma_{eq} dF}{F} \quad (6.24)$$

$\bar{\sigma}_{eq}$ flächengemittelte Vergleichsspannung (kp/mm²)

F Brennstoffquerschnittsfläche (mm²)

σ_{eq} örtliche Vergleichsspannung (kp/mm²)

Liegt die örtliche Vergleichsspannung unterhalb eines Grenzwertes

$$\sigma_{gr} = \eta_1 \cdot \bar{\sigma}_{eq} \quad (6.25)$$

mit $\eta_1 < 0,1$,

so werden diese Brennstoffringe nicht mehr spannungstheoretisch behandelt. Die Geometrieänderungen dieser Ringe werden mit den Verfahren für den plastischen hydrostatischen Brennstoff (s. Abschnitt 5.3) berechnet.

6.4.2 Verfahren bei zyklischen Betriebsbedingungen

Bei zyklischen Betriebsbedingungen treten im Brennstoff Temperaturerhöhungen infolge Leistungserhöhungen auf. Erfolgt eine Leistungserhöhung mit hinreichend hoher Geschwindigkeit, wird in SATURN la zunächst die spannungstheoretische Behandlung des Brennstoffes bis zu der eingangs erwähnten Temperaturgrenze ausgedehnt. Dann werden die Kriechgeschwindigkeiten, die dem errechneten elastischen Spannungszustand entsprechen, mit der Geschwindigkeit des Spannungsaufbaus verglichen. Es ergeben sich Ringe, in denen gilt:

$$\dot{\epsilon}_{cr} > \eta_2 \cdot \dot{\epsilon}_{th} \quad (6.26)$$

mit $\eta_2 > 10$ und $\dot{\epsilon}_{th} = \frac{\epsilon_{th}' - \epsilon_{th}}{\Delta t}$.

$\dot{\epsilon}_{cr}$ Kriechgeschwindigkeit des Brennstoffes nach der elastischen Zustandsänderung (1/h)

$\dot{\epsilon}_{th}$ Geschwindigkeit des Spannungsaufbaus (1/h)

ϵ_{th}' thermische Ausdehnung nach der Leistungsänderung

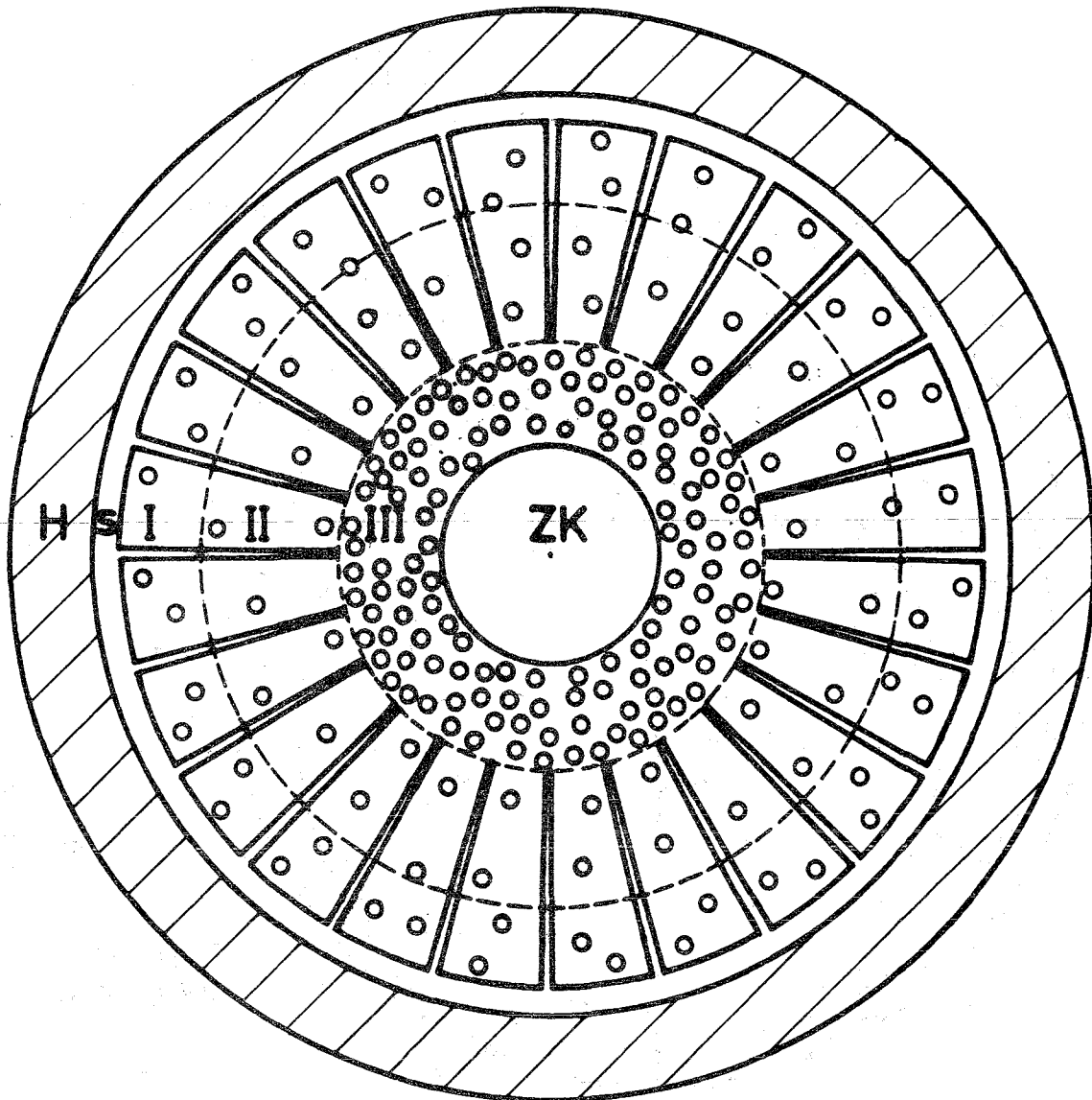
ϵ_{th} thermische Ausdehnung vor der Leistungsänderung

Δt Länge des Rechenzeitintervalls

Diese Ringe werden aus der spannungstheoretischen Behandlung ausgeschieden, unter der Annahme, daß das Relaxationsvermögen des Brennstoffes in diesen Ringen keinen Spannungsaufbau gestattet hat. Die Berechnung des elastischen Spannungszustandes im Brennstoff wird ohne diese abgetretenen Ringe wiederholt.

Literatur:

- [1] H. Kämpf, H. Elbel, F. Depisch:
Die Behandlung des mechanischen und thermischen Verhaltens
von Brennstäben in SATURN 1,
KFK 1477, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Nov. 1971
- [2] K. Kummerer, F. Depisch, H. Elbel, H. Kämpf:
The SATURN Codes and Material Data Evaluation,
Conference on: Fast Reactor Fuel Element Technology, New Orleans,
April 1971
- [3] F. Depisch, H. Elbel, H. Kämpf:
Treatment of the Mechanical and Thermal Behavior of Fuel Pins
in SATURN 1,
First International Conference on: Structural Mechanics in
Reactor Technology, Berlin, Sept. 1971
- [4] H. Elbel, F. Depisch:
Die Anwendung des Rechenprogramms SATURN 1 auf das Zeitverhalten
von Schnellbrüter-Brennstäben unter zyklischer Belastung,
Reaktortagung, Hamburg, April 1972
- [5] H. Kämpf, G. Karsten:
Effects of Different Types of Void Volumes on the Radial
Temperature Distribution of Fuel Pins,
Nucl. Appl. and Techn. 9, 288 (Sept. 1970)
- [6] H. Kämpf, H. Elbel, K. Kummerer:
Brennstabmodelltheorie - Modelle und Materialdaten,
KFK 1400, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Oktober 1971
- [7] M. Guyette:
CRASH: a Computer Programme for the Analysis of Creep and
Plasticity in Fuel Pin Sheaths,
KFK 1050, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Aug. 1969



- H Hülle
- S Spalt
- I Risse nicht ausheilbar
- II Risse ausheilbar
- III Spontane Ausheilung der Risse
- ZK Zentralkanal

Abb. 1

**Der hydrostatische Brennstoff
in SATURN 1a**

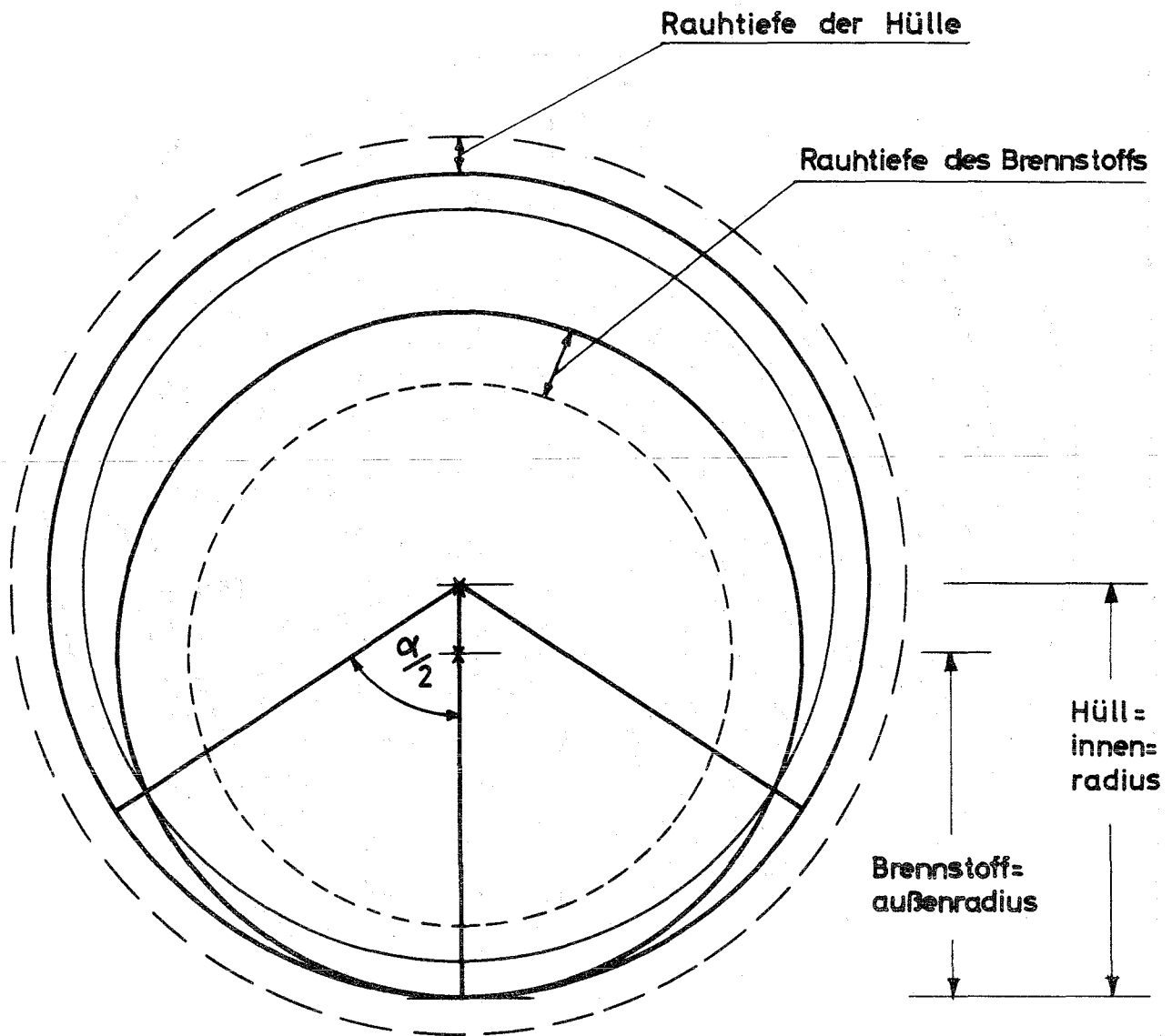


Abb. 2 : Exzentrische Lage des Brennstoffs im Hüllrohr
(vgl. Abschn. 3.3.4)

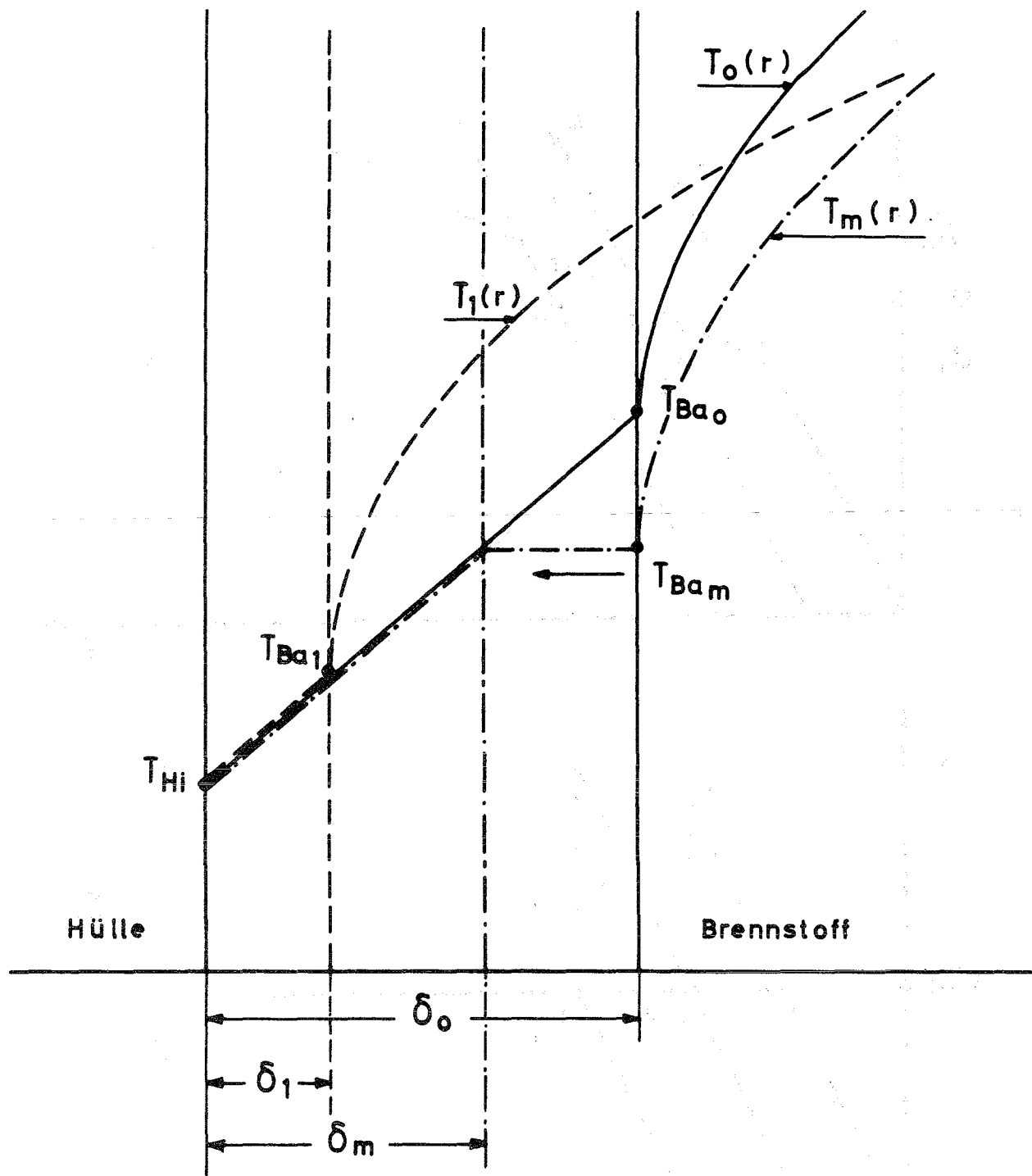


Abb. 3 : Schematische Darstellung zum Iterationsverfahren für die Bestimmung des Wärmeübergangs im Gasspalt (vgl. Abschn. 3.4.1)

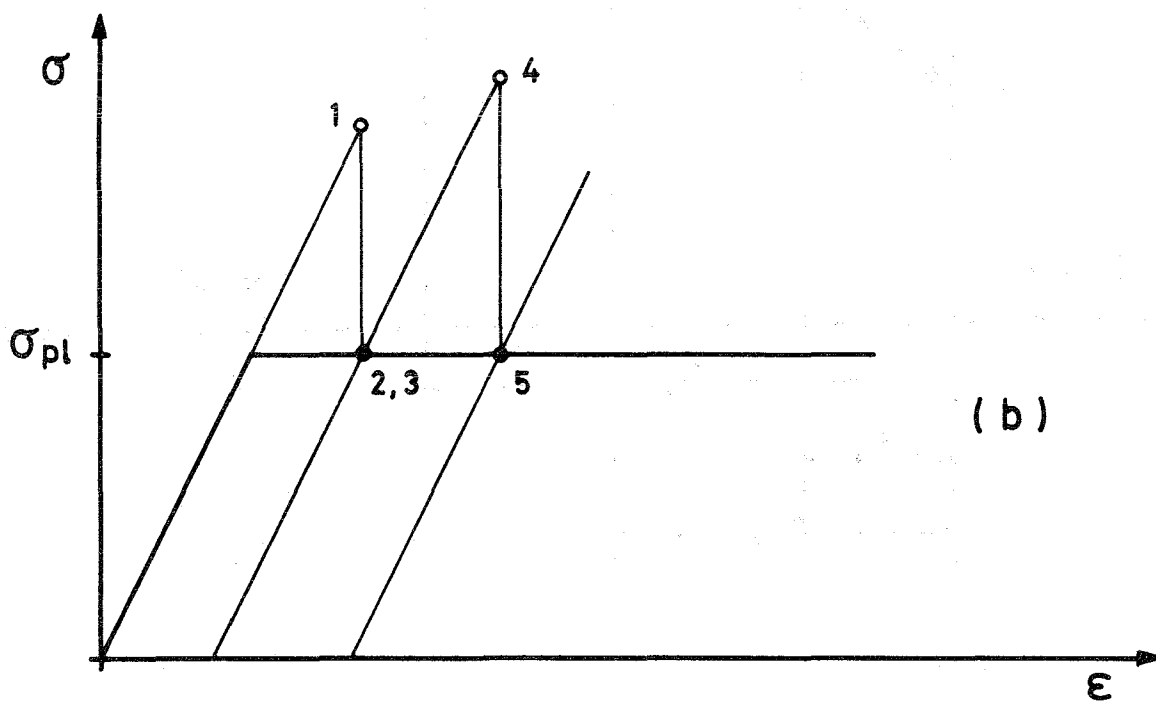
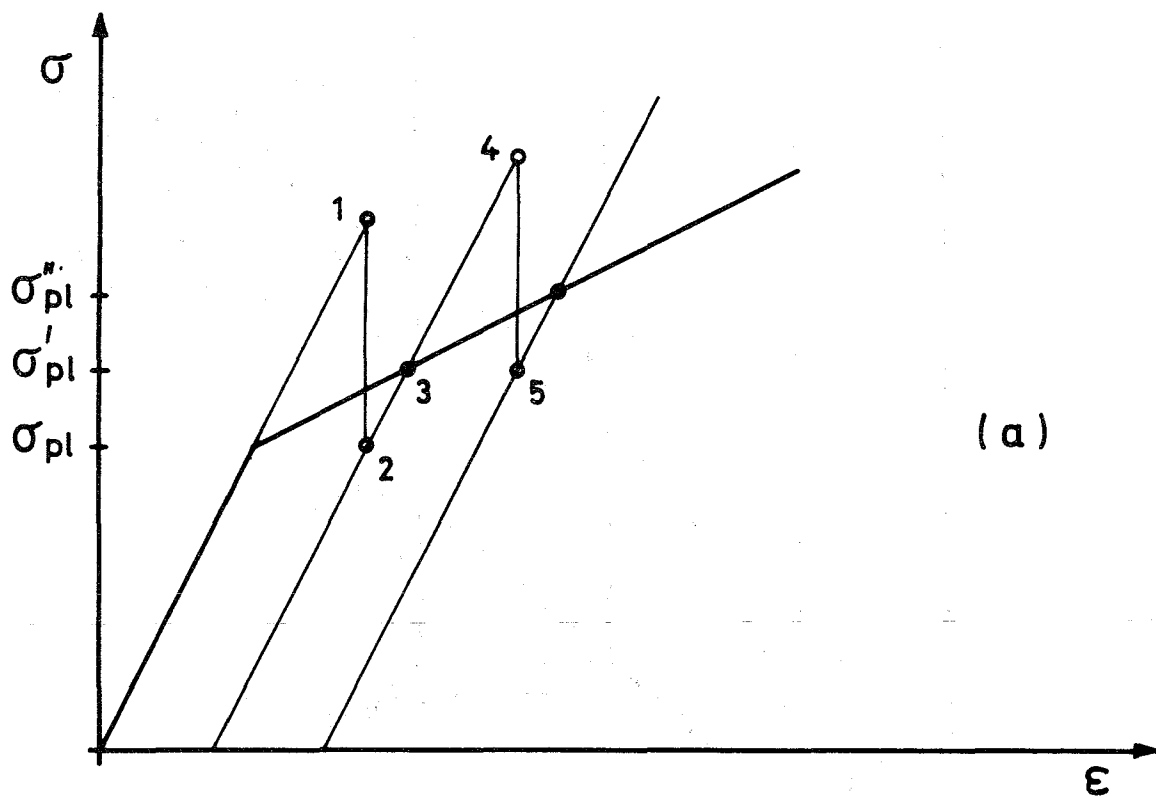


Abb. 4 : **Plastisches Verhalten der Hülle**
 (a) mit Verfestigung
 (b) ohne Verfestigung
 (vgl. Abschn. 6.3.2)

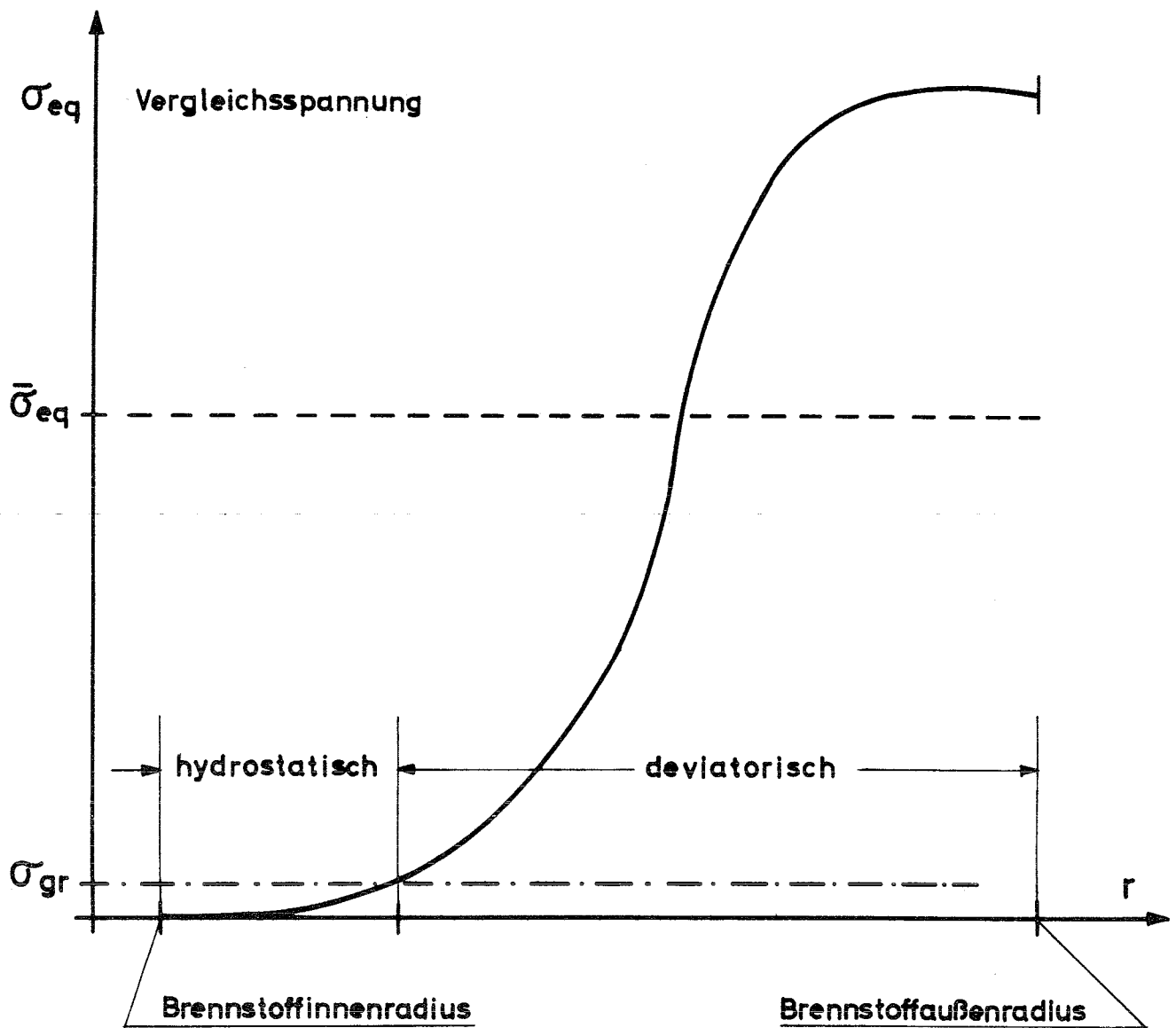


Abb. 5 : Schematische Darstellung
zur Behandlung des Brennstoffes
nach dem Zweizonen - Modell
(vgl. Abschn. 6.4.1)

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions.

2. It is essential to ensure that all entries are clearly legible and include the date, amount, and description of the transaction.

3. Regularly reconciling the records with bank statements helps to identify any discrepancies or errors.

4. Keeping records organized and up-to-date is crucial for accurate financial reporting and tax compliance.

5. The second part of the document provides a detailed overview of the accounting cycle, which consists of eight steps.

6. The first step is identifying and recording all business transactions, which involves analyzing source documents.

7. The second step is journalizing the transactions, where each entry is recorded in a journal with a debit and credit.

8. The third step is posting the journal entries to the appropriate T-accounts in the general ledger.

9. The fourth step is preparing a trial balance to ensure that the debits equal the credits.

10. The fifth step is adjusting the accounts for any accruals, deferrals, and other adjustments.

11. The sixth step is preparing financial statements, including the income statement, balance sheet, and cash flow statement.

12. The seventh step is closing the temporary accounts (revenues, expenses, and dividends) to the permanent accounts.

13. The eighth and final step is reversing the adjusting entries at the beginning of the next period.

14. Understanding the accounting cycle is fundamental for anyone involved in financial management.

15. It ensures that the financial records are accurate and provide a clear picture of the company's financial health.

16. The third part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions.

17. It is essential to ensure that all entries are clearly legible and include the date, amount, and description of the transaction.

18. Regularly reconciling the records with bank statements helps to identify any discrepancies or errors.

19. Keeping records organized and up-to-date is crucial for accurate financial reporting and tax compliance.

20. The fourth part of the document provides a detailed overview of the accounting cycle, which consists of eight steps.

21. The first step is identifying and recording all business transactions, which involves analyzing source documents.

22. The second step is journalizing the transactions, where each entry is recorded in a journal with a debit and credit.

23. The third step is posting the journal entries to the appropriate T-accounts in the general ledger.

24. The fourth step is preparing a trial balance to ensure that the debits equal the credits.

25. The fifth step is adjusting the accounts for any accruals, deferrals, and other adjustments.

26. The sixth step is preparing financial statements, including the income statement, balance sheet, and cash flow statement.

27. The seventh step is closing the temporary accounts (revenues, expenses, and dividends) to the permanent accounts.

28. The eighth and final step is reversing the adjusting entries at the beginning of the next period.

29. Understanding the accounting cycle is fundamental for anyone involved in financial management.

30. It ensures that the financial records are accurate and provide a clear picture of the company's financial health.