

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

Dezember 1972

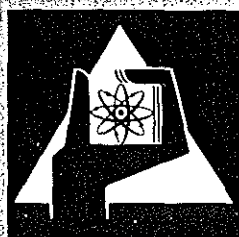
KFK 1715

Zyklotron – Laboratorium

Kollektive Potentialflächen der gg-Kerne
im Massenbereich mit $50 < (N,Z) < 82$

D. Habs*, H. Klewe-Nebenius*, R. Löhken,
G. Nowicki, H. Rebel, K. Wisshak*

* II. Physikalisches Institut der Universität Heidelberg



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KFK - 1715

Zyklotron - Laboratorium

Kollektive Potentialflächen der gg-Kerne
im Massenbereich mit $50 < (N, Z) < 82$

D.Habs[†], H.Klewe-Nebenius[†], R.Löhken, G.Nowicki,
H.Rebel und K.Wisshak[†]

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe
[†]II.Physikalisches Institut der Universität Heidelberg

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

Zusammenfassung

Für die Kerne $^{120,122,124,126,128,130}\text{Te}$, $^{126,128,130,132,134}\text{Xe}$, $^{128,130,132,134,136}\text{Ba}$, $^{136,138}\text{Ce}$, $^{138,140}\text{Nd}$ und ^{142}Sm wurden durch eine Anpassung an experimentelle Daten kollektive Potentialflächen auf der Basis des Greiner-Gneuss-Modells berechnet. Aus den Rechnungen ergeben sich Vorhersagen für noch unbekannte Energieniveaus, $B(E2)$ -Werte und Quadrupolmomente.

Collective Energy Surfaces of Even-Even-Nuclei
in the Mass Region with $50 < (N,Z) < 82$

Abstract

For the nuclei $^{120,122,124,126,128,130}\text{Te}$, $^{126,128,130,132,134}\text{Xe}$, $^{128,130,132,134,136}\text{Ba}$, $^{136,138}\text{Ce}$, $^{138,140}\text{Nd}$ and ^{142}Sm potential energy surfaces were calculated by fitting experimental data within the Greiner-Gneuss-model. From the calculations we obtained predictions of unknown energy levels, $B(E2)$ -values and quadrupole moments.

1. Einleitung

Von Sheline et al.[1] und in einer Reihe von nachfolgenden Arbeiten[2,3] wurde für Kerne im Bereich $50 < (N,Z) < 82$ ein neues Deformationsgebiet vorausgesagt. Die theoretischen Untersuchungen von Arseniev et.al.[3] lassen erwarten, daß die Kerne in dieser Gegend sehr weich sind und als Übergangskerne charakterisiert werden können. Das experimentelle Studium zeigt, daß selbst die Kerne mit den größten gefundenen $B(E2)$ -Werten starke Abweichungen von der $I(I+1)$ -Regel für die Grundzustandsbande aufweisen.

Ausgehend von den klassischen Grenzfällen des starren Rotators oder des harmonischen Vibrators bieten sich im allgemeinen zur einfachen Beschreibung des Übergangsverhaltens anharmonische Vibrationsmodelle oder Rotations-Vibrationsmodelle an, z.B. das Dawydow-Chaban-Modell[4], das den Kern als asymmetrischen Rotator mit β -Vibrationen beschreibt oder das Modell von Faessler und Greiner[5], in dem ein axialsymmetrischer Kern mit β - und γ -Vibrationen angenommen wird. Der Versuch, die Kerne im Bereich $50 < (N,Z) < 82$ auf der Basis solcher Modelle zu analysieren, erscheint fraglich, da diese Kerne zwar deformiert, jedoch sehr weich sind.

Es ist wünschenswert, den beobachteten glatten Verlauf der kollektiven Eigenschaften und den Übergang zwischen Rotations- und Vibrationsverhalten in einheitlicher Weise systematisch zu beschreiben. Hierzu benutzen wir in dieser Arbeit das verallgemeinerte kollektive Modell von Greiner und Gneuss [6,7], das den kollektiven Hamiltonoperator für Quadrupoldeformationen ohne weitere Einschränkungen löst (s. Abschnitt 2). Da die Parameter dieses Hamiltonoperators noch nicht befriedigend mit einer mikroskopischen Theorie berechnet werden können, werden sie hier als phänomenologische Größen aufgefaßt und durch Anpassung an die experimentellen Daten bestimmt. Die Rechnungen zeigen, daß mit diesem Modell bei den meisten Kernen die kollektiven Eigenschaften gut wiedergegeben werden. Für jeden einzelnen Kern wird eine kollektive Potentialfläche berechnet. Anhand dieser Potentialflächen werden die wesentlichen kollektiven Eigenschaften der Kerne (z.B. Asymmetrie,

Weichheit etc.) diskutiert. Bei einem Vergleich der Potentialflächen untereinander lassen sich systematische Trends aufzeigen, die den glatten Verlauf der experimentellen Daten widerspiegeln. Neben der potentiellen Energie enthält der kollektive Hamiltonoperator auch einen kinetischen Teil. Bei den Anpassungen zeigte sich, daß auf kinetische Terme höherer Ordnung verzichtet werden konnte.

2. Kurze Beschreibung des Greiner-Gneuss-Modells

Eine ausführliche Darstellung des Modells findet man in Ref.[7]. Zur Beschreibung von Quadrupoldeformationen entwickelt man die Kernoberfläche in der Form:

$$(I) \quad R(\theta, \phi) = R_0 \left(1 + \sum_{\mu=-2}^{+2} \alpha_{2\mu} (-1)^\mu Y_{2-\mu}(\theta, \phi) \right)$$

Im körperfesten System kann die Abhängigkeit von den Eulerwinkeln abgespalten werden. Dann verbleiben von den 5 Parametern $\alpha_{2\mu}$ nur noch 2 Parameter, der Asymmetrieparameter γ und der Deformationsparameter β :

$$(II) \quad R(\theta, \phi) = R_0 \left[1 + \beta \cos \gamma Y_{20}(\theta, \phi) + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma (Y_{2-2}(\theta, \phi) + Y_{2+2}(\theta, \phi)) \right]$$

Die meisten Ergebnisse werden später in den Parametern β und γ diskutiert. Über den allgemeinen kollektiven Hamiltonoperator $H = T(\pi_{2\mu}, \alpha_{2\mu}) + V(\alpha_{2\mu})$ führt man den zum Tensor $\alpha_{2\mu}$ kanonisch konjugierten Impulstensor $\pi_{2\mu}$ ein. Dann entwickelt man den Hamiltonoperator in der Form:

$$(III) \quad H = \frac{5}{4B_2} [\pi_x \pi]^\circ + P_3 \left[[\pi_x \alpha]^2_x \pi \right]^\circ + \\ + C_2 [\alpha_x \alpha]^\circ + C_3 \left[[\alpha_x \alpha]^2_x \alpha \right]^\circ + C_4 \left[[\alpha_x \alpha]^\circ_x [\alpha_x \alpha]^\circ \right]^\circ + \\ + C_5 [\alpha_x \alpha]^\circ \left[[\alpha_x \alpha]^2_x \alpha \right]^\circ + C_6 \left[[\alpha_x \alpha]^2_x \alpha \right]^\circ \left[[\alpha_x \alpha]^2_x \alpha \right]^\circ + \\ + D_6 [\alpha_x \alpha]^\circ [\alpha_x \alpha]^\circ [\alpha_x \alpha]^\circ$$

Die Parameter B_2, \dots, D_6 legen die kollektiven Eigenschaften des Kerns fest. Der vom Impulstensor unabhängige Teil des Hamiltonoperators wird als kollektive Potentialfläche bezeichnet. In den körperfesten Koordinaten β und γ hängt die Potentialfläche folgendermaßen von den Parametern $C_2 \dots D_6$ ab:

$$(IV) \quad V(\beta, \gamma) = C_2 \frac{1}{2\sqrt{5}} \beta^2 - C_3 \sqrt{\frac{2}{35}} \beta^3 \cos 3\gamma + C_4 \frac{1}{5} \beta^4 - C_5 \sqrt{\frac{2}{175}} \beta^5 \cos 3\gamma \\ + C_6 \frac{2}{35} \beta^6 \cos^2 3\gamma + D_6 \frac{1}{5\sqrt{5}} \beta^6$$

Neben den Anregungsenergien (den Eigenwerten des kollektiven Hamiltonoperators) können mit den gewonnenen Wellenfunktionen auch $B(E2)$ -Werte und Quadrupolmomente berechnet werden.

3. Rechenmethode

Nach dem Verfahren von Gneuss und Greiner werden alle Rechnungen in einem Funktionenraum durchgeführt, der aus den Eigenfunktionen eines fünfdimensionalen harmonischen Oszillators

$$H_S = B_2 S * [\alpha \alpha]^\circ + C_2 S * [\alpha \alpha]^\circ$$

besteht. Die Dimension dieses Funktionenraumes wird durch die größte vorkommende Phononenzahl der Eigenfunktionen charakterisiert.

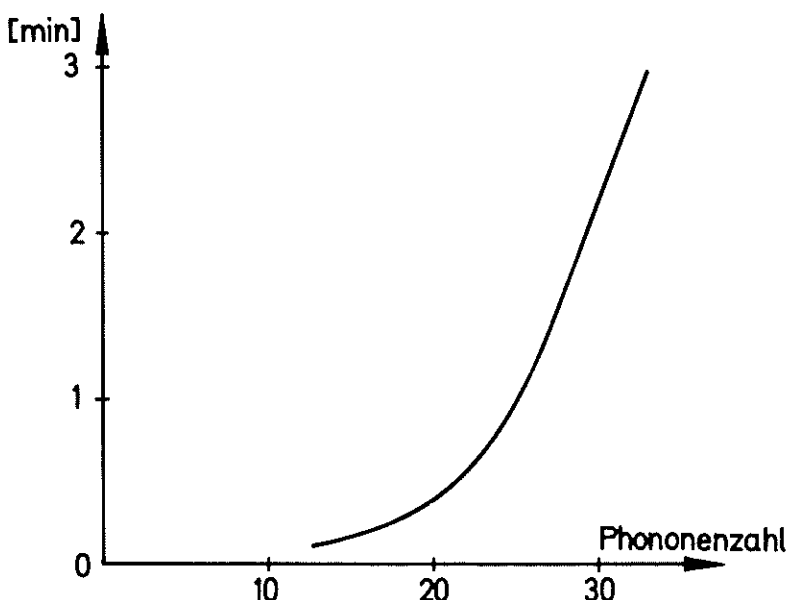


Abb. 1 Rechenzeit für eine Bestimmung der Eigenwerte des Hamiltonoperators als Funktion der Phononenzahl.
(Rechenanlage: IBM 370-165)

Abb. 1 zeigt, daß die Rechenzeit stark von der Größe der Phononenzahl abhängt. Deshalb wurden erste Rechnungen stets mit kleiner Phononenzahl (z.B; 18) durchgeführt. Alle Endergebnisse werden mit 25 Phononen angegeben. Es zeigte sich, daß die Ergebnisse ab 25 Phononen von der Größe des Funktionenraumes unabhängig sind.

Die Konvergenz des Rechenverfahrens hängt von der geeigneten Wahl des Basisoszillators (d.h. der Parameter B2S und C2S) ab. Dabei konnte der Parameter B2S willkürlich auf $10^{-40} \text{MeV sec}^2$ festgehalten werden, während der Parameter C2S so optimiert wurde, daß die ersten drei 0^+ -Eigenwerte des vollständigen Hamiltonoperators (III) energetisch möglichst tief lagen. Die bei den Rechnungen benutzten Werte C2S werden in der Tabelle des Anhangs angegeben. Erst bei größeren Abweichungen vom optimalen Wert C2S zeigt sich ein Einfluß der Basis auf die Lösungen des Hamiltonoperators.

Das Ziel der Rechnungen war es, die experimentellen Energieniveaus, B(E2)-Werte und Quadrupolmomente durch eine geeignete Wahl der Parameter $B_2 \dots D_6$ möglichst gut zu reproduzieren. Nach einem Vorschlag von v. Bernus [8] kann dabei die Anpassung der Energieniveaus von der Anpassung der B(E2)-Werte entkoppelt werden. Ferner ist in den Konstanten des Hamiltonoperators ein gemeinsamer Skalenfaktor frei. Deshalb wurden in einem ersten Schritt nur Energieverhältnisse angepaßt. Bei dieser Anpassung können die Parameter B_2 und C_2 (bis auf das Vorzeichen von C_2) konstant gehalten werden. Diese beiden Parameter wurden dann in einem zweiten Schritt zusammen mit den anderen Parametern über eine einfache Transformation so festgelegt, daß sowohl die Absolutwerte der Energie als auch der $B(E2, 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ -Wert richtig wiedergegeben wurden.

Die große Zahl an Anpassungsparametern machte es wünschenswert, die Anpassung mit einer automatischen Suchroutine durchzuführen. Bei der Benutzung einer Suchroutine müssen folgende Punkte diskutiert werden:

- 1.) Nur eine kleine Untermenge der Parameter $P_2 \dots D_6$ entspricht sinnvollen Parametersätzen. Zum Beispiel darf die Potential-

fläche bei diesen Kernen kein Tal in der β - γ -Ebene enthalten, das zu einem Minimum bei unendlich großen β -Werten führt. Bei solchen unrealistischen Potentialflächen ergeben sich jedoch Spektren, die stark von den experimentellen Spektren abweichen. Da die Suchroutine die Anpassung niemals verschlechtert, wurde nach dem Start mit einem sinnvoll erscheinenden Parametersatz als Endergebnis stets eine realistische Potentialfläche erhalten. Es zeigt sich, daß trotz der Vielzahl möglicher unrealistischer Parametersätze von der Suchroutine in allen Fällen eine erfolgreiche Optimierung vorgenommen wurde.

2.) Für jeden Satz von Parametern $B_2 \dots D_6$ besteht nur ein endliches Intervall für den Wert C2S des Basisoszillators, für den die Ergebnisse bei Vergrößerung des Funktionenraumes stabil bleiben. Es bestand die Möglichkeit, daß die Suchroutine zu Lösungen geführt wird, die wohl die experimentellen Werte gut reproduzieren, jedoch in einer Basis berechnet werden, bei der das Rechenverfahren nicht mehr konvergiert. Es zeigte sich, daß nach der Optimierung der Basis nach dem ersten Fitversuch nur selten eine erneute Optimierung der Basis nach einer weiteren Verbesserung der Fitparameter notwendig war.

3.) Die Rechenzeit für die Lösung des Hamiltonoperators bei einem vorgegebenen Parametersatz mußte wesentlich verkürzt werden. Dies wurde durch Änderungen in dem ursprünglichen Programm von Gneuss et al. u.a. durch eine Herabsetzung der Rechengenauigkeit erreicht.

In das modifizierte Programm wurde die automatische Suchroutine VAO1A [9] eingebaut. Dabei wird für die Funktion χ^2

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^F \left[\frac{\left(\frac{E_i}{E_1} \right)_{\text{exp}} - \left(\frac{E_i}{E_1} \right)_{\text{theo}}}{g_i} \right]^2$$

ein Minimum gesucht. Die Energieverhältnisse $\left(\frac{E_i}{E_1} \right)_{\text{exp}}$ sind die Eingabegrößen für den speziellen Kern. Durch eine geeignete Wahl der Gewichte g_i konnte die Suchroutine indirekt gesteuert werden. Bei den endgültigen Ergebnissen wurde $g_i = 1.0$ gesetzt,

um so in der Funktion χ^2 ein direktes Maß für die Güte der Anpassung zu haben (s. Anhang).

4. Eingabedaten

Die experimentellen Energieniveaus wurden im wesentlichen einer Zusammenstellung von Sakai [10] entnommen. Sie wurden bei den folgenden Nukliden durch Daten aus neueren Arbeiten ergänzt: 120 , ^{122}Te [11], 124 , ^{126}Te [12], ^{142}Sm [13]. Nur bei Kernen, bei denen neben der Grundzustandsbande noch weitere Niveaus bekannt waren, wurde eine Anpassung nach dem Greiner-Gneuss-Modell durchgeführt. Anderenfalls wird die kollektive Potentialfläche durch die experimentellen Daten zu wenig eingeschränkt. Die $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ -Werte und Quadrupolmomente wurden der Tabelle in Ref. [14] entnommen und bei den folgenden Nukliden durch Daten aus den in Klammern angegebenen Referenzen ergänzt: Te-Isotope [15], ^{128}Ba [16], 134 , ^{136}Ba [17], 130 , 134 , ^{136}Ba [18]. Bei Kernen, bei denen bisher noch keine $B(E2)$ -Werte gemessen worden waren, wurde eine stetige Extrapolation von den Werten der Nachbarnuklide gewählt.

5. Ergebnisse

Alle numerischen Ergebnisse sowie Bilder der berechneten Potentialflächen sind im Anhang zusammengestellt. In Abb. 2 können die experimentellen Spektren mit denen der Anpassung verglichen werden. Die berechneten Spektren enthalten die untersten drei Energieniveaus zu jedem Spinwert unterhalb von 3 MeV. Da das Programm nur Zustände mit einem Spin von maximal 6 berechnet, konnten Zustände mit höherem Spin nicht berücksichtigt werden. Das Bild zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den berechneten Niveaus und den experimentellen Niveaus für die Xe-, Ba-, Ce- und Nd-Isotope mit $N \leq 78$. Bei der Isotonenreihe mit $N = 80$ und den Te-Isotopen verschlechtert sich die Anpassung etwas, wenn der Kern näher bei ^{132}Te liegt. Das Bild zeigt zugleich, für welche Kerne noch unbekannte Niveaus vorhergesagt werden.

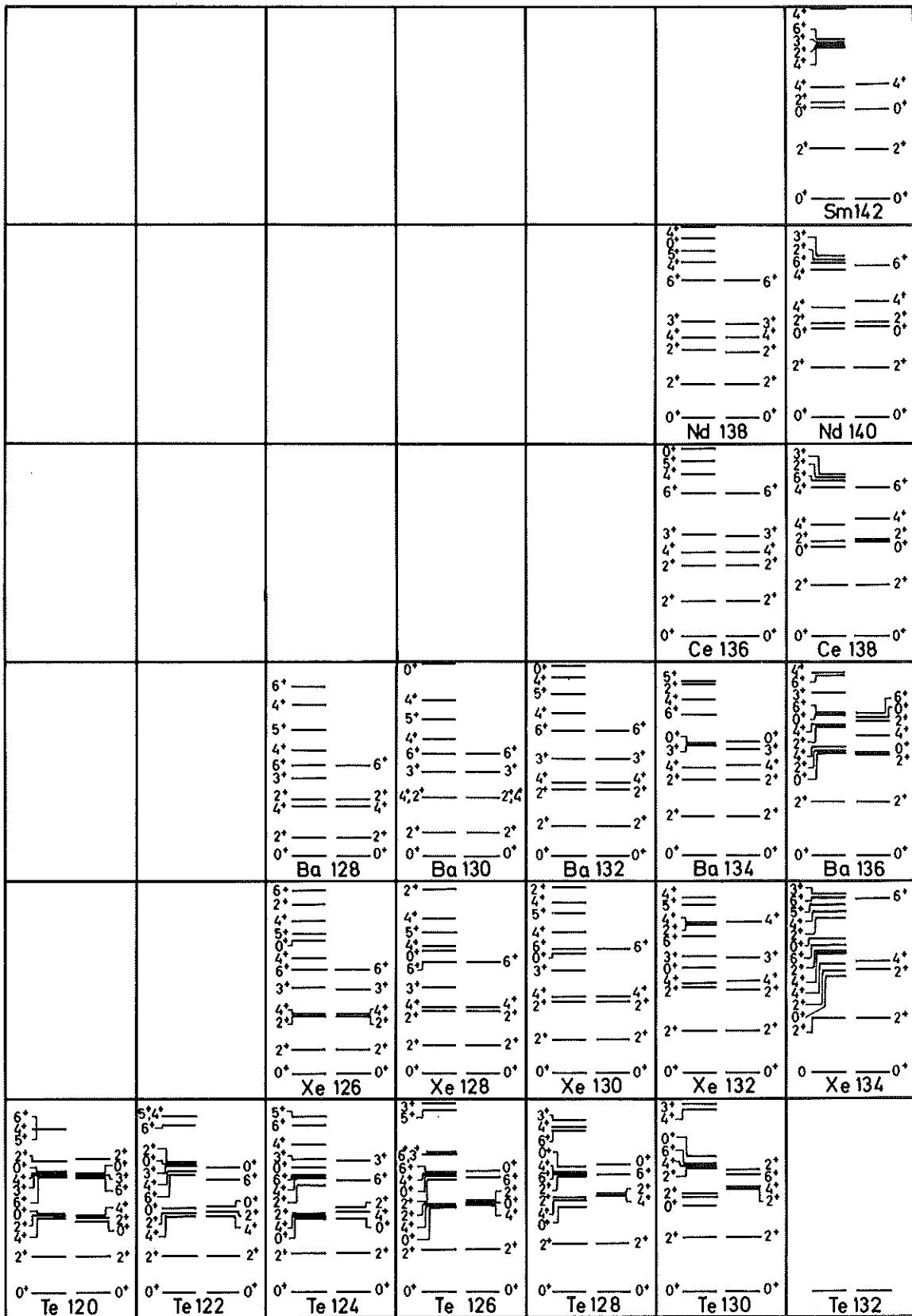


Abb. 2 Experimentelle (rechts) und theoretische (links) Energieniveaus im Massenbereich mit $50 < (N, Z) < 82$

Alle berechneten Potentialflächen wurden in Abb. 3 in Form einer Nuklidtafel zusammengestellt. Das schematische Bild oben rechts erklärt die Darstellung in der β, γ -Ebene. Anhand der Formel (II) kann man z.B. sofort bestätigen, daß der Punkt mit $\beta=0$ einer sphärischen Kernform entspricht. Aus Symmetriegründen reicht es aus, die Potentialflächen nur innerhalb eines Sektors von 60° anzugeben. Bei den einzelnen Potentialflächen wurden Höhenschichtlinien im Abstand von 2 MeV gezeichnet. Die Kurve mit den größten β -Werten entspricht jeweils 20 MeV. Die Ausdehnung des 0^+ -Grundzustandes wurde punktiert eingezeichnet. Da eine Spiegelung der Potentialflächen an der Geraden $\gamma=30^\circ$ das Energiespektrum unverändert läßt und die $B(E2)$ -Werte nur so wenig ändert, daß experimentell eine Unterscheidung nicht möglich ist, haben wir stets die Parameter so gewählt, daß sich ein stetiger Trend unter den Potentialflächen ergibt. Die Vorzeichen der Quadrupolmomente, die sich dabei ergeben, stimmen mit jenen aus der Coulombanregung und Messungen des Reorientierungseffektes überein. Für ^{130}Ba und ^{134}Ba widersprechen sich allerdings die von verschiedenen Gruppen [17,18,19] bestimmten Quadrupolmomente in Vorzeichen und Betrag.

Abgesehen von den Te-Isotopen und von ^{136}Xe finden wir bei allen Kernen in diesem Massenbereich ein Minimum im asymmetrischen Bereich. Dabei deutet sich bei ^{128}Ba und ^{126}Xe schon eine Verschiebung des Minimums zu symmetrischen Kernformen an. Während diese Kerne ihr Minimum bei $\gamma=25^\circ$ bzw. $\gamma=35^\circ$ haben, liegt das Minimum der benachbarten Kerne ^{128}Xe bzw. ^{130}Ba bei $\gamma=29^\circ$ bzw. $32,5^\circ$. Für den benachbarten Kern ^{126}Ba finden Arseniev et al. [3] aus mikroskopischen Rechnungen schon ein Minimum bei einer symmetrischen Kernform. Der Verschiebung des Minimums zu mehr symmetrischen Kernformen hin entspricht in den Spektren eine Anhebung der γ -Bande relativ zur Grundzustandsbande. Bei den Kernen der Isotonenkette mit $N=78$ liegen die γ -Banden in diesem Massenbereich am tiefsten. Ihre Wellenfunktionen zeigen im Vergleich zu den anderen Kernen die stärkste Konzentration auf den asymmetrischen Bereich.

Die Ausdehnung der Wellenfunktion des 0^+ -Grundzustandes zeigt, daß die Kerne sehr weich sind. Die Wellenfunktion überdeckt häufig auch symmetrische Kernformen. Diese weitgehende γ -Instabilität wurde auch in den Rechnungen von Arseniev et al. gefunden.

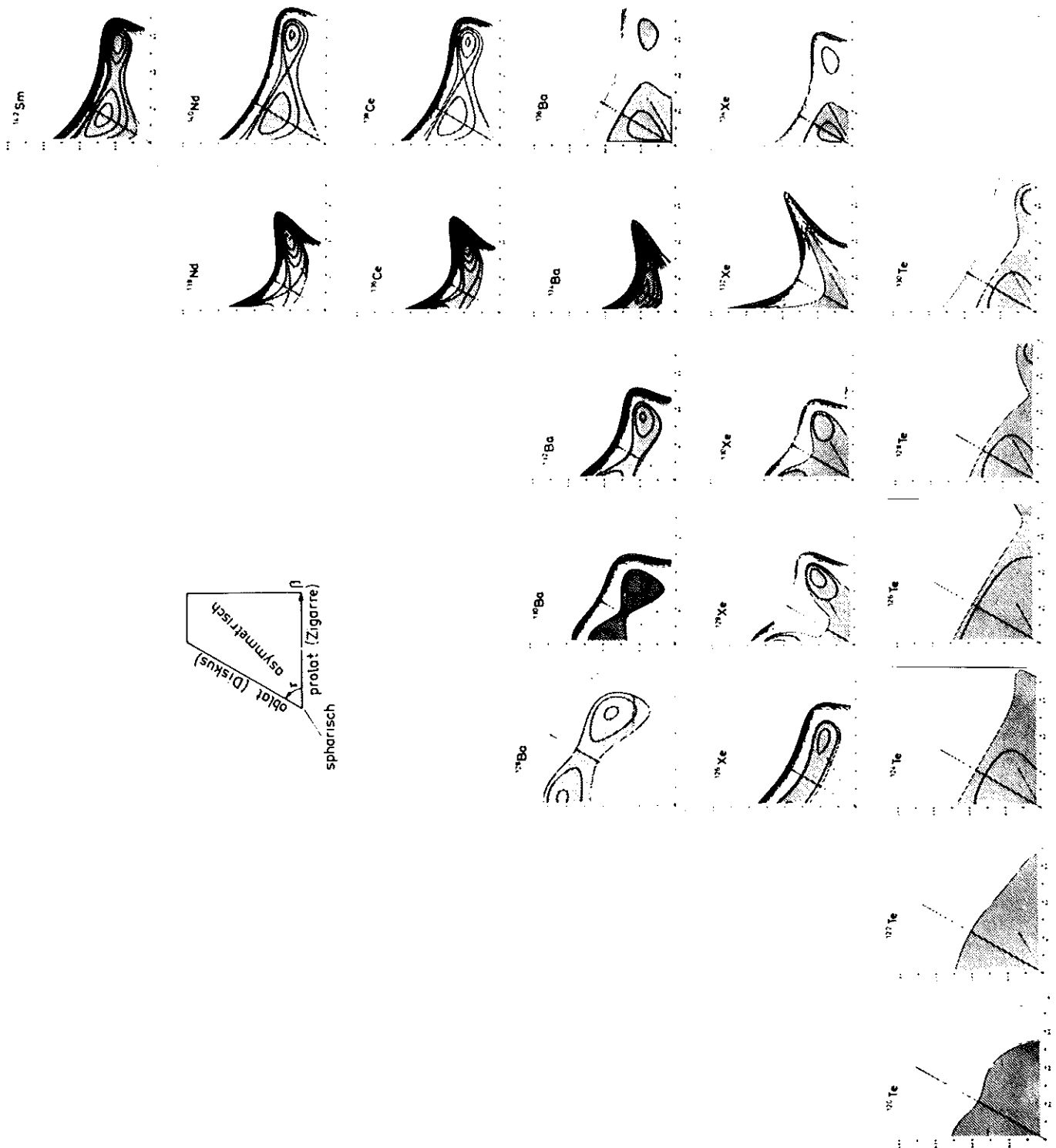


Abb. 3 Kollektive Potentialflächen. Die Ausdehnung des 0^+ -Grundzustandes wurde punktiert hervorgehoben.

Wenn man die Steilheit der Potentiale in β -Richtung vergleicht, findet man innerhalb der Xe- und Ba-Reihe eine Zunahme der Steilheit zu neutronenärmeren Kernen. Gleichzeitig beobachtet man innerhalb der Isotonenreihe mit $N=78$ eine Zunahme mit steigendem Z . Dieser Zunahme der Steilheit in β -Richtung entspricht ein Anstieg

des $\frac{E(0_2^+)}{E(2_1^+)}$ - Energieverhältnisses von Abb. 4 .

Ein solches Verhalten ist nach dem Davydow-Chaban-Modell leicht zu verstehen, da dort für nicht zu große μ -Werte gilt:

$$\frac{E(0_2^+)}{E(2_1^+)} = \frac{1}{\mu^2} .$$

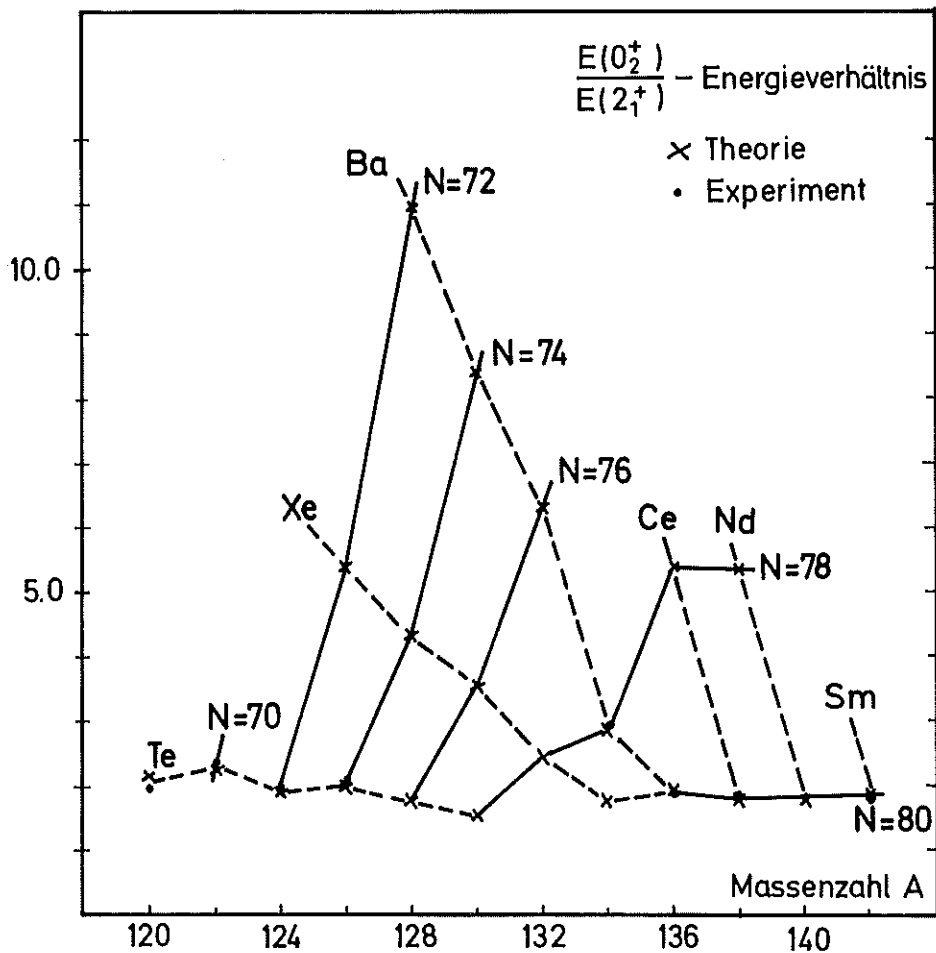


Abb. 4

Die Energieverhältnisse $\frac{E(0_2^+)}{E(2_1^+)}$

Dabei ist μ der Parameter, der die Weichheit des Kerns in β -Richtung beschreibt. Experimentell sind die 0_2^+ -Zustände nur bei den Kernen in der Nähe der abgeschlossenen Schalen bekannt. Es zeigte sich, daß für Kerne, bei denen sowohl die Grundzustands- als auch die γ -Bande bekannt sind, der 0_2^+ -Zustand gut vorhergesagt werden kann. Da die Abstände der Niveaus in der Grundzustandsbande und die Lage der γ -Bande sowohl von der Lage des Potentialminimums als auch von der Form des Potentialtopfes abhängen, ist verständlich, daß erst beide Angaben zusammen die Form des Potentialtopfes und damit die Lage des 0_2^+ -Zustandes festlegen.

Bei den Te-Isotopen findet man für ^{120}Te eine sphärische Form. Je größer die Neutronenzahl wird, desto stärker rückt ein zweites Minimum an das sphärische Minimum heran. Das Auftreten dieses zweiten Minimums wird durch die allmähliche Absenkung des 6_1^+ -Zustandes relativ zum 2_1^+ -Zustand bedingt. Da den höheren Anregungszuständen ein breiterer Potentialtopf zur Verfügung steht, wird ihre Energie abgesenkt. Daß das zweite Minimum auf der prolaten Achse und nicht im asymmetrischen Bereich liegt, beruht sicher darauf, daß bei den experimentellen Energieniveaus kein tiefliegender 3^+ -Zustand eingegeben wurde. Da es bei den Te-Isotopen jedoch fraglich erscheint, ob der 6_1^+ -Zustand wirklich kollektiver Natur ist oder ob es sich um einen Zwei-Quasi-Teilchen-Zustand [11] handelt, und da die Anpassungen hier schlechter waren, bedarf diese Interpretation der Te-Isotope noch weiterer Untersuchungen.

Mit zunehmender Entfernung von den abgeschlossenen Schalen werden die $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ -Werte größer. Dem entspricht bei den Potentialflächen eine Verschiebung des asymmetrischen Minimums zu größeren β -Werten. Experimentell werden sehr kleine

Verzweigungsverhältnisse $\frac{B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)}{B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)}$ und $\frac{B(E2; 3_1^+ \rightarrow 2_1^+)}{B(E2; 3_1^+ \rightarrow 2_2^+)}$

gefunden. Dies wird in den Rechnungen richtig wiedergegeben (siehe Anhang). Auch von den Grenzfällen des starren Rotators und des reinen Vibrators her erwartet man, daß diese Verzweigungsverhältnisse klein sind.

Die $B(E2)$ -Werte und Quadrupolmomente scheinen teilweise empfindlicher von den Parametern der Potentialfläche abzuhängen als die Energieniveaus. So findet man z.B., daß die berechneten $B(E2, 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)$ Übergänge bei den Te-Isotopen sehr viel größer sind als bei den benachbarten Isotopen, obwohl die 4_1^+ und 2_2^+ Energien sich zwischen den Isotopenreihen stetig ändern. Bei den Te-Isotopen ergab sich durch die relativ starke Absenkung der 6_1^+ - Zustände ein zweites Minimum in der Potentialfläche. Die Messung des $B(E2, 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)$ -Wertes konnte damit zur Überprüfung der angegebenen Potentialflächen der Te-Isotope und der Interpretation des 6_1^+ -Zustandes herangezogen werden.

Wie bereits in der Einleitung erwähnt wurde, zeigte sich bei den kinetischen Parametern B_2 und P_3 , daß sich keine signifikante Verbesserung der Anpassungen ergab, wenn auch der Parameter P_3 variiert wurde. Er wurde deshalb bei den hier angegebenen Anpassungen gleich null gesetzt. Die B_2 -Werte aller Kerne des Massenbereichs haben annähernd dieselbe Größe ($\sim 5 \times 10^{-41}$ MeV sec²).

6. Vergleich mit anderen Modellen

In Tabelle 1 wurden nach dem Davydow-Chaban-Modell

(D.C.Modell) aus den Verhältnissen $\frac{E(4_1^+)}{E(2_1^+)}$ und $\frac{E(2_2^+)}{E(2_1^+)}$ die Parameter

γ und μ bestimmt. Je mehr sich der Parameter der β -Weichheit μ dem Wert 1 nähert, desto weniger hängen die Energieverhältnisse von diesem Parameter ab. Wenn man diese Parameter mit den Ergebnissen des Greiner-Gneuss-Modells vergleicht, findet man ähnliche Trends. Auf die Abnahme der β -Weichheit innerhalb einer Isotonenreihe wurde schon früher hingewiesen. Da das D.C.-Modell keine γ -Vibrationen enthält, ist γ_D als Mittelwert aufzufassen. Die gefundenen γ_D -Werte sind im allgemeinen weiter von dem Wert $\gamma = 30^\circ$ entfernt als die γ -Werte des Minimums der berechneten Potentialflächen, da die

Lage der γ -Bande im Greiner-Gneuss-Modell sowohl durch die Lage des Minimums als auch durch die Steilheit des Potentials in γ -Richtung bestimmt wird. Für das D.C.-Modell wurde in Ref. [20] eine umfassende Tabellierung der Energieniveaus in Abhängigkeit von den Parametern μ und γ gegeben.

Tabelle 1 Die Asymmetrieparameter γ_D und "Softness-Parameter" μ des D.C.-Modells für die Kerne im Massenbereich mit $50 < (N,Z) < 82$.

Kern	γ_D	μ
^{138}Nd	28°	0,45
^{136}Ce	28°	0,45
^{134}Ba	24°	0,5
^{132}Xe	25°	0,7
^{130}Te	30°	1,0
-		
^{132}Ba	22°	0,5
^{130}Xe	22°	0,7
^{128}Te	22°	1,0
-		
^{130}Ba	39°	0,5
^{128}Xe	23°	0,6
^{126}Te	22°	1,0
-		
^{128}Ba	40°	0,4
^{126}Xe	23°	0,5
^{124}Te	23°	1,0
-		
^{122}Te	23°	1,0
-		
^{120}Te	23°	1,0

Wenn man die im D.C.-Modell vorhergesagten O_2^+ -Zustände mit denen des Greiner-Gneuss-Modells vergleicht, findet man Abweichungen bis zu einem Faktor 2.

Da für das D.C.Modell nur wenige $B(E2)$ -Werte in Abhängigkeit vom Parameter μ veröffentlicht worden sind, ist hier ein Vergleich mit den Ergebnissen nach dem Greiner-Gneuss-Modell nicht möglich.

Wenn unbekannte Niveaus nach dem Vibrations-Rotations-Modell von Faessler und Greiner [5] berechnet werden, stimmen sie im allgemeinen in diesem Kernbereich schlechter mit den Ergebnissen des Greiner-Gneuss-Modells überein als die nach dem D.C.-Modell berechneten Niveaus. Dies könnte darauf beruhen, daß bei diesen Kernen die Voraussetzung des Vibrations-Rotations-Modells nicht mehr erfüllt ist, da die statische Deformation stets viel größer als die dynamische Deformation sein soll.

7. Abschließende Bemerkungen

Da bei hochliegenden Energieniveaus die verschiedensten Anregungsformen der Kerne vorliegen können, wollen wir die Vorhersagen der Energieniveaus und Zerfallseigenschaften besonders bei niederenergetischen Niveaus, z.B. den O_2^+ -Zuständen, experimentell überprüfen. Weiterhin weisen die Rechnungen darauf hin, daß gerade bei den Kernen, bei denen bisher nur die Grundzustandsbande bekannt ist, der Übergang zu symmetrischen Kernformen stattfindet. Deshalb werden wir gerade bei diesen Kernen versuchen, weitere Niveaus, z.B. die 2_2^+ -Zustände, zu identifizieren.

Herrn Dr.G.Schatz und Herrn Prof.Dr.W.Greiner danken wir für ihr stetiges Interesse an dieser Arbeit, Herrn Dr.G. Gneuss, Herrn Dipl.-Phys. L. von Bernus und Herrn Dipl.-Phys. U.Schneider für die Überlassung der ursprünglichen Version des Rechenprogramms und viele wertvolle Diskussionen.

Literaturverzeichnis

- 1) Sheline, R.K., Sikkeland, T., Chanda, R.N.:
Phys.Rev.Letters 7,446,(1961)
- 2) Kumar, K., Baranger, M.:
Phys.Rev.Letters 12,73,(1964)
- 3) Arseniev, D.A., Sobiczewski, A. Soloviev, V.G.:
Nucl.Phys. A126,15(1969)
- 4) Davydow, A.S., Chaban, A.A.:
Nucl.Phys. 20, 499,(1960)
- 5) Faessler, A., Greiner, W., Sheline, R.K.:
Nucl. Phys. 70, 33, (1965)
- 6) Gneuss, G., Greiner, W.: Nucl.Phys. A171, 449(1971)
- 7) Gneuss, G.: Doktorarbeit, Frankfurt, 1970
- 8) v.Bernus, L.: Diplomarbeit, Frankfurt, 1971
- 9) Schweimer, G.W.: Arbeitsbericht Nr. 35, Kernforschungszentrum
Karlsruhe, Zyklotron-Laboratorium (1970),unveröffentlicht
- 10) Sakai, M.: INS-J-127, Tokyo, 1971
- 11) Kerek, A.: Nucl. Phys. A176, 466, (1971)
- 12) Zhelev, Z.T. et al.: Jsv. Akad. Nauk.SSSR, Ser.Fiz. 35,43(1971)
- 13) Habs, D. et al. wird veröffentlicht
- 14) Nuclear Data, Bd. 1, Nr. 1, (1965)
- 15) Lopac, V.: Nucl. Phys. A 155, 513, (1970)
- 16) Sann, H.J. et al.: Leysin Proceedings,1970,S.905
- 17) Kern, J.R., Saladin, J.K. Pryor, R.J., Lane, S.A.:
BAPS 14, 122, (1969)
- 18) Cline, D., Rochester, New York, Private Mitteilung über
Prof. Otten
- 19) Simpson, J.J., Eccleshall, D., Yates, U.I.L.,Freeman, N.J.:
Nucl. Phys. A94, 177, 1967
- 20) Day, P.P., Klema, E.D., Mallmann, C.A.: ANL-6220,(1960)



Anhang

Die 1. Tabelle enthält die Parameter des kollektiven Hamiltonoperators für die einzelnen Kerne. Die höheren kinetischen Terme wurden gleich null gesetzt. Die Rechnungen wurden in der Basis $B2S=10^{-40} \text{ MeV sec}^2$ und dem gegebenen C2S-Wert durchgeführt. Die Größe χ^2/F ist ein Maß für die Güte der Anpassung.

Die 2. Tabelle enthält neben der absoluten Energie des 0^+ -Grundzustandes die Energiedifferenz zwischen dem Grundzustand und den angeregten Niveaus. In der Zeile unter den theoretisch berechneten Energien werden jeweils die experimentellen Energien aufgeführt, die der Anpassung zu Grunde lagen. Alle Energien werden in MeV angegeben.

Die 3. Tabelle enthält die Quadrupolmomente in $[e \cdot \text{barn}]$ und die $B(E2)$ -Werte in $[e^2 \text{barn}^2]$. Wieder werden den theoretischen Werten in der zweiten Zeile die experimentellen Werte gegenübergestellt. In einigen Fällen sind bei Niveaus experimentelle Verzweigungsverhältnisse bekannt. Dann wurde für einen der beiden $B(E2)$ -Werte die Unbekannte x eingeführt. Bei dem Vergleich wird angenommen, daß es sich um reine E2 Übergänge handelt.

Die folgenden Bilder zeigen die einzelnen Potentialflächen zusammen mit den experimentellen und theoretischen Spektren. Bei den Potentialflächen wurden Höhenschichtlinien im Abstand von 2 MeV gezeichnet. Die äußerste Kurve entspricht 20 MeV. Bei einer Spiegelung an der Geraden mit $\gamma=30^\circ$ ändert sich das berechnete Spektrum nicht. Bei dieser Spiegelung ändert sich der Betrag der $B(E2)$ -Werte und Quadrupolmomente geringfügig, da bei den Rechnungen auch Terme höherer Ordnung in α berücksichtigt wurden. Der punktierte Bereich der Potentialfläche entspricht der Ausdehnung des Grundzustandes.

Kern	B2 (E-42* MeV*sec**2)	C2 (MeV)	C3 (MeV)	C4 (MeV)	C5 (MeV)	C6 (MeV)	D6 (MeV)	C2S (MeV)	χ^2/F
Sm142	+4.422 E1	+1.234 E2	-1.834 E4	-4.178 E4	+9.507 E5	+2.675 E6	+1.411 E6	+3.00 E2	1.7 E-3
Nd140	+3.937 E1	+9.529 E1	-1.246 E4	-2.562 E4	+5.507 E5	+1.357 E6	+7.604 E5	+2.30 E2	2.9 E-3
Ce138	+4.465 E1	+1.098 E2	-1.534 E4	-3.373 E4	+7.748 E5	+2.041 E6	+1.144 E6	+3.00 E2	1.1 E-2
Ba136	+8.262 E1	+7.016 E1	-3.348 E3	-1.720 E3	+2.051 E5	+5.337 E5	+1.908 E5	+1.00 E2	1.0 E-2
Xe134	+1.569 E2	+1.334 E2	-8.907 E3	-1.695 E3	+1.022 E6	+3.716 E6	+1.085 E6	+5.00 E2	1.2 E-2
Nd138	+5.560 E1	-3.137 E2	-1.337 E4	-4.481 E4	+1.030 E6	+1.288 E7	+1.699 E6	+1.20 E3	3.0 E-3
Ce136	+5.611 E1	-3.464 E2	-1.517 E4	-5.223 E4	+1.234 E6	+1.585 E7	+2.090 E6	+1.00 E3	1.7 E-3
Ba134	+6.363 E1	-4.335 E2	-5.868 E4	-1.028 E5	+5.621 E6	+5.054 E7	+5.709 E6	+1.20 E3	4.2 E-3
Xe132	+1.295 E2	-6.866 E1	-6.859 E2	-1.479 E3	+6.410 E4	+8.351 E6	+9.757 E4	+4.00 E3	2.0 E-3
Te130	+8.905 E1	-1.036 E2	-2.621 E3	+1.177 E4	+2.730 E5	+5.575 E5	+2.340 E5	+5.00 E2	1.0 E-3
Ba132	+7.436 E1	-4.492 E2	-6.272 E3	-3.236 E4	+4.887 E5	+4.688 E6	+1.815 E6	+1.00 E3	4.0 E-5
Xe130	+1.012 E2	+5.544 E2	-1.608 E3	-9.816 E4	+1.487 E5	+4.894 E6	+3.561 E6	+1.10 E3	3.5 E-4
Te128	+8.240 E1	-8.547 E1	-1.329 E3	+8.150 E3	+1.325 E5	+1.969 E5	+1.168 E5	+7.00 E1	4.0 E-3
Ba130	+8.155 E1	-2.833 E2	+9.978 E2	-3.528 E4	-1.236 E5	+2.047 E6	+1.586 E6	+6.00 E2	1.7 E-4
Xe128	+8.172 E1	+4.918 E2	+1.503 E3	-7.397 E4	-3.276 E4	+4.168 E6	+2.073 E6	+7.50 E2	1.2 E-5
Te126	+7.167 E1	+1.936 E1	-4.214 E2	+1.656 E3	+2.734 E4	+5.319 E4	+8.439 E3	+2.00 E1	9.0 E-3
Ba128	+3.585 E1	-1.989 E2	+2.806 E1	-1.018 E4	-9.672 E3	+1.207 E5	+1.922 E5	+2.50 E2	9.0 E-4
Xe126	+7.683 E1	-5.007 E2	-8.854 E3	-2.499 E4	+5.554 E5	+2.076 E6	+1.487 E6	+9.00 E2	2.2 E-4
Te124	+6.445 E1	-4.271 E1	-7.177 E2	+2.573 E3	+4.194 E4	+8.434 E4	+1.740 E4	+4.00 E1	1.3 E-2
Te122	+6.306 E1	+1.175 E1	-1.612 E2	-2.988 E2	+1.156 E4	-6.762 E3	+4.372 E4	+2.00 E2	8.0 E-3
Te120	+7.025 E1	+1.681 E2	+4.199 E2	-7.881 E3	-1.083 E4	+1.158 E3	+1.419 E5	+4.00 E2	8.9 E-3

Tabelle 1

Parameter des kollektiven Hamiltonoperators

Kern	0 ⁺ _{abs}	0 ⁺ ₂	0 ⁺ ₃	2 ⁺ ₁	2 ⁺ ₂	2 ⁺ ₃	3 ⁺ ₁	3 ⁺ ₂	4 ⁺ ₁	4 ⁺ ₂	4 ⁺ ₃	5 ⁺ ₁	6 ⁺ ₁	6 ⁺ ₂
Sm142	-0.342	1.426 1.396	4.770	0.768 0.768	1.498	2.398	2.442	4.545	1.741 1.791	2.367	2.986	3.144	2.481	3.609
Nd140	+0.104	1.382 1.413	4.359	0.774 0.774	1.469 1.480	2.450	2.510	4.336	1.712 1.802	2.296	3.001	3.172	2.405 2.365	3.542
Ce138	+0.105	1.392 1.477	4.393	0.780 0.788	1.481 1.511	2.469	2.529	4.370	1.725 1.827	2.314	3.024	3.197	2.414 2.293	3.557
Ba136	+1.723	1.589 1.579	2.181 2.142	0.819 0.819	1.616 1.551	1.985 2.080	2.521	3.047	1.679 1.866	2.033	2.826	3.034	2.201 2.206	2.795
Xe134	+1.789	1.513	2.089	0.848 0.848	1.577 1.613	1.888	2.407	2.783	1.694 1.740	1.876	2.521	2.627	2.000	2.735 2.712
Nd138	-2.504	2.798	6.553	0.521 0.521	1.050 1.014	3.758	1.500 1.451	6.001	1.236 1.249	2.411	2.965	2.593	2.131 2.131	3.963
Ce136	-2.620	2.927	6.852	0.545 0.553	1.102 1.093	3.931	1.578 1.554	6.276	1.295 1.316	2.518	3.108	2.716	2.223 2.216	4.148
Ba134	-2.339	1.725 1.760	6.200	0.600 0.605	1.178 1.168	2.672	1.701 1.642	5.708	1.361 1.401	2.433	3.123	2.714	2.192	3.935
Xe132	+1.032	1.638	3.340	0.668 0.668	1.342 1.297	2.328	1.817 1.803	3.750	1.397 1.440	2.350 2.350	2.729	2.631	2.138	3.421
Te130	+1.331	1.329	2.089	0.838 0.840	1.468 1.598	1.917 1.884	2.919	4.235	1.520 1.633	1.963	2.824	3.901	1.894 1.815	2.791
Ba132	-3.634	2.939	4.748	0.465 0.465	1.032 1.032	3.621	1.507 1.511	5.669	1.125 1.128	2.205	2.762	2.496	1.940 1.933	3.570
Xe130	+1.475	1.877	3.571	0.529 0.529	1.121 1.122	2.893	1.603	5.040	1.188 1.203	2.196	2.666	2.504	1.955 1.951	3.415
Te128	+1.171	1.318	1.935	0.743 0.743	1.452 1.522	1.789	2.663	4.229	1.429 1.496	1.867	2.562	3.603	1.828	2.502
													1.811	

Tabelle 2 a Theoretische und experimentelle Niveau-Lagen

Kern	0_{abs}^+	0_2^+	0_3^+	2_1^+	2_2^+	2_3^+	3_1^+	3_2^+	4_1^+	4_2^+	4_3^+	5_1^+	6_1^+	6_2^+
Ba130	-3.783	2.997	3.469	0.356 0.357	0.906 0.908	3.591	1.300 1.300	5.316	0.903 0.902	1.813	2.414	2.126	1.591 1.593	2.923
Xe128	+1.210	1.920	4.099	0.444 0.444	0.965 0.970	2.879	1.351	4.902	1.038 1.041	1.985	2.425	2.200	1.746 1.745	3.177
Te126	+1.392	1.338	1.811 1.878	0.668 0.665	1.354 1.418	1.740	2.138	2.954	1.343 1.359	1.840	2.170	2.833	1.852 1.773	2.136
Ba128	-8.209	3.085	4.303	0.281 0.284	0.879 0.885	3.563	1.207	5.390	0.770 0.763	1.638	2.347	1.956	1.405 1.407	2.621
Xe126	-5.060	2.094	4.432	0.388 0.388	0.890 0.880	2.641	1.351 1.317	4.412	0.944 0.941	1.803	2.383	2.174	1.632 1.634	2.867
Te124	0.953	1.144 1.156	1.942	0.602 0.602	1.234 1.325	1.663	2.066 2.039	3.053	1.190 1.248	1.773	2.302	2.734	1.830 1.748	2.601
Te122	1.094	1.291 1.357	2.008 1.940	0.564 0.564	1.215 1.257	2.018	1.982	3.755	1.175 1.181	1.881	2.736	2.742	1.831 1.751	2.602
Te120	1.817	1.216 1.103	1.868 1.863	0.560 0.560	1.200 1.161	2.038 2.085	1.830 1.815	3.803	1.151 1.201	1.853	2.545	2.531	1.800 1.775	2.553

Tabelle 2 b Theoretische und experimentelle Niveau-Lagen

Kern	$Q(2_1^+)$	$Q(2_2^+)$	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	$3_1^+ \rightarrow 2_1^+$	$3_1^+ \rightarrow 2_2^+$
Sm142	0.45	-1.14	0.17	0.009	0.19	0.003	0.23
Nd140	0.45	-1.22	0.18	0.008	0.20	0.002	0.21
Ce138	0.40	-1.09	0.14	0.006 0.043**X	0.16 X	0.002	0.17
Ba136	0.15 0.43 [±] 0.5	-0.70	0.09 0.088	0.001 0.023**X	0.13 X	0.0002	0.15
Xe134	0.13	-0.91	0.04 0.04	0.0001 0.026**X	0.02 X	0.000	0.04
Nd138	-0.17	0.16	0.21	0.0007 0.003**X	0.31 X	0.003	0.40
Ce136	-0.15	0.14	0.18	0.0006	0.27	0.002	0.35
Ba134	-0.18 0.15 [±] 0.15 -0.4 [±] 0.1	0.10	0.135 0.134 [±] 0.002	0.0003 0.005**X	0.22 X	0.003	0.29
Xe132	-0.01	0.007	0.06	0.0002 0.0015**X	0.11 X	0.0002 0.01**Y	0.17 Y
Te130	-0.27 -0.15 [±] 0.18	-0.90	0.07 0.06	0.0006 0.0008	0.07	0.003	0.02
Ba132	-0.15	-0.14	0.14 0.14 [±] 0.03	0.001	0.21	0.0003	0.27
Xe130	-0.05	0.04	0.095 0.095	0.0003 0.003**X	0.15 X	0.0007	0.20
Te128	-0.34 -0.2 [±] 0.2	-0.68	0.08 0.08 [±] 0.006	0.0005	0.09	0.005	0.04
Ba130	0.35 0.37 [±] 0.18	-0.35	0.15 0.15 [±] 0.03	0.009	0.19	0.01	0.09
Xe128	-0.29	0.30	0.13 0.13 [±] 0.05	0.0004	0.17	0.009	0.25
Te126	-0.22 -0.3 [±] 0.2	-0.11	0.10 0.102	0.0000 0.0008	0.18 0.17	0.004	0.168
Ba128	0.77	-0.78	0.34 0.34 [±] 0.06	0.05	0.35	0.02	0.72
Xe126	-0.13	0.08	0.15 0.15 [±] 0.02	0.001	0.22	0.001	0.25
Te124	-0.39	-0.22	0.12 0.12 [±] 0.02	0.0004 0.003	0.19 0.34	0.009	0.14
Te122	-0.34 -0.5 [±] 0.2	0.14	0.13 0.13 [±] 0.01	0.00009 0.004	0.21 0.35	0.008	0.19
Te120	-0.34	0.257	0.12 0.12 [±] 0.02	0.0003	0.19	0.008	0.21

Tabelle 3 a B(E2)-Werte und Quadrupolmomente

Kern	$Q(4_1^+)$	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	$4_1^+ \rightarrow 2_2^+$	$4_1^+ \rightarrow 3_1^+$	$4_2^+ \rightarrow 2_1^+$	$4_2^+ \rightarrow 2_2^+$	$4_2^+ \rightarrow 3_1^+$	$4_2^+ \rightarrow 4_1^+$
Sm142	-0.91	0.26	0.33	0.13	0.04	0.28	0.01	0.24
Nd140	-1.12	0.26	0.42	0.12	0.06	0.29	0.015	0.25
Ce138	-0.99	0.21	0.33	0.10	0.05	0.23	0.01	0.20
Ba136	-0.35	0.16	0.08	0.06	0.008	0.27	0.0002	0.14
Xe134	-0.79	0.05	0.21	0.02	0.03	0.14	0.0003	0.09
Nd138	-0.24	0.31	0.000	0.17	0.003	0.14	0.02	0.07
Ce136	-0.22	0.27	0.000	0.15	0.003	0.12	0.02	0.06
Ba134	-0.33	0.23	0.002	0.12	0.001	0.10	0.03	0.06
Xe132	-0.05	0.11	0.000	0.06	0.000	0.07	0.001	0.05
Te130	-1.24	0.12	0.27	0.01	0.03	0.19	0.02	0.07
Ba132	-0.22	0.21	0.000	0.10	0.000	0.09	0.03	0.07
Xe130	-0.10	0.15	0.000	0.07	0.000	0.08	0.000	0.06
Te128	-1.20	0.16	0.16	0.02	0.01	0.26	0.02	0.08
Ba130	0.21	0.23	0.003	0.09	0.000	0.09	0.06	0.08
Xe128	-0.23	0.20	0.003	0.10	0.002	0.09	0.01	0.06
Te126	-0.62	0.20	0.03	0.05	0.002	0.14	0.005	0.09
Ba128	0.53	0.52	0.01	0.17	0.002	0.21	0.27	0.21
Xe126	-0.28	0.23	0.002	0.09	0.0005	0.11	0.01	0.08
Te124	-0.99	0.25	0.08	0.05	0.005	0.23	0.02	0.12
Te122	-0.64	0.25	0.01	0.06	0.0001	0.18	0.01	0.13
Te120	-0.47	0.22	0.0006	0.06	0.0001	0.15	0.009	0.09

Tabelle 3 b B(E2)-Werte und Quadrupolmomente

