

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

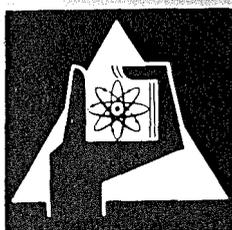
Oktober 1972

KFK 1692

Institut für Experimentelle Kernphysik

**Überlegungen zu einem  
4-Spalt-Pionen-Spektrometer für das SIN**

V. Jung



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE



Kernforschungszentrum Karlsruhe  
Institut für Experimentelle Kernphysik

KFK - 1692

Überlegungen zu einem 4-Spalt-Pionen-  
Spektrometer für das SIN

V. Jung

Gesellschaft für Kernforschung m. b. H., Karlsruhe



## Considerations to a 4-Gap-Pion-Spectrometer for the SIN

For the beam  $\pi M^1$  of the SIN a pion-spectrometer has to be built. The maximum energy of the pions to be analyzed should be 450 MeV. For a 1 m curvature radius of the pion track a field of 15 kG has to be reached. Smaller radii diminish the resolving power of the spectrometer and are not tolerable for the needed high field accuracy of  $10^{-4}$  until  $10^{-5}$  which cannot be reached at higher field values. A bigger radius would enhance the resolving power but enhance too the weight and price of the spectrometer. It is shown that a one-sector-spectrometer does not reach sufficient resolution. Separating of the functions of bending and focussing enables one to enhance the resolution by a factor 2.5 by eliminating most of the second order aberrations. Further improvement of the resolving power only is possible by dividing the bending field into two or more sections with additional correcting multipoles (e. g. QDDD-spectrometer).



# Überlegungen zu einem 4 - Spalt-Pionen-Spektrometer

## für das SIN

Für den Strahl  $\pi^+ M1$  des SIN <sup>1)</sup> ist ein Pionen-Spektrometer zu bauen, in dem Pionen bis zu einer Energie von 450 MeV spektroskopierbar sein sollen. Der dieser Energie bei 15 kG entsprechende Bahnradius ist 1 m. Kleinere Bahnradien erniedrigen die Auflösung des Spektrometers und sind des höheren Feldes wegen für eine entsprechende Feldhomogenität von  $10^{-4}$  bis  $10^{-5}$  nicht vertretbar <sup>2)</sup>. Größere Bahnradien erhöhen zwar die Auflösung, bringen jedoch auch erheblich erhöhte Kosten mit sich. Es wird gezeigt, daß ein ein-Sektor-Spektrometer keine zufriedenstellende Auflösung erreicht. Ein Aufteilen der Funktionen der Ablenkung und der Fokussierung <sup>3)</sup> ermöglicht es, die Fehler 2. Ordnung zu eliminieren und die Auflösung um einen Faktor 2,5 zu verbessern. Eine weitere Verbesserung der Auflösung ist nur durch Aufteilen des Ablenkkfeldes in mehrere Sektionen mit eingefügten Korrekturmultipolen möglich (z. B. QDDD - Spektrometer <sup>4, 5)</sup>).

Für die Untersuchung von Pionen-Reaktionen sind Spektren und Winkelverteilungen von Interesse. Weitergehenden Informationswert für den Reaktionsprozeß besitzen Winkelkorrelationen, die nur mit Koinzidenzmessungen zu gewinnen sind. Die Zählrate von Koinzidenzmessungen ist durch das Verhältnis von zufälligen zu echten Koinzidenzen begrenzt. Mehr als 50 % zufällige Koinzidenzen dürften nicht sinnvoll sein, ein Anteil von 10 % zufälligen ist erstrebenswert, da die Bestimmung der Zufallskoinzidenzen nicht immer einfach und häufig mit gewissen Fehlern behaftet ist <sup>6, 7)</sup>.

Die Messgeschwindigkeit kann also nur durch andere Kunstgriffe erhöht werden, z. B. durch eine Koinzidenzmatrix, wobei der Reaktionspartner X in  $n_x$  Zählern und der Reaktionspartner Y in  $n_y$  Zählern nachgewiesen wird. Setzt man gleich große Zählraten des jeweiligen Reaktionspartners in jedem der  $n_x$  bzw.  $n_y$  Zähler voraus, so ist der Datenfluß bei angenommener isotroper Korrelation um den Faktor

$$n_x \cdot n_y$$

gegenüber dem Zustand mit nur zwei Zählern, für jeden Reaktionspartner einer, erhöht.

---

Eingereicht am: 5. 9. 1972

Die Koinzidenzanordnung vereinfacht sich entsprechend, wenn für einen Reaktionspartner von beiden nur ein einziger Zähler verwendet wird.

Ein weiterer Vorteil einer solchen Vielfachkoinzidenzmessung sei hier genannt:

Bei der Aufnahme von Winkelverteilungen mit nur einem Zähler für einen der Reaktionspartner ergeben sich die bekannten Schwierigkeiten der Normierung der Zählrate auf die Intensität des Primärstrahles. Die Strahllage kann in der Regel nicht genügend konstant gehalten werden, sodaß nicht stets der gleiche <sup>zeitlich</sup> konstante Anteil des Primärstrahles den Strahlmonitor - z. B. den Faradaykäfig - trifft.

Wird dagegen mit mehreren Zählern gemessen, so erübrigt sich die Normierung oder sie hat nur zur Feststellung des absoluten Wirkungsquerschnittes Bedeutung. Dieser 2. Vorteil ist besonders bei Messungen mit schlechter Statistik von Wichtigkeit, da hier das Anschließen von Meßpunkten besonders schwierig wird.

Die vorhin unterstellte isotrope Verteilung der Reaktionspartner ist nur sehr selten gegeben. Deshalb empfiehlt es sich, die Zähler über einen genügend kleinen Winkelbereich zu verteilen, damit sich die einzelnen Zählraten um möglichst nicht mehr als eine Größenordnung unterscheiden. Einem engen Zusammenrücken der Zähler stehen meistens Platzgründe entgegen. Somit ist aus diesen beiden Kriterien die optimale Zahl der anzuordnenden Zähler gegeben. Auch ein Spektrometer ist in diesem Sinne als Zähler zu verstehen.

Der Vorangegangenen Betrachtung folgend wird ein 4 - Spaltplionenspektrometer <sup>8)</sup> vorgeschlagen, dessen 4 Spalte um je  $15^\circ$  versetzt sind und somit ein Winkelbereich von  $45^\circ$  erfaßt wird.

Das Spektrometer ist doppelfokussierend, wobei ein vierfacher Quadrupol vor den Spalten für horizontale Fokussierung und für vertikale Defokussierung sorgt. <sup>9)</sup> Die horizontale Fokussierung verhindert, daß Teilchen die Polflächen streifen. Durch die vertikale Defokussierung wird die Quelle zur virtuellen Quelle entsprechend verkleinert und die Auflösung des Spektrometers erhöht. Das vorgeschlagene System ist aus den Abb. 1 bis 3 zu ersehen.

Das Spektrometer ist ein vierfaches übliches  $90^\circ$  - Spektrometer mit einem Bahnradius von 1m. Unabhängig vom Ablenkwinkel eines ein - Sektor - Spektrometers ist die Dispersion (100%) stets  $2R$ , wobei  $R$  der Ablenkradius ist.

Die Dispersion eines symmetrischen ein- Sektor-Spektrometers ist:

$$D = - R \left[ (1 - \cos\varphi) + \sin\varphi \cdot \operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2} \right]$$

ersetzt man  $1 - \cos\varphi = 2\sin^2\frac{\varphi}{2}$  und  $\sin\varphi = 2\sin\frac{\varphi}{2} \cos\frac{\varphi}{2}$

und  $\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2} = \frac{\cos\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}$  so erhält man nach Kürzung:

$$D = - R \left[ 2\sin^2\frac{\varphi}{2} + 2\cos^2\frac{\varphi}{2} \right] \text{ und weiter } \underline{\underline{D = - 2R}}$$

Spektrometer mit kleinerem Ablenkwinkel haben den Nachteil, daß bei längerer Bild- und Gegenstandsweite die Öffnungsfehler 3. Ordnung stärker ins Gewicht fallen.<sup>10)</sup> Die Winkelaberrationen sind in der 3. Ordnung vom Ablenkwinkel  $\varphi$  relativ unabhängig; bei vergrößerten Abständen werden aber die Ortsaberrationen am Bildort entsprechend größer. Sämtliche Ablenkfehler eines Sektorfeldes können für eine monoenergetische Punktquelle vollständig und exakt korrigiert werden.<sup>11)</sup> Sollen nur Fehler 2. Ordnung korrigiert werden, so sind die Feldgrenzen mit konstanten Krümmungsradien zu krümmen. Der zur Korrektur der 2. Ordnung nötige Krümmungsradius ist  $\varrho = \frac{R}{\operatorname{tg}^3\frac{\varphi}{2}}$ , wobei  $\varphi$  der

Ablenkwinkel ist. Man sieht leicht, daß bei  $90^\circ$ - Ablenkung der Krümmungsradius gleich dem Bahnradius sein muß. Dies bringt den Vorteil mit sich, daß die Sollstrahlen von Teilchenbündeln verschiedener Energie auf der Austritseite des Ablenkkfeldes die Tangente an die gekrümmte Feldgrenze unter  $90^\circ$  schneiden und somit die Fokussierung nicht verändert wird.

Da nun aber der Ablenkwinkel vom jeweiligen Impuls abhängt, ist klar, daß ~~das~~ ein solches Spektrometer nur für den Sollimpuls korrigiert ist. Eine erwünschte impulsgerechte Korrektur ist wegen der dicht ineinander liegenden Bündel verschiedener Impulse unmöglich.

Aus der folgenden Tabelle ist die errechnete Auflösung für eine 2 bzw. 5mm breite Quelle für ein Impulsintervall von  $\pm 5\%$  und für  $\pm 10\%$  angegeben.

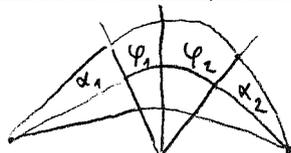
Resolving Power for the 4- Gap - 90° - Spectrometer

$R_0 = 1\text{m}$ ,  $\alpha = 0.1$  radian, total width of the virtuel source 2.2 mm,  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$ ,  $\Omega = 6$  msr

resolving at $E_0 = 300$ MeV in brackets for 0.9 mm virt. source	momentum range $\frac{\Delta p}{p}$	curvature radius for correction of 2. order $\varrho = R \frac{1}{\tan^3 \frac{\varphi}{2}}$	$\varrho - \varrho_0$ $\varrho$	aberration 2. order without correction	aberration 3. order $\frac{3}{2} \alpha^3$	aberration 2. order with cor- rection for $R = R_0$	summ of aberrations	image width	resol- ving power
1530 KeV (1370)	+ 10 %	1.76 m	+ 0.43	8.0 mm	$\pm 1.5$ mm	+ 3.5 mm	5.0 mm	7.2 mm	280
1140 KeV (980)	+ 5 %	1.32 m	+ 0.24	7.7 mm	$\pm 1.5$ mm	+ 1.9 mm	3.4 mm	5.6 mm	360
720 KeV (570)	$\pm 0$ %	1.0 m	0	7.5 mm	$\pm 1.5$ mm	0	1.5 mm	3.7 mm	540
1120 KeV (980)	- 5 %	0.73 m	- 0.32	7.3 mm	$\pm 1.5$ mm	- 2.3 mm	3.8 mm	6.0 mm	330
1620 KeV (1480)	- 10 %	0.56 m	- 0.79	7.0 mm	$\pm 1.5$ mm	- 5.5 mm	7.0 mm	9.2 mm	217

2. order:

$$\frac{\alpha_2^2}{2} + \frac{\alpha_1^2}{2} \frac{\sin \varphi_1 \cos \varphi_2}{\tan \varphi_2}$$



3. order:

$$\frac{\alpha_2^3}{2} \left( \frac{1}{\tan \varphi_2} + \tan \varphi_2 \right) + \frac{\alpha_1^3}{2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\tan \varphi_2} + \frac{\alpha_1^2}{2} \alpha_2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2$$

Durch die virtuelle Verkleinerung der Quelle resultieren 0,9 mm bzw. 2,2 mm Targetfleckbreite. Alle ungeraden Aberrationen erzeugen eine S-Förmig verbogene Phasenfläche des Teilchenstrahles.<sup>12)</sup> Es ist möglich, eine solcherart verformte Phasenfläche durch eine kleine Driftstrecke weiter linear zu verformen, sodaß eine minimale Vergrößerung des Bildfleckes resultiert, die gleich der einfachen Aberration ungerader Ordnung ist. Dieses Verfahren ist als das Aufsuchen der Kaustik bekannt. In der Tabelle sind daher stets nur die einfachen Aberrationen ungerader (dritter) Ordnung zur Berechnung der Auflösung berücksichtigt worden.

Das Ergebnis zeigt eine recht unbefriedigende Auflösung von etwa 1 MeV für ein Impulsintervall von  $\pm 5\%$  und 300 MeV Sollenergie. Eine Vergrößerung des Bahnradius würde das Spektrometer unnötig schwer und kostspielig machen. Die schlechte Auflösung wird, wie in der Tabelle zu ersehen ist, hauptsächlich durch die nicht vollständig korrigierbaren Aberrationen 2. Ordnung verursacht.

Die Aberrationen 2. Ordnung können jedoch vermieden werden, wenn man die Funktionen des Ablenkens und der Fokussierung, die in herkömmlichen Spektrometern vereint sind, trennt.<sup>3)</sup> Die Fokussierung übernimmt je ein Quadrupoldoublet und die Aufgabe der Ablenkung ein Feld mit planparallelen Feldgrenzen, das dann keine Aberrationen 2. Ordnung erzeugt, wenn ein exakt paralleles Bündel hindurchgeschickt wird.

Die durch die Quellengröße bedingte Divergenz des Bündels, das mit dem obengenannten Linsendoublet erzeugt wird, ist gegeben durch:

$$\Delta\alpha_1 = \frac{x_0}{a} \cdot \frac{f_2 - b}{f_2}, \text{ wobei } x_0 \text{ die halbe Quellengröße,}$$

$f_2$  die Brennweite der zweiten Linse,  $b$  der Abstand der ersten Linse von der zweiten,  $a$  der Abstand der ersten Linse von der Quelle und  $\Delta\alpha_1$  die Bündeldivergenz ist.

Eine weitere Divergenzvergrößerung kommt durch die chromatische Aberration des Linsendoublets zustande. Die chromatischen Winkelaberrationen der defokussierenden und der fokussierenden Linse heben sich, da entgegengesetzt, zum Teil auf und es ist nur der primäre Öffnungswinkel  $x_0'$  für die chromatisch bedingte Divergenz  $\Delta\alpha_2$  des aus dem Doublet austretenden Bündels maßgebend:  $\Delta\alpha_2 = x_0' \cdot \frac{\Delta f}{f}$

Der Ablenkfehler 2. Ordnung eines symmetrisch durchflogenen Feldes mit parallelen Feldgrenzen ( Eintrittswinkel entgegengesetzt gleich dem Austrittswinkel) ist:

$$\Delta \varphi_1 = \varphi \frac{1}{\cos \frac{\varphi}{2}} \cdot \frac{(\Delta \alpha_1 + \Delta \alpha_2)^2}{2}, \quad \text{wobei } \varphi \text{ der}$$

ablenkende Winkel ist. Die aus den kleinen Restdivergenzen resultierenden Fehler 2. Ordnung sind, wie das folgende Beispiel zeigt, fast vernachlässigbar klein.

$$x_0 = 2,7 \text{ mm bzw. } 13 \text{ mm}, \quad f_2 = 1 \text{ m}, \quad b = 0,6 \text{ m}, \quad a = 1,4 \text{ m} \quad \curvearrowright$$

$$\Delta \alpha_1 = 1 \text{ mr bzw. } 5 \text{ mr}$$

$$\frac{\Delta p}{p} = 0,1 \quad x'_0 = 30 \text{ mr} \quad \curvearrowright \quad \Delta \alpha_2 = 3 \text{ mr}$$

Für  $\varphi = 67^\circ$  ist  $\Delta \varphi_1 = 0,012 \text{ mr}$ .

Nach Vergrößerung dieser Winkelaberration durch ein nachfolgendes

Doublet mit dem Faktor  $\frac{f_2}{f_2 - b} = 2,7$  folgt  $\Delta \varphi_2 = 0,035 \text{ mr bzw.}$

für  $x_0 = 13 \text{ mm}$   $\Delta \varphi_2 = 0,08 \text{ mr}$  Nach Multiplikation mit einem Bild-

abstand von der letzten Linse von  $a = 2000 \text{ mm}$  folgt eine Ortsaberration für  $x_0 = 2,7 \text{ mm}$   $\Delta x = 0,07 \text{ mm}$  bzw.  $\Delta x = 0,15 \text{ mm}$ .  
=====

Diese Aberration ist klein gegen die Bildgröße und beeinflusst damit die Auflösung kaum.

Wenn das Integral  $\int \text{Bdl}$  über die Apertur des Feldes nur auf  $\pm 10^{-4}$  konstant ist, resultieren Ortsaberrationen von  $\pm 1 \text{ mm}$  und verschlechtern die Auflösung bereits um einen Faktor 1,37. Ein Wert für die Konstanz oder wenigstens Kenntnis des Feldes in der Größenordnung  $10^{-5}$  ist daher anzustreben<sup>2)</sup>.

Da das geplante energiedefinierende System des  $\pi M^1$  - Strahles bereits beachtliche chromatische Aberrationen aufweist, die nur mit aufwendigen achromatischen Linsen (gekennzeichnete elektrische und magnetische Felder nach Yavor<sup>15)</sup>) beseitigt werden können, ist die Größe des Bildflecks des Produktionstargets bei 1:1 Abbildung und  $\pm 1\%$  Energiebreite gegenüber dem aberrationsfreien Zustand mehr als verzehnfacht, sodaß eine Targetflecksbreite von 26 mm zustande kommt<sup>13)</sup>.

(in das Spektrometer)

Auch die Divergenz des einfallenden Strahles ist mit 90 mr zu groß, um ohne kinematische Korrektur der spektroskopierten Pionen auskommen zu können. Folglich muß mit einer Hodoskopanordnung der Ort und der Einschubwinkel eines das Target treffenden Pions bestimmt werden. Der Ort läßt sich auf  $\pm 0,5$  mm genau bestimmen, sodaß zur Angabe der Auflösung des nachfolgenden Spektrometers eine Gegenstandsgröße von mindestens 1 mm angesetzt werden muß. Da die Kleinwinkelstreuung an den Hodoskopen noch eine weitere effektive Vergrößerung der Quelle bewirkt (Mattscheibeneffekt),  
<sup>ist</sup> mit einer effektiven Quellenbreite von 2mm zu rechnen .

Wollte man auf das ortsbestimmende Hodoskop verzichten, so dürfte das energiedefinierende orts- und winkelachromatische Strahlführungssystem bei einer Breite des Pionen-Produktionstargets von 2 mm und einer 1:1 Abbildung keine oder nur sehr kleine Aberrationen 2. Ordnung und vor allem keine chromatischen Aberrationen aufweisen. Erst dann wäre die Auflösung des nachfolgenden Spektrometers ohne Hodoskope gleich gut wie mit Hodoskopen und letztere entbehrlich.

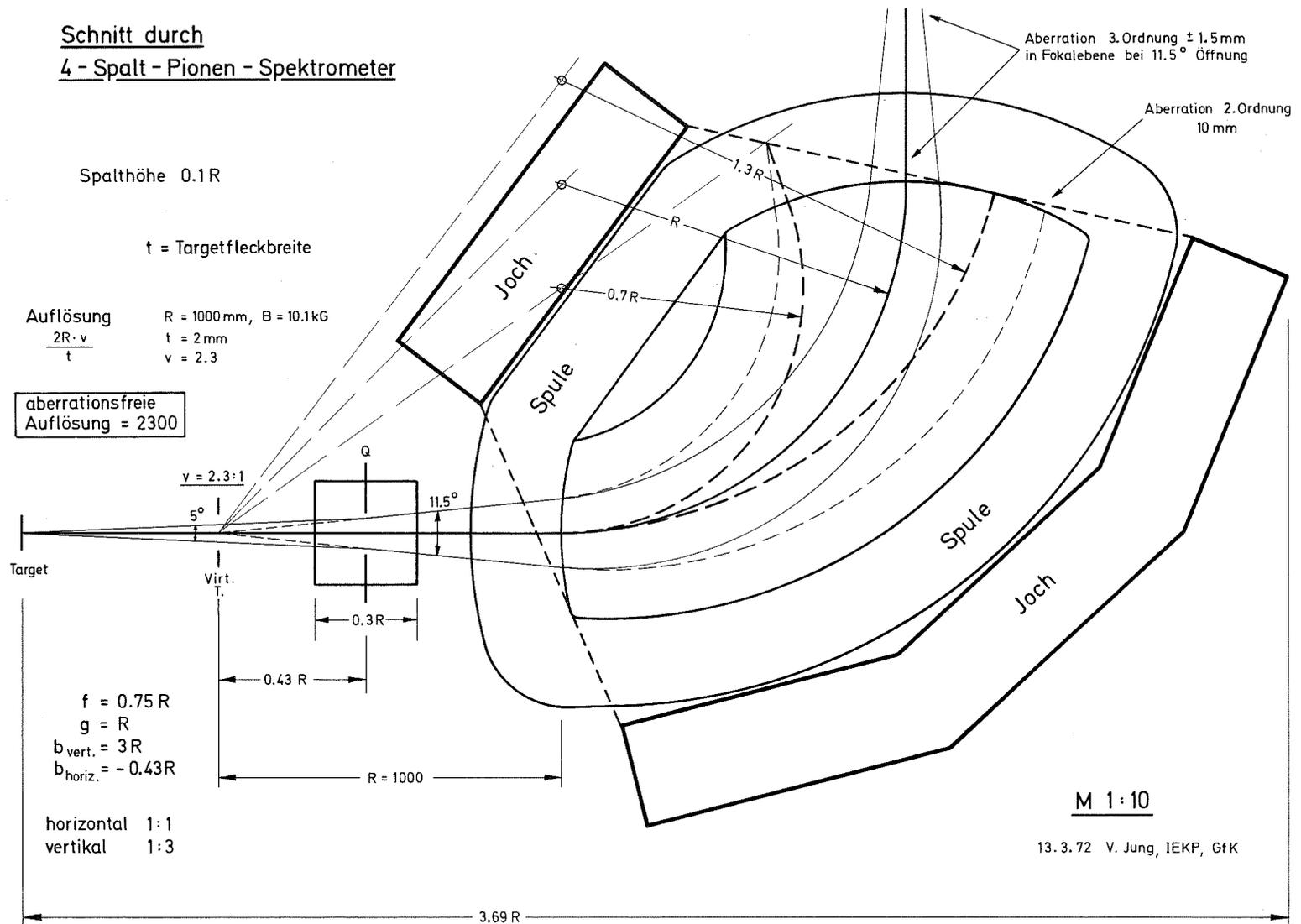
Sind durch Hodoskopanordnungen Ort, Einfalls- und Ausfallwinkel und Impuls eines das Target treffenden Teilchens bekannt, so können bei völlig bekannten Feldern und daher auch bekannten Aberrationen die Abbildungsfehler in der Fokalebene des Spektrometers über eine Logik korrigiert werden.

Die Abbildungsfehler sollten jedoch nicht zu groß sein, da die Bestimmung des Ausfallwinkels mit einem bestimmten Fehler behaftet ist und somit eine Unsicherheit für die richtige Aberration vorliegt. Soll das energiedefinierende System in der vorliegenden Version beibehalten werden, so ist die obengenannte Hodoskopanordnung unumgänglich.

Die erreichbare Auflösung beträgt für die so gewählte Anordnung mit nur einem Ablenkkfeld bei  $E_0 = 300$  MeV 400 keV. Auch dieser Wert ist nicht zufriedenstellend.

Es ist folglich die Aufteilung des Ablenkkfeldes in 2 oder 3 Sektionen zu betrachten. Dabei ist im einzelnen zu untersuchen, in wieweit z. B. ein QDDD-Spektrometer für einen ausgedehnten Targetfleck brauchbar ist. Eine weitere Möglichkeit bietet sich mit dem von Thirion <sup>15)</sup> vorgeschlagenen 2-Sektorspektrometer. Bei letzterem sind noch genauere Rechnungen in höherer Ordnung mit <sup>16-18)</sup> besonderer Berücksichtigung der Randfelder anzustellen. <sup>19-21)</sup> en.

Schnitt durch  
4 - Spalt - Pionen - Spektrometer



Spalthöhe  $0.1R$

$t =$  Targetfleckbreite

Auflösung  
 $\frac{2R \cdot v}{t}$

$R = 1000 \text{ mm}, B = 10.1 \text{ kG}$   
 $t = 2 \text{ mm}$   
 $v = 2.3$

aberrationsfreie  
Auflösung = 2300

$v = 2.3:1$

$5^\circ$

Virt. T.

Q

$11.5^\circ$

$0.3R$

$0.43R$

$f = 0.75R$   
 $g = R$   
 $b_{\text{vert.}} = 3R$   
 $b_{\text{horiz.}} = -0.43R$

$R = 1000$

horizontal 1:1  
vertikal 1:3

$3.69R$

M 1:10

13.3.72 V. Jung, IEKP, GfK



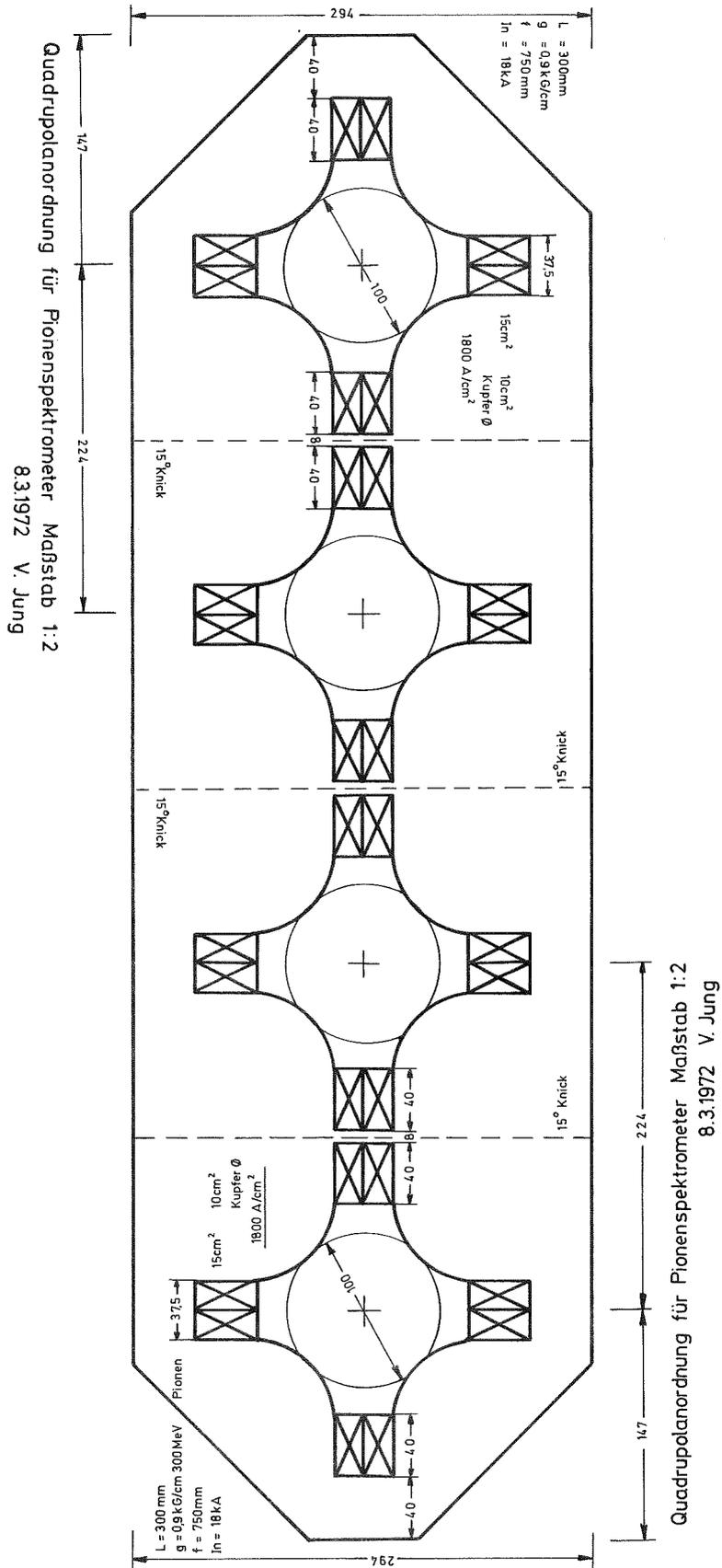


Abb. 3

Literatur:

- 1) SIN-Tagung (Brugg/Windisch, Schweiz, 19. November 1971).
- 2) M. Ribes et B. Turck, Nucl. Instr. and Meth. 93 (1971) 285 - 293.
- 3) R. Frosch, SIN Sekundärstrahlen, TM-30-08 v. 5. 7. 72.
- 4) C. A. Wiedner et al. in MPI f. Kernphysik Heidelberg Jahresbericht 1971 S. 107 - 122.
- 5) M. Goldschmidt, Verhandlungen der DPG 4/1972, Frühjahrstagung Berlin FA Kernphysik S. 349, sowie Dissertation Heidelberg 1972.
- 6) V. Jung und U. Schmidt-Rohr, Nuclear Physics 53 (1964) 264 - 269.
- 7) V. Jung, Dissertation, Heidelberg 1963.
- 8) H. A. Enge and W. W. Buechner, Rev. Sc. Instr. 34 (1963) 155 - 162.
- 9) H. E. Enge, Rev. Sc. Instr. 29 (1958) 885 - 888.
- 10) H. Wollnik, Nucl. Instr. and Meth. 95 (1971) 453 - 460.
- 11) V. Jung, Korrekturmöglichkeiten der Abbildungsfehler des idealisierten magnetischen Sektorfeldes, PTB VI A/Z v. 8. 11. 1966.
- 12) V. Jung, Nucl. Instr. and Meth. 91 (1971) 195 - 203.
- 13) K. L. Brown et al., Transport/360, a Computer Program for Designing Charged Particle Beam Transport Systems, SLAC Report No. 91.
- 14) H. Ikegami, Rev. Sc. Instr. 29 (1958) 943 - 948.
- 15) S. YA. Yavor, Nucl. Instr. and Meth. 26 (1964) 13 - 17.
- 16) A. D. Dymnikov et al., Nucl. Instr. and Meth. 42 (1966) 293 - 296.
- 17) A. D. Dymnikov et al., Physics Letters 15 (1965) 132 - 134.
- 18) D. L. Smith, Nucl. Instr. and Meth. 79 (1970) 144 - 164.
- 19) Report of the SIN Pion-Spectrometer Working Group, CERN, July 17 - 29, 1972 (CERN, Geneva, 15th August, 1972).
- 20) H. Madsuda and H. Wollnik, Nucl. Instr. and Meth. 77 (1970) 40.
- 21) H. Wollnik, Nucl. Instr. and Meth. 34 (1965) 213 - 221.

