

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

Dezember 1972

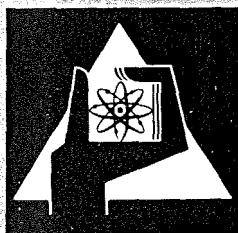
KFK 1729

Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Schneller Brüter

B R E D A

Ein Rechenmodell für die Verformung des Brennstabes eines
Na-gekühlten Schnellen Brutreaktors unter transientser Belastung

B. Kuczera



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KFK-1729

Institut für Reaktorentwicklung

Projekt Schneller Brüter

B R E D A

Ein Rechenmodell für die Verformung des
Brennstabes eines Na-gekühlten Schnellen
Brutreaktors unter transienter Belastung

von

B. Kuczera

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe

Zusammenfassung

BREDA (Brennstabdehnungsanalyse) ist Teil eines reaktordynamischen Programmsystems, das zur Sicherheitsanalyse hypothetischer Störfallabläufe bei Schnellen Na-gekühlten Brütern entwickelt wurde. Mit dem Modell wird die Brennstabverformung während der transienten Reaktorphase in Abhängigkeit von der Zeit berechnet. Die ermittelten Materialverschiebungsvektoren und Geometrieänderungen beeinflussen rückwirkend die Neutronenphysik und Thermodynamik der Leistungsexkursion und lassen mit Hilfe eines Versagenskriteriums den Zeitpunkt bestimmen, bei dem die Voraussetzung einer intakten Reaktorgeometrie nicht mehr gegeben ist. Die Verformungsrechnung baut auf den Gleichungen der linearen Elastizitätstheorie auf; im Fall des Hüllrohres werden ideale plastische Eigenschaften einbezogen. Brennstoffschmelze wird als kompressibles Medium behandelt. Als Beispiel wurde die Brennstabverformung während des Versuches S-3 (TREAT) berechnet.

Abstract

BREDA - A mathematical model for the description of fuel pin deformation (LMFBR) under transient conditions.

BREDA is part of a computer code system designed for the overall analysis of hypothetical accidents in LMFBRs. The model predicts the behavior of a single fuel pin during fast reactors transients. Both, the material displacement and change in pin geometry cause a feedback to the nuclear kinetics and thermodynamics of the power excursion. The calculations of the pin behavior are based on the thermoelastic stress-strain relations, the clad tube is treated as a material with elastic, perfectly plastic properties. Molten fuel can cause pressurizing in the pin. There is a pin burst criterion introduced, being exceeded loss of pin integrity is announced. In a sample problem the experiment S-3 (TREAT) is analyzed.

<u>Inhalt</u>	<u>Seite</u>
1. Einleitung	1
2. Beschreibung des Brennstabmodells	2
3. Problemgleichungen	4
4. Einzelheiten zum Brennstoffmodell	7
5. Einzelheiten zum Hüllrohrmodell	10
6. Axiale Iteration	12
7. Programmaufbau	15
8. Testbeispiel	16
9. Zur Weiterentwicklung des Modells	21
10. Nomenklatur	24
11. Literatur	25
12. Anhang (Randbedingungen)	28
13. Abbildungen	31

1. Einleitung

Die Brennstabmodelltheorie [1] beschreibt vornehmlich das Langzeitverhalten eines Brennstabes unter stationären bzw. zyklisch sich ändernden Reaktorbedingungen. Dabei wird das Verhalten einer Brennstabanordnung unter Einbeziehung langfristiger Kriech-, Schwell-, Porenwanderungs-, Spaltgasfreisetzungs-, Rißbildungs- und Ausheilungsprozessen untersucht. In diesem Zusammenhang ist die Entwicklung der Rechenprogramme SATURN-I [2], LIFE-II [3], CYGRO-III [4] zu sehen, mit deren Hilfe wichtige Informationen für die Brennstabauslegung ermittelt werden.

Aus Sicherheitsbetrachtungen am Na-gekühlten Schnellen Brüter, die das Reaktorverhalten bei Leistungsexkursionen analysieren, leitet sich ein anderer Aspekt ab. Da diese Vorgänge im Sekundenbereich ablaufen, interessiert hier das Kurzzeitverhalten eines Brennstabes unter transienter Belastung in Bezug auf neutronenphysikalische und thermodynamische Rückwirkungseffekte. Ergebnisse aus dem Langzeitverhalten eines Brennstabes fließen als Anfangsbedingungen in die Berechnungen der instationären Reaktorphase ein. Die Modellentwicklung in dieser speziellen Richtung wurde mit dem DEFORM-Programm [5, 6] eingeleitet, an dessen Modellstruktur sich die vorliegende Arbeit teilweise anlehnt.

Das Programm BREDA (Brennstabdehnungsanalyse) ist als Subroutine für das reaktordynamische Programmsystem RADYVAR [7, 8] erstellt worden. In diesem Zusammenhang hat das Kurzzeitverhalten des Brennstabes einen dreifachen Einfluß auf den Ablauf einer Leistungsexkursion eines Na-gekühlten Schnellen Reaktors:

- a) der zeitliche Verlauf der Materialverschiebungsvektoren führt zu einer Änderung der lokalen Materialzusammensetzung, die eine Reaktivitätsänderung bewirkt,
- b) die Änderung der Brennstabgeometrie (Spaltweite) wirkt auf den Verlauf der instationären Temperaturfelder zurück,
- c) RADYVAR-Rechnungen setzen eine unzerstörte Reaktorgeometrie voraus; aus der Verformungsanalyse des Hüllrohres wird anhand eines Berstkriteriums der Zeitpunkt bestimmt, bei dem eine partielle Zerstörung des Cores einsetzt ("disassembly begin").

Die Implementierung von BREDA in das Programmsystem setzt voraus, daß die Computeranforderung (Speicherplatz, Rechenzeit) für die Spannungs-Dehnungsanalyse eines Brennstabes hinreichend klein bleibt. Aus diesem Grund wird eine zweite Version als Einzelprogramm erstellt, in die umfangreichere Modellverbesserungen einfließen. Diese Version wird speziell für die Auswertung von "pin burst"-Versuchen bereitgestellt und soll zu einem besseren Verständnis dynamischer Brennstabbelastungen beitragen.

2. Beschreibung des Brennstabmodells

Das Modell orientiert sich an einem Brennstab für einen Na-gekühlten Schnellen Reaktor. Der Brennstab liegt in einer achsensymmetrischen Anordnung vor. Es werden isotrope Werkstoffeigenschaften vorausgesetzt. Die "pellet"-Struktur des Brennstoffzylinders wird durch eine repräsentative Schmierdichte vorgegeben. Es wird angenommen, daß sich der feste Brennstoff rein elastisch verformt, die Hülle sich bis zum Erreichen der Fließgrenze rein elastisch, nach Überschreiten der Fließgrenze elastisch - ideal plastisch verhält. Bei Kurzzeitbelastungen im Sekundenbereich scheint sich die Zulässigkeit dieser Annahme durch die Auswertung der TREAT-Experimente [8, 9] zu bestätigen.

Kommt es zu einem Kontakt zwischen Brennstoff und Hülle, so führt dies zu einer zusätzlichen Druckbeanspruchung. Reibungseffekte infolge verschiedener axialer Ausdehnung von Brennstoff und Hülle sowie andere Wechselwirkungsphänomene (z.B. "bamboo-ridge-effect" [11]) bleiben unberücksichtigt.

In die Belastungsvorgeschichte des Brennstabes werden Abbrandererscheinungen und geometrische Veränderungen, die aus Langzeitverhaltensstudien [2] stammen, einbezogen. (Liegen derartige Ergebnisse nicht vor, so werden die geometrischen Abmessungen durch eine Dehnungsberechnung bestimmt, die den Verformungszustand des stationären Betriebsfalls gegenüber dem des kalten Zustands (300 °C) liefert.) Ein bestimmter Abbrandzustand wird durch Vorgabe eines Spaltgasdruckes, des Zentralkanalradius und der Porositätsverteilung simuliert. Rißbildungen im Brennstoff [12] oder "thermal ratchetting effects" im Hüllrohr [13] werden nicht erfaßt.

Der Referenzzustand während einer transienten Belastungsphase ist ein stationärer Betriebszustand des Reaktors. Es wird angenommen, daß sich in diesem Zustand die thermischen Spannungen infolge von Kriecheffekten weitgehend abgebaut haben, so daß sie als Anfangsbedingung vernachlässigt werden können. Durch eine axiale Unterteilung des Brennstabes besteht die Möglichkeit, das axiale Leistungsprofil entsprechend zu approximieren. Ein Massentransport (Brennstoffschmelze) über die axialen Zonengrenzen wird nicht behandelt. Aus der Verträglichkeitsbedingung (stetiger Verlauf der radialen Dehnungen) kann für die axialen Trennstellen eine Übergangsbeziehung formuliert werden [5], doch hat dies keinen wesentlichen Einfluß auf die Verformungsergebnisse. Nach dem Prinzip der "multi-channel version" wird die radiale Abhängigkeit der Effekte im Reaktor erfaßt.

Die in Abb. 1 dargestellten Brennstabverformungen sollen das Modell veranschaulichen. Der betrachtete Brennstab (SNR-300) befindet sich in einer mittleren Corezone. In seiner Umgebung ragt von oben bis einschließlich zur siebenten axialen Zone ein Regelstab in das Core. (In Abb. 1 ist der "kalte" Zustand durch ausgezogene Linien, der stationäre durch unterbrochene und ein instationärer Zustand durch eine strichpunktierte Linie gezeichnet; das Hüllrohr ist nur für den instationären Zustand eingezeichnet; T_{Bm} = mittlere Brennstofftemperatur). Ohne auf weitere Einzelheiten eingehen zu wollen, sei auf die Abhängigkeit der Verformung von der axial variierten, thermischen Belastung hingewiesen. Während im Corebereich (Zone 3 ... 8) die Brennstoffausdehnung infolge der hohen Temperatur größer ist als die Hüllrohrdehnung, ist dies im Blanketbereich, wo der größere Ausdehnungskoeffizient von Stahl dominierend bleibt, umgekehrt.

Im Rahmen des Modells wird vorausgesetzt, daß die entkoppelte, quasistatische, thermoelastische Theorie gültig ist. "Entkoppelt" bedeutet hier, daß das instationäre Wärmeleitungsproblem des Brennstabes separat für sich gelöst wird; "quasistatisch" deutet an, daß während des Verformungsprozesses keine Trägheitskräfte berücksichtigt werden. Die Verknüpfung von BREDA mit dem Thermodynamikteil von RADYVAR hat den Zweck, daß letzterer Programmteil zu jedem Zeitpunkt das instationäre Temperaturfeld zur Dehnungsanalyse bereitstellt, BREDA anschließend die veränderte Brennstabgeometrie zurückliefert.

3. Problemgleichungen

Unter den gemachten Voraussetzungen (Rotationssymmetrie, Ebenbleiben der Querschnitte, kleine Geometrieänderungen durch die Verformung, axial konstantes Temperaturprofil in einer Unterzone) gelten für ein axiales Brennstabsegment die bekannten Gleichungen der linearen Elastizitätstheorie [14]. Sie leiten sich aus den unten angeführten Bedingungen ab und nehmen in einem zylindrischen Koordinatensystem (r, φ, Z) die Form an (s.a. Abb. 2):

a) Gleichgewicht

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0$$
$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$
(1)

b) Verzerrung-Verschiebung (Verträglichkeit)

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}$$
$$\epsilon_\varphi = \frac{u}{r}$$
$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = A = \text{konst.}$$
(2)

c) Hooke'sches Stoffgesetz (Deformation)

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\varphi + \sigma_z)] + \alpha T$$
$$\epsilon_\varphi = \frac{1}{E} [\sigma_\varphi - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] + \alpha T$$
$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\varphi)] + \alpha T$$
(3)

Eliminiert man die Dehnungen ϵ in den Gln. (2) durch die Hooke'schen Beziehungen (3), so erhält man nach einiger Umformung die Ausdrücke für die Spannungen:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \alpha T \right) + \lambda \left(\frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} - 2 \alpha T \right) \\ \sigma_\varphi &= \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \lambda \left(\frac{u}{r} - \alpha T \right) + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} - 2 \alpha T \right) \\ \sigma_z &= \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \lambda \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \alpha T \right) + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} - 2 \alpha T \right) \\ \lambda &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (\text{Lamésche Konstante})\end{aligned}\tag{4}$$

Mit den Gleichungen (1) und (4) hat man ein Differentialgleichungssystem zur Bestimmung der fünf unbekanntenen Größen σ_r , σ_φ , σ_z , u , w . Daraus lassen sich analytische Lösungen für die Verschiebungen u und w ableiten, die z.B. für den Brennstoffzylinder folgende Form annehmen:

$$u(r) = \frac{1+\nu_B}{1-\nu_B} \cdot \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \alpha_B(T) \cdot \eta \cdot T(\eta) d\eta + C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r}\tag{5}$$

$$w(z) = A z + A_1$$

($A_1 = 0$, translatorischer Anteil in Z-Richtung)

Arbeitet man diese Lösungen in die Gl. (4) ein, so erhält man für die Spannungen die Ausdrücke:

$$\begin{aligned}\sigma_r(r) &= \frac{\lambda}{\nu_B} (C_1 + \nu_B A) - \frac{E_B}{1+\nu_B} \cdot \frac{C_2}{r^2} - \frac{E_B}{1-\nu_B} \cdot \frac{r^2 - R_1^2}{2r^2} I(r) \\ \sigma_\varphi(r) &= \frac{\lambda}{\nu_B} (C_1 + \nu_B A) + \frac{E_B}{1+\nu_B} \cdot \frac{C_2}{r^2} \\ &+ \frac{E_B}{1-\nu_B} \cdot \left[\frac{r^2 - R_1^2}{2r^2} I(r) - \alpha_B(T) \cdot T(r) \right] \\ \sigma_z(r) &= \frac{\lambda}{\nu_B} \left[(1 - \nu_B) A + 2 \nu_B C_1 \right] - \frac{E_B}{1-\nu_B} \alpha_B(T) \cdot T(r)\end{aligned}\tag{6}$$

Hierbei hat das Temperaturintegral $I(r)$ die Form:

$$I(r) = \frac{2}{r^2 - R_1^2} \int_{R_1}^r \alpha_B(T) T(\eta) \eta d\eta \quad R_1 \leq r \leq R_2\tag{7}$$

dessen Grenzwert sich nach l'Hospital berechnet zu:

$$\lim_{r \rightarrow R_1} I(r) = \alpha_B(T) \cdot T(R_1)$$

Da das instationäre Temperaturfeld nicht als analytische Funktion sondern durch diskrete Werte $T_x(r_i)$ angeliefert wird (s.a. Abb. 3), wird das Integral $I(r)$ numerisch ausgewertet.

Die drei Integrationskonstanten A , C_1 , C_2 in Gleichungen (5) und (6) werden mit Hilfe der vorzugebenden Randbedingungen (axiale Federkraft F_{Zf} , Umgebungsdruck) bestimmt. Für den Brennstoffzylinder errechnen sich:

$$\begin{aligned} A &= \frac{F_{Zf}}{E_B \cdot A_B} + I(R_2) + \frac{2 \nu_B}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \frac{1}{E_B} \left[R_1^2 \sigma_r(R_1) - R_2^2 \sigma_r(R_2) \right] \\ C_1 &= \frac{1 - \nu_B}{E_B} \cdot \frac{1}{R_2^2 - R_1^2} \left[R_2^2 \sigma_r(R_2) - R_1^2 \sigma_r(R_1) \right] \\ &\quad + \frac{1 - 3 \nu_B}{2(1 - \nu_B)} I(R_2) - \nu_B \frac{F_{Zf}}{E_B A_B} \\ C_2 &= \frac{1 + \nu_B}{E_B} \cdot \frac{R_1^2 \cdot R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[\sigma_r(R_2) - \sigma_r(R_1) \right] + \frac{1 + \nu_B}{1 - \nu_B} \cdot \frac{R_1^2}{2} \cdot I(R_2) \end{aligned} \quad (8)$$

Diese Spannungs- und Dehnungsbeziehungen sind die Grundlage für die Beschreibung des elastischen Verformungsprozesses. Hinsichtlich der Randbedingungen sind Fallunterscheidungen zu treffen, die sich an der Belastungsvorgeschichte und am Belastungszustand orientieren. So kann der Brennstoff vorliegen (s. auch Anhang, Kap. 12):

- a) in fester Form ohne Zentralkanal ($R_1 = 0$)
- b) in fester Form mit Zentralkanal ($R_1 > 0$), wobei evtl. vorhandene Brennstoffschmelze das Zentralkanalvolumen nicht auffüllt
- c) in fester (Ring-)Form ($R_1 > 0$), wobei der Schmelzanteil einen Kompressionsdruck (p_K) auf den festen, äußeren Brennstoffring ausübt.

Bezüglich der Hülle wird unterschieden:

- d) es tritt keine Wechselwirkung mit dem Brennstoff auf ($R_3 - R_2 > 0$)

- e) die Hülle erfährt durch die Brennstoffausdehnung eine zusätzliche Druckbeanspruchung ($R_3 - R_2 = 0$)
- f) wie unter e), jedoch führt die Druckbeanspruchung zu einer elastisch, ideal plastischen Hüllrohrverformung

Durch Kombination von je einem der aufgeführten Brennstoff- und Hüllrohrphänomene entstehen neun verschiedene Belastungssituationen.

4. Einzelheiten zum Brennstoffmodell

Der feste Brennstoff wird als Werkstoff mit elastischen Eigenschaften aufgefaßt. Information über die Brennstoffstruktur (Zentralkanalbildung, Porositätsverteilung) stammen z.B. aus SATURN-Rechnungen [2] oder werden innerhalb der RADYVAR-Methodik nach einem Dreizonenmodell [15] in axialer Abhängigkeit ermittelt. Die Abhängigkeiten der Eigenschaften (Elastizitätsmodul, linearer Ausdehnungskoeffizient, Dichte) von der Temperatur bzw. von der Porosität wird durch geeignete Funktionen innerhalb der Stoffdatenbibliothek MAPLIB [16] beschrieben und abgerufen.

Zur Auswertung des Temperaturintegrals $I(r)$ wird der Brennstoff im Referenzzustand in max. 10 radiale Zonen aufgeteilt. Das so entstandene Maschennetz (s. Abb. 2) bleibt anschließend in seiner Struktur unverändert (ortsfest) und liefert die Temperaturstützstellen für die Verformungsanalyse.

Der Schmelzanteil und -radius des Brennstoffs werden in der Thermodynamikphase berechnet. Liegt der Schmelzradius (R_s) zwischen zwei Stützstellen r_{i-1} , r_i , so wird für den folgenden Rechengang die benachbarte Stützstelle $r_{i-1} = R_s$ gesetzt. Damit kann in jedem Zeitschritt die feste Brennstoffgeometrie genau abgebildet werden. Infolge der Zeitdiskretisierung bewirkt ein kontinuierlich fortschreitender Schmelzvorgang eine sprunghafte Änderung des Brennstoffquerschnittes. Durch eine genügend feine Zeitskalenaufteilung wird dieser diskontinuierlich dargestellte Vorgang in mathematischer Hinsicht geglättet.

Während einer Leistungsexkursion kann der Schmelzanteil so groß werden, daß er das Zentralkanalvolumen infolge der Volumenvergrößerung beim Phasenwechsel ausfüllt. (Diese Volumenvergrößerung hängt stark von der Porösität des Brennstoffes im festen Zustand ab und kann, wie aus Abb. 4 hervorgeht, bei größeren Porösitätswerten negativ sein.) Da in dem Modell in gleicher Weise wie in [5] eine axiale Schmelzwanderung in benachbarte Zonen nicht vorgesehen ist, ist bei steigendem Schmelzanteil der Zeitpunkt leicht abzusehen, bei dem es zu einer Wechselwirkung zwischen Brennstoffschmelze und dem elastischen Brennstoffring kommt. Bezeichnet man mit V_S das Schmelzvolumen und bezieht den Index R auf den Referenzzustand des Brennstoffs, so gilt für den Grenzfall des kompressionslosen Zustandes:

$$V_S = V_R \frac{Q_R}{Q_S} = R_S^2 \pi [\Delta Z + w(Z)] = \pi [R_1 + u(R_1)]^2 \cdot [\Delta Z + w(Z)] \quad (9)$$

Wird V_S größer als der Hohlraum, der von festem Brennstoff umlagert ist [rechter Term in Gleichung (9)], so kommt es zum Aufbau eines Kompressionsdruckes entsprechend der Gleichung:

$$P_S = - K_S \frac{\Delta V_S}{V_S} \quad (10)$$

ΔV_S bezeichnet hierbei die Reduzierung des Schmelzvolumens unter der Druckeinwirkung P_S . Die Verschiebung von R_S wird mit $u(R_S) < 0$ angegeben. Für kleine Volumenänderungen gilt:

$$\frac{\Delta V_S}{V_S} = \frac{2 \cdot u(R_S)}{R_S} + \frac{w(Z)}{\Delta Z} \quad (11)$$

und in Verbindung mit Gleichung (10):

$$u(R_S) = \frac{R_S}{2} \left[- \frac{P_S}{K_S} - \frac{w(Z)}{\Delta Z} \right] \quad (12)$$

Aus der Brennstabgeometrie leitet sich die Forderung ab:

$$R_1 + u(R_1) = R_S + u(R_S) \quad (13)$$

Der Kompressionsdruck führt zur Minderung der axialen Belastung des festen Brennstoffringes. Unter Vernachlässigung von $u(R_S)$ gilt für die Axialkraft (F_{Zf} = axial konstante Federkraft)

$$F_Z = F_{Zf} - \pi R_S^2 P_S \quad (14)$$

Durch die Kompatibilitätsbedingung (13) wird der Kompressionszustand mit dem elastischen Verformungszustand des festen Brennstoffes verknüpft. Die Verschiebungen $u(r)$ und $w(Z)$ lassen sich mit Hilfe der Gleichungen (5), (7) und (8) wie folgt formulieren:

$$\begin{aligned} \frac{u(R_1)}{R_1} &= I(R_2) - \nu_B \frac{F_{Zf}}{E_B A_B} \\ &+ \frac{\eta}{E_B A_B} \left\{ 2 R_2^2 \sigma_r(R_2) - \left[(1-\nu_B) R_1^2 + (1+\nu_B) R_2^2 \right] \sigma_r(R_1) \right\} \\ \frac{u(R_2)}{R_2} &= I(R_2) - \nu_B \frac{F_{Zf}}{E_B A_B} \\ &+ \frac{\eta}{E_B A_B} \left\{ \left[-R_2^2 (1-\nu_B) + R_1^2 (1+\nu_B) \right] \sigma_r(R_2) - 2 R_1^2 \sigma_r(R_1) \right\} \\ \frac{w(\Delta Z)}{\Delta Z} &= I(R_2) + \frac{F_{Zf}}{E_B A_B} + \frac{2\nu_B \eta}{E_B A_B} \left[-R_1^2 \sigma_r(R_1) - R_2^2 \sigma_r(R_2) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Mit der Randbedingung an der Kontaktfläche

$$\sigma_r(R_1) = -P_S \quad (16)$$

und den Gln. (12) ... (15) läßt sich ein Ausdruck für P_S ableiten, der nach einigen Rechenoperationen die Form annimmt:

$$\begin{aligned} P_S &= \frac{1}{F_1} \left[-R_L - R_1 - \frac{F_{Zf}}{2 E_B A_B} (R_L - 2\nu_B R_1) - \left(R_1 + \frac{R_L}{2} \right) I(R_2) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\eta R_2^2}{E_B A_B} (\nu_B R_L - 2 R_1) \sigma_r(R_2) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$F_K = \frac{R_L}{2K} + \frac{\eta R_L}{2 E_B A_B} (R_L^2 - 2\nu_B R_1^2) + \frac{\eta R_1}{E_S A_S} \left\{ -\nu_B R_L^2 + \left[(1+\nu_B) R_2^2 + (1-\nu_B) R_1^2 \right] \right\}$$

Damit ist der Kompressionsdruck der Brennstoffschmelze in Abhängigkeit von $\sigma_r(R_2)$ bestimmt. Die Randspannung $\sigma_r(R_2)$ wird aus den jeweils vorliegenden Randbedingungen ermittelt, sodaß die Verformungsrechnungen durchgeführt werden können.

5. Einzelheiten zum Hüllrohrmodell

Die Änderung eines elastischen Verformungszustandes (Hooke'sche Gesetz) stellt einen reversiblen Prozeß dar, während plastische Verformungen irreversible Vorgänge sind, bei denen die Belastungsvorgeschichte den Momentanzustand mit beeinflußt. Dies gilt für die Brennstoffhülle. Das Hüllrohr wird zunächst als Werkstoff mit elastischen Eigenschaften betrachtet. Erreicht die Tangentialspannung die Fließgrenze σ_f des Materials, so wird davon ausgegangen, daß sich die Hülle wie ein inkompressibler Werkstoff mit ideal plastischen Eigenschaften bleibend verformt (s. Abb. 6). Dehnungsverfestigungen werden nicht berücksichtigt.

Im elastischen Bereich gilt derselbe Formalismus wie für den Brennstoff. Nach entsprechender Indizierung kann mit den Gleichungen (5), (6) und (8) die Radialverschiebung in einem axialen Segment beschrieben werden durch:

$$\frac{u(r)}{r} = \frac{1+\nu_H}{1-\nu_H} \cdot \frac{1}{2r^2} \left[(r^2 - R_3^2) I(r) + R_3^2 I(R_4) \right] + \frac{1-3\nu_H}{2(1-\nu_H)} I(R_4) \quad (18)$$

$$- \frac{\nu_H \cdot F_2}{E_H \cdot A_H} + \frac{1-\nu_H}{E_H A_H} \cdot \pi \left[R_4^2 \sigma_r(R_4) - R_3^2 \sigma_r(R_3) \right]$$

$$+ \frac{1+\nu_H}{E_H A_H} \cdot \frac{R_3^2 R_4^2}{r^2} \left[\sigma_r(R_4) - \sigma_r(R_3) \right]$$

mit
$$I(r) = \frac{2}{r^2 - R_3^2} \int_{R_3}^r \alpha_H(T) T(\eta) \eta \, d\eta \quad R_3 \leq r \leq R_4$$

Der instationäre Temperaturverlauf in der Rohrwand wird mit Hilfe von drei Stützstellen dargestellt, zwischen den Stützstellen wird linear interpoliert.

Die Beschreibung der elastischen, ideal plastischen Verformung basiert auf der Annahme, daß das dünnwandige Rohr bei Druckbelastung in einen Membranspannungszustand übergeht (s. Abb. 6 u. 7). Die dabei auftretenden Tangentialspannungen σ_φ werden über die Rohrwand als konstant angenommen, das bedeutet, daß der Temperaturgradient in der Rohrwand vernachlässigt wird $\left[(T_3 - T_4) / T_4 \ll 1 \right]$.

In dem Modell wird die Gesamtdehnung in einen elastischen und in einen plastischen Anteil zerlegt. Bei einer Wechselwirkung versucht der Brennstoffzylinder sich entsprechend seiner (thermischen und Druck-) Belastung unter Druckeinwirkung auf die Hülle auszudehnen. Genügt die elastische Hüllrohrverformung allein nicht, um die Verträglichkeitsbedingung im System zu erfüllen, so verformt sich die Hülle zusätzlich um den plastischen Betrag, der für die Erfüllung dieser Bedingung notwendig ist.

Für die Dünnwandigkeit des Hüllrohres soll gelten:

$$R_3 + u(R_3) \approx R_4 + u(R_4) \quad (19)$$

Dann folgt aus einer Kräftebilanz

$$\sigma_\varphi \cdot [s + u(s)] = [\sigma_r(R_4) - \sigma_r(R_3)] \cdot [R_3 + u(R_3)] \quad (20)$$

Weitere Restriktionen werden eingeführt:

$$u(s) \ll s \quad (21)$$

$$u(R_3) \ll R_3$$

Dann kann aus Gleichung (20) die Tangentialspannung in Bezug auf den elastischen Verformungsanteil ($\sigma_\varphi < \sigma_f$) angenähert werden durch:

$$\sigma_\varphi = [\sigma_r(R_4) - \sigma_r(R_3)] \cdot \frac{R_3}{s} \quad (22)$$

Erreicht σ_φ die Fließgrenze $\sigma_f(T)$ bzw. $\sigma_{0,2}(T)$ und die Verträglichkeitsbedingung ist noch nicht erfüllt, dann tritt eine plastische Hüllrohrverformung auf. Während der Fließphase soll keine Höhen- und Volumenänderung auftreten. Arbeitet man diese Vereinfachungen in Gleichung (20) ein, so erhält sie die Form:

$$\sigma_f \cdot [R_3 + u_e(R_3)] \cdot [s + u_e(s)] = [\sigma_r(R_4) - \sigma_r(R_3)] \cdot [R_3 + u_e(R_3)]^2 \quad (23)$$

Der Index e kennzeichnet hierbei den elastischen Verschiebungsanteil, der bei Fließbeginn vorhanden war, mithin ist die linke Seite von Gleichung (23) bekannt. $\sigma_r(R_4)$ wird aus den vorgegebenen Randbedingungen ermittelt. Zur Bestimmung von $\sigma_r(R_3)$ und $u_e(R_3)$ zieht man die geometrische Bedingung heran:

$$R_3 + u(R_3) = R_2 + u(R_2) \quad (24)$$

Da an der Kontaktfläche zwischen Brennstoff und Hülle die Radialspannungen betragsmäßig gleich sind, lassen sich $u(R_3)$ und $\sigma_r(R_3)$ einfach auf iterativem Weg bestimmen.

Mit der Lösung $\sigma_3(R_3)$ wird anschließend der elastische Verformungsanteil $u_3(R_3)$ durch Gleichung (18) berechnet. Der plastische Anteil $u_{pl}(R_3)$ und die für den nächsten Zeitschritt neuen Abmessungen ergeben sich nach einfachen Beziehungen, wie z.B.

$$u_{pl}(R_3) = u(R_3) - u_e(R_3) \quad (25)$$

$$R_3(t + \Delta t) = R_3(t) + u_{pl}(R_3)$$

6. Axiale Iteration

Betrachtet man den allgemeinen, achsensymmetrischen Spannungszustand, so ist die Schubspannung τ in die Gleichgewichtsbedingungen (1) mit einzubeziehen. In dieser erweiterten Form wird der Gleichgewichtszustand beschrieben durch:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} + \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{\tau}{r} = 0$$

Aus den Verträglichkeits- und Deformationsbeziehungen erhält man die zusätzliche Gleichung für die Bestimmung von :

$$\tau = \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (27)$$

Die analytische Weiterbehandlung dieses Gleichungssystems (2, 3, 26, 27) führt auf eine partielle Differentialgleichung ("Bipotentialgleichung") [13], auf deren Lösungen hier nicht eingegangen werden soll.

Eine Vereinfachung des Problems wird von C.K. Youngdahl auf folgendem Weg erzielt [5]. Die in den axialen Unterzonen verschieden starken

Ausdehnungen erzeugen in den Querschnitten Schubspannungen, die bislang vernachlässigt wurden. Dies soll durch eine zusätzliche fiktive Normalspannung σ_{kj} korrigiert werden (s.a. Abb. 8). σ_{kj} greift an der jeweils äußeren Mantelfläche des Zylinders an und soll die sprunghafte Änderung der Radialverformung zwischen zwei axialen Zonen teilweise kompensieren. Die Berechnung erfolgt nach der Beziehung (Brennstoff)

$$\sigma_{kj} = \frac{F_{j', j+1} - F_{j-1', j}}{2\pi \cdot \Delta Z_j \cdot R_2} \quad (28)$$

wobei für die Querkräfte jeweils anzusetzen ist

$$F_{j', j+1} = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \tau(r) r dr \quad (29)$$

Da diese Korrektur vornehmlich auf die Angleichung der Radialverschiebung an den axialen Zonengrenzen abzielt, wird in Gleichung (27) nur der Gradient $\partial u / \partial Z$ berücksichtigt. Damit wird der Einfluß des radialen Temperaturverlaufs auf die Schubspannung (Querschnittswölbung) ignoriert.

Mit $\partial u / \partial Z \approx \Delta u / \Delta Z$ erhält man nach einigen Umstellungen aus den Gleichungen (27, 28, 29)

$$\sigma_{kj} = \frac{E_B}{1+\nu_B} \cdot \frac{1}{\Delta Z_j} \cdot R_2 \left\{ \frac{1}{\Delta Z_{j+1} + \Delta Z_j} \int_{R_1}^{R_2} [u(r)_{j+1} - u(r)_j] r dr \right. \\ \left. - \frac{1}{\Delta Z_j + \Delta Z_{j-1}} \int_{R_1}^{R_2} [u(r)_j - u(r)_{j-1}] r dr \right\} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
 \int_{R_1}^{R_2} u(r) r dr &= \frac{1+\nu_B}{1-\nu_B} \int_{R_1}^{R_2} \int_{R_1}^r \alpha_B T(\eta) \eta d\eta dr + \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} \left\{ -\frac{B \cdot F_B}{E_B \cdot A_B} \right. \\
 &+ \frac{(1-\nu_B)}{E_B \cdot A_B} \left[-R_2^2 \sigma_r(R_2) - R_1^2 \sigma_r(R_1) \right] \\
 &+ \frac{I(R_2)}{6(1-\nu_B)} \left[(1-3\nu_B) + 3(1-\nu_B) \frac{R_1^2 R_2 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3} \right] \left. \right\} \\
 &+ \frac{1+\nu_B}{E_B} \cdot \frac{R_1^2 \cdot R_2^2}{R_1 + R_2} \left[\sigma_r(R_2) - \sigma_r(R_1) \right] \quad (31)
 \end{aligned}$$

Nachdem die Spannungen $\sigma_r(R_1)$ und $\sigma_r(R_2)$ für alle axialen Zonen bekannt sind, werden die Zusatzspannungen σ_{kj} ermittelt. Anschließend wird erneut eine Verformungsanalyse durchgeführt, wobei als Randbedingung gilt:

$$\sigma_r(R_2)_{\text{neu}} = \sigma_r(R_2) + \sigma_{kj} \quad (32)$$

In gleicher Weise werden die Hüllrohrverformungen berechnet. Im BREDA-Programm ist diese Iterationsmöglichkeit als Option eingeführt.

7. Programmaufbau

Die vorliegende Version BREDA wird, wie bereits einleitend erwähnt, als Unterprogramm in das reaktordynamische Programmsystem RADYVAR [7, 8] eingebracht. Der funktionale Zusammenhang ist in Abb. 10 erkennbar. Nach dem RADYVAR-Konzept wird für jeden Zeitschritt die Thermodynamik der einzelnen Kühlkanäle (Mehrkanaldarstellung) sequentiell berechnet. Mit den bekannten Temperaturfeldern eines repräsentativen Brennstabes wird in BREDA die Verformungsanalyse durchgeführt. Anschließend werden die Temperaturfelder und die neu-berechnete Geometrie für den nächsten Zeitschritt auf einer externen Speichereinheit konserviert und der nächste Kühlkanal behandelt.

Der Rechnungsgang in BREDA ist in Abb. 11 skizziert. Der strukturelle Aufbau lehnt sich an den des DEFØRM-I-Codes [5] an. Wie in der Modellbeschreibung angedeutet, wird der Brennstabzustand durch die Summe [NFALL(J)] aus den Brennstoff- und Hüllrohrkennziffern [NBR(J) bzw. NH(J)] ermittelt. Die Identifikationszahlen NBR(J) und NH(J) werden durch Abfragekriterien (z.B.: $R_1(J) = 0?$) bestimmt. Über NFALL(J) wird einer der neun Berechnungsfälle angesteuert. Stellt sich während des Rechenvorganges heraus, daß die ursprüngliche Fallidentifikation sich ändert (z.B. durch Übergang von der rein elastischen zur elastischen/ideal plastischen Hüllrohrverformung), so erfolgt mit der geänderten Kennziffer (hier: $NH(J)=3$) eine Neuberechnung der Analyse gemäß der neuen Steuergröße NFALL(J). Durch Eingabeoption kann zusätzlich eine axiale Iteration nach Abschnitt 6 durchgeführt werden.

8. Testbeispiel /⁻Fuel Meltdown Experiment S-3 (TREAT)⁷

Im Rahmen der Sicherheitsanalyse Schneller Na-gekühlter Brüter interessiert das Brennstabverhalten während einer Leistungsexkursion, besser gesagt die Antwort auf die Frage, unter welchen Bedingungen kann es zu einem Brennstabversagen und damit zum Austritt von Brennstoff und Spaltprodukten aus dem Hüllrohrkontrollvolumen kommen. Um die damit zusammenhängenden Phänomene (z.B. Berstkriterium, Brennstoff/Na-Reaktion) besser erkennen und studieren zu können, wird in den USA am TREAT-Reaktor ein entsprechendes Versuchsprogramm durchgeführt. Die Auswertung des S-3-Versuchs aus diesem Programm wurde vom ANL vorgenommen, ist in /⁻9⁷ veröffentlicht und dient zum Vergleich mit BREDA-Rechnungen.

Kurzfassung der Versuchsbeschreibung /⁻9, 18⁷:

In einem Autoklaven ist eine Anordnung von $3 \times 3 = 9$ Stäben in stagnierendem Na untergebracht. Fünf der Stäbe sind mit einer unbestrahlten Brennstoffsäule gefüllt, während die vier mit He gefüllten Eckstäbe als sog. "dummy rods" die Stabanordnung komplettieren. Während der Belastung durch einen Leistungsimpuls (s. Abb. 13) wurden die Brennstäbe zerstört und es kam zu einer Brennstoff/Na-Reaktion. An den "dummy rods" wurden lokale Schmelzerscheinungen und leichte Verbiegungen festgestellt.

Die BREDA-Rechnungen^{*} wurden für einen Randstab der Anordnung durchgeführt. In der Einkanaldarstellung wird der Brennstab mit umgebendem Kühlmittel- und Strukturmaterialanteil als adiabates System aufgefaßt /⁻19⁷. Einzelheiten sind der Abb. 12 und der folgenden Tab. 1 zu entnehmen. Für die Berechnung ist der Brennstoff in zehn, die Hülle in zwei radiale Zonen und der Brennstab in neun axiale Unterzonen aufgeteilt. Da in diesem Fall die Leistung axial konstant angenommen wird, beschränkt sich die Ergebnisdiskussion im wesentlichen auf eine Unterzone ($J = 3$).

^{*} Anmerkung:

Die BREDA-Rechnungen basieren auf Informationen über den S-3-Test, die in der zitierten Literatur - teils als Zahlenangaben teils in verkleinerter Diagrammform - vorliegen. Infolge der daraus resultierenden Ungenauigkeiten und mangels detaillierter Informationen über Versuchs- und Berechnungsdaten sind die vorliegenden BREDA-Ergebnisse nicht im Sinne einer speziellen S3-Versuchsauswertung zu verstehen.

Tabelle 1: Daten zur Nachrechnung des Tests S-3

Abmessungen des Randstabes (adiabates Modell)	
Hüllrohraußenradius	$R_{40} = 3,63 \text{ mm}$
Hüllrohrinnenradius	$R_{30} = 3,25 \text{ mm}$
Brennstoffaußenradius	$R_{20} = 3,20 \text{ mm}$
Zentralkanalradius	$R_{10} = 0,0 \text{ mm}$
Höhe der Brennstoffzone	$Z_B = 143 \text{ mm}$
Stabhöhe	$Z_S = 305 \text{ mm}$
Äquivalenter Kühlkanalaußenradius	$R_K = 7 \text{ mm}$
Kühlmittelgeschwindigkeit	$v_k = 0,03 \text{ m/sec}$
<u>Stoffdaten</u>	
Brennstoff (unbestrahlt)	UO_2 (10 % U-235)
Brennstoffdichte (25 °C)	$\rho = 0,930 \text{ TD}$
Brennstoffschmelzdichte	$\rho_s = 0,913 \text{ TD}$
Hüllmaterial	Wst. Nr. 4988
Füllgas	He
Isothermer Zustand (200 °C) bei $t = 0,0 \text{ sec}$	
Temperaturabhängige Stoffgrößen aus der MAPLIB [16]	
<u>Leistungstransient</u>	
Max. TREAT-Leistung	$P_{\text{TREAT}} = 2350 \text{ MW}$
Impulsdauer	$\Delta t = 0,7 \text{ sec}$
Reaktorperiode	$= 0,53 \text{ msec}$
Integrierte TREAT-Leistung	$E_{\text{TREAT}} = 668 \text{ MW sec}$
Kalibrierungsfaktor für Randstab	$K_R = 2,88 \frac{\text{J/ UO}_2}{\text{MWsec}_{\text{TREAT}}}$

In Abb. 14 ist der zeitliche Verlauf der Brennstabtemperaturen aufgezeichnet. Mit einem max. Anstieg der Zentraltemperatur $\partial T_{Bo} / \partial t = 7000 \text{ }^\circ\text{C/sec}$ beginnt unmittelbar nach dem Leistungspeak bei $t = 0,33 \text{ sec}$ die Brennstoffmitte zu schmelzen. Die im Vergleich zu T_{Bo} nur wenig niedrige mittlere Brennstofftemperatur T_{Bm} drückt aus, daß (bis auf die Randzonen) das gesamte Temperaturniveau in diesem Maße ansteigt. Die damit verbundene Ausdehnung führt zu einem Schließen des Spaltes ($t = 0,30 \text{ sec}$) und plastische Hüllrohraufweitung setzt ein ($t = 0,32 \text{ sec}$) (s. Abb. 16). Mit dem Schmelzbeginn und der damit verbundenen Volumenvergrößerung verstärkt sich diese plastische Verformung zunächst wesentlich (s. Abb. 17,18), um dann bei stark fallender Leistung ihrem Endwert zuzustreben. Der Endwert $\epsilon_{pl} = 100 \cdot [R_4(t) - R_{40}] / R_{40} = 4,83 \%$ wird nach $0,58 \text{ sec}$ erreicht.

In Abb. 17 erkennt man im Zeitbereich $t = 0,32 \dots 0,38 \text{ sec}$. eine Ungleichmäßigkeit im Verlauf der plastischen Hüllrohrverformung. Diese ergibt sich aus der zeitlich diskretisierten Darstellung des Schmelzvorganges und erklärt sich folgendermaßen: Anhand der Schmelzenthalpie wird für jeden Zeitschritt der geschmolzene Brennstoffanteil ermittelt. Die Berechnung des Schmelzradius setzt in der äußeren Schmelzzone an. Es wird davon ausgegangen, daß die Schmelzgrenze von innen nach außen wächst, d.h. aus dem Innenradius der Unterzone und dem Schmelzanteil kann durch eine einfache Volumenbilanz der Schmelzradius bestimmt werden, der dann in die Festigkeitsrechnung eingeht. Tritt der Fall ein, daß die Temperatur in der benachbarten, äußeren Zone auf den Schmelzwert angestiegen ist, bevor der gesamte Querschnitt der betrachteten Zone geschmolzen ist, so führt das in dem Rechenmodell zu einer sprunghaften Änderung des Schmelzradius und dem damit verbundenen oben erwähnten Kurvenverlauf.

Die Versuchsnachrechnungen konzentrieren sich auf den Zeitbereich $t = 0,59 \dots 0,61 \text{ sec}$, als im Experiment ein Druckimpuls das Versagen des ersten Brennstabes anzeigte. Der zum Zeitpunkt $t = 0,60 \text{ sec}$ sich rechnerisch ergebene Momentanzustand ist in Tab. 2 notiert.

Tabelle 2: Rechenergebnisse bei $t = 0,60 \text{ sec}$

Bezeichnung	RADYVAR/ BRED A	SASIA/ DEFORM $\left[\frac{9}{7} \right]$
Brennstoffzentraltemp. $T_{Bo} \left[\frac{^{\circ}C}{7} \right]$	3670	4000
mittl. Brennstofftemp. $T_{gm} \left[\frac{^{\circ}C}{7} \right]$	3329	
Brennstoff-Randtemp. $T_{Bn} \left[\frac{^{\circ}C}{7} \right]$	1664	
Hülle innen $T_{Ci} \left[\frac{^{\circ}C}{7} \right]$	1232	900
Hülle mitte $T_{cm} \left[\frac{^{\circ}C}{7} \right]$	1182	
Hülle außen $T_{ca} \left[\frac{^{\circ}C}{7} \right]$	1136	
mittl. Na-Temp. $T_{km} \left[\frac{^{\circ}C}{7} \right]$	723	780
Anstieg $\frac{\partial T_{km}}{\partial t} \left[\frac{^{\circ}C}{sec} \right]$	> 0	≈ 0
Leistung $P_{TREAT} \left[\frac{MW}{7} \right]$	150	180
int. Wärmequelle $E_{UO_2} \left[\frac{J}{g \text{ UO}_2} \right]$	1870	1850
vol. Schmelzanteil $v_s \left[\frac{l}{7} \right]$	0,84	0,80
plast. Hüllverformung $\epsilon_{pl} \left[\frac{\%}{7} \right]$	4,83	5,5

Die Gegenüberstellung weist auf Unterschiede in der thermodynamischen Behandlung hin. Beide Programme erfassen noch nicht die Brennstoffverdampfung und rechnen mit derselben Wärmeübergangsbeziehung Brennstoff/Hülle. In der speziell für die Auswertung der "fuel-meltdown"-Versuche im (thermischen) TREAT-Reaktor entwickelten SASIA-ASH-Version werden Selbstabschirmungseffekte durch Vorgabe einer radialen Leistungsverteilung im Brennstab approximiert $\left[\frac{20}{7} \right]$. Offen bleibt die Frage, welche Differenzen in der Einkanalardarstellung des Versuchs bestehen, insbesondere, wie im einzelnen die Wärmeabfuhr durch das Kühlmittel berechnet wird. Ebenso wenig kann festgestellt werden, inwieweit die Ergebnisunterschiede auf die verschiedenartigen Stoffwertfunktionen zurückzuführen sind. Die höhere Brennstoffzentral- und niedrigere Hüllrohrtemperatur lassen zusammen mit dem geringeren Schmelzanteil auf ein steileres Temperaturprofil im Brennstab (ANL) schließen.

Der plastische Verformungsgrad der Hülle ist einerseits von der Belastung durch den Brennstoff (Volumenzunahme beim Phasenwechsel, thermische Ausdehnung der Phasen) abhängig, andererseits wird er von der Temperaturabhängigkeit der Werkstoffe mitbestimmt. Obwohl

für einen solchen Detailvergleich die notwendigen Informationen fehlen, kann gesagt werden, daß die Unterschiede in der plastischen Verformung auch auf die Differenzen im Temperaturfeld zurückzuführen sind. Die um ca. 280 °C niedrigere Hüllrohrtemperatur (ANL) hat eine entsprechend geringe Ausdehnung zur Folge, was (bei annähernd gleichen Brennstofftemperaturen) zu einer verstärkten mechanischen Belastung durch den Brennstoff führt.

Aus der Tatsache, daß die Hüllrohrtemperaturen unter der Schmelztemperatur des Werkstoffs liegen, kann geschlossen werden, daß das Hüllrohrversagen auf die dynamische, plastische Verformung zurückgeht. Inwieweit man aus weiteren Brennstabversagenstests und mit Hilfe dieses Modells ein Berstkriterium in Form eines plastischen Verformungsgrades ableiten kann, werden eingehende Versuchsauswertungen zeigen.

Die vorliegenden Rechnungen zeigen deutlich den Einfluß der Brennstoffvolumenzunahme und der Spaltweite auf die plastische Verformung der Hülle. Die Volumenzunahme (Brennstofftemperaturen) folgt unmittelbar dem Leistungstransienten und wird durch Brennstoffschmelzen verstärkt. Da der Temperaturanstieg im Hüllrohr (Aufweitung) und Kühlmittel wesentlich langsamer und zeitlich verzögert einsetzen, hängt es letztlich von der Größe der Spaltweite ab, ob und in welchem Maße eine plastische Hüllrohraufweitung eintritt. Anders ausgedrückt, die Qualität der Verformungsanalyse hängt wesentlich von dem thermodynamischen Modell und den thermischen Eigenschaften des Brennstoffs ab.

9. Zur Weiterentwicklung des Modells

Geht man davon aus, daß das Zeitverhalten des Brennstabes in einer transienten Reaktorphase und hierbei insbesondere die Brennstoffbewegungen einen entscheidenden Rückwirkungseinfluß auf den betrachteten Störfallablauf haben, dann impliziert dies die Notwendigkeit zu einer Weiterentwicklung des Modells, um die instationären Vorgänge besser beschreiben bzw. verstehen zu können.

Das vorgestellte Modell orientiert sich weitgehend an einem unbestrahlten Brennstab, bei dem der feste Brennstoff elastisches Verhalten aufweist. Tatsächlich jedoch verliert der Brennstoff bei Temperaturen, die über 1700 °C liegen, seine elastischen Eigenschaften und wird plastisch. Mit Hilfe dieses Temperaturkriteriums kann ein Zweizonenmodell entwickelt werden, in dem sich die Festigkeitsrechnungen auf den äußeren, elastischen Ring beschränken, während die innere, durch Fluid-Charakter gekennzeichnete Zone durch hydrostatischen Druck belastet wird. Damit würde sich die mechanische Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hülle reduzieren, was zu geringeren (plastischen) Hüllrohraufweitungen führt. Wächst diese Grenze bis in die äußere Randzone, so wird der gesamte Brennstoffzylinder als kompressibles Medium aufgefaßt, dessen Randzone eine zunehmend schwächere, thermische Isolierung zur Hülle darstellt.

In der vorliegenden Version ist eine Bewegung des geschmolzenen Brennstoffanteils über die axiale Zonengrenze nicht vorgesehen. Dies kann aber bei ausgebildetem Zentralkanal unter dem Einfluß der Schwerkraft und eines axialen Druckgradienten auftreten. Dementsprechend tritt der zusätzliche Druckaufbau infolge der Volumenvergrößerung beim Schmelzen erst dann auf, wenn das gesamte Zentralkanalvolumen mit Schmelze angefüllt ist. Daher erscheint die zusätzliche Beschreibung dieses Phänomens beim "loss of coolant"-Störfall sinnvoll. (Bei steilen Rampenexkursionen würde die Verzögerungszeit vernachlässigbar klein sein).

Durch die Auffüllung des Zentralkanalvolumens geht der Brennstoff-Hohlzylinder in einen Vollzylinder über. Diese Geometrieänderung bewirkt eine Erhöhung des Temperaturfeldes in der Brennstoffmitte [21], deren Einfluß zu untersuchen ist.

Gleiches gilt für die Einbeziehung von Reibungseffekten, die im Kontaktfall Brennstoff/Hülle infolge der unterschiedlichen axialen Dehnungen auftreten; hierbei interessiert die Auswirkung auf die Brennstoffbewegung.

Die Beschreibung spezieller Abbrandeinflüsse auf das Brennstabverhalten stellt eine wesentliche Modellerweiterung dar. Mit zunehmender Bestrahlungsdosis wächst der Spaltgasdruck, ändert sich das Brennstoffgefüge in Abhängigkeit vom Radius und der Hüllwerkstoff versprödet. In den verschiedenen Brennstoffzonen [Charakteristika: Stengelkorn (columnar grain), gleichgerichtetes Kornwachstum (equiaxed grain), keine Strukturänderung (unrestructured or undisturbed fuel)] ist der Anteil an gelösten Spaltprodukten unterschiedlich. Die Spaltgasfreisetzungsrates ist eine Funktion des Abbrandes und der Temperatur. Nach A.E. Waltar [22] bewirkt die Spaltgasfreisetzung in den unveränderten Randzonen (mit hoher Löslichkeit) ein zusätzliches Brennstoffschwellen, das qualitativ mit der thermischen Expansion des Brennstoffes vergleichbar ist und eine entsprechende Zusatzbelastung für das Hüllrohr darstellt. Die sorgfältige Auswertung diesbezüglicher Experimente wird zu einer quantitativen Abschätzung dieses Einflusses beitragen und eine geeignete Modellbeschreibung ermöglichen.

Es seien zwei weitere Phänomene angesprochen, deren Effekte es abzuschätzen gilt. Infolge der bei Lastzyklen auftretenden Temperaturänderungsgeschwindigkeiten kann der Brennstoff eine Rißstruktur aufweisen, die mit der beschriebenen Methode nicht behandelt werden kann. Da in diesem Fall keine Umfangsspannungen wirken, werden die Ringsegmente vorwiegend durch Radialkräfte belastet. Die Rißkanten verursachen lokale Kerbwirkungen an der Hüllrohrinnenseite [12].

Bei der Berechnung der plastischen Hüllrohrverformung wird der radiale Temperaturgradient in der Wand vernachlässigt. Die Einbeziehung dieses Verformungspotentials durch eine radiale Mehrzonendarstellung gewinnt hinsichtlich der Formulierung eines Hüllrohrberstkriteriums an Bedeutung.

Mit Hilfe der Verformungsanalyse soll der Zeitpunkt des Brennstabversagens ermittelt werden. Bei der Formulierung eines dafür notwendigen Versagenskriteriums wird man von den verschiedenen Anfangs- und Randbedingungen des Störfalles auszugehen haben. Beim "loss of

coolant"-Störfall wird das Hüllrohr (mit dem Kühlmittel) in stärkerem Maße aufgeheizt und verliert dadurch seine Festigkeitseigenschaften, während bei einer Rampenexkursion das (vergleichsweise kältere) Hüllrohr vorwiegend durch die thermische Brennstoffexpansion belastet und verformt wird. Der Verformungsgrad beim Hüllrohrversagen hängt dann wesentlich von der Versprödung des Werkstoffes infolge des Abbrandes ab. Entsprechende Zahlenwerte werden aus Experimenten abzuleiten sein.

10. Nomenklatur

r, z	$[m]$	Ortskoordinaten
$u(r), w(z)$	$[m]$	Verschiebungsvektoren
R_1, R_2, R_3, R_4	$[m]$	Brennstababmessungen (s. Abb. 2)
s	$[m]$	Hüllrohrwandstärke
T, T_1, T_2, T_3, T_3	$[^{\circ}C]$	Temperaturerhöhungen im Brennstab, Differenz zwischen aktueller Temperatur und Referenztemperatur
A, A_1, C_1, C_2		Integrationskonstante [s. Gl. (5)]
A	$[m^2]$	Querschnittsfläche
E	$[N/m^2]$	Elastizitätsmodul
F	$[N]$	Kraft
F_j	$[N]$	fiktive Scherkraft [s. Gl. (29)]
$I(r)$		Temperaturintegral [s. Gl. (7)]
K	$[N/m^2]$	Kompressionszahl
P	$[N/m^2]$	Kompressionsdruck
V	$[m^3]$	Volumen
$\sigma_r, \sigma_{\varphi}, \sigma_z$	$[N/m^2]$	Hauptspannungen
τ	$[N/m^2]$	Schubspannung
$\epsilon_r, \epsilon_{\varphi}, \epsilon_z$	$[1]$	Hauptdehnungen
ν	$[1]$	Poissonzahl
λ	$[1]$	Lamé-Konstante
α	$[1/^{\circ}C]$	linearer Ausdehnungskoeffizient
ρ	$[kg/m^3]$	spezifische Masse

Indices

B	Brennstoff
H	Hülle
S	fester Zustand
L	flüssiger Zustand
R	Referenzzustand
e	elastisch
pl	plastisch

11. Literatur

- [1] H.Kämpf, H.Elbel, K.Kummerer:
"Brennstabmodelltheorie"
KFK-1400, Okt. 1971
- [2] H.Kämpf, H.Elbel, F.Depisch:
"Die Behandlung des mechanischen und thermischen
Verhaltens von Brennstäben in SATURN 1"
KFK-1477, Nov. 1971
- [3] V.Z.Jankus, R.W.Weeks:
"LIFE-II A Computer Analysis of Fast Reactor Fuel-
Element Behavior as a Function of Reactor Operating
History"
Nucl. Eng. Design 18 (1972), 83-96
- [4] E.Duncombe et.al.:
"An Analytical Model for the Prediction of In-pile
Behavior of Oxide Fuel Rods"
Nucl. Technology, Vol.12, Oct. 1971
- [5] C.K.Youngdahl:
"Fuel Element Deformation Model For Fast Reactor
Accident Study Code"
Nucl. Eng. Design 15 (1971), 149-186
- [6] A.Watanabe, A.M.Judd:
"A Computer Code for Predicting the Behavior of Oxide
Fuel in Accidents"
Trans. Am. Nucl. Soc. 14, 733 (1971)
- [7] D.Struwe:
"A two-dimensional Model For Fast Reactor Kinetics
Analysis with Space Dependent Feedback"
Specialist Meeting on Reactivity Effects in Large
Power Reactors (III.2), Ispra, Oct. 1970
- [8] G.Keßler:
"Space-Dependent Dynamic Behavior of Fast Reactors
Using the Time-Discontinuous Synthesis Method"
Nucl. Sci. Eng. 41, 115 (1970)

- [9] A.K.Agrawal:
"Analysis of Fuel Meltdown Experiment (S3) with
the Transient Reactor Test (TREAT) Facility"
ANL-7610, Jan. 1970
- [10] A.K.Agrawal, D.J.Dixon:
"Sensitivity Studies for Fuel Deformation Module
of SAS1A"
ANL-7610, Jan. 1970
- [11] E.Rolstad, K.D.Knudsen:
"Studies of Fuel-Clad Mechanical Interaction and
the Resulting Interaction Failure Mechanism"
Nucl. Technology, Vol.13, Febr. 1972
- [12] J.H.Gittus et.al.:
"Theoretical Analysis of Cladding Stresses and
Strains Produced by Expansion of Cracked Fuel
Pellets"
Nucl. Appl. u. Technology, Vol. 9, July 1970
- [13] E.Duncombe, I.Goldberg:
"Axial Ratchetting of Fuel Under Pressure Cycling
Conditions"
Nucl. Appl. u. Technology, Vol. 9, July 1970
- [14] I.Szabó:
"Höhere Technische Mechanik"
2.Auflage, Springer-Verlag, Berlin 1958
- [15] G.Karsten et.al.:
"Theoretical and Computer Analysis on the Behavior
of Fast Reactor Fuel Pins and Related Parts of the
Core under Operational Conditions"
KFK-878, Nov. 1968
- [16] U.Schumann:
"MAPLIB - Ein Programmsystem zur Bereitstellung
von Stoffdaten für Rechenprogramme"
KFK-1253, Sept. 1970

- [17] M.Guyette:
"Cladding-Strength Analysis under the Combined
Effect of Creep and Plasticity in Fast-Reactor
Environments"
Nucl. Eng. Design 18 (1972) 53-68
- [18] R.O.Ivins, R.W.Wright
"FuelCoolant Interactions"
ANL-7800, July 1971
- [19] B.Kuczera, D.Struwe:
"Bericht über die Nachrechnungen einiger Versuche zur
Simulation schwerer hypothetischer Unfälle schneller
Reaktoren am TREAT-Reaktor"
GfK, Externer Bericht Nr. 8/72-2, Aug. 1971
- [20] ANL-7737, Aug. 1970, S. 171 ... 173
- [21] H. Kämpf:
"Die Temperaturverteilung im Brennelement"
KFK-700, Dez. 1967
- [22] G.E. Culley et. al.:
"Fast Reactor Safety Implications of Recent Assessments
of Fuel Pin Transient Behavior"
Proceedings of the "International Conference on
Engineering of Fast Reactors for Safe and Reliable
Operation", Karlsruhe, Oct. 1972

12. Anhang (Randbedingungen)

Wie aus Abschnitt 7 und Abb. 11 hervorgeht, werden in der Rechenphase für jede axiale Unterzone Fallunterscheidungen getroffen, die sich an dem jeweils vorliegenden Brennstabzustand orientieren. Der dazu erforderliche Steuerparameter NFALL(J) wird programmintern aus der Summe NBR(J) plus NH(J) ermittelt. Der Brennstoffkennzahl NBR(J) können aufgrund von Abfragekriterien die Zahlenwerte 0, 3, 6 und der Hüllrohr-Kennzahl NH(J) die Werte 1, 2, 3 zugewiesen werden. Die Zahlen bedeuten in diesem Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \text{NBR}(J) = 0: & \quad R_1(J) = 0 \\ & = 3: \quad R_1(J) > 0; \quad P_K = 0 \\ & = 6: \quad P_K > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{NH}(J) = 1: & \quad R_2(J) + u(R_2) - R_3(J) - u(R_3) > 0 \\ & = 2: \quad R_2(J) + u(R_2) - R_3(J) - u(R_3) = 0; \quad \sigma_\varphi(R_3) < \sigma_f \\ & = 3: \quad R_2(J) + u(R_2) - R_3(J) - u(R_3) = 0; \quad \sigma_\varphi(R_3) \geq \sigma_f \end{aligned}$$

Die daraus entstehenden neun Varianten hinsichtlich des Brennstabzustandes sind durch folgende Randbedingungen RB(NFALL) zu unterscheiden.

NFALL(J) = 1

Im ungeschmolzenen Brennstoffzylinder ist kein Zentralkanal ausgebildet, Brennstoff und Hülle sind durch einen Spalt getrennt, das Hüllrohr erfährt eine rein elastische Beanspruchung. Als äußere Belastungen treten der Druck des Kühlmittels (P_{Km}) und der Spaltgasdruck (P_{SG}) auf.

$$\begin{aligned} \text{RB}(1): \quad \sigma_r(R_2) &= \sigma_r(R_3) = -P_{SG} \\ \sigma_r(R_4) &= -P_{Km} \end{aligned}$$

NFALL(J) = 2

Brennstoffzylinder und Beanspruchungsart des Hüllrohres wie unter (1). Nach dem Schließen des Spaltes tritt eine zusätzliche mechanische Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hülle auf.

$$\begin{aligned} \text{RB}(2): \quad \sigma_r(R_4) &= -P_{Km} \\ \sigma_r(R_2) &= \sigma_r(R_3) \end{aligned}$$

$$\underline{\text{NFALL}(J) = 3}$$

Brennstoffzylinder wie unter (1). Die Hüllrohrbelastung ist soweit angestiegen, daß die plastische Verformung auftritt.

$$\text{RB}(3) = \text{RB}(2)$$

$$\underline{\text{NFALL}(J) = 4}$$

Das Zentralkanalvolumen plus dem Starrvolumen des Schmelzanteils im Brennstoffzylinder ist nicht mit Schmelze aufgefüllt.

Spalt und Hüllrohrkonditionen wie unter (1).

$$\begin{aligned} \text{RB}(4): \quad \sigma_r (R_1) &= \sigma_r (R_2) = \sigma_r (R_3) = - P_{SG} \\ \sigma_r (R_4) &= P_{Km} \end{aligned}$$

$$\underline{\text{NFALL}(J) = 5}$$

Brennstoff wie unter (4)

Hüllrohr wie unter (2)

$$\begin{aligned} \text{RB}(5): \quad \sigma_r (R_1) &= - P_{SG} \\ \sigma_r (R_2) &= \sigma_r (R_3) \\ \sigma_r (R_4) &= P_{Km} \end{aligned}$$

$$\underline{\text{NFALL}(J) = 6}$$

Brennstoff wie unter (4)

Hüllrohr wie unter (3)

$$\text{RB}(6) = \text{RB}(5)$$

$$\underline{\text{NFALL}(J) = 7}$$

Das Volumen der zum Teil überhitzten Schmelze ist größer als der Hohlzylinder, der durch den ungeschmolzenen Brennstoffring begrenzt wird. Durch Kompression (P_K) des Schmelzanteils und zusätzliche Aufweitung der äußeren Ringstruktur stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein.

Spalt und Hüllrohr wie unter (1).

$$\begin{aligned} \text{RB(7): } \quad \sigma_r (R_1) &= - P_K \\ \sigma_r (R_2) &= \sigma_r (R_3) = - P_{SG} \\ \sigma_r (R_4) &= - P_{Km} \end{aligned}$$

$$\underline{\text{NFALL(J) = 8}}$$

Brennstoff wie unter (7)

Hüllrohr wie unter (2)

$$\begin{aligned} \text{RB(8): } \quad \sigma_r (R_1) &= - P_K \\ \sigma_r (R_2) &= \sigma_r (R_3) \\ \sigma_r (R_4) &= - P_{Km} \end{aligned}$$

$$\underline{\text{NFALL(J) = 9}}$$

Brennstoff wie unter (7)

Hüllrohr wie unter (3)

$$\text{RB(9) = RB(8)}$$

Abbildungen

- Nr. 1 Brennstabverformung bei transienter Belastung
- Nr. 2 Spannungen am Volumenelement und Geometrie einer Brennstabzone
- Nr. 3 Typischer Temperaturverlauf im Brennstab (SNR-300)
- Nr. 4 Spez. Masse von U-Pu-Mischoxyd = $f(T)$ nach [16]
- Nr. 5 Wechselwirkung zwischen geschmolzenem und festem Brennstoff (Schema)
- Nr. 6 Dehnungsverhalten des Hüllmaterials
- Nr. 7 Membranspannungszustand des Hüllrohres bei ideal plastischer Verformung
- Nr. 8 Ersatz der Schubspannung durch fiktive, radiale Zusatzspannungen
- Nr. 9 Temperaturabhängigkeit von $\sigma_{0,2}$ (Wst. 4988) nach [17]
- Nr. 10 Blockdiagramm: BREDA im Programmsystem RADYVAR 2
- Nr. 11 BREDA (Strukturdiagramm)
- Nr. 12 Einkanalardarstellung des Eckstabes (S-3)
- Nr. 13 Zeitlicher Leistungsverlauf beim S-3-Versuch
- Nr. 14 Zeitlicher Verlauf des Temperaturfeldes im Brennstab (S-3)
- Nr. 15 Zeitlicher Verlauf des Wärmequellintegrals und des Schmelzanteils
- Nr. 16 Radiale Brennstabverformung (Zeitverlauf)
- Nr. 17 Plastische Hüllrohrverformung (Zeitverlauf)
- Nr. 18 Plastische Hüllrohrverformung in Abhängigkeit vom Wärmequellintegral

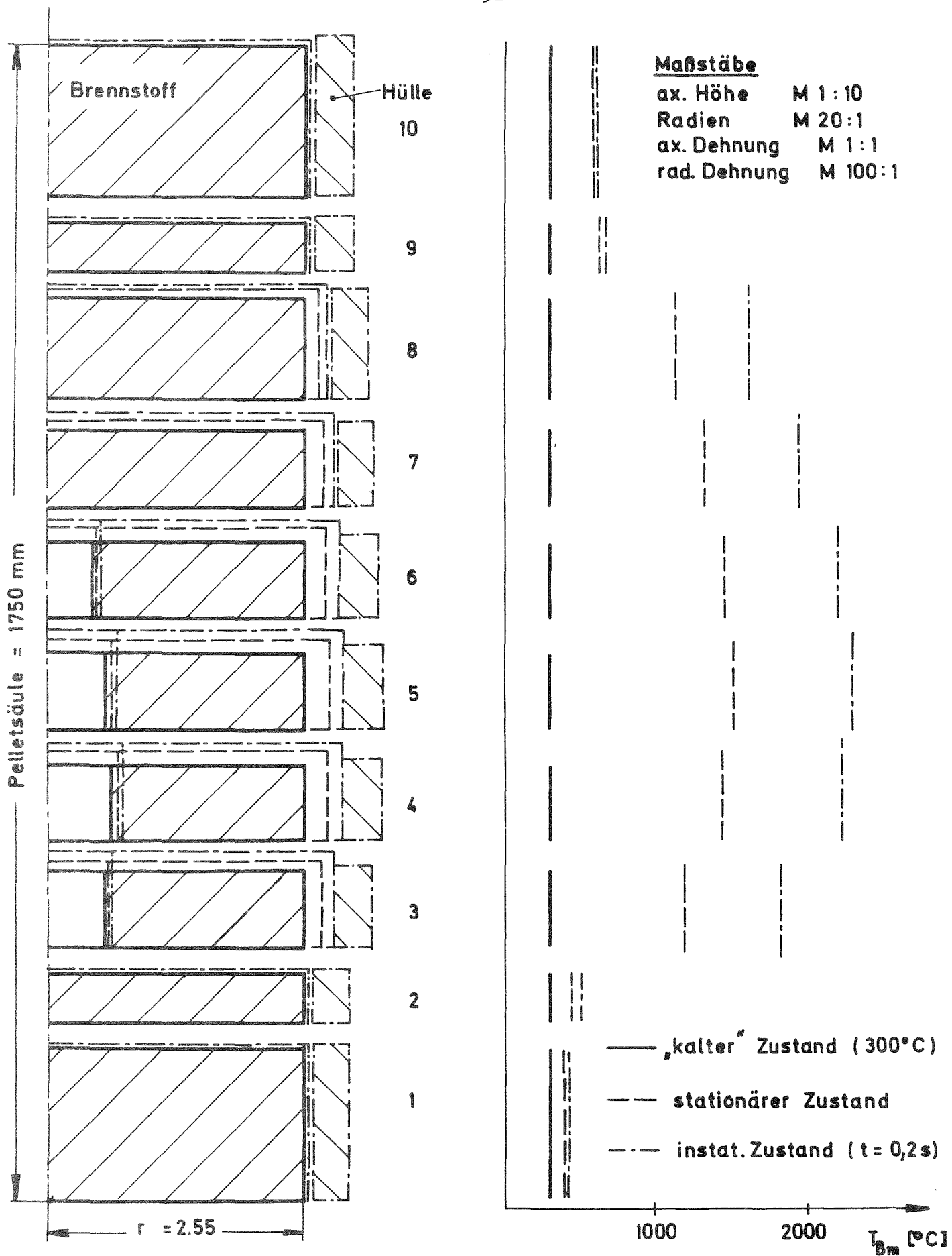


Abb.1 Brennstabverformung bei transientser Belastung (BREDA-Ergebnisse)

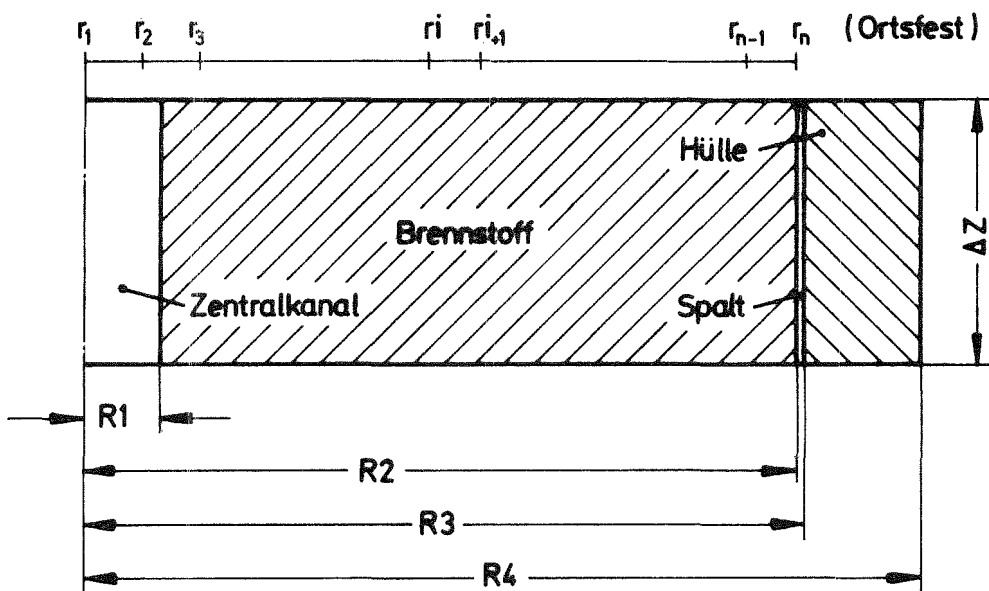
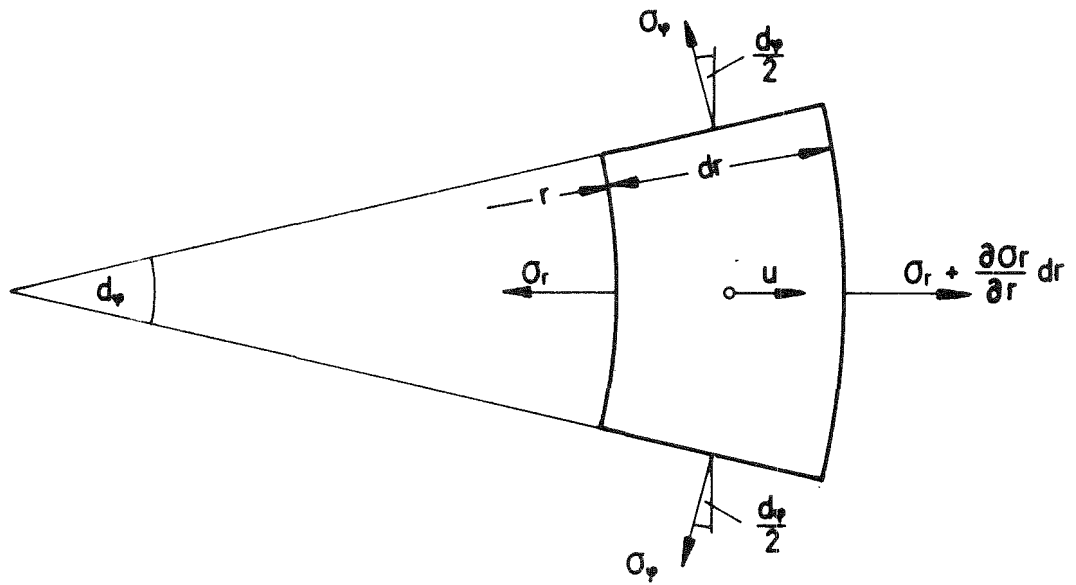


Abb.2 Spannungen am Volumenelement
und Geometrie einer Brennstabzone

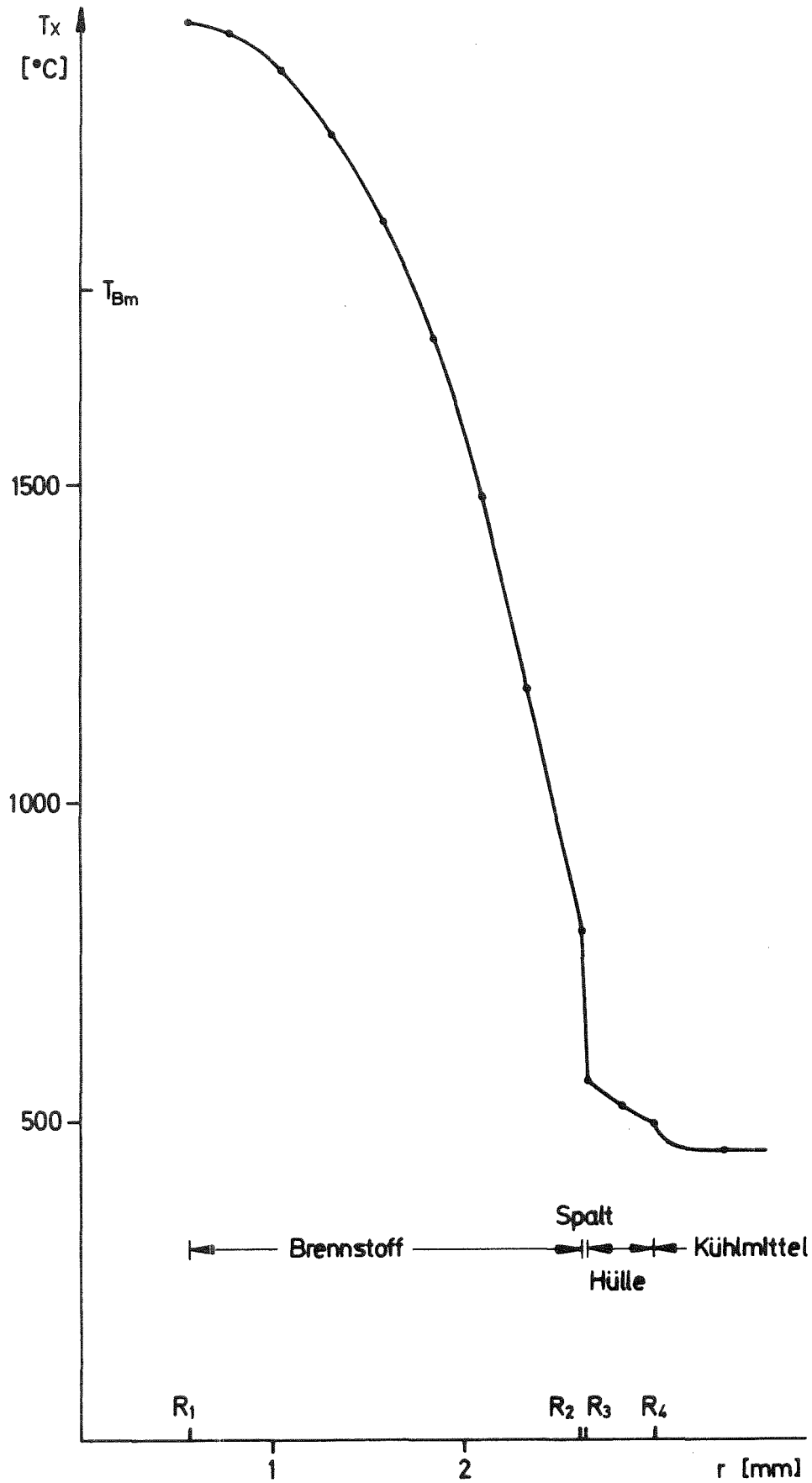


Abb. 3 Typischer Temperaturverlauf im Brennstab (SNR-300) (RADYVAR 2 - Rechnung)

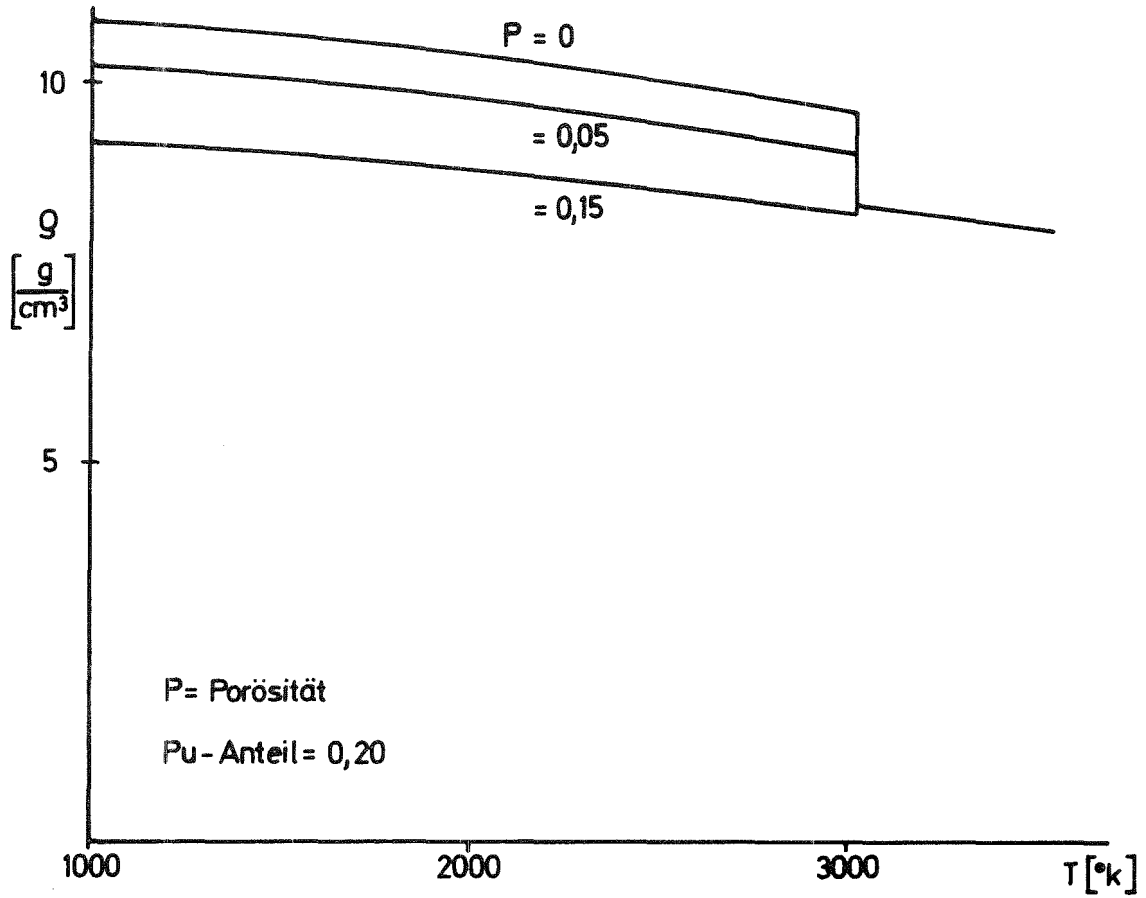


Abb. 4 Spez. Masse von U-Pu-Mischoxyd = $f(T)$ nach [16]

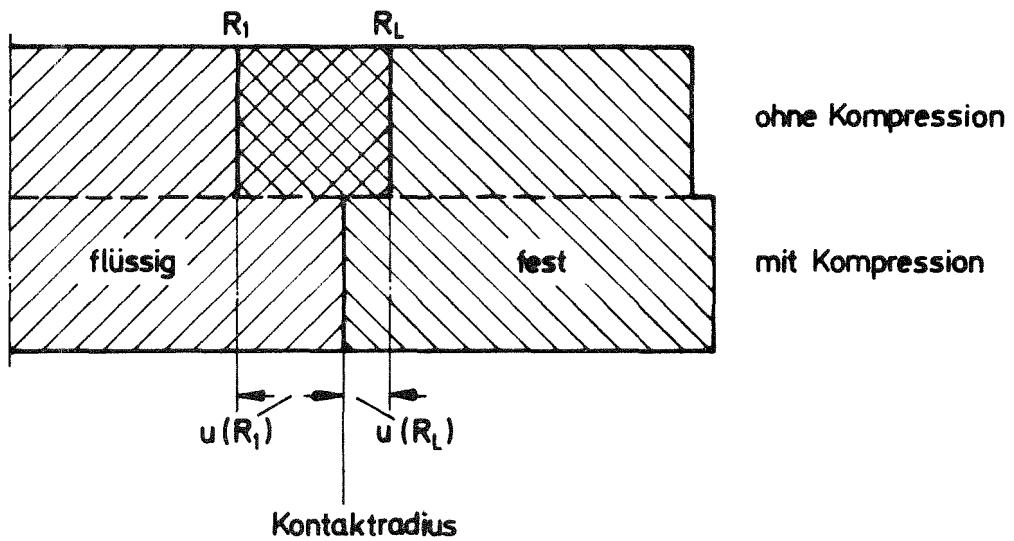


Abb.5 Wechselwirkung zwischen geschmolzenem und festem Brennstoff (Schema)

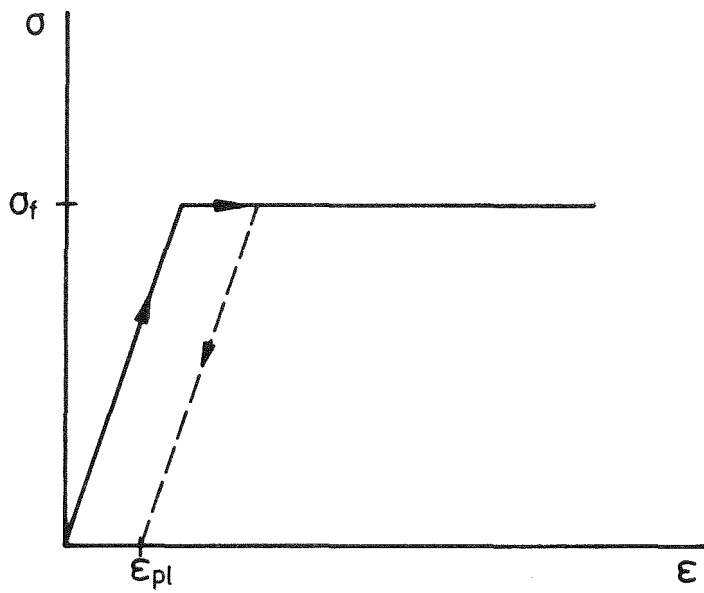


Abb. 6 Dehnungsverhalten des Hüllmaterials
(elastisch, ideal plastisch)

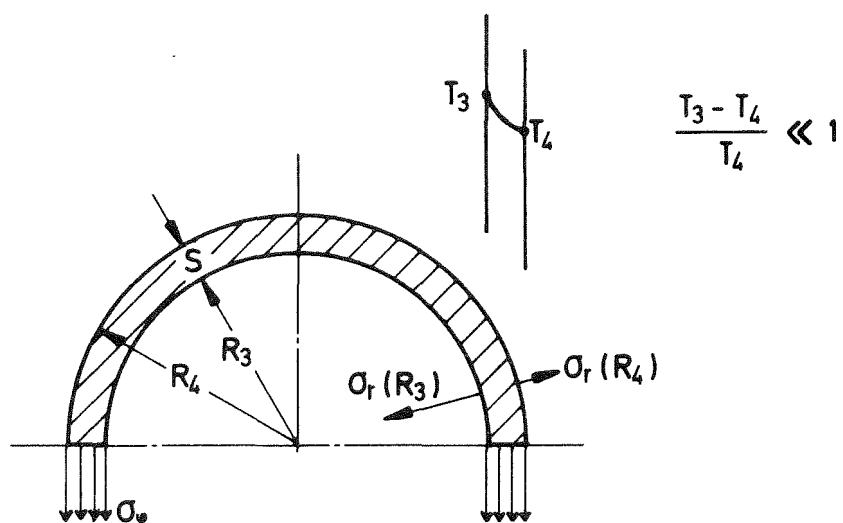


Abb. 7 Membranspannungszustand des Hüllrohres
bei ideal plastischer Verformung

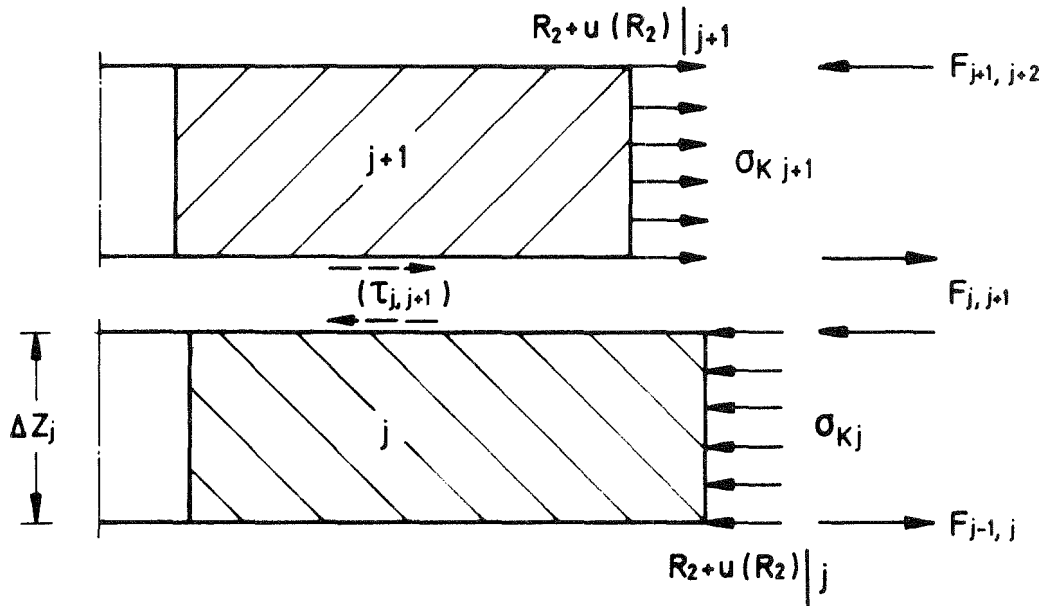


Abb. 8 Ersatz der Schubspannung durch fiktive radiale Zusatzspannungen

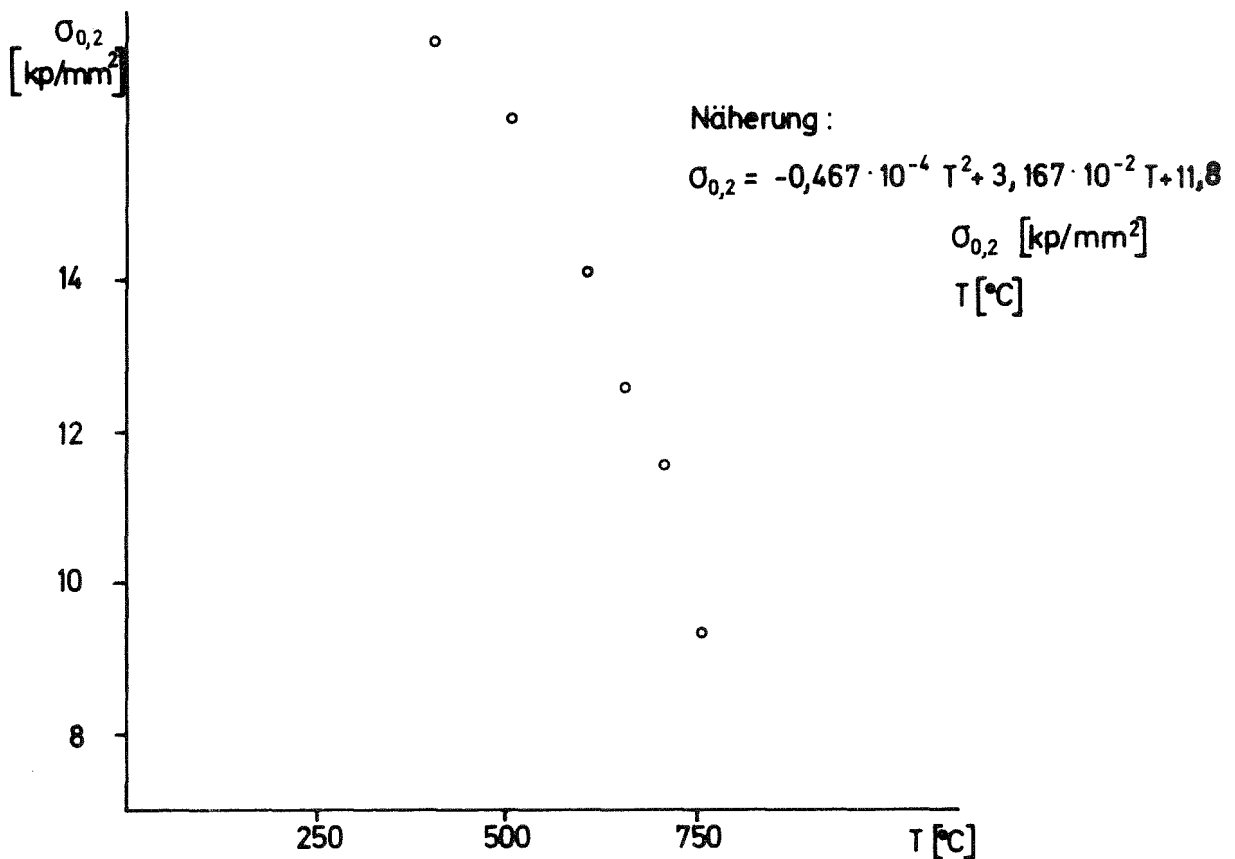


Abb. 9 Temperaturabhängigkeit von $\sigma_{0,2}$ (Wst. 4988) nach [17]

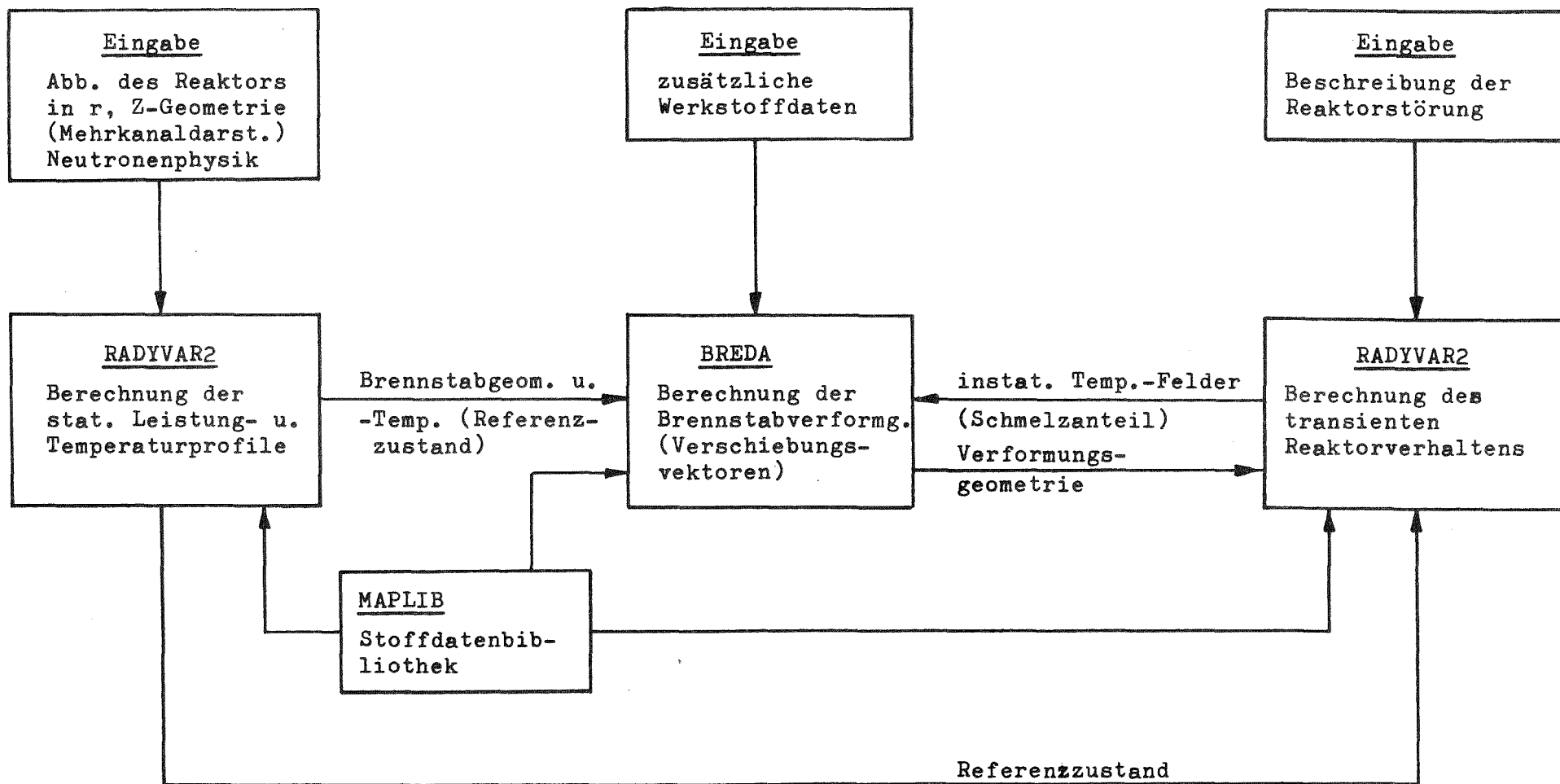


Abb. 10 Blockdiagramm: BREDA im Programmsystem RADYVAR2

NBR(J): Kennziffer für Brennstoffzustand
 NBR(J): Kennziffer für Hüllrohrzustand
 NFALL(J): Kennziffer für Brennstabzustand
 J: axiale Zone
 VA: Verformungsanalyse

R1(J): Zentralkanalradius
 $h_{sp}(J)$: Spaltweite Brennstoff-Hülle
 σ_{p3} : Tangentialspannung (Hülle)
 σ_f : Fließgrenze (Hülle)
 P_k : Kompressionsdruck (Brennstoffschnetze)

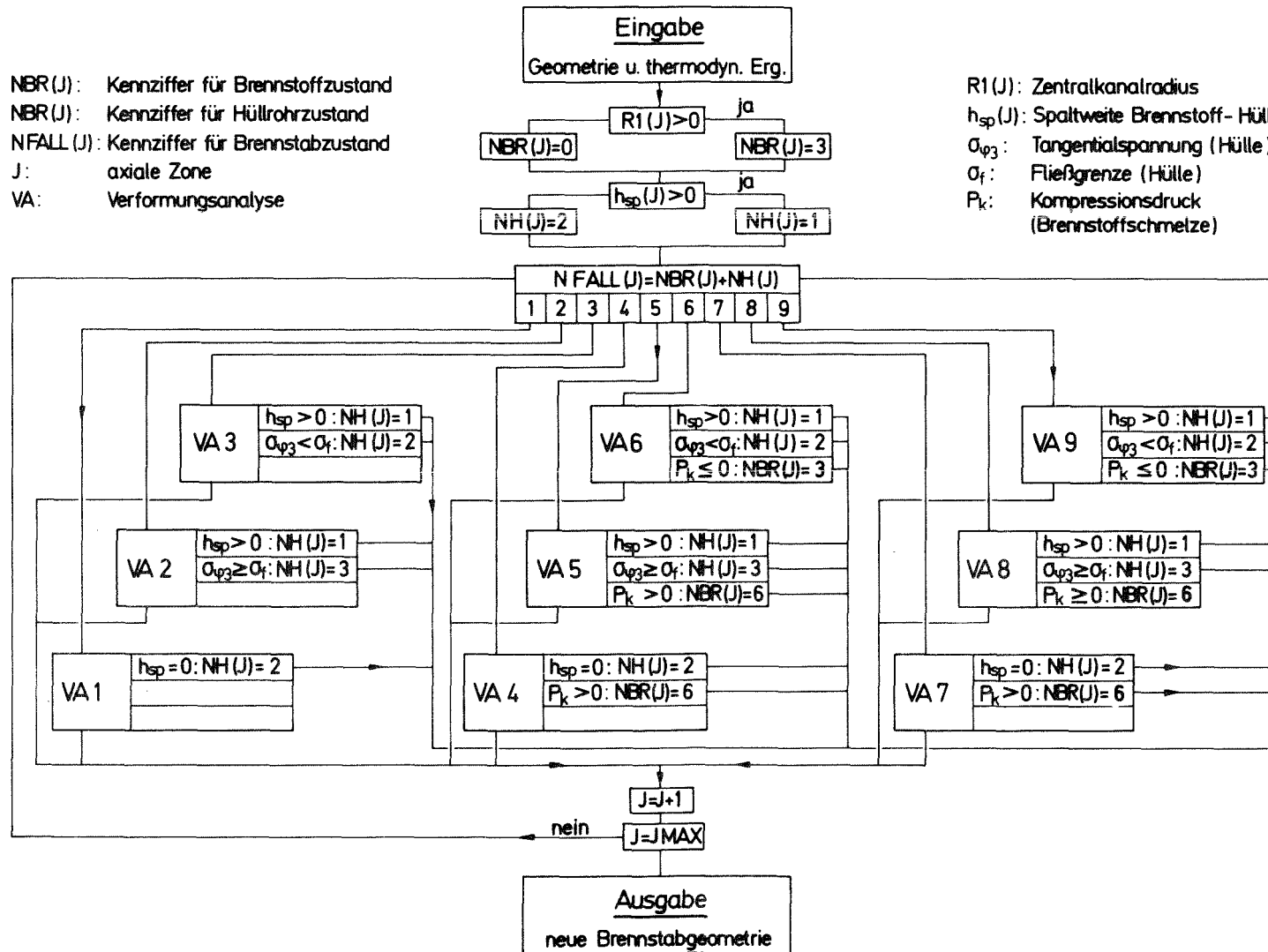


Abb.: 11 BRED A
(Strukturdiagramm)

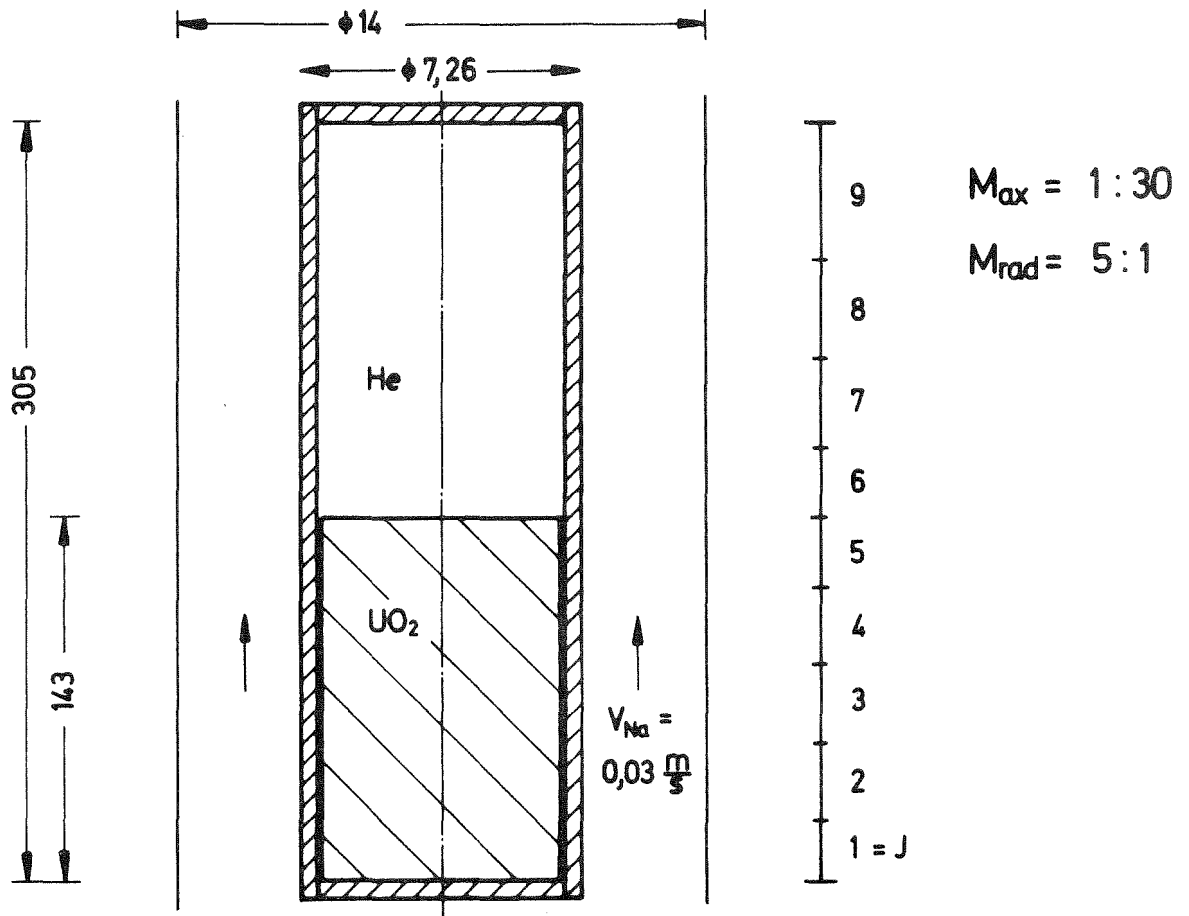


Abb. 12 Einkanalardarstellung des Eckstabes (S-3)

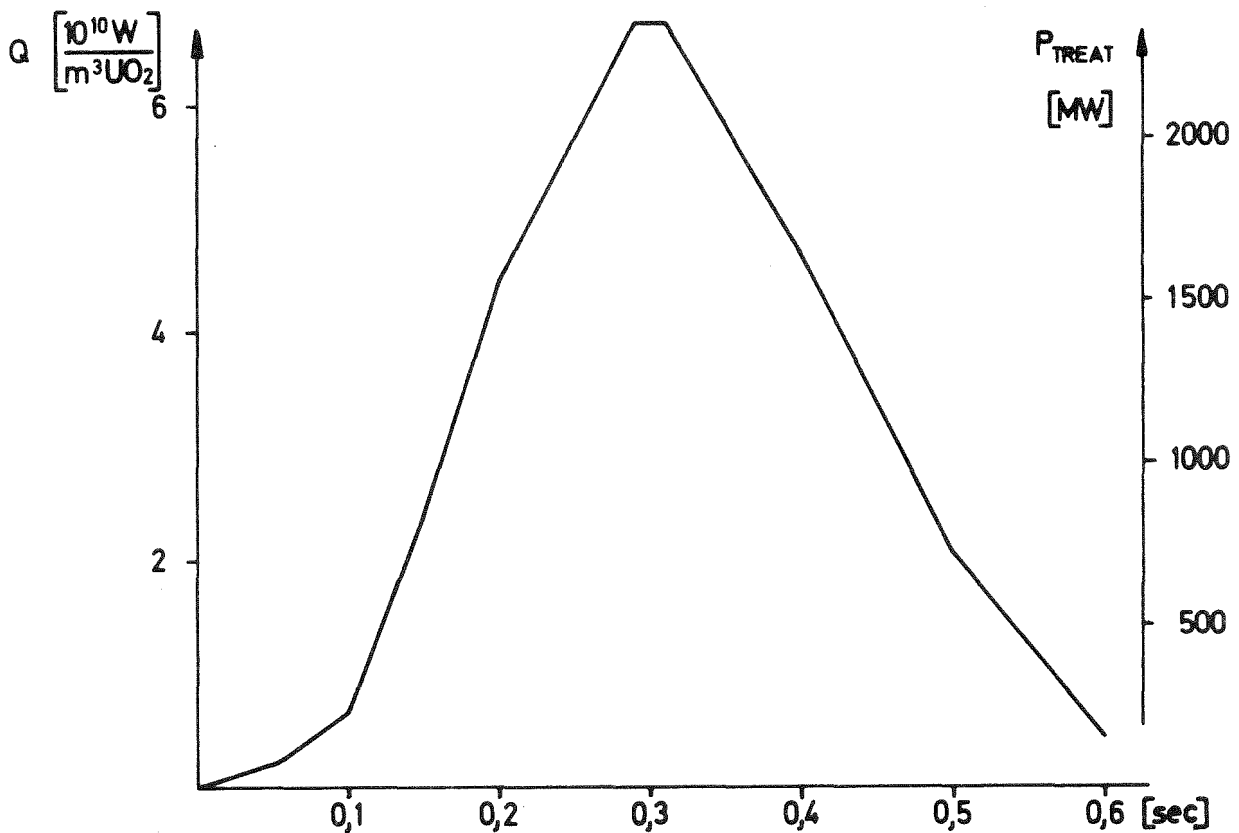


Abb. 13 Zeitlicher Leistungsverlauf beim S-3-Versuch (Näherung)

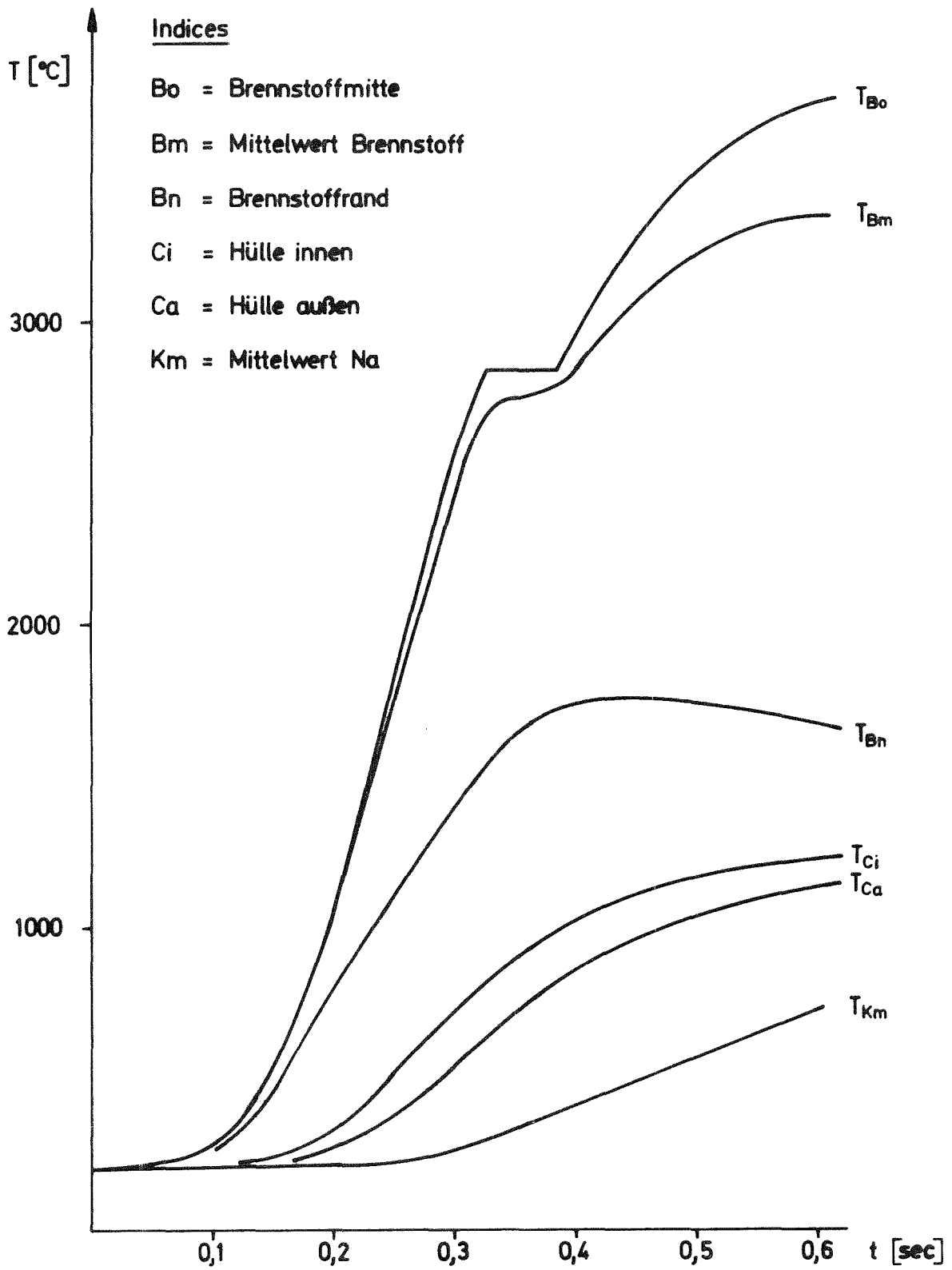


Abb. 14 Zeitlicher Verlauf des Temperaturfeldes im Brennstab (S-3)

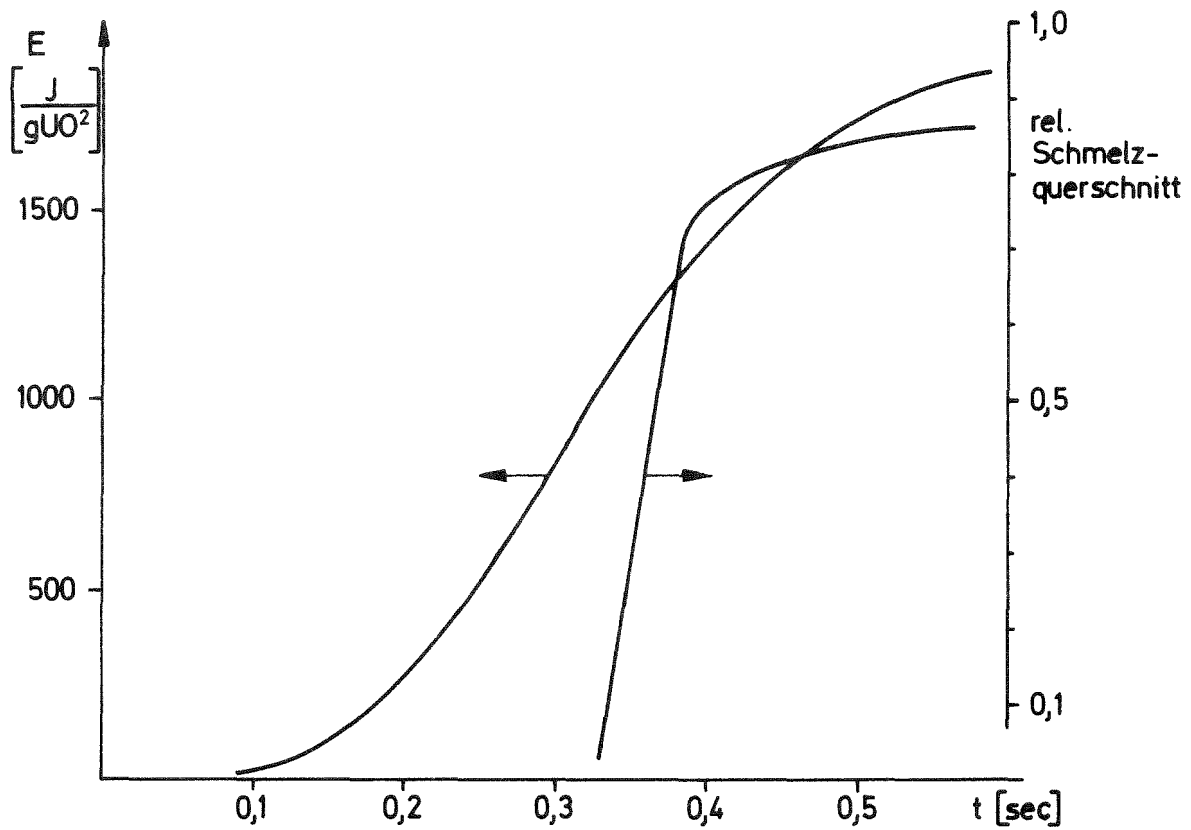


Abb. 15 Zeitlicher Verlauf des Wärmequellintegrals und des Schmelzanteils $(r_{liq}/r_{sol})^2$

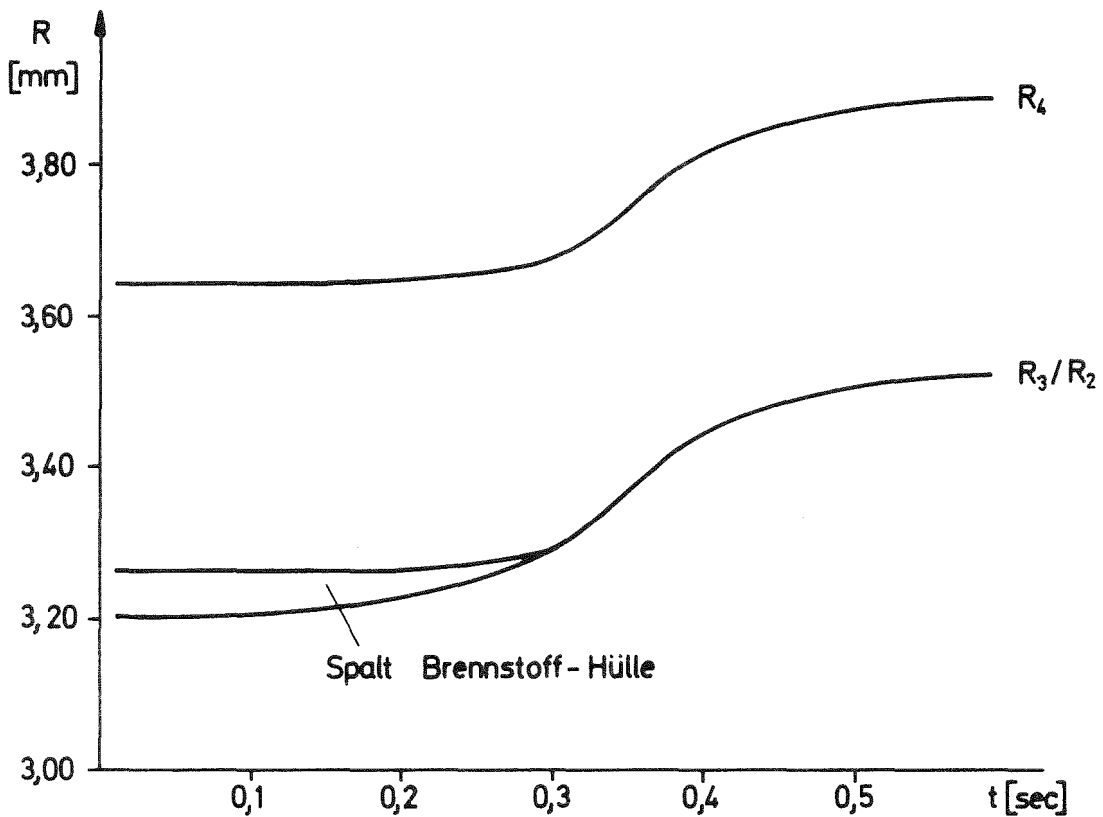


Abb. 16 Radiale Brennstabverformung (Zeitverlauf)

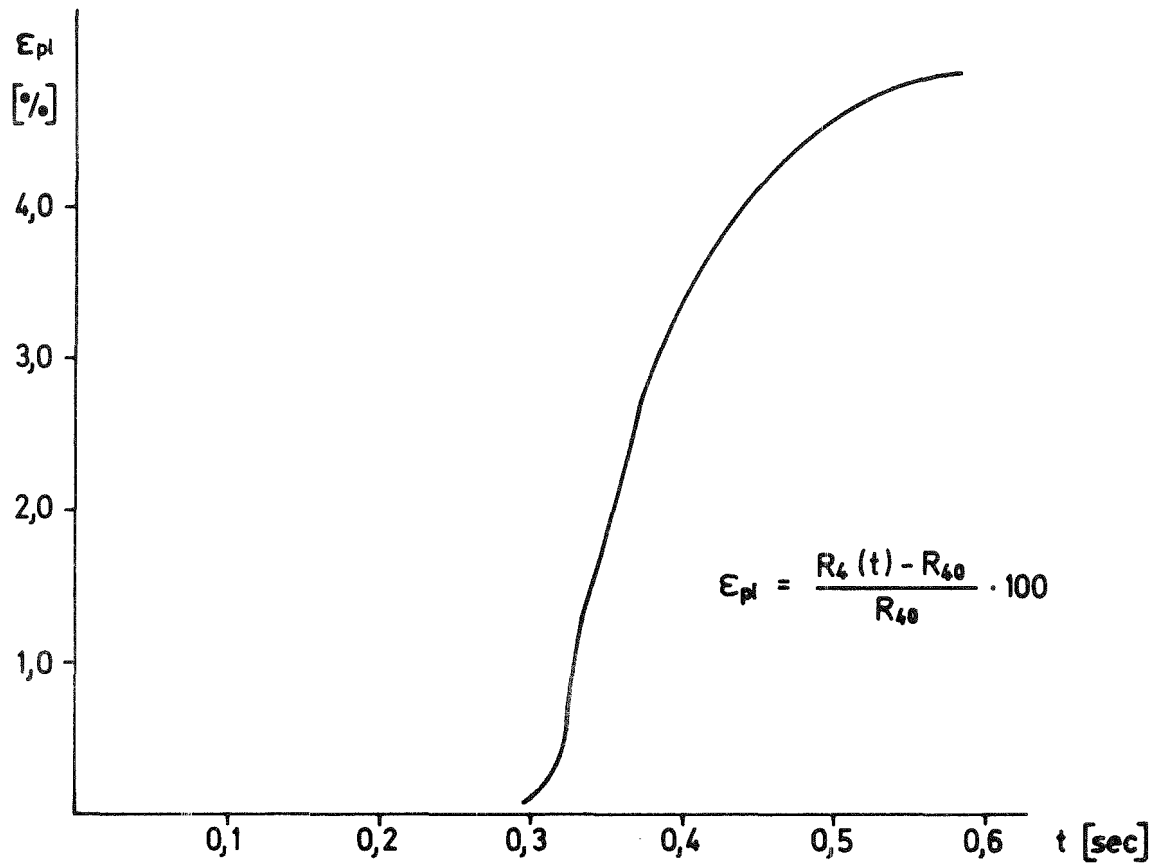


Abb. 17 Plastische Hüllrohrverformung (Zeitverlauf)

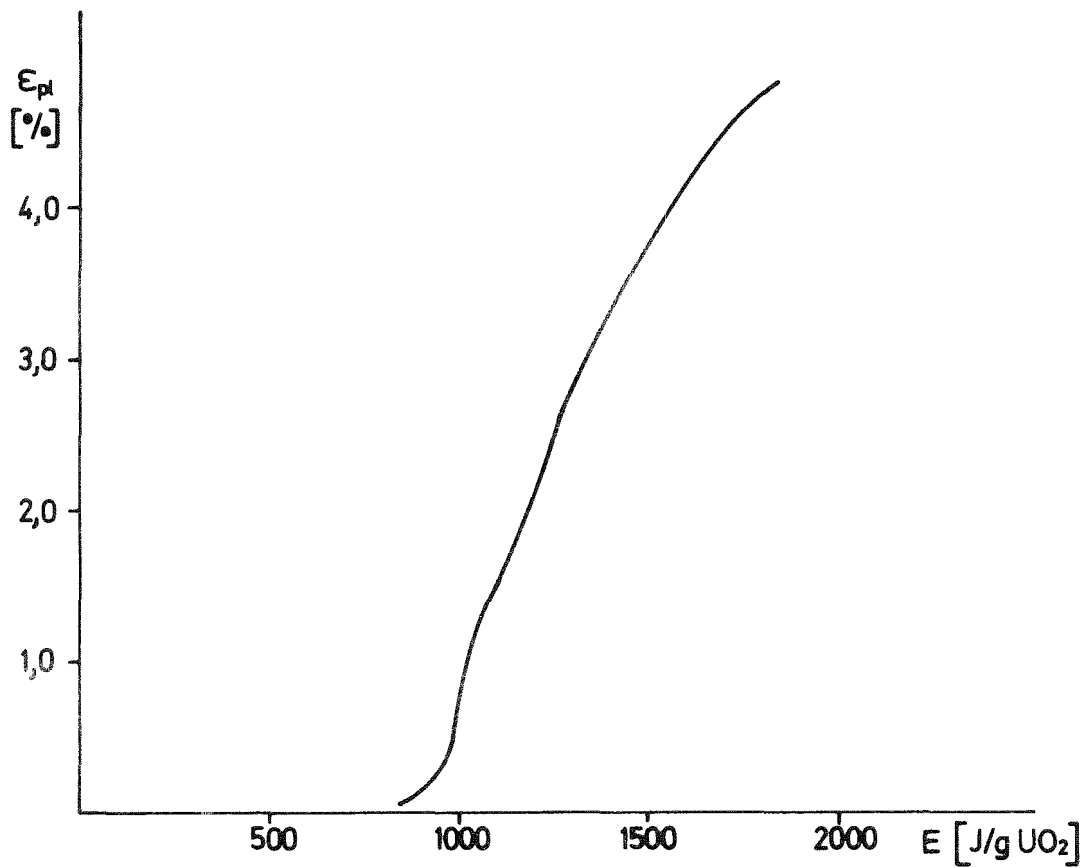


Abb. 18 Plast. Hüllrohrverformung in Abh. vom Wärmequell integral

